Démarche globale d'optimisation en contexte probabiliste pour l'ingénierie mécanique

O. BRAYDI[a,b], P. LAFON[a], R.YOUNES[b]

a. Université de Technologie de Troyes (UTT)- Troyes France
b. Université Libanaise (UL)- Hadath Liban
Email :oussama.braydi@utt.fr

Résumé

Cet article présente une thèse en cotutelle entre l'université de technologie de Troyes et l'université Libanaise. Cette thèse traite des problèmes d'optimisation en ingénierie mécanique en prenant en compte les incertitudes. L'objectif est de proposer une démarche globale pour résoudre ces problèmes permettant d'améliorer les techniques actuelles d'optimisation.

Abstract

This article presents a thesis in collaboration between Lebanese University and UTT in order to propose a global framework to solve optimization under uncertainties problems in mechanical engineering.

Mots clefs : optimisation sous incertitude, optimisation robuste, optimisation fiabiliste, ingénierie mécanique.

1 Introduction

Ce projet est une thèse en cotutelle entre l'université de technologie de Troyes (UTT) et l'université libanaise (UL). Cette thèse se déroulant au sein du Laboratoire des Systèmes Mécaniques et d'Ingénierie Simultanée (LASMIS) de l'UTT sous la direction de Pascal LAFON et au centre de modélisation de l'UL sous la direction de Rafic YOUNES. Elle est financée par la région Champagne-Ardenne et les fonds "FEDER" de l'Europe et par l'Université Libanaise.
L'intégration des incertitudes dans les problèmes d'optimisation surtout dans le domaine d'ingénierie mécanique est un besoin connu depuis quelques années. Cela est rendu nécessaire à cause de l'influence des incertitudes dans les variables et les paramètres d'entrée sur les fonctions objectifs et les contraintes du problème. Bien que certains types d'incertitudes peuvent être réduites, il subsiste toujours ces incertitudes irréductible en mécanique.
De nombreux problèmes d'ingénierie mécanique requièrent ce type d'optimisation comme par exemple, les problèmes liés à l'optimisation de fabrication mécanique tel que les procédés de mise en forme (emboutissage et forgeage,..) [1] ainsi que les problèmes de structures mécaniques [2] [3], les problèmes de systèmes aéronautiques [4], ...

Les fonctions objectifs et contraintes de ces problèmes ne possèdent pas systématiquement de formulations analytiques explicites, ce qui nécessitent de recourir au simulations numériques souvent couteuses en temps de calculs ce qui est très pénalisant en optimisation. Afin de compenser les durées de calculs, des métamodèles sont utilisés pour remplacer ces simulations numériques. Le principal problème concernant l'optimisation sous incertitudes est le coût important des calculs par rapport à l'optimisation déterministe. En effet, les solutions dans un contexte probabiliste ne sont plus étudiées comme des points singuliers comme dans le cas déterministe, mais elles sont étudiées comme des voisinages autour de points singuliers.
L'objectif de ce travail est donc de proposer une démarche globale d'optimisation sous incertitudes adaptées aux problèmes d'ingénierie mécanique en s'appuyant sur leurs caractéristiques communes tel que le besoin des métamodèles et le nombre de variables et leur nature physique. La méthode recherchée doit être capable de bien converger vers les optimums globaux et dans des intervalles de temps acceptables. Dans les parties suivantes nous décrivons l'optimisation sous incertitudes et nous présentons quelques éléments de démarche pour aboutir aux objectifs de cette thèse.

2 Optimisation sous incertitudes

L'optimisation sous incertitudes [5] consiste à associer à chaque variable x_i et paramètre environnemental e_i du problème une distribution de probabilité commune, ces entrées seront étudiées comme des variables aléatoires. L'évaluation des fonctions objectifs et contraintes est assurée par la propagation des incertitudes des entrées aux sorties du problème, cette propagation d'incertitudes est assurée par différentes méthodes tel que la simulation de Monte-Carlo, le chao pôlynomial et quelque fois le calcul analytique. Les fonctions objectifs du problème déterministe sont remplacées par leurs moments statistiques tel que l'espérance, la quantile et l'écart type. Les fonctions contraintes sont remplacées par leurs probabilités d'être respectées ou leur quantiles. L'optimisation sous incertitudes comporte deux catégories de problèmes : les problèmes d'optimisation fiabilistes et les problèmes d'optimisation robuste, ces deux catégories se différencient par la formulation des problèmes.

2.1 Optimisation fiabiliste (OF)

L'optimisation fiabiliste [6][7] consiste à étudier les incertitudes du problème au niveau de ses fonctions contraintes, elle assure que les résultats obtenues respectent les contraintes du problème avec un degré de fiabilité donné malgré les variabilités des entrées. Dans ce cas les fonctions objectifs seront représentées par leurs formes déterministes ou par leurs espérances et les contraintes seront représentés par des fonctions quantiles, d'où la nécessité d'exprimer des contraintes dans la formulation du problème, condition nécessaire pour définir ce type d'optimisation. La formulation fiabiliste avec une seule fonction objectif et une seule fonction contrainte est donnée dans (1), tel que x et e sont respectivement les vecteurs des variables et des paramètres environnementaux du problème, et χ_x,χ_e sont respectivement leurs incertitudes associées, $E[f(x+\chi_x, e+\chi_e)]$ est l'espérance de la fonction objectif, $Q_k[g(x+\chi_x, e+\chi_e)]$ est le quantile de la fonction contrainte g avec un degré k de fiabilité, x_{inf} et x_{sup} sont respectivement les deux vecteurs minimal et maximal des variables.

$$\begin{aligned} &\text{Minimiser } E[f(x+\chi_x, e+\chi_e)] \\ &\quad \text{tel que} \\ &\qquad Q_k[g(x+\chi_x, e+\chi_e)] \leq 0 \\ &\qquad x_{inf} \leq x \leq x_{sup} \end{aligned} \tag{1}$$

2.2 Optimisation robuste (OR)

L'optimisation robuste [8][9] vise à produire des résultats d'optimisation le plus insensibles aux variabilités des entrées, ces résultats sont obtenus en ajoutant l'écart type ou la variance des objectives du problème à l'ensemble des fonctions objectifs, les contraintes peuvent être traitées d'une manière déterministe mais cela risque de mener à des taux de fiabilité bas, ou alors elles peuvent être remplacées par leurs quantiles comme dans le cas fiabiliste. La Figure 1, qui est inspirée d'une figure présentée dans [4], compare la solution 1 obtenue par l'optimisation déterministe et la solution 2 obtenue par l'optimisation robuste de la même fonction objective $f(x)$. Il est clair que la différence de stabilité de $f(x)$ entre les deux solutions avec la même variabilité du variable x, la solution robuste est peu sensible aux variabilité de x, tandis que celle déterministe est trés sensible. Dans le cas d'antagonisme entre les espérances et les écarts types des fonctions objectives le OR est indispensable, tandis que si cet antagonisme n'est pas présent, une OF est suffisante. Le OR avec un seul objectif et un seul contrainte est formulé dans (2), avec $E[f(x+\chi_x, e+\chi_e)]$ et $\sigma[f(x+\chi_x, e+\chi_e)]$ sont respectivement l'espérance et l'écart type du fonction objective$f$. Dans ce type de formulation de l'optimisation robuste, le nombre d'évaluations des fonctions objectives augmentent ce qui rend le problème très coûteux en temps de calcul, ce qui est présenté dans la (Figure 2).

$$\begin{aligned} &\text{Minimiser } E[f(x+\chi_x, e+\chi_e)], \sigma[f(x+\chi_x, e+\chi_e)] \\ &\quad \text{tel que :} \\ &\qquad Q_k[g(x+\chi_x, e+\chi_e)] \leq 0 \\ &\qquad x_{inf} \leq x \leq x_{sup} \end{aligned} \tag{2}$$

3 Démarche proposée

Afin d'aboutir aux objectifs de ce travail, la démarche proposée s'appuiera sur la construction d'un métamodèle adaptatif qui sera enrichi pendant le processus d'optimisation. Ce métamodèle doit être capable de bien représenter les fonctions objectifs surtout dans leurs zones optimales.

Le choix de l'outil de propagation d'incertitudes est relié au métamodèle choisi. Ce métamodèle doit permettre de mettre en place une technique de propagation d'incertitudes rapide et performante. Ce qui a été fait dans [10], où un métamodèle polynomial a été construit afin de remplacer la rigidité d'un panneau raidis pour permettre un calcul analytique des fonctions de distribution donnant ainsi une valeur exacte des moments statistiques des incertitudes propagées.

Nous avons également démontré que la prise en compte des incertitudes n'aboutit pas systématiquement à des problèmes d'optimisation robuste. Nous allons proposer une méthode basée sur un critère d'identification pour différencier les situations dans lesquelles on rencontrera des problèmes d'optimisation robustes et fiabilistes. Cette méthode devra aider les designers à prendre une décision concernant le type

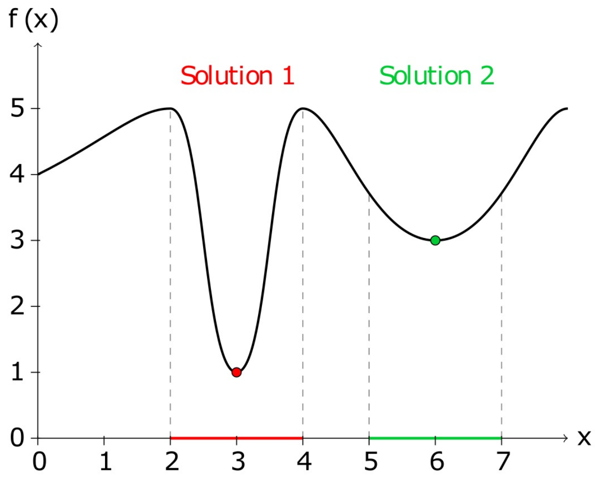

FIGURE 1 – les solutions déterministe et robuste

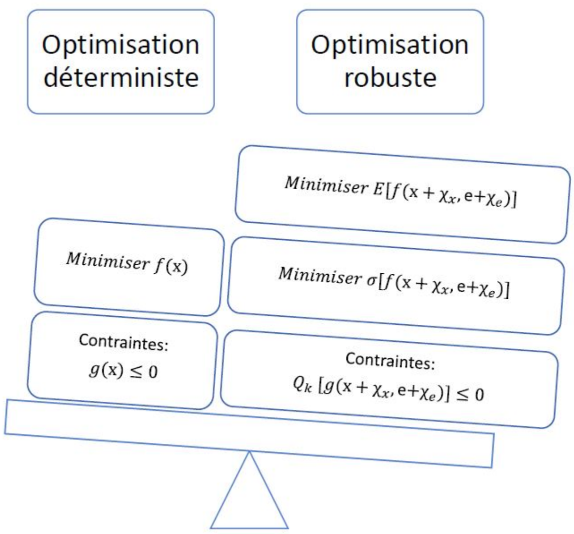

FIGURE 2 – comparaison entre le coût de l'optimisation robuste et de l'optimisation déterministe

adéquat d'optimisation sous incertitudes (fiabiliste ou robuste).
Cette démarche sera appliquée sur des problèmes de mise en forme et de structure mécanique.

Références

[1] G. Sun, G. Li, Z. Gong, X. Cui, X. Yang, Q. Li, Multiobjective robust optimization method for drawbead design in sheet metal forming. Materials & Design, 31(4), 1917–1929, 2010

[2] N. Lelièvre, P. Beaurepaire, C. Mattrand, N. Gayton, A. Otsmane, On the consideration of uncertainty in design : optimization-reliability-robustness. Structural and Multidisciplinary Optimization, 54(6), 1423–1437, 2016.

[3] M. Moustapha, Adaptive surrogate models for the reliable lightweight design of automotive body structures. Diss. Université Blaise Pascal-Clermont-Ferrand II, 2016.

[4] V. Baudoui, Optimisation robuste multiobjectifs par modèles de substitution. Diss, Toulouse, ISAE, 2012.

[5] R. F. Coelho, P. Breitkopf. "Optimisation multidisciplinaire en mécanique : Tome 2, Réduction de modèles, robustesse, fiabilité, réalisations logicielles." (2010).

[6] Y. Aoues, A. Chateauneuf (2010). Benchmark study of numerical methods for reliability based design optimization. Struct. Multidisc. Optim. 41(2), 277- ?294.

[7] I. Enevoldsen, JD. Sørensen. Reliability-based optimization in structural engineering. Structural safety. 1994 Sep 1 ;15(3) :169–96.

[8] H. G. Beyer, B. Sendhoff,(2007). Robust optimization a comprehensive survey. Computer methods in applied mechanics and engineering, 196(33), 3190–3218.

[9] D. Bertsimas, D. B. Brown, C. Caramanis, (2011). Theory and applications of robust optimization. SIAM review, 53(3), 464–501.

[10] O. Braydi, P. Lafon, R. Younes, A. El Samrout, (2017). Reliability based optimization of a hat stiffened panel . 23ème Congrès Français de Mécanique Lille 2017. (soumise).