

# A New First Shear Deformation Plate Theory for Dynamic Stability Analysis of S-FGM Plates Based On Physical Neutral Surface

H. BELLIFA<sup>a</sup>, A. TOUNSI<sup>b</sup>, A. BENBAKHTI<sup>c</sup>, A. FEKRAR<sup>d</sup>, K. BENRAHOU<sup>e</sup>

- a. Laboratoire des Matériaux et Hydrologie, Université Djilali Liabes de Sidi Bel-Abbes. BP 89 cite Ben M'hidi 22000 Sidi Bel-Abbes, Algérie - Algérie. [bellifahichem@hotmail.fr](mailto:bellifahichem@hotmail.fr)
- b. Laboratoire des Matériaux et Hydrologie, Université Djilali Liabes de Sidi Bel-Abbes. BP 89 cite Ben M'hidi 22000 Sidi Bel-Abbes, Algérie - Algérie. [touabdel@yahoo.fr](mailto:touabdel@yahoo.fr)
- c. Laboratoire de modélisation numérique et expérimentale des phénomènes mécaniques Université Abdelhamid IBN BADIS de Mostaganem. Algérie. [jalil7benbakhti@hotmail.fr](mailto:jalil7benbakhti@hotmail.fr)
- d. Laboratoire des Matériaux et Hydrologie, Université Djilali Liabes de Sidi Bel-Abbes. BP 89 cite Ben M'hidi 22000 Sidi Bel-Abbes, Algérie - Algérie. [aekfekrar@yahoo.fr](mailto:aekfekrar@yahoo.fr)
- e. Laboratoire des Matériaux et Hydrologie, Université Djilali Liabes de Sidi Bel-Abbes. BP 89 cite Ben M'hidi 22000 Sidi Bel-Abbes, Algérie - Algérie. [khbenrahou@yahoo.fr](mailto:khbenrahou@yahoo.fr)

## Résumé:

*Ce travail a pour but de développer une nouvelle théorie de premier ordre de déformation de cisaillement (NFSDT) pour le cas du comportement dynamique des plaques à gradients de propriétés en Al/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Le nombre des inconnus de cette théorie est moindre comparé aux théories du premier ordre traditionnelle et d'ordre élevée de déformation de cisaillement. Les équations de déformations axiales et transversales de plaques fonctionnellement graduées sont déterminées en se basant sur la présente théorie de plaque du premier ordre de déformation de cisaillement et du concept physique de surface neutre. Pour la présente théorie, l'effet de couplage membrane-flexion dans la formulation basé sur la surface neutre n'existe pas, et par conséquent les équations gouvernantes et les conditions aux limites des plaques à gradient de propriétés dans les surfaces neutres ont une forme simple comme ceux dans le cas des plaques isotopiques. Pour évaluer l'exactitude de la présente formulation, plusieurs comparaisons ont été faites. D'où on peut conclure que la théorie proposée est précise et simple dans la résolution de la vibration libre de plaques fonctionnellement graduées.*

## Abstract:

*This work investigates dynamic behaviors of functionally graded plates in Al/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. A new first-order shear deformation theory (NFSDT) based on neutral surface position is developed. The significant feature of this formulation is that, the number of unknowns of this theory is the least one comparing with the traditional first-order and the other higher-order shear deformation theories. Equations of motion are derived from Hamilton's principle. Analytical solutions for free vibration analysis are obtained for simply supported plates. The accuracy of the present solutions is verified by comparing*

the obtained results with those predicted by classical theory, first-order shear deformation theory. There is no stretching–bending coupling effect in the neutral surface-based formulation, and consequently, the governing equations and boundary conditions of functionally graded plates based on neutral surface have the simple forms as those of isotropic plates. Parametric studies are performed for varying length to thickness ratios. It can be concluded that the proposed theory is accurate and simple in solving the free vibration behaviors of functionally graded plates.

**Mots clefs : Plaques fonctionnellement graduées; Théorie du premier ordre de déformation de cisaillement; position de surface neutre; S-FGM**

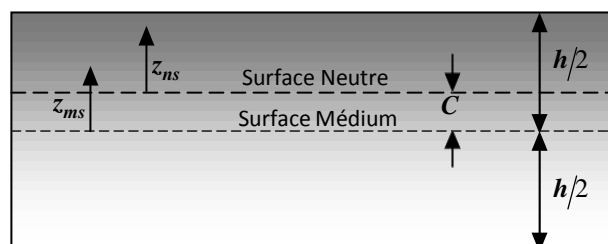
## 1 Introduction

En général, les propriétés des matériaux de plaques graduellement fonctionnelles n'ont pas de symétrie par rapport au plan médium de la plaque. Donc, les équations de membrane et de flexion d'une telle plaque sont couplées. Ce travail a pour but d'étendre la théorie proposée par Shimpi et al. [1] pour la flexion et la vibration des plaques à gradient de propriété FG Morimoto et al. [2], Abrate [3], Zhang et Zhou [4], Ould Larbi et al. [5], Bousahla et al. [6], Khalfi et al. [7], Fekrar et al. [8], Al-Basyouni et al. [9] et Bourada et al. [10] ont montré qu'il n'y a pas de couple membrane-flexion dans les équations consécutives si la surface référence est correctement choisie.

D'où, pour simplifier les équations gouvernantes pour la plaque (FG) dans le présent travail, le système de coordonnées est localisé à la surface neutre physique de la plaque. La présente théorie du premier ordre de déformation de cisaillement basée dans la position exacte de la surface neutre et avec le principe de Hamilton sont employés pour déterminer les équations de mouvement des plaques FG. Les solutions analytiques de flexion et de vibration libre ont été déterminées. Des exemples numériques sont présentés pour vérifier l'exactitude de la théorie présente. La présente étude est appropriée à des structures aériennes.

## 2 Formulations théoriques

L'origine du système de coordonnées est convenablement choisie dans la direction d'épaisseur de la plaque FG afin d'être la surface neutre, la plaque FG devient symétrique par rapport à elle. Pour déterminer la position de la surface neutre des plaques FG, on considère deux plans de référence pour la mesure de  $(z)$ , à savoir,  $(z_{ms})$  et  $(z_{ns})$  mesurés à partir de la surface du milieu et la surface neutre de la plaque, respectivement, comme le montre la Figure 1.



**Fig. 1:** la position de la surface médium et la surface neutre pour une plaque fonctionnellement graduée.

La fraction volumique de céramique ( $V(z)$ ) est exprimée comme ce suit :

$$V_1(z) = 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{h/2 - z}{h/2} \right)^k \text{ pour } 0 \leq z \leq \frac{h}{2} \dots \dots \dots (1.a)$$

$$V_2(z) = \frac{1}{2} \left( \frac{h/2 + z}{h/2} \right)^k \text{ pour } -\frac{h}{2} \leq z \leq 0 \dots \dots \dots (1.b)$$

Les propriétés matérielles non-homogènes des matériaux fonctionnellement gradués d'une poutre peuvent être obtenues à partir de la loi de Voigt de mélange [11 - 18].

Ainsi, en utilisant Equation (1), les propriétés matérielles non-homogènes de la plaque SFGM en fonction de l'épaisseur des coordonnées, deviennent :

$$P_1(z) = (P_C - P_M)V_1(z) + P_C \dots \dots \dots (2.a)$$

$$P_2(z) = (P_C - P_M)V_2(z) + P_C \dots \dots \dots (2.b)$$

( $P_M$ ) Et ( $P_C$ ) sont les propriétés correspondantes du métal et de la céramique, respectivement.

Dans le présent travail, Nous supposons que le module de Young (E) et la densité massique ( $\rho$ ) sont exprimés dans Equation (3), tant dit que le module de Poisson( $\nu$ ) est considéré constant à travers l'épaisseur:

$$C = \int_{-\frac{h}{2}}^0 \frac{E_1(z)zdz}{E_1(z)} + \int_0^{\frac{h}{2}} \frac{E_2(z)zdz}{E_2(z)} \dots \dots \dots (3)$$

Il est Clair que le paramètre (C) est nul pour le cas des plaques isotopiques homogènes.

## 2.1 Cinématique :

En se basant sur les hypothèses de la section précédente, le champ de déplacement peut être obtenu comme suit:

$$u(x, y, z_{ns}, t) = u_0(x, y, t) - z_{ns} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \dots \dots \dots (4.a)$$

$$v(x, y, z_{ns}, t) = v_0(x, y, t) - z_{ns} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \dots \dots \dots (4.b)$$

$$w(x, y, z_{ns}, t) = w(x, y, t) \dots \dots \dots (4.c)$$

( $u, v, w$ ) sont les déplacements dans les directions (x, y, z)

( $u_0$ ) Et ( $v_0$ ) sont les déplacements de la surface neutre. ( $\Phi$ ) Est une fonction de coordonnées (x, y) et le temps (t).

Les déformations associées aux déplacements dans Equation (4) deviennent alors:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z_{ns} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^s \\ \gamma_{xz}^s \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (5)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix}; \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}; \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^s \\ \gamma_{xz}^s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

Les relations linéaires constitutives de plaque (FG) peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \text{ et } \begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_s Q_{44} & 0 \\ 0 & k_s Q_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

( $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$ ) et ( $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}$ ) sont les composantes de contrainte et de déformation, respectivement. ( $k_s$ ) est le facteur de correction de cisaillement qui est analogue au facteur de cisaillement proposé par Mindlin (1951).

En utilisant les propriétés matérielles définies dans Equation (2), les coefficients de rigidité ( $Q_{ij}$ ), peuvent être exprimé par :

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_1(z_{ns})}{1-\nu^2} \dots\dots\dots (V.8.a) \\ Q_{22} &= \frac{E_2(z_{ns})}{1-\nu^2} \dots\dots\dots (V.8.b) \\ Q_{12} &= \nu * Q_{11} \dots\dots\dots (IV.8.c) \\ Q_{44} &= Q_{66} = \frac{E_2(z_{ns})}{2(1+\nu)}, Q_{55} = \frac{E_1(z_{ns})}{2(1+\nu)} \dots\dots\dots (8.d) \end{aligned}$$

## 2.2 Équations de mouvement :

Le principe d'Hamilton est utilisé ici pour déterminer les équations de mouvement. Le principe peut être exprimé en forme analytique comme suit (Reddy JN (2002), Draiche et al. (2014), Ait Yahia et al. (2015) et Nedri et al. (2014).

$$0 = \int_0^T (\delta U + \delta V - \delta K) dt \dots\dots\dots (9)$$

( $\delta U$ ) est l'énergie de déformation virtuelle; ( $\delta V$ ) est l'énergie potentielle virtuelle; et ( $\delta K$ ) est la variation d'énergie cinétique.

La variation de l'énergie de déformation de la plaque est calculer par :

$$\begin{aligned} \delta U &= \int_V (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_y \delta \varepsilon_y + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{yz} \delta \gamma_{yz} + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA dz_{ns} \\ &= \int_A \left\{ N_x \frac{\partial \delta u_0}{\partial x} - M_x \frac{\partial^2 \delta \Phi}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial \delta v_0}{\partial y} - M_y \frac{\partial^2 \delta \Phi}{\partial y^2} + N_{xy} \left( \frac{\partial \delta u_0}{\partial y} + \frac{\partial \delta v_0}{\partial x} \right) - 2M_{xy} \frac{\partial^2 \delta \Phi}{\partial x \partial y} + Q_{yz} \frac{\partial \delta (w - \Phi)}{\partial y} \right. \\ &\quad \left. + Q_{xz} \frac{\partial \delta (w - \Phi)}{\partial x} \right\} dA \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

( $N, M, Q$ ) sont des résultantes de contrainte définies par :

$$(N_i, M_i) = \int_{\frac{-h}{2}-C}^{\frac{h}{2}-C} (1, z_{ns}) \sigma_i dz_{ns}, (i = x, y, xy) \text{ et } (Q_{xz}, Q_{yz}) = \int_{\frac{-h}{2}-C}^{\frac{h}{2}-C} (\tau_{xz}, \tau_{yz}) dz_{ns} \dots \dots \dots (1)$$

La variation de l'énergie potentielle des charges extérieures appliqués peut être exprimés par:

$$\delta V = - \int_A q \delta w dA \dots \dots \dots (2)$$

(q) est la charge transversale appliquée.

La variation de l'énergie cinétique de la plaque est donnée par :

$$\delta K = \int_V (\dot{u} \delta \dot{u} + \dot{v} \delta \dot{v} + \dot{w} \delta \dot{w}) \rho(z_{ns}) dA dz_{ns}$$

$$= \int_A \left\{ I_0 [\dot{u}_0 \delta \dot{u}_0 + \dot{v}_0 \delta \dot{v}_0 + \dot{w}_0 \delta \dot{w}_0] - I_1 (\dot{u}_0 \frac{\partial \delta \dot{\Phi}}{\partial x} + \frac{\partial \delta \dot{\Phi}}{\partial x} \dot{u}_0 + \dot{v}_0 \frac{\partial \delta \dot{\Phi}}{\partial y} + \frac{\partial \delta \dot{\Phi}}{\partial y} \dot{v}_0) + I_2 (\frac{\partial \delta \dot{\Phi}}{\partial x} \frac{\partial \delta \dot{\Phi}}{\partial x} + \frac{\partial \delta \dot{\Phi}}{\partial y} \frac{\partial \delta \dot{\Phi}}{\partial y}) \right\} dA \dots (3)$$

La convention de l'indice du point indique la différenciation par rapport au variable de temps (t) ;

$\rho(z_{ns})$  est la masse volumique; et ( $I_0, I_1, I_2$ ) sont les moments d'inertie définie comme suit :

$$(I_0, I_1, I_2) = \int_{\frac{-h}{2}-C}^{0-C} (1, z_{ns}, z_{ns}^2) \rho(z_{ns}) dz_{ns} + \int_{\frac{h}{2}+C}^{0-C} (1, z_{ns}, z_{ns}^2) \rho(z_{ns}) dz_{ns} \dots \dots \dots (4)$$

Substituant les relations pour ( $\delta U, \delta V, \delta K$ ) des Equations (10), (12), et (13) dans Equation (9) en intégrant par partie, et en mettant les coefficients ( $\delta u_0, \delta v_0, \delta \Phi$ , et  $\delta w$ ) nuls séparément, Les équations de mouvement de la plaque sont obtenues comme suit :

$$\delta u_0 : \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = I_0 \ddot{u}_0 - I_1 \frac{\partial \ddot{\Phi}}{\partial x} \dots \dots \dots (15.a)$$

$$\delta v_0 : \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = I_0 \ddot{v}_0 - I_1 \frac{\partial \ddot{\Phi}}{\partial y} \dots \dots \dots (15.b)$$

$$\delta \Phi : \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - \frac{\partial Q_{xz}}{\partial x} - \frac{\partial Q_{yz}}{\partial y} = I_1 (\frac{\partial \ddot{u}_0}{\partial x} + \frac{\partial \ddot{v}_0}{\partial y}) - I_2 \nabla^2 \ddot{\Phi} \dots (15.c)$$

$$\delta w : \frac{\partial Q_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial Q_{yz}}{\partial y} + q = I_0 \ddot{w} \dots \dots \dots (15.d)$$

En substituant Equation (5) dans Equation (7) Et les résultats ultérieurs dans Equation (11), les résultantes de contraintes sont obtenues comme suit :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ k \end{Bmatrix}, Q = A^s \gamma \dots \dots \dots (6)$$

$$N = \{N_x, N_y, N_{xy}\}^t, M = \{M_x, M_y, M_{xy}\}^t \dots \dots \dots (7)$$

( $A_{ij}, D_{ij}, \text{ect} \dots$ ) Sont les termes de matrice de rigidité de la plaque, définie par :

$$\begin{Bmatrix} A_{11} & D_{11} \\ A_{12} & D_{12} \\ A_{66} & D_{66} \end{Bmatrix} = \int_{\frac{-h}{2}-C}^{0-C} Q_{22} (1, z_{ns}^2) \begin{Bmatrix} 1 \\ \nu \\ \frac{1-\nu}{2} \end{Bmatrix} dz_{ns} + \int_{\frac{h}{2}-C}^{0-C} Q_{11} (1, z_{ns}^2) \begin{Bmatrix} 1 \\ \nu \\ \frac{1-\nu}{2} \end{Bmatrix} dz_{ns} \dots \dots \dots (8.a)$$

Et

$$(A_{22}, D_{22}) = (A_{11}, D_{11}) \dots \dots \dots (8.b)$$

$$A_{44}^S = A_{55}^S = k_S \int_{-\frac{h}{2}-c}^{0-c} \frac{E_2(z_{ns})}{2(1+\nu)} dz_{ns} + k_S \int_{0-c}^{\frac{h}{2}-c} \frac{E_1(z_{ns})}{2(1+\nu)} dz_{ns} \dots \dots \dots (8.c)$$

En substituant Equation (16) dans Equation (15), les équations de mouvement peuvent être exprimé en terme de déplacement  $(u_0, v_0, \Phi, w)$  comme suit :

$$A_{11}d_{11}u_0 + A_{66}d_{22}u_0 + (A_{12} + A_{66})d_{12}v_0 = I_0\ddot{u} - I_1 \frac{\partial \ddot{\Phi}}{\partial x} \dots \dots \dots (9.a)$$

$$A_{22}d_{22}v_0 + A_{66}d_{11}v_0 + (A_{12} + A_{66})d_{12}u_0 = I_0\ddot{v} - I_1 \frac{\partial \ddot{\Phi}}{\partial y} \dots \dots \dots (9.b)$$

$$-D_{11}d_{1111}\Phi - 2(D_{12} + 2D_{66})d_{1122}\Phi - D_{22}d_{2222}\Phi - A_{55}^S d_{11}(w - \Phi) - A_{44}^S d_{22}(w - \Phi) = I_1 \left( \frac{\partial \ddot{u}_0}{\partial x} + \frac{\partial \ddot{v}_0}{\partial y} \right) - I_2 \nabla^2 \ddot{\Phi} \dots (9.c)$$

$$A_{55}^S d_{11}(w - \Phi) + A_{44}^S d_{22}(w - \Phi) + q = I_0 \ddot{w} \dots \dots \dots (9.d)$$

Quand l'effet de la déformation de cisaillement transversale est négligé ( $w = \Phi$ ), Equation (19) donne les équations de mouvement des plaques basé sur la théorie classique des plaques et le concept physique de surface neutre.

### 2.3 Solution analytique pour l'appui simple :

Les plaques rectangulaires sont généralement classifiées conformément au type de d'appui utilisé. Nous nous intéressons ici à la solution exacte d'équation (19) pour le cas de plaque FG simplement appuyée. Les conditions aux limites suivantes sont imposées aux bords de facette pour la présente théorie:

$$v_0 = w = \Phi = N_x = M_x = 0 \dots x = 0; a \dots \dots \dots (20.a)$$

$$u_0 = w = \Phi = N_y = M_y = 0 \dots y = 0, b \dots \dots \dots (20.b)$$

D'après la procédure de solution de Navier, la forme de la solution suivante pour  $u_0, v_0, \Phi$  et  $w$  satisfait les conditions aux limites

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ \Phi \\ w \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} U_{mn} \cos(\lambda x) \sin(\mu y) e^{i\omega t} \\ V_{mn} \sin(\lambda x) \cos(\mu y) e^{i\omega t} \\ \Psi_{mn} \sin(\lambda x) \sin(\mu y) e^{i\omega t} \\ W_{mn} \sin(\lambda x) \sin(\mu y) e^{i\omega t} \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (21)$$

$(U_{mn}, V_{mn}, \Psi_{mn}, W_{mn})$  Sont arbitrairement des paramètres a déterminer,  $(\omega)$  est la fréquence propre associé au modes propres  $(m, n)$ , et  $\lambda = m\pi/a, \mu = n\pi/b$  et  $i = \sqrt{-1}$ .

Pour le cas d'une distribution de charge sinusoïdale, nous avons :

$$q = q_0 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{\pi}{b} y\right) \dots \dots \dots (22)$$

$q_0$  Représente l'intensité de la charge au centre de la plaque.

Substituant Equation (21) dans Equation (19), les solutions analytiques peuvent être obtenues sous la forme :

$$([C] - \omega^2[M])\{\Delta\} = \{P\} \dots \dots \dots (23) ;$$

### 3. Résultats et discussions

Dans cette partie, différents exemples numériques ont été présentés et discutés pour vérifier l'exactitude de la présente théorie dans la des réponses de vibration des plaques FG simplement appuyées. A titre de vérification, les résultats obtenus sont comparés avec ceux rapportés dans la littérature. Dans cet exemple, un facteur de correction de cisaillement de 5/6 [4] est utilisé pour la présente théorie. Le module de Poisson de la plaque est pris constant à travers l'épaisseur et égal à 0.3. On considère une plaque carrée isotropique Al/ZrO<sub>2</sub>. Le module de Young et la densité, pour l'aluminium (Al) sont respectivement  $E_m = 70$  GPa et  $\rho_m = 2702$  kg/m<sup>3</sup>. Et ceux de zirconium (ZrO<sub>2</sub>) sont respectivement  $E_c = 200$  GPa et  $\rho_c = 5700$  kg/m<sup>3</sup>, le module de poisson de la plaque est constant à travers l'épaisseur il égale à 0.3.

Le paramètre de fréquence fondamentale ( $\bar{\omega}$ ) est obtenu en utilisant la présente théorie (NFSDT) et comparé avec ceux de FSDT.

Les résultats sont présentés dans (Tableau V.1) pour les différentes valeurs du paramètre d'épaisseur ( $a/h$ ) et l'indice de loi de puissance( $k$ ), un bon accord a été observé.

Il devrait être noté que la présente théorie implique quatre inconnus contre cinq inconnus dans FSDT.

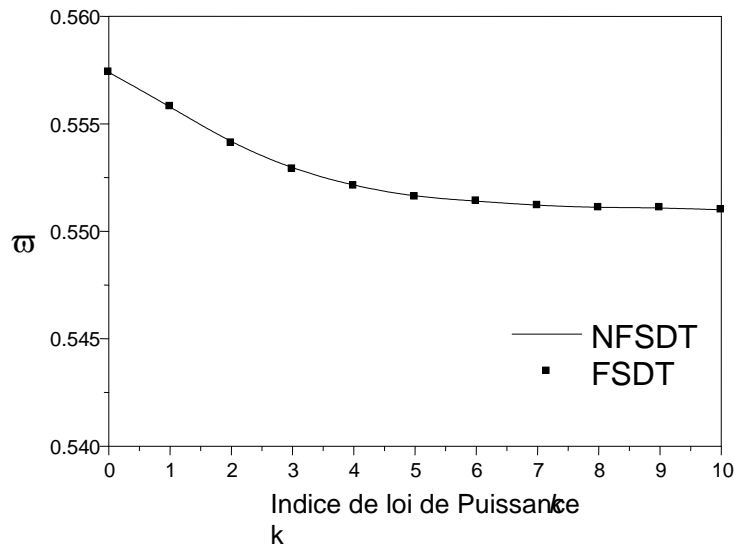
**Tableau(1): Comparaison de la fréquence fondamentale adimensionnelle ( $\bar{\omega} = \omega h \sqrt{\rho_m / E_m}$ ) de la plaque carrée Al/ ZrO<sub>2</sub>.**

Méthode	K=0		K=1			a/h=5		
	a/h=√10	a/h=10	a/h=5	a/h=10	a/h=20	K=2	K=3	K=5
FSDT	0.1619	0.02023	0.07317	0.01996	0.005119	0.07312	0.07319	0.07334
NFSDT	0.1619	0.02023	0.07317	0.01996	0.005119	0.07312	0.07319	0.07334

On peut facilement remarquer que les résultats obtenus selon la présente théorie sont en bon accord avec ceux obtenus par FSDT. Un excellent accord entre les résultats obtenus selon des théories différentes est enregistré pour tous les modes de vibration. Il faut noter que la conventionnelle FSDT contient plus de nombre d'inconnus que la présente théorie (NFSDT).

Pour une meilleure illustration de la présente théorie pour une large gamme d'indice de loi de puissance ( $k$ ) et de paramètre d'épaisseur ( $a/h$ ), la Figure 2 présente la variation de la fréquence adimensionnelle en fonction de l'indice de loi de puissance ( $k$ ).

Il a été remarqué que les fréquences adimensionnelles ( $\bar{\omega}$ ) obtenues par la nouvelle théorie du premier ordre de déformation de cisaillement (NFSDT) et la conventionnelle (FSDT) sont identiques.



**Fig. 2** Comparaison de la fréquence fondamentale adimensionnelle  $\bar{\omega}$  de la plaque FG carrée  $\text{Al}/\text{Al}_2\text{O}_3$  en fonction de l'indice de la loi de puissance  $k$  ( $a/h = 3$ ).

## 4. Conclusion

Dans ce travail, Une nouvelle théorie du premier ordre de déformation de cisaillement (NFSDT) a été développée pour la flexion des plaques FG. Contrairement aux autres théories de déformations de cisaillement, seulement quatre fonctions inconnues de déplacement sont utilisées dans la présente théorie contre cinq fonctions inconnues de déplacement utilisées dans les correspondantes. Basé sur la présente théorie et le concept de surface neutre, les équations de mouvement sont dérivées du principe d'Hamilton. L'exactitude de modèle à base de surface neutre est vérifiée en comparant les résultats obtenus avec ceux obtenus dans la littérature. Finalement, on peut conclure que la nouvelle du premier ordre de déformation de cisaillement est non seulement précise, mais simple aussi dans la prévision du comportement dynamique des plaques FG.

## Références

- [1] Shimpi, R.P., Patel, H.G., Arya, H. New first-order shear deformation plate theories. *Journal of Applied Mechanics*. **74**, 523 – 533 (2007).
- [2] Morimoto, T., Tanigawa, Y., Kawamura, R. Thermal buckling of functionally graded rectangular plates subjected to partial heating. *Int. J. Mech. Sci.* **48**, 926–937 (2006).
- [3] Abrate, S. Functionally graded plates behave like homogeneous plates. *Compos. Part B* **39**, 151–158 (2008).
- [4] Zhang, D.G., Zhou, Y.H. A theoretical analysis of FGM thin plates based on physical neutral surface. *Comput. Mater. Sci.* **44**, 716–720 (2008).
- [5] Ould Larbi, L., Kaci, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A. An efficient shear deformation beam theory based on neutral surface position for bending and free vibration of functionally graded beams. *Mechanics Based Design of Structures and Machines* **41**, 421–433 (2013).



- [6] Bousahla, A.A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A., (2014), “A novel higher order shear and normal deformation theory based on neutral surface position for bending analysis of advanced composite plates”, *International Journal of Computational Methods*, **11(6)**, 1350082.
- [7] Khalfi, Y., Houari, M.S.A., Tounsi, A. (2014), “A refined and simple shear deformation theory for thermal buckling of solar functionally graded plates on elastic foundation”, *International Journal of Computational Methods*, **11(5)**, 135007.
- [8] Fekrar, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2014), “A new five-unknown refined theory based on neutral surface position for bending analysis of exponential graded plates”, *Meccanica*, **49**, 795 – 810.
- [9] Al-Basyouni, K.S., Tounsi, A., Mahmoud, S.R. (2015), “Size dependent bending and vibration analysis of functionally graded micro beams based on modified couple stress theory and neutral surface position”, *Composite Structures*, **125**, 621–630.
- [10] Bourada, M., Kaci, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A. (2015), “A new simple shear and normal deformations theory for functionally graded beams”, *Steel and Composite Structures*, **18(2)**, 409 – 423.
- [11] Suresh, S., Mortensen, A. Fundamentals of Functionally Graded Materials (IOM Communications Ltd., London) (1998).
- [12] Boudarba, B., Houari, M.S.A., Tounsi, A. (2013), “Thermomechanical bending response of FGM thick plates resting on Winkler-Pasternak elastic foundations”, *Steel and Composite Structures*, **14**, 85 – 104.
- [13] Tounsi, A., Houari, M.S.A., Benyoucef, S., Adda Bedia, E.A. (2013), “A refined trigonometric shear deformation theory for thermoelastic bending of functionally graded sandwich plates”, *Aerospace Science and Technology*, **24**, 209 – 220.
- [14] Ait Amar Meziane, M., Abdelaziz, H.H., Tounsi, A. (2014), “An efficient and simple refined theory for buckling and free vibration of exponentially graded sandwich plates under various boundary conditions”, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, **16(3)**, 293 – 318.
- [15] Belabed, Z., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Mahmoud, S.R., Anwar Bég, O. (2014), “An efficient and simple higher order shear and normal deformation theory for functionally graded material (FGM) plates”, *Composites: Part B*, **60**, 274–283.
- [16] Hebali, H., Tounsi, A., Houari, M.S.A., Bessaim, A., Adda Bedia, E.A. (2014), “New quasi-3D hyperbolic shear deformation theory for the static and free vibration analysis of functionally graded plates”, *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, **140**, 374 – 383.
- [17] Mahi, A., Adda Bedia, E.A., Tounsi, A. (2015), “A new hyperbolic shear deformation theory for bending and free vibration analysis of isotropic, functionally graded, sandwich and laminated composite plates”, *Applied Mathematical Modelling*, (In press).
- [18] Zidi, M., Tounsi, A., Houari, M.S.A., Adda Bedia, E.A., Anwar Bég, O. (2014), “Bending analysis of FGM plates under hygro-thermo-mechanical loading using a four variable refined plate theory”, *Aerospace Science and Technology*, **34**, 24–34.