

# Identification des coefficients aérodynamiques d'un projectile gyrostabilisé à partir de mesures radar

V. CONDAMINET<sup>a</sup>, F. DELVARE<sup>a</sup>, C. GRIGNON<sup>b</sup>, S. HEDDADJ<sup>c</sup>

a. LMNO - UMR CNRS 6139, Université de Caen, {vincent.condaminet,franck.delvare}@unicaen.fr

b. DGA Techniques terrestres, christophe.grignon@intradef.gouv.fr

c. Nexter Munitions, s.heddadj@nexter-group.fr

## Résumé :

*On propose dans ce papier une méthode d'identification des coefficients aérodynamiques d'un projectile gyrostabilisé à partir de mesures prises en vol. Une reformulation du modèle balistique du Point Matériel Modifié permet de rendre la méthode d'identification indépendante de toute instrumentation embarquée dans le projectile. En prenant en compte les mesures réelles issues de l'observation de plusieurs tirs, on observe que la précision des résultats obtenus est équivalente à l'existant tout en réduisant le nombre de tirs à analyser.*

## Abstract :

*In this paper, we propose an identification method of the aerodynamic coefficients of spin-stabilized projectiles from in-flight data. A reformulation of the Modified Point Mass Model allows to liberate from any onboard instrumentation. Accurate results were reached using real flight data. Moreover, the precision on the identified coefficients was obtained using a reduced number of shots.*

**Mots clefs : Coefficients aérodynamiques, projectile gyrostabilisé, identification de paramètres, optimisation non linéaire**

## 1 Introduction

La maîtrise de la précision des tirs de projectiles est un des enjeux majeurs pour la communauté aérobalistique, pour des raisons de sécurité et d'efficacité en situation opérationnelle. Cela requiert une bonne connaissance de tous les paramètres qui conditionnent le vol du projectile, en particulier les coefficients aérodynamiques.

Il existe plusieurs méthodes pour déterminer les coefficients aérodynamiques d'un projectile, ces techniques étant utilisées de manière complémentaire et généralement à des stades différents du développement d'un projectile. Les calculs CFD (Computational Fluid Dynamics) autorisent, en plus de déterminer les coefficients aérodynamiques globaux d'un projectile, une compréhension locale des phénomènes

physiques en jeu. Les essais en soufflerie permettent la mesure des efforts exercés sur une maquette du projectile, éventuellement en mouvement, positionnée dans une veine d'écoulement. Les essais sur champ de tir restent quant à eux un passage obligé dans le processus de caractérisation aérodynamique d'un projectile, parce qu'ils permettent d'étudier le comportement du projectile en situation réelle de vol.

Nous construisons ici une méthode d'identification des coefficients qui se base sur l'utilisation de ces mesures issues de champ de tir. Plusieurs techniques de ce type ont été proposées par le passé ; parmi les plus anciennes il y a celle développée par Lieske et al. en 1972 [6], qui permet d'identifier le coefficient de traînée d'un obus gyrostabilisé à partir de mesures radar. L'année suivante, Whyte et al. [8] identifient le coefficient du moment de tangage par l'association d'un radar avec une sonde d'obliquité embarquée dans le projectile gyrostabilisé. En 2000, Kuo et al. [5] ont proposé une méthode d'identification basée sur un filtre de Kalman et une modification de la méthode de Newton-Raphson. Les résultats obtenus à partir de mesures générées numériquement montrent la difficulté d'identifier certains coefficients aérodynamiques en présence de bruit de mesure. Plus récemment, Dobre et al. [3] ont pu déterminer l'ensemble des coefficients aérodynamiques d'un projectile gyrostabilisé en associant un radar avec des magnétomètres embarqués dans le projectile.

L'objectif ici est de développer une méthode identifiant les coefficients aérodynamiques sans nécessiter aucune instrumentation embarquée, complexe et coûteuse à mettre en œuvre.

## 2 Modélisation de la trajectoire d'un obus gyrostabilisé

La modélisation mathématique du vol libre d'un projectile dans l'atmosphère est aujourd'hui bien maîtrisée, le terme de vol intégrant à la fois les notions de trajectoire (trois degrés de liberté en translation) et de mouvement (trois degrés de liberté en rotation autour du centre de gravité). Le modèle balistique que nous utilisons ici est celui du Point Matériel Modifié (PMM), proposé par Lieske et al. en 1966 [7, 1]. Valable pour un projectile gyrostabilisé uniquement, il fait l'hypothèse que les mouvements en précession et en nutation du projectile sont amortis, que l'obliquité reste faible, et que l'obus vole principalement en dérapage. La précision de ce modèle pour représenter la trajectoire d'un obus gyrostabilisé est suffisante. Celui-ci a été, et est toujours grandement utilisé par les calculateurs balistiques. Les équations du modèle PMM sont les suivantes :

$$\dot{\underline{u}} = -\frac{\pi\rho D^2}{8m}C_x v \underline{v} + \frac{\pi\rho D^2}{8m}C_{z\alpha} v^2 \underline{\alpha}_e + \frac{\pi\rho D^3 \omega_c}{8m}C_{yp\alpha}(\underline{\alpha}_e \wedge \underline{v}) + \underline{g} + \frac{\underline{F}_c}{m} \quad (1a)$$

$$\dot{\omega}_c = -\frac{\pi\rho D^4 v \omega_c C_{lp}}{8I_1} \quad (1b)$$

$$\dot{\underline{\alpha}}_e = -\frac{8\omega_c I_1 (\underline{v} \wedge \dot{\underline{u}})}{\pi\rho D^3 v^4 C_{m\alpha}} \quad (1c)$$

où  $\underline{\alpha}_e$  est le vecteur obliquité du projectile, tel que :

$$\underline{\alpha}_e = \underline{t} \wedge (\underline{c} \wedge \underline{t})$$

où  $\underline{t}$  est le vecteur unitaire porté par le vecteur vitesse relative, et  $\underline{c}$  le vecteur directeur de l'axe longitudinal du projectile. Étant donné que pour mesurer l'obliquité du projectile sur champ de tir, il est

nécessaire d'avoir recours à une instrumentation embarquée, nous souhaitons faire "disparaître" ce paramètre des équations. Pour ce faire, nous injectons l'équation (1c) dans l'équation (1a), ce qui donne une reformulation sans obliquité du modèle PMM :

$$\begin{aligned}\dot{\underline{u}} &= -\frac{\pi\rho D^2}{8m}C_x v \underline{v} - \frac{I_1\omega_c}{mDv^2}(\underline{v} \wedge \dot{\underline{u}}) \frac{C_{z\alpha}}{C_{m\alpha}} - \frac{I_1\omega_c^2}{mv^4}[(\underline{v} \wedge \dot{\underline{u}}) \wedge \underline{v}] \frac{C_{yp\alpha}}{C_{m\alpha}} + \underline{g} + \frac{F_c}{m} \\ \dot{\omega}_c &= -\frac{\pi\rho D^4 v \omega_c C_{lp}}{8I_1}\end{aligned}\quad (2)$$

Concernant l'équation (1b), la mesure du taux de roulis  $\omega_c$  est possible avec un radar Doppler [4], ce qui rend l'identification des coefficients  $C_x$ ,  $C_{lp}$  et des rapports  $\frac{C_{z\alpha}}{C_{m\alpha}}$  et  $\frac{C_{yp\alpha}}{C_{m\alpha}}$  possible sans aucune instrumentation embarquée dans le projectile.

Les coefficients aérodynamiques ne peuvent être considérés constants au cours de la trajectoire d'un projectile gyrostabilisé, étant donné la grande variation du nombre de Mach et de l'obliquité. En subdivisant la plage temporelle de vol  $\Omega$  en  $N_f$  fenêtres temporelles  $F_i$ , on fait l'hypothèse que les coefficients aérodynamiques varient peu sur chaque fenêtre, ce qui nous permet de considérer des coefficients constants par morceaux. N'ayant pas de connaissance a priori sur l'évolution des coefficients au cours du vol, on considère une subdivision temporelle uniforme :

$$F_i = [\xi_i, \xi_{i+1}[ \subset \Omega \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, N_f\}, \text{ et } \xi_{i+1} - \xi_i = \xi_i - \xi_{i-1} \quad \forall i \in \{2, 3, \dots, N_f\}.$$

Par exemple, le coefficient de traînée  $C_x$  est défini de la façon suivante :

$$C_x(t) = \sum_{i=1}^{N_f} 1_{F_i}(t) C_{xi}, \quad (3)$$

avec

$$\underline{\underline{C}} = \begin{bmatrix} C_{x1} & \frac{C_{z\alpha 1}}{C_{m\alpha 1}} & \frac{C_{yp\alpha 1}}{C_{m\alpha 1}} & C_{lp1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{xN_f} & \frac{C_{z\alpha N_f}}{C_{m\alpha N_f}} & \frac{C_{yp\alpha N_f}}{C_{m\alpha N_f}} & C_{lpN_f} \end{bmatrix}^T$$

et  $1_{F_i}(t)$  la fonction indicatrice.

Suite à quelques manipulations [2], les équations (2) peuvent s'écrire de la manière simplifiée suivante :

$$\dot{\underline{U}}(t) = f(\underline{U}(t), \underline{\underline{C}}, t) \quad (4)$$

avec

$$\underline{U}(t) = \begin{bmatrix} u_i(t) & u_j(t) & u_k(t) & \omega_c(t) \end{bmatrix}^T$$

Les mesures fournies par le radar Doppler à fonction écartométrie ne sont pas les paramètres d'état présents dans la reformulation du PMM (2). Nous devons écrire les relations de passage des mesures

radar aux quantités du modèle sans obliquité :

$$\begin{bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_R \cos \phi \cos(\theta + \gamma) - R(\dot{\phi} \sin \phi \cos(\theta + \gamma) + \dot{\theta} \sin(\theta + \gamma) \cos \phi) \\ V_R \sin \phi + R(\dot{\phi} \cos \phi) \\ V_R \cos \phi \sin(\theta + \gamma) + R(-\dot{\phi} \sin \phi \sin(\theta + \gamma) + \dot{\theta} \cos(\theta + \gamma) \cos \phi) \end{bmatrix} \quad (5)$$

En élargissant le vecteur des paramètres d'état  $\underline{U}(t)$  pour y inclure les quantités mesurées par le radar :

$$\underline{U}(t) = \left[ u_i(t) \quad u_j(t) \quad u_k(t) \quad \omega_c(t) \quad \phi(t) \quad \theta(t) \quad R(t) \right]^T$$

l'association des équations du PMM reformulées (4) avec les relations de passage entre quantités radar et quantités PMM (5) donne le système d'équation écrit de manière simplifiée suivant :

$$\dot{\underline{U}}(t) = f_1(\underline{U}(t), V_R(t), \underline{C}) \quad (6a)$$

$$f_2(\underline{U}(t), V_R(t)) = 0. \quad (6b)$$

### 3 Méthode d'identification

La méthode d'identification proposée ici consiste à chercher les variables d'état  $\underline{U}(t)$  les plus proches des données mesurées  $\tilde{\underline{U}}(t)$  tout en satisfaisant les équations (6a) et (6b), représentant le respect à la fois du modèle PMM reformulé mais aussi des relations de passage entre quantités radar et quantités PMM. Ainsi, on introduit les contraintes égalité  $A_1$  et  $A_2$  représentant respectivement le respect des équations (6a) et (6b). De manière discrète, on utilise un schéma numérique explicite multi-pas d'ordre  $p$  pour évaluer les dérivées temporelles dans l'équation (6a). Les contraintes  $A_1$  et  $A_2$  s'écrivent donc en toute généralité :

$$A_1(t_m) = \underline{U}(t_{m+1}) - \underline{U}(t_m) - \Delta t \sum_{r=0}^{p-1} \beta_r f_1(\underline{U}(t_{m-r}), V_R(t_{m-r}), \underline{C}), \forall m \in \{p-1, \dots, N-1\}$$

$$A_2(t_m) = f_2(\underline{U}(t_m), V_R(t_m), \underline{C}), \forall m \in \{1, 2, \dots, N\}$$

Par souci de lisibilité, on pose :

$$\mathcal{U} = (\underline{U}(t_0), \underline{U}(t_1), \dots, \underline{U}(t_N)) \in \mathbb{R}^{7 \times (N+1)}$$

$$\mathcal{V}_R = (V_R(t_0), V_R(t_1), \dots, V_R(t_N)) \in \mathbb{R}^{(N+1)}$$

Les variables du problème d'optimisation sont  $\mathcal{U}$ ,  $\mathcal{V}_R$  et  $\underline{C}$ . La méthode d'identification se traduit par le problème d'optimisation non linéaire sous contraintes suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Trouver } (\mathcal{U}, \mathcal{V}_R, \underline{C}) \text{ minimisant} \\ J(\mathcal{U}, \mathcal{V}_R, \underline{C}) = \|\omega_c(t) - \tilde{\omega}_c(t)\|_{\Omega}^2 + \|\phi(t) - \tilde{\phi}(t)\|_{\Omega}^2 + \|\theta(t) - \tilde{\theta}(t)\|_{\Omega}^2 \\ \quad + \|R(t) - \tilde{R}(t)\|_{\Omega}^2 + \|V_R(t) - \tilde{V}_R(t)\|_{\Omega}^2 \\ \text{sous les contraintes égalités :} \\ A_1(t_m) = 0, \forall m \in \{p-1, p, \dots, N-1\} \\ A_2(t_m) = 0, \forall m \in \{1, \dots, N\} \end{array} \right. \quad (7)$$

Concernant la résolution numérique, nous utilisons les multiplicateurs de Lagrange pour prendre en compte les contraintes égalités. Le problème d'optimisation est alors réécrit sous la forme d'une annulation du Lagrangien (calculé de manière analytique).

## 4 Application à des mesures réelles

Afin d'illustrer dans cette partie l'efficacité de la méthode d'identification, on utilise des mesures radar réelles issues d'une campagne de tirs. Un projectile gyrostabilisé dont les coefficients aérodynamiques sont connus avec un bon niveau de confiance a été testé en vol libre. On peut ainsi évaluer la précision des coefficients identifiés par notre méthode en les comparant aux coefficients de référence. Pour chaque tir exploité, on dispose, à partir des données radar, du taux de roulis  $\tilde{\omega}_c$ , de la distance  $\tilde{R}$ , de la vitesse radiale  $\tilde{V}_R$  ainsi que des angles d'élévation  $\tilde{\phi}$  et d'Azimut  $\tilde{\theta}$ .

On exploite dans un premier temps quatre tirs identiques dans le sens où ils ont la même configuration de tir : les vitesses initiales ( $v_0 \sim 660 \text{ m.s}^{-1}$ ) et les angles de hausse ( $\sim 575$  mil) sont identiques. Les résultats d'identification sur ces quatre coups sont donnés par la figure 1. Concernant l'identification du coefficient  $C_{lp}$ , on observe qu'elle est dispersée, mais globalement proche de la référence. Les points d'identification du coefficient de traînée coïncident parfaitement avec le coefficient de référence. Le rapport  $\frac{C_{yp\alpha}}{C_{m\alpha}}$  est lui le plus difficile à identifier, mais les points d'identification ne sont pas dispersés et sont globalement proches du rapport de référence. On observe que le rapport  $\frac{C_{z\alpha}}{C_{m\alpha}}$  identifié est quelque peu sous-estimé en zone supersonique par rapport à la référence. Ce rapport étant principalement associé à la vitesse latérale du projectile, cela explique la grande dispersion des points d'identification de ce rapport en début de vol, zone où la vitesse latérale est proche de 0.

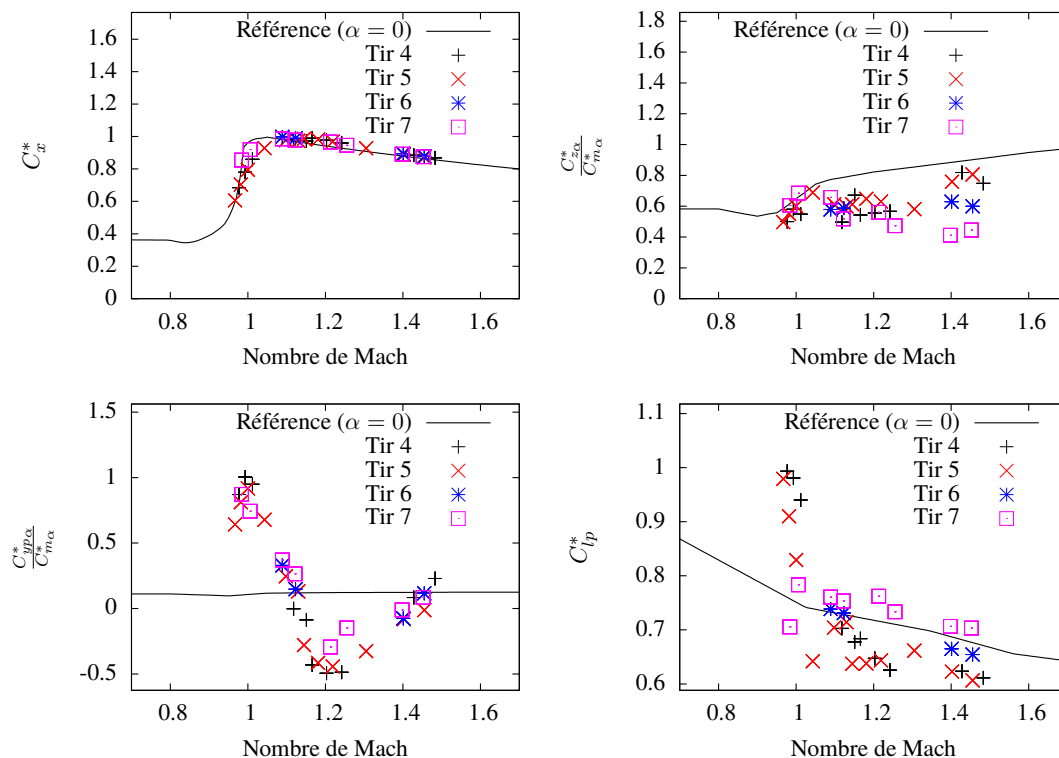


FIGURE 1 – Identification des coefficients aérodynamiques en exploitant 4 tirs identiques

En ayant exploité dix tirs au total, on compte maintenant vérifier que la méthode d'identification permet, à partir des coefficients aérodynamiques identifiés, de donner avec précision la position d'impact des tirs du projectile considéré. Les trajectoires des tirs 1 à 7 sont obtenues en utilisant d'une part les coefficients de référence ( $C_{ref}$ ) et d'autre part en utilisant les coefficients identifiés ( $C_{id}$ ). On détermine ainsi, pour chaque tir, les positions d'impact calculées pour ensuite les comparer avec les positions d'impact réelles. La figure 2 présente les erreurs relatives sur la portée en utilisant  $C_{ref}$  et  $C_{id}$  pour les sept premiers tirs (pour lesquels nous connaissons les positions d'impact). Les résultats obtenus en utilisant

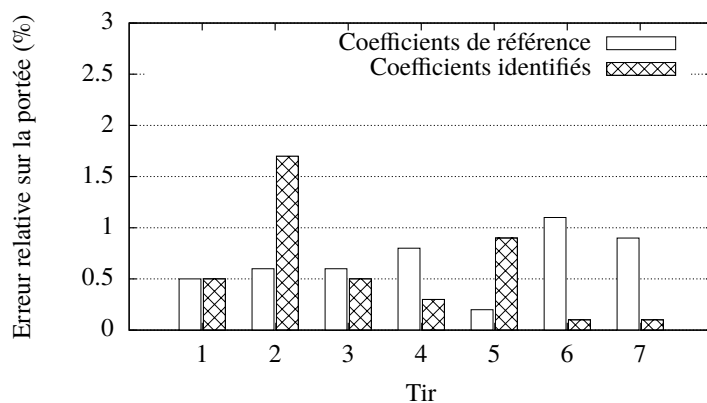


FIGURE 2 – Erreurs relatives sur les portées modélisées d'une part avec  $C_{ref}$  et d'autre part avec  $C_{id}$

les coefficients identifiés sont moins bons pour deux tirs sur sept, et meilleurs pour quatre sur sept. Au global, les précisions sur les positions d'impact sont du même ordre, ce qui est très satisfaisant. En effet, nous montrons que la méthode d'identification donne des résultats aussi précis que la référence, tout en réduisant de manière significative le nombre de tirs à exploiter pour y parvenir.

## 5 Conclusion

Nous proposons dans ce papier une méthode inverse qui s'appuie sur l'observation de vols. La philosophie de l'étude est la suivante : l'observation d'un nombre restreint de vols d'un projectile doit permettre de prédire l'ensemble des vols possibles de ce même projectile. Étant grandement utilisé dans les calculateurs de tir, ou dans les outils de réalisation de tables de tir, le modèle balistique du Point Matériel Modifié a été choisi pour modéliser la trajectoire du projectile gyrostabilisé. Pour faire en sorte de ne pas dépendre d'une instrumentation embarquée dans le projectile, nous avons reformulé ce modèle pour qu'il soit indépendant de la mesure du vecteur obliquité  $\alpha_e$ . Ainsi, on observe que la trajectoire d'un projectile gyrostabilisé est conditionnée par les coefficients  $C_x$ ,  $C_{lp}$  et les rapports  $\frac{C_{z\alpha}}{C_{m\alpha}}$  et  $\frac{C_{y\alpha}}{C_{m\alpha}}$ . La méthode d'identification a été développée de sorte à ce qu'elle prenne en entrée directement les paramètres mesurés par un radar, et qu'elle donne en sortie des coefficients aérodynamiques qui varient au cours du vol. Enfin, la méthode d'identification a pu être testée en prenant en compte des mesures réelles issues d'essais sur champs de tir. Les résultats d'identification sont prometteurs, et proches des coefficients de référence. De plus, les trajectoires des coups exploités ont été modélisées à partir des coefficients identifiés, ce qui a permis de comparer les positions d'impact simulées avec les positions d'impact réelles. Avec seulement dix tirs exploités, les positions d'impact simulées avec les coefficients identifiés présentent un niveau de précision équivalent à l'existant.

## Références

- [1] STANAG 4355 (Edition 3). The modified point mass and five degrees of freedom trajectory models. 2009.
- [2] Vincent Condaminet. Identification par méthode inverse de coefficients aérodynamiques d'un projectile à partir de l'observation de son vol. 2016.
- [3] S. Dobre, M. Albissier, C. Berner, L. Bernard, and C. Grignon. Identification of the aerodynamic coefficients of a 155mm artillery shell based on free flight data. In *29th International Symposium on Ballistics*, 2016.
- [4] Eugene M Ferguson, Robert B Bossoli, and Elisa A Jara. Technique for measuring the spin rate of kinetic energy projectiles. Technical report, DTIC Document, 1993.
- [5] Z. S. Kuo and H. Y. Huang. Parameter Identification of Spin-Stabilized Projectiles Using a Modified Newton-Raphson Minimization Technique. *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, 43(140) :88–95, 2000.
- [6] R. Lieske and A. MacKenzie. Determination of aerodynamic drag from radar data. Technical report, DTIC Document, 1972.
- [7] R. F. Lieske and M. L. Reiter. Equations of motion for a modified point mass trajectory. Technical Report No. 1314, Ballistic Research Laboratories, March 1966.
- [8] R. Whyte, A. Jeung, and J. Bradley. Chapman-Kirk reduction of free-flight range data to obtain nonlinear aerodynamic coefficients. Technical report, DTIC Document, 1973.