

Modélisation du comportement dissipatif d'un renfort de composite à fibres continues

Y. DENIS^a, E. GUZMAN^b, N. HAMILA^c, J. COLMARS^d, F. MORESTIN^e
and P. BOISSE^f

- a. INSA Lyon, yvan.denis@insa-lyon.fr
- b. INSA Lyon, eduardo.guzman-maldonado@insa-lyon.fr
- c. INSA Lyon, nahiene.hamila@insa-lyon.fr
- d. INSA Lyon, julien.colmars@insa-lyon.fr
- e. INSA Lyon, fabrice.morestin@insa-lyon.fr
- f. INSA Lyon, philippe.boisse@insa-lyon.fr

Résumé :

L'objectif principal est de déterminer un modèle décrivant le comportement dissipatif d'un renfort de composite à fibres continues soumis à de grandes déformations. Compte – tenu des caractéristiques d'inextensibilités des fibres constituant le composite, le mode de dissipation suit donc une cinématique de cisaillement simple. Un essai de Picture Frame étant réalisé, il est alors observable que lors de la décharge, la contrainte décrit un retour par un trajet asymptotique. Plusieurs modèles existent pour approcher ce comportement asymptotique mais ne peuvent pas être appliqués dans ce cas particulier sans réduire la simplicité du modèle proposé. En effet, l'unique inconnue du modèle est l'angle de cisaillement plastique. Le couplage entre la décomposition de Green – Naghdi et de Kröner – Lee permet de définir l'ensemble des tenseurs fondamentaux uniquement dépendant de la configuration initiale qui est donc connue. Ainsi, pour conserver cette simplicité et décrire ce retour asymptotique, la théorie des dérivées fractionnaires, le modèle proposé par Prager ou encore Popov ne sont pas adaptés. L'objectif est donc d'utiliser le principe du modèle de Mroz en écrivant des lois d'évolutions uniquement dépendantes à l'angle de cisaillement plastique.

Abstract :

The main purpose is to develop a constitutive modelling of the dissipative behavior of textile composites under a large strain. As a result of the inextensibility characteristics of the fibers composing the composite, the dissipation follows a simple shear kinematic. A picture frame test carried out, it is then observable that during the unloading, the stress describing a return by an asymptotic path. Several models already exist to approximate the asymptotic behavior but cannot be applied in this particular case without reducing the simplicity of the proposed model. Indeed, the unique unknown variable of the model is the plastic shear angle. The coupling between the decomposition of Green - Naghdi and Kröner - Lee makes possible to define the set of fundamental tensors only dependent to the initial configuration, which is known. Thus, to preserve this simplicity and to describe the asymptotic return, the theory of fractional derivatives, the model proposed by

Prager or Popov are not adapted. The idea is to use the principle of the Mroz model by writing evolution laws only dependent of the angle of plastic shear.

Mots clefs : Textile Composites, Green – Naghdi Decomposition, Finite Strain, Mroz, Dissipative.

1 Introduction

Le milieu des composites propose une large gamme de type de matériau. Selon les applications, ces matériaux composites peuvent être de différentes natures, être constitués d'éléments différents et ainsi avoir des caractéristiques géométriques et mécaniques propres. Selon le type de composite utilisé, la mise en forme peut varier de procédés simples et maîtrisés à des procédés beaucoup plus délicats et qui sont encore sujets à de nombreuses étapes de recherche et de discussion. Dans de nombreux cas, le composite est constitué d'un renfort qui donne la majeure partie des caractéristiques mécaniques au matériau et d'une matrice qui quant à elle vient se greffer sur le renfort pour le verrouiller. L'objet de cet article est alors d'étudier le comportement dissipatif d'un renfort de matériau composite (La matrice n'étant pas encore présente lors de la phase de préformage du tissu). Ce type de renfort aura la particularité d'être à fibre continue. Le caractère dissipatif de ce renfort est présent lors de sa mise en forme et plus particulièrement lors de la phase de préformage. L'un des procédés qui utilise cette façon de mise en forme est le RTM (Resin Transfert Moulding). Lors de cette phase de préformage le matériau va subir de très fortes déformations pour venir se superposer à la forme de la matrice. Le tissu qui est composé de fibre va donc se déformer suivant différents modes (élongations sens trames et chaines, cisaillement plan, ...). Comme ce type de matériau est généralement constitué de fibres qui ont une rigidité très importante (ce qui les empêchent de s'allonger) alors la majeure partie de la dissipation est due aux modes de cisaillement. De plus, les déformations γ sont souvent très importantes, de ce fait, le modèle élastoplastique qui est présenté ici est écrit en grandes déformations et la dissipation sera exclusivement définie par une cinématique en cisaillement pur [1], [2]. En effet, contrairement au cisaillement simple, où les fibres s'allongent, le cisaillement pur correspond beaucoup mieux au comportement puisque les fibres ne s'allongent pas. (Ou très peu mais pas de façon significative). Afin d'arriver à écrire le modèle, une discussion sera effectuée concernant la décomposition additive de Green – Naghdi. En effet cette décomposition bien qu'étant très connue en hypothèses des petites perturbations se doit d'être adapté au grandes déformations [2], [4] [12]. L'utilisation de cette décomposition apporte une certaine liberté sur l'écriture du modèle puisque, d'une part, l'utilisation de la configuration intermédiaire est possible et l'ensemble des tenseurs fondamentaux peuvent être écrits. D'autre part, cette décomposition rattache l'ensemble de ces tenseurs fondamentaux à la configuration initiale, ce qui fait que la formulation est en lagrangien totale. Ceci apporte beaucoup de souplesse puisque dans la configuration initiale, l'ensemble des quantités sont connues alors que dans la configuration intermédiaire ou finale, ceci n'est pas forcément le cas. Au travers de cet article, il est également montré que l'ensemble du modèle ne dépend que d'un seul paramètre. Cette originalité porte tout son sens lors de la résolution numérique puisque celle-ci devient très simple et très rapide. De plus, dans cet article, seul les renforts ayant une épaisseur faible vis à vis de ses autres dimensions sont traités. Cette hypothèse forte permet de simplifier l'étude puisque l'hypothèse des contraintes planes est faite. De plus, le comportement général de la dissipation plastique du composite est hystérétique. Des travaux existent pour la modélisation de ce comportement [2], [3], [5], [6], [7], [8], [9], [10]. Ces travaux proposent des modèles de dérivée fractionnaire [6], [13], afin de caractériser sans utiliser des nombreuses variables le comportement

hystérétique. Cependant, ces travaux seraient utilisables si l'évolution de la contrainte lors de la décharge serait linéaire. Or celle-ci n'est pas linéaire mais décrit un comportement asymptotique. Plusieurs possibilités existent donc pour arriver à modéliser cette forte non. Celui utilisé ici est l'utilisation du modèle multi surfacique de Mroz [2], [3], [5], [6], [11]. Cependant les fibres soumises en cisaillement basculent très rapidement de l'état élastique à l'état plastique ainsi les seuils de plasticité sont donc très petits. Il faut donc prendre en compte et piloter de façon extrêmement judicieuse l'ensemble des lois d'évolution pour arriver à simuler un comportement hystérétique et le retour asymptotique lors de la décharge. Le second objectif de cet article est donc de proposer un modèle qui s'inspire des travaux de Mroz [8] en écrivant les lois d'évolution permettant de piloter la variation de taille et le déplacement du centre des surfaces de charges imbriquées. Si ces variables obéissent aux lois d'évolution imposées, alors avec plusieurs surfaces les unes dans les autres, il est possible de s'approcher au comportement asymptotique de la contrainte lors de la décharge tout en arrivant à simuler le comportement hystérétique du matériau.

2 Modélisation du comportement dissipatif

2.1 Cinématique de la déformation plastique

La cinématique de la déformation plastique est une cinématique en cisaillement. Or il existe plusieurs types de cisaillement, les deux principaux étant le cisaillement simple et le cisaillement pur. Cependant, compte tenu des hypothèses matériels vues dans la première partie et surtout du fait que les fibres étudiées, qui sont généralement en carbone, sont quasi-inextensibles, alors la cinématique la plus adéquate à la modélisation du comportement hystérétique est la cinématique de cisaillement pur. La cinématique de cisaillement pur est une cinématique dans laquelle les fibres ne s'allongent pas. Compte tenu du domaine d'application de ce modèle, il est possible de modéliser le cisaillement par le mouvement d'une trame par rapport à une chaîne. Comme la modélisation est en deux dimensions dans le plan, il est alors possible de dessiner l'évolution de la cinématique. L'évolution est en deux dimensions dans le plan suite à l'hypothèse des quantités généralisées dans l'épaisseur. En effet, la répartition des quantités (contraintes et déformation) étant très difficilement quantifiable compte tenu de la géométrie des tissus de renfort de composite, il a été choisi de réaliser une première approche en deux dimension en supposant la contrainte constante dans l'épaisseur du renfort.

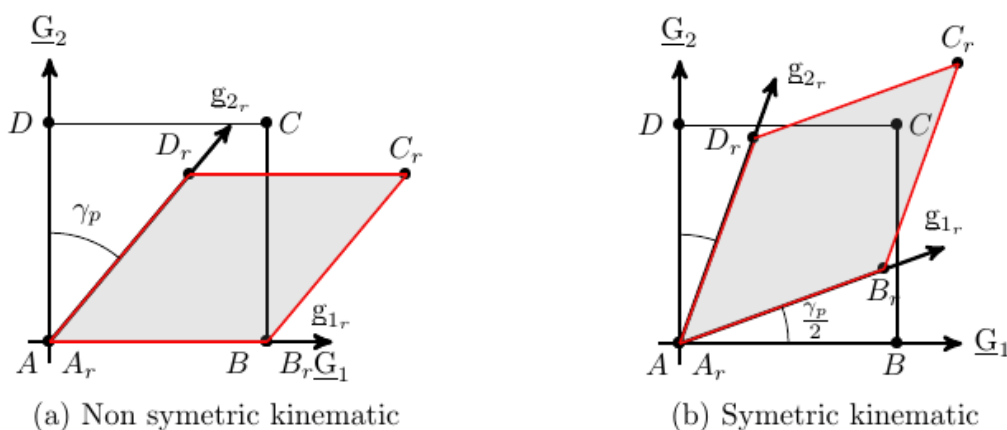


Figure 1: Deux cinématiques de cisaillement pure

2.2 Décomposition de Green-Naghdi en grandes déformations

L'objectif de cette partie est de vérifier la compatibilité de la décomposition de Green – Naghdi en grandes déformations [12] et de montrer son application. Une approche de thermodynamique des processus irréversible non présentée ici permet de démontrer la consistance de cette décomposition dans cette fourchette de déformation. Le couplage de cette décomposition avec celle proposée par Kröner – Lee ouvre plusieurs possibilités. D'une part elles permettent d'utiliser la méthode de la configuration intermédiaire faisant intervenir une configuration dans laquelle le matériau ne subit plus aucun chargement mais dans laquelle les contraintes résiduelles et la déformation plastique subsistent. [4], [12] D'autre part, le couplage de ces deux décompositions amène à être dans la configuration initiale quel que soit la quantité étudiée. Ainsi, le modèle présenté ici est en Lagrangien total et l'ensemble des calculs sont rattachés à la configuration initiale. (Configuration dans laquelle les quantités sont connues). En effet, cette deuxième possibilité est d'une grande importance puisque la totalité des paramètres sont rattachés à une configuration dans laquelle les quantités structurales au modèle y sont connues.

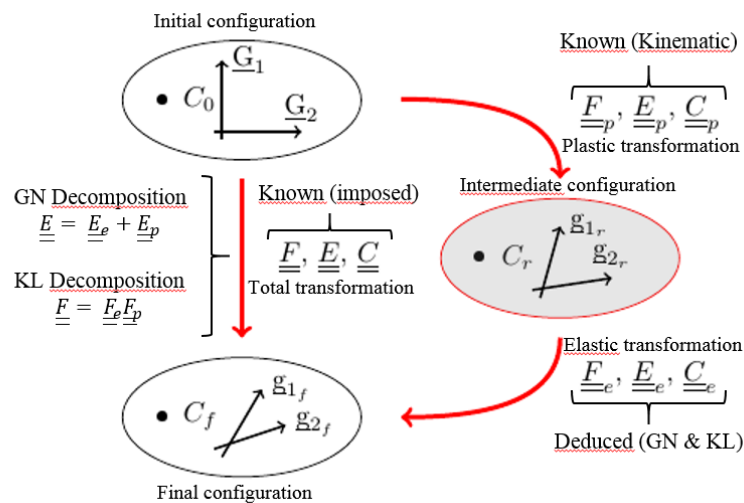


Figure 2: Configuration intermédiaire

Il est ainsi possible de définir chaque tenseur fondamental en les décomposant par leurs parties élastiques et plastiques. Ainsi, connaissant le gradient de la transformation plastique (qui est connu par la cinématique de dissipation), le gradient de la transformation totale (qui est imposé par l'utilisateur) et en utilisant les deux décompositions, il est possible de calculer chaque quantité qui sont alors directement dépendantes de la configuration initiale et donc qui sont dépendantes de quantités connues. Il devient donc possible de décrire le comportement du matériau par une loi élastoplastique en lagrangien total. Pour écrire cette loi, trois conditions doivent être rigoureusement écrites. C'est l'objet de la partie suivante.

2.3 Ecriture du comportement élastoplastique du matériau

Cette loi de comportement élastoplastique est écrite suivant trois conditions :

- Un critère de plasticité noté f_s , directement relié à la dissipation plastique D . Ce critère permet avant tout de savoir si le matériau se trouve dans sa zone élastique ou sa zone plastique via le seuil de plasticité S_y .
- Un potentiel d'énergie libre ψ dont sa dérivée donne la loi hyper-élastique pour définir le tenseur des contraintes.

- Une loi d'écoulement dérivée du potentiel de dissipation D dans son espace des contraintes. Une étude par la thermodynamique des processus irréversible inspiré d'études déjà réalisées [10], [11], [14] permet de trouver la relation entre le tenseur des contraintes de Piola – Kirchhoff II (pour rester en lagrangien total) noté $\underline{\underline{S}}$ et la dérivée du potentiel d'énergie libre.

$$\underline{\underline{S}} = \mu \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{E}}_e} \quad (1)$$

Ce potentiel est écrit de façon rudimentaire permettant de découpler les modes de déformations en élongation et en cisaillement. De plus le potentiel de dissipation en lagrangien total faisant intervenir Piola – Kirchhoff II et la variation de la déformation plastique implique que seule les composantes hors diagonale du tenseur des contraintes sont non nulles puisque seules ces composantes existent dans la variation de la déformation plastique. Connaissant Piola – Kirchhoff II, il est possible d'écrire le critère de plasticité. Pour l'élaboration de ce critère, seule les composantes hors diagonale du tenseur seront utilisées.

$$f_s = \left| \underline{\underline{S}} : (\underline{\underline{G}}_1 \otimes \underline{\underline{G}}_2 + \underline{\underline{G}}_2 \otimes \underline{\underline{G}}_1) \right| - S_y \quad (2)$$

Maintenant que le tenseur des contraintes est connu et que le critère de plasticité est écrit, il est possible d'écrire la loi d'écoulement. Cette loi d'écoulement permet de déterminer le multiplicateur plastique qui décrit la distance à parcourir lors du retour radial à dissipation maximal afin de revenir sur la bordure du domaine élastique. Cette loi permet également de connaître la direction de l'écoulement plastique notamment grâce au principe de normalité, de Kuhn – Tucker et de la condition de consistance.

$$\lambda = \frac{\dot{\gamma}_p}{2} \cdot \cos(\gamma_p) \cdot \text{sgn}(\underline{\underline{S}} : (\underline{\underline{G}}_1 \otimes \underline{\underline{G}}_2 + \underline{\underline{G}}_2 \otimes \underline{\underline{G}}_1)) \quad (3)$$

Le modèle élastoplastique présenté ici est décrit de telle manière à ce que les composantes hors diagonale du tenseur des contraintes S ne dépendent seulement de l'angle de cisaillement plastique. De cette manière, une résolution numérique devient très simple puisqu'elle ne dépend que d'un seul paramètre. Cependant une campagne expérimentale basée sur des essais de Picture Frame effectuée sur du matériau composite G1151 en fibre de carbone permet d'acquérir le résultat suivant :

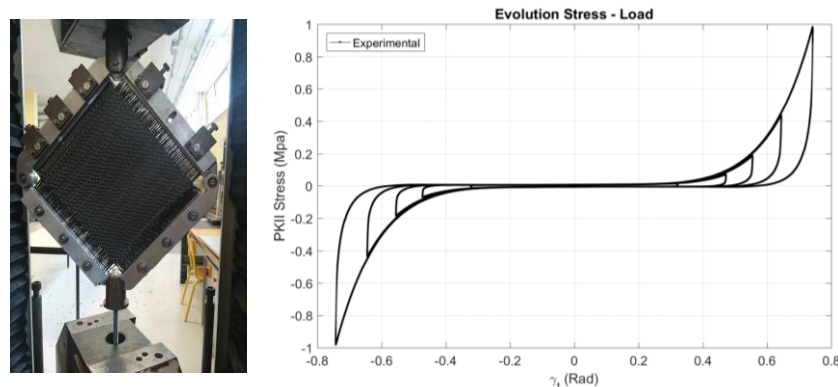


Figure 3: Picture Frame, acquisition expérimental

Il est clairement visible que la courbe expérimentale est fortement non linéaire lors de la charge et possède un comportement asymptotique lors de la décharge. Ainsi, deux lois d'écrouissage sont écrites

dans le critère de plasticité. Un écrouissage cinématique (notée q) et un écrouissage isotrope (notée α). De plus compte tenu de la courbe expérimentale, ces deux fonctions seront directement dépendantes de l'angle de cisaillement plastique. Ainsi, le critère de plasticité devient :

$$f_s = \left| \underline{S} : (\underline{G}_1 \otimes \underline{G}_2 + \underline{G}_2 \otimes \underline{G}_1) - q(\gamma_p) \right| - (S_y + \alpha(\gamma_p)) \quad (3)$$

La résolution numérique permet donc d'arriver au résultat suivant :

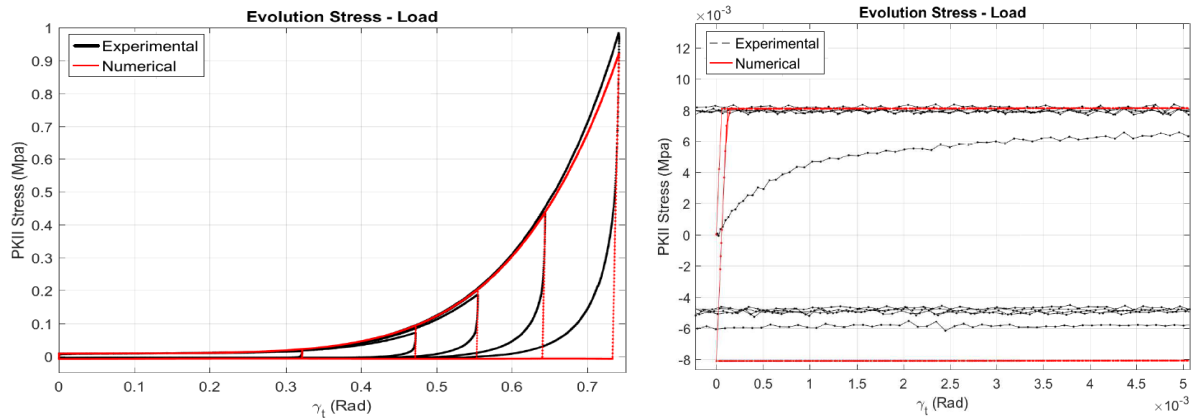


Figure 4: Résultat sans retour asymptotique

La comparaison entre l'acquisition expérimentale et le modèle est direct. Lors du chargement, le modèle est bien adapté, cependant lors de la décharge, celui est très peu satisfaisant.

2.4 Optimisation du modèle

Différentes méthodes existent pour avoir ce type de décharge. Le modèle proposé ici est basé sur la théorie de Mroz (comme ont pu le faire de nombreux experts dans ce domaine [8],[10],[12]) qui consiste à imbriquer des surfaces de charge les unes dans les autres. Ainsi, lorsqu'une surface rentre en contact avec une autre, la rigidité varie et ceci permet d'avoir une évolution pilotable et ainsi de maîtriser le comportement asymptotique lors de la décharge. Ce modèle est choisi puisqu'il est le plus simple. Moyennant quelques conditions et des lois d'évolutions adaptés, il permet facilement d'avoir un résultat. De plus, le modèle élastoplastique ne dépendant que d'une seule variable, l'utilisation de multisurfaces imbriquées peut tout à fait être simulé en gardant la simplicité et l'efficacité du modèle précédent. D'autres théories [5],[7],[10],[11], existent mais ne permettent pas d'arriver facilement à un résultat convenable de ce cas-ci. Dafalias et Popov vont uniquement utiliser de l'écrouissage cinématique par exemple. De plus, le fait que la surface de charge présentée ici doit gonfler et dégonfler. Les modèles de Prager et Ziegler ne sont pas exploitables. Il faut donc partir de la base des modèles multi surfacique, c'est à dire, de la théorie de Mroz [2].

L'angle de déformation plastique est préalablement déterminé par l'algorithme du retour radial Newton Raphson, les tenseurs mis à jour et la surface externe active. La mise à jour des quantités d'écrouissages peut être faite via les lois d'évolution. En conclusion, suivant la surface qui est active, la loi d'évolution n'est pas la même.

En utilisant trois surfaces, en prenant l'ensemble des précautions dites précédemment et en faisant attention à bien mettre à jour leurs évolutions, le résultat de la simulation est le suivant :

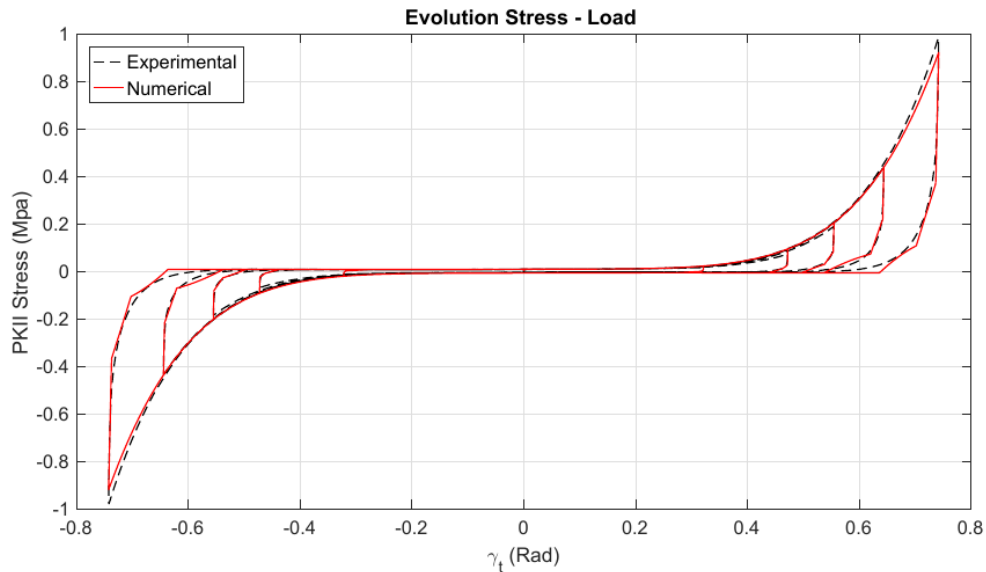


Figure 5: résultat avec optimisation

Le modèle précédent, utilisant trois surfaces imbriquées permet d'approcher de façon satisfaisante l'acquisition expérimentale. Le résultat serait encore meilleur en ajoutant d'autres surfaces. Cependant, il est nécessaire de trouver un compromis entre le nombre de surface et le temps de simulation. En effet, pour ce cas particulier, le fait d'avoir des seuils de plasticité très petits et très proches imposent des incréments de chargement petits au démarrage pour éviter d'activer trop de surfaces en une seule fois, ce qui rend le résultat au début de la simulation non satisfaisant.

Références

- [1] H. SHRIVASTAVA et Z. MROZ, «A Non-Linear Hardening Model and its Application to Cyclic Loading,» *Acta Mechanica*, 1976.
- [2] Z. MROZ, «On the description of anisotropic workhardening,» *Journal Of Mechanic, Physics, Solids*, 1967.
- [3] G. A. MAUGIN, R. DROUOT et F. SIDOROFF, *Continuum Thermomechanics, The art and Science of Modelling Material Behaviour*, Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [4] M. MATEOS, «Hysteretic behaviour of fiber-reinforced composites,» chez *15th European Conference on Composite Materials ECCM15*, 2012.
- [5] V. A. LUBARDA, *Constitutive theories based on the multiplicative decomposition of deformation gradient : Thermoelasticity, elastoplasticity, and biomechanics*, American Society of Mechanical Engineers (ASME), 2004.
- [6] A. KRASNOBRIZHA , «Hysteresis behaviour modelling of woven composite using a collaborative elastoplastic damage model with fractional derivatives,» *Composite Structures 158*, pp. 101-111, 2016.
- [7] Z. HANS, «A modification of Prager"s hardening rule.,» *Brown University*, pp. 55-65, 1959.
- [8] A. E. GREEN et P. M. NAGHDI, «A General Theory of an Elastic-Plastic Continuum,» 1964.
- [9] Y. DAFALIAS et E. POPOV, «A model of nonlinearly hardening materials for complex loading,» *Acta mechanica*, pp. 173-192, 1975.
- [10] J.-L. CHABOCHE, «Time independant constitutive theories for cyclic plasticity,» *Internation Journal Of Plasticity*, pp. 149-188, 1986.

- [11] A. BERTRAM, Elasticity and Plasticity of Large Deformations, Springer, 2012.
- [12] A. E. GREEN et P. M. NAGHDI, «Some remarks on elastic-plastic deformation ar finite strain,» vol. 9, n° %112, pp. 1219-1229, 1971.
- [13] M. RABIUS, R. K. KAPANIA, R. D. Moffit, M. MISHRA, N. GOULBOURNE, «A modified fractional calculus approach to model hysteresis», Journal of Applied Mechanics, 77, pp. 0310041-0310048, 2010.

[14] V. CIANCIO, M. DOLFIN, M. FRANCAVIGLIA, S. PRESTON, «Uniform Materials and the Multiplicative Decomposition of the Deformation Gradient in Finite Elasto - Plasticity», *Journal of Non – Equilibrium Thermodynamics*, pp. 199 – 234, 2008.