

Fragmentation induite par la gravité lors de l'imprégnation spontanée d'une jonction asymétrique

J.B. CHARPENTIER^a, L. BIZET^a et A. SAOUAB^a

a. Laboratoire Ondes et Milieux Complexes (LOMC) - CNRS : UMR6294, Université du Havre - 53 rue Prony, 76058, Le Havre Cedex, France.

Résumé :

L'imbibition spontanée d'une jonction asymétrique soumise à la gravité est étudiée. Un traitement analytique du problème permet de montrer que la dynamique de l'imbibition est en deux régimes et s'achève par la fragmentation de la phase mouillante lorsque la gravité domine l'écoulement. Ces résultats sont confirmés par une série d'expériences réalisées à l'aide de cellules microfluidiques.

Abstract :

The spontaneous imbibition of an asymmetric junction submitted to gravity is studied. An analytical analysis, showed that the dynamic of the imbibition has two regimes and ends by the fragmentation of the wetting phase when gravity dominates viscosity in the flows. These results are confirmed by microfluidic experiments.

Mots clefs : Milieux poreux, imbibition, microfluidique, diphasique, jonction.

1 Introduction

L'étude des écoulements diphasiques dans les milieux poreux est utile pour de nombreuses applications industrielles, comme l'extraction pétrolière ou la mise en œuvre de matériaux composites. Le déplacement de l'interface entre les deux phases a fait l'objet de nombreuses études. A l'échelle des pores, la courbure de l'interface implique l'existence d'une différence de pression, dont l'expression est donnée par l'équation de Laplace :

$$P_c = -\frac{2\gamma}{r} \cos(\theta_e) \quad (1)$$

avec γ la tension de surface, r le rayon moyen des pores et θ_e l'angle de contact. Dans la suite, l'angle de contact sera supposé nul ($\theta_e = 0$). En pratique, la pression capillaire est soumise à la variabilité, généralement forte [5], des tailles de pores et est donc fortement dispersée. Les variations importantes et locales de la pression provoquent l'épaississement de l'interface. Si la vitesse de l'écoulement augmente

et si la phase la plus visqueuse transporte la phase la moins visqueuse alors la perte de charge réduit l'épaisseur du front. La compétition entre les effets de dispersion locaux et le gradient de pression moyen est résumée dans le nombre capillaire, c'est-à-dire au ratio entre la pression capillaire et la perte de charge visqueuse sur la longueur d'un pore :

$$C_a = \frac{V\mu r^2}{\gamma K} \quad (2)$$

avec μ la viscosité du liquide, K la perméabilité du milieu poreux et V la vitesse moyenne de l'écoulement. Récemment, Sadjadi et al. [8] ont montré que l'imprégnation spontanée d'une jonction asymétrique peut mener à l'immobilisation temporaire d'un ménisque. Cette observation locale a été reliée à l'exposant de la loi d'échelle de la largeur du front. De nombreux auteurs se sont également intéressés à l'influence de la gravité sur l'écoulement [2] [10]. Elle est prise en compte via le nombre de Bond qui correspond au ratio entre la variation de pression hydrostatique sur la hauteur d'un pore et la pression capillaire :

$$B_o = \frac{\Delta\rho g r^2}{\gamma} \quad (3)$$

avec $\Delta\rho$ la différence de masse volumique et g l'intensité du champ de pesanteur. La gravité peut également renforcer ou diminuer l'épaisseur de l'interface [7]. La fragmentation de phase dans les milieux poreux est un sujet très étudié, mais principalement sous deux aspects, la compétition locale de déplacement de type piston [4] et le claquement de film (*snap-off*) [6]. Peu d'auteurs se sont intéressés à la fragmentation de phase induite par la gravité, et ceux qui l'ont étudiée se sont concentrés sur des situations statiques où la viscosité n'avait aucun impacte sur la fragmentation [1],[3]. Dans leur étude de l'imprégnation spontanée d'une jonction capillaire asymétrique, Sadjadi et al. [8], avaient négligé l'influence de la gravité, nous nous intéressons ici au rôle qu'elle joue sur ce système. Nous montrons que, lorsque la gravité domine les effets visqueux et agit perpendiculairement à ceux-ci, la fragmentation de la phase mouillante est observée.

2 Résultats analytiques

Le système considéré dans cette étude est représenté sur la figure 1. L'influence de la phase initialement présente (l'air) est supposée négligeable sur l'écoulement. On suppose également que chacun des microcanaux possède une pression capillaire imposée par sa géométrie et la tension de surface du liquide. Dans le capillaire i on écrit, $P_{c,i} = -\frac{2\gamma}{r_i}$, avec r_i le rayon d'un capillaire équivalent de section circulaire. On note arbitrairement les canaux 2 et 3 de manière à avoir : $P_{c,2} < P_{c,3}$. Nous nous limiterons au cas où la gravité s'oppose à la différence de pression capillaire locale, c'est-à-dire à la situation où elle s'oppose à l'écoulement dans le canal 2 et favorise celui-ci dans le canal 3. L'équation de Washburn [9] est écrite dans chacun des canaux ainsi que l'équation de conservation du volume :

$$\dot{X}_1 = -\frac{K_1 P}{\mu L_1} \quad (4)$$

$$X_2 \dot{X}_2 = -\frac{K}{\mu} (P_{c,2} - P + \rho g \sin(\alpha) X_2) \quad (5)$$

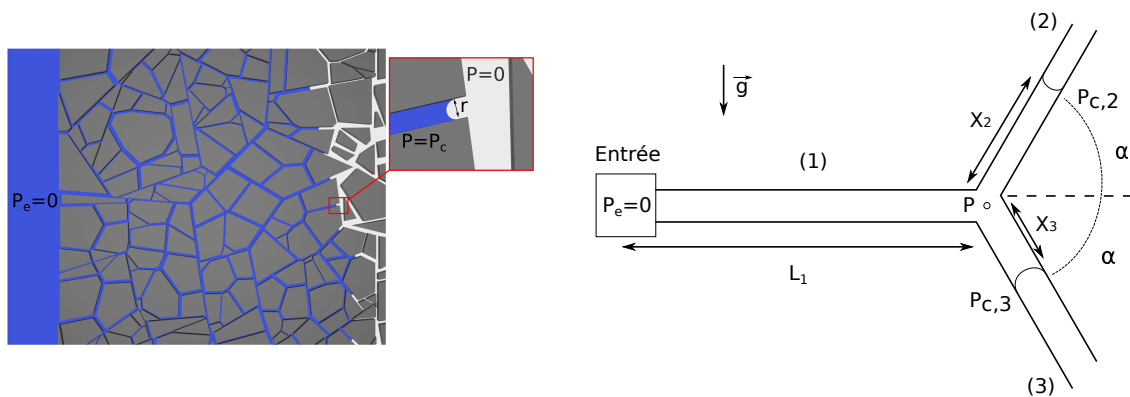


FIGURE 1 – Figure de gauche, illustration d'un milieu poreux en cours d'imbibition. Figure de droite, schéma de la jonction asymétrique, le liquide est injecté à l'entrée via le canal 1 à la pression P_e .

$$X_3 \dot{X}_3 = -\frac{K}{\mu} (P_{c,3} - P - \rho g \sin(\alpha) X_3) \quad (6)$$

$$S_1 \dot{X}_1 = S \dot{X}_2 + S \dot{X}_3 \quad (7)$$

avec X_i la position du ménisque dans le capillaire i et \dot{X}_i sa dérivée temporelle, P la pression à la jonction, L_1 la longueur d'alimentation et α l'angle formé par le capillaire et l'axe du canal d'alimentation. K_1 et S_1 la perméabilité et surface du canal 1. Enfin, on néglige les différences géométriques entre les canaux 2 et 3 lors du calcul de K et S , la perméabilité et la surface de ces canaux (La surface et la perméabilité du canal d'alimentation ont été réduites pour ralentir l'écoulement, elle ne sont donc pas comparables aux propriétés des deux autres canaux). En supposant que les canaux 2 et 3 ont des pressions capillaires comparables, la pression à la jonction doit être de l'ordre de $\frac{P_{c,2} + P_{c,3}}{2}$. On notera par la suite r le rayon de pore et aussi le rayon du capillaire de même pression capillaire. Ce qui permet d'écrire le nombre capillaire dans le canal d'alimentation :

$$C_a = \frac{2r}{L_1} \quad (8)$$

Par la suite, nous supposons que la longueur d'alimentation vérifie la propriété suivante :

$$L_1 \ll \frac{2\gamma}{\rho g r} \sin(\alpha) \quad (9)$$

Soit, d'après les équations (3) et (8) :

$$C_a \ll B_o \sin(\alpha) \quad (10)$$

Ce critère sous-entend que, dans l'étude, la gravité domine les effets de perte de charge. En utilisant la condition (10) et les équations (4), (5), (6) et (7), il est possible de montrer que la dynamique de l'imprégnation est constituée de deux régimes. Dans un premier temps, le ménisque du canal 3 reste bloqué à la jonction puisque la pression y est inférieure à la pression capillaire du canal alors que l'imbibition se poursuit dans le capillaire 2. Lorsque la pression à la jonction atteint la pression capillaire du canal

3 à l'instant t_1 , alors le second ménisque retrouve sa mobilité et c'est la fin du premier régime. Il est possible de montrer que :

$$t_1 = \left(\frac{\mu}{\gamma} \right) \frac{r^3 S \ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{K_1 S_1 \sin(\alpha)} \left(\frac{1}{C_a B_o} \right) \quad (11)$$

avec r_2 et r_3 les rayons de capillaire de section circulaire de même pression capillaire que les canaux 2 et 3. A cet instant la position du ménisque dans le canal 2 est :

$$X_2(t_1) = \frac{2(r_3 - r_2)}{\sin(\alpha)} \left(\frac{1}{B_o} \right) \quad (12)$$

Ensuite, l'écoulement se poursuit dans les deux capillaires et le ménisque du capillaire 2 finit par dé-mouiller jusqu'à la jonction au bout d'une durée t_2 :

$$t_2 = \left(\frac{\mu}{\gamma} \right) \frac{2r^2(r_3 - r_2)}{K \sin^2(\alpha)} \left(\frac{1}{B_o^2} \right) \left(1 + \sqrt{1 + 2 \frac{K_1 S_1 B_o}{K S C_a}} \right) \quad (13)$$

Lorsque le ménisque du canal 2 retourne à la jonction, la pression à la jonction est inférieure à la pression capillaire dans le canal 2 ce qui permet de supposer que la phase liquide doit se fragmenter.

3 Expériences et résultats

Trois cellules microfluidiques ont été utilisées pour vérifier les prédictions analytiques ci-dessus. Chacune des cellules à une longueur d'alimentation $L_1 = 109mm$ et des canaux de section rectangulaires, dont les dimensions ont été mesurées à l'aide d'un microscope. La profondeur de tous les canaux est de $400\mu m$ et les largeurs sont de $170\mu m$, $420\mu m$ et $570\mu m$ pour les canaux 1, 2 et 3 de la cellule 1, $280\mu m$, $300\mu m$ et $400\mu m$ pour ceux de la cellule 2 et $220\mu m$, $415\mu m$ et $515\mu m$ pour ceux de la cellule 3. Quatre liquides complètement mouillants ont été utilisés : l'éthanol ($\rho = 789kg.m^{-3}$, $\gamma = 21.8mN.m^{-1}$, $\mu = 1.25mPa.s$), l'alcool isopropylique ($\rho = 786kg.m^{-3}$, $\gamma = 21.2mN.m^{-1}$, $\mu = 2.50mPa.s$), et deux huiles silicones notées 1 ($\rho = 930kg.m^{-3}$, $\gamma = 20.4mN.m^{-1}$, $\mu = 10.5mPa.s$), et 2 ($\rho = 950kg.m^{-3}$, $\gamma = 20.2mN.m^{-1}$, $\mu = 19.1mPa.s$). Pour chaque expérience, une goutte de liquide a été déposée en entrée et les cellules ont été inclinées selon un angle ϕ variant de 15 à 35 degrés tous les 5 degrés. Le système a été filmé à une fréquence de 15Hz avec une définition de 1600×1200 pixels, avec une résolution de $35\mu m.pixel^{-1}$. Les positions des ménisques en fonction du temps ont été relevées par un traitement manuel sur MATLAB. Les quantités d'intérêts (t_1 , X_2 et t_2) ont ensuite été extraites par transformée en ondelettes et ajustement polynomial.

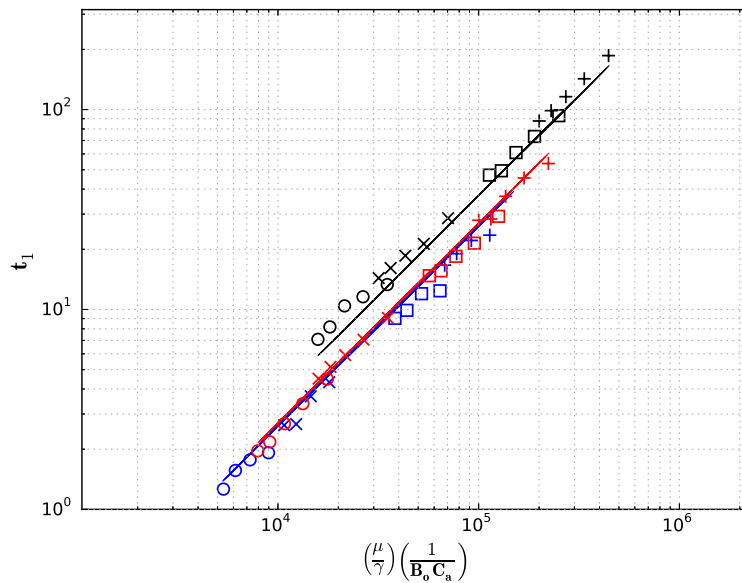


FIGURE 2 – Durée du premier régime $t_1(s)$ en fonction de $\left(\frac{\mu}{\gamma}\right) \left(\frac{1}{C_a B_o}\right)$. Les résultats en noir correspondent à la cellule 1, ceux en bleu à la cellule 2 et ceux en rouge à la cellule 3. Les courbes en traits pleins représentent les résultats analytiques. Les points expérimentaux sont représentés par : (○) pour l'éthanol, (x) pour l'AIP, (□) pour l'huile silicone 1 et (+) pour l'huile silicone 2.

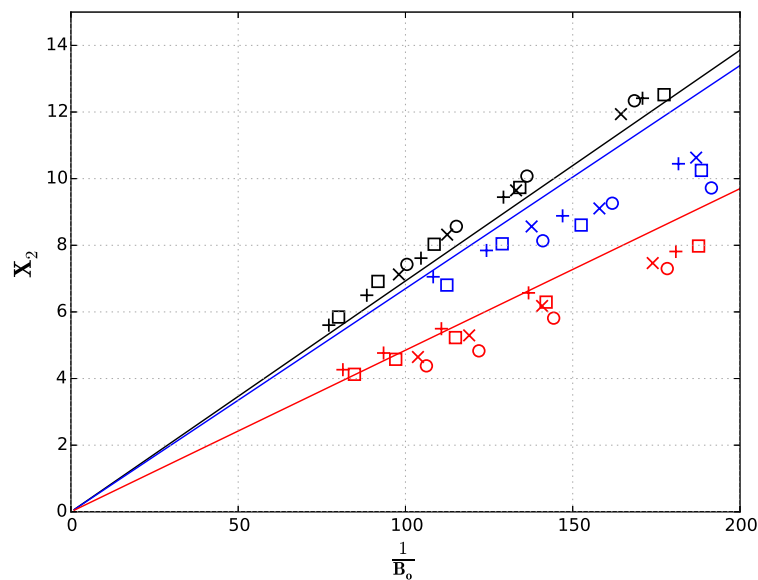


FIGURE 3 – Position du ménisque dans le canal 2 $X_2(mm)$ à t_1 en fonction de $\frac{1}{B_o}$. Les résultats en noir correspondent à la cellule 1, ceux en bleu à la cellule 2 et ceux en rouge à la cellule 3. Les courbes en traits pleins représentent les résultats analytiques. Les points expérimentaux sont représentés par : (○) pour l'éthanol, (x) pour l'AIP, (□) pour l'huile silicone 1 et (+) pour l'huile silicone 2.

Les résultats de t_1 en fonction de $\left(\frac{\mu}{\gamma}\right) \left(\frac{1}{C_a B_o}\right)$ sont tracés sur la figure 2. On remarque que la tendance est linéaire (pente de 1) conformément au résultat analytique (11). On remarque également que la correspondance avec la prédiction est bonne malgré le fait qu'aucun ajustement n'ait été réalisé. La position du

ménisque dans le capillaire 2 est tracée en fonction de $\frac{1}{B_o}$ sur la figure 3. Les résultats sont d'abord assez proches de la prédiction analytique, mais ils s'en éloignent à mesure que le nombre de Bond diminue, ce qui s'explique par une moindre validité du critère (10).

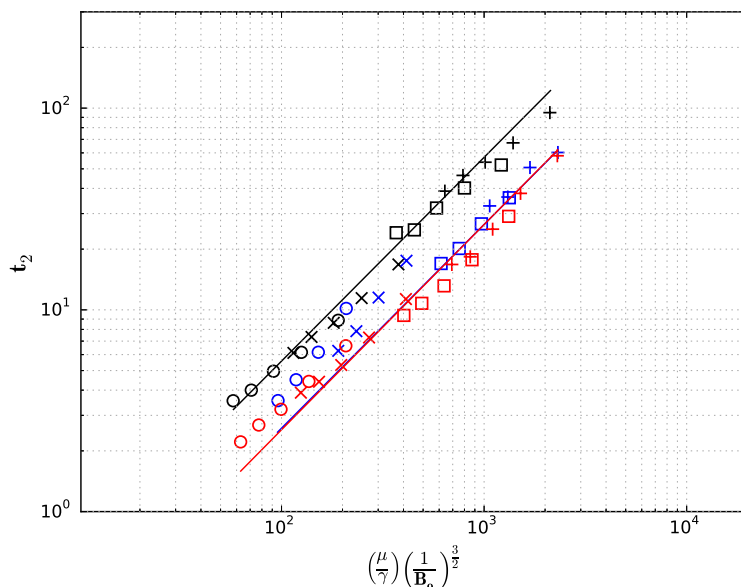


FIGURE 4 – Durée du second régime $t_2(s)$ en fonction de $\left(\frac{\mu}{\gamma}\right) \left(\frac{1}{B_o}\right)^{\frac{3}{2}}$. Les résultats en noir correspondent à la cellule 1, ceux en bleu à la cellule 2 et ceux en rouge à la cellule 3. Les courbes en traits pleins représentent les résultats analytiques. Les points expérimentaux sont représentés par : (○) pour l'éthanol, (x) pour l'AIP, (□) pour l'huile silicone 1 et (+) pour l'huile silicone 2.

Les résultats de t_2 en fonction de $\left(\frac{\mu}{\gamma}\right) \left(\frac{1}{B_o}\right)^{\frac{3}{2}}$ sont tracés sur la figure 4. On remarque que les résultats expérimentaux s'alignent qualitativement sur la droite correspondant aux résultats analytiques (13). Les décrochements en bas de la courbe correspondent à l'éthanol et à l'alcool isopropylique, dont les viscosités sont trop faibles pour que l'inertie soit négligeable. Enfin, dans l'ensemble des expériences menées, la fragmentation de la phase mouillante a été observée.

4 Conclusion

Si l'influence de la gravité sur les écoulements diphasiques dans les milieux poreux a fait l'objet de diverses études, la fragmentation a été observée mais rarement étudiée. Cette étude montre que la gravité, lorsqu'elle agit perpendiculairement à l'axe de l'écoulement et domine celui-ci, provoque la fragmentation de la phase mouillante. La dynamique de la fragmentation est constituée de deux régimes, un premier régime, dominé par les effets capillaires et limité par la gravité et un second régime, dominé par la gravité. Il peut être remarqué que seul le cas où la gravité s'oppose à la différence locale de pression capillaire est traité. Cependant, cette limitation est peu importante dans la mesure où les pores sont rarement réguliers dans les milieux poreux et où il est probable que l'imprégnation soit stabilisée par la capillarité dans un premier temps (correspondant au premier régime) puis que la gravité l'emporte et mène à la fragmentation (second régime). Si la description proposée ici est fortement idéalisée, elle prend néanmoins en compte les caractéristiques locales principales de l'écoulement.

Références

- [1] Harold Auradou, Knut Jørgen Måløy, Jean Schmittbuhl, Alex Hansen, and Daniel Bideau. Competition between correlated buoyancy and uncorrelated capillary effects during drainage. *Physical Review E*, 60(6) :7224, 1999.
- [2] A Birovljev, L Furuberg, J Feder, T Jssang, KJ Mly, and A Aharony. Gravity invasion percolation in two dimensions : Experiment and simulation. *Physical Review Letters*, 67(5) :584, 1991.
- [3] Aleksandar Birovljev, Geri Wagner, Paul Meakin, Jens Feder, and Torstein Jøssang. Migration and fragmentation of invasion percolation clusters in two-dimensional porous media. *Physical Review E*, 51(6) :5911, 1995.
- [4] I Chatzis and FAL Dullien. Dynamic immiscible displacement mechanisms in pore doublets : theory versus experiment. *Journal of Colloid and Interface Science*, 91(1) :199–222, 1983.
- [5] Francis AL Dullien. *Porous media : fluid transport and pore structure*. Academic press, 2012.
- [6] Roland Lenormand, Cesar Zarcone, and A Sarr. Mechanisms of the displacement of one fluid by another in a network of capillary ducts. *Journal of Fluid Mechanics*, 135 :337–353, 1983.
- [7] Yves Méheust, Grunde Løvoll, Knut Jørgen Måløy, and Jean Schmittbuhl. Interface scaling in a two-dimensional porous medium under combined viscous, gravity, and capillary effects. *Physical Review E*, 66(5) :051603, 2002.
- [8] Zeinab Sadjadi, Michael Jung, Ralf Seemann, and Heiko Rieger. Meniscus arrest during capillary rise in asymmetric microfluidic pore junctions. *Langmuir*, 31(8) :2600–2608, 2015.
- [9] Edward W Washburn. The dynamics of capillary flow. *Physical review*, 17(3) :273, 1921.
- [10] David Wilkinson. Percolation model of immiscible displacement in the presence of buoyancy forces. *Physical Review A*, 30(1) :520, 1984.