

Convection naturelle au sein d'une cavité carrée munie d'une source chauffante placée sur sa paroi inférieure

F. ZOUIRI, M.A. OULMANE, N. LABSI, Y.K. BENKAHLA, A. BOUTRA

Equipe Rhéologie et Simulation Numérique des Ecoulements
Laboratoire des Phénomènes de Transfert, FGMGP
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene
BP. 32 El Alia, 16111 Bab Ezzouar, Alger, Algérie
e-mails: fouad.zouiri@yahoo.fr, nabilalabsi@yahoo.fr,
youbenkahla@yahoo.fr, aeKnad@yahoo.fr

Résumé :

La présente étude traite de l'analyse numérique de la convection naturelle laminaire au sein d'une cavité carrée dont les parois verticales sont maintenues à une température constante alors que les parois horizontales sont isolées thermiquement, à l'exception d'une fraction occupant 20% à 80% de la surface inférieure de l'enceinte et centrée par rapport à celle-ci, qui est maintenue à une température constante et uniforme, supérieure à celle des parois latérales (chaude) et ce, grâce à une source de chaleur placée en contact de cette paroi. La résolution des équations régissant l'écoulement et le transfert thermique est approchée par la méthode des volumes finis et l'algorithme SIMPLER est adopté pour traiter le couplage vitesse-pression. L'étude se focalise sur l'influence occasionnée par les variations du nombre de Rayleigh et de la longueur de la fraction chauffée, sur la structure de l'écoulement et du transfert thermique au sein de la cavité remplie entièrement d'un fluide newtonien incompressible. Les résultats obtenus montrent, entre autres, que le transfert thermique s'intensifie suite à l'augmentation du nombre de Rayleigh et de la longueur de la fraction chauffée de la paroi inférieure et ce, étant donné l'augmentation de la surface d'échange entre cette fraction chauffée et le fluide.

Abstract:

The present numerical study deals with the laminar natural convection within a square cavity filled with a Newtonian incompressible fluid. The vertical walls are isotherms whereas the horizontal ones are adiabatic except of a portion at the center of the inferior wall which is maintained at a temperature greater than that of the vertical walls. The governing equations are solved using the finite volume method and the SIMPLER algorithm. The study focuses on the effect of both the intensity of buoyancy forces and the length of the thermal source on hydrodynamic and thermal properties of the flow. The results show that heat transfer is enhanced when both the Rayleigh number and the thermal source's length increase.

Mots clefs : Convection naturelle, cavité carrée, source chauffante, méthode des volumes finis.

1 Introduction

La convection thermique au sein des espaces confinés est devenue, ces dernières années, un sujet d'investigation d'une grande importance, vue sa présence dans différentes applications industrielles telles que le refroidissement des composantes électroniques, les réacteurs nucléaires ainsi que les pertes thermiques dans les collecteurs solaires. Plusieurs travaux ont été réalisés pour mieux cerner ce phénomène et ce, en considérant différentes configurations géométriques, différents fluides (newtoniens, non newtoniens et nanofluides), etc.

Frederik et Quiroz [1] ont analysé numériquement la convection naturelle laminaire et stationnaire dans une enceinte cubique munie d'une paroi verticale froide opposée à l'autre contenant une source carrée chaude. Les résultats montrent que la transition du régime conductif vers le régime convectif prenait fin à un nombre de Rayleigh égal à 10^5 , caractérisée par la suppression de la conduction et un développement lent de la convection. Aussi, dans la gamme du nombre de Rayleigh variant de 10^5 à 10^7 , les vitesses latérales devenaient très grandes, conduisant à un écoulement tridimensionnel thermiquement stratifié, L'effet du nombre de Reynolds était très minime sur le nombre de Nusselt.

Bairi [2] a procédé à l'étude numérique et expérimentale de la convection naturelle instationnaire au sein d'une cavité cubique fermée et remplie d'air. La paroi gauche contient trois sources de chaleur à densité de flux constante, séparées par des portions adiabatiques. La paroi d'en face est maintenue à une température constante plus faible que celle des sources alors que toutes les autres parois sont adiabatiques. Différents angles d'inclinaison de la cavité par rapport à l'horizontale ont été considérés pour le cas 2D. Les auteurs ont trouvé une bonne concordance entre leurs résultats numériques et expérimentaux.

Varol et al. [3] ont étudié numériquement, par le biais de la méthode des différences finies, le cas de la convection naturelle au sein d'une cavité inclinée présentant une source de chaleur s'étalant sur le coin droit en bas de la cavité et ce, en considérant plusieurs valeurs du nombre de Prandtl. Toutes les autres parois sont adiabatiques à l'exception d'une seule (celle de gauche en l'occurrence) qui est portée à une température inférieure à celle de la source. Leurs résultats montrent que le taux d'échange thermique augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et qu'il est maximum ou minimum selon l'angle d'inclinaison et dépend de la longueur de la source. De plus, le nombre de Nusselt moyen est plus important pour les valeurs du nombre de Prandtl ne dépassant pas l'unité.

Mahmoudi et al. [4] ont étudié l'influence du nombre de Rayleigh et de la fraction volumique en nanoparticules, sur le refroidissement d'une source chaude de différentes longueurs, positionnée à l'intérieur d'une cavité carrée à paroi verticale droite maintenue à une température plus faible, remplie entièrement du nanofluide eau-Cu, les autres parois de la cavité étant adiabatiques. Les auteurs ont trouvé que l'ajout de nanoparticules améliore le transfert thermique. Cette amélioration est plus significative à des nombres de Rayleigh relativement faibles. La position relativement basse ou haute ainsi que l'augmentation de la longueur de la source chaude donnent lieu à un refroidissement moins bon.

Chamkha et Ismael [5] ont procédé à l'étude numérique du transfert thermique conjugué (convection naturelle-conduction) dans une cavité carrée chauffée par un obstacle triangulaire porté sur la paroi verticale gauche, l'autre paroi est maintenue à une température plus faible et le reste de la cavité est adiabatique. Les auteurs ont analysé l'influence du type du nanofluide, de la fraction volumique en nanoparticules, du nombre de Rayleigh, de la dimension de l'obstacle et de la conductivité thermique par rapport à celle du fluide de base, sur les caractéristiques de l'écoulement et du transfert thermique.

Les résultats montrent que l'addition des nanoparticules n'était pas toujours bénéfique pour le transfert thermique et pouvait le détériorer mais dépendait fortement des autres paramètres de l'étude. En outre, le nanofluide ayant la conductivité thermique la plus élevée offrait le meilleur apport de chaleur.

La présente étude numérique se focalise sur l'impact de l'intensité des forces de poussée thermique et de la présence d'une source de chaleur au niveau de la paroi inférieure d'une cavité fermée remplie d'un fluide newtonien (l'air en l'occurrence) sur la structuration de l'écoulement et sur les performances thermiques au sein de l'enceinte.

2 Mise en équations du problème physique

2.1 Présentation du problème physique

Nous considérons dans la présente étude la convection naturelle laminaire au sein d'une cavité carrée fermée, remplie d'un fluide newtonien incompressible, de l'air en l'occurrence. L'enceinte est à parois latérales (en d'autre terme, verticales) maintenues à une température constante. Une fraction occupant 20% à 80% de la surface inférieure de l'enceinte et centrée par rapport à celle-ci, est maintenue à une température constante et uniforme, supérieure à celle des parois latérales et ce, grâce à une source de chaleur placée au contact de cette paroi. Cette source de chaleur a une largeur réduite notée ε , telle que : $\varepsilon = h/H$. Les surfaces horizontales supérieure et inférieure (de part et d'autre de la fraction chaude) de l'enceinte sont isolées thermiquement (figure 1).

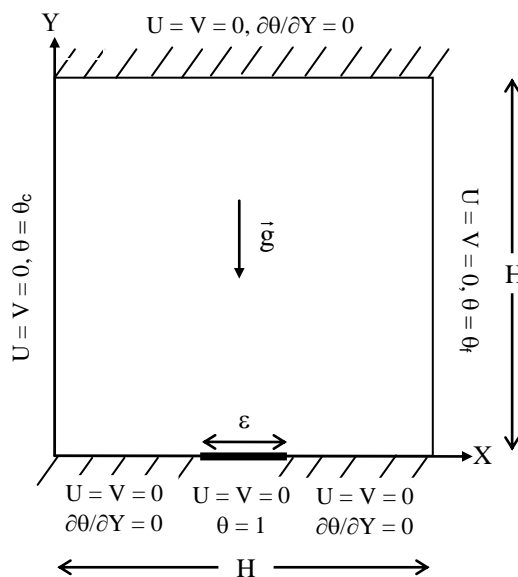


Figure 1 : Schématisation du problème physique et conditions aux limites.

2.2 Equations générales de conservation et conditions aux limites

La convection naturelle au sein de la cavité est gouvernée par les équations générales de conservation, à savoir : l'équation de continuité, les équations de l'impulsion (ou de quantité de mouvement) suivant les directions horizontale et verticale ainsi que l'équation de l'énergie. Ces équations sont données sous leur forme adimensionnelle, par les expressions respectives suivantes :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \text{Ra Pr } \theta \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad (4)$$

Ces équations ont été obtenues en considérant les variables adimensionnelles suivantes :

$$X = \frac{x}{H} \quad Y = \frac{y}{H} \quad U = \frac{u}{(\alpha/H)} \quad V = \frac{v}{(\alpha/H)} \quad P = \frac{p}{(\rho \alpha^2 / H^2)} \quad \theta = \frac{T - T_f}{T_c - T_f}$$

La convection naturelle est caractérisée par le nombre adimensionnel de Rayleigh Ra. Ce dernier traduit l'importance relative de la poussée d'Archimède par rapport au produit de la trainée visqueuse par le taux de diffusion thermique.

Les conditions aux limites adimensionnelles associées aux équations de conservation citées précédemment, sont comme suit :

$$X = 0 \quad 0 \leq Y \leq 1 \quad U = 0 \quad V = 0 \quad \theta = 0 \quad (5.1)$$

$$X = 1 \quad 0 \leq Y \leq 1 \quad U = 0 \quad V = 0 \quad \theta = 0 \quad (5.2)$$

$$0 < X < 1 \quad Y = 1 \quad U = 0 \quad V = 0 \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad (5.3)$$

$$0 < X < \frac{1-\varepsilon}{2}, \frac{1+\varepsilon}{2} < X < 1 \quad Y = 0 \quad U = 0 \quad V = 0 \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad (5.4)$$

$$\frac{1-\varepsilon}{2} \leq X \leq \frac{1+\varepsilon}{2} \quad Y = 0 \quad U = 0 \quad V = 0 \quad \theta = 1 \quad (5.5)$$

2.3 Evaluation des échanges thermique au sein de la cavité

Le taux de transfert thermique par convection dans une enceinte est obtenu à partir du calcul du nombre de Nusselt. On s'intéresse ici au transfert thermique au niveau de la partie chauffée. Le nombre de Nusselt moyen est défini par :

$$\text{Nu}_{\text{moy}} = - \int_{\frac{1-\varepsilon}{2}}^{\frac{1+\varepsilon}{2}} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=0} \quad (6)$$

3 Modélisation numérique et validation du code de calcul

Ce système d'équation ainsi que les conditions aux limites associées, constituent un modèle mathématique très difficile, voir impossible à résoudre par voie analytique. C'est ainsi que ces équations ont été discrétisées afin de pouvoir les résoudre par voie numérique. Cette discrétisation est effectuée par le biais de la méthode des volumes finis [6] qui permet de transformer le système d'équations différentielles aux dérivées partielles en système d'équations algébriques. Ces dernières sont résolues grâce à la méthode ligne par ligne en utilisant un code de calcul écrit en langage FORTRAN ainsi que l'algorithme SIMPLER pour traiter le couplage pression-vitesse.

Tableau 1 : Evolution du taux de transfert thermique en fonction du maillage.

$$Ra = 10^6, Pr = 0,71 \text{ et } \varepsilon = 0,80.$$

Maillage	81×81	110×110	121×121	141×141	151×151	161×161
Nu_{moy}	12,0051	12,0067	12,0112	12,0125	12,0135	12,0117

Le maillage utilisé pour la résolution de ces équations est un maillage uniforme. Afin d'illustrer son influence sur les résultats, plusieurs tests ont été effectués et ce, en passant du maillage 81×81 à 201×201 suivant X et Y, respectivement. Le tableau 1 montre que ce n'est qu'à partir du maillage 121×121 que le nombre de Nusselt moyen devient constant. Ca sera donc le maillage adopté au cours de la présente étude.

Dans le but de vérifier l'exactitude des résultats numériques obtenus dans le présent travail, une validation du code de calcul a été faite en comparant nos résultats avec ceux de la littérature. Ainsi, le travail expérimental et l'étude numérique en utilisant FLUENT de Calcagni et *al.* [7] ont été considérés.

Il s'agit de la convection naturelle de l'air dans une enceinte carrée présentant une source de chaleur localisée au centre de la paroi horizontale inférieure. La comparaison de la structure des lignes de courant (figure 2), des isothermes (figure 3) et la variation du nombre de Nusselt moyen (figure 4) montrent une bonne concordance entre les résultats donnant un écart relatif ne dépassant pas 1,90%. Ceci permet donc de valider notre code de calcul.

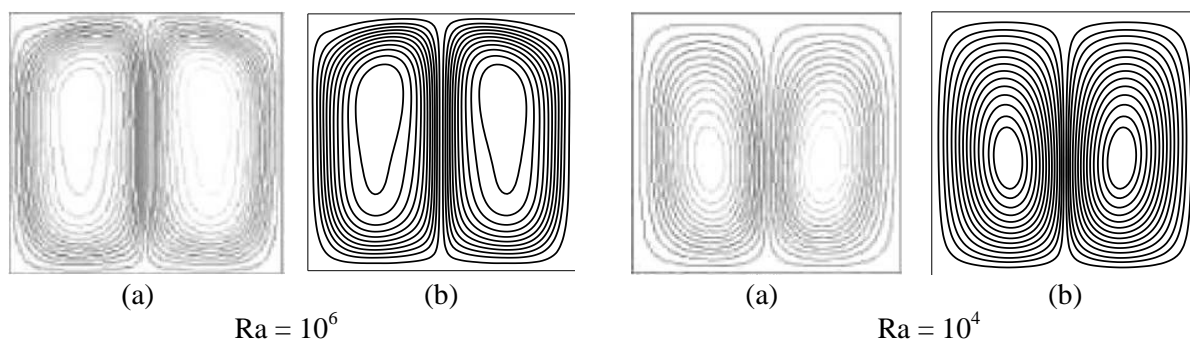


Figure 2 : Structure des lignes de courant. $\varepsilon = 0,40$.
 (a) Résultats numériques par FLUENT de Calcagni et *al.* [7]
 (b) Présente étude

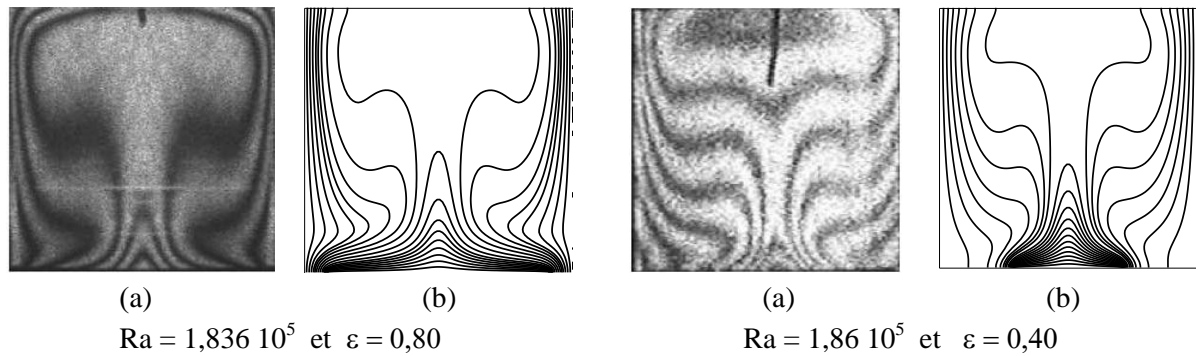
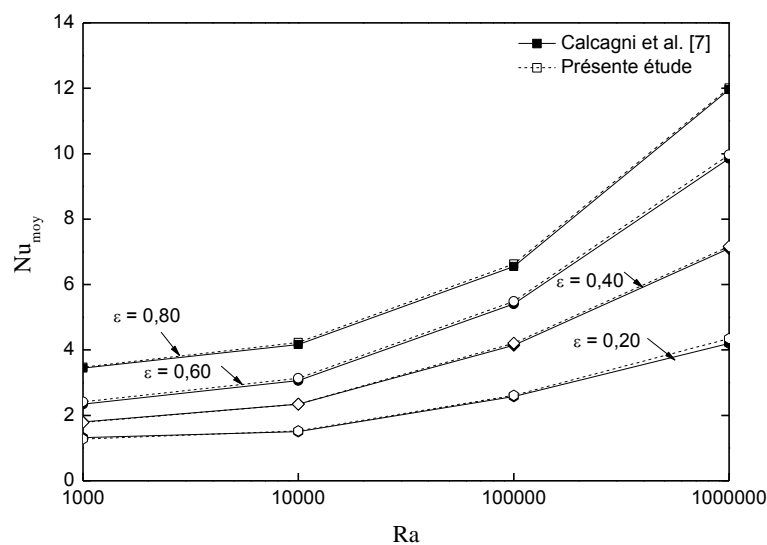


Figure 3 : Structure des isothermes.

(a) Résultats expérimentaux de Calcagni et *al.* [7]

(b) Présente étude

Figure 4 : Variation du Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh, pour différentes valeurs de la largeur adimensionnelle de la source chauffée ε .

4 Résultats et discussion

Les résultats présentés sont issus des simulations effectuées en prenant un nombre de Rayleigh variant entre 10^3 et 10^6 et une source de chaleur occupant une longueur adimensionnelle de 20 à 80% de la paroi horizontale inférieure.

La figure 5 illustre la structure des lignes de courant pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh et de la largeur adimensionnelle de la source chauffée. On remarque la formation de deux cellules contrarotatives ; l'une tourne dans le sens des aiguilles d'une montre et la seconde tourne dans le sens contraire. Cette observation est valable pour tous les cas. Le fluide qui est chauffé par la paroi inférieure se déplace vers la paroi supérieure adiabatique, où il se divise en deux flux, l'un se dirige vers la paroi froide verticale gauche et l'autre se dirige vers la paroi froide verticale droite, les deux cellules sont presque égales. Donc, la configuration présente un écoulement symétrique caractérisé par deux cellules contrarotatives identiques car les conditions aux limites sont symétriques.

Il est à noter que pour un nombre de Rayleigh donné, les lignes de courant sont presque identiques lorsqu'on fait varier la largeur adimensionnelle de la source chauffée. L'intensité de l'écoulement conserve, en conséquence, la même valeur pour un nombre Rayleigh fixe et une largeur variée. En revanche, pour une valeur donnée de la largeur adimensionnelle de la source chauffée, on remarque qu'avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, l'intensité de la recirculation à l'intérieur de l'enceinte augmente et les centres des lignes de courant se déplacent vers le haut.

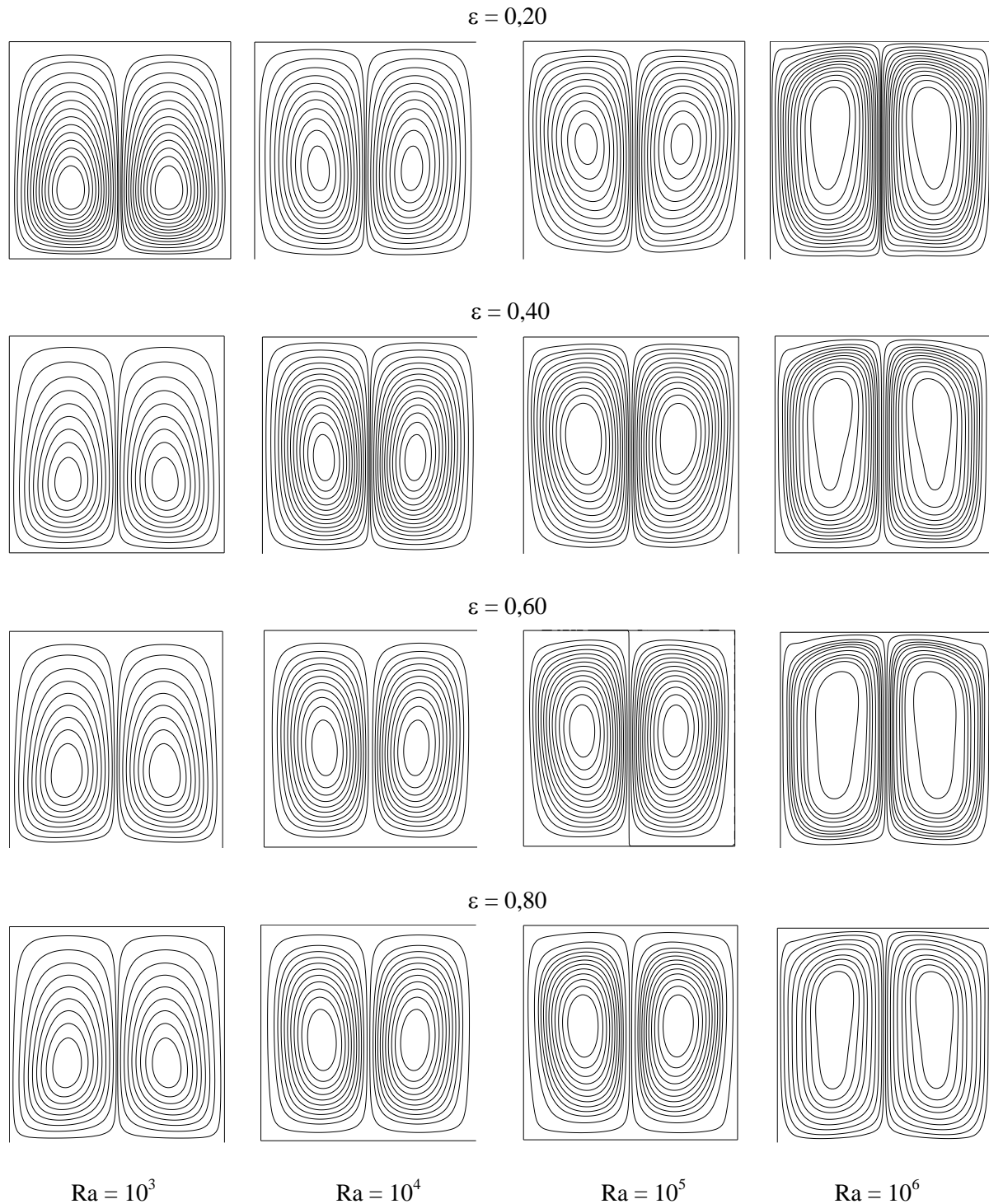
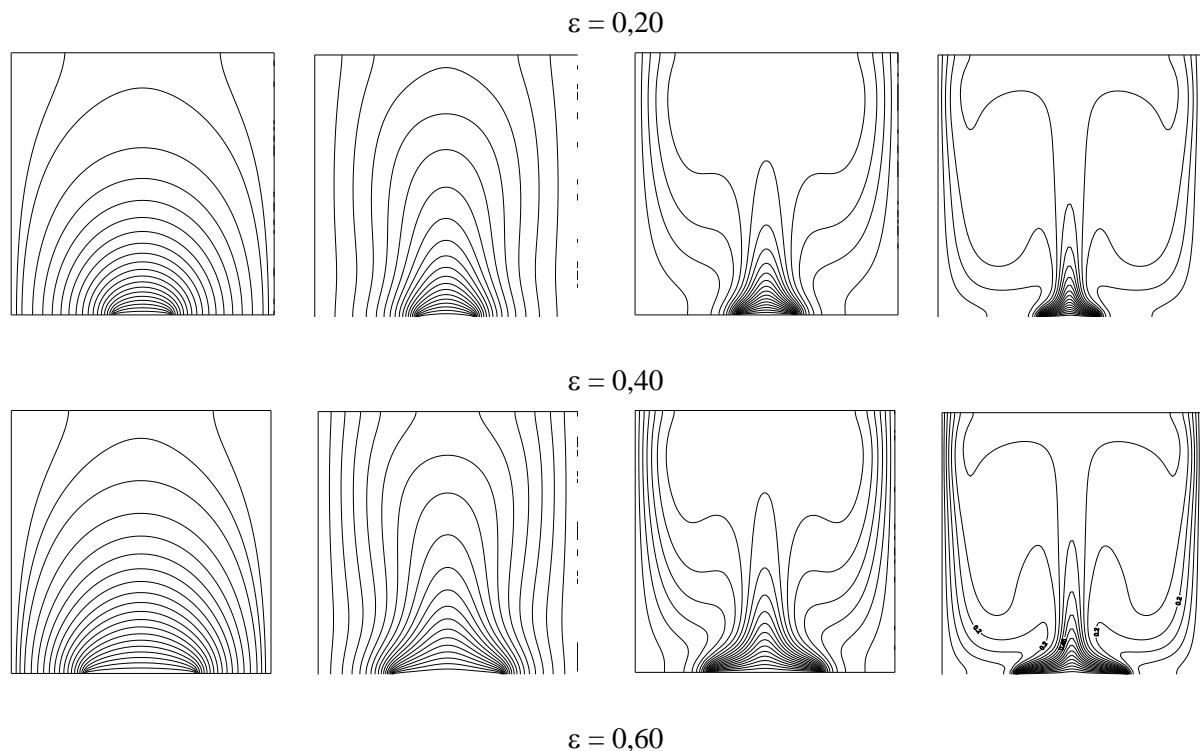


Figure 5 : Structure des lignes de courant pour différentes valeurs de nombre de Rayleigh et de la largeur adimensionnelle de la source chauffée. $Pr = 0,71$.

Les isothermes présentées à travers la figure 6 montrent quant à elle que la chaleur récupérée de la source chaude est transportée par convection vers le haut au milieu de l'enceinte par la paire de cellules au centre. C'est ce qui explique les températures relativement élevées dans la partie centrale de l'enceinte. La chaleur est évacuée de façon équitable à travers les deux parois latérales. Dans le cas de $Ra > 10^3$, la figure montre que les isothermes se modifient surtout en fonction du nombre de Rayleigh mais peu en fonction de la largeur de la source.

Pour $Ra = 10^3$, les isothermes deviennent presque des ellipses concentriques et ont une structure symétrique par rapport au plan vertical passant par $X = 0,50$. Lorsque $Ra=10^4$, la déformation des isothermes augmente. Lorsque $Ra = 10^6$, les couches limites thermiques deviennent plus minces et les isothermes deviennent stratifiées. Le degré d'augmentation de la stratification avec l'augmentation de la largeur adimensionnelle de la source chauffée augmente pour un nombre de Rayleigh fixe. On en conclue que lorsque la largeur adimensionnelle de la source chauffée augmente, le taux de transfert thermique augmente aussi et ce, étant donné l'augmentation de la surface d'échange thermique.

Pour une valeur fixe de la largeur de la source chauffée, l'augmentation du nombre de Rayleigh entraîne le rapprochement des isothermes les unes des autres dans la zone située près de la paroi inférieure chauffée, c'est à dire que les gradients de température deviennent plus élevés à proximité de la paroi inférieure chauffée. Ceci implique une augmentation du transfert thermique à travers la paroi inférieure de l'enceinte pour un nombre de Rayleigh plus élevé. Par conséquent, les températures les plus élevées sont celles du fluide qui circule parallèlement à la paroi chauffée, tandis que les températures les plus basses sont celles du fluide qui circule parallèlement aux parois froides.



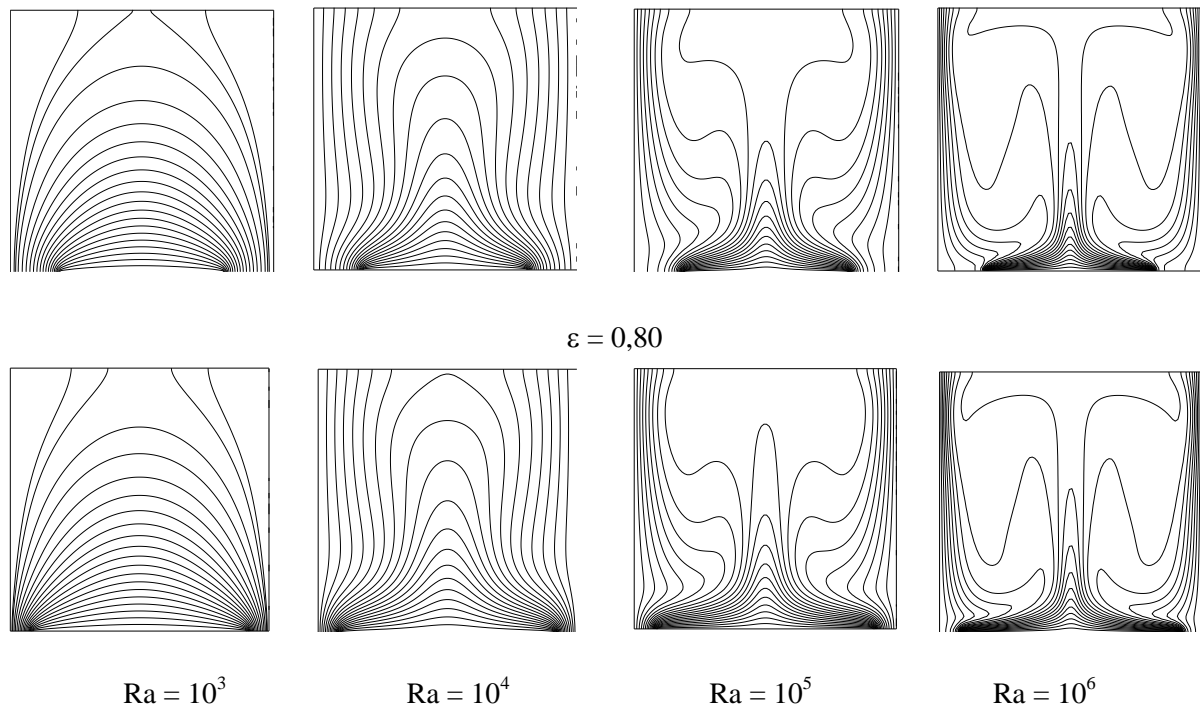


Figure 6 : Structure des isothermes pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh et de la largeur adimensionnelle de la source chauffée. $Pr = 0,71$.

Afin d'expliquer l'effet de la présence de la source chauffée sur l'écoulement du fluide, le profil de vitesse verticale le long du plan médian horizontal ($Y = 0,50$) est présenté à travers la figure 7.

Nous observons une descension du fluide au niveau des parois latérales froides et une ascension au niveau de la source chauffée. Cette montée augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et atteint son maximum au niveau du centre de la paroi chauffée, là où la température est maximale. Ceci est dû à l'augmentation de l'intensité des forces de poussée thermique et donc, à la prédominance du transfert thermique par convection.

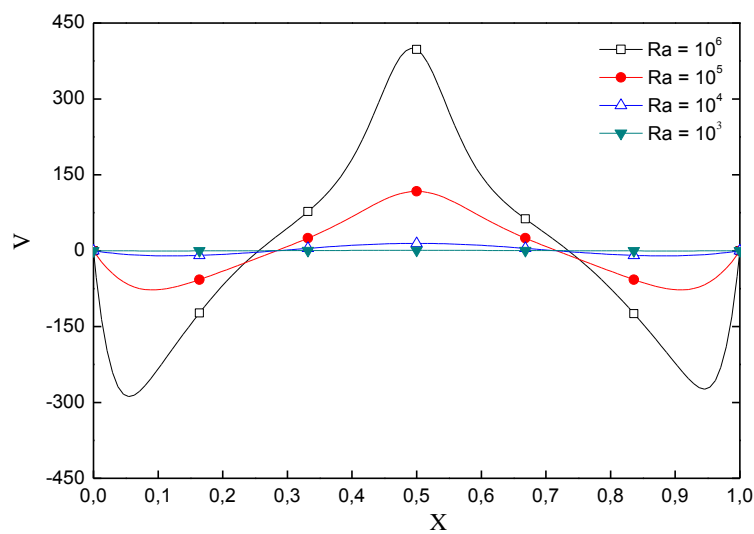


Figure 7 : Profil de vitesse verticale, le long du plan médian horizontal $Y = 0,50$, pour différents valeurs du nombre de Rayleigh. $Pr = 0,71$ et $\varepsilon = 0,80$.

Dans le but de quantifier les échanges thermiques au sein de la cavité, les figures 8 et 9 illustrent la variation du nombre de Nusselt local et moyen, respectivement, en fonction du nombre de Rayleigh, pour différentes valeurs de la largeur adimensionnelle de la source chauffée (pour la figure 9).

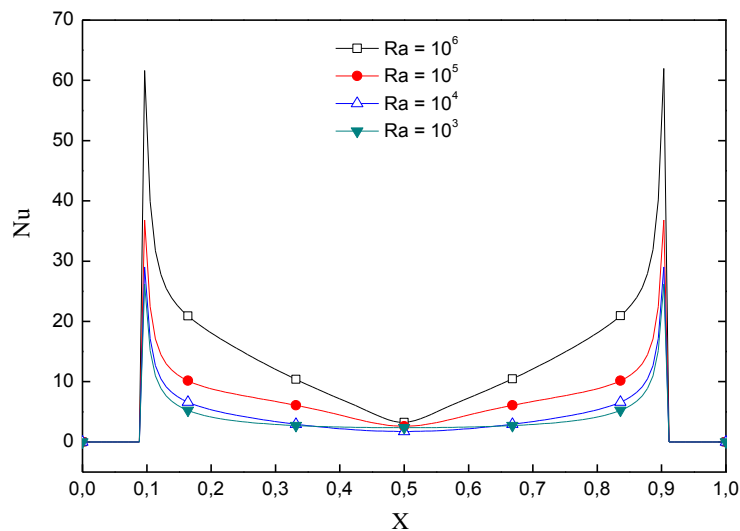


Figure 8 : Evolution horizontale du nombre de Nusselt local pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh. $Pr = 0,71$ et $\varepsilon = 0,80$.

La variation du nombre de Nusselt local, quelle que soit la valeur du nombre de Rayleigh, montre des valeurs nulles de ce dernier de part et d'autre de la source étant donné que ces régions sont isolées thermiquement. Des valeurs minimales du nombre de Nusselt local sont obtenues au milieu de la partie chauffée étant donné que c'est là où le gradient de température est le plus faible au vue des isothermes de la figure 6. Le nombre de Nusselt local atteint, en revanche, sa valeur maximale aux bornes de la source chauffée étant donné que ça correspond au contact du fluide froid provenant des parois latérales avec les extrémités de la source chauffée, ce qui donnera lieu aux plus forts gradients de température. Notons qu'en raison de la symétrie des conditions aux limites, la frontière commune des deux cellules contrarotatives joue le rôle d'isolateur. Le centre de la partie chauffée devient une zone de flux minimal de chaleur puisqu'elle se trouve à une température maximale, ceci implique un nombre de Nusselt local minimal.

Pour ce qui de la variation du nombre de Nusselt moyen, nous observons, d'une manière générale, que l'augmentation de la largeur de la source chauffée et donc, de la surface d'échange, entraîne l'augmentation du nombre de Nusselt moyen. De même, l'intensification des forces de poussée thermique, à travers l'augmentation du nombre de Rayleigh, favorise les échanges thermiques au sein de la cavité et ce, à cause de l'augmentation de la vitesse (figure 7) suite à l'intensification des courants de convection.

Il est intéressant de noter que l'effet de la largeur de la source chauffée est plus visible pour les valeurs élevées du nombre de Rayleigh.

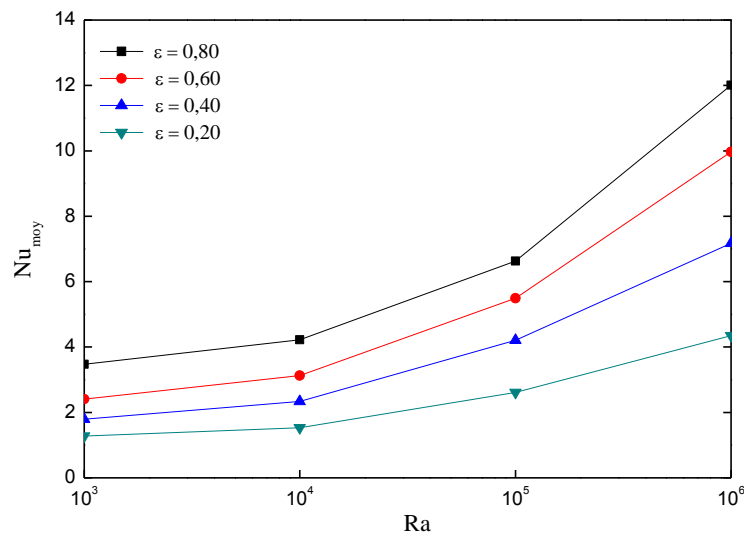


Figure 8 : Variation du Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh et pour différentes valeurs de la largeur adimensionnelle de la source chauffée. $Pr = 0,71$.

5 Conclusion

La configuration étudiée est une géométrie carrée contenant de l'air comme fluide. Les parois horizontales de l'enceinte sont considérées comme adiabatiques sauf au niveau de la source de chaleur. En effet, 20 à 80% de la surface de la paroi horizontale inférieure est chauffée par une source de chaleur. La source peut maintenir la paroi inférieure à température adimensionnelle $\theta = 1$. Les parois verticales sont quant à elles maintenues à une température adimensionnelle $\theta = 0$ ce qui permet le refroidissement de l'enceinte à travers ces parois.

La résolution des équations régissant l'écoulement et le transfert thermique a été approchée par la méthode des volumes finis, avec des volumes de contrôle quadrilatéraux et un maillage uniforme. L'algorithme SIMPLER a été adopté pour traiter le couplage pression-vitesse et par conséquent, les champs de vitesse et de température.

Les résultats obtenus montrent que le fait d'augmenter le nombre de Rayleigh favorise le transfert thermique dans la cavité étant donné l'augmentation des courants de convection et donc, la vitesse. En revanche, il y a diminution de la surface de la cavité exposée aux températures élevées. De même, l'augmentation de la largeur de la source chauffée et donc, la surface d'échange, améliore le transfert thermique et fait augmenter la surface exposée aux températures élevées.

Nomenclature

C_p	chaleur spécifique à pression constante, $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$
g	accélération de la pesanteur, $m\ s^{-2}$
h	longueur de la source de chaleur, m
H	dimension de la cavité carrée, m
k	conductivité thermique, $W\ m^{-1}\ K^{-1}$
Nu	nombre de Nusselt, $= -\frac{\partial\theta}{\partial Y}\Big _{Y=0}$

Nu_{moy}	nombre de Nusselt moyen
p	pression statique, $\text{kg m}^{-1}\text{s}^{-2}$
P	pression statique réduite, $= p/(\rho_0 \alpha^2 / H^2)$
Pr	nombre de Prandtl, $= \mu C_p / k$
Ra	nombre de Rayleigh, $= g\beta(T_c - T_f)H^3 / \nu\alpha$
T	température, K
T_c	température chaude, K
T_f	température froide, K
u	vitesse horizontale, m s^{-1}
U	vitesse horizontale réduite, $= u/(\alpha/H)$
v	vitesse verticale, m s^{-1}
V	vitesse verticale réduite, $= v/(\alpha/H)$
x	coordonnée horizontale, m
X	coordonnée horizontale réduite, $= x/H$
y	coordonnée verticale, m
Y	coordonnée verticale réduite, $= y/H$

Symboles grecs

β	coefficient de dilatation thermique, K^{-1}
ε	largeur réduite de la source de chaleur, $= h/H$
μ	viscosité dynamique du fluide, $\text{kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$
ρ_0	masse volumique de référence, kg m^{-3}
θ	température réduite, $= (T - T_f)/(T_c - T_f)$

Références

- [1] R. Frederik, F. Quiroz, On the transition from conduction to convection in a cubical enclosure with a partially heated wall, *Int. J. Heat Mass Trans.* 44 (2001) 1699-1709
- [2] A. Baïri, Transient thermal characteristics of airborne electronic equipment with discrete hot bands in square cavities, *Appl. Energy* 85-10 (2008) 951-967
- [3] Y. Varol, H.F. Oztop, A. Koca, F. Ozgen, Natural convection and fluid flow in inclined enclosure with a corner heater, *Appl. Therm. Eng.* 29 (2009) 340–350
- [4] M. Mahmoudi, Numerical simulation of free convection of nanofluid in a square cavity with an inside heater, *Int. J. Thermal Sc.* 50 (2011) 2161-2175
- [5] A.J. Chamkha, M.A. Ismael, Conjugate heat transfer in a porous cavity filled with nanofluid and heated by a triangular thick wall, *Int. J. Therm. Sci.* 67 (2013) 135-151
- [6] S.V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Co., New York, NY, 1980
- [7] B. Calcagni, F. Marsili, M. Paroncini, Natural convective heat transfer in square enclosure heated from below, *Appl. Therm. Eng.* 25 (2005) 2522-2531