

# Etude expérimentale d'un matériau architecturé à comportement de second gradient du déplacement

A. SOMERA<sup>a</sup>, C. MOREL<sup>a</sup>, C. JAILIN<sup>a</sup>, M. PONCELET<sup>a</sup>

a. LMT/ENS-Cachan/CNRS/Université Paris Saclay  
poncelet@lmt.ens-cachan.fr

## Résumé :

*L'étude des matériaux architecturés sensibles aux gradients de déformations (ou second gradient de déplacement) est très majoritairement réalisée d'un point de vue théorique ou numérique. Il est proposé ici de vérifier la faisabilité d'une étude expérimentale de ce genre de comportement. Le principe de l'essai est de solliciter avec une force répartie (et non un déplacement imposé ou un effort global) un échantillon, et d'estimer les couplages entre force et déformation au moyen de mesures de champ. Un comportement non modélisable par une théorie du 1<sup>er</sup> gradient de déplacement est clairement visible.*

## Abstract :

*The current work is an attempt of experimental study of high-order behaviors. It comes from the noticing that such behaviors are up to now nearly exclusively studied from a theoretical and numerical point of view. Materials with coarse inner architecture can easily be design with modern production process (3D printing, 2D and 3D corrugation). The question of the actual behavior of those architected media rises. Do they behave like classical elastic continua, or do they exhibit extraneous high-order effects? Further, if present are those effects stable with respect to imperfections (geometry, constitutive material ...). In the present study a non-centro symmetric sample has been process. The geometrical anisotropy of the elementary cell has been chosen in order to detect strain-gradient effect. Samples are obtained by 3D printing and are representative of industrial honeycombs used for aeronautic/aerospace composite material. To that aim, simple experiments based on load controlled tests with full-field kinematic measurement have been designed. The distributed load control reveals that the architected material behave as an effective genuine strain-gradient material.*

**Mots clefs : Conditions aux limites, Mesure de champ, Matériaux architecturés, Second gradient du déplacement, Fabrication additive**

# 1 Introduction

Les matériaux architecturés, à microstructure de type « treillis » par exemple, présentent parfois des comportements homogénéisés complexes sortant du cadre de la modélisation du premier gradient du déplacement, que ce soit en dynamique ou en statique. Dans ce dernier cas, certains, apparentés à de purs mécanismes (présence de liaisons quasi-parfaites) peuvent exhiber une énergie de déformation ne dépendant que du second gradient du déplacement [1] tandis que d'autres reposant sur des liaisons élastiques ont une énergie dépendant du 1<sup>er</sup> et du 2<sup>nd</sup> gradient (dans la suite le cas du formalisme de 2<sup>nd</sup> gradient du déplacement est traité et non de 1<sup>er</sup> gradient du déformation, mais ces deux sont similaires). Ces comportements peuvent être globalement décrit par les relations élastiques de raideur et souplesse

$$\begin{pmatrix} \sigma \\ \tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C & M \\ M^T & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon \\ \eta \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \epsilon \\ \eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S & W \\ W^T & V \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma \\ \tau \end{pmatrix}$$

avec  $\sigma$  (resp.  $\tau, \epsilon, \eta$ ) le tenseur des contraintes (resp. des hypercontraintes, des déformations et du gradient de déformation).  $C$  (resp.  $S$ ) est le tenseur de raideur (resp. souplesse) du 4<sup>e</sup> ordre,  $A$  (resp.  $V$ ) le tenseur de raideur (resp. souplesse) du 6<sup>e</sup> ordre, et  $M$  (resp.  $W$ ) le tenseur de raideur (resp. souplesse) du 5<sup>e</sup> ordre couplant les effets variables de 1<sup>er</sup> ordre ( $\sigma$  et  $\epsilon$ ) aux variables de 2<sup>nd</sup> ordre ( $\tau$  et  $\eta$ ). Selon les classes de symétrie de la microstructure du matériau, différentes composantes de  $C, A, M$  (et donc  $S, W, V$ ) s'annulent ou sont égales. On peut retenir en particulier que dans le cas 2D une microstructure centro-symétrique induit une absence de couplage entre ordres ( $M$  et  $W$  nuls).

Le récent développement des procédés d'obtention par méthode additive a relancé l'intérêt pour ces matériaux architecturés qui n'étaient jusque-là que difficilement réalisables. La très grande majorité de leurs études était jusqu'alors théorique ou numérique ([2-3] sont des exceptions), et se pose donc la question de leur pertinence et validité : quelle est l'importance des effets « exotiques » dû à des composantes non nulles de  $A, V, M$  ou  $W$  sur un matériau architecturé réel, et à quel point ces effets ne sont pas masqués par les défauts de fabrication ? Ces nouveaux procédés de fabrication, que ce soit pour des matériaux polymères [4] ou des métalliques [5] offrent en effet encore souvent une qualité géométrique, une rugosité et une santé matière plus adaptés à de la production de simples (macro)structures plutôt que de (macro)structures constituées d'une microstructure spécifique.

Le travail présenté ci-après est une étude préliminaire, visant à confirmer la faisabilité expérimentale d'une démarche de caractérisation adaptée à de tels matériaux.

## 2 Protocole expérimental

### 2.1 Conception générale

La difficulté d'une approche expérimentale adéquate vient du fait que les méthodes de caractérisation standard ont été pensées dès le XIX<sup>e</sup> siècle dans le cadre de la théorie du 1<sup>er</sup> gradient et de l'isotropie. Les conditions aux limites habituellement appliquées à chaque extrémité d'une éprouvette par une machine d'essai sont de type « translation principale uniforme ». Sauf à avoir une zone utile non homogène, les conditions aux limites imposent une cinématique globale propice à l'étude d'un comportement sensible au 1<sup>er</sup> gradient de déplacement (une déformation de traction, btraction ou cisaillement uniforme dans la zone utile), mais contraignent la cinématique à des gradients de

déformation a priori nuls. En outre l'expression d'une déformation anisotrope qui ne serait pas cohérente avec l'orientation de la sollicitation est entravée. A titre d'illustration, le cas d'un essai de traction simple montre des conditions aux limites de déplacement homogène non nul selon l'axe de l'éprouvette, et nulle perpendiculairement. L'effet de Poisson est existant mais l'amplitude des déplacements qu'il provoque est diminuée par ces conditions aux limites. Aucun gradient de déformation selon l'axe principal ou selon l'axe perpendiculaire n'étant imposé, l'étude de comportement type 2<sup>nd</sup> gradient est alors caduque (la région à proximité des conditions aux limites présente un gradient de déformation, mais est très limitée en terme de taille de zone observable). Si le comportement est anisotrope et l'orientation principale n'est pas celle de traction, les déformations perpendiculaires à cet axe sont contraintes, au même titre que l'effet de Poisson.

Il doit être noté que différentes méthodes plus adaptées à des comportements complexes ont pu être proposées (voir par exemple les travaux de Boehler et al. [6] pour l'anisotropie, ou ceux de [7] pour des liaisons cinématiques biologiques), mais sont restées minoritaires. Elles consistent à laisser autant que possible l'échantillon « libre » de se déformer sous sollicitation en n'imposant aux conditions aux limites que les déplacements strictement nécessaires. Les approches comme celle de Boehler et al. étaient développées à l'époque dans une approche d'échantillon à zone utile homogène (donc par définition des gradients de déformation nuls). Néanmoins l'absence de « restriction » cinématique au bord reste un atout lors du passage à des zones utiles où une homogénéité des quantités statiques induit un champ cinématique hétérogène (cas de  $M \neq 0$ ) : l'amplitude des déplacements y sera nécessairement plus importante, et donc l'identification via une mesure de champ cinématique [8] n'en sera que meilleure.

Le protocole proposé repose donc sur une sollicitation en effort distribué au bord de l'échantillon, sans déplacement imposé (seul un déplacement global est imposé à chaque bord), permettant à la réponse cinématique de s'exprimer « au maximum », et d'être mesurée par corrélation d'images numériques (CIN) pour en déduire des coefficients de souplesse du matériau.

## 2.2 Echantillon et montage

Le matériau architecturé choisi a une géométrie proche d'un nid d'abeille produit industriellement (Flexcore de Hexcel®). Il a une cellule présentant un seul plan de symétrie, ce qui implique des couplages entre 1<sup>er</sup> et 2<sup>nd</sup> ordre ( $M \neq 0$ ) [9]. Cela signifie par exemple qu'une sollicitation de traction homogène (1<sup>er</sup> ordre) peut induire un 2<sup>nd</sup> gradient de déplacement (2<sup>nd</sup> ordre), ce qui n'est pas le cas de la majorité des matériaux. On parle ici bien d'un effet dû au comportement homogénéisé de la microstructure, et non d'un effet dû la (macro)structure qu'est l'éprouvette, dont la zone utile ne présente a priori pas de variation de contrainte à l'échelle macro.

La géométrie, présentée figure 1, est imprimée en ABS sur machine SST768. Un autre échantillon ci-après nommé « noflex », présentant 2 plans de symétrie, est également imprimé pour servir de référence car il ne présente théoriquement pas de couplage 1<sup>er</sup>/2<sup>nd</sup> ordre.

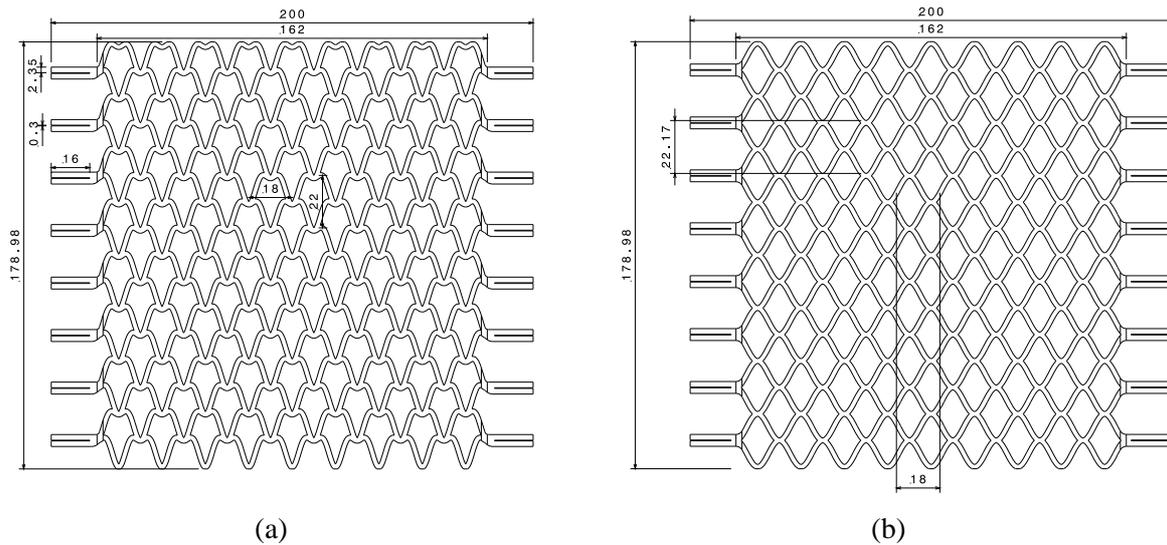


Figure 1 : CAO des 2 échantillons flexcore (a) et noflex (b).

Les échantillons sont reliés de chaque côté par chacune des 8 extrémités à un montage imposant un effort identique de traction selon l'axe horizontal  $y$ . Un film d'élastomère moucheté, de très faible raideur par rapport à l'échantillon, adhère à sa surface afin de réaliser matériellement une interpolation linéaire du déplacement au sein des cellules. Lors de l'essai, une prise d'image est réalisée à différent palier d'effort à l'aide d'un appareil photo numérique.

## 2.3 Post-traitement

Le champ de déplacement  $U$  est mesuré par un logiciel de CIN [10]. Le champ de déplacement est ensuite projeté sur une base composée de mouvement de corps rigide, 1<sup>er</sup> et 2<sup>nd</sup> gradients du déplacement, afin de trouver respectivement les coefficients  $\epsilon_{11}, \epsilon_{22}, \epsilon_{12}$  et  $\bar{\eta}_{111}, \bar{\eta}_{221}, \bar{\eta}_{121}, \bar{\eta}_{112}, \bar{\eta}_{222}, \bar{\eta}_{122}$  (avec  $\bar{\eta} = grad(grad(U))$ ). Une régression linéaire de chacun des composantes de 1<sup>er</sup> et 2<sup>nd</sup> gradient par rapport à la charge appliquée permet au final d'estimer des coefficients apparentés à des souplesses (resp.  $\epsilon/F$  [%. $N^{-1}$ ] pour le 1<sup>er</sup> gradient et  $\eta/F$  [ $m^{-1}.N^{-1}$ ] pour le 2<sup>nd</sup>). Il faut garder à l'esprit que le champ solution du problème n'est pas une combinaison de 1<sup>er</sup> et 2<sup>nd</sup> gradients – la solution est plus complexe, présentant des effets de couche limite – mais l'observation d'un 2<sup>nd</sup> gradient permet de voir dans quelle mesure un écart à un modèle du 1<sup>er</sup> gradient est décelable. Les coefficients obtenus ne représentent donc par de manière stricte les valeurs de couplage entre 1<sup>er</sup> et 2<sup>nd</sup> ordre mais une indication sur ceux-ci.

## 3 Premiers résultats

Sur la figure 2, on note tout d'abord une relativement bonne répétabilité des mesures pour le 1<sup>er</sup> gradient (mesures sur noflex réalisées avec échantillon tourné de 180°, machine dérégulée puis réglée, et après cyclage pour déceler un effet d'endommagement). Le coefficient correspondant à du cisaillement induit par la traction présente un aléa non-négligeable mais sa valeur absolue est très faible. L'influence des distorsions optiques sur la mesure par CIN a également été évaluée et est faible.

La comparaison entre noflex et flexcore dans le cas des coefficients de 1<sup>er</sup> gradient est sans ambiguïté : alors que la souplesse dans la direction de traction  $\epsilon_{22}/F$  est du même ordre de grandeur pour les deux échantillons, le flexcore présente un couplage traction-cisaillement très net.

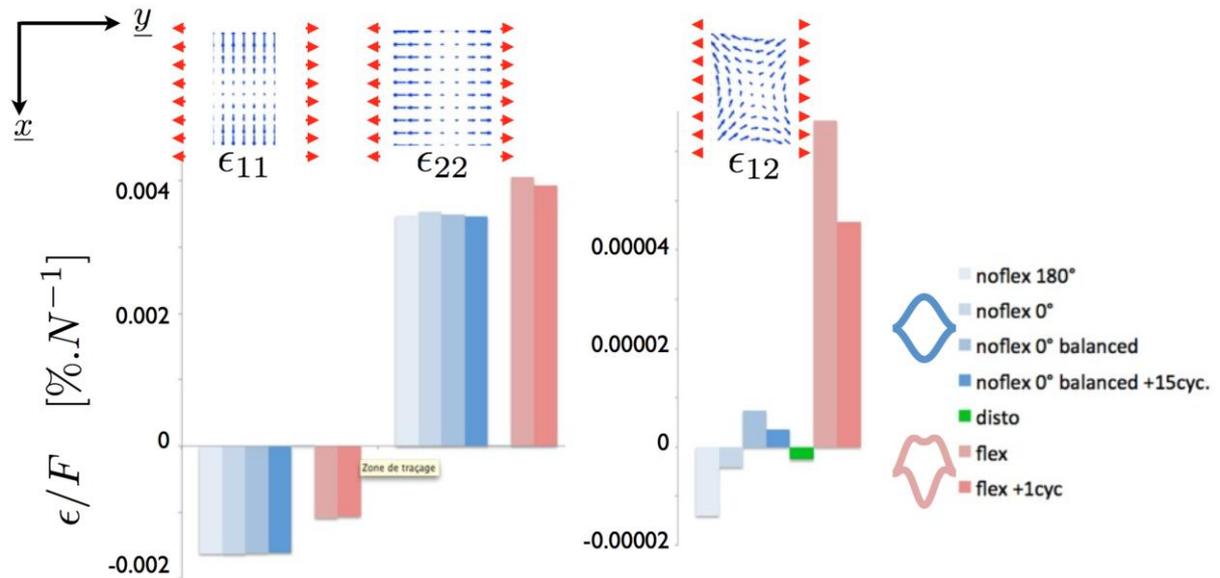


Figure 2 : composantes de 1<sup>er</sup> gradient du déplacement sous chargement de traction selon y.

Sur la figure 3, on note également que le flexcore se différencie nettement du noflex par un couplage entre traction et 2 composantes du 2<sup>nd</sup> gradient. L'observation de l'écart (écart-type de la différence des champ cinématique) entre modèle et mesure diminue lors de l'ajout du 2<sup>nd</sup> gradient dans le cas du flexcore, contrairement au noflex.

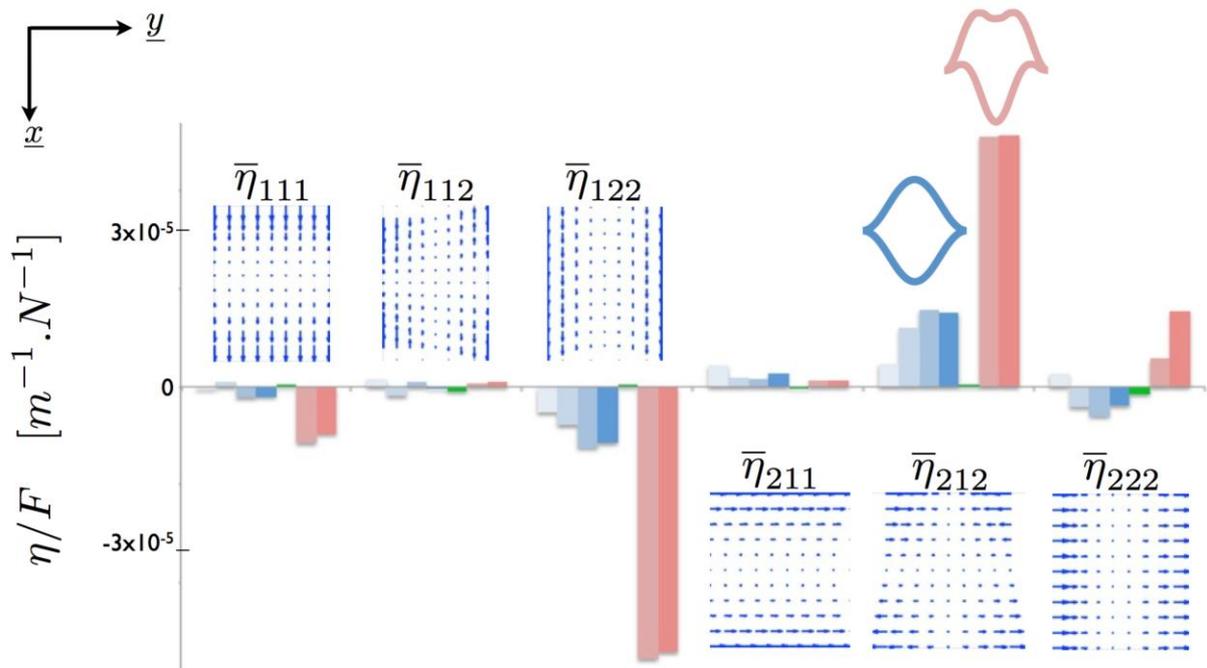


Figure 3 : composantes de 2<sup>nd</sup> gradient du déplacement sous chargement de traction selon y.

## 4 Conclusion

Cette étude ayant validé la faisabilité du protocole expérimental, une campagne d'essai plus exhaustive en terme de sollicitation et avec un dépouillement approfondi (identification par méthode FEMU) est actuellement en cours.

## Références

- [1] P. Seppecher, J.-J. Alibert, F. Dell'Isola. Linear elastic trusses leading to continua with exotic mechanical interactions. *Journal of Physics: Conference Series*, 319 (1) (2011) 012018
- [2] F Dell 'Isola, I Giorgio, M Pawlikowski, N. Rizzi, Large deformations of planar extensible beams and pantographic lattices: Heuristic homogenisation, experimental and numerical examples of equilibrium, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and physical sciences*, Royal Society, The, 472(2185) (2016) 20150790
- [3] J. Marty, J. Réthoré, A. Combescure, Experimental investigation of higher-order homogenization schemes under large strain, *International Journal of Solids and Structures* 88–89 (2016) 263-273
- [4] B. N. Turner, S. A Gold, A review of melt extrusion additive manufacturing processes: II. Materials, dimensional accuracy, and surface roughness, *Rapid Prototyping Journal*, 21(3) (2015) 250–261
- [5] A. Pfaff, Manufacturing strategy and heat treatment of a slender, second gradient material structure in AlSi10Mg by Selective Laser Melting, *EUROMECH579*, Arpino (Italy) (2017)
- [6] J.P. Boehler, S. Demmerle and S. Koss A New Direct Biaxial Testing Machine for Anisotropic Materials, *Experimental Mechanics* 34(1) (1994) 1–9
- [7] J. Eguizabal, M. Tufaga, J. K. Scheer, C. Ames, J. C. Lotz, J. M. Buckley, Pure moment testing for spinal biomechanics applications: Fixed versus sliding ring cable-driven test designs, *Journal of Biomechanics* 43 (2010) 1422–1425
- [8] M.A. Sutton, Computer Vision-Based, Noncontacting Deformation Measurements in Mechanics: A Generational Transformation, *Applied Mechanics Reviews* 65 (2013)
- [9] N. Auffray, J. Dirrenberger and G. Rosi, *A complete description of bi-dimensional anisotropic strain-gradient elasticity*, *International Journal of Solids and Structures* 69-70 (2015) 195–210
- [10] G. Besnard, F. Hild, S. Roux, "Finite-element" displacement fields analysis from digital images: Application to Portevin-Le Chatelier bands. *Experimental Mechanics*, 46(6) (2006) 789–804