

Un cadre pour la réduction de modèle dans la simulation de structures assemblées

A. MEURDEFROID^a, N. PEYRET^a, G. CHEVALLIER^b

a. Laboratoire Quartz- Supméca, 3, rue Fernand Hainaut, F-93400 Saint-Ouen, FRANCE
Email: anthony.meurdefroid@supmeca.fr, nicolas.peyret@supmeca.fr,

b. FEMTO-ST Institute Department of Applied Mechanics, Univ. Bourgogne Franche-Comté, 24, rue de l'épitaque, F-25000 Besançon, France
gael.chevallier@femto-st.fr

Résumé :

Les liaisons assemblées ont une grande influence sur la raideur et l'amortissement des structures. Cette influence reste néanmoins difficile à prédire puisque la différence entre l'échelle dimensionnelle de la zone de contact et la longueur d'onde des modes vibratoires ; à cela ce rajoute les incertitudes sur la géométrie réelle de la zone de contact. La méthode proposée dans ce papier propose de diviser en deux la structure assemblée : la partie linéaire (L) et celle non-linéaire (NL) localisée autour de la liaison. Premièrement, une étude linéaire est réalisée sur la structure entière, négligeant donc la dissipation dans la liaison, afin de déterminer les modes de vibrations de la structure. Le sous-espace des modes est normalisé par rapport à la matrice de raideur afin d'associer à chaque vecteur propre la même énergie de déformation. Au voisinage de la partie assemblée, les modes propres ne sont pas orthogonaux entre eux. Par conséquent, il est possible de réduire la taille du sous-espace généré par les modes locaux. De plus, la plupart de ces modes ne dissipe pas d'énergie. Il est donc possible de ne sélectionner que ceux qui influencent le comportement de la liaison. Nous introduisons alors la Principal Joint Strain Basis (PJSB) qui représente la base optimale de Ritz déduite de l'analyse modale sur la structure entière et réduite grâce à l'analyse du potentiel de dissipation de chaque mode. Le potentiel de dissipation est estimé par l'énergie de couplage dans la liaison, calculé à partir de la sensibilité des valeurs propres à la configuration de serrage, c'est-à-dire, quand les surfaces de l'interface sont totalement liées ou dans une configuration desserrée. Nous supposons enfin qu'un méta-modèle est capable de représenter le comportement de l'ensemble des liaisons. Dans le but de construire celui-ci, nous appliquons le champ de déplacement issu de la PJSB comme un chargement aux conditions aux limites dans un modèle élément finis sur la liaison et nous post-traitons les résultats afin d'utiliser ceux-ci sur un modèle réduit.

Abstract :

The bolted joints have a strong impact on the damping and the stiffness of the structures. This impact remains difficult to predict because of the difference between the length scale of the real contact area and the wavelength of the vibration modes, and the uncertainties on the real geometry of the contact area. The method proposed in this paper is to divide the jointed structure into two parts : the linear part (L) and the non-linear one (NL) located around the joint. First, a linear analysis is performed on the global structure, neglecting dissipation inside the joint, to determine the normal modes of the structure. The normal modes subspace is normalized to the stiffness matrix to associate to each

eigenvectors the same strain energy. In the neighborhood of the bolted joint, eigenmodes are not orthogonal to each other's. Thus, it is possible to reduce the size of the subspace spanned by the local eigenmodes. Moreover, most of them do not dissipate energy. Thus, it is possible to select the only ones that influence the joint behaviour. We introduce the Principal Joint Strain Basis (PJSB) which is the optimal Ritz basis deduced from the structure eigenmodes, and simplified thanks to the analysis of the dissipation potential of each eigenmode.

The dissipation potential is estimated by the energy coupling in the joint computed from the sensitivity of the eigenfrequency to the tightening configuration, i.e. when the surfaces of the interface are tied or when the tightening is very low. Then, we assume that a metamodel is able to represent the behaviour of the joints. In order to build it, we apply the PJSB as a loading on a finite element model of the joint and we post-process the results in order to use them in a reduce order model.

Mots clefs : Vibrations, assemblage, réduction de modèle, AFT, Point fixe, HBM, décomposition

1 Introduction

Les liaisons assemblées influencent fortement l'amortissement et la raideur des structures. Malheureusement, ces effets restent difficiles à prédire, principalement puisque la physique utile apparaît à des échelles différentes qui sont l'échelle du contact réel et la longueur d'onde des modes de vibration. Cela a pour conséquence de rendre la méthode des éléments finis difficile d'utilisation car dans les zones de contact le maillage doit être très fin, alors qu'il peut rester grossier ailleurs. Pour dépasser ces difficultés, le but de ce papier est de décomposer spatialement le domaine d'étude en deux sous-domaines qui permettront de travailler à des échelles de discrétisation différentes. Ces sous-domaines sont Ω_S contenant toutes les pièces et Ω_J contenant les liaisons. La première idée, détaillé dans le chapitre 2, est de résoudre les problèmes écrits sur Ω_S and Ω_J jusqu'à convergence des résultats. Ceci est fortement inspiré de la méthode LATIN [6] mais adapté à des excitations périodiques utilisant alors l'Harmonic Balance Method (HBM) couplé à l'Alternating Frequency Time (AFT) Algorithm [2] ou plus récemment [3]. La deuxième idée de ce travail est de réduire le modèle en utilisant une base de Ritz et des méta-modèles balayant le sous-espace contenant les solutions.

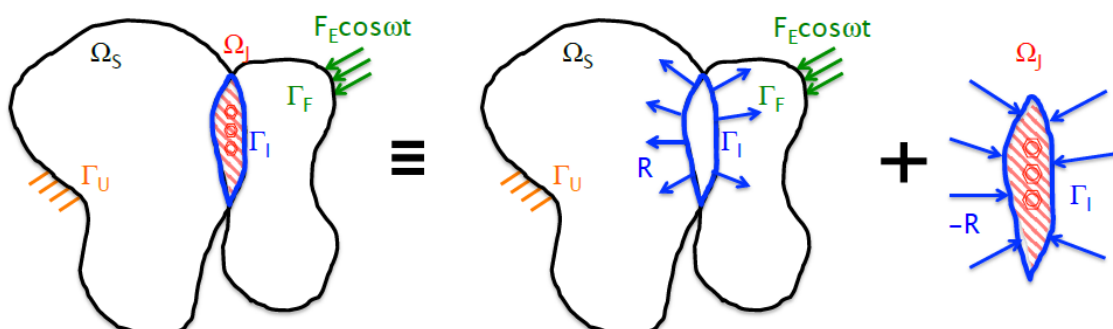


Figure 1: Figure illustrative de l'étude portant sur des structures assemblées. Décomposition en sous-domaines du problème entier.

2 Décomposition du problème

Ce travail se concentre sur la dynamique des assemblages structuraux qui impliquent des composants qui se comportent linéairement et des assemblages boulonnés qui se comportent de manière non linéaire. Dans l'ensemble, les vibrations de la structure peuvent être étudiées en résolvant le problème suivant :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} + \mathbf{F}(\mathbf{U}, \dot{\mathbf{U}}) = \mathbf{F}\mathbf{E} \quad (1)$$

Où \mathbf{U} est le champ de déplacement, \mathbf{F}_E est la force d'excitation et \mathbf{F} la force non linéaire induite par le frottement dans les liaisons. \mathbf{M} , \mathbf{K} sont les matrices de masse et de rigidité. L'équation 1 peut être détaillée en séparant les degrés de liberté qui appartiennent à chaque sous-domaine Ω_S et Ω_J et à l'interface Γ_I .

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{LL}^S & \mathbf{M}_{LI}^S & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{IL}^S & \mathbf{M}_{II}^S + \mathbf{M}_{II}^J & \mathbf{M}_{IJ}^J \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{LI}^J & \mathbf{M}_{LL}^J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{U}}_L^S \\ \ddot{\mathbf{U}}_I \\ \ddot{\mathbf{U}}_L^J \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{LL}^S & \mathbf{K}_{LI}^S & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{IL}^S & \mathbf{K}_{II}^S + \mathbf{K}_{II}^J & \mathbf{K}_{IJ}^J \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{LI}^J & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_L^S \\ \mathbf{U}_I \\ \mathbf{U}_L^J \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{F}^J(\mathbf{U}_L^J, \dot{\mathbf{U}}_L^J) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_E^S \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Dans ce travail, nous nous concentrons sur une excitation harmonique. Pour ce type de problème, la HBM est souvent utilisée car elle permet de calculer efficacement les déplacements périodiques en régime permanent. En supposant le régime permanent atteint et une réponse périodique, \mathbf{U} peut s'écrire:

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}^0 + \sum_{h=1}^H \frac{\mathbf{U}^h}{2} e^{jh\omega t} + \frac{\mathbf{U}^{h*}}{2} e^{-jh\omega t} \quad (3)$$

dans une base de fonctions exponentielles. En supposant la périodicité de la force non linéaire, nous pouvons également la développer sur une base de Fourier :

$$\mathbf{F}(\mathbf{U}, \dot{\mathbf{U}}) = \mathbf{F}^0 + \sum_{h=1}^H \frac{\mathbf{F}^h}{2} e^{jh\omega t} + \frac{\mathbf{F}^{h*}}{2} e^{-jh\omega t} \quad (4)$$

En équilibrant, selon leur ordre harmonique, chaque terme de l'équation obtenue, on obtient :

$$\begin{cases} [-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}] \mathbf{U}^1 + \mathbf{F}^1(\mathbf{U}^1 \dots \mathbf{U}^H) = \mathbf{F}_E \\ \dots \\ [-H^2 \omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}] \mathbf{U}^H + \mathbf{F}^H(\mathbf{U}^1 \dots \mathbf{U}^H) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (5)$$

On peut le résumer sous une forme plus compacte :

$$[\Lambda] \hat{\mathbf{U}} + \hat{\mathbf{F}} = \hat{\mathbf{F}}_E \quad (6)$$

Où Λ est la matrice des impédances complexes, $\hat{\mathbf{U}}$ est le vecteur des inconnues qui concatène chaque harmonique, $\hat{\mathbf{F}}$ est le développement de la force non linéaire sur chaque harmonique, $\hat{\mathbf{F}}_E$ est le développement de la force d'excitation. L'Harmonic Balance Method est facile à utiliser lorsque \mathbf{F} est mathématiquement régulière. Le problème est non linéaire mais algébrique et il peut donc être résolu par un algorithme de Newton-Raphson. Lorsque cette fonction est singulière, l'Alternating Frequency-Time (AFT) Method peut permettre de résoudre le problème. L'idée principale de l'AFT est d'évaluer la force non linéaire dans le domaine temporel et de réaliser l'équilibrage harmonique dans le domaine fréquentiel. Ceci permet de résoudre des problèmes de contact et de friction pour lesquels la force non linéaire est non régulière. Malheureusement, l'AFT devient trop coûteux pour résoudre des problèmes à grande échelle du fait du calcul de la matrice Jacobienne $\mathbf{J}^{(k+1)}$ et du calcul de la force non linéaire $\mathbf{F}^{(k+1)}$. Pour remédier à ce problème, le domaine peut être décomposé en deux sous-domaines Ω_S et Ω_J , voir la figure 1. Cela conduit à deux systèmes d'équations qui partagent une force d'interaction \mathbf{R} et le champ de déplacement \mathbf{U}_I sur Γ_I . \mathbf{R} et \mathbf{U}_I permettent de coupler les deux systèmes.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{LL}^S & \mathbf{M}_{LI}^S \\ \mathbf{M}_{IL}^S & \mathbf{M}_{II}^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{U}}_L^S \\ \ddot{\mathbf{U}}_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{LL}^S & \mathbf{K}_{LI}^S \\ \mathbf{K}_{IL}^S & \mathbf{K}_{II}^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_L^S \\ \mathbf{U}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_E^S \cos(\Omega t) \\ \mathbf{R} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{II}^J & \mathbf{M}_{IJ}^J \\ \mathbf{M}_{LI}^J & \mathbf{M}_{LL}^J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{U}}_I \\ \ddot{\mathbf{U}}_L^J \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{II}^J & \mathbf{K}_{IJ}^J \\ \mathbf{K}_{LI}^J & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_I \\ \mathbf{U}_L^J \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{F}^J(\mathbf{U}_L^J, \dot{\mathbf{U}}_L^J) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{R} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Pour résoudre ce problème, nous utilisons un algorithme de point fixe qui résout alternativement un problème linéaire dans le domaine fréquentiel sur Ω_S afin d'obtenir le champ cinématique \mathbf{U}^S et \mathbf{U}^I lorsque \mathbf{R} et \mathbf{F}_E sont appliqués et un problème quasi-statique non linéaire dans le domaine temporel sur Ω_J afin d'obtenir le champ cinématique \mathbf{U}^J et la force de réaction \mathbf{R} quand \mathbf{U}^I est appliqué. Pour rendre le problème plus facile à résoudre, on suppose que les termes d'inertie sont appliqués comme un champ connu qui vient de l'incrément précédent, voir [5] pour plus d'explications.

3 Réduction du modèle

Comme on l'a vu précédemment, la décomposition spatiale du problème associé aux algorithmes du point fixe et de la balance harmonique permet de définir un cadre pour calculer les niveaux de vibration des structures assemblées sous charges harmoniques. Néanmoins, sur chaque sous-domaine, les problèmes impliquent un grand nombre de degrés de liberté. Afin de calculer efficacement la solution, il faut utiliser des techniques de réduction de modèle. Deux techniques de réduction sont proposées ici :

la première afin de réduire le nombre de DDLs, comme beaucoup d'œuvres antérieures [3], utilise la méthode de Craig-Bampton pour construire un super-élément de la partie linéaire du modèle ;

la deuxième, est la Principal Joint Strain Basis (PJSB) basée sur l'énergie dissipée.

Dans un travail antérieur, Festjens et al. [4] ont proposé la Principal Joint Strain Basis (PJSB) comme méthode de réduction de modèle pour le domaine de la liaison. L'idée est de trouver un nombre très limité de charges \mathbf{R} ou de conditions aux limites \mathbf{U}^I qui couvrent la plupart des charges induites par les modes de vibration de la structure entière. Si la PJSB existe, elle permet de construire des méta-modèles pour le comportement de la structure. Ces méta-modèles sont souvent représentés sous forme de diagrammes mécaniques, voir [1].

Pour construire les méta-modèles, une analyse linéaire est d'abord réalisée sur la structure globale (adhérence complète - interface liée) pour déterminer la réponse sans aucun couplage. La base Φ associée à la réponse est normalisée par rapport à la matrice de rigidité pour donner à chacun des vecteurs propres la même énergie de déformation. Afin de réduire le modèle de la liaison, on limite l'étude à celle-ci :

$$\mathbf{U}_I = \Phi \mathbf{I} \mathbf{Q} \quad (8)$$

avec \mathbf{U}_I , le champ de déplacement sur l'interface, et Φ_I , la base modale tronquée restreinte à la zone d'interface. Afin de construire un modèle détaillé de la liaison, nous introduisons Principal Joint Strain Basis Dissipated Energy (PJSBDE) comme la base optimale de Ritz pour balayer les champs de déplacement dans l'interface de la liaison. Pour calculer cette base, nous construisons un indicateur énergétique. Celui-ci est obtenu en observant deux configurations de la liaison - une qui va adhérer totalement dans la zone de contact, une autre plutôt glissante dans l'interface (équation 9). On suppose donc que la différence d'énergie de déformation est représentative de la dissipation d'énergie.

$$E_d = \Phi_I^T (\mathbf{K}^J - \tilde{\mathbf{K}}^J) \Phi_I \quad (9)$$

Où E_d est la matrice de couplage des énergies de déformation, Φ_I la base des modes propres réduite à la liaison, \mathbf{K}^J est la matrice de raideur du domaine Ω_{NL} lorsque l'interface est liée, $\tilde{\mathbf{K}}^J$ est la matrice de rigidité du domaine Ω_{NL} lorsque la charge normale est très faible (boulon desserré). Pour calculer la PJSBE, l'idée est de simplifier la base Φ_I car il doit y avoir redondance entre les modes propres comme ils ont été considérés localement. Pour atteindre cet objectif, nous extrayons les valeurs propres de E_d . Elles sont triées et le vecteur propre associé à la plus grande est conservé comme conditions aux limites \mathbf{U}^I . Le méta-modèle est construit en utilisant ces conditions aux limites et en faisant varier une variable généralisée sur la plage de chargement que nous voulons étudier. Le résultat est utilisé pour

définir les charges que nous appliquons à un modèle éléments finis non linéaire très détaillé de la liaison. Les forces de réaction, \mathbf{R} , sur les frontières sont extraites et utilisées pour résoudre l'équation dynamique sur le domaine Ω_L en utilisant l'HBM.

4- Conclusions

Le cadre théorique proposé dans cet article permet de simuler à moindre coût le comportement dynamique des structures assemblées. Il est basé sur l'utilisation des méthodes de Ritz et de méta-modèles. Ces derniers sont vraiment intéressants si plusieurs modes chargent la liaison de la même manière ou si plusieurs liaisons sont chargées de la même manière.

Références

- [1] A Caignot, P Ladeveze, D Néron, and J-F Durand. Virtual testing for the prediction of damping in joints. *Engineering Computations*, 27(5):621–644, 2010.
- [2] TM Cameron and JH Griffin. An alternating frequency/time domain method for calculating the steady-state response of nonlinear dynamic systems. *Journal of applied mechanics*, 1989.
- [3] M Claeys, JJ Sinou, JP Lambelin, and R Todeschini. Modal interactions due to friction in the nonlinear vibration response of the a harmony test structure: Experiments and simulations. *Journal of Sound and Vibration*, 376:131–148, 2016.
- [4] H Festjens, G Chevallier, and JL Dion. Nonlinear model order reduction of jointed structures for dynamic analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 333(7):2100–2113, 2014.
- [5] Hugo Festjens, Gaël Chevallier, and Jean-luc Dion. A numerical tool for the design of assembled structures under dynamic loads. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2013.
- [6] Pierre Ladevèze, J-C Passieux, and David Néron. The latin multiscale computational method and the proper generalized decomposition. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199(21):1287–1296, 2010.