

# Modelo SETAR aplicado a la volatilidad de la rentabilidad de las acciones: algoritmos para su identi...cación.

por

M<sup>a</sup>Dolores Márquez Cebrián

Departament d'Estadística i Investigació Operativa  
para optar al título de  
Doctora en Ciencias (Matemáticas)

por la

UNIVERSIDAD POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Director: César Villazón Hervás

Tutor: Tomàs Aluja i Banet



Modelo SETAR aplicado a la volatilidad de la rentabilidad de las acciones:  
algoritmos para su identi...cación.

por

M<sup>a</sup>Dolores Márquez Cebrián

para optar al título de Doctora en Ciencias (Matemàtiques)

Departament d'Estadística i Investigació Operativa

Universitat Politècnica de Catalunya

## Resumen

Esta tesis se centra en el estudio de la serie temporal de volatilidades asociada a la rentabilidad de las acciones a partir de un modelo no lineal, el modelo SETAR "Self-Exciting Threshold AutoRegressive model".

El modelo SETAR, a pesar de presentar buenas propiedades y resultados plausibles, ha sido poco utilizado debido a que no se ha realizado una implementación algorítmica completa de los procesos de identi...cación y estimación. Por este motivo uno de los principales objetivos de la investigación es conseguir la automatización de estos procesos. En esta tesis se propone una nueva metodología que hemos denominado MIEC "Metodología para la Identi...cación y Estimación de Coe...cientes" en la que se realiza la estimación automática del parámetro de retardo (gracias a la inclusión del test Tar-F de Tsay), y en la que se implementa un nuevo algoritmo AIEC "Algoritmo para la Identi...cación y Estimación de Coe...cientes" que permite la estimación y selección automática de los regresores de cada uno de los procesos autoregresivos que conforman el proceso SETAR; dicho algoritmo se fundamenta en un resultado teórico obtenido en nuestra investigación. Finalmente se ha conseguido diseñar e implementar un proceso que permite la estimación automática del umbral cuando se consideran modelos SETAR con dos regímenes.

La volatilidad no es una serie directamente observable, por tanto es necesario estimarla previamente para poder construirla a partir de dichas estimaciones. En la tesis hemos elegido como estimador de la volatilidad mensual la desviación absoluta respecto a la media del exceso de rentabilidad. Las características de la serie de volatilidades justi...can la elección de un modelo SETAR y, en consecuencia, aplicamos la metodología MIEC para identi...car y estimar los parámetros que caracterizan el modelo. El resultado es un SETAR (2; 2,8) con el que se explica el comportamiento histórico de la serie, así como se pueden realizar acertadas predicciones sobre los cambios de tendencia de la volatilidad.



# Índice General

1	Introducción.	1
1.1	Inicio de la investigación. . . . .	1
1.2	Modelo SETAR y volatilidad. . . . .	2
1.3	Diseño de la investigación. . . . .	6
1.3.1	Definición de objetivos. . . . .	6
1.3.2	Estructura. . . . .	8
2	Volatilidad.	11
2.1	Definición de Volatilidad. . . . .	12
2.2	El IBEX 35, evolución de la rentabilidad asociada a los precios de cierre. . . . .	13
2.2.1	Definiciones de rentabilidad. . . . .	14
2.2.2	Exceso de rentabilidad. . . . .	17
2.3	Medidas de volatilidad. . . . .	19
2.3.1	Volatilidad puntual o serial. . . . .	20
2.3.2	Estimación no paramétrica o paramétrica. . . . .	20
2.3.3	Modelos estadísticos o medidas basadas en medias móviles. . . . .	21
2.3.4	Volatilidad implícita. . . . .	30
2.3.5	Elección de la medida de volatilidad. . . . .	32
2.4	Modelos aplicados a la volatilidad. . . . .	33
2.5	Modelo propuesto. . . . .	37
3	Estructura no lineal de una serie temporal	41
3.1	Clasificación de los modelos no lineales. . . . .	43

3.2	Tests para estructuras no lineales . . . . .	50
4	Modelización de un proceso SETAR. . . . .	57
4.1	Criterio de Información de Akaike (AIC). . . . .	58
4.1.1	El AIC como medida de información: Verosimilitud y entropía. . . . .	59
4.1.2	El AIC como función de pérdida: Verosimilitud del modelo. . . . .	62
4.1.3	Observaciones. . . . .	65
4.1.4	Formulación del AIC para un modelo SETAR. . . . .	67
4.2	Otros criterios. . . . .	69
5	Metodologías para la modelización de un proceso SETAR. . . . .	75
5.1	Metodología de Tong y Lim (1980). . . . .	76
5.2	Metodología de Tsay (1989). . . . .	80
5.3	Metodología de Thanoon(1990). . . . .	82
5.4	Otras metodologías. . . . .	87
5.4.1	Métodos que realizan de forma completa la identi...cación y estimación del modelo. . . . .	87
5.4.2	Métodos de estimación de parámetros. . . . .	90
6	Propuesta metodológica MIEC para la identi...cación y estimación del modelo SETAR. . . . .	91
6.1	Estructura del proceso de identi...cación y estimación. . . . .	92
6.2	Características del proceso algorítmico AIEC. . . . .	95
6.2.1	Estimación de los coe...cientes. . . . .	97
6.2.2	Análisis de todas las posibles autoregresiones. . . . .	98
6.3	Mejoras obtenidas . . . . .	111
7	Implementación algorítmica de la propuesta. . . . .	115
7.1	Estructura del proceso algorítmico AIEC. . . . .	115
7.1.1	Estimación de los órdenes y coe...cientes de los procesos autoregresivos de un modelo SETAR. . . . .	116

7.1.2	Estimación del umbral, de los órdenes y coeficientes de los procesos autoregresivos para un modelo SETAR de sólo dos regímenes. . . . .	124
7.2	Implementación del algoritmo AIEC. . . . .	125
7.2.1	Aspectos del código desarrollado . . . . .	127
7.2.2	Ejemplos numéricos. . . . .	134
7.2.3	Alternativas computacionales. . . . .	143
8	Modelo SETAR para la volatilidad de la rentabilidad de las acciones: Aplicación de la propuesta metodológica. . . . .	147
8.1	Volatilidad estimada a partir de la desviación absoluta $fw_tg$ : . . . . .	150
8.1.1	Modelo SETAR para la serie $fy_tg = f \Phi(w_t)g$ . . . . .	158
8.2	Volatilidad estimada a partir de la desviación típica histórica $fv_tg$ . . . . .	171
8.2.1	Modelo SETAR para la serie $fx_tg = f \Phi(v_t)g$ . . . . .	174
9	Validación del modelo. . . . .	185
9.1	Análisis de los parámetros. . . . .	186
9.2	Análisis de los residuos. . . . .	188
9.2.1	No normalidad de los residuos. . . . .	189
9.2.2	Los residuos como ruido blanco. . . . .	189
9.2.3	Dependencia serial de los residuos. . . . .	189
9.2.4	Función de autocorrelación estimada y Función de autocorrelación parcial estimada. . . . .	190
9.3	Robustez de los parámetros estructurales. . . . .	190
9.3.1	Extensión a tres regímenes. . . . .	194
9.4	Comportamiento predictivo en muestra y fuera de muestra. . . . .	195
9.4.1	Ajuste del modelo en muestra. . . . .	197
9.4.2	Ajuste del modelo fuera de muestra. . . . .	200
9.4.3	Skeleton. . . . .	202
10	Conclusiones. . . . .	205
10.1	Resultados obtenidos a nivel teórico: . . . . .	206
10.2	Resultados obtenidos a nivel empírico: . . . . .	208

10.3 Nuevas líneas de investigación. . . . .	214
A Caracterización de $X^0X$ y $X_u^0X_u$ . . . . .	217
A.1 De...nición del problema. . . . .	217
A.1.1 De...niciones previas. . . . .	220
A.2 Resultados: . . . . .	220
A.2.1 $X^0X$ es simétrica y semide...nida positiva. . . . .	220
A.2.2 $X_u^0X_u$ es simétrica y semide...nida positiva. . . . .	222



# Índice de Figuras

1.1	Principales aportaciones de la investigación (esquema). . . . .	6
2.1	Precios de cierre mensual del IBEX 35 (01/90-12/00). . . . .	15
2.2	Rentabilidad mensual del IBEX 35 (01/90-12/00). . . . .	17
2.3	Histograma de la serie de rentabilidades mensuales asociadas al IBEX 35 (01/90-12/00). . . . .	18
2.4	Tipo LIBOR sobre el Euro a 1 mes (01/90-12/00). . . . .	18
2.5	Exceso de rentabilidad mensual del IBEX 35 (01/90-12/00). . . . .	19
2.6	Histograma de la serie exceso de rentabilidad del IBEX 35 (01/90-12/00). . . . .	20
2.7	Clasificación de las medidas de volatilidad. . . . .	21
2.8	Comparativa de la evolución de la desviación absoluta respecto a la media y la desviación típica histórica. . . . .	30
3.1	Tests de linealidad e hipótesis implicadas. . . . .	55
3.2	Tests de reversibilidad. . . . .	56
3.3	Tests de diagnóstico e hipótesis implicadas. . . . .	56
4.1	Interacciones entre el AIC y otros conceptos estadísticos. . . . .	65
5.1	Esquemmatización del algoritmo de Tong (1983). . . . .	79
5.2	Esquemmatización del algoritmo de Tsay (1989). . . . .	81
5.3	Esquemmatización del algoritmo de Thanoon. . . . .	85
5.4	Clasificación de otras metodologías para la modelización de un SETAR: . . . . .	88
6.1	Estructura de la metodología MIEC para un SETAR(1; $k_1; k_2; \dots; k_l$ ): . . . . .	94
6.2	Estructura de la metodología MIEC para un SETAR(2; $k_1; k_2$ ): . . . . .	96

6.3	Comprobación empírica de los resultados de los teoremas 24 y 25. . . . .	110
7.1	Estructura del algoritmo AIEC. . . . .	117
7.2	Estructura del algoritmo que permite la estimación del umbral para modelos SETAR(2; $k_1$ ; $k_2$ ). . . . .	126
7.3	Organigrama del algoritmo de Tsay . . . . .	128
7.4	Organigrama del algoritmo AIEC . . . . .	129
7.5	Relación entre el código PIEC y la estructura del algoritmo AIEC. . . . .	130
7.6	Relación entre la estructura del proceso algorítmico AIEC y su organigrama. . .	132
7.7	Relación entre el código PIECU y la estructura del algoritmo para la identificación y estimación de un SETAR(2; $k_1$ ; $k_2$ ): . . . . .	133
8.1	Comparativa de la evolución de las dos medidas de volatilidad elegidas: $fw_{tg}$ desviación absoluta respecto a la media y $fv_{tg}$ desviación típica histórica. . . . .	149
8.2	Evolución de la volatilidad (desviación absoluta respecto a la media, $fw_{tg}$ ) asociada a la rentabilidad del IBEX 35. . . . .	162
8.3	Serie $fw_{tg}$ : (a) Histograma, (b) diagrama de caja, (c) histograma suavizado y (d) gráfico de cuantiles. . . . .	162
8.4	Función de autocorrelación estimada (ACF) y función autocorrelación parcial estimada (PACF) de la serie $fw_{tg}$ : . . . . .	163
8.5	Diagramas de dispersión retardados, serie $fw_{tg}$ : . . . . .	163
8.6	Evolución de la serie $f\Phi w_{tg}$ asociada a la rentabilidad del IBEX 35. . . . .	164
8.7	Serie $f\Phi w_{tg}$ : (a) Histograma, (b) diagrama de caja, (c) histograma suavizado y (d) gráfico de cuantiles. . . . .	164
8.8	Evolución de la serie $fy_{tg}$ ; tasa de variación natural de la volatilidad. . . . .	165
8.9	Reversión temporal de la serie $fy_{tg}$ : . . . . .	165
8.10	Serie $fy_{tg}$ : (a) Histograma, (b) diagrama de caja, (c) histograma suavizado y (d) gráfico de cuantiles. . . . .	166
8.11	Función de autocorrelación estimada (ACF) y función autocorrelación parcial estimada (PACF) de la serie $fy_{tg}$ : . . . . .	166
8.12	Diagramas de dispersión retardados, serie $fy_{tg}$ : . . . . .	167

8.13	Comparativa de la evolución de la serie $f_{w_tg}$ volatilidad asociada a la rentabilidad del IBEX 35 y la serie $f_{y_tg}$ tasa de variación natural de la volatilidad. . . . .	167
8.14	Evolución de la serie $f_{y_tg}$ , detalle período $y_t < j 1;5$ . . . . .	168
8.15	Evolución de la serie $f_{w_tg}$ , detalle período correspondiente a valores $y_t < j 1;5$ . . . . .	168
8.16	Evolución de la serie $f_{y_tg}$ , detalle período $j 1;5 < y_t < 0$ . . . . .	169
8.17	Evolución de la serie $f_{w_tg}$ , detalle período correspondiente a valores $j 1;5 < y_t < 0$ . . . . .	169
8.18	Evolución de la serie $f_{y_tg}$ , detalle período $0 < y_t < 1;5$ . . . . .	170
8.19	Evolución de la serie $f_{w_tg}$ , detalle período correspondiente a valores $0 < y_t < 1;5$ . . . . .	170
8.20	Evolución de la serie $f_{y_tg}$ , detalle período $y_t > 1;5$ . . . . .	172
8.21	Evolución de la serie $f_{w_tg}$ , detalle período correspondiente a valores $y_t > 1;5$ . . . . .	172
8.22	Evolución de la volatilidad (desviación típica histórica, $f_{v_tg}$ ) asociada a la rentabilidad del IBEX 35. . . . .	179
8.23	Serie $f_{v_tg}$ : (a) Histograma, (b) diagrama de caja, (c) histograma suavizado y (d) gráfico de cuantiles. . . . .	179
8.24	Función de autocorrelación estimada (ACF) y función autocorrelación parcial estimada (PACF) de la serie $f_{v_tg}$ : . . . . .	180
8.25	Diagramas de dispersión retardados, serie $f_{v_tg}$ : . . . . .	180
8.26	Evolución de la serie $f_{\Phi v_tg}$ asociada a la rentabilidad del IBEX 35. . . . .	181
8.27	Serie $f_{\Phi v_tg}$ : (a) Histograma, (b) diagrama de caja, (c) histograma suavizado y (d) gráfico de cuantiles. . . . .	181
8.28	Función de autocorrelación estimada (ACF) y función autocorrelación parcial estimada (PACF) de la serie $f_{4v_tg}$ : . . . . .	182
8.29	Evolución de la serie $f_{x_tg}$ asociada a la rentabilidad del IBEX 35. . . . .	182
8.30	Serie $f_{x_tg}$ : (a) Histograma, (b) diagrama de caja, (c) histograma suavizado y (d) gráfico de cuantiles. . . . .	183
8.31	Función de autocorrelación estimada (ACF) y función autocorrelación parcial estimada (PACF) de la serie $f_{x_tg}$ : . . . . .	183
8.32	Diagramas de dispersión retardados, serie $f_{x_tg}$ : . . . . .	184
8.33	Función de autocorrelación estimada (ACF) y función autocorrelación parcial estimada (PACF) de la serie de residuos tipificados. . . . .	184

9.1	Serie de residuos tipificados: (a) Histograma, (b) diagrama de caja, (c) aproximación por continuidad y (d) gráfico de cuantiles. . . . .	190
9.2	Función de autocorrelación estimada (ACF) y función autocorrelación parcial estimada (PACF) de la serie de residuos tipificados modelo SETAR(2; 2; 8) . . .	191
9.3	Comparativa del comportamiento predictivo en muestra de los modelos SETAR (2; 2; 8) (modelo 9.1) y SETAR (3; 2; 5; 8) (modelo 9.5). . . . .	195
9.4	Comparativa del comportamiento predictivo fuera de muestra de los modelos SETAR (2; 2; 8) (modelo 9.1) y SETAR (3; 2; 5; 8) (modelo 9.5). . . . .	196
9.5	Función de autocorrelación estimada (ACF) y función autocorrelación parcial estimada (PACF) de la serie de los residuos tipificados, modelo SETAR(2; 3; 8) :	198
9.6	Comportamiento predictivo en muestra del modelo SETAR (2; 3; 8). . . . .	199
9.7	Comportamiento predictivo fuera de muestra del modelo SETAR (2; 3; 8): . . . .	200
9.8	Skeleton del modelo SETAR(2; 3; 8) . . . . .	203