

Analyse modale d'une poutre par corrélation d'images numériques

X. RÉGAL^a, G. CUMUNEL^a, M. BORNERT^a, M. QUIERTANT^b

a. Université Paris-Est, Laboratoire NAVIER (UMR 8205 CNRS-ENPC-IFSTTAR), Ecole des Ponts ParisTech, 6 et 8 Avenue Blaise Pascal, 77455 Marne-la-Vallée, France
xavier.regal@enpc.fr, gwendal.cumunel@enpc.fr, michel.bornert@enpc.fr

b. Université Paris-Est, MAST, EMMS, IFSTTAR, 14-20 Boulevard Newton, F-77447 Marne-la-Vallée, France
marc.quiertant@ifsttar.fr

Résumé :

Les dernières avancées dans le domaine de l'imagerie par caméras rapides offrent des perspectives intéressantes concernant l'analyse vibratoire des structures. Nous présentons ici les résultats d'analyse modale obtenus à partir de mesures de champs de déplacement d'une poutre bi-encastée sollicitée à l'aide d'un choc. L'analyse modale est réalisée sur les déplacements transversaux de la poutre à l'aide d'une technique fondée sur la transformée en ondelettes continues. Les mesures de champs sont réalisées en utilisant une méthode de corrélation d'images numériques. L'optimisation des différents paramètres rentrant en jeu dans cette méthode est discutée. Les paramètres modaux obtenus sont confrontés à ceux obtenus à l'aide d'accéléromètres et d'un modèle numérique.

Abstract :

The latest advances in the field of imaging by high-speed cameras offer interesting prospects for vibrational analysis of structures. We present here the results of modal analysis obtained by measurements of the displacements field of a clamped-clamped beam excited by an impact. The modal analysis is carried out from the transverse displacement of the beam using a technique based on the continuous wavelet transform. Field measurements are performed using a digital image correlation method. The optimization of the different parameters involved in this method is discussed. The modal parameters obtained are compared with those obtained using accelerometers and a numerical model.

Mots clés : Vibrations, Analyse Modale, CIN, Poutre

1 Introduction

Les outils de métrologie actuels concernant la mesure des vibrations sont principalement basés sur l'utilisation d'accéléromètres ou de vibromètres laser. Cependant, afin d'obtenir une description des déformées modales suffisamment précise, il est nécessaire d'instrumenter la structure étudiée avec un nombre

important de capteurs. L'utilisation d'accéléromètres introduit un amortissement supplémentaire, en raison des câbles les reliant aux systèmes d'acquisition, mais également un ajout de masses additionnelles dus aux capteurs eux-mêmes. Les vibromètres laser nécessitent quant à eux des surfaces dont la direction de réflexion doit rester relativement invariante durant l'essai et indemne d'effet de bord, conditions qui sont difficiles à garantir dans certains cas. Pour réaliser des mesures de champs (de vitesse ou de déplacement), les vibromètres par balayage exigent de plus l'usage d'une excitation stationnaire périodique, ce qui est limitant.

Depuis une décennie, la Corrélation d'Images Numériques (CIN) est de plus en plus employée en mécanique des matériaux et des structures afin, notamment, de déterminer des champs de déformation en 2D comme en 3D. En effet, lorsque les conditions expérimentales sont optimales, il est possible d'obtenir des résolutions en déplacement inférieures au dixième voire au centième de pixel. Cette technique peut être mise en œuvre pour l'analyse de sollicitations dynamiques grâce à l'utilisation de caméras rapides. Toutefois, ces dernières sont souvent limitées en termes de résolution d'image, ce qui restreint la résolution spatiale de l'analyse et est pénalisant sur des structures élancées telles que celles rencontrées en génie civil. De nouvelles générations de caméras, présentant une grande variété de combinaisons de résolution d'image et de fréquence d'acquisition, permettent de repousser ces limites et constituent ainsi des alternatives potentielles aux systèmes classiques d'analyse modale.

Dans la littérature, quelques études récentes utilisent les techniques d'imageries rapides pour effectuer une analyse modale sur des éléments de structures [1, 2]. Beberniss et al. [3] étudient l'influence du mouchetis afin d'identifier lequel est le plus adapté au suivi des vibrations aléatoires. Néanmoins, ils ne prennent pas en compte la taille des motifs utilisés pour la CIN (ces derniers sont toujours de 15 pixels²). Or il existe une corrélation entre la taille des taches et celle des motifs. Les différents résultats obtenus sont comparés avec ceux obtenus à l'aide d'une jauge et d'un vibromètre laser. La mesure de champs par caméra n'est pas intrusive, comme peut l'être une instrumentation plus classique, et permet d'obtenir une mesure continue de l'objet étudié. Néanmoins, peu d'outils ont été développés afin d'utiliser cette richesse d'information, la plupart des auteurs comparant les champs de déplacement et les déformées modales obtenues avec les résultats de calculs aux éléments finis [4]. Afin d'accéder aux déplacements à l'aide de l'imagerie rapide, Chen et al [5] utilisent un procédé nommé «vidéo magnification». Néanmoins, les résultats obtenus sont relativement bruités et peu précis.

Il ressort de cette étude préliminaire que, malgré plusieurs inconvénients qui sont principalement la fréquence d'acquisition limitée pour les hautes résolutions et la précision de la mesure inférieure aux jauges de déformations, la CIN revêt plusieurs avantages dans le cas de l'analyse vibratoire. De plus, des caméras récentes permettent maintenant d'atteindre plusieurs milliers d'images par seconde à des résolutions relativement importantes (12 Mégapixels à 190 Hz par exemple).

Nous nous intéressons dans cette étude à la réponse vibratoire d'une poutre bi-encastree excitée par un choc. Dans un premier temps le dispositif expérimental mis en oeuvre afin de réaliser la CIN est décrit ainsi que le choix du mouchetis utilisé. Les mesures de champs obtenues par CIN à partir des images enregistrées et l'analyse modale qui en découle sont ensuite présentées. Les résultats sont comparés à un calcul aux éléments finis et à ceux obtenus à partir d'accéléromètres instrumentant la poutre. Enfin, les conclusions et perspectives à cette étude sont exposées.

2 Présentation du dispositif expérimental

L'objet d'étude choisi pour réaliser une analyse modale expérimentale par CIN est une poutre en aluminium bi-encastée de longueur $l = 0,505$ m, de largeur $b = 3,10^{-2}$ m et d'épaisseur $h = 6,10^{-3}$ m. Le module d'Young et la masse volumique de la poutre ont été déterminés expérimentalement et valent respectivement $E = 71,8$ GPa et $\rho = 2760$ kg.m⁻³. La poutre est sollicitée par un choc réalisé à l'aide d'un système type marteau d'impact instrumenté permettant de mesurer le signal d'excitation. La réponse vibratoire de la poutre est filmée à l'aide d'une caméra rapide JAI SP-12000M-CXP4 qui enregistre directement les images au sein de la RAM de l'ordinateur pilote. Cette dernière peut enregistrer jusqu'à 190 images par seconde à pleine résolution (4096×3072 pixels²). La résolution choisie a été adaptée à l'objet d'étude et vaut 4096×80 pixels². Avec cette résolution, le nombre d'images acquises par seconde (fps pour frame per second) peut aller jusqu'à 5439. Pour des valeurs du fps élevées, le temps d'ouverture pour la prise d'images est très court (quelques microsecondes). Il faut donc un éclairage suffisant pour que l'objet soit visible. Dans notre cas, un éclairage composé de quatre spots à leds pulsés est utilisé. Ce dernier est synchronisé avec la caméra à l'aide d'un boîtier externe. Pour la résolution d'images choisie, cet éclairage est limitant vis-à-vis des capacités de la caméra puisque la fréquence maximale de pulse atteignable est d'environ 4500 Hz. L'acquisition des images a donc été réalisée à une fréquence d'échantillonnage de 4505 Hz. Par ailleurs, dix accéléromètres ont été positionnés sur la poutre afin de comparer les résultats d'analyse modale obtenus par la CIN à ceux obtenus à l'aide de ces derniers. L'acquisition des données pour les accéléromètres et le capteur de force est réalisée à l'aide de matériels NI CompactDAQ (boîtier 9174 avec trois modules 9234). Pour ce système, la fréquence d'acquisition est fixée à 10240 Hz afin, d'une part, de vérifier la présence d'autres modes au delà de la plage de fréquences étudiée [0-4505] Hz et, d'autre part, de décrire au mieux le chargement. Le dispositif expérimental peut être observé sur la Figure 1.

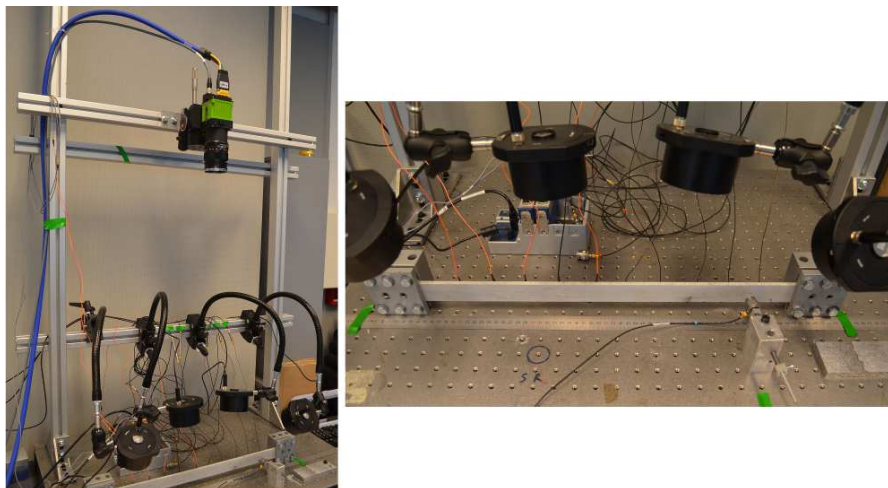


FIGURE 1 – Dispositif expérimental mis en oeuvre pour la CIN

La CIN consiste à déterminer la transformation qui convient le mieux entre une image de référence et une image déformée. Pour cela, il est nécessaire de réaliser un mouchetis. Ce dernier doit être une distribution aléatoire de taches. En effet, la zone d'intérêt est découpée en une multitude de motifs que l'on doit pouvoir différencier les uns des autres. La corrélation est réalisée à l'aide du logiciel CMV [6]. Plusieurs options sont disponibles au sein de ce logiciel. Parmi celles-ci, nous avons choisi une transformation rigide et une interpolation des niveaux de gris à l'aide de splines biquintiques. Afin de

déterminer la qualité de la corrélation d'images, nous avons réalisé trois types de mouchetis différents sur une pièce en aluminium : l'un avec une bombe de peinture, qui est la technique la plus utilisée, un autre avec un feutre à pointe fine et le dernier à l'aide d'une éponge. Ces trois exemples sont visibles sur les Figures 2(a) à 2(c).

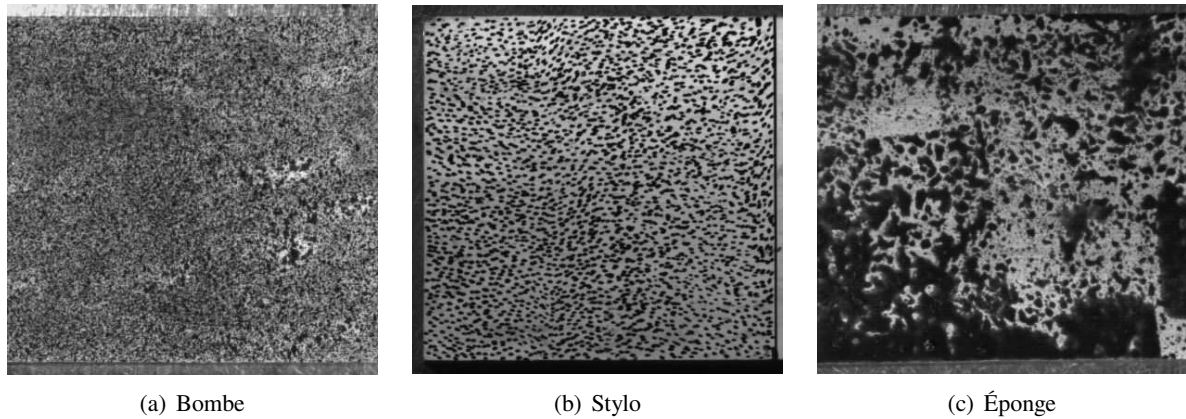


FIGURE 2 – Mouchetis expérimentaux réalisés sur une pièce en aluminium

Pour mesurer l'erreur et l'incertitude, un léger zoom est réalisé en avançant la caméra, montée sur une platine micrométrique, vers l'objet visé. Ainsi, la transformation apparente de l'échantillon est homogène et le déplacement mesuré en chaque point peut être comparé à celui attendu. Il est alors possible de déterminer l'erreur systémique (cf. Figures 3(a) à 3(c)) et l'incertitude de la mesure (cf. Figures 4(a) à 4(c)) [7].

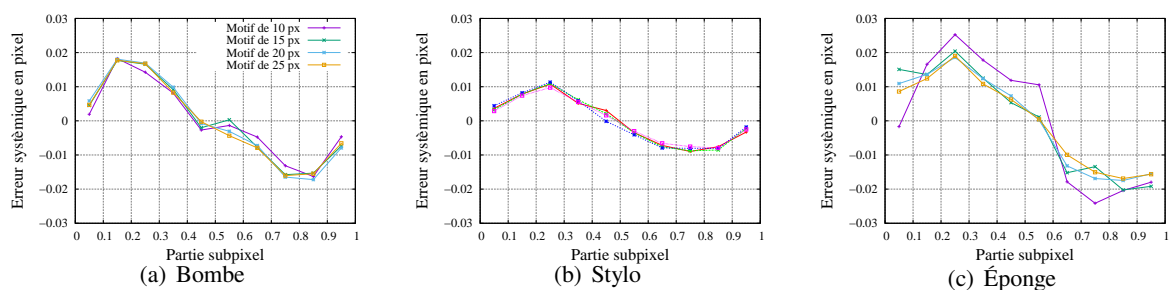


FIGURE 3 – Erreur obtenue pour une transformation homogène avec les mouchetis expérimentaux

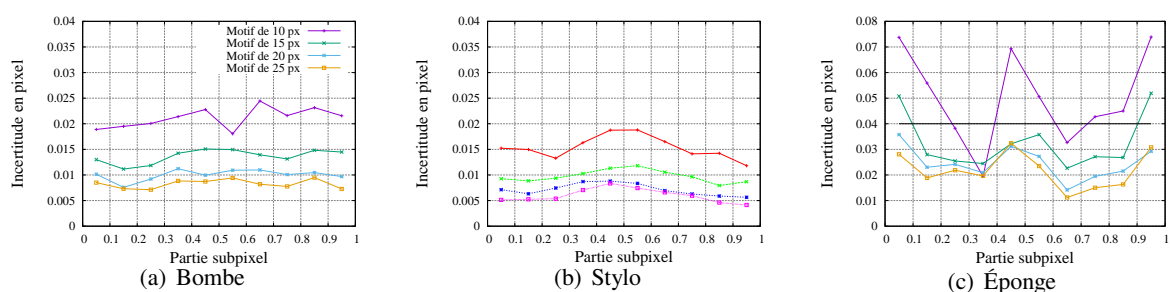


FIGURE 4 – Incertitude obtenue pour une transformation homogène avec les mouchetis expérimentaux

Nous constatons sur ces différents exemples que le mouchetis réalisé à l'aide du stylo est le plus profitable à notre configuration expérimentale. En effet, l'erreur systémique est toujours inférieure à 0,01 pixel dans ce cas, alors qu'elle est de l'ordre de 0,02 pixel au maximum dans le cas de la bombe et bien plus

importante avec l'éponge. Concernant l'incertitude, elle est comprise entre 0,005 et 0,01 pixel avec le stylo et les valeurs obtenues avec le mouchetis réalisé à la bombe sont légèrement supérieures. C'est donc ce dernier qui a été réalisé sur la poutre. Par ailleurs, comme attendu, l'incertitude baisse avec l'augmentation de la taille des motifs. Nous choisirons donc des motifs de 20 pixels² afin, d'une part, d'avoir une faible incertitude et, d'autre part, de pouvoir placer plusieurs éléments dans l'épaisseur de la poutre. Avec ce choix, la précision de la CIN est légèrement inférieure au centième de pixel. Étant donné que sur nos images le rapport mm/pixel est égal à 0,13, la précision est de 1,3 μm pour la mesure de champs.

3 Résultats et comparaison théorie-expérience

La zone d'intérêt, que représente la poutre, est décomposée en 900 motifs : 300 motifs dans la longueur sur 3 niveaux dans l'épaisseur. Dans le cas présent, nous avons donc plus de 30 fois plus de points à l'aide de la mesure de champs qu'avec les accéléromètres. Une prise de vue avec les cadres des motifs utilisés pour la CIN est présentée sur la Figure 5. En résumé, la CIN est réalisée à l'aide de motifs de taille de 20 pixels², en utilisant des splines biquintiques pour interpoler les niveaux de gris et en supposant des transformations rigides.

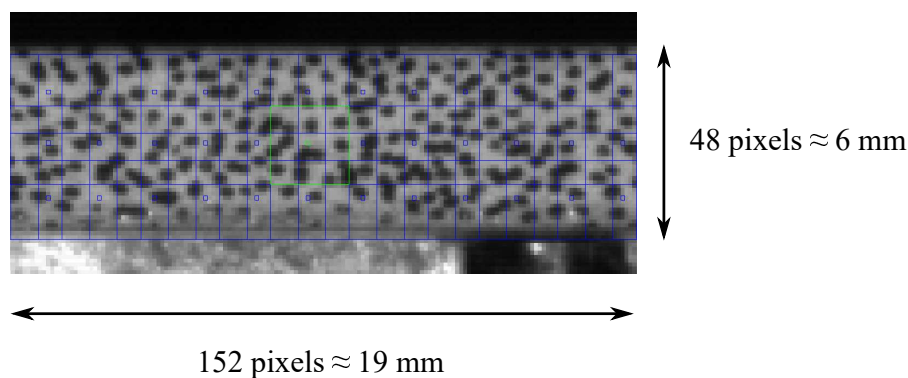


FIGURE 5 – Gros plan sur une image prise par la caméra

Le choc sur la poutre dû à l'excitation met en mouvement le bâti. Il y a donc un mouvement de solide rigide entre la caméra et la poutre filmée. Afin de prendre en compte ce mouvement, le déplacement des points aux appuis est soustrait à l'ensemble du champs de déplacement. Sur la Figure 6, la transformée de Fourier du point de l'axe neutre d'abscisse $x = 14,10$ cm est représentée. On remarque que six modes sont observables.

Sur la Figure 7, l'évolution temporelle du point considéré est tracée. Cette courbe est comparée avec celle obtenue avec un calcul aux éléments finis utilisant des éléments finis de poutre. Afin d'être au plus près des résultats expérimentaux, le module d'Young du modèle aux éléments finis est recalé de manière à faire correspondre la fréquence propre du premier mode. En prenant l'écart type du déplacement avant le choc, le bruit de la mesure en ce point est égal à $4,10^{-7}$ m, ce qui est de l'ordre de grandeur du bruit attendu.

L'intérêt de disposer de plusieurs motifs dans l'épaisseur de la poutre est d'être en mesure de déterminer la rotation locale en chaque section de la poutre. Ainsi, en chaque section j , la rotation est définie par :

$$\theta(j) = \arctan \left(\frac{U_x(1, j) - U_x(3, j)}{P_y(1, j) - P_y(3, j)} \right) \quad (1)$$

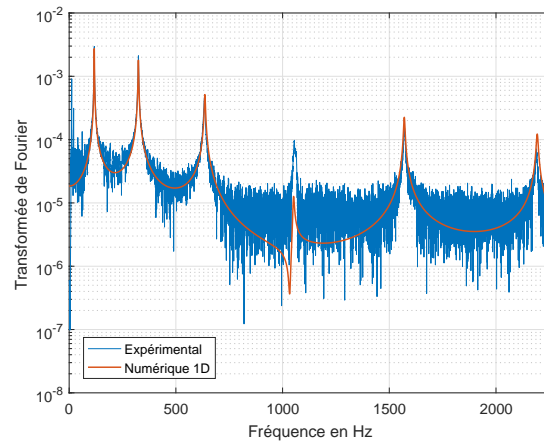
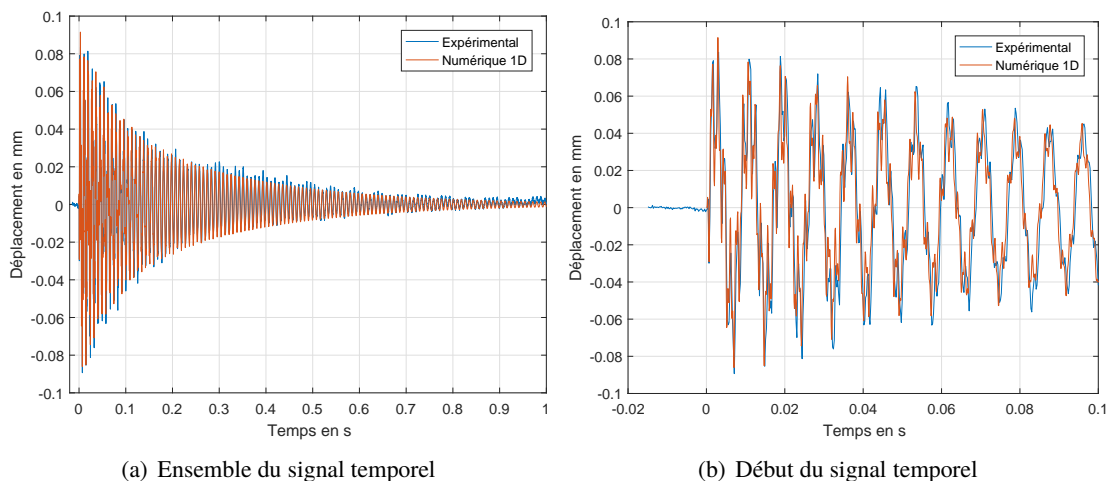


FIGURE 6 – Comparaison des transformées de Fourier numérique et expérimentale pour le point de l’axe neutre d’abscisse $x = 14, 10$ cm



(a) Ensemble du signal temporel

(b) Début du signal temporel

FIGURE 7 – Comparaison numérique/expérimental du déplacement transversal pour le point de l’axe neutre d’abscisse $x = 25, 25$ cm

où $U_x(i, j)$ est le déplacement axial et $P_y(i, j)$ la position transversale d’un motif situé à la $i^{\text{ème}}$ ligne et à la $j^{\text{ème}}$ colonne.

Cette approche peut être comparée à la dérivée spatiale du déplacement transversal afin de vérifier l’hypothèse de poutre d’Euler-Bernoulli. La Figure 8 montre les courbes obtenues par ces deux approches. Les courbes, bien que bruitées, sont similaires ce qui valide l’hypothèse. La courbe rouge est obtenue à partir de la courbe verte par lissage polynomial.

Afin d’obtenir les paramètres modaux de la poutre, une analyse modale est effectuée à l’aide d’une méthode fondée sur la transformée en ondelettes continues [8]. Les tableaux 1 et 2 regroupent respectivement les amortissements modaux moyens et les fréquences propres moyennes issus des mesures de l’ensemble des points à l’aide de la CIN pour dix essais.

Les Figures 9(a) à 9(f) représentent les déformées modales obtenues ainsi que la dispersion en chacun des points. Le sixième mode possède un bruit relatif plus important que les autres modes du fait de sa faible contribution au déplacement total. Le quatrième mode est quant à lui perturbé par un mode parasite, de la forme d’un premier mode. Cela peut s’observer au niveau des nœuds du mode qui sont

perturbés.

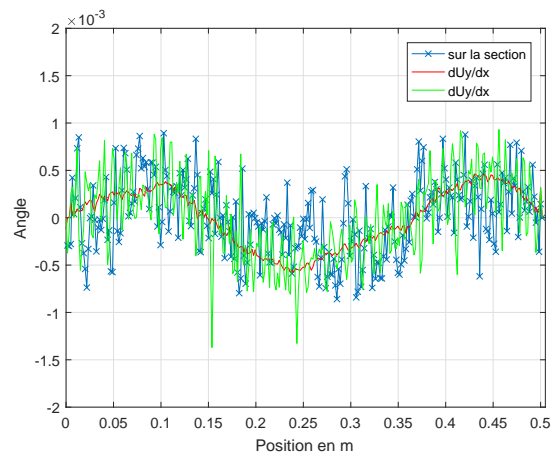


FIGURE 8 – Comparaison des rotations des sections de la poutre déterminées de deux manières différentes

	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5	Mode 6
Essai 1	0,47	0,38	0,38	0,30	0,19	0,17
Essai 2	0,46	0,37	0,39	0,31	0,20	0,18
Essai 3	0,39	0,37	0,39	0,31	0,20	0,18
Essai 4	0,36	0,24	0,32	0,25	0,16	0,15
Essai 5	0,36	0,34	0,36	0,29	0,19	0,17
Essai 6	0,42	0,38	0,38	0,30	0,20	0,18
Essai 7	0,46	0,37	0,36	0,29	0,19	0,18
Essai 8	0,49	0,37	0,38	0,30	0,20	0,18
Essai 9	0,58	0,37	0,38	0,29	0,19	0,18
Essai 10	0,52	0,36	0,37	0,29	0,19	0,18
Moyenne	0,44	0,36	0,37	0,29	0,19	0,17
Ecart-type	0,06	0,04	0,02	0,02	0,01	0,01

TABLE 1 – Amortissements modaux moyens obtenus pour différents essais à partir de la CIN

	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5	Mode 6
Essai 1	118,06	325,02	634,47	1055,73	1575,27	2192,88
Essai 2	117,78	324,34	634,17	1053,15	1574,96	2191,18
Essai 3	117,84	324,83	634,10	1052,69	1572,93	2196,07
Essai 4	117,90	324,75	635,16	1054,95	1574,14	2201,23
Essai 5	117,81	324,81	635,34	1053,68	1570,62	2189,44
Essai 6	117,61	325,10	633,80	1053,57	1571,66	2191,74
Essai 7	117,83	325,48	634,51	1053,27	1570,87	2192,60
Essai 8	117,68	324,40	634,12	1055,63	1570,58	2188,22
Essai 9	117,61	325,09	633,46	1056,22	1573,14	2188,00
Essai 10	117,52	324,95	633,18	1053,51	1570,78	2189,42
Moyenne	117,76	324,88	634,23	1054,24	1572,49	2192,08
Ecart-type	0,20	0,41	0,83	1,55	2,26	4,95

TABLE 2 – Fréquences propres moyennes obtenues pour différents essais à partir de la CIN

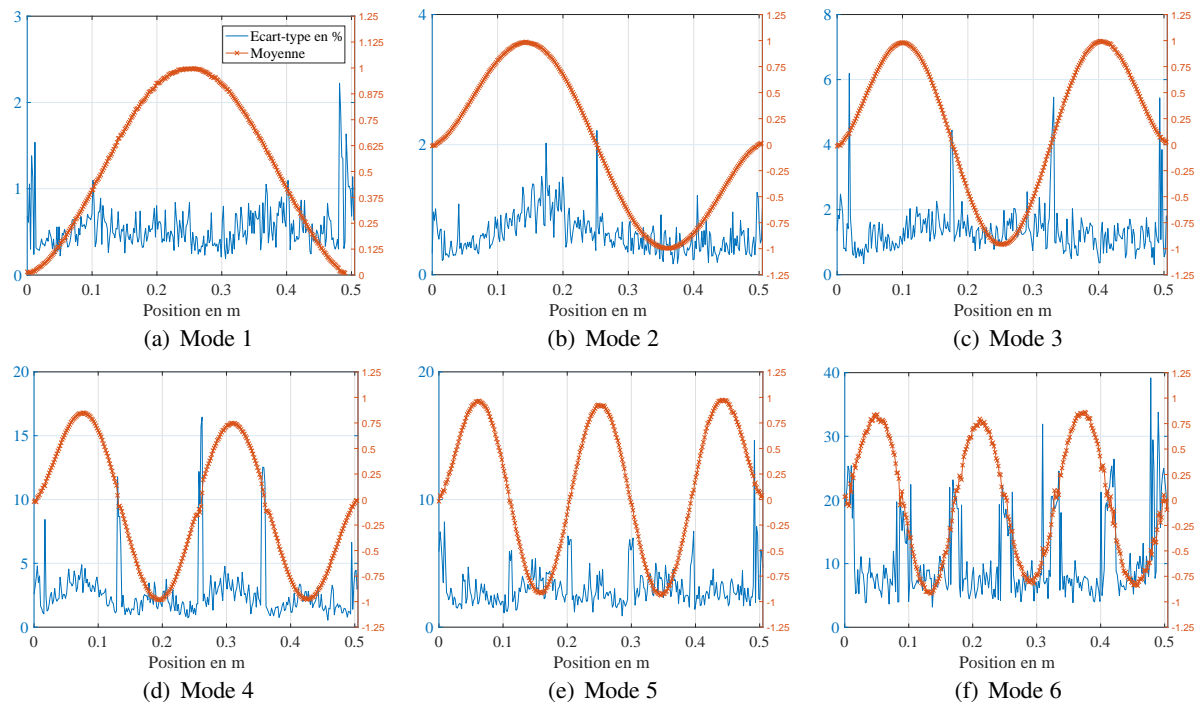


FIGURE 9 – Déformées modales obtenues à partir de la CIN

4 Comparaison avec les accéléromètres

Contrairement à la mesure de déplacement, la réponse fréquentielle d'un accéléromètre est plus importante pour les fréquences élevées, comme cela peut se voir sur la Figure 10 qui représente les transformées de Fourier obtenues avec la mesure d'un accéléromètre et la CIN au point de l'axe neutre d'abscisse $x = 14, 10$ cm. Comme pour la CIN, les tableaux 3 et 4 regroupent respectivement les amortissements modaux moyens et les fréquences propres moyennes issus des mesures des accéléromètres pour dix essais. Les déformées modales obtenues avec les accéléromètres et la CIN sont comparées avec les déformées modales théoriques de poutre sur les Figures 11(a) à 11(f). On remarque une bonne concordance de celles-ci. Le manque de points de discrétisation avec les accéléromètres ne permet pas d'obtenir une description aussi précise des déformées modales qu'avec l'imagerie. De plus, la masse de ces derniers ainsi que celle du câblage nécessaire perturbent légèrement le comportement de la poutre, dont la fréquence propre est alors légèrement inférieure avec l'instrumentation installée. Par contre, l'amortissement modal est fortement impacté et devient bien plus important. Le tableau 5 récapitule quelques points positifs ou négatifs des deux méthodes.

5 Conclusion et perspectives

Ces premières expériences ont permis de montrer la faisabilité d'une analyse modale à l'aide de la mesure de déplacement par CIN. La comparaison avec les résultats d'analyse modale issus de la mesure d'accéléromètres montre que les fréquences propres déterminées par la CIN sont très proches de celles obtenues avec les accéléromètres. Concernant la détermination de l'amortissement, il existe un écart maximal d'environ 5 % entre les deux moyens de mesure. Un des intérêts de la CIN est de fournir une description plus précise des déformées modales. Ceci peut donc s'avérer très utile pour les méthodes de détection d'endommagement utilisant les déformées modales et/ou leurs dérivées.

	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5	Mode 6
Essai 1	0,40	0,33	0,36	0,28	0,19	0,17
Essai 2	0,39	0,37	0,38	0,30	0,20	0,19
Essai 3	0,37	0,35	0,37	0,29	0,20	0,18
Essai 4	0,34	0,24	0,32	0,25	0,16	0,16
Essai 5	0,35	0,30	0,35	0,28	0,18	0,18
Essai 6	0,40	0,37	0,37	0,29	0,19	0,19
Essai 7	0,43	0,33	0,36	0,28	0,19	0,19
Essai 8	0,47	0,35	0,37	0,29	0,19	0,19
Essai 9	0,49	0,35	0,37	0,29	0,19	0,19
Essai 10	0,50	0,33	0,36	0,28	0,19	0,19
Moyenne	0,41	0,33	0,36	0,28	0,19	0,18
Ecart-type	0,07	0,05	0,02	0,02	0,01	0,01

TABLE 3 – Amortissement modaux moyens obtenus pour différents essais à partir des accéléromètres

	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5	Mode 6
Essai 1	118,12	325,17	634,76	1055,53	1572,57	2193,06
Essai 2	118,02	325,01	634,32	1054,89	1572,01	2191,75
Essai 3	117,93	324,84	634,21	1054,88	1571,97	2191,92
Essai 4	118,06	325,18	634,85	1056,11	1572,96	2193,89
Essai 5	117,93	324,81	634,37	1055,24	1572,26	2192,72
Essai 6	117,70	324,54	633,79	1054,45	1571,48	2191,33
Essai 7	117,94	324,87	634,32	1055,15	1572,20	2192,28
Essai 8	117,77	324,64	633,99	1054,70	1571,74	2191,59
Essai 9	117,68	324,50	633,80	1054,48	1571,53	2191,33
Essai 10	117,61	324,35	633,70	1054,48	1571,48	2191,42
Moyenne	117,88	324,79	634,21	1054,99	1572,02	2192,13
Ecart-type	0,21	0,35	0,49	0,65	0,60	1,05

TABLE 4 – Fréquences propres moyennes obtenues pour différents essais à partir des accéléromètres

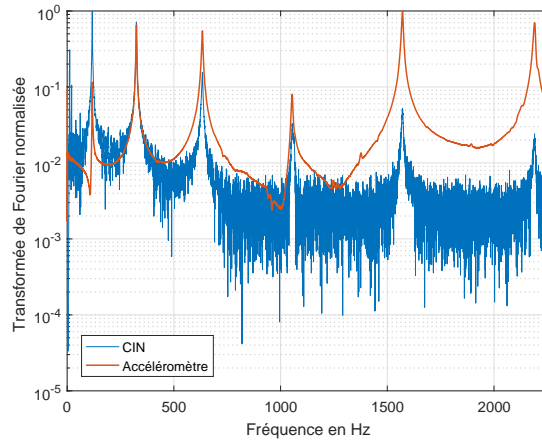


FIGURE 10 – Transformées de Fourier obtenues à l’aide d’un accéléromètre et de la CIN au point de l’axe neutre d’abscisse $x = 14,10$ cm

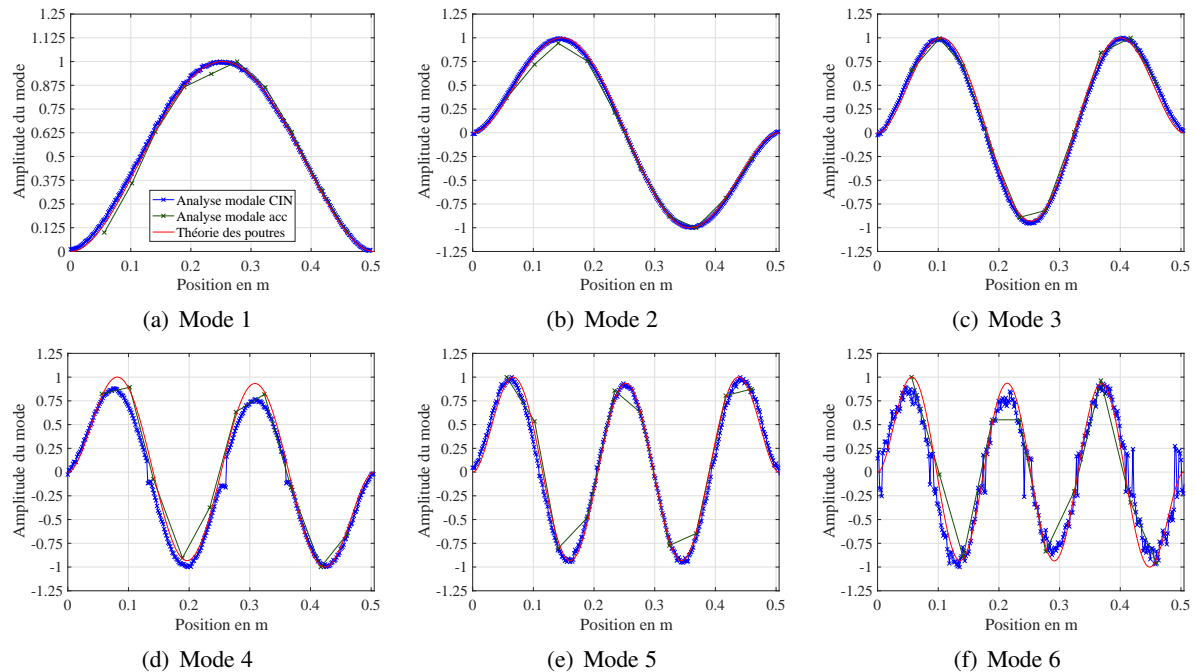


FIGURE 11 – Comparaison sur un essai des différentes déformées modales expérimentales obtenues à partir de la CIN et des accéléromètres avec les déformées modales théoriques

Paramètres	CIN		Accéléromètres	
Fréquence	Bonne description hormis aux nœuds	=	Bonne description	=
Amortissement	Forte disparité entre les points de mesure	-	Faible disparité entre les points de mesure	+
Forme du mode	Description des déformées précise	+	Manque de points de mesure	-
Impact sur la mesure	Pas intrusif	+	Assez intrusif	-

TABLE 5 – Comparatif entre la CIN et les accéléromètres

Remerciements

Ce travail a bénéficié d’une subvention du gouvernement français gérée par l’ANR dans le cadre des investissements du programme national pour le futur ANR-11-LABX-002-01.

Références

- [1] Timothy Beberniss and David A. Ehrhardt. High-speed 3d digital image correlation vibration measurement : Recent advancements and noted limitations. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 86, Part B :35 – 48, 2017.
- [2] Phillip L. Reu, Daniel P. Rohe, and Laura D. Jacobs. Comparison of {DIC} and {LDV} for practical vibration and modal measurements. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 86, Part B :2 – 16, 2017.
- [3] Timothy Beberniss, Michael Spottswood, and Thomas Eason. High-Speed Digital Image Correlation Measurements of Random Nonlinear Dynamic Response. In Tom Proulx, editor, *Experimental and Applied Mechanics, Volume 6*, Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series, pages 171–186. Springer New York, 2011.
- [4] Weizhuo Wang, John E. Mottershead, Thorsten Siebert, and Andrea Pipino. Frequency response functions of shape features from full-field vibration measurements using digital image correlation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 28 :333–347, 2012.
- [5] Justin G. Chen, Neal Wadhwa, Young-Jin Cha, Frédo Durand, William T. Freeman, and Oral Buyukozturk. Modal identification of simple structures with high-speed video using motion magnification. *Journal of Sound and Vibration*, 345 :58–71, 2015.
- [6] Michel Bornert. Évaluation métrologique d’algorithmes de corrélation d’images numériques. *18ème Congrès Français de Mécanique (Grenoble 2007)*, 2007.
- [7] D. Yang, M. Bornert, H. Gharbi, P. Valli, and L.L. Wang. Optimized optical setup for DIC in rock mechanics. 6 :22019.
- [8] Thien-Phu Le and Pierre Argoul. Continuous wavelet transform for modal identification using free decay response. *Journal of Sound and Vibration*, 277(1–2) :73 – 100, 2004.