

# Stries optimales et réduction des instationnarités dans un sillage tridimensionnel

M. MARANT<sup>a</sup>, C. COSSU<sup>a</sup>, G. PUJALS<sup>b</sup>

a. Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT) - CNRS : UMR5502, Institut National Polytechnique de Toulouse - INPT, Université Paul Sabatier-Toulouse III - UPS

Allée du Professeur Camille Soula, 31400 Toulouse, France

b. PSA Peugeot Citroën, Centre Technique de Velizy

2 Route de Gisy, 78943 Vélizy-Villacoublay Cedex, France

## Résumé :

*On calcule la distribution optimale azimutale périodique d'aspiration et de soufflage radiaux à la paroi latérale d'un corps épais axisymétrique à culot droit qui maximise la croissance d'énergie dans le sillage en utilisant la méthode utilisée récemment par Del Guercio, Cossu & Pujals (J. Fluid Mech. 2014) qui s'affranchit de la nécessité d'un code adjoint. L'aspiration et le soufflage optimaux entraînent la formation de tourbillons quasi-longitudinaux qui induisent l'amplification de stries longitudinales dans le sillage par effet lift-up (à l'exception du mode  $m = 0$  qui amplifie les perturbations axisymétriques). On remarque que la forme azimutale de la distribution optimale est très similaire pour tous les modes  $m \geq 2$  considérés. Lorsqu'elles sont forcées à amplitude finie, les stries longitudinales ont un effet stabilisant sur le lâcher tourbillonnaire instationnaire dans le sillage, à l'exception du mode  $m = 1$  qui est déstabilisant. On montre que les modes  $m \geq 2$ , forcés avec un flux de masse nul, peuvent considérablement réduire l'amplitude de la force de portance instationnaire exercée sur le corps. Lorsqu'elles sont associées avec un soufflage au culot de faible amplitude, ces perturbations peuvent complètement supprimer l'instationnarité du sillage.*

## Abstract :

*We compute the optimal perturbations of azimuthal wavenumber  $m$  which maximize the spatial energy growth in the wake of a blunt-based axisymmetric bluff-body. Optimal perturbations with  $m \neq 0$  lead to the amplification of streamwise streaks in the wake. When forced with finite amplitude  $m \neq 1$  optimal perturbations have a stabilizing effect on large-scale unsteady vortex shedding in the wake. We show that  $m \geq 2$  modes, which are forced with zero mass flux, can significantly reduce the amplitude of the unsteady lift force exerted on the body. When combined with low levels of base bleed these perturbations can completely suppress the unsteadiness in the wake with reduced levels of mass injection in the flow.*

**Mots clefs : Sillage 3D, instabilités, contrôle, perturbations optimales**

# 1 Introduction

Des perturbations tridimensionnelles adaptées appliquées à des écoulements de base bidimensionnels sont connues pour être capables de réduire et même de supprimer le lâcher tourbillonnaire dans le sillage des corps épais (voir [13, 1] et [3] pour une revue). Il a été montré récemment que cette stabilisation est associée à la disparition de l'instabilité absolue locale dans le sillage [10, 9] menant à la stabilisation du mode global associé [7, 8].

Dans le cas du contrôle 3D de sillages 2D, le rôle des perturbations stabilisantes est essentiellement de forcer des perturbations périodiques et transverses de la vitesse longitudinale. Dans la littérature traitant des écoulement cisailés en proche paroi, ces perturbations périodiques et transverses de la vitesse longitudinale sont désignées comme "stries longitudinales" et elles sont connues pour être très efficacement forcées par des tourbillons longitudinaux grâce à l'effet *lift-up* (voir [13,3] pour une revue). La forme du forçage optimal permettant une amplification maximale des stries peut être calculée grâce à des techniques d'optimisation standards et est associée à de grandes amplifications d'énergie de forçage dont la valeur maximale augmente avec le nombre de Reynolds. Une telle optimisation a été récemment appliquée à des modèles de sillage parallèle et non-parallèle [9, 7] et au sillage d'un cylindre circulaire [8] montrant que l'efficacité du contrôle 3D des sillages 2D peut être grandement améliorée en forçant les stries de façon optimale. Dans le cas du sillage 2D du cylindre, il a été montré que les longueurs d'onde transverses optimales donnant les stries les plus amplifiées dans le sillage coïncident presque avec celles qui sont les plus efficaces à supprimer le lâcher tourbillonnaire [8].

Alors que d'importants progrès ont été réalisés dans le cas du contrôle 3D de sillages 2D nominaux, ce n'est pas le cas des sillages tridimensionnels qui sont les plus pertinents pour de nombreuses applications (voir [4] pour une discussion sur cette thématique dans le contexte de l'aérodynamique des véhicules poids lourds). L'angle de cette étude est ainsi de tester l'efficacité d'une extension de l'approche utilisée pour les sillages 2D aux sillages 3D. On choisit comme cadre d'étude le sillage d'un corps épais axisymétrique à culot droit avec un nez ellipsoïdal dont la stabilité globale a été étudiée précédemment [2]. Pour cette configuration il a été trouvé que la séquence d'instabilités globales se développant dans le sillage est similaire à celle observée pour une sphère et pour d'autres sillages axisymétriques avec une première instabilité stationnaire du sillage axisymétrique qui brise la symétrie axiale en donnant naissance à une force de portance stationnaire et non nulle. Cet état primaire subit ensuite une instabilité (secondaire) conduisant à l'instationnarité du sillage et à une force de portance instationnaire sur le corps. Il a aussi été montré que, pour la configuration considéré, ces instabilités globales peuvent être stabilisées par soufflage au culot [2]. Notre approche, de façon similaire à de précédentes études [5, 6, 11, 14, 9, 7, 8], consiste d'abord à calculer les perturbations optimales périodiques azimutales ("transverses") stationnaires permettant une croissance maximale des stries dans le sillage puis à étudier leur effet stabilisant sur l'instationnarité du sillage. On prévoit que les perturbations optimales  $m \neq 1$  aient un effet stabilisant sur les instabilités globales.

La formulation mathématique du problème est introduite dans §2. Les amplifications optimales d'énergie calculées et les perturbations associées ainsi que l'analyse de leur effet stabilisant sont présentées dans §3. Ces résultats sont approfondis dans §4 où quelques conclusions sont dressées.

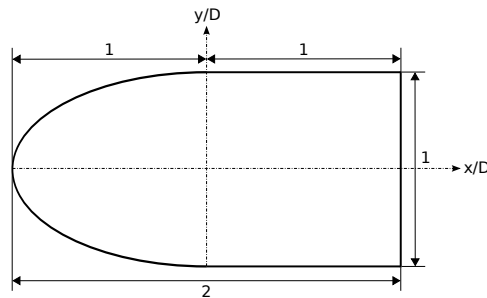


FIGURE 1 – Section longitudinale d'un corps axisymétrique à culot droit cylindrique de diamètre  $D$  dont l'axe  $x$  est parallèle à la vitesse de l'écoulement incident. Le nez du cylindre est un demi-ellipsoïde de section circulaire (diamètre  $D$ ) et de demi-axe longitudinal de longueur  $D$  s'étendant de  $x/D = -1$  à  $x/D = 0$ . Le corps tubulaire a un diamètre  $D$  et s'étend de  $x/D = 0$  à  $x/D = 1$ .

## 2 Formulation du problème

On considère l'écoulement d'un fluide incompressible réel de densité  $\rho$  et de viscosité cinématique  $\nu$  autour d'un corps axisymétrique à culot droit cylindrique de diamètre  $D$  et de longueur totale  $L = 2D$  dont l'axe est parallèle à la vitesse de l'écoulement incident  $U_\infty \mathbf{e}_x$  (où  $\mathbf{e}_x$  est le vecteur unitaire orienté parallèlement à l'axe  $x$  du cylindre). Le nez du cylindre est un demi-ellipsoïde avec une section circulaire de diamètre  $D$  et un demi-axe longitudinal de rapport 2 : 1. Le corps tubulaire a un diamètre  $D$  et une longueur  $D$  (voir figure 1). En coordonnées adimensionnées par  $D$ , le nez de la géométrie s'étend donc de  $x = -1$  à  $x = 0$ , le corps tubulaire de  $x = 0$  à  $x = 1$  et le sillage occupe la région  $x > 1$ .

L'écoulement est régi par les équations de Navier-Stokes pour un fluide réel incompressible :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}. \quad (1)$$

où  $\mathbf{u}$  et  $p$  sont les champs de vitesse et de pression adimensionnels et  $Re = U_\infty D / \nu$  est le nombre de Reynolds. La vitesse, la pression, les longueurs et les temps ont été adimensionnés par  $U_\infty$ ,  $\rho U_\infty^2$ ,  $D$  et  $D/U_\infty$  respectivement. Des conditions aux limites homogènes pour la vitesse sont appliquées à la paroi à l'exception du cas contrôlé où des vitesses de contrôle normales à la paroi sont appliquées.

Dans la première partie de cette étude, on calcule les perturbations optimales spatiales linéaires de la solution stationnaire axisymétrique des équations de Navier-Stokes  $\mathbf{U}_0$  qui est linéairement stable pour des nombres de Reynolds suffisamment bas. Ces perturbations satisfont les équations de Navier-Stokes réécrites en forme de perturbations :

$$\nabla \cdot \mathbf{u}' = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t} + \mathbf{u}' \cdot \nabla \mathbf{U} + \mathbf{U} \cdot \nabla \mathbf{u}' + \mathbf{u}' \cdot \nabla \mathbf{u}' = -\nabla p' + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}', \quad (2)$$

où  $\mathbf{U} = \mathbf{U}_0$  et le terme non linéaire  $\mathbf{u}' \cdot \nabla \mathbf{u}'$  est négligé pour le calcul des perturbations optimales linéaires. Dans la suite, les perturbations stationnaires  $\mathbf{u}'$  sont considérées car relevant d'un intérêt particulier dans les cas de contrôle d'écoulement en boucle ouverte. Elles sont forcées par aspiration ou soufflage radial  $u'_w(\theta, x) \mathbf{e}_r$  à la paroi latérale du corps ( $0 < x/D < 1$ ,  $r/D = 1/2$ ). Comme dans [8], l'amplification optimale spatiale de l'énergie de contrôle forcée à la paroi est définie par  $G(x) = \max_{u_w} e'(x)/e'_w$ , où  $e'_w$  est l'énergie cinétique (introduite) de l'aspiration et du soufflage forcés sur les parois latérales et  $e'$  est l'énergie cinétique de perturbation locale (créée) à la position  $x$ , définies respectivement, en coordonnées adimensionnées par  $e'_w = (1/4) \int_0^{2\pi} \int_0^1 (u'_w)^2 dx d\theta$  et  $e'(x) = (1/2) \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \mathbf{u}' \cdot \mathbf{u}' r dr d\theta$ .

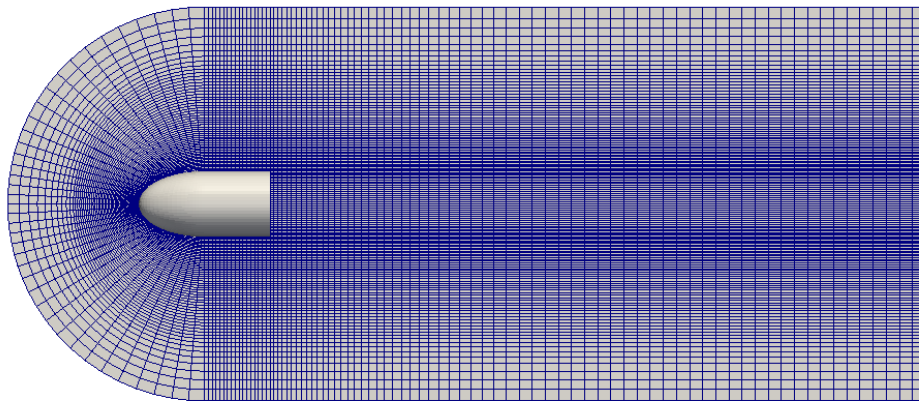


FIGURE 2 – Coupe longitudinale du maillage montrant le raffinement du maillage dans les zones de fort cisaillement.

Afin de calculer  $G(x)$  et les perturbations optimales associées, on suit une approche similaire à celle utilisée récemment pour le sillage du cylindre circulaire [8]. La vitesse radiale (de contrôle)  $u'_w(\theta, x)$ , forcée à la paroi cylindrique, est décomposée sur une base de fonctions linéairement indépendantes  $b_w^{(n)}$ , limitée à  $N$  termes, telle que :  $u'_w(\theta, x) = \sum_{n=1}^N q_n b_w^{(n)}(\theta, x)$ . En notant  $\mathbf{b}^{(n)}(\theta, r, x)$  la perturbation de vitesse obtenue en forçant  $b_w^{(n)}(\theta, x)$  linéairement, on obtient  $\mathbf{u}'(\theta, r, x) = \sum_{n=1}^N q_n \mathbf{b}^{(n)}(\theta, r, x)$ . L'amplification d'énergie optimale peut alors être calculée avec son approximation dans un sous-espace  $G(x) = \max_{\mathbf{q}} \mathbf{q}^T \mathbf{H}(x) \mathbf{q} / \mathbf{q}^T \mathbf{H}_w \mathbf{q}$ , où  $\mathbf{q}$  est le vecteur de contrôle à  $N$  coordonnées de composantes  $q_n$  et les composantes des matrices symétriques  $\mathbf{H}(x)$  et  $\mathbf{H}_w$  sont définies par  $H_{nj}(x) = (1/2) \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \mathbf{b}^{(n)} \cdot \mathbf{b}^{(j)r} d\theta dr$  ;  $H_{w,mn} = (1/4) \int_0^{2\pi} \int_0^1 b_w^{(m)}(\theta, x) b_w^{(n)}(\theta, x) d\theta dx$ . L'amplification d'énergie optimale  $G(x)$  est facilement déduite comme étant la plus grande valeur propre  $\mu_{max}$  du problème aux valeurs propres généralisé  $N \times N$   $\mu \mathbf{H}_w \mathbf{w} = \mathbf{H} \mathbf{w}$ . Le vecteur propre correspondant  $\mathbf{q}^{(opt)}$  regroupe les coefficients optimaux maximisant l'amplification de l'énergie cinétique à la position longitudinale  $x$  donnée et l'aspiration et le soufflage optimaux correspondants sont donnés par  $u_w'^{(opt)}(\theta, x) = \sum_{n=1}^N q_n^{(opt)} b_w^{(n)}(\theta, x)$ . Par la suite, l'écoulement de base  $\mathbf{U}_0$  étant axisymétrique et les équations linéaires, nos résultats sont obtenus en calculant indépendamment les perturbations mono-harmoniques azimutales périodiques  $u'_w(\theta, x, m) = f(x) \cos m\theta$ . La croissance maximale est finalement définie par  $G_{max} = \max_x G(x)$ , est calculée séparément pour chaque nombre azimutal considéré et est faite converger en augmentant le nombre de termes  $N$ .

Dans la seconde partie de cette étude, l'effet des perturbations optimales tridimensionnelles sur l'instationnarité du sillage est analysé en les forçant avec une amplitude finie  $A_w$  ce qui signifie forcer les vitesses radiales suivantes à la paroi dans des simulations numériques non-linéaires :  $u'_w(x, m) = A_w f^{(opt)}(x, m) \cos m\theta$ , où  $f^{(opt)}$  est normalisée telle que  $e'_w = (\pi/2) A_w^2$ . Le coût du contrôle peut être évalué avec le coefficient de moment de forçage.  $C_\mu = \left( \int_{S_{lat}} u_w^2 dS + \int_{S_{base}} u_b^2 dS \right) / (\pi R^2 U_\infty^2 / 2)$  qui, en utilisant des valeurs adimensionnées, est égal à  $C_\mu = 8A_w^2 + 2C_b^2$ . De façon encore plus primordiale pour les applications, le coût du contrôle peut également être évalué en termes de flux de masse adimensionnel  $C_Q = \left( \int_{S_{lat}} u_w dS + \int_{S_{base}} u_b dS \right) / (\pi R^2 U_\infty)$ . Lorsque les perturbations optimales avec  $m > 0$  sont utilisées, le flux de masse associé est nul et donc  $C_Q = C_b$ . Cependant, pour  $m = 0$ , le flux de masse est non nul et, dans ce cas, en coordonnées adimensionnées  $C_Q = C_b + 4A_w \int_0^1 f^{(opt)}(x, m = 0) dx$ , où les valeurs de  $A_w$  positives et négatives sont respectivement associées au soufflage et à l'aspiration.

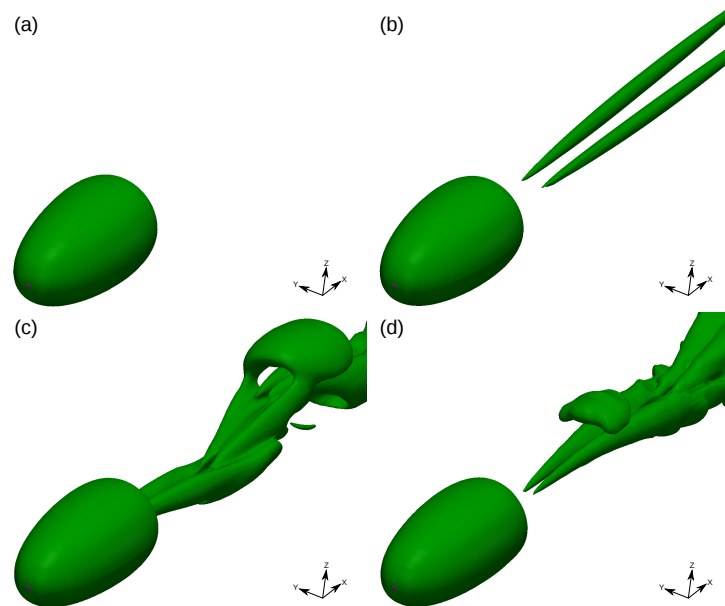


FIGURE 3 – Structures tourbillonnaires à la paroi et dans le sillage du corps épais dans le cas non contrôlé pour les différents régimes d’écoulement représentées par les surfaces  $Q = 0.001$ . (a) à  $Re = 300$  l’écoulement est stationnaire et axisymétrique. (b) à  $Re = 350$  un écoulement stationnaire (non-axisymétrique) avec deux tourbillons longitudinaux contrarotatifs dans le sillage est observé. (c) à  $Re = 415$  un mode global périodique oscille au-dessus des tourbillons contrarotatifs (d) tandis qu’à  $Re = 500$  des structures additionnelles de plus petites échelles et de plus hautes fréquences apparaissent.

Tous les résultats présentés sont issus du calcul des équations de Navier-Stokes en forme totale ou linéarisée grâce à une version modifiée d’*OpenFoam*, un code libre volumes finis (voir *OpenFoam*) qui a déjà été validé et utilisé pour des études antérieures dans notre groupe [9, 7, 8]. L’écoulement est calculé dans un domaine tridimensionnel s’étendant de  $2.5 D$  à l’amont du nez, de  $3 D$  à partir de l’axe de symétrie, de  $10 D$  à l’aval du culot. Le maillage est structuré et raffiné proche de la paroi comme il est montré sur la figure 2. Les algorithmes PISO et SIMPLE ont été respectivement utilisés pour l’avance en temps et pour calculer les solutions stationnaires.

### 3 Résultats

#### L’écoulement de référence (non contrôlé)

Les différents régimes du sillage observés dans le cas non contrôlé (aucune vitesse normale forcée à la paroi) ont été complètement étudiés dans [2]. Un écoulement stationnaire axisymétrique est observé pour des nombres de Reynolds inférieurs à  $Re_1 \simeq 319$ . Pour  $Re = Re_1$  l’écoulement axisymétrique devient globalement instable et est remplacé par un écoulement stationnaire caractérisé par la présence de deux tourbillons contrarotatifs (stationnaires) émergant en proche sillage et se dissipant à l’aval. Ce nouvel écoulement stationnaire devient instable pour  $Re_2 \simeq 413$ . Un lâcher tourbillonnaire périodique est observé juste au dessus de ce second nombre de Reynolds critique. Nos simulations numériques valident ces différents régimes comme il est montré sur la figure 3 où les tourbillons sont montrés pour  $Re = 300$ ,  $Re = 350$ ,  $Re = 415$  et  $Re = 500$ . Ces différents régimes sont également reconnaissables par la force de portance exercée sur le corps comme il est montré sur la figure 4. Alors que la portance est nulle dans le régime axisymétrique, elle s’élève à une valeur stationnaire non nulle pour  $Re_1 < Re < Re_2$

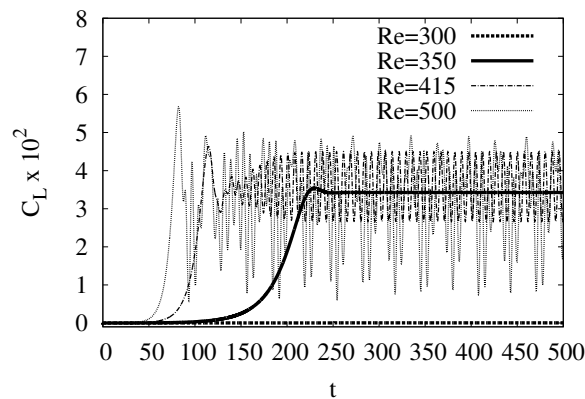


FIGURE 4 – Évolution temporelle du coefficient de portance associé aux quatre régimes d'écoulement décrits sur la figure 3. Le régime permanent est observé pour  $t > \approx 250$ . À  $Re = 300$ , l'écoulement est stationnaire et axisymétrique et a donc une portance nulle. À  $Re = 350$ , la solution stationnaire non-axisymétrique présente une portance stationnaire qui oscille périodiquement à  $Re = 415$ . Des amplitudes d'oscillation plus importantes et des fréquences supplémentaires sont observées à  $Re = 500$ .

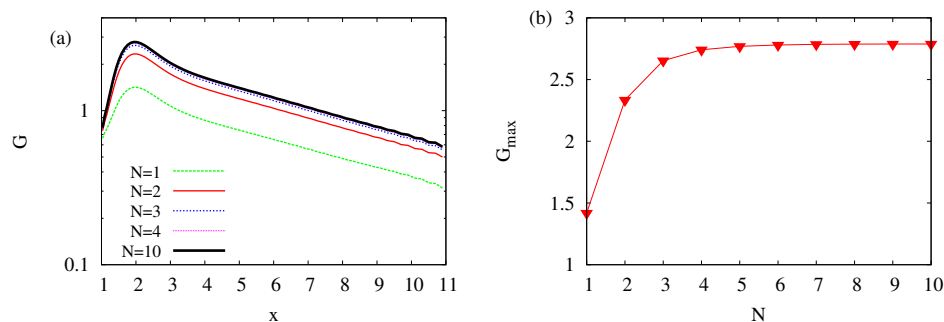


FIGURE 5 – (a) Convergence de la courbe d'amplification spatiale d'énergie optimale  $G(x)$  avec le nombre  $N$  de distributions d'aspiration et de soufflage linéairement indépendantes incluses dans la base d'optimisation pour  $m = 2$  à  $Re = 300$ . (b) Convergence correspondante de l'amplification maximale  $G_{max}$  avec  $N$ . Des résultats convergés sont obtenus avec  $N \approx 6$  termes.

et, pour  $Re > Re_2$ , elle commence à osciller autour de cette valeur moyenne non nulle. L'amplitude des oscillations et leur contenu fréquentiel augmente lorsque le nombre de Reynolds augmente.

### Forçage optimal de stries dans le sillage axisymétrique

Après avoir présenté la dynamique du sillage non contrôlé de "référence", on considère ensuite les amplifications optimales d'énergie qui peuvent être issues du sillage stationnaire axisymétrique  $U_0$ . Dans le cas axisymétrique, les amplifications optimales et les perturbations optimales associées peuvent être calculées séparément pour les différents nombres d'onde azimutaux. On calcule ainsi l'amplification optimale spatiale du forçage de vitesse radiale stationnaire  $u'_w(\theta, x, m) = f(x) \cos m\theta$  de nombre d'onde azimutal  $m$  à la surface latérale du corps pour  $Re = 300 < Re_1$ . Suivant la procédure décrite dans §2, la distribution longitudinale  $f(x)$  pour  $0 < x < 1$  est approximée par une décomposition en polynômes de Tchebychev  $T_n(\xi)$  (où  $\xi = 2x - 1$ ) sur  $N$  termes. De la même manière que ce qui a été précédemment trouvé [7, 8], l'amplification optimale converge avec une précision de 1% avec  $N \sim O(10)$  termes, comme montré sur la figure 5. On trouve que le mode  $m = 1$  est le plus amplifié (avec  $G_{max} > 500$ ).

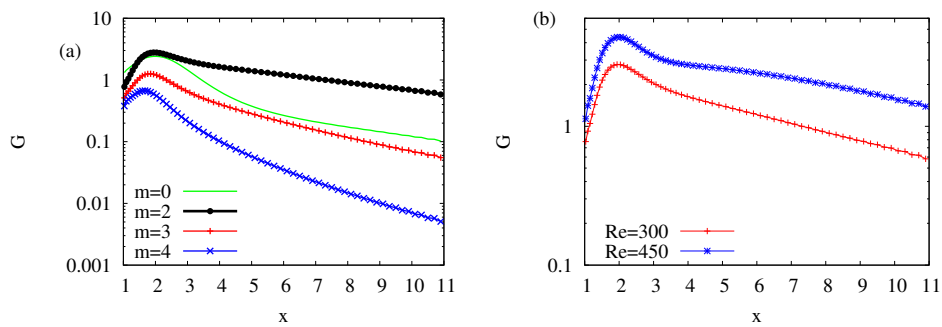


FIGURE 6 – Dépendance de la courbe d’amplification optimale  $G(x)$  par rapport au nombre d’onde azimutal  $m$  à  $Re = 300$  (figure *a*) et par rapport au nombre de Reynolds pour le mode  $m = 2$  (figure *b*).

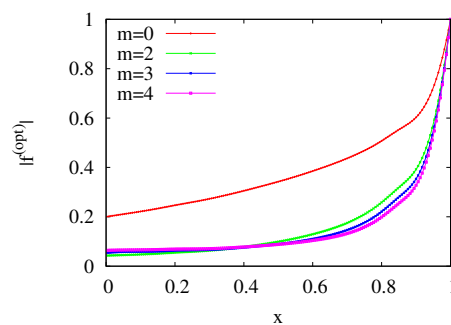


FIGURE 7 – Forme longitudinale  $|f^{(opt)}|(x)$  de l’aspiration et du soufflage optimaux pour  $Re = 300$ , où toutes les fonctions ont été normalisées par leurs valeurs absolues maximales.

Cependant, comme ce mode devient linéairement instable (avec une fréquence nulle) au delà du premier nombre de Reynolds critique  $Re_1$  et déstabilise donc pour de plus hauts nombres de Reynolds, on ne le considère plus par la suite. Les deux modes les plus amplifiés à  $Re = 300$  (à l’exception de  $m = 1$ ) sont  $m = 0$  et  $m = 2$ , tandis que  $m = 3$  et  $m = 4$  sont bien moins amplifiés, comme montré sur la figure 6*a*. Comme attendu, les amplifications s’accroissent avec le nombre de Reynolds (comme montré sur la figure 6*b* pour le mode  $m = 2$ ).

La dynamique du mode  $m = 0$  (axisymétrique) est qualitativement différente de celle des autres modes car, contrairement à ceux-ci : (a) il n’est pas lié à l’amplification de stries (l’effet *lift-up*) mais au mécanisme de Orr [12], (b) il est associé à un flux de masse nul et (c) des effets opposés sont obtenus avec des amplitudes négatives ou positives de  $u_w$ . Ce comportement différent est également reconnaissable par les formes longitudinales  $|f^{(opt)}|(x)$  de l’aspiration et du soufflage optimaux qui sont données sur la figure 7. Les formes des modes  $m = 2$ ,  $m = 3$  et  $m = 4$  sont très proches et elles correspondent toutes à des aspirations et soufflages périodiques transverses se concentrant progressivement au niveau du bord de fuite tandis que la distribution optimale  $|f^{(opt)}|(x)$  du mode  $m = 0$  est non négligeable sur la partie amont de la paroi latérale. Les variations de  $|f^{(opt)}|(x)$  avec  $Re$  sont réduites (non montré ici), de la même manière que ce qui a été trouvé dans le cas 2D sur le cylindre circulaire [8]. L’aspiration et le soufflage périodiques et transverses des modes  $m \neq 0$  forment des tourbillons longitudinaux contra-rotatifs qui se dissipent à l’aval en même temps que se développent les stries longitudinales, comme il est montré sur la figure 8.

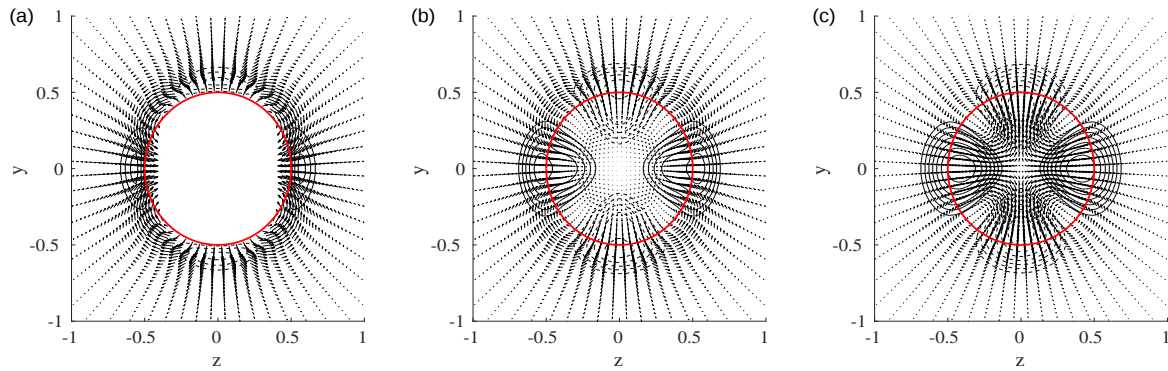


FIGURE 8 – Vue en coupe transversale ( $y - z$ ) des perturbations de vitesse forcées par l'aspiration et le soufflage optimaux pour  $m = 2$  à  $Re = 300$  pour trois positions longitudinales différentes :  $x = 1$  (culot du corps épais, figure a),  $x = (x_{max} + 1)/2$  (à mi-distance de la position d'amplitude maximale des stries, figure b) et  $x = x_{max}$  (position de l'amplitude maximale des stries, figure c). Les échelles utilisées pour tracer les composantes de vitesse transversales  $v'-w'$  (tourbillons longitudinaux, flèches) et la composante longitudinale  $u'$  (stries longitudinales, lignes de contour) sont identiques sur toutes les figures. La section circulaire du corps épais est également représentée par un cercle (rouge) de référence.

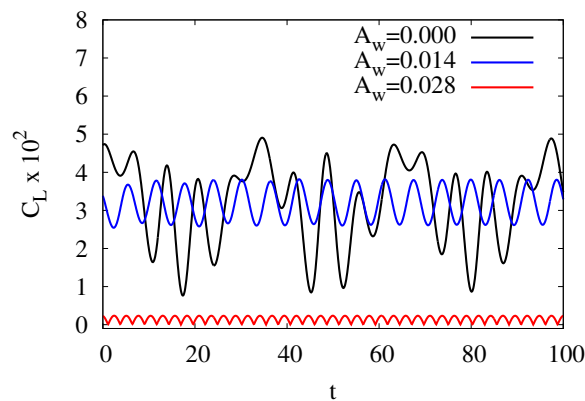


FIGURE 9 – Évolution temporelle du coefficient de portance associé à l'écoulement non contrôlé pour  $Re = 500$  ( $A_w = 0$ , comme mentionné sur la figure 4) et à des amplitudes croissantes  $A_w$  de l'aspiration et du soufflage optimaux pour  $m = 2$  à  $Re = 500$ .

### Contrôle des instationnarités dans le sillage

Après avoir calculé les perturbations optimales afin d'obtenir la croissance optimale d'énergie dans le sillage, on considère ensuite leur effet sur le sillage instationnaire pour  $Re > Re_2$ . Dans ce but, pour chaque mode azimutal  $m \neq 1$  considéré, on sélectionne la forme du forçage optimal conduisant à l'amplification maximale  $G_{max}$  et on la force à amplitude finie  $A_w$ . On trouve que ce forçage a (pour  $m \neq 1$ ) un effet stabilisant sur l'instationnarité du sillage comme mesuré grâce aux variations du coefficient de portance  $C_L$ . Pour le forçage  $m = 0$  l'effet stabilisant est obtenu avec l'aspiration ( $A_w < 0$ ), tandis que le soufflage ( $A_w > 0$ ) a un effet opposé (non montré). L'effet du forçage sur  $C_L(t)$ , montré sur la figure 9 pour le mode  $m = 2$ , est de conduire à une réduction permanente de l'amplitude des oscillations de la portance et de sa valeur moyenne lorsque l'amplitude  $A_w$  de l'aspiration et du soufflage optimaux est augmenté. L'effet stabilisant du forçage des perturbations optimales est associé à une "symétrisation" progressive du sillage du fait des stries forcées, comme il est montré sur la figure 10.



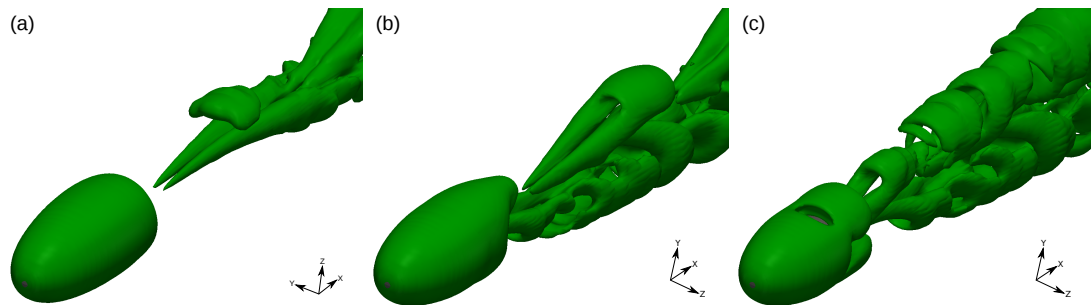


FIGURE 10 – Structures tourbillonnaires (représentées par les surfaces  $Q = 0.001$ ) à la paroi et dans le sillage du corps épais pour  $Re = 500$  dans le cas non contrôlé (vignette *a*, qui est la même que la vignette *d* de la figure 3) et avec l’aspiration et le soufflage optimaux pour  $m = 2$  forcés avec  $A_w = 0.014$  (vignette *b*) et  $A_w = 0.028$  (vignette *c*).

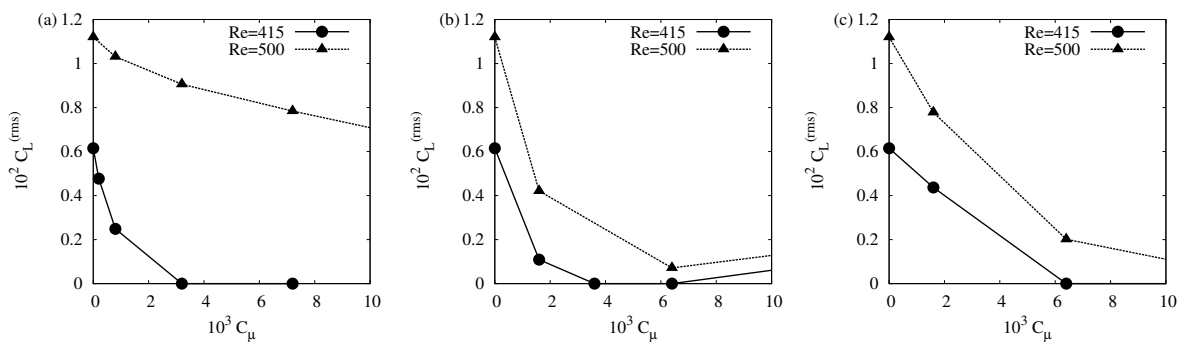


FIGURE 11 – Influence de l’amplitude de contrôle exprimée en termes de coefficient de moment  $C_\mu$  sur la moyenne quadratique des oscillations du coefficient de portance  $C_L^{(rms)}$  à  $Re = 415$  (cercles) et  $Re = 500$  (triangles) pour l’aspiration et le soufflage optimaux avec  $m = 0$  (vignette *a*),  $m = 2$  (vignette *b*) et  $m = 3$  (vignette *c*).

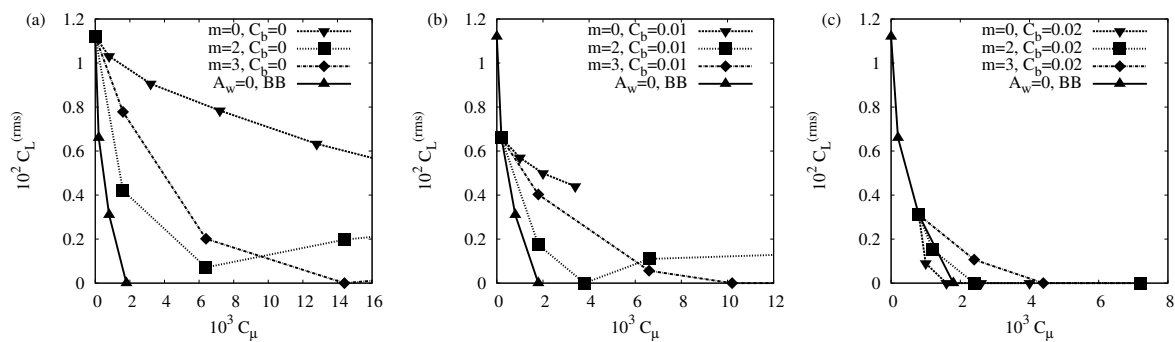


FIGURE 12 – Influence de l’aspiration et du soufflage optimaux à  $m = 0, m = 2$  et  $m = 3$  sur  $C_L^{(rms)}(C_\mu)$  en l’absence de soufflage au culot (vignette *a*) et avec soufflage au culot à  $C_b = 0.01$  (vignette *b*) et  $C_b = 0.02$  (vignette *c*). Par commodité ces courbes sont comparées, sur toutes les vignettes, à celle obtenu avec le soufflage au culot seul (BB) en l’absence de forçage de l’aspiration et du soufflage optimaux ( $A_w = 0$ ).

Des résultats similaires sont obtenus avec les autres modes ( $m \neq 1$ ) comme montré sur la figure 11 où la dépendance de la moyenne quadratique des oscillations du coefficient de portance  $C_L^{(rms)}$  par rapport à l’amplitude du contrôle en termes de coefficient de moment  $C_\mu$  est illustrée. Une stabilisation complète peut être obtenue pour  $Re = 415$  (proche du nombre de Reynolds critique) et des réductions significatives des amplitudes *rms* peuvent être atteintes pour  $Re = 500$ . Cependant, des amplitudes excessives peuvent conduire à une nouvelle augmentation de  $C_L^{(rms)}$ , désormais entretenue par les stries formées.

Comme mentionné précédemment, pour l’écoulement considéré, le soufflage au culot standard est un moyen efficace de supprimer l’instationnarité du sillage [2]. On compare ainsi l’effet obtenu avec les modes azimutaux de l’aspiration et du soufflage optimaux à  $Re = 500$  au pur soufflage au culot sur la figure 12*a*. Sur cette figure, on voit comment, parmi les contrôles avec aspiration et soufflage optimaux, le mode le moins efficace est le mode axisymétrique  $m = 0$ . Le mode  $m = 2$  est le mode le plus efficace pour de faibles amplitudes de forçage tandis que  $m = 3$  est plus efficace pour de plus fortes amplitudes de forçage.

Il apparaît qu’un pur soufflage au culot ( $A_w = 0$ ) est plus efficace que l’aspiration et le soufflage optimaux, mais cela implique une injection de masse stationnaire dans l’écoulement (tandis que l’aspiration et le soufflage optimaux  $m \neq 0$  sont associés à un flux de masse nul). Il est donc intéressant de tester si les combinaisons de soufflage au culot et d’aspiration et soufflage optimaux peuvent permettre une suppression complète de l’instationnarité en utilisant de plus faibles niveaux d’injection de masse dans le sillage. En réalité, c’est également intéressant pour le mode  $m = 0$  qui, associé à l’aspiration peut au moins compenser la masse utilisée pour le soufflage au culot. On a donc étudié si des combinaisons du soufflage au culot standard avec l’aspiration et le soufflage optimaux peuvent améliorer l’efficacité du contrôle. Les deux premières valeurs du soufflage au culot reportées sur la figure 12*a* ( $C_b = 0.01$  et  $C_b = 0.02$ , correspondant au deuxième et troisième point en forme de carré à droite sur la courbe en trait plein) ont ainsi été utilisées en combinaison avec le forçage de l’aspiration et du soufflage optimaux, comme reporté sur les courbes *b* et *c* de la figure 12. Sur ces courbes on voit comment les combinaisons de soufflage au culot avec aspiration et soufflage optimaux permettent de stabiliser efficacement les oscillations du sillage avec un flux de masse réduit lorsqu’il est comparé au pur soufflage au culot avec le

même  $C_\mu$ .

## 4 Conclusions

Cette étude s'est déroulée en deux temps : (a) calculer, pour la première fois, les perturbations optimales stationnaires d'un sillage 3D axisymétrique résultant de l'aspiration et du soufflage optimaux à la paroi du corps à l'origine du sillage et (b) analyser si ces perturbations optimales ont un effet stabilisant sur le sillage lorsqu'elles sont forcées à amplitude finie. Par sa perspective et ses méthodes, cette étude constitue ainsi une extension aux sillages 3D de l'approche appliquée avec succès aux sillages 2D [7, 8].

Il a été montré que l'aspiration et le soufflage optimaux stationnaires ( $m \neq 0$ ) conduisent à la formation de tourbillons longitudinaux à l'origine de la croissance de stries longitudinales, comme pour les sillages 2D. Le mode  $m = 1$  est le plus amplifié pour  $Re < Re_1$  mais il devient linéairement instable pour  $Re > Re_1$ . Les autres modes sont également amplifiés mais, contrairement à ce qui a été trouvé pour les sillages 2D, ils sont associés à des amplifications maximales qui sont plus faibles que celles trouvées dans le cas 2D du cylindre circulaire. Ce n'est pas particulièrement étonnant car, dans le sillage du cylindre circulaire 2D, le mode le plus amplifié correspond à une longueur d'onde transverse  $\lambda_z \approx 5 - 7 D$  (où  $D$  est le diamètre du cylindre) tandis que les longueurs d'onde plus réduites sont moins amplifiées. Comme dans le cas axisymétrique la longueur d'onde transverse analogue est  $\lambda_z \approx \pi D/m$ , la "longueur d'onde transverse" accessible maximale est donc réduite, avec  $\lambda_z/D \approx 1.5$  pour  $m = 2$ . Les amplifications maximales atteignables dans un sillage axisymétrique sont donc probablement faibles si une analogie avec le sillage 2D est faite. Une autre conséquence de ces relativement faibles  $\lambda_z$  accessibles est que la position longitudinale où la croissance maximale est atteinte est également plus faible que dans le cas 2D pour des nombres de Reynolds comparables. Comme pour les sillages 2D, le profil longitudinal de l'aspiration et du soufflage optimaux n'est pas sensible aux nombres d'onde azimutaux  $m$  (à l'exception du mode  $m = 0$  pour lequel l'amplification est basé sur un mécanisme différent).

Nous avons également montré que, lorsqu'elles sont forcées à amplitude finie, l'aspiration et le soufflage optimaux à  $m \neq 1$  ont un effet stabilisant sur l'instationnarité du sillage, réduisant la valeur moyenne et l'amplitude des fluctuations de la portance. Lorsqu'il est combiné au soufflage au culot, ce type de contrôle peut permettre une stabilisation complète du sillage même pour  $Re = 500$ . Comme l'aspiration et le soufflage optimaux sont associés à un flux de masse nul pour  $m > 0$  et à une simple *aspiration* pour  $m = 0$ , si on les combine avec le soufflage au culot, la stabilisation est obtenue avec des flux de masse réduits par rapport au soufflage au culot seul. De nouvelles études sont en cours afin de déterminer si une optimisation combinée tenant compte de la forme du soufflage au culot peut permettre une amélioration de cette stratégie de contrôle.

## Références

- [1] PW Bearman and JC Owen. Reduction of bluff-body drag and suppression of vortex shedding by the introduction of wavy separation lines. *J. Fluids Struct.*, 12(1) :123–130, 1998.
- [2] P. Bohorquez, E. Sanmiguel-Rojas, A. Sevilla, J. I. Jiménez-González, and C. Martínez-Bazán. Stability and dynamics of the laminar wake past a slender blunt-based axisymmetric body. *J. Fluid Mech.*, 676 :110–144, June 2011.
- [3] H. Choi, W.P. Jeon, and J. Kim. Control of flow over a bluff body. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 40 :113–139, 2008.

- [4] H. Choi, J. Lee, and H. Park. Aerodynamics of Heavy Vehicles. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 46(1) :441–468, January 2014.
- [5] C. Cossu and L. Brandt. Stabilization of Tollmien-Schlichting waves by finite amplitude optimal streaks in the Blasius boundary layer. *Phys. Fluids*, 14 :L57–L60, 2002.
- [6] C. Cossu and L. Brandt. On Tollmien–Schlichting waves in streaky boundary layers. *Eur. J. Mech./B Fluids*, 23 :815–833, 2004.
- [7] G. Del Guercio, C. Cossu, and G. Pujals. Optimal perturbations of non-parallel wakes and their stabilizing effect on the global instability. *Phys. Fluids*, 26 :024110, 2014.
- [8] G. Del Guercio, C. Cossu, and G. Pujals. Optimal streaks in the circular cylinder wake and suppression of the global instability. *J. Fluid Mech.*, 752 :572–588, 2014.
- [9] G. Del Guercio, C. Cossu, and G. Pujals. Stabilizing effect of optimally amplified streaks in parallel wakes. *J. Fluid Mech.*, 739 :37–56, 2014.
- [10] Y. Hwang, J. Kim, and H. Choi. Stabilization of absolute instability in spanwise wavy two-dimensional wakes. *J. Fluid Mech.*, 727 :346–378, 2013.
- [11] G. Pujals, S. Depardon, and C. Cossu. Drag reduction of a 3D bluff body using coherent streamwise streaks. *Exp. Fluids*, 49(5) :1085–1094, 2010.
- [12] P. J. Schmid and D. S. Henningson. *Stability and Transition in Shear Flows*. Springer, New York, 2001.
- [13] M. Tanner. A method of reducing the base drag of wings with blunt trailing edges. *Aeronaut. Q.*, 23 :15–23, 1972.
- [14] A. P. Willis, Y. Hwang, and C. Cossu. Optimally amplified large-scale streaks and drag reduction in the turbulent pipe flow. *Phys. Rev. E*, 82 :036321, 2010.