

# Etude numérique paramétrique de la localisation de la déformation lors d'essais de traction

M. MAZIERE<sup>a</sup>

MINES ParisTech, PSL Research University, MAT- Centre des matériaux, CNRS UMR 7633, BP 87  
91003 Evry, France  
maziere@mat.ensmp.fr

## Résumé :

*Une étude paramétrique de la localisation de la déformation lors de la simulation par éléments finis d'essais de traction est présentée ici afin d'analyser l'influence de différents paramètres numériques et matériaux sur la courbe de réponse globale et sur les propriétés géométriques (angle, taille, intensité,...) de la localisation.*

## Abstract :

*A parametric study of strain localisation during finite element simulations of tensile test is presented in this work in order to investigate the influence of numerical and material parameters on the global stress/strain curve and on the geometric properties of localisation.*

## Localisation ; Striction ; Elasto-plasticité ; Alliages métalliques

### 1 Introduction

La plupart des alliages métalliques anciens ou plus récents présentent sur leur courbe de traction une longue partie adoucissante. Ce domaine adoucissant s'accompagne d'une concentration de la déformation sous forme d'une striction diffuse pour les éprouvettes de traction cylindriques ou sous forme d'une ou plusieurs bandes de localisation pour les éprouvettes de traction plates. Pour un certain nombre d'alliages métalliques cette partie adoucissante s'accompagne du développement d'un endommagement ductile caractérisé par la nucléation, la croissance, et la coalescence de porosités au sein de la zone de striction. Ce type de comportement peut être modélisé à l'aide d'un modèle couplant plasticité et rupture ductile de type Gurson. Au contraire pour d'autres alliages dont la rupture est pourtant ductile, l'analyse après rupture par coupe et fractographie montre la quasi absence d'endommagement sous la surface, ce qui rend inutile dans ce cas l'utilisation de modèles couplé avancé de ce type. Il est possible de simuler de manière simple l'ensemble de la courbe de traction à l'aide d'une loi d'écrouissage adaptée et d'un modèle en grande déformation, la décroissance de la courbe nominale étant apportée par l'adoucissement géométrique. La rupture finale de l'éprouvette est alors décrite à l'aide d'un critère utilisable de manière découplé avec le calcul éléments finis. Cependant l'identification de la loi d'écrouissage dans la partie adoucissante est beaucoup plus complexe que dans la partie durcissante de la courbe de traction pour plusieurs raisons liées à la non-uniformité de la déformation dans l'éprouvette :

1. la mesure de déformation expérimentale est affectée par la position et le type d'extensomètre utilisé.
2. l'identification doit être réalisée sur un calcul par éléments finis de l'éprouvette entière et par méthode inverse et non sur un point matériel comme pour le reste de la courbe
3. les paramètres du calculs (taille de maille, pas de temps, précision,...) peuvent affecter la courbe simulée et donc le résultat de l'identification
4. la courbe simulée est affecté par certains choix dans le modèle de comportement (isotrope/cinématique, von Mises/Tresca, Anisotropie, Viscosité ...) qui sont par contre relativement transparents pour la partie pré-striction

Une étude paramétrique étendue est présentée ici afin d'analyser l'influence de ces différents paramètres sur la courbe de réponse globale et sur les propriétés géométrique (angle, taille, intensité,...) de la localisation. Les calculs sont réalisés à l'aide d'un code par élément fini implicite et en prenant pour modèle matériau de référence un acier ferritique C-Mn déjà étudié pour des problèmes de localisation en cisaillement [1]. On présente dans un premier temps les lois de comportement utilisées. Puis l'étude paramétrique est détaillé sur des éprouvettes cylindriques (section 3) puis sur des éprouvettes plates (section 4).

## 2 Lois de comportement utilisées

Un modèle de comportement isotrope elasto-plastique en grandes transformations est utilisé dans cette étude.

Des mesures invariantes de contraintes et de déformation  $\underline{\sigma}$  et  $\underline{\dot{\varepsilon}}$  sont définies par le transport du tenseur des contraintes de Cauchy  $\underline{T}$  et du tenseur des vitesses de déformation  $\underline{D}$  dans le repère F caractérisé par la rotation  $\underline{Q}(\underline{x}, t)$ . Ce changement de référentiel s'écrit en chaque point matériel :

$$\begin{cases} \underline{\sigma} = \underline{Q} \cdot \underline{T} \cdot \underline{Q}^T \\ \underline{\dot{\varepsilon}} = \underline{Q} \cdot \underline{D} \cdot \underline{Q}^T \\ \underline{Q} \text{ tel que } \underline{\dot{Q}} \cdot \underline{Q} = \underline{\Omega} \text{ (corotationnel)} \end{cases} \quad (1)$$

où  $\underline{\Omega}$  est la partie anti-symétrique du gradient des vitesses  $\underline{L}$ , et  $\underline{D}$  sa partie symétrique [3].

Le tenseur des déformation est la somme d'une partie élastique et d'une partie plastique, l'évolution de cette dernière étant définie par la fonction de plasticité  $f(\underline{\sigma}, \underline{X}, p)$  :

$$\underline{\dot{\varepsilon}} = \underline{\dot{\varepsilon}}_e + \underline{\dot{\varepsilon}}_p \quad (2)$$

$$\underline{\sigma} = \underline{E} : \underline{\varepsilon}_e \quad (3)$$

$$f(\underline{\sigma}, \underline{X}, p) = \sigma_{eq}(\underline{\sigma} - \underline{X}) - R(p) \quad (4)$$

$$\underline{\dot{\varepsilon}}_p = \dot{p} \underline{n} \quad (5)$$

$$\underline{n} = \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} = \frac{3}{2} \frac{\underline{s}}{\sigma_{eq}} \quad (6)$$

avec  $p$  la déformation plastique cumulée,  $\underline{s}$  la partie déviatorique du tenseur des contraintes  $\underline{\sigma}$ , et  $\dot{p}$  défini par la condition de charge plastique ( $f = 0$  et  $\dot{f} = 0$ ).

Le modèle est ici présenté sous sa forme la plus générale incluant un écrouissage isotrope défini par la fonction  $R(p)$ ,

$$R(p) = R_0 + Q(1 - \exp(-bp)) \quad (7)$$

et un écrouissage cinématique caractérisé par la variable tensorielle  $\underline{\underline{X}}$  dont la loi d'évolution est donnée ci-dessous :

$$\dot{\underline{\underline{X}}} = \left( \frac{2}{3} C \underline{\underline{n}} - D \underline{\underline{X}} \right) \dot{p} \quad (8)$$

Enfin la contrainte équivalente présente dans la fonction de plasticité est celle proposé par Hosford [4] sous la forme suivante :

$$\sigma_{eq} = \left[ \frac{(\sigma_I - \sigma_{II})^m + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^m + (\sigma_I - \sigma_{III})^m}{2} \right]^{1/m} \quad (9)$$

où  $\sigma_I > \sigma_{II} > \sigma_{III}$  sont les trois contraintes principales.

Le paramètre  $m$  dans cette fonction permet de définir soit la contrainte équivalente de von Mises ( $m = 2$  ou  $m = 4$ ), celle de Tresca ( $m = 1$  ou  $m = \infty$ ), ou une fonction intermédiaire.

Trois différents jeux de paramètres ont été utilisés dans cette étude afin de jouer sur l'écrouissage (isotrope ou cinématique) et la surface de plasticité (von Mises ou quasi-Tresca). Ces 3 jeux de paramètres présentés dans la table 1 et illustrés par la figure 1 ont été fixés de manière à donner dans les 3 cas la même réponse pour un point matériel soumis à une sollicitation de traction simple.

	$E$ (GPa)	$\nu$	$R_0$ (MPa)	$Q$ (MPa)	$b$	$C$ (MPa)	$D$	$m$
ISO/MISES	220	0.3	240.	311.	35.	0.	0.	4.
KINE/MISES	220	0.3	240.	0.	0.	10885.	35.	4.
ISO/TRESCA	220	0.3	240.	311.	35.	0.	0.	80.

TABLE 1 – Valeur des paramètres matériaux utilisés pour les 3 comportements étudiés.

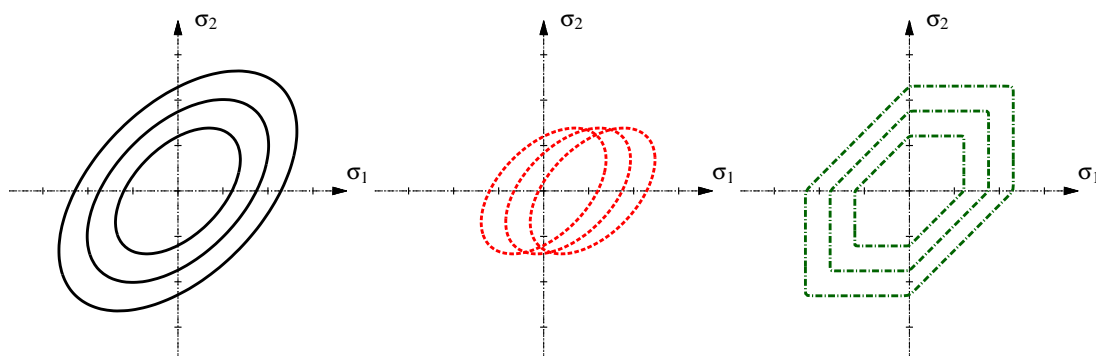


FIGURE 1 – Evolution de la surface de plasticité pour les 3 comportements étudiés à savoir respectivement ISO/MISES, KINE/MISES, et ISO/TRESCA.

### 3 Eprouvettes cylindriques

Cinq maillages différents ont été utilisés pour l'étude effectuée sur les éprouvettes cylindriques : 4 maillages 2D axisymétriques avec respectivement 5, 10, 20, 40 éléments dans le rayon, et 1 maillage 3D complet avec 10 éléments dans le rayon. Tous les calculs ont été effectués avec des éléments quadratiques à intégration réduite. Les résultats en terme de courbes contrainte/déformation nominales sont présentés sur la figure 2.

Sur la figure 2(a) on peut constater que le nombre d'éléments n'a absolument aucune influence sur la courbe de traction que ce soit dans le domaine élastique, dans le domaine plastique durcissant, ou dans le domaine plastique adoucissant. C'est également le cas lorsque l'on compare les simulations en 2D axisymétrique et 3D comme sur la figure 2(b).

L'influence du type d'érouissage est également très faible – cf. figure 2(c) – au contraire du choix de la contrainte équivalente qui modifie la courbe de traction au-delà du maximum – cf. figure 2(d). Ce dernier résultat peut être expliqué par le fait que la striction qui apparaît après le maximum de la courbe de traction induit un état de contrainte multiaxial. Par conséquent les 2 surfaces de charge (von Mises et Tresca) ne sont plus coïncidentes comme en traction simple, en l'occurrence Tresca se trouve à l'intérieur de von Mises pour un même niveau de déformation plastique, ce qui donne une courbe de traction plus basse.

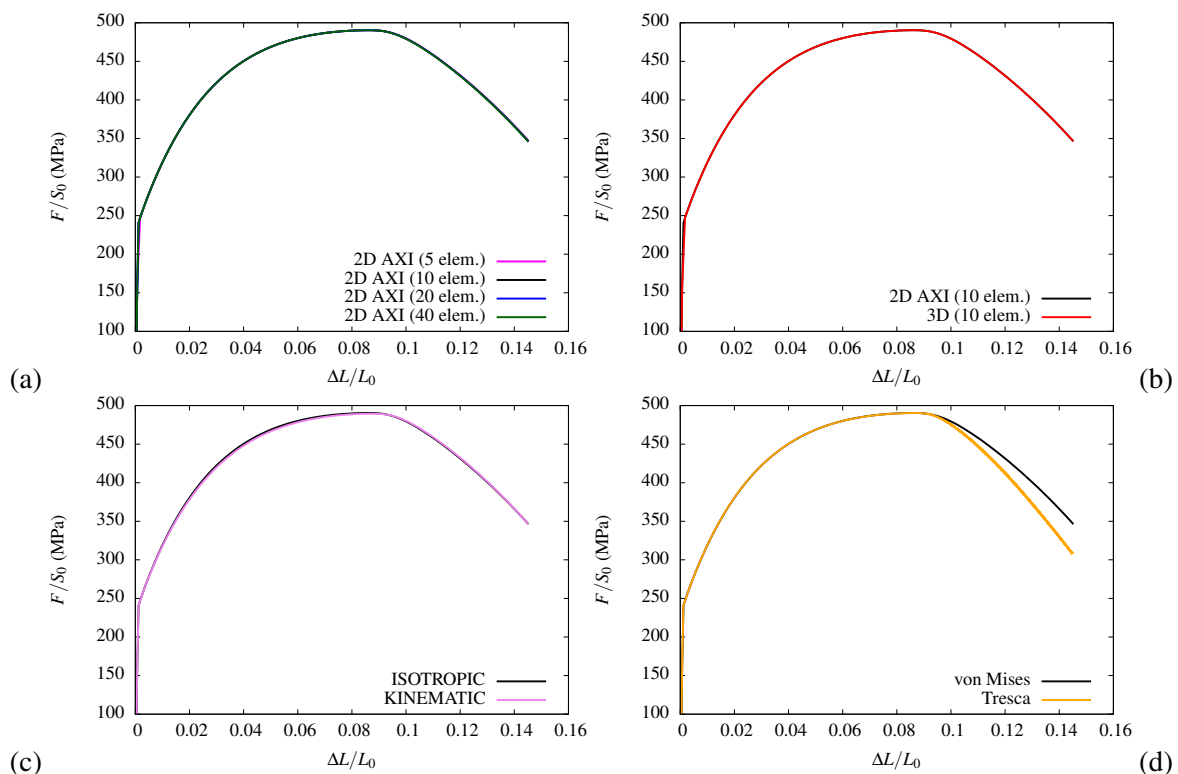


FIGURE 2 – Courbes de traction numériques pour les éprouvettes de traction cylindriques. (a) effet de la taille de maille en 2D axisymétrique. (b) comparaison 2D/3D. (c) comparaison entre érouissage isotrope et cinématique. (d) comparaison entre von Mises et Tresca.

On peut aussi remarquer sur les cartes de déformation de ces 2 dernières simulations (von Mises et Tresca) présentées figure 3 que la forme de la striction est impactée par le choix de la contrainte équivalente. En l'occurrence le mode de striction avec Tresca semble plus localisé qu'avec von Mises pour

un même niveau de déformation totale.

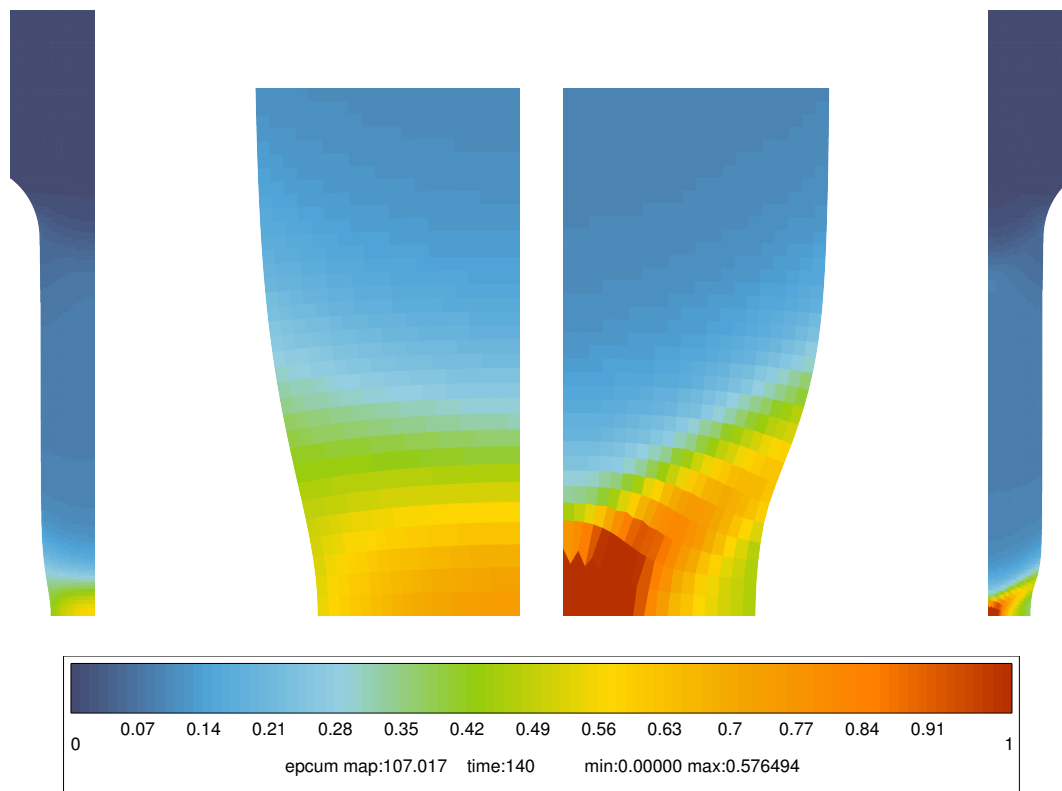


FIGURE 3 – Cartes de déformation plastique cumulée pour les simulations 2D axisymétriques effectuées avec les critères de von Mises (à gauche) et de Tresca (à droite).

## 4 Eprouvettes plates

Dans le cas des éprouvettes plates, la dépendance de la courbe de traction numérique aux différents paramètres est beaucoup plus marquée. Les simulations ont été réalisées sur 4 maillages 2D en contrainte plane avec 12, 24, 48, et 96 éléments dans la largeur, et sur 6 maillages 3D différents en jouant sur l'épaisseur de l'éprouvette (0.5, 1, 2, et 6 mm pour une largeur de 6 mm), et sur le nombre d'éléments dans l'épaisseur (1,2, et 4). La simulation de référence pour étudier l'effet de la loi de comportement est réalisée sur un maillage 3D d'une éprouvette de section 0.5x6 mm avec 2x12 éléments.

Les différentes courbes de traction obtenues sont présentées sur la figure 4. Sur la courbe 4(a) on remarque que la taille de maille affecte fortement la courbe de traction dans la partie post-striction. Ceci est dû au fait que la striction est dans ce cas localisée dans environ 1.5 rangée d'éléments. Plus les éléments sont fins, plus la bande de localisation est donc fine, et plus la courbe chute de manière abrupte.

Cet effet de localisation extrême est moins marqué en 3D (cf. figure 4(b)) en raison de la compatibilité des déformations qui doit être respecté dans l'épaisseur, y compris pour une épaisseur relativement fine (0.5 mm pour une largeur de 6 mm). Pour une taille d'élément identique on remarque ainsi que la courbe 3D est au dessus de celle en 2D contraintes planes. Les autres résultats présentés ensuite sont tous obtenus à partir de calculs en 3D.

Pour les calculs en 3D, le nombre d'élément dans l'épaisseur a une influence assez limité sur la courbe de traction, du moins à partir de 2 éléments (cf. figure 4(c)). Au contraire l'épaisseur, ou plutôt le rapport

épaisseur/largeur impacte directement la forme de la localisation et la courbe de traction correspondante. Comme on peut le voir sur la figure 4(d), plus l'éprouvette est épaisse, plus le mode de localisation est diffus et donc plus la courbe de traction est haute dans la partie post-striction.

Sur la courbe 4(e) on peut voir un effet non discuté jusqu'ici à savoir l'influence du type de condition aux limites imposée sur la partie haute de l'éprouvette. Toutes les simulations présentées dans ce travail ont été effectuées en bloquant suivant 3 directions la tête inférieure des éprouvettes. La tête supérieure est elle déplacée à vitesse constante suivant l'axe principal de l'éprouvette, les 2 autres directions restant libres. Si l'on bloque ces 2 autres directions notamment la direction latérale (courbe FIXED BC), on retarde légèrement la localisation mais au final la différence avec des conditions libres (FREE BC) reste minime car la rotation des têtes permet d'accommoder le mode de localisation asymétrique préférentiel.

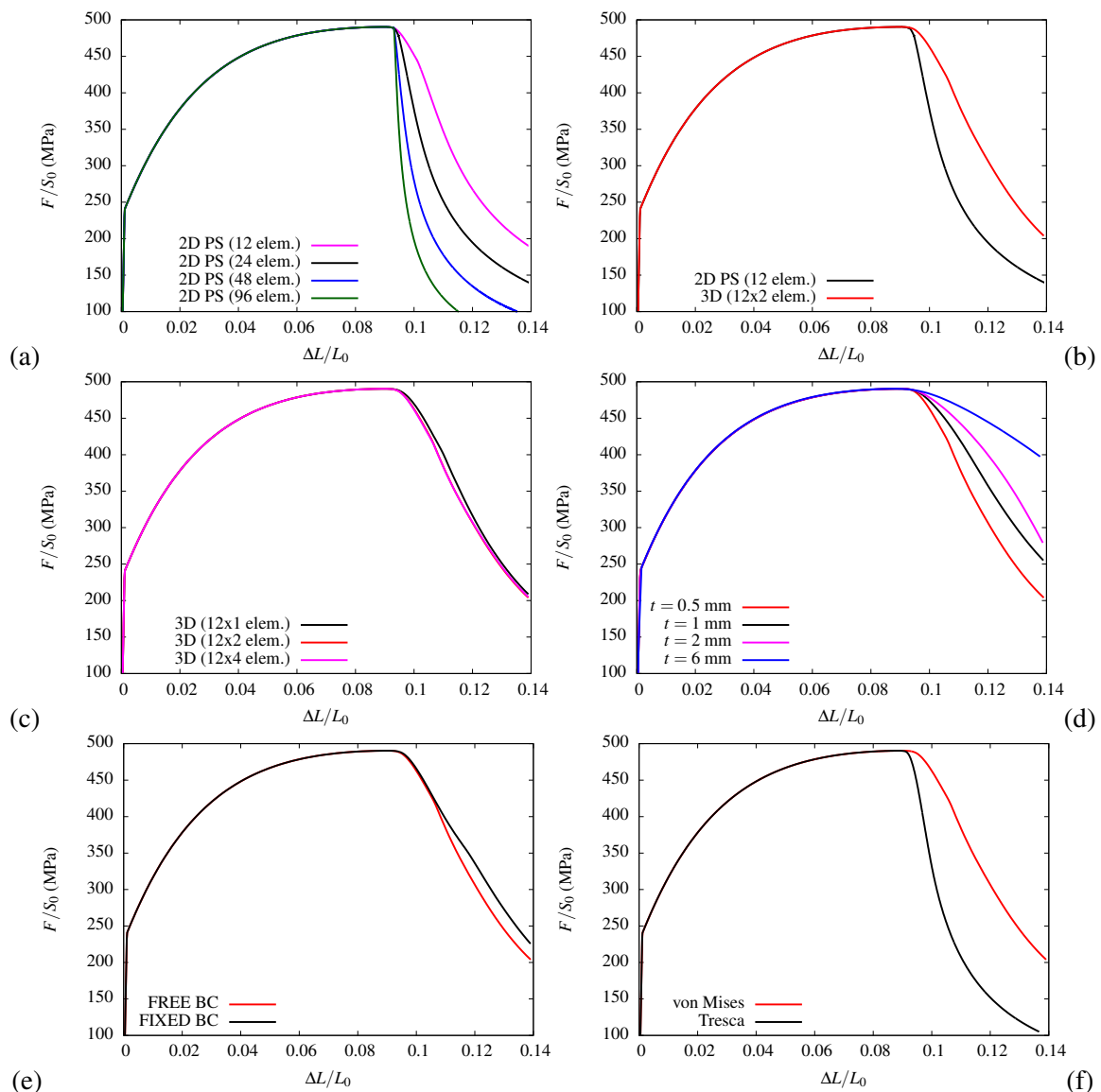


FIGURE 4 – Courbes de traction numériques pour les éprouvettes de traction plates. (a) effet de la taille de maille en 2D contrainte plane. (b) comparaison 2D/3D. (c) influence du nombre d'éléments dans l'épaisseur. (d) influence de l'épaisseur des éprouvettes. (e) influence des conditions aux limites. (f) comparaison entre von Mises et Tresca.

Sur la dernière courbe (f) de la figure 4 on compare les résultats pour des simulations en 3D effectuées

avec le critère de plasticité de von Mises et celui de Tresca (ou plutôt quasi-Tresca). On remarque une différence encore plus marquée que dans le cas des éprouvettes cylindriques. Les modes de localisation sont également très différents comme on peut le voir sur les cartes de déformation plastique cumulée de la figure 5. Le mode associé à von Mises montre une bande inclinée à environ  $54^\circ$  dans la largeur, et à plat dans l'épaisseur de l'éprouvette. Le mode associé à Tresca montre une bande plate dans la largeur et inclinée à  $45^\circ$  dans l'épaisseur. Il faut noter que des simulations supplémentaires utilisant des maillages très fins ont été réalisées pour capturer correctement cet effet.

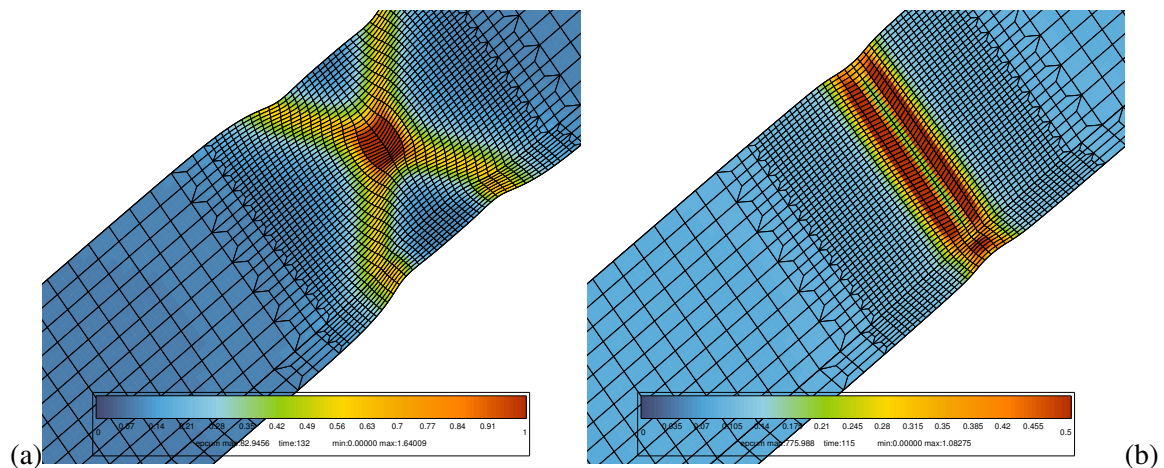


FIGURE 5 – Cartes de déformation plastique cumulé pour les simulations 3D sur éprouvettes plates effectuées avec les critères de von Mises (à gauche) et de Tresca (à droite).

## 5 Conclusion

Dans le cas des éprouvettes cylindriques, à l'exception de l'effet de la contrainte équivalente choisie (von Mises ou Tresca), on note une quasi-unicité de la courbe de traction qui peut donc être utilisée pour une identification par méthode inverse de la loi de comportement  $y$  compris dans le domaine post-striction.

Dans le cas des éprouvettes plates le problème est plus complexe et voici les principales conclusions :

1. Les simulations en 2D contraintes plane grandes déformations ne respectent pas la compatibilité des déformations dans la troisième direction et sont donc à éviter pour les problèmes de localisation.
2. Lorsque le rapport largeur sur épaisseur augmente, le mode de striction est de plus en plus localisé.
3. La condition aux limites sur le déplacement latéral de la tête supérieure a un effet limité sur la courbe de traction et le mode de localisation.
4. La contrainte équivalente retenue a une forte influence sur la courbe de traction et le mode de localisation.

Les résultats numériques obtenus notamment pour les effets de la géométrie des éprouvettes, pourront être comparés dans le futur à certains travaux expérimentaux similaires analysant par corrélation d'image la cinématique des bandes de localisation dans des alliages métalliques [2].

## Références

- [1] Experimental and numerical analysis of the Lüders phenomenon in simple shear By : M. Mazière, C. Luis, A. Marais, S. Forest, M. Gaspérini, International Journal of Solids and Structures, Volumes 106–107, Pages 305–314, 2017
- [2] A Closer Look at the Diffuse and Localised Necking of A Metallic Thin Sheet : Evolution of the Two Bands Pattern By : Bao, C. ; Francois, M. ; Le Joncour, L., STRAIN Volume 52, Issue 3, Pages 244–260, 2016
- [3] Non Linear Mechanics of Materials By : Besson, J., Cailletaud, G., Chaboche, J.L., Forest, S. Springer, 2009
- [4] A generalized isotropic yield criterion By : Hosford, W. J. Applied Mech. Volume 39, pages 607–609, 1972