



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
DEPARTAMENT D'ENGINYERIA ELECTRÒNICA

***APLICACIÓN DE TÉCNICAS
NO LINEALES AL DISEÑO DE CIRCUITOS
GENERADORES DE SEÑAL***

Tesis doctoral presentada para la obtención del
título de Doctora Ingeniera de Telecomunicación por
Eva Vidal López

Director: *Dr. Alberto Poveda López*

TRIBUNAL CALIFICADOR

Presidente: Dr. Jaime Ramírez Angulo

Secretario: Dr. Francesc Guinjoan Guispert

Vocales: Dr. Luis Martínez Salamero

Dr. Sonia Porta Cuéllar

Dr. Santiago Celma Pueyo

A mis padres
A Sergi

Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecer a mi amigo y director de Tesis Alberto Poveda que esté siempre a mi lado, tanto para sacar el lápiz y resolver un problema, como para prestarme un hombro donde 'llorar mis penas' o compartir conmigo 'mis alegrías'. Me siento realmente orgullosa de que me permita trabajar con él.

Sin la ayuda de mis amigos y compañeros de grupo, la realización de este trabajo hubiera sido imposible. Gracias por sus mil consejos y por estar siempre dispuestos a echar una mano, tanto en lo profesional como en lo personal a: Clemente, Eduard, Francesc, Javi y Luis.

Deseo además que quede constancia de mi agradecimiento a Belén y Santi, por la paciencia que tienen conmigo y por haber hecho que la impresora 'deje de tenerme manía'.

Al resto de mis compañeros les debo también el sentirme una persona afortunada por estar donde estoy. Nada puede pagar el poder trabajar rodeada de estos amigos a los que quiero y admiro. Ellos me ayudan a estar alegre cada día y están siempre dispuestos para lo que haga falta, ya sea compartir un bocadillo o subir 6 pisos cargados de ladrillos...Gracias a todos: Angel, Dani, Diego, Josele, Gisela, Manuel, Patxi, Pep, Toni, Vicente, Xavi ... por lo ya pasado y por lo que vendrá. *Voldria agrair especialment a en Pau tots aquests dies compartits amb el meu desordre.*

Para finalizar quisiera dar las gracias a mi familia por apoyarme siempre en todo, *i al Sergi per ajudar-me fins i tot, en allò que no podia entendre.*

ÍNDICE

Índice

Capítulo 1

Introducción.....	1-1
--------------------------	------------

Capítulo 2

Diseño de osciladores activos-R basados en el amplificador operacional

2.1. Introducción.....	2-1
2.2. Análisis lineal.....	2-2
2.2.1. Diagrama de bloques genérico.....	2-2
2.2.2. Estudio del Lugar Geométrico de las Raíces.....	2-5
2.2.3. Aproximación parabólica del lugar geométrico de las raíces entorno al eje $j\omega$	2-8
2.3. Análisis no lineal.....	2-12
2.3.1. Introducción.....	2-12
2.3.2. Función descriptiva de la no linealidad.....	2-13
2.3.3. Aproximación de la función descriptiva y de la relación A_3/A_1	2-15
2.3.4. Inclusión de la función descriptiva en el modelo genérico.....	2-17
2.3.5. Efecto de la limitación de amplitud sobre el L.G.R.....	2-19
2.4. Determinación de la amplitud de la oscilación en régimen permanente.....	2-22
2.4.1. Relación de las amplitudes diferenciales de entrada a los amplificadores operacionales en función de la pertenencia al L.G.R.....	2-22
2.4.2. Relación de las amplitudes diferenciales de entrada a los amplificadores operacionales en función de la condición de oscilación.....	2-25
2.5. Cálculo de sensibilidades.....	2-29
2.6. Aplicación al análisis y diseño de osciladores activos-R en cuadratura.....	2-31
2.6.1. Introducción.....	2-31
2.6.2. Condición de cuadratura.....	2-32
2.6.3. Cálculo de la distorsión.....	2-33
2.6.4. Cálculo de la amplitud de la señal de salida de los amplificadores operacionales.....	2-34
2.6.5. Efectos de las tolerancias y asimetrías en la condición de cuadratura....	2-35

2.6.6. Resultados experimentales.....	2-37
2.7. Aplicación al diseño de osciladores.....	2-39

Capítulo 3

Modelado del Amplificador Operacional Realimentado en Corriente

3.1. Introducción.....	3-1
3.2. El amplificador operacional realimentado en corriente.....	3-3
3.3. Modelado del CFOA.....	3-7
3.3.1. Introducción.....	3-7
3.3.2. Elección de un modelo.....	3-7
3.3.3. Las etapas de entrada y salida.....	3-10
3.3.4. Modelado de los espejos de corriente.....	3-19
3.3.5. El modelo completo.....	3-24
3.4. Aplicación del modelo a la predicción de la inestabilidad dependiente de la carga.....	3-25
3.6. Modelado no lineal del amplificador operacional realimentado en corriente.....	3-27
3.7. Conclusiones.....	3-35

Capítulo 4

Osciladores activos-R basados en el amplificador operacional realimentado en corriente.

4.1. Introducción.....	4-1
4.2. Análisis lineal.....	4-3
4.2.1. Diagrama de bloques genérico.....	4-3
4.2.2. Estudio del lugar geométrico de las raíces.....	4-5
4.3. Aplicación al diseño de osciladores.....	4-8
4.4. Conclusiones.....	4-15

Capítulo 5

Análisis y Diseño de Circuitos Generadores de Señales Triangulares en Cuadratura

5.1. Introducción.....	5-1
5.2. Circuito generador de señales triangulares y cuadradas en cuadratura.....	5-4
5.3. Análisis de la respuesta transitoria.....	5-7
5.4. Análisis de la estabilización de amplitud.....	5-15
5.5. Simulaciones.....	5-19
5.6. Conclusiones.....	5-29

Capítulo 6

Conclusiones.....	6-1
--------------------------	------------

Referencias

Introducción

Capítulo 1

Introducción

En el área de las Telecomunicaciones y de la Electrónica en general, los circuitos generadores de señal (sinusoidal, triangular, cuadrada, etc.) tienen un amplio campo de aplicación, que se extiende a aplicaciones de comunicaciones (generadores de señal en cuadratura), control (VCO-PLL), instrumentación electrónica (VCO), etc. Las nuevas tecnologías y los cada vez más exigentes especificaciones en las aplicaciones, hacen necesario el diseño de circuitos generadores de señal a mayor frecuencia y con menor distorsión, que aprovechen al máximo las características de los elementos activos.

En la actualidad aún existen en la bibliografía ciertas carencias, en el diseño de circuitos generadores de señal, sobre todo en lo que se refiere al estudio cuantitativo de su comportamiento no lineal. La mayoría de los trabajos publicados concernientes al diseño de generadores de señal, presentan un circuito acompañado de un análisis lineal y datos sobre sensibilidades pasivas, pero pocas veces aparece un estudio de la distorsión y del proceso de estabilización de amplitud de la señal generada. En estos trabajos, cuando este estudio existe suele ser sólo cualitativo o muy complicado y es, por ello, poco útil.

Sin embargo, el estudio de los distintos mecanismos de arranque y estabilización de amplitud permite mejorar las prestaciones del circuito, o conocer, a priori, cuál será la amplitud, la frecuencia de oscilación y la distorsión de la señal generada.

Una técnica que permite aprovechar al máximo el ancho de banda total del dispositivo activo para el diseño de circuitos generadores de señal es la técnica activo-R [POR92]. En el presente trabajo se presenta un diagrama de bloques genérico que permite representar cualquier oscilador activo-R que pueda realizarse con 2 amplificadores operacionales. Además del análisis lineal del modelo se presenta una descripción cuantitativa simple del proceso de estabilización de amplitud que ha permitido determinar nuevas posibilidades de síntesis del oscilador. Este análisis establece relaciones cuantitativas entre la duración del transitorio de arranque y la distorsión, amplitud y

frecuencia en régimen estacionario de la señal generada, en función de los valores de los componentes del circuito, permitiendo optimizar así el diseño del mismo.

Por otra parte, en los últimos años el diseño de circuitos electrónicos analógicos ha experimentado un nuevo impulso debido al interés suscitado por el tratamiento de señales en la banda de vídeo y a la proliferación de sistemas de comunicación personal a muy alta frecuencia y con tensiones de alimentación reducidas. Este renovado interés por la electrónica analógica va acompañado de la aparición en el mercado de dispositivos con anchos de banda y *slew-rate* mayores en varios órdenes de magnitud, a los que muestran los amplificadores operacionales (AO).

Estos nuevos dispositivos, que hacen un mejor uso del ancho de banda del transistor y pueden operar con bajos niveles de tensión de alimentación, han sido concebidos dentro de la denominada técnica de diseño en modo corriente [TOU94], [WIL90]. Esta técnica, que se está imponiendo en el procesado de señales analógicas, consiste en considerar que la corriente es la magnitud procesada en el circuito. Al contrario de lo que ocurre en el llamado 'modo tensión', el procesado de corrientes minimiza el efecto de limitación en frecuencia o *slew-rate* debido a las inherentes capacidades parásitas de los circuitos integrados y permite, por tanto, trabajar a frecuencias y amplitudes mayores [WIL90], [TOU90].

Uno de los circuitos integrados diseñados en el ámbito del modo corriente que más popularidad está ganando es el denominado amplificador operacional realimentado en corriente (Current Feedback Operational Amplifier, CFOA). Con el objetivo de facilitar su introducción, el CFOA se presentó como una versión modificada del AO, e incluso fue diseñado compatible pin a pin con el encapsulado típico de los AO de manera que pudiera sustituirlos en la mayoría de las aplicaciones [ELA91], [EVA93]. Sin embargo, la estructura interna del CFOA es diferente de la del AO y en consecuencia, sus características de funcionamiento son distintas. El CFOA ofrece dos ventajas claves frente al AO:

- Primera: pueden ser variadas independientemente su ganancia y su ancho de banda, y
- Segunda: la práctica ausencia de limitación por *slew-rate* [ELA91], [WON89], [FRA89].

No obstante, el CFOA es todavía un circuito poco conocido. Aunque existen en la literatura propuestas de macromodelos para el CFOA [NIX90], [ROA94], la mayoría no predice la gran tendencia a la inestabilidad que posee este dispositivo, especialmente la inestabilidad debida a variaciones de la carga. La existencia de un modelo adecuado permitiría optimizar la utilización del CFOA, tal como ha ocurrido en el caso de los AOs, en el que un buen modelado en alta frecuencia ha permitido el diseño de osciladores activos-R de baja distorsión a frecuencias cercanas al producto ganancia-ancho de banda del propio AO [POR92].

Como se demostrará a lo largo de la presente memoria la técnica activo-R en el diseño de osciladores permite aprovechar al máximo las características del amplificador operacional (AO). Si se tiene en cuenta que, como ya se ha comentado, los amplificadores operacionales realimentados en corriente son capaces de aprovechar el ancho de banda f_T disponible en el transistor mejor que los amplificadores operacionales, surge entonces la idea de aprovechar el gran ancho de banda del CFOA en circuitos activos-R para diseñar osciladores a alta frecuencia, con mayor amplitud de oscilación. Esta combinación, como se verá más adelante, permite diseñar osciladores a frecuencias cercanas al ancho de

banda a ganancia unidad del CFOA, lo que puede llegar a significar disponer de osciladores a centenares de MHz.

El objetivo principal de este trabajo es la aplicación, en el proceso de análisis de circuitos generadores de señal, de técnicas no lineales para la cuantificación de efectos que sólo son estudiados habitualmente de forma cualitativa; con la intención de sistematizar el diseño de los osciladores activos-R basados en el amplificador operacional y extender esta sistemática de diseño a los amplificadores activos-R basados en el amplificador operacional realimentado en corriente. Para poder llevar a cabo esta extensión, se ha dedicado un esfuerzo adicional a la modelización de este último dispositivo que es menos conocido. Adicionalmente se han tratado otros generadores de señal no sinusoidales, incluyendo en el estudio técnicas no lineales que han permitido estudiar el arranque y el proceso de estabilización de amplitud del circuito. En la presente memoria se muestran los resultados obtenidos con la siguiente organización:

En el capítulo 2 se presenta un diagrama de bloques genérico para el oscilador activo-R realizado con dos amplificadores operacionales y se emplean herramientas como la representación del lugar geométrico de las raíces para la caracterización del comportamiento lineal del circuito, y técnicas no lineales como la función descriptiva para la caracterización del proceso de arranque y estabilización de amplitud de la señal generada.

En el capítulo 3 se analiza el comportamiento frecuencial del amplificador operacional realimentado en corriente y se propone un modelo que permite explicar las variaciones de su comportamiento con la carga. Asimismo, se propone un modelo no lineal relacionado con la saturación de la entrada o la salida de los espejos de corriente que explica la distorsión de la señal de salida observada en etapas no inversoras basadas en CFOA.

En el capítulo 4 se presenta un diagrama de bloques genérico para el oscilador activo-R basado en el amplificador operacional realimentado en corriente. La similitud de este diagrama de bloques con el presentado en el capítulo 2 permitirá extender los resultados obtenidos en aquel capítulo al diseño de osciladores con CFOAs, de manera que se presenta una sistemática de diseño que permite obtener señales de gran frecuencia y gran amplitud.

En el capítulo 5 se aplica la técnica no lineal de representación de señales en el plano de fase para estudiar el arranque y la estabilización de amplitud de un generador de señal no sinusoidal. En concreto se estudia un generador de señal triangular y cuadrada en cuadratura en el que se identifican los elementos no lineales responsables de su comportamiento.

Finalmente en las conclusiones se presentan un resumen de las aportaciones de la presente tesis.

Diseño de osciladores activos-R basados en el
amplificador operacional

Capítulo 2

Diseño de osciladores activos-R basados en el amplificador operacional.

2.1 Introducción

En los últimos años han sido presentados numerosos esquemas que desarrollaban circuitos osciladores del tipo activo-R [KSA90]-[SAN90]. La mayoría de estos artículos, con pocas excepciones, presentaban únicamente una topología fija que muestra un único oscilador con limitadas opciones de variabilidad. En algún trabajo [ABU87]-[POR92] se han presentado circuitos más completos que permitían por exclusión o no, de alguno de sus componentes, obtener diseños ajustables a las condiciones deseadas. No obstante, la falta de un modelo genérico que realmente permitiera un análisis y/o diseño sencillo del oscilador y la predicción de su funcionamiento, ha condicionado el desarrollo de este tipo de circuitos. Sin embargo, este tipo de circuitos destacan por ser aptos para la integración y sobretodo por permitir aprovechar al máximo las características del amplificador operacional, ya que permite construir circuitos que oscilen a frecuencias cercanas al producto ganancia-ancho de banda del amplificador operacional.

En [POR92] se presenta un análisis riguroso de este tipo de osciladores, pero únicamente desde el punto de vista lineal. En el presente capítulo se presenta un modelo genérico para este tipo de circuitos, que engloba cualquier oscilador activo-R que pueda realizarse con dos amplificadores operacionales y cualquier número de resistencias. Se realiza un análisis completo de este circuito tanto desde el punto de vista lineal, como del no lineal. El análisis no lineal que se realiza del proceso de arranque y estabilización del circuito activo-R permitirá obtener ecuaciones de diseño para controlar no sólo la frecuencia de oscilación del circuito, sino también la amplitud de la señal de salida y su nivel de distorsión. Los últimos apartados del capítulo se dedican a un caso concreto de realización que permite obtener señales en cuadratura. En este caso, la sencillez de las ecuaciones de diseño resulta en la obtención de expresiones cerradas para el cálculo de la amplitud y el nivel de distorsión de la señal de salida.

2.2 Análisis lineal

2.2.1 Diagrama de bloques genérico

Se presenta a continuación un diagrama de bloques genérico de un oscilador activo-R que permite diseñar y/o analizar de una manera sistemática, cualquier oscilador realizado con 2 amplificadores operacionales y cualquier número de resistencias. El modelo, que contiene únicamente dos tipos de bloques distintos, el que representa el amplificador operacional (AO) y el que representa relaciones de resistencias, permite diseñar osciladores en un amplio margen de frecuencias. Estas frecuencias de oscilación pueden ir desde las decenas de kiloHerz hasta frecuencias cercanas al producto ganancia-ancho de banda del amplificador operacional utilizado. A partir del modelo, y a través de las ecuaciones que se obtienen de su estudio, pueden calcularse los valores de los componentes adecuados para unas determinadas especificaciones de frecuencia y/o distorsión.

El modelo genérico propuesto (Figura 2.1) representa los 2 amplificadores operacionales y todas las posibles combinaciones de conexiones entre sus salidas y entradas diferenciales.

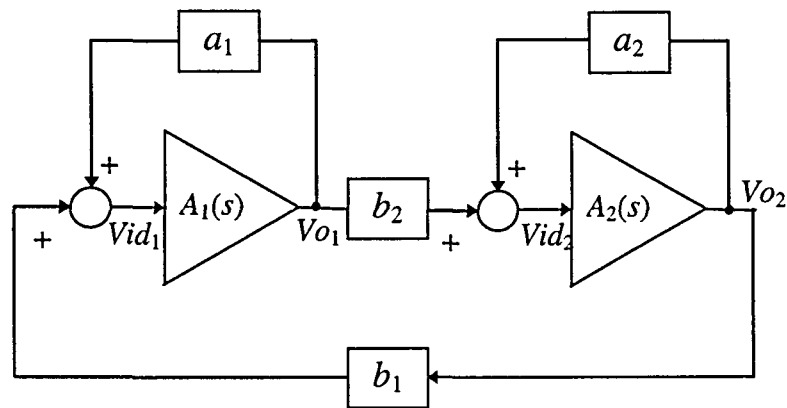


Figura 2.1. Diagrama de bloques genérico de un oscilador activo-R.

En la Figura 2.1, $A_1(s)$ y $A_2(s)$ representan la ganancia en lazo abierto de los amplificadores operacionales y los parámetros a_i y b_i , relaciones de resistencias. En concreto, el valor del parámetro a_i representa la porción de tensión de salida de un AO que es realimentada sobre su propia entrada, y b_i la porción de tensión de salida de un AO que llega a la entrada diferencial del otro AOi. Estas relaciones se expresan a través de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} V_{id1} &= a_1 \cdot V_{o1} + b_1 \cdot V_{o2} \\ V_{id2} &= b_2 \cdot V_{o1} + a_2 \cdot V_{o2} \end{aligned} \quad (2.1)$$

con $(|a_1| \leq 1, |a_2| \leq 1, |b_1| \leq 1$ y $|b_2| \leq 1)$.

Como ya se ha comentado anteriormente este modelo permite representar cualquier oscilador-R realizado con dos AOs. En la Figura 2.2, se presenta a modo de ejemplo, una posible realización del circuito, en el que se contemplan todas las posibles conexiones entre las tensiones de interés a través de una única resistencia.

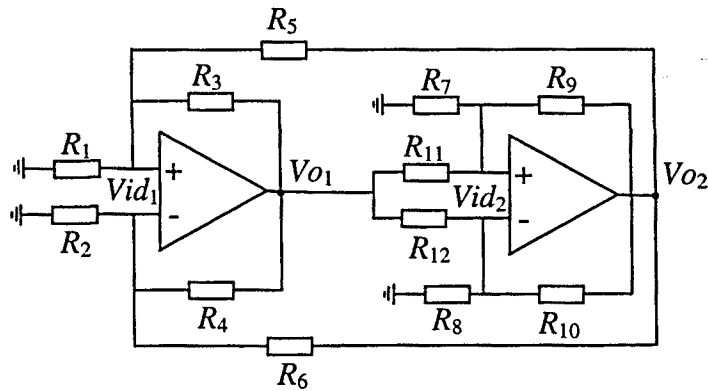


Figura 2.2. Realización del oscilador con 2 amplificadores operacionales y 12 resistencias.

Las tensiones de salida de los amplificadores operacionales están relacionadas con las respectivas tensiones diferenciales de entrada a través de las siguientes expresiones

$$\begin{aligned}
 V_{id1} &= \left(\frac{R_{5/1}}{R_{5/1} + R_3} - \frac{R_{6/2}}{R_{6/2} + R_4} \right) \cdot V_{o1} + \left(\frac{R_{3/1}}{R_{3/1} + R_5} - \frac{R_{4/2}}{R_{4/2} + R_6} \right) \cdot V_{o2} \\
 V_{id2} &= \left(\frac{R_{9/7}}{R_{9/7} + R_{11}} - \frac{R_{10/8}}{R_{10/8} + R_{12}} \right) \cdot V_{o1} + \left(\frac{R_{11/7}}{R_{11/7} + R_9} - \frac{R_{12/8}}{R_{12/8} + R_{10}} \right) \cdot V_{o2}
 \end{aligned} \quad (2.2)$$

donde $R_{i/j}$ representa el valor del paralelo de las resistencias R_i y R_j .

A partir de estas expresiones puede identificarse el valor de los parámetros a_i y b_i . Para el caso de la Figura 2.2, los parámetros a_i y b_i se pueden calcular a través de las siguientes expresiones

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \left(\frac{R_{5/1}}{R_{5/1} + R_3} - \frac{R_{6/2}}{R_{6/2} + R_4} \right), & a_2 &= \left(\frac{R_{11/7}}{R_{11/7} + R_9} - \frac{R_{12/8}}{R_{12/8} + R_{10}} \right) \\
 b_1 &= \left(\frac{R_{3/1}}{R_{3/1} + R_5} - \frac{R_{4/2}}{R_{4/2} + R_6} \right), & b_2 &= \left(\frac{R_{9/7}}{R_{9/7} + R_{11}} - \frac{R_{10/8}}{R_{10/8} + R_{12}} \right)
 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Para determinar la condición y frecuencia de oscilación del oscilador a partir del modelo genérico, se calcula en primer lugar la ganancia de lazo $T(s)$ del sistema. La expresión de $T(s)$ es:

$$T(s) = \frac{-b_1 \cdot A_1(s) \cdot b_2 \cdot A_2(s)}{(1 - a_1 \cdot A_1(s)) \cdot (1 - a_2 \cdot A_2(s))} \quad (2.4)$$

Por otra parte, dado que el modelo de un solo polo de la ganancia en lazo abierto de los AOs no permite una correcta predicción de su comportamiento en alta frecuencia [POR92], se aproximará dicha ganancia por un modelo de dos polos. Por tanto en la expresión (2.4) se impondrá:

$$A_i(s)_{i=1,2} = \frac{B_i \cdot \omega_{2i}}{(s + \omega_{1i}) \cdot (s + \omega_{2i})} \quad (2.5)$$

siendo B_i el producto ganancia-ancho de banda del AO $_i$, ω_{1i} el valor del primer polo y ω_{2i} el valor del segundo. En este caso se cumple además que $\omega_{2i} \gg \omega_{1i}$.

Aplicando el criterio de Routh [FRA91] a la ecuación característica $1+T(s)=0$ [FRA91] y teniendo en cuenta que $\omega_{2i} \gg \omega_{1i}$, se obtiene la condición de arranque/oscilación dada por

$$\left[\omega_{11}\omega_{12} - a_1B_1\omega_{11} - a_2B_2\omega_{12} + (a_1a_2 - b_1b_2)B_1B_2 \right] \leq \left[(\omega_{21}\omega_{22} - a_1B_1\omega_{21} - a_2B_2\omega_{22}) - \frac{(\omega_{11} + \omega_{12} - a_1B_1 - a_2B_2)\omega_{21}\omega_{22}}{\omega_{21} + \omega_{22}} \right] \frac{(\omega_{11} + \omega_{12} - a_1B_1 - a_2B_2)}{\omega_{21} + \omega_{22}} \quad (2.6)$$

donde la desigualdad corresponde a la condición de arranque y la igualdad a la de oscilación.

Asimismo, para la frecuencia de oscilación se obtiene:

$$\omega_o^2 = \frac{(\omega_{11} + \omega_{12} - a_1B_1 - a_2B_2)(\omega_{21}\omega_{22})}{\omega_{21} + \omega_{22}} \quad (2.7)$$

Si se consideran los AOs iguales se obtiene para la condición de arranque/oscilación:

$$-b_1b_2 \geq \frac{\omega_1\omega_2}{B^2} - \frac{(a_1 + a_2)\omega_2}{2B} + \frac{(a_1 - a_2)^2}{4} \quad (2.8)$$

y para la frecuencia de oscilación:

$$\omega_o^2 = \omega_2 \left(\omega_1 - \frac{(a_1 + a_2)}{2} B \right) \quad (2.9)$$

Se observa en estas expresiones que puede determinarse la frecuencia de oscilación a través de los parámetros a_1 y a_2 , mientras que la condición de oscilación puede controlarse a través del valor del producto $b_1 \cdot b_2$.

La expresión (2.9) lleva a una nueva condición sobre el valor de los parámetros del sistema para la existencia de oscilaciones al tener que ser $\omega_o^2 > 0$, por tanto:

$$\frac{2\omega_1}{B} > (a_1 + a_2) \quad (2.10)$$

Esta condición reduce el margen de valores que pueden tomar los parámetros a_1 y a_2 , pues solamente si la suma de sus valores cumple la expresión anterior se obtendrá una expresión real para la frecuencia de oscilación. Como, en general se tiene que para cualquier amplificador operacional el primer polo de su característica de transferencia en frecuencia es mucho menor que el producto ganancia-ancho de banda, el resultado de la restricción es que la suma de los parámetros a_1 y a_2 debe ser negativa o cero, para que exista la posibilidad de obtener oscilaciones.

2.2.2 Estudio del Lugar Geométrico de las Raíces.

El lugar geométrico de las raíces (L.G.R.) es la representación en el plano complejo de las raíces de la ecuación característica (los polos del sistema en lazo cerrado) en función de la constante multiplicadora k de la ganancia de lazo $T(s)$ de un sistema [FRA91].

La constante k se obtiene expresando $T(s)$ como producto de polos y ceros de la forma

$$T(s) = k \frac{(s - z_1) \cdot (s - z_2) \cdots (s - z_m)}{(s - p_1) \cdot (s - p_2) \cdots (s - p_n)} \quad (2.11)$$

El estudio del L.G.R. permite determinar la estabilidad de un sistema lineal, así como el valor adecuado de la constante k para obtener una respuesta dinámica determinada a través de la localización de sus polos. El L.G.R. es pues, adecuado para determinar la frecuencia de oscilación del circuito, ya que ésta viene dada por el punto de corte del L.G.R. con el eje imaginario del plano s .

Sustituyendo la expresión (2.5) en la expresión (2.4) y expresando $T(s)$ en la forma normalizada de la expresión (2.11) se obtiene:

$$T(s) = \frac{k}{(s - p_1^{(1)}) \cdot (s - p_2^{(1)}) \cdot (s - p_1^{(2)}) \cdot (s - p_2^{(2)})} \quad (2.12)$$

donde

$$k = -b_1 \cdot b_2 \cdot B_1 \cdot \omega_{21} \cdot B_2 \cdot \omega_{22} \quad (2.13)$$

y

$$p_{1,2}^{(i)} = \frac{-(\omega_{1i} + \omega_{2i}) \pm \sqrt{\omega_{2i}^2 - 4 \cdot \omega_{2i} \cdot (\omega_{1i} - a_i \cdot B_i)}}{2} \quad (2.14)$$

$(i=1,2)$

Como puede observarse, los 4 polos de $T(s)$, que constituyen los puntos de partida del L.G.R. ($k=0$), están determinados por el valor de los parámetros a_1 y a_2 y por las características del amplificador operacional empleado. El valor del parámetro k , que determina sobre qué punto del L.G.R. se encuentran los polos del circuito, depende en cambio del valor de los parámetros b_i .

El punto de cruce del L.G.R. con el eje imaginario, que dará el valor de la frecuencia de oscilación, depende pues básicamente de los valores del par de parámetros a_1 y a_2 , mientras que la condición de oscilación está relacionada con los parámetros b_i , tal y como indican las expresiones (2.8) y (2.9). La representación del L.G.R. para algunos valores de los parámetros, permitirá poner de manifiesto esta circunstancia.

Según el valor de a_i se distinguen 3 casos básicos que proporcionan distintas situaciones para el origen ($k=0$) del L.G.R., según puede deducirse de la expresión (2.14), considerando $\omega_1 \ll (\omega_2/4)$:

- 1) $a_i > -\omega_{2i}/(4 \cdot B_i)$ raíces reales.
- 2) $a_i = -\omega_{2i}/(4 \cdot B_i)$ raíces reales dobles.
- 3) $a_i < -\omega_{2i}/(4 \cdot B_i)$ raíces complejas conjugadas.

Combinando estas situaciones del origen del L.G.R. para a_1 y a_2 con las posibilidades de realimentación positiva y negativa, y descontando las duplicidades por casos simétricos de las a_i , se llegarían a establecer 12 tipos de trazados del L.G.R. básicos (6 por cada tipo de realimentación). En estos casos se podrían clasificar todas las configuraciones posibles de oscilador activo-R según la forma de su L.G.R. De éstas, sólo las que poseen realimentación negativa ($k>0$) proporcionan un L.G.R. que intersecta el eje imaginario por puntos diferentes al origen. Son, por tanto, las configuraciones con $k>0$, que equivale a tener un producto de los parámetros b_1 y b_2 negativo ($-b_1 \cdot b_2 > 0$ en la expresión (2.13)) las de interés si se pretende el diseño de un oscilador sinusoidal.

La posición de las raíces, que determina el comportamiento del sistema tanto en el régimen transitorio como en el permanente, estará sobre la curva del L.G.R.. La posible situación de las raíces se encuentra limitada desde la coincidencia con los puntos de inicio del L.G.R. (para $k=0$), hasta los puntos más separados de éstos que se obtienen para la realimentación máxima, correspondiente al máximo valor posible para el producto $b_1 \cdot b_2$, en este caso la máxima realimentación resistiva posible viene dada por $-b_1 \cdot b_2 = 1$, que equivale a $k=B^2 \cdot \omega_2^2$, si se consideran los AOs iguales.

A continuación se presentan los L.G.R. obtenidos para 3 casos de interés, todos ellos con $k>0$. Para la representación se han supuesto amplificadores operacionales iguales.

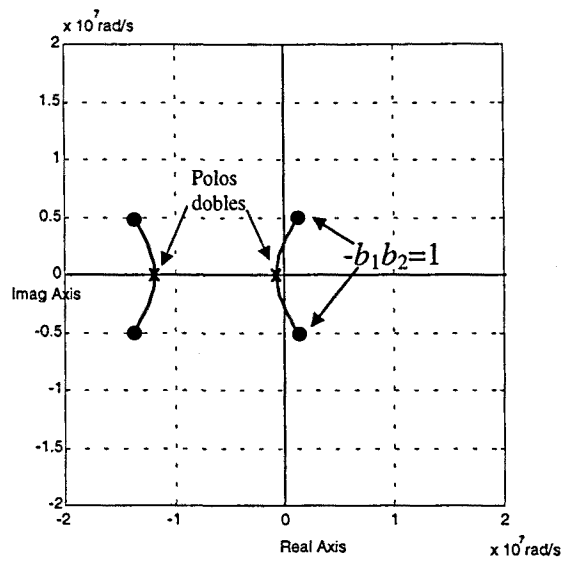


Figura 2.3 Lugar Geométrico de las Raíces correspondiente al diagrama de bloques de la Figura 2.1 para $a_1=a_2=-0.1$ (se consideran AOs iguales con: $B_1=2\cdot\pi\cdot 10^6$ rad/s, $\omega_1=2\cdot\pi\cdot 10$ rad/s, $\omega_2=2\cdot\pi\cdot 2\cdot 10^6$ rad/s).

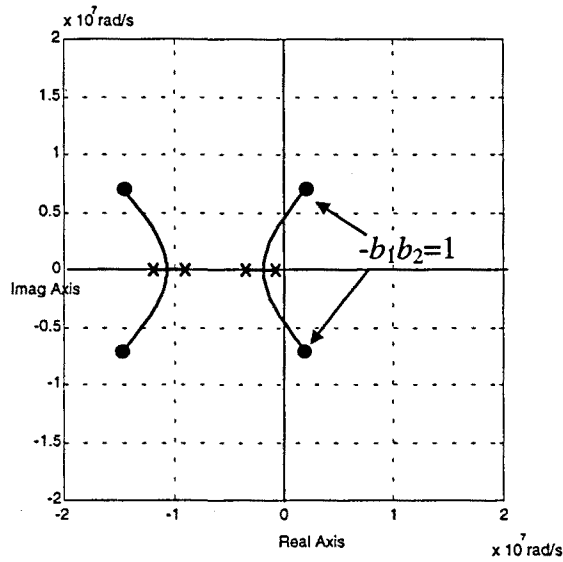


Figura 2.4 Lugar Geométrico de las Raíces correspondiente al diagrama de bloques de la Figura 2.1 para $a_1=-0.1, a_2=-0.4$ (se consideran AOs iguales con: $B_1=2\cdot\pi\cdot 10^6$ rad/s, $\omega_1=2\cdot\pi\cdot 10$ rad/s, $\omega_2=2\cdot\pi\cdot 2\cdot 10^6$ rad/s).

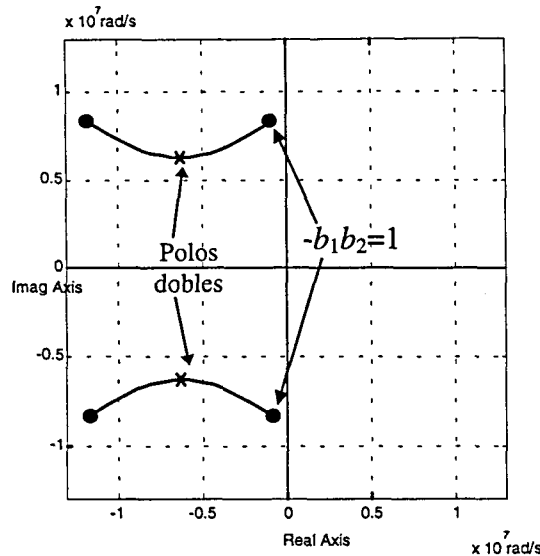


Figura 2.5 Lugar Geométrico de las Raíces correspondiente al diagrama de bloques de la Figura 2.1 para $a_1=a_2=-1$ (se consideran AOs iguales con: $B_1=2\cdot\pi\cdot 10^6$ rad/s, $\omega_1=2\cdot\pi\cdot 10$ rad/s, $\omega_2=2\cdot\pi\cdot 2\cdot 10^6$ rad/s).

De la representaciones anteriores se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Para cada par de valores a_1 y a_2 existe un único punto de corte del L.G.R. con el eje $j\omega$, por lo tanto, idealmente, para cada par de valores a_1 , a_2 existe una única frecuencia de oscilación con distorsión mínima.
- Las frecuencias de oscilación mayores se consiguen con valores absolutos mayores para los parámetros a_i (Figura 2.4), mientras que las frecuencias de oscilación menores corresponden a valores de a_i próximos a 0 (Figura 2.3), tal y como indica la expresión (2.9).
- El valor del producto $b_1\cdot b_2$ determina si los polos se encontrarán: en el semiplano izquierdo y, por tanto, sin posibilidad de que el circuito oscile; sobre el eje imaginario, obteniéndose idealmente un circuito oscilando a una frecuencia determinada por el punto de corte del L.G.R. con el eje $j\omega$; o en el semiplano derecho, con lo que el circuito será inestable, pudiendo evolucionar hacia la saturación de los operacionales o hacia la oscilación permanente con cierto grado de distorsión.

Como se ha visto, el estudio del L.G.R. permite establecer los márgenes de valores que pueden tomar los parámetros del circuito para obtener cierto margen de frecuencias y cómo evolucionará el sistema para valores mayores o menores de estos parámetros. Para conocer exactamente la expresión de la frecuencia de oscilación es necesario resolver la ecuación característica $1+T(s)=0$ para $s=j\omega$. Esta solución es precisamente la que permite obtener el criterio de Routh. Además el análisis del L.G.R. permite determinar la situación de los polos en el arranque del oscilador, y cómo irán evolucionando estos polos durante el proceso de estabilización de amplitud.

2.2.3 Aproximación parabólica del L.G.R. en las proximidades del eje $j\omega$

Con el fin de poder obtener una expresión de la parte real de los polos del circuito para un valor determinado de los parámetros a_i , b_i , se realiza una aproximación del lugar

geométrico de las raíces en las proximidades del eje $j\omega$, que permite simplificar la dinámica de cuarto orden de la ecuación característica por una ecuación parabólica.

En la Figura 2.6 se representa la localización en el plano complejo de los 4 polos del oscilador de la Figura 2.1, es decir, las cuatro raíces de la ecuación característica para un valor dado de los parámetros.

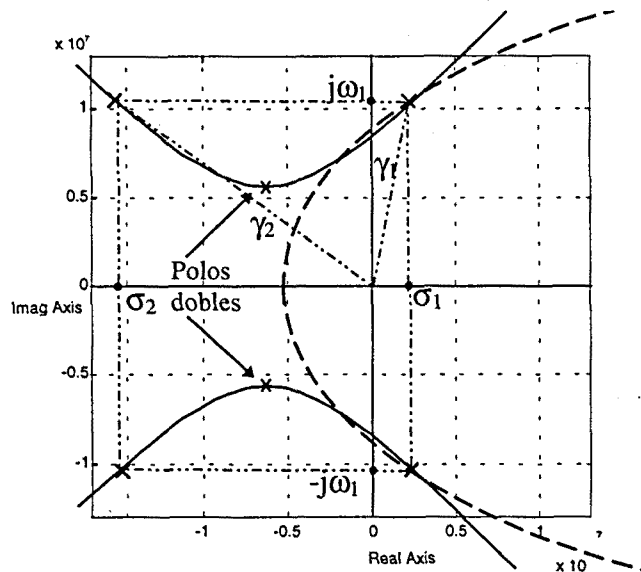


Figura 2.6. Lugar Geométrico de las Raíces correspondiente al diagrama de bloques de la Figura 2.1 para $a_1=a_2=-0.9$ (línea continua), con la representación de la situación de los polos del sistema en el arranque y la curva que representa la aproximación parabólica del L.G.R. (línea discontinua).

Como puede comprobarse dos de los polos se han situado en el semiplano derecho (para garantizar el arranque) pero muy cerca del eje $j\omega$ (para obtener una baja distorsión). Por una parte, al tener dos pares de raíces complejas conjugadas, la ecuación característica puede expresarse como:

$$(s^2 - 2\sigma_1 s + \gamma_1^2) \cdot (s^2 - 2\sigma_2 s + \gamma_2^2) = 0 \quad (2.15)$$

donde

$$\begin{aligned} \gamma_1^2 &= \omega_1^2 + \sigma_1^2 \\ \gamma_2^2 &= \omega_1^2 + \sigma_2^2 \end{aligned} \quad (2.16)$$

Si se desarrolla el producto de la expresión (2.15) se obtiene:

$$\begin{aligned} s^4 + 4\sigma_o s^3 + 2(\omega_1^2 + 2\sigma_o^2 - \sigma_1^2 - 2\sigma_o \sigma_1) s^2 + 4\sigma_o (\omega_1^2 - 2\sigma_o \sigma_1 - \sigma_1^2) s + \\ + \sigma_1^2 (4\sigma_o^2 + \sigma_1^2 + 4\sigma_o \sigma_1) + 2\omega_1^2 (\sigma_1^2 + 2\sigma_o^2 + 2\sigma_o \sigma_1) + \omega_1^4 = 0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

con $\sigma_o = (\sigma_1 + \sigma_2) / 2$.

Por otra parte, la ecuación característica del circuito obtenida, considerando iguales los AO y a partir del cálculo de la ganancia de lazo dada en la ecuación (2.4) es:

$$s^4 + 2\omega_2 s^3 + (\omega_2 - (a_1 B_1 + a_2 B_2))\omega_2 s^2 + (2\omega_1 - (a_1 B_1 + a_2 B_2))\omega_2^2 s + ((\omega_1 - (a_1 B_1 + a_2 B_2))\omega_1 + (a_1 a_2 - b_1 b_2)B_1 B_2)\omega_2^2 = 0 \quad (2.18a)$$

La identificación de estas dos expresiones de la ecuación característica permite obtener una expresión para la parte real e imaginaria de los polos del circuito oscilador para un valor concreto de sus parámetros. Para obtener la expresión de la parte real σ_1 se realiza una aproximación de la dinámica de 4º orden del circuito por una parábola en las proximidades del eje $j\omega$. La validez de esta aproximación parabólica se restringe a los casos en que dos de las raíces están situadas muy cerca del eje imaginario ($\sigma_1 \ll \sigma_0$). Son precisamente estos casos los de interés en el diseño de osciladores, pues son los que se traducen en una distorsión menor en la señal de salida. La expresión de la parábola por la que se aproxima el L.G.R. es

$$(s^2 - 2\sigma_1 s + \gamma_1^2) = 0 \quad (2.18b)$$

Si $s^4 + As^3 + Bs^2 + Cs + D = 0$ para $s = j\omega$, representa la ecuación $1 + T(j\omega) = 0$ obtenida a partir de los parámetros del circuito (ecuación 2.18a), la identificación de términos con la ecuación (2.17), conduce a la obtención del valor real σ_1 y la frecuencia ω_1 dadas por las expresiones (2.19) y (2.20), una vez reducida la dinámica de 4º orden a un 2º orden bajo la aproximación $\sigma_1 \ll \sigma_0$.

$$\sigma_1 = \frac{D - C \frac{A}{4} - \frac{C^2}{A^2}}{\frac{A^3}{8}} \quad (2.19)$$

$$\omega_1^2 = \frac{C}{A} + \frac{A}{2}\sigma_1 \quad (2.20)$$

Los polos del sistema en el arranque serán $s_1 = \sigma_1 + j\omega_1$, $s_1^* = \sigma_1 - j\omega_1$ y $s_2 = \sigma_2 + j\omega_1$, $s_2^* = \sigma_2 - j\omega_1$. Una vez producido el proceso de estabilización de amplitud, el valor de la parte real de las raíces s_1 y s_1^* , será nulo (las raíces se encontrarán justamente sobre el eje imaginario), por tanto, $\sigma_1 = 0$ y ω_1 coincidirá con el valor de la frecuencia de oscilación ω_0 . Para $\sigma_1 = 0$ la expresión de ω_1 coincide con la de la frecuencia de oscilación (expresión 2.21) y puede comprobarse que es idéntica a la obtenida a través del criterio de Routh (expresión 2.8), es decir:

$$\omega_1^2 \Big|_{\sigma_1=0} = \omega_o^2 = \frac{C}{A} = \frac{\omega_{21}\omega_{22}(\omega_{11} + \omega_{12} - a_1 B_1 - a_2 B_2)}{\omega_{21} + \omega_{22}} \quad (2.21)$$

y si se consideran iguales los AOs es decir, $B_1=B_2$, $\omega_{11}=\omega_{12}$ y $\omega_{21}=\omega_{22}$ se obtiene:

$$\omega_1^2 \Big|_{\sigma_1=0} = \omega_o^2 = \frac{C}{A} \omega_o^2 = \frac{\omega_2}{2} (2\omega_1 - (a_1 + a_2)B) \quad (2.22)$$

El interés de realizar la aproximación del L.G.R. en la vecindad del eje $j\omega$ se centra sin embargo, en poder encontrar una expresión para la parte real de los polos. Considerando que los amplificadores operacionales son iguales, la parte real de los polos situados en el semiplano derecho, s_1 y s_1^* , es:

$$\sigma_1 \equiv (a_1 a_2 - b_1 b_2) \frac{B^2}{\omega_2} + \frac{(a_1 + a_2)B}{2} - \frac{(a_1 + a_2)^2 B^2}{4\omega_2} - \omega_1 \quad (2.23)$$

Dicha parte real permitiría establecer una Figura de Mérito relacionada con la distorsión del circuito tal y como se hace en [CEL93] para el valor de σ_1 máximo alcanzable por el diseño.

La expresión (2.23) será utilizada posteriormente para el cálculo de las relaciones entre las amplitudes diferenciales de entrada a los amplificadores operacionales en el régimen estacionario.

La condición de arranque del circuito oscilador, consiste en asegurar que el valor inicial de la parte real de los polos sea positivo, es decir, asegurar que se cumpla la condición $\sigma_1 > 0$. Como puede comprobarse esta condición de arranque puede ajustarse a través de los parámetros b_1 y b_2 , y debe hacerse así para cada par de valores (a_1, a_2) . Para asegurar la oscilación de amplitud constante en régimen permanente debe existir algún mecanismo que se encargue de hacer que el valor de σ_1 disminuya durante el transitorio de arranque, de manera que se anule en régimen permanente. Este proceso no lineal es el que se estudia en el siguiente apartado.

2.3 Análisis no lineal

2.3.1 Introducción

Los osciladores son circuitos inherentemente no lineales. Para que se produzca el arranque del oscilador es necesario que los polos del circuito estén ubicados inicialmente en el semiplano derecho del plano complejo y que exista algún mecanismo que haga que estos polos se desplacen hacia el eje imaginario según aumente la amplitud de la señal de salida, de manera que en régimen permanente los polos sean imaginarios puros y la amplitud de la señal de salida se mantenga constante. Evidentemente el mecanismo que permite este desplazamiento es no lineal, pues debe depender de la amplitud de la señal y por tanto, debe poder variar con ésta. Conocer cómo se realiza este proceso de estabilización de amplitud es imprescindible si se quiere estudiar y controlar el nivel de distorsión de la señal sinusoidal generada.

Existen diversos mecanismos que permiten realizar la estabilización en amplitud de un oscilador. Desde el punto de vista de la localización física en el circuito del elemento no lineal responsable de la estabilización, podemos distinguir dos posibilidades: la denominada limitación interna y la limitación externa.

La estabilización por limitación interna es debida a las propias no linealidades de los elementos activos incluidos en el oscilador. En el caso de que dichos elementos activos sean amplificadores operacionales, los mecanismos internos de limitación son debidos al *slew-rate* (asimilable a una limitación de la tensión de entrada) y la saturación de la salida.

La estabilización por limitación externa se fuerza al añadir elementos no lineales cuyo comportamiento no permite que actúen los mecanismos de limitación internos asociados al dispositivo activo.

Ya que, como se verá más adelante, las no linealidades del amplificador operacional son suficientes para estabilizar en amplitud el oscilador activo-R, y no se requieren por tanto elementos adicionales que complicarían el circuito, el estudio se centra en la estabilización del oscilador por limitación interna.

Como ya se ha mencionado 2 son los tipos de limitación no lineal que definen al amplificador operacional: el *slew-rate*, o máxima pendiente que puede seguir la señal de salida, y la saturación de la salida, o máxima tensión de salida debida al valor finito de la tensión de alimentación.

Un rápido cálculo permite comprobar que sólo a frecuencias bajas, la limitación por saturación a la salida es responsable de la estabilización en amplitud del oscilador. Si, por ejemplo, se utiliza el típico AO 741 que posee un *slew-rate*, según datos del fabricante, de 0.5 V/ μ s y se alimenta con una tensión simétrica de ± 15 V, con lo que la máxima tensión a la salida estará por debajo de los 14 V, la frecuencia más alta a la que puede obtenerse la máxima amplitud, sin que limite el *slew-rate* es

$$f_{max} = \frac{SR}{2 \cdot \pi \cdot V_{max}} = \frac{0.5 \cdot 10^6}{2 \cdot \pi \cdot 14} \cong 5.5 \text{ kHz} \quad (2.24)$$

Como precisamente tiene sentido plantearse el uso de osciladores activos-R en alta frecuencia [POR92] y por tanto, muy por encima de este límite, nos centraremos únicamente en el estudio de la estabilización por *slew-rate*.

2.3.2 Función Descriptiva de la no linealidad.

Si un amplificador operacional es sobrealimentado con una gran señal de entrada, la salida decae a un valor determinado por las corrientes y capacidades internas [SOL74]. De la misma manera, si la señal sinusoidal de entrada hace que la salida tenga una pendiente máxima mayor que un valor determinado, se producirá distorsión. Esta máxima velocidad de variación de la salida es el denominado *slew-rate*. En [SOL74] se describe cómo y por qué la pendiente de la tensión de salida de un amplificador operacional está limitada a un máximo a partir del análisis de la realización interna del integrado. Básicamente esta limitación viene dada por la máxima corriente (I_{\max}) que es capaz de entregar la etapa diferencial de entrada del amplificador operacional a su etapa de ganancia.

Esta limitación puede asociarse a una característica de saturación simétrica como la mostrada en la Figura 2.7. La variable A_{vd} corresponde a la amplitud de la señal diferencial de entrada del amplificador operacional. Esta amplitud puede fácilmente relacionarse con la amplitud de salida de los operacionales a través de las relaciones lineales dadas en (2.1). La constante δ , que corresponde al punto de inflexión de la característica que separa la zona lineal de la no lineal, depende de las características del amplificador operacional de la siguiente manera

$$\delta = SR/(B) \quad (2.25)$$

donde SR representa el valor del *slew-rate* y B , el valor del producto ganancia-ancho de banda [SOL74].

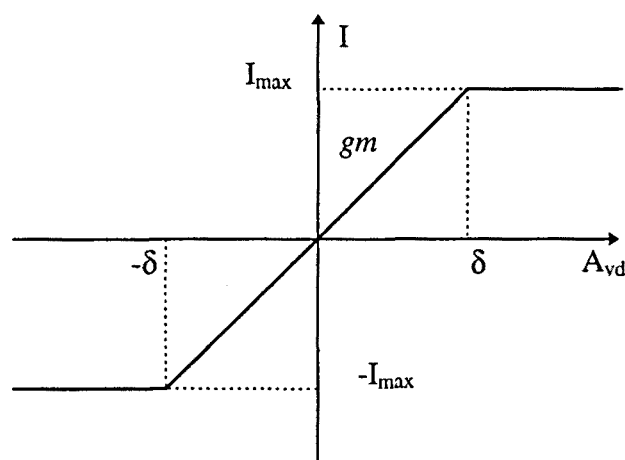


Figura 2.7 Característica no lineal de saturación de la entrada diferencial del AO.

Para poder incluir la no linealidad del amplificador operacional en el estudio del oscilador en el dominio frecuencial, se utiliza el concepto de función descriptiva. El método de análisis basado en la función descriptiva es una técnica aproximada para el estudio de

sistemas no lineales. La idea básica de este método es aproximar los componentes no lineales del sistema por “equivalentes” lineales para poder analizar en el dominio de la frecuencia el sistema resultante [SLO91]. La filosofía de la función descriptiva es simplemente reemplazar la no linealidad por una ganancia lineal de manera que las respuestas de la no linealidad y su aproximación sean lo más parecidas posible, en algún sentido, para la misma entrada sinusoidal. De hecho es un intento de extender el concepto de función de transferencia del estudio de sistemas lineales al caso de los sistemas no lineales.

Para el caso de una entrada sinusoidal se define como función descriptiva $N(\omega, A)$ [GEL68], la ganancia compleja entre el armónico fundamental de la salida de una no linealidad y su señal de entrada sinusoidal. La función descriptiva se calcula a partir de la expresión:

$$N(A, \omega) = \frac{j}{\pi A} \int_0^{2\pi} y(A \cdot \sin \psi, A\omega \cdot \cos \psi) e^{-j\psi} d\psi \quad (2.26)$$

donde A es la amplitud de pico de la señal sinusoidal de entrada $x(t)=A \cdot \sin(\omega t)$ y ω , la pulsación angular.

En el caso del modelado del *slew-rate* del amplificador operacional, la función no lineal, representada en la Figura 2.7 es estática e independiente de la frecuencia y puede expresarse simplemente como $N(A)$.

Si se asume que la no linealidad que representa la limitación por *slew-rate* corresponde a la de la Figura 2.7, y se realiza un escalado de dicha función de saturación de manera que se tiene en cuenta que la ganancia gm de la zona lineal será modelada por la parte lineal de la función de transferencia del amplificador operacional, puede escribirse :

$$N(A) = \begin{cases} 1 & \left(\frac{\delta}{A}\right) > 1 \\ \frac{2}{\pi} \left[\sin^{-1}\left(\frac{\delta}{A}\right) + \frac{\delta}{A} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\delta}{A}\right)^2} \right] & \left(\frac{\delta}{A}\right) < 1 \end{cases} \quad (2.27a)$$

La Figura 2.8 muestra la gráfica correspondiente a esta función descriptiva.

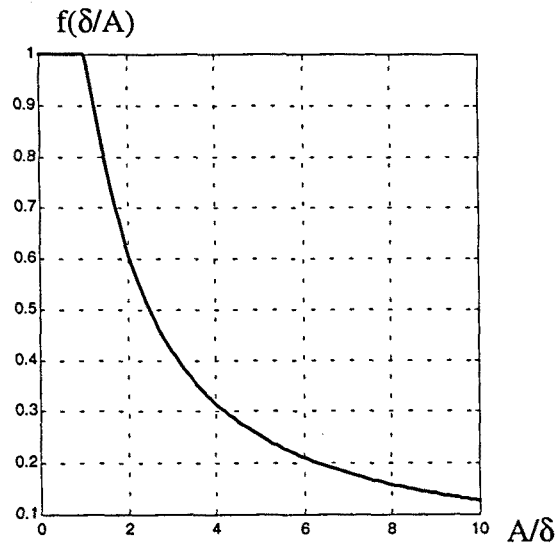


Figura 2.8 Representación de la Función Descriptiva correspondiente a una característica no lineal del tipo saturación como la de la Figura 2.7.

2.3.3 Aproximación de la función descriptiva y de la relación A_3/A_1 .

El valor expresado en (2.27a) es demasiado complejo para usos analíticos, por lo que surge la necesidad de realizar una aproximación. Una buena aproximación rectilínea a tramos es la que se presenta en la ecuación (2.27b) y en la Figura (2.9). Esta aproximación es válida con un error máximo del 2.5%, para valores de $N(A) \geq 0.6$, que equivale a una distorsión máxima del 7.5%, dada como cociente entre el tercer y primer armónicos de la señal de salida.

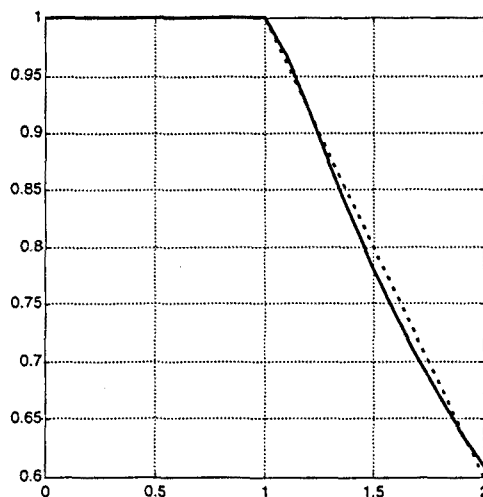


Figura 2.9 Representación de la expresión completa de la función descriptiva para una etapa de saturación (línea continua) y su aproximación rectilínea dada en (2.27b) (línea discontinua).

$$N(A) = \begin{cases} 1 & \frac{A}{\delta} < 1 \\ 1 - 0.4 \left(\frac{A}{\delta} - 1 \right) & \frac{A}{\delta} > 1 \end{cases} \quad (2.27b)$$

Una medida de la distorsión puede obtenerse utilizando el cociente entre el tercer y el primer armónico de la señal de salida del amplificador operacional [HUE84]. El cociente entre la amplitud del tercer armónico de la señal de salida, A_3 , y la amplitud A de entrada a la etapa no lineal puede expresarse como [GEL68]:

$$\frac{A_3}{A} = \frac{1}{3\pi} \left(\sin \left(2 \sin^{-1} \left(\frac{\delta}{A} \right) \right) + \frac{1}{2} \sin \left(4 \sin^{-1} \left(\frac{\delta}{A} \right) \right) \right) \quad (2.28)$$

válida para $A/\delta > 1$.

La relación entre la amplitud del tercer y el primer armónico de la señal de salida puede calcularse teniendo en cuenta que la función descriptiva $N(A)$ es la relación entre la amplitud del primer armónico de la señal de salida, A_1 , y la amplitud de la señal sinusoidal de entrada. Es decir,

$$\frac{A_3}{A_1} = \frac{A_3}{A} \cdot \frac{A}{A_1} = \frac{A_3}{A} \cdot \frac{1}{N(A)} \quad (2.29a)$$

cuya expresión explícita en función de A/δ , puede obtenerse multiplicando las expresiones (2.27a) y (2.28). Una buena aproximación de este producto, con un error menor al 10% de la distorsión real, es la que se presenta a continuación:

$$\frac{A_3}{A_1} = 0.9 \left(N(A) - (N(A))^2 \right) \quad \text{para } N(A) \geq 0.6 \quad (2.29b)$$

En la Figura 2.10 se representa la expresión exacta para el cociente A_3/A_1 y su aproximación en el margen de validez de esta última.

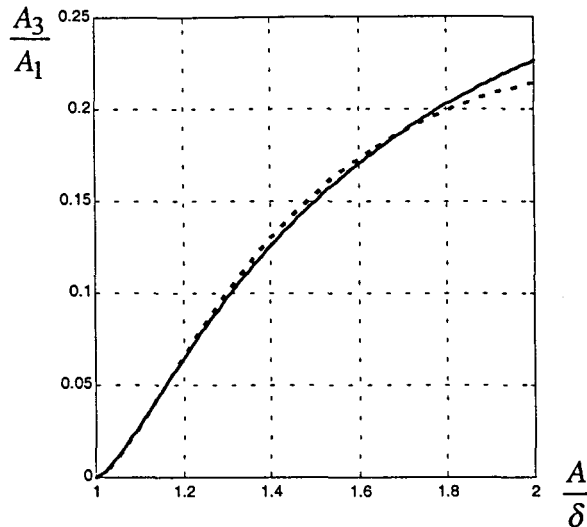


Figura 2.10. Representación del valor exacto de la relación entre el tercer y el primer armónico de la salida de la no linealidad (línea continua) y de su expresión aproximada (2.29b)(línea discontinua).

Las expresiones (2.29a) y (2.29b) corresponden a las relaciones entre armónicos de la señal a la salida de la no linealidad. En el caso que se está estudiando, la no linealidad introduce la etapa diferencial de entrada al amplificador operacional. La señal de salida de esta etapa no lineal, se verá modificada por la respuesta frecuencial de la etapa de ganancia. Teniendo en cuenta un modelo de dos polos para la respuesta frecuencial del AO, en el que el segundo polo está por encima de la frecuencia de oscilación obtenida en el circuito, la relación entre el tercer y el primer armónico de la señal de salida del amplificador operacional será aproximadamente 1/3 de la indicada por la expresión (2.29a) o si se utiliza su aproximación, de la indicada por (2.29b).

2.3.4 Inclusión de la función descriptiva en el modelo genérico

El estudio del oscilador puede completarse ahora con la inclusión en el modelo del amplificador operacional, de la función descriptiva que modela el *slew-rate*. Debe tenerse en cuenta que, debido al propio concepto de función descriptiva, ésta sólo puede utilizarse en condiciones de régimen permanente o situaciones muy cercanas a éste. Se entiende como situación cercana al régimen permanente sinusoidal aquella en que pueda considerarse una variación lenta de la amplitud [GEL68]. En una señal del tipo sinusoidal de frecuencia de oscilación ω_1 , en que la amplitud varía exponencialmente (es la situación de la señal de salida del circuito en el arranque), puede considerarse que, por ejemplo, existe una variación lenta de la amplitud si ésta varía en menos de un 10% transcurrido un periodo de la señal, $T=1/\omega_1$. Si los polos en el arranque de la oscilación toman el valor $s_1=\sigma_1+j\omega_1$ y $s_1^*=\sigma_1-j\omega_1$ de manera que la señal generada puede expresarse como $e^{-\sigma_1 t} \sin(\omega_1 t)$, para asegurar una variación lenta de la amplitud, la relación entre la parte real y la parte imaginaria de los polos debe cumplir:

$$\left| \frac{\omega_1}{\sigma_1} \right| \geq \frac{2\pi}{\ln 1.1} \quad (2.30)$$

Debe asegurarse además que la entrada al elemento no lineal sea una señal sinusoidal, para que sea correcta la utilización de las expresiones (2.27) a (2.30), pues su cálculo presume precisamente esta condición. En el circuito debe existir por tanto, el filtrado necesario que anule los armónicos introducidos en la señal de salida del operacional por el elemento no lineal, antes de que ésta sea realimentada hacia la entrada del mismo. En el caso que nos ocupa, el filtrado viene impuesto por la propia transferencia en frecuencia de los amplificadores operacionales que justamente filtran la salida de la etapa diferencial de entrada causante del comportamiento no lineal. Este filtrado de segundo orden es suficiente en diseños de baja distorsión para garantizar la validez de la utilización de la función descriptiva [GEL68].

El diagrama de bloques genérico del oscilador activo-R de la Figura 2.1 es completado aquí con la inclusión del efecto del *slew-rate* a través de la función descriptiva $N(A)$, donde A es la amplitud diferencial de entrada de cada uno de los operacionales.

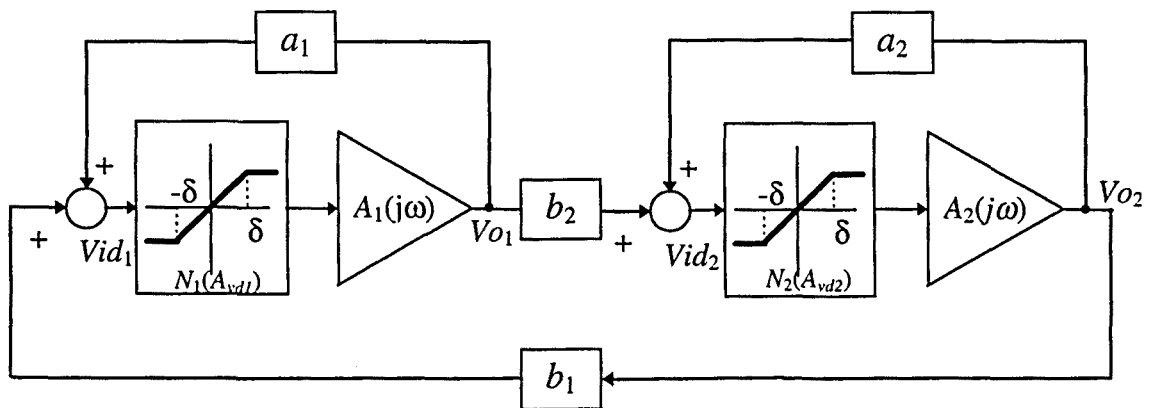


Figura 2.11. Diagrama de bloques genérico del oscilador activo-R incluyendo la no linealidad debida al *slew-rate* del AO.

Como puede observarse en la Figura 2.11, se ha sustituido cada uno de los bloques que modelaban el amplificador operacional en la Figura 2.1 por dos, uno no lineal que incluye la función descriptiva, y el otro lineal, que modela la transferencia en frecuencia y que sigue correspondiendo al modelo de 2 polos ya utilizado. En el caso en el que se quisiera incluir el modelo de la saturación de salida del AO, bastaría con añadir un tercer bloque, limitador de amplitud a continuación del lineal en cada uno de los amplificadores operacionales.

Para esta nueva representación del diagrama de bloques del oscilador, la ganancia de lazo que se obtiene es:

$$T(j\omega) = \frac{-b_1 \cdot A_1(j\omega) \cdot N_1(A_{vd1}) \cdot b_2 \cdot A_2(j\omega) \cdot N_2(A_{vd2})}{(1 - a_1 \cdot A_1(j\omega) \cdot N_1(A_{vd1})) \cdot (1 - a_2 \cdot A_2(j\omega) \cdot N_2(A_{vd2}))} \quad (2.31)$$

Para obtener esta expresión a partir de la ecuación 2.4, correspondiente al estudio lineal, bastaría con sustituir en esta última el producto ganancia-ancho de banda del operacional por este producto multiplicado por el valor de la función descriptiva. De hecho, el efecto de $N(A)$ podría verse como una reducción del valor efectivo de la ganancia del operacional, reducción mayor cuanto más haya actuado la parte no lineal. El control de amplitud lo realiza así el propio amplificador, limitando su ganancia cuando la amplitud de la señal de entrada crece en exceso.

A partir de esta observación puede reescribirse la expresión 2.9 para la frecuencia de oscilación, quedando:

$$\omega_o^2 = \frac{\omega_2}{2} [2 \cdot \omega_1 - (a_1 N_{10} + a_2 N_{20}) \cdot B] \quad (2.32)$$

donde N_{10} y N_{20} representan el valor de $N_1(A_{vd1})$ y $N_2(A_{vd2})$ durante el régimen permanente respectivamente, y se consideran iguales los amplificadores operacionales.

En cuanto la condición de arranque, es exactamente la misma que la encontrada en el estudio lineal, pues en el arranque la tensión diferencial de entrada a los amplificadores es muy pequeña y, por tanto, el valor de la función descriptiva asociada es la unidad.

Se procede ahora a analizar cómo se realiza la estabilización de amplitud y cómo afecta esta estabilización en la representación del lugar geométrico de las raíces del circuito, y por tanto, en la situación de sus polos y en la frecuencia de oscilación.

2.3.5 Efecto de la estabilización de amplitud sobre el L.G.R.

La expresión de la ganancia de lazo del circuito cuando se tiene en cuenta su parte no lineal, es

$$T(s) = \frac{k}{(s - p_1^{(1)}) \cdot (s - p_2^{(1)}) \cdot (s - p_1^{(2)}) \cdot (s - p_2^{(2)})} \quad (2.33)$$

donde

$$k = -b_1 \cdot b_2 \cdot B_1 \cdot \omega_{21} \cdot N_1(A_{vd1}) \cdot B_2 \cdot \omega_{22} \cdot N_2(A_{vd2}) \quad (2.34a)$$

y

$$p_{1,2}^{(i)} = \frac{-(\omega_{1i} + \omega_{2i}) \pm \sqrt{\omega_{2i}^2 - 4 \cdot \omega_{2i} \cdot (\omega_{1i} - a_i \cdot B_i \cdot N_i(A_{vdi}))}}{2} \quad (2.34b)$$

($i=1,2$)

Al igual que en el caso del estudio lineal, el origen del L.G.R. parte de 4 polos que dependen de las características del operacional y del valor de los parámetros a_1 y a_2 . Los

parámetros b_1 y b_2 se encargan de situar los polos del sistema sobre el plano s , ya que intervienen directamente en el valor del parámetro k de la ganancia de lazo.

Para que se produzca el arranque del oscilador debe asegurarse que inicialmente los polos estén en el semiplano derecho dando un valor adecuado a los parámetros b_1 y b_2 . Durante el inicio de la oscilación, la señal de entrada a los operacionales es suficientemente pequeña como para que el valor de la función descriptiva en los dos amplificadores operacionales sea 1, tal como indica la Figura 2.8. Es decir el valor de la constante k será:

$$k = -b_1 \cdot b_2 \cdot B_1 \cdot \omega_1 \cdot B_2 \cdot \omega_2 \quad (2.35)$$

A partir de esta situación de los polos, la amplitud de la señal sinusoidal crecerá desde 0 siguiendo la forma de una exponencial creciente con una constante de tiempo determinada por la inversa de la parte real de estos polos.

A medida que crece la amplitud de la oscilación, también crece la amplitud diferencial de entrada a los operacionales. Para valores de esta amplitud diferencial mayores que el valor δ (Figura 2.8), el valor de $N_i(A)$ decrecerá. Al disminuir el valor de la función descriptiva, disminuirá también el valor de la constante k (expresión 2.33), y por tanto los polos se irán acercando hacia el eje imaginario, hasta que se encuentren situados sobre él con lo que la amplitud de la señal quedará estabilizada.

En este proceso de estabilización de amplitud los polos no se desplazan sobre el L.G.R. dibujado para el caso del arranque en el que $N(A)=1$, que correspondería al L.G.R. calculado para el caso lineal, sino que la propia forma del L.G.R. varía al variar el valor de $N(A)$. Tal y como indica la expresión 2.34, no sólo la constante de realimentación k de la ganancia de lazo varía al variar el valor de $N(A)$, también los polos de $T(s)$, puntos de inicio del L.G.R., alteran su posición. Por lo tanto, la frecuencia final a la que se estabilizará el circuito no coincidirá con el corte del L.G.R. inicial de arranque (el calculado para $N(A)=1$) con el eje imaginario, sino que siempre será algo menor, pues al variar la situación inicial de los polos también variará la zona de intersección.

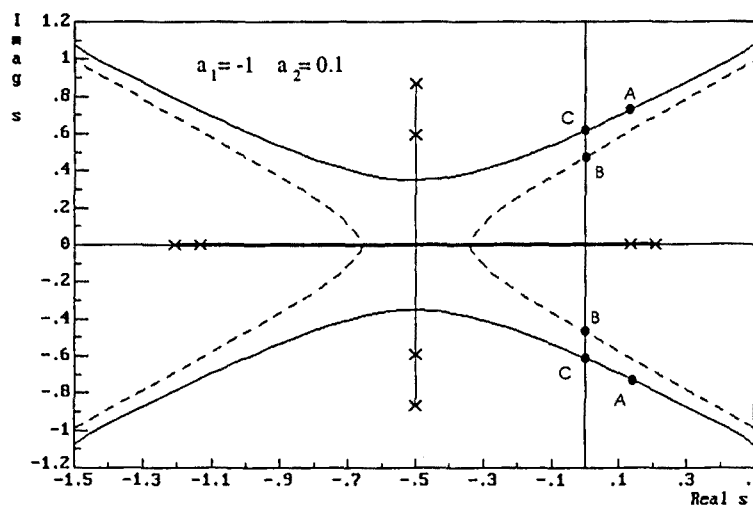


Figura 2.12. Lugar Geométrico de las Raíces con $a_1=-1$, $a_2=0.1$ para $N_1(A_{vd1})=N_2(A_{vd2})=1$ (línea continua) y para $N_1(A_{vd1})=N_2(A_{vd2})=0.6$ (línea discontinua).

En la Figura 2.12 puede observarse un ejemplo de variación de L.G.R.. En dicha Figura, el punto A representa la localización de los polos del circuito para un valor del producto $b_1 \cdot b_2 = -1$ (el máximo posible) en el caso $N_1(A_{vd1}) = N_2(A_{vd2}) = 1$ (arranque del oscilador). El punto B corresponde a la localización de estos polos para el mismo valor del producto $b_1 \cdot b_2$, pero en el caso $N_1(A_{vd1}) = N_2(A_{vd2}) = 0.6$ que correspondería a un valor final de la amplitud diferencial de entrada de los operacionales $A = 2 \cdot \delta$. El punto C corresponde a la situación de los polos del circuito estabilizado, si los polos de la ganancia de lazo no variasen al hacerlo el valor de la función descriptiva. Para el mismo par de valores (a_1, a_2) , los polos del sistema estabilizado se localizarían entre los puntos de intersección B y C siempre que se cumpliera $-b_1 \cdot b_2 > 0.6^2$.

Se puede concluir que la frecuencia real que se obtendrá en el circuito será siempre menor que la calculada a través del análisis puramente lineal. De hecho, como ya indica la ecuación 2.32, la frecuencia de oscilación final dependerá del valor de $N(A)$ en régimen permanente. Esta frecuencia será menor cuanto menor sea este valor, y por consiguiente cuanto más lejos estén los polos inicialmente de la situación de estabilización en el eje imaginario, pues mayor habrá sido la variación de $N(A)$ para llevarlos a su posición final. Además una disminución en el valor de $N(A)$ equivale a un aumento en el contenido armónico de la señal de salida, es decir, de la distorsión.

2.4 Determinación de la amplitud de la oscilación en régimen permanente.

La inclusión de la función descriptiva en el análisis del oscilador permite obtener también una serie de condiciones sobre los parámetros del circuito para minimizar la distorsión u obtener una determinada amplitud a la salida de los amplificadores. Cabe recordar en este punto que la estabilización de amplitud de la salida se realiza internamente en el amplificador operacional, de manera que no se tiene ningún control externo sobre ella. Este hecho determina que a cada frecuencia de oscilación le corresponde una teórica amplitud de salida para distorsión mínima, determinada por el valor del *slew-rate* del operacional utilizado. De la misma manera, para cada valor de distorsión concreto, corresponde una determinada amplitud para la tensión diferencial de entrada del operacional.

El grado de distorsión de la señal de salida de los amplificadores operacionales puede medirse a través del valor de la función descriptiva tal y como indica la expresión (2.29) que está directamente relacionada con el valor de la amplitud de la señal de entrada. Por lo tanto conocer el valor de esta amplitud en régimen permanente, permite determinar el valor de la amplitud de la señal de salida y también el grado de distorsión de esta señal.

2.4.1 Relación de las amplitudes diferenciales de entrada a los amplificadores operacionales en función de la pertenencia al L.G.R.

La relación entre las tensiones de entrada y salida de los amplificadores operacionales viene determinado por las siguientes expresiones (Figura 2.11):

$$\begin{aligned} V_{id1} &= a_1 \cdot V_{o1} + b_1 \cdot V_{o2} \\ V_{id2} &= b_2 \cdot V_{o1} + a_2 \cdot V_{o2} \end{aligned} \quad (2.36)$$

Por otra parte en régimen permanente senoidal:

$$V_{o1} = N_1(A_{vd1}) \cdot A_1(j\omega) \cdot V_{id1} \quad (2.37a)$$

$$V_{o2} = N_2(A_{vd2}) \cdot A_2(j\omega) \cdot V_{id2} \quad (2.37b)$$

Eliminando V_{o2} en la expresión (2.36) y sustituyendo en ella el valor de V_{o1} dado por (2.37a), puede obtenerse una relación entre las tensiones diferenciales de entrada a los operacionales en régimen permanente en función de los parámetros del circuito:

$$V_{id1} \cdot \frac{[a_2 - (a_1 a_2 - b_1 b_2) N_1(A_{vd1}) A_1(j\omega)]}{b_1} = V_{id2} \quad (2.38)$$

Si se quiere calcular la amplitud de esta tensión diferencial de entrada se debe calcular el módulo de la expresión anterior:

$$A_{vd1} \cdot \left| \frac{[a_2 - (a_1 a_2 - b_1 b_2) N_1(A_{vd1}) A_1(j\omega)]}{b_1} \right| = A_{vd2} \quad (2.39)$$

Por otra parte, teniendo en cuenta que el punto $s=j\omega$ pertenece al L.G.R. y por tanto verifica la ecuación $1+T(s)=0$, se cumple:

$$\begin{aligned} 1 - (a_1 N_1(A_{vd1}) A_1(j\omega) + a_2 N_2(A_{vd2}) A_2(j\omega)) \\ - (a_1 a_2 - b_1 b_2) N_1(A_{vd1}) A_1(j\omega) N_2(A_{vd2}) A_2(j\omega) = 0 \end{aligned} \quad (2.40)$$

o, de manera equivalente:

$$a_2 - (a_1 a_2 - b_1 b_2) N_1(A_{vd1}) A_1(j\omega) = \frac{1 - a_1 N_1(A_{vd1}) A_1(j\omega)}{N_2(A_{vd2}) A_2(j\omega)} \quad (2.41)$$

De donde la ecuación (2.39) puede reescribirse como:

$$A_{vd1} \cdot \left| \frac{1 - a_1 N_1(A_{vd1}) A_1(j\omega)}{b_1 N_2(A_{vd2}) A_2(j\omega)} \right| = A_{vd2} \quad (2.42)$$

Por otra parte, la expresión de la función de transferencia en frecuencia del amplificador operacional es:

$$A_i(j\omega) = \frac{B_i \omega_{2i}}{(j\omega + \omega_{1i})(j\omega + \omega_{2i})} \quad (2.43)$$

Combinando estas dos últimas expresiones con la expresión obtenida para la frecuencia de oscilación, se obtiene la siguiente relación para las amplitudes de las tensiones diferenciales de entrada de los amplificadores operacionales:

$$A_{vd1} \cdot \sqrt{\frac{-b_2}{b_1} \cdot \frac{N_1(A_{vd1})}{N_2(A_{vd2})}} = A_{vd2} \quad (2.44)$$

Finalmente para obtener las expresiones que relacionan directamente entre sí las amplitudes de las tensiones diferenciales de entrada, basta sustituir el valor de las funciones descriptivas $N_i(A_{vdi})$ con $i=1,2$, por la expresión que las relaciona con estas amplitudes. Como la expresión exacta para $N_i(A_{vdi})$ es demasiado compleja, se emplea para el desarrollo de la expresión (2.44) la aproximación dada en (2.27b). El hecho de que la función descriptiva sea una función definida a tramos obliga a que las expresiones relacionadas con ella deban también definirse de la misma manera. Así, deben definirse cuatro zonas de funcionamiento del circuito, en cuanto sea el primer operacional, el segundo, los dos o ninguno los responsables de la limitación por *slew-rate*.

Si sólo limita el primer operacional, $N_2(A_{vd2})=1$, en consecuencia la relación entre las amplitudes dada en (2.44) al sustituir la aproximación de la función descriptiva es :

$$\left(\frac{A_{vd1}}{\delta}\right) \sqrt{\left(1.4 - 0.4 \frac{A_{vd1}}{\delta}\right) \frac{-b_2}{b_1}} = \left(\frac{A_{vd2}}{\delta}\right) \quad (2.45)$$

Si, por el contrario, sólo es el segundo operacional el que realiza la estabilización en amplitud del oscilador reduciendo la ganancia total efectiva del circuito, la relación en amplitudes queda:

$$\left(\frac{A_{vd2}}{\delta}\right) \sqrt{\left(1.4 - 0.4 \frac{A_{vd2}}{\delta}\right) \frac{-b_1}{b_2}} = \left(\frac{A_{vd1}}{\delta}\right) \quad (2.46)$$

Finalmente, si ambos amplificadores limitan su salida al tener en sus entradas amplitudes mayores que el valor δ , con lo que para ambos el valor de la función descriptiva asociada será menor que la unidad, la relación entre amplitudes es:

$$\left(\frac{A_{vd1}}{\delta}\right) \sqrt{\left(1.4 - 0.4 \frac{A_{vd1}}{\delta}\right) \frac{-b_1}{b_2}} = \left(\frac{A_{vd2}}{\delta}\right) \sqrt{\left(1.4 - 0.4 \frac{A_{vd2}}{\delta}\right)} \quad (2.47)$$

En el caso sin limitación la relación viene dada por la expresión 2.44 con $N_1(A_{vd1})=N_2(A_{vd2})=1$.

La Figura 2.13. representa la relación entre las amplitudes normalizadas de las tensiones diferenciales de entrada a los operacionales, en cada una de las zonas de funcionamiento, para diferentes valores de la relación $-b_2/b_1$. Esta relación se verificará tanto en el arranque como en régimen permanente.

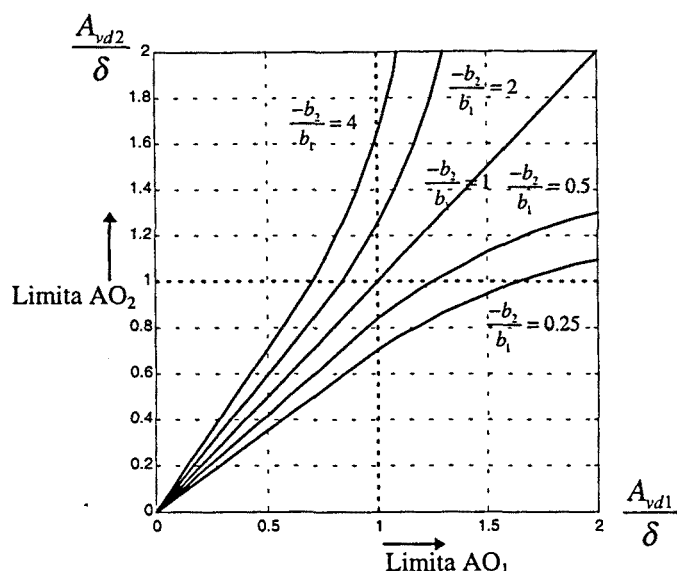


Figura 2.13 Representación de las amplitudes diferenciales de entrada a los operacionales para diferentes valores de la relación $-b_2/b_1$.

2.4.2 Relación de las amplitudes diferenciales de entrada a los amplificadores operacionales en función de la condición de oscilación.

La relación que cumplen los valores de las amplitudes diferenciales de entrada a los amplificadores operacionales en régimen permanente puede obtenerse a través de la condición de oscilación. La aproximación del L.G.R. en torno al eje imaginario por una parábola proporciona una expresión para el valor inicial de la parte real de los polos del circuito responsables del arranque del oscilador (los de parte real positiva). Una manera compacta de expresar la expresión (2.23) para σ_1 que incluye además la función descriptiva, es la que se presenta a continuación, donde se ha tenido en cuenta que en los casos prácticos de interés la frecuencia de oscilación es siempre mucho mayor que el valor del primer polo del operacional ($\omega_o \gg \omega_1$):

$$\sigma_1 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) N_1(A_{vd1}) N_2(A_{vd2}) \frac{B^2}{\omega_2} - \frac{\omega_o^2}{\omega_2} \left(1 + \frac{\omega_o^2}{\omega_2^2} \right) \quad (2.48)$$

Este valor σ_1 , debe anularse en régimen permanente cuando los polos del circuito se sitúan sobre el eje imaginario. Si se iguala a cero la expresión (2.48), se obtiene:

$$N_{1o}(A_{vd1o}) N_{2o}(A_{vd2o}) = \frac{\frac{\omega_o^2}{B^2} \left(1 + \frac{\omega_o^2}{\omega_2^2} \right)}{(a_1 a_2 - b_1 b_2)} \quad (2.49a)$$

Por facilidades de notación posterior, se define la constante k' como:

$$k' = \frac{\frac{\omega_o^2}{B^2} \left(1 + \frac{\omega_o^2}{\omega_2^2} \right)}{(a_1 a_2 - b_1 b_2)} \quad (2.49b)$$

Esta expresión relaciona la frecuencia de oscilación y los diferentes parámetros del circuito con el producto de la función descriptiva en régimen permanente en los dos amplificadores operacionales. Sustituyendo en (2.49a), $N_{io}(A_{vdio})$ para $i=1,2$, por la aproximación rectilínea a tramos dada en (2.27b), y teniendo en cuenta de nuevo las cuatro zonas de funcionamiento del circuito según sea el primer operacional, el segundo, los dos o ninguno los responsables de la limitación por *slew-rate*, se obtiene una relación directa entre el valor de las amplitudes A_{vdi} , y la constante k' definida en (2.49b).

Así, si no interviene la limitación del primer operacional ($N_1(A_{vd1})=1$) se obtiene la relación:

$$\frac{A_{vd1}}{\delta} < 1, \quad \frac{A_{vd2}}{\delta} = \frac{1.4}{0.4} - \frac{k'}{0.4} \quad (2.50)$$

Si es el segundo operacional el que no introduce ningún tipo de distorsión en la señal de salida ($N_2(A_{vd2})=1$), se obtiene:

$$\frac{A_{vd2}}{\delta} < 1, \quad \frac{A_{vd1}}{\delta} = \frac{1.4}{0.4} - \frac{k'}{0.4} \quad (2.51)$$

En el caso en que limiten los dos amplificadores simultáneamente, la relación entre amplitudes es:

$$\frac{A_{vd2}}{\delta} = \frac{\frac{1.4}{0.4} \frac{A_{vd1}}{\delta} + \frac{k'}{0.4^2} - \left(\frac{1.4}{0.4} \right)^2}{\frac{A_{vd1}}{\delta} - \frac{1.4}{0.4}} \quad (2.52)$$

y cuando no hay limitación, aplica la expresión 2.49 con $N_1(A_{vd1})=N_2(A_{vd2})=1$.

La Figura 2.14. representa la relación entre las amplitudes de las tensiones diferenciales de entrada a los operacionales, en cada una de las tres zonas de funcionamiento con limitación por *slew-rate* para diferentes valores de la constante k' . Para una frecuencia de oscilación

ω_0 y un valor de los parámetros del circuito determinados, queda fijado el valor de la constante k' . La curva correspondiente indicará la relación entre las amplitudes diferenciales de entrada a los dos amplificadores operacionales en régimen permanente para cada posible valor de la constante k' .

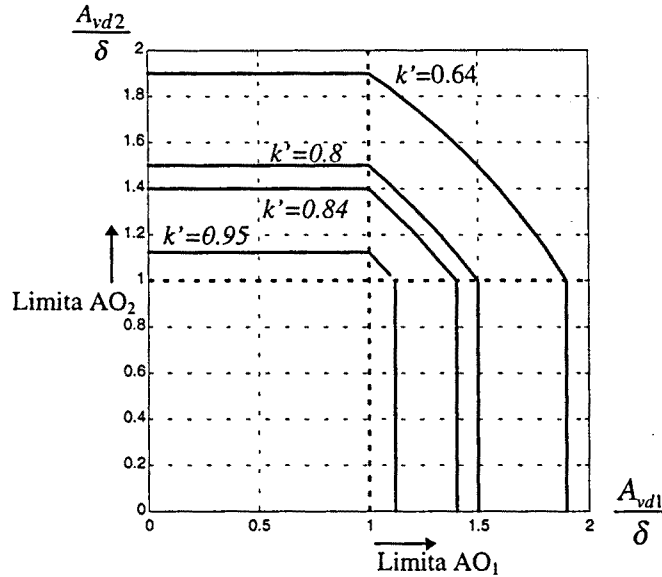


Figura 2.14 Representación de las amplitudes diferenciales de entrada a los operacionales para diferentes valores de la constante k'

En la Figura 2.15 se representan simultáneamente las curvas de las Figuras 2.13 y 2.14. Cada una de las curvas de la Figura 2.13 representa la evolución a lo largo del tiempo de las mencionadas amplitudes desde la situación inicial de arranque de la oscilación (origen de la gráfica) a la situación de régimen permanente (punto de intersección con la correspondiente curva de la gráfica 2.14). Para una frecuencia de oscilación ω_0 determinada, a partir del valor de los parámetros del circuito a_1, a_2, b_1, b_2 , puede obtenerse la amplitud de la señal diferencial de entrada a cada uno de los amplificadores operacionales, en concreto, el valor del cociente $-b_2/b_1$ determina qué curva marca la evolución de estas amplitudes en el arranque, mientras que la combinación $(a_1 a_2 - b_1 b_2)$ determina la curva sobre la que se puede obtener el valor de estas amplitudes en el régimen permanente.

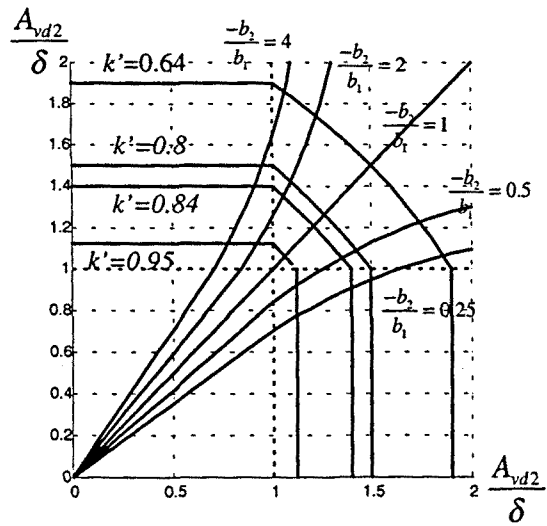


Figura 2.15 Representación conjunta de las curvas de las Figuras 2.13 y 2.14. La intersección de las curvas para un valor concreto de k' y $-b_2/b_1$ determina la amplitud diferencial de entrada de los amplificadores operacionales en régimen permanente.

2.5. Cálculo de Sensibilidades

El cálculo de sensibilidades es necesario para evaluar cómo se ven afectadas las características del oscilador por las tolerancias, las derivas y el envejecimiento de los componentes, así como por las no idealidades de los operacionales.

Para el cálculo de la sensibilidad de la frecuencia de oscilación con respecto a los diferentes parámetros que la determinan se utiliza el concepto clásico de medida de sensibilidad: La sensibilidad de una magnitud M con respecto a un parámetro x, se define como

$$S_x^M = \frac{\frac{\Delta M}{M}}{\frac{\Delta x}{x}} \quad (2.53)$$

El cálculo de esta sensibilidad es de gran importancia práctica pues permite calcular el cambio relativo de una magnitud $\Delta M/M$ causado por un determinado cambio relativo en un componente $\Delta x/x$. En concreto, una vez conocida la sensibilidad, el porcentaje de cambio en la magnitud M se estima como

$$100 \cdot \frac{\Delta M}{M} \cong 100 \cdot S_x^M \frac{\Delta x}{x} \quad (2.54)$$

A partir de estos datos y según las especificaciones de la aplicación del circuito oscilador, se determinará si las discrepancias producidas por estas variaciones están aún comprendidas en los objetivos de diseño o bien, algunos de los parámetros necesitan ser ajustados para cumplir estos objetivos.

Utilizando la expresión (2.32) para la frecuencia de oscilación se han calculado las expresiones de la sensibilidad de esta frecuencia respecto a los parámetros del amplificador operacional y respecto los parámetros a_1 y a_2 . Los resultados obtenidos se presentan en la tabla 2.1.

$S_{\omega_2}^{\omega_o}$	$S_{\omega_1}^{\omega_o}$	$S_B^{\omega_o}$	$S_{a_1}^{\omega_o}$	$S_{a_2}^{\omega_o}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{\omega_1}{2\omega_1 - (a_1 N_1 + a_2 N_2)B}$	$\frac{-(a_1 N_1 + a_2 N_2)B}{2 \cdot [2\omega_1 - (a_1 N_1 + a_2 N_2)B]}$	$\frac{-(a_1 N_1)B}{2 \cdot [2\omega_1 - (a_1 N_1 + a_2 N_2)B]}$	$\frac{-(a_2 N_2)B}{2 \cdot [2\omega_1 - (a_1 N_1 + a_2 N_2)B]}$

Tabla 2.1 Sensibilidades de la frecuencia de oscilación respecto a diversos parámetros del circuito.

En la tabla 2.2, se presenta el valor de estas sensibilidades para un caso de diseño a frecuencias que cumplan la condición $\omega_o \gg \sqrt{11 \cdot \omega_1 \cdot \omega_2}$. (Aproximadamente $\omega_o \geq 2 \cdot \pi \cdot 15 \cdot 10^3$ rad/s en el caso de un típico AO 741). Como ya se había comentado, sólo tiene sentido plantearse el diseño a altas frecuencias de oscilación por tanto, normalmente se estará en una situación de diseño en la que se cumple esta condición.

$S_{\omega_2}^{\omega_o}$	$S_{\omega_1}^{\omega_o}$	$S_B^{\omega_o}$	$S_{a_1}^{\omega_o}$	$S_{a_2}^{\omega_o}$
$\frac{1}{2}$	$\equiv 0$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{a_1 N_1}{2 \cdot (a_1 N_1 + a_2 N_2)} \leq \frac{1}{2}$	$\frac{a_2 N_2}{2 \cdot (a_1 N_1 + a_2 N_2)} \leq \frac{1}{2}$

Tabla 2.2 Sensibilidades para el caso $\omega_o \gg \sqrt{11 \cdot \omega_1 \cdot \omega_2}$

Como puede observarse la sensibilidad de la frecuencia de oscilación respecto a los diferentes parámetros del circuito es siempre menor que 1/2, con lo que las variaciones porcentuales de los parámetros se ven reflejadas en un porcentaje menor en la variación de la frecuencia de oscilación.

2.6 Aplicación al análisis y diseño de osciladores activos-R en cuadratura.

2.6.1. Introducción.

Los osciladores en cuadratura son ampliamente utilizados en circuitos electrónicos, especialmente en aplicaciones de comunicaciones e instrumentación. Aunque en la bibliografía pueden encontrarse trabajos que presentan osciladores sinusoidales en cuadratura de este tipo ([ABU86]-[SAN90]), los análisis que incluyen los autores están limitados a un modelado lineal en el que las estructuras han sido derivadas heurísticamente. Se presenta a continuación el análisis completo de los circuitos osciladores activos-R en cuadratura basados en dos amplificadores operacionales. Este tipo de circuito se presenta como un caso particular del análisis realizado en apartados anteriores. Como se verá, la condición de cuadratura permitirá obtener unas expresiones más sencillas para los diferentes parámetros de interés en el circuito, con lo que pueden obtenerse expresiones que permitan determinar cuantitativamente el valor de la amplitud, distorsión y frecuencia de la señal de salida del oscilador en función de los valores de los diferentes componentes del circuito.

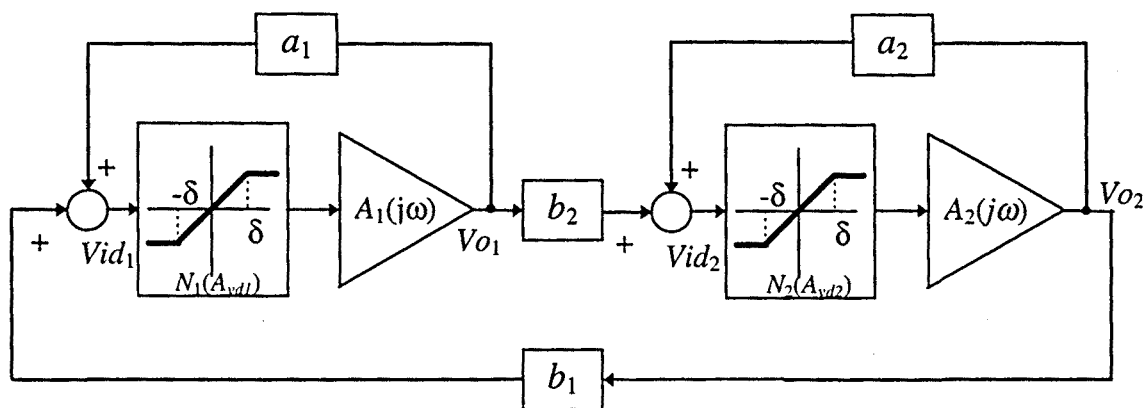


Figura 2.16 Diagrama de bloques genérico para el oscilador activo-R.

En la Figura 2.16 se presenta de nuevo el bloque genérico para un oscilador activo-R compuesto por dos amplificadores operacionales. Al igual que en los apartados anteriores, el amplificador operacional se modela por dos bloques: un bloque no lineal representa la función descriptiva $N(A_{vd})$ asociada con la etapa de entrada del amplificador operacional, responsable de la distorsión inducida por el *slew-rate*, seguido de un bloque lineal que representa la ganancia en lazo abierto $A(j\omega)$ del amplificador operacional.

2.6.2 Condición de cuadratura

A partir de la Figura 2.16 pueden obtenerse las funciones de transferencia $H_1(s)$ y $H_2(s)$ que relacionan las tensiones de salida de ambos amplificadores operacionales, y que se expresan como:

$$H_1(s) = \frac{V_{o1}(s)}{V_{o2}(s)} = \frac{b_1 \cdot A_1(s) \cdot N_1(A)}{1 - a_1 \cdot A_1(s) \cdot N_1(A)} \quad (2.55)$$

y

$$H_2(s) = \frac{V_{o2}(s)}{V_{o1}(s)} = \frac{b_2 \cdot A_2(s) \cdot N_2(A)}{1 - a_2 \cdot A_2(s) \cdot N_2(A)} \quad (2.56)$$

A la frecuencia de oscilación ω_o el valor que toman las funciones de transferencia anteriores es:

$$H_1(j\omega_o) = \frac{b_1 \omega_2 B N_{1o}}{j\omega_o \omega_2 + \omega_2 (\omega_1 - a_1 B N_{1o}) - \omega_o^2} \quad (2.57)$$

y

$$H_2(j\omega_o) = \frac{b_2 \omega_2 B N_{2o}}{j\omega_o \omega_2 + \omega_2 (\omega_1 - a_2 B N_{2o}) - \omega_o^2} \quad (2.58)$$

donde se considera $\omega_1 \ll \omega_2$.

Debido a que para asegurar la oscilación los signos de los parámetros b_1 y b_2 deben ser diferentes, y que la condición de cuadratura impone un desfase entre las tensiones de salida V_{o1} y V_{o2} de 90° a la frecuencia de oscilación, la fase de las funciones $H_1(j\omega)$ y $H_2(j\omega)$ debe cumplir:

$$\text{phase} \left[\frac{H_1(j\omega_o)}{b_1} \right] = \text{phase} \left[\frac{H_2(j\omega_o)}{b_2} \right] = -\frac{\pi}{2} \quad (2.59)$$

Condición que asegura además que el desfase del lazo cerrado será 0 de manera que se cumpla también la condición de oscilación.

Imponiendo esta igualdad a las fases de las ganancias dadas en las expresiones (2.57) y (2.58), se obtiene la siguiente condición de cuadratura:

$$a_1 N_{1o} = a_2 N_{2o} = a \cdot N \quad (2.60)$$

Por lo tanto, la frecuencia de oscilación vendrá dada por:

$$\omega_o^2 = \omega_2(\omega_1 - a \cdot N \cdot B) \quad (2.61)$$

y la condición de oscilación puede expresarse como:

$$-b_1 \cdot b_2 \cdot N_{1o} \cdot N_{2o} = \frac{\omega_2(\omega_1 - a \cdot N \cdot B)}{B^2} \quad (2.62)$$

siendo ambas expresiones un caso particular de las deducidas en el apartado 2.3.

2.6.3 Cálculo de la distorsión.

Si por consideraciones de diseño, se asume el mismo nivel de distorsión en ambos amplificadores operacionales ($N_{1o} = N_{2o} = N$) y la misma amplitud para las señales V_{o1} y V_{o2} , debe elegirse:

$$b_1 = -b_2 = b \quad (2.63)$$

Como resultado, la condición de oscilación (2.62) queda:

$$b^2 \cdot N^2 = \frac{\omega_2(\omega_1 - a \cdot N \cdot B)}{B^2} \quad (2.64)$$

Tal y como se comentó en el apartado de análisis no lineal, las raíces de la ecuación característica del modelo de la Figura 2.16 en el caso $N(A)=1$ se encontrarán inicialmente en el semiplano derecho, lo que causará el inicio de la oscilación. La característica de saturación no lineal del amplificador operacional dada por $N(A)$ es la responsable de la estabilización de amplitud del oscilador. Por lo tanto, la expresión (2.64) es verificada por el valor en régimen permanente N de $N(A)$. Este valor N está directamente relacionado con el contenido armónico de la salida del oscilador.

Si se cumple la condición $-aNB \gg \omega_1$ (lo que resulta en diseños a frecuencias superiores a 10 kHz si se utiliza un AO $\mu A741$), se obtiene la siguiente expresión para N a partir de (2.64):

$$N = \frac{-a \cdot \omega_2}{b^2 \cdot B} \quad (2.65)$$

Este mismo resultado puede alcanzarse a partir de la expresión (2.32) de la parte real de los polos, σ_1 . Si se aplica la aproximación parabólica a la ecuación característica tal y como se vio en el apartado 2.3, puede obtenerse la expresión que relaciona σ_1 con los parámetros del circuito. En concreto para el oscilador en cuadratura, la expresión para σ_1 es:

$$\sigma_1 = \frac{-b_1 b_2 N(A_{vd})^2 B^2 + aN(A_{vd})B\omega_2 - \omega_1 \omega_2}{B^2} \quad (2.66)$$

El valor de $N(A_{vd})=N$ en régimen permanente cuando la amplitud de la señal de salida está estabilizada, corresponde al valor de $N(A_{vd})$ cuando la parte real de los polos se anula, es decir para $\sigma_1=0$. Igualando a cero la expresión anterior para σ_1 , se obtiene precisamente el valor para N dado en (2.65) (bajo la condición $\omega_0^2 \gg \omega_1 \omega_2$).

A partir de esta expresión se puede obtener directamente una medida de la distorsión utilizando el cociente entre las amplitudes del tercer y el primer armónicos de la tensión de salida del amplificador operacional. Utilizando la aproximación (2.29b) obtenida en el apartado 2.3.2, la relación entre el tercer y el primer armónico de la señal de salida de cada uno de los amplificadores operacionales, teniendo en cuenta su respuesta frecuencial es:

$$\frac{A_3}{A_1} = 0.9(N - N^2) \frac{1}{3} \quad \text{para } N \geq 0.6 \quad (2.67)$$

donde A_3 y A_1 son las amplitudes del tercer y primer armónico de la señal de salida del AO, respectivamente. Sustituyendo el valor de N de la expresión (2.65) en (2.67), se obtiene una relación directa entre los parámetros del circuito y el nivel de distorsión de la señal de salida de los amplificadores operacionales. Como puede observarse, para cada valor a , es decir, para cada frecuencia de oscilación, sólo existe un valor del parámetro b que minimice la distorsión de la señal de salida, tal y como muestra la gráfica del L.G.R. comentada en el apartado anterior.

2.6.4 Cálculo de la amplitud de la señal de salida de los amplificadores operacionales.

La obtención de una expresión para el valor de la función descriptiva de la etapa de entrada del amplificador operacional en régimen permanente, en función de los parámetros del circuito, permite la obtención de una expresión para la amplitud de la señal de salida del operacional.

La relación entre la tensión de entrada y la tensión de salida del AO a la frecuencia de oscilación ω_0 viene dada por:

$$Vo_i = N_i \cdot |A_i(j\omega)| \cdot A_{vdi} \quad (2.68)$$

Si el ratio de distorsión es menor de 7.5%, o de forma equivalente si $N_i(A) \geq 0.6$, la función descriptiva puede ser aproximada en torno a $\delta/A=1$ con un máximo error del 2.5% como sigue y según se vio en la expresión (2.44):

$$N_i = 1 - 0.4 \cdot \left(\frac{A_{vd}}{\delta} - 1 \right)_{(i=1,2)} \quad (2.69)$$

donde $\delta=SR/B$, siendo SR el *slew-rate* del amplificador operacional.

Despejando de esta expresión el valor de pico de la tensión diferencial de entrada, A_{vd} y sustituyendo N_i por la expresión dada en (2.65), puede escribirse la siguiente expresión para A_{vd} :

$$A_{vd} = \left(3.5 + 2.5 \frac{a\omega_2}{b^2 B} \right) \cdot \delta \quad (2.70)$$

Combinando las expresiones (2.68) y (2.70) y teniendo en cuenta la ganancia del AO a la frecuencia de oscilación, se obtiene la amplitud de la tensión de salida en cada uno de los amplificadores operacionales a dicha frecuencia:

$$V_{o_i} = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \left(3.5 + \frac{2.5 \cdot a \cdot \omega_2}{b^2 \cdot B} \right) \cdot \delta \quad (2.71)$$

2.6.5 Efectos de las tolerancias y asimetrías en la condición de cuadratura.

De la expresión (2.59) puede concluirse que la fases de $H_1(j\omega_o)/b_1$ y $H_2(j\omega_o)/b_2$ deben ser iguales para asegurar que las señales de salida de los dos amplificadores operacionales estén en cuadratura. Esta situación se consigue imponiendo la condición de cuadratura $a_1 N_1 = a_2 N_2 = aN$, obtenida considerando que los parámetros de los AOs son iguales. Si existen diferencias entre los valores de estos parámetros, el desfase relativo entre las señales puede variar.

Si se asume que los dos amplificadores operacionales son diferentes, el desfase entre las señales V_{o1} y V_{o2} ya no será exactamente $\pi/2$ y, por tanto, no se obtendrán señales en cuadratura a pesar de cumplirse la condición anterior. Una medida del error en fase introducido en este caso de desapareamiento entre los operacionales puede darse a través del valor $\Delta\phi$ que se define como:

$$phase[V_{o2}(j\omega_o)] - phase[V_{o1}(j\omega_o)] = -\frac{\pi}{2} + \Delta\phi \quad (2.72)$$

para $b_2 > 0$ con:

$$2\Delta\phi = \text{phase} \left[\frac{H_2(j\omega_0)}{b_2} \right] - \text{phase} \left[\frac{H_1(j\omega_0)}{b_1} \right] \quad (2.73)$$

De las ecuaciones (2.57) y (2.58) se obtienen las siguientes expresiones para el error de fase $\Delta\phi$ con respecto al caso de cuadratura ideal:

$$\Delta\phi = \frac{\omega_{21}\omega_{22}(\omega_{12} - \omega_{11} - (a_2 B_2 N_{2o} - a_1 B_1 N_{1o}))}{2\omega_{21}\omega_{22}\omega_o} + \frac{\omega_o^2(\omega_{22} - \omega_{21})}{2\omega_{21}\omega_{22}\omega_o} \quad (2.74)$$

donde B_i , ω_{1i} y ω_{2i} con $i=1,2$ son los parámetros del AO_i.

A partir de esta expresión y considerando que únicamente los valores del segundo polo son diferentes ($\omega_{22} \neq \omega_{21}$) y expresando esta diferencia como $\omega_{22} = \omega_{21}(1 \pm \alpha)$ se llega a:

$$\Delta\phi = \mp \alpha \frac{\omega_o}{2\omega_{21}} \quad (2.75)$$

De forma similar, si $\omega_{12} = \omega_{11}(1 \pm \beta)$:

$$\Delta\phi = \mp \beta \frac{\omega_{11}}{2\omega_o} \quad (2.76)$$

y si $B_2 = B_1(1 \pm \gamma)$, el error $\Delta\phi$, vendrá dado por:

$$\Delta\phi = \pm \gamma \frac{a_1 B_1 N_{1o}}{2\omega_o} \quad (2.77)$$

Si la condición de cuadratura debe satisfacerse para un valor específico de ω_o , debe cumplirse en cada AO la siguiente condición:

$$\omega_o^2 = \omega_{2i}(\omega_{1i} - a_i N_{io} B_i) \quad (2.78)$$

Si los AO exhiben diferentes características la frecuencia de oscilación vendrá dada por:

$$\omega_o^2 = \frac{\omega_{21}\omega_{22}(\omega_{11} + \omega_{12} - a_1B_1N_{1o} - a_2B_2N_{2o})}{\omega_{21} + \omega_{22}} \quad (2.79)$$

y la condición de oscilación, para el mismo nivel de distorsión en ambos amplificadores operacionales es:

$$b_1B_2 = -b_2B_1 \quad (2.80)$$

A partir de las expresiones (2.78) y (2.80), pueden obtenerse los valores de los parámetros a_i y b_i necesarios para conseguir señales en cuadratura con un bajo nivel de distorsión si existen diferencias en las características de los amplificadores operacionales. Por un lado, para garantizar este bajo nivel de distorsión, b_1 y b_2 deben satisfacer la ecuación (2.80). Por otro lado, de la condición (2.75) y de la ecuación (2.79) puede concluirse que los parámetros a_2 o a_1 deben ser modificados de manera que se cumpla la siguiente igualdad:

$$a_2B_2N_{2o} = a_1B_1N_{1o} + \frac{(\omega_{11} - a_1B_1N_{1o})\Delta\omega_2}{\omega_{21} + \Delta\omega_2} \quad (2.81)$$

si $\omega_{22} = \omega_{21} + \Delta\omega_2$ y $B_2 \neq B_1$

En este caso la frecuencia de oscilación viene dada por:

$$\omega_o^2 = \omega_{21}(\omega_{11} - a_1B_1N_1) \quad (2.82)$$

2.6.6 Resultados experimentales.

La expresión (2.61) de la frecuencia de oscilación muestra que para un diseño en la gama de frecuencias medias-altas debe imponerse $a < 0$, donde $a_1 = a_2 = a$, para obtener señales en cuadratura. Por otro lado, como se ha visto anteriormente, los signos de b_1 y b_2 deben ser diferentes para asegurar el corte del L.G.R. con el eje $j\omega$. Estas condiciones junto con la expresión (2.62) llevan a una limitación en el máximo valor de la frecuencia de oscilación que puede obtenerse. Esto es debido al hecho que a_2 y b_2 no pueden hacerse simultáneamente grandes y negativos, debido a problemas de implementación, tal y como muestra la Figura 2.17 y las expresiones para los parámetros asociadas.

En este caso, la máxima frecuencia que puede obtenerse depende del cociente ω_2/B y del valor de la distorsión máximo permitido. Por ejemplo, con $\omega_2/B=2$, $N=1$ y $B=2\pi 10^6$ rad/sec el máximo valor de la frecuencia sería 730 kHz.

Varios diseños a diferentes frecuencias han sido montados en el laboratorio obteniéndose una buena concordancia con las predicciones teóricas. La Figura 2.18 muestra la forma de onda de salida correspondiente al oscilador de la Figura 2.14, que utiliza 2 AO $\mu A741$ con

$\delta=80$ mV. Los parámetros son $a_1=a_2=-0.23$, $b_1=0.77$, $b_2=-0.77$. La frecuencia de oscilación es 600 kHz, el valor de la función descriptiva $N=0.78$ que representa un ratio de distorsión de aproximadamente un 5%, y la amplitud de la salida de cualquiera de los dos AO es 130 mV.

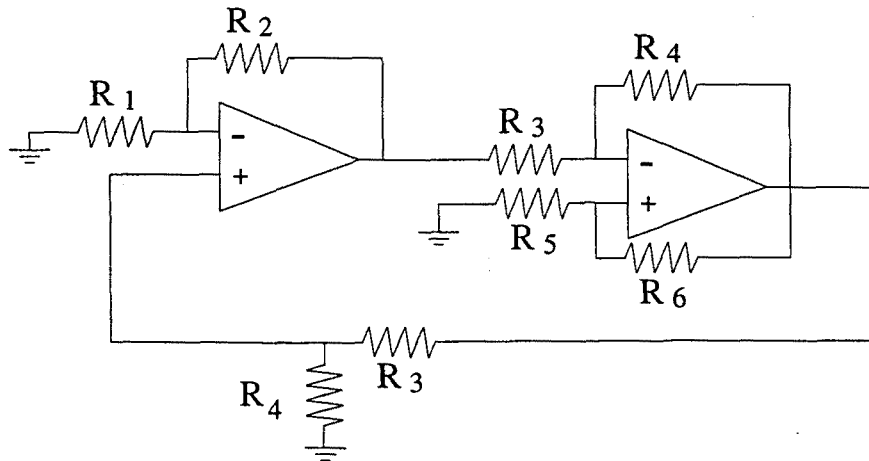


Figura 2 17 Oscilador activo-R en cuadratura basado en el modelo de Figura 2.16 donde:

$$a_1 = -\frac{R_1}{R_1 + R_2}, \quad a_2 = -\frac{R_3}{R_3 + R_4} + \frac{R_5}{R_5 + R_6},$$

$$b_1 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \quad \text{y} \quad b_2 = -\frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

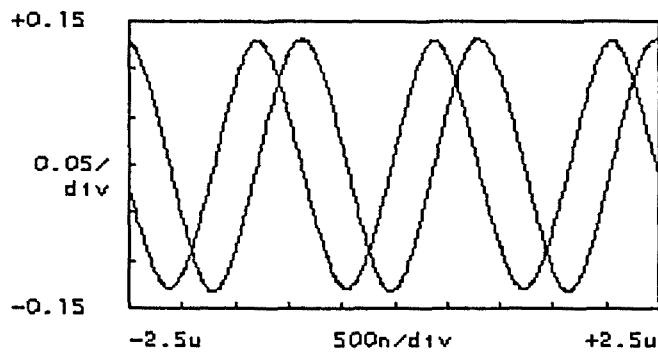


Figura 2.18 Señales de salida de los amplificadores operacionales del circuito de la Figura 2.17. La escala del eje horizontal es 500 ns/división y la del eje vertical 0.05 V/div.

2.7 Aplicación al diseño de osciladores.

En este apartado se exponen algunos de los resultados obtenidos en las distintas pruebas experimentales realizadas de osciladores basados en el diagrama de bloques de la Figura 2.1, con la finalidad de corroborar el análisis teórico precedente. El amplificador operacional utilizado ha sido el popular '741'.

Para la realización del circuito que implementa el diagrama de bloques de la Figura 2.1 se ha elegido una estructura sencilla, que permite realizar cada uno de los parámetros a_1 , a_2 , b_1 y b_2 con únicamente dos resistencias, y de manera que cada una de estos parámetros pueda modificarse independientemente. El circuito implementado es el que se muestra en la Figura 2.19, en este caso la expresión de los parámetros a_i y b_i es:

$$a_1 = -\frac{R_1}{R_1 + R_2}, a_2 = \frac{R_6}{R_5 + R_6}, b_1 = \frac{R_8}{R_8 + R_7} \text{ y } b_2 = -\frac{R_4}{R_4 + R_3} \quad (2.83)$$

Como puede comprobarse el propio diseño del circuito impone que el signo de los parámetros b_1 y b_2 sea diferente, condición necesaria para que el circuito oscile.

Se ha elegido dejar fijos los parámetros a_2 y b_1 de manera que la condición de arranque y la frecuencia de oscilación del circuito puedan controlarse mediante los parámetros b_2 y a_1 respectivamente. Para facilitar el ajuste de los parámetros, se utilizan dos conjuntos de valores. Así, en uno de los circuitos, se eligen las resistencias adecuadas para implementar los valores $a_2=0.109$ y $b_1=-0.85$, mientras que en el otro se eligen de manera que $a_2=0.109$ y $b_1=-0.4$. Para implementar los parámetros a_1 y b_1 , se escogen resistencias de 5% de tolerancia. Para realizar los parámetros a_2 y b_2 se escogen sendos potenciómetros de 10 k Ω .

Las ecuaciones de diseños son:

- el valor teórico de (a_1+a_2) se obtiene directamente de la expresión (2.9) para la frecuencia de oscilación, de manera que la primera ecuación de diseño es:

$$-(a_1 + a_2) = 2 \frac{\frac{\omega_o^2}{\omega_2} - \omega_1}{B} \quad (2.84)$$

- el valor teórico mínimo del producto $-b_1 \cdot b_2$ se obtiene a partir de la condición de arranque/oscilación (2.8) y puede expresarse como

$$\min(-b_1 b_2) \geq \frac{\omega_1 \omega_2}{B^2} - \frac{(a_1 + a_2) \omega_2}{2B} + \frac{(a_1 - a_2)^2}{4} \quad (2.85)$$

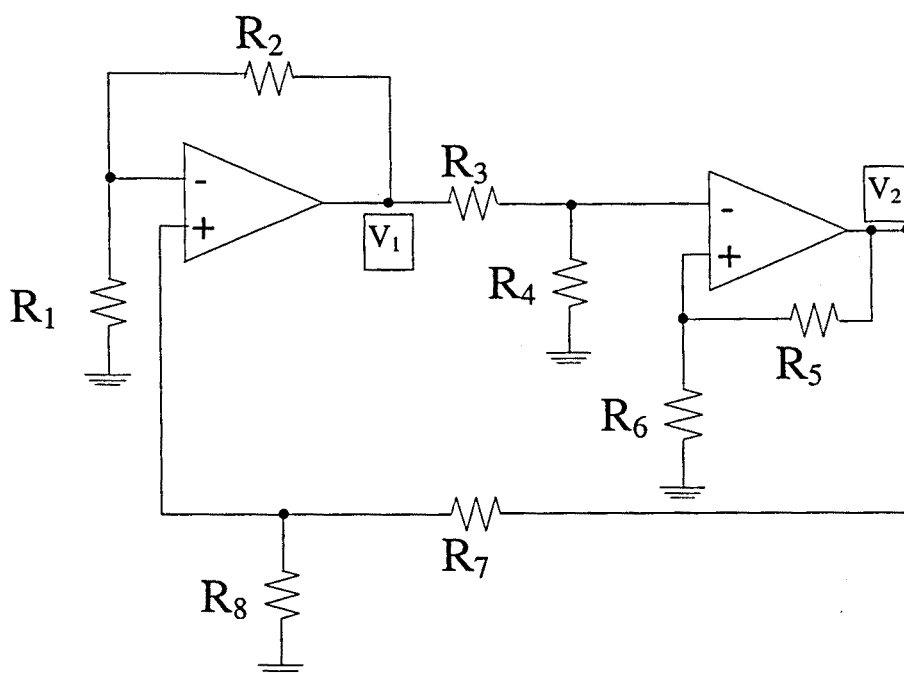


Figura 2.19. Circuito oscilador activo-R que realiza el diagrama de bloques de la Figura 2.1.

En la tabla 2.3 se presentan los valores teóricos calculados para los distintos parámetros del circuito donde se ha supuesto que los amplificadores operacionales son iguales con $B=2\cdot\pi\cdot 1.1\cdot 10^6$ rad/s, $\omega_1=2\cdot\pi\cdot 5$ rad/s y $\omega_2=2\cdot\pi\cdot 2\cdot 10^6$ rad/s.

frecuencia	$a_1 + a_2$	$b_1 \cdot b_2$	a_1	a_2	b_1	b_2
800 kHz	-0.492	0.5041	0.109	-0.601	0.85	-0.593
700 kHz	-0.377	0.378	0.109	-0.486	0.85	-0.445
600 kHz	-0.277	0.274	0.109	-0.386	0.85	-0.322
540 kHz	-0.224	0.221	0.109	-0.333	0.85	-0.260
400 kHz	-0.123	0.124	0.109	-0.232	0.85	-0.145
300 kHz	-0.069	0.074	0.109	-0.178	0.4	-0.184
200 kHz	-0.031	0.039	0.109	-0.139	0.4	-0.098

Tabla 2.3 Valores teóricos de los diferentes parámetros del circuito.

El ajuste de los parámetros en el circuito implementado en el laboratorio se realiza con el fin de obtener una frecuencia lo más cercana posible a la teórica. Así, una vez conectado el circuito se ajusta el valor de los potenciómetros hasta obtener en la pantalla del osciloscopio la frecuencia deseada. En la tabla 2.4 se presentan los valores reales implementados en el circuito de los parámetros a_i y b_i , para diferentes diseños del oscilador.

Frecuencia medida	a_1	a_2	b_1	b_2
798 kHz	0.109	-0.611	0.85	-0.969
700 kHz	0.109	-0.567	0.85	-0.856
610 kHz	0.109	-0.524	0.85	-0.577
540 kHz	0.109	-0.379	0.85	-0.443
400 kHz	0.109	-0.268	0.85	-0.394
300 kHz	0.109	-0.197	0.4	-0.309
200 kHz	0.109	-0.145	0.4	-0.206

Tabla 2.4. Valores reales de los parámetros a_1 y b_1 , para diferentes frecuencia de oscilación medida.

Las diferencias que se observan entre los valores teóricos de los parámetros a_i y b_i de la Tabla 2.3 y los valores prácticos de la Tabla 2.4, que son los que realmente se han implementado, son principalmente debidos a:

- Las ecuaciones de diseño que se han utilizado son las que se obtuvieron en el análisis lineal del sistema y no tienen en cuenta el proceso de estabilización de amplitud. La frecuencia de oscilación depende del valor que tome la función descriptiva en régimen permanente (N_{10} , N_{20}) en cada uno de los amplificadores operacionales (expresión 2.32, que se repite en 2.86):

$$\omega_o^2 = \frac{\omega_2}{2} [2 \cdot \omega_1 - (a_1 N_{10} + a_2 N_{20}) \cdot B] \quad (2.86)$$

Por lo tanto, como necesariamente el valor de N_{10} y/o N_{20} será menor que la unidad, el valor de los parámetros a_1 y/o a_2 para obtener una determinada frecuencia de oscilación, debe ser mayor que el calculado utilizando sólo la expresión lineal.

- Aunque se ha considerado que los amplificadores operacionales son iguales, esto no es cierto en la práctica y, por tanto, las diferencias en el valor de los parámetros de los dos amplificadores operacionales deben compensarse con un ajuste adecuado de a_2 o b_2 (pues son los que quedan libres en el circuito implementado como prueba). Por ejemplo, si el producto ganancia-ancho de banda del segundo operacional (B_2) es mayor que el del primero (B_1), el valor del parámetro a_2 deberá ser algo menor el calculado suponiendo que fueran iguales y de valor B_1 , tal y como indica la expresión (2.87).

$$\omega_o^2 = \frac{\omega_2}{2} [2 \cdot \omega_1 - (a_1 N_{10} B_1 + a_2 N_{20} B_2)] \quad (2.87)$$

- Se han considerado ideales las impedancias de entrada y salida de los amplificadores operacionales, cuando en la práctica estas impedancias existen y toman un valor

considerable respecto a su aproximación ideal en alta frecuencia. La inclusión en el análisis de estas impedancias dependería de cada topología de circuito concreta que se utilizase y también requeriría su medida en cada amplificador operacional concreto. En [POR92] se establece que los efectos de estas impedancias son reducir la frecuencia de oscilación resultante, por lo tanto, para compensar esta reducción, será necesario elevar el valor de los parámetros a_2 y b_2 en la práctica.

Conocido el valor de los parámetros a_i y b_i y a través de las Figuras 2.13 y 2.14 y de su representación conjunta en la Figura 2.15, puede calcularse el valor de la función descriptiva en régimen permanente para cada uno de los amplificadores operacionales, y una estimación de la distorsión resultante. Para elegir qué curva de cada una de estas figuras corresponde a cada diseño, debe calcularse el valor del cociente $-b_2/b_1$ y el parámetro k' (expresión (2.49b)). En la tabla 2.4 se representan estos datos para los diferentes diseños realizados.

Frecuencia medida	$-b_2/b_1$	k'
798 kHz	-1.14	0.82
700 kHz	-1	0.68
610 kHz	-0.68	0.77
540 kHz	-0.52	0.77
400 kHz	-0.46	0.54
300 kHz	-0.77	0.74
200 kHz	-0.52	0.50

Tabla 2.4. Valores de los parámetros $-b_1/b_2$ y k' en función de los cuales se dibujan las diferentes curvas de las Figuras 2.14 y 2.15.

La expresión (2.49a), a partir de la cual se obtienen las curvas de la Figura 2.15, indica que el valor del parámetro k' coincide con el valor del producto de las funciones descriptivas de los dos amplificadores operacionales $N_{10} \cdot N_{20}$. Por otro lado, de la ecuación (2.44) se obtiene una relación entre las amplitudes diferenciales de entrada a los amplificadores operacionales y el cociente N_{10}/N_{20} . Esta relación puede describirse de manera alternativa como:

$$\frac{A_{vd1} \cdot N_{10}}{A_{vd2} \cdot N_{20}} \cdot \sqrt{\frac{-b_2}{b_1} \cdot \frac{N_{10}}{N_{20}}} = 1 \quad (2.89)$$

Si se tiene en cuenta que en régimen permanente senoidal la amplitud de la señal de salida responde a la expresión:

$$\begin{aligned}
 A_{Vo1} &= A_{vd1} \cdot N_{10} \cdot |A_1(j\omega_o)| \\
 A_{Vo2} &= A_{vd2} \cdot N_{20} \cdot |A_2(j\omega_o)|
 \end{aligned}
 \tag{2.90}$$

y se consideran la funciones de transferencia en frecuencia de los dos amplificadores iguales, la relación (2.89) puede escribirse:

$$\frac{A_{Vo1}}{A_{Vo2}} \cdot \sqrt{\frac{-b_2}{b_1} \cdot \frac{N_{10}}{N_{20}}} = 1
 \tag{2.91}$$

La expresión (2.91) relaciona los valores de N_{10} y N_{20} con los parámetros b_i y las amplitudes de salida de los operacionales, amplitudes fácilmente medibles en el circuito. A partir de las expresiones (2.49a) y (2.91), puede calcularse el valor de N_{10} y N_{20} , para cada uno de los diseños presentados. El cálculo es aproximado en la medida que es también una aproximación suponer que las funciones de transferencia en frecuencia de los dos amplificadores operacionales son iguales. A partir de la estimación de N_{10} y N_{20} , puede calcularse el valor teórico para la frecuencia de oscilación de cada uno de los diseños, según la expresión (2.86). En la Tabla 2.5 se muestran además de los resultados arriba comentados, el valor de la distorsión en dB, medida como relación entre el tercer armónico y el primer armónico de la señal de salida de los amplificadores operacionales, a través de la relación (2.29b). El valor de este cociente es mucho menor que el obtenido en el circuito real (ver Figuras de la 2.20 a la 2.30). La razón principal de esta diferencia es que el valor de la distorsión es muy sensible al valor de N_{i0} , y ésta ha sido calculada bajo la hipótesis de operacionales iguales, que nunca se da en un circuito real.

Frecuencia medida	N_{10}	N_{20}	Frecuencia teórica	Distorsión A_3/A_1 señal V_1	Distorsión A_3/A_1 señal V_2
798 kHz	0.77	1	817 kHz	-26 dB	$-\infty$
700 kHz	0.83	0.82	643 kHz	-27 dB	-27 dB
610 kHz	0.87	0.89	639 kHz	-29 dB	-31 dB
540 kHz	0.84	0.91	528 kHz	-28 dB	-32 dB
400 kHz	0.70	0.78	382 kHz	-24 dB	-26 dB
300 kHz	0.78	0.95	335 kHz	-26 dB	-37 dB
200 kHz	0.64	0.79	220 kHz	-23 dB	-26 dB

Tabla 2.5 Valores de la función descriptiva N_{10} y N_{20} en régimen permanente de cada uno de los operacionales, y frecuencia de oscilación teórica que debería obtenerse con estos parámetros.

En las siguiente figuras se presentan las señales obtenidas en la pantalla del osciloscopio para los diferentes diseños implementados y se representan tanto en el dominio temporal como frecuencial. Aunque el tercer armónico de la señal de salida del amplificador operacional debe ser el mayor debido a la simetría impar de la función no lineal, aquellas

señales en que la amplitud es muy pequeña y, por tanto, comparable al valor de la tensión de offset, dicha tensión provoca que la señal deje de estar centrada en el cero y por tanto aparezca un valor relevante para el segundo armónico de la señal.

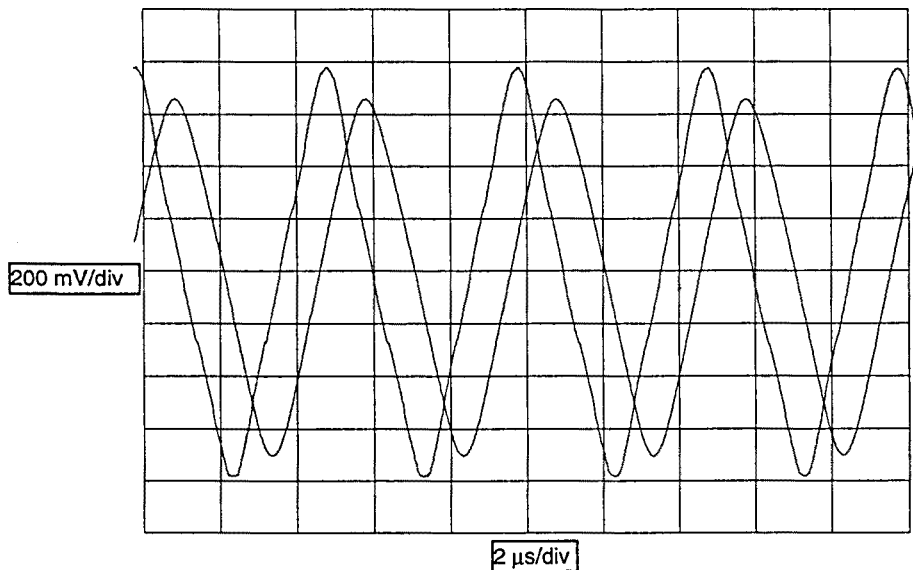


Figura 2.20 Forma de onda obtenida en las salidas V_1 y V_2 del circuito de la Figura 2.19, para una frecuencia de salida de 200 kHz.
Amplitud de la señal V_1 : $A_1=790$ mV, amplitud de la señal V_2 : $A_2=630$ mV.
Eje vertical: 200 mV/div; eje horizontal: 2 μs/div.

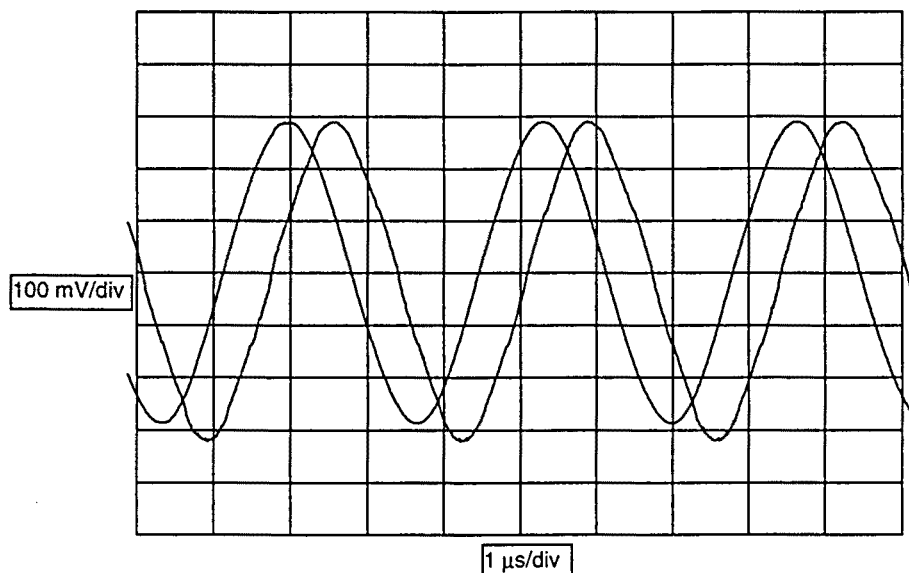


Figura 2.21 Forma de onda obtenida en las salidas V_1 y V_2 del circuito de la Figura 2.19, para una frecuencia de salida de 300 kHz.
Amplitud de la señal V_1 : $A_1=300$ mV, amplitud de la señal V_2 : $A_2=290$ mV.
Eje vertical: 50 mV/div; eje horizontal: 1 μs/div.

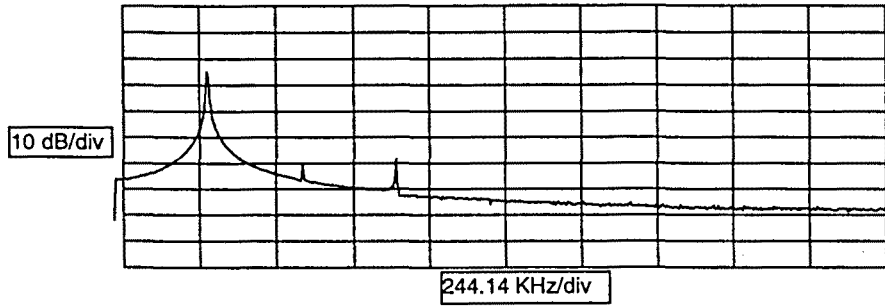


Figura 2.22. Representación en el dominio de la frecuencia de la señal V_1 generada por el circuito de la Figura 2.19.
Frecuencia del armónico principal: 300 kHz.
Eje vertical: 10 dB/div; eje horizontal: 244 kHz/div.

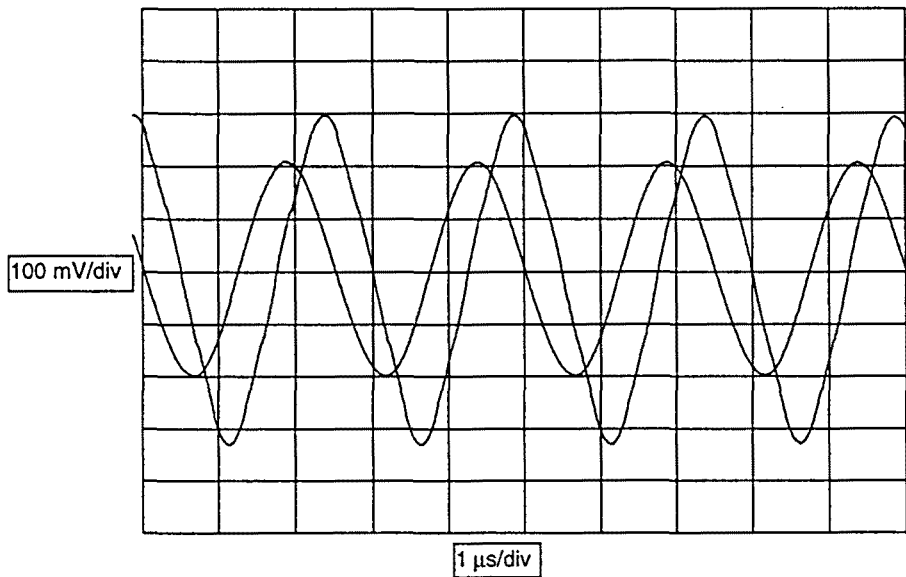


Figura 2.23 Forma de onda obtenida en las salidas V_1 y V_2 del circuito de la Figura 2.19, para una frecuencia de salida de 400 kHz.
Amplitud de la señal V_1 : $A_1=310$ mV, amplitud de la señal V_2 : $A_2=205$ mV.
Eje vertical: 100 mV/div; eje horizontal: 1 μ s/div.

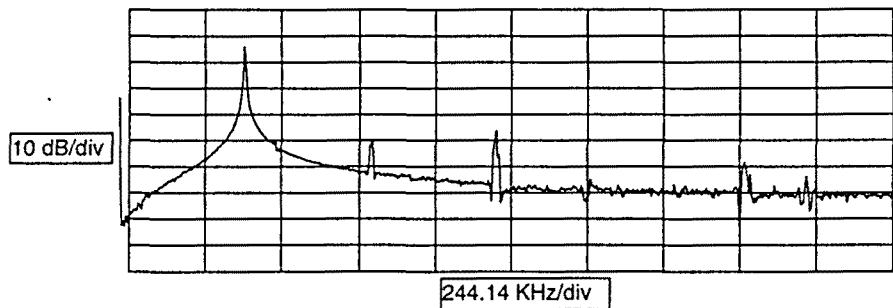


Figura 2.24. Representación en el dominio de la frecuencia de la señal V_1 generada por el circuito de la Figura 2.19.
Frecuencia del armónico principal: 400 kHz.
Eje vertical: 10 dB/div; eje horizontal: 244 kHz/div.

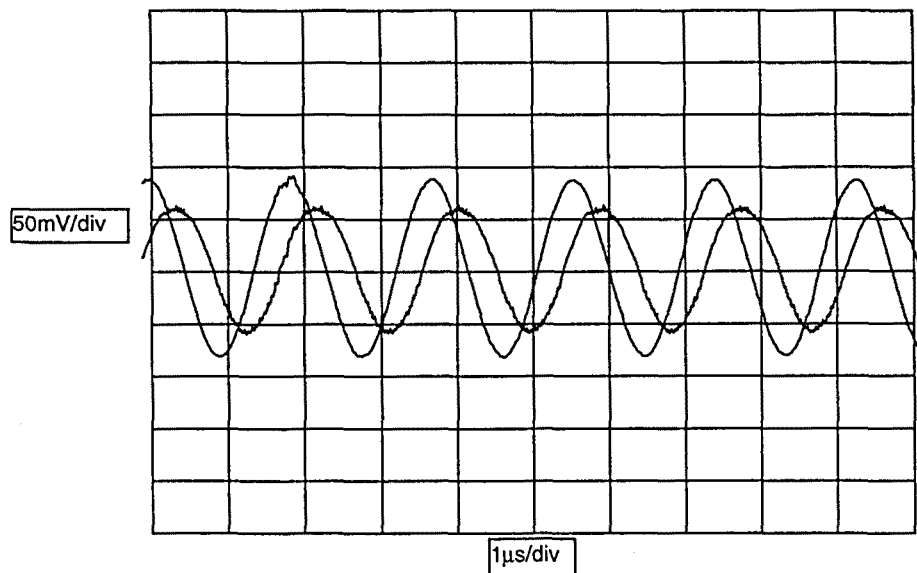


Figura 2.25 Forma de onda obtenida en las salidas V_1 y V_2 del circuito de la Figura 2.19, para una frecuencia de salida de 540 kHz.
 Amplitud de la señal V_1 : $A_1=50$ mV, amplitud de la señal V_2 : $A_2=94.5$ mV.
 Eje vertical: 50 mV/div; eje horizontal: 1 μ s/div.

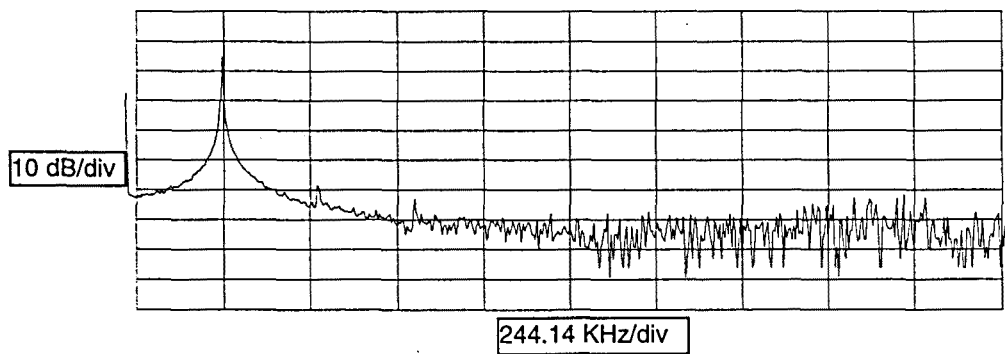


Figura 2.26. Representación en el dominio de la frecuencia de la señal V_1 generada por el circuito de la Figura 2.19.
 Frecuencia del armónico principal: 540 kHz.
 Eje vertical: 10 dB/div; eje horizontal: 488 kHz/div.

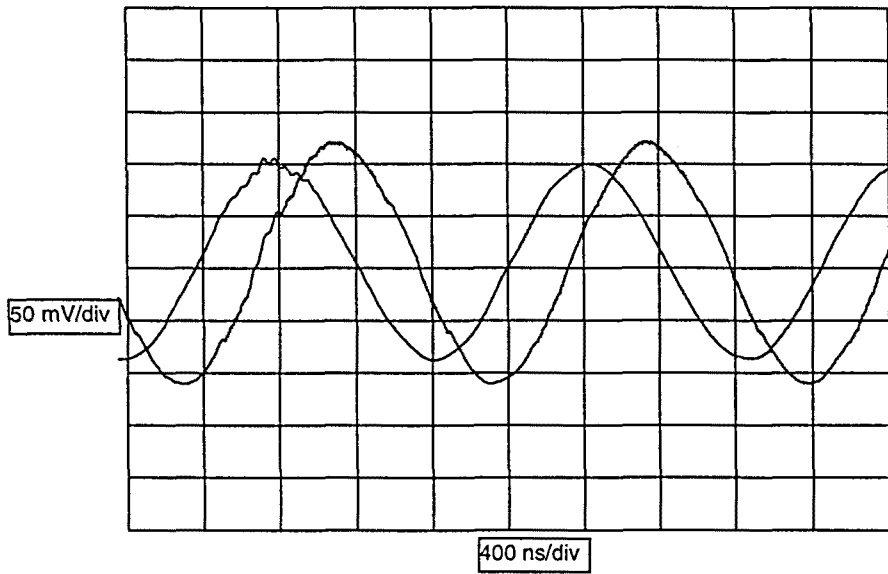


Figura 2.27 Forma de onda obtenida en las salidas V_1 y V_2 del circuito de la Figura 2.19, para una frecuencia de salida de 610 kHz.
Amplitud de la señal V_1 : $A_1=120$ mV, amplitud de la señal V_2 : $A_2=100$ mV.
Eje vertical: 50 mV/div; eje horizontal: 400 ns/div.

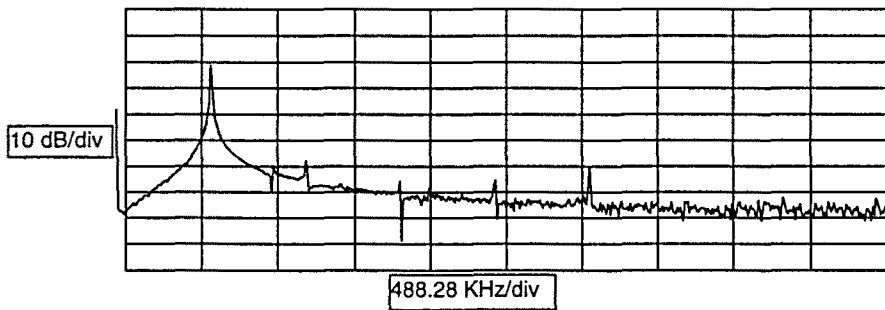


Figura 2.28. Representación en el dominio de la frecuencia de la señal V_1 generada por el circuito de la Figura 2.19.
Frecuencia del armónico principal: 610 kHz.
Eje vertical: 10 dB/div; eje horizontal: 488 kHz/div.

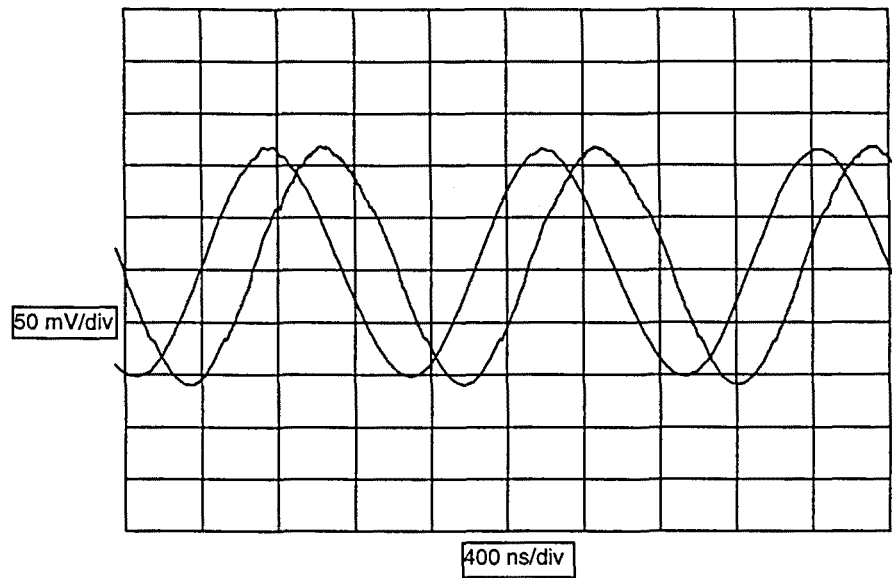


Figura 2.29 Forma de onda obtenida en las salidas V_1 y V_2 del circuito de la Figura 2.19, para una frecuencia de salida de 700 kHz.
Amplitud de la señal V_1 : $A_1=117$ mV, amplitud de la señal V_2 : $A_2=117$ mV.
Eje vertical: 50 mV/div; eje horizontal: 400 ns/div.

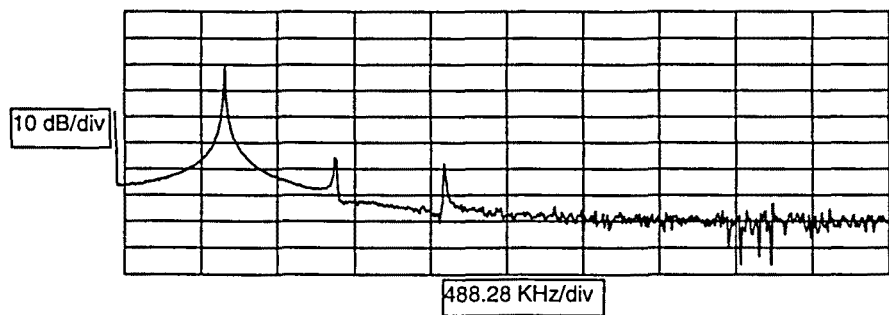


Figura 2.30. Representación en el dominio de la frecuencia de la señal V_1 generada por el circuito de la Figura 2.19.
Frecuencia del armónico principal: 700 kHz.
Eje vertical: 10 dB/div; eje horizontal: 488 kHz/div.

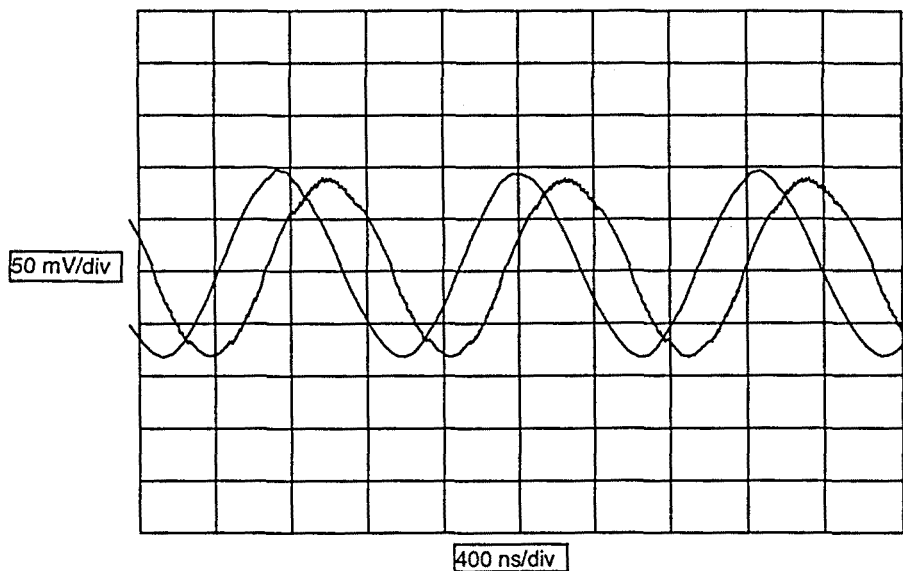


Figura 2.31 Forma de onda obtenida en las salidas V_1 y V_2 del circuito de la Figura 2.19, para una frecuencia de salida de 798 kHz.
Amplitud de la señal V_1 : $A_1=70$ mV, amplitud de la señal V_2 : $A_2=85$ mV.
Eje vertical: 50 mV/div; eje horizontal: 400 ns/div.

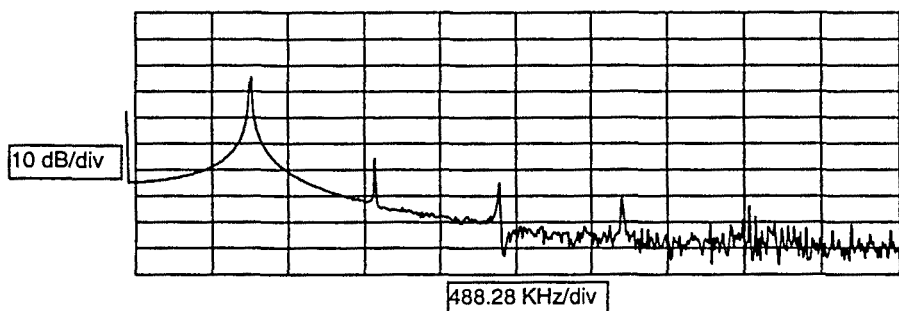


Figura 2.32. Representación en el dominio de la frecuencia de la señal V_1 generada por el circuito de la Figura 2.19.
Frecuencia del armónico principal: 798 kHz.
Eje vertical: 10 dB/div; eje horizontal: 488 kHz/div.

Modelado del amplificador operacional
realimentado en corriente

Capítulo 3

Modelado del amplificador operacional realimentado en corriente

3.1. Introducción

En su esfuerzo por aproximarse al operacional ideal los fabricantes intentan no sólo maximizar la ganancia de lazo abierto y minimizar los errores de entrada como la tensión de offset, las corrientes de polarización y el ruido, sino también asegurar un adecuado ancho de banda y tiempo de establecimiento.

Al ser básicamente elementos procesadores de tensión los amplificadores operacionales están sujetos a limitaciones de velocidad inherentes a la operación en modo tensión como son principalmente las capacidades parásitas de los nodos y las frecuencias de corte de los transistores. Particularmente importante es el efecto de las capacidades parásitas. Por el contrario, es bien conocido que el procesado de corrientes es mucho más rápido que el procesado de tensiones. El efecto de las inductancias parásitas en el circuito es menos importante en la banda de frecuencias de interés que el causado por las capacidades y los BJT's pueden conmutar corrientes mucho más rápidamente que tensiones. Estas razones tecnológicas son la base de la lógica '*emitter-coupled*', los DACS bipolares, los circuitos translineales, los *current-conveyors* y la topología de amplificadores de alta velocidad denominada realimentación en corriente.

Para una verdadera operación en modo corriente, todos los nodos del circuito deberían idealmente mantener una tensión fija para evitar el efecto degradante de las capacidades parásitas. Sin embargo, como la salida del amplificador debe ser una tensión, alguna manera de operación en modo tensión debe ser tratada en algún punto. Esto se consigue empleando configuraciones que son inherentemente inmunes al efecto *Miller*, como son las configuraciones en colector común y *Cascode*, y alimentando los nodos con etapas *push-pull* para cargar y descargar rápidamente las capacidades parásitas.

Para asegurar unos tiempos subida y bajada simétricos, los transistores *nnp* y *pnp* han de tener unas características comparables en términos de frecuencia de corte f_t .

Tradicionalmente los *pnp* han disfrutado de unas características mucho peores que las de los *npn*. Sin embargo, el desarrollo de un proceso tecnológico realmente complementario ha permitido obtener velocidades en ambos tipos de transistores realmente comparables, lo que ha permitido el avance de las técnicas denominadas en modo corriente.

En la actualidad los amplificadores operacionales realimentados en corriente (CFOA) son reconocidos por su excelente comportamiento en alta velocidad y alto *slew rate* en aplicaciones de procesado de señal analógica. Tradicionalmente, se ha presentado el CFOA como un simple amplificador operacional de gran velocidad. De hecho algunos fabricantes incluso han omitido en sus hojas de especificaciones que se trata de un dispositivo radicalmente diferente en su concepción. Es cierto que en muchos casos el CFOA puede actuar como un operacional convencional, de hecho las patillas de conexión son perfectamente compatibles con las de un operacional clásico. Sin embargo utilizarlo como un simple AO restringiría mucho las posibilidades del dispositivo.

3.2 El amplificador operacional realimentado en corriente

El amplificador de transimpedancia o amplificador operacional realimentado en corriente (CFOA) fue introducido por Nelson y Evans [NEL85]. La primera compañía en utilizar este método de realimentación, en operacionales disponibles comercialmente fue Comlinear Corporation (utilizando una tecnología híbrida), pero fue rápidamente seguida por numerosos fabricantes incluyendo, Elantec, Analog Devices y PMI (hoy parte de Analog Devices).

Como se muestra en la Figura 3.1 la arquitectura de un CFOA se basa en un buffer de entrada y una etapa de transimpedancia.

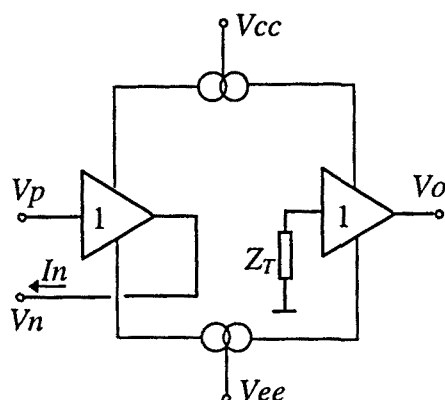


Figura 3.1. Modelo del Amplificador Operacional Realimentado en Corriente.

El buffer de entrada es un seguidor de tensión de ganancia unidad conectado a través de las entradas. Su función es forzar que la tensión V_n siga a la tensión V_p , como se hace en un amplificador operacional convencional a través de la realimentación negativa. Sin embargo, debido a la baja impedancia de salida del buffer, la corriente puede fácilmente fluir hacia dentro o fuera de esta entrada inversora.

La amplificación es proporcionada por una etapa de transimpedancia que es alimentada por un espejo que sensa la corriente I_n proporcionada por el buffer a la red externa, y produce una tensión de salida

$$V_o(s) = Z_T(s) \cdot I_n(s) \quad (3.1)$$

donde $Z_T(s)$ es la ganancia (transimpedancia) del amplificador, en V/A o Ω , e $I_n(s)$ es la corriente de salida del nodo inversor.

Para apreciar completamente el funcionamiento interno del CFOA, es instructivo examinar el diagrama de la Figura 3.2. El buffer de entrada está compuesto de los transistores Q1 a Q4. Los transistores Q1 y Q2 forman una etapa simétrico-complementaria (*push-pull*) de

baja impedancia de salida, y Q3 y Q4 proporcionan la compensación de la tensión VBE del par *push-pull* y aumentan la impedancia de entrada.

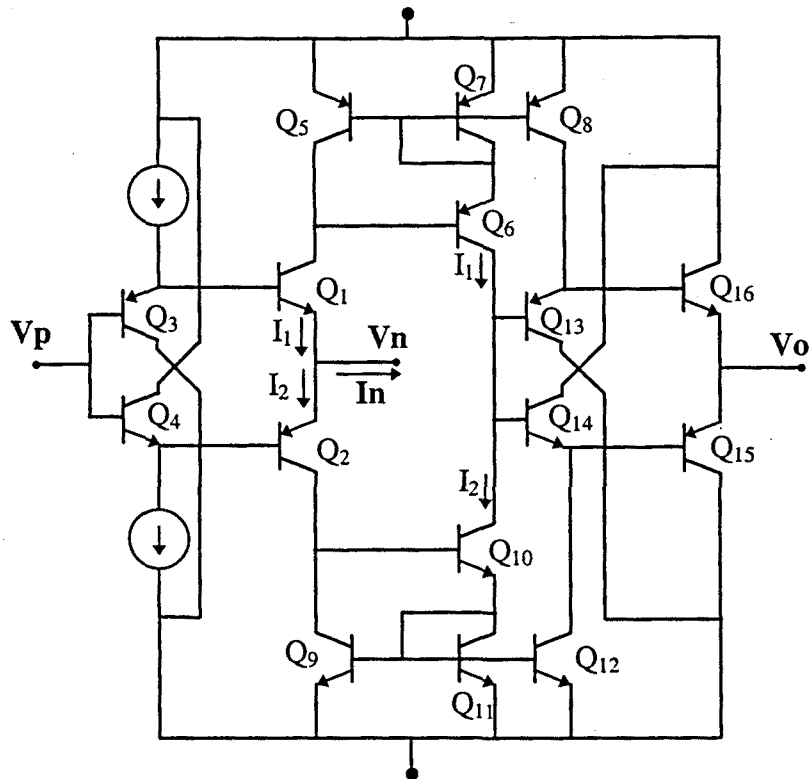


Figura 3.2. Modelo de transistores del amplificador operacional realimentado en corriente.

Sumando las corrientes en el nodo inversor se obtiene $I_1 - I_2 = I_n$, donde I_1 e I_2 son las corrientes de los transistores Q_1 y Q_2 . Dos espejos de corrientes consistentes en los transistores Q_5 a Q_7 y Q_9 a Q_{11} , reflejan estas corrientes y las recombinan en un nodo común (base de Q_{13} y Q_{14}), que posee una alta resistencia (R_T) responsable de la alta ganancia en continua del CFOA, y una capacidad paralelo (C_T) responsable del polo dominante de su característica frecuencial constituyendo ambas una impedancia Z_T de la Figura 3.1. Por la acción del espejo, la corriente a través de esta impedancia es $I_z = I_1 - I_2$. La tensión desarrollada en esta impedancia es copiada por el *buffer* compuesto por los transistores Q_{13} a Q_{16} al terminal de salida.

A pesar de que no es la única arquitectura para el CFOA, es casi con toda seguridad la más rápida, presentando una implementación sencilla de la etapa de ganancia. Además, prácticamente todos los diseños disponibles provienen de esta configuración, por lo tanto puede ser considerada representativa de la típica estructura de un CFOA y es la topología elegida para realizar el análisis del comportamiento frecuencial de la etapa.

En la Figura 3.3 se presenta un circuito simple que utiliza el CFOA para implementar un seguidor de tensión y que permitirá entender el funcionamiento interno del amplificador. Si se supone que la entrada positiva y la salida han permanecido a cero voltios durante bastante tiempo, y se aplica un escalón de 0 a 1 voltio a la entrada positiva, el *buffer* de entrada (Q_1 a Q_4) copiará rápidamente el escalón en el terminal negativo de entrada. El

escalón de tensión es entonces aplicado sobre la resistencia de realimentación R_f , ya que la salida no ha tenido tiempo a cambiar desde los cero voltios de reposo. Si la resistencia es, por ejemplo, de $1\text{ k}\Omega$, un valor típico, el escalón de 1 voltio causará una corriente transitoria de 1 mA sobre esta resistencia R_f . Esta corriente será proporcionada por Q_1 . El miliamperio de corriente a través de R_f es entonces transferido por el espejo superior al nodo de ganancia (bases de Q_{13} y Q_{14}) y sirve para aumentar la tensión de este punto según una dinámica fijada por el valor de la capacidad y de la resistencia equivalente de este nodo. La salida, siguiendo a este nodo de ganancia, aumentará su tensión hasta que se alcance el equilibrio cuando no circula corriente por la resistencia R_f y las corrientes en el nodo de ganancia quedan equilibradas, al mismo tiempo que $V_p = V_n = V_o$.

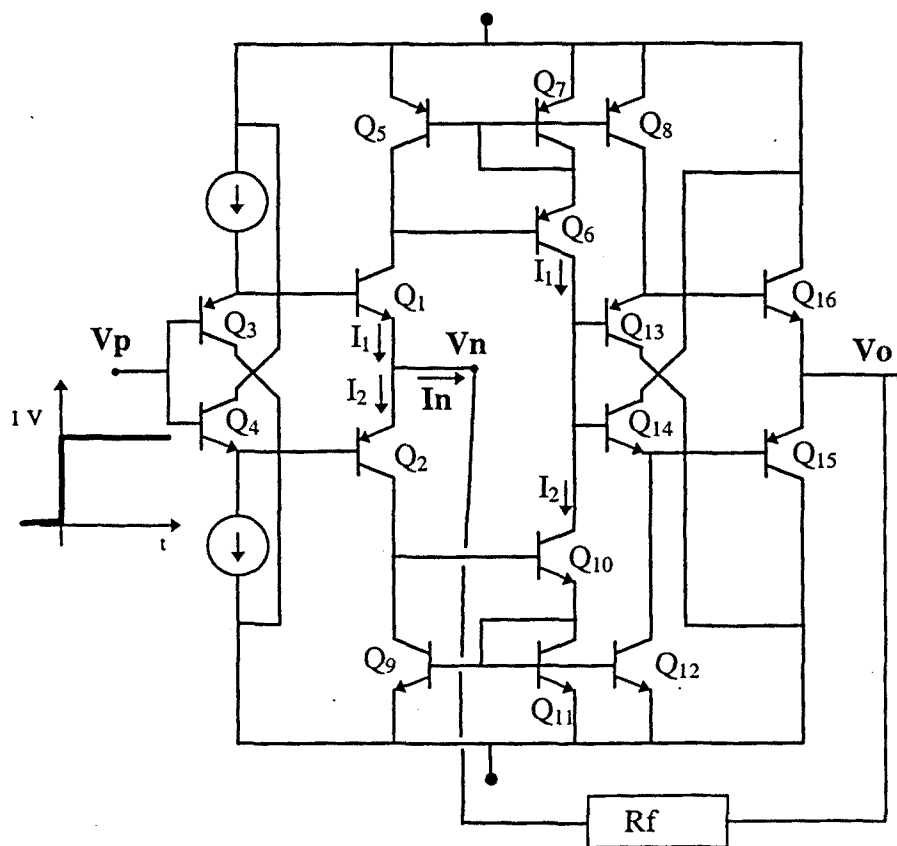


Figura 3.3. Modelo de transistores del amplificador operacional realimentado en corriente en configuración de seguidor de tensión.

Aunque la topología de la Figura 3.2 es bastante representativa de los amplificadores existentes, algunas variaciones significativas pueden ser destacadas. Una posible variación es el uso de transistores conectados como diodos complementarios [BOW90a] en los emisores de los 4 transistores del buffer de entrada. Esta inclusión balancea el offset causado por el hecho de que los transistores *pnp* tienen una $V_{be(on)}$ diferente de los *nnp*. Por otro lado algunos CFOAs de segunda generación cambian la estructura del *buffer* de entrada formada por 4 transistores, por una formada con 8, de manera que se mejoran las características en DC del integrado [SCH94]. En otro artículo [BAL97] se propone sin embargo, un cambio en la estructura del *buffer* de salida de cara a conseguir

simultáneamente un gran margen dinámico de la tensión de salida y las corrientes de salida. La etapa de salida propuesta en este trabajo está compuesta de 12 transistores que forman una etapa de gran corriente de clase AB. En [ARB92] se propone también una estructura diferente para el *buffer* de salida basada en un esquema de fuente de corriente flotante, que se utiliza como salida en clase A.

3.3 Modelado del CFOA

3.3.1 Introducción

El modelo frecuencial comúnmente utilizado en la bibliografía [STE93]-[FRA89] para representar el comportamiento del CFOA es el modelo de 1 polo. Este polo corresponde con el polo de la transimpedancia que caracteriza el CFOA. De hecho en la mayoría de las aplicaciones este polo es utilizado para implementar un determinado comportamiento frecuencial en el circuito a diseñar. Así podemos encontrar en la bibliografía [EVA93]-[SOL96]-[WU95] muchas aplicaciones del CFOA que implementan diversas funciones de transferencia aprovechando la existencia de este polo. Además la posibilidad de conexión de elementos en el nodo de transimpedancia que presentan algunos integrados y por tanto, la posibilidad de controlar este polo, lo convierten en el principal elemento para definir el comportamiento frecuencial del CFOA.

Sin embargo, si sólo se tiene en cuenta un comportamiento de primer orden, el diseño queda limitado en un margen frecuencial muy pequeño comparado con el ancho de banda total del CFOA. De hecho, muchos de los problemas que manifiesta, que incluso el fabricante suele indicar en las hojas de características, como pueden ser la inestabilidad del CFOA con realimentación a través de un condensador o los picos en la función de transferencia para ciertas resistencias de carga, no pueden ser explicados por este modelo sencillo.

Un modelo más completo para el CFOA es el modelo de dos polos: un primer polo correspondiente al nodo de transimpedancia y un segundo polo que modela la transferencia en frecuencia de los espejos de corriente. Este modelo de dos polos permite explicar alguno de los comportamientos antes anunciados [TOU96]-[NEA97], como la inestabilidad del circuito realizado con un CFOA realimentado a través de un condensador. Sin embargo, este modelo sigue dejando sin explicación otros comportamientos importantes del amplificador en alta frecuencia.

Otros modelos, como el presentado en [BOW90], siguen llevando algunos transistores en su estructura y son demasiado complejos para el propósito requerido de un modelo que permita una orientación al diseño. El modelo presentado en [NIX90] es mucho más sencillo que el anterior y más fácil de entender. El modelo presentado incluye las impedancias de entrada y salida del CFOA (aunque de forma simple), pero la respuesta en frecuencia es modelada por un único polo, que como se verá es insuficiente.

Por todo ello parece evidente la necesidad de determinar un macromodelo sencillo que no sólo permita la simulación de circuitos que incluyan el CFOA sino que también pueda utilizarse en un análisis manual.

3.3.2 Elección de un modelo

Una vez presentada la estructura interna básica del CFOA, y explicado su funcionamiento interno en un caso simple, se está en disposición de pasar al análisis exhaustivo de su estructura interna. Este análisis, que se plantea separadamente para cada una de las etapas internas que componen el CFOA, permitirá profundizar en el conocimiento del integrado y tiene como principal objetivo la obtención de un modelo frecuencial 'completo'.

El análisis consistirá en sustituir cada uno de los transistores de cada uno de los bloques por su modelo frecuencial, y a partir de este circuito equivalente realizar un estudio analítico que permita caracterizar el bloque completamente. El análisis irá dirigido a obtener un modelo para cada etapa interna, en concreto un bipuerto equivalente para cada uno de los *buffers* y espejos internos.

Las características más importantes que debe poseer el modelo escogido para representar el bipuerto, deben ser:

- debe ser fácilmente simplificable en el caso en que el objetivo sea un análisis rápido de primera aproximación,
- el modelo debe reflejar, en la medida de lo posible, la realidad física de la etapa,
- todos los parámetros del modelo deben poder ser deducidos de forma sencilla a partir de medidas experimentales o de las especificaciones técnicas del dispositivo.

La configuración elegida para la representación del bipuerto que representa los *buffers* de entrada y de salida, y que por tanto, deberá modelar adecuadamente la copia de tensión, será la configuración con parámetros tipo *g* (entrada tipo *Norton*, salida tipo *Thevenin*). Para la representación del bloque que constituye el espejo y que tiene como función principal la copia de corriente, es más adecuada la configuración tipo *h* (entrada tipo *Thevenin*, salida tipo *Norton*). Esta configuración es la más indicada, pues permite modelar de forma muy sencilla los parámetros ideales del CFOA tal y como se mostrará a continuación.

La representación de un bipuerto genérico mediante los parámetros *g* (entrada *Norton*, salida *Thevenin*) es la mostrada en la Figura 3.4.

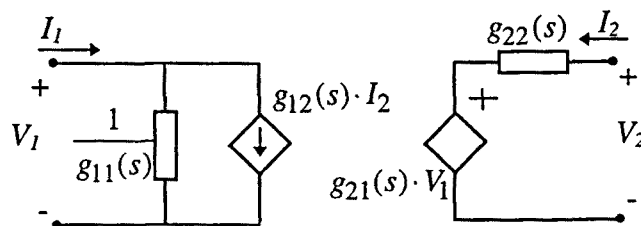


Figura 3.4. Representación de un bipuerto genérico mediante los parámetros tipo *g*.

Las relaciones entre las variables de entrada y salida son

$$\begin{aligned} I_1 &= g_{11}(s) \cdot V_1 + g_{12}(s) \cdot I_2 \\ V_2 &= g_{21}(s) \cdot V_1 + g_{22}(s) \cdot I_2 \end{aligned} \tag{3.1}$$

En el caso del bipuerto tipo *h* la representación genérica es la representada en la Figura 3.5.

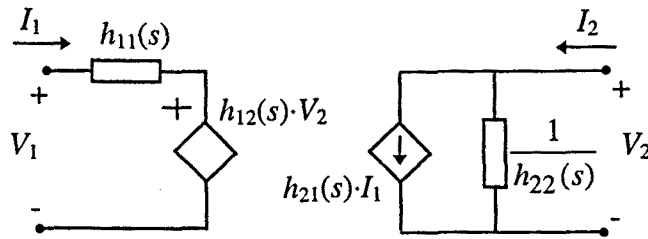


Figura 3.5. Representación de un bipuerto genérico mediante los parámetros tipo h .

Las relaciones entre las variables de entrada y salida son

$$\begin{aligned} V_1 &= h_{11}(s) \cdot I_1 + h_{12}(s) \cdot V_2 \\ I_2 &= h_{21}(s) \cdot I_1 + h_{22}(s) \cdot V_2 \end{aligned} \quad (3.2)$$

El objetivo es pues calcular para cada una de las etapas internas del modelo genérico del CFOA, la expresión de los parámetros $g_{11}(s)$, $g_{12}(s)$, $g_{21}(s)$ y $g_{22}(s)$ en el caso de los *buffers*, y los parámetros $h_{11}(s)$, $h_{12}(s)$, $h_{21}(s)$ y $h_{22}(s)$, para los espejos.

Para un CFOA ideal, la impedancia de la entrada no inversora es infinita, la copia de tensión de los *buffers* de entrada y salida es perfecta, la impedancia de salida de ambos *buffers* nula, la copia de corriente de los espejos tiene ganancia unidad, y el nodo de transimpedancia lo forman el paralelo de la resistencia de salida del espejo con la impedancia de entrada del buffer de salida. Para este elemento ideal se obtienen los siguientes valores para los parámetros g y h :

- buffer de entrada ideal:

$$\begin{aligned} g_{11} &\approx 0 & g_{12} &\approx 0 \\ g_{21} &\approx 1 & g_{22} &\approx 0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

- espejo ideal:

$$\begin{aligned} h_{11} &\approx 0 & h_{12} &\approx 0 \\ h_{21} &\approx 1 & h_{22} &\approx 1/Z_{22}(s) \end{aligned} \quad (3.4)$$

- buffer de salida ideal:

$$\begin{aligned} g_{11} &\approx \frac{1}{Z_{11}(s)} & g_{12} &\approx 0 \\ g_{21} &\approx 1 & g_{22} &\approx 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

siendo $Z_T(s) = Z_{11}(s) // Z_{22}(s)$, la transimpedancia del CFOA.

La representación del modelo equivalente de la unión de las tres etapas, es decir, del CFOA ideal completo, es

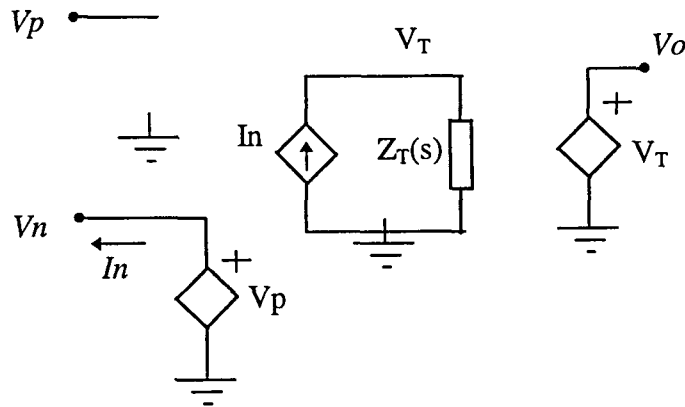


Figura 3.6. Modelo equivalente del Amplificador Operacional Realimentado en Corriente ideal.

Para realizar el análisis, como ya se ha comentado, se sustituye cada transistor por su modelo frecuencial equivalente. El modelo de pequeña señal que se utiliza para cada uno de los transistores es el modelo híbrido en π [GEI90]. El valor de los diferentes parámetros, cuando sean necesarios para poder realizar una simulación se toman de [GEI90]. Evidentemente, la tecnología no coincidirá exactamente con la utilizada en la construcción de cada CFOA en particular, pero sí servirá como referencia para observar las líneas generales de funcionamiento y el orden de magnitud de los parámetros que las caracterizan. Dado que se considera una tecnología totalmente complementaria, en general se tomarán como iguales los dos tipos de transistores: los *npn* y los *pnp*. De hecho, ha sido el desarrollo de una tecnología totalmente complementaria la que ha permitido el desarrollo de este tipo de amplificadores. En todo caso sobre el comportamiento global del sistema siempre dominará la dinámica introducida por los transistores *pnp*, por ser estos más lentos [FRI96]-[BAL97].

3.3.3 Las etapas de entrada y salida

Las 3 propiedades básicas de la etapa *buffer* son:

- La impedancia de entrada es muy elevada, idealmente infinita,
- la ganancia de tensión es 1,
- la impedancia de salida es muy baja, idealmente nula.

Cada una de estas etapas de ganancia unitaria está compuesta por dos etapas amplificadoras en paralelo las cuales, a su vez, están compuestas por 2 etapas colector común en cascada. (La etapa colector-común recibe también el nombre de seguidor de emisor). El circuito de transistores que componen el *buffer* es el que se representa en la Figura 3.7.

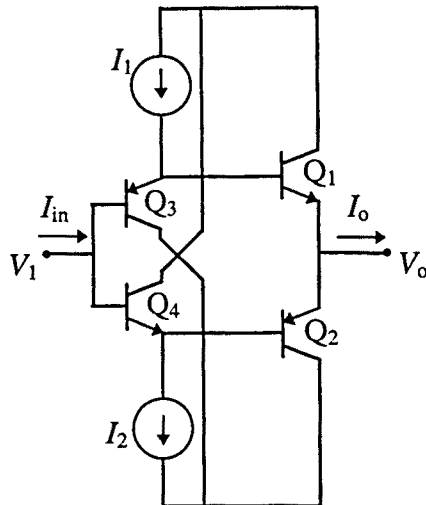


Figura 3.7. Buffer de tensión que constituye la etapa de entrada y de salida.

Realmente el colector del segundo de los transistores no está directamente conectado a un nodo de referencia, sino que está conectado a la entrada del espejo. El equivalente *Thevenin* de la entrada del espejo como se verá en el siguiente apartado, puede reducirse a una impedancia de entrada. Si esta impedancia de entrada se tiene en cuenta en el análisis del *buffer* de entrada, los resultados son prácticamente iguales a los obtenidos considerando el *buffer* aislado. Por simplicidad entonces se supondrá que el *buffer* está compuesto por los 4 transistores conectados en la configuración de colector común, sin ninguna conexión al espejo.

En primer lugar se estudiará el comportamiento de la etapa básica en colector común de la cual se compone el *buffer* de entrada y el de salida. El principal objetivo de esta etapa, también denominada seguidor de emisor, es convertir el nivel de impedancias de alto a bajo [LAK94], pasando así de una alta impedancia de entrada a una baja impedancia de salida. El análisis de esta etapa permitirá obtener una primera idea de cómo será el comportamiento del *buffer* completo.

En la Figura 3.8. puede verse el modelo de híbrido en π del transistor utilizado como seguidor de tensión que constituye el circuito equivalente AC del seguidor.

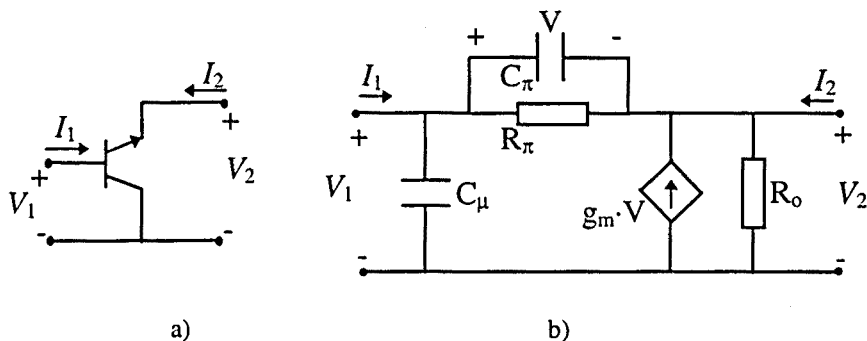


Figura 3.8. Símbolo del transistor en configuración en colector común (a) y modelo equivalente híbrido en π (b).

Se definen, por comodidad en el cálculo y en la representación los parámetros g_π y g_o , como las inversas de la resistencias R_π y R_o . Para esta etapa se obtienen los siguientes parámetros g que modelan el bipuerto formado por el transistor en su configuración de colector-común:

$$g_{11}(s) = \frac{C_\pi C_\mu s^2 + ((g_m + g_o + g_\pi)C_\mu + g_o C_\pi)s + g_o g_\pi}{C_\pi s + (g_m + g_o + g_\pi)} \quad (3.6a)$$

$$g_{12}(s) = -\frac{(C_\pi s + g_\pi)}{(C_\pi s + g_m)} \quad (3.7a)$$

$$g_{21}(s) = \frac{C_\pi s + g_m + g_\pi}{C_\pi s + g_m + g_\pi + g_o} \quad (3.8a)$$

$$g_{22}(s) = \frac{1}{C_\pi s + g_m + g_\pi + g_o} \quad (3.9a)$$

Teniendo en cuenta que $g_m \gg g_o$, g_π [GEI90] y que $g_\pi = g_m / \beta$ estos parámetros pueden aproximarse por las siguientes expresiones

$$g_{11}(s) \approx \frac{C_\pi C_\mu s^2 + (g_m C_\mu + g_o C_\pi)s + g_o g_\pi}{C_\pi s + g_m} \quad (3.6b)$$

$$g_{12}(s) \approx -\frac{1}{\beta} \frac{\left(\beta C_\pi / g_m s + 1 \right)}{\left(C_\pi / g_m s + 1 \right)} \quad (3.7b)$$

$$g_{21}(s) \approx 1 \quad (3.8b)$$

$$g_{22}(s) \approx \frac{1}{C_\pi s + g_m} \quad (3.9b)$$

La observación de estas expresiones nos permite determinar que la etapa básica en colector-común, tiene una ganancia prácticamente unidad ($g_{21} \approx 1$), por lo que es adecuada para la realización del seguidor de tensión, pero es una etapa no unilateral

($g_{12} \neq 0$). Se tiene entonces que la corriente de entrada de la etapa depende de la impedancia de carga, es decir, la impedancia que se ve a la entrada dependerá de la carga de la etapa. Esta circunstancia será especialmente importante en los puntos donde la impedancia de entrada sea el factor dominante del comportamiento global del circuito.

Si se tiene en cuenta que el *buffer* de entrada (o el de salida) está compuesto por 2 amplificadores colector-común duales en paralelo, que a su vez están compuestos por dos etapas colector-común en serie, puede predecirse que en estos *buffers* se producirá también un fenómeno de bilateralidad.

Esta no unilateralidad del *buffer* se hace especialmente importante en el de salida, pues el nodo de transimpedancia del CFOA se obtiene precisamente sobre la entrada de este *buffer*. Si la impedancia de entrada de este *buffer* depende de la carga colocada a la salida del CFOA, también lo hará la transimpedancia y por tanto, la función de transferencia global del circuito, pues es precisamente sobre este nodo donde se tiene la dinámica *determinante* de la ganancia del amplificador.

El esquema de transistores que componen el *buffer* es el que se representó en la figura 3.7. y el circuito a analizar que se obtiene sustituyendo cada uno de los transistores seguidores de emisor en cascada (por ejemplo el Q_3 y el Q_1) por su modelo híbrido en π es el representado en la Figura 3.9. A partir de los parámetros equivalentes g de este bipuerto, pueden obtenerse los parámetros G totales del circuito, pues el *buffer* es la conexión en paralelo de dos circuitos como el representado en la Figura 3.9.

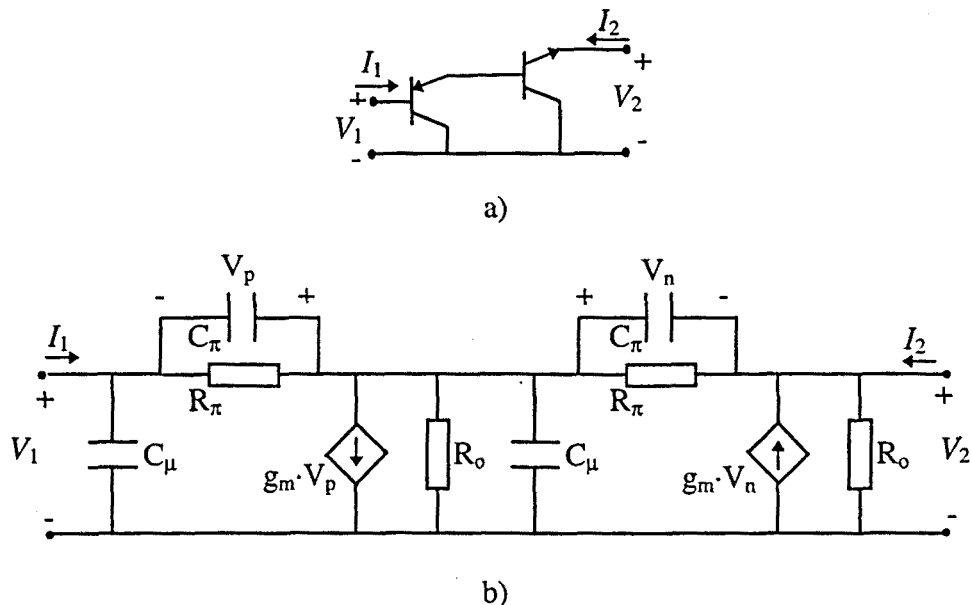


Figura 3.9. Transistores en configuración colector común-colector común, que forman la mitad de la etapa *buffer* (a) y su modelo equivalente en π .

El parámetro $g_{11}(s)$ que representa la admitancia de entrada de la etapa con la salida en circuito abierto ($I_2=0$), se compone de 3 ceros y 2 polos, como puede comprobarse en la expresión dada en (3.10a) donde únicamente se ha realizado la aproximación $g_m \gg g_o, g_\pi$.

$$g_{11}(s) \approx \frac{(2C_{\mu}C_{\pi}^2 + C_{\pi}C_{\mu}^2)s^3 + (3C_{\pi} + C_{\mu})C_{\mu}g_m s^2 + C_{\mu}g_m^2 s + g_m g_o g_{\pi}}{C_{\pi}(C_{\pi} + C_{\mu})s^2 + 2C_{\pi}g_m s + g_m^2} \quad (3.10a)$$

Puede comprobarse que uno de los ceros y uno de los polos se compensan entre sí y los otros dos ceros están mucho más allá de las frecuencias de uso del transistor. Una buena aproximación para este parámetro es pues, un cero real. En la Figura 3.10 se representa un diagrama de Bode de la variación de la inversa de este parámetro con la frecuencia, juntamente con la aproximación de primer orden dada por

$$1/g_{11}(s) \approx \frac{1}{(C_{\mu} \cdot s + g_o / \beta)} \quad (3.10b)$$

El correspondiente valor para la etapa *buffer* completa será $G_{11}(s) = 2 \cdot g_{11}(s)$.

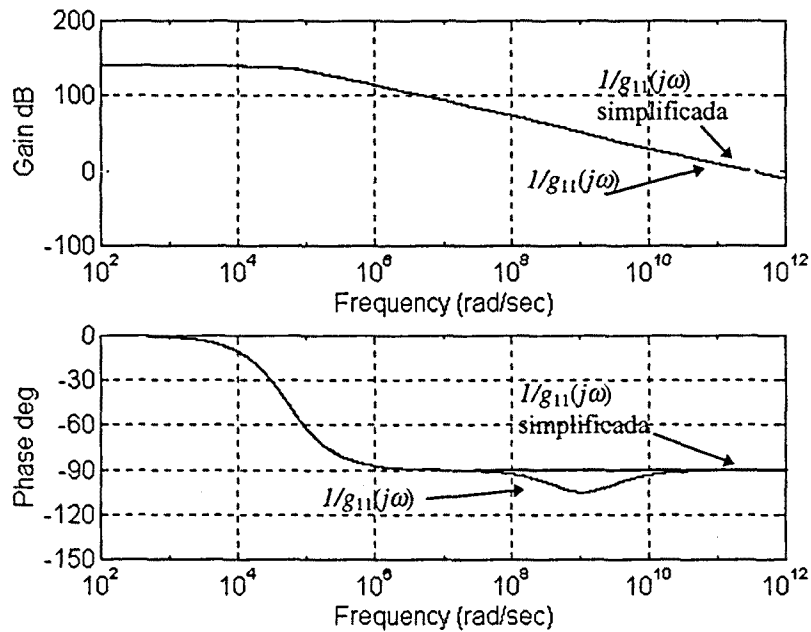


Figura 3.10. Representación del Diagrama de Bode del Parámetro $1/g_{11}(s)$, sin ningún tipo de aproximación, y de su expresión simplificada (3.10b).

El parámetro $g_{12}(s)$, responsable de la bilateralidad de la etapa, se compone de dos polos y dos ceros (un par por cada transistor simple conectado en colector común), la expresión simplificada según la relación $g_m \gg g_o, g_{\pi}$ es:

$$g_{12}(s) \approx - \frac{C_{\pi}^2 s^2 + 2C_{\pi}g_{\pi}s + g_{\pi}^2}{C_{\pi}(C_{\pi} + C_{\mu})s^2 + g_m(2C_{\pi} + C_{\mu})s + g_m^2} \quad (3.11a)$$

.En la Figura 3.11. puede observarse el diagrama de Bode del valor real del parámetro y de la aproximación obtenida mediante la expresión (3.11b)

$$g_{12}(s) \approx -\frac{1}{\beta^2} \cdot \frac{\left(\beta \frac{C_\pi}{g_m} s + 1\right)^2}{\left(\frac{C_\pi}{g_m} s + 1\right)^2} \quad (3.11b)$$

Este parámetro tiene un valor de $1/\beta^2$ a bajas frecuencias (y por tanto un valor despreciable, en aplicaciones típicas) y alcanza valores cercanos a la unidad en muy altas frecuencias a medida que el condensador C_π tiende a cortocircuitar la base y el emisor del seguidor de tensión. Por lo tanto a frecuencias mayores, mayor será la relevancia que tomará este factor. La existencia de la bilateralidad del *buffer* es especialmente importante en el de salida. Ello es debido a que la corriente que este fenómeno produce sobre su impedancia de entrada, se suma con la corriente que viene de los espejos para formar la ganancia del circuito en el llamado punto de transimpedancia. La consecuencia es que la exactitud en ganancia se ve reducida debido a que el *buffer* refleja la carga como una reducción de la impedancia efectiva en el nodo de transimpedancia, tal y como se detecta en algún estudio del comportamiento de los CFOAs [HAR92]. El único macromodelo que se conoce en la literatura que tiene en cuenta el error introducido por la no unilaterialidad de los *buffers* es el presentado en [ROA94]. En dicho artículo se modela la bilateralidad de la etapa seguidora con un factor constante α relacionado con la β del transistor por la expresión $\alpha = (\beta - 1) / \beta$. Como se muestra en este apartado, una modelación correcta de este fenómeno debe tener en cuenta que depende de la frecuencia según la expresión dada en (3.11b)

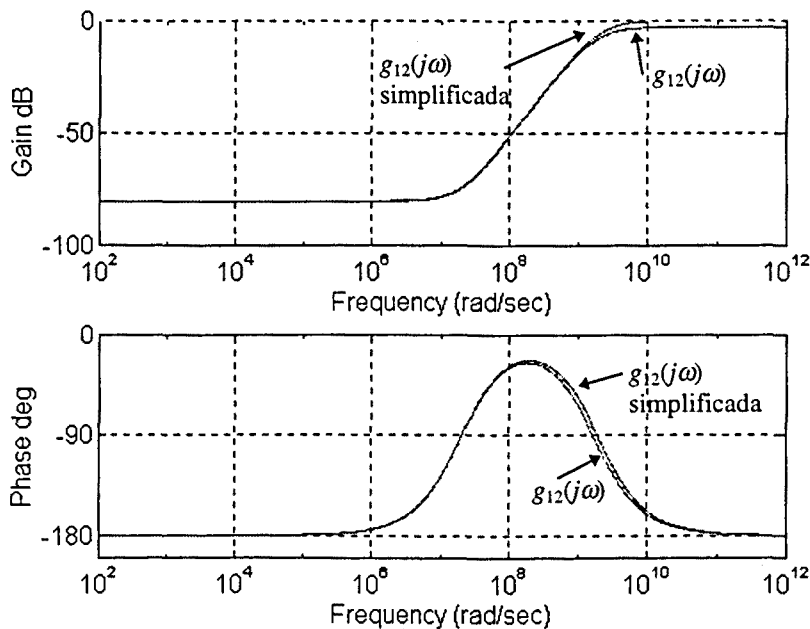


Figura 3.11. Representación del Diagrama de Bode del Parámetro $g_{12}(s)$ sin ningún tipo de aproximación y de su expresión simplificada (3.11b).

El valor del parámetro $G_{12}(s)$ del *buffer* coincide precisamente con el $g_{12}(s)$.

El parámetro $G_{21}(s)$ del *buffer* coincide también con el equivalente de la etapa bajo estudio, que es el expresado en (3.12a) salvo, de nuevo, la aproximación $g_m \gg g_o, g_\pi$.

$$G_{21}(s) \approx - \frac{C_\pi^2 s^2 + 2C_\pi g_m s + g_m^2}{C_\pi (C_\pi + C_\mu) s^2 + g_m (2C_\pi + C_\mu) s + g_m^2} \quad (3.12a)$$

Puede comprobarse que en el rango de frecuencias de interés este parámetro está gobernado por un polo y un cero que prácticamente se cancelan (Figura 3.12.), por lo que prácticamente la fase permanece plana. Como la cancelación no es exacta existe una pequeña modificación de la ganancia entorno a una frecuencia intermedia entre el polo y el cero dada por $\omega_{int} = \frac{g_m}{2} \cdot C_\pi$. En general se podrá considerar como una buena aproximación para la ganancia del *buffer*

$$G_{21}(s) \approx 1 \quad (3.12b)$$

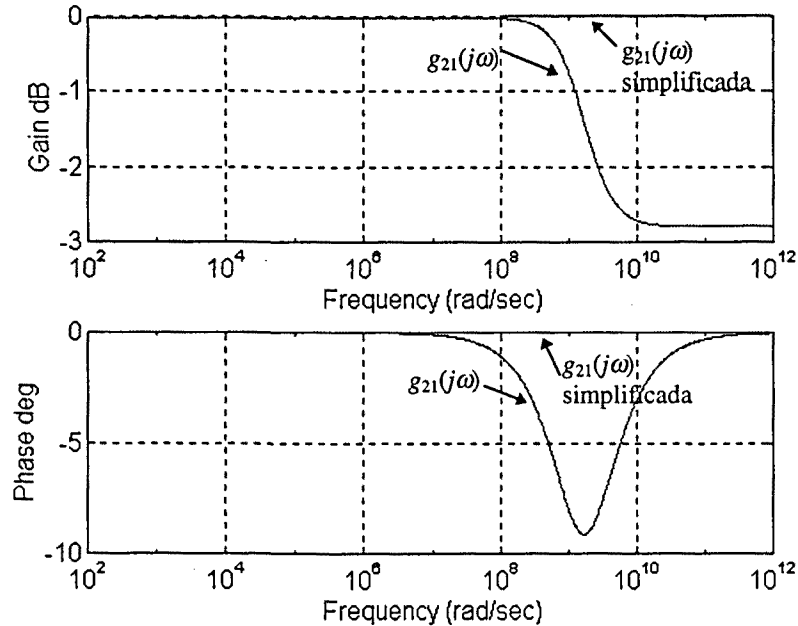


Figura 3.12. Representación del Diagrama de Bode del Parámetro $g_{21}(s)$ sin ningún tipo de simplificación, y de su expresión simplificada (3.12b).

Por último se calcula la impedancia de salida sin excitación externa, $g_{22}(s)$. Un análisis completo permite determinar que está gobernada por dos polos y un cero según la expresión que se presenta a continuación (teniendo en cuenta que $g_m \gg g_o, g_\pi$.)

$$g_{22}(s) \approx \frac{(2C_{\pi} + C_{\mu})s + g_m}{C_{\pi}(C_{\pi} + C_{\mu})s^2 + g_m(2C_{\pi} + C_{\mu})s + g_m^2} \quad (3.13a)$$

y que puede ser aproximada por un único polo, dado por

$$g_{22}(s) \approx \frac{1}{C_{\pi}s + g_m} \quad (3.13b)$$

En la figura 3.12 se representa el diagrama de Bode de la expresión completa de $g_{22}(s)$ y de su aproximación (3.13b), donde puede comprobarse la bondad de esta última. El valor del parámetro $G_{22}(s)$ del *buffer* completo toma justamente la mitad de este valor

$$G_{22}(s) = g_{22}(s) / 2.$$

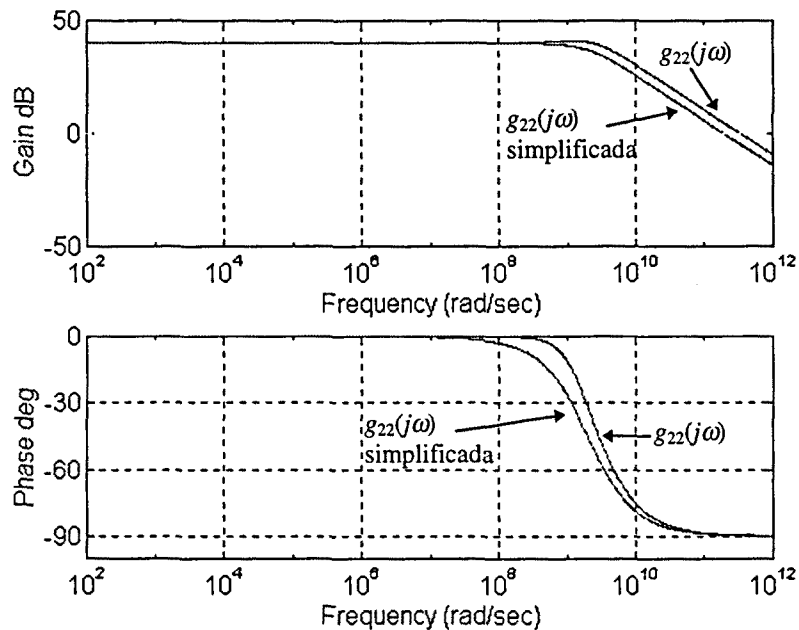


Figura 3.13. Representación del Diagrama de Bode del Parámetro $g_{22}(s)$ sin aproximación y de su expresión simplificada (3.13b).

Combinando los parámetros calculados para el bipuerto completo, el modelo en parámetros G que representa cada uno de los buffers es el mostrado en la Figura 3.14. donde los parámetros de primer orden que definen $G_{11}(s)$ y $G_{22}(s)$ y que modelan las impedancias de entrada y salida del *buffer* bajo condiciones de carga ideales, es decir, $R_L \rightarrow \infty$ y $R_S = 0$, son

$$R_{11} \equiv \frac{\beta r_o}{2}, \quad C_{11} \equiv 2 \cdot C_{\mu} \quad (3.14)$$

$$R_{22} \cong 1 / 2g_m, C_{22} \cong 2C_\pi \cong \frac{2g_m}{\omega_T}, \frac{1}{R_{22}C_{22}} \cong \omega_T \quad (3.15)$$

y los parámetros $G_{12}(s)$ y $G_{21}(s)$, son los mostrados anteriormente en las ecuaciones (3.11) y (3.12) respectivamente.

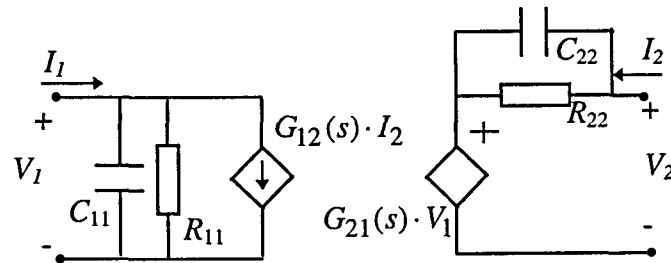


Figura 3.14. Modelo en parámetros G de la etapa *buffer* del CFOA.

La combinación del efecto del parámetro fijo $G_{11}(s)$ con el parámetro dependiente de la carga $G_{21}(s)$ modela correctamente la impedancia de entrada del *buffer*. Esta impedancia depende de la carga según un factor dependiente también de la frecuencia. Hay que recordar aquí que la impedancia de entrada afecta al nodo de entrada no inversor del CFOA y al nodo de transimpedancia, lo que variará directamente la dinámica del CFOA. Aunque no es usualmente considerado en las etapas amplificadoras, la bilateralidad del seguidor de ganancia unidad debe tenerse en cuenta en el modelado de este amplificador, porque este efecto se ve incrementado por la propia naturaleza del operacional de transimpedancia. [ROA94].

3.3.4 Modelado de los espejos de corriente

Del mismo modo en que se ha realizado el análisis de las etapas separadoras se procede a analizar la etapa que se encarga de reflejar la corriente de salida del nodo inversor en el nodo de transimpedancia. Como circuitos implementadores de estos espejos de corriente se escogen un par de espejos complementarios de Wilson [BOW90]. Un espejo más simple ofrece mayor ancho de banda, mayor linealidad en alta frecuencia y mayor capacidad de proporcionar transitorios de corriente, pero también, mayores errores por ruido térmico. En general, los CFOA cuya transimpedancia es mayor de 150 kΩ poseen espejos del tipo Wilson [HAR92].

Al igual que en el apartado anterior, cada uno de los transistores que constituyen la etapa se sustituyen por su modelo híbrido de pequeña señal en π. El circuito de transistores que representa el espejo típico de Wilson y su modelo equivalente en π se representan en las Figuras 3.15a y 3.15b respectivamente.

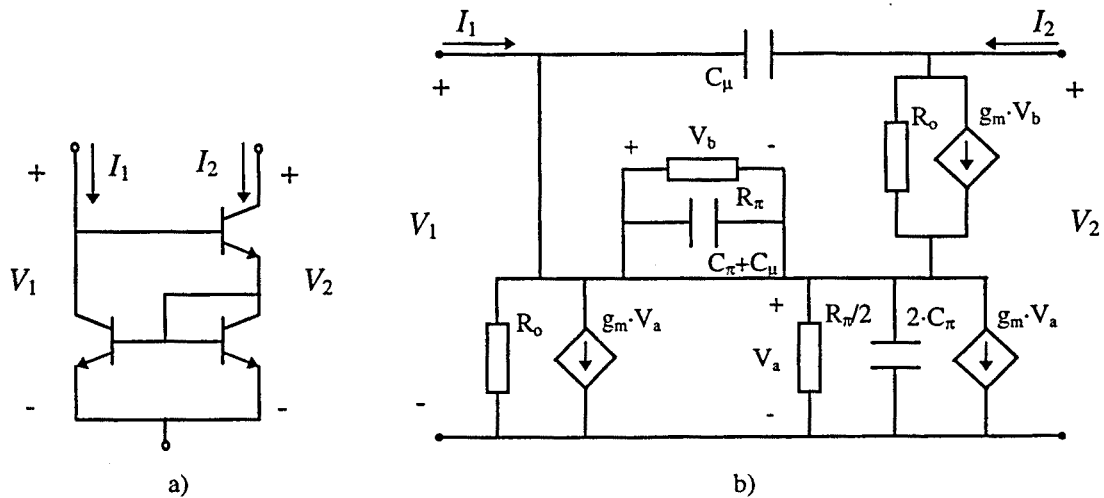


Figura 3.15. Modelo de transistores de un espejo Wilson (a) y su equivalente en parámetros π (b).

A partir de este modelo para pequeña señal de la etapa puede calcularse el equivalente en parámetros *h* del bipuerto, pues como ya se comentó al principio del capítulo este modelo es el más adecuado para la representación de las características frecuenciales del espejo de corriente.

El análisis del parámetro de impedancia de entrada de la etapa con salida cortocircuitada, $H_{11}(s)$ resulta en una impedancia con 3 polos (uno de ellos a una frecuencia muy por encima de las de interés y, por tanto, despreciable) y dos ceros (uno de ellos también despreciable por ser excesivamente grande). La expresión de este parámetro considerando que se cumple que $g_m \gg g_o$, g_π y despreciando el cero y el polo a muy alta frecuencia es:

$$H_{11}(s) \approx \frac{(3C_\pi + C_\mu)s + 2g_m}{(C_\pi(2C_\pi + 5C_\mu) + C_\mu^2)s^2 + 2g_m(C_\pi + 2C_\mu)s + g_m^2} \tag{3.16a}$$

En la Figura 3.16 puede observarse la representación del diagrama de Bode de este parámetro de impedancia en función de la frecuencia. Se representa también en la misma gráfica una aproximación de primer orden de la dinámica de este parámetro (expresión 3.16b), lo que indica que la impedancia de entrada del espejo puede ser modelada con mucha exactitud (las dos gráficas son prácticamente indistinguibles) por un único polo.

$$H_{11}(s) \approx \frac{1}{C_{\pi}s + g_m / 2} \quad (3.16b)$$

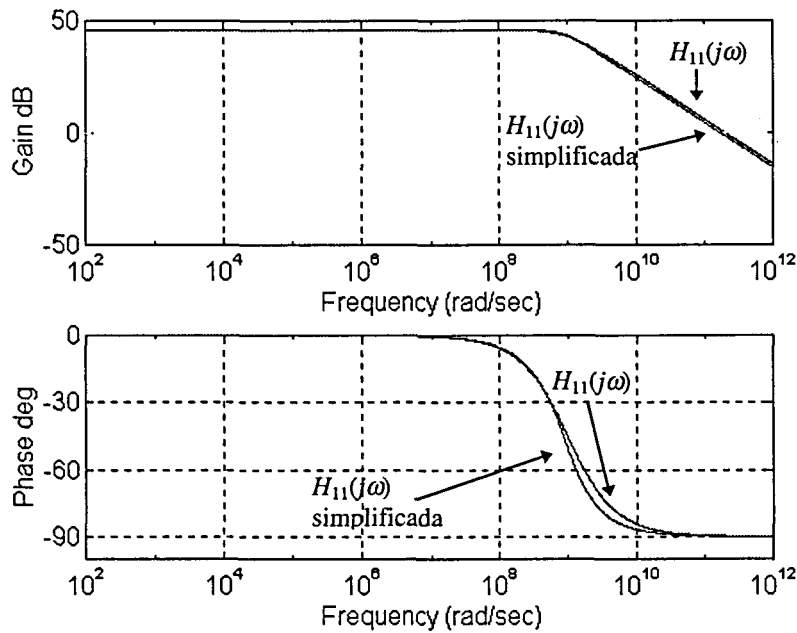


Figura 3.16. Representación del Diagrama de Bode del parámetro $H_{11}(s)$ sin ningún tipo de aproximación y su expresión simplificada (3.16b).

Esta impedancia de entrada del espejo va conectada entre el colector y el nodo de referencia del segundo transistor del *buffer* de entrada. Como se comentó en el apartado anterior, la inclusión de esta impedancia en el análisis del *buffer* no introduce ningún cambio substancial en las expresiones que se derivan del análisis que la omite, con lo que su influencia en las expresiones finales es considerada despreciable.

La etapa que constituye el espejo también se ve afectada por cierto grado de bilateralidad como indica la existencia de un parámetro $H_{12}(s)$ no nulo cuya expresión, de nuevo considerando que $g_m \gg g_o, g_{\pi}$ es

$$H_{12}(s) \approx \frac{C_{\mu}(3C_{\pi} + C_{\mu})s^2 + 2g_m C_{\mu}s - g_m g_o}{(2C_{\pi}C_{\mu} + (C_{\mu} + C_{\pi})(2C_{\pi} + C_{\mu}))s^2 + g_m(2C_{\pi} + 3C_{\mu})s + g_m^2} \quad (3.17a)$$

Sin embargo, el valor de este parámetro es siempre muy pequeño y puede ser considerado despreciable, como puede verse en la representación de su diagrama de Bode de la Figura 3.17. Se considera por tanto, $H_{12}(s) \cong 0$.

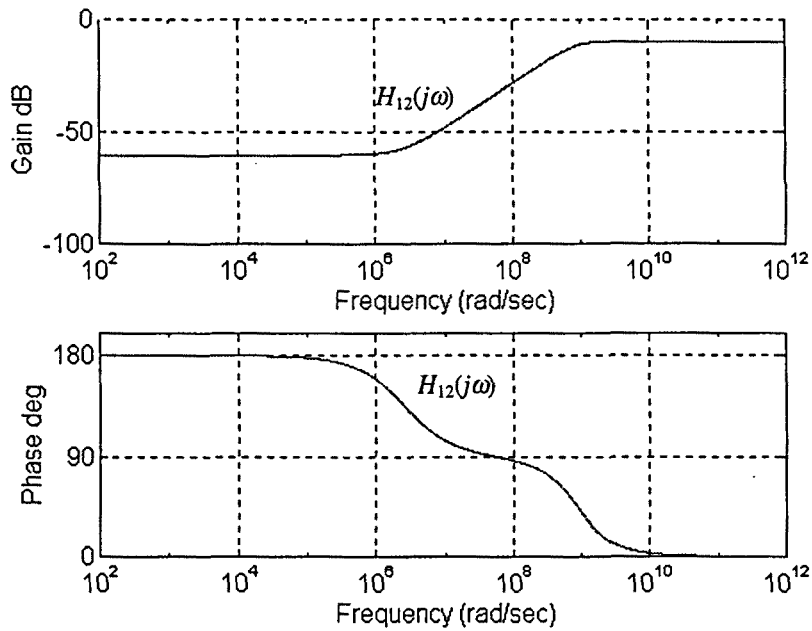


Figura 3.16. Representación del Diagrama de Bode del parámetro $H_{12}(s)$ sin ningún tipo de aproximación.

En cuanto a la impedancia de salida dada por el valor $1/h_{22}(s)$ para el espejo de la Figura 3.15a y $1/H_{22}(s) = 2/h_{22}(s)$, para el espejo completo en clase AB, está gobernada por dos ceros y tres polos según indica la siguiente expresión ($g_m \gg g_o, g_\pi$):

$$H_{22}(s) \approx \frac{1}{2} \frac{2C_\mu C_\pi (C_\pi + C_\mu) s^3 + g_m C_\mu (4C_\pi + 2C_\mu) s^2 + g_m^2 C_\mu s + 2g_m g_o g_\pi}{(2C_\pi (C_\pi + 2C_\mu) + C_\mu (C_\pi + C_\mu)) s^2 + 2g_m (C_\pi + 2C_\mu) s + g_m^2} \quad (3.18a)$$

Los dos ceros prácticamente compensan dos de los polos, aunque no perfectamente, de ahí el pico en la fase que se observa en la representación de $1/H_{22}(s)$ que se muestra en la Figura 3.17. Con esta compensación la dinámica de la impedancia de salida puede ser modelada por un único polo dado por

$$1/H_{22}(s) \approx \frac{1}{C_\mu \cdot s + 1/r_o \cdot \beta} \quad (3.18b)$$

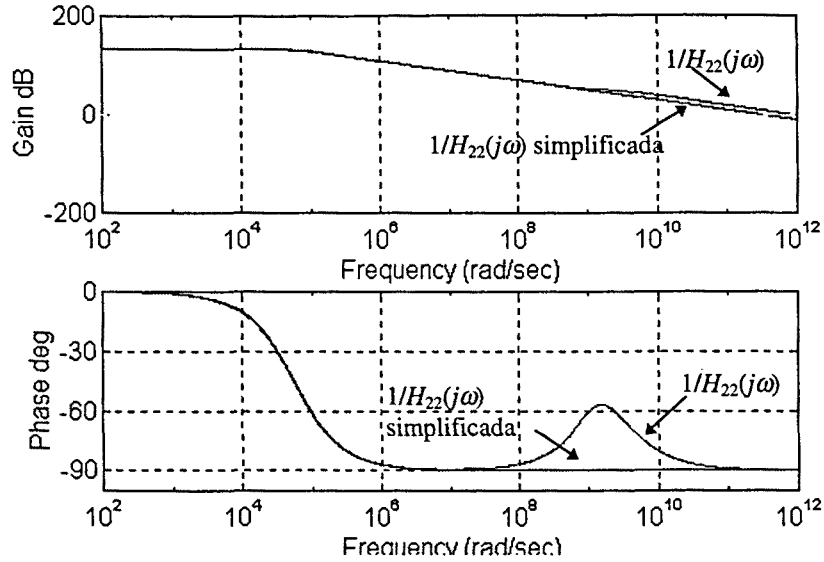


Figura 3.17. Representación del Diagrama de Bode del parámetro $1/H_{22}(s)$ sin ningún tipo de aproximación, y su expresión simplificada (3.18b).

El parámetro $H_{21}(s)$ que representa la función de transferencia del espejo, es decir, la relación entre la corriente a la salida y la corriente a la entrada, está gobernada por 2 polos y 2 ceros. Teniendo en cuenta que $g_m \gg g_o, g_\pi$, la expresión de este parámetro es

$$H_{21}(s) \approx \frac{-C_\mu(3C_\pi + C_\mu)s^2 + 2g_m(C_\pi - C_\mu)s + g_m^2}{2C_\pi(C_\pi + 2C_\mu)s^2 + 2g_m(C_\pi + 2C_\mu)s + g_m^2} \quad (3.19a)$$

La dinámica que representan los dos polos, que son complejos conjugados, y uno de los ceros puede ser perfectamente aproximada por una función de un solo polo [ALA96]. El segundo cero, que es un cero en el semiplano derecho, viene dado por la capacidad C_μ , capacidad Base-Colector, que conecta la salida del espejo con la entrada (Figura 3.15b) y es responsable del cambio de signo en la transferencia de corrientes a altas frecuencias. En la representación del diagrama de Bode del parámetro $H_{21}(s)$ completo mostrada en la Figura 3.18. puede observarse la existencia de un primer polo dominante seguido del cero en el semiplano derecho que hace que el módulo de la función de transferencia se haga plano, mientras la fase sigue decreciendo [ALA97].

Aproximando los dos polos complejos conjugados y el cero por un solo polo la expresión de la función de transferencia en corriente viene dada por

$$H_{21}(s) \approx \frac{\left(1 - \frac{2 \cdot C_\mu s}{g_m}\right)}{\left(1 + \frac{2 \cdot C_\pi s}{g_m}\right)} \quad (3.19b)$$

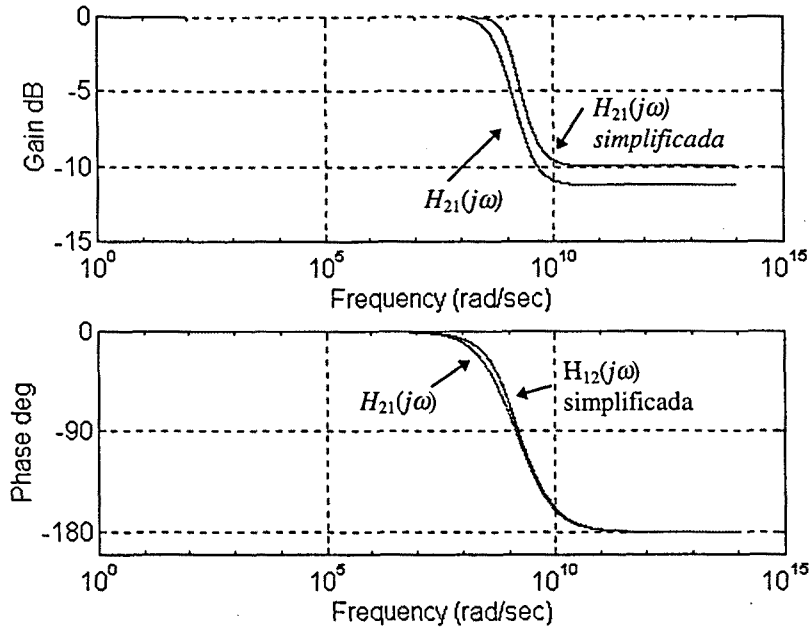


Figura 3.18. Representación del Diagrama de Bode del parámetro $H_{21}(s)$ sin ningún tipo de aproximación, y su expresión simplificada (3.19b).

Combinando los parámetros calculados para el espejo, el modelo en parámetros H que representa este bipuerto es el mostrado en la Figura 3.19 con

$$\begin{aligned} R_{11} &\approx 2 / g_m & R_{22} &\approx r_o \cdot \beta \\ C_{11} &\approx C_\pi & C_{22} &\approx C_\mu \end{aligned} \quad (3.20)$$

siendo el parámetro $H_{21}(s)$ el expresado en (3.19b).

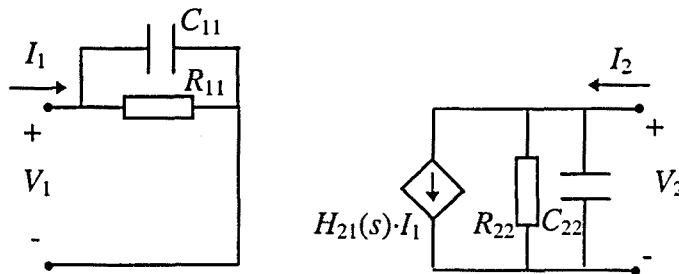


Figura 3.19. Modelo equivalente en parámetros H del espejo en corriente del CFOA.

3.3.5 El modelo completo

El CFOA se compone de dos etapas seguidoras y dos espejos que forman uno en clase AB. El modelo completo del CFOA será entonces una combinación de los modelos calculados anteriormente. La etapa de reflexión de corriente, comparte un nodo con la etapa de salida. Este es precisamente el nodo de transimpedancia. Agrupando debidamente estos componentes que quedan en paralelo y renombrando, por comodidad, el parámetro $G_{12}(s)$ como $Fb(s)$ (función que gobierna la bilateralidad de los buffers) y el $H_{21}(s)$ como $F_T(s)$ (función de transferencia de los espejos), el esquema circuital final del modelo frecuencial del CFOA es el representado en la Figura 3.20.

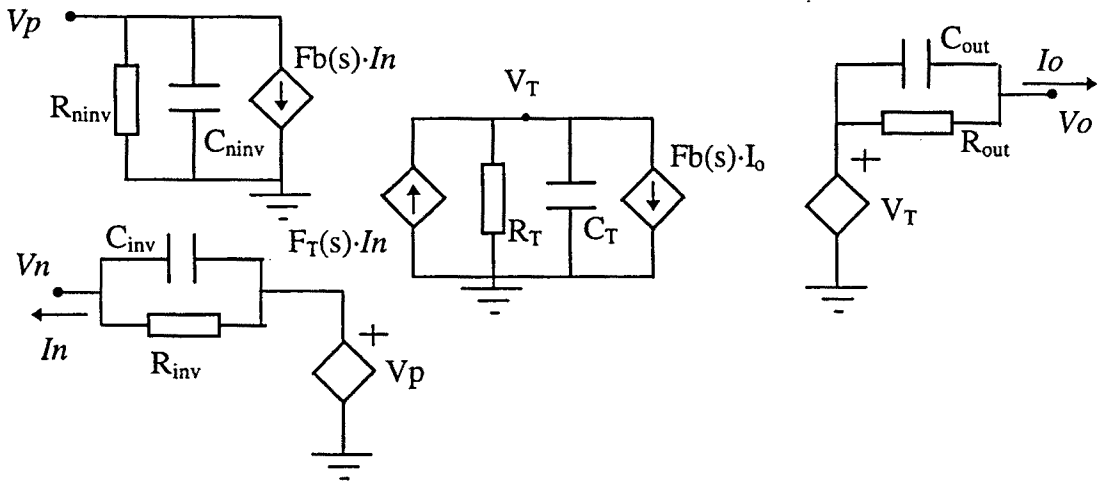


Figura 3.20. Modelo frecuencial propuesto para el amplificador operacional realimentado en corriente.

En la Figura 3.20, R_{ninv} y C_{ninv} , corresponden a los valores dados en (3.14) para los elementos circuitales que modelan la impedancia de entrada del *buffer*, que coincide con la impedancia de entrada del nodo no inversor del CFOA. Los pares R_{inv} , C_{inv} y R_{out} , C_{out} equivalen a los valores dados en (3.15) para la impedancia de salida del *buffer* y corresponden respectivamente a la impedancia del nodo inversor de entrada y a la impedancia de salida del CFOA. La impedancia formada por R_T y C_T queda determinada por el paralelo de la impedancia de entrada del *buffer* de salida y la impedancia de salida del espejo en clase AB. Con todas estas consideraciones, el valor para los distintos parámetros es:

$$\begin{aligned}
 R_{ninv} &\cong \frac{\beta \cdot r_o}{2}, & C_{ninv} &\cong 2 \cdot C_\mu \\
 R_{inv} &\cong \frac{1}{2 \cdot g_m}, & C_{inv} &\cong 2 \cdot C_\pi \\
 R_{out} &\cong \frac{1}{2 \cdot g_m}, & C_{out} &\cong 2 \cdot C_\pi \\
 R_T &\cong \frac{\beta \cdot r_o}{2} // \beta \cdot r_o, & C_T &\cong 2 \cdot C_\mu // C_\mu
 \end{aligned}
 \tag{3.21}$$

3.4 Aplicación del modelo a la predicción de la inestabilidad dependiente de la carga

El CFOA utilizado para realizar la validación del macromodelo ha sido el EL2020 de Elantec Inc., por su condición de dispositivo realmente asequible y universal, con las prestaciones más modestas de todos los CFOAs presentes actualmente en el mercado. El integrado es construido con una tecnología bipolar complementaria rápida propiedad de Elantec que consigue transistores *npn* y *pnp* con características AC y DC equivalentes [LID92].

El modelo frecuencial presentado para el CFOA, se muestra sobretodo válido en la simulación de transitorios para predecir la inestabilidad o el sobreimpulso real que suele presentar el CFOA en diferentes condiciones de carga.

El CFOA presenta un buen comportamiento cuando alimenta cargas de baja impedancia, como en el caso de los amplificadores de señales de vídeo, pero se vuelve inestable con cargas grandes. Por ejemplo, una configuración experimental típica que presenta inestabilidad cuando el circuito se mide directamente con un osciloscopio es la configuración en etapa seguidora de tensión. En la Figura 3.21 se muestra una simulación con el modelo propuesto y el macromodelo del fabricante de una configuración no inversora, en la que el CFOA está cargado con una resistencia $Z_L=1\text{ M}\Omega//20\text{ pF}$, siendo esta impedancia la típica impedancia de entrada de una sonda o un osciloscopio. La figura muestra que el nuevo macromodelo frecuencial permite predecir la inestabilidad mientras que el modelo del fabricante muestra diferencias con los resultados experimentales.

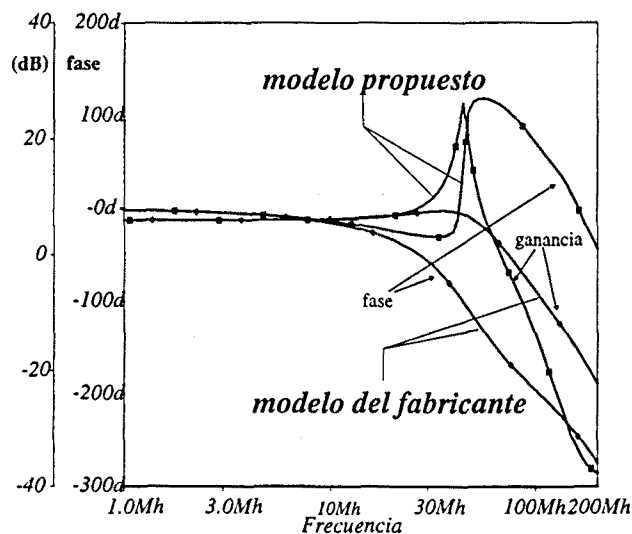
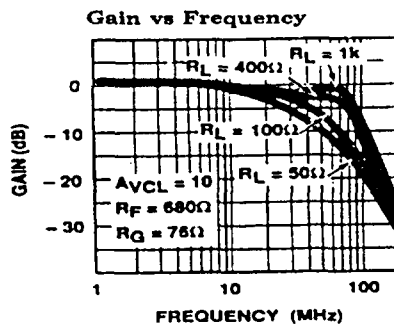
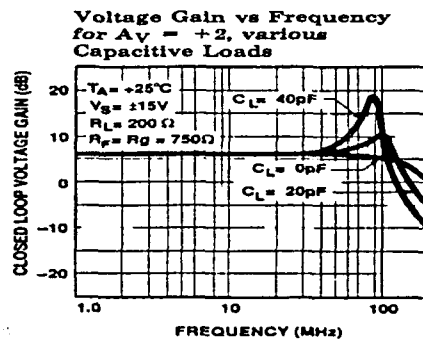
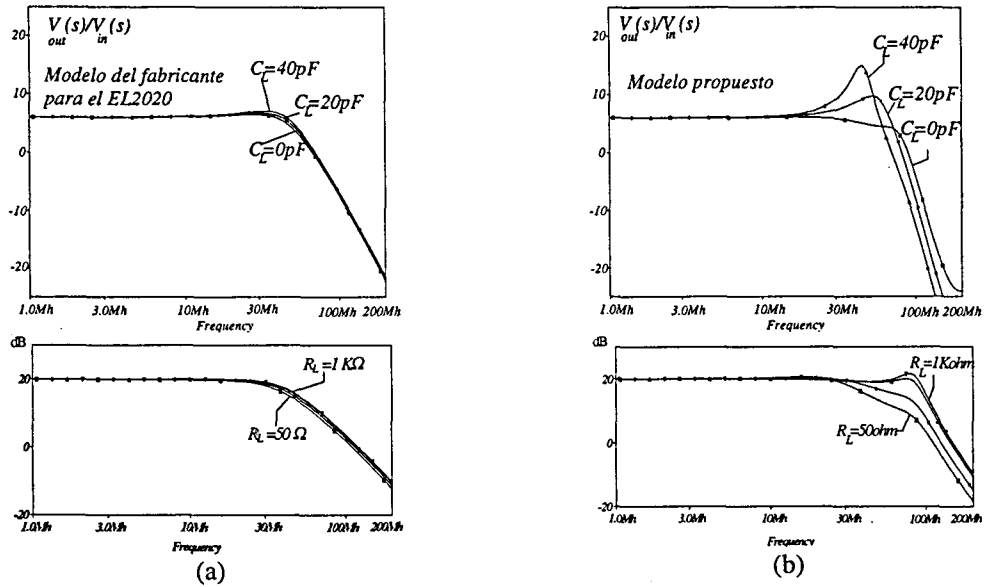


Figura 3.21 Simulación del macromodelo propuesto por el fabricante y del macromodelo propuesto para una configuración en seguidor del CFOA con una carga $Z_L=1\text{ M}\Omega//20\text{ pF}$.

En la Figura 3.22 puede observarse que el modelo propuesto predice el funcionamiento esperado de una etapa no inversora (con resistencia de realimentación R_F y resistencia a masa R_G) según la hoja de especificaciones bajo diferentes cargas resistivas y capacitivas, mientras que el macromodelo que proporciona el fabricante en estas mismas hojas, no predice los resultados reales. El integrado seleccionado es el EL2020 de Elantec, pero los

integrados de otros fabricantes (como el OPA603 de Burr-Brown o el OP-260 de Analog Devices) presentan el mismo comportamiento frente a variaciones de la impedancia de carga.



(c)

Figura 3.22 Simulaciones realizadas de la función de transferencia entrada-salida de un CFOA conectado como seguidor de tensión. Comparación entre los resultados obtenidos con el macromodelo del fabricante (a), el modelo propuesto (b) y las curvas de la hoja de especificaciones [ELA91].

corresponde con la corriente incremental de emisor del transistor Q_1 , coincide (si se desprecian las corrientes de base de los transistores) con la corriente incremental I_1 que pasa por la rama de entrada del espejo (Figura 3.23). La diferencia de tensión entre la tensión de alimentación (V_{CC}) y la tensión V_n del nodo de entrada inversor se compone de la caída de tensión en la resistencia R_1 del espejo ($I_1 \cdot R_1$), la caída de tensión en el transistor conectado como diodo ($V_{BE(on)}$), más la tensión colector-emisor del transistor Q_1 de salida del *buffer*. La corriente y/o la tensión de salida de este *buffer* (I_n y/o V_n) pueden variar mientras la tensión colector-emisor de Q_1 pueda absorber estas variaciones. El límite lo impone la tensión de saturación ($V_{CE(sat)}$) en este transistor, de manera que la caída de tensión en la resistencia R_1 se ve limitada según la siguiente expresión:

$$I_1 \cdot R_1 \leq V_{CC} - V_{BE(on)} - V_{CE(sat)} - V_n \quad (3.21)$$

La corriente I_1 es reflejada por la propia configuración de la etapa, en la rama de salida de manera que la corriente I_2 que circula por esta rama debe ser igual a la corriente I_1 , salvo la pérdida en ganancia o fase introducida por la respuesta frecuencial del espejo. La diferencia de tensión entre el nodo de alimentación (tensión V_{CC}) y el nodo de transimpedancia (tensión V_T) se reparten entre la caída de tensión en la resistencia R_2 ($I_2 \cdot R_2$) y la caída emisor-colector en el transistor Q_3 . La tensión en el nodo de transimpedancia (que el *buffer* de salida se encarga de copiar en el nodo de salida del CFOA), corresponde en la zona lineal de funcionamiento al valor de la corriente I_2 por el valor de la impedancia Z_T a la frecuencia de funcionamiento, si se desprecia la corriente de base de Q_3 . De forma similar a como ocurre en la rama de entrada del espejo, la tensión en la rama de salida quedará limitada cuando el transistor Q_3 entre en la zona de saturación. Cuando esta saturación ocurra, la tensión en el nodo de transimpedancia V_T , vendrá dada por

$$V_T \leq V_{CC} - I_2 \cdot R_2 - V_{CE(sat)} \quad (3.22)$$

La limitación de la tensión en este nodo implica una limitación en la corriente I_T , por tanto, las corrientes I_T e I_2 dejan de ser iguales y la diferencia de corriente entre I_2 e I_T se ve desviada por la base del transistor Q_3 . Este aumento en la corriente de base se suma a la corriente I_1 para formar la corriente de salida del nodo inversor del CFOA (I_n). Como esta corriente de salida viene impuesta por la conexión exterior de la etapa, el resultado es una disminución en la corriente I_1 .

El comportamiento anterior puede reflejarse en un diagrama de bloques funcionales (Figura 3.24) que además incluye las interacciones entre las diferentes partes del circuito (terminal negativo de entrada, espejo de corriente superior, inferior y nodo de transimpedancia).

En el diagrama de bloques de la Figura 3.24, los bloques nombrados como SAT1+ y SAT1- son dos rectificadores de media onda que se encargan de separar los valores positivos y negativos de la corriente de salida del nodo inversor (I_n), de manera que la parte superior del diagrama de bloques simula el comportamiento del espejo superior mientras que la rama inferior hará lo propio con el encargado de reflejar las corrientes I_n negativas.

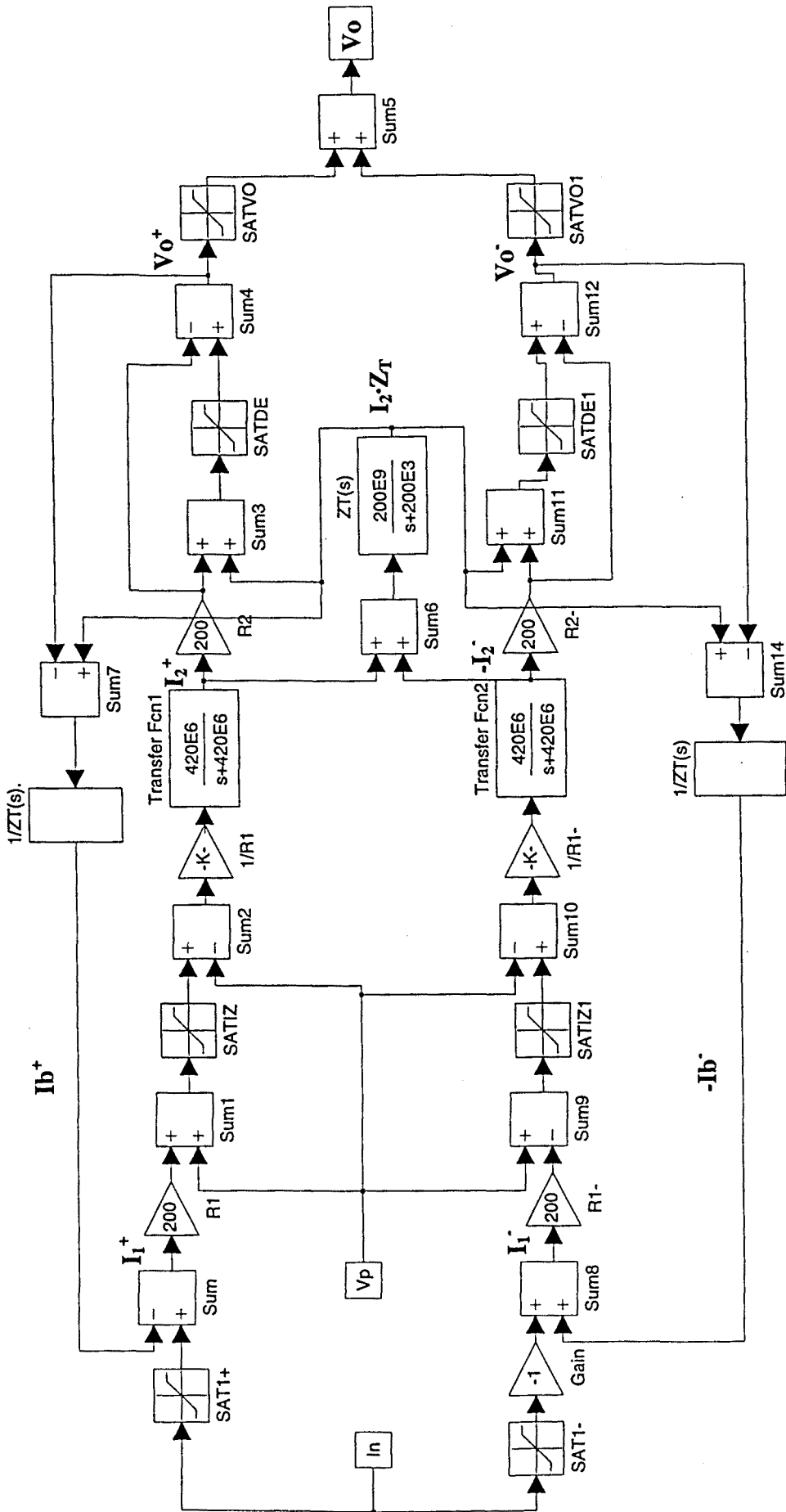
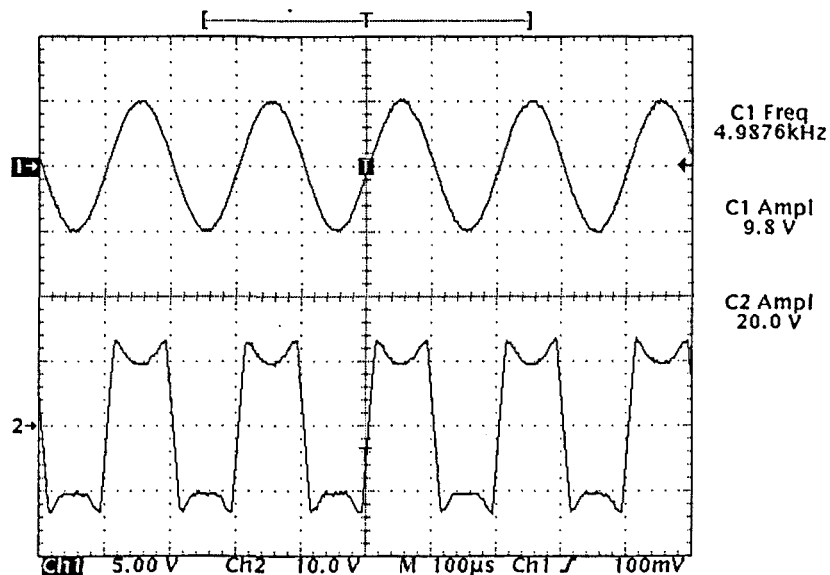
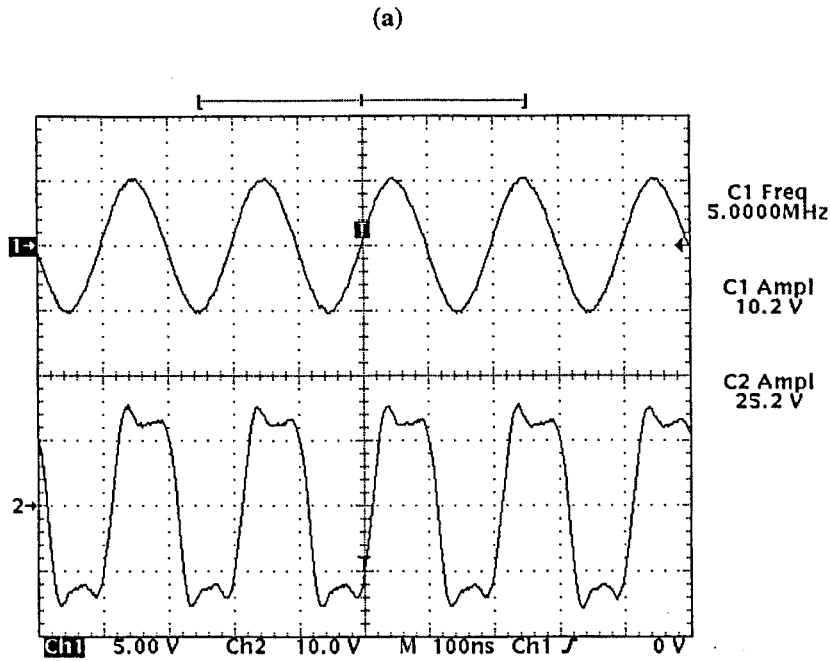


Figura 3.24 Diagrama de bloques funcionales que refleja el comportamiento del espejo de corriente.

La saturación de la rama de entrada del espejo se modela a través del bloque SATIZ (SATIZ1 en el espejo inferior) que limita la suma de la tensión V_n (igual a V_p) más la caída de tensión en la resistencia R_1 . La corriente que pasa por esta resistencia R_1 es el resultado de restarle (bloques *Sum* y *Sum8*) a la corriente I_n la posible corriente I_b procedente de la rama de salida del espejo cuando está en saturación. Si a la salida del bloque de saturación se le resta (bloques *Sum2* y *Sum10*) la tensión V_n (igual a V_p), se obtiene la caída de tensión en R_1 en condiciones lineales, o de saturación y dividiendo por el valor de esta resistencia, el valor de la corriente I_1 . Los bloques nombrados como *Transfer Fcn1* y *Transfer Fcn2* se encargan de modelar el polo de la transferencia en frecuencia del espejo, de manera que a la salida de este bloque se obtiene la corriente I_2 . La suma de las caídas de tensión que produce esta corriente al pasar por la resistencia R_2 y por la transimpedancia $Z_T(s)$, está limitada a un valor máximo, tal y como se ha comentado. Esta limitación la imponen los bloques SATDE y SATDE1 en el diagrama de la Figura 3.24. Si a la tensión de salida de este bloque saturador se le resta la caída de tensión en la resistencia R_2 (resta que realizan los bloques *Sum4* y *Sum12*, para el espejo superior e inferior respectivamente), la tensión que se obtiene, previa rectificación y suma de las contribuciones de los dos espejos (bloques SATVO, SATVO1 y *Sum5*) es directamente la tensión de salida del CFOA (marcada como V_o). La corriente I_b se obtiene justo antes de hacer esta última rectificación y suma: la tensión de salida V_o^+ (o V_o^-) será la corriente I_z que llegue al nodo de transimpedancia por el valor de $Z_T(s)$, la diferencia de esta tensión (bloques *Sum7* y *Sum14*), con la que se produciría en este nodo si toda la corriente I_2 llegaría a él ($I_2 \cdot Z_T(s)$) es precisamente el producto $I_b \cdot Z_T(s)$. Si este valor se divide por el valor de la impedancia $Z_T(s)$, se obtiene el valor de la corriente I_b .

Las simulaciones basadas en este modelo han reproducido satisfactoriamente las observaciones experimentales de la distorsión en la señal de salida de una etapa no inversora basada en un CFOA. En las Figuras 3.25a y 3.25b se muestra la señal de salida de la realización experimental para una señal de entrada de baja frecuencia (5 KHz) y otra en alta frecuencia (Figura 3.25b) mientras que en las Figuras 3.26a y 3.26b se muestra la señal obtenida por simulación del diagrama de bloques de la Figura 3.24 bajo las mismas condiciones de conexión que en la medida experimental. En todas las figuras se observa el comportamiento de transimpedancia incremental negativa en gran señal en la tensión de salida de la etapa no inversora basada en CFOA.





(b)

Figura 3.25 Señal medida con el osciloscopio de la entrada (Canal 1) y salida (Canal 2) de un amplificador no inversor realizado con un CFOA y resistencias $R_F=1\text{ K}\Omega$ y $R_G=347\ \Omega$ para una señal de entrada de 5 KHz (a) y una señal de entrada de 5 MHz (b).

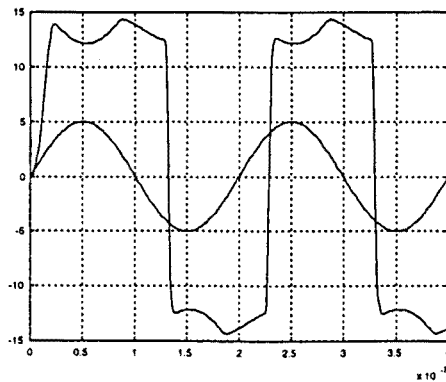
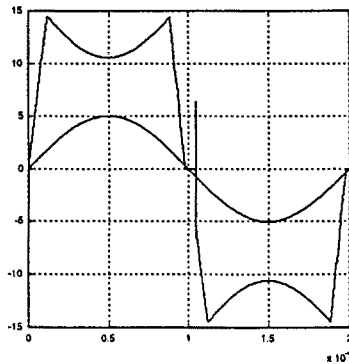


Figura 3.26 Representación de las señales de entrada y salida en la simulación de un amplificador no inversor realizado con el diagrama de bloques de la Figura 3.24, y las resistencias indicadas en el pie de la Figura 3.25 para una señal de entrada de 5 kHz (a) y 5 MHz (b).

3.7 Conclusiones

Se ha presentado un nuevo modelo frecuencial para las etapas de entrada y salida y las etapas de reflexión del amplificador operacional realimentado en corriente o CFOA. Este nuevo modelo incluye la falta de unilateralidad total entre la entrada y la salida de la etapa separadora (etapa *buffer* que constituye la entrada y salida del CFOA). Este modelo, que puede ser añadido a cualquier macromodelo independientemente de su complejidad, predice con precisión, el comportamiento frecuencial de los circuitos realizados con CFOA frente a diferentes condiciones de carga, proporcionando información sobre la naturaleza de alguno de los efectos, como la indeseada inestabilidad que en ocasiones presentan estos circuitos. Algunas mejoras sobre la estructura del CFOA pueden inferirse de los análisis previos. Por ejemplo, las implementaciones con tecnología CMOS de los CFOAs proporcionarían una mayor independencia con las impedancias de carga a bajas y medias frecuencias donde el transistor MOS se comporta de un modo más unilateral. Otra posible mejora en el comportamiento puede consistir en cambiar las etapas separadoras de salida por etapas amplificadoras que harían la transimpedancia más insensible a la carga.

Por otra parte, el análisis de las situaciones de saturación que se producen en la entrada y la salida de los espejos de corriente ha llevado a modelar este comportamiento no lineal mediante un diagrama de bloques funcionales. El modelo obtenido permite comprender las interacciones entre las diferentes partes del circuito que se dan en su funcionamiento en gran señal. Las simulaciones basadas en este modelo han reproducido satisfactoriamente las observaciones experimentales de la distorsión en la señal de salida de una etapa no inversora basada en CFOA tanto en baja (5 KHz) como en alta frecuencia (5 MHz). El modelo no lineal propuesto debe ser el punto de partida que permita explicar el comportamiento en gran señal de diferentes CFOAs; y que previa simplificación, permita estudiar la estabilización de amplitud en los osciladores activos-R basados en CFOA de manera análoga a como se ha hecho con los amplificadores operacionales.

Diseño de osciladores activos-R basados en el
amplificador operacional realimentado en corriente

Capítulo 4

Osciladores activos-R basados en el amplificador operacional realimentado en corriente.

4.1 Introducción

En la actualidad, la mayoría de filtros activos que se encuentran en aplicaciones electrónicas, tanto a nivel discreto como en forma monolítica, incluyen el amplificador operacional como elemento activo de base. Por razones de estabilidad las frecuencias a las que estos circuitos operan están limitadas por la red de compensación del amplificador operacional [ROB89] restringiendo las frecuencias a las que estos amplificadores trabajan entre 100 y 500 veces por debajo del ancho de banda a ganancia unidad f_T del transistor individual. En consecuencia, los circuitos que utilizan estos amplificadores quedan limitados a trabajar a frecuencias entre 10 y 50 veces aún menores que los propios amplificadores operacionales.

En el capítulo 2 se ha mostrado que la técnica activo-R en el diseño de osciladores permite aprovechar al máximo las características del amplificador operacional (AO). Esta técnica ha permitido diseñar osciladores capaces de generar señales a frecuencias cercanas al producto ganancia-ancho de banda del AO. Por otra parte, como se muestra en el capítulo 3, los amplificadores operacionales realimentados en corriente (CFOA) son capaces de aprovechar mejor el ancho de banda f_T disponible en el transistor, de manera que por su propia naturaleza de modo corriente pueden operar a frecuencias mucho mayores que los amplificadores operacionales. Para el diseño de osciladores a alta frecuencia surge entonces la idea de aprovechar el gran ancho de banda del CFOA en circuitos activos-R. Esta combinación, como se verá más adelante, permite diseñar osciladores a frecuencias cercanas al ancho de banda a ganancia unidad del CFOA, lo que puede llegar a significar disponer de osciladores a centenares de MHz.

En todos los artículos presentados de osciladores basados en el CFOA se asegura la misma afirmación:

“Using a current-feedback operational amplifier, you can generate high frequency sine-waves with larger amplitude than conventional op-amp design”

La explicación básica de esta afirmación es bastante intuitiva: por su naturaleza los CFOAs son circuitos que pueden operar a altas frecuencias y con un gran *slew-rate*. Si es precisamente esta dinámica no lineal la responsable del proceso de estabilización de la amplitud de salida, un elemento activo con un mayor *slew-rate* permitirá en su salida señales a mayor amplitud para la misma frecuencia, que un amplificador con menor *slew-rate*.

Por poner un ejemplo numérico, un CFOA con un *slew-rate* de 1000 V/ μ s teóricamente admitiría señales sinusoidales en su salida a 20 MHz con 8 V de amplitud de pico. Para un AO típico con 1 V/ μ s de *slew-rate*, para la misma frecuencia apenas se alcanzarían los 8 mV.

Parece pues muy interesante el uso del CFOA para la implementación de circuitos osciladores a alta frecuencia y con una amplitud considerable a la salida. Además según se afirma en [TOU95] la aplicación de la técnica activo-R a los CFOAs, permite superar las desventajas potenciales que esta técnica tenía en el diseño de circuitos con los amplificadores operacionales clásicos.

En este contexto, han sido publicados cierto número de artículos presentando osciladores cuyo elemento activo era el CFOA [SEN96a]-[SEN96b]-[ABU96], algunos de los cuales se centraban en la técnica activa-R [WU95]-[LIU94]-[SEN94]. Sin embargo, por lo que conoce hasta la fecha la autora de esta memoria, ninguna publicación aborda el diseño sistemático de este tipo de osciladores, salvo las derivadas de este trabajo.

Este capítulo presenta un análisis sistemático de los osciladores activos-R basados en dos amplificadores operacionales realimentados en corriente. Este análisis propone en primer lugar un bloque genérico que representa cualquier oscilador activo-R con CFOAs y está orientado a la determinación de las expresiones que permitan diseñar osciladores a alta frecuencia, donde tiene sentido plantearse el uso de la técnica activo-R, con baja distorsión (la sistemática de diseño está orientada a este fin) y con gran amplitud de salida aprovechando así la ventaja fundamental del CFOA, su alto *slew-rate*.

4.2 Análisis lineal

4.2.1 Diagrama de bloques genérico

El amplificador operacional realimentado en corriente (CFOA) transforma la corriente de salida de su nodo de entrada negativo en una tensión, a través de la ganancia o transimpedancia que define su comportamiento frecuencial. Desde el punto de vista frecuencial el CFOA puede verse entonces como un bloque de ganancia $Z_T(s)$, cuya entrada es una corriente (i) y cuya salida es una tensión (V_o), de forma análoga a como en el capítulo 2 se trató al amplificador operacional como un bloque que transforma una tensión diferencial de entrada (V_{id}) en una tensión a la salida (V_o), a través de una ganancia $A(s)$. En un oscilador activo-R realizado con dos CFOAs las resistencias tienen la función de relacionar la tensión a la salida de un CFOA, con su propia corriente de entrada o la corriente de entrada al otro CFOA. Notando como a_i la admitancia que relaciona la tensión de salida de un CFOA con su corriente de entrada (como combinación de las diversas resistencias que conectan el nodo de salida con los nodos de entrada), y b_i la admitancia que relaciona la tensión de salida de un CFOA con la corriente de entrada del otro, cualquier oscilador activo-R realizado con dos CFOAs puede ser representado por el diagrama de bloques genérico de la Figura 4.1:

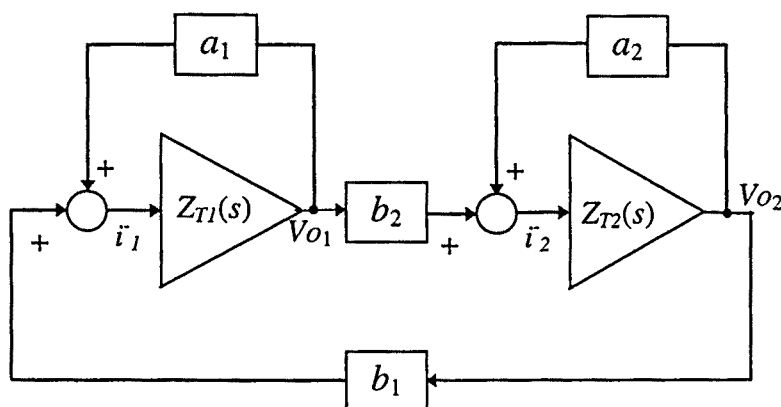


Figura 4.1 Representación del diagrama de bloques genérico para el circuito activo-R basado en el CFOA.

Como puede observarse el diagrama de bloques de la Figura 4.1 es equivalente al diagrama de bloques para el oscilador activo-R con dos AOs presentado en el capítulo 2 (Figura 2.1). Las diferencias entre ambos diagramas son:

- el tipo de señales que hay a la entrada del bloque que representa el elemento activo: corrientes para el CFOA, tensiones diferenciales para el AO,
- el tipo de ganancia que representa el elemento activo, que en el caso del CFOA corresponde a una transimpedancia ($Z_T(s)$),
- el significado físico que representan los parámetros a_i y b_i : relaciones entre tensiones en el caso de osciladores con AOs o admitancias en el caso de osciladores con CFOAs,
- el valor que pueden tomar los parámetros a_i y b_i : limitado a un valor absoluto unidad en el caso del oscilador con AO y sin limitación teórica en el caso de los CFOAs.

La ganancia de lazo $T(s)$ del diagrama de bloques de la Figura 5.1 puede ser expresada como:

$$T(s) = \frac{-b_1 \cdot b_2 \cdot Z_{T1}(s) \cdot Z_{T2}(s)}{(1 - a_1 \cdot Z_{T1}(s))(1 - a_2 \cdot Z_{T2}(s))} \quad (4.1)$$

donde la transimpedancia de cada CFOA se modela por la función de transferencia de dos polos:

$$Z_{Ti}(s) = \frac{V_{oi}(s)}{i_i(s)} = \frac{R_o \cdot \omega_1 \cdot \omega_2}{(s + \omega_1)(s + \omega_2)} \quad (4.2)$$

siendo R_o la transimpedancia en continua, ω_1 el polo dominante en lazo abierto y ω_2 el segundo polo, mucho mayor que ω_1 , debido a los espejos de corrientes internos del CFOA [MAH96].

Como puede observarse la expresión de la ganancia de lazo $T(s)$ del circuito es equivalente a la hallada en el capítulo 2 para el caso de los osciladores activos-R basados en el amplificador operacional. El análisis lineal que se realiza para ambos tipos de osciladores es por tanto equivalente y también lo son los resultados. Para pasar de las expresiones de uno a otro basta con sustituir el producto ganancia-ancho de banda del AO (B), por el producto transimpedancia en continua-primero polo ($R_o\omega_1$), en el caso del CFOA.

Aplicando el criterio de Routh a la ecuación característica $1+T(s)=0$, teniendo en cuenta que $\omega_2 \gg \omega_1$, y considerando los CFOAs iguales, se obtiene la condición de arranque/oscilación dada por:

$$-b_1 b_2 \geq \frac{\omega_2}{R_o^2 \omega_1} - \frac{(a_1 + a_2)\omega_2}{2R_o \omega_1} + \frac{(a_1 - a_2)^2}{4} \quad (4.3)$$

donde la desigualdad corresponde a la condición de arranque y la igualdad a la de oscilación.

Asimismo, para la frecuencia de oscilación se obtiene:

$$\omega_o^2 = \frac{\omega_1 \cdot \omega_2}{2} [2 - (a_1 + a_2) \cdot R_o] \quad (4.4)$$

Al igual que en el caso estudiado en el capítulo 2, se observa en estas expresiones que puede determinarse la frecuencia de oscilación a través de los parámetros a_1 y a_2 , mientras que la condición de oscilación puede controlarse a través del valor del producto $b_1 \cdot b_2$.

4.2.2 Estudio del lugar geométrico de las raíces

Análogamente al caso de los osciladores activos-R basados en el amplificador operacional, en los osciladores realizados con amplificadores operacionales realimentados en corriente, el estudio del lugar geométrico de las raíces (L.G.R.) permite determinar la posición de las raíces de la ecuación característica del circuito para distintos valores de los parámetros a_i y b_i . En concreto, realizar la aproximación del L.G.R. en las proximidades del eje $j\omega$ por una parábola, permite determinar el valor de la parte real e imaginaria de los polos en el arranque del oscilador.

Sustituyendo la expresión (4.2) en (4.1) y expresando $T(s)$ en forma normalizada como producto de ceros y polos se obtiene:

$$T(s) = \frac{k}{(s - p_1^{(1)}) \cdot (s - p_2^{(1)}) \cdot (s - p_1^{(2)}) \cdot (s - p_2^{(2)})} \quad (4.5)$$

donde

$$k = -b_1 \cdot b_2 \cdot (R_o \cdot \omega_1 \cdot \omega_2)^2 \quad (4.6)$$

y

$$p_{1,2}^{(i)} = \frac{-(\omega_1 + \omega_2) \pm \sqrt{\omega_2^2 - 4 \cdot \omega_2 \cdot \omega_1 (1 - a_i \cdot R_o)}}{2} \quad (4.7)$$

$(i = 1,2)$

A partir de las expresiones anteriores puede representarse el L.G.R. para distintos valores de los parámetros a_i y b_i . Una condición necesaria para que el L.G.R. intersecte al eje imaginario por puntos diferentes al origen del plano s y, por tanto, exista posibilidad de oscilación es que los signos de los parámetros b_1 y b_2 sean distintos, lo que equivale a asegurar realimentación negativa con $k > 0$.

Por otra parte, los parámetros a_1 y a_2 determinan el punto de partida del lugar geométrico de las raíces correspondiente a la ganancia de lazo $T(s)$ y, por tanto, el margen de valores que puede tomar la frecuencia de oscilación. En las Figuras 4.2 a 4.4 se muestran 3 L.G.R. obtenidos para 3 casos de interés, en los que el corte con el L.G.R. se produce a frecuencias distintas. Así en la Figura 4.2 la frecuencia de oscilación teórica estaría entorno a los $110 \cdot 10^6$ rad/s, mientras que en la Figura 4.4 se muestra el L.G.R. de un oscilador que alcanzaría los $290 \cdot 10^6$ rad/s. En cuanto al parámetro k (expresión (4.6)), puede observarse que a diferencia de lo que ocurre en el diseño con amplificadores operacionales, dicho parámetro no presenta una cota superior teórica. En todo caso las limitaciones serán de índole práctica dependiendo de la implementación del parámetro mediante resistencias.

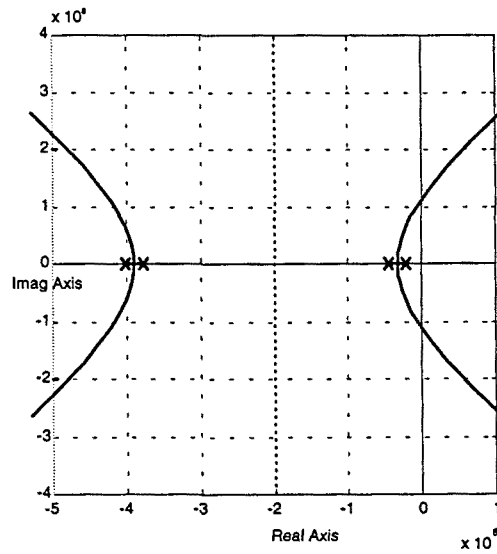


Figura 4.2 Lugar geométrico de las raíces correspondiente al diagrama de bloques de la Figura 4.1 para $a_1=-10^{-4}$ y $a_2=-2\cdot 10^{-4}$ (se consideran CFOAs iguales con $R_o=1=10^6$, $\omega_1=200\cdot 10^3$ rad/s, $\omega_2=420\cdot 10^6$ rad/s)

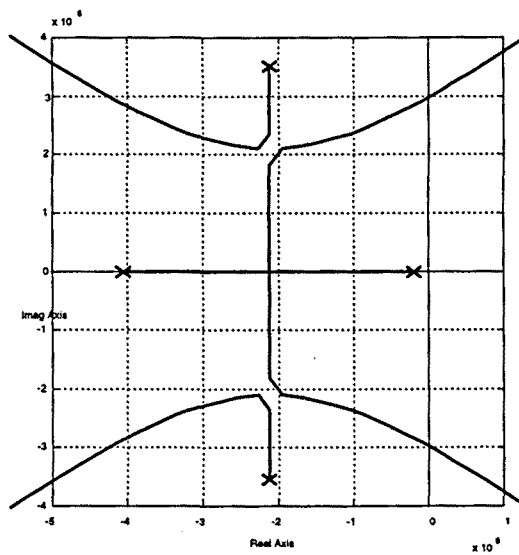


Figura 4.3 Lugar geométrico de las raíces correspondiente al diagrama de bloques de la Figura 4.1 para $a_1=-10^{-4}$ y $a_2=-2\cdot 10^{-3}$ (se consideran CFOAs iguales con $R_o=1=10^6$, $\omega_1=200\cdot 10^3$ rad/s, $\omega_2=420\cdot 10^6$ rad/s)

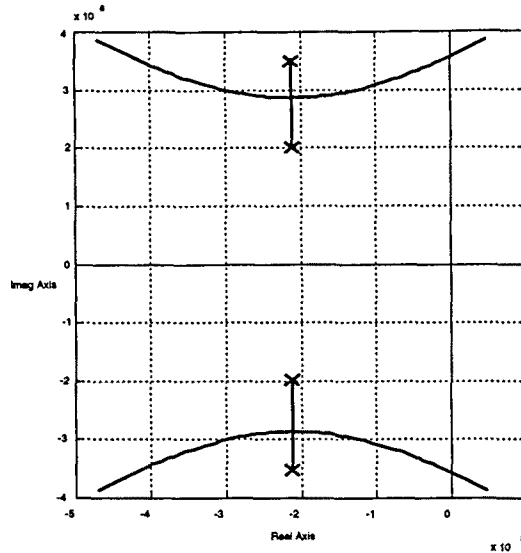


Figura 4.4 Lugar geométrico de las raíces correspondiente al diagrama de bloques de la Figura 4.1 para $a_1=-10^{-3}$ y $a_2=-2 \cdot 10^{-3}$ (se consideran CFOAs iguales con $R_o=1=10^6$, $\omega_1=200 \cdot 10^3$ rad/s, $\omega_2=420 \cdot 10^6$ rad/s)

La aproximación del L.G.R. en las proximidades del eje $j\omega$ permite al igual que en el diseño con amplificadores operacionales obtener la expresión de la parte real e imaginaria de los polos en el arranque. Siguiendo los pasos indicados en el capítulo 2, para realizar esta aproximación se obtiene que la expresión de la parábola que aproxima el L.G.R. es:

$$(s^2 - 2\sigma_1 s + \gamma_1^2) = 0 \tag{4.8}$$

donde

$$\sigma_1 \cong (a_1 a_2 - b_1 b_2) \frac{(R_o \cdot \omega_1)^2}{\omega_2} + \frac{(a_1 + a_2) \cdot R_o \omega_1}{2} - \frac{(a_1 + a_2)^2 (R_o \cdot \omega_1)^2}{4\omega_2} - \omega_1 \tag{4.9}$$

La validez de esta aproximación se restringe a los casos en que dos de las raíces están situadas muy cerca del eje imaginario ($\sigma_1 \ll \omega_2/2$). Son precisamente estos casos los de interés en el diseño de osciladores, pues son los que se traducen en una distorsión menor en la señal de salida. La parte real de los polos σ_1 , permitiría establecer una Figura de Mérito relacionada con la distorsión del circuito tal y como se hace en [CEL93] para el valor de σ_1 máximo alcanzable por el diseño.

4.3 Aplicación al diseño de osciladores

Debido a que en este caso los elementos activos del oscilador-R son elementos de transimpedancia, una de las variables de interés es la corriente de salida del nodo inversor. La Figura 4.5 presenta una posible topología con un único CFOA que permite controlar independientemente las contribuciones de las variables eléctricas del circuito a dicha corriente.

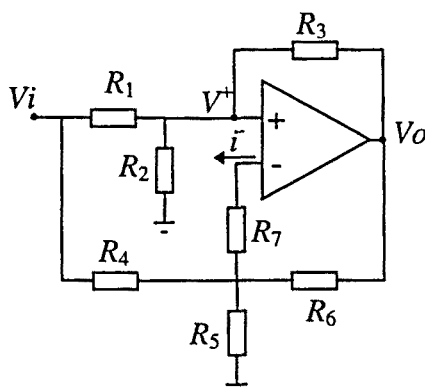


Figura 4.5 Circuito base del oscilador activo-R que comprende un CFOA y 7 resistencias.

El objetivo de este apartado es, a partir del análisis y simplificación de la estructura anterior, sintetizar un oscilador activo-R con 2 CFOAs y con el menor número de resistencias que permitan el ajuste independiente de los parámetros del oscilador.

Suponiendo que el *buffer* de entrada del CFOA copia perfectamente la tensión del nodo de entrada positivo en el negativo, y que la impedancia de salida de este último es despreciable, se obtienen las siguientes expresiones que relacionan las variables de entrada y salida:

$$i^- = \left(\frac{R_{12}}{R_{12} + R_3} - \frac{R_{45}}{R_{45} + R_7} \right) \cdot V_o + \left(\frac{R_{23}}{R_{23} + R_1} - \frac{R_{56}}{R_{56} + R_7} \right) \cdot V_i \quad (4.10)$$

donde:

$$R_{ij} = R_i // R_j \quad \text{y} \quad R_{ijk} = R_i // R_j // R_k \quad (4.11)$$

Un oscilador activo-R como el que representa el diagrama de bloques de la Figura 4.1 está compuesto por dos amplificadores en cascada de topología similar al presentado en la

Figura 4.5. En cada uno de estos amplificadores la tensión de entrada corresponde con la tensión de salida del otro. Por lo tanto, pueden definirse las variables a_i y b_i como:

$$b_i = \left(\frac{R_{23}}{R_{23} + R_1} - \frac{R_{56}}{R_{56} + R_7} \right) \frac{R_7 + R_{456}}{R_4 + R_{567}} \quad (4.12a)$$

$$a_i = \left(\frac{R_{12}}{R_{12} + R_3} - \frac{R_{45}}{R_{45} + R_7} \right) \frac{R_7 + R_{456}}{R_6 + R_{457}} \quad (4.12b)$$

La expresión para la frecuencia de oscilación (4.4) muestra que para obtener una alta frecuencia de oscilación el signo de los parámetros a_1 y a_2 debe ser negativo. Por otro lado, para que el L.G.R. corte al eje imaginario por puntos diferentes al origen, es necesario asegurar que los signos de b_1 y b_2 sean distintos. Por lo tanto, si el oscilador se compone de dos amplificadores como los de la Figura 4.5 conectados en cascada debe imponerse que, por ejemplo, en uno de ellos se implementen los parámetros a_1 y b_1 negativos, y en el otro, a_2 sea negativo mientras b_2 sea positivo.

Por otra parte, es conveniente utilizar una implementación sencilla de los parámetros a_1 , a_2 , b_1 , b_2 de forma que para controlar el valor de uno de estos parámetros tenga que modificarse el menor número de resistencias posible.

De las expresiones (4.12a) y (4.12b) se deduce que si en un mismo amplificador se pretende implementar los parámetros a_1 y b_1 de manera que ambos sean negativos, basta con anular la resistencia R_2 , siendo R_3 y R_1 no nulas. Para este caso el valor concreto de las resistencias R_1 y R_3 , resulta superfluo y es conveniente sustituirlas por circuitos abiertos, para no aumentar el consumo de corriente. Si se anula también la resistencia R_7 ($R_7=0$), y se suprime la resistencia R_5 (se sustituye por un circuito abierto), cada uno de los parámetros dependerá del valor de una única resistencia, consiguiendo así simplificar el circuito al máximo. En este caso los parámetros a_1 y b_1 vienen dados por:

$$b_1 = -\frac{1}{R_4} \quad (4.13a)$$

$$a_1 = -\frac{1}{R_6} \quad (4.13b)$$

El otro de los amplificadores que componen el oscilador debe imponer $a_2 < 0$ y $b_2 > 0$ simultáneamente. Observando de nuevo las expresiones (4.12a) y (4.12b), se obtiene que cortocircuitando la resistencia R_1 para un valor no nulo de R_3 , se asegura un valor negativo

para el parámetro a_2 . Un valor positivo para b_2 se obtiene sustituyendo la resistencia R_4 por un circuito abierto. Cortocircuitando además la resistencia R_7 se obtiene el siguiente valor para los parámetros a_2 y b_2 :

$$a_2 = -\frac{1}{R_6} \quad (4.14a)$$

$$b_2 = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \quad (4.14b)$$

La topología que resulta aplicando las condiciones anteriores conduce a un oscilador activo-R con únicamente 4 resistencias que permite variar independientemente los 4 parámetros a_1 , a_2 , b_1 y b_2 . En la Figura 4.4 se representa el circuito resultante donde se han cambiado el nombre de las resistencias de manera que los parámetros a_i y b_i se expresan como:

$$a_1 = -\frac{1}{R_d}, \quad b_1 = -\frac{1}{R_c}, \quad a_2 = -\frac{1}{R_b} \quad \text{y} \quad b_2 = \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} \quad (4.15)$$

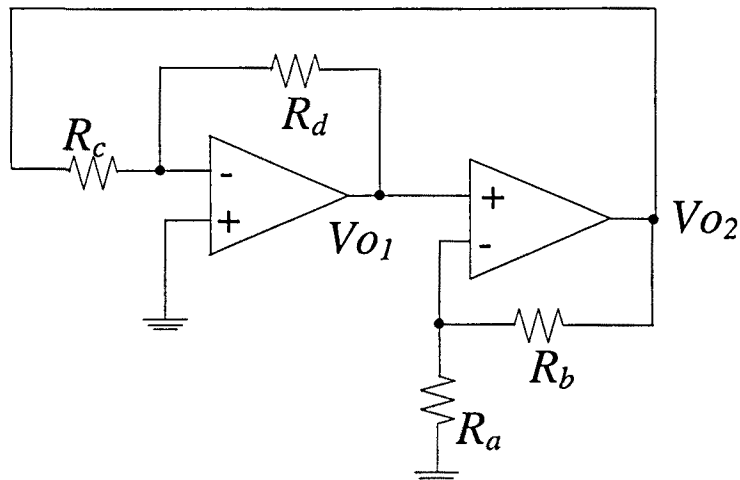


Figura 4.6 Topología de un circuito oscilador activo-R con el menor número de elementos que permite controlar independientemente el valor de los parámetros a_i y b_i .

Las ecuaciones de diseño del circuito son las ecuaciones (4.3) y (4.4) que relacionan la frecuencia de oscilación y la condición de oscilación con los parámetros del circuito. A partir de la ecuación (4.4) se obtiene el valor necesario de la suma (a_1+a_2) para obtener la frecuencia de oscilación deseada y a partir de la ecuación (4.3), se obtiene el valor mínimo que ha de tener el producto $b_1 \cdot b_2$ para que se cumpla la condición de oscilación. Por comodidad en el diseño se elige implementar $a_1=a_2$, de manera que las resistencias R_d y R_b

sean iguales. Los resultados han sido obtenidos utilizando el circuito integrado de Elantec EL2020, que es un CFOA con un ancho de banda a ganancia unidad de 50 MHz. A partir de las ecuaciones (4.3) y (4.4), y de los valores R_o , ω_l y ω_2 incluidos en el macromodelo del fabricante para el EL2020 [ELA91], puede ser calculado el valor de las resistencias necesarias para obtener una determinada frecuencia de oscilación.

Se han realizado pruebas experimentales de varios diseños a diferentes frecuencias cuyos resultados se muestran en la Figuras 4.8 a 4.11. Algunas diferencias (menores al 10%) se han encontrado entre la frecuencia teórica esperada y la obtenida experimentalmente debido al proceso de estabilización de amplitud (de la misma forma que en los osciladores activos-R basados en el AO) y a efectos parásitos de segundo orden del CFOA. El más importante de estos efectos es la resistencia de su entrada no inversora. La inclusión de esta impedancia (R_{inv}) no modifica las ecuaciones de diseño (4.3) y (4.4) pero cambia la realización de los parámetros a_1 , a_2 , b_1 y b_2 . En la Figura. 4.7 se representa el circuito propuesto para el diseño de un oscilador en alta frecuencia en el que se muestra también la resistencia R_{inv} .

Si se tiene en cuenta la resistencia del nodo inversor R_{inv} , la expresión de los parámetros a_1 , a_2 , b_1 y b_2 queda:

$$\begin{aligned}
 a_2 &= -\frac{R_a}{R_a + R_{inv}} \cdot \frac{1}{R_b + R_a // R_{inv}}, & b_2 &= \frac{1}{R_a // R_b + R_{inv}} \\
 a_1 &= -\frac{R_c}{R_c + R_{inv}} \cdot \frac{1}{R_d + R_c // R_{inv}} \\
 \text{y } b_1 &= -\frac{R_d}{R_d + R_{inv}} \cdot \frac{1}{R_c + R_d // R_{inv}}
 \end{aligned}
 \tag{4.16}$$

Como puede observarse en las expresiones anteriores, la inclusión de la resistencia R_{inv} hace que estos parámetros dejen de ser independientes.

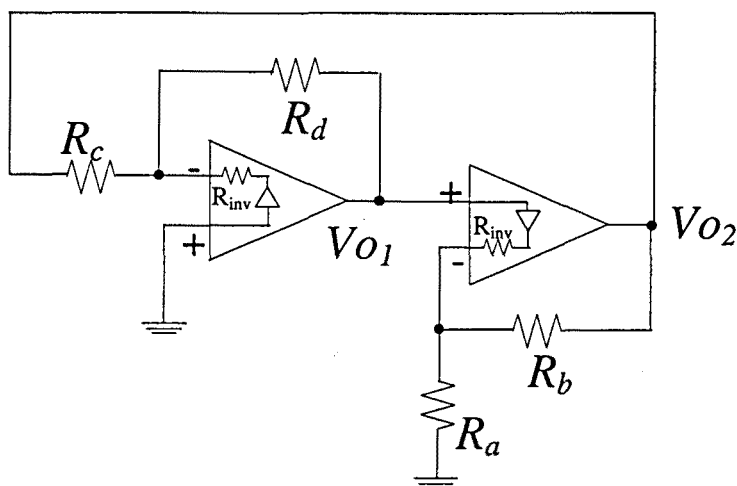


Figura 4.7 Topología de un circuito oscilador activo-R con el menor número de elementos en el que se ve representada la resistencia de salida de la entrada no inversora R_{inv} .

En la Tabla 4.1 se presentan el valor de las resistencias calculadas a partir de las ecuaciones de diseño y de la expresión (4.15), así como la frecuencia teórica y la frecuencia medida en la realización experimental del circuito. Las diferencias entre el valor teórico y el experimental son debidas, además de las razones arriba descritas, al hecho de que es difícil saber el valor exacto del segundo polo de la función de transferencia de los CFOAs. Al igual que en el caso de amplificadores operacionales, el valor del segundo polo de un CFOA a otro puede ser muy distinto, y el dato proporcionado por el fabricante no es más que una estimación del valor medio, entre los distintos valores posibles.

R_a	R_b	R_c	R_d	Frecuencia teórica	Frecuencia medida
6330	557	1200	557	60 MHz	54 MHz
6791	817	673	818	50 MHz	45.3 MHz
1590	1340	711	1335	40 MHz	38 MHz
330	2367	2370	2366	30 MHz	25.3 MHz

Tabla 4.1 Valores de resistencias utilizados en las realizaciones experimentales del circuito de la Figura 4.3.

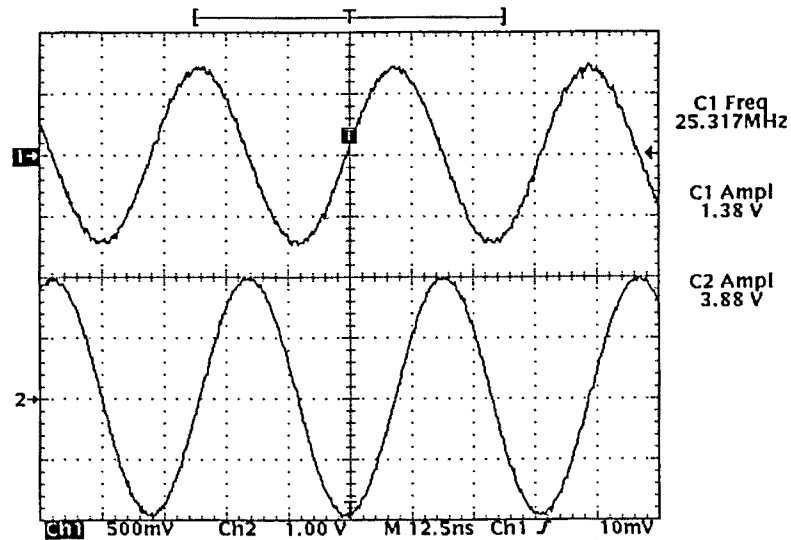


Figura 4.8 Formas de onda obtenidas en las salidas V_{O1} y V_{O2} del circuito de la Figura 4.3.
 Frecuencia de oscilación: 25.3 MHz.
 Amplitudes: señal V_{O1} : 1.4 Vpp; señal V_{O2} : 3.9 Vpp.

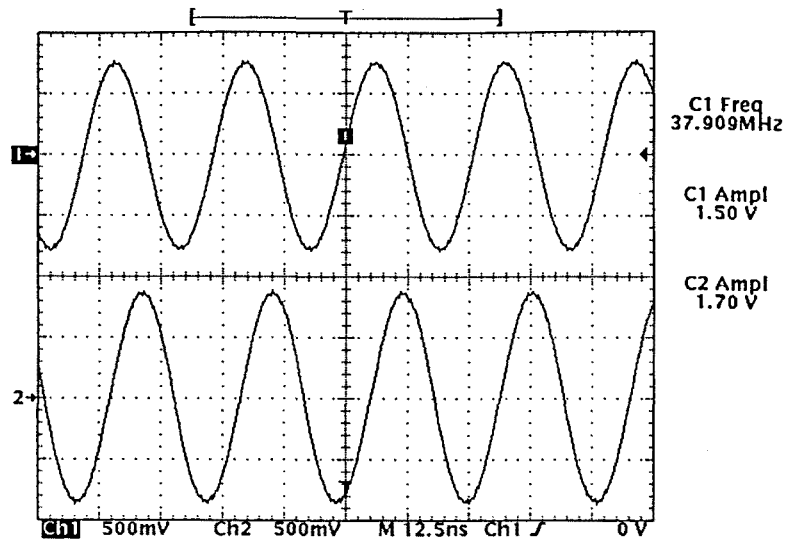


Figura 4.9 Formas de onda obtenidas en las salidas V_{O1} y V_{O2} del circuito de la Figura 4.3
Frecuencia de oscilación: 38 MHz.
Amplitudes: señal V_{O1} : 1.5 Vpp; señal V_{O2} : 1.7 Vpp.

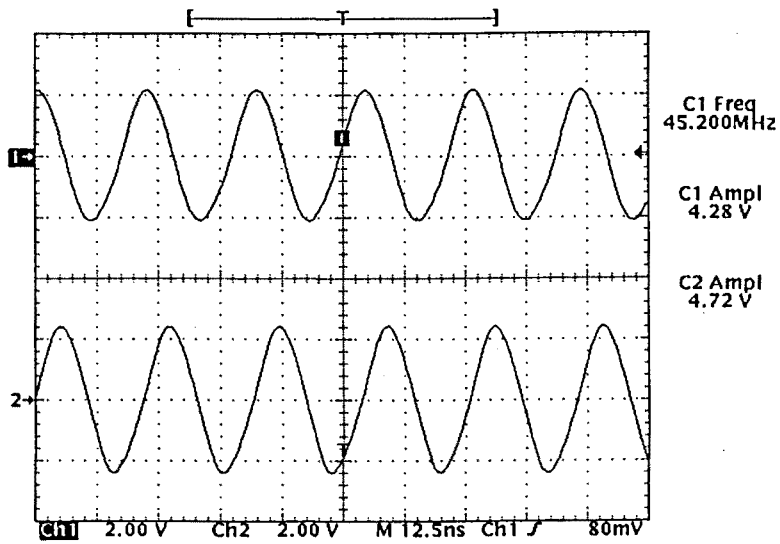


Figura 4.10 Formas de onda obtenidas en las salidas V_{O1} y V_{O2} del circuito de la Figura 4.3.
Frecuencia de oscilación: 45.2 MHz.
Amplitudes: señal V_{O1} : 4.3 Vpp; señal V_{O2} : 4.7 Vpp.

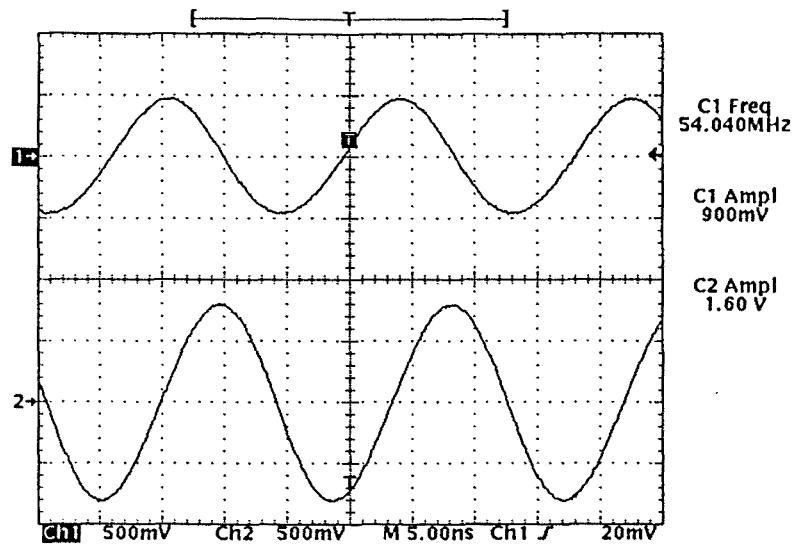
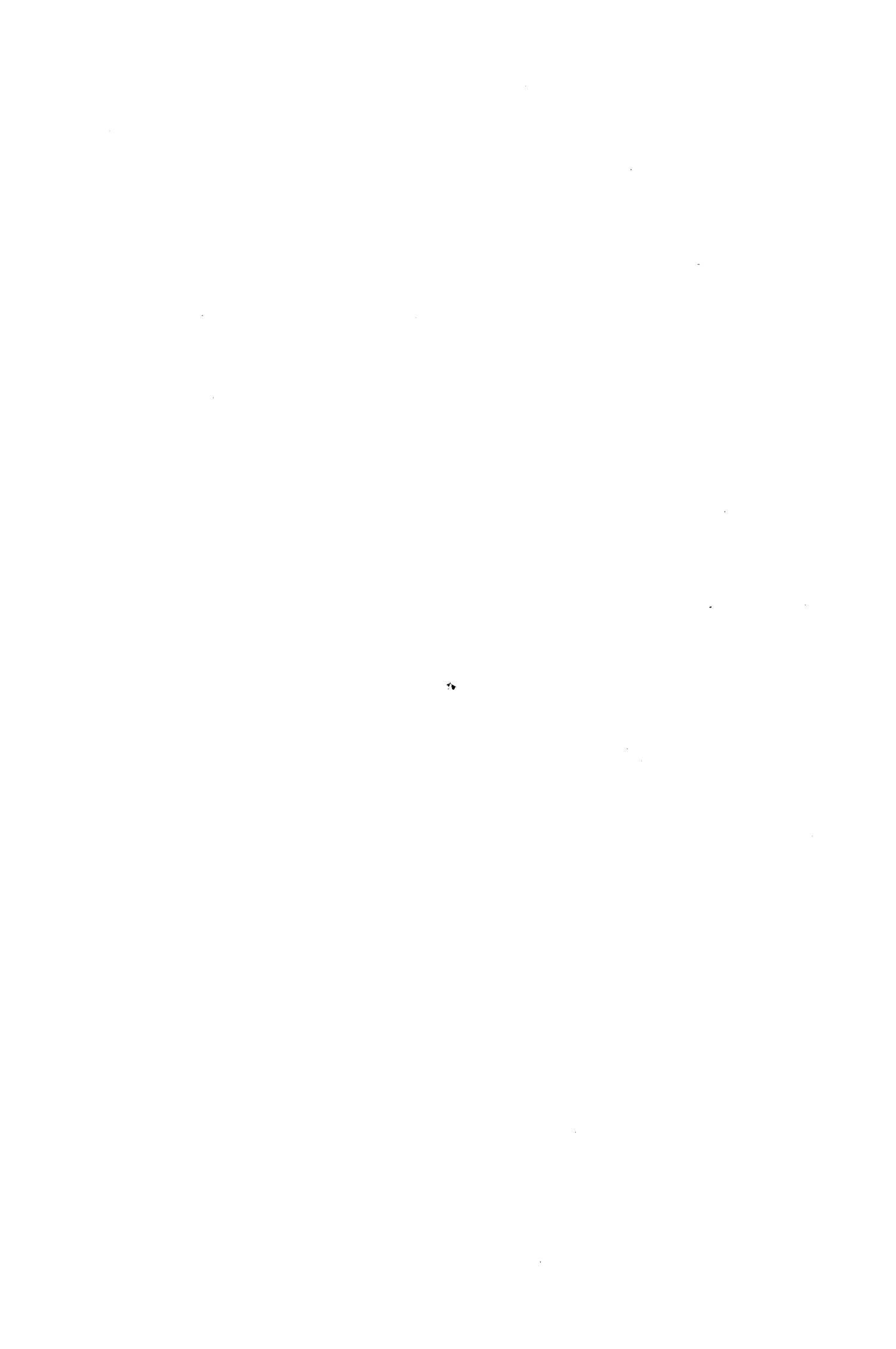


Figura 4.11 Formas de onda obtenidas en las salidas V_{O1} y V_{O2} del circuito de la Figura 4.3
Frecuencia de oscilación: 54 MHz.
Amplitudes: señal V_{O1} : 900 mVpp; señal V_{O2} : 1.6 Vpp.

4.4 Conclusiones

Se ha presentado un modelo genérico para osciladores activos-R basados en el amplificador operacional realimentado en corriente. Tomando como base este modelo, pueden diseñarse osciladores de frecuencia cercana al ancho de banda a ganancia unidad del CFOA. La condición y la frecuencia de oscilación se controlan mediante resistencias, lo que permite que este circuito pueda ser controlado electrónicamente. Han sido montados diversos circuitos a diferentes frecuencias de oscilación, y todos ellos presentaban una gran coincidencia con las predicciones teóricas. La gran ventaja que presenta la realización del oscilador con CFOA frente a la realización alternativa con AO se basa en que estos últimos tienen limitada la máxima tensión a la salida por efecto del '*slew-rate*'. Los CFOAs sin embargo, permiten obtener oscilaciones de varios voltios de amplitud a frecuencias de decenas de MHz debido a que su constitución interna como circuito procesador de corriente, no limita la variación máxima que puede sufrir la tensión de salida, y por tanto, esta tensión no se ve limitada por el aumento de la frecuencia.



Análisis y diseño de circuitos generadores de
señales triangulares en cuadratura

Capítulo 5

Análisis y diseño de circuitos generadores de señales triangulares en cuadratura

5.1 Introducción

Existen dos categorías básicas en las que clasificar los generadores de señal: osciladores sintonizables y osciladores de relajación [FRA88]. Los osciladores sintonizables emplean conceptos de realimentación para crear un par de polos complejos conjugados exactamente en el eje imaginario del plano complejo, o en una posición muy cercana a éste de manera que se obtiene una señal sinusoidal de muy baja distorsión. Como se ha visto en los capítulos anteriores, en este tipo de generadores de señal, pueden emplearse técnicas de análisis lineal, como son las funciones de transferencia en el dominio de la frecuencia, para el análisis y/o diseño del circuito. Para analizar la inherente parte no lineal del circuito (sin la cual no podría existir un proceso de estabilización de amplitud) pueden emplearse en este tipo de circuitos, técnicas no lineales como la de la Función Descriptiva. Esta técnica permite aproximar los elementos no lineales, por equivalentes 'lineales' con el fin de poder seguir utilizando técnicas en el dominio de la frecuencia para analizar el sistema resultante.

Los osciladores de relajación emplean biestables, comparadores, interruptores, puertas lógicas y/o *flip-flops* para cargar y descargar repetidamente un condensador [FRA88]. Las formas de onda típicas así obtenidas son señales triangulares, cuadradas, en diente de sierra, exponenciales, o de pulsos. En este tipo de circuitos no son válidas las técnicas en el dominio de la frecuencia, pues son circuitos no lineales en los que, en general, no se dan las condiciones suficientes para aplicar técnicas como la Función Descriptiva [SLO91]. De hecho en este tipo de circuitos no es posible obtener la solución completa en una única expresión, sino que se requiere el análisis paso a paso de los diferentes estados del sistema. En estos circuitos suelen emplearse análisis temporales paso a paso, o técnicas no lineales como el análisis del plano de fase. El plano de fase [SLO91] es un método gráfico que permite estudiar sistemas no lineales de como máximo segundo orden. La idea básica es resolver una ecuación diferencial gráficamente, en lugar de buscar una solución analítica. La solución es una familia de trayectorias en un plano de dos dimensiones, llamado el plano de fase, que permite visualizar los patrones de movimiento del sistema.

En muchos circuitos electrónicos se requiere una señal que tenga una pendiente constante de cambio. Ejemplos de aplicaciones de este tipo son los generadores de base de tiempos en los visualizadores de tubos de rayos catódicos y los voltímetros analógicos entre otros. Estos generadores de señales triangulares suelen realizarse con comparadores e integradores conectados en cascada, de manera que se genera simultáneamente una señal triangular y una señal cuadrada [NAT94] o a partir de multivibradores astables que generan una señal cuadrada que se hace pasar por un circuito integrador para convertirla en triangular [MAD94].

Existen básicamente dos tipos de circuitos que permiten generar simultáneamente una señal cuadrada y una señal triangular. El primero de ellos (Figura 5.1) se compone de un comparador con histéresis y un integrador, uno de ellos inversor, y el segundo (Figura 5.2) consta de dos bloques integradores intercalados con dos comparadores, uno de ellos inversor.

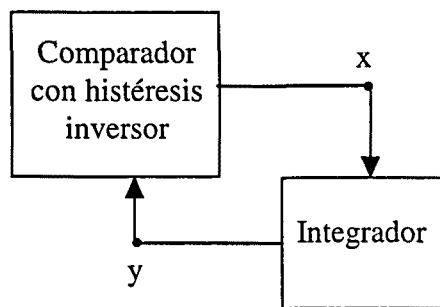


Figura 5.1. Diagrama de bloques de un circuito que permite generar simultáneamente una señal cuadrada (x) y una señal triangular (y).

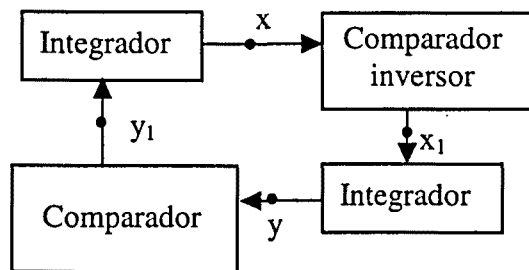


Figura 5.2. Diagrama de bloques de un circuito que permite generar simultáneamente dos señales cuadradas (x_1 , y_1) y dos señales triangulares en cuadratura (x, y).

Para el primero de los diagramas (Figura 5.1), el arranque y la estabilización del circuito quedan determinados por su propio principio de funcionamiento. La salida del comparador con histéresis es la entrada del integrador, que genera una señal de pendiente proporcional a esta tensión de salida. El máximo de la señal triangular, se obtiene cuando la salida del integrador, alcanza el valor necesario para que el comparador cambie de estado (V_{TH} en la Figura 5.3). Con este nuevo estado como entrada del integrador, la pendiente de la señal que éste genera cambia de signo y evoluciona hasta alcanzar el segundo valor de cambio en la entrada del comparador (V_{TL} en la Figura 5.3). El comparador pasa a tener en su salida el valor inicial. Este proceso se repite de manera que se genera una señal cuadrada cuya

amplitud es la tensión de salida del comparador, y una señal triangular cuya amplitud máxima y mínima corresponde con los valores de entrada al comparador que hacen que éste cambie de estado. En este tipo de circuitos queda perfectamente determinado cuál es el proceso de arranque y de estabilización de amplitud de la señal generada [RAM92].

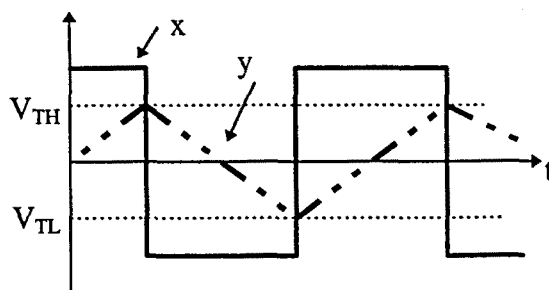


Figura 5.3. Formas de onda características del circuito de la Figura 5.1.

El diagrama de la Figura 5.2. permite obtener simultáneamente señales triangulares y cuadradas en cuadratura. La salida de los bloques integradores corresponden a señales triangulares, mientras que las salidas de los bloques comparadores corresponden a señales cuadradas, o rectangulares según los valores con los que se haya implementado el circuito. En sentido estricto la noción de cuadratura significa un desfase de 90° entre dos señales sinusoidales de la misma amplitud y frecuencia, pero puede extenderse el concepto en el caso de señales triangulares de manera que se dice que dos señales triangulares están en cuadratura cuando el paso de la primera por cero implica el paso de la segunda por un máximo (o mínimo) y viceversa [MAR93].

5.2 Circuito generador de señales triangulares y cuadradas en cuadratura

En la Figura 5.4 se representan dos señales triangulares en cuadratura en función del tiempo. A partir de esta representación pueden obtenerse las ecuaciones correspondientes a cada zona de funcionamiento del circuito, que permiten relacionar las dos señales en una representación analítica en términos de dos ecuaciones diferenciales. Las dos ecuaciones diferenciales que representan la dinámica del circuito son:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \omega \cdot \text{signo}(y) \\ \dot{y} &= -\omega \cdot \text{signo}(x) \end{aligned} \quad (5.1a)$$

donde la función $\text{signo}(x)$ vale 1 si x es positiva y -1 en caso contrario; \dot{x} , \dot{y} son las derivadas temporales de x e y , y ω es una constante positiva.

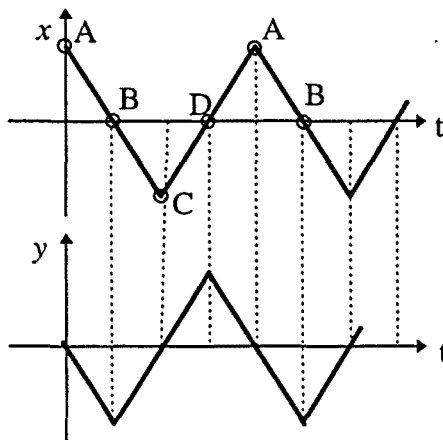


Figura 5.4. Formas de onda características de dos señales triangulares en cuadratura.

A partir de estas ecuaciones diferenciales puede representarse la trayectoria en el plano de fase de las señales x e y (Figura 5.5) teniendo en cuenta que:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{\dot{x}}{\dot{y}} = \frac{\text{signo}(y)}{-\text{signo}(x)} \quad (5.1b)$$

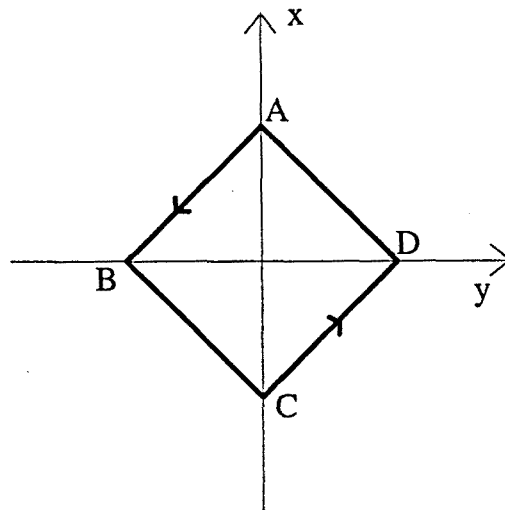


Figura 5.5. Trayectoria en el plano de fase correspondiente a las señales de la Figura 5.4.

El circuito que permite implementar dichas ecuaciones es el que se representa en la Figura 5.6. Como ya se había comentado se compone de dos integradores y dos comparadores intercalados y conectados en cascada con los anteriores. Uno de los comparadores debe ser inversor para un correcto funcionamiento del circuito.

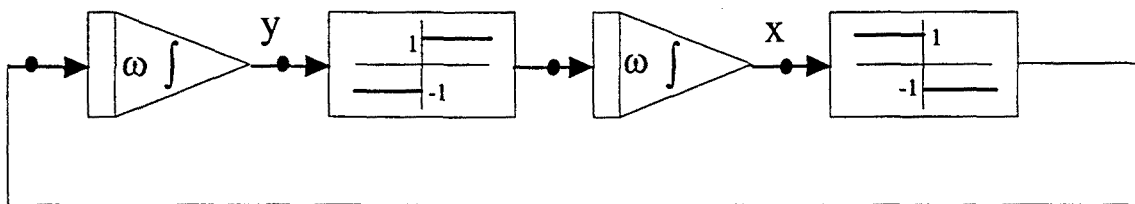


Figura 5.6. Diagrama de bloques que implementa la ecuación (5.1).

Como el sistema descrito en (5.1) es un sistema conservativo, la amplitud de las oscilaciones depende de las condiciones iniciales de las variables en el plano de fase. Sin embargo, en la implementación electrónica del circuito la amplitud en régimen permanente de la onda triangular es independiente de las condiciones iniciales. La amplitud en régimen permanente de estas señales coincide con la máxima tensión de salida del integrador, que puede venir determinada por la saturación del amplificador operacional o por la limitación mediante diodos zéner de la tensión en el condensador. Este comportamiento puede observarse en las realizaciones experimentales del circuito.

La descripción del circuito dado en las ecuaciones (5.1) sólo es válido para el comportamiento del oscilador en régimen permanente, una vez se ha producido el arranque y la estabilización en amplitud. Así las trayectorias de la Figura 5.5 no contemplan el recorrido correspondiente al régimen transitorio. Además estas ecuaciones sólo podrían representar un sistema ideal en el que los comparadores y los integradores realizan su función sin ningún tipo de limitación práctica.

La realización electrónica típica [PIM78]-[KAP79] del sistema utiliza 4 amplificadores operacionales. Dos de ellos se utilizan en configuración de lazo abierto con el fin de implementar la función de comparación. Los integradores se realizan en configuración inversora estándar, tal y como se muestra en la Figura 5.7.

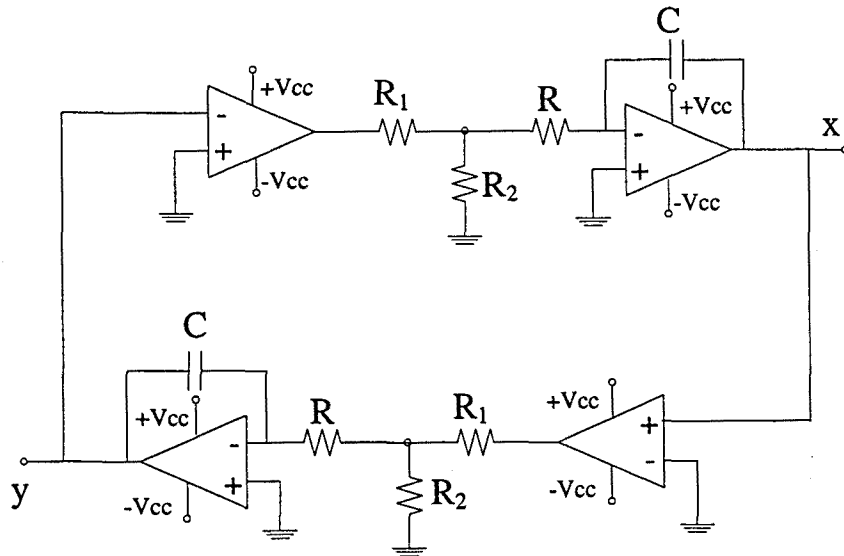


Figura 5.7. Diagrama del circuito generador de señales triangulares en cuadratura.

Si los comparadores y los integradores así implementados pudieran considerarse ideales, de manera que las ecuaciones dadas en (5.1) describieran perfectamente las relaciones entre las distintas variables, el circuito oscilaría a una amplitud determinada por la tensión inicial en la salida de los integradores. Estas tensiones definen un punto en el plano x, y por el que pasaría la trayectoria de la Figura 5.5.

En una implementación práctica no suele imponerse una tensión inicial en este punto, por lo que teóricamente la amplitud de la señal triangular sería muy pequeña, de hecho del orden de las tensiones de offset de los operacionales empleados. En una realización práctica del circuito se constata sin embargo, que, a pesar de no imponer ninguna condición inicial a las amplitudes de las salidas de los integradores, se consiguen obtener señales triangulares de varios voltios de amplitud. Debe existir por tanto algún proceso que haga que las señales puedan crecer desde valores muy pequeños hasta el valor final, y por supuesto, debe existir también algún proceso responsable de que esta amplitud se mantenga estable en el régimen permanente.

El objetivo de este trabajo es mostrar que el *slew-rate* del amplificador operacional produce el crecimiento de las tensiones en el arranque, mientras que la estabilización de amplitud es principalmente causada por la limitación en la tensión de salida de los integradores.

5.3 Análisis de la Respuesta Transitoria

El método que se ha empleado para el análisis del circuito, es el método basado en el análisis del plano de fase. Como se ha comentado anteriormente, el análisis en el plano de fase es un método gráfico para el estudio de sistemas de primer o segundo orden, por lo tanto, válido para el análisis de un sistema basado en las ecuaciones dadas en (5.1). La idea básica es generar en el espacio de estado del sistema (un plano de dos dimensiones llamado el plano de fase), trayectorias de movimiento correspondientes a varias condiciones iniciales, de manera que observando la trayectoria puede extraerse información sobre la estabilización u otros patrones de movimiento del sistema.

Existen varios métodos para construir trayectorias en el plano de fase para sistemas lineales o no lineales, tales como el denominado método analítico, el método de las Isoclinas, el método Delta, el método de Lienard y el método Pell [SLO91]. El método que se utilizará en este capítulo para resolver las ecuaciones que definen el circuito generador de señal es el método analítico, escogido principalmente por su simplicidad. Este método implica la solución analítica de las ecuaciones diferenciales que describen el sistema. Existen dos técnicas para generar la representación del plano de fase analíticamente [SLO91]. Ambas técnicas conducen a una relación funcional entre dos variables x e y en la forma:

$$g(x, y, c) = 0 \quad (5.2)$$

donde la constante c representa el efecto de las condiciones iniciales. La técnica empleada en este trabajo consiste en resolver las ecuaciones que relacionan la variables x e y (ecuación 5.1) en función del tiempo:

$$x(t) = g_1(t) \quad y(t) = g_2(t) \quad (5.3)$$

para posteriormente eliminar t de estas ecuaciones, llegando a la relación funcional en la forma (5.2) que permite dibujar el plano de fase.

Para una mayor comodidad en el análisis se definen 4 variables en el circuito que corresponden a la salida de los integradores (x_2 y x_4) y a las salidas de los comparadores (x_1 y x_3) (Figura 5.8), de manera que la ecuación (5.1) puede reescribirse como indica (5.4) siempre que se supongan ideales los bloques que componen el circuito. Se tiene en cuenta además, que los comparadores puedan dar una salida en tensión diferente a la unidad, añadiendo a las ecuaciones la constante V_{sat} . Las variables escogidas para la representación del plano de fase son las que corresponden a la salida de los integradores x_2 y x_4 .

$$\begin{aligned} x_1 &= -V_{sat} \cdot \text{signo}(x_4) \\ \dot{x}_2 &= \omega \cdot x_1 \\ x_3 &= V_{sat} \cdot \text{signo}(x_2) \\ \dot{x}_4 &= \omega \cdot x_3 \end{aligned} \quad (5.4)$$

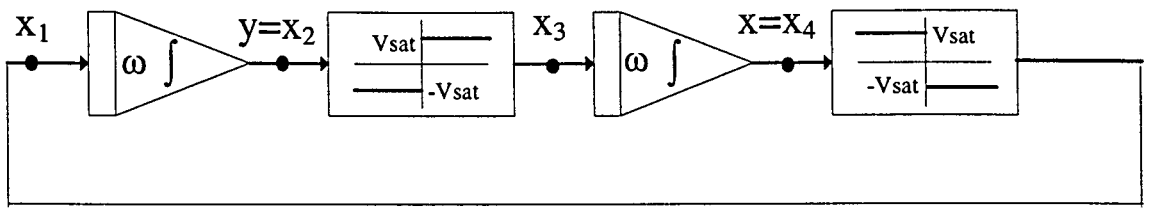


Figura 5.8. Diagrama de bloques que implementa la ecuación (5.4).

En la implementación de los comparadores del circuito se emplean amplificaciones operacionales o circuitos específicos. Tanto en un caso como en el otro existe una limitación en la rapidez con la que el comparador real podrá conmutar entre sus salidas. En el análisis que se realiza a continuación se supone que el comparador está implementado con un amplificador operacional en circuito abierto, pero de hecho los resultados son perfectamente aplicables a un circuito comparador específico.

Si la función signo(x) de (5.1) se realiza con un amplificador operacional en configuración de lazo abierto, como se representa en la Figura 5.7, la tensión de salida de dicho operacional será la tensión de saturación positiva o la negativa ($+V_{sat}$ o $-V_{sat}$) dependiendo del signo de la entrada. La pendiente de salida de un amplificador operacional está limitada a un valor máximo llamado *slew-rate* [SOL77]. Cuando el signo de la entrada cambia, la salida evoluciona linealmente de un valor de saturación al otro con una pendiente limitada por el valor del *slew-rate*.

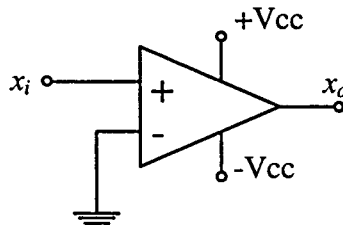


Figura 5.9. Circuito comparador que implementa la función signo de la ecuación (5.1)

En el comparador real (Figura 5.9) la salida x_o se define según un modelo linealizado a tramos $f(x_i)$ según indica la siguiente expresión:

$$x_o = f(x_i) = \begin{cases} SR(t - t_a) - V_{sat} & t_a < t < \frac{2V_{sat}}{SR} \text{ con } x_i(t_a) = 0 \text{ y } \left. \frac{dx_i}{dt} \right|_{t=t_a} > 0 \\ V_{sat} & x_i > 0 \text{ y } t > t_a + \frac{2V_{sat}}{SR} \\ -SR(t - t_b) + V_{sat} & t_b < t < \frac{2V_{sat}}{SR} \text{ con } x_i(t_b) = 0 \text{ y } \left. \frac{dx_i}{dt} \right|_{t=t_b} < 0 \\ -V_{sat} & x_i < 0 \text{ y } t > t_b + \frac{2V_{sat}}{SR} \end{cases} \quad (5.5)$$

El bloque comparador no tiene pues dos únicos estados entre los que va conmutando su salida, sino 4 estados distintos. Dos de estos estados coinciden con los ideales de saturación en el que la salida del comparador es una tensión fija que se ha denominado $+V_{sat}$ o $-V_{sat}$ según el signo de la entrada sea positivo o negativo. Los otros dos estados corresponden a estados de transición entre los de saturación, y son resultado de la limitación real que existe en la máxima pendiente de salida que puede proporcionar un comparador real. Como se ha comentado esta limitación recibe el nombre de *slew-rate* en el caso del amplificador operacional. De esta manera, la expresión que relaciona las variables x_1 y x_3 , con las variables x_2 y x_4 no es la que indica la ecuación (5.4), sino la expresada en (5.6) que tiene en cuenta la función no lineal $f(x)$.

$$\begin{aligned}x_1 &= -f(x_4) \\ \dot{x}_2 &= \omega \cdot x_1 \\ x_3 &= f(x_2) \\ \dot{x}_4 &= \omega \cdot x_3\end{aligned}\tag{5.6}$$

La inclusión de este efecto de *slew-rate* en los comparadores de la Figura 5.7, como se mostrará a continuación, permite describir la dinámica del oscilador en el régimen transitorio de arranque.

El hecho de que la característica del comparador deba definirse en estados distintos hace que no sea posible encontrar una solución analítica global para el sistema completo, y se haga necesario un análisis paso a paso. En este análisis paso a paso, los puntos de transición entre los diferentes tramos serán los puntos que determinan los cambios de estado en los comparadores, pues la característica entrada-salida de los comparadores está definida en distintas zonas de funcionamiento (expresión 5.5). Se denominará t_i al instante de tiempo en el que se produce un cambio en la forma de la señal de salida del comparador. A partir de cada instante t_i es necesario volver a resolver el sistema de ecuaciones planteado en (5.6). Por ejemplo, cada paso por cero de una de las señales triangulares implica un cambio en el comparador del que es entrada (paso del estado de saturación al estado de variación de su tensión de salida con la pendiente dada por el *slew-rate*). El consiguiente cambio en la salida del comparador, también varía la expresión de la forma de la tensión generada por el integrador que le sigue. Por lo tanto, el paso por cero de una de las señales triangulares marcará un instante t_i a partir del cual es necesario redefinir las expresiones de alguna de las variables de circuito.

En el estado inicial del circuito (cuando se conectan sus elementos y se pone en marcha la alimentación) es de esperar que las tensiones en las salidas de los integradores sean pequeñas y que los comparadores, que trabajan en lazo abierto, estén saturados. El análisis del circuito debe suponer unas condiciones iniciales en las variables, estas condiciones serán, por tanto, una pequeña tensión para las variables x_2 y x_4 , y la tensión máxima para la salida de los comparadores, x_3 y x_1 .

Si se supone que las condiciones iniciales antes de la primera transición son unas pequeñas tensiones positivas para la salida de los integradores siendo, por ejemplo, la tensión en x_4 (x_{40}) y en x_2 (x_{20}) (puede demostrarse que desde cualquier otro punto inicial, la evolución del sistema sería equivalente), uno de los comparadores estará dando la máxima tensión

positiva (+ V_{sat}) mientras el otro estará saturado negativamente (salida $-V_{sat}$). Así los puntos iniciales vendrán dados por:

$$\begin{aligned} x_2(0) &= x_{20} \\ x_4(0) &= x_{40} \\ x_1(0) &= -V_{sat} \\ x_3(0) &= +V_{sat} \end{aligned} \tag{5.7}$$

con $0 < x_{20}$ y $x_{40} \ll V_{sat}$.

La solución de (5.6) siguiendo estas condiciones iniciales será:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= -V_{sat} \\ x_2(t) &= -\omega V_{sat} \cdot t + x_{20} \\ x_3(t) &= V_{sat} \\ x_4(t) &= \omega V_{sat} \cdot t + x_{40} \end{aligned} \quad t < t_1 \tag{5.8}$$

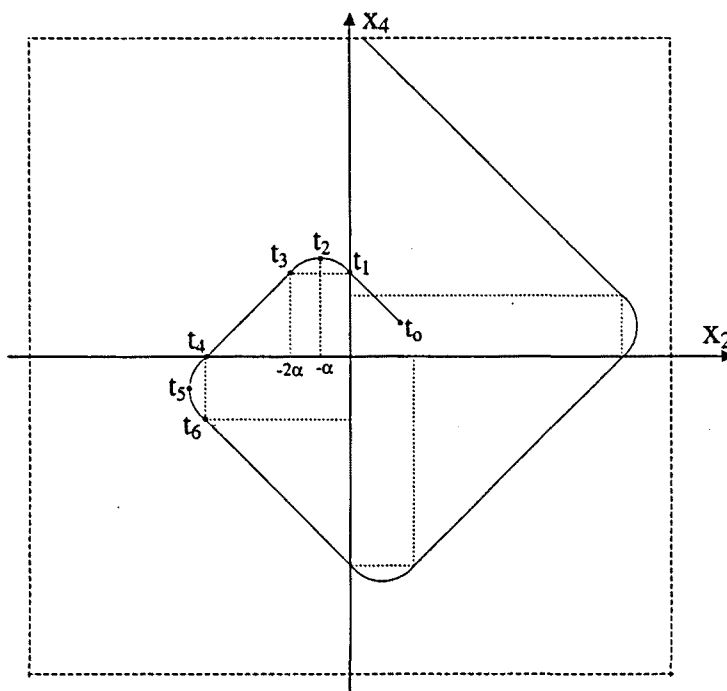


Figura 5.10. Trayectoria en el plano de fase en el transitorio de arranque.

Las variables del sistema evolucionarán como indican las expresiones anteriores, hasta el instante t_1 en el que se produzca un cambio de estado en alguno de los comparadores. La representación de las trayectorias del plano de fase del circuito de las variables x_2 y x_4 resulta en una recta que evoluciona desde el punto indicado como t_0 al punto t_1 de la Figura 5.10. Como se había comentado los cambios de estado se producen cuando la variable de entrada a un comparador cambia de signo. Para el caso definido por las expresiones (5.6), la primera transición ocurre cuando la variable x_2 alcanza el valor 0. El comparador cuya

entrada es x_2 será pues, el primero en cambiar de estado. Idealmente la salida de este comparador debería cambiar inmediatamente al estado de saturación contrario al que se encontraba (es decir, debería pasar de saturación positiva a negativa), sin embargo, y debido al *slew-rate*, el comparador pasa por un estado intermedio en el que la salida es una recta de pendiente SR (el *slew-rate* del amplificador operacional).

Si se define como t_1 el instante en el que la señal triangular x_2 alcanza el valor cero, $x_2(t_1)=0$ (Figura 5.11) la expresión de la tensión de salida en dicho comparador a partir del instante t_1 será:

$$x_3(t) = -SR(t - t_1) + V_{sat} \quad t_1 < t < t_3 \quad (5.9)$$

expresión válida hasta el instante t_3 , en el que se produce la siguiente transición entre estados.

La señal x_4 se calcula realizando la integral de la señal x_3 según indica la expresión (5.6). La nueva expresión que se obtiene para esta variable es:

$$x_4(t) = -\frac{SR\omega}{2}(t - t_1)^2 + \omega V_{sat}(t - t_1) + x_{41} \quad (5.10)$$

válida para $t_1 < t < t_3$, siendo x_{41} el valor alcanzado por la señal x_4 en el instante de tiempo $t=t_1$, en concreto $x_{41} = x_{20} + x_{40}$.

Las variables x_1 y x_2 continúan expresándose como indica (5.8). Como la señal x_2 es una función de primer orden de la variable temporal, mientras x_4 varía de forma cuadrática, la trayectoria en el plano de fase que relaciona estas dos variables pasa a ser una parábola, tal como indica la ecuación (5.11) obtenida al eliminar la variable temporal t de (5.10) y de la expresión dada en (5.8) para la variable x_2 .

$$x_4 = -\frac{SR}{2\omega V_{sat}^2} x_2^2 - x_2 + x_{41} \quad (5.11)$$

En este punto puede observarse la primera diferencia con el análisis ideal que plantea la expresión (5.1). Mientras que una concepción ideal para el cambio de estado en el comparador resultaría en una trayectoria rectilínea a partir del punto t_1 , que determinaría el valor máximo para la variable x_4 (correspondiente al punto A en la Figura 5.5.) a partir del cual x_4 decrecería, el hecho de que este cambio en el comparador real no se produzca instantáneamente, hace que la trayectoria sea parabólica y el valor de la variable x_4 siga aumentando. Así mientras la salida del comparador siga siendo positiva, el valor de la señal x_4 continuará creciendo.

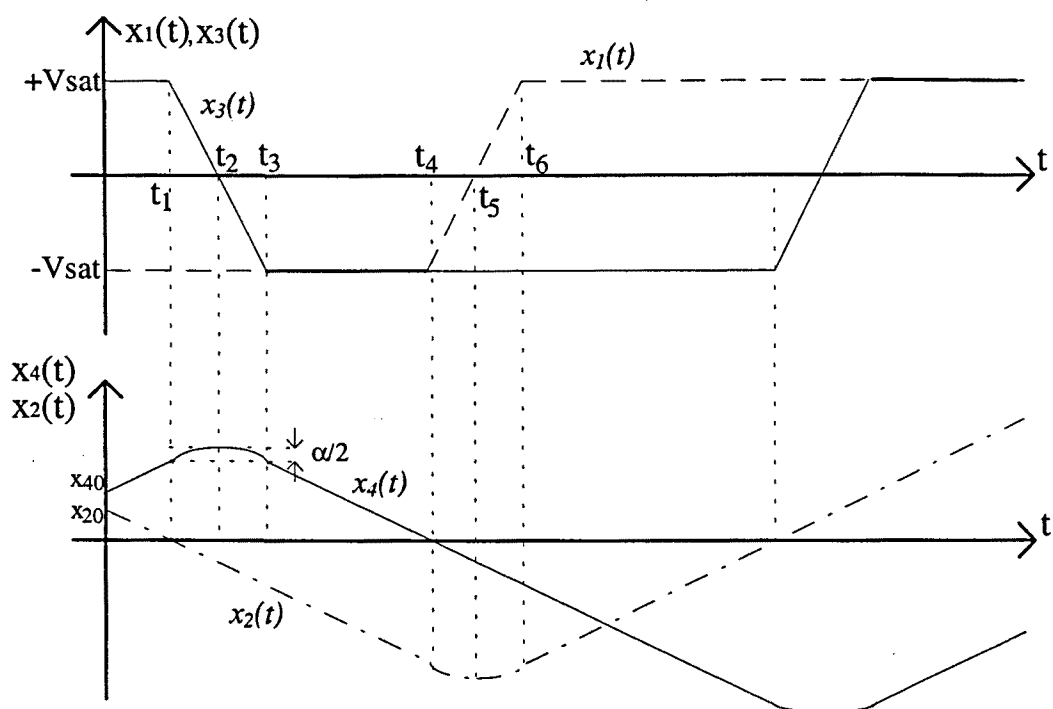


Figura 5.11. Evolución en el dominio temporal de las variables del circuito durante el arranque.

El valor máximo para esta señal, se produce en el instante en que la señal de salida del comparador x_3 alcanza el valor 0. Si se define como $t=t_2$ dicho instante ($x_3(t_2)=0$), el máximo valor para x_4 tomará el valor:

$$x_4(t_2) = \frac{\alpha}{2} + x_{20} + x_{40} \quad (5.12)$$

siendo:

$$\alpha = \frac{\omega(V_{sat})^2}{SR} \quad (5.13)$$

En ese instante la otra variable del plano de fase toma el valor:

$$x_2(t_2) = -\alpha \quad (5.14)$$

Por lo tanto, las señales de salida no estarán en perfecta cuadratura ya que la amplitud máxima de una señal no coincide exactamente con el paso por cero de la otra.

La trayectoria parabólica en el plano de fase de las señales, x_4 y x_2 (Figura 5.10) continuará hasta el instante $t= t_3$ cuando el comparador que esta variando su salida, alcance definitivamente el valor final de saturación negativa, $x_3(t_3)=-V_{sat}$. A partir de este punto, la trayectoria en el plano de fase se convierte de nuevo, en una línea recta. La forma de las

expresiones de las distintas señales a partir de este instante de tiempo es la que se indica en (5.15):

$$\begin{aligned}
 x_1(t) &= -V_{sat} \\
 x_2(t) &= -\omega V_{sat} \cdot t + x_{20} \\
 x_3(t) &= -V_{sat} \\
 x_4(t) &= -\omega V_{sat} \cdot (t - t_3) + x_{40} + x_{20}
 \end{aligned}
 \tag{5.15}$$

válidas para $t_3 < t < t_4$.

La siguiente transición ocurre cuando la salida del otro integrador, $x_4(t)$, alcanza el valor 0 en el instante $t=t_4$. En ese momento, el comparador cuya entrada es x_4 cambia de estado, al cambiar el signo de su señal de entrada y, pasa a dar la máxima pendiente de cambio en la tensión de salida que le permite su configuración interna:

$$x_1(t) = SR(t - t_4) - V_{sat} \tag{5.16}$$

expresión válida para $t_4 < t < t_6$.

Como la señal x_2 es la integral de esta señal x_1 , la forma de x_2 en el dominio del tiempo se convierte en parabólica tomando una expresión de forma equivalente a (5.10) para x_4 . El valor absoluto de tensión de x_2 sigue aumentando mientras la señal x_1 no se anule. A partir del instante $t=t_4$ la trayectoria en el plano de fase será parabólica con el máximo en $t=t_5$ instante en el que la señal de salida del comparador, definida por x_1 , toma el valor cero ($x_1(t_5)=0$). En ese instante la señal x_2 toma un máximo relativo dado por:

$$x_2(t_5) = -\frac{5}{2}\alpha - (x_{20} + x_{40}) \tag{5.17}$$

En este instante el punto de la trayectoria en el plano de fase, debería coincidir con el indicado por el punto B de la Figura 5.5. Sin embargo, se observa que el valor alcanzado por la señal x_2 es 2α veces mayor que el anterior máximo alcanzado por la otra señal triangular x_4 .

Siendo un punto donde se alcanza el valor máximo para una de las dos señales, la otra ($x_4(t)$) debería valer cero, si las señales estuvieran realmente en cuadratura. Sin embargo en ese instante el valor de $x_4(t)$ es:

$$x_4(t_5) = -\alpha \tag{5.18}$$

De nuevo puede observarse que la cuadratura entre señales no es perfecta y que el valor máximo de las señales triangulares va aumentando.

Un comportamiento similar ocurre en los siguientes intervalos de tiempos. Cada nuevo intervalo de tiempo queda determinado por el cambio en la salida de uno de los comparadores de un tipo de saturación a otra, pasando por el estado de variación lineal limitada por el *slew-rate*. El integrador que sigue a este comparador cambiará el signo de su pendiente, pasando primero por una variación parabólica mientras el comparador está realizando el cambio en su tipo de saturación. En el plano de fase este cambio también supondrá una trayectoria parabólica de relación entre las dos salidas de los integradores x_2 y x_4 .

El análisis continuaría repitiendo el cálculo de las expresiones para cada señal en cada intervalo temporal. La Figura 5.10 muestra la trayectoria en el plano de fase de las señales x_2 y x_4 para sucesivos intervalos de tiempo. Como se muestra en la figura, las amplitudes de las señales triangulares crecen a cada paso debido a la acción del *slew-rate* de los amplificadores operacionales. Cada vez que uno de los comparadores cambia el valor de su salida de saturación positiva a saturación negativa, o viceversa, 2α Voltios se añaden al valor de la amplitud máxima de las ondas triangulares. Por lo tanto, puede asegurarse que la respuesta transitoria del oscilador de ondas triangulares viene determinada por el efecto del *slew-rate* del amplificador operacional.

Cada vez que, por ejemplo, la señal x_2 pasa por cero, siendo x_4 positiva (el equivalente al punto A en la representación del plano de fase de la Figura 5.5) se obtiene un nuevo ciclo para las señales del circuito. Si se nombra cada ciclo secuencialmente con el índice k , se obtiene que la tensión máxima de la señal x_4 en el ciclo número k será:

$$A_k = A_{k-1} + 8\alpha \quad (5.19)$$

y la duración del periodo correspondiente definido entre dos máximos de la señal x_4 es:

$$T_k = 18 \frac{V_{sat}}{SR} + 4 \frac{A_k}{\omega V_{sat}} \quad (5.20)$$

con esta notación, A_0 corresponde al primer máximo alcanzado por x_4 , concretamente,

$$A_0 = x_4(t_2) = \frac{\alpha}{2} + x_{20} + x_{40} \quad (5.21)$$

Como indican la expresión (5.19), la amplitud de las señales triangulares crece una cantidad fijada por la constante α a cada ciclo de la señal generada. Esta cantidad (expresión (5.13)), es inversamente proporcional al *slew-rate*, lo que indica que un *slew-rate* mayor implicaría un crecimiento más lento de la amplitud de las señales y teóricamente un *slew-rate* infinito llevaría a un crecimiento nulo.

5.4 Análisis de la estabilización de amplitud

Hasta este punto se ha demostrado que la amplitud de las señales de salida crece en cada ciclo en una cantidad fija que depende del valor del *slew-rate* del comparador. Ha sido mostrado por tanto, el mecanismo de la dinámica de acercamiento al ciclo límite. A continuación se explica el mecanismo de estabilización de la amplitud de las señales.

La tensión de salida del integrador puede venir limitada por dos causas principales: la limitación de la tensión en el condensador impuesta externamente o la saturación del amplificador operacional. Se considera el caso más sencillo de análisis, que es el de la limitación en la tensión del condensador del integrador. Si se tiene en cuenta esta limitación, la tensión de salida del integrador puede tomar como máximo un valor, que se denominará $\pm V_{cs}$, y que es la máxima tensión que pueden alcanzar las señales x_2 y x_4 .

Se asume para el análisis que en el instante $t=t_n$ la salida de uno de los integradores toma el valor máximo V_{cs} , mientras la salida del otro alcanza un valor nulo. Puede demostrarse que desde cualquier otro punto, el sistema evolucionaría hacia el mismo resultado final. Se supone pues, que en el instante $t=t_n$, el valor las amplitudes de las señales triangulares y cuadradas de la Figura 5.11 es:

$$\begin{aligned} x_2(t_n) &= 0 & x_1(t_n) &= -V_{sat} \\ x_4(t_n) &= V_{cs} & x_3(t_n) &= V_{sat} \end{aligned} \quad (5.22)$$

Como consecuencia de que la señal x_2 alcance el valor cero, el comparador cuya entrada es x_2 cambia de estado, pasando de la saturación positiva a la negativa, de V_{sat} a $-V_{sat}$, a través de un estado en el que varía su tensión con una pendiente constante. La expresión de la salida de este comparador será:

$$x_3(t) = -SR(t - t_n) + V_{sat} \quad t_n < t < t_{n+1} \quad (5.23)$$

expresión válida hasta el instante $t=t_{n+1}$ que se definirá a continuación.

La señal x_4 , que es la señal que se obtiene de la integración de x_3 debería crecer (Figuras 5.8 y 5.11) mientras el valor de la señal $x_3(t)$ fuera positivo. Sin embargo, el máximo valor de x_4 está limitado a la máxima tensión V_{cs} que puede obtenerse a la salida del integrador. Por lo tanto la señal x_4 mantiene este máximo valor de tensión mientras x_3 sea negativa.

Sólo a partir del instante $t=t_{n+1}$ en el que la salida del comparador pasa por cero ($x_3(t_{n+1})=0$), la salida del integrador, la señal x_4 , comienza a decrecer. (Figura 5.12). A partir de este instante hasta $t=t_{n+2}$, cuando $x_3(t_{n+2})$ alcanza el valor de saturación, $-V_{sat}$, la trayectoria en el plano de fase de las señales x_4 y x_2 es parabólica, como puede observarse en Figura 5.12.

En el instante $t=t_{n+2}$ en el que $x_3(t_{n+2})=-V_{sat}$ el valor de las señales triangulares es:

$$\begin{aligned}x_4(t_{n+2}) &= Vcs - \alpha/2 \\x_2(t_{n+2}) &= -2\alpha\end{aligned}\tag{5.24}$$

A partir de este instante, y de nuevo a través de las relaciones que indica la expresión (5.6), puede calcularse la expresión en función del tiempo de las señales x_2 y x_4 , que resultan en sendas rectas de pendiente negativa dadas por:

$$\begin{aligned}x_4(t) &= -\omega Vsat(t - t_{n+2}) + x_4(t_{n+2}) \\x_2(t) &= -\omega Vsat(t - t_{n+2}) + x_2(t_{n+2})\end{aligned}\quad t_{n+2} < t < t_{n+3}\tag{5.25}$$

La trayectoria en el plano de fase de las dos señales a partir de t_{n+2} es una recta (Figura 5.12), hasta que se produce un cambio en el estado de uno de los integradores o comparadores.

Los cambios en la forma de la trayectoria en el plano de fase vienen ahora fijados no sólo por el paso por cero de una de las señales triangulares, sino también por la llegada al valor máximo de alguna de estas señales. El inicio y final de los intervalos de tiempo, en los que es necesario redefinir las trayectorias vienen fijados, en consecuencia por uno de estos eventos:

- Cambio de signo en una de las señales triangulares, que implica un cambio en el estado de uno de los comparadores y la consiguiente variación en la expresión de salida del otro integrador.
- Cambio de signo en la señal de salida de un comparador que permite que la salida del integrador que le sigue pase de crecer a decrecer o viceversa.
- Llegada al estado de saturación de uno de los comparadores que hace que la salida del integrador que le sigue pase de ser parabólica a ser rectilínea en función de la variable temporal y de la otra variable triangular en el plano de fase.
- Llegada al valor máximo de una de las señales triangulares, con lo que su evolución deja de depender de la variable temporal.

El siguiente cambio se produce entonces en el instante $t=t_{n+3}$ en el que la señal x_2 , la mayor en valor absoluto (Figura 5.12), alcanza el máximo nivel de tensión de salida en el integrador, Vcs . En dicho instante el valor de las tensiones a la salida de los integradores es:

$$\begin{aligned}x_4(t_{n+3}) &= 3/2 \alpha \\x_2(t_{n+3}) &= -Vcs\end{aligned}\tag{5.26}$$

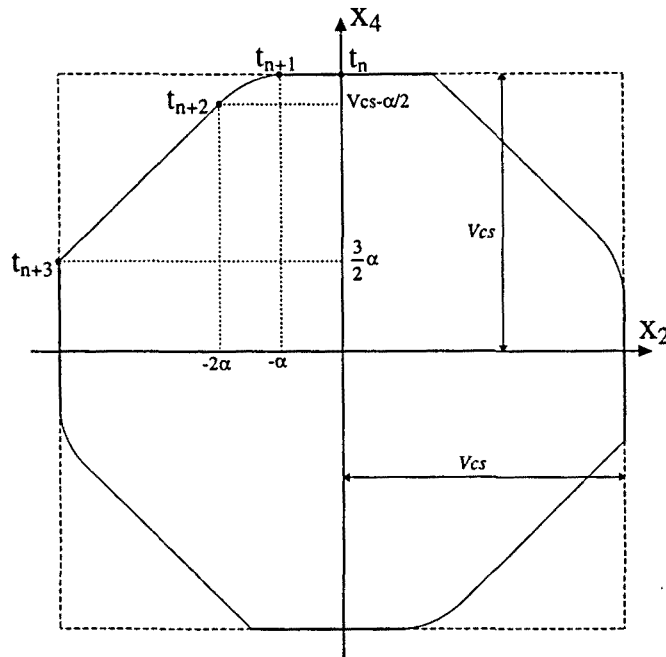


Figura 5.12. Trayectoria en el plano de fase que muestra la estabilización de amplitud.

Como la señal x_2 no puede seguir aumentando, a partir del instante $t=t_{n+3}$ las expresiones dadas en (5.25) dejan de ser válidas. El valor de la señal x_2 queda fijado por el máximo valor a la salida del integrador, $-V_{cs}$. La salida de este integrador no variará de este estado hasta que no cambie el signo de su señal de entrada. Aparece así, respecto al análisis del transitorio, un tramo nuevo en la trayectoria del plano de fase en el que es necesario redefinir la expresión de las señales. Se tiene que x_4 continuará decreciendo hasta 0 mientras x_2 continua fija al valor $-V_{cs}$.

$$\begin{aligned} x_4(t) &= -\omega V_{sat}(t - t_{n+3}) + x_4(t_{n+3}) \\ x_2(t) &= -V_{cs} \end{aligned} \quad t_{n+3} < t < t_{n+4} \quad (5.27)$$

La evolución de las señales en los siguientes intervalos de tiempo son equivalentes a los dos descritos arriba, es decir:

- 1) cuando x_4 alcanza el valor 0, el comparador asociado (x_1) cambia de saturación positiva a negativa, a un ritmo constante determinado por el *slew-rate* del operacional,
- 2) mientras x_4 continua decreciendo, la otra señal triangular, x_2 , no cambia de valor hasta que la señal de entrada al integrador que la realiza, x_1 , alcanza el valor 0
- 3) a partir del instante en que la señal cuadrada x_1 es positiva, x_2 crece saliendo del estado de limitación de V_{cs} .

4) mientras la salida del comparador permanece en el estado de saturación, $x_1 = +V_{sat}$, la trayectoria en el plano de fase de las señales x_4 , x_2 , es una recta de pendiente $\frac{dx_4}{dx_2} = \frac{\dot{x}_4}{\dot{x}_2} = -1$ hasta que x_4 alcanza la tensión máxima V_{cs} .

En los siguientes intervalos de tiempo, definidos por los diferentes cambios en los estados de los comparadores e integradores, se produce un comportamiento equivalente al arriba descrito (Figura 5.12). Como consecuencia, cuando la señal triangular x_4 alcanza el valor máximo V_{cs} , el nuevo tramo de la trayectoria en el plano de fase coincidirá con el primero alcanzándose, por tanto, el régimen permanente.

El periodo de la señal en régimen permanente responde a la expresión (5.28), donde el segundo sumando es el término de error introducido por el *slew-rate* del amplificador operacional y la limitación de la salida en los integradores.

$$T = \frac{4 \cdot V_{cs}}{\omega \cdot V_{sat}} + \frac{40 \cdot V_{sat}}{SR} \quad (5.28)$$

5.5 Simulaciones

Para comprobar la validez del análisis realizado se presentan una serie de simulaciones de un circuito que implementa el diagrama de bloques de la Figura 5.8. Se ha elegido validar los resultados por simulación debido a que programas como SPICE, permiten fácilmente representar el arranque del oscilador y los correspondientes planos de fase. Se utiliza para la simulación un modelo para el amplificador operacional basado en la referencia [BOY74], y actualizado con los datos que proporciona el fabricante en sus hojas de características. En concreto se escoge el AO 741, para la realización del circuito.

Cada uno de los bloques integradores del esquema de la Figura 5.8 se implementa con una configuración típica inversora como la mostrada en la Figura 5.13. El hecho de que los integradores sean inversores hace necesario el cambio de signo de los correspondientes comparadores. Para mantener x_2 y x_4 idénticas al análisis efectuado, debe tenerse en cuenta que las señales implementadas en el circuito no son x_1 y x_3 sino $-x_1$ y $-x_3$ (Figura 5.13).

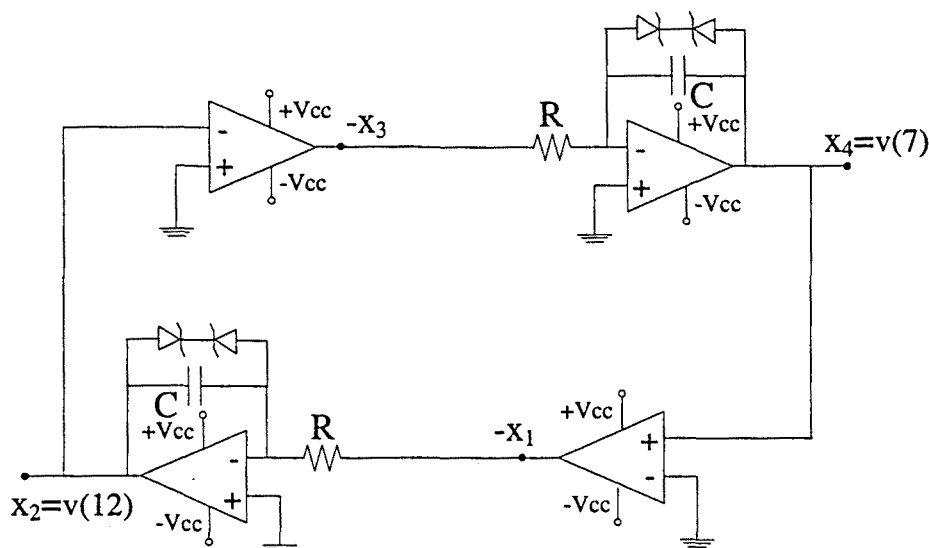


Figura 5.13. Implementación del diagrama de bloques de la Figura 5.8.

Para esta configuración, se han elegido para las resistencias y los condensadores los valores $R=10\text{ K}\Omega$ y $C=1\text{ }\mu\text{F}$, con lo que la constante ω de las ecuaciones diferenciales que definen (5.6) vale $\omega=1/RC=100\text{ rad/s}$. Para limitar la tensión de salida de los integradores se han introducido unos diodos zéner en paralelo con cada uno de los condensadores que forman los integradores. De esta manera se limita la máxima tensión a la salida de los integradores a $V_{cs}=5.1\text{ V}$. La tensión de saturación de los amplificadores operacionales es $V_{sat}=14.6\text{ V}$, mientras que el *slew-rate* efectivo del amplificador utilizado es 250 V/ms . A partir de estos datos puede calcularse la constante α definida en la expresión (5.13) y que determina el ritmo de crecimiento de las señales triangulares durante el transitorio de arranque. En concreto para los valores indicados para los diferentes parámetros del circuito, el valor de la constante es $\alpha=85\text{ mV}$.

El plano de fase que muestra el arranque del oscilador en la simulación SPICE es el representado en la Figura 5.14, donde la señal $v(12)$ es la correspondiente a la señal

triangular x_2 de la Figura 5.13 y la señal $v(7)$ corresponde a la señal triangular x_4 . Puede comprobarse que esta figura es análoga a la Figura 5.10 presentada en el análisis teórico del circuito. En la simulación del circuito no se ha añadido ninguna condición inicial a ninguna de las variables, sin embargo, la salida es capaz de evolucionar desde un valor inicial prácticamente nulo, de hecho desde las tensiones de offset iniciales del amplificador operacional.

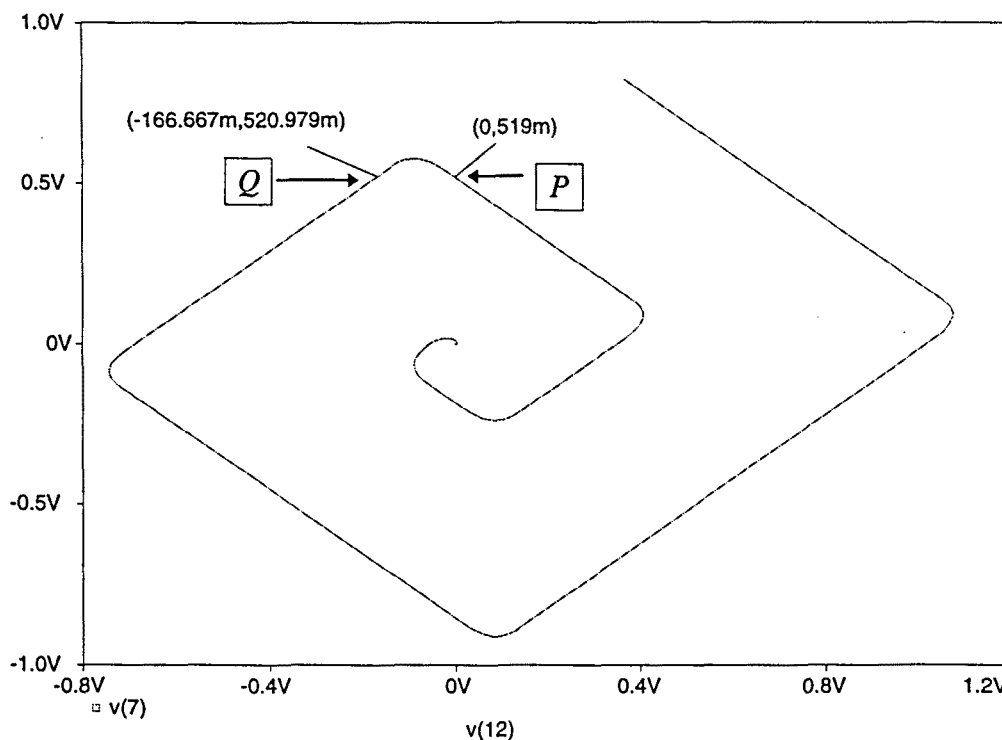


Figura 5.14. Representación en el plano de fase de las señales x_2 ($v(7)$) eje vertical y x_4 ($v(12)$) de la simulación SPICE del circuito de la Figura 5.13.

Los puntos señalados como P y Q son los equivalentes a los puntos t_1 y t_3 de la Figura 5.10. Señalan los valores de las tensiones de las señales x_2 y x_4 en los instantes en los que empieza y acaba la relación parabólica en el plano de fase entre estas dos señales triangulares. Como indicaba el análisis teórico, a partir del instante en que una de las señales triangulares alcanza el valor 0 (punto P en la Figura 5.14) y debido a que el comparador que la sigue introduce cierto retardo al necesitar un tiempo finito en cambiar de estado, la relación entre las dos señales se hace parabólica. La relación parabólica acaba cuando el comparador que está realizando el cambio de estado alcanza el valor final de saturación. Este punto coincide con el marcado con Q . Como puede observarse el valor de la segunda variable (la x_2) coincide en ambos casos (de hecho existe una pequeña diferencia de 2 mV debido al paso de representación de puntos que realiza el simulador), mientras que la diferencia en la primera variable x_4 entre los dos puntos es 167 mV, que coincide con el valor teórico indicado en la Figura 5.10 equivalente a 2 veces la variable α ($2\alpha=2*85 \text{ mV}=170\text{mV}$, la diferencia de nuevo es debida al paso de representación).

En la Figura 5.15 se muestra la evolución temporal de todas las variables de interés del circuito. Esta Figura es la equivalente a la Figura 5.11 del análisis teórico del apartado 5.3. Se han marcado en esta representación temporal, los puntos equivalentes a los del plano de fase de la Figura 5.14. Puede observarse en las señales cuadradas (en la simulación la señal $v(9)$ equivale a la señal $-x_3$ de la Figura 5.13, mientras que la señal $v(4)$ corresponde a $-x_1$) como el cambio entre los dos estados de saturación se hace en un intervalo finito de tiempo (0.11 ms), intervalo de tiempo que separa los puntos P y Q . En la representación temporal de las señales triangulares, puede observarse que la señal $v(7)$ toma el mismo valor al principio y al final de este intervalo de tiempo, con lo que el máximo de la señal no coincide exactamente con el paso por cero de la otra señal triangular $v(12)$.

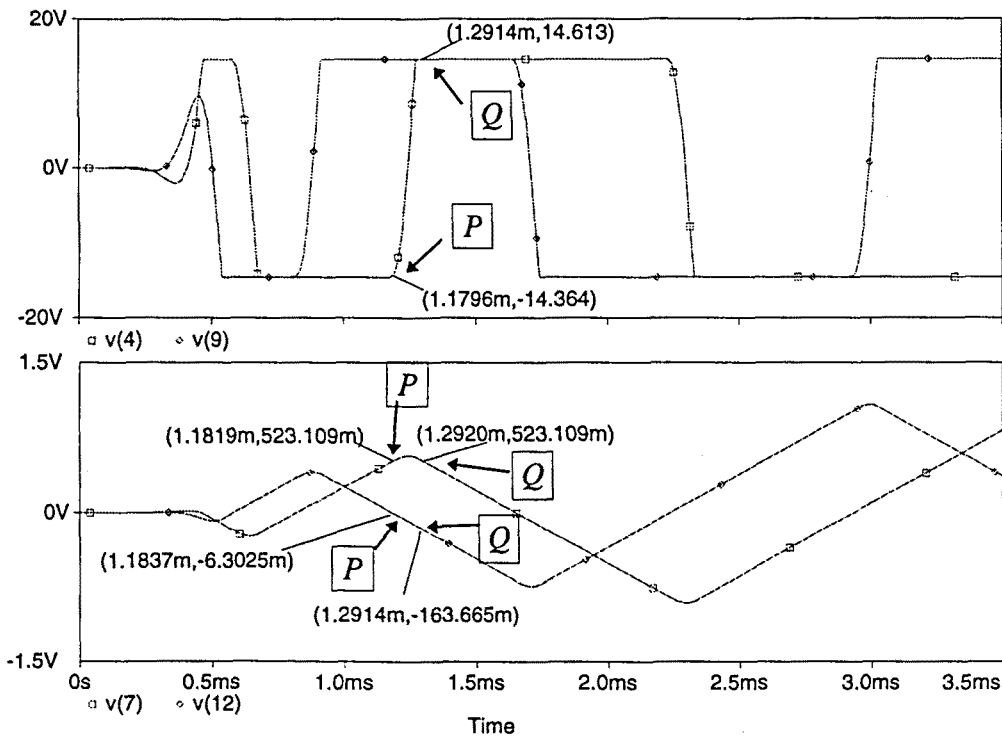


Figura 5.15. Simulación temporal de las variables de interés del circuito de la Figura 5.13. La equivalencia entre el nombre de las variables es $x_2=v(12)$, $-x_1=v(4)$, $x_4=v(7)$, $-x_3=v(9)$.

Una simulación de un intervalo de tiempo mayor permite observar el transitorio completo y varios ciclos de las señales triangulares ya estabilizadas. La representación de los resultados de dicha simulación es la que se muestra en la Figura 5.16 para las señales cuadradas y la que se observa en la Figura 5.17, para las señales triangulares. Puede observarse como en el transitorio, la amplitud de las señales crece al igual que crece también el periodo de la señal generada, tal y como indican las expresiones (5.19) y (5.20). La amplitud de las señales triangulares coincide con el valor V_{cs} de tensión máxima de salida de los integradores.

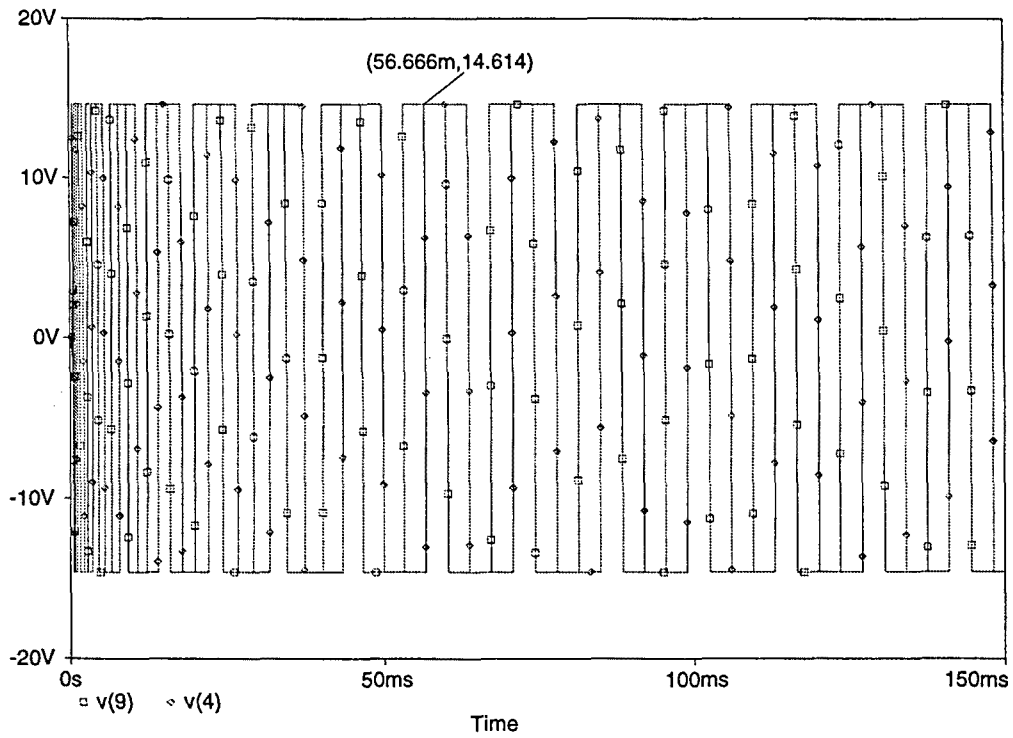


Figura 5.16. Simulación temporal de las variables de interés del circuito de la Figura 5.13. La equivalencia entre el nombre de las variables es $x_2=v(12)$, $-x_1=v(4)$, $x_4=v(7)$, $-x_3=v(9)$.

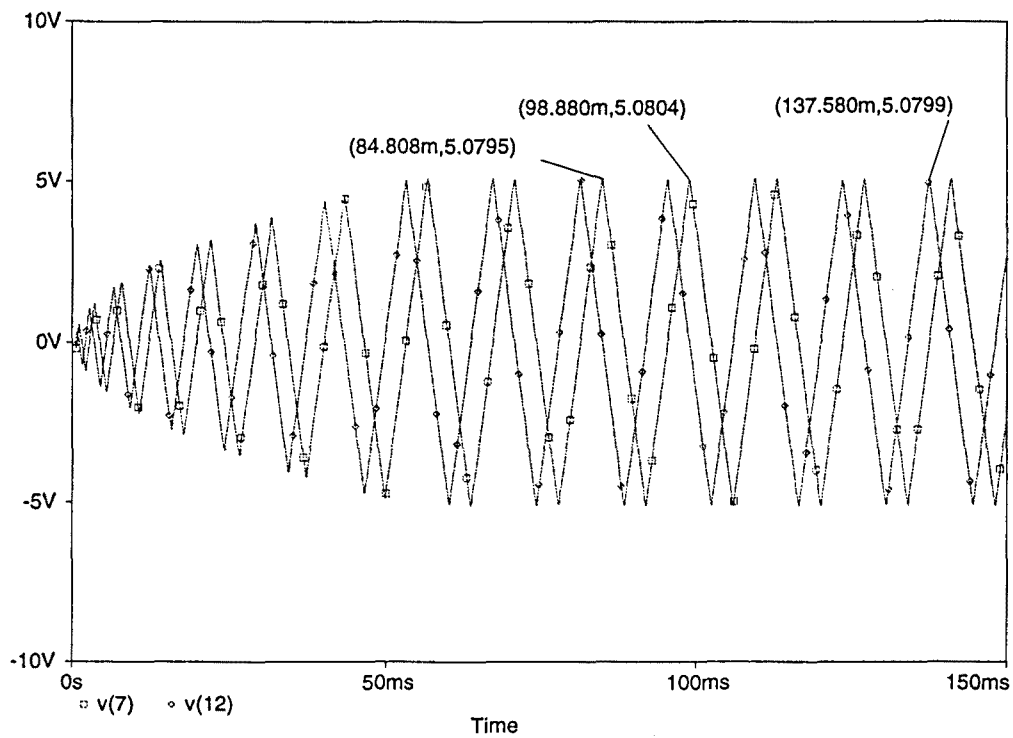


Figura 5.17. Simulación temporal de las variables de interés del circuito de la Figura 5.13. La equivalencia entre el nombre de las variables es $x_2=v(12)$, $-x_1=v(4)$, $x_4=v(7)$, $-x_3=v(9)$.

En la Figura 5.18 se muestra el diagrama en el plano de fase de las señales triangulares para el mismo intervalo de simulación que en las Figuras 5.16 y 5.17. De nuevo se observa el transitorio de arranque y la estabilización de amplitud al valor marcado por V_{cs} . Se han señalado con A_k y A_{k+1} dos puntos del régimen transitorio, correspondientes a un paso por un máximo relativo de la señal $v(7)$, próximos a pasos por cero de la señal $v(12)$. Puede comprobarse que la diferencia en tensión entre estos dos puntos corresponde con el valor 8α determinado por la ecuación (5.19).

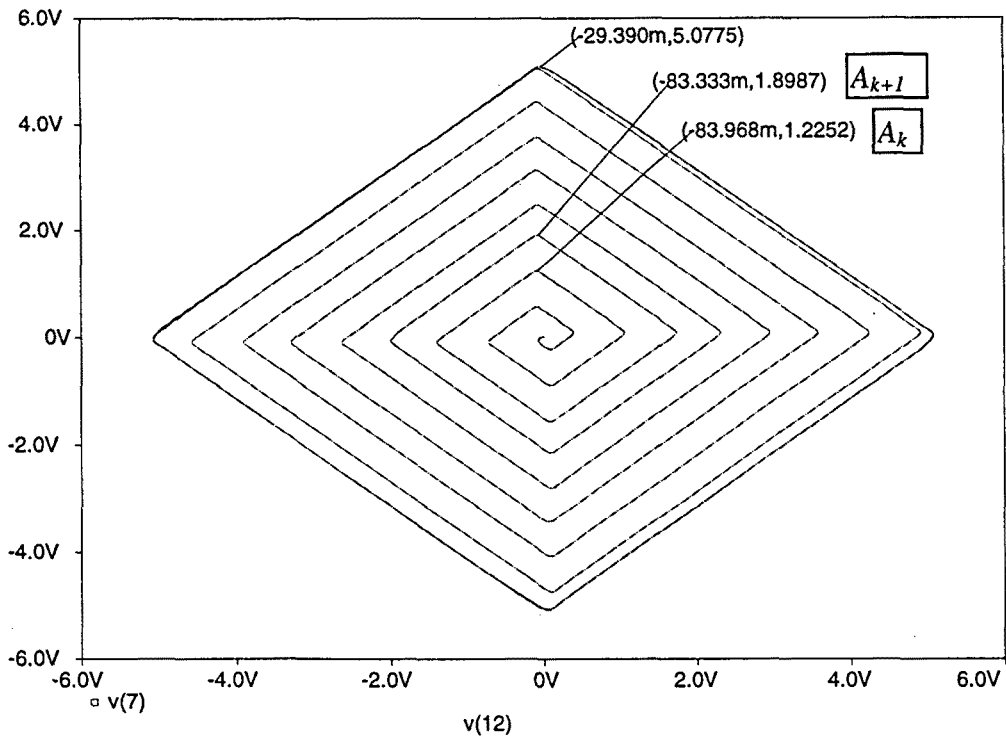


Figura 5.18. Representación en el plano de fase de las señales x_2 ($v(7)$) (eje vertical), y x_4 ($v(12)$) de la simulación SPICE del circuito de la Figura 5.13.

En la Figura 5.19 se representa el plano de fase obtenido por simulación en el que se ha representado únicamente el régimen permanente del circuito donde, como puede observarse la máxima amplitud de las señales triangulares viene determinada por el valor máximo al que está limitada físicamente la tensión de salida de los integradores V_{cs} .

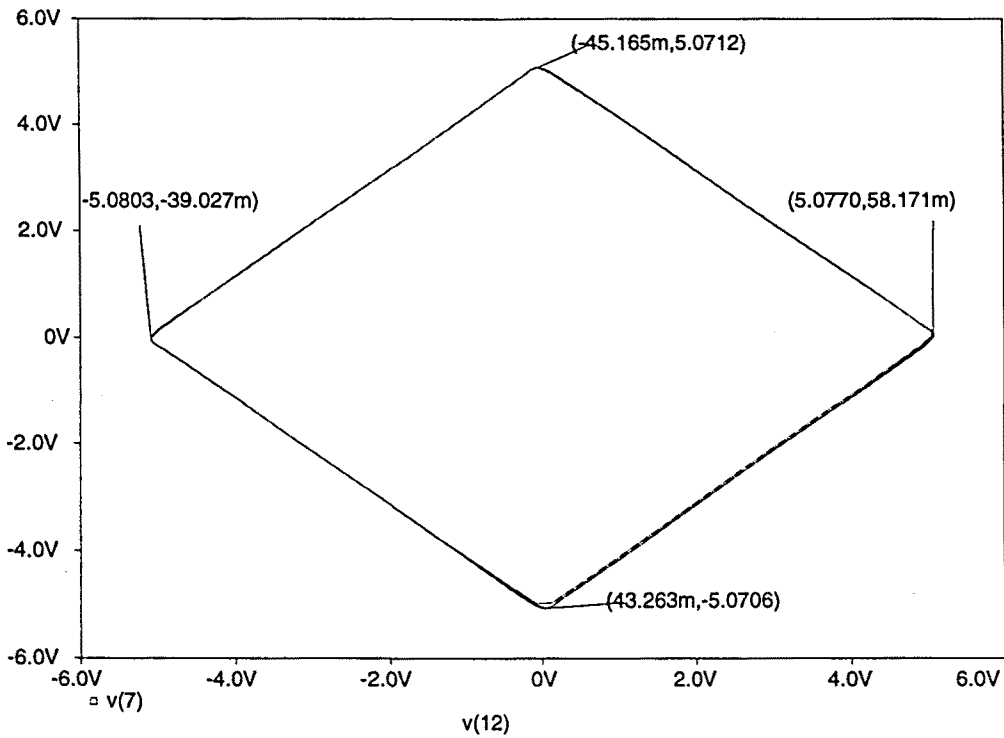


Figura 5.19. Representación en el plano de fase de las señales x_2 ($v(7)$) (eje vertical) y x_4 ($v(12)$) de la simulación SPICE del circuito de la Figura 5.13.

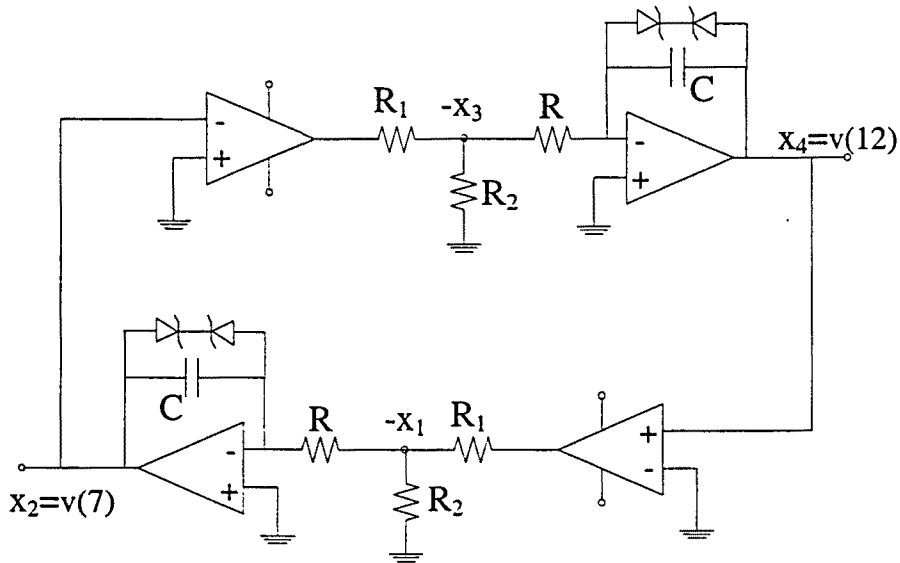


Figura 5.20. Implementación del diagrama de bloques de la Figura 5.8, que permite disminuir el valor de la pendiente de las señales x_1 y x_3 a través de las resistencias R_1 y R_2 .

Se presenta a continuación el resultado obtenido en la simulación del circuito de la Figura 5.20 en el que se reduce la pendiente de cambio de los comparadores y la máxima tensión aplicada a la entrada de los integradores colocando a continuación de cada comparador un divisor de tensión. Considerando $R_1=R_2=1\text{ k}\Omega$, la expresión de la tensión a la salida del

comparador se reduce a algo menos de la mitad ($R=10\text{ k}\Omega$) del valor obtenido en el circuito de la Figura 5.13 en concreto, el valor del *slew-rate* efectivo es $SR=92\text{ V/ms}$, y la tensión de saturación de los comparadores queda reducida a $V_{sat}=6.96\text{ V}$, con lo que α pasa a valer 50 mV ($\omega=1/((R+R_1//R_2)\cdot C)$). Este valor menor para la constante α , hace que la evolución de la amplitud sea más lenta. En la Figura 5.21 se ha representado la evolución de las señales triangulares en el transitorio de arranque del circuito. Puede observarse que entre dos máximos consecutivos de la señal $v(7)$, por ejemplo, los puntos B_k y B_{k+1} , la diferencia es de aproximadamente 400 mV , que coincide con el valor teórico de 8α , calculado en la expresión (5.19).

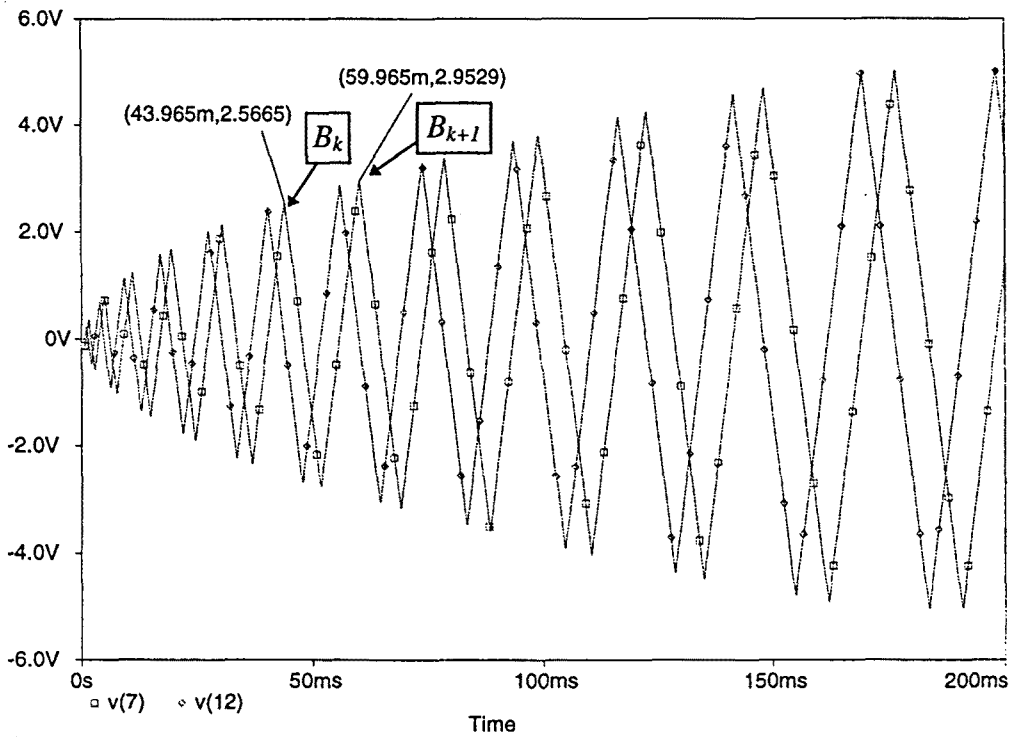


Figura 5.21. Simulación temporal de las variables de interés del circuito de la Figura 5.20. La equivalencia entre el nombre de las variables es $x_2=v(12)$, $x_4=v(7)$.

En la Figura 5.22 se representa un intervalo menor de tiempo, de manera que puede observarse mejor la evolución de las amplitudes en el transitorio de arranque del oscilador. Como se hizo en la Figura 5.15, se han señalado los puntos que marcan las tensiones en las distintas señales en el instante en que una de las señales triangulares pasa por cero (punto P , valor 0 para la señal $v(12)$) y los que marcan las tensiones en el instante en que el comparador que realiza el cambio de estado, llega a la siguiente saturación (punto Q , valor $V_{sat}=-6.9$ para la señal $v(4)$). Mientras se produce el paso de uno a otro punto, la señal triangular $v(7)$, toma una forma parabólica, pero en los instantes P y Q , toma el mismo valor.

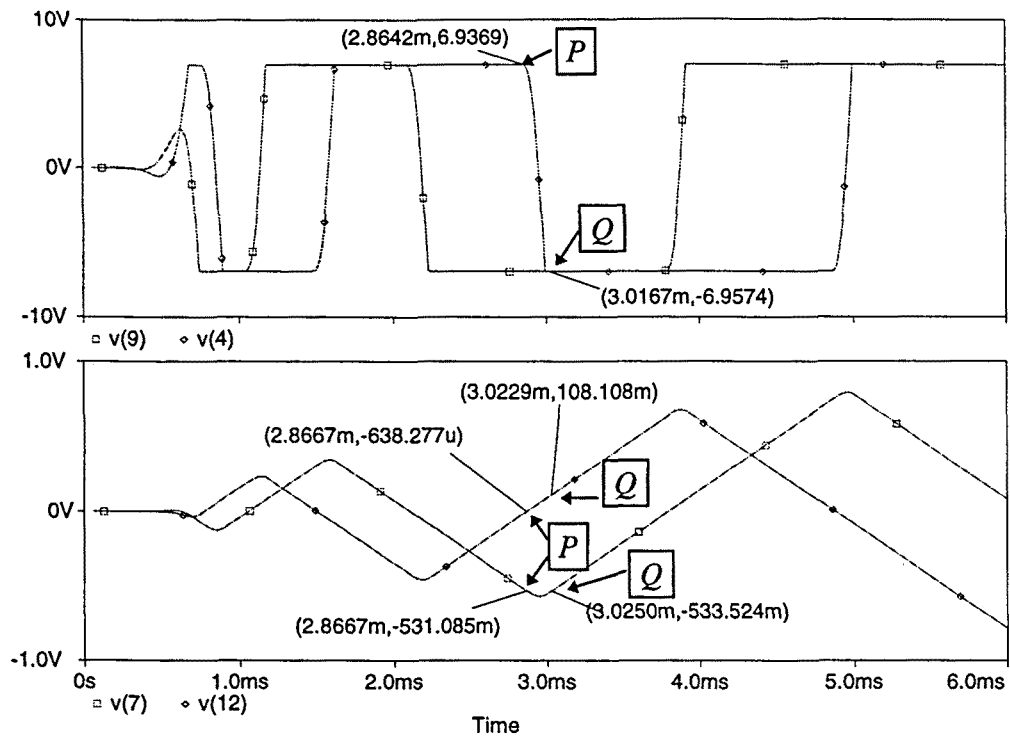


Figura 5.21. Simulación temporal de las variables de interés del circuito de la Figura 5.20. La equivalencia entre el nombre de las variables es $x_2=v(12)$, $-x_1=v(4)$, $x_4=v(7)$, $-x_3=v(9)$.

En la Figura 5.22 se representa en el plano de fase el arranque y la estabilización de amplitud de la señal generada. Se han señalados dos puntos consecutivos de máximos de una de las señales triangulares, y el valor final durante el régimen permanente de la señal triangular.

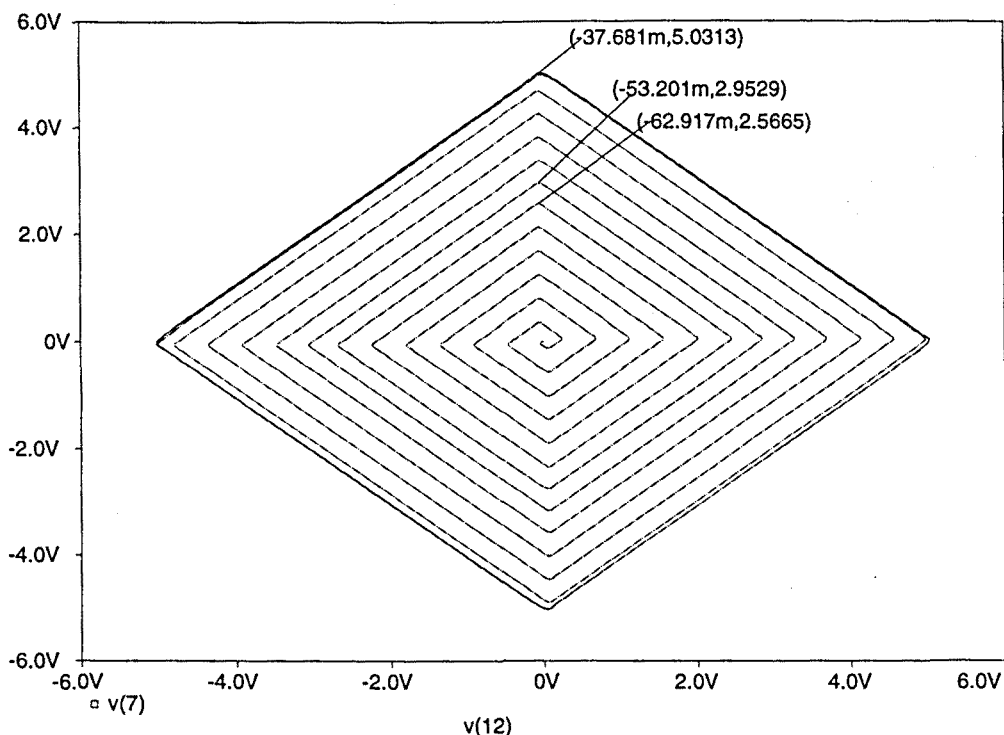


Figura 5.22. Representación en el plano de fase de las señales x_2 ($v(7)$) (eje vertical) y x_4 ($v(12)$) de la simulación SPICE del circuito de la Figura 5.20.

El último resultado que se presenta se basa de nuevo en el circuito de la Figura 5.13. Los valores escogidos para los diferentes componentes han sido los mismos que para el primer ejemplo, salvo para el condensador del integrador, que tiene en esta prueba un valor 10 veces menor ($C=100$ nF). En este caso la constante α toma un valor 10 veces mayor que en el primer ejemplo, pues ω varía también en un factor 10 al cambiar el valor del condensador. Una constante α mayor representa un transitorio de arranque mucho más rápido, pues los incrementos en tensión en cada ciclo son mucho mayores y la señal triangular tarda mucho menos en crecer hasta llegar al valor límite. Este comportamiento se pone de manifiesto en las Figuras 5.22 y 5.23 que representan la evolución temporal y el plano de fase respectivamente de las señales triangulares, en un intervalo de tiempo que comprende todo el transitorio de la señal y parte del régimen permanente.

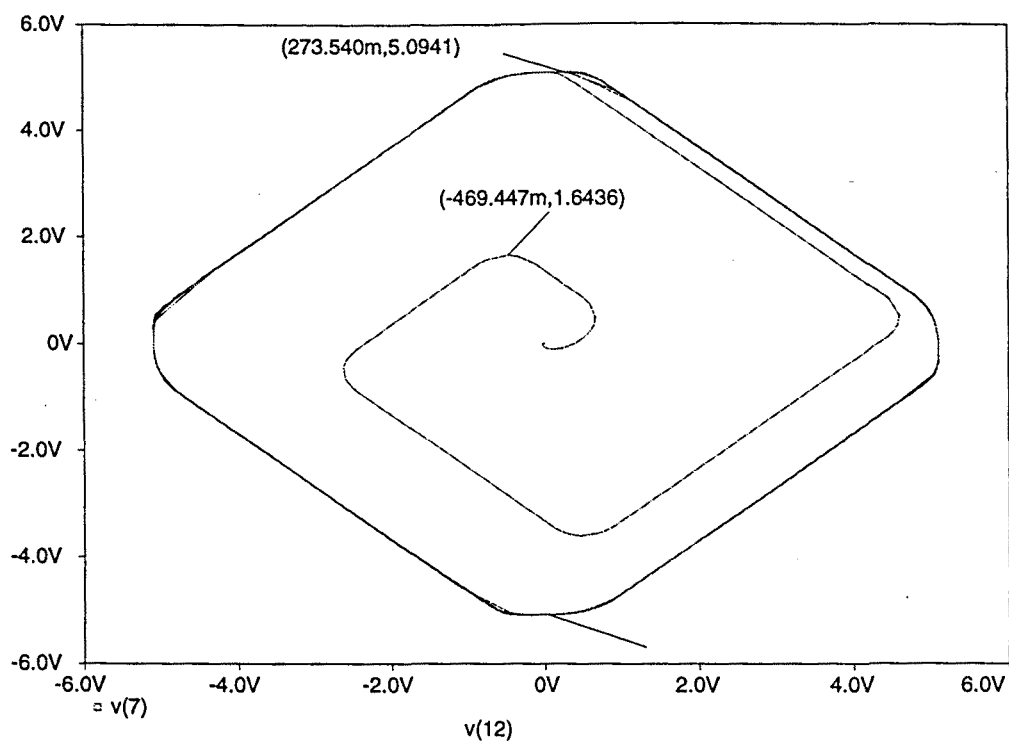


Figura 5.23. Representación en el plano de fase de las señales x_2 ($v(7)$) (eje vertical) y x_4 ($v(12)$) de la simulación SPICE del circuito de la Figura 5.13 con $C=100$ nF.

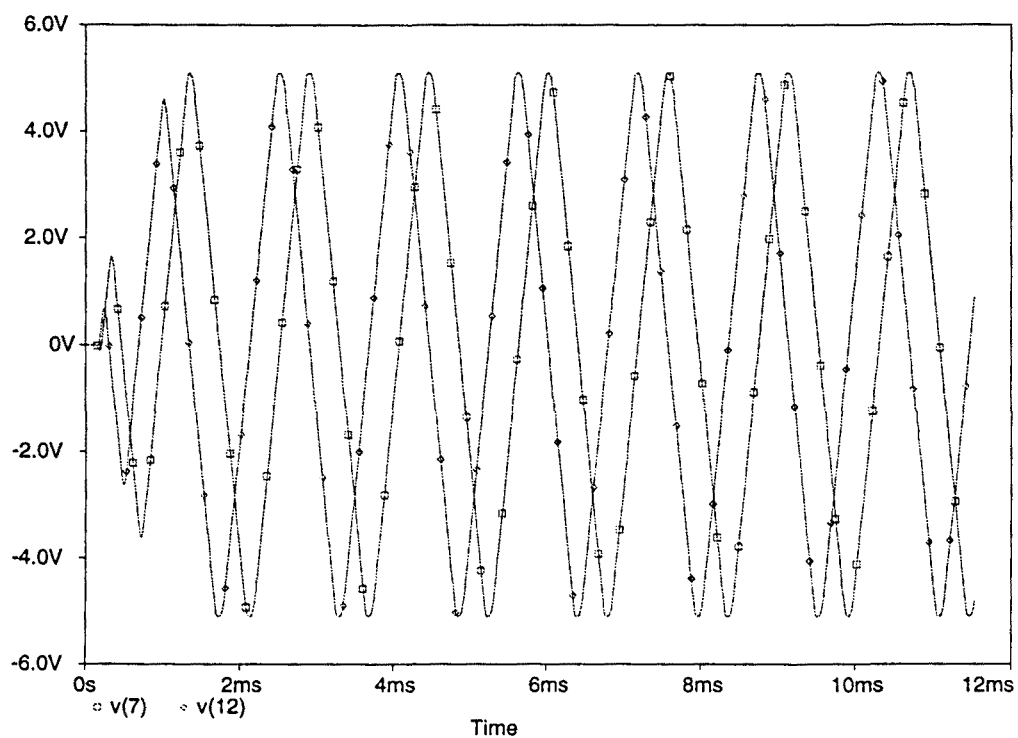


Figura 5.24. Simulación temporal de las variables de interés del circuito de la Figura 5.13 para $C=100$ nF. La equivalencia entre el nombre de las variables es $x_2=v(12)$, $-x_1=v(4)$, $x_4=v(7)$, $-x_3=v(9)$.

5.6 Conclusiones

Realizaciones experimentales de osciladores triangulares en cuadratura muestran que la amplitud en régimen permanente de las señales triangulares no depende de las condiciones iniciales; asimismo, el arranque se produce de manera espontánea y no depende del ajuste de los parámetros del circuito. Sin embargo, las ecuaciones diferenciales que definen esta clase de circuitos representan sistemas conservativos y no explican los comportamientos observados. A través de conceptos del plano de fase, se ha mostrado que las no linealidades correspondientes al *slew-rate* de los amplificadores operacionales y a la limitación de la tensión de salida de los integradores son responsables del transitorio de aproximación al ciclo límite y de la estabilización de amplitud de las señales de salida en ese ciclo límite.

Conclusiones

Capítulo 6

Conclusiones

El primero de los resultados que se deriva de este trabajo es la propuesta de un diagrama de bloques genérico que permite el modelado en la zona lineal de un oscilador activo-R con dos amplificadores operacionales. A partir de este modelo, el estudio sistemático de los lugares geométricos de las raíces para la determinación de las diferentes zonas de funcionamiento ha dado lugar a las siguientes conclusiones:

- Se ha determinado la necesidad de realimentación negativa en el circuito para la existencia de oscilaciones ($-b_1 b_2 > 0$).
- Para asegurar la existencia de oscilaciones, se ha establecido que la suma de las tasas de realimentación local de cada AO debe ser negativa ($a_1 + a_2 < 0$).
- Se ha determinado que la frecuencia de oscilación depende únicamente de las tasas de realimentación local de cada amplificador operacional, y en concreto, un diseño que imponga una frecuencia de oscilación baja exige una suma de tasas de realimentación local cercanas a cero ($a_1 + a_2 \cong 0$), mientras que diseños conducentes a frecuencias de oscilación cercanas al producto ganancia por ancho de banda de los amplificadores operacionales se consigue con tasas que maximizan el valor absoluto de dicha suma.
- Una vez fijada la frecuencia de oscilación, la condición de arranque/oscilación sólo depende del producto de las aportaciones de la tensión de salida de cada operacional en la entrada del otro ($b_1 b_2$).
- Se ha obtenido la expresión de la parte real e imaginaria de los polos en el arranque en función de los parámetros de diseño del circuito (aportaciones de las tensiones de salida de los amplificadores operacionales a cada una de sus entradas), quedando caracterizada así la evolución transitoria del arranque.

A continuación, el análisis no lineal del oscilador mediante la técnica de la función descriptiva ha permitido establecer los mecanismos de limitación de amplitud asociados al *slew-rate*. Dicho análisis ha permitido:

- Analizar el comportamiento en régimen estacionario del oscilador activo-R en términos cuantitativos.
- Constatar la modificación del lugar geométrico de las raíces debido al proceso de estabilización de amplitud que da lugar a una variación en la frecuencia y en la condición de oscilación respecto al análisis lineal
- Proponer unas aproximaciones de la función descriptiva asociada al *slew-rate* y de la distorsión debida al tercer armónico que han permitido obtener:
 - Relaciones entre las amplitudes diferenciales de entrada a los amplificadores operacionales en régimen permanente y los parámetros de diseño del oscilador.
 - Una medida de la distorsión a través del cálculo de dichas amplitudes y del valor de la función descriptiva asociada a la limitación no lineal de los amplificadores operacionales en régimen permanente.

El capítulo 2 concluye con la presentación de algunos resultados experimentales que corroboran el análisis teórico realizado.

Debido a que los amplificadores operacionales realimentados en corriente (CFOA) pueden operar a frecuencias mucho mayores que los amplificadores operacionales clásicos, se ha aplicado la misma técnica a este dispositivo con el fin de obtener osciladores con una salida a mayor frecuencia y mayor amplitud. Con este fin, y teniendo en cuenta que el CFOA es un dispositivo aún poco conocido, se ha realizado en primer lugar un análisis lineal de su configuración interna a nivel de transistor que ha permitido obtener un modelo frecuencial completo del que se extraen los siguientes resultados:

- El modelado de las etapas de entrada y salida del CFOA, compuestas por sendos *buffers*, han permitido deducir expresiones de:
 - Su admitancia de entrada con salida en circuito abierto (parámetro $g_{11}(s)$), determinándose que puede ser modelada por una red RC.
 - Su admitancia de salida con entrada cortocircuitada (parámetro $g_{22}(s)$), que también puede ser modelada por una red RC.
 - La ganancia del *buffer*, mostrándose que puede ser aproximable por una ganancia unidad.
 - La bilateralidad de la etapa (parámetro $g_{12}(s)$), responsable de que la impedancia de carga del CFOA se vea reflejada en el nodo de transimpedancia y de que, por tanto, la estabilidad del circuito se vea afectada por el valor de dicha impedancia.
- Asimismo, se ha modelado la etapa de reflexión de corriente, determinándose expresiones de:
 - La impedancia de entrada ($h_{11}(s)$) y la admitancia de salida ($h_{22}(s)$), con la salida y la entrada en circuito abierto, respectivamente.
 - La ganancia en frecuencia entre la corriente de salida y la de entrada (parámetro $h_{21}(s)$).

La determinación de estos parámetros ha supuesto la presentación de un nuevo modelo en el dominio frecuencial para el CFOA que permite explicar comportamientos como la gran tendencia a la inestabilidad que sufre este integrado para ciertas condiciones de carga.

El análisis de las situaciones de saturación que se producen en la entrada y la salida de los espejos de corriente del CFOA y su interacción con el terminal inversor de entrada y el nodo de transimpedancia, ha llevado a la propuesta de un diagrama de bloques funcionales que modela el comportamiento no lineal del CFOA y explica:

- El comportamiento de transimpedancia incremental negativa que puede observarse en gran señal en la tensión de salida de una etapa no inversora basada en CFOA.
- Que este comportamiento está relacionado con la saturación de la rama de salida del espejo de corriente y el aumento de la corriente de base del transistor saturado que se resta de la corriente del terminal menos del CFOA en la entrada del espejo.

Otro de los resultados de este trabajo es la propuesta de un modelo genérico para los osciladores activos-R con dos amplificadores operacionales realimentados en corriente siguiendo un desarrollo análogo al establecido para osciladores activos-R basados en el amplificador operacional. El estudio del lugar geométrico de las raíces de la ganancia de lazo correspondiente a este modelo genérico ha dado lugar a las siguientes conclusiones:

- Es necesaria la realimentación negativa en el circuito para la existencia de oscilaciones.
- También es una condición necesaria para la existencia de oscilaciones que la suma de las tasas de realimentación local de cada CFOA sea menor que la inversa de su ganancia en continua ($a_1 + a_2 < 1/R_o$).
- La frecuencia de oscilación del circuito es directamente proporcional al valor absoluto de esta suma. Teniendo en cuenta además la condición anterior, este resultado permite concluir que se requiere un valor negativo para la suma de las admitancias a_1 y a_2 y mayor en valor absoluto, cuanto mayor sea la frecuencia de oscilación que se quiera conseguir.
- Una vez fijada la frecuencia de oscilación, la condición de arranque/oscilación sólo depende del producto de las aportaciones de la tensión de salida de cada CFOA en la corriente de salida del nodo de entrada inversor del otro.

Se ha propuesto además un circuito oscilador activo-R simple con dos CFOAs y sólo cuatro resistencias que permite controlar independientemente los cuatro parámetros de diseño del circuito. El capítulo 4 concluye con la presentación de resultados experimentales que corroboran las conclusiones presentadas.

En el capítulo 5 se ha establecido la causa del arranque y la estabilización de amplitud de un tipo de generadores de señal en forma triangular y cuadrada. La aplicación de la técnica de análisis en el plano de fases ha permitido obtener:

- Una evaluación cuantitativa del proceso de arranque del circuito, con la identificación del *slew-rate* del amplificador operacional que realiza la función de comparador como responsable del arranque del oscilador.
- Expresiones para la evolución temporal en las tensiones de salida de cada uno de los bloques que componen el circuito, en cada una de las zonas de funcionamiento, y relaciones entre éstas.
- Expresiones para calcular la evolución de la amplitud y la frecuencia de las señales generadas en el arranque del circuito.
- La identificación de la limitación en la salida de los integradores como responsable del proceso de estabilización de amplitud.

- Expresiones para la amplitud de las salidas de cada bloque en cada instante temporal y para cada una de las zonas de funcionamiento del circuito en régimen permanente.
- Determinación de la frecuencia y amplitud de las señales en régimen permanente.

Las publicaciones internacionales derivadas del presente trabajo aparecen señaladas en la bibliografía mediante un asterisco.

Finalmente, como continuación natural de este trabajo cabe pensar en:

- ◆ La aplicación del modelo genérico y el análisis lineal y no lineal basados en dicho modelo, incluyendo las aproximaciones realizadas, al caso de osciladores sinusoidales R basados en otros elementos activos (OTA, *current conveyor*, etc.); y en su caso a otro tipo de osciladores sinusoidales (RC, LC, sincronizados con cristal de cuarzo, etc.)
- ◆ La inclusión de subcircuitos de control automático de amplitud, frecuencia o distorsión para obtener osciladores de muy altas prestaciones con sintonía interna o externa.
- ◆ La simplificación del modelo no lineal para el amplificador realimentado en corriente (CFOA) y su inclusión en el análisis del oscilador activo-R basado en CFOA, con objeto de determinar analíticamente la amplitud y la distorsión de la señal generada.
- ◆ La aplicación del modelo frecuencial y el modelo no lineal obtenidos para el espejo de corriente, al estudio de circuitos en modo corriente basados en otros elementos activos que incluyen espejos (*current conveyor*, etc).
- ◆ La síntesis de circuitos generadores de señales triangulares en cuadratura en los que la amplitud de las mismas pueda ser controlada mediante parámetros ajustables del circuito o señales externas, independientemente de la tensión de saturación de los integradores. Esto abre el camino a la síntesis de circuitos de los que la ley de convergencia de la amplitud hacia su valor en régimen estacionario es distinta de la analizada en este trabajo.

REFERENCIAS



Referencias

- [ABU86] Abuelma'atti, M.T., and Almansoury, W.A. 'Active-R Quadrature Oscillators,' *AEÜ Letters*, Band 40, Heft4, pp. 250-251, 1986.
- [ABU87] Abuelma'atti, M.T., 'Two Minimum Component CCII-Based RC Oscillators,' *IEEE Trans. Circuits Syst.*, Vol. CAS-34, No.8, pp. 980-981, August 1987.
- [ABU96] Abuelma'atti, M.T., Farooqi, A.A., Alshaharani, S.M., 'Novel RC Oscillators Using the Current-Feedback Operational Amplifier', *IEEE Transactions on Circuits and Systems Part I*, VOL.43, No.2, pp. 155-157, February 1996.
- [ABU90] Abuelma'atti, M.T., Almansori, W.A., Alruwaihi, K.M., 'Digitally Programmable Active-R Square Wave Generator', *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 39, No.3, pp. 527-530, June 1990.
- *[ALA96a] Alarcón, E., Frigola, A., Vidal, E., and Poveda, A., 'A New CFA Frequency Model Including Load-Dependent Unstabilities', *Proceedings of the 39th Midwest Symposium On Circuits and Systems*, August 18-21, Ames, Iowa, 1996, pp. 455-458.
- [ALA96b] Alarcón, E., Vidal, E., and Poveda, A., 'A Complete OTA Frequency Model', *Proceedings of the 39th Midwest Symposium On Circuits and Systems*, August 18-21, Ames, Iowa, 1996.
- *[ALA97] Alarcón, E., Vidal, E., Poveda, A., 'High-Frequency Modelling of Continuous-Time Current Mirrors', *European Conference on Circuit Theory and Design, ECCTD'97*, Budapest, September, 1997, pp. 204-209.
- [ALL78] Allen, P., 'A model of slew-induced distortion in single-amplifier active filters,' *IEEE Trans.*, CAS-25, pp. 565-572, 1978.
- [ANA90] Analog Devices: 'Linear Products Data Book' (Norwood, MA 02062, USA 1990)
- [ARB92] Arbel, A. F., Goldminz, L., 'Output Stage for Current-Mode Feedback Amplifiers, Theory and Applications', *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, 2, pp. 243-255, 1992.
- [BAL97] Bales, J., 'A Low-Power, High-Speed, Current-Feedback Op-Amp with a Novel Class AB High Current Output Stage', *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, Vol. 32, No.9, , pp. 1470-1474, September, 1997.
- [BOW90] Bowers, D., Alexander, M., and Buxton J., 'A Comprehensive Simulation Macromodel of Current Feedback Amplifiers', *IEE Proceedings*, Vol 137, Pt.G, N°2, April 1990.
- [BOW89] Bowron, P. O'Carroll, A.P., Daaboul A.A., 'Polynomial reduction in The Analysis of Active-Filter Parasitics', *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, Vol.36, No.7, pp. 1020-1023, July 1989.
- [BOY74] Boyle, G.R., Cohn, B., Pederson, D., and Solomon, J., 'Macromodeling of Integrated Circuit Operational Amplifiers,' *IEEE Journal of Solid State Circuits*, Vol. SC-9, No.6, Dec 1974.

- [BUO93] Buonomo, A., Di Bello, C., Greco, O., 'On the Evaluation of Higher Harmonics in Nearly Sinusoidal Oscillators,' *Int. J. Circuit Theory Appl.*, Vol.21, pp.85-92, 1993.
- [CEL93] Celma, S., *Estrategias Tensión-Corriente en el Diseño de Osciladores de Frecuencia Variable*, Memoria de Tesis presentada en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Zaragoza, Zaragoza, Julio 1993.
- [CEL94] Celma, S. Martínez, P.A., and Carlosena, A., 'Current Feedback Amplifiers Based Sinusoidal Oscillators', *IEEE Trans.*, CAS Pt I-41, (12) pp.906-908. 1994.
- [CEL94] Celma, S., Martínez, P.A., Carlosena, A., 'Approach to the Synthesis of canonic RC-active oscillators using CCI^{II}', *IEE Proc.-Circuits Devices Syst.*, Vol. 141, No.6, pp. 493-497, December 1994.
- [CEL95] Celma, S., 'Diseñando Osciladores Sinusoidales: Entre La Técnica y el Arte,' *Seminario Anual de Automática y Electrónica Industrial*, 1995.
- [CHA94] Chang, C.M., 'Novel current-conveyor-based single-resistance-controlled/voltage-controlled oscillator employing grounded resistors and capacitors,' *Electronics Letters*, Vol. 30, No.3, pp. 181-182, Feb. 1994.
- [CHO96] Choma, J., Jr. 'Integrated Circuit Broadbanding: Theory & Design Methods', *Tutorial of the Midwest Symposium on Circuits and Systems*, Ames, Iowa, August 1996
- [CHU82] Chua, L.O., Yaw-Shing Tang, 'Nonlinear Oscillation Via Volterra Series,' *IEEE Trans. Circuits Syst.*, Vol. CAS-29, No.3, pp.150-168, March 1982.
- [COM89] Comlinear Corporation, 'Simulation Macro-models for Comlinear's Current Feedback Amplifiers,' Application Note OA-09, Comlinear Corporation, Jan. 1989
- [DAN94] Dantowitz, P., Shafai, B., Shafai, E., 'Phase Shifter: A Nonlinear Circuit for Direct Measurement of Phase Margin in Feedback Control Systems', *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol.43, No.4, pp. 630-636, August 94.
- [ELA91] Elantec Inc., EL 2020/EL2020C, Databook, pp 1,65-81, July 1991-Rev.C
- [ELA95] Elantec Data Book 'EL2220C' Macromodel, 1996 Tarob Court Milpitas, CA95035, USA, Databook, pp 1-20 1995.
- [EVA93] Evans, S. 'Current-Feedback Op Amp Applications Circuit Guide', Application Note OA-07, *Comlinear Corporation*, January 1993
- [FAB93] Fabre, A., 'Insensitive voltage-mode and current-mode filters from commercially available transimpedance opamps', *IRE Proceedings-G* Vol. 140, No. 5, pp. 319-321, October 1993.
- [FIL87] Filanovsky, I.M., 'Oscillators with amplitude control by restoration of capacitor initial conditions,' *IEE Proc.* Vol.134,.Pt.G, No.1, pp. 31-37, Feb. 1987.
- [FIL90] Filanovsky, I.M., Shui-Sheng Qio, Kothapalli G., 'Sinusoidal oscillator with voltage controlled frequency and amplitude', *Int. J. Electronics*, Vol. 68, No.1, pp. 96-113, 1990.

- [FRA88] Franco, S. *Design with Operational Amplifiers*, Mc Graw-Hill International Editions, 1988
- [FRA89] Franco, S., 'Current-feedback amplifiers benefit high-speed designs', *EDN Mag.*, pp.161-172, January 89.
- [FRA91] Franklin, G.F., Powell, J.D., Emani-Naeini, A., *Control de sistemas dinámicos con retroalimentación*, Addison-Wesley, 1991
- [FRA93] Franco, S., 'Analytical foundations of current-feedback amplifiers', *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, pp. 1050, 1053, 1993.
- [GEI90] Geiger, R.L., Allen, P.E., and Strader, N.R., *VLSI design techniques for analog and digital circuits*, McGraw-Hill, 1990.
- [GEL68] Gelb, A., y Vander Velde, W., *Multiple-input describing functions and nonlinear system design*, McGraw-Hill, 1968.
- [HAR92] Harvey, B. 'Practical Current Feedback Amplifier Design Considerations' *Application Note #23*, Elantec, October 1992.
- [HUE84] Huertas, J.L., Rodríguez-Vázquez, A., and Pérez-Verdú, B., 'High-frequency design of sinusoidal oscillators realised with operational amplifiers,' *IEE Proc. G. Electron. Circuits and Syst.*, 131(4), pp. 137-140, 1984.
- [IUA95] Iuan Liu, S., 'High Input Impedance Filters with Low Component Spread using Current-Feedback amplifiers,' *Electronics Letters*, Vol.31, No.13, pp. 1042-1044, June 1995.
- [IVA93] Ivanisevic, I. I., Vasiljevic, D. M., 'The Quartz Crystal Oscillator Realization Using Current Conveyors', *IEEE Transactions on circuits and systems*, Vol.40, No.8, pp. 530-533, August 93.
- [KAP79] Kaplan, B. Z., Har-Zahav, D., Blau, A., 'A Simple Quadrature Oscillator for Generating Triangular Waves and Square Waves', *Proc. IEEE*, Vol.67, No.11, pp. 1566-1567 November 1979.
- [KEE95] Keeth, B., Baker, R.J., Li, H.W., 'CMOS transconductor VCO with adjustable operating and centre frequencies,' *Electronics Letters*, Vol. 31, No.17, pp.1397, Aug.95.
- [LAK94] Laker, R.R., Sansen, W., *Design of Analog Integrated Circuits and Systems*, Mc Graw-Hill International Editions, 1994
- [LID92] Lidgley, J. And Toumazou, C., 'DC Restored 100 MHz Current Feedback Video Amplifier', *Application Note #3*, Elantec, October 1992.
- [LIN89] Linares-Barranco, B., Rodríguez-Vázquez, A., Sánchez-Sinencio, E., Huertas, J.L., '10Mhz CMOS-C Voltage-Controlled Quadrature Oscillator', *Electronics letters*, Vol. 25, No.12, pp. 765-766, June 89.
- [LIN90] Linares-Barranco, B., Rodríguez Vázquez, A., Sánchez-Sinencio, E., Huertas, J.L., 'On the Design of Voltage-Controlled Sinusoidal Oscillators Using OTA's', *IEEE Transactions on circuits and systems*, Vol.37, No.2, pp. 198-210, February 90.

- [LIN92] Linares-Barranco, B., Rodríguez Vázquez, A., Sánchez-Sinencio, E., Huertas, J.L., 'Generation, design and tuning of OTA-C high-frequency sinusoidal oscillators', *IEEE Proceedings-G*, Vol. 139, No.5, pp. 557-568, October 92.
- [LIU94] Liu, S.I., Chang, C-C., Wu, D-S., 'Active-R sinusoidal oscillators using the CFA pole,' *Int.J. Electronics*, Vol.77, No.6, pp.1035-1042, 1994.
- [MAD94] Maddock, R.J., Calcutt, D.M., *Electronics for Engineers*, Longman Scientific & Technical, 1994.
- [MAH96] Mahattanakul, J., Toumazou, C., 'A Theoretical Study of the Stability of High Frequency Feedback Op-Amp Integrators', *IEEE Trans. Circuits. and Systems*, Vol. 43, No.1, pp.2-12, Jan. 96
- [MAR93] Martínez, L. Poveda, A., García de Vicuña, L., Guinjoan, F., Sánchez, A.F., Sánchez, F.J., *Funcions Electròniques*, Edicions UPC, 1993
- [MAR95] Martinez, P.A., Celma S., Gutierrez I., 'Wien-Type Oscillators Using CCII+', *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, 7, pp.139-147, 1995.
- [MIK84] Mikhael, W. B., 'Continuous and Switched-Capacitor Multiphase Oscillators', *IEEE Transactions on circuits and systems*, Vol.Cas-31, No.3, pp. 280-293, March 84.
- [MOS94] Moschytz, G. S., and Carlosena, A., 'A Classification of current-Mode Single-Amplifier Biquads Based on a Voltage-to-Current Transformation', *IEEE Trans. Circuits Syst. Part-II*, Vol. 41, No. 2, pp. 151-155, February 1994.
- [NAN77] Nandi, R., 'Wien Bridge Oscillators Using Current Conveyors', *Proceedings of the IEEE*, Vol.65, No.11, pp. 1608-1609, November 77.
- [NAT94] *Linear Applications Handbook*, National Semiconductor, 1994.
- [NEA97] Neag, M., McCarthy, O., 'Current Feedback Op-Amp Based Voltage Amplifier and Integrator Analysis Using A Two-Poles Model,' *Proceedings of the 4th International Workshop on Mixed Design of Integrated Circuits and Systems*, Poznan, Poland, 12-14, pp. 347-352 June 1997.
- [NEL85] Nelson, D., And Evans, S., 'A New Approach to Op Amp Design', *Comlinear Corporation Application Note 300-1*, Mar. 1985.
- [NGU92] Nguyen, N., Meyer, R.G., 'Start-up and Frequency Stability in High-Frequency Oscillators', *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, Vol. 27, No.5, pp. 810-820, May 1992.
- [NIX90] Nixon, J.A.L., and Scott, J.B., 'Macromodel of a current-feedback amplifier', *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, pp 3213-3216 1990.
- [NOR90] Nordholt, E. H., and Boon, C. A. M., "'Single-Pin' Integrated Crystal Oscillators", *IEEE Trans. Circuits Syst.*, Vol. 37, No.2, pp. 175-182, Feb. 1990.
- [PIM78] Pimentel, J.R., 'Analysis and Synthesis of Waveform Generators in the Phase Plane' *IEEE Trans. on Industrial Electronics and Control Instrumentation*, Vol. IECI-25, No.3, August 1978, pp. 217-220.
- *[POL96] Pol, C., Poveda, A., Vidal, E., 'Obtención de la Función Descriptiva de un Circuito Electrónico No Lineal Mediante Simulación', *Memoria Técnica del*

- Seminario Anual de Automática y Electrónica Industrial*, pp. 558-562, Zaragoza, Septiembre 1996.
- [POO90] Pookaiyaudom, S., Saivichit, K., 'RC Phase-Shifter Variable Sinusoidal Oscillators Using Initial Conditions-Restoration Amplitude Control,' *IEEE Trans. Instrum. and Meas.*, Vol. 39, No.6, pp. 1038-1044, Dec. 1990
- [POR92] Porta, S., *Osciladores R-Activos: Paradigma del Diseño con Amplificadores Operacionales en Alta Frecuencia*, Memoria de Tesis presentada en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Zaragoza, Univ. Zaragoza, 1992.
- [RAU93] Raut, R., Daoud, N.S., 'Current-mode oscillator realisation using a voltage-to-current transducer in CMOS technology,' *IEE .-G*, Vol.140, No.6, pp.462-464, Dec. 1993.
- [RAM92] Ramírez-Angulo, J., 'A Compact Current Controlled CMOS Waveform Generator,' *IEEE Trans. on Circuits and Systems-II*, Vol. 39, No.12, pp. 883-885, December 1992.
- [RAM94] Ramírez-Angulo, J., 'Wide Range Gain Programmable Classs AB Linear Current Mirrors for Low Supply Operation', *IEEE Trans. on Circuits and Systems-II*, Vol. 41, No.9, pp. 631-634, September 1994.
- [RAM95] Ramírez-Angulo, J., 'Current Mirrors with Low input and Low Output Voltage Requirements', *37th Midwest Symposium on Circuits and Systems*, pp. 107-110, Lafayette, LA, August 3-5, 1994.
- [ROA94] Roach, J. A., Lidgey, F.J., Porta S., 'New Small-Signal Macromodel for Current-Feedback Op-Amps', *IEE Coloquium on Analogue Signal Processing*. Oxford, 1994 October.
- [ROB89] Roberts, G. W., Sedra, A. S., 'All Current-Mode Frequency Selective Circuits', *Electronics letters*, Vol. 25, No.12, pp. 759-761, June 89.
- [SAN90] Sanyal, S.K., Sarker, U.C., and Nandi, R., 'A novel microprocessor-controlled active-R multifunction network: design of programmable filter oscillator and FSK/PSK wave generator,' *IEEE Trans.*, CAS-37, pp. 1085-1090, 1990.
- [SCO93] Scott Evans, 'Current-Feedback Applications Circuit Guide', *Application Note OA-7*, pp. 11_19-11_26, Comlinear Corporation, January 1993.
- [SCH94] Schmid, R. 'Current-Feedback Amps Improve Settling, DC, Noise, and Gain Errors', *EDN*, pp. 107-109, October 13, 1994.
- [SEN93] Senani, R., 'Simple sinusoidal Oscillator using Opamp Compensation Poles,' *Electronics Letters*, Vol. 29, No.5, pp. 451-453, March 1993.
- [SEN94] Senani, R. 'Active-R sinusoidal oscillators using the CFA pole', *Int. Journal Electron.*, vol.77, No.6, pp. 1035-1042, Dec.1994.
- [SEN96a] Senani, R., 'Synthesis of Canonic Single-Resistance-Controlled-Oscillators Using a Single Current-Feedback-Amplifier', *IEE Proc. Circuits Devices Syst.*, Vol.143, No.1, pp.71-72, February 1996.
- [SEN96b] Senani, R., Singh, V.K., 'Novel Single-Resistance-Controlled-Oscillator Configuration Using Current Feedback Amplifiers', *IEEE Trans. Cir. Syst. Part I*, Vol. 43, No.8, pp. 698-700, August 1996.

- [SIR90] Sira-Ramírez, H., 'Sliding Mode Controlled Relaxation Oscillations', *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, Vol.37, No.4, pp. 540-546, April 90.
- [SLO91] Slotine, J-J. E., Li, W., *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, 1991
- [SMI93] Smith, S.O., 'The Good, the Bad and the Ugly: Current Feedback-Technical Contributions and Limitations', *IEEE*, pp. 1058-1061, 1993.
- [SOL77] Solomon, J.E., 'The Monolithic Op Amp: A Tutorial Study', *IEEE Journal of Solid State Circuits*, Vol. SC-9, No. 6, pp 314-331, December 1977.
- [SOL96] Soliman,, A.M. 'Applications of the Current Feedback Operational Amplifier' , *Analog Integrated Circuits and SignalProcessing*, 11, 265-302, 1996.
- [STE93] Steffes, M.. 'Current-Feedback Amplifier Loop Gain Analysisi and Performance Enhancements', *Application Note OA-13*, Comlinear Corporation, January 1993
- [STI94] Sturca, D., 'On the Multiphase Symmetrical Active-R Oscillators', *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, Part II, Vol.41, No.2, pp. 156-158, February 1994.
- [TOU90] Toumazou, C., Lidgey, F.J., Haigh, D.G., (Ed), *Analogue IC Design: the current-mode approach*, U.K., Peter Peregrinus on behalf of IEE, April 1990.
- [TOU90] Toumazou, C., Lidgey, F.J., Makris, C.A., 'Extending Voltage-mode Op Amps to Current-Mode Performance', *IEE Proceedings* , Vol.137, Pt.. G, No.2, pp. 116-130, April 1990
- [TOU93] Toumazou, C., Lidgey, F.J., 'Design with Current-Feedback Op-Amps and Their Applications', *Continuing Education Center at Imperial College*, University of London, 1993.
- [TOU94] Toumazou, C., Battersby, N., Porta, S., (Eds.), *Circuits and Systems. Tutorials*, IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 1994.
- [TOU95] Toumazou, C., Payne, A. and Pookaiyandom, S. "The Active-R filter technique applied to Current-feedback Op-Amps", *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, pp 1203-1206, 1995.
- *[VID94a] Vidal-López, E., Poveda-López A., and Martínez-Salamero L., 'Analysis and design of active-R oscillators,' *IEE Electronics Letters*, Vol. 30, No. 5., pp.375-377, 3rd March 1994.
- *[VID94b] Vidal, E., Poveda, A., Martínez, L., 'Root Locus Analysis for Designing Active-R Oscillators', *Proceedings of the 37th IEEE Midwest Symposium on Circuits and Systems*. Lafayette, Louisiana, 3-5 August 1994, pp. 1115-1118.
- *[VID95] Vidal, E., Poveda, A., Martínez, L., 'Low-Distortion Quadrature Active-R Oscillators', *Proc. of the 12th ECCTD, Istambul, Turkey*, pp 593-596, August 1995.
- *[VID96] Vidal, E., Poveda, A., and Alarcón, E., 'Amplitude Stabilization in a Triangular Wave Quadrature Oscillator', *Proceedings of the 39th Midwest Symposium On Circuits and Systems*, August 18-21, Ames, Iowa, pp. 1083-1086, 1996.
- *[VID97] Vidal, E, Poveda, A., Alarcón, E., 'Analysis and Design of Active-R Oscillators using the Current-Feedback Op-Amp', *European Conference on Circuit Theory and Design, ECCTD'97*, Budapest, September, 1997, pp. 200-203

- [WIL90] Wilson, B., 'Recent Developments in Current Conveyors and Current-Mode Circuits' *IEE Proceedings*, Vol.137, Pt., G, No.2, pp. 63-77, April 1990.
- [WOJ92] Wojtyna, R., 'Composite-Amplifier Wien-Bridge Oscillator with Improved Limit-Cycle Stability', *Electronics letters*, Vol. 28, No.25, pp. 2285-2286, December 92.
- [WON89] Wong, J., 'Current-Feedback Op Amps Extend High-Frequency Performance', *EDN Mag.*, pp. 211-216, October 89.
- [WU95] Wu, D.-S., Liu, S.-I., Hwang, Y.-S. Wu, Y.-P., 'Multiphase Sinusoidal Oscillator Using the CFOA Pole' *IEE Proc.-Circuits Devices Syst.*, Vol.142, No.1, pp. 37-40, February 1995.