

T ARA

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Dep. d'Enginyeria de Sistemes, Automàtica i Informàtica Industrial

• BUBC
BIBLIOTECA DE JOSEPH NRIEL FERRATE
Campus Nord

TESI DOCTORAL

***APORTACIÓ ALS MÈTODES DE SEGUIMENT
TRIDIMENSIONAL D'OBJECTES, D'ALTA VELOCITAT
D'OPERACIÓ, MITJANÇANT L'ESTEREOVISIÓ.***

Joan Aranda López

Director: Josep Amat i Girbau

Barcelona, setembre de 1997

CAPÍTOL 5

5. Anàlisi dels errors de discretització i localització

5.1. Introducció

Per tal d'avaluar la precisió de les dades subministrades pel sistema de seguiment proposat en aquesta tesi, cal veure primer a quins tipus d'errors i soroll estan exposats els diferents processos de tractament de la informació que componen el sistema, per després avaluar la manera en que aquests errors son propagats fins a la sortida del sistema.

El sistema de seguiment proposat es compon dels següents processos (veure l'esquema del sistema a l'inici del capítol 3):

1. Adquisició (i discretització) de la imatge esquerra i dreta.
2. Preprocessat (Extracció de contorns, binaritzat, color, textures, imatge diferència ...).
3. Descripció local de la imatge (Transformació polar).
4. Detecció i selecció de característiques locals.
5. Reconeixement local basat en la descripció local de les característiques seleccionades. (Per efectuar l'aparellament estèreo i el seguiment bidimensional).
6. Estimació de la posició tridimensional basada en la disparitat de les característiques locals entre les imatges esquerra i dreta.

Donat que el sistema de seguiment proposat dona dades relatives a la posició de les característiques locals presents dins de l'escena, només interessa l'estudi de la propagació dels errors relatius a la *detecció, localització i reconeixement* d'aquestes característiques. De forma més precisa tots aquests processos utilitzen la transformació polar discreta de les característiques locals. Per tant cal avaluar en primer lloc com els errors de les dades d'entrada al sistema afecten a la transformació polar de la imatge proposada.

Els principals errors que afecten a la sortida del sistema i que han estat considerats són:

- Error de discretització de la imatge.
- Error de localització dels pixels de contorn.

5.2. Error de discretització

Aquesta és la primera font d'error a tenir en compte no només en aquest sistema si no en qualsevol sistema basat en visió per computador. L'error de discretització té dues fonts en el cas d'utilitzar cameres analògiques (més econòmiques que les digitals).

La primera font d'error ve determinada per la freqüència de mostreig de la placa d'adquisició sobre el senyal analògic procedent de la camera. Aquesta freqüència determina l'amplada del pixel (o error de resolució en la coordenada X). Quan més gran sigui la freqüència de mostreig més petit serà l'error de discretització (segons la coordenada X).

En el cas de l'error de discretització vertical (coordenada Y) s'aplica el mateix criteri amb l'excepció que el senyal procedent de la camera ja està discretitzat en línies. Els sistemes comercials donen 625 línies per imatge repartides en dos quadres (de les quals només 575 contenen informació referent a imatge).

La segona font d'error ve determinada per la resolució finita que tenen els components fotosensibles de les cameres amb les que s'obtenen les imatges. La quantitat d'elements fotosensibles per línia, marquen el límit teòric de la freqüència de mostreig de la placa d'adquisició. Aquests elements acostumen a ser de l'ordre de 400 pixels per fila i 300 pixels per columna (tot i que poden arribar a 8K pixels per línia i columna per algunes cameres d'aplicació específica).

Pel sistema proposat s'ha seleccionat una freqüència de mostreig que determina una amplada de pixel (error de resolució en X) en correspondència amb l'alçada del pixel (error de resolució en Y), de forma que s'obté el que s'anomena *pixel quadrat* (a diferència de l'anomenat pixel rectangular quan aquestes mides són arbitràries). D'aquesta manera es redueix la distorsió en la forma que presenten els objectes presents en la imatge davant de possibles rotacions.

5.2.1. Quantificació de l'error de discretització

S'anomenarà Δx i Δy als *errors de resolució* donats pel mostreig a les dues coordenades de la imatge i que defineixen les dimensions del pixel. S'assumeix que $\Delta x = \Delta y$ (pixel quadrat).

Per a cadascuna de les dimensions de la imatge es té un error en la localització de cada punt de la imatge contínua.

Sigui x la posició exacta d'un punt de la imatge (per exemple un contorn) al llarg de l'eix de les X. Degut a l'error de discretització la posició x és associada al valor discret x_m .

Així, una vegada coneguda la posició discreta (x_m) d'un determinat punt de la imatge, es pot afirmar que la posició real (x) cau dins de l'interval $[x_m - \Delta x/2, x_m + \Delta x/2]$.

$$x \in [x_m - \Delta x/2, x_m + \Delta x/2]$$

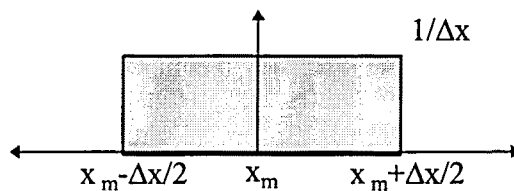
Es defineix l'error de discretització ($\mathcal{E}x$) com la diferència entre el valor real i el valor discret associat. Així:

$$\mathcal{E}x = x - x_m \quad \mathcal{E}x \in [-\Delta x/2, +\Delta x/2]$$

D'aquí es dedueix que l'error màxim de discretització ($\mathcal{E}x_{\max}$) és igual a $\Delta x/2$.

Ara bé, prendre aquest valor màxim com una mesura de l'error de localització comès en l'adquisició de la imatge seria molt pessimista donat l'escassa probabilitat amb la que aquest error màxim es presenta. S'acostuma en aquests casos a fer ús d'unes dades més significatives com són l'*esperança* (o valor mitjà) d'aquest error de discretització i la seva *desviació típica*.

Com que no es té cap informació *a priori* respecte de la posició real de x dins de l'interval de discretització $[x_m - \Delta x/2, x_m + \Delta x/2]$, direm que x actua com una variable aleatòria de *distribució uniforme* dins de l'interval de valors possibles (veure figura).



$$x \sim U [x_m - \Delta x/2, x_m + \Delta x/2]$$

Figura 5. 1. Distribució uniforme de x

Llavors, la probabilitat que x caigui dins d'un interval dx al voltant de la posició x_m és igual a $dx/\Delta x$ sempre que $dx \in [x_m - \Delta x/2, x_m + \Delta x/2]$, altrament és igual a 0.

D'aquesta forma es pot calcular l'esperança de l'error de discretització $\mathcal{E}x = x - x_m$ mitjançant:

$$\mu = E[\mathcal{E}x] = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_m - \Delta x/2}^{x_m + \Delta x/2} (x - x_m) \cdot dx = \frac{1}{\Delta x} \int_{-\Delta x/2}^{+\Delta x/2} (x) \cdot dx = 0$$

La seva variància ve donada per:

$$\sigma^2[\mathcal{E}x] = E[\mathcal{E}x^2] - E[\mathcal{E}x]^2$$

$$E[\mathcal{E}x^2] = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_m - \Delta x/2}^{x_m + \Delta x/2} (x - x_m)^2 \cdot dx = \frac{1}{\Delta x} \int_{-\Delta x/2}^{+\Delta x/2} (x)^2 \cdot dx = \frac{\Delta x^2}{12}$$

Donat que l'error de resolució Δx és igual a *1 pixel* la variància de l'error de discretització queda:

$$\sigma^2(\mathcal{E}x) = 1/12 = 0,083 \text{ pixels}^2.$$

i d'aquí es pot deduir la seva desviació típica:

$$\sigma(\mathcal{E}x) = \sqrt{\sigma^2(\mathcal{E}x)} = \Delta x / \sqrt{12} = 0,288 \text{ pixels}.$$

que com es veu és molt més baixa (gairebé la meitat) que l'error màxim calculat anteriorment :

$$\mathcal{E}x_{max} = \Delta x/2 = 0,5 \text{ pixels}.$$

5.2.2. Error en la longitud dels radis de la transformació polar aplicada

En aquest apartat es passa a veure com l'error de discretització, quantificat a l'anterior apartat, afecta a la mesura de longitud dels radis de la transformació polar de la imatge. Diferenciarem dues possibilitats, el cas de radis en la direcció dels eixos de coordenades de la imatge (horizontals o verticals) i el cas dels radis diagonals.

En el cas dels **radis horitzontals** la mesura de la seva llargària ve donada per la posició relativa del pixel de contorn respecte el pixel central de la finestra de transformació. Es pot definir llavors la llargària del radi com:

$$r = x - xc$$

on x és la posició exacta del contorn al llarg de l'eix de les X i xc és la posició exacta del centre de la finestra de transformació.

D'aquesta llargària, només es pot conèixer el seu valor discret donat per:

$$r_m = x_m - xc$$

on x_m és la posició discreta del contorn al llarg de l'eix de les X.

L'error present en r_m degut a la discretització ($\mathcal{E}r$) arrossega l'error present a la coordenada x_m , ja que, la coordenada del centre de la finestra de transformació (xc) no té incertesa en venir donada per definició.

$$\mathcal{E}r = r - r_m = (x - xc) - (x_m - xc) = x - x_m = \mathcal{E}x$$

$$|\mathcal{E}r_{max}| = |\mathcal{E}x_{max}| = \Delta x/2 = 1/2 \text{ pixel}$$

$$[\mathcal{E}r] = E[\mathcal{E}x] = 0$$

$$\sigma^2(\mathcal{E}r) = \sigma^2(\mathcal{E}x) = 1/12 = 0,083 \text{ pixels}^2$$

$$\sigma(\mathcal{E}r) = \sqrt{\sigma^2(\mathcal{E}r)} = 1/\sqrt{12} = 0,288 \text{ pixels.}$$

Pels **radis verticals** els resultats coincideixen degut a la correspondència entre l'error de resolució horitzontal i l'error de resolució vertical ($\Delta x = \Delta y$ pixel quadrat).

En el cas dels **radis diagonals** es procedeix de la mateixa forma començant per la definició de longitud d'aquests radis com la distància del pixel de contorn (x_l, y_l) respecte del pixel central de la finestra de transformació (x_c, y_c) .

$$r = \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2} \quad (x, y) \text{ posició exacta del pixel de contorn}$$

$$r_m = \sqrt{(x_m - x_c)^2 + (y_m - y_c)^2} \quad (x, y)_m \text{ posició discreta del pixel de contorn}$$

$$\mathcal{E}r = r - r_m$$

$$E[\mathcal{E}r] = E[r - r_m] = E[r] - r_m = r_m - r_m = 0$$

$$\text{ja que, } E[r] = \frac{1}{\Delta x \cdot \Delta y} \int_{x_m - \Delta x/2}^{x_m + \Delta x/2} \int_{y_m - \Delta y/2}^{y_m + \Delta y/2} r(x, y) \cdot dy = r_m \quad (1)$$

Es procedeix a calcular la variància (i desviació típica) de l'error en la mesura r_m :

$$\sigma^2(\mathcal{E}r) = \sigma^2(r - r_m) = \sigma^2(r) + \sigma^2(r_m) + 2 \cdot \text{cov}(r, r_m) = \sigma^2(r)$$

utilitzant (1):

$$\sigma^2(r) = E[r^2] - E[r]^2 = E[r^2] - r_m^2 \quad (2)$$

$$E[r^2] = E[(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2] = E[(x - x_c)^2] + E[(y - y_c)^2] \quad (3)$$

$$\begin{aligned} E[(x - x_c)^2] &= E[(x - x_m + x_m - x_c)^2] = E[(x - x_m)^2] + E[(x_m - x_c)^2] + \\ &+ E[2 \cdot (x - x_m) \cdot (x_m - x_c)] = \sigma^2(\mathcal{E}x) + (x_m - x_c)^2 + 2 \cdot (x_m - x_c) \cdot E[\mathcal{E}x] \end{aligned}$$

Com que $E[\mathcal{E}x] = 0$ queda:

$$E[(x - x_c)^2] = \sigma^2(\mathcal{E}x) + (x_m - x_c)^2$$

De forma anàloga per y :

$$E[(y-yc)^2] = \sigma^2(\epsilon y) + (y_m - yc)^2$$

i substituint en l'expressió (3):

$$E[r^2] = \sigma^2(\epsilon x) + (x_m - xc)^2 + \sigma^2(\epsilon y) + (y_m - yc)^2$$

$$E[r^2] = \sigma^2(\epsilon x) + \sigma^2(\epsilon y) + r_m^2$$

substituint ara en l'expressió (2):

$$\sigma^2(\epsilon r) = \sigma^2(\epsilon x) + \sigma^2(\epsilon y) + r_m^2 - r_m^2 = \sigma^2(\epsilon x) + \sigma^2(\epsilon y)$$

Es conegut que $\sigma^2(\epsilon x) = \sigma^2(\epsilon y)$ donat que es treballa amb pixel quadrat, llavors:

$$\sigma^2(\epsilon r) = 2 \cdot 1/12 = 0,16 \text{ pixels}^2 \quad (= 2 \cdot \sigma^2(\epsilon r) \text{ dels radis horitzontals})$$

$$\sigma(\epsilon r) = \sqrt{\sigma^2(\epsilon r)} = 1/\sqrt{6} = 0,408 \text{ pixels.}$$

$$(\text{= } \sqrt{2} \cdot \sigma(\epsilon r) \text{ dels radis horitzontals})$$

com es pot veure el valor de la desviació típica és gairebé la meitat de l'error màxim esperat:

$$|\epsilon r_{max}| = \sqrt{(|\epsilon x_{max}|^2 + |\epsilon y_{max}|^2)} = \sqrt{((1/2)^2 + (1/2)^2)} = \sqrt{2} \cdot (1/2) = 0,707 \text{ pixels}$$

$$(\text{= } \sqrt{2} \cdot |\epsilon r_{max}| \text{ dels radis horitzontals})$$

Aquests resultats coincideixen amb la percepció intuïtiva (geomètrica) que l'error degut a la discretització en els radis diagonals és igual al produït en els radis horitzontals (o verticals) multiplicat per un factor d'arrel de dos (que correspon a la relació entre la diagonal i el costat d'un quadrat de dimensió igual a un pixel).

5.2.3. Error en la selecció de les característiques locals

L'error comès en la mesura de cadascun dels radis de la transformació polar (ϵr) afecta a la funció que avalua la fiabilitat d'una característica local abans de ser seleccionada.

Aquesta selecció depèn de la comparació amb un patró model, que per definició, correspon a aquell que la seva transformació polar té tots els radis iguals a 3,5 (valor mitjà dels radis de la transformació polar). (Eq. 3.4).

Es defineix llavors:

$$D = \sum_{\theta=0}^7 (r(\theta) - 3,5)^2 \qquad D_m = \sum_{\theta=0}^7 (r_m(\theta) - 3,5)^2$$

com a la distància de la transformada polar d'una regió de la imatge ($r(\theta)$) respecte del patró model (circunferència de radi igual a 3,5 pixels).

Es vol conèixer l'esperança i desviació típica de l'error comès en el càlcul de D a partir de l'error de discretització de les $r_m(\theta)$ ($=\mathcal{E}r$).

Aquest error ve donat per l'expressió: $\mathcal{E}D = D - D_m$

Aquest error pot ser calculat a partir de la propagació dels errors en cadascuna de les mesures dels radis. Es prescindeix d'arrossegar l'índex (θ) per millorar la llegibilitat.

Sabem que $\mathcal{E}r = r - r_m$ és l'error en la mesura de llargària de cadascun dels 8 radis.

Es defineix ara: $d = r - 3,5$ $d_m = r_m - 3,5$

Llavors: $\mathcal{E}d = d - d_m = r - r_m = \mathcal{E}r$

Aquest error és diferent per radis horitzontals que per radis diagonals com s'ha vist a l'apartat anterior.

Sigui ara: $Q = d^2$ $Q_m = d_m^2$

llavors: $\mathcal{E}Q = Q - Q_m = d^2 - d_m^2 = (d_m + \mathcal{E}d)^2 - d_m^2 = 2 \cdot d_m \cdot \mathcal{E}d + \mathcal{E}d^2$

expressió de la que es pot menysprear l'últim terme.

llavors per **radis horitzontals i verticals** ($\theta=0,2,4,6$) calculem:

$$|\mathcal{E}Q_{max}| = 2 \cdot d_m \cdot \max(\mathcal{E}d) = 2 \cdot d_m \cdot \frac{1}{2} = d_m \text{ pixels}^2$$

$$E[\mathcal{E}Q] = 2 \cdot d_m \cdot E[\mathcal{E}d] = 2 \cdot d_m \cdot E[\mathcal{E}r] = 0$$

$$\sigma^2(\mathcal{E}Q) = E[\mathcal{E}Q^2] - E[\mathcal{E}Q]^2 = E[(2 \cdot d_m \cdot \mathcal{E}d)^2] = (2 \cdot d_m)^2 \cdot E[(\mathcal{E}d - 0)^2] =$$

$$= (2 \cdot d_m)^2 \cdot \sigma^2(\mathcal{E}d) = 4/12 \cdot d_m^2 = 1/3 \cdot d_m^2 = 1/3 \cdot Q_m \text{ pixels}^4$$

de manera que la desviació típica de $\mathcal{E}Q$ és:

$$\sigma(\mathcal{E}Q) = \sqrt{\sigma^2(\mathcal{E}Q)} = 1/\sqrt{3} \cdot \sqrt{Q_m} = 1/\sqrt{3} \cdot d_m = 0,577 \cdot d_m \text{ pixels}^2.$$

en el cas dels **radis diagonals** ($\theta=1,3,5,7$):

$$|\varepsilon_{Q_{max}}| = 2 \cdot d_m \cdot \max(\varepsilon d) = 2 \cdot d_m \cdot \sqrt{2}/2 = \sqrt{2} \cdot d_m \text{ pixels}^2$$

$$(\text{=} \sqrt{2} \cdot |\varepsilon_{Q_{max}}| \text{ dels radis horitzontals)}$$

$$E[\varepsilon Q] = 2 \cdot d_m \cdot E[\varepsilon d] = 0$$

$$\sigma^2(\varepsilon Q) = (2 \cdot d_m)^2 \cdot \sigma^2(\varepsilon d) = 4/6 \cdot d_m^2 = 2/3 \cdot d_m^2 = 2/3 \cdot Q_m \text{ pixels}^4$$

$$(\text{=} 2 \cdot \sigma^2(\varepsilon Q) \text{ dels radis horitzontals)}$$

$$\sigma(\varepsilon Q) = \sqrt{\sigma^2(\varepsilon Q)} = \sqrt{2/3} \cdot \sqrt{Q_m} = \sqrt{2/3} \cdot d_m = 0,816 \cdot d_m \text{ pixels}^2.$$

$$(\text{=} \sqrt{2} \cdot \sigma(\varepsilon Q) \text{ dels radis horitzontals)}$$

Es pot observar que, independentment de la direcció dels radis, la desviació típica de εQ és proporcional a $\sqrt{Q_m}$ (ó d_m). Per tant, l'error relatiu $\varepsilon Q/Q_m$ es fa més petit quan creix Q_m . La variable d_m només agafa els valors $\{0,5 ; 1,5 ; 2,5 ; 3,5\}$.

Taula resum de $\varepsilon Q(\theta)$:

d_m	Q_m	radis horitzontals		radis diagonals	
		$ \varepsilon_{Q_{max}} $	$\sigma(\varepsilon Q)$	$ \varepsilon_{Q_{max}} $	$\sigma(\varepsilon Q)$
0,5	0,25	0,5	0,29	0,707	0,41
1,5	2,25	1,5	0,86	2,12	1,22
2,5	6,25	2,5	1,44	3,54	2,04
3,5	12,25	3,5	2,02	4,95	2,86

Taula 5.1. Error en la comparació del valor d'un radi amb el valor model (3,5) en funció del valor de la diferència (d_m) i el tipus de radi.

Una vegada avaluat l'error dels sumands de la funció D es pot calcular l'error acumulat:

$$D = \sum_{\theta=0}^7 (r(\theta) - 3,5)^2 = \sum_{\theta=0}^7 Q(\theta)$$

$$D_m = \sum_{\theta=0}^7 (r_m(\theta) - 3,5)^2 = \sum_{\theta=0}^7 Q_m(\theta)$$

$$\varepsilon D = D - D_m = \sum_{\theta=0}^7 Q(\theta) - \sum_{\theta=0}^7 Q_m(\theta) = \sum_{\theta=0}^7 [Q(\theta) - Q_m(\theta)] = \sum_{\theta=0}^7 \varepsilon Q(\theta)$$

$$|\varepsilon D_{max}| = \sum_{\theta=0}^7 |\varepsilon Q_{max}(\theta)| = \sum_{\theta=0}^7 w_{\theta} \cdot |r_m(\theta) - 3,5| \quad w_{\theta} = \begin{cases} 1 & \text{per } \theta \text{ parell} \\ \sqrt{2} & \text{per } \theta \text{ senar} \end{cases}$$

$$E[\varepsilon D] = \sum_{\theta=0}^7 E[\varepsilon Q_{\theta}] = 0$$

$$\sigma^2[\varepsilon D] = \sum_{\theta=0}^7 \sigma^2[\varepsilon Q_{\theta}] = \sum_{\theta=0}^7 w_{\theta} \cdot Q_m(\theta) \quad w_{\theta} = \begin{cases} 1/3 & \text{per } \theta \text{ parell} \\ 2/3 & \text{per } \theta \text{ senar} \end{cases}$$

$$\sigma[\varepsilon D] = \sqrt{\sum_{\theta=0}^7 \sigma^2[\varepsilon Q_{\theta}]} = \sqrt{\sum_{\theta=0}^7 w_{\theta} \cdot Q_m(\theta)} \quad w_{\theta} = \begin{cases} 1/3 & \text{per } \theta \text{ parell} \\ 2/3 & \text{per } \theta \text{ senar} \end{cases}$$

D'aquests resultats es pot concloure que l'error degut a la discretització provoca en la mesura de la fiabilitat d'una característica local, un error mitjà igual a 0. La desviació típica de l'error comès està afitada superiorment per l'arrel quadrada de la magnitud mesurada:

$$\sigma(\varepsilon D) < \sqrt{D_m}$$

O sigui, quan més alta és la mesura de fiabilitat de la característica local (D_m , petita), més petit és l'error comès en la mesura de fiabilitat .

5.2.4. Error en el reconeixement de característiques locals

En aquest apartat es quantifica com l'error de discretització afecta al reconeixement de les característiques locals de la imatge. El reconeixement és emprat pel sistema proposat en els processos d'aparellament estèreo i de seguiment de característiques locals. Aquest reconeixement fa servir una mesura de distància entre la transformació polar dels píxels d'una regió amb la transformació polar de la característica local buscada (patró) (Eq. 3.6 i Eq. 3.8).

La mesura de distància que es fa servir per comparar dues transformades polars té un valor exacte (F) i un valor calculat a partir de les dades discretes (F_m):

$$F = \sum_{\theta=0}^7 (r1(\theta) - r2(\theta))^2 \quad F_m = \sum_{\theta=0}^7 (r1_m(\theta) - r2_m(\theta))^2$$

On $r1(\theta)$ i $r2(\theta)$ són els valors exactes de cadascun dels radis de les transformacions polars a comparar i $r1_m(\theta)$ i $r2_m(\theta)$ són els seus valors discrets.

Llavors tenim: $\mathcal{E}F = F - F_m$

Aquest error depèn de l'error acumulat en la comparació dels radis degut a l'error de discretització.

5.2.4.1. Error en la comparació dels radis

Diferenciarem dues possibilitats, el cas de radis en la direcció dels eixos de coordenades de la imatge (horitzontals o verticals) i el cas dels radis diagonals.

En el cas de la comparació de **radis horitzontals** la mesura de la seva diferència ve donada per l'equació:

$$f = r1 - r2 = (x1 - xc) - (x2 - xc) = x1 - x2$$

$$f_m = r1_m - r2_m = (x1_m - xc) - (x2_m - xc) = x1_m - x2_m$$

On $x1$ i $x2$ són les coordenades dels píxels de contorn dins de la imatge que determinen la llargària de $r1$ i $r2$ respectivament, $x1_m$ i $x2_m$ són els seus valors discrets i xc és la coordenada del centre de la finestra de transformació polar.

L'error present en f_m degut a la discretització ($\mathcal{E}f$) arrossega els errors presents a les coordenades $x1_m$ i $x2_m$. Es recorda que $\mathcal{E}x = x - x_m$.

$$\mathcal{E}f = f - f_m = (x1 - x2) - (x1_m - x2_m) = (x1 - x1_m) - (x2 - x2_m) = \mathcal{E}x1 - \mathcal{E}x2$$

Com que $\mathcal{E}f$ és la resta de dues variables aleatòries de distribució uniforme, la seva probabilitat segueix una distribució triangular tal com:

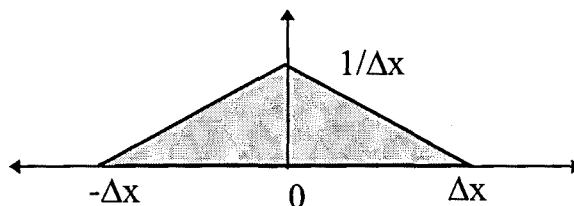


Figura 5. 2. Distribució triangular de l'error en la comparació de radis

L'error màxim ve donat per l'expressió:

$$|\mathcal{E}f_{max}| = |\mathcal{E}x1_{max}| + |\mathcal{E}x2_{max}| = \Delta x/2 + \Delta x/2 = \Delta x = 1 \text{ pixel}$$

Aquest error màxim d'un pixel torna a ser una mesura molt pessimista donada la distribució triangular que té la probabilitat d'aquest error.

L'esperança d'aquest error es pot calcular a partir dels errors de $x1_m$ i $x2_m$ com:

$$E[\mathcal{E}f] = E[\mathcal{E}x1 - \mathcal{E}x2] = 0$$

$$E[\mathcal{E}x1 - \mathcal{E}x2] = \frac{1}{\Delta x \cdot \Delta x} \int_{-\Delta x/2}^{+\Delta x/2} dx1 \int_{-\Delta x/2}^{+\Delta x/2} (x1 - x2) \cdot dx2 = 0$$

i la seva variància pot ser avaluada a partir de la fórmula de propagació de variàncies (sabent que $x1$ i $x2$ són independents) [Sanchez, 89]:

$$\sigma^2(\mathcal{E}f) = \sigma^2(\mathcal{E}x1) + \sigma^2(\mathcal{E}x2) = 1/12 + 1/12 = 1/6 = 0,16 \text{ pixels}^2$$

de manera que la desviació típica de l'error de la diferència dels radis horitzontals és:

$$\sigma(\mathcal{E}f) = \sqrt{\sigma^2(\mathcal{E}f)} = 1/\sqrt{6} = 0,408 \text{ pixels.}$$

Pels **radis verticals** els resultats coincideixen degut a la correspondència entre l'error de resolució horitzontal i l'error de resolució vertical ($\Delta x = \Delta y$ pixel quadrat).

En el cas dels **radis diagonals**:

$$r = \sqrt{(x - xc)^2 + (y - yc)^2} \quad (x,y) \text{ posició exacta del pixel de contorn}$$

$$f = r1 - r2 \quad i \quad f_m = r1_m - r2_m$$

Pel càlcul de $\mathcal{E}f$ es fan servir els valors ja calculats de $\mathcal{E}r1$ i $\mathcal{E}r2$:

$$\mathcal{E}f = f - f_m = (r1 - r2) - (r1_m - r2_m) = (r1 - r1_m) - (r2 - r2_m) = \mathcal{E}r1 - \mathcal{E}r2$$

$$|\mathcal{E}f_{max}| = |\mathcal{E}r1_{max}| + |\mathcal{E}r2_{max}| = \sqrt{2}/2 + \sqrt{2}/2 = 1,41 \text{ pixels}$$

$$(\text{= } \sqrt{2} \cdot |\mathcal{E}f_{max}| \text{ dels radis horitzontals)}$$

$$E[\mathcal{E}f] = E[\mathcal{E}r1 - \mathcal{E}r2] = E[\mathcal{E}r1] - E[\mathcal{E}r2] = 0 - 0 = 0$$

$$\sigma^2(\mathcal{E}f) = \sigma^2(\mathcal{E}r1 - \mathcal{E}r2) = \sigma^2(\mathcal{E}r1) + \sigma^2(\mathcal{E}r2) = 2 \cdot \sigma^2(\mathcal{E}r) = 4 \cdot \sigma^2(\mathcal{E}x)$$

$$\sigma^2(\mathcal{E}f) = 4 \cdot 1/12 = 1/3 = 0,33 \text{ pixels}^2$$

$$(\text{= } 2 \cdot \sigma^2(\mathcal{E}f) \text{ dels radis horitzontals)}$$

de manera que la desviació típica de l'error de la diferència dels radis diagonals és:

$$\sigma(\mathcal{E}f) = \sqrt{\sigma^2(\mathcal{E}f)} = 1/\sqrt{3} = 0,577 \text{ pixels.}$$

$$(\text{= } \sqrt{2} \cdot \sigma(\mathcal{E}f) \text{ dels radis horitzontals)}$$

5.2.4.2. Error en la diferència dels radis al quadrat

Es farà servir la mateixa metodologia que en el cas de l'apartat 5.1.3.

Sigui ara: $R = f^2$ $R_m = f_m^2$

llavors: $\mathcal{E}R = R - R_m = f^2 - f_m^2 = (f_m + \mathcal{E}f)^2 - f_m^2 = 2 \cdot f_m \cdot \mathcal{E}f + \mathcal{E}f^2$

expressió de la que es pot menysprear l'últim terme.

llavors per radis horitzontals i verticals ($\theta=0,2,4,6$) calculem:

$$|\mathcal{E}R_{max}| = 2 \cdot f_m \cdot \max(\mathcal{E}f) = 2 \cdot f_m \cdot 1 = 2 \cdot f_m \text{ pixels}^2$$

$$E[\mathcal{E}R] = 2 \cdot f_m \cdot E[\mathcal{E}f] = 0$$

$$\sigma^2(\mathcal{E}R) = (2 \cdot f_m)^2 \cdot \sigma^2(\mathcal{E}f) = 4/6 \cdot f_m^2 = 2/3 \cdot f_m^2 = 2/3 \cdot R_m \text{ pixels}^4$$

$$\sigma(\mathcal{E}R) = \sqrt{\sigma^2(\mathcal{E}R)} = \sqrt{2/3} \cdot \sqrt{R_m} = \sqrt{2/3} \cdot f_m = 0,816 \cdot f_m \text{ pixels}^2.$$

en el cas dels **radis diagonals** ($\theta=1,3,5,7$):

$$|\mathcal{E}R_{\max}| = 2 \cdot f_m \cdot \max(\mathcal{E}f) = 2 \cdot f_m \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \cdot f_m \text{ pixels}^2$$

(= $\sqrt{2}$ · $|\mathcal{E}R_{\max}|$ dels radis horitzontals)

$$E[\mathcal{E}R] = 2 \cdot f_m \cdot E[\mathcal{E}f] = 0$$

$$\sigma^2(\mathcal{E}R) = (2 \cdot f_m)^2 \cdot \sigma^2(\mathcal{E}f) = 4/3 \cdot f_m^2 = 4/3 \cdot R_m \text{ pixels}^4$$

(= 2 · $\sigma^2(\mathcal{E}R)$ dels radis horitzontals)

$$\sigma(\mathcal{E}R) = \sqrt{\sigma^2(\mathcal{E}R)} = \sqrt{4/3} \cdot \sqrt{R_m} = \sqrt{4/3} \cdot f_m = 1,154 \cdot f_m \text{ pixels}^2.$$

(= $\sqrt{2}$ · $\sigma(\mathcal{E}R)$ dels radis horitzontals)

Es pot observar que, per qualsevol direcció dels radis, la desviació típica de $\mathcal{E}R$ és proporcional a $\sqrt{R_m}$ (ó f_m). Per tant, l'error relatiu $\mathcal{E}R/R_m$ es fa més petit quan creix R_m . Cal tenir en compte que la variable f_m només agafa els valors enters entre 0 i 7.

Taula resum de $\mathcal{E}R(\theta)$:

f_m	R_m	radis horitzontals		radis diagonals	
		$ \mathcal{E}R_{\max} $	$\sigma(\mathcal{E}R)$	$ \mathcal{E}R_{\max} $	$\sigma(\mathcal{E}R)$
0	0	0	0	0	0
1	1	2	0,816	2,83	1,154
2	4	4	1,63	5,66	2,31
3	9	6	2,45	8,48	3,46
4	16	8	3,26	11,31	4,62
5	25	10	4,08	14,14	5,77
6	36	12	4,89	16,97	6,92
7	49	14	5,71	19,80	8,08

Taula 5.2. Error en el càlcul de la diferència quadràtica entre dos radis en funció del valor de la diferència i el tipus de radi.

5.2.4.3. Error en el sumatori de les diferències dels radis al quadrat

Una vegada avaluat l'error dels sumands de la funció F es pot calcular l'error acumulat:

$$F = \sum_{\theta=0}^7 (r1(\theta) - r2(\theta))^2 = \sum_{\theta=0}^7 R(\theta)$$

$$F_m = \sum_{\theta=0}^7 (r1_m(\theta) - r2_m(\theta))^2 = \sum_{\theta=0}^7 R_m(\theta)$$

$$\mathcal{E}F = F - F_m = \sum_{\theta=0}^7 R(\theta) - \sum_{\theta=0}^7 R_m(\theta) = \sum_{\theta=0}^7 [R(\theta) - R_m(\theta)] = \sum_{\theta=0}^7 \mathcal{E}R(\theta)$$

$$|\mathcal{E}F_{max}| = \sum_{\theta=0}^7 |\mathcal{E}R_{max}(\theta)| = \sum_{\theta=0}^7 w_{\theta} \cdot |r1_m(\theta) - r2_m(\theta)| \quad w_{\theta} = \begin{cases} 2 & \text{per } \theta \text{ parell} \\ 2 \cdot \sqrt{2} & \text{per } \theta \text{ senar} \end{cases}$$

$$E[\mathcal{E}F] = \sum_{\theta=0}^7 E[\mathcal{E}R_{\theta}] = 0$$

$$\sigma^2[\mathcal{E}F] = \sum_{\theta=0}^7 \sigma^2[\mathcal{E}R_{\theta}] = \sum_{\theta=0}^7 w_{\theta} \cdot R_m(\theta) \quad w_{\theta} = \begin{cases} 2/3 & \text{per } \theta \text{ parell} \\ 4/3 & \text{per } \theta \text{ senar} \end{cases}$$

$$\sigma[\mathcal{E}F] = \sqrt{\sum_{\theta=0}^7 \sigma^2[\mathcal{E}R_{\theta}]} = \sqrt{\sum_{\theta=0}^7 w_{\theta} \cdot R_m(\theta)} \quad w_{\theta} = \begin{cases} 2/3 & \text{per } \theta \text{ parell} \\ 4/3 & \text{per } \theta \text{ senar} \end{cases}$$

D'aquests resultats es pot concloure que l'error degut a la discretització provoca en l'avaluació del reconeixement d'una característica local, un error mitjà igual a 0. La desviació típica de l'error comès és del mateix ordre que l'arrel quadrada de la magnitud mesurada

$$\sigma(\mathcal{E}F) \cong \sqrt{F_m}$$

Es a dir, quan més alta és la mesura de similitud entre les dues transformacions polars (F_m petita), més petit és l'error comès en la mesura de similitud.

5.2.5. Error en la mesura de distància 3D

A continuació s'analitzarà com l'error de discretització afecta a la mesura de distància de les característiques locals presents a l'escena. Si es recorda la formulació (Eq.3.5), la mesura de distància (o profunditat) es realitza mitjançant el següent càlcul:

$$Z = \lambda \cdot B / (xe - xd) \quad Z_m = \lambda \cdot B / (xe_m - xd_m) \quad \varepsilon Z = Z - Z_m$$

on λ i B , són respectivament la distància focal i la separació entre cameres. Actuen com a constants una vegada calibrades les cameres. Les variables xe i xd són les coordenades x de la mateixa característica local a les imatges esquerra i dreta respectivament. La diferència entre aquestes coordenades determina la *disparitat* (g):

$$g = xe - xd \text{ i per tant } Z = \lambda \cdot B / g \text{ amb } g > 0 \text{ (ja que sempre } xe > xd)$$

de la que es coneix:

$$g_m = xe_m - xd_m \text{ i per tant } Z_m = \lambda \cdot B / g_m.$$

Ara g_m sí pot ser igual a 0 degut a l'error de discretització. En tal cas la distància no pot ser determinada. Aquests casos singulars no seran tractats.

L'error en la disparitat és conegut donat que és el mateix que l'error en la diferència entre radis horitzontals de la secció 5.1.4.1.

$$\varepsilon g = g - g_m = (xe - xd) - (xe_m - xd_m) = (xe - xe_m) - (xd - xd_m) = \varepsilon xe - \varepsilon xd$$

$$|\varepsilon g_{max}| = |\varepsilon xe_{max}| + |\varepsilon xd_{max}| = \Delta x / 2 + \Delta x / 2 = \Delta x = 1 \text{ pixel}$$

$$E[\varepsilon g] = E[\varepsilon xe - \varepsilon xd] = 0 \text{ pixels}$$

$$\sigma(\varepsilon g) = 1 / \sqrt{6} = 0,408 \text{ pixels.}$$

llavors l'error en Z és:

$$\varepsilon Z = Z - Z_m = (\lambda \cdot B / g) - (\lambda \cdot B / g_m)$$

$$\varepsilon z = \frac{\lambda \cdot B}{g_m + \varepsilon g} - \frac{\lambda \cdot B}{g_m} = - \frac{\lambda \cdot B \cdot \varepsilon g}{(g_m + \varepsilon g) \cdot g_m} = - \frac{\lambda \cdot B}{g} \cdot \frac{\varepsilon g}{g_m} = -Z \cdot \frac{\varepsilon g}{g_m}$$

que depèn de la pròpia Z . Per tant és més significatiu l'error relatiu en Z donat per la següent expressió:

$$\varepsilon Z / Z = -\varepsilon g / g_m$$

És possible quantificar aquest error relatiu a partir de la disparitat mesurada (g_m) i l'error comès a la mesura ($\mathcal{E}g$):

$$|\mathcal{E}Z/Z_{max}| = |\mathcal{E}g_{max}| / g_m = 1/g_m$$

$$E[\mathcal{E}Z/Z] = -(1/g_m) \cdot E[\mathcal{E}g] = 0$$

$$\sigma(\mathcal{E}Z/Z) = (1/g_m) \cdot \sigma(\mathcal{E}g) = 0,408/g_m$$

A la gràfica de la figura 5.3. es pot veure l'evolució de la desviació típica d'aquest error relatiu en funció de la disparitat:

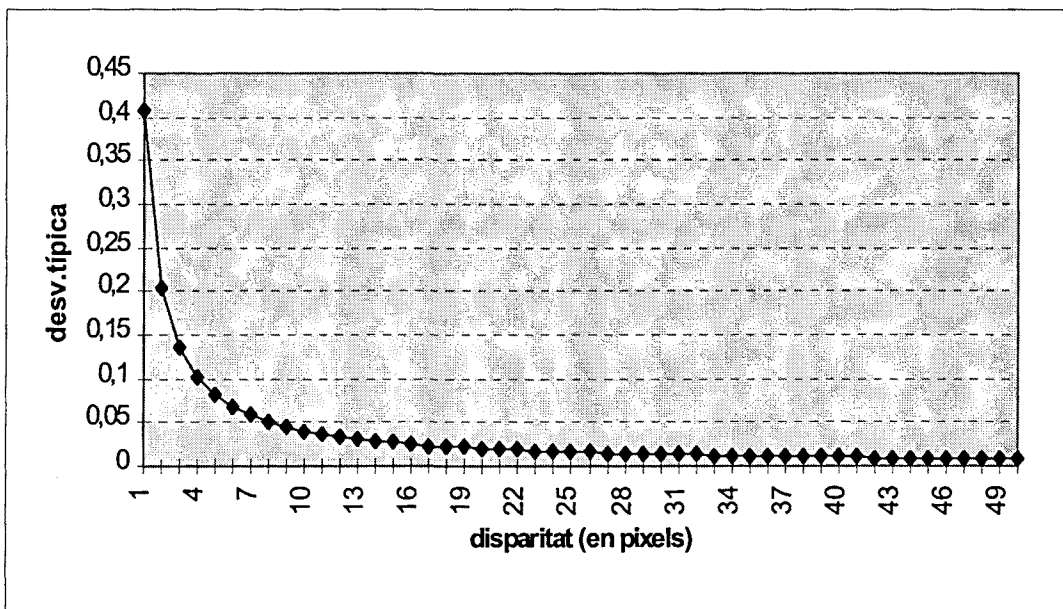


Figura 5. 3. Evolució de la desviació típica de l'error relatiu en la mesura de distància, $\sigma(\mathcal{E}Z/Z)$, en funció de la disparitat.

Com es pot observar a la figura 5.3, per disparitats més petites de quatre pixels la desviació típica de l'error relatiu en la mesura de la distància és superior al 10%. Com va ser comentat al capítol 3 d'aquesta tesi, l'usuari del sistema proposat pot limitar la distància màxima (disparitat mínima) a la que es mouen els objectes. Un valor raonable per aquesta disparitat mínima sembla ser quatre pixels, en relació amb els resultats obtinguts a partir de l'anàlisi d'errors.

Una manera fàcil d'augmentar la disparitat, i per tant baixar l'efecte de l'error de discretització sobre la mesura de distància, consisteix en l'augment de la distància entre les cameres (B). Això però, comporta altres problemes, com entre d'altres, l'augment de complexitat en el problema de l'associació de dades (aparellament), la major dificultat en la calibració de les cameres i l'augment de característiques locals que queden amagades (i per tant sense homòleg) en alguna de les vistes.

5.2.6. Quadre resum

A partir de l'error present a la mesura de la posició x (ó y) dins de la imatge es poden calcular els errors de totes les mesures fetes servir en el mètode de seguiment proposat (mitjançant una propagació de l'error de posició):

	\mathcal{E}_{max}	$E[\mathcal{E}]$	$\sigma(\mathcal{E})$	<i>observacions</i>
\mathcal{E}_x	$\mathcal{E}_{x_{max}}$	0	$\sigma(\mathcal{E}_x)$	
\mathcal{E}_r	$\mathcal{E}_{x_{max}}$	0	$\sigma(\mathcal{E}_x)$	
$\mathcal{E}_r(diag.)$	$\sqrt{2} \cdot \mathcal{E}_{x_{max}}$	0	$\sqrt{2} \cdot \sigma(\mathcal{E}_x)$	
\mathcal{E}_Q	$2 \cdot d_m \cdot \mathcal{E}_{x_{max}}$	0	$2 \cdot d_m \cdot \sigma(\mathcal{E}_x)$	$Q_m = d_m^2 = (r_m - 3,5)^2$
$\mathcal{E}_Q(diag.)$	$2 \cdot \sqrt{2} \cdot d_m \cdot \mathcal{E}_{x_{max}}$	0	$2 \cdot \sqrt{2} \cdot d_m \cdot \sigma(\mathcal{E}_x)$	
\mathcal{E}_D	$2 \cdot \mathcal{E}_{x_{max}} [\sum d_m + \sqrt{2} \cdot \sum d_m]$	0	$2 \cdot \sigma(\mathcal{E}_x) \cdot [\sum d_m + \sqrt{2} \cdot \sum d_m]$	$D_m = \sum Q_m$
\mathcal{E}_f	$2 \cdot \mathcal{E}_{x_{max}}$	0	$\sqrt{2} \cdot \sigma(\mathcal{E}_x)$	$f_m = r1_m - r2_m$
$\mathcal{E}_f(diag.)$	$2 \cdot \sqrt{2} \cdot \mathcal{E}_{x_{max}}$	0	$2 \cdot \sigma(\mathcal{E}_x)$	
\mathcal{E}_R	$4 \cdot f_m \cdot \mathcal{E}_{x_{max}}$	0	$2 \cdot \sqrt{2} \cdot f_m \cdot \sigma(\mathcal{E}_x)$	$R_m = f_m^2 = (r1_m - r2_m)^2$
$\mathcal{E}_R(diag.)$	$4 \cdot \sqrt{2} \cdot f_m \cdot \mathcal{E}_{x_{max}}$	0	$4 \cdot f_m \cdot \sigma(\mathcal{E}_x)$	
\mathcal{E}_F	$4 \cdot \mathcal{E}_{x_{max}} [\sum f_m + \sqrt{2} \cdot \sum f_m]$	0	$2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sigma(\mathcal{E}_x) \cdot [\sum f_m + \sqrt{2} \cdot \sum f_m]$	$F_m = \sum R_m$
\mathcal{E}_g	$2 \cdot \mathcal{E}_{x_{max}}$	0	$\sqrt{2} \cdot \sigma(\mathcal{E}_x)$	$g_m = x e_m - x d_m$
\mathcal{E}_Z/Z	$(2/g_m) \cdot \mathcal{E}_{x_{max}}$	0	$(\sqrt{2}/g_m) \cdot \sigma(\mathcal{E}_x)$	$Z_m = \lambda \cdot B/g_m$

Taula 5.3. Quadre resum de la incidència de l'error de discretització de la imatge.

En el cas que es consideri únicament l'error degut a la discretització llavors es poden assignar els següents valors als errors de posició:

$$\mathcal{E}_{x_{max}} = 1/2 \text{ pixel} \qquad \sigma(\mathcal{E}_x) = 0,408 \sqrt{\mathcal{E}_{x_{max}}} = 0,2884 \text{ pixels}$$

i calcular els altres errors apartir d'aquests valors.

5.3. Error de localització dels pixels de contorn

A més a més de l'error de discretització, quantificat a l'apartat anterior, s'ha de considerar l'error afegit pel mètode d'extracció de contorns utilitzat.

L'eficiència d'un mètode d'extracció de contorns és avaluada en funció de la seva capacitat de *detecció* i precisió en la *localització*. L'error en la detecció es mesura com la probabilitat de detectar falsos pixels de contorn i la probabilitat de no detectar pixels de contorn correctes. L'error en la localització es mesura com la variància (o distribució de l'error) de la posició i orientació dels pixels de contorn detectats.

És ben conegut que aquestes dues característiques (detecció i localització) depenen l'una de l'altre, de forma que no és possible millorar la localització sense perdre fiabilitat en la detecció i viceversa. Els resultats varien en funció dels canvis d'il·luminació, de les interaccions entre vèrtexs, de les dimensions de la finestra de convolució, del tipus de filtre utilitzat i del llindar de binarització d'entre d'altres factors [Jain, 95].

De qualsevol forma, els mètodes d'extracció de contorns que afavoreixen l'exactitud en la localització, proporcionen un error en la localització dels contorns que en cap cas supera en valor absolut la quantitat d'un pixel. Cal dir que a més a més, aquests mètodes són els que utilitzen filtres més petits i per tant més ràpids. Per tant, és possible fer una abstracció i considerar que independentment del mètode d'extracció de contorns considerat, es trindrà un error màxim de ± 1 pixel en la localització dels contorns.

Aquest error en la localització dels pixels de contorn provoca evidentment un error en la mesura dels radis de la transformació polar i per tant un error en la localització de les característiques locals.

Quedarà demostrat que l'error màxim en la localització de les característiques locals és també de ± 1 pixel. O sigui que l'error màxim es manté. Ara bé, la probabilitat que aquest error en la localització de les característiques locals es doni depèn de la probabilitat amb la que es doni l'error de localització dels contorns, i de la probabilitat amb la que els errors en la llargària dels diferents radis tinguin o no el mateix signe ja que hi ha la possibilitat de compensació dels error de localització entre diferents mesures radials.

Aquesta circumstància juga a favor del sistema proposat, i com serà demostrat el sistema té una probabilitat d'error de localització inferior a la probabilitat d'error de localització present als contorns.

5.3.1 Modelització de l'error de localització

L'error de localització en la detecció d'un contorn pot ser modelitzat com un error gaussià additiu d'esperança igual a zero i desviació típica σ ($\mathcal{E}_c \sim N[0, \sigma]$). La seva desviació típica (σ) pot variar d'un mètode d'extracció de contorns a un altre, oscil·lant el seu valor entre 0,2 i 0,3 pixels [De Micheli, 89].

La desviació típica d'aquest error (de forma combinada amb la discretització) determina la probabilitat que un determinat contorn localitzat al pixel i en la direcció de les x , es trobi realment a la posició $i-1$, i ó $i+1$. Aquestes probabilitats són respectivament p , $1-2p$ i p . Veure la figura 5.4:

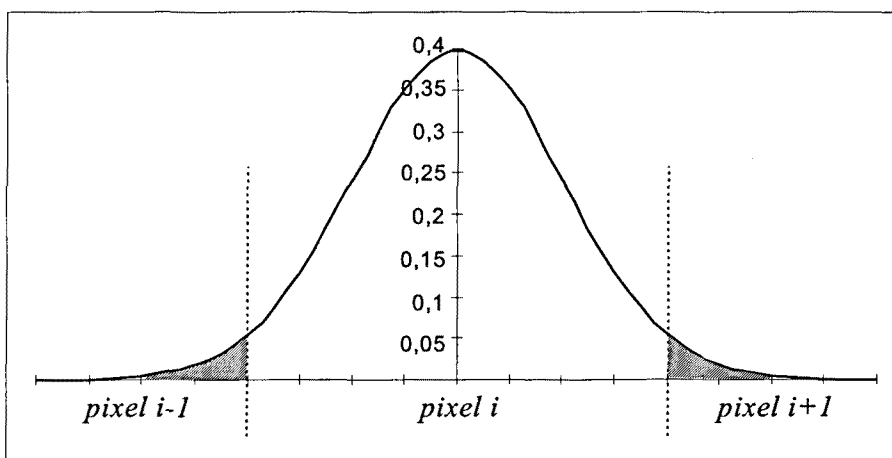


Figura 5. 4. Distribució de l'error de localització dels contorns amb $\sigma=0,25$ pixels. L'àrea ratllada es correspon amb la probabilitat d'error = ± 1 pixel.

La probabilitat d'error en la localització (àrea ratllada) pot ser calculada en funció de la desviació típica, tenint en compte que l'error segueix una distribució normal. La taula 5.4 mostra alguns valors típics:

$\sigma(\mathcal{E}_c)$	0,2 pixels	0,25 pixels	0,3 pixels
$P(\mathcal{E}_c \geq 1 \text{ pixel}) = 2p$	0,01	0,05	0,1
$P(\mathcal{E}_c \geq 2 \text{ pixels})$	5,7E-07	6,3E-05	8,6E-04

Taula 5.4. Probabilitat d'error en la localització en funció de la $\sigma(\mathcal{E}_c)$.

Com es pot observar a la taula, amb aquestes desviacions típiques la probabilitat que l'error pugui ser igual o superior a ± 2 pixels és pràcticament nul·la.

Fins i tot amb desviacions típiques més grans l'error de localització provoca probabilitats d'error no gaire elevades (fig. 5.5):

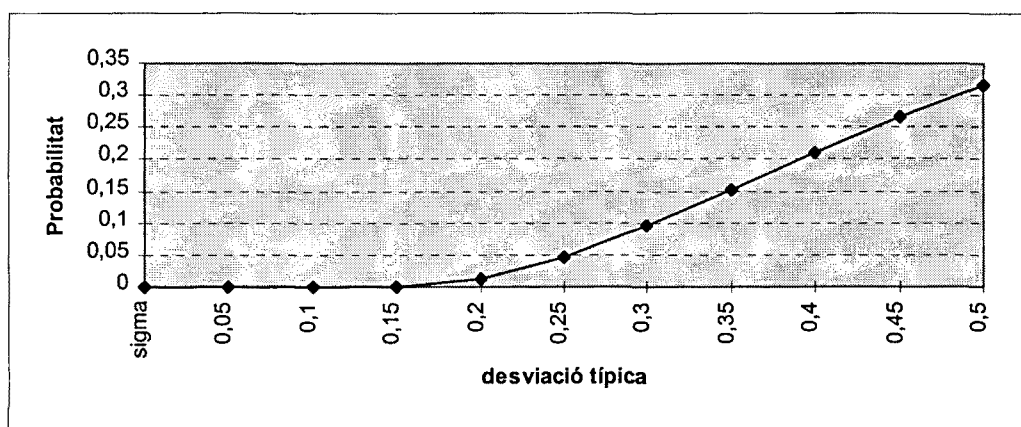


Figura 5. 5. Evolució de la probabilitat d'error absolut (± 1 pixel) en la localització dels contorns en funció de la desviació típica de l'error de localització dels contorns.

La mesura de longitud dels radis de la transformació polar es veu afectada per l'error de localització. Aquest error pot causar una variació màxima d'un pixel en la mida dels radis, amb una probabilitat que depèn de la desviació típica de l'error de localització (fig. 5.5).

5.3.2. Incidència de l'error de localització dels contorns en la localització de les característiques locals.

El mètode presentat en aquesta tesi utilitza com a vector descriptor una transformació polar discreta de la imatge per poder identificar i localitzar les característiques locals presents a la imatge. La llargària dels radis de la transformació polar queda determinada per la distància dels pixels de contorn al centre de la finestra de transformació. Aquesta llargària està sotmesa a un error de ± 1 pixel amb una certa probabilitat degut a l'error de localització tal i com s'ha descrit a l'apartat anterior.

Per que hi hagi error en la localització de la característica local cal que hi hagi error en un cert nombre de radis i que aquest error tingui el mateix signe. Altrament l'error no és prou significatiu o bé queda anul·lat. Es tornarà sobre això una mica més endavant.

Per poder avaluar l'error total de localització de les característiques locals a partir de la possibilitat d'error en la mesura de cadascun dels radis, s'ha fet un estudi multinomial que contempla tota la casuística que es genera.

5.3.2.1. Anàlisi multinomial

Es defineix la variable aleatòria X_i associada a l'error comès al radi i -èssim ($i=1:8$) com:

$$X_i = \begin{cases} 1 \dots \dots \text{error} = 1 \text{ pixel} \\ 0 \dots \dots \text{error} = 0 \text{ pixels} \\ -1 \dots \dots \text{error} = -1 \text{ pixel} \end{cases}$$

amb funció de probabilitat

$$P(X_i = 1) = p$$

$$P(X_i = 0) = 1 - 2p$$

$$P(X_i = -1) = p$$

On $2p$ és la probabilitat d'error (absolut) calculada a l'apartat 5.2.1 que depèn de la desviació típica de l'error de localització. Es podrien ampliar les alternatives a 5 casos (-2,-1,0,1,2) però l'explosió de la casuística, i la poca probabilitat amb la que es donen errors superiors a un pixel, no ho recomanen.

Donats n radis que poden presentar aquest error, es pot definir el vector aleatori

$Y = (Y_1, Y_2, Y_3)$ on :

Y_1 = nombre de radis tal que $X_i = 1$

Y_2 = nombre de radis tal que $X_i = 0$

Y_3 = nombre de radis tal que $X_i = -1$

de forma que $\sum_{i=1}^3 Y_i = n$

i la distribució de probabilitat del vector $Y = (Y_1, Y_2, Y_3)$ és coneguda i es pot modelitzar mitjançant la llei multinomial [Peña, 91]:

$$M(3, n, p, 1-2p, p)$$

La probabilitat d'obtenir un valor qualsevol del vector Y es calcula com:

$$P(Y_1 = y_1, Y_2 = y_2, Y_3 = y_3) = \frac{n!}{y_1! y_2! y_3!} \cdot p^{y_1} \cdot (1 - 2p)^{y_2} \cdot p^{y_3}$$

Directament doncs, és possible calcular el vector d'esperances i la matriu de variàncies i covariàncies:

$$E(Y) = (np, n(1-2p), np)$$

$$V(Y) = \begin{pmatrix} np(1-p) & -np(1-2p) & -np^2 \\ -np(1-2p) & n(1-2p)2p & -np(1-2p) \\ -np^2 & -np(1-2p) & np(1-p) \end{pmatrix}$$

5.3.2.2. Quantificació de l'error de localització d'una característica local

Ara es pot definir l'error de localització de les característiques locals comès a partir de l'error de localització dels radis, mitjançant la variable aleatòria $\mathcal{E}l$ (error mitjà de localització):

$$\mathcal{E}l = \frac{1 \cdot Y_1 + 0 \cdot Y_2 + (-1) \cdot Y_3}{n} = \frac{Y_1 - Y_3}{n}$$

que es correspon amb el nombre de píxels d'error comès en la localització de la característica local en una determinada direcció de la imatge (x ó y) a partir dels errors presents en n mesures radials fetes en aquella direcció (Y_1 radis amb error=1, Y_2 radis amb error=0, Y_3 radis amb error=-1).

Les característiques locals es localitzen a partir de 8 mesures radials. Ara bé, si es separa el problema per a cada direcció de la imatge, es tindran com a mínim 3 mesures radials amb valor significatiu (entre 0 i 6) en el cas que es tracti d'un contorn obert, i com a màxim 6 mesures radials en el cas d'un contorn tancat. O sigui, el nombre de mesures radials que determinen l'error de localització en una determinada direcció de la imatge pot oscil·lar entre 3 i 6 en funció de la característica local.

Per exemple, en el cas pitjor, el d'un contorn obert (un vèrtex) amb només 3 mesures radials en una determinada direcció, es pot fer el càlcul de l'error de localització utilitzant una multinomial del tipus:

$$M(3, 3, p, 1-2p, p) \quad (n=3 \text{ radis})$$

A la taula 5.5 s'indiquen tots els possibles casos d'error, les seves probabilitats i l'error mitjà de localització associat ($\mathcal{E}l$):

Y_1	Y_2	Y_3	P	$\mathcal{E}l(\text{pixels})$
3	0	0	p^3	+1
2	1	0	$3.p^2.(1-2p)$	+2/3
2	0	1	$3.p^3$	+1/3
1	2	0	$3.p.(1-2p)^2$	+1/3
1	1	1	$6.p^2.(1-2p)$	0
0	3	0	$(1-2p)^3$	0
0	2	1	$3.p.(1-2p)^2$	-1/3
1	0	2	$3.p^3$	-1/3
0	1	2	$3.p^2.(1-2p)$	-2/3
0	0	3	p^3	-1

Taula 5.5. $M(3, 3, p, 1-2p, p)$ Anàlisi de casos, probabilitats associades i error mitjà de localització associat ($\mathcal{E}l$)

Coneguda la probabilitat amb la que es poden donar les diferents combinacions d'error en els radis, així com l'error de localització que representa cadascuna d'elles, es pot llavors calcular l'esperança i la variància d'aquest error mitjançant el vector d'esperances i la matriu de variàncies calculats anteriorment.

$$E(\mathcal{E}l) = 1/3. E(Y_1 - Y_3) = 1/3. (E(Y_1) - E(Y_3)) = 1/3.(np - np) = 0$$

$$V(\mathcal{E}l) = 1/9. (V(Y_1) + V(Y_3) - 2.COV(Y_1, Y_3)) =$$

$$1/9. ((n.p.(1-p)) + (n.p.(1-p)) - 2.(-n.p^2)) = 2.n.p/9$$

$$\sigma(\mathcal{E}l) = \sqrt{(2.n.p)/9}$$

Com es pot comprovar en aquests resultats la desviació típica de l'error de localització de les característiques locals creix amb l'arrel quadrada de la probabilitat d'error en la localització dels contorns i el nombre de mesures radials.

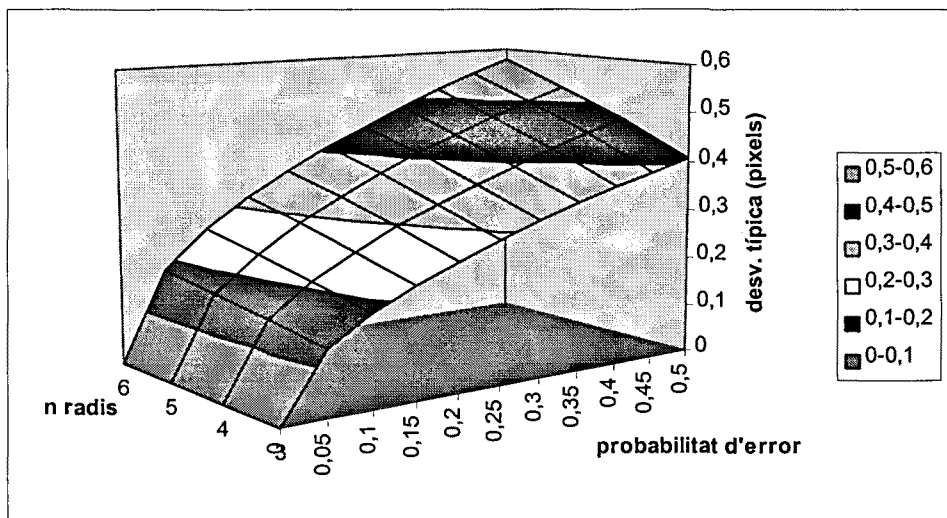


Figura 5. 6. Desviació típica de l'error de localització de les característiques locals (en pixels) en funció de la probabilitat d'error en la localització dels contorns ($2p$) i el nombre de mesures radials.

A partir dels resultats numèrics es demostra que l'error en la localització de les característiques locals té una desviació típica més petita que la desviació típica de l'error de localització dels contorns. Per tant és possible afirmar que:

$$E(\mathcal{E}l) = E(\mathcal{E}c) = 0 \quad i \quad \sigma(\mathcal{E}l) < \sigma(\mathcal{E}c)$$

5.3.2.3. Resultats

Amb la finalitat de mostrar de forma gràfica la incidència de l'error de localització dels pixels de contorn en la localització de les característiques locals, s'ha definit l'error absolut de localització com $E = |\mathcal{E}l|$. Representa la magnitud de l'error de localització sense tenir en compte el sentit de l'error que es comet. Aquest error absolut de localització depèn de la probabilitat d'error absolut en la mesura dels radis, que depèn de la desviació típica de l'error de localització comès durant l'extracció dels contorns (Veure l'apartat 5.2.1.).

A continuació es presenta les diferents distribucions de probabilitat d'aquest error absolut de localització en funció de la probabilitat d'error absolut en la localització dels pixels de contorn ($P(X_i = 1) + P(X_i = -1) = p + p = 2.p$).

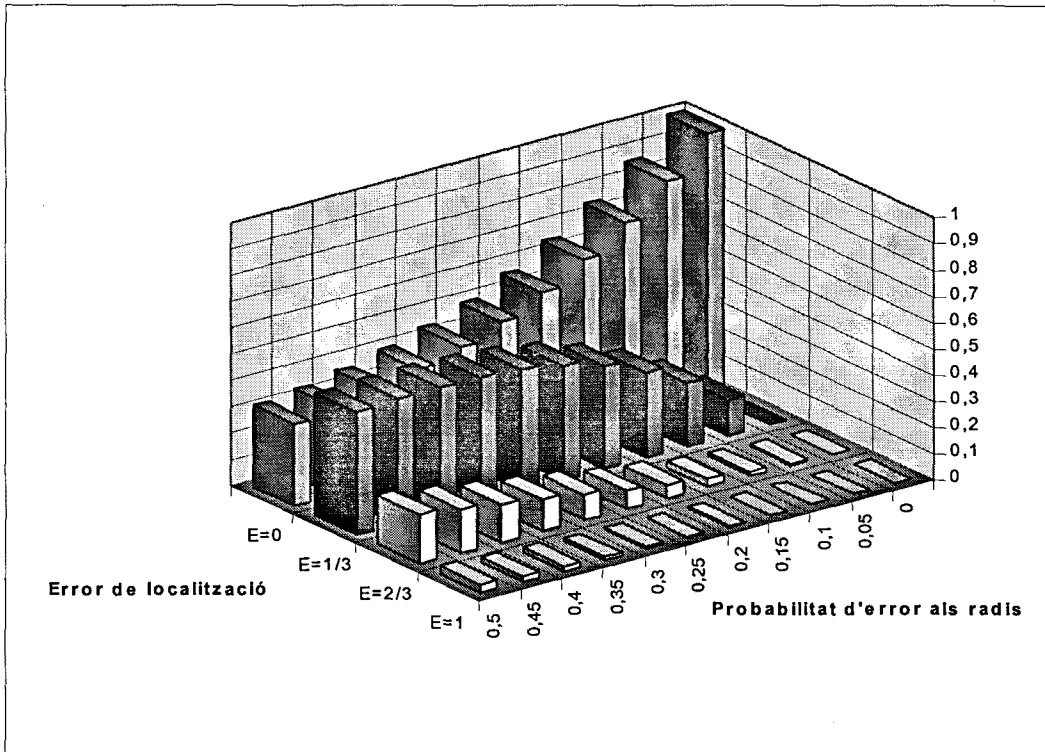


Figura 5. 7. Distribució de $E=|\epsilon_l|$ en funció de la probabilitat d'error (± 1 pixel) en la mesura dels radis. (per 3 mesures radials, $n=3$).

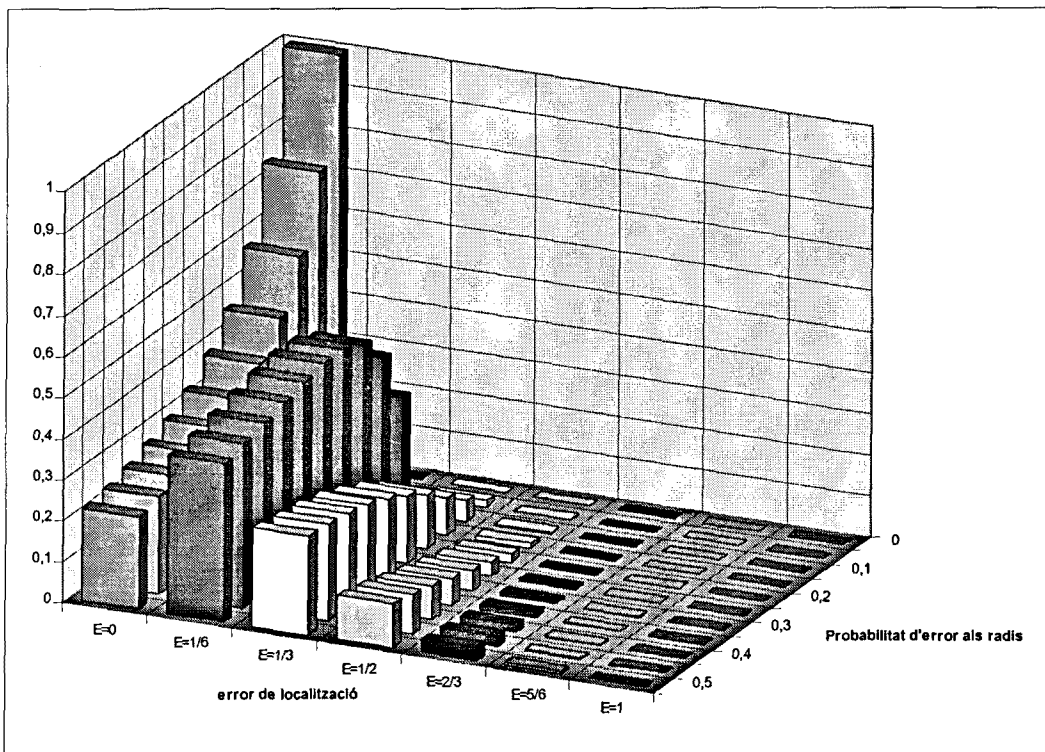


Figura 5. 8. Distribució de $E=|\epsilon_l|$ en funció de la probabilitat d'error (± 1 pixel) en la mesura dels radis. (per 6 mesures radials, $n=6$).

Es presenta a continuació dos valors significatius de l'error absolut de localització de les característiques locals. El primer és l'esperança de la magnitud de l'error de localització ($E(|\mathcal{E}|)$), que ens dona l'error mitjà que es pot esperar en la localització. El pitjor cas es presenta quan només hi ha tres mesures radials i el millor quan n'hi ha sis mesures radials.

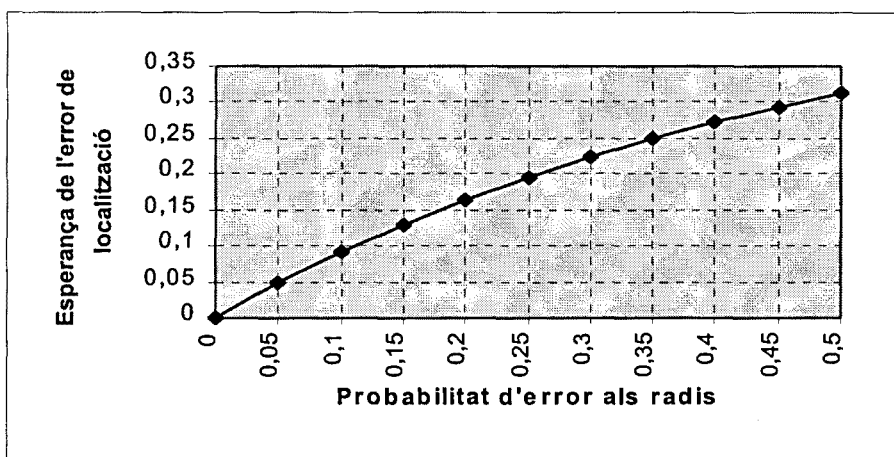


Figura 5. 9. Evolució de $E(|\mathcal{E}|)$, en pixels, en funció de la probabilitat d'error absolut (± 1 pixel) en la mesura dels radis. (per 3 mesures radials, $n=3$).

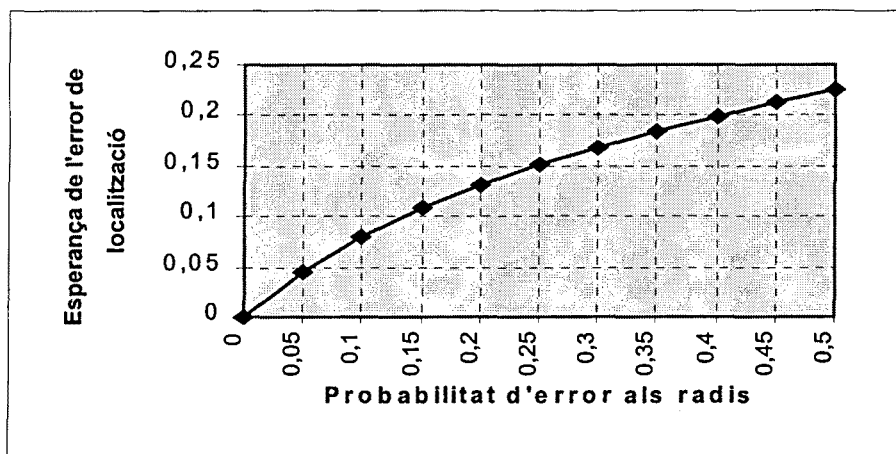


Figura 5. 10. Evolució de $E(|\mathcal{E}|)$, en pixels, en funció de la probabilitat d'error absolut (± 1 pixel) en la mesura dels radis. (per 6 mesures radials, $n=6$).

Com es pot observar a les figures 5.9 i 5.10, l'error mitjà no supera mai els 0,5 pixels, ni en el pitjor dels casos ($n=3$).

Però realment es pot produir un error en la mesura dels radis igual a 1 pixel. Això passa en aquells casos on la diferència entre errors positius i negatius als radis sigui superior a $n/2$ (on n és el nombre de radis considerat).

Resulta per tant més significatiu calcular la probabilitat que es produeixi un error superior a 0,5 pixels ($P(|\mathcal{E}| > 0,5)$). Igualment s'ha expressat el seu resultat en funció de la probabilitat d'error absolut en la mesura dels radis. A les figures 5.11, 5.12 i 5.13 es presenten dos resultats de forma gràfica, per $n=3$ i per $n=6$.

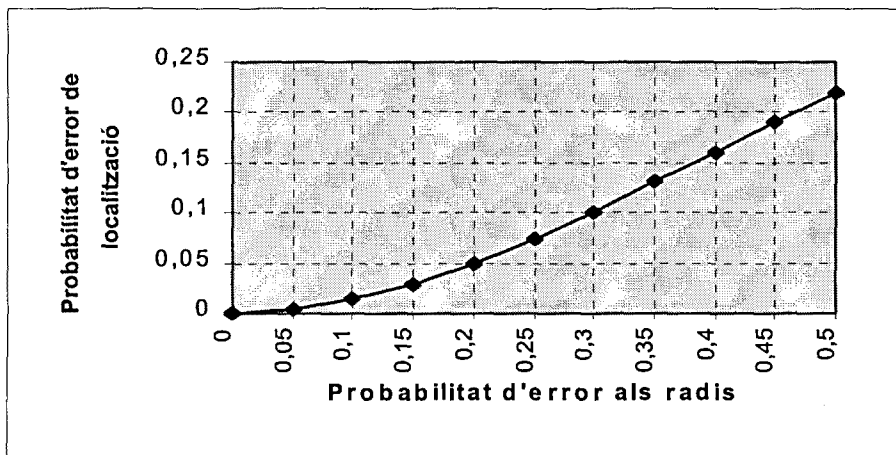


Figura 5. 11. $P(|\mathcal{E}| > 0,5)$ en funció de la probabilitat d'error (± 1 pixel) en la mesura dels radis. (per 3 mesures radials, $n=3$).

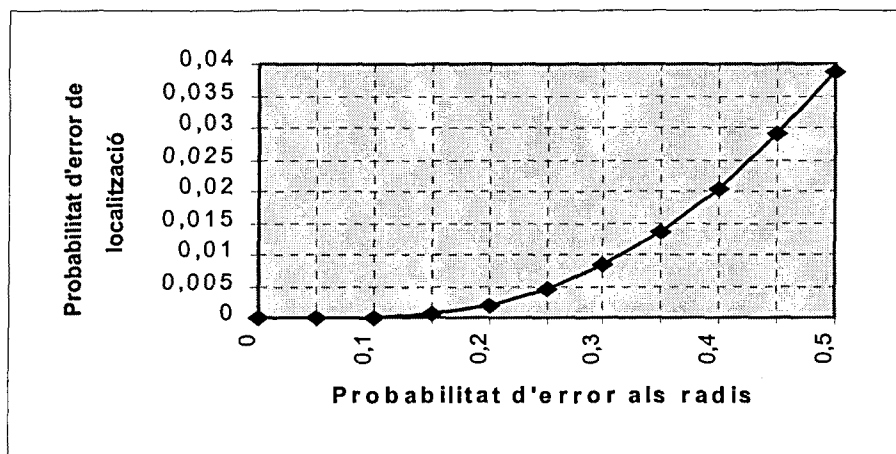


Figura 5. 12. $P(|\mathcal{E}| > 0,5)$ en funció de la probabilitat d'error (± 1 pixel) en la mesura dels radis. (per 6 mesures radials, $n=6$).

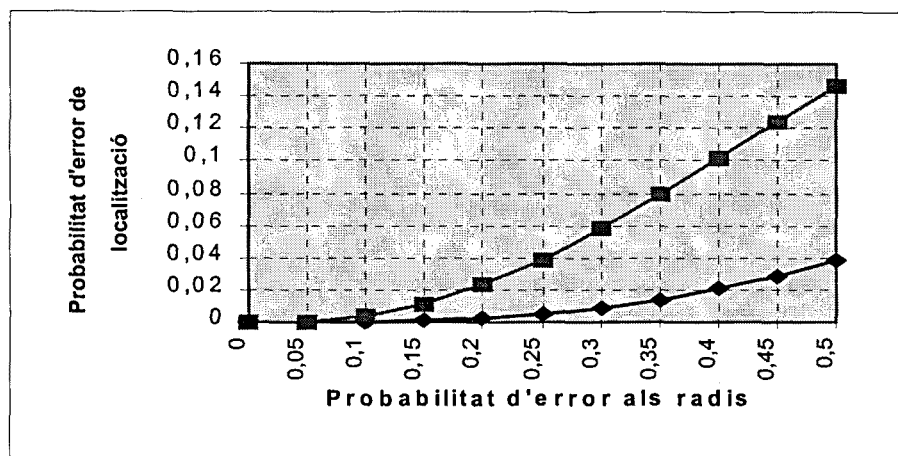


Figura 5. 13. $P(|E_l| \geq 0,5)$ (corba superior) i $P(|E_l| > 0,5)$ (corba inferior) en funció de la probabilitat d'error (± 1 pixel) en la mesura dels radis. (per 6 mesures radials, $n=6$).

Cal tenir en compte que $\sigma(E_c)$ acostuma a valdre entre 0,2 i 0,3 pixels, generant probabilitats d'error en la mesura dels radis que oscil·len entre 0,01 i 0,1. Per tant, es desprèn de l'estudi numèric realitzat, que la probabilitat d'error en la localització de les característiques locals és per sota de l'1% (dins d'aquest interval de probabilitats).(Veure les gràfiques).

Fins i tot per probabilitats d'error en la localització dels contorns més elevades (el límit teòric es del 50%) el mètode de seguiment proposat presenta probabilitats d'error en la localització molt més petites que la probabilitat d'error en les dades d'entrada (mesures dels radis). La probabilitat d'error de localització es fa molt més petita quan creix el nombre de mostres radials (degut a la compensació dels errors entre mesures).

5.4. Conclusions

Al llarg del capítol s'ha analitzat la propagació de l'error provinent de les dues fonts d'error principals del mètode de seguiment proposat en aquesta tesi: *l'error de discretització de la imatge i l'error de localització dels contorns*.

En ambdós casos s'ha demostrat que si aquests errors tenen esperança igual a 0, el mètode conserva aquesta esperança de error en les dades que proporciona (trajectòries tridimensionals).

Quant a *l'error de discretització*, s'ha avaluat la incidència que té en cadascun dels processos que integren el sistema de seguiment, començant per l'extracció de la llargària dels radis de la transformació polar utilitzada. Finalment s'ha elaborat un quadre resum que mostra la propagació d'aquest error i que pot ser generalitzat a qualsevol altre font d'error amb distribució de probabilitat coneguda.

De forma resumida els resultats es concreten en:

- Error en la longitud dels radis de la transformació polar:

S'ha demostrat que la mesura de llargària dels radis horitzontals i verticals conserva l'error de discretització present en la imatge. L'esperança d'aquest error és igual a 0 pixels i la seva desviació típica de 0,28 pixels. En el cas dels radis diagonals l'error comès és sensiblement més elevat en mitjana, ja que es multiplica per $\sqrt{2}$. ($\sigma=0,408$ pixels).

- Error en la selecció de característiques locals:

Es comet un error d'esperança igual a 0. La desviació típica de l'error en la selecció creix, en termes absoluts, per característiques locals que presenten poca fiabilitat. L'error relatiu màxim es produeix, en mitjana, quan la fiabilitat de la característica local agafa el seu valor màxim (Distància respecte al patró de 2 pixels²). En aquesta circumstància, el valor de σ és de 1 pixel² (50%).

- Error en la comparació dels radis:

La probabilitat d'error en la diferència entre la llargària de dos radis segueix una distribució triangular d'esperança 0 (suposant una distribució uniforme de l'error de discretització). La desviació típica de l'error és de 0,408 pixels per la diferència entre radis horitzontals, i de 0,577 pixels per la diferència entre radis diagonals.

- Error en el reconeixement de característiques locals:

Es comet un error d'esperança igual a 0. La desviació típica de l'error en el reconeixement creix per característiques locals que presenten poca similitud. Però, mentre la magnitud de la funció distància utilitzada per avaluar la falta de similitud creix de forma quadràtica amb la diferència dels radis, la desviació típica de l'error comès en la mesura d'aquesta magnitud creix de forma aproximadament lineal. O sigui que l'error relatiu es redueix, en mitjana, a mesura que la fiabilitat disminueix.

- Error en la mesura de distància (Z):

Depèn fortament de la relació entre la magnitud de la mesura de disparitat i l'error comès en el seu càlcul. S'ha trobat una expressió que vincula l'error relatiu en la mesura de distància respecte a l'error relatiu en la mesura de la disparitat. En el pitjor dels casos, per una disparitat igual a 1 pixel, la desviació típica de l'error relatiu, degut a l'error de discretització, és del 40,8% del valor de la mesura Z. La desviació típica d'aquest error relatiu té un comportament asimptòtic que tendeix a 0 per disparitats més elevades. Per exemple per una disparitat de 4 pixels, la desviació típica de l'error relatiu és del 10%, i per 8 pixels del 5%. No obstant, cal tenir disparitats superiors a 40 pixels per baixar la desviació típica de l'error per sota de l'1%.

Quant a l'error de localització dels contorns, s'ha fet una modelització gaussiana de la seva distribució i s'ha avaluat la seva incidència en la localització de les característiques locals dins de la imatge (eixos x i y). L'error de localització per un determinat eix de la imatge, depèn del nombre de mesures radials que tinguin un valor entre 0 i 6, contingudes a la representació polar de la característica per aquest eix concret. El nombre de mesures radials pot oscil·lar entre 3 i 6 en funció del tipus de característica. A quedat demostrat que la probabilitat d'un error de localització en les mesures radials superior o igual a 2 píxels és inferior al 0,1%, descartant per l'estudi aquesta possibilitat.

Utilitzant un model multinomial s'ha pogut quantificar l'error de localització de les característiques locals independentment del nombre de mesures radials que disposem. L'error màxim en tots els casos ha sigut afitat a ± 1 píxel. Posteriorment s'ha demostrat que l'esperança de l'error comès en la localització és igual a 0 amb una desviació típica inferior a la desviació típica de l'error present en la localització dels contorns. Per exemple, $\sigma(\mathcal{E}l)=0,25$ píxels per un error gaussià en la localització dels contorns de $\sigma(\mathcal{E}c)=0,3$ píxels.

L'error absolut mitjà que es pot donar en la localització d'una característica local ha sigut afitat a 0,31 píxels en el pitjor dels casos.

Finalment, ha sigut quantificada la probabilitat de tenir un error de localització igual a ± 1 píxel (error màxim), essent pel pitjor dels casos igual al 22% , i pel cas típic amb $\sigma(\mathcal{E}c)<0,3$ píxels, inferior al 10% en tots els casos.

CAPÍTOL 6

6. Conclusions

6.1. Aportacions

La transformació polar d'un contorn és un recurs ben conegut i àmpliament utilitzat per a la descripció d'un contorn i el reconeixement de formes. La proposta realitzada en aquesta tesi és la seva aplicació en la descripció i reconeixement de característiques locals dels objectes, aplicant la transformació a petites regions de la imatge.

Aquest reconeixement local és aplicat al seguiment tridimensional dels objectes a partir del seguiment de les singularitats del seu contorn. Amb aquesta metodologia s'aconsegueix per una banda una alta reducció de la quantitat d'informació a processar, i una elevada robustesa davant l'oclusió que de forma esporàdica pugui patir alguna de les característiques locals seguides.

La proposta queda inclosa, per tant, en els sistemes de seguiment mitjançant visió per computador que es basen en un reconeixement local de la imatge. La metodologia de reconeixement proposada, però, no ha estat abordada abans en la bibliografia disponible.

Concretant de forma més explícita les aportacions més rellevants del sistema de seguiment proposat, són:

- S'ha efectuat una optimització del sistema de reconeixement local utilitzat, amb el criteri cost-eficiència-temps per a una implementació *hardware* que permeti l'operació en temps real. S'ha determinat l'àrea òptima de transformació (15x15 píxels) i el nombre mínim necessari de mesures radials (8 radis). Donada la baixa resolució de la codificació polar proposada, l'estudi de la seva eficiència s'ha completat amb un anàlisi exhaustiu de la incidència dels errors presents a la discretització i localització dels contorns.
- A partir d'aquesta transformació polar discreta de la imatge, s'ha desenvolupat un mètode eficaç per a la detecció i localització automàtica de les característiques locals dels objectes continguts a l'escena. Aquest mètode permet a més a més una valoració d'aquestes característiques locals, de forma que a partir d'aquesta informació poden ser seleccionades de forma automàtica.
- Aquesta transformació és també utilitzada per a la identificació i reconeixement fiable de les característiques locals davant de possibles translacions i girs dins de la seqüència d'imatges. La correlació entre subimatges al domini transformat té un cost computacional molt més reduït (que fins i tot pot arribar a ser tabulat). Aquest mètode s'ha aplicat amb èxit a l'aparellament de les característiques locals detectades, tant a l'aparellament espacial (estèreo) com a l'aparellament temporal (seguiment).

- El seguiment tridimensional és assolit a partir d'un aparellament estèreo inicial i un seguiment posterior de la característica local en les dues imatges binoculars. Gràcies a la transformació polar utilitzada s'aconsegueix millorar el temps de computació respecte d'aquells sistemes que apliquen un aparellament estèreo al llarg de la doble seqüència d'imatges (mètode habitual de seguiment estereoscòpic a la literatura). S'introdueix un sistema de validació del seguiment de les característiques locals a partir d'un anàlisi de coherència en les dades relatives a les seves trajectòries tridimensionals.
- S'ha implementat un processador específic d'imatge (*low cost*) que realitza la adquisició, extracció de contorns i codificació polar de la imatge a *video rate*. Connectat a un PC estàndard, permet seguir tridimensionalment fins a quatre característiques locals a 50Hz. Per un nombre més elevat de característiques aconsegueix temps de processat 10 vegades menors que amb l'ús d'una placa d'adquisició d'imatges convencional.

6.2. Articles publicats i ponències presentades en congressos

- 1992 "*A real time vision system as an aid in learning tasks in Robotics*", A.B. Martínez, J.M. Asensio, J. Aranda. IFAC Symposium on Intelligent Components and Instruments for Control Applications SICICA'92. Del 20 al 22 de Maig. Màlaga. Espanya.
- 1992 "*A tracking system for robot servopositioning in moving parts operations*", J. Amat, J. Aranda, A. Casals. 23th Internacional Symposium on Industrial Robots ISIR'92. Del 6 al 9 d'Octubre. Barcelona. Catalunya. Publicat amb ISBN 84-604-3652-7 per l'AER.
- 1993 "*A visual tracking system for dynamic traffic evaluation*", J. Aranda, J. Amat. 26th International Symposium on Automotive Technology and Automation (ISATA). Del 13 al 17 de Setembre. Aachen. Alemanya. Publicat amb ISBN: 0-947719-53-9 per Automotive Automation Ltd.
- 1993 "*Tracking capabilities in computer vision for industrial applications*", J. Amat, J. Aranda, A. Casals. Optical Engineering (SPIE). Vol. 32, num. 11, pp. 2796-2804. Novembre de 1993. ISSN: 0091-3286
- 1993 "*A tracking system for dynamic control of convoys*", J. Amat, J. Aranda, A. Casals. Robotics and Autonomous Systems 11 (1993), pp. 269-277. Novembre de 1993. ISSN: 0921-8890
- 1993 "*A 3D vision system to model industrial environments for AGV's control*", J. Pagès, J. Aranda, A. Casals. 24th International Symposium on Industrial Robots ISIR'93. Del 4 al 6 de Novembre de 1993. Tokyo. Japó.

- 1994 "*A Multitracking system for trajectory analysis of people in a restricted area*", J. Aranda, C. León, M. Frigola. Time-varying Image Processing and Moving Object Recognition,3. ISBN: 0444814671. Elsevier Science B.V.
- 1996 "*Identificació i selecció de les regions singulars d'una escena per efectuar el seu seguiment*", J. Aranda. Seminari de treball sobre Automàtica, Robòtica i Percepció. Febrer de 1996. Barcelona. Catalunya. Publicat amb ISBN: 84-7653-601-1 per Edicions UPC.
- 1996 "*Tarjeta procesadora de imagenes para el seguimiento de objetos en tiempo real*", J. Aranda. DCIS'96. Del 20 al 22 de Novembre. Sitges. Catalunya.
- 1997 "*Underwater hidrojet explorer camera controlled by vision*", J. Amat, J. Aranda i R. Villà. ISER'97. Del 15 al 18 de juny de 1997. Barcelona. Catalunya.

6.3. Camps d'aplicació

És indubtable l'ampli ventall d'aplicacions que pot tenir el seguiment automàtic d'objectius. Moltes d'aquestes possibilitats ja han pogut ser provades amb èxit pel sistema de seguiment proposat (de les quals només han sigut publicades les més punteres). En la majoria dels casos les aplicacions no han sigut una conseqüència *a posteriori* de la implementació del sistema, al contrari, han sigut la causa que ha motivat la cerca d'una possible solució al problema de seguiment que plantejaven. El sistema de seguiment proposat neix, per tant, a partir de les necessitats que s'han trobat en molts i diferents escenaris, i busca ser una solució de baix cost aplicable a la indústria.

D'entre les diferents aplicacions que poden fer ús del sistema de seguiment presentat es poden destacar:

- Sistemes de percepció per Robòtica.
- Servoposicionament de màquines.
- Vehicles autònoms (navegació automàtica).
- Teleoperacions espacials i submarines.
- Control del trànsit (en carreteres i aeroports).
- Defensa: localització i seguiment d'objectius.
- Interfícies home-computador (d'ajuda als discapacitats).
- Estudis trajectomètrics (d'interès en biologia i psicologia).
- Medicina:
 - seguiment de determinades partícules dins del cos (intestins i artèries).
 - seguiment de parts del cos (per rehabilitació ó per millorar el rendiment esportiu).
 - ajut al guiat de la camera en cirurgia laparoscòpica.

6.4. Línies futures de treball

1) Ampliació de les capacitats del processador d'imatge implementat:

- *Implementació de la placa processadora sobre un bus de 32 bits:* això permetrà llegir en un sol accés la codificació polar relativa a un píxel (8x3 bits). Actualment, amb el bus ISA de 16 bits, calen dos accessos. No és tan crític però també permetrà fer l'escriptura de la nova posició de la finestra de seguiment i el registre de control en una única escriptura.
- *Duplicar el control de finestra de seguiment:* sobre la mateixa FPGA que realitza el control d'una sola finestra. Això permetrà la programació de dues finestres de seguiment de forma simultània tot i que estiguin solapades. D'aquesta forma la adquisició de múltiples finestres de seguiment no estarà tant limitada pel solapament.
- *Incloure un mòdul de detecció automàtica de característiques locals:* Es tracta d'implementar, sobre la mateixa FPGA que realitza la codificació polar, el mètode proposat per a la detecció i valoració de característiques locals de la imatge. El processador del PC continuarà encarregant-se de fer la selecció a partir de les dades proporcionades, però aquesta selecció podrà ser molt més ràpida. Això representarà un temps d'inicialització (o de búsqueda en cas de pèrdua) més curt (40ms).
- *Programació "on_line" de la FPGA:* es tracta de poder canviar des de el PC (en pocs milisegons) la configuració de la FPGA que realitza la codificació polar per adaptar-la a les aplicacions concretes sobre les que s'hagi de fer un seguiment (o modificar-la totalment). També podrà ser modificat 'on_line' el criteri de detecció de les característiques locals, que podrà ser per tant, molt més específic en funció dels objectes que apareguin en l'escena (molt útil en sistemes de fabricació flexible amb 'mix-production').

2) Implementació d'un sistema de reconeixement automàtic de diferents objectes industrials basat en el reconeixement i localització de les seves característiques locals presentat a l'apartat 3.3 d'aquesta tesi. Permetre una inicialització automàtica del sistema basada en l'aprenentatge inductiu a partir d'exemples. Ampliar el sistema amb un mòdul d'inspecció que verifiqui les característiques geomètriques dels objectes i sigui capaç de detectar els errors més usuals.

3) Aplicació del mètode de seguiment bidimensional proposat, i del processador implementat, a l'extracció d'informació de profunditat a partir de 'stereo motion' en video rate.

4) Aplicació del mètode de seguiment bidimensional proposat, i del processador implementat, a l'extracció d'informació de la estructura dels objectes que es mouen en l'escena ('structure from motion').

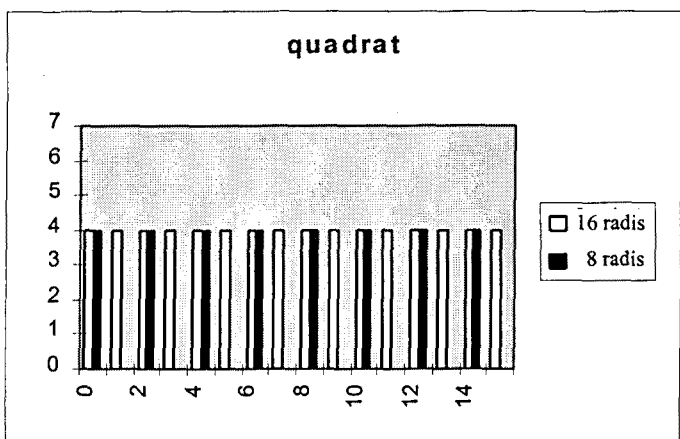
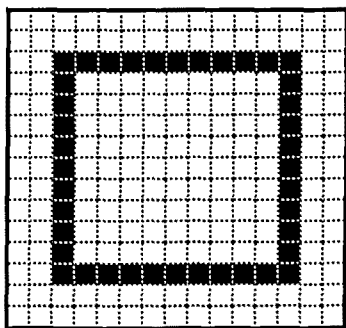
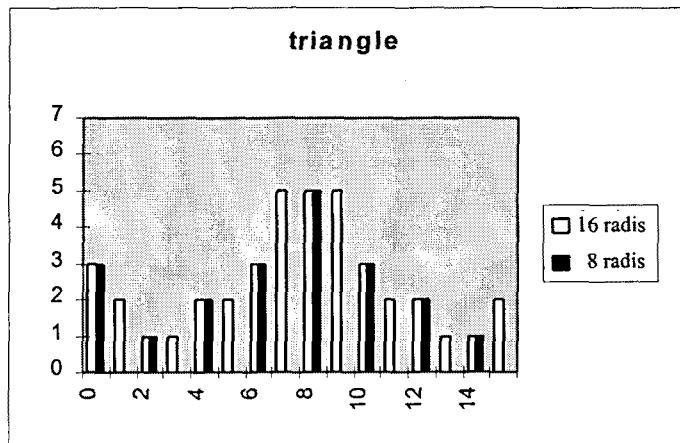
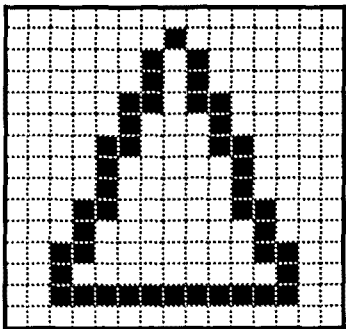
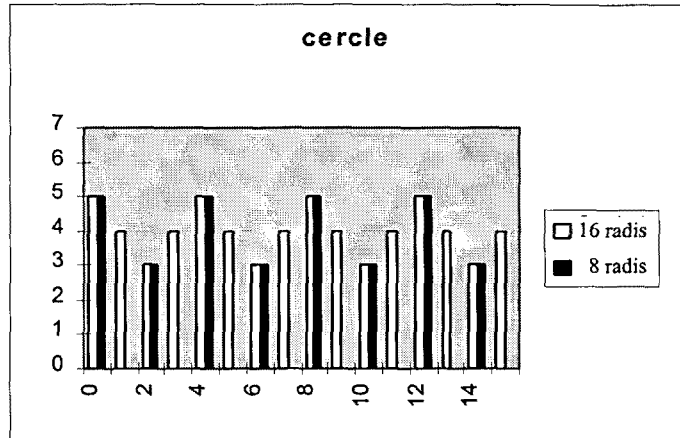
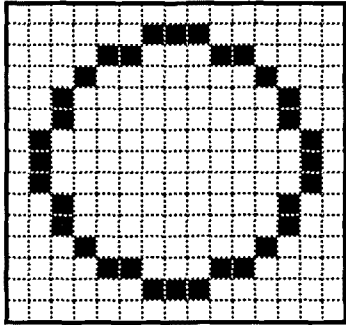
ANNEXOS

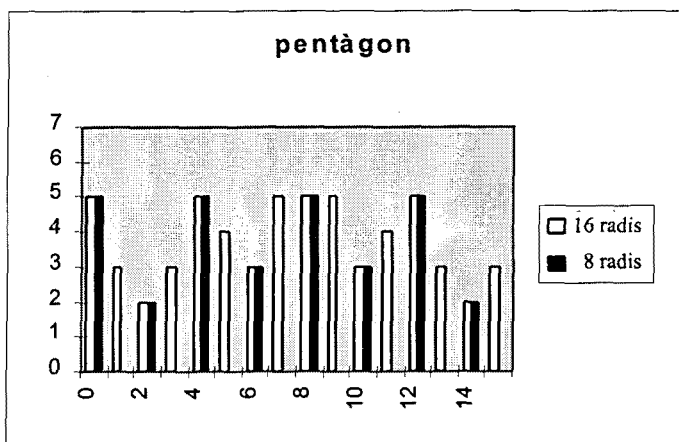
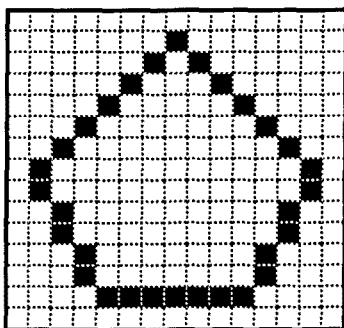
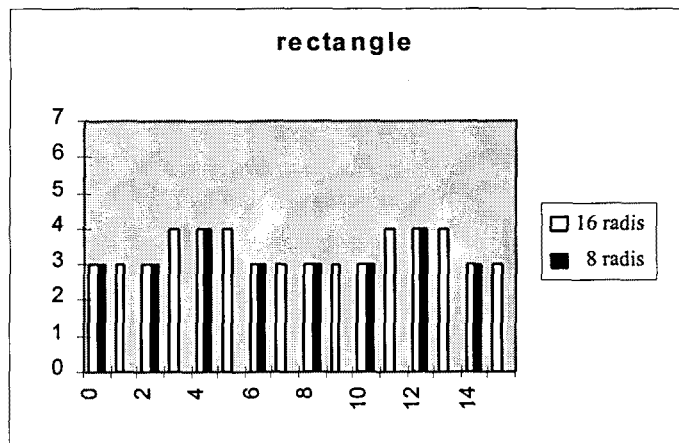
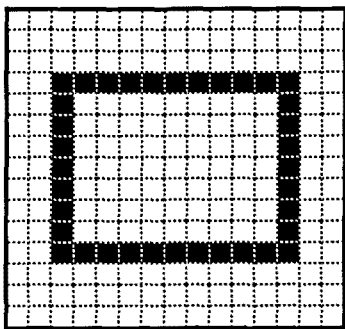
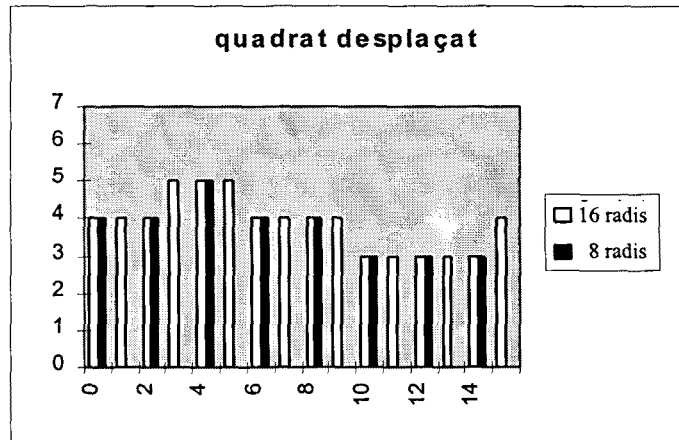
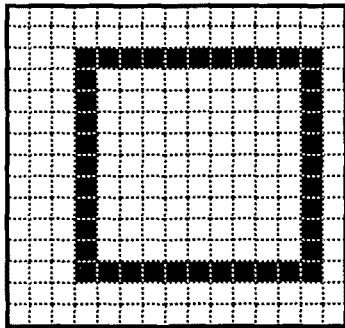
ANNEX 1. Transformació polar de diferents figures.

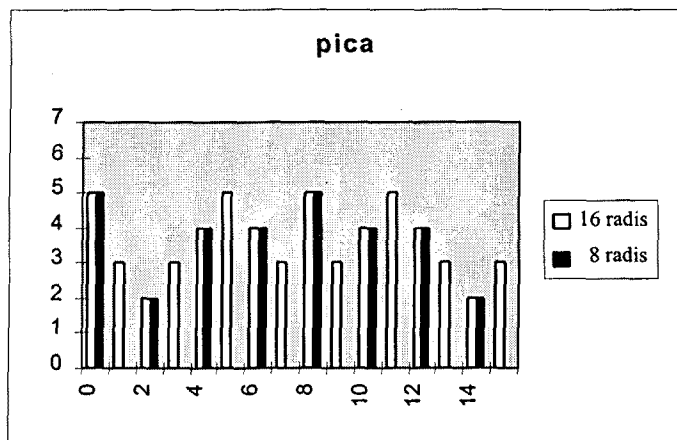
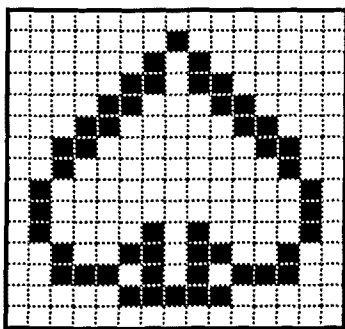
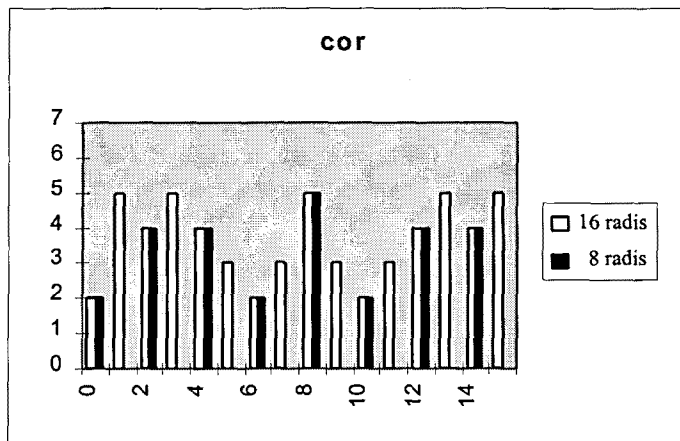
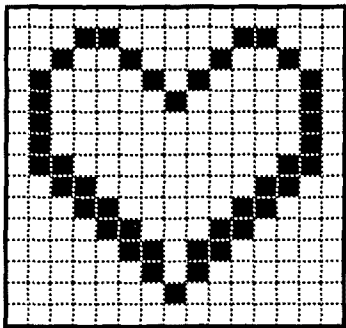
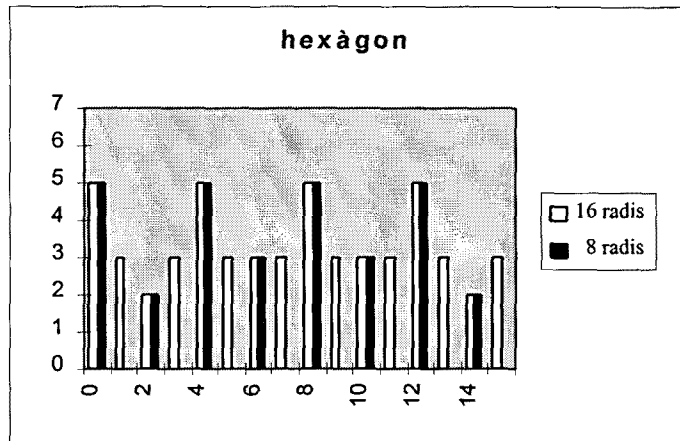
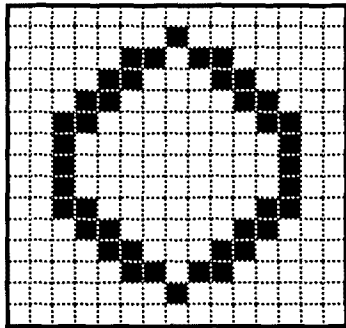
A l'apartat 2 del capítol 3 d'aquesta tesi s'ha introduït la transformació polar que ha estat utilitzada per a la selecció i descripció de les característiques locals presents en la imatge. A l'apartat 2.3 més concretament, s'ha fet una optimització de la dimensió de la transformació polar proposada. El resultat d'aquesta reducció ha sigut una codificació polar de 8 radis (a 45°) amb 8 valors de distància (en pixels). L'àrea de transformació (finestra de transformació) ha estat fixada en 15x15 pixels.

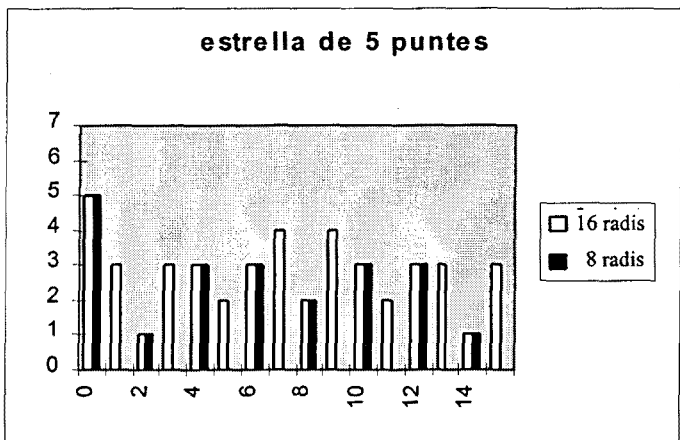
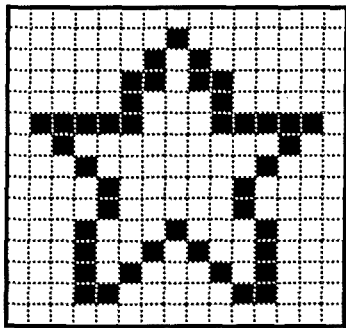
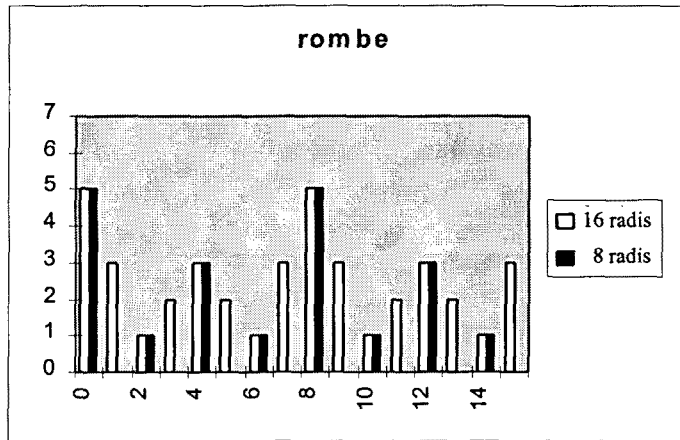
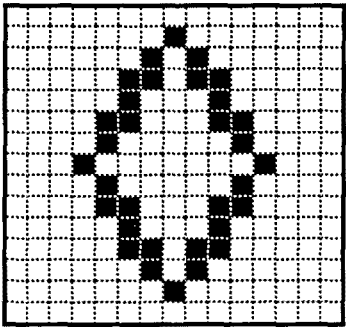
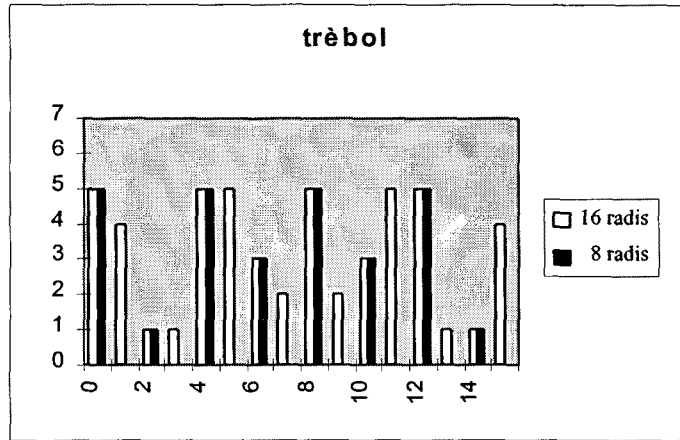
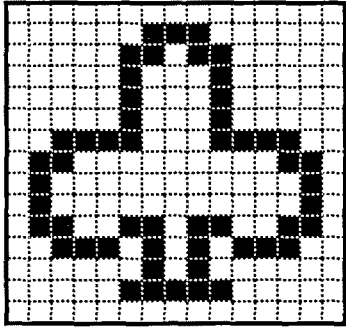
El resultat de les proves realitzades amb diferents característiques locals (amb contorns oberts i tancats) ha demostrat que la millora apreciada amb la solució de 16 radis no és significativa comparada amb la reducció de cost aconseguida amb la solució de 8 radis (la meitat).

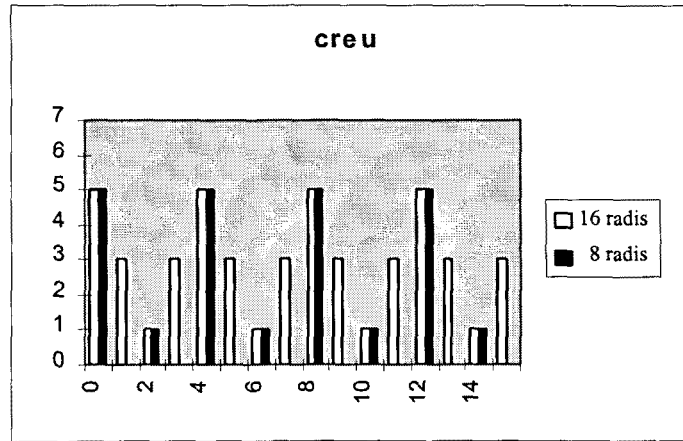
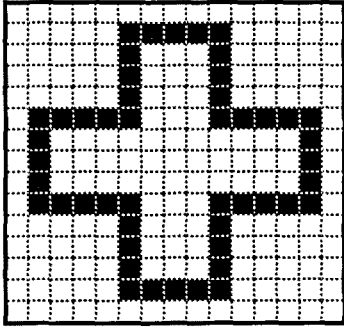
Els resultats de mostrejar diferents figures amb 8 i 16 radis poden ser comparats a les figures que es mostren en aquest annex. Com és pot apreciar en la majoria dels casos (per figures relativament senzilles) el valor dels 16 radis es pot treure per interpolació del valor del altres 8 radis. La longitud dels radis diagonals de les transformacions presentades a la columna dreta no ha sigut compensada (multiplicant per $\sqrt{2}$) per facilitar la seva correspondència amb el gràfic de la columna esquerra.











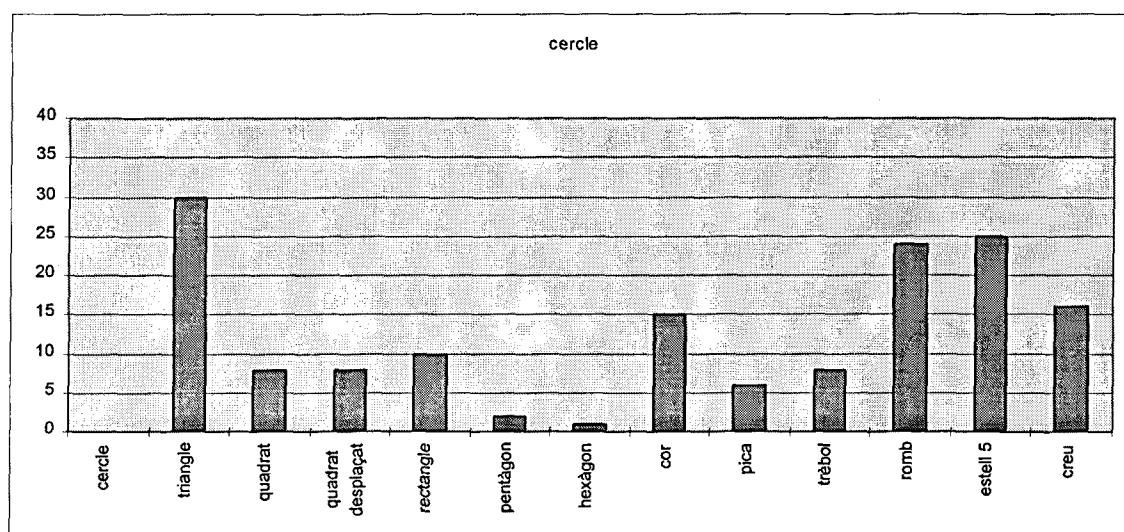
ANNEX 2. Capacitat de discriminació de la funció distància.

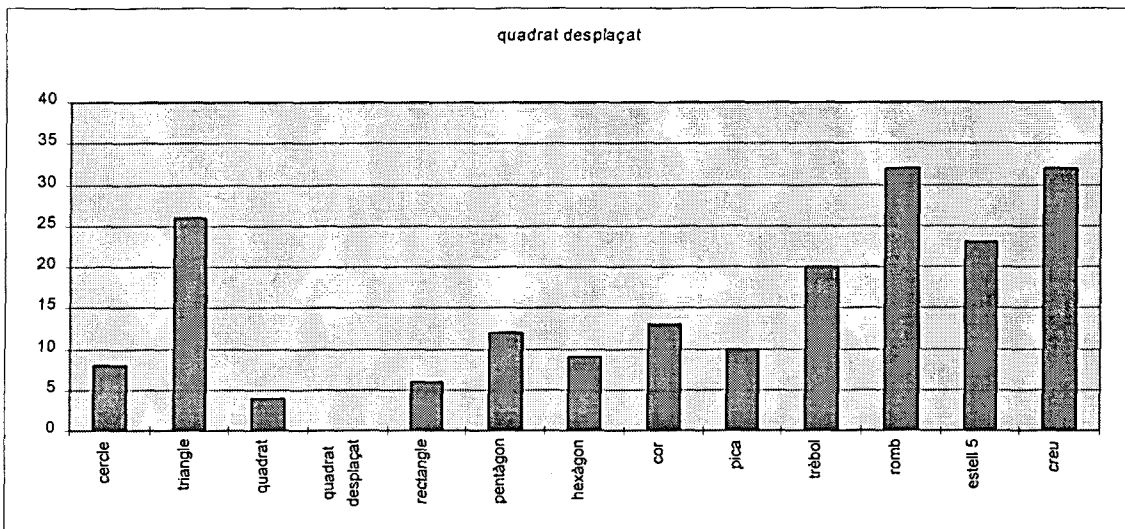
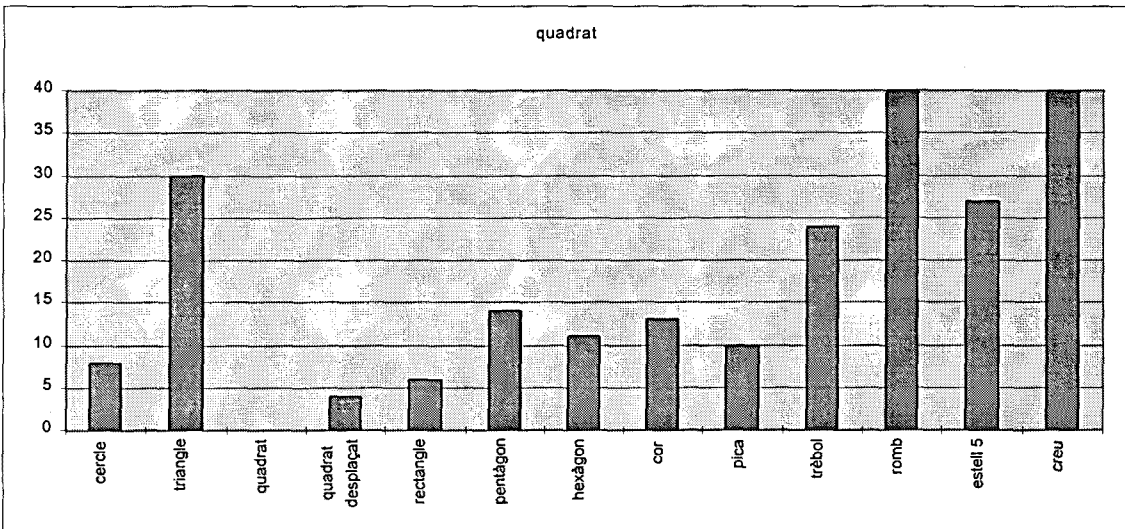
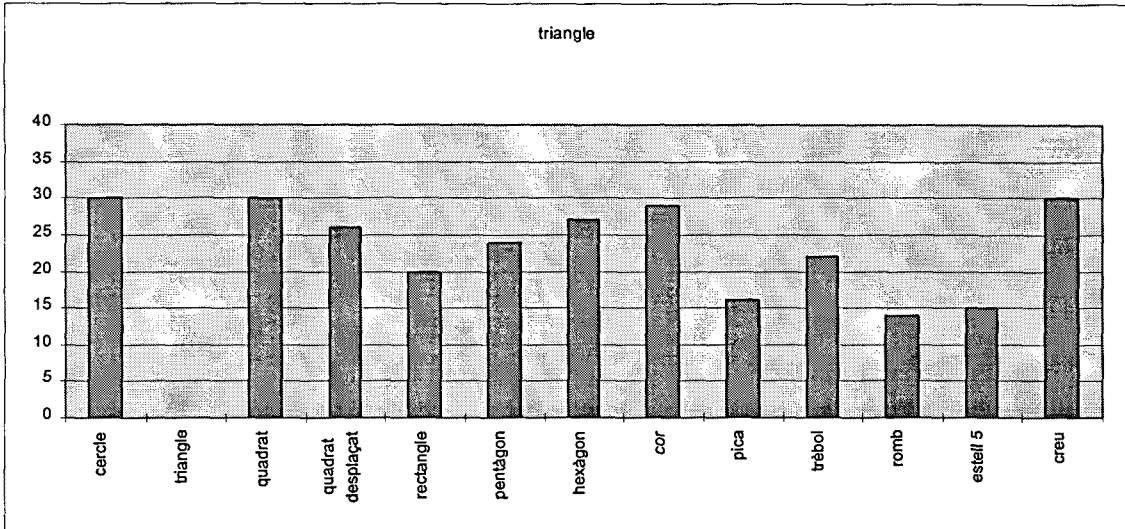
En aquest annex es mostra, mitjançant alguns exemples, la capacitat de discriminació que té la funció distància quadràtica D (equació 3.6) i feta servir pel reconeixement de les característiques locals. Aquest mètode de reconeixement ha estat aplicat a l'aparellament estèreo i al seguiment.

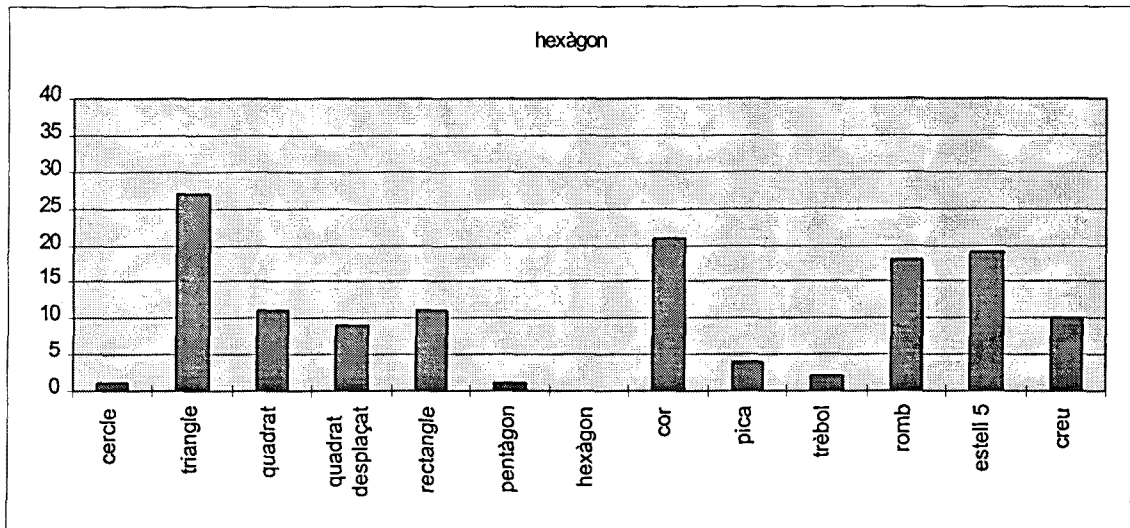
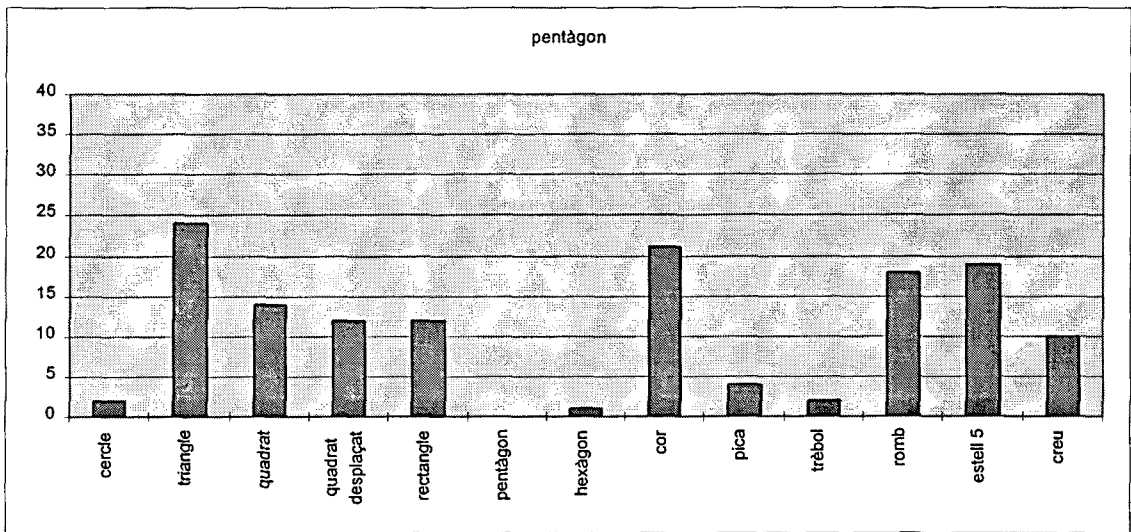
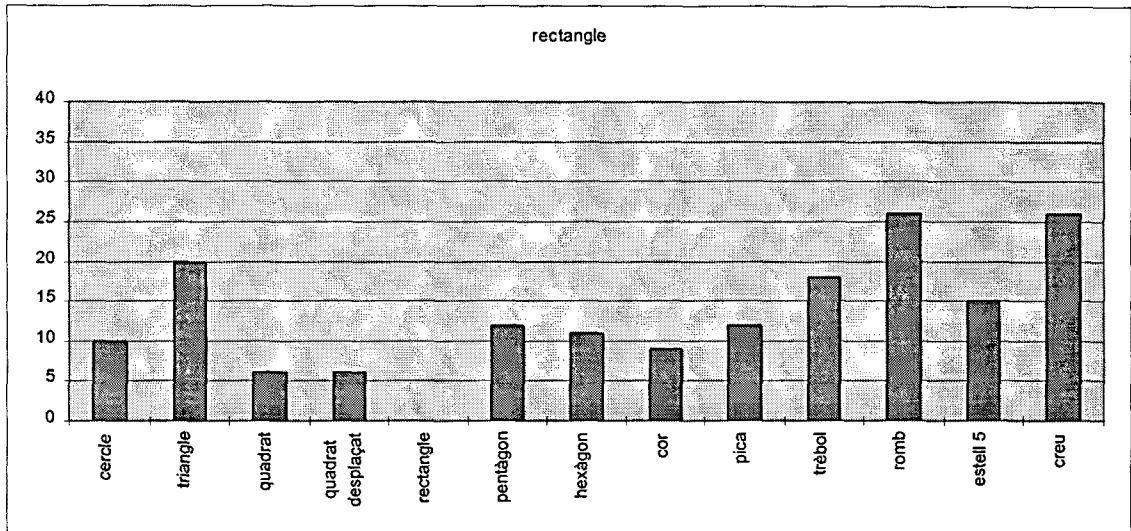
De l'anàlisi dels resultats obtinguts aplicant la funció distància entre 12 patrons bàsics (presentats a l'annex 1), es dedueix un bon comportament com a indicador diferenciador.

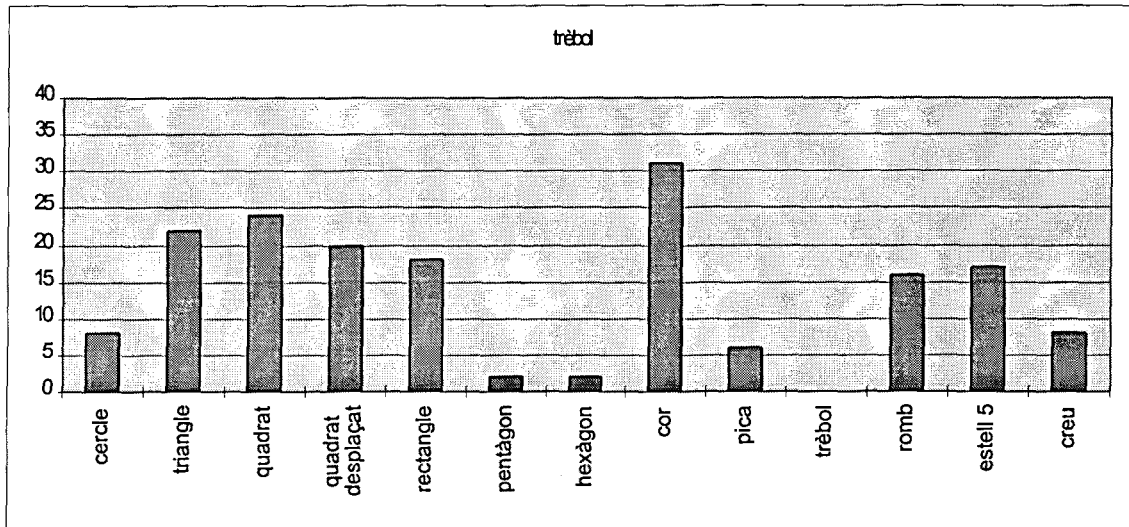
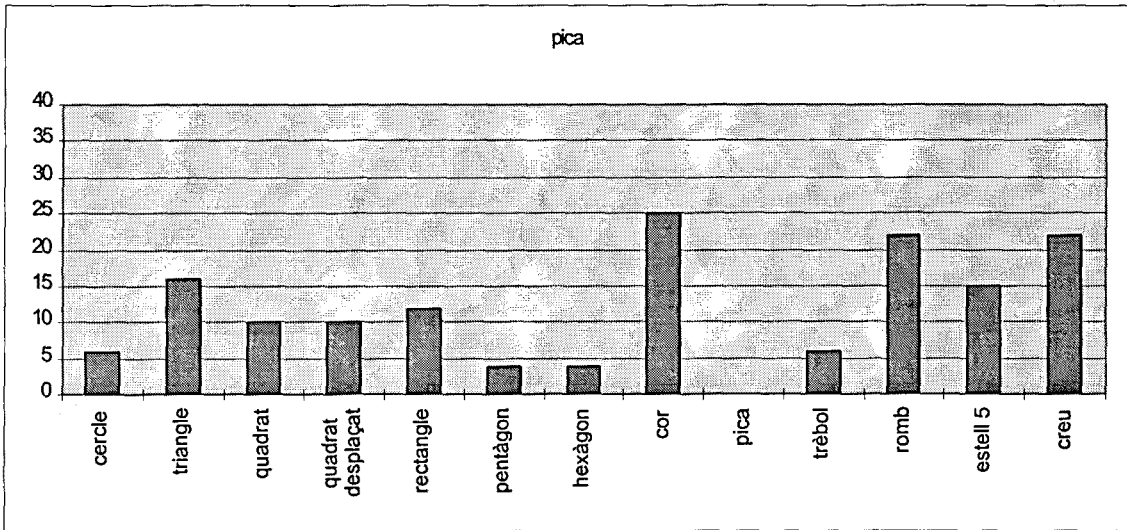
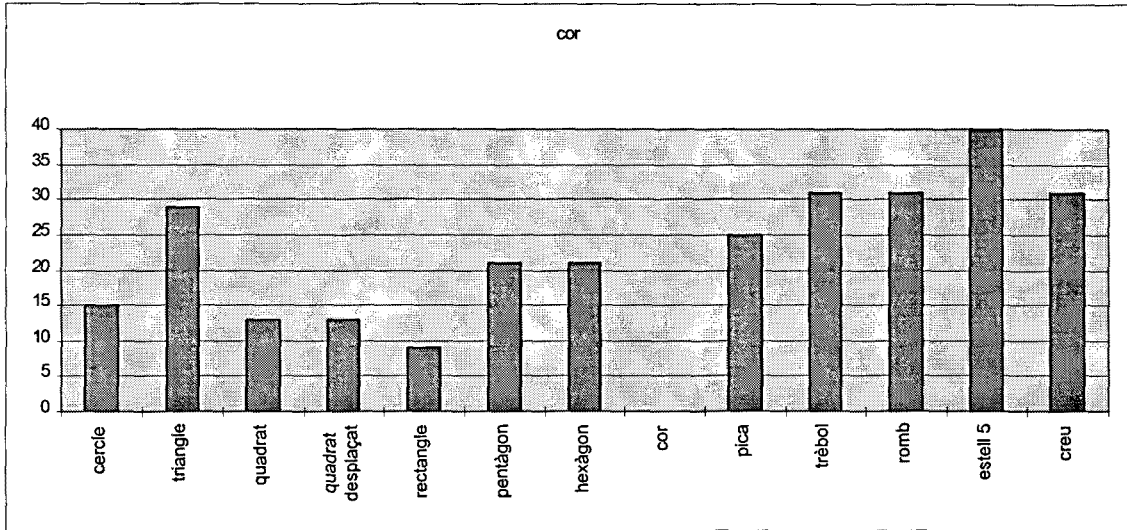
Prenent com a llindar una distància igual a 5, només es produeix una insuficient diferenciació entre el pentàgon i l'hexàgon, que es confonen també amb el cercle, la pica i el trèbol. Aquests casos queden justificats per la manca d'elements característics del seu contorn (angles molt oberts).

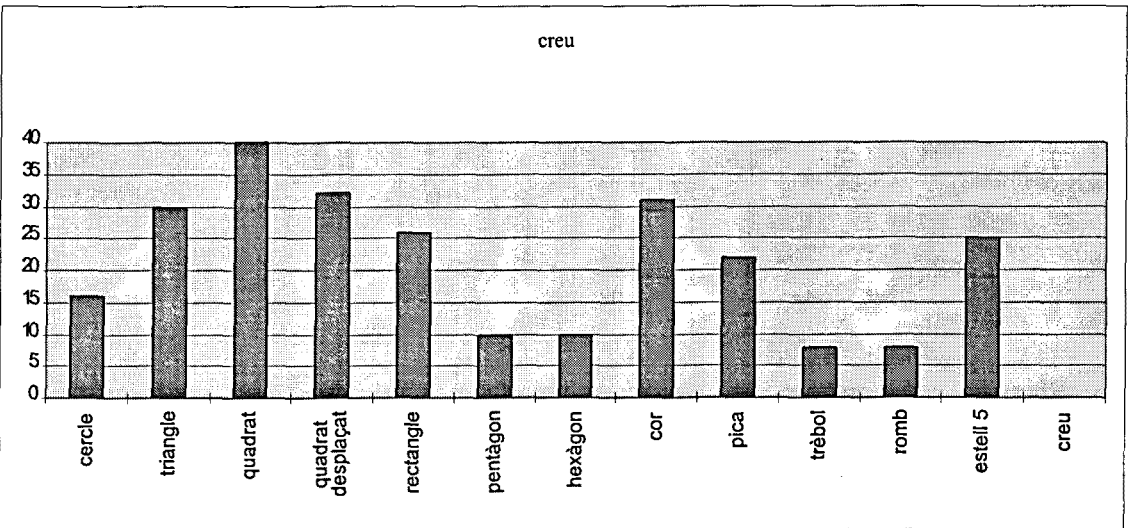
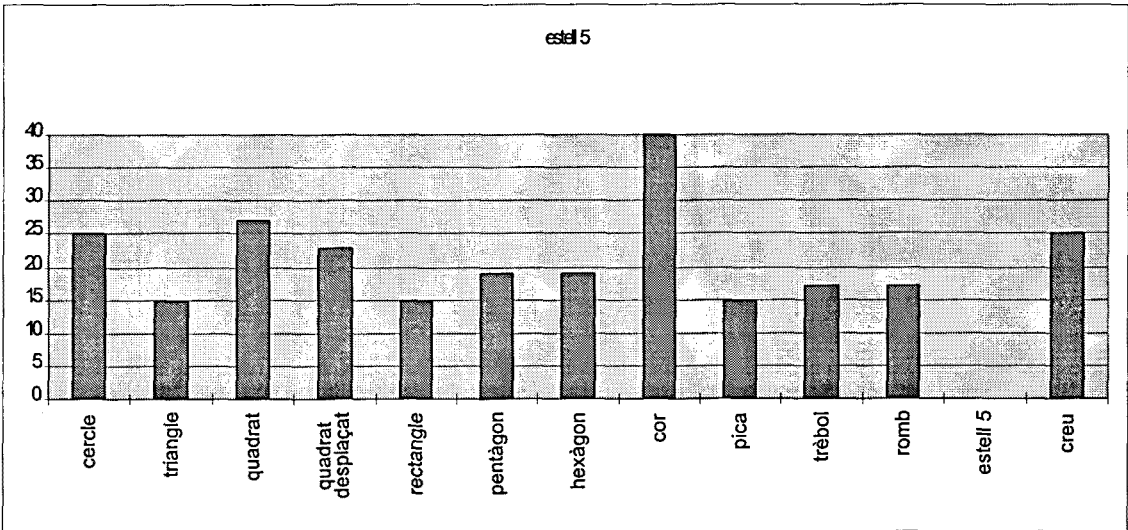
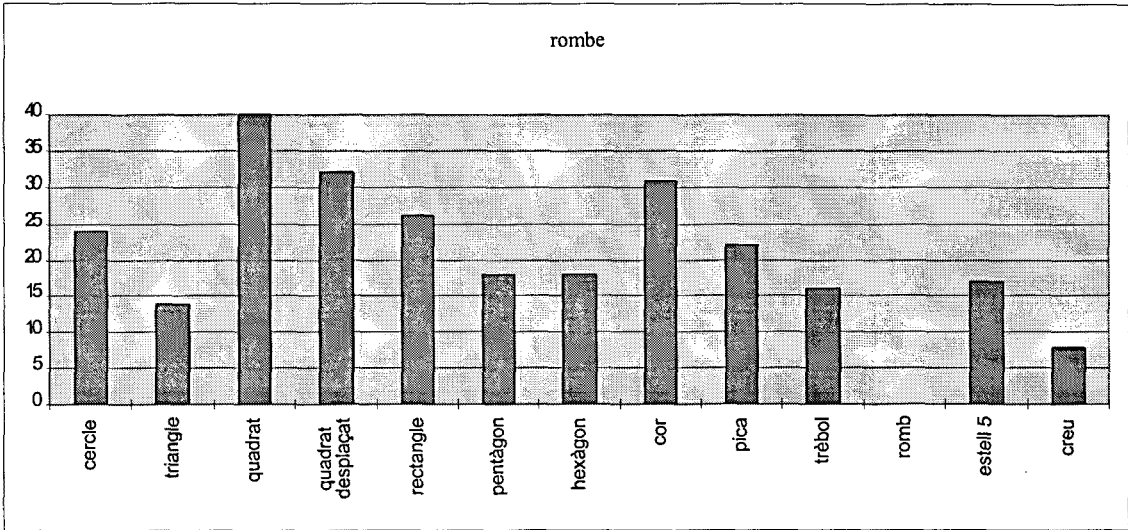
En canvi, figures com ara el triangle, el quadrat, el rectangle, el cor, el romb i la creu, no donen lloc a cap confusió dins d'aquest llindar. La figura estel ha resultat la més diferenciable, presentant respecte totes les altres figures distàncies superiors a 15.











	cercle	triangle	quadrat	quadrat desplaçat	rectangle	pentàgon	hexàgon	cor	pica	trèbol	rombe	estell	creu
cercle	0	30	8	8	10	2	1	15	6	8	24	25	16
triangle		0	30	26	20	24	27	29	16	22	14	15	30
quadrat			0	4	6	14	11	13	10	24	40	27	40
quadrat desplaçat				0	6	12	9	13	10	20	32	23	32
rectangle					0	12	11	9	12	18	26	15	26
pentàgon						0	1	21	4	2	18	19	10
hexàgon							0	21	4	2	18	19	10
cor								0	25	31	31	40	31
pica									0	6	22	15	22
trèbol										0	16	17	8
rombe											0	17	8
estell												0	25
creu													0

Taula comparativa de la capacitat de discriminació del mètode de reconeixement entre les diferents figures seleccionades per a l'estudi.

Annex 3. Ampliació de la finestra de transformació

A3.1. El problema del canvi d'escala.

Al capítol 3 s'ha trobat una funció heurística amb la finalitat de determinar la fiabilitat de les característiques locals presents a la imatge. Aquelles regions de la imatge que presenten una fiabilitat més elevada són seleccionades pel posterior procés de seguiment.

La funció fiabilitat proposada però, presenta l'inconvenient de ser molt sensible a l'escala o grandària relativa que presentin els contorns tancats dels objectes presents a l'escena. Aquest inconvenient de l'escalat apareix quan es permeten canvis de distància respecte de la camera als objectes que volem seguir (seguiment 3D). Un apropament o allunyament del contorn a la camera provocaria un resultat diferent a la funció fiabilitat. Efectivament, només podrem calcular la fiabilitat de contorns tancats mentre la totalitat dels seus punts caiguin dins de la finestra de transformació, amb la qual cosa, si durant el seguiment de l'objecte el contorn surt de la finestra de transformació no podrà ser identificat.

Aquesta dependència a l'escala és típica en els algorismes de detecció de característiques locals així com en tots aquells mètodes de processat d'imatge que utilitzen màscares a nivell pixel.

Cal remarcar que en el nostre cas, el problema de l'escalat no existeix mentre els pixels del contorn no surtin de la finestra de transformació. Dit d'una altra forma, si la distància entre la camera i els objectes no canvia de forma dràstica durant tota la fase de seguiment. En termes generals es permeten moviments que oscil·lin entre la meitat i el doble de la distància a la que es trobava l'objecte en el moment de la inicialització del seu seguiment.

Amb els contorns oberts la situació és la mateixa excepte en aquells casos (per altra banda la majoria) que els contorns pertanyen a característiques de la imatge invariants a l'efecte de l'escala (*zoom*) o localment invariants. Aquest és el cas dels vèrtexs o corbes amb una curvatura constant (segments de circumferències). Per totes aquestes característiques locals, habituals en escenes d'objectes i entorns industrials, un canvi d'escala no suposa un canvi en la seva transformació polar.

A3.2. Solució proposada i anàlisi de resultats

A fi d'estudiar i valorar la dependència de la transformació polar respecte l'escalat de la imatge, s'ha efectuat un anàlisi sobre una imatge en concret que presenta característiques locals de diferents escales o mides. El que s'ha fet és utilitzar sobre la mateixa imatge finestres de transformació de diferents mides.

Amb l'objectiu de no variar el rang de codificació dels radis tot i incrementar la dimensió de la finestra de transformació, s'ha fet un *anàlisi qualitatiu* de la distància

que presenten els pixels de contorn respecte al centre de la finestra de transformació. Una ampliació en el nombre de bits utilitzat en la codificació dels radis comportaria un increment inevitable no sols en el cost de la codificació, si no també en el cost dels posteriors processos de selecció de característiques locals, aparellament tridimensional i seguiment.

Aquest *anàlisi qualitatiu* separa tres zones dins de cada radi i assigna una codificació no lineal de la distància al centre:

- **zona pròxima:** de valor 0 i de longitud variable en funció de la mida de la finestra.
- **zona lineal:** amb valors entre 1 i 6 i de longitud fixa i igual a 6.
- **zona infinit:** amb valor 7 i de longitud no limitada.

Un valor igual a zero en la codificació radial d'un pixel de contorn indica que és un contorn no relevant, donada la proximitat amb el centre de la finestra. Un valor igual a 7 (Infinit) en la codificació radial indica que el contorn cau fora de la finestra (o bé no existeix) en aquella direcció. La zona lineal és la responsable de donar informació sobre la fiabilitat de les característiques locals de la imatge en la fase d'inicialització i de donar la informació referent a la localització i reconeixement de la característica local en la fase de seguiment.

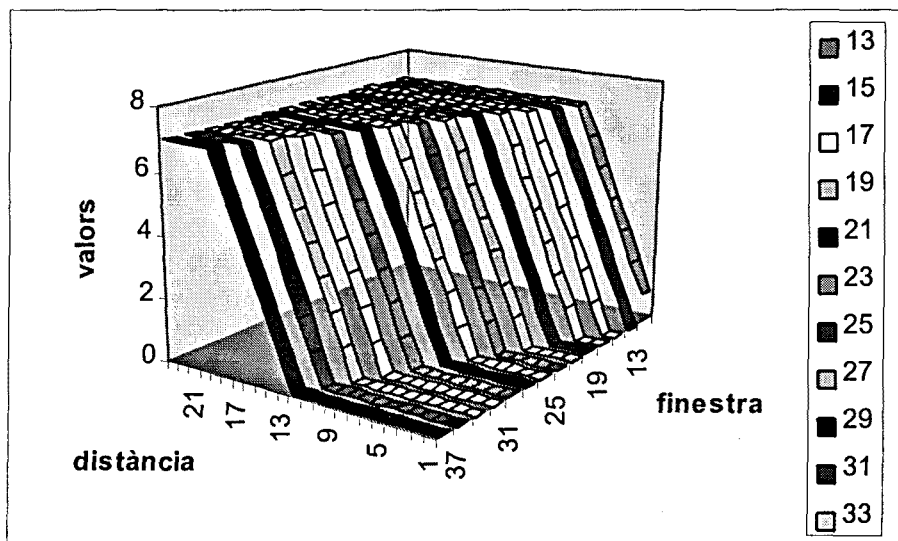


Figura A3.1. Assignació de valors a les codificacions radials utilitzades per diferents dimensions de finestra de transformació.

Aquesta codificació determina la finestra de dimensió mínima: 13x13 (valor 0 pel centre i 6 pel radi màxim dins de la finestra). Per dimensions més altes tan sols cal eixamplar la zona amb valor pròxim una certa llargària, de forma que assignem el mateix valor (el zero) per qualsevol contorn que es trobi per sota d'una certa distància (fig. A3.1).

La dependència amb les dimensions de la finestra de transformació pot ser observada en la següent seqüència d'imatges (figura A3.2). Sobre la mateixa imatge s'han provat transformacions polars de diferents dimensions (des de 13x13 a 39x39). A les codificacions polars efectuades per cada punt de l'escena les hi ha estat aplicada la funció fiabilitat proposada al capítol 3.

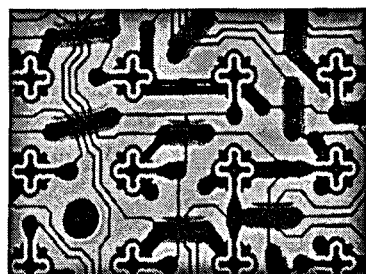
A fi de presentar d'una forma clara el resultat d'aplicar sobre la imatge l'esmentat criteri de fiabilitat, s'ha recorregut a visualitzar la fiabilitat de cada punt de la imatge com un nivell de gris. El nivell de gris d'un determinat punt es correspon amb la fiabilitat amb la que la regió que envolta a aquest punt pot ser detectada i seguida. Al llarg de la seqüència d'imatges s'aplica el mateix criteri sobre finestres de dimensió cada vegada més gran.

A la seqüència 1 es pot observar el resultat d'aplicar el criteri de fiabilitat (visualitzat com un nivell de gris per a cada punt). A la seqüència 2 es filtra el resultat de la seqüència 1 per mostrar només aquells punts de la imatge amb una transformació polar que té al menys quatre radis amb valor entre 1 i 6 consecutius. La seqüència 3 mostra un resultat semblant amb cinc radis consecutius.

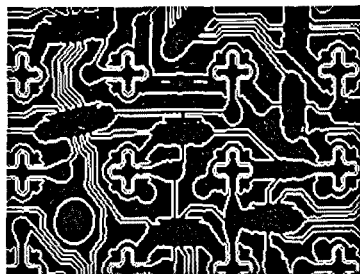
Aquest últim criteri va ser demostrat com a vàlid per a la detecció de vèrtex (o elevada curvatura del contorn) ja que una línia recta pot arribar a tallar 4 radis consecutius (en una finestra de 15x15 píxels). La seqüència 2 ha estat inclosa però, per demostrar el fet que quan creix la dimensió de les finestres (>17x17 píxels), per satisfer un criteri semblant basta amb demanar 4 radis consecutius, ja que, degut al forat central de la finestra (amb codificació igual a zero) queda directament descartada la possibilitat de que una recta pugui tallar 4 radis consecutius amb una codificació entre 1 i 6.

Figura A3.2. Seqüència d'imatges. Fiabilitat de les característiques locals presents en la imatge.

Imatge original



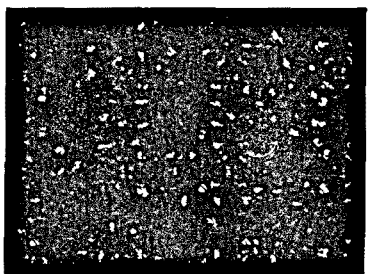
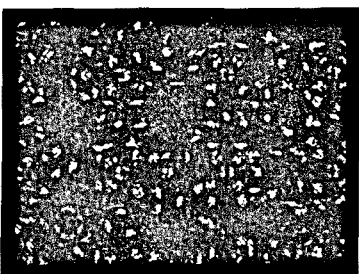
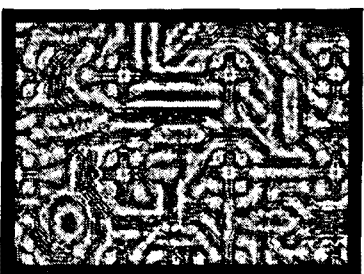
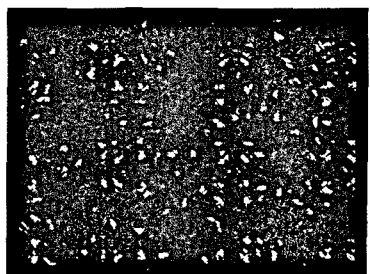
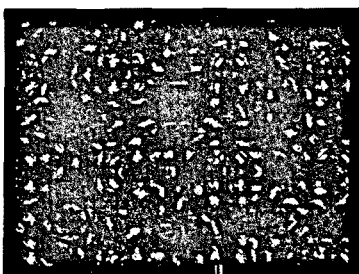
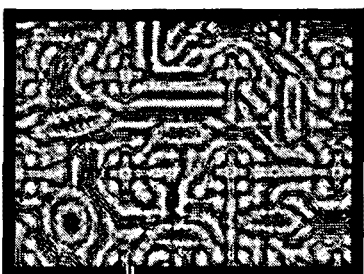
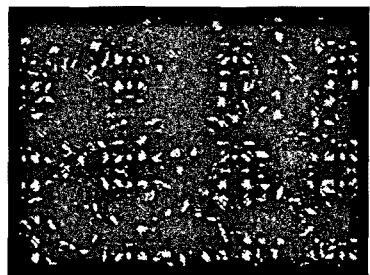
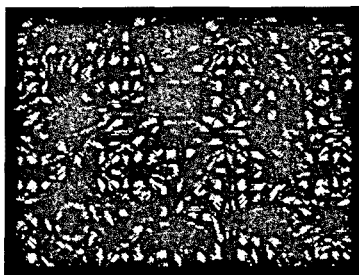
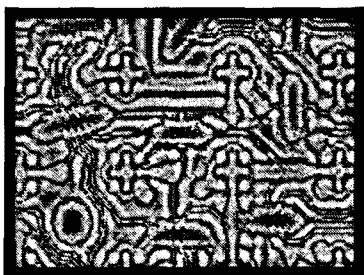
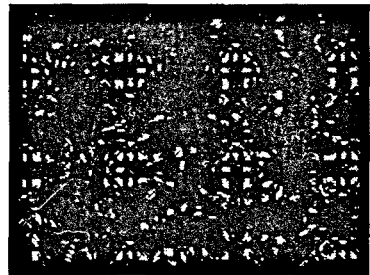
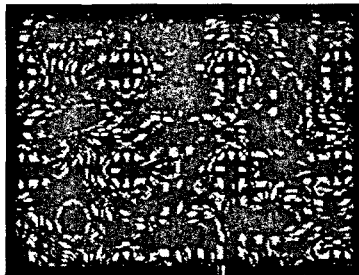
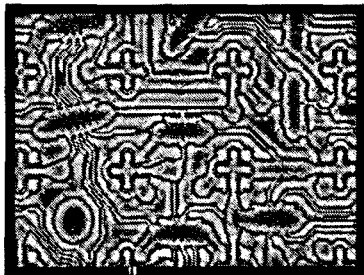
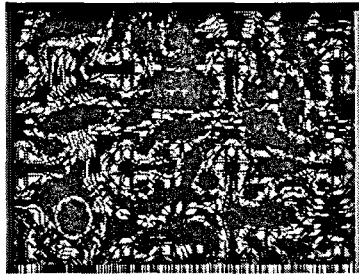
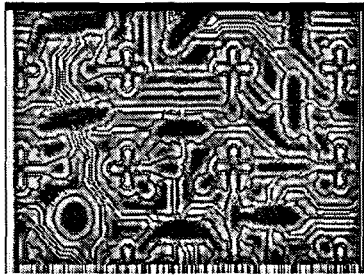
Imatge de contorns

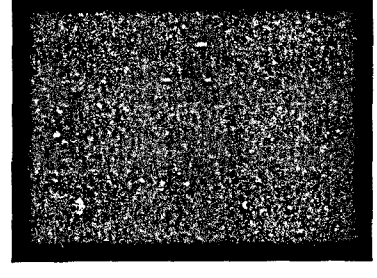
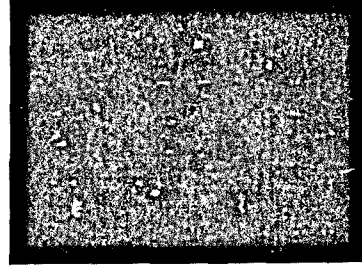
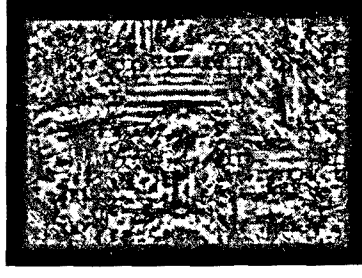
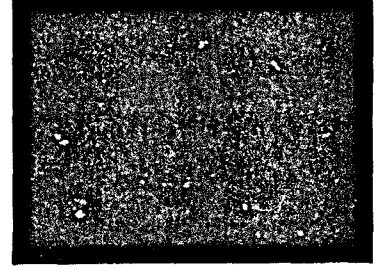
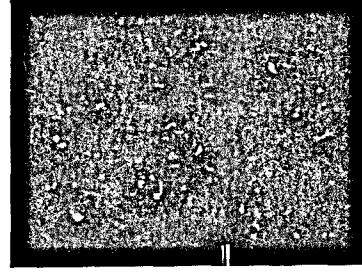
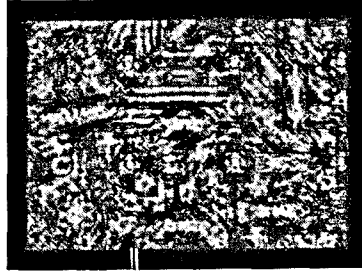
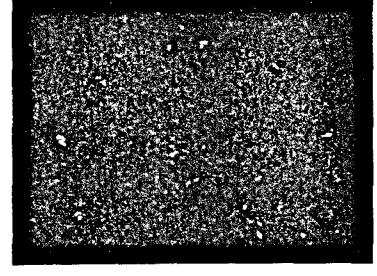
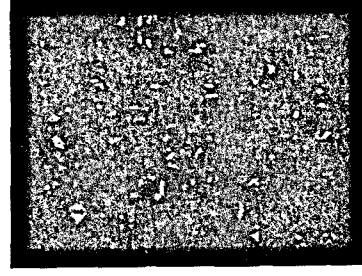
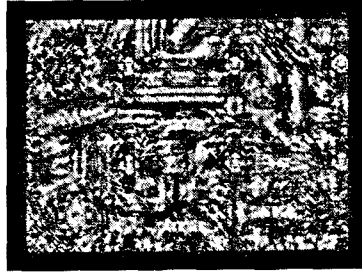
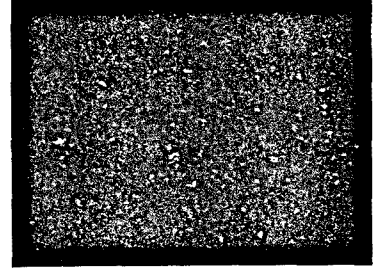
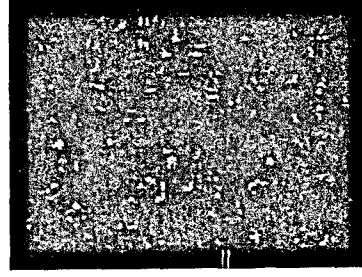
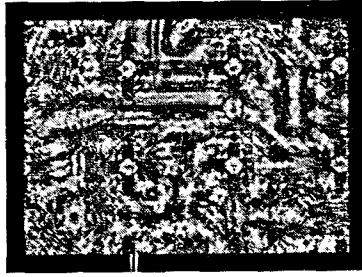
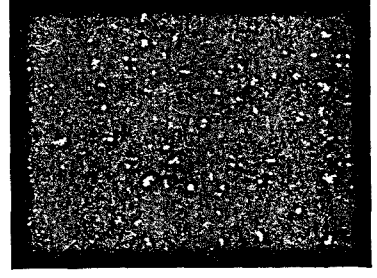
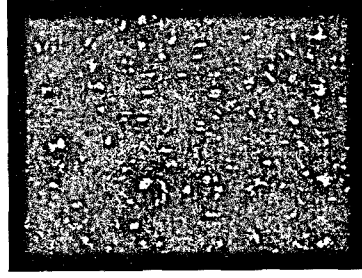
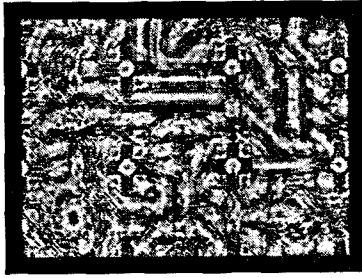
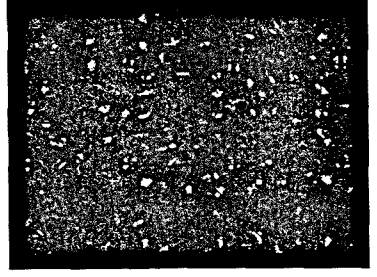
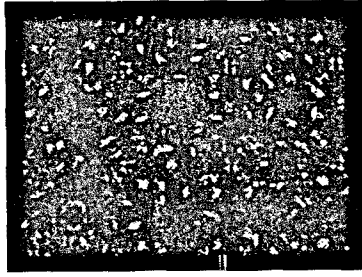
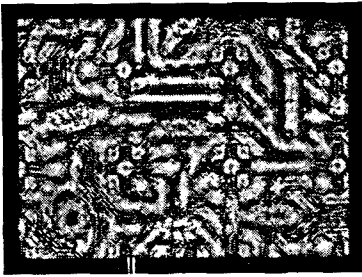


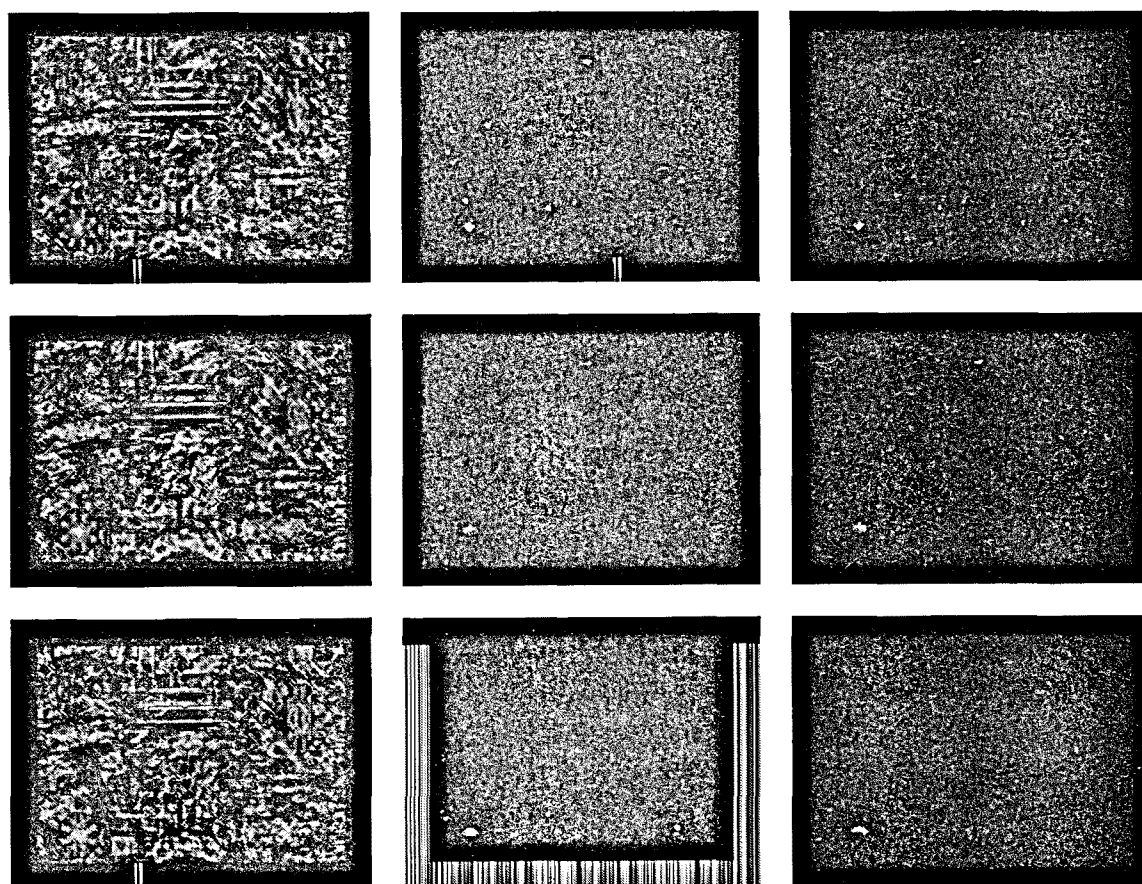
Seqüència 1

Seqüència 2

Seqüència 3







A3.3. Capacitat de detecció de contorns oberts

L'augment en la dimensió de la finestra porta associat una disminució en la quantitat de característiques locals que poden ser detectades com a vàlides seguint el criteri de curvatura (la qual cosa es pot observar en la seqüència d'imatges de la figura A3.2). S'ha efectuat un estudi de les limitacions que presenta la dimensió de la finestra, en la detecció de característiques locals amb el contorns oberts (invariants a l'escala).

S'han estudiat concretament, els angles mínim i màxim dels vèrtexs que poden ser detectats i el radi mínim i màxim de les corbes que poden ser detectades amb el criteri de curvatura (fig. A3.3).

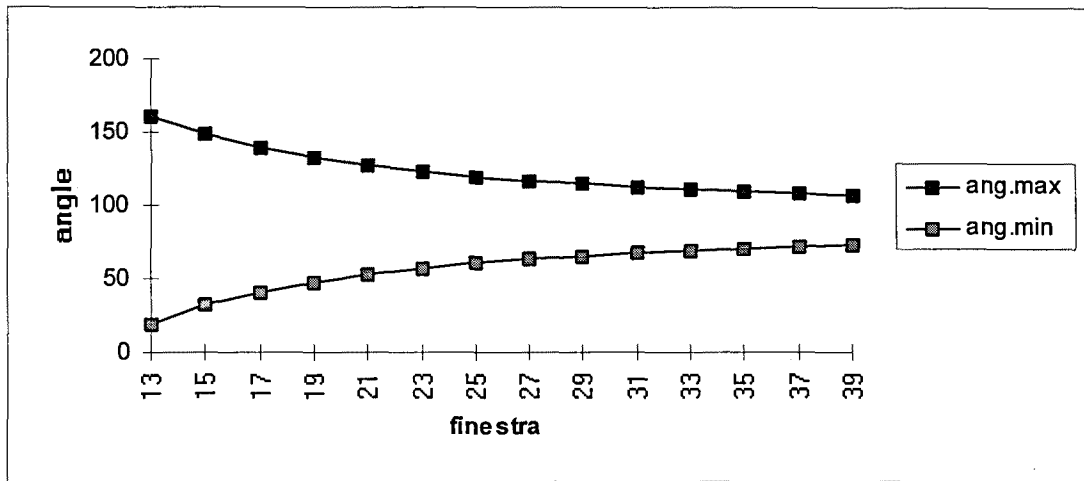


Figura A3.3 (a). Angles mínim i màxim dels vèrtexs que poden ser detectats com a vàlids pel seu seguiment, en funció de la dimensió de la finestra de transformació.

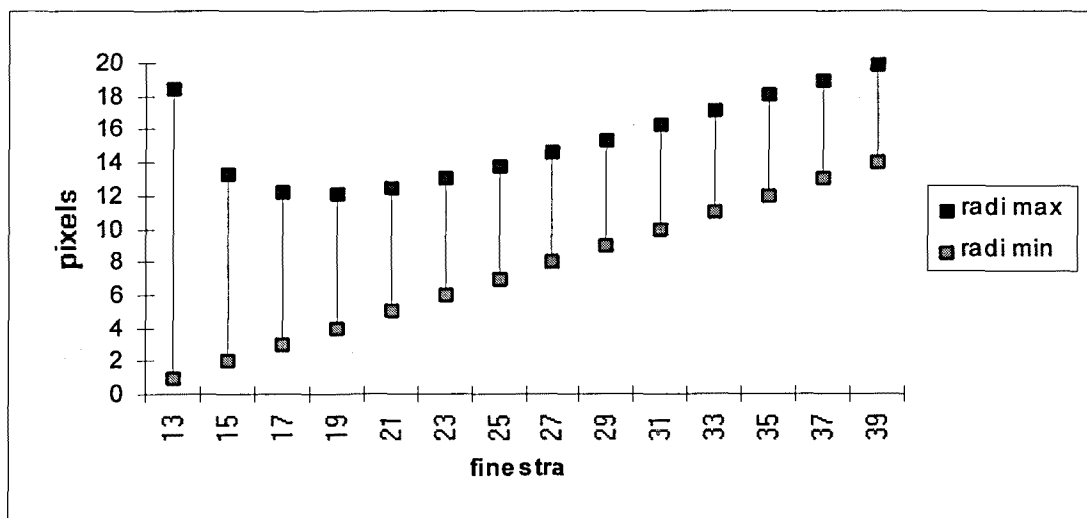


Figura A3.3 (b). Radis mínim i màxim de les corbes que poden ser detectades com a vàlides pel seu seguiment, en funció de la dimensió de la finestra de transformació.

És important observar a les gràfiques (fig. A3.3) com el criteri es torna més restrictiu a mesura que augmenta la dimensió de l'àrea de la transformació polar aplicada. La finestra que permet una major capacitat de detecció és la de 13x13 píxels.

Ara bé, aquesta finestra presenta la singularitat d'assignar el valor zero a tots els radis de la codificació quan un píxel de contorn ocupa el píxel central de la finestra de transformació. Aquesta singularitat provoca que un error en la detecció de contorn (un fals contorn degut al soroll), ocasioni una perdua total de la informació relativa a la regió centrada en aquell punt. Aquest ha estat un dels motius més importants a l'hora de seleccionar la finestra de 15x15 píxels (amb el punt central sense codificar), ja que aquesta finestra presenta la màxima relació capacitat de detecció, cost i robustesa al soroll.

A3.4. Codificació no lineal del valor dels radis

Un altre mètode provat per a la detecció de característiques locals amb finestres de dimensió variable, sense afegir cost a la codificació polar utilitzada (3 bits per radi), ha estat la codificació no lineal del valor dels radis. Es proposa una codificació que mantingui la resolució per distàncies petites al centre, però que vagi perdent resolució de forma progressiva a mesura que la posició dels contorns escapi del center de la finestra de transformació.

La figura A3.4 presenta una evolució de la codificació dels radis proposada. Corresponen a finestres de 21x21, 29x29 i 37x37 pixels respectivament.

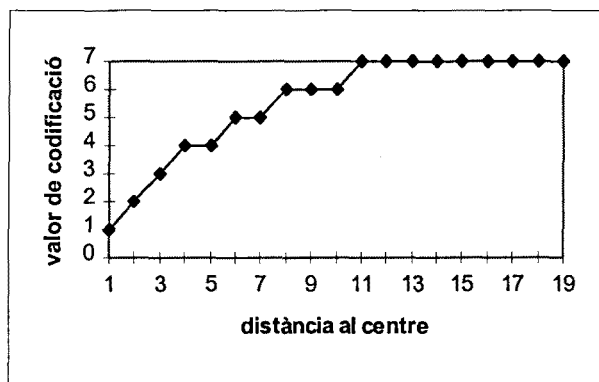


Figura A3.4 (a). Codificació no lineal dels radis per una finestra de 21x21 pixels (Radi de 10 pixels)

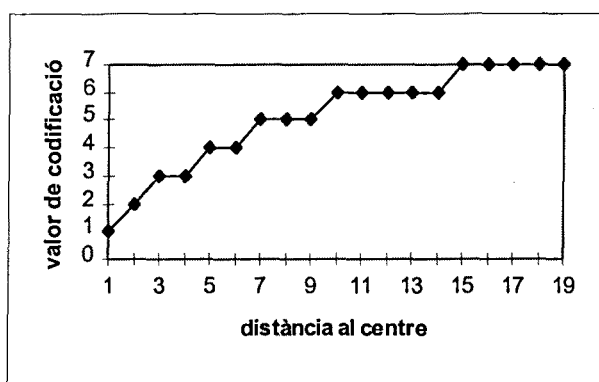


Figura A3.4 (b). Codificació no lineal dels radis per una finestra de 29x29 pixels (Radi de 14 pixels)

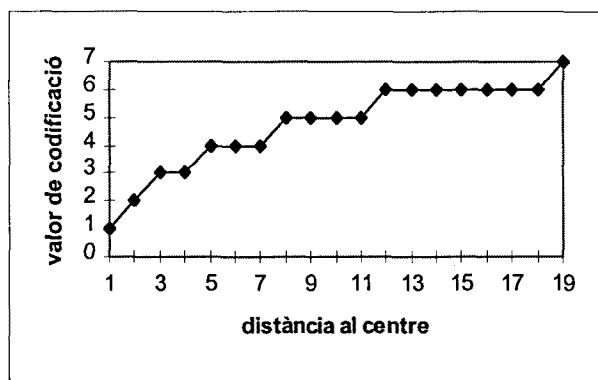


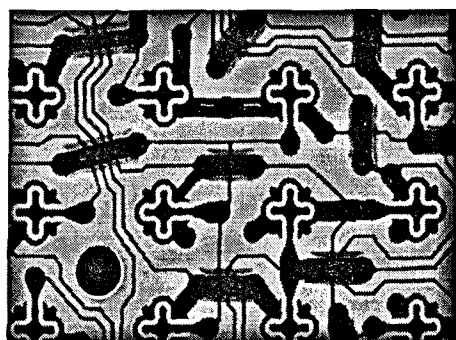
Figura A3.4 (c). Codificació no lineal dels radis per una finestra de 37x37 píxels (Radis de 18 píxels)

La dependència amb les dimensions de la finestra de transformació pot ser observada en la seqüència d'imatges de la figura A3.5. Sobre la mateixa imatge s'han provat transformacions polars de diferents dimensions (13x13, 21x21, 29x29 i 37x37 píxels). A les codificacions polars efectuades per a cada punt de l'escena les hi ha estat aplicada la funció fiabilitat proposada al capítol 3.

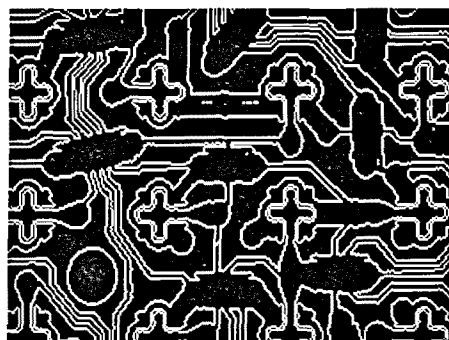
A fi de presentar d'una forma clara el resultat d'aplicar sobre la imatge l'esmentat criteri de fiabilitat, s'ha recorregut a visualitzar la fiabilitat de cada punt de la imatge com un nivell de gris. El nivell de gris d'un determinat punt es correspon amb la fiabilitat amb la que la regió que envolta a aquest punt pot ser detectada i seguida. Al llarg de la seqüència d'imatges s'aplica el mateix criteri sobre finestres de dimensió cada vegada més gran.

A la seqüència 1 es pot observar el resultat d'aplicar el criteri de fiabilitat (visualitzat com un nivell de gris per a cada punt). A la seqüència 2 es filtra el resultat de la seqüència 1 per mostrar només aquells punts de la imatge amb una transformació polar que té al menys cinc radis amb valor entre 1 i 6 consecutius.

Imatge original



Imatge de contorns



Seqüència 1

Seqüència 2

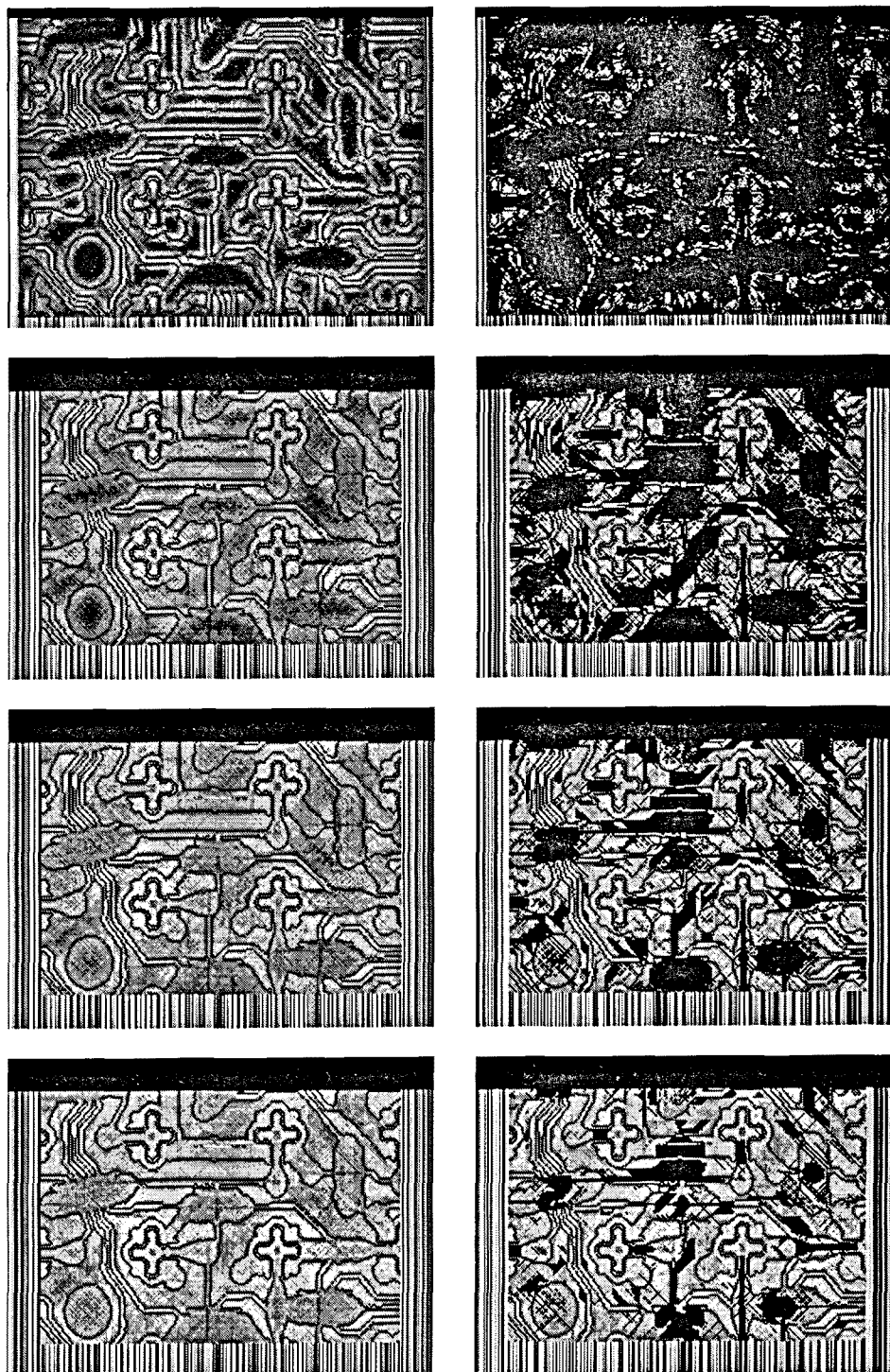


Figura A3.5. Seqüència d'imatges. Fiabilitat de les característiques locals de la imatge.

A partir de l'anàlisi dels resultats es pot concloure que la codificació no linial presentada en aquest apartat és capaç de detectar característiques locals de diferents dimensions, permetent per tant, una detecció menys restrictiva que la proposta de codificació anterior.

La capacitat de detecció de la codificació proposada contrasta però, amb l'ambigüitat en la localització. Aquesta codificació no permet localitzar amb precisió la característica local, ja que proporciona zones amb el mateix valor de fiabilitat (mateix nivell de gris a les imatges). Per aquest motiu, aquest mètode de codificació no linial ha quedat descartat per ser utilitzat en un sistema de seguiment d'objectius on la precisió en la localització és un dels principals requisits.

REFERÈNCIES

Referències

[Abidi,90]

Abidi, M.A., i Chandra, T., "*Pose estimation for camera calibration and landmark tracking*", IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation. 1990.

[Aggarwal,81]

Aggarwal, J.K., Davis, L.S. i Martin, W.N., "*Correspondence processes in dynamic scene analysis*", Proc. of the IEEE, Vol. 69, No. 5, pp. 562-572. Maig 1981.

[Agin,76]

Agin, G.J. i Binford, T.O., "*Computer description of curved objects*", IEEE Trans. Computer, Vol.C-25, No.4, pp. 439-449. 1976.

[Allen,92]

Allen, P.K., Timcenko, A., Yoshimi, B. i Michelman, P., "*Trajectory filtering and prediction for automated tracking and grasping of a moving object*", IEEE Int. Conference on Robotics and Automation. 1992.

[Aloimonos,90]

Aloimonos, J. Y. i Tsakiris, D.P., "*Tracking in complex visual environment*", Proc. Computer Vision ECCV-90. Springer Verlag. 1990.

[Aloimonos,91]

Aloimonos, J. Y. i Tsakiris, D.P., "*On the visual mathematics of tracking*", Image and Vision Computing. Vol.9, No.4, pp. 235-251. Agost 1991.

[Amat,84]

Amat, J. Casals, A. i Llario, V., "*Location of Work-pieces and Guidance of Industrial Robots with a Vision System*", Proc. of 4th International Conference on Robot Vision and Sensory Controls. pp. 223-230. Del 9 al 11 d'octubre. Londres. UK.1984.

[Amat,87]

Amat, J. Casals, A. i Llario, V., "*Man machine communication by the glance*", Cognitiva-87. pp. 372-376. Paris. França.1987.

[Amat,89]

Amat, J. i Casals, A., "*Real time tracking of targets from a mobile robot*", Intelligent Autonomous Systems 2, Vol.1. Amsterdam. 1989.

[Amat,92]

Amat, J., Aranda, J. i Casals, A., "*A tracking system for robot servopositioning in moving parts operations*", 23th International Symposium on Industrial Robots ISIR'92. Barcelona. Catalunya. Del 6 al 9 d'octubre de 1992.

[Amat,93a]

Amat, J., Aranda, J. i Casals, A., "*Tracking capabilities in Computer Vision for Industrial Applications*", Optical Engineering (SPIE). Vol. 32, No. 11, pp. 2796-2804. Novembre 1993.

[Amat,93b]

Amat, J., Aranda, J. i Casals, A., "*A tracking system for dynamic control of convoys*", Robotics and Autonomous Systems 11, pp. 269-277. Novembre 1993.

[Amat,97]

Amat, J., Aranda, J. i Villà, R., "*Underwater hidrojet explorer camera controlled by vision*", ISER'97. Barcelona. Catalunya. 1997.

[Araki,87]

Araki, K., Sato, Y. i Parthasarathy, S., "*High speed rangefinder*", Optics, Illumination, and Image Sensing for Machine Vision II, Vol. 850, pp. 184-188. SPIE. 1987.

[Araki,88]

Araki, K. et al., "*Method and its trial instrumentation for 3D shape measurement*", Trans. IECE of Japan, Vol. J71-D, No. 10, pp. 2059-2068. 1988.

[Araki,90]

Araki, K. et al., "*Method and its trial instrumentation for high speed and continuous 3D measurement*", Proc. IAPR Workshop on Machine Vision Applications, pp. 43-46. 1990.

[Araki,91]

Araki, K. et al., "*High speed and continuous rangefinding system*", Trans. IECE of Japan, Vol. E74, No.10, pp. 3400-3406. 1991.

[Aranda,93]

Aranda, J. i Amat, J., "*A visual tracking system for dynamic traffic evaluation*", 26th International Symposium on Automotive Technology and Automation (ISATA). Aachen. Alemanya. Del 13 al 17 de setembre 1993.

[Aranda,94]

Aranda, J., León, C. i Frigola, M., "*A multitracking system for trajectory analysis of people in a restricted area*", Time-varying Image Processing and Moving Object Recognition, 3, Elsevier Science, pp. 118-124. 1994.

[Aranda,95]

Aranda, J. i Calvo, J.J., "*Processador digital d'imatges MIRÓ*", Document intern de recerca. Dep. d'ESAI. UPC. Barcelona. 1995.

[Aranda,96]

Aranda, J., "*Identificació i selecció de les regions singulars d'una escena per efectuar el seu seguiment*", 1 er. Seminari de treball en Automàtica, Robòtica i Percepció. Barcelona. Febrer 1996.

[Ahuja,93]

Ahuja, N. i Abbott, L., "*Active stereo: integrating Disparity, vergence, focus, aperture, and calibration for surface estimation*", IEEE Trans on Pattern Analysis And Machine Intelligence, Vol. 15, No.10, pp. 1007-1029. Octubre 1993.

[Ayache,87]

Ayache, N. i Lustman, F., "*Fast and reliable pasive trinocular stereovision*", Intelligence Conference on Computer Vision. Juny 1987.

[Ballard,82]

Ballard, D.H. i Brown, C.M., "*Computer Vision*", Prentice-Hall. New York. 1982.

[Barnard,80]

Barnard, S.T. i Thompson, W.B., "*Disparity analysis of images*", IEEE Trans. Pattern Analysis Machine and Intelligence, Vol.2, No.4, pp. 333-340. 1980.

[Bar-Shalom,88]

Bar-Shalom, Y. i Fortmann, T.E., "*Tracking and data association*", Academic Press. 1988.

[Bar-Shalom,95]

Bar-Shalom, Y. i Li, X., "*Multitarget-Multisensor Tracking: Principles and Techniques*", YBS.1995.

[Batlle,93]

Batlle, J., "*Aportació a la detecció de moviment independentment del moviment de la càmera, basat en el processat d'imatge en color*", Tesi Doctoral. UPC. 1993. Barcelona.

[Bhanu,90]

Bhanu, B. i Burger, W., "*Qualitative understanding of scene dynamics for moving robots*", Int. J. Robotics Research, Vol. 9, No. 6, pp. 74-90. 1990.

[Binford,83]

Binford, T. O. "*Stereo-vision: complexity and constraints*", Robotics Reseach. First International Symposium. Mitt Pres. pp.475-487.1983.

[Bolles,82]

Bolles, R.C., i Cain, R. A., "*Recognizing and locating partially visible objects: the local-feature-focus method*", The Int. Journal of Robotics Research, Vol. 1, No. 3. 1982.

[Bolles,93]

Bolles, R.C. i Woodfill, J., "*Spatiotemporal consistency checking of passive range data*", Inter. Symposium of Robotics Research. Tokyo. Japó. Octubre 1993.

[Brady,91]

Brady, M. i Wang, H., "*Corner detection for 3D vision using array processors*". Computer Vision: Specialized processors for Real-Time Image Analysis. ESPRIT: Basic research series. Setembre de 1991. Barcelona. Catalunya.

[Brady,95]

Brady, M., "*Artificial intelligence and robotics*", Artificial Intelligence. No. 26, pp. 79-121. 1995.

[Braunegg,93]

Braunegg, D. J., "*MARVEL: A sistem that recognizes World locations with stereo vision*", IEEE Trans. on Robotics and Automation, Vol. 8, No. 3. Juny 1993

[Bresenham,65]

Bresenham, J. E., "*Algorithm for computer control of digital plotter*", IBM Systems Journal, 4, pp. 25-30. 1965.

[Brown,88]

Brown, C., "*Kalman filter utilities for tracking and control*", Skids document DT-SKI-2A-010016. Oxford University. Novembre 1988.

[Bruce,91]

Bruce, A. W. i Stonham, J., "*Position, rotation and size normalisation of TV images at half frame rate*", Computer vision: Specialized processors for real-time image analysis", Workshop Proceedings. Barcelona. Catalunya. Setembre 1991.

[Brunelli,95]

Brunelli, R. i Messelodi, S., "*Robust estimation of correlation with applications to computer vision*", Pattern Recognition, Vol. 28. No. 6, pp. 833-841. 1995

[Cannata,95]

Cannata, G., Casalino, G. i Grosso, E., "*Coordinated motion control of a head-eye system*", ICAR'95m, pp. 139-144. 1995.

[Carley,90]

Carley, L.R., Gruss, A. i Kanade, T., "*Integrated sensor and rangefinding analog signal processor*", Proc. IEEE Custom Integrated Circuit Conf., pp. 711-716. 1990.

[Casals,83]

Casals, A., "*Descripció de contorns d'imatges bidimensionals mitjançant successions de curvatures d'aplicació al reconeixement d'objectes en Robòtica*", Tesi doctoral. UPC. 1983.

[Chang,89]

Chang, K-C., Lee, H-J. i Chung, C.G., "*Adaptively estimating motion parameters for tracking a maneuvering target using images*", Int. Journal of Robotics and Automation, Vol. 4, No. 1, pp. 43-52. 1989.

[Chang,91]

Chang, C. C., Hwang, S.M. i Buehrer, D.J., "*A shape recognition scheme based on relative distances of feature points from the centroid*", Pattern Recognition, Vol.24, No. 11, pp.1053-1063. 1991.

[Chang,92]

Chang, L.H. i Chen, L., "*A video tracking system with adaptive predictors*", Pattern Recognition, Vol.25, No. 10, pp.1171-1180. 1992.

[Chen,92]

Chen, L. i Chang, S., "*A video tracking system with adaptive predictors*", Pattern Recognition, Vol. 25, No.10, pp. 1171-1180. 1992.

[Chian-hoang,93]

Chian-hoang, L. i Joshi, A., "*Correspondence problem in image sequence analysis*", Pattern Recognition, Vol. 26, No. 1, pp. 47-61. 1993.

[Chongstitvatana,92]

Chongstitvatana, P. i Conkie, A., "*Active mobile stereo vision for robotics assembly*", ISIR'92. pp. 393-397. Settembre 1992.

[Climent,94]

Climent, J. i Alvarez, S., "*Low cost vision system for quality control*", Journal on Communications, Vol. XLV. juliol-Agost 1994.

[Cochran,92]

Cochran, S. D. i Medioni, G., "*3-D Surface description from binocular stereo*", IEEE Trans on Pattern Analysis And Machine Intelligence, Vol. 14, No. 10, pp. 981-994. Octubre 1992.

[Courtney,92]

Courtney,P., Thacker,N.A. i Brown,C.R. "*Hardware support for fast edge-based stereo*", ECCV,92. pp 902-907. 1992.

[Crowley,90]

Crowley, J.L., Bobet, P. i Sarachik, K., "*Dinamic world modeling using vertical line stereo*",1rst. European Conference on Computer Vision-ECCV 90, pp. 241 -246. 1990.

[De Micheli,89]

De Micheli, E., Caprile, B. i Ottonello, P., "*Localization and noise in edge detection*". IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Inteligence, Vol. 11, No. 10, pp. 1106-1116. Octubre 1989.

[Deriche,90]

Deriche, R. i Faugeras, O., "*Tracking line segments*", Image and vision computing, Vol. 8, No.4, pp. 261-270. Novembre 1990.

[Devy,92]

Devy,M. i Fillatreau ,P., "*Localization of an autonomous mobile robot from 3-D depth images in a structured environment*", ISIR'92, pp. 407-413. Settembre 1992.

[Duncan,88]

Duncan, J.H. i Chou, T., "*Temporal edges: The detection of motion and the computation of optical flow*", Proc. Second Int. Conf. Computer Vision, Tampa, FL, pp. 374-382, Dicembre 1988.

[Faugueras,92]

Faugueras,O.D., "*What can be seen in three dimensions with an uncalibrated stereo rig*", ECCV'92, pp. 563-578.1992.

[Feddema,90]

Feddema, J. T. i George Lee, C. S., "*Adaptive image feature prediction and control for visual tracking with a hand-eye coordinated camera*", IEEE Trans. on Systems, Man. and Cybernetics, Vol. 20, No. 5, pp. 1172-1183. Settembre-October 1990.

[Ferrari,92]

Ferrari, D. i Gariboto, G., "*Integration of a real-time development system for 3-D robot-vision*"FCV'92, Chap.14, pp. 165-176.

[Fountain, ,86]

Fountain, A. M. i Latham, V., "*Real time image processing using a radial scan camera*", Digital Image Processing in Industrial Applications, pp. 137-143. Espoo. Finlàndia. 1986.

[Frau,91]

Frau, J.I., "*Aportació al seguiment predictiu d'objectius en temps real, a partir de l'estimació de moviment en seqüències d'imatges*". Tesi doctoral. UPC. Juliol 1991.

[Friedland,92]

Friedland, N. S. i Rosenfeld, A., "*Compact object recognition using energy-function-based optimization*", IEEE Trans. on Pattern Anaysis and Mach. Int., Vol.14, No.7, pp. 770-777. Juliol 1992.

[Fu,89]

Fu, C. W. i Chang, S., "*A motion estimation algorithm under time-varing illumination*", Pattern Recognition Lett. 10, pp. 195-199. 1989.

[Fua,91]

Fua, P.V., "*A parallel stereo algorithm that produces dense depth maps and preserves images features*", Machine Vision and Applications. 1991.

[Fujii,92]

Fujii, Y., Wehw, D.K. i Weymouth, T.E., "*Robust monocular depth perception using feature pairs and approximate motion*", IEEE Conf. on Robotics and Automation, pp. 33-39. 1992.

[Fukui,92]

Fukui, K., Nakai, H. i Kuno, Y., "*Multiple object tracking system with three level continous processes*", Proc. of the IEEE Workshop on Applications of Computer Vision, pp. 19-27. Palm Springs. 1992.

[Furuta,88]

Furuta, K., "Control of articulated robot arm with sensory feedback: laser beam tracking sistem", IEEE Trans. on industrial Electronics.1988.

[Garrido,97]

Garrido, E., "Tarjeta preprocesadora de imagen y librería para el desarrollo de aplicaciones", Projecte Final de carrera en Enginyeria Informàtica. Dep. d'ESAIL. UPC. Barcelona. 1997

[Geduld,78]

Geduld, H. M., "Genesis II: the evolution of synthetic man", Robots, Robots, Robots. New York Graphic Society. Boston.1978.

[Geiger,92]

Geiger,D., Ladendorf,B. i Yuille,A., "Occlusions and binocular stereo", ECCV'92, pp. 425-433.

[Genery, 86]

Genery, D. B., "Stereo vision for the acquisition and tracking of moving three-dimensional objects", Tech. for 3D Mach. Perception, Elsewier, pp. 53-57. 1986.

[Gilbert, 80]

Gilbert, A. L., Giles, M.K., Flachs, G.M., Rogers, R.B. i Yee, H.U., "A real time video tracking system", IEEE Trans. Pattern Analysis Machine Intelligence 2, pp. 47-56. 1980.

[Gonzalez,87]

Gonzalez, R. C., "Digital Image Processing", 2^a edició. Addison-Wesley. 1987.

[Grau, 97]

Grau, J., "Métode d'extracció multiparamètrica de característiques de textura orientat a la segmentació d'imatges", Tesi Doctoral. UPC. Barcelona. 1997.

[Grimson, 84]

Grimson, W. E. L. i Lozano-Pérez., I. "Model based recognition and localization from sparse range or tactile data", The International Journal of Robotics Reseach, Vol.3, No. 3, pp. 3-35. 1984.

[Gruss,92]

Gruss, A., Tada, S. i Kanade, T., "*A VLSI smart sensor for fast range imaging*". Proc. IEEE/RSJ Int'l Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS'92). Raleigh, NC. Juliol 1992.

[Hannah,89]

Hannah, M.J., "*A system for digital stereo image matching*", Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, Vol. 55, No.12, pp.1765-1770. Decembre 1989.

[Harris,90]

Harris, C. i Stennet, C., "*RAPID- A video rate object tracker*", In proc. British Machine Vision Conference. Oxford. UK. 1990.

[Hatamian,86]

Hatamian, M.A., "*A real time two-dimensional moment generating algorithm and its single chip implementation*", IEEE Trans. ASSP 34(3), pp. 546-553, 1986.

[Hemminger,96]

Hemminger, T. L. i Pomalaz-Raez, C. A., "*Rotation-and Scale-independent pattern recognition through optimization*", Pattern Recognition, Vol. 29, No. 3, pp. 487-495. 1996.

[Ho,96]

Ho, A. Y. i Pong, T. CH., "*Cooperative fusion of stereo and motion*", Pattern Recognition, Vol. 29, No. 1, pp. 121-130. 1996.

[Hollinghurst,94]

Hollinghurst, N. i Cipolla, R., "*Uncalibrated stereo hand-eye coordination*", Image and Vision Computing, Vol. 12, No. 3, pp.187-193. Abril 1994.

[Hong,93]

Hong, Z. i Ahuja, N., "*Target Tracking and cumulative depth map generation from binocular image sequences*", Intelligent Autonomous Systems, Cap. 3. 1993.

[Horn,81]

Horn, B.K.P. i Schunk, B.G., "*Determining optic flow*", Artificial Intelligence, Vol. 17, pp.185-203. 1981.

[Horn,86]

Horn, B.K.P., "*Robot Vision*".The MIT Press. 1986.

[Hu,93]

Hu, X. i Ahuja, N., "*Motion and structure estimation using long sequence motion models*", Image and Vision Computing, Vol. 11, No. 9, pp. 549-569. Novembre 1993.

[Inoue,93]

Inoue, H., Inaba, M., Mori, T. i Tachikawa, T., "*Real-Time Robot Vision System based on correlation technology*", 24th ISIR'93, pp.675-680. Novembre 1993.

[Irani,92]

Irani, M., Rousso, B. i Peleg, S., "*Detecting and tracking multiple moving objects using temporal integration*", European Conf. on Computer Vision. Italia. 1992.

[Ishii,96]

Ishii, I., Nakabo, Y. i Ishikawa, M., "*Target tracking algorithm for 1ms visual feedback system using massively parallel processing*", Proc. of IEEE int. Conference on robotics and Automation, pp. 2309-2320. Mineapolis. Minesota. Abril 1996.

[Jain,81]

Jain, R., "*Dynamic scene analysis using Pixel-Based Processes*", Computer, Vol. 14, No. 8, pp. 12-18. 1981.

[Jain,83]

Jain, R., "*Segmentation of frame sequences obtained by a moving observer*", Report GMR-4247, General Motors Research Lab., Warren, Mich. 1983.

[Jain,95]

Jain, J., Kasturi, R. i Schunck, B. G., "*Machine vision*", Mc Graw Hill. 1995.

[Jeng,91]

Jeng, S. i Tsay, W., "Scale and orientation invariant generalized Hough Transform - A new approach", Pattern Recognition, Vol. 21, No. 11, pp. 1037-1051. 1991.

[Jerian,91]

Jerian, Ch. P. i Jain, R., "Structure from motion- A critical analysis of methods", IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. 21, No. 3, pp. 572-587. Maig-juny 1991.

[Jiang,95]

Jiang, X. Y. i Binke, H., "line segment based axial motion stereo", Pattern Recognition, Vol. 28, No. 4, pp. 553-562. 1995.

[Jones,92]

Jones,D.G. i Malik,J., "A computacional framework for determining stereo correspondence from a set of linear spatial filters", ECCV'92, pp. 395-410. Image and Vision Computer, Vol.10, pp.679-708. Decembre 1992.

[Julesz,71]

Julesz, B., "Fundations of cyclopean perception", Univ. of Chicago Press. Chicago. 1971.

[Juyang,92]

Juyang, W., Ahuja, N. i Huang, S., "Matching two perspective views", IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence. Vol. 14, No. 8, pp.806-825. Agost 1992.

[Kalman,60]

Kalman, R.E., "A new approach to linear filtering and prediction problems", Trans. ASME, J. Basic Engineering, Vol.82, pp. 34-45. Març 1960.

[Kalman,61]

Kalman, R.E. i Bucy R., "New results in linear filtering and prediction theory", Trans. ASME, J. Basic Engineering, Vol. 83, pp. 95-108. Març 1961.

[Kanade,81]

Kanade, T. i Asada, H., "Noncontact visual three-dimensional ranging devices", Proc. SPIE 283, Machine Perception, 48. 1981.

[Kanade,92]

Kanade, T., Okutomi, M. i Nakahara, T., "*A multiple-baseline stereo method*", Proc. Image Understanding Workshop. pp. 409-426. San Diego, Ca. Gener 1992.

[Kanade,93]

Kanade, T., "*Very fast 3D sensing hardware*", Proc. Int. Symposium of Robotics Research. Tokyo. Japó. Octubre 1993.

[Kanade,97]

Kanade, T., "*Computational VLSI Sensors: Integrating Sensing and Processing*", Proc. Vision, Recognition, Action: Neural Models of Mind and Machine. Boston. USA. Maig 1997.

[Kanatani,94]

Kanatani, K., "*Analysis of 3-D rotation fitting*", IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 16, No. 5, pp. 543-549. Maig 1994.

[Kida,88]

Kida, T., Sato, K. i Inokuchi, S., "*Real time range imaging sensor*", Proc. 5th Sensing Forum, pp. 91-95. 1988.

[Klopotek,95]

Klopotek, M. A., "*A comment on Analysis of video image sequences using point and line correspondences*", Pattern Recognition, Vol. 28, No.2. 1995.

[Koller,92]

Koller, D. i al., "*A real time video Tracking system*", in ECCV'92. Maig 1992. Santa Margherita de Ligure. Italia. Maig 1992.

[Krishnan,95]

Krishnan, S. i Raviv, D., "*2-d feature tracking algorithm for motion analysis*", Pattern Recognition, Vol. 28, No. 8, pp. 1103-1126. 1995.

[Kubota, 91]

Kubota, H., "*Vision processor for moving object analysis*", Workshop on Copmputer Architectures for Image Perception. 1991.

[Lai, 88]

Lai, S.H. i Chang, S., "*Estimation of 3-D translational motion parameters via Hadamard transform*", Pattern Recognition Lett. 8, pp. 341-345. 1988.

[Lai, 93]

Lai, J. Z. C., "*Tracking multiple features using relaxation*" Pattern Recognition, Vol 26, No. 12. pp. 1827-1837. 1993.

[Laserre,95]

Laserre,P i Grandjean,P. "*Stereo vision improvements*", ICAR'95. pp.679-685. 1995.

[Lebegue,92]

Lebegue, X. i Aggarwal, J.K., "*Detecting 3D parallel lines for perceptual organization*", Computer vision ECCV'92 .1992.

[Lee,93a]

Lee, CH. H., "*Computing three-dimensional motion parameters: a hypothesis testing approach*", Image and vision Computing, Vol. 11, No. 3, pp. 145-154. Abril 1993.

[Lee,93b]

Lee, CH. H. i Joshi, P., "*Correspondence problem in image sequence analysis*", Pattern Recognition, Vol. 26, No, 1, pp. 47-61. 1993.

[Lee,88]

Lee, S. i Lin, C., "*An intelligent real-time multiple moving objects tracker*", SPIE Vol. 937, Applications of Artificial Intelligence VI, pp. 328-335. 1988.

[Lee,94]

Lee, S. i Leou, J. J., "*A dynamic programming aproach to line segment matching in stereo vision*", Pattern Recognition, Vol. 27, No. 8, pp. 961-986. 1994.

[Li,93]

Li, L. i Duncan, J.H., "*3-D translation motion and structure from binocular image flows*", IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 15, No. 7, pp. 657-667. Juliol 1993.

[Lindsey,95]

Lindsey, P. i Blake, A., "*Real-time tracking of surfaces with structured light*", Image and Vision Computing, Vol. 13, No.7, pp. 585-591. Setembre 1995.

[Ludwig,94]

Ludwig, K. O., Neuman, H. i Neuman, B., "*Local stereoscopic depth estimation*", Image and Vision Computing, Vol. 12, No.1, pp. 16-35. Gener-Febrer 1994.

[Marr,82]

Marr, D., "*Vision*". Freeman. San Francisco. 1982.

[Martinez,92]

Martinez, A.B., Asensio, J.M. i Aranda, J., "*A real time vision system as an aid in learning tasks in Robotics*", IFAC Symposium on Intelligent Components and Instruments for Control Applications SICICA'92. Màlaga. Del 20 al 22 de maig 1992.

[Martinez,96]

Martinez, J. i Thomas, F., "*A reformulation of gray-level image geometric moment computation for real-time applications*", Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Minneapolis, Minnesota, USA. Del 22 al 28 d'abril 1996.

[Matthies,89]

Matthies, L., "*Dinamic stereo vision*", Carnegie Mellon Univ. Tech. Report CMU-CS-89-195, p. 161. 1989.

[Mayhew,81]

Mayhew, I. E. W. i Frisby, J.P., "*Psychophysical and computational studies towards a theory of human stereopsis*", Artificial Intelligence 17, pp. 349-385. 1981.

[Minou,81]

Minou M., Kanade T. i Sakai T., "*A method of time-coded parallel planes of light for depth measurement*", Trans. IECE, Vol. E64, No.8, pp. 521-528. Japan. 1981.

[Mirmehdi,93]

Mirmehdi, M. i Ellis, T.J., "*Parallel approach to tracking edge segments in dynamic scenes*", Department of Computer Science, Machine Vision Group, Vol. 11, pp. 35-48. Gener-Febrer 1993.

[Moezzi,91]

Moezzi, S., Bartlett, S.L. i Weymouth, T.E., "*The camera stability problem and dynamic stereo vision*", Proc. Computer Vision and Pattern Recognition Conf., pp. 109-113. 1991.

[Moravec,77]

Moravec, H.P., "*Towards automatic visual obstacle avoidance*", Proc. Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence, p. 584. Cambridge, MA. Agost 1977.

[Moravec,79]

Moravec, H.P., "*Visual mapping by a robot Rover*", Proc. Inter. Joint Conf. on Artificial Intelligence. pp. 598-600. Tokyo. Japan. Agost 1979.

[Murray,89]

Murray, D. W., Castelov, D.A. i Buxton, B.F., "*From image sequences to recognized moving polyhedral objects*", International Journal of Computer Vision 3, pp. 181-208. 1989.

[Murray,94]

Murray, D. W. i Basu, A., "*Motion Tracking with an active camera*", IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 16, No. 5. Maig 1994.

[Nakayama,92]

Nakayama, O., Shirai, Y. i Asada, M., "*Multistage stereo method giving priority to reliable matching*", Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 1753-1758. 1992.

[Nasrabadi,91]

Nasrabadi, N. M. i Li, W., "*Object recognition by hopfield neural network*", IEEE Trans. on Systems Man. Cybernetics, Vol. 21, No. 6. Novembre-December 1991.

[Nishihara,84]

Nishihara, H.K., "*Practical Real-Time Imaging Stereo Matcher*", Optical Engineering, 23, 5, pp. 536-545. Sept-Oct. 1984.

[Nishimoto,86]

Nishimoto, Y. i Shirai, Y., "*A stereo method using disparity histograms of multiresolution channels*", Robotics Research 3, The MIT Press, pp. 27-32. 1986.

[Nitzan, 88]

Nitzan, D., "*Three- Dimensional vision structure for robot application*", IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol 10, No. 3, pp. 291-309. 1988.

[Ohta, 85]

Ohta, Y. i Kanade, T., "*Stereo by intra- and inter-scanline search using dynamic programming*", IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.7, No. 2, pp. 139-154. 1985.

[Ohta,87]

Ohta, Y., Takano, K. i Ikeda, K., "*A highspeed stereo matching system based on dynamic programming*", First International Conference on Computer Vision", pp. 335-342. 1987.

[Okutomi,93]

Okutomi, M. i Kanade, T., "*A multiple-baseline stereo*", IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 15, 4. Abril 1993.

[Oliver,93]

Oliver, G.A., "*Contribució al reconeixement d'objectes amb mètodes de processament i descripció difusos per un sistema de visió artificial*", Tesi doctoral. UPC. Barcelona. Setembre 1993.

[Olsen,90]

Olsen, S.I., "*Stereo correspondence by surface reconstruction*", IEEE Trans. Pattern Analysis Machine Intelligence, Vol. 12, No. 3, pp. 309-315. 1990.

[Olsen,92]

Olsen,S.I.,"*Epipolar line estimation*",ECCV'92, pp. 307-311. 1992.

Oshima,83]

Oshima, M. i Shirai, Y., "*Object recognition using three-dimensional information*", IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 5, No. 4, pp. 353-361. 1983.

[Pagès,93]

Pagès, J., Aranda, J. i Casals, A., "A 3D vision system to model industrial environments for AGV's control", 24th International Symposium on Industrial Robots ISIR'93. Tokyo. Japó. Del 4 al 6 de novembre. 1993.

[Papadimitriou,96]

Papadimitriou, D. V. i Dennis, T. J., "Epipolar line estimation and rectification for stereo image pairs", IEEE Transactions on image processing, Vol. 5, No. 4, pp. 672-676. Abril 1996.

[Park,92]

Park, T. H. i Lee, B. H. "An approach to robot motion analysis and planning for conveyor tracking", IEEE Transactions on systems, Man, and cybernetics, Vol. 22, No. 2, pp. 378-384. Març-Abril 1992.

[Pei,94]

Pei, S. Ch. i Liou, L. G., "Finding the motion, position and orientation of a planar patch in 3D space from scaled-orthographic projection", Pattern Recognition, Vol. 27, No.1, pp. 9-25. 1994.

[Peña,91]

Peña, D., "Estadística: Modelos y métodos", Alianza Editorial. Madrid. 1991.

[Pietikäinen,86]

Pietikäinen, M., "Edge-based stereo matching", Digital Image Processing in Industrial Applications, pp. 55-58. Espoo. Finlàndia. 1986.

[Priebe,91]

Priebe, R. i Jones, R., "Fuzzy logic approach to multi-target tracking in clutter", SPIE, Acquisition, Tracking, and Pointing V, pp. 265-274. 1991.

[Rajala,83]

Rajala, S.A., Riddle, A. N. i Snyder, W. E., "Application of the one-dimensional Fourier transform for tracking moving objects in noisy environments", Comp. Vis. Graphics Image Proc., Vol. 21, pp. 280-293. 1983.

[Rangarajan,92]

Rangarajan, K. i Shah, M., "*Interpretation of motion trajectories using focus of expansion*", IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 14, No. 12, pp. 1205-1210. Decembre 1992.

[Rao,91]

Rao, K. y Liou, J., "*Salient contour extraction for target recognition*", SPIE, Vol. 1482, Acquisition, Tracking and Pointing, pp. 293-306. 1991.

[Rao,93]

Rao, B. S. Y., Durrant-Wyde, H.F. i Sheen, J. A., "*A fully decentralized multi-sensor system for trackin and surveillance*", The International Journal of Robotics Research, Vol. 12, No.1, pp.20-44. Febrer 1993.

[Rioux,83]

Rioux, M., "*3D camera-based synchronized scanning*", 13th Int. Symp. Industrial Robotics, pp. 17-48. 1983.

[Rosenthaler,92]

Rosenthaler, L., Heitger, F., Kübler, O. y Heydt, R., "*Detection of general edges and keypoints*", ECCV'92, pp. 78-86. 1992.

[Rygol,92]

Rygol, M., "*A parallel 3D vision system*", H. C. Webber, Ed., pp. 131-152. 1992.

[Sagüés,92]

Sagüés, C. Montano, L. i Guerrero, J.J. "*Locating 3-D features with a camera in hand*". ISIR'92, pp. 423-428. Setembre 1992.

[Sanchez,89]

Sanchez, C., "*Analisis de errores*", Eudema S.A. 1989.

[Sandini,89]

Sandini, G., Bosero, F., Bottino, F. i Ceccherini, A., "*The use of an anthropomorphic visual sensor for motion estimation and object tracking*", Proceedings of Osa topical meeting on Image Understanding and Machine Vision. Juny 1989.

[Sato,87]

Sato, K. i Inokuchi, S., "*Range imaging system utilizing mimetic liquid crystal mask*", Proc. IEEE 1st ICCV, pp. 657-661. 1987.

[Schunk,86]

Schunk, B.G., "*The image flow constraint equation*", Computer Vision, Graphics, Image Processing, Vol. 35, pp. 20-40, 1986.

[Sekita,92]

Sekita, I., Kurita, T. y Otsu, N., "*Complex autoregressive model for shape recognition*", IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 14, No. 4, pp. 489-496. Abril 1992.

[Sharp,95]

Sharp, N.G. i Hancock, E.R., "*Feature tracking by multi-frame relaxation*", Image and Vision Computing, Vol. 13, No. 8, pp.637-644. Octubre 1995.

[Shieh,94]

Shieh, J.Y., Zhuang, H. i Sudhakar, R., "*Motion estimation from a sequence of stereo images: a direct method*", IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. 24, No. 7, pp. 1044-1053. Juliol 1994.

[Shirai,71]

Shirai, Y. i Suwa, M., "*Recognition of polyhedrons with range finder*", Proc. 2nd IJ-CAI, pp. 80-87. London. 1971.

[Shirai,92]

Shirai, Y., "*3D Computer Vision and applications*", Proc. ICPR, pp. 236-245. 1992.

[Smith,95]

Smith, S. M. i Brady, J., "*ASSET-2: Real-time motion segmentation and shape tracking*", IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 17, No. 8, pp. 814-820. Agost 1995.

[Stephens,90]

Stephens, R. S., "*Real-time 3D objects tracking*", Image and Vision Computing, Vol. 8, No. 1, pp. 91-96. Febrer 1990.

[Tan,93]

Tan, T.N., Baker, K.D. i Sullivan, G.D., “*3D structure and motion estimation from 2D image sequences*”, Image and Vision Computing, Vol. 11, No. 4, pp. 203-210. Maig 1993.

[Takeno,92]

Takeno, J. “*Studies of real-time stereovision for mobile robots: Meiji University*”, ISIR'92, pp. 415-422. Setembre 1992.

[Tistarelli,90]

Tistarelli, M. i Sandini, G., “*Estimation of depth from motion using an anthropomorphic visual sensor*”, Image and Vision Computing, Vol. 8, No. 4, pp.271-278. Novembre 1990.

[Tompson,93]

Tompson, W. B., Lechleides, P. i Stuck, E. R. “*Detecting moving objects using the rigidity constraint*”, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 15, No. 2, pp. 162-166. Febrer 1993.

[Tseng,92]

Tseng, C.S. i Chen, C.C., “*The position masurement of 3-D by a vision-robot*”, ISIR'92, pp. 399-405. Setembre 1992.

[Ullman,79]

Ullman, S., “*The interpretation of visual motion*”, The MIT Press Series in Artificial Intelligence. 1979.

[Ullman,81]

Ullman, S., “*Analysis of visual motion by biological and computer system*”, IEEE Computer, Vol. 14, No. 8, pp. 57-69. 1981.

[Vilà,83]

Vilà, R., “*Descripció invariant a la rotació, d'imatges bidimensionals, a partir de l'exploració lineal per al reconeixement visual en Robòtica*”. Tesi doctoral. UPC. 1983.

[Völpel,95]

Völpel, B. i Theimer, W.M., "*Localization uncertainty in area-based stereo algorithms*", IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics. Vol. 25. No. 12, pp. 1628-1634. Decembre 1995.

[Vossoughi,90]

Vossoughi, R. i Donath, M., "*Impedance controlled robots for simulating manipulation tasks occuring in a gravityless environment*", IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation. 1990.

[Wang,93]

Wang, G. i Inigo, R.M., "*Detection and tracking of single-pixel targets based on trajectory continuity*", Image and Vision Computing, Vol. 11, No. 10, pp. 641-655. Decembre 1993.

[Wang,92a]

Wang, H., Bowman, C., Brady, M. i Harris, C., "*A parallel implementation of a structure-from-motion algorithm*", ECCV'92, pp. 272-276. 1992.

[Wang,92b]

Wang, H. i Brady, M., "*A structure-from-motion algorithm for robot vehicle guidance*", Intelligent Vehicles'92, pp. 30-35. 1992.

[Wang,95]

Wang, H. i Brady, M., "*Real-time corner detection algorithm for motion estimation*", Image and Vision Computing, Vol. 13, No.9, pp. 695-703. Novembre 1995.

[Welch,92]

Welch, P.H. i Wood, D. C., "*KITTEN- A foveal image tracker*", Image Processing and Transputers. H. C. Webber, Ed., pp.97-111. 1992.

[Welch,93]

Welch, P.H. i Wood, D. C., "*Image tracking in real-time: a transputer emulation of some early mammalian vision processes*", Image and Vision Computing, Vol. 11, No. 4, pp. 221-228. Maig 1993.

[Wen,92]

Wen, W. i Lozzi, A., "*Recognition and inspection of two-dimensional industrial parts using subpolygons*", Pattern Recognition, Vol. 25, No. 12, pp. 1427-1434. 1992.

[Weinshall,95]

Weinshall, D. i Tomasi, C., "*Linear and incremental acquisition of invariant shape models from image sequences*", IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 17, No. 5, pp. 512-517. Maig 1995.

[Wilkie,91]

Wilkie, B. A. i Stonham, J., "*Position, rotation and size normalisation of TV images at half frame rate*", Computer Vision: Specialized processors for Real-Time Image Analysis. ESPRIT: Basic research series. Barcelona. Catalunya. Setembre 1991.

[Wood,96]

Wood, J., "*Invariant pattern recognition: a review*", Pattern Recognition, Vol.29, No.1, pp. 1-17. 1996.

[Yao,95]

Yao, Y. S. i Chellappa, R., "*Tracking a dynamic set of feature points*", IEEE Trans. on Image Processing, Vol. 4, No. 10, pp. 1382-1395. Octubre 1995.

[Yasuye,73]

Yasuye, T. i Shirai, Y., "*Binocular stereo-scopic vision for object recognition*", Bul. Electrotech. Lab. Vol.37, No.12, pp. 1101-1119. 1973.

[Yoshida,92]

Yoshida, K. i Hirose, S., "*Real-time stereo vision with multiple arrayed camera*", IEEE Conf. on Robotics and Automation, pp. 1765-1770. 1992.

[Young, 88]

Young, G. i Chellappa, R., "*3D Motion estimation using a sequence of noisy stereo images*", Proc. IEEE Computer Vision and Pattern Recognition, pp. 710-716. 1988.

[Zhang,92]

Zhang, Z. i Faugeras,D., "*Estimation of displacements from two 3-D frames obtained from stereo*", IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 14, No. 12, pp. 1141-1156. Decembre 1992.

[Zhang,94]

Zhang, Z., "*Token tracking in a cluttered scene*", Image and Vision Computing, Vol. 12, No. 2, pp. 110-121. Març 1994.

[Zhang,95]

Zhang, Y. i Gerbrands, J.J., "*Method for matching general stereo planar curves*", Image and Vision Computing, Vol. 13, No. 8, pp. 645-655. Març 1995.