

# Dispositifs quantiques hybrides basés sur les systèmes de spins et les circuits supraconducteurs

par

Dany Lachance-Quirion

Thèse présentée au département de physique  
en vue de l'obtention du grade de docteur ès sciences (Ph.D.)

FACULTÉ des SCIENCES  
UNIVERSITÉ de SHERBROOKE

Sherbrooke, Québec, Canada, 12 mars 2018



Le 12 mars 2018

*le jury a accepté la thèse de Monsieur Dany Lachance-Quirion dans sa version finale.*

Membres du jury

Professeur Michel Pioro-Ladrière  
Directeur de recherche  
Département de physique

Professeur Alexandre Blais  
Membre interne  
Département de physique

Patrice Bertet  
Membre externe  
Service de Physique de l'État Condensé  
CEA Saclay

Professeur Bertrand Reulet  
Président rapporteur  
Département de physique

À mon épouse, Camille

*“Most technological advances in our life now come from serendipitous discoveries.  
That is a contraction of rocket technology and computer technology and atomic clock technology.”*

*-Serge Haroche*

# Sommaire

L'ingénierie des systèmes hybrides met à profit des avantages combinés de systèmes quantiques distincts. Cette approche est maintenant reconnue comme étant primordiale pour les technologies quantiques. Cette thèse explore et réalise des dispositifs quantiques hybrides basés sur différents systèmes de spins et circuits supraconducteurs. Dans un premier temps, une approche permettant d'effectuer l'ingénierie du couplage entre un spin électronique et un résonateur est proposée. Cette approche a récemment été utilisée par la communauté pour démontrer le couplage cohérent entre un spin unique et un résonateur supraconducteur. De plus, la mise en évidence de la présence d'un couplage longitudinal promet d'offrir une nouvelle méthode de lecture non destructive pour les qubits de spins. Une nouvelle méthode de magnétométrie est également développée afin de déterminer les propriétés magnétiques des micro-aimants requis pour le couplage spin-résonateur. Par la suite, une plate-forme expérimentale développée pour les dispositifs hybrides est réalisée. La préservation d'un fort facteur de qualité de résonateurs supraconducteurs en présence d'un champ magnétique externe de plus de 3 T est ainsi démontrée. Cette plate-forme a de plus permis l'observation d'un nouveau mécanisme de couplage entre un ensemble de spins paramagnétiques et un résonateur supraconducteur. Ce couplage permet une méthode de lecture analogue à la lecture longitudinale et possède ainsi des applications pour la détection de la résonance de spin électronique. Finalement, un système hybride composé d'un qubit supraconducteur et d'une sphère de grenat de fer et d'yttrium est présenté. Ce système hybride a permis d'observer, pour la toute première fois, les quanta des excitations collectives de spins dans un ferro-aimant de taille macroscopique. Les résultats présentés dans cette thèse démontrent le potentiel des systèmes quantiques hybrides pour offrir de nouvelles fonctionnalités pour les technologies quantiques.

**Mots-clés :** dispositifs hybrides, qubit de spin, qubit supraconducteur, résonateur supraconducteur, micro-aimant, magnonique quantique, couplage longitudinal.



# Remerciements

J'aimerais commencer par remercier Michel Pioro-Ladrière pour m'avoir accepté dans son groupe après avoir codirigé mes travaux de maîtrise effectués à l'Université Laval. La confiance que tu as eue en moi dès le début m'a grandement motivé à me surpasser. Ton soutien continu, autant après de bons coups qu'après de moins bons, a énormément contribué à mon épanouissement en tant qu'étudiant et en tant que chercheur. De plus, j'aimerais te remercier pour la formation que tu m'as offerte, allant bien au-delà de la formation standard d'un étudiant au doctorat. Tu m'as donné des opportunités incroyables pour devenir un scientifique complet, par exemple, en me familiarisant au financement scientifique et me permettant de voyager afin de bâtir un réseau de collaborateurs. Il s'agit d'opportunités que peu d'étudiants au doctorat ont la chance d'avoir. Finalement, je voudrais te remercier pour m'avoir encouragé et aidé à obtenir un stage dans un autre laboratoire lors de mon doctorat.

J'aimerais remercier aussi le comité d'évaluation de cette thèse, soit les professeurs Bertrand Reulet et Alexandre Blais de l'Université de Sherbrooke et Patrice Bertet du groupe Quantronique du CEA Saclay. Je vous remercie pour le temps que vous avez consacré à évaluer cette thèse. J'aimerais remercier plus particulièrement Alexandre pour les quelques discussions très constructives que nous avons eu au cours de mon doctorat et pour m'avoir donné la chance de rencontrer certains grands chercheurs du domaine des qubits supraconducteurs ; pour moi, ça l'a été un gros WOW ! Finalement, j'aimerais remercier Patrice pour avoir accepté d'évaluer cette thèse.

Je ne peux écrire ces remerciements sans dédier un paragraphe complet à Julien Camirand Lemyre (sans trait d'union). Travailler presque qu'exclusivement ensemble lors de nos premières années de doctorat a été une chance incroyable pour moi ; tu es selon moi le collègue idéal. Malgré plusieurs résultats moins concluants, je crois sincèrement que nous avons eu beaucoup de plaisir à travailler ensemble. Ton travail acharné a été un exemple pour moi et j'ai confiance que notre amitié forgée au cours de nos doctorats sera

aussi permanente que nos malchances pour la fabrication de dispositifs.

J'aimerais également remercier David Roy-Guay et Jérôme Bourassa avec qui j'ai eu la chance de travailler à la toute fin de cette thèse de façon inattendue. Je te remercie particulièrement David d'avoir subi ma tendance obsessionnelle-compulsive tout en gardant ton positivisme contagieux et ta folie légère. Je voudrais également remercier Félix Beaudoin et le professeur William A. Coish de McGill University. Je suis infiniment reconnaissant d'avoir eu la chance de travailler avec des théoriciens de votre calibre. Sans vous, l'aspect théorique de cette thèse n'aurait jamais été autant développé. Je voudrais particulièrement remercier Félix pour avoir été une présence constante pour répondre à mes questions. Tu as été et tu es encore un modèle pour moi. Je voudrais également remercier Yasunobu Nakamura et tout son groupe de recherche à The University of Tokyo pour m'avoir accueilli lors d'un stage à l'été 2015. L'accueil et le soutien que vous m'avez offerts pendant et après mon stage a été bien au-delà de mes attentes. J'aimerais spécialement remercier Tabuchi-san et Ishino-san pour avoir contribué directement aux travaux que j'ai eus la chance d'effectuer lors de ce stage. Finalement, j'aimerais remercier Denis Vion du groupe Quantronique du CEA Saclay pour ses conseils sur la conception des dispositifs hybrides envisagés dans cette thèse.

J'aimerais remercier les différents stagiaires que j'ai eus la chance de superviser : Xavier Bernard, Laurent Bergeron (deux fois !) et Gregory Brookes. J'ai beaucoup appris en vous supervisant et j'espère m'être amélioré en tant que superviseur au fil des années. Je vous remercie également pour votre apport aux résultats présentés dans cette thèse. J'aimerais également remercier les autres étudiants du groupe de Michel : Sophie Rochette, Chloé Bureau-Oxton, Patrick Harvey-Collard, Anne-Marie Roy, Maxime Lapointe-Major, Alexandre Bédard-Vallée, Louis Haeberlé, ainsi que la relève composée de Sara Turcotte, Gregory Brookes et Marc-Antoine Roux. Votre présence a grandement contribué à produire un environnement de recherche stimulant et productif. J'aimerais aussi remercier d'autres collègues et amis du Département de Physique et de l'Institut quantique qui ont rendu ce doctorat des plus agréables, particulièrement Branko Petrov, Maxime Dion et Christian Sarra-Bournet. Je voudrais également remercier les professeurs René Côté et David Poulin avec qui j'ai eu la chance d'interagir dans un contexte académique. Je remercie spécialement l'équipe technique du Département de Physique qui ont grandement contribué aux réussites de cette thèse : Michael Lacerte, Frédéric Francoeur, Mario Castonguay et Stéphane Pelletier. Plusieurs aspects techniques de cette thèse n'auraient pas été possible sans votre disponibilité constante. J'aimerais également remercier René Labrecque et Étienne Grondin du LNN. J'aimerais aussi remercier Christian Lupien pour avoir été un sauveur à maintes



reprises, arrivant toujours au laboratoire au bon moment afin de m'expliquer mes erreurs et de prendre le temps de m'expliquer comment les corriger ; j'ai beaucoup appris à travers ces leçons de vie. Finalement, j'aimerais remercier Marc Leclair avec qui j'ai eu la chance d'interagir dans le cadre de mon implication dans le comité étudiant de l'INTRIQ. J'ai grandement apprécié ton souci pour ma formation en dehors du cadre de la recherche.

J'aimerais remercier ma famille, ma belle-famille et mes amis humains et animaux pour m'avoir soutenu tout au long de mon doctorat. Je remercie spécialement mes parents pour leur soutien tout au long de ces longues années d'études post-secondaires et mes deux sœurs pour m'avoir donné la chance d'avoir d'incroyables neveux et nièces en attendant de former ma propre famille. Et finalement, j'aimerais remercier mon épouse Camille, qui est devenue mon épouse au courant de cette thèse. Ton soutien constant lors des moments difficiles m'a permis de toujours garder espoir ; ton soutien lors de mon séjour de près de trois mois au Japon m'a permis de m'épanouir professionnellement et ta présence dans ma vie a tout simplement rendu ce long périple qu'a été ce doctorat les plus belles années de ma vie.



# Table des matières

<b>Sommaire</b>	<b>ii</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Mécanismes de couplage spin-photon</b>	<b>9</b>
1.1 Couplage dipolaire magnétique . . . . .	10
1.1.1 Couplage entre un spin unique et un résonateur . . . . .	10
1.1.2 Couplage entre un ensemble de spins paramagnétique et un résonateur	14
1.1.3 Couplage entre un ensemble de spins ferromagnétique et un résonateur	18
1.2 Ingénierie d'un couplage spin-résonateur effectif . . . . .	23
1.2.1 Modèle de la double boîte quantique . . . . .	23
1.2.2 Couplage entre une double boîte quantique et un résonateur supra-	
conducteur . . . . .	30
1.2.3 Couplage spin-charge dans une double boîte quantique . . . . .	33
1.2.4 Couplage spin-résonateur effectif . . . . .	36
1.3 Micro-aimants pour les couplages spin-résonateur . . . . .	41
1.3.1 Simulations magnétostatiques . . . . .	41
1.3.2 Champ magnétique effectif . . . . .	45
1.3.3 Coefficient du couplage spin-résonateur transverse . . . . .	50
1.4 Lecture du spin électronique par la modulation paramétrique du couplage	
longitudinal . . . . .	53
1.4.1 Principe de la lecture longitudinale . . . . .	53
1.4.2 Modulation paramétrique du couplage longitudinal . . . . .	57
1.4.3 Mesure spectroscopique à l'aide de la lecture longitudinale . . . . .	61
1.5 Impacts des travaux . . . . .	63
<b>2 Magnétométrie de micro-aimants pour le couplage spin-résonateur</b>	<b>65</b>
2.1 Magnétométrie de Hall . . . . .	66

2.1.1	Effet Hall . . . . .	66
2.1.2	Magnétométrie de micro-aimants utilisant l'effet Hall . . . . .	67
2.1.3	Anomalies balistiques de l'effet Hall . . . . .	68
2.2	Magnétométrie avec des croix de Hall conventionnelles . . . . .	71
2.2.1	Croix de Hall conventionnelles avec micro-aimants . . . . .	71
2.2.2	Montage expérimental . . . . .	73
2.2.3	Caractérisation en champ magnétique perpendiculaire . . . . .	74
2.2.4	Mesure de la courbe de magnétisation . . . . .	78
2.3	Croix de Hall électrostatiques pour la magnétométrie . . . . .	80
2.3.1	Croix de Hall électrostatiques avec micro-aimants . . . . .	80
2.3.2	Effet Hall en champ magnétique perpendiculaire . . . . .	84
2.3.3	Mesure de la courbe de magnétisation . . . . .	89
2.3.4	Contrôle électrostatique de la croix de Hall . . . . .	94
2.4	Impact des travaux . . . . .	97
<b>3</b>	<b>Résonateurs supraconducteurs pour les dispositifs hybrides</b>	<b>99</b>
3.1	Éléments de théorie . . . . .	100
3.1.1	Concepts de base de la supraconductivité . . . . .	100
3.1.2	Résonateurs supraconducteurs de type guide d'ondes coplanaire . . . . .	102
3.2	Aspects expérimentaux . . . . .	108
3.2.1	Conception et fabrication des résonateurs supraconducteurs . . . . .	108
3.2.2	Porte-échantillon pour les dispositifs hybrides . . . . .	111
3.2.3	Instruments et composantes pour la caractérisation de résonateurs . . . . .	115
3.2.4	Montages expérimentaux pour la caractérisation des résonateurs . . . . .	120
3.3	Résultats expérimentaux . . . . .	124
3.3.1	Température critique et champ magnétique critique supérieur . . . . .	124
3.3.2	Détermination de la longueur de pénétration . . . . .	126
3.3.3	Couplage capacitif . . . . .	129
3.3.4	Pertes internes . . . . .	132
3.3.5	Effets non linéaires . . . . .	136
3.3.6	Effets d'un champ magnétique externe . . . . .	143
3.4	Impacts des travaux . . . . .	149
<b>4</b>	<b>Spectroscopie de transitions de spins avec un résonateur supraconducteur</b>	<b>151</b>
4.1	Éléments de théorie . . . . .	152
4.1.1	Régime dispersif du couplage transverse . . . . .	152
4.1.2	Couplage longitudinal . . . . .	154

4.1.3	Centres NV dans le diamant . . . . .	159
4.2	Aspects expérimentaux . . . . .	163
4.2.1	Description du dispositif . . . . .	163
4.2.2	Montage expérimental . . . . .	164
4.3	Résultats expérimentaux . . . . .	166
4.3.1	Calibration du décalage de la fréquence du résonateur . . . . .	166
4.3.2	Couplage transverse entre les centres NV et le résonateur . . . . .	168
4.3.3	Spectroscopie de transitions de spins . . . . .	173
4.4	Impacts des travaux . . . . .	181
<b>5</b>	<b>Observation des états de Fock de magnons</b>	<b>183</b>
5.1	Magnonique quantique . . . . .	184
5.1.1	Description du système hybride . . . . .	185
5.1.2	Hamiltonien du système . . . . .	185
5.1.3	Montage expérimental . . . . .	187
5.2	Couplage fort entre les photons micro-ondes et les magnons . . . . .	190
5.2.1	Spectroscopie des modes de la cavité . . . . .	190
5.2.2	Couplage entre un mode de la cavité et le mode de Kittel . . . . .	192
5.3	Couplage fort entre les magnons et un qubit supraconducteur . . . . .	196
5.3.1	Théorie de la spectroscopie du qubit par une mesure dispersive . . . . .	196
5.3.2	Spectroscopie du qubit supraconducteur par une mesure dispersive . . . . .	200
5.3.3	Couplage entre le mode de Kittel et le qubit . . . . .	204
5.4	Régime dispersif fort en magnonique quantique . . . . .	206
5.4.1	Théorie du régime dispersif en magnonique quantique . . . . .	207
5.4.2	Détermination de la fréquence des magnons . . . . .	209
5.4.3	Observation des états de Fock de magnons . . . . .	211
5.4.4	Population et distribution de probabilité . . . . .	216
5.5	Effet Kerr des magnons . . . . .	220
5.5.1	Modèle de l'effet Kerr des magnons . . . . .	220
5.5.2	Calcul numérique de la population du mode de Kittel . . . . .	222
5.6	Impacts des travaux . . . . .	225
<b>6</b>	<b>Tomographie de l'état des magnons</b>	<b>227</b>
6.1	Manipulation et lecture résolues temporellement de l'état du qubit . . . . .	228
6.1.1	Montage expérimental . . . . .	228
6.1.2	Oscillations de Rabi . . . . .	230
6.1.3	Temps de relaxation et de cohérence . . . . .	233

6.2	Lecture à haute puissance de l'état du qubit . . . . .	235
6.2.1	Principe de la lecture par à haute puissance . . . . .	236
6.2.2	Démonstration de la lecture à haute puissance . . . . .	237
6.2.3	Lecture à un coup . . . . .	239
6.3	Mesure de la fonction de Husimi de l'état des magnons . . . . .	242
6.3.1	Protocole de la mesure de la fonction de Husimi . . . . .	242
6.3.2	Rotation du qubit conditionnelle à l'état du vide des magnons . . . .	245
6.3.3	Mesure de l'état du vide des magnons : calibration . . . . .	247
6.3.4	Mesure d'un état cohérent de magnons : opération de déplacement .	249
6.4	Relaxation des magnons dans le mode de Kittel . . . . .	251
6.5	Impacts des travaux . . . . .	254
	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>255</b>
<b>A</b>	<b>Oscillateur harmonique quantique</b>	<b>265</b>
A.1	Oscillateur harmonique quantique et états de Fock . . . . .	265
A.2	États cohérents . . . . .	266
A.2.1	Représentation des états cohérents dans la base des états de Fock . .	267
A.3	Distributions de quasi-probabilité . . . . .	268
A.3.1	Fonction de Husimi . . . . .	268
A.3.2	Fonction de Wigner . . . . .	269
A.4	États quantiques d'un oscillateur harmonique . . . . .	271
<b>B</b>	<b>Qubits supraconducteurs et modèle de Jaynes-Cummings</b>	<b>273</b>
B.1	Qubits supraconducteurs . . . . .	273
B.1.1	Jonction Josephson . . . . .	273
B.1.2	Boîte de Cooper . . . . .	274
B.1.3	Régime transmon . . . . .	276
B.2	Modèle de Jaynes-Cummings . . . . .	278
B.2.1	Couplage dipolaire électrique . . . . .	278
B.2.2	Hamiltonien de Jaynes-Cummings . . . . .	279
B.2.3	Régime dispersif du transmon . . . . .	281
<b>C</b>	<b>Paramètres du système hybride en magnonique quantique</b>	<b>283</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>286</b>

# Liste des tableaux

4.1	Paramètres extraits de la régression des croisements . . . . .	171
4.2	Paramètres extraits de la régression des décroissances exponentielles . . . .	176
C.1	Paramètres du système hybride en magnonique quantique . . . . .	284
C.2	Pertes et largeurs de raie des modes de la cavité . . . . .	285





# Table des figures

1	Circuits supraconducteurs . . . . .	2
2	Qubits de spin . . . . .	3
3	Illustration schématique du plan de la thèse . . . . .	7
1.1	Schéma de l'interaction dipolaire magnétique entre un spin et un résonateur	12
1.2	Interaction dipolaire entre un ensemble de spin paramagnétique et un résonateur . . . . .	15
1.3	Excitations d'un ensemble de spins ferromagnétique . . . . .	19
1.4	Potentiel d'une double boîte quantique . . . . .	25
1.5	Niveaux d'énergie et fonction d'onde d'un électron dans une double boîte quantique . . . . .	27
1.6	Couplage tunnel pour un potentiel quartique . . . . .	28
1.7	Hamiltonien en seconde quantification d'une double boîte quantique . . . . .	29
1.8	Couplage dipolaire électrique entre une double boîte quantique et un résonateur . . . . .	31
1.9	Configurations des différences de champs magnétiques pour le couplage spin-charge . . . . .	35
1.10	Schéma des interactions entre le spin, la double boîte quantique et le résonateur	37
1.11	Coefficients des couplages spin-résonateur . . . . .	40
1.12	Géométrie et champ magnétique des micro-aimants . . . . .	43
1.13	Champs magnétiques effectifs créé par les micro-aimants . . . . .	47
1.14	Différences des composantes transverse et longitudinale . . . . .	49
1.15	Coefficient de couplage spin-résonateur transverse . . . . .	51
1.16	États du résonateur en présence de la modulation du couplage longitudinal	56
1.17	Modulation paramétrique du couplage longitudinal via le désaccord . . . . .	59
1.18	Amplitude de la modulation paramétrique du couplage longitudinal . . . . .	60
1.19	Mesure spectroscopique à l'aide de la lecture longitudinale . . . . .	62
2.1	Effet Hall dans une croix de Hall . . . . .	66

2.2	Magnétométrie de Hall . . . . .	68
2.3	Champ magnétique moyen obtenu par la magnétométrie de Hall . . . . .	69
2.4	Anomalies balistiques de l'effet Hall . . . . .	70
2.5	Dispositifs de croix de Hall conventionnelles . . . . .	72
2.6	Montage expérimental pour la magnétométrie Hall . . . . .	73
2.7	Résistance transverse et longitudinale . . . . .	75
2.8	Anomalies balistiques dans une croix de Hall conventionnelle . . . . .	77
2.9	Magnétométrie avec une croix de Hall conventionnelle . . . . .	79
2.10	Croix de Hall électrostatiques . . . . .	81
2.11	Dispositifs de croix de Hall électrostatiques . . . . .	83
2.12	Formation de la croix de Hall électrostatique . . . . .	84
2.13	Effet Hall dans une croix de Hall électrostatique . . . . .	85
2.14	Anomalies balistiques dans une croix de Hall électrostatique . . . . .	86
2.15	Suppression des anomalies balistiques à forte densité de courant . . . . .	88
2.16	Correction des anomalies balistiques . . . . .	90
2.17	Courbes de magnétisation obtenues avec les croix de Hall électrostatiques . . . . .	91
2.18	Rémanence et facteur de démagnétisation des micro-aimants . . . . .	93
2.19	Contrôle électrostatique de la région active de la croix de Hall . . . . .	95
3.1	Diagrammes de phase d'un supraconducteur de type I et II . . . . .	101
3.2	Schéma d'un résonateur de type guide d'ondes coplanaire . . . . .	103
3.3	Amplitude des coefficients de transmission et de réflexion . . . . .	108
3.4	Impédance et fréquence d'un résonateur de type guide d'ondes coplanaire . . . . .	109
3.5	Photo d'un résonateur en niobium sur un substrat de GaAs . . . . .	111
3.6	Porte-échantillons pour les dispositifs hybrides . . . . .	112
3.7	Caractérisation micro-ondes des porte-échantillons pour les dispositifs hybrides . . . . .	113
3.8	Caractérisation micro-ondes des porte-échantillons pour les dispositifs hybrides . . . . .	114
3.9	Coefficients de transmission et de réflexion mesuré avec un analyseur de réseau . . . . .	116
3.10	Circuit de démodulation pour la détection hétérodyne . . . . .	117
3.11	Circuit de démodulation pour la détection hétérodyne . . . . .	119
3.12	Caractérisation des résonateurs dans un cryostat à température variable . . . . .	121
3.13	Caractérisation des résonateurs dans un réfrigérateur à dilution . . . . .	123
3.14	Propriétés des films minces de niobium déterminées en transport électrique . . . . .	125

3.15	Dépendance en température de la fréquence des résonateurs supraconducteurs	127
3.16	Longueur de pénétration en fonction de l'épaisseur du film de niobium . . .	128
3.17	Coefficients de couplage et capacités de différents condensateurs de couplage	130
3.18	Pertes internes des résonateurs supraconducteurs en niobium sur GaAs . . .	134
3.19	Bifurcation d'un résonateur supraconducteur non linéaire . . . . .	136
3.20	Amplification paramétrique dans un résonateur supraconducteur non linéaire	138
3.21	Modulation de fréquence d'un résonateur supraconducteur . . . . .	139
3.22	Peigne de fréquence dans un résonateur supraconducteur . . . . .	142
3.23	Détection de vortex uniques . . . . .	145
3.24	Caractérisation des résonateurs à fort champ magnétique . . . . .	146
3.25	Reconfiguration des vortex à basse température . . . . .	148
4.1	Principe du couplage spin-résonateur longitudinal. . . . .	156
4.2	Système de spins : centres NV dans le diamant . . . . .	161
4.3	Composante perpendiculaire de la valeur moyenne de l'opérateur de spin .	163
4.4	Montage expérimental . . . . .	165
4.5	Calibration du décalage de la fréquence du résonateur . . . . .	167
4.6	Couplage transverse entre les transitions de spins et le résonateur . . . . .	170
4.7	Spectre de la transition de spin $ g\rangle \leftrightarrow  e\rangle$ . . . . .	175
4.8	Effets des puissances de sonde et de spectroscopie . . . . .	178
4.9	Spectre de la transition de spins $ g\rangle \leftrightarrow  f\rangle$ . . . . .	180
5.1	Système hybride en magnonique quantique . . . . .	186
5.2	Fréquences des modes de la cavité . . . . .	189
5.3	Montage expérimental . . . . .	191
5.4	Spectres des modes de la cavité . . . . .	193
5.5	Couplage entre le mode $TE_{102}$ et le mode de Kittel . . . . .	195
5.6	Mesure dispersive . . . . .	197
5.7	Spectroscopie du qubit supraconducteur . . . . .	202
5.8	Croisement évité entre le mode de Kittel et le qubit . . . . .	205
5.9	Régime dispersif en magnonique quantique . . . . .	208
5.10	Détermination de la fréquence des magnons . . . . .	210
5.11	Observation des états de Fock de magnons . . . . .	212
5.12	Analyse détaillée du spectre du qubit dans le régime dispersif . . . . .	215
5.13	Population et distribution de probabilité . . . . .	217
5.14	Déviations des distributions de probabilité . . . . .	219
5.15	Coefficient de l'effet Kerr des magnons . . . . .	221

5.16	Effet Kerr des magnons . . . . .	223
5.17	Effet de la nonlinéarité de Kerr sur la distribution de probabilité . . . . .	224
6.1	Montage expérimental pour les mesures résolues temporellement . . . . .	229
6.2	Oscillations de Rabi du qubit supraconducteur . . . . .	232
6.3	Temps de relaxation et de cohérence du qubit supraconducteur . . . . .	234
6.4	Lecture à haute puissance de l'état du qubit . . . . .	238
6.5	Oscillations de Rabi mesurées à l'aide de la lecture par bifurcation . . . . .	239
6.6	Mesure à un coup de l'état du qubit . . . . .	241
6.7	Mesure des fonctions $Q$ généralisées . . . . .	244
6.8	Sélectivité de l'impulsion de contrôle . . . . .	246
6.9	Mesure de la fonction $Q$ de l'état du vide de magnons . . . . .	247
6.10	Mesure de la fonction $Q$ d'un état cohérent de magnons . . . . .	250
6.11	Mesure de la fonction $Q$ d'un état cohérent de magnons en évolution libre . . . . .	251
6.12	Évolution et relaxation d'un état cohérent de magnons . . . . .	253
6.13	Première itération des dispositifs hybrides . . . . .	261
A.1	Représentation dans l'espace des phases d'un état cohérent . . . . .	267
A.2	Fonctions de Husimi pour différents états d'un oscillateur harmonique . . . . .	269
A.3	Fonctions de Wigner pour différents états d'un oscillateur harmonique . . . . .	270
A.4	Distributions de quasi-probabilités d'un état chat . . . . .	272
B.1	Circuit, niveaux d'énergie et spectre d'un qubit supraconducteur . . . . .	275
B.2	Spectre des niveaux d'énergie d'une boîte de Cooper . . . . .	276
B.3	Régime transmon de la boîte de Cooper . . . . .	277
B.4	Couplage dipolaire électrique d'un qubit supraconducteur . . . . .	279
B.5	Régime dispersif du transmon . . . . .	282

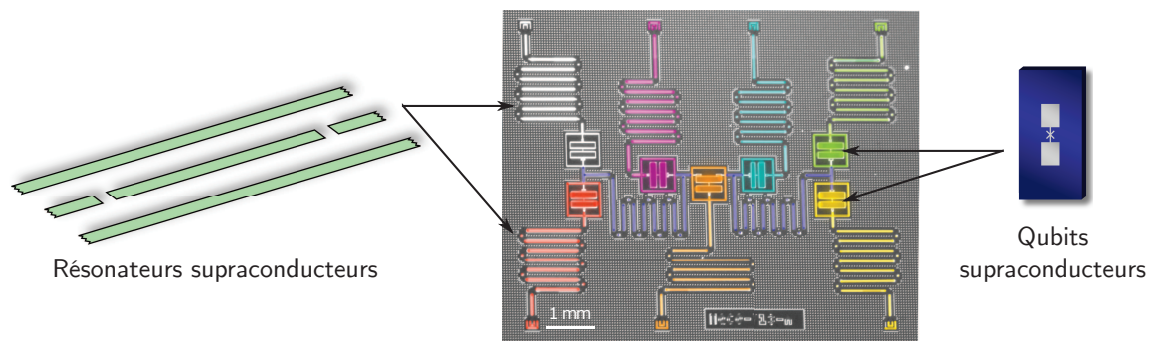
# Introduction

Les technologies quantiques promettent de révolutionner plusieurs domaines par l'utilisation de dispositifs conçus pour tirer profit de certains effets quantiques. Ces effets permettent d'accéder à de nouvelles fonctionnalités allant au-delà de ce qui est possible classiquement. Par exemple, le développement de nouveaux médicaments par la simulation de molécules complexes sera probablement l'une des applications principales du calcul quantique à l'aide d'un ordinateur quantique [1, 2, 3]. Comme l'illustre bien le très récent résumé du calendrier de lancement de l'initiative européenne sur les technologies quantiques [4], la communication quantique et les senseurs quantiques sont des domaines d'activités complémentaires au calcul et à la simulation quantique. Ainsi, cette thèse porte sur l'interface entre différentes technologies quantiques dans le but d'accéder à de nouvelles fonctionnalités utiles pour le traitement quantique de l'information et, potentiellement, pour les senseurs quantiques.

## Technologies pour le calcul quantique

---

Différentes technologies sont actuellement considérées pour le calcul quantique. En analogie avec le calcul classique, la plupart des approches considèrent l'utilisation de bits quantiques, ou qubits, comme unité de base du traitement quantique de l'information [5]. Des différentes architectures actuellement considérées, les qubits basés sur les circuits supraconducteurs [6, 7] et les spins [8] sont actuellement à l'avant-plan de la réalisation d'un processeur quantique à l'état solide.



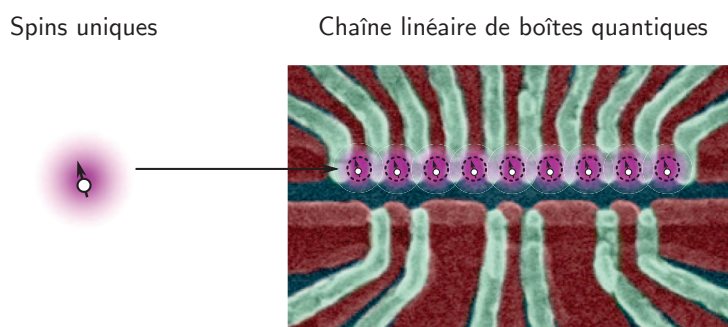
**FIGURE 1 – Circuits supraconducteurs.**

Exemple du processeur quantique utilisé à la référence [12] pour la simulation des niveaux d'énergies d'une molécule. Le processeur contient six qubits supraconducteurs et huit résonateurs supraconducteurs. Six de ces résonateurs supraconducteurs sont connectés au monde extérieur afin de lire l'état du qubit. Les deux autres résonateurs, indiqués en bleu, permettent de mettre en interaction les qubits distants.

## Circuits supraconducteurs

Les circuits supraconducteurs utilisent l'effet Josephson pour obtenir un élément de circuit électrique non linéaire et non dissipatif [7]. La combinaison de jonctions Josephson, de condensateurs et d'inductances permet de réaliser des circuits dans lesquels un qubit peut être encodé [6, 7]. L'architecture d'électrodynamique quantique en circuit combine ces qubits supraconducteurs à des cavités supraconductrices en circuit pour manipuler et lire l'information quantique encodée dans les circuits supraconducteurs [9, 10]. De plus, la cavité permet de mettre en interaction des qubits supraconducteurs distants de plusieurs millimètres [9, 11]. Cette approche hautement versatile est celle actuellement poursuivie par plusieurs compagnies comme IBM [12], Google [13] et Rigetti Computing [14]. Notamment, IBM a récemment démontré la possibilité de simuler efficacement les niveaux d'énergies d'une molécule sur un processeur supraconducteur contenant six qubits [12].

Malgré les progrès fulgurants des dernières années, les circuits supraconducteurs possèdent tout de même certaines contraintes. Par exemple, les processeurs supraconducteurs sont opérés dans un environnement à une température de seulement quelques dixièmes de degrés au-dessus du zéro absolu. En effet, la présence d'excitations thermiques dans les circuits supraconducteurs opérant dans le domaine micro-ondes affecte significativement l'information quantique encodée [15]. Ainsi, des processeurs supraconducteurs séparés par un environnement à la température de la pièce ne peuvent pas être interconnectés directement. Cette situation est toutefois requise dans le contexte d'un ordinateur quantique



**FIGURE 2 – Qubits de spin.**

Exemple d'une chaîne linéaire de neuf boîtes quantiques tiré de la référence [22]. Un électron unique peut être piégé dans chacune des boîtes, permettant d'utiliser le spin comme qubit.

distribué [16]. Les photons infrarouges dans des fibres optiques offrent une façon naturelle d'interconnecter deux processeurs quantiques [16]. Par contre, puisque ces photons détruisent la supraconductivité des supraconducteurs conventionnels, ceux-ci ne peuvent pas interagir directement avec les circuits supraconducteurs. Il est alors nécessaire d'interfacer les circuits supraconducteurs avec un système auxiliaire pour effectuer la transduction bidirectionnelle entre les photons des domaines micro-ondes et optique pour la réalisation d'un ordinateur quantique distribué basé sur les circuits supraconducteurs.

## Systèmes de spin

Les qubits basés sur les spins suivent principalement deux approches distinctes proposées en 1998. L'approche proposée par Bruce Kane utilise des défauts atomiques dans un semi-conducteur pour piéger des électrons uniques sur les impuretés [17]. L'interaction entre le spin de cet électron et le spin du noyau atomique de l'impureté permet d'utiliser les spins nucléaires comme qubits et les spins électroniques comme ressource auxiliaire [17, 18]. Une seconde approche, proposée par Daniel Loss et David DiVincenzo, utilise des dispositifs nanoélectroniques, nommés boîtes quantiques, pour isoler des électrons uniques [19]. Le spin de l'électron, pouvant être initialisé, manipulé et lu par différentes techniques, est alors utilisé comme qubit de spin [20, 18]. Notamment, les opérations élémentaires nécessaires au calcul quantique ont récemment été implémentées dans ce même dispositif [21], et ce, dans une architecture extensible en une dimension [22]. Une proposition récente indique qu'une telle approche permet, en principe, d'effectuer des calculs quantiques tolérant aux erreurs [23].

Malgré ces progrès récents, les qubits basés sur les spins sont en général moins avancés que ceux basés sur les circuits supraconducteurs. Les qubits de spin possèdent par contre certains avantages par rapport aux circuits supraconducteurs qui pourraient être déterminants dans la réalisation d'un ordinateur quantique et qui sont résumés à la référence [24]. Un premier atout vient du temps de conservation de l'information quantique dans ce type de qubit. Ce temps caractéristique, nommé temps de cohérence, peut atteindre plusieurs heures [25]. Bien que ce temps soit généralement plus faible lorsque les spins sont intégrés dans un dispositif, il est tout de même possible d'atteindre des temps de cohérence de plusieurs millisecondes [26], ce qui est significativement plus élevé que dans les qubits supraconducteurs pour lesquels le temps de cohérence est actuellement limité à quelques dizaines de microsecondes [12]. Cette borne supérieure du temps de cohérence beaucoup plus élevée dans les systèmes de spin peut mener à un taux d'erreur pour les opérations quantiques plus faible, et ainsi réduire significativement les coûts supplémentaires en ressources requis pour effectuer un calcul quantique tolérant aux erreurs [27]. Un second atout important a trait à la compatibilité de certaines architectures de qubits de spin à l'électronique classique actuelle [24]. Cette compatibilité permet en principe de co-intégrer l'électronique classique nécessaire au contrôle et à la lecture des qubits directement à l'intérieur du processeur quantique. Cette fonctionnalité permet ainsi de grandement réduire la complexité de l'interconnexion entre le processeur quantique et l'électronique classique de contrôle et ainsi promet de grandement aider l'extensibilité des architectures de qubits basés sur les spins.

Ces avantages potentiels pour les qubits de spin par rapport aux circuits supraconducteurs sont par contre actuellement contrebalancés par certains problèmes. Notamment, l'interaction entre les différents qubits de spin est actuellement limitée à seulement une centaine de nanomètres, limitant ainsi fortement le développement d'une approche modulaire où différents modules contenant chacun un certain nombre de qubits sont interconnectés sur un processeur [28]. De plus, la méthode de lecture actuellement privilégiée pour les qubits de spin est destructive [21], complexifiant grandement l'opération de protocoles de correction d'erreurs [27].



## Dispositifs hybrides pour les technologies quantiques

---

Certaines des contraintes et limites mentionnées précédemment peuvent potentiellement être résolues par l'intégration de plusieurs technologies complémentaires. En effet, l'ingénierie de dispositifs hybrides qui utilisent les avantages de différents systèmes quantiques est maintenant reconnue comme étant primordiale pour les technologies quantiques [29, 30, 31]. Dans cette thèse, les circuits supraconducteurs sont utilisés pour accéder à de nouvelles fonctionnalités pour différents systèmes de spins.

Dans un premier temps, une extension de l'architecture de l'électrodynamique quantique en circuit pour les qubits basés sur les spins permettrait d'offrir à cette technologie plusieurs outils développés pour les circuits supraconducteurs. Par exemple, le couplage fort entre plusieurs qubits de spins et un résonateur supraconducteur permettrait en principe de contrôler l'interaction entre des spins distants de plusieurs millimètres en utilisant le résonateur comme bus quantique. De plus, l'interaction entre le spin et le résonateur ouvre la voie à plusieurs méthodes de lecture potentiellement non destructives développées pour les qubits supraconducteurs. Dans une telle architecture hybride, le résonateur offre ainsi de nouvelles fonctionnalités pour les qubits de spin. Par contre, le couplage direct entre le spin d'un électron unique et un résonateur supraconducteur est trop faible pour atteindre le régime de couplage cohérent. Il est alors nécessaire d'effectuer l'ingénierie du couplage spin-résonateur permettant d'atteindre un régime de couplage cohérent.

La réalisation de dispositifs hybrides composés de systèmes de spins et de résonateurs supraconducteurs nécessite la possibilité d'appliquer un champ magnétique externe sur le résonateur. Ces conditions expérimentales sont drastiquement différentes de celles utilisées pour les circuits supraconducteurs en électrodynamique quantique en circuit et requiert ainsi certaines adaptations. Une fois ces adaptations effectuées, l'interaction collective entre un ensemble de spins et un résonateur supraconducteur peut être étudiée [32, 33]. Un tel système permet, par exemple, de repousser les limites de la sensibilité de la résonance paramagnétique électronique en appliquant des méthodes empruntées au domaine des circuits supraconducteurs [34, 35, 36]. Des opportunités sont ainsi présentes dans ces systèmes hybrides pour développer de nouvelles méthodes de caractérisation pour les systèmes de spins.

Finalement, un dispositif hybride permettant le transfert d'information quantique entre les qubits supraconducteurs et les photons optiques permettrait de réunir les meilleurs candidats des qubits dits *fixes* et *volants*. L'utilisation des modes collectifs de spin dans

un matériel ferromagnétique, interagissant avec les photons des domaines micro-onde et optique, a récemment été proposée pour cette tâche [37, 38, 39, 40]. La démonstration du couplage fort entre un qubit supraconducteur et les quanta d'excitation des modes collectifs, appelés magnons, représente un pas important dans cette direction [41, 38]. Le transfert de l'information quantique entre le qubit et un état non classique de magnons est une étape essentielle pour la transduction quantique dans cette architecture hybride. L'encodage de l'état quantique arbitraire d'un qubit supraconducteur dans une superposition d'états cohérents de magnons, aussi appelée état chat de Schrödinger, peut en principe être effectué à l'aide d'un protocole développé pour les circuits supraconducteurs [42, 43]. Ce protocole nécessite par contre une interaction dispersive forte entre le qubit et les magnons [44].

## Plan de la thèse et impacts des travaux

---

Cette thèse porte sur l'étude de dispositifs quantiques hybrides basés sur des circuits supraconducteurs et trois types de systèmes de spins, soit (i) les spins uniques dans les boîtes quantiques, (ii) les ensembles de spins paramagnétiques et (iii) les ensembles de spins ferromagnétiques. La figure 3 illustre schématiquement le plan des différents chapitres de la thèse. Ces chapitres peuvent être regroupés sous trois thèmes, portant sur chacune des problématiques nommées précédemment.

### Ingénierie d'un couplage spin-résonateur effectif

Le chapitre 1 introduit les mécanismes permettant de coupler les différents systèmes de spins considérés dans cette thèse à un résonateur ou à une cavité micro-ondes. Notamment, une approche permettant d'effectuer l'ingénierie d'un couplage effectif entre un spin unique dans une double boîte quantique et un résonateur est présentée. Ce travail a mené à une publication dans l'édition spéciale *Focus on Quantum Information Processing de Nanotechnology* [45]. De plus, cette approche a permis la démonstration expérimentale d'un couplage cohérent entre un spin unique et un résonateur [46, 47]. Une nouvelle méthode de lecture non destructive pour les spins uniques est également proposée. La réalisation de ce couplage spin-résonateur nécessite la présence d'un champ magnétique inhomogène créé, par exemple, par des aimants de tailles micrométriques. Le chapitre 2 présente ainsi une nouvelle méthode de caractérisation de systèmes magnétiques sous le micromètre permettant de déterminer les propriétés et les conditions d'opération des micro-aimants.

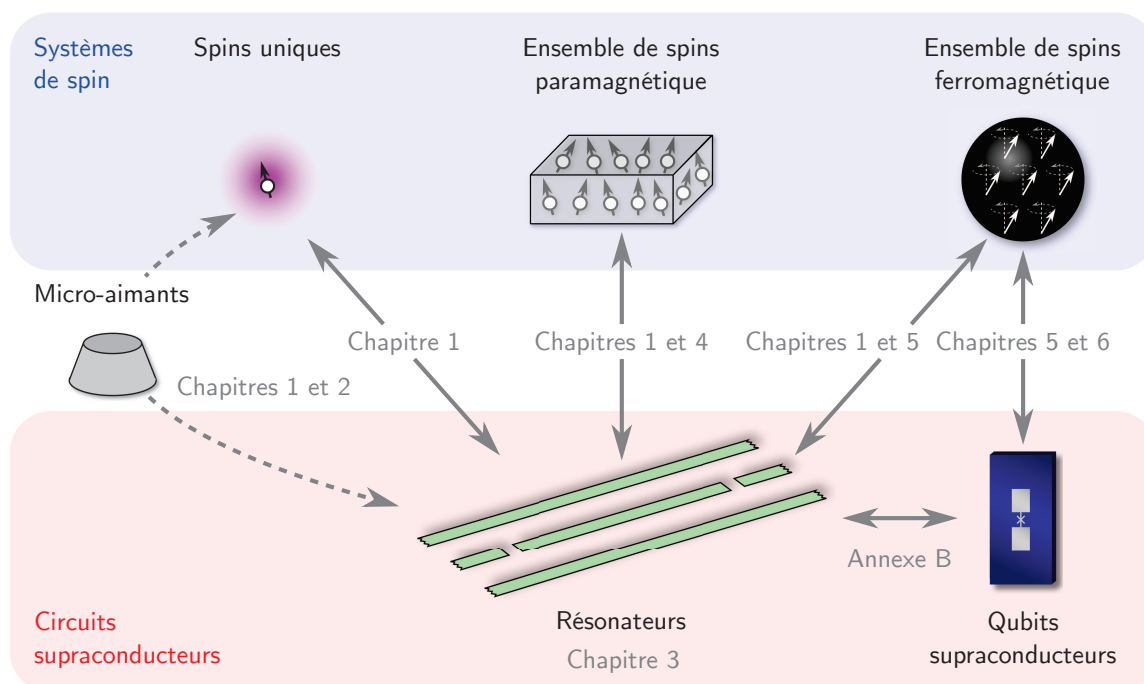


FIGURE 3 – Illustration schématique du plan de la thèse.

Ce travail a mené à une publication dans *Applied Physics Letters* [48]. Ainsi, ces résultats suggèrent que la réalisation d’une architecture d’électrodynamique quantique en circuit avec les qubits de spins est possible. La réalisation d’une telle architecture permettrait potentiellement de coupler des qubits de spins distants et d’offrir une méthode de lecture non destructive.

## Résonateurs supraconducteurs pour les dispositifs hybrides

Le chapitre 3 présente la caractérisation de résonateurs supraconducteurs compatibles avec l’application d’un champ magnétique externe nécessaire pour les qubits de spin et les micro-aimants, et ce, sans affecter de façon significative les propriétés des résonateurs. De plus, le développement des résonateurs supraconducteurs à haute inductance cinétique est utilisé au chapitre 4 pour obtenir des résultats préliminaires sur une nouvelle méthode de caractérisation pour les ensembles de spins paramagnétiques. Cette méthode de lecture est particulièrement intéressante pour la caractérisation de systèmes de spins à des températures cryogéniques pour les mémoires quantiques, les transducteurs quantiques et les qubits de spins basés sur des impuretés dans les semi-conducteurs.

## Régime dispersif fort en magnonique quantique

Le chapitre 5 présente des résultats démontrant la possibilité d'utiliser un qubit supraconducteur pour accéder aux états quantiques d'un ensemble de spins ferromagnétique en magnonique quantique. Ce travail a mené à une publication dans *Science Advances* [49]. Le chapitre 6 utilise cette fonctionnalité pour effectuer des mesures tomographiques résolues temporellement de l'état d'un ensemble de spins ferromagnétique. Ces mesures sont utilisées pour observer la relaxation des magnons et mettre en évidence la présence d'un bain de systèmes à deux niveaux affectant significativement la cohérence des magnons. La possibilité d'atteindre le régime dispersif fort est un ingrédient clé pour l'encodage de l'information quantique d'un qubit supraconducteur à un état quantique de magnon, une étape essentielle à la transduction quantique basée sur l'architecture de la magnonique quantique.

## Remarques générales

---

À moins d'indications contraires, les barres d'erreurs et les incertitudes mentionnées dans cette thèse correspondent à un intervalle de confiance de 95%, soit deux écarts types.

Lorsque c'est possible, les identifiants des dispositifs et des fichiers de données brutes sont indiqués dans les figures présentant les résultats expérimentaux. Par contre, pour ne pas nuire à la visibilité de la figure, ces informations sont indiquées en très petits caractères.

## Chapitre 1

# Mécanismes de couplage spin-photon

Ce chapitre introduit les mécanismes pouvant mener au couplage entre un système de spin et les photons d'un résonateur. Ces concepts sont présentés afin d'appuyer les observations expérimentales et proposer différentes avenues de recherche pour les dispositifs hybrides basés sur les spins. Dans une première section, le couplage dipolaire magnétique de différents systèmes de spin, passant du spin unique à l'ensemble de spins ferromagnétique, est brièvement discuté. Une deuxième section porte sur l'ingénierie d'un couplage entre un spin unique et un résonateur par l'intermédiaire d'un dipôle électrique et d'un champ magnétique inhomogène. La troisième section présente une étude approfondie sur la possibilité d'effectuer l'ingénierie du champ magnétique inhomogène à l'aide d'aimants de tailles micrométriques. Finalement, la section 1.4 présente l'utilisation d'un couplage longitudinal entre le spin et le résonateur pour la lecture quantique non destructive d'un qubit de spin.

Les résultats présentés aux sections 1.2 et 1.3 sont publiés dans *Nanotechnology* [45] et sont le fruit d'une collaboration avec Félix Beaudoin et William A. Coish de McGill University. Les résultats de la section 1.4 sont le fruit d'une collaboration avec Félix Beaudoin lors d'un court séjour à l'Institut quantique de l'Université de Sherbrooke. Notamment, les résultats numériques de la figure 1.19 ont été obtenus par Félix Beaudoin.

## 1.1 Couplage dipolaire magnétique

---

Un spin, qui est un dipôle magnétique, se couple naturellement à la composante magnétique du champ micro-ondes d'un résonateur. Cette première section explore la nature et la force du couplage dipolaire magnétique entre un résonateur et différents systèmes de spin : (i) spin unique, (ii) ensemble de spins paramagnétique et (iii) modes magnétostatiques d'un ensemble de spins ferromagnétique.

Le couplage dipolaire magnétique est particulièrement intéressant pour les ensembles de spins paramagnétiques et ferromagnétiques puisque qu'il permet d'atteindre expérimentalement le régime de couplage fort. Par contre, dans la plupart des architectures, le couplage dipolaire magnétique est insuffisant pour atteindre ce régime entre un spin unique et un résonateur. La prochaine section présente une stratégie alternative, où un spin unique est couplé à un dipôle électrique. En combinaison avec le couplage dipolaire électrique, cette architecture résulte en un couplage spin-photon effectif qui permet d'atteindre expérimentalement le régime de couplage fort.

### 1.1.1 Couplage entre un spin unique et un résonateur

#### Hamiltonien du système

L'hamiltonien d'un résonateur qui possède un seul mode de fréquence angulaire  $\omega_r$  est donné par

$$\hat{\mathcal{H}}_r = \hbar\omega_r \hat{a}^\dagger \hat{a}, \quad (1.1)$$

où les opérateurs  $\hat{a}^\dagger$  et  $\hat{a}$  sont, respectivement, les opérateurs de création et d'annihilation d'un photon micro-ondes dans le mode du résonateur (annexe A). L'hamiltonien d'un spin dans un champ magnétique externe  $\mathbf{B}_0$  est, en général, donné par

$$\hat{\mathcal{H}}_s = g^* \mu_B \mathbf{B}_0 \cdot \hat{\mathbf{S}} + \hat{\mathcal{H}}'_s, \quad (1.2)$$

où  $g^*$  est le facteur de Landé,  $\mu_B$  est le magnéton de Bohr et  $\hat{\mathbf{S}}$  est l'opérateur de spin [50]. Le terme  $\hat{\mathcal{H}}'_s$  de l'hamiltonien permet de tenir compte, par exemple, de l'interaction hyperfine du spin avec des spins nucléaires et de la séparation de champs nuls (*zero field splitting*).

Il est possible de diagonaliser l'hamiltonien de l'équation (1.2) afin d'obtenir les énergies

propres  $E_i$  associées aux états propres  $|i = g, e, f, \dots\rangle$ . En ne considérant que les deux états de plus basse énergie, soit l'état fondamental  $|g\rangle$  et le premier état excité  $|e\rangle$ , il est possible de se restreindre au sous-espace à deux dimensions en considérant  $\hat{S} \rightarrow \hat{\sigma}/2$  et en définissant la fréquence angulaire de Larmor par  $\omega_s \equiv (E_e - E_g)/\hbar$ , où  $\hat{\sigma}$  sont les matrices de Pauli. Considérant de plus que le champ externe est parallèle à l'axe de quantification  $z$ , soit  $\mathbf{B}_0 = [0, 0, B_0]$ , l'hamiltonien du spin s'écrit comme

$$\hat{\mathcal{H}}_s/\hbar = \frac{1}{2}\omega_s\hat{\sigma}_z. \quad (1.3)$$

Cet hamiltonien correspond à celui d'un spin 1/2 effectif où la fréquence angulaire de Larmor est donnée par  $\omega_s = (E_e - E_g)/\hbar$  et diffère de  $\omega_s = g^*\mu_B B_0/\hbar$  pour  $\hat{\mathcal{H}}'_s \neq 0$ . De plus, en prenant compte de  $\hat{\mathcal{H}}'_s$  dans l'hamiltonien de l'équation (1.2), il est possible de décrire le couplage d'un spin unique quelconque à un résonateur, en autant qu'il soit possible de se restreindre au sous-espace à deux dimensions défini par les états de plus basses énergies  $|g\rangle$  et  $|e\rangle$ . Cette approximation est particulièrement justifiée si  $\omega_s \sim \omega_r$ .

### Hamiltonien de l'interaction spin-résonateur

L'interaction dipolaire magnétique entre le spin et le résonateur est en général décrit par l'hamiltonien

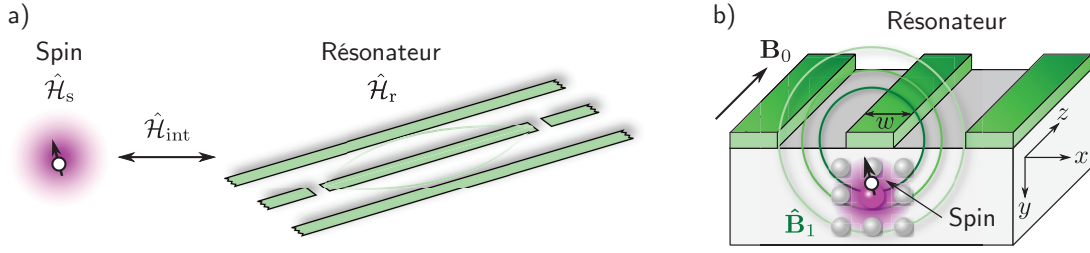
$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}} = g^*\mu_B\hat{\mathbf{B}}_1(\mathbf{r}) \cdot \hat{\mathbf{S}}, \quad (1.4)$$

où  $\hat{\mathbf{B}}_1(\mathbf{r}) = \delta\mathbf{B}(\mathbf{r}) (\hat{a}^\dagger + \hat{a})$  est le champ magnétique micro-ondes du résonateur à la position  $\mathbf{r}$  du spin et où  $\delta\mathbf{B}(\mathbf{r})$  sont les fluctuations du vide du champ micro-ondes à cette position [50]. Puisqu'on ne considère qu'un seul spin ici, la dépendance de l'interaction sur la position  $\mathbf{r}$  du spin dans le résonateur est implicite à partir d'ici.

En se restreignant aux deux états de plus basses énergies, il est possible de réécrire l'hamiltonien sous la forme

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}/\hbar = g_z (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) \hat{\sigma}_z + (g_x (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) \hat{\sigma}^- + \text{h.c.}), \quad (1.5)$$

où le premier et le deuxième termes décrivent l'interaction longitudinale et transverse de coefficients  $g_z$  et  $g_x$  respectivement et h.c. dénote le conjugué hermitien. Les opérateurs d'échelles  $\hat{\sigma}^\pm$  sont données par  $\hat{\sigma}^- = |g\rangle\langle e|$  et  $\hat{\sigma}^+ = |e\rangle\langle g|$ . Les coefficients des couplages



**FIGURE 1.1 – Schéma de l'interaction dipolaire magnétique entre un spin et un résonateur.**

a) Schéma d'un spin unique, d'hamiltonien  $\hat{\mathcal{H}}_s$ , couplé à un résonateur micro-ondes de type coplanaire, d'hamiltonien  $\hat{\mathcal{H}}_r$ , par interaction dipolaire magnétique, décrit par l'hamiltonien  $\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}$ . L'amplitude du champ magnétique micro-ondes  $\hat{\mathbf{B}}_1$  du mode fondamental du résonateur est également représentée. b) Illustration schématique d'un spin 1/2 piégé sur un défaut d'un cristal sur lequel un résonateur supraconducteur de type coplanaire de fréquence angulaire  $\omega_r$  et d'impédance  $Z_0$  avec un conducteur central de largeur  $w$  est fabriqué. Un champ magnétique externe  $\mathbf{B}_0$  est appliqué selon l'axe de quantification  $z$ . Le champ magnétique micro-ondes  $\hat{\mathbf{B}}_1$  est principalement parallèle à l'axe  $x$  pour un spin unique situé sous le conducteur central. À partir des paramètres réalistes  $w = 10 \mu\text{m}$ ,  $Z_0 = 50 \Omega$ ,  $g^* = 2$  et  $\omega_r/2\pi = 6 \text{ GHz}$  à l'équation (1.12), un coefficient de couplage  $g_x/2\pi \approx 30 \text{ Hz}$  est estimé à partir de l'équation (1.9).

longitudinal et transverse sont respectivement donnés par

$$\hbar g_z = \frac{1}{2} g^* \mu_B \delta \mathbf{B} \cdot \left[ \langle e | \hat{\mathbf{S}} | e \rangle - \langle g | \hat{\mathbf{S}} | g \rangle \right], \quad (1.6)$$

$$\hbar g_x = \frac{1}{2} g^* \mu_B \delta \mathbf{B} \cdot \langle g | \hat{\mathbf{S}} | e \rangle. \quad (1.7)$$

Ainsi, malgré que seuls les deux états de plus basses énergies soient considérés, l'expression des coefficients de couplage tiennent compte de la nature exacte du spin via l'opérateur  $\hat{\mathbf{S}}$ . En effet, pour  $\hat{\mathcal{H}}'_s \neq 0$ , les opérateurs de spin  $\hat{\mathbf{S}}$  ne correspondent pas aux matrices de Pauli  $\hat{\sigma}$ , puisque ces dernières sont dans la base diagonalisant  $\hat{\mathcal{H}}'_s$ . Pour un spin libre ( $\hat{\mathcal{H}}'_s = 0$ ,  $\hat{\mathbf{S}} \rightarrow \hat{\sigma}/2$ ), les coefficients de couplage se simplifient à

$$\hbar g_z = \frac{1}{2} g^* \mu_B \delta B_z, \quad (1.8)$$

$$\hbar g_x = \frac{1}{4} g^* \mu_B (\delta B_x + i \delta B_y). \quad (1.9)$$

Il est possible de simplifier davantage l'hamiltonien de l'équation (1.5) en appliquant l'approximation séculaire résultant en

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}/\hbar \approx g_x \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}^- + \text{h.c.} \quad (1.10)$$



L'approximation séculaire revient essentiellement à éliminer les termes qui ne conservent pas le nombre d'excitations dans le système, tel que  $\hat{a}\hat{\sigma}^-$  par exemple. Cette approximation est valide lorsque le spin et le résonateur sont presque résonants, soit  $\omega_s \sim \omega_r$ , et que les coefficients de couplage sont beaucoup plus faibles que les fréquences angulaires de chaque sous-système, soit  $g_{x,z} \ll \omega_{s,r}$ . Il est alors possible de voir que le couplage longitudinal disparaît sous l'approximation séculaire. À la section 1.2, le couplage longitudinal entre un spin unique et un résonateur est réintroduit et la section 1.4 porte sur une application potentielle de ce couplage.

### Hamiltonien total

À partir des résultats précédents, l'hamiltonien total du système composé d'un spin unique en interaction dipolaire magnétique avec un résonateur à un mode est donné par

$$\boxed{\hat{H}/\hbar = \omega_r \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \omega_s \hat{\sigma}_z + (g_x \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}^- + \text{h.c.})} \quad (1.11)$$

Cet hamiltonien est connu sous le nom d'hamiltonien de Jaynes-Cummings décrivant le couplage transverse d'un qubit avec un résonateur [51, 52, 9]. Les outils développés en électrodynamique quantique en cavité et en circuit peuvent ainsi être utilisés pour décrire la dynamique d'un spin unique couplé à un résonateur.

### Coefficient de couplage transverse

Afin d'estimer le coefficient de couplage transverse  $g_x$ , il est utile de considérer un exemple précis pour le système de spin et le résonateur. Le coefficient de couplage transverse  $g_x$  est proportionnel aux fluctuations du vide du champ magnétique micro-ondes du résonateur  $\delta\mathbf{B}$  et dépend ainsi fortement de l'architecture considérée. Par exemple, un résonateur supraconducteur en circuit de type coplanaire permet d'augmenter  $\delta\mathbf{B}$  significativement par rapport à un résonateur tridimensionnelle [9]. Le coefficient de couplage transverse  $g_x$  d'un spin 1/2 couplé à un résonateur supraconducteur de type coplanaire de fréquence angulaire  $\omega_r$  est donné par l'équation (1.9) avec [53]

$$\delta B_x = \frac{1}{4} \frac{\mu_0}{w} \sqrt{\frac{\hbar}{Z_0}} \omega_r, \quad \delta B_y = 0, \quad (1.12)$$

où  $\mu_0$  est la perméabilité du vide,  $w$  est la largeur du conducteur central du résonateur et  $Z_0$  est l'impédance du résonateur. Avec les paramètres spécifiés à la figure 1.1 b), un

couplage  $g_x/2\pi \approx 30$  Hz est attendu. Une valeur similaire du coefficient de couplage a été démontré expérimentalement aux références [34, 54] par exemple. Par contre, malgré que le taux de décohérence  $\gamma_s$  de certains systèmes de spin peut être inférieur à ce coefficient de couplage [55, 56, 57], celui-ci est beaucoup plus faible que le taux  $\kappa_r$  auquel les photons micro-ondes quittent le résonateur supraconducteur [58, 59]. Il est ainsi difficilement envisageable d'atteindre le régime de couplage fort entre un spin unique et un résonateur, où le coefficient de couplage  $g_x$  est supérieur à  $\gamma_s$  et  $\kappa_r$ .

Les références [60], [53] et [50] étudient l'augmentation des fluctuations du vide du champ magnétique micro-ondes d'un résonateur supraconducteur. Pour ce faire, une constriction nanométrique est fabriquée près du spin unique, en augmentant  $\delta B_x$  de l'équation (1.12) par la diminution de la largeur  $w$  du conducteur central, ce qui résulte en un coefficient de couplage de quelques kHz. Malgré cette augmentation du couplage, le couplage dipolaire magnétique fort entre un spin unique et un résonateur reste à ce jour un défi de taille. Alors que les deux prochaines sections présentent deux approches similaires permettant d'atteindre expérimentalement le régime de couplage fort entre un système de spin et un résonateur, la section 1.2 présente une approche permettant d'atteindre expérimentalement ce régime pour un spin unique en allant au-delà du couplage direct avec le résonateur par interaction dipolaire magnétique.

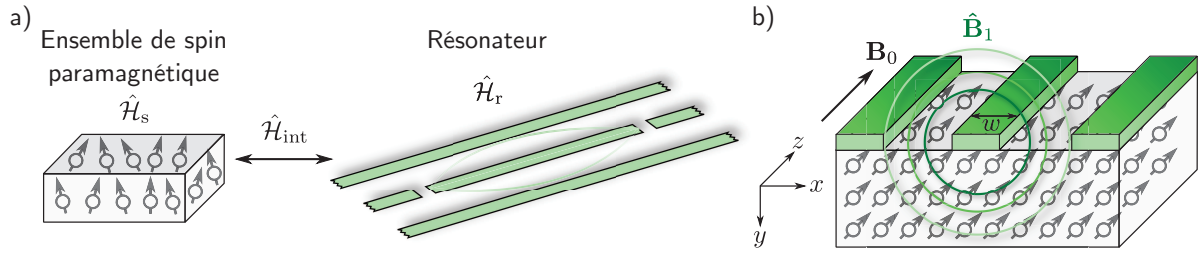
## 1.1.2 Couplage entre un ensemble de spins paramagnétique et un résonateur

### Généralisation de l'hamiltonien de l'interaction

Considérons maintenant le couplage dipolaire magnétique d'un ensemble paramagnétique de  $N$  spins avec un résonateur. En généralisant l'équation (1.2), l'hamiltonien de l'ensemble de spins est décrit par

$$\hat{\mathcal{H}}_s = g^* \mu_B \sum_{i=1}^N \mathbf{B}_0 \cdot \hat{\mathbf{S}}_i + \hat{\mathcal{H}}'_s = \frac{1}{2} \hbar \omega_s \sum_{i=1}^N \hat{\sigma}_z^{(i)}. \quad (1.13)$$

où  $\hat{\mathbf{S}}_i$  est l'opérateur du spin  $i$ . La dernière égalité provient de l'approximation à deux niveaux pour chaque spin présentée précédemment. Puisque que le champ magnétique externe  $\mathbf{B}_0$  est considéré uniforme sur l'ensemble des spins, la fréquence angulaire de Larmor  $\omega_s$  est la même pour tous les spins. Aucune interaction directe entre les spins n'est ici considérée, contrairement au cas d'un ensemble de spins ferromagnétique.



**FIGURE 1.2 – Interaction dipolaire entre un ensemble de spin paramagnétique et un résonateur.** a) Schéma d'un ensemble de spins paramagnétique, d'hamiltonien  $\mathcal{H}_s$ , couplé à un résonateur micro-ondes de type coplanaire, d'hamiltonien  $\mathcal{H}_r$ , par interaction dipolaire magnétique, décrit par l'hamiltonien  $\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}$ . b) Illustration schématique d'un ensemble de spins paramagnétique piégé sur les défauts d'un cristal sur lequel un résonateur supraconducteur de type coplanaire de fréquence angulaire  $\omega_r$  et d'impédance  $Z_0$  avec un conducteur central de largeur  $w$  est fabriqué. Un champ magnétique externe  $\mathbf{B}_0$  est appliqué selon l'axe de quantification  $z$  et le champ magnétique micro-ondes  $\mathbf{B}_1$  est principalement parallèle à l'axe  $x$  pour les spins situés sous le conducteur central. À partir des paramètres réalistes  $w = 10 \mu\text{m}$ ,  $Z_0 = 50 \Omega$ ,  $g^* = 2$ ,  $\omega_r/2\pi = 6 \text{ GHz}$  à l'équation (1.12), un coefficient de couplage  $g_x/2\pi \approx 30 \text{ MHz}$  est estimé à partir de l'équation (1.20) pour un ensemble de  $10^{12}$  spins.

L'hamiltonien de l'interaction dipolaire magnétique de l'équation (1.4) entre un spin unique et un résonateur est généralisé à

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}} = g^* \mu_B \sum_{i=1}^N \hat{\mathbf{B}}_1(\mathbf{r}_i) \cdot \hat{\mathbf{S}}_i = \hat{a}^\dagger \sum_{i=1}^N \hbar g_x^{(i)} \hat{\sigma}_i^- + \text{h.c.}, \quad (1.14)$$

où

$$\hbar g_x^{(i)} = \frac{1}{2} g^* \mu_B \delta \mathbf{B}(\mathbf{r}_i) \cdot {}_i \langle g | \hat{\mathbf{S}}_i | e \rangle_i \quad (1.15)$$

est le coefficient de couplage transverse du spin  $i$  au mode de le résonateur. La dernière égalité est obtenue en utilisant l'approximation séculaire afin d'éliminer les termes qui ne conservent pas le nombre d'excitation dans le système.

## Transformation vers un oscillateur harmonique

Le couplage d'un ensemble de spins au même mode d'un résonateur permet de former des modes collectifs de spin. En effet, l'opérateur d'annihilation collectif  $\hat{c}$  est défini

comme [61, 62]

$$\hat{c} \equiv \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \left( \frac{g_x^{(i)}}{\bar{g}_x} \right) \hat{\sigma}_i^-, \quad (1.16)$$

où le coefficient de couplage transverse moyen est donné par

$$\bar{g}_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N |g_x^{(i)}|^2}{N}}. \quad (1.17)$$

L'hamiltonien de l'ensemble de spins peut ainsi se réécrire simplement par

$$\hat{\mathcal{H}}_s / \hbar = \omega_s \hat{c}^\dagger \hat{c}, \quad (1.18)$$

en omettant un terme constant  $N/2$ . De plus, l'hamiltonien de l'équation (1.14) se simplifie à

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}} / \hbar = \bar{g}_x \sqrt{N} (\hat{a}^\dagger \hat{c} + \text{h.c.}). \quad (1.19)$$

Le passage de l'hamiltonien de l'équation (1.14) à celui de l'équation (1.19) n'est qu'une simple réécriture, sans approximation supplémentaire. L'hamiltonien de l'équation (1.18) semble maintenant correspondre à celui de deux oscillateurs harmoniques couplés avec un coefficient de couplage de l'ensemble

$$g_x = \bar{g}_x \sqrt{N}, \quad (1.20)$$

ce qui correspond à une augmentation du couplage transverse par un facteur  $\sqrt{N}$ . Afin de vérifier si les opérateurs  $\hat{c}$  et  $\hat{c}^\dagger$  correspondent bien, respectivement, aux opérateurs d'annihilation et de création d'un oscillateur harmonique, la relation de commutation  $[\hat{c}, \hat{c}^\dagger]$  est évaluée selon

$$[\hat{c}, \hat{c}^\dagger] = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{\sigma}_z^{(i)}. \quad (1.21)$$

Ainsi, pour un ensemble de spins fortement polarisé dans son état fondamental, c'est-à-dire lorsque  $\hat{\sigma}_z^{(i)} \rightarrow -1$ , on retrouve

$$[\hat{c}, \hat{c}^\dagger] = 1 + \mathcal{O}\left(\frac{1}{N}\right), \quad (1.22)$$

soit la relation de commutation des opérateurs d'échelles d'un oscillateur harmonique.

### Modes collectifs

Ainsi, l'hamiltonien d'un ensemble de  $N$  spins en interaction dipolaire magnétique avec un résonateur est donné par

$$\hat{\mathcal{H}}/\hbar = \omega_r \hat{a}^\dagger \hat{a} + \omega_s \hat{c}^\dagger \hat{c} + \bar{g}_x \sqrt{N} (\hat{a}^\dagger \hat{c} + \text{h.c.}), \quad (1.23)$$

ce qui correspond à deux oscillateurs harmoniques couplés. Ainsi, le couplage d'un ensemble de  $N$  systèmes à deux niveaux à un même mode d'un résonateur crée un système harmonique effectif malgré que chaque système à deux niveaux soit infiniment anharmonique. Bien que la nature harmonique de l'ensemble de spins soit problématique pour le calcul quantique, il est tout de même possible d'encoder de l'information quantique dans cet ensemble à l'aide, par exemple, de gradients spatiaux du champ externe  $\mathbf{B}_0$  [61]. Alors que l'état fondamental du système de spin correspond à l'état fondamental  $|\bar{g}\rangle = |g\rangle^{\otimes N}$ , le premier état excité correspond à, pour  $g_x^{(i)} \equiv g_x$ ,

$$|\bar{e}\rangle = \hat{c}^\dagger |\bar{g}\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} (|e, g, \dots, g\rangle + |g, e, \dots, g\rangle + \dots + |g, g, \dots, e\rangle), \quad (1.24)$$

ce qui correspond à une excitation délocalisée dans tout l'ensemble de spins. Cet état est aussi connu sous le nom de l'état  $|W\rangle$  [63].

### Régime de couplage fort et applications

Le coefficient de couplage transverse d'un ensemble de spins paramagnétique à un résonateur est donné de façon générale par les équations (1.15), (1.17) et (1.20). En considérant un ensemble de spins distribués uniformément avec une densité  $\rho$  dans un cristal, tel qu'illustré à la figure 1.2 b), il est possible de prendre la limite continue des équations (1.15) et (1.20) selon

$$\hbar g_x = \sqrt{\int_V \mathbf{dr} \rho |\hbar g_x(\mathbf{r})|^2} = \frac{1}{2} g^* \mu_B \sqrt{\rho} \left[ \int_V \mathbf{dr} \left| \delta \mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot \langle g | \hat{\mathbf{S}} | e \rangle \right|^2 \right]^{1/2}, \quad (1.25)$$

où l'indice  $V$  dénote l'intégrale sur le volume  $V$  du cristal. Le couplage de l'ensemble dépend ainsi du recouvrement entre le cristal et le champ magnétique micro-ondes de le résonateur  $\hat{\mathbf{B}}_1(\mathbf{r}) = \delta \mathbf{B}(\mathbf{r}) (\hat{a}^\dagger + \hat{a})$  et de l'orientation relative entre ce champ micro-ondes et l'axe de quantification  $z$  des spins [32].

Le coefficient de couplage transverse  $g_x/2\pi \sim 30$  Hz d'un spin 1/2 unique à un résonateur supraconducteur de type coplanaire estimé précédemment permet d'estimer qu'un ensemble de  $N = 10^{12}$  spins possède un coefficient de couplage collectif  $g_x/2\pi \sim 30$  MHz. Un tel coefficient de couplage permet en principe d'atteindre le régime de couplage fort. En effet, un couplage fort entre un ensemble de spins paramagnétique et un résonateur a été démontré en 2010 aux références [32] et [33]. Ces deux expériences ont utilisé un ensemble de spins piégés dans des défauts atomiques d'un diamant, soit les centres azote-lacune (centres NV) et les centres azote (centres P1) respectivement. Des recherches subséquentes ont permis d'observer le couplage fort dans plusieurs matériaux hôtes et plusieurs défauts atomiques [32, 33, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72], ainsi que dans différentes architectures de cavités tridimensionnelles [73, 74, 75, 76]. Un couplage fort entre un ensemble de spins paramagnétique et un qubit supraconducteur a de même été démontré dans deux approches différentes aux références [77, 78].

Le couplage fort d'un ensemble de spins paramagnétique à un résonateur promet plusieurs applications pour les mémoires quantiques dans le domaine micro-onde [79, 80, 81, 82, 83, 84, 31] et la transduction de l'information quantique entre les domaines micro-onde et optique [85, 86].

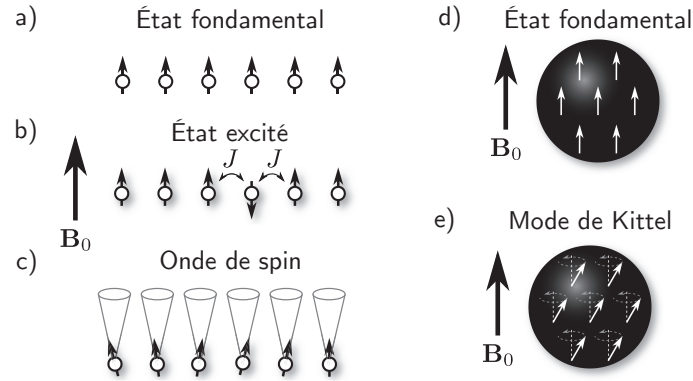
### 1.1.3 Couplage entre un ensemble de spins ferromagnétique et un résonateur

#### Hamiltonien d'un ensemble de spins ferromagnétique

On considère ici un ensemble de spins ferromagnétique. L'hamiltonien d'un tel ensemble dans un champ magnétique  $\mathbf{B}_0$  est décrit par [38]

$$\hat{\mathcal{H}}_s = g^* \mu_B \sum_{i=1}^N \mathbf{B}_0 \cdot \hat{\mathbf{S}}_i - 2J \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{\mathbf{S}}_i \cdot \hat{\mathbf{S}}_j, \quad (1.26)$$

où  $J$  est le coefficient de l'interaction d'échange. Le premier terme représente l'énergie Zeeman alors que le second représente l'interaction d'échange entre les plus proches voisins. La somme du deuxième terme est ainsi effectuée sur les paires de spins voisins. Avec  $J > 0$ , l'état fondamental du système correspond à l'état ferromagnétique où tous les spins sont alignés avec le champ externe  $\mathbf{B}_0$  (Fig. 1.3 a).



**FIGURE 1.3 – Excitations dans un ensemble de spins ferromagnétique.**

a) État fondamental d'une chaîne de spin 1/2 dans un champ magnétique  $B_0$ . L'état fondamental correspond à l'état où tous les spins sont orientés selon le champ externe. b) En présence d'une interaction d'échange  $J$  entre les spins voisins, l'excitation d'un spin de la chaîne augmente l'énergie de l'état par  $g^* \mu_B |B_0| + 2J$ . c) Partage du renversement d'un seul spin parmi tous les spins de la chaîne, formant ainsi une onde de spin. d) État fondamental d'un ensemble de spins ferromagnétique dans un ferro-aimant sphérique. e) Mode de Kittel dans une sphère ferromagnétique, correspondant au mode magnétostatique où tous les spins précessent en phase.

### Modes magnétostatiques et magnons

Alors que l'état fondamental d'un ensemble de spins ferromagnétique est identique à celui de l'ensemble de spins paramagnétique, la présence de l'interaction d'échange  $J$  modifie la nature des excitations. Afin de visualiser ces excitations, il est utile de considérer une chaîne unidimensionnelle de spin telle qu'illustrée à la figure 1.3 a). Dans ce cas, l'énergie nécessaire pour exciter un seul spin est donnée par  $g^* \mu_B B_0 + 2J$ , soit la somme de l'énergie Zeeman et de l'interaction d'échange  $J$  avec les deux spins voisins (Fig. 1.3 b). Or, il est possible de partager le renversement du spin unique sur la chaîne entière, ce qui résulte en un changement équivalent du moment magnétique mais pour une excitation de plus basse énergie [87]. Tel qu'illustré à la figure 1.3 c), les excitations d'un ensemble de spins ferromagnétique forment ainsi des ondes de spin dans des modes magnétostatiques dont les quanta d'excitation sont nommés magnons [87].

Afin de décrire les modes collectifs de l'ensemble de spins (1.26), il est utile de considérer la transformation de Holstein-Primakoff pour un spin 1/2 définie par

$$\hat{\sigma}_i^- = \frac{1}{2} \left(1 - \hat{c}_i^\dagger \hat{c}_i\right)^{1/2} \hat{c}_i, \quad (1.27)$$

où  $\hat{c}_i$  et  $\hat{c}_i^\dagger$  sont les opérateurs d'annihilation et de création du spin  $i$  [88, 38]. Ces opérateurs bosoniques, qui sont définis à chaque site, sont reliés aux opérateurs d'ondes de spin par

une transformée de Fourier

$$\hat{c}_i = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i} \hat{c}_{\mathbf{k}}, \quad (1.28)$$

où  $\mathbf{k}$  est le vecteur de l'onde de spin. Les opérateurs  $\hat{c}_{\mathbf{k}}$  et  $\hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger$  correspondent à l'annihilation et à la création d'un magnon dans une onde plane de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  [38]. En substituant les équation (1.27) et (1.28) dans l'hamiltonien de l'équation (1.26), on obtient

$$\hat{\mathcal{H}}_s(\mathbf{k}) = \sum_{\mathbf{k}} \hbar\omega_m(\mathbf{k}) \hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{k}}, \quad (1.29)$$

avec la relation de dispersion

$$\hbar\omega_m(\mathbf{k}) = g^* \mu_B B_0 + J a_0^2 |\mathbf{k}|^2 \quad (1.30)$$

pour un réseau cubique avec un pas de réseau  $a_0$  [38]. Comme l'indique le deuxième terme, l'interaction d'échange  $J$  lève la dégénérescence entre les différentes excitations de spin. Cette situation est différente de celle de l'ensemble de spins paramagnétique.

Les différents modes magnétostatiques d'une sphère ferromagnétique ont été déterminés à la référence [89]. Comme illustré à la figure 1.3 e), le mode où les spins précessent uniformément, soit  $\mathbf{k} \rightarrow 0$ , est appelé le mode de Kittel. La relation de dispersion de l'équation (1.30) se simplifie à  $\hbar\omega_m(\mathbf{k} = \mathbf{0}) = g^* \mu_B B_0$  pour ce mode, soit l'énergie d'un spin 1/2 dans un champ magnétique  $B_0$ . Ainsi, l'énergie d'un magnon dans le mode de Kittel est égale à l'énergie d'un spin 1/2 dans le même champ magnétique  $B_0$ . Par contre, l'hamiltonien du mode de Kittel décrit un oscillateur harmonique, contrairement à l'hamiltonien d'un spin 1/2 de l'équation (1.3). En effet,

$$\hat{\mathcal{H}}_s(\mathbf{k} = \mathbf{0})/\hbar \equiv \hat{\mathcal{H}}_m/\hbar = \omega_m \hat{c}^\dagger \hat{c} \quad (1.31)$$

où  $\hat{c}_{\mathbf{k}=\mathbf{0}} \equiv \hat{c}$  et  $\hat{c}_{\mathbf{k}=\mathbf{0}}^\dagger \equiv \hat{c}^\dagger$  sont les opérateurs d'annihilation et de création d'un magnon dans le mode de Kittel.



### Hamiltonien de l'interaction

L'hamiltonien du couplage dipolaire magnétique d'un ensemble de spins ferromagnétique à une cavité micro-ondes est donné par

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}} = g^* \mu_B (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) \sum_{i=1}^N \delta \mathbf{B}(\mathbf{r}_i) \cdot \hat{\mathbf{S}}_i, \quad (1.32)$$

soit le même hamiltonien que pour un ensemble de spins paramagnétique. En remplaçant les opérateurs de spin  $\hat{\mathbf{S}}_i$  par les opérateurs des magnons dans les différents modes magnétostatiques selon

$$\hat{\mathbf{S}}_i = \frac{1}{2} \sum_n \mathbf{s}_n(\mathbf{r}_i) (\hat{c}_n^\dagger + \hat{c}_n), \quad (1.33)$$

l'hamiltonien de couplage devient

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}} = \frac{1}{2} g^* \mu_B (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) \sum_{i=1}^N \sum_n \mathbf{s}_n(\mathbf{r}_i) \cdot \delta \mathbf{B}(\mathbf{r}_i) (\hat{c}_n^\dagger + \hat{c}_n). \quad (1.34)$$

La fonction  $\mathbf{s}_n(\mathbf{r}_i)$  décrit l'amplitude et la phase du mode magnétostatique du spin à la position  $\mathbf{r}_i$  [38]. En remplaçant la somme sur les spins par une intégrale sur le volume  $V$  de l'ensemble de spins ferromagnétique et en effectuant l'approximation séculaire, on obtient

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}} = \frac{1}{2} g^* \mu_B \sum_n \int_V d\mathbf{r} \mathbf{s}_n(\mathbf{r}) \cdot \delta \mathbf{B}(\mathbf{r}) (\hat{a}^\dagger \hat{c}_n + \text{h.c.}). \quad (1.35)$$

Si les fluctuations du vide du champ magnétique micro-ondes  $\delta \mathbf{B}(\mathbf{r})$  de la cavité sont uniformes sur l'ensemble de spins et qu'on considère une sphère ferromagnétique, l'intégrale de l'équation (1.35) est non nulle seulement pour le mode uniforme, soit le mode de Kittel. De plus, si on considère que  $\delta \mathbf{B}$  est perpendiculaire au champ externe  $\mathbf{B}_0$ , l'hamiltonien de l'équation (1.35) se simplifie à

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}} = \frac{1}{2} g^* \mu_B |\delta \mathbf{B}| \sqrt{N} (\hat{a}^\dagger \hat{c} + \text{h.c.}). \quad (1.36)$$

Cet hamiltonien correspond à deux oscillateurs harmonique couplés avec un coefficient de couplage collectif

$$\hbar g_{\text{m-r}} = \frac{1}{2} g^* \mu_B |\delta \mathbf{B}| \sqrt{N}. \quad (1.37)$$

Le coefficient de couplage est ainsi augmenté d'un facteur  $\sqrt{N}$  par rapport au couplage dipolaire magnétique d'un spin unique. L'hamiltonien total du système composé d'une sphère ferromagnétique et d'une cavité est ainsi donné par

$$\hat{\mathcal{H}}/\hbar = \omega_r \hat{a}^\dagger \hat{a} + \omega_m \hat{c}^\dagger \hat{c} + g_{m-r} (\hat{a}^\dagger \hat{c} + \text{h.c.}) . \quad (1.38)$$

Cet hamiltonien est identique à celui de l'équation (1.23) pour un ensemble de spins paramagnétique. Par contre, l'interaction d'échange dans l'ensemble de spins ferromagnétique offre une rigidité aux modes magnétostatiques, un avantage potentiel pour la conversion entre les photons des domaines micro-ondes et optique [41, 38].

### Régime de couplage fort

Alors qu'un ensemble de spins paramagnétique possède une densité entre  $10^{16}$  et  $10^{18}$  spins/cm<sup>3</sup>, les matériaux ferromagnétiques possèdent une densité de l'ordre de  $10^{21}$  spins/cm<sup>3</sup> [90]. Cette forte densité de spin a permis d'atteindre un coefficient de couplage collectif de plus de 450 MHz avec un résonateur supraconducteur de type coplanaire [91]. Par contre, l'anisotropie du champ magnétique micro-ondes intrinsèque aux architectures planaires ne permet pas de limiter l'interaction au mode uniforme. Un champ magnétique micro-ondes uniforme sur des dimensions millimétriques est par contre possible dans une cavité tridimensionnelle [38]. Ainsi, l'utilisation de cavités tridimensionnelles a permis d'atteindre le régime de couplage fort entre le mode uniforme, ou mode de Kittel, et un résonateur micro-ondes [90]. Ce couplage a été utilisé, par exemple, pour coupler différentes sphères ferromagnétiques par l'entremise de leurs interactions individuelles avec une cavité [92, 93].

Ces démonstrations de couplage fort ont été effectuées dans un isolant ferrimagnétique nommé le grenat de fer et d'yttrium (YIG). Dans ce matériau, l'absence d'électrons de conduction permet de minimiser les pertes de magnons dans les différents modes magnétostatiques [87]. Il est alors possible d'obtenir des largeurs de raie de l'ordre de 1 MHz dans le régime quantique, où la température  $T$  est telle que l'énergie thermique  $k_B T$  est beaucoup plus faible que l'énergie  $\hbar \omega_m$  nécessaire pour exciter un magnon dans le mode de Kittel [90]. L'utilisation du YIG pour la conversion bidirectionnelle de photons micro-ondes et optiques a été explorée dans plusieurs expériences récentes [39, 37, 94, 40]. Combinées au couplage fort entre les magnons et un qubit supraconducteur démontré à la référence [41], ces démonstrations ouvrent la voie à la transduction de l'information quantique entre les qubits supraconducteurs et les photons optiques.

## 1.2 Ingénierie d'un couplage spin-résonateur effectif

---

Cette section présente une stratégie alternative au couplage dipolaire magnétique où un spin unique est couplé à un dipôle électrique qui, à son tour, est couplé à la composante électrique du champ micro-ondes d'un résonateur, résultant en un couplage spin-photon effectif pouvant atteindre le régime de couplage fort [95, 96].

Une première sous-section présente les bases théoriques d'une double boîte quantique, dispositif utilisé afin de fournir le dipôle électrique. La deuxième sous-section présente le couplage dipolaire électrique entre une double boîte quantique et un résonateur supraconducteur de type coplanaire. À la troisième sous-section, l'ingénierie d'un couplage entre un spin unique et le degré de liberté orbital de la double boîte quantique par la présence d'un champ magnétique inhomogène est présentée. Finalement, la quatrième sous-section présente la façon dont un couplage effectif entre un spin et un résonateur est médié par le degré orbital de la double boîte quantique. Très récemment, cette approche a permis d'atteindre un régime de couplage fort entre un spin unique dans une double boîte quantique en silicium et un résonateur supraconducteur [46, 47].

### 1.2.1 Modèle de la double boîte quantique

Une double boîte quantique définie dans un gaz d'électrons bidimensionnel est un dispositif mésoscopique permettant, par exemple, d'isoler un électron unique [97, 20]. Le dipôle électrique du degré de liberté orbital de l'électron peut ainsi être contrôlé électriquement, réalisant par le fait même une molécule artificielle [98]. On considère ici une double boîte quantique définie dans une hétérostructure de GaAs/AlGaAs. Par contre, le cadre théorique présenté dans ce chapitre s'applique aussi pour les architectures de boîtes quantiques en silicium tant que le degré de liberté de vallée peut être négligé [18].

#### Potentiel de confinement

La figure 1.4 a) présente une disposition de grilles électrostatiques qui permet de définir une double boîte quantique dans un gaz d'électrons bidimensionnel. Le potentiel  $V(\boldsymbol{\rho}) \equiv V(X \equiv 0, Y, Z)$  au niveau du gaz d'électron ( $X = 0$ ) est simulé à l'aide du logiciel *nextnano* [99] à partir d'une configuration réaliste des différentes tensions appliquées sur les grilles électrostatiques. Le potentiel résultant est présenté à la figure 1.4 a). Il est ainsi possible de voir que la double boîte quantique est composée de deux boîtes couplées entre

elles et couplées à deux réservoirs de charge qui permettent d'ajuster le nombre d'électrons dans chacune des boîtes [97].

La figure 1.4 b) présente le potentiel  $V(Z) \equiv V(0, 0, Z)$  de la figure 1.4 a) le long de l'axe  $Z$  de la double boîte quantique à  $Y = 0$ . Le potentiel simulé est ajusté à un potentiel quartique décrit par

$$V(Z) = \frac{m^* \omega_0^2}{2} \left[ \frac{1}{4a^2} (Z^2 - a^2)^2 \right] - \varepsilon \frac{Z}{a}, \quad (1.39)$$

où  $m^* = 0.067m_e$  est la masse effective des électrons dans le GaAs,  $\hbar\omega_0$  l'énergie de confinement,  $2a$  la distance entre les boîtes quantiques et  $\varepsilon$  le désaccord en énergie entre les deux boîtes quantiques [100]. Comme l'indique la figure 1.4 b), le potentiel quartique permet de décrire le potentiel le long de l'axe  $Z$ . De plus, il est possible de voir que l'application d'une tension sur une grille électrostatique au-dessus d'une des boîtes quantiques permet de changer le désaccord  $\varepsilon$  sans affecter significativement le potentiel de confinement et la distance entre les boîtes quantiques.

En négligeant le couplage des boîtes quantiques aux réservoirs, il est de plus possible de décrire le potentiel selon l'axe  $Y$  par un potentiel quadratique d'énergie de confinement  $\hbar\omega_0$ . Le potentiel au niveau du gaz d'électrons  $V(\boldsymbol{\rho})$  est ainsi décrit par [100]

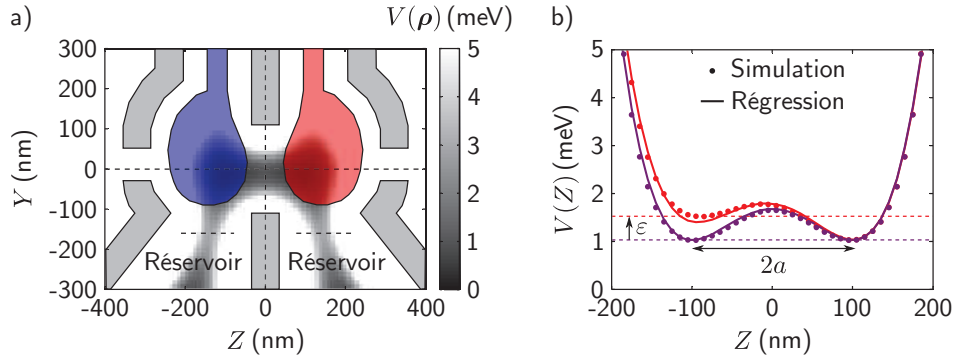
$$V(\boldsymbol{\rho}) = \frac{m^* \omega_0^2}{2} \left[ \frac{1}{4a^2} (Z^2 - a^2)^2 + Y^2 \right] - \varepsilon \frac{Z}{a}. \quad (1.40)$$

Dans ce modèle, le couplage tunnel  $\Omega$  entre les boîtes quantiques dépend ainsi de l'énergie de confinement,  $\hbar\omega_0$ , et de la distance entre les boîtes quantiques,  $2a$ . À défaut d'être moins réalistes, d'autres modèles du potentiel de confinement d'une double boîte quantique permettent d'ajuster presque indépendamment la distance entre les boîtes et le couplage tunnel [101].

### Équation de Schrödinger

Afin d'estimer le couplage tunnel  $\Omega$  de la double boîte quantique décrit par l'équation (1.40), l'équation de Schrödinger est résolue dans le plan de la double boîte quantique selon

$$\hat{\mathcal{H}}\phi(\boldsymbol{\rho}) = E\phi(\boldsymbol{\rho}), \quad (1.41)$$



**FIGURE 1.4 – Potentiel d'une double boîte quantique.**

a) Schéma des grilles électrostatiques à la surface de l'hétérostructure à  $X \equiv d_v = 100$  nm permettant de créer une double boîte quantique au niveau du gaz d'électrons à  $X = 0$ . Les deux boîtes quantiques sont couplées entre elles et couplées individuellement à un réservoir de charge. Le potentiel au gaz d'électrons,  $V(\rho) = V(0, Y, Z)$ , est simulé à l'aide de *nextnano* à partir d'une configuration réaliste des tensions de grilles. b) Potentiel  $V(Z)$  le long de l'axe de la double boîte quantique pour une tension  $V = 0$  (mauve) et  $V = -10$  mV (rouge) sur la grille électrostatique identifiée en bleu en a). La régression du potentiel simulé au potentiel quartique de l'équation (1.39) permet de déterminer  $\hbar\omega_0 = 0.77$  meV,  $2a = 200$  nm et  $\varepsilon = 0$  pour  $V = 0$  et  $\hbar\omega_0 = 0.74$  meV,  $2a = 194$  nm et  $\varepsilon = 188$   $\mu$ eV pour  $V = -10$  mV.

où  $\phi(\rho)$  est la fonction d'onde associée à l'énergie  $E$ . L'hamiltonien  $\hat{\mathcal{H}}$  d'un électron unique piégé dans une double boîte quantique est simplement donné par

$$\mathcal{H} = T + V(\rho) = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(\rho), \quad (1.42)$$

où  $T$  est l'énergie cinétique et  $\nabla^2$  est l'opérateur laplacien. Puisque le potentiel de l'équation (1.40) peut être écrit comme  $V(\rho) = V(Y) + V(Z)$ , il est possible de résoudre deux équations de Schrödinger à une dimension où la fonction d'onde bidimensionnelle  $\phi(\rho)$  est simplement donnée par le produit des fonctions d'onde unidimensionnelles  $\varphi(Y)\psi(Z)$ . Pour l'équation de Schrödinger en  $Z$ , on a ainsi

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dZ^2} + V(Z) \right) \psi(Z) = E\psi(Z), \quad (1.43)$$

où  $V(Z)$  est le potentiel quartique de l'équation (1.39).

### Résolution numérique

Afin de résoudre l'équation (1.43), une méthode de résolution numérique décrite à la référence [102] est utilisée. La fonction d'onde  $\psi(Z)$  est calculée à différents points

$Z_i = \{Z_1, Z_2, \dots, Z_N\}$  du domaine selon

$$\psi(Z_{i+1}) = \left[ \frac{2m^*}{\hbar^2} (\delta Z)^2 [V(Z_i) - E] + 2 \right] \psi(Z_i) - \psi(Z_{i-1}), \quad (1.44)$$

où  $\delta Z \equiv Z_{i+1} - Z_i$ . Une barrière de potentiel infini est considérée aux limites  $Z_1$  et  $Z_N$  du domaine tel que  $\psi(Z_1) = 0$  et  $\psi(Z_N) = 0$ . Dans le cas présent, on considère  $Z_1 = -3a$  et  $Z_N = +3a$ , où  $2a$  est la distance entre les boîtes quantiques. L'équation (1.44) est calculée pour  $i + 1 = \{3, \dots, N\}$  à partir des conditions initiales  $\psi(Z_1) \equiv 0$  et  $\psi(Z_2) \equiv 1$ <sup>1</sup>. La valeur de la fonction d'onde à  $Z_N$ ,  $\psi(Z_N)$ , est calculée en fonction de l'énergie  $E$ . Les valeurs de l'énergie  $E$  pour lesquelles la condition limite  $\psi(Z_N) = 0$  est respectée correspondent aux valeurs propres de l'hamiltonien  $\mathcal{H}$ .

Les figures 1.5 a) et b) présentent les valeurs de  $-\log(|\psi(Z_N)|^2)$  calculées à partir de l'équation (1.44) en fonction du désaccord  $\varepsilon$ . Ainsi, lorsque  $\psi(Z_N)$  croise zéro, la quantité  $-\log(|\psi(Z_N)|^2)$  diverge, ce qui permet d'identifier visuellement les énergies propres  $E(\varepsilon)$ . L'état fondamental et le premier état excité du degré de liberté orbital de la double boîte quantique sont respectivement les états symétrique  $|-\rangle$  et antisymétrique  $|+\rangle$  d'énergies  $E_{\pm}(\varepsilon)$  (Fig. 1.5 a). Comme l'indique la figure 1.5 b), cette situation n'est valide que lorsque le désaccord  $\varepsilon$  est beaucoup plus faible que l'énergie de confinement  $\hbar\omega_0$ .

Les figures 1.5 c) à e) présentent les fonctions d'onde  $\phi_-(\rho)$  de l'état fondamental  $|-\rangle$  pour différentes valeur du désaccord  $\varepsilon$ . À désaccord nul ( $\varepsilon = 0$ , figure 1.5 d), l'état fondamental correspond à l'électron délocalisé sur les deux boîtes quantiques dans une superposition symétrique des états localisés sur les boîtes de gauche et de droite,  $|L\rangle$  et  $|R\rangle$ , respectivement. Ces états localisés sont obtenus, respectivement, à un désaccord  $\varepsilon \ll -\Omega$  (Fig. 1.5 c) et  $\varepsilon \gg \Omega$  (Fig. 1.5 e).

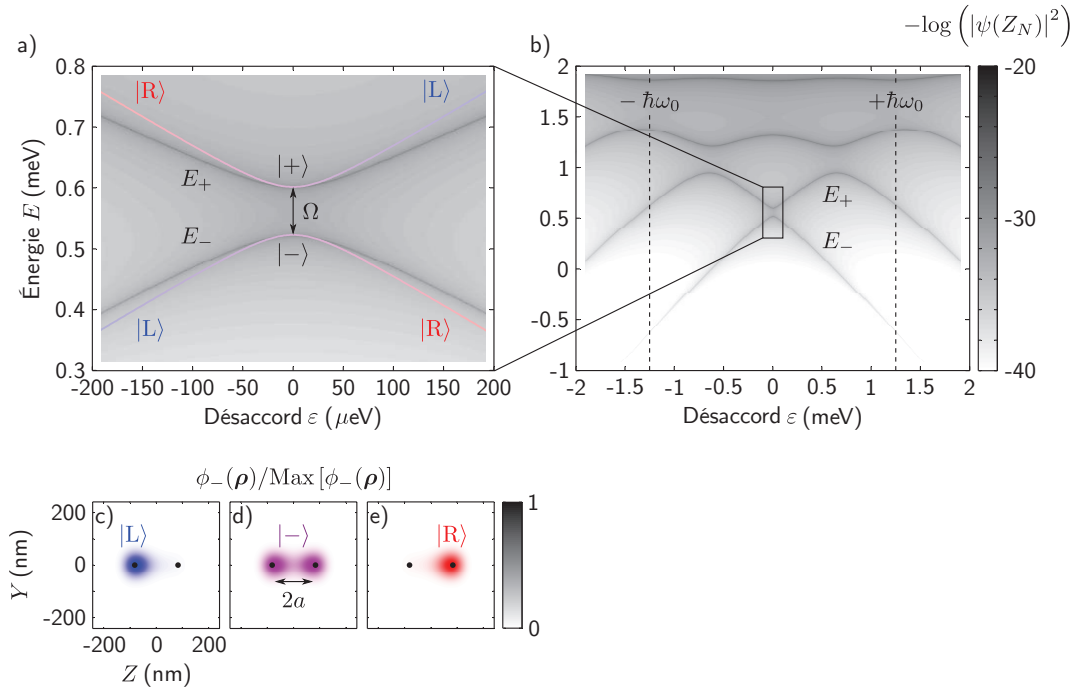
## Couplage tunnel

Le couplage tunnel  $\Omega$  entre les états localisés est défini comme

$$\Omega = E_+(\varepsilon = 0) - E_-(\varepsilon = 0). \quad (1.45)$$

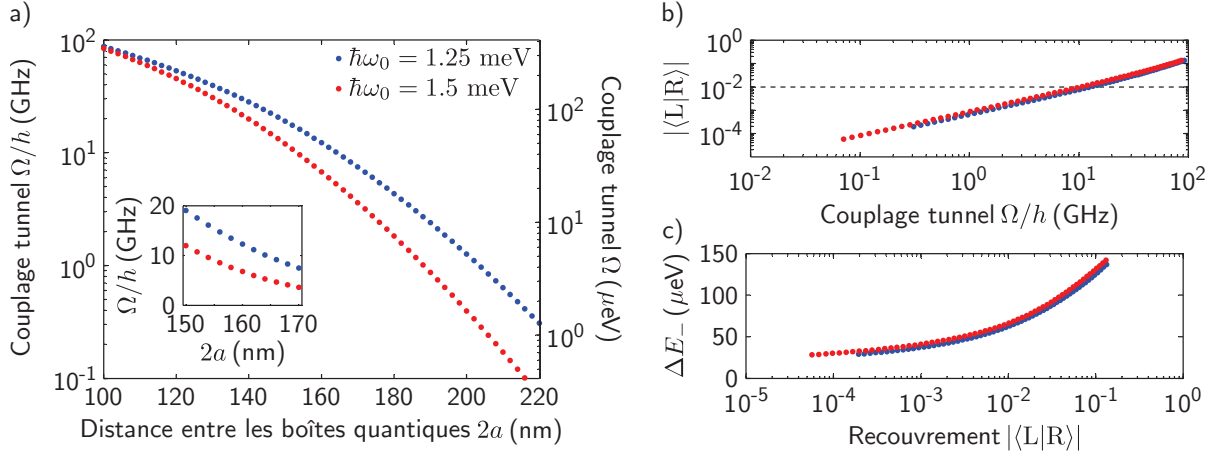
La figure 1.6 a) présente le couplage tunnel obtenu pour différentes distances  $2a$  entre les boîtes quantiques. L'augmentation quasi exponentielle du couplage tunnel par la réduction de la distance entre les boîtes permet de modifier  $\Omega$  de près de trois ordres de grandeur en

1. La valeur  $\psi(Z_2)$  est arbitrairement fixée à 1 afin d'éviter la solution triviale  $\psi(Z) = 0$ . Après avoir identifié les énergies propres, les fonctions d'onde sont normalisées selon  $1 = \delta Z \sum_{i=1}^N |\psi(Z_i)|^2 / N$ .



**FIGURE 1.5 – Niveaux d'énergie et fonction d'onde d'un électron dans une double boîte quantique.**

a) Condition frontière  $\psi(Z_N)$  calculé à partir de l'équation (1.44) en fonction du désaccord  $\varepsilon$  et de l'énergie  $E$ . La quantité  $-\log(|\psi(Z_N)|^2)$  est utilisée afin de permettre l'identification visuelle des énergies propres correspondant à  $\psi(Z_N) = 0$ . L'état fondamental  $|-\rangle$  et le premier état excité  $|+\rangle$  correspondent respectivement aux superpositions symétrique et antisymétrique des états localisés dans la boîte de gauche ( $|L\rangle$ , bleu) et de droite ( $|R\rangle$ , rouge). Le couplage tunnel  $\Omega$  correspond à la différence entre les énergies  $E_+$  et  $E_-$  à désaccord nul ( $\varepsilon = 0$ ). Les énergies propres  $E_{\pm}$  calculées à partir de l'équation (1.50) sont également présentées par des lignes pleines. b) Condition frontière  $\psi(Z_N)$  calculé à partir de l'équation (1.44) en fonction du désaccord  $\varepsilon$  et de l'énergie  $E$  sur des intervalles plus grands qu'en a), permettant de voir les niveaux d'énergie des états au-delà des états  $|\pm\rangle$ . L'encadré noir indique les intervalles de  $\varepsilon$  et  $E$  utilisés en a). c) à e) Fonctions d'onde  $\phi_-(\rho)$  de l'état fondamental  $|-\rangle$  normalisées par leur maximum pour un désaccord c)  $\varepsilon = -200 \mu\text{eV}$ , d)  $\varepsilon = 0 \mu\text{eV}$  et e)  $\varepsilon = +200 \mu\text{eV}$ , correspondant approximativement aux états  $|L\rangle$ ,  $(|L\rangle + |R\rangle)/2$  et  $|R\rangle$ , respectivement. Les points noirs indiquent les positions  $Z = \pm a$  des deux boîtes quantiques. Pour toutes ces figures,  $\hbar\omega_0 = 1.25 \text{ meV}$  et  $2a = 150 \text{ nm}$ , ce qui résulte en un couplage tunnel  $\Omega/h = 19.1 \text{ GHz}$ .



**FIGURE 1.6 – Couplage tunnel pour un potentiel quartique.**

a) Couplage tunnel  $\Omega$  en fonction de la distance  $2a$  entre les boîtes quantiques. Le couplage tunnel est déterminé à partir de l'équation (1.45) à l'aide des énergies propres  $E_{\pm}(\varepsilon)$  obtenues en résolvant numériquement l'équation (1.44) pour  $\psi(Z_N) = 0$ . b) Recouvrement  $|\langle L|R \rangle|$  entre les états localisés  $|L\rangle$  et  $|R\rangle$  en fonction du couplage tunnel  $\Omega$ . La ligne pointillée indique un recouvrement de 1%. c) Différence  $\Delta E_-$  entre l'énergie de l'état fondamental  $|-\rangle$  obtenu numériquement et l'énergie calculée à partir de l'équation (1.50) en fonction du recouvrement  $|\langle L|R \rangle|$  entre les états localisés. Pour toutes ces figures, les cercles noirs et gris correspondent aux résultats obtenus pour une énergie de confinement  $\hbar\omega_0$  de 1.25 meV et 1.5 meV, respectivement.

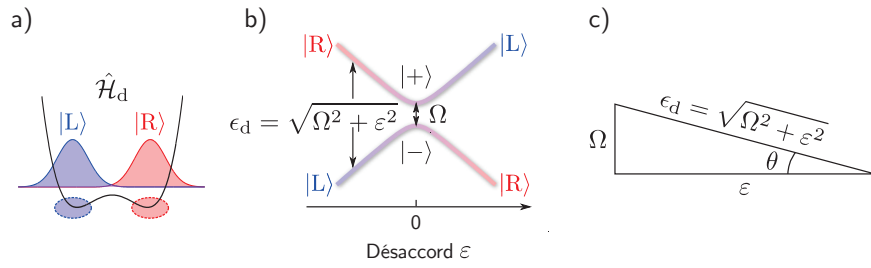
diminuant seulement de moitié la distance entre les boîtes quantiques. Plus particulièrement, un couplage tunnel  $\Omega/h$  d'environ 10 GHz est possible pour une distance entre les boîtes quantiques  $2a \approx 160$  nm.

Le recouvrement entre les états localisés  $|L\rangle$  et  $|R\rangle$  est numériquement calculé selon

$$|\langle L|R \rangle| \approx \frac{\delta Z}{N} \sum_{i=1}^N \psi_L^*(Z_i) \psi_R(Z_i), \quad (1.46)$$

où les fonctions d'onde  $\psi_{L,R}$  des états localisés sont estimées à  $\psi_-(\varepsilon = -1$  meV) et  $\psi_+(\varepsilon = +1$  meV), respectivement. La figure 1.6 b) montre que le recouvrement  $|\langle L|R \rangle|$  est approximativement proportionnel au couplage tunnel  $\Omega$ . Par exemple, pour un couplage tunnel de 10 GHz, le recouvrement est de l'ordre de 1%.





**FIGURE 1.7 – Hamiltonien en seconde quantification d’une double boîte quantique.**

a) L’hamiltonien en seconde quantification d’une double boîte quantique  $\hat{\mathcal{H}}_d$  de l’équation (1.47) est écrit dans la base des états localisés  $\{|L\rangle, |R\rangle\}$ , considérant ainsi que le recouvrement  $|\langle L|R\rangle|$  est nul. b) Schéma des niveaux d’énergies de l’état fondamental  $|-\rangle$  et de l’état excité  $|+\rangle$  de  $\hat{\mathcal{H}}_d$  en fonction du désaccord  $\epsilon$ . À désaccord nul ( $\epsilon = 0$ ), la séparation en énergie entre les niveaux est donnée par le couplage tunnel  $\Omega$ . En général, la séparation est donnée par  $\epsilon_d = \sqrt{\Omega^2 + \epsilon^2}$ . Pour  $\epsilon \ll -\Omega$  et  $\epsilon \gg \Omega$ , l’état fondamental correspond aux états localisés  $|L\rangle$  et  $|R\rangle$ , respectivement. c) Interprétation géométrique de l’angle de mélange  $\theta$  défini par  $\tan \theta = \Omega/\epsilon$ .

### Hamiltonien effectif de la double boîte quantique

L’hamiltonien du degré de liberté orbital dans le sous-espace  $\{|L\rangle, |R\rangle\}$  prend la forme

$$\hat{\mathcal{H}}_d = \frac{1}{2} (\epsilon \hat{\tau}_z + \Omega \hat{\tau}_x), \quad (1.47)$$

où  $\hat{\tau}$  sont les matrices de Pauli dans la base des états localisés  $\{|L\rangle, |R\rangle\}$ , soit

$$\hat{\tau}_z = |L\rangle\langle L| - |R\rangle\langle R|, \quad (1.48)$$

$$\hat{\tau}_x = |L\rangle\langle R| + |R\rangle\langle L|. \quad (1.49)$$

Dans ce modèle effectif à deux niveaux, on ne considère ainsi que les deux états de plus basse énergie du modèle en première quantification présenté plus haut. Cet hamiltonien décrit un qubit de charge dans sa réalisation expérimentale la plus simple [103, 104, 105].

L’hamiltonien de l’équation (1.47) peut être diagonalisé afin d’obtenir les énergies propres

$$E_{\pm} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\Omega^2 + \epsilon^2} \equiv \pm \frac{1}{2} \epsilon_d \quad (1.50)$$

et les états propres  $|d = \{+, -\}\rangle$

$$|+\rangle = +\cos\frac{\theta}{2}|L\rangle + \sin\frac{\theta}{2}|R\rangle, \quad (1.51)$$

$$|-\rangle = -\sin\frac{\theta}{2}|L\rangle + \cos\frac{\theta}{2}|R\rangle, \quad (1.52)$$

où  $\tan\theta = \Omega/\varepsilon$ . Une interprétation géométrique de l'angle de mélange  $\theta$  est présentée à la figure 1.7 c). On note que

$$\sin\theta = \frac{\Omega}{\sqrt{\Omega^2 + \varepsilon^2}}, \quad \cos\theta = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\Omega^2 + \varepsilon^2}}. \quad (1.53)$$

L'hamiltonien diagonalisé s'écrit alors comme

$$\hat{\mathcal{H}}_d = \frac{1}{2}\varepsilon_d\hat{\delta}_z, \quad (1.54)$$

où les matrices de Pauli  $\hat{\delta}$  dans la base  $\{|+\rangle, |-\rangle\}$  qui diagonalise l'hamiltonien de la double boîte quantique sont reliées aux matrices de Pauli  $\hat{\tau}$  par

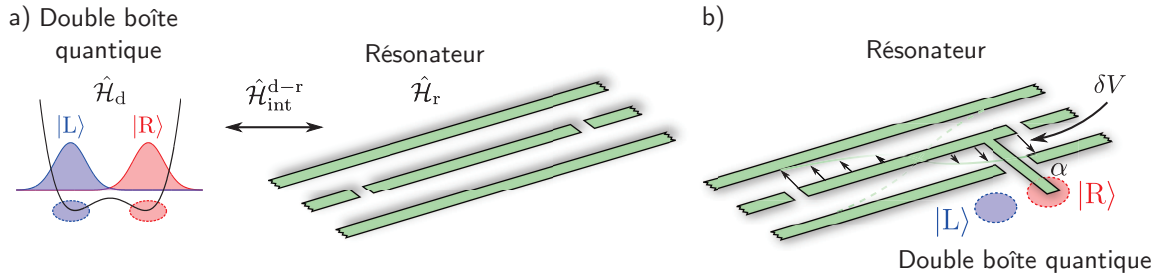
$$\hat{\delta}_z = +\cos\theta\hat{\tau}_z + \sin\theta\hat{\tau}_x, \quad (1.55)$$

$$\hat{\delta}_x = -\sin\theta\hat{\tau}_z + \cos\theta\hat{\tau}_x. \quad (1.56)$$

La figure 1.5 a) présente les énergies propres données par l'équation (1.50) pour le désaccord  $\varepsilon$  dans le potentiel quartique de l'équation (1.39) et le couplage tunnel obtenu à partir de l'équation (1.45). La figure 1.6 c) montre que la différence  $\Delta E_-$  entre les énergies propres obtenues numériquement et celle du modèle effectif est majoritairement due au recouvrement  $|\langle L|R\rangle|$  non nul entre les états localisés  $|L\rangle$  et  $|R\rangle$ . L'origine de la différence  $\Delta E_-$  finie pour  $|\langle L|R\rangle| \rightarrow 0$  est inconnue.

## 1.2.2 Couplage entre une double boîte quantique et un résonateur supraconducteur

L'hamiltonien effectif décrivant le degré de liberté orbital d'un électron piégé dans une double boîte quantique a été obtenu précédemment. Le couplage dipolaire électrique entre le degré de liberté orbital de la double boîte quantique et les photons micro-ondes d'un résonateur supraconducteur de type coplanaire est considéré ici, comme l'illustre la figure 1.8 a).



**FIGURE 1.8 – Couplage dipolaire électrique entre une double boîte quantique et un résonateur.** a) Une double boîte quantique, décrite par l'hamiltonien  $\hat{\mathcal{H}}_d$  de l'équation (1.47), est couplée à un résonateur supraconducteur, décrit par l'hamiltonien  $\hat{\mathcal{H}}_r$  de l'équation (1.1), par une interaction dipolaire électrique, décrite par l'hamiltonien  $\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}^{d-r}$  de l'équation (1.58). b) Une grille électrostatique affectant la boîte quantique de droite et possédant un bras de levier  $\alpha$  est connectée au conducteur central du résonateur à un ventre du champ électrique. L'amplitude  $\delta V$  des fluctuations du vide de la tension du résonateur, schématisée par les flèches noires, applique un désaccord effectif sur la double boîte quantique, résultant en un couplage dipolaire électrique.

### Hamiltonien de l'interaction

Afin de coupler la charge de la double boîte quantique au résonateur, le conducteur central du résonateur est connecté à une grille électrostatique affectant davantage une des boîtes quantiques. Sans perte de généralité, on considère ici que la boîte quantique de droite est couplée au résonateur. Le champ électrique micro-ondes  $\hat{V}_1 = \delta V(\hat{a}^\dagger + \hat{a})$  du résonateur crée un désaccord effectif  $\hat{\varepsilon}$  dans la double boîte quantique donné par

$$\hat{\varepsilon} = e\alpha\delta V (\hat{a}^\dagger + \hat{a}), \quad (1.57)$$

où  $\delta V$  est l'amplitude des fluctuations de tensions du vide du résonateur et  $\alpha$ , le bras de levier de la grille électrostatique connectée au conducteur central [106, 107]. L'hamiltonien du couplage dipolaire électrique entre la double boîte quantique et le résonateur est alors donné par [106, 107]

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}^{d-r} = \hat{\varepsilon}|\text{R}\rangle\langle\text{R}| = \hbar g_{d-r} (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) (1 - \hat{\tau}_z), \quad (1.58)$$

avec  $|\text{R}\rangle\langle\text{R}| = (1 - \hat{\tau}_z)/2$  selon l'équation (1.49). Le coefficient du couplage  $g_{d-r}$  est alors donné par

$$\hbar g_{d-r} = \frac{1}{2} e\alpha\delta V. \quad (1.59)$$

Dans la base  $|d = \{+, -\}\rangle$  diagonalisant l'hamiltonien de la double boîte quantique,

l'hamiltonien de l'équation (1.58) devient

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}^{\text{d-r}}/\hbar = g_{\text{d-r}} (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) \left( 1 - \cos \theta \hat{\delta}_z + \sin \theta \hat{\delta}_x \right). \quad (1.60)$$

Dans l'approximation séculaire, le couplage dipolaire électrique résulte ainsi en un couplage transverse entre le résonateur et le degré de liberté orbital de la double boîte quantique. Lorsque l'électron est délocalisé dans les deux boîtes quantiques ( $\varepsilon = 0$ ), l'angle de mélange  $\theta = \pi/2$  et le couplage transverse est maximal. Le couplage dipolaire électrique peut alors être contrôlé électriquement à l'aide du désaccord  $\varepsilon$  et du couplage tunnel  $\Omega$ .

### Coefficient de couplage

L'amplitude  $\delta V$  des fluctuations du vide de la tension du mode fondamental d'un résonateur supraconducteur de type coplanaire de fréquence angulaire  $\omega_r$  et d'impédance  $Z_0$  est donnée par

$$\delta V = \hbar \omega_r \sqrt{2Z_0/\hbar}. \quad (1.61)$$

Par exemple, avec un bras de levier  $\alpha \approx 0.2$ , un résonateur d'impédance  $Z_0 = 50 \Omega$  et fréquence  $\omega_r/2\pi = 6 \text{ GHz}$ , un couplage  $g_{\text{d-r}}/2\pi = 38 \text{ MHz}$  est attendu. Un tel coefficient de couplage a été observé expérimentalement dans plusieurs expériences, et ce, dans différentes architectures de double boîtes quantiques depuis 2012 [107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114].

En raison du taux de déphasage élevé du degré de liberté de charge, le régime de couplage fort n'a été atteint que très récemment et ce en utilisant deux stratégies différentes [115, 116]. Dans une première expérience, une largeur de raie  $\gamma_d/2\pi = 2.6 \text{ MHz}$  du degré de liberté orbital dans une double boîte quantique en silicium a permis d'atteindre le régime de couplage fort avec un coefficient de couplage  $g_{\text{d-r}}/2\pi = 6.7 \text{ MHz}$  [115]. L'origine de cette très faible largeur de raie pour un qubit de charge est inconnue. Dans une seconde expérience, une impédance du résonateur plus élevée a été utilisée ( $Z_0 = 1.8 \text{ k}\Omega$ , par rapport au  $50 \Omega$  habituellement utilisée) afin d'augmenter l'amplitude  $\delta V$  des fluctuations du vide de la tension par un facteur  $\sqrt{Z_0}$  (équation (1.61)). Un couplage fort entre ce résonateur et le degré de charge d'une double boîte quantique en GaAs a alors été observé [116] ( $g_{\text{d-r}}/2\pi = 155 \text{ MHz}$  avec  $\gamma_d/2\pi = 40 \text{ MHz}$ ).

Par ailleurs, comme discuté précédemment, bien que le régime de couplage fort entre le degré de liberté de charge d'une double boîte quantique et un résonateur est une réalisation

importante, un tel couplage n'est pas nécessaire afin d'obtenir un couplage fort entre un spin unique et un résonateur.

### 1.2.3 Couplage spin-charge dans une double boîte quantique

Afin d'obtenir un couplage entre les degrés de liberté de charge et de spin d'un électron unique dans une double boîte quantique, on considère la présence d'un champ magnétique inhomogène statique. Comme il est discuté à la prochaine section, un tel champ magnétique peut être généré par un aimant de taille micrométrique près de la double boîte quantique.

#### Hamiltonien de l'interaction

On considère un spin  $S = 1/2$  libre dans un champ magnétique inhomogène  $\mathbf{B}(\boldsymbol{\rho})$  décrit par l'hamiltonien Zeeman

$$\hat{\mathcal{H}}'_s = \frac{1}{2} g^* \mu_B \mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}) \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}, \quad (1.62)$$

où  $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = 2\hat{\mathbf{S}}$  sont les matrices de Pauli dans la base  $|s\rangle = \{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$ . On réécrit le champ magnétique inhomogène comme

$$\mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}) = \mathbb{I} \mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}) \mathbb{I} = \mathbf{B}_L |L\rangle\langle L| + \mathbf{B}_R |R\rangle\langle R|, \quad (1.63)$$

où  $\mathbb{I} = |L\rangle\langle L| + |R\rangle\langle R|$  est l'identité dans la base localisée  $\{|L\rangle, |R\rangle\}$  et

$$\mathbf{B}_{L,R} \equiv \langle L, R | \mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}) | L, R \rangle = \int d\boldsymbol{\rho} |\phi_{L,R}(\boldsymbol{\rho})|^2 \mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}), \quad (1.64)$$

où  $\phi_{L,R}(\boldsymbol{\rho}) = \langle \boldsymbol{\rho} | L, R \rangle$  est la fonction d'onde de l'état fondamental du degré de liberté de charge localisé dans les boîtes quantiques de gauche et de droite, respectivement. L'hamiltonien de l'équation (1.62) se réécrit alors comme

$$\hat{\mathcal{H}}'_s = \frac{1}{2} g^* \mu_B (\mathbf{B}_L |L\rangle\langle L| + \mathbf{B}_R |R\rangle\langle R|) \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}. \quad (1.65)$$

On définit ensuite le champs magnétique moyen et la différence de champ magnétique selon

$$\mathbf{B} \equiv (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_R) / 2, \quad \Delta \mathbf{B} \equiv \mathbf{B}_L - \mathbf{B}_R, \quad (1.66)$$

ce qui permet de réécrire l'hamiltonien précédent comme

$$\hat{\mathcal{H}}'_s = \frac{1}{2}g^*\mu_B \left( \left[ \mathbf{B} + \frac{\Delta\mathbf{B}}{2} \right] |L\rangle\langle L| + \left[ \mathbf{B} - \frac{\Delta\mathbf{B}}{2} \right] |R\rangle\langle R| \right) \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}, \quad (1.67)$$

$$= \frac{1}{2}g^*\mu_B \left( \mathbf{B} (|L\rangle\langle L| + |R\rangle\langle R|) + \frac{1}{2}\Delta\mathbf{B} (|L\rangle\langle L| - |R\rangle\langle R|) \right) \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}, \quad (1.68)$$

$$= \frac{1}{2}g^*\mu_B B \hat{\sigma}_z + \frac{1}{4}g^*\mu_B \Delta\mathbf{B} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}} \hat{\tau}_z, \quad (1.69)$$

où l'axe  $z$  définit l'axe de quantification du spin avec  $\mathbf{B} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}} \equiv B \hat{\sigma}_z$ . Ainsi, le système de coordonnées  $[x, y, z]$  est défini tel que  $z$  est l'axe de quantification du spin à  $\varepsilon = 0$ , c'est-à-dire lorsque le champ magnétique ressenti par l'électron correspond au champ moyen  $\mathbf{B}$ . Il est important de noter qu'en général le système de coordonnées  $[X, Y, Z]$  du dispositif introduit précédemment et le système de coordonnées  $[x, y, z]$ , défini par l'axe de quantification du spin, peuvent différer en présence d'un champ magnétique local. Le premier terme de l'équation précédente décrit l'effet Zeeman d'un spin 1/2 libre selon l'hamiltonien

$$\hat{\mathcal{H}}_s = \frac{1}{2}g^*\mu_B B \hat{\sigma}_z = \frac{1}{2}\hbar\omega_s \hat{\sigma}_z, \quad (1.70)$$

où  $\omega_s \equiv g^*\mu_B B/\hbar$  est la fréquence angulaire de Larmor. Le deuxième terme, donné par

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}^{\text{d-s}} = \frac{1}{4}g^*\mu_B \Delta\mathbf{B} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}} \hat{\tau}_z, \quad (1.71)$$

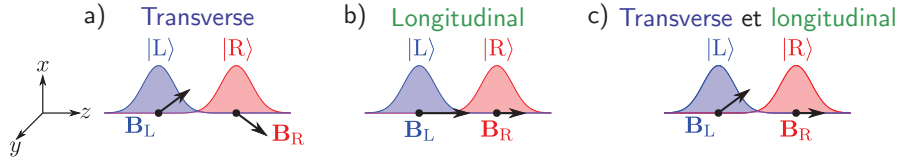
décrit le couplage entre les degrés de liberté de spin et charge de l'électron unique dans la double boîte quantique.

### Couplage transverse et longitudinal

Sans perte de généralité, on considère que le champ magnétique  $\mathbf{B}(\boldsymbol{\rho})$  se trouve dans le plan  $x - z$  de façon à réécrire l'hamiltonien de l'équation (1.71) sous la forme

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}^{\text{d-s}} = \frac{1}{4}g^*\mu_B (\Delta B^x \hat{\sigma}_x + \Delta B^z \hat{\sigma}_z) \hat{\tau}_z. \quad (1.72)$$

Le couplage entre le spin et la charge peut ainsi être transverse ( $\hat{\sigma}_x$ ) ou longitudinal ( $\hat{\sigma}_z$ ) selon la configuration des différences de champs magnétiques transverse ( $\Delta B^x$ ) et longitudinal ( $\Delta B^z$ ). Les figures 1.9 a) à c) illustrent la direction du champ magnétique effectif pour les états localisés  $|L\rangle$  et  $|R\rangle$  pour une différence de champ magnétique transverse et longitudinale, ainsi qu'un exemple de configuration où des différences de champ magnétique transverse et longitudinale sont présentes. On définit alors les coefficients de couplage



**FIGURE 1.9 – Configurations des différences de champs magnétiques pour le couplage spin-charge.**

Configurations des différences de champ magnétique  $\Delta\mathbf{B} \equiv \mathbf{B}_L - \mathbf{B}_R$  pour le couplage spin-charge. La différence de champ magnétique peut être a) transverse, b) longitudinale ou c) transverse et longitudinale. Le système de coordonnées  $[x, y, z]$  est défini tel que  $z$  est l'axe de quantification du spin à  $\varepsilon = 0$  et  $\Delta\mathbf{B}$  est dans le plan  $x - z$ .

spin-charge transverse et longitudinal selon

$$\hbar g_{d-s}^x \equiv \frac{1}{4} g^* \mu_B \Delta B^x, \quad \hbar g_{d-s}^z \equiv \frac{1}{4} g^* \mu_B \Delta B^z. \quad (1.73)$$

L'hamiltonien précédent devient alors

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}^{d-s} / \hbar = (g_{d-s}^x \hat{\sigma}_x + g_{d-s}^z \hat{\sigma}_z) \hat{\tau}_z. \quad (1.74)$$

La section 1.3 présente en détail la simulation des différences de champs magnétiques  $\Delta B^x$  et  $\Delta B^z$  créés par des micro-aimants fabriqués près d'une double boîte quantique.

Dans la base  $\{|+\rangle, |-\rangle\}$  diagonalisant l'hamiltonien de la double boîte quantique, l'hamiltonien de l'équation (1.74) devient

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}^{d-s} / \hbar = (g_{d-s}^x \hat{\sigma}_x + g_{d-s}^z \hat{\sigma}_z) (\cos \theta \hat{\delta}_z - \sin \theta \hat{\delta}_x). \quad (1.75)$$

Ainsi, tout comme le couplage dipolaire électrique, le couplage spin-charge peut être contrôlé électriquement à l'aide du désaccord  $\varepsilon$  et du couplage tunnel  $\Omega$ .

### Coefficients des couplages

Selon l'équation (1.73), les coefficients des couplages transverse et longitudinal entre les degrés de liberté orbital et de spin de l'électron sont proportionnels au facteur de Landé  $g^*$  et aux différences de champ magnétique  $\Delta B^{x,y}$ . La section 1.3 porte sur l'estimation des valeurs de  $\Delta B^{x,y}$  pour deux architectures particulières de micro-aimants permettant de réaliser un champ magnétique inhomogène  $\mathbf{B}(\rho)$ . En prenant les valeurs réalistes  $\Delta B^{x,y} = 0.18$  T obtenues à la section 1.3 et  $g^* = 0.44$  pour le GaAs, on obtient  $g_{d-s}^{x,z} / 2\pi = 277$  MHz, soit

une valeur beaucoup plus élevée que le couplage dipolaire électrique  $g_{d-r}/2\pi = 38$  MHz estimée précédemment.

### 1.2.4 Couplage spin-résonateur effectif

Les deux sous-sections précédentes ont permis de présenter le couplage dipolaire électrique entre le degré de liberté orbital d'un électron dans une double boîte quantique et un résonateur supraconducteur, ainsi que le couplage entre les degrés de libertés orbital et de spin de l'électron du à la présence d'un champ magnétique inhomogène. Ici, ces deux couplages sont combinés afin d'obtenir un couplage effectif entre le spin de l'électron et un résonateur [95, 96].

#### Hamiltonien total

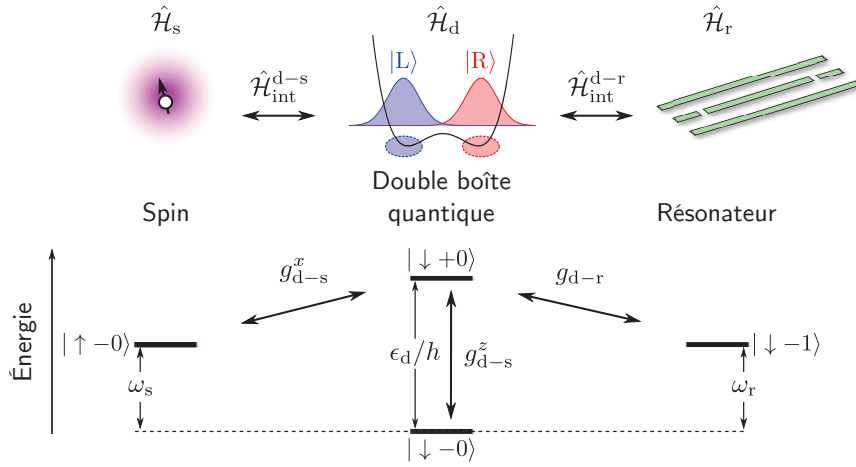
À partir des résultats précédents, l'hamiltonien total du système hybride composé d'une double boîte quantique couplée à un résonateur supraconducteur et au spin de l'électron par un champ magnétique inhomogène est donné, dans la base des états localisés, par

$$\begin{aligned}\hat{\mathcal{H}} &= \hat{\mathcal{H}}_s + \hat{\mathcal{H}}_d + \hat{\mathcal{H}}_r + \hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}^{d-s} + \hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}^{d-r}, \\ &= \frac{1}{2}\hbar\omega_s\hat{\sigma}_z + \frac{1}{2}(\varepsilon\hat{\tau}_z + \Omega\hat{\tau}_x) + \hbar\omega_r\hat{a}^\dagger\hat{a} \\ &\quad + \hbar(g_{d-s}^z\hat{\sigma}_z + g_{d-s}^x\hat{\sigma}_x)\hat{\tau}_z + \hbar g_{d-r}(\hat{a}^\dagger + \hat{a})(1 - \hat{\tau}_z).\end{aligned}\tag{1.76}$$

Comme il discuté plus haut, le degré de liberté orbital de l'électron de la double boîte quantique se couple aux fluctuations de tension du résonateur ainsi qu'au spin de l'électron. Les fluctuations de tension du résonateur affectent ainsi le spin via le degré de liberté orbital, résultant en un couplage effectif entre le spin et le résonateur.

L'état du système total peut être décrit dans la base  $|sdn\rangle$ , où  $|s = \{\uparrow, \downarrow\}\rangle$  sont les états du spin,  $|d = \{+, -\}\rangle$  sont les états propres du degré de liberté orbital et  $|n = \{0, 1, 2, \dots\}\rangle$  sont les états de Fock du résonateur. La figure 1.10 présente un schéma des quatre états du sous-espace  $\{|sdn\rangle\}$  composé de l'état fondamental  $|\downarrow -0\rangle$  et des états excités correspondant à une excitation unique du spin ( $|\uparrow -0\rangle$ ), de la double boîte quantique ( $|\downarrow +0\rangle$ ) et du résonateur ( $|\downarrow -1\rangle$ ). Le couplage dipolaire électrique, décrit par l'hamiltonien  $\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}^{d-r}$  de l'équation (1.58), lie les états  $|\downarrow +0\rangle$  et  $|\downarrow -1\rangle$  par l'échange d'une excitation entre le





**FIGURE 1.10 – Schéma des interactions entre le spin, la double boîte quantique et le résonateur.** Le diagramme d'énergie des quatre états du sous-espace  $\{|s d n\rangle\}$  composé de l'état fondamental  $|\downarrow -0\rangle$  et des états excités correspondant à une excitation unique du spin ( $|\uparrow -0\rangle$ ), de la double boîte quantique ( $|\downarrow +0\rangle$ ) et du résonateur ( $|\downarrow -1\rangle$ ) est représenté.

degré de liberté orbital de la double boîte quantique et le résonateur. Les couplages spin-charge transverse et longitudinal, décrits par l'hamiltonien  $\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}^{\text{d-s}}$  de l'équation (1.74), lient, respectivement, les états  $|\downarrow +0\rangle$  et  $|\uparrow -0\rangle$  et les états  $|\downarrow +0\rangle$  et  $|\downarrow -0\rangle$ . Ainsi, alors que le couplage spin-charge transverse décrit l'échange d'une excitation entre le degré de liberté orbital de la double boîte quantique et le spin, le couplage spin-charge longitudinal décrit l'excitation du degré de liberté orbital de la double boîte quantique selon l'état  $|s = \{\uparrow, \downarrow\}$  du spin.

### Hamiltonien effectif

Dans la base diagonalisant l'hamiltonien du degré de liberté orbital  $\hat{\mathcal{H}}_d$ , l'hamiltonien complet du système s'écrit comme

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_0 + \hat{\mathcal{V}}, \quad (1.77)$$

où  $\hat{\mathcal{H}}_0$  et  $\hat{\mathcal{V}}$  sont respectivement la partie diagonale et hors-diagonale de l'hamiltonien total. Selon les résultats précédents, les parties diagonale et hors-diagonale sont données par

$$\hat{\mathcal{H}}_0 = \frac{1}{2}g^*\mu_B B \hat{\sigma}_z + \frac{1}{2}\epsilon_d \hat{\delta}_z + \hbar\omega_r \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar g_{d-s}^z \cos \theta \hat{\sigma}_z \hat{\delta}_z, \quad (1.78)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{V}} = & -\hbar g_{d-s}^z \sin \theta \hat{\sigma}_z \hat{\delta}_x + \hbar g_{d-s}^x \hat{\sigma}_x \left( \cos \theta \hat{\delta}_z - \sin \theta \hat{\delta}_x \right) \\ & + \hbar g_{d-r} \left( 1 - \cos \theta \hat{\delta}_z + \sin \theta \hat{\delta}_x \right) (\hat{a}^\dagger + \hat{a}). \end{aligned} \quad (1.79)$$

Une transformation de Schrieffer-Wolff  $e^{\hat{S}} \hat{\mathcal{H}} e^{-\hat{S}}$  est appliquée sur l'hamiltonien total  $\hat{\mathcal{H}}$  de l'équation (1.77) afin d'éliminer les termes hors-diagonaux  $\hat{\mathcal{V}}$  à l'ordre dominant, où  $\hat{S}$  est l'opérateur anti-unitaire donné à la référence [45]. Comme l'illustre la figure 1.10, on considère que l'énergie  $\epsilon_d$  du degré de liberté orbital est plus élevée que l'énergie Zeeman  $\hbar\omega_s$  du spin et que l'énergie  $\hbar\omega_r$  d'un photon dans le résonateur. L'hamiltonien résultant de la transformation de Schrieffer-Wolff est ainsi projeté sur le sous-espace où le degré de liberté orbital habillé par les interactions est dans l'état fondamental, soit le sous-espace  $\{|s-n\rangle'\} = \{e^{-\hat{S}}|s-n\rangle\}$ . En négligeant des termes proportionnels à l'identité et des termes contre-rotatifs à l'aide de l'approximation séculaire, l'hamiltonien effectif de l'interaction spin-résonateur est donné par

$$\boxed{\hat{\mathcal{H}}_{s-r}/\hbar = \frac{1}{2}\omega'_s \hat{\sigma}_z + \omega'_r \hat{a}^\dagger \hat{a} + g_{s-r}^x (\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}^- + \hat{a} \hat{\sigma}^+) + g_{s-r}^z (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) \hat{\sigma}_z,} \quad (1.80)$$

où  $\omega'_s = \omega_s + \chi_s - \chi'_s$  et  $\omega'_r = \omega_r - \chi_r$  sont respectivement les fréquences angulaires du spin et du résonateur renormalisées par les décalages  $\chi_s$ ,  $\chi'_s$  et  $\chi_r$  donnés à la référence [45]. Les termes d'ordres supérieurs de l'hamiltonien de l'équation (1.80) peuvent être négligés si

$$|4\hbar g_{d-s}^z| \ll \epsilon_d, \quad |4\hbar g_{d-s}^x| \ll |\epsilon_d \pm \hbar\omega_s|, \quad |2\hbar g_{d-r}| \ll |\epsilon_d \pm \hbar\omega_r|. \quad (1.81)$$

### Couplages transverse et longitudinal entre le spin et le résonateur

L'hamiltonien effectif de l'équation (1.80) possède un couplage spin-résonateur transverse  $\propto (\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}^- + \hat{a} \hat{\sigma}^+)$  qui permet le transfert d'une excitation entre le spin et un photon micro-ondes. En plus du couplage transverse, un couplage spin-résonateur longitudinal  $\propto (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) \hat{\sigma}_z$  est aussi présent. Malgré que le couplage longitudinal disparaisse sous l'approximation séculaire, ce couplage peut être réactivé par la modulation paramétrique du coefficient du couplage longitudinal [117]. La section 1.4 présente une application potentielle du couplage longitudinal pour la lecture non destructive de l'état d'un spin

unique.

Les coefficients des couplages transverse et longitudinal sont respectivement donnés par

$$\hbar g_{s-r}^x = \hbar^2 g_{d-r} g_{d-s}^x \frac{\Omega^2}{\epsilon_d} \left( \frac{1}{\epsilon_d^2 - (\hbar\omega_s)^2} + \frac{1}{\epsilon_d^2 - (\hbar\omega_r)^2} \right), \quad (1.82)$$

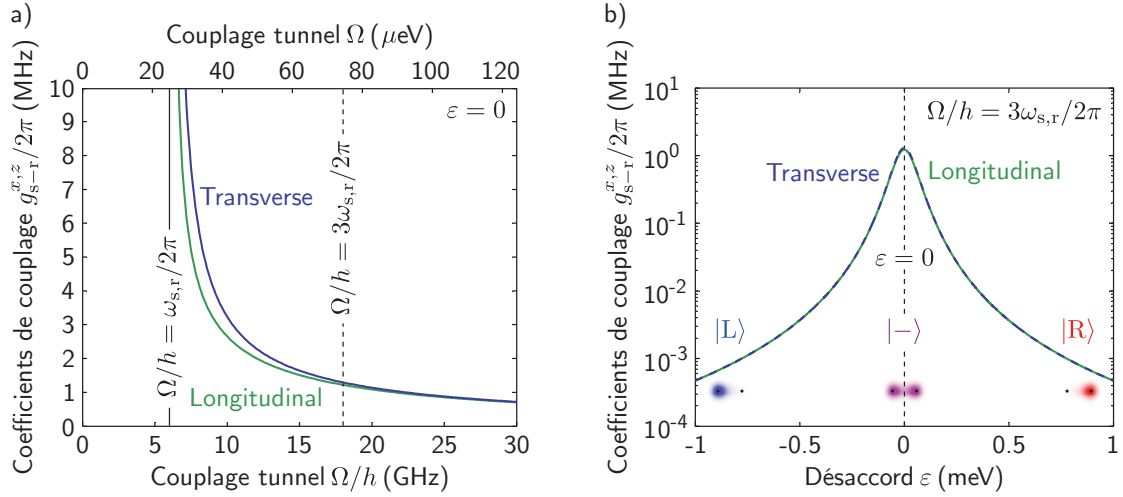
$$\hbar g_{s-r}^z = \hbar^2 g_{d-r} g_{d-s}^z \frac{\Omega^2}{\epsilon_d} \left( \frac{1}{\epsilon_d^2} + \frac{1}{\epsilon_d^2 - (\hbar\omega_r)^2} \right). \quad (1.83)$$

Contrairement au coefficient de couplage transverse, le coefficient de couplage longitudinal ne dépend pas directement de la fréquence angulaire  $\omega_s$  du spin. Ainsi, le couplage longitudinal ne dépend pas du désaccord en énergie entre le spin et le degré de liberté de charge, offrant ainsi une flexibilité pour le champ magnétique  $B$  qui définit la fréquence angulaire  $\omega_s = g^* \mu_B B / \hbar$  du spin. Cette particularité du couplage longitudinal est discuté à la section 1.4 pour la lecture longitudinale du spin.

### Contrôle électrique des couplages spin-résonateur

Les coefficients des couplages transverse et longitudinal dépendent tous deux de l'énergie  $\epsilon_d = \sqrt{\Omega^2 + \varepsilon^2}$  du degré de liberté orbital de la double boîte quantique. Puisque le couplage tunnel  $\Omega$  et le désaccord  $\varepsilon$  peuvent être contrôlés par les tensions appliquées sur les grilles électrostatiques de la double boîte quantique, les coefficients des couplages peuvent être contrôlés électriquement. Notamment, les couplages spin-résonateur sont maximaux lorsque l'électron est délocalisé sur les deux boîtes quantiques à  $\varepsilon = 0$ . De plus, on considère le cas où  $\Omega > \hbar\omega_{s,r}$  afin que l'énergie  $\epsilon_d$  d'une excitation de la charge de la double boîte quantique soit plus grande que  $\hbar\omega_{s,r}$  pour toutes valeurs du désaccord  $\varepsilon$ .

La figure 1.11 a) présente les coefficients des couplages transverse et longitudinal en fonction du couplage tunnel  $\Omega$  à désaccord nul ( $\varepsilon = 0$ ) pour  $\omega_s = \omega_r$ , c'est-à-dire pour une configuration où le spin est en résonance avec le résonateur. Lorsque les trois sous-systèmes sont en résonance à  $\Omega = \hbar\omega_{s,r}$ , les coefficients des couplage divergent puisque, selon l'équation (1.81), le modèle effectif n'est pas valide dans ce régime. Avec les paramètres réalistes mentionnés précédemment, un coefficient de couplage transverse et longitudinal de quelques MHz est possible. Par exemple, pour  $\Omega/h = 3\omega_{s,r}/2\pi = 18$  GHz, valeur pour laquelle les conditions de l'équation (1.81) sont largement respectées, on obtient  $g_{s-r}^x/2\pi = 1.29$  MHz et  $g_{s-r}^z/2\pi = 1.22$  MHz pour les coefficients des couplages transverse et longitudinal, respectivement.



**FIGURE 1.11 – Coefficients des couplages spin-résonateur.**

a) Coefficients des couplages spin-résonateur transverse ( $g_{s-r}^x/2\pi$ , ligne bleue) et longitudinal ( $g_{s-r}^z/2\pi$ , ligne verte) en fonction du couplage tunnel  $\Omega$  de la double boîte quantique pour un désaccord  $\varepsilon = 0$ . Pour la configuration où les trois sous-systèmes sont en résonance à  $\Omega/h = \omega_{s,r}/2\pi$  (ligne pleine verticale noire), les coefficients des couplage calculés à l'aide des équations (1.82) et (1.83) divergent. Pour un couplage tunnel  $\Omega/h = 3\omega_{s,r}/2\pi = 18$  GHz (ligne pointillée verticale noire), les coefficients des couplage transverse et longitudinal sont, respectivement,  $g_{s-r}^x/2\pi = 1.29$  MHz et  $g_{s-r}^z/2\pi = 1.22$  MHz. b) Coefficients des couplages spin-résonateur transverse ( $g_{s-r}^x/2\pi$ , ligne pointillée bleue) et longitudinal ( $g_{s-r}^z/2\pi$ , ligne pleine verte) en fonction du désaccord  $\varepsilon$  de la double boîte quantique pour un couplage tunnel  $\Omega/h = 3\omega_{s,r}/2\pi = 18$  GHz. Les fonctions d'onde représentatives des états localisés  $|L\rangle$  et  $|R\rangle$  et de l'état délocalisé  $|-\rangle$  à  $\varepsilon = 0$  (ligne pointillée verticale noire) sont également montrées. Pour les deux figures, les fréquences de Larmor  $\omega_s/2\pi$  et du résonateur  $\omega_r/2\pi$  sont fixées à 6 GHz. Le bras de levier de la grille couplant la double boîte quantique au résonateur est fixé à  $\alpha = 0.2$ . Finalement, l'impédance du résonateur est fixée à  $Z_0 = 50 \Omega$ . Ces paramètres résultent en un coefficient de couplage dipolaire électrique entre la double boîte quantique et le résonateur  $g_{d-r}/2\pi = 37$  MHz. Les différences de champs magnétiques transverse et longitudinale sont fixées à  $\Delta B^{x,z} = 0.18$  T, résultant en des coefficients des couplages spin-charge transverse et longitudinal  $g_{d-s}^{x,z}/2\pi = 277$  MHz.

La figure 1.11 b) présente la dépendance des coefficients de couplage au désaccord  $\varepsilon$  pour une boîte quantique avec un couplage tunnel  $\Omega/h = 3\omega_{s,r}/2\pi = 18$  GHz. Comme discuté précédemment, les couplages sont maximaux à désaccord nul et diminuent lorsque le désaccord est augmenté selon  $1/\varepsilon^3$  (équations (1.82) et (1.83)). Par exemple, pour un désaccord raisonnable de  $\varepsilon = \pm 1$  meV, les coefficients des couplages transverse et longitudinal diminuent jusqu'à moins de 0.5 kHz, correspondant à un rapport on/off supérieur à  $10^3$ . Le désaccord fournit ainsi un excellent paramètre de contrôle pour allumer et éteindre les couplages, une fonctionnalité particulièrement intéressante pour le transfert d'état quantique entre un spin unique et un résonateur.

## 1.3 Micro-aimants pour les couplages spin-résonateur

---

Le mécanisme de couplage spin-résonateur effectif présenté à la section précédente est basé sur la présence d'un champ magnétique inhomogène près d'une double boîte quantique dans laquelle un électron unique est piégé. Cette section porte sur l'étude théorique détaillée du champ magnétique inhomogène créé par des aimants de taille micrométrique, nommés micro-aimants.

Une première sous-section présente les simulations magnétostatiques utilisées dans le calcul du champ magnétique inhomogène créé par deux géométries de micro-aimants pertinentes pour les couplages spin-résonateur. Une deuxième section porte sur l'évaluation du champ magnétique effectif ressenti par le spin de l'électron de la double boîte quantique. Ceci permet d'évaluer, par exemple, les composantes transverse et longitudinale de la différence de champ magnétique. Une troisième et dernière sous-section utilise ces résultats afin de calculer les coefficients des couplages transverse et longitudinal entre le spin de l'électron et les photons micro-ondes du résonateur pour un dispositif réaliste dans une hétérostructure de GaAs/AlGaAs.

### 1.3.1 Simulations magnétostatiques

### Champ magnétique inhomogène

On considère qu'un champ magnétique externe  $\mathbf{B}_0$  magnétise un micro-aimant possédant une magnétisation uniforme  $\mathbf{M}$ . Quoique de façon générale  $\mathbf{M}(\mathbf{B}_0)$ , lorsque le champ magnétique externe  $B_0 > B_0^{\text{sat}}$ , la magnétisation est maximale et parallèle au champ magnétique externe. Le champ magnétique externe de saturation,  $B_0^{\text{sat}}$  dépend, entre autres, du matériel ferromagnétique, de l'orientation du champ magnétique par rapport au micro-aimant et de la géométrie du micro-aimant. Ces sujets sont discutés au prochain chapitre. Dans cette section, on considère que le micro-aimant est magnétisé à saturation.

On considère que le champ magnétique externe  $\mathbf{B}_0$  suit l'axe  $Z$ . Le micro-aimant crée localement un champ magnétique inhomogène  $\mathbf{B}_M(\mathbf{r})$ . Le champ magnétique total dans le plan du gaz d'électrons défini par le vecteur  $\boldsymbol{\rho} = [X = 0, Y, Z]$  est ainsi donné par

$$\mathbf{B}(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_M(\boldsymbol{\rho}) \equiv B_0 \mathbf{Z} + \mathbf{B}_M(\boldsymbol{\rho}). \quad (1.84)$$

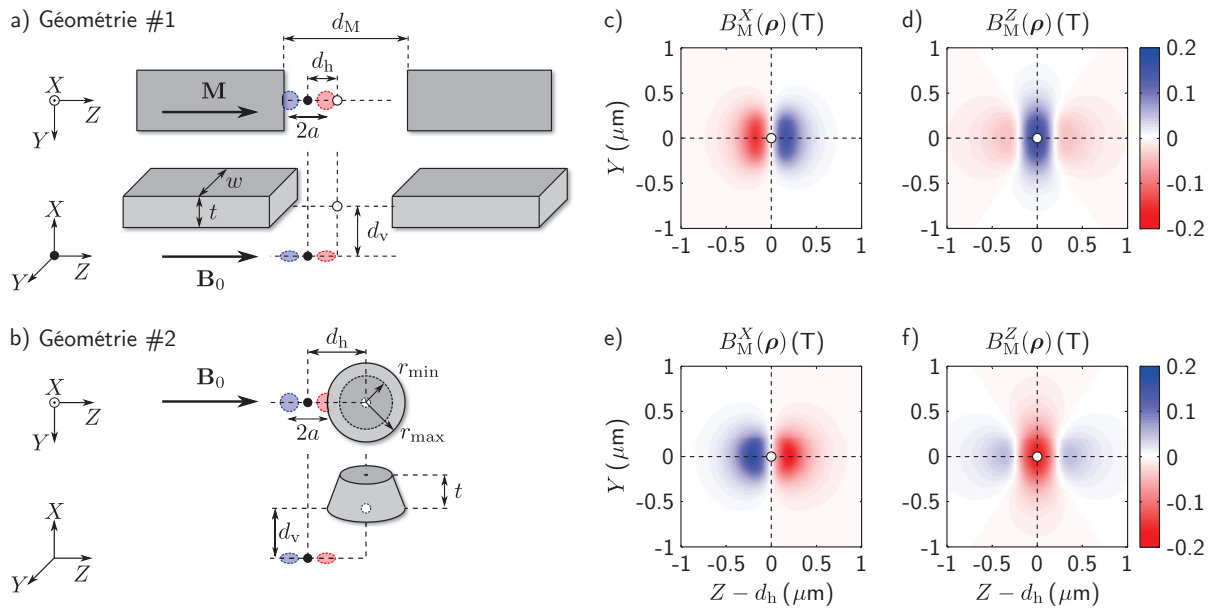
La relation entre l'axe  $Z$  du champ magnétique externe et l'axe  $z$  de quantification du spin est discuté à la prochaine sous-section.

### Géométries des micro-aimants

Les figures 1.12 a) et b) présentent deux géométries réalistes de micro-aimants permettant de créer le champ magnétique  $\mathbf{B}_M(\boldsymbol{\rho})$ . La géométrie #1 est composée de deux micro-aimants rectangulaires d'une largeur  $w$  et d'une épaisseur  $t$  à la position verticale  $X = d_v$  par rapport au gaz d'électrons. Les deux micro-aimants sont séparés d'une distance  $d_M$ . Les micro-aimants peuvent être considérés semi-infinis si leur longueur est beaucoup plus grande que la longueur caractéristique du système, soit la distance  $2a \approx 150$  nm entre les deux boîtes quantiques. Comme discuté au chapitre 2, bien que la longueur des micro-aimants n'est pas un paramètre important dans les simulations du champ magnétique inhomogène  $\mathbf{B}_M(\boldsymbol{\rho})$ , celle-ci est déterminante pour les propriétés de magnétisation  $\mathbf{M}(\mathbf{B}_0)$  de ces micro-aimants.

La géométrie #2 est composée d'un seul micro-aimant ayant la forme d'un cône tronqué avec un rayon  $r_{\text{max}}$  à la base et un rayon  $r_{\text{min}}$  au sommet. La considération  $r_{\text{max}} > r_{\text{min}}$  permet de tenir compte de la forme du micro-aimant obtenue expérimentalement lors de la fabrication [48]. Tout comme la première géométrie, le micro-aimant possède une épaisseur  $t$  et est à la position verticale  $X = d_v$ .

La géométrie #1 permet notamment d'obtenir un champ magnétique de saturation



**FIGURE 1.12 – Géométrie et champ magnétique des micro-aimants.**

a) Géométrie #1, composée de deux micro-aimants rectangulaires de largeur  $w$  et d'épaisseur  $t$  espacés d'une distance  $d_M$  selon l'axe  $Z$ . Le centre de l'espacement à la base des micro-aimants est positionné à  $[X, Y, Z] = [d_v, 0, d_h]$  (cercle blanc) par rapport au centre de la double boîte quantique à l'origine du système de coordonnées (cercle noir). b) Géométrie #2, composée d'un micro-aimant ayant la forme d'un cône tronqué avec un rayon  $r_{\max}$  à la base et un rayon  $r_{\min}$  au sommet et une épaisseur  $t$ . Le centre de la base du micro-aimant est positionné à  $[X, Y, Z] = [d_v, 0, d_h]$  (cercle blanc) par rapport au centre de la double boîte quantique à l'origine du système de coordonnées (cercle noir). Pour les deux géométries, un champ magnétique externe  $\mathbf{B}_0 = B_0\mathbf{Z}$  magnétise à saturation les micro-aimants avec une magnétisation  $\mathbf{M} = M\mathbf{Z}$ . c) à f) Composantes transverse et longitudinale au champ magnétique externe  $\mathbf{B}_0$  du champ magnétique du micro-aimant  $\mathbf{B}_M(\boldsymbol{\rho})$ ,  $B_M^X(\boldsymbol{\rho})$  et  $B_M^Z(\boldsymbol{\rho})$  respectivement, pour les deux géométries de micro-aimants présentées en a) et b). Les lignes pointillées horizontales et verticales indiquent l'origine du micro-aimant dans le plan  $\boldsymbol{\rho}$ . Pour les deux géométries,  $\mu_0 M = 1.93$  T et  $d_v = 130$  nm. Pour la géométrie #1,  $d_M = 300$  nm,  $w = 400$  nm et  $t = 150$  nm. Pour la géométrie #2,  $r_{\max} = 220$  nm,  $r_{\min} = 150$  nm et  $t = 300$  nm.

$B_0^{\text{sat}}$  plus faible que la géométrie #2 (chapitre 2). Par contre, la géométrie #2 est plus compacte. Cette propriété peut être mise à profit dans une architecture où chaque double boîte quantique possède un micro-aimant. Dans ce cas, l'ingénierie du champ magnétique inhomogène  $B_M(\rho)$  peut être effectuée individuellement pour chaque double boîte quantique.

## Simulations

La librairie de simulations magnétostatiques *Radia* est utilisée afin de calculer le champ magnétique inhomogène  $B_M(\rho)$ <sup>2</sup>. Pour ce faire, on considère une magnétisation  $\mu_0 |\mathbf{M}| \equiv \mu_0 M = 1.93$  T, correspondant à la magnétisation de micro-aimants composés d'un alliage de fer et de cobalt (FeCo) [118, 48]. De plus, on fixe  $d_v = 130$  nm, soit 30 nm au-dessus de la surface de l'hétérostructure de GaAs/AlGaAs contenant le gaz d'électrons. Cette distance supplémentaire de 30 nm permet de tenir compte de l'épaisseur des grilles électrostatiques qui définissent la double boîte quantique. Bien qu'il soit possible de tenir compte de la topographie des grilles avec  $d_v(\rho)$ , la distance verticale est considérée constante ici.

Les figures 1.12 c) et d) présentent respectivement les composantes  $B_M^X(\rho)$  et  $B_M^Z(\rho)$  du champ magnétique inhomogène pour la géométrie composée de deux micro-aimants rectangulaires (géométrie #1). Les figures 1.12 e) et f) présentent les figures correspondantes pour la géométrie composée d'un micro-aimant unique (géométrie #2). Malgré la différence significative entre les deux géométries, l'amplitude et la distribution spatiale des champs magnétiques sont très similaires. En effet, les amplitudes maximales des composantes transverse et longitudinales par rapport au champ magnétique externe atteignent respectivement 0.148 T et 0.160 T pour la géométrie #1 et 0.172 T et 0.164 T pour la géométrie #2. La différence majeure entre les deux géométries provient du signe des champs magnétiques. En effet, alors que le champ magnétique au centre de l'espacement entre les deux micro-aimants de la géométrie #1 est parallèle au champ magnétique externe, le champ magnétique sous le centre de l'aimant de la géométrie #2 est antiparallèle. Une conséquence directe de cette différence est que le champ magnétique externe et celui des micro-aimants s'additionnent (se soustraient) dans le cas de la géométrie #1 (#2). Ainsi, le champ magnétique externe  $B_0$  nécessaire pour atteindre une fréquence de Larmor  $\omega_s$  donnée est différent pour les deux géométries.

---

2. La librairie de simulation *Radia* est disponible à <http://www.esrf.eu/>.



### 1.3.2 Champ magnétique effectif

Cette sous-section porte sur l'évaluation du champ magnétique ressenti par un électron piégé dans une double boîte quantique à proximité des micro-aimants considérés à la sous-section précédente.

Le champ magnétique ressenti par un électron dans un des états propres  $|d = \{+, -\}\rangle$  du degré de liberté orbital de la double boîte quantique est donné par

$$\mathbf{B}_{\pm} = \int d\rho \mathbf{B}(\rho) |\phi_{\pm}(\rho)|^2 = B_0 \mathbf{Z} + \int d\rho \mathbf{B}_M(\rho) |\phi_{\pm}(\rho)|^2, \quad (1.85)$$

où  $\phi_{\pm}(\rho)$  sont les fonctions d'ondes du degré de liberté orbital évaluées numériquement (sous-section 1.2.1). Ainsi, le champ magnétique effectif  $\mathbf{B}_{\pm}$  dépend du couplage tunnel  $\Omega$  et du désaccord  $\varepsilon$  de la double boîte quantique par l'entremise des fonctions d'ondes  $\phi_{\pm}(\rho)$ . La suite de la sous-section se concentre sur le champ magnétique  $\mathbf{B}_-$  ressenti par un électron dans l'état fondamental  $|-\rangle$  du degré de liberté orbital.

#### Champ magnétique moyen et axe de quantification

Comme discuté à la section précédente, l'axe de quantification  $z$  du spin est défini par le champ moyen  $\mathbf{B} \equiv Bz$ . Sachant qu'à  $\varepsilon = 0$  l'état fondamental correspond à la superposition symétrique des états localisés  $|L\rangle$  et  $|R\rangle$ , le champ magnétique moyen est évalué selon

$$\mathbf{B} \equiv (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_R) / 2 = \mathbf{B}_-(\varepsilon = 0). \quad (1.86)$$

Comme l'illustre la figure 1.13 a), et considérant que les plans  $X - Z$  et  $x - z$  coïncident, l'axe de quantification  $z$  et l'axe  $Z$  du champ magnétique externe diffèrent par un angle  $\varphi_0$ , tel que

$$\tan \varphi_0 = \frac{B_-^X(\varepsilon = 0)}{B_-^Z(\varepsilon = 0)}. \quad (1.87)$$

Cet angle dépend ainsi de l'amplitude  $B_0$  du champ magnétique externe et du champ inhomogène  $\mathbf{B}_M(\rho)$ . De plus, la différence de champ magnétique  $\Delta\mathbf{B}$  est évaluée selon

$$\Delta\mathbf{B} \equiv \mathbf{B}_L - \mathbf{B}_R \approx \mathbf{B}_-(\varepsilon = -\varepsilon_{\max}) - \mathbf{B}_-(\varepsilon = +\varepsilon_{\max}), \quad (1.88)$$

où  $\varepsilon_{\max} \gg \Omega$  est la valeur maximale du désaccord  $\varepsilon$  pour laquelle les fonctions d'ondes  $\phi_{\pm}(\boldsymbol{\rho})$  sont obtenues numériquement. Le champ magnétique effectif  $\mathbf{B}_-$  permet ainsi de déterminer le champ magnétique moyen  $\mathbf{B}$  et la différence de champ magnétique  $\Delta\mathbf{B}$ .

### Composantes transverse et longitudinale du champ magnétique effectif

Comme l'illustre la figure 1.13 b), les composantes du champ effectif  $\mathbf{B}_-(\varepsilon)$  transverse et longitudinale à l'axe de quantification  $z$  sont respectivement obtenues par

$$B_-^x(\varepsilon) = |\mathbf{B}_-(\varepsilon)| \sin(\varphi(\varepsilon) - \varphi_0), \quad (1.89)$$

$$B_-^z(\varepsilon) = |\mathbf{B}_-(\varepsilon)| \cos(\varphi(\varepsilon) - \varphi_0), \quad (1.90)$$

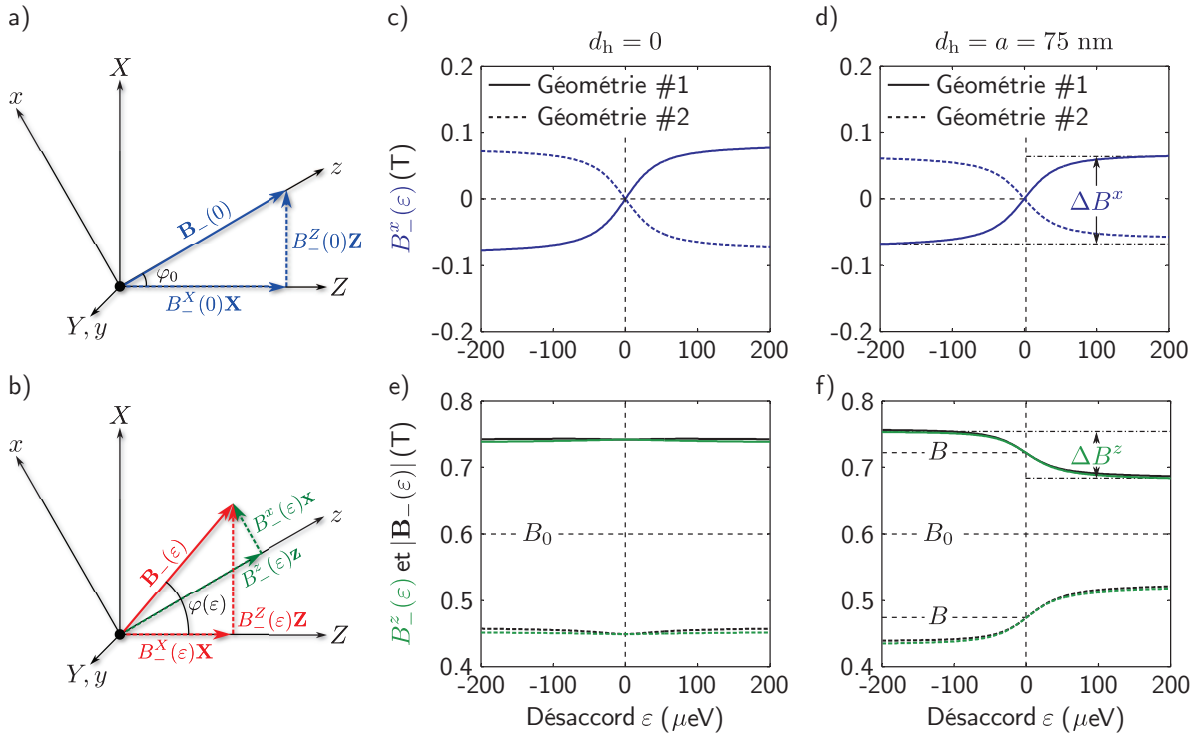
où l'angle  $\varphi(\varepsilon)$  est donné par

$$\tan \varphi(\varepsilon) = \frac{B_-^x(\varepsilon)}{B_-^z(\varepsilon)}, \quad (1.91)$$

tel que  $\varphi(\varepsilon = 0) \equiv \varphi_0$ .

Afin d'évaluer  $\mathbf{B}_-$  à l'aide de l'équation (1.85), il est nécessaire de définir la position des micro-aimants par rapport à la double boîte quantique. Comme l'illustre les figures 1.12 a) et b), cette position est décrite par la distance horizontale  $d_h$  entre le centre des deux boîtes quantiques à  $[X, Y, Z] \equiv [0, 0, 0]$  et un point de référence propre aux deux géométries de micro-aimants. Pour la géométrie #1, la position  $d_h \equiv 0$  correspond au centre de l'espace entre les deux micro-aimants. Pour la géométrie #2, la position  $d_h \equiv 0$  correspond au centre de la base du micro-aimant. Ainsi, pour les deux géométries, la configuration  $d_h = 0$  correspond à un point de symétrie naturel du système.

Les figures 1.13 c) et e) présentent respectivement les composantes du champ magnétique effectif  $\mathbf{B}_-$  transverse ( $B_-^x$ ) et longitudinale ( $B_-^z$ ) à l'axe de quantification  $z$  en fonction du désaccord  $\varepsilon$  pour les deux géométries de micro-aimants. Pour ces figures, la configuration symétrique ( $d_h = 0$ ) des micro-aimants est utilisée, ce qui résulte en une valeur nulle pour  $\Delta B^z$  par symétrie. Les figures 1.13 d) et f) présentent les mêmes quantités pour une configuration asymétrique où  $d_m = a = 75$  nm, ce qui correspond à un couplage tunnel  $\Omega/h = 19.1$  GHz (Fig. 1.6). Pour cette configuration asymétrique, les composantes transverse et longitudinale de la différence de champ magnétique sont toutes deux significatives.



**FIGURE 1.13 – Champs magnétiques effectifs créé par les micro-aimants.**

a) Rotation de l'axe de quantification  $z$  par rapport à l'axe du champ magnétique externe  $Z$  par un angle  $\varphi_0$  déterminé à l'aide des composantes transverse et longitudinale du champ magnétique effectif  $\mathbf{B}_-(\varepsilon = 0)$  d'un électron dans l'état fondamental du degré de liberté orbital à désaccord nul.

b) Les composantes transverse et longitudinale à l'axe de quantification  $z$  d'un champ magnétique effectif  $\mathbf{B}_-(\varepsilon)$  sont évaluées à l'aide de l'angle  $\varphi(\varepsilon)$  entre le champ magnétique effectif et le champ externe.

c) et d) Composante transverse  $B_-^x$  en fonction du désaccord  $\varepsilon$  pour la géométrie #1 (lignes pleines bleues) et la géométrie #2 (lignes pointillées bleues) pour une configuration c) symétrique ( $d_h = 0$ ) et d) asymétrique ( $d_h = a = 75$  nm).

e) et f) Composante longitudinale  $B_-^z$  et amplitude du champ effectif  $|\mathbf{B}_-|$  en fonction du désaccord  $\varepsilon$  pour la géométrie #1 (lignes pleines vertes et noires, respectivement) et la géométrie #2 (lignes pointillées vertes et noires, respectivement) pour une configuration e) symétrique ( $d_h = 0$ ) et f) asymétrique ( $d_h = a = 75$  nm). L'amplitude du champ moyen,  $B = |\mathbf{B}_-(\varepsilon = 0)|$ , est également indiquée en f). Pour les figures d) et f), les valeurs de  $\Delta B^{x,z}$  sont données par la différence des valeurs de  $B_-^{x,z}(\varepsilon = -\varepsilon_{\max})$  et  $B_-^{x,z}(\varepsilon = +\varepsilon_{\max})$  (lignes horizontales en trait mixte), où  $\varepsilon_{\max} = 200$   $\mu\text{eV}$ . Pour ces simulations, la distance entre les deux boîtes quantiques est fixée à  $2a = 150$  nm, ce qui correspond à un couplage tunnel  $\Omega/h = 19.1$  GHz pour une énergie de confinement  $\hbar\omega_0 = 1.25$  meV. Finalement, l'amplitude du champ magnétique externe  $B_0$  est fixée à 0.6 T.

### Fréquence de Larmor

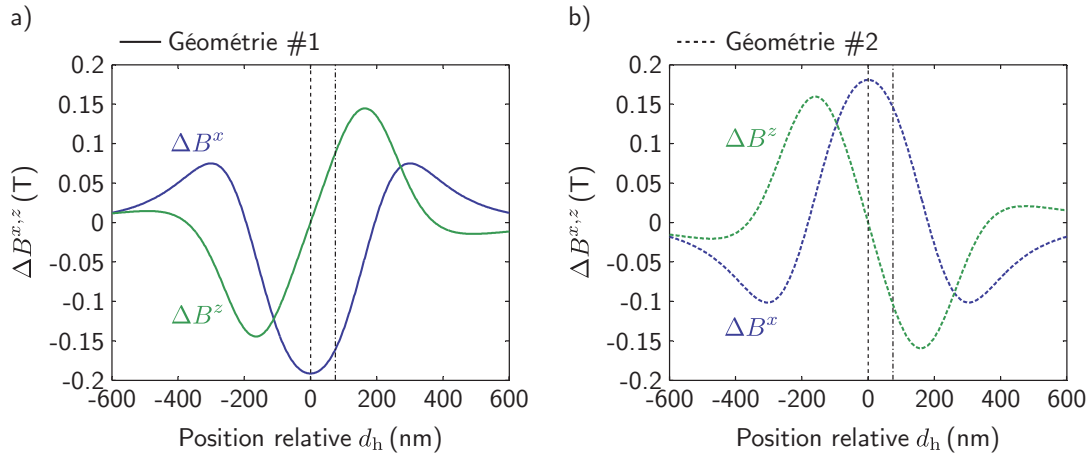
L'amplitude du champ magnétique externe est fixée à  $B_0 = 0.6$  T aux figures 1.13 c) à f). Par contre, tel que discuté plus tôt, l'amplitude  $|\mathbf{B}_-(\varepsilon)|$  du champ magnétique ressenti par l'électron est très différente pour les deux géométries. Par exemple, pour la configuration symétrique, le champ magnétique moyen  $B = |\mathbf{B}_-(\varepsilon = 0)|$  est 0.742 T et 0.449 T pour les géométries #1 et #2, respectivement. Considérant le facteur de Landé  $g^* = 0.44$  du GaAs, ceci résulte en une différence de fréquence de Larmor de 1.8 GHz entre les deux géométries pour un même champ magnétique externe.

Lorsqu'on considère une configuration symétrique et un désaccord nul, la fréquence de Larmor  $\omega_s(\varepsilon) = g^* \mu_B |\mathbf{B}_-(\varepsilon)| / \hbar$  est insensible au premier ordre aux fluctuations  $\delta\varepsilon$  du désaccord par la présence d'un extremum à  $\varepsilon = 0$ . Bien que la différence du champ magnétique longitudinal  $\Delta B^z$  soit nulle pour la configuration symétrique, il existe néanmoins une différence dans l'amplitude du champ effectif lorsque l'électron est délocalisé à  $\varepsilon = 0$  et localisé à  $|\varepsilon| \gg \Omega$ . À la figure 1.13 e), ceci résulte en une différence de fréquence de Larmor de 25 MHz et 315 MHz pour les géométries #1 et #2, respectivement. Avec une largeur de raie pour le spin beaucoup plus faible que ces différences, une excitation globale sur plusieurs doubles boîtes quantiques peut ainsi être utilisée afin de manipuler le spin de l'électron de façon sélective selon sa position dans la double boîte quantique, et ce, tout en ayant une insensibilité au bruit de charge au premier ordre avec  $\Delta B^z = 0$  [119].

### Différences des composantes transverse et longitudinale à l'axe de quantification

À l'aide de l'équation (1.88), les composantes transverse et longitudinale de la différence  $\Delta \mathbf{B}$  du champ magnétique effectif sont évaluées. Les figures 1.14 a) et b) présentent  $\Delta B^x$  et  $\Delta B^z$  pour les deux géométries de micro-aimants en fonction de la position horizontale  $d_h$  des micro-aimants relative à la double boîte quantique. La configuration symétrique à  $d_h = 0$  mène à une valeur maximale pour  $\Delta B^x$  et  $\Delta B^z = 0$ , ce qui résulte en un couplage spin-résonateur purement transverse. Pour cette configuration, les valeurs de  $\Delta B^x$  sont de  $-0.192$  T et  $+0.181$  T pour les géométries #1 et #2, respectivement, ce qui est compatible avec les valeurs utilisées précédemment. Les valeurs maximales de  $\Delta B^z$  sont quant à elles de  $\pm 0.145$  T et  $\mp 160$  T pour  $d_h = \pm 164$  nm et  $d_h = \pm 160$  nm, respectivement.

De plus, il existe deux positions  $d_h$  pour lesquels la composante transverse  $\Delta B^x$  devient nulle pour une valeur presque maximale de  $\Delta B^z$ . À ces positions, le couplage spin-résonateur est ainsi purement longitudinal, une caractéristique utilisée à la section 1.4 pour la lecture longitudinale du spin. Il est alors possible de choisir entre un couplage



**FIGURE 1.14 – Différences des composantes transverse et longitudinale.**

Différences  $\Delta B^x$  (lignes bleues) et  $\Delta B^z$  (lignes vertes) des composantes transverse et longitudinale à l'axe de quantification  $z$  de la différence de champ magnétique  $\Delta \mathbf{B}$  pour a) la géométrie #1 (lignes pleines) et b) la géométrie #2 (lignes pointillées) en fonction de la position horizontale relative  $d_h$  entre les micro-aimants et la double boîte quantique. Les configurations symétrique  $d_h = 0$  et asymétrique  $d_h = a = 75$  nm sont respectivement indiquées par une ligne pointillée et une ligne en trait mixte. Pour cette figure,  $\varepsilon_{\max} = 1$  meV. Les autres paramètres sont les mêmes qu'à la figure 1.13.

spin-résonateur parfaitement transverse ou parfaitement longitudinal simplement en changeant la position des micro-aimants par rapport à la double boîte quantique. Malgré que la position des micro-aimants ne peut être modifiée *in situ*, la double boîte quantique peut en principe être déplacée par rapport aux micro-aimants à l'aide, par exemple, d'une chaîne linéaire de boîtes quantiques [120, 22]. Finalement, une configuration asymétrique quelconque, par exemple à  $d_h = \pm a$ , résulte en un couplage spin-résonateur transverse et longitudinal.

### Résonance dipolaire électrique de spin

Selon les équations (1.86) et (1.88), il est suffisant d'évaluer le champ magnétique effectif  $\mathbf{B}_-(\varepsilon)$  à  $\varepsilon = 0$  et  $\varepsilon = \pm \varepsilon_{\max}$  pour calculer le champ magnétique moyen  $\mathbf{B}$  et la différence de champ magnétique  $\Delta \mathbf{B}$ . Le cadre théorique développé dans ce chapitre, permettant l'évaluation de la dépendance du champ effectif en fonction du désaccord  $\varepsilon$  (Fig. 1.13), permet ainsi d'évaluer la variation du champ magnétique transverse à l'axe de quantification résultant d'une variation du désaccord  $\Delta \varepsilon$  autour d'un point d'équilibre  $\varepsilon$  quelconque. Cette quantité est directement liée à la fréquence de Rabi de la manipulation d'un qubit de spin par résonance dipolaire électrique de spin possible grâce à la présence

d'un champ magnétique inhomogène [121, 122, 123]. Cette méthode de manipulation est celle actuellement privilégiée pour le contrôle cohérent d'un qubit de spin encodé dans le degré de liberté de spin d'un électron unique dans une boîte quantique [124, 21].

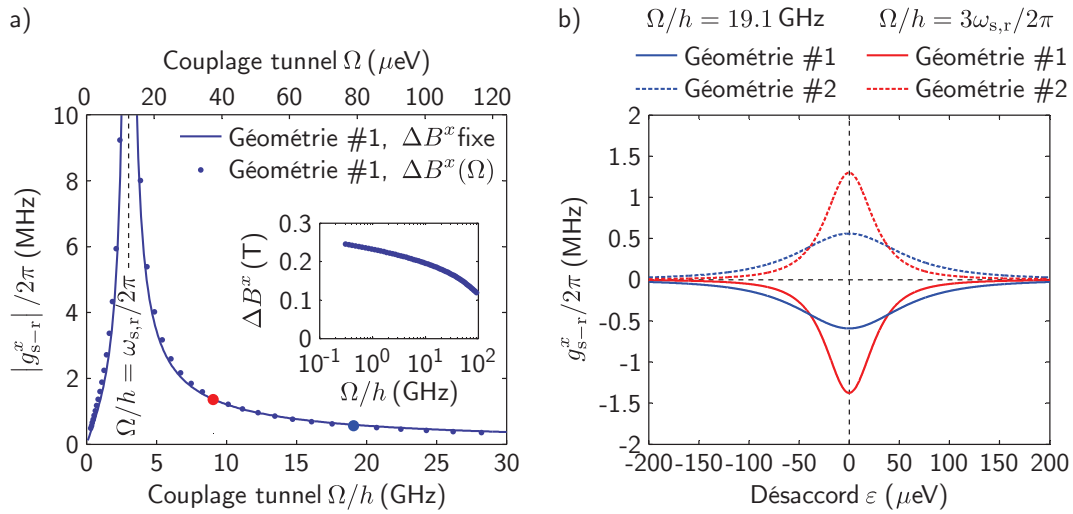
### 1.3.3 Coefficient du couplage spin-résonateur transverse

À partir des composantes transverse et longitudinale de la différence de champ magnétique évaluées précédemment, il est possible d'évaluer les coefficients de couplage spin-résonateur pour un dispositif en considérant une architecture précise pour les micro-aimants. On se concentre ici sur le couplage transverse en utilisant la configuration symétrique  $d_h = 0$  pour les deux géométries de micro-aimants, ce qui résulte en  $\Delta B^z = 0$ . De plus, on fixe la résonance entre le spin et le résonateur à  $\omega_{s,r}/2\pi = 3$  GHz afin d'effectuer un transfert d'état quantique entre le spin et le résonateur. L'amplitude  $B_0$  du champ magnétique nécessaire pour obtenir une fréquence de Larmor  $\omega_s/2\pi = 3$  GHz est  $B_0 = 0.345$  T et  $B_0 = 0.638$  T pour les géométries #1 et #2, respectivement. Sachant que généralement les pertes du résonateur dépendent de l'amplitude du champ magnétique externe (chapitre 3), la géométrie #1 peut procurer un avantage significatif par rapport à la géométrie #2 puisque l'erreur est directement proportionnelle aux pertes [45].

La figure 1.15 a) présente l'amplitude du coefficient du couplage spin-résonateur transverse,  $|g_{s-r}^x|/2\pi$ , en fonction du couplage tunnel  $\Omega$  à désaccord nul pour la géométrie #1. Le coefficient du couplage est calculé à l'aide de l'équation (1.82) pour une valeur constante  $\Delta B^x = -0.192$  T déterminée précédemment. Par contre, la dépendance de  $\Delta B^x$  au couplage tunnel  $\Omega$  est également prise en compte à l'aide de  $\Delta B^x(\Omega)$  obtenue numériquement. En effet, puisque le couplage tunnel  $\Omega$  varie en fonction de la distance  $2a$  entre les boîtes quantiques dans le modèle du potentiel quartique,  $\Delta B^x$  diminue lorsque le couplage tunnel est augmenté par l'entremise d'une diminution de la distance entre les boîtes quantiques<sup>3</sup>.

La figure 1.15 b) présente le coefficient du couplage spin-résonateur transverse pour les deux géométries de micro-aimants et pour un couplage tunnel  $\Omega/h = 3\omega_{s,r}/2\pi = 9$  GHz et  $\Omega/h = 19.1$  GHz. À désaccord nul, on obtient respectivement pour ces deux couplages tunnels  $g_{s-r}^x/2\pi = -1.38$  MHz et  $g_{s-r}^x/2\pi = -0.56$  MHz pour la géométrie #1 et  $g_{s-r}^x/2\pi =$

3. En général, l'amplitude du champ magnétique externe  $B_0$  nécessaire pour satisfaire la condition de résonance entre le spin et le résonateur dépend du couplage tunnel  $\Omega$ . La différence de champ transverse  $\Delta B^x$  dépend ainsi du couplage tunnel via  $B_0$ , puisque, en général,  $\Delta B^x(B_0)$ . Or, pour la configuration symétrique  $d_h = 0$ ,  $\Delta B^x$  est indépendant de l'amplitude du champ magnétique externe  $B_0$ .



**FIGURE 1.15 – Coefficient de couplage spin-résonateur transverse.**

a) Amplitude du coefficient de couplage spin-résonateur transverse  $|g_{s-r}^x|/2\pi$  en fonction du couplage tunnel  $\Omega$  pour la géométrie #1 des micro-aimants et une différence de champ magnétique transverse  $\Delta B^x = -0.192$  T fixe (ligne pleine bleue foncée) et dépendant du couplage tunnel (cercles bleus foncés). L'encart présente  $\Delta B^x$  en fonction de  $\Omega$ . Les cercles bleus et rouges indiquent respectivement les couplages tunnels  $\Omega/h = 19.1$  GHz et  $\Omega/h = 3\omega_{s,r}/2\pi = 9$  GHz. Le couplage tunnel  $\Omega/h = \omega_{s,r}/2\pi = 3$  GHz pour lequel tous les sous-systèmes sont résonants est indiqué par une ligne verticale pointillée. b) Coefficient de couplage spin-résonateur transverse  $g_{s-r}^x/2\pi$  en fonction du désaccord  $\epsilon$  pour les géométries #1 (lignes pleines) et #2 (lignes pleines) pour un couplage tunnel  $\Omega/h = 19.1$  GHz (lignes bleues) et  $\Omega/h = 3\omega_{s,r}/2\pi = 9$  GHz (lignes rouges). Les autres paramètres sont les mêmes qu'à la figure 1.11.

+1.30 MHz et  $g_{s-r}^x/2\pi = +0.56$  MHz pour la géométrie #2. Ainsi, mis à part la différence de signe, les deux géométries de micro-aimants permettent d'obtenir un coefficient de couplage spin-résonateur transverse de l'ordre du MHz pour un dispositif hybride réaliste basé sur une double boîte quantique dans une hétérostructure de GaAs/AlGaAs.

### Transfert d'états

Une application du couplage transverse entre le spin et le résonateur est le transfert de l'état quantique entre les deux systèmes. La fidélité d'un tel transfert est évaluée à la référence [45] en tenant compte des processus de relaxation et de déphasage introduits par les couplages spin-charge transverse et longitudinal nécessaires au couplage spin-résonateur. En considérant des paramètres réalistes tel que présentés dans ce chapitre pour une architecture en GaAs, un transfert d'état avec une fidélité de plus de 90% est possible. La fidélité devrait être significativement meilleure dans le silicium en raison de l'absence du couplage piézoélectrique entre le degré de liberté orbital et les phonons par lequel la relaxation du spin est augmentée en présence d'une différence de champ magnétique transverse  $\Delta B^x$  [45].

### Démonstration expérimentale du couplage transverse fort

Rappelons que le cadre théorique présenté dans ce chapitre s'applique aussi pour les architectures de boîtes quantiques en silicium, en autant que le degré de liberté de vallée puisse être négligé [18]. D'un côté, un facteur de Landé  $g^* \approx 2$  cinq fois plus élevé dans le silicium que dans le GaAs augmente les coefficients des couplages spin-résonateur par le même facteur. D'un autre côté, la masse effective des électrons  $m^* \approx 1.06$  plus élevée dans le silicium par rapport à celle du GaAs résulte en des boîtes quantiques plus rapprochées pour une même valeur du couplage tunnel  $\Omega$ , réduisant ainsi *a priori* les différences de champs magnétiques  $\Delta B^{x,z}$ . Par contre, en tenant compte de l'hétérostructure utilisée pour définir les boîtes quantiques, il est possible que les différences de champs soient plus grandes. En effet, par exemple, la distance verticale entre les micro-aimants et les boîtes quantiques peut être plus faible que dans une hétérostructure de GaAs. Un coefficient de couplage transverse de plusieurs MHz semble ainsi possible dans une architecture basée sur le silicium.

En effet, deux expériences distinctes très récentes ont démontrées le couplage fort entre un spin unique dans une double boîte quantique en silicium et un résonateur supraconducteur à l'aide de la méthode présentée ici [46, 47]. Dans les deux expériences,



deux micro-aimants rectangulaires en cobalt sont utilisés pour générer une différence  $\Delta B^x$  de champ magnétique transverse entre les deux boîtes quantiques, ce qui correspond à la géométrie #1 présentée dans cette section. Un coefficient de couplage transverse  $g_{s-r}^x/2\pi \approx 10$  MHz est démontré, ce qui est en accord avec le modèle présenté à la section 1.2. De plus, le contrôle électrique du coefficient de couplage transverse par le couplage tunnel  $\Omega$  et le désaccord  $\varepsilon$  est également démontré. Cette démonstration indique que la réalisation du couplage longitudinal pour la lecture non destructive de l'état du spin proposée à la prochaine section est à portée de la main.

## 1.4 Lecture du spin électronique par la modulation paramétrique du couplage longitudinal

---

Cette section présente une application potentielle du couplage longitudinal entre un spin unique dans une double boîte quantique et un résonateur.

### 1.4.1 Principe de la lecture longitudinale

Le couplage longitudinal entre un spin unique dans une double boîte quantique et un résonateur est décrit par l'hamiltonien

$$\hat{\mathcal{H}}_{s-r}^z/\hbar = g_{s-r}^z (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) \hat{\sigma}_z. \quad (1.92)$$

De façon général, l'hamiltonien de l'équation (1.92) décrit une interaction entre un qubit et un oscillateur harmonique où l'interaction est diagonale dans la base du qubit [125, 126, 127, 117]. La référence [117] propose notamment d'utiliser cette interaction afin d'effectuer une lecture non destructive de l'état du qubit à l'aide d'une mesure du résonateur. En effet, l'hamiltonien de l'équation (1.92) décrit l'hamiltonien idéal pour une mesure ; l'opérateur  $\hat{\sigma}_z$  décrivant l'état du système à mesurer, soit le qubit, est couplé à l'observable  $(\hat{a}^\dagger + \hat{a})$  d'un système auxiliaire, soit le résonateur. Puisque l'interaction est diagonale dans la base du qubit, cette mesure projective est une mesure quantique non destructive [117].

Afin de montrer explicitement comment l'hamiltonien de l'équation (1.92) permet d'effectuer une mesure de l'état du spin, l'opérateur décrivant l'évolution temporelle du système en présence du couplage longitudinal est considéré. En considérant le cas spécifique

du couplage longitudinal entre un spin unique et un résonateur, cet opérateur d'évolution  $\hat{U}(t)$  est donné par

$$\hat{U}(t) = e^{i\hat{\mathcal{H}}_{s-r}^z t/\hbar} = e^{ig_{s-r}^z(\hat{a}^\dagger + \hat{a})\hat{\sigma}_z t}. \quad (1.93)$$

En comparant cet opérateur d'évolution avec l'opérateur de déplacement  $\hat{D}(\alpha) = e^{\alpha\hat{a}^\dagger - \alpha^*\hat{a}}$  d'un oscillateur harmonique (annexe A), l'opérateur d'évolution peut s'exprimer comme

$$\hat{U}(t) = e^{\hat{\alpha}(t)\hat{a}^\dagger - \hat{\alpha}^*(t)\hat{a}} = \hat{D}(\hat{\alpha}(t)), \quad (1.94)$$

où l'amplitude complexe du déplacement est maintenant un opérateur dans la base du spin donné par

$$\hat{\alpha}(t) = ig_{s-r}^z \hat{\sigma}_z t. \quad (1.95)$$

Ainsi, l'évolution de l'état fondamental  $|\downarrow, 0\rangle$  du système spin-résonateur est donnée par

$$\hat{U}(t)|\downarrow, 0\rangle = \hat{D}(\hat{\alpha}(t))|\downarrow, 0\rangle = |\downarrow, -\alpha(t)\rangle, \quad (1.96)$$

où

$$\alpha(t) \equiv ig_{s-r}^z t. \quad (1.97)$$

Si le spin est plutôt dans l'état excité  $|\uparrow\rangle$ , l'évolution est donnée par

$$\hat{U}(t)|\uparrow, 0\rangle = \hat{D}(\hat{\alpha})|\uparrow, 0\rangle = |\uparrow, +\alpha(t)\rangle. \quad (1.98)$$

Ainsi, l'évolution du système spin-résonateur en présence d'un couplage longitudinal crée un déplacement dans l'espace des phases de l'état du résonateur dont la phase dépend de l'état du spin. Une mesure de la phase du signal sortant du résonateur résulte ainsi en une mesure quantique non destructive de l'état du spin.

Un ingrédient essentiel est par contre manquant dans l'approche présentée. En effet, l'état du résonateur évolue de l'état du vide jusqu'à un état cohérent  $|\pm ig_{s-r}^z t\rangle$  contenant en moyenne  $\bar{n}_r = |\pm ig_{s-r}^z t|^2 = (g_{s-r}^z t)^2$  photons, et ce, sans que le spin change d'état. Ainsi, l'énergie du système n'est pas conservée. Afin de démontrer comment résoudre cette problématique, l'hamiltonien du couplage longitudinal est exprimé dans un référentiel

tournant à l'aide de la transformation unitaire

$$\hat{U}_0(t) = e^{i\hat{\mathcal{H}}_{s-r}^0 t/\hbar} = e^{i\omega'_s \hat{\sigma}_z t/2} e^{i\omega'_r \hat{a}^\dagger \hat{a} t}, \quad (1.99)$$

où  $\hat{\mathcal{H}}_{s-r}^0$  est la partie diagonale de l'hamiltonien effectif de l'équation (1.80) décrivant le système spin-résonateur, soit

$$\hat{\mathcal{H}}_{s-r}^0/\hbar = \frac{1}{2}\omega'_s \hat{\sigma}_z + \omega'_r \hat{a}^\dagger \hat{a}. \quad (1.100)$$

Dans ce référentiel tournant, l'hamiltonien du couplage longitudinal est ainsi donné par

$$\hat{\mathcal{H}}_{s-r}^z = \hat{U}_0^\dagger(t) \hat{\mathcal{H}}_{s-r}^z \hat{U}_0(t) = \hbar g_{s-r}^z \left( \hat{a}^\dagger e^{i\omega'_r t} + \hat{a} e^{-i\omega'_r t} \right) \hat{\sigma}_z. \quad (1.101)$$

Ainsi, pour  $g_{s-r}^z \ll \omega'_r$ , l'hamiltonien du couplage longitudinal disparaît à la suite de l'approximation séculaire [117]. Il est par contre possible de réactiver l'interaction longitudinale en modulant le coefficient du couplage longitudinal  $g_{s-r}^z$ . En effet, avec une modulation temporelle de  $g_{s-r}^z$  d'une amplitude  $\Delta g_{s-r}^z$  autour d'une valeur d'équilibre  $\bar{g}_{s-r}^z$  décrit par

$$g_{s-r}^z(t) = \bar{g}_{s-r}^z + \Delta g_{s-r}^z \cos(\omega'_r t), \quad (1.102)$$

l'hamiltonien du couplage longitudinal dans le référentiel tournant de l'équation (1.101) devient

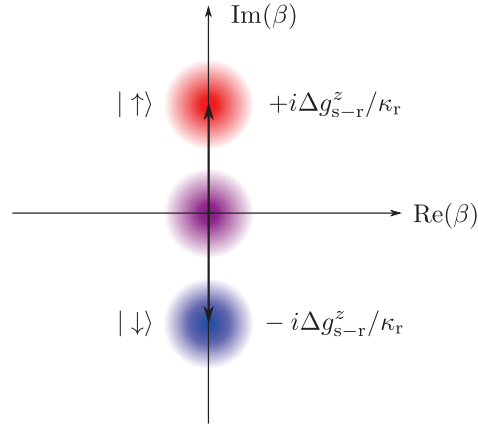
$$\boxed{\hat{\mathcal{H}}_{s-r}^z/\hbar = \frac{1}{2} \Delta g_{s-r}^z (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) \hat{\sigma}_z} \quad (1.103)$$

à la suite de l'approximation séculaire. La modulation paramétrique du coefficient de couplage fournit ainsi l'énergie nécessaire au système afin de réactiver le couplage longitudinal. Le coefficient du couplage longitudinal passe ainsi de  $g_{s-r}^z$  pour le cas statique à  $\Delta g_{s-r}^z/2$  en présence de la modulation.

La figure 1.16 présente l'état stationnaire du résonateur dans l'espace des phases en présence de la modulation paramétrique du couplage longitudinal et d'un taux de relaxation des photons dans le résonateur donné par  $\kappa_r$ . Dans l'état stationnaire, l'état cohérent  $|\alpha_s^{ss}\rangle$  dans le résonateur selon l'état du spin  $|s = \{\uparrow, \downarrow\}\rangle$  est donné par [117]

$$|\alpha_{\uparrow, \downarrow}^{ss}\rangle = |\pm i \Delta g_{s-r}^z / \kappa_r\rangle. \quad (1.104)$$

Le rapport  $\Delta g_{s-r}^z / \kappa_r$  est ainsi une figure de mérite pour la lecture du spin basée sur le



**FIGURE 1.16 – États du résonateur en présence de la modulation du couplage longitudinal.**

En présence de la modulation du couplage longitudinal d'une amplitude  $\Delta g_{s-r}^z$ , l'état du vide (cercle mauve) du résonateur est déplacé à  $-i\Delta g_{s-r}^z/\kappa_r$  lorsque le spin est dans l'état  $|\downarrow\rangle$  (cercle bleu) et  $+i\Delta g_{s-r}^z/\kappa_r$  lorsque le spin est dans l'état  $|\uparrow\rangle$ .

couplage longitudinal avec un résonateur.

Le rapport signal sur bruit  $\text{SNR}_z$  de la lecture longitudinale peut également être estimé. On considère que le résonateur possède des pertes internes données par un coefficient  $\kappa_r^{\text{int}}$ , un coefficient de couplage au port d'entrée  $\kappa_r^{\text{in}} \ll \kappa_r^{\text{int}}$  et un coefficient de couplage au port de sortie  $\kappa_r^{\text{out}}$ . Le résonateur possède ainsi une largeur de raie  $\kappa_r \approx \kappa_r^{\text{int}} + \kappa_r^{\text{out}}$ . Dans ce cas, le signal  $X_z$  de la lecture longitudinale et le bruit  $\Xi$  sont respectivement données par

$$X_z = 2\Delta g_{s-r}^z \tau \frac{\kappa_r^{\text{out}}}{\kappa_r}, \quad \Xi = \sqrt{2\kappa_r \tau}, \quad (1.105)$$

où  $\tau$  est la durée de la mesure [117, 128]. Le rapport signal sur bruit  $\text{SNR}_z$  est alors donné par

$$\text{SNR}_z = X_z/\Xi = \sqrt{2}\Delta g_{s-r}^z \sqrt{\tau} \left( \frac{\kappa_r^{\text{out}}}{\kappa_r^{3/2}} \right). \quad (1.106)$$

En présence de pertes internes du résonateur, le coefficient de couplage au port de sortie  $\kappa_r^{\text{out}}$  possède une valeur optimale maximisant le rapport signal sur bruit donnée par

$$\kappa_r^{\text{out,opt}} = 2\kappa_r^{\text{int}}. \quad (1.107)$$

À cette valeur optimale du coefficient de couplage, le rapport signal sur bruit de la lecture

longitudinale est donné par

$$\boxed{\text{SNR}_z^{\text{opt}} = 2\sqrt{\frac{2}{27}}\Delta g_{s-r}^z \sqrt{\frac{\tau}{\kappa_r^{\text{int}}}}} \quad (1.108)$$

En l'absence de pertes internes, cette expression est modifiée avec  $\kappa_r^{\text{int}} \rightarrow \kappa_r$  et  $2\sqrt{2/27} \rightarrow 2\sqrt{2}$  [117].

## 1.4.2 Modulation paramétrique du couplage longitudinal

La discussion de la sous-section précédente sur la réalisation d'une mesure à l'aide d'un couplage longitudinal n'est pas spécifique au couplage spin-résonateur [117]. Dans cette sous-section, la modulation paramétrique du coefficient du couplage longitudinal est considérée pour le cas spécifique du couplage entre le spin et le résonateur décrit à la section 1.2.

Le coefficient du couplage longitudinal  $g_{s-r}^z$  entre le spin et le résonateur est décrit par l'équation (1.83). Comme il est discuté plus tôt, les coefficients des couplages transverse et longitudinal peuvent être contrôlés électriquement via le couplage tunnel  $\Omega$  et le désaccord  $\varepsilon$  de la double boîte quantique. On considère ici une modulation du désaccord d'une amplitude  $\Delta\varepsilon$  à une fréquence angulaire de modulation  $\omega_m$  autour d'un désaccord moyen  $\bar{\varepsilon}$  décrit par

$$\varepsilon(t) = \bar{\varepsilon} + \Delta\varepsilon \cos(\omega_m t). \quad (1.109)$$

La figure 1.17 a) présente  $g_{s-r}^z/2\pi$  en fonction du désaccord  $\varepsilon$  pour un dispositif réaliste. Puisque le coefficient de couplage ne varie pas de façon linéaire avec le désaccord, l'amplitude de la modulation du coefficient de couplage longitudinal  $\Delta g_{s-r}^z$  à la fréquence angulaire habillée du résonateur  $\omega_r'$  résultant de la modulation  $\varepsilon(t)$  est en général donnée par

$$\Delta g_{s-r}^z = \mathcal{F} [g_{s-r}^z(\varepsilon(t))] (\omega_r'), \quad (1.110)$$

où  $\mathcal{F}$  dénote la transformée de Fourier. Notamment la symétrie de  $g_{s-r}^z(\varepsilon)$  pour un désaccord moyen  $\bar{\varepsilon} = 0$  permet d'obtenir une amplitude de modulation du couplage longitudinal significatif pour une fréquence de modulation  $\omega_m = \omega_r'/2$ . Ainsi, comme l'illustre la figure 1.17 a), le système spin-résonateur agit comme élément non linéaire permettant de

doubler la fréquence de la modulation. Cette situation est expérimentalement intéressante puisqu'il est alors possible de distinguer entre le signal micro-ondes sortant du résonateur à  $2\omega_m = \omega'_r$ , contenant le signal de la lecture longitudinale, du signal à la fréquence angulaire  $\omega_m$  provenant de la modulation.

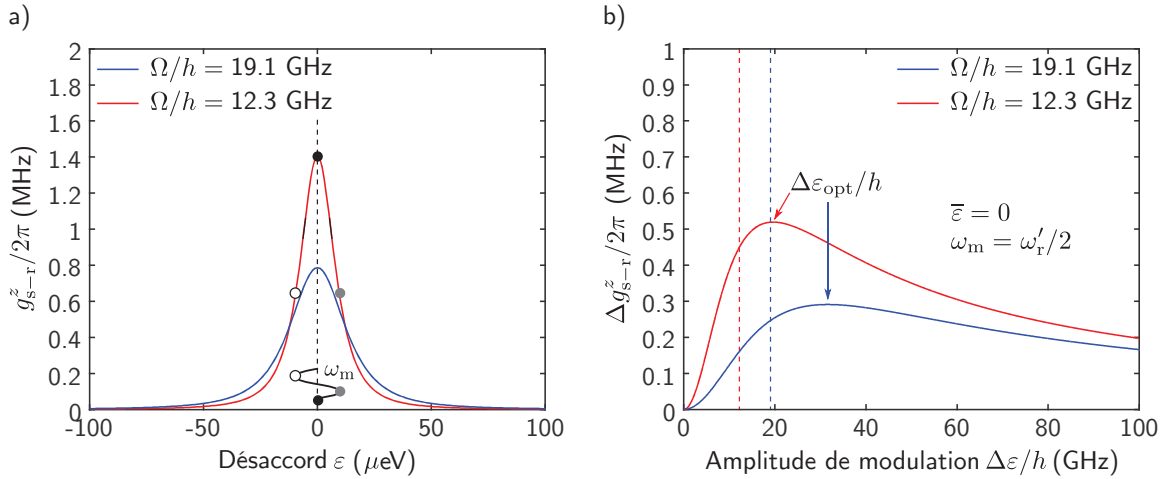
La figure 1.17 b) présente l'amplitude de la modulation du couplage longitudinal  $\Delta g_{s-r}^z$  en fonction de l'amplitude de la modulation du désaccord  $\Delta\varepsilon$  pour  $\bar{\varepsilon} = 0$  et  $\omega_m = \omega'_r/2$ . Puisque le coefficient du couplage longitudinal n'est pas parfaitement quadratique en fonction du désaccord  $\varepsilon$ , il existe une amplitude de modulation optimale  $\Delta\varepsilon_{\text{opt}}$  pour laquelle  $\Delta g_{s-r}^z$  est maximale. La figure 1.18 a) présente l'amplitude de modulation optimale  $\Delta\varepsilon_{\text{opt}}$  obtenue pour différents couplage tunnel  $\Omega$  de la double boîte quantique. L'amplitude de modulation optimale est légèrement supérieure au couplage tunnel et est bornée entre  $\Omega$  et  $2\Omega$ . Notamment, la région  $\Omega/h < \omega'_r/2\pi$  est évitée dans ce contexte de modulation paramétrique. En effet, dans ce cas, le degré de liberté orbital de la double boîte quantique de fréquence  $\epsilon_d/h = \sqrt{\Omega^2 + \varepsilon^2}/h$  et le résonateur de fréquence  $\omega'_r/2\pi$  peuvent devenir en résonance avec la modulation lorsque  $\Delta\varepsilon/h \geq \omega'_r/2\pi - \Omega/h$ .

Afin d'éviter l'excitation du degré de liberté orbital, la modulation du désaccord  $\varepsilon$  doit être adiabatique du point de vue de la double boîte quantique. Ainsi, l'amplitude de modulation  $\Delta\varepsilon$  doit être largement inférieure à l'amplitude de modulation caractéristique d'une transition de Landau-Zener du degré de liberté orbital donnée par [129, 130]

$$\Delta\varepsilon_{\text{LZ}} = \frac{2\pi\Omega^2}{\hbar\omega_m}. \quad (1.111)$$

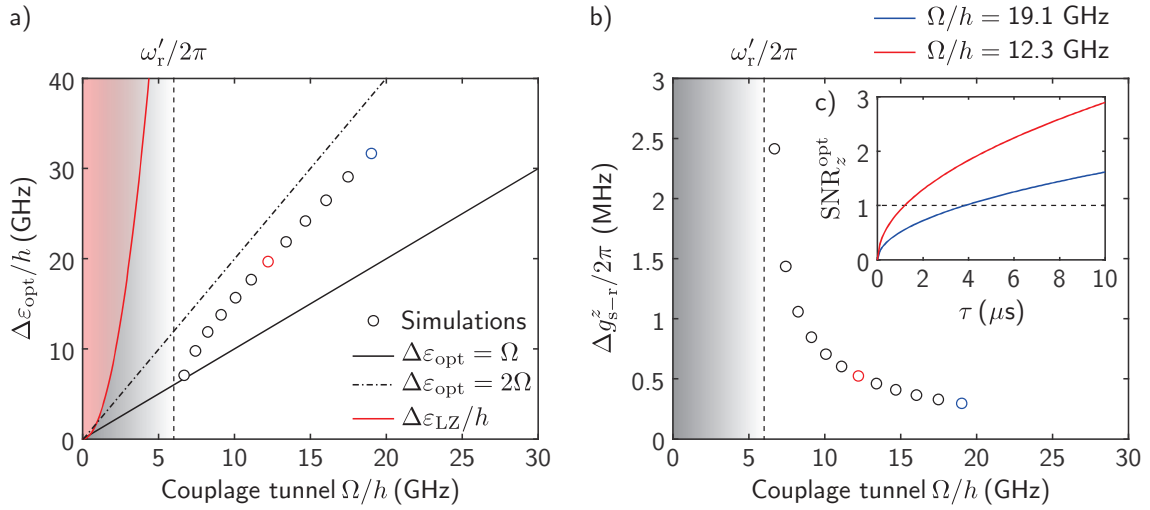
Comme l'illustre la figure 1.18 a), l'amplitude de modulation de Landau-Zener  $\Delta\varepsilon_{\text{LZ}}$  est largement supérieure à l'amplitude de modulation optimale  $\Delta\varepsilon_{\text{opt}}$  pour  $\Omega/h > \omega'_r/2\pi$ . De plus, puisque  $\Delta\varepsilon_{\text{LZ}} \propto \Omega^2$  et  $\Delta\varepsilon_{\text{opt}} \propto \Omega$ , la modulation est de plus en plus adiabatique lorsque le couplage tunnel est augmenté. Cette propriété justifie d'autant plus l'utilisation d'un couplage tunnel dont la fréquence est supérieure à la fréquence du résonateur.

La figure 1.18 b) présente l'amplitude de la modulation du coefficient de couplage longitudinal  $\Delta g_{s-r}^z$  pour  $\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_{\text{opt}}$  en fonction du couplage tunnel  $\Omega$  pour un dispositif réaliste. Une amplitude  $\Delta g_{s-r}^z/2\pi \approx 0.52$  MHz est possible pour un couplage tunnel  $\Omega/h = 12.3$  GHz  $\approx 2\omega'_r/2\pi$ . Comme il est discuté plus tôt, cette amplitude de modulation doit être comparée à la largeur de raie  $\kappa_r/2\pi$  du résonateur. Il est montré au chapitre 3 que les résonateurs fabriqués sur un substrat de GaAs possèdent des pertes internes  $\kappa_r^{\text{int}}/2\pi \approx 0.6$  MHz pour  $\omega'_r/2\pi = 6$  GHz. Considérant un coefficient de couplage du port de sortie



**FIGURE 1.17 – Modulation paramétrique du couplage longitudinal via le désaccord.**

a) Coefficient du couplage longitudinal  $g_{s-r}^z/2\pi$  en fonction du désaccord  $\varepsilon$  pour un couplage tunnel  $\Omega/h = 19.1$  GHz (ligne bleue) et  $\Omega/h = 12.3$  GHz (ligne rouge). Une modulation du désaccord  $\varepsilon$  autour de  $\bar{\varepsilon} = 0$  à la fréquence angulaire  $\omega_m$  crée une modulation du couplage longitudinal à une fréquence angulaire  $2\omega_m$ . b) Amplitude  $\Delta g_{s-r}^z/2\pi$  de la modulation du couplage longitudinal en fonction de l'amplitude  $\Delta\varepsilon$  de la modulation du désaccord pour un couplage tunnel  $\Omega/h = 19.1$  GHz (ligne bleue) et  $\Omega/h = 12.3$  GHz (ligne rouge). La valeur moyenne du désaccord est  $\bar{\varepsilon} = 0$  et la fréquence angulaire de la modulation est  $\omega_m = \omega_r'/2$ . Pour une amplitude de modulation  $\Delta\varepsilon_{\text{opt}}$ , l'amplitude  $\Delta g_{s-r}^z$  de la modulation du couplage longitudinal est maximale. Les amplitudes de modulation correspondant aux différents couplages tunnels sont indiquées par les lignes verticales pointillées. Pour ces simulations, la distance entre les deux boîtes quantiques est fixée à  $2a = 150$  nm pour  $\Omega/h = 19.1$  GHz et  $2a = 160$  nm pour  $\Omega/h = 12.3$  GHz avec une énergie de confinement  $\hbar\omega_0 = 1.25$  meV. La position horizontale  $d_h = 211$  nm des micro-aimants de la géométrie #1 est ajustée de façon à obtenir un couplage purement longitudinal, soit  $\Delta B^x = 0$ . De plus,  $\mu_0 M = 1.93$  T,  $d_v = 130$  nm,  $d_M = 300$  nm,  $w = 400$  nm et  $t = 150$  nm. La différence de champ magnétique longitudinale  $\Delta B^z = 0.124$  T pour  $\Omega/h = 19.1$  GHz et  $\Delta B^z = 0.130$  T pour  $\Omega/h = 12.3$  GHz pour un champ magnétique externe  $B_0 = 0.3$  T, résultant en une fréquence de Larmor  $\omega_s/2\pi = 2.064$  GHz et  $\omega_s/2\pi = 2.072$  GHz respectivement. Le bras de levier de la grille couplant la double boîte quantique au résonateur est fixé à  $\alpha = 0.2$ . L'impédance et la fréquence du résonateur sont  $Z_0 = 50$   $\Omega$  et  $\omega_r/2\pi = 6$  GHz respectivement.



**FIGURE 1.18 – Amplitude de la modulation paramétrique du couplage longitudinal.**

a) Amplitude de modulation optimale  $\Delta\varepsilon_{\text{opt}}$  en fonction du couplage tunnel  $\Omega/h$ . Les lignes pleine et en trait mixte noires indiquent respectivement  $\Delta\varepsilon_{\text{opt}} = \Omega$  et  $\Delta\varepsilon_{\text{opt}} = 2\Omega$ . La ligne pleine rouge indique l'amplitude de modulation de Landau-Zener  $\Delta\varepsilon_{\text{LZ}}$ . b) Amplitude de la modulation du coefficient de couplage longitudinal  $\Delta g_{s-r}^z$  pour  $\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_{\text{opt}}$  en fonction du couplage tunnel  $\Omega/h$ . c) Rapport signal sur bruit optimal  $\text{SNR}_z^{\text{opt}}$  calculé à l'aide de l'équation (1.108) en fonction du temps de la mesure  $\tau$ . Le coefficient des pertes internes du résonateur est fixé à  $\kappa_r^{\text{int}}/2\pi = 0.6$  MHz et  $\Delta g_{s-r}^z/2\pi = 0.29$  MHz pour  $\Omega/h = 19.1$  GHz (ligne bleue) et  $\Delta g_{s-r}^z/2\pi = 0.52$  MHz pour  $\Omega/h = 12.3$  GHz (ligne rouge). Pour ces figures, le couplage tunnel est modifié en variant la distance entre les deux boîtes quantiques de  $2a = 150$  nm pour  $\Omega/h = 19.1$  GHz à  $2a = 172$  nm pour  $\Omega/h = 6.73$  GHz. Cette variation résulte en une différence de champ magnétique longitudinale  $\Delta B^z$  variant entre 0.124 T et 0.136 T sur cet intervalle de couplage tunnel. Finalement, la fréquence de Larmor du spin varie entre  $\omega_s/2\pi = 2.064$  GHz et  $\omega_s/2\pi = 2.082$  GHz sur le même intervalle de couplage tunnel. Les autres paramètres sont les mêmes qu'à la figure 1.17.



optimal  $\kappa_r^{\text{out}} = 2\kappa_r^{\text{int}}$ , on obtient alors un rapport  $\Delta g_{s-r}/\kappa_r \approx 0.3$ . Cette figure de mérite peut potentiellement être grandement améliorée dans une architecture basée sur le silicium, où le coefficient de couplage longitudinal est plus élevée et les pertes internes des résonateurs sont plus faibles [131].

La figure 1.18 c) présente le rapport signal sur bruit optimal  $\text{SNR}_z^{\text{opt}}$  en fonction du temps de la mesure  $\tau$  pour les amplitudes de la modulation du couplage longitudinal déterminées précédemment pour différents couplages tunnels et  $\kappa_r^{\text{int}}/2\pi = 0.6$  MHz (équation (1.108)). Un rapport signal sur bruit supérieur à l'unité est possible pour un temps de mesure  $\tau$  supérieur à  $3.8 \mu\text{s}$  et  $1.2 \mu\text{s}$  pour un couplage tunnel  $\Omega/h = 19.1$  GHz et  $\Omega/h = 12.3$  GHz respectivement.

Finalement, bien qu'une modulation du désaccord soit considérée, une modulation du couplage tunnel peut également être utilisée. Dans ce cas, la réponse du système à la modulation est majoritairement linéaire (figure 1.11 a).

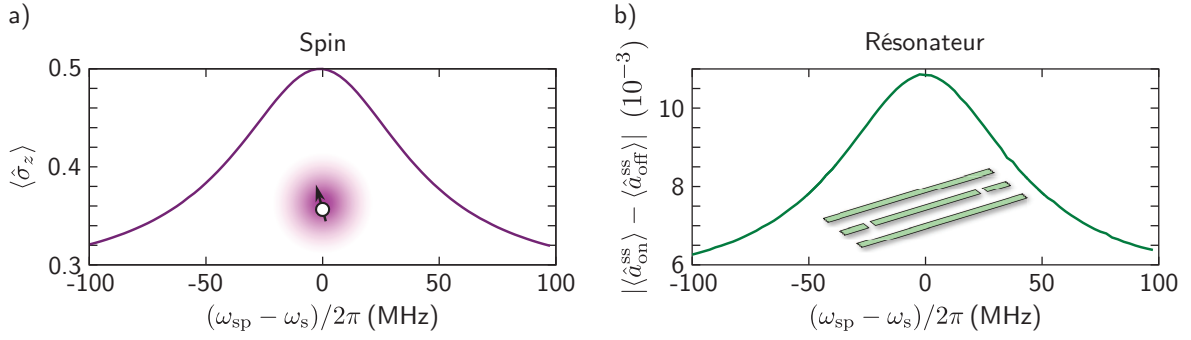
### 1.4.3 Mesure spectroscopique à l'aide de la lecture longitudinale

Le rapport  $\Delta g_{s-r}/\kappa_r \approx 0.3$  prédit à la sous-section précédente pour une architecture réaliste en GaAs n'est probablement pas suffisant afin de permettre une mesure de l'état du spin en un seul coup avec une bonne fidélité. Dans cette sous-section, une mesure spectroscopique permettant en principe d'effectuer une preuve de concept de la lecture longitudinale est considérée. En effet, selon l'équation (1.108), il est possible de moyennner le signal jusqu'à l'obtention du rapport signal sur bruit désiré dans une expérience où le spin est piloté en continu.

Une modulation du désaccord  $\varepsilon$  combinant la modulation du couplage longitudinal et une excitation de spectroscopie permettant de modifier la valeur moyenne  $\langle \hat{\sigma}_z \rangle$  de l'état du spin est considérée pour la mesure spectroscopique. Explicitement, la modulation du désaccord est donnée par

$$\varepsilon(t) = \bar{\varepsilon} + \Delta\varepsilon_m \cos(\omega_m t) + \Delta\varepsilon_{\text{sp}} \cos(\omega_{\text{sp}} t), \quad (1.112)$$

où  $\Delta\varepsilon_{\text{sp}}$  et  $\omega_{\text{sp}}$  sont respectivement l'amplitude et la fréquence angulaire de l'excitation de spectroscopie. L'excitation de spectroscopie modifie l'état du spin par résonance de spin dipolaire électrique permise par la présence d'une différence de champ magnétique transverse  $\Delta B^x$  entre les deux boîtes quantiques. En effet, comme l'illustre les figures 1.13 c)



**FIGURE 1.19 – Mesure spectroscopique à l’aide de la lecture longitudinale.**

a) Valeur moyenne  $p_{\uparrow} = \langle \hat{\sigma}_z \rangle$  de l’état du spin en fonction du désaccord entre la fréquence de spectroscopie  $\omega_{sp}/2\pi$  et la fréquence de Larmor du spin  $\omega_s/2\pi$ . b) Amplitude de la différence des valeurs moyennes du champ sortant du résonateur à l’état stationnaire en présence et l’absence de la modulation du couplage longitudinal  $|\langle \hat{a}_{on}^{ss} \rangle - \langle \hat{a}_{off}^{ss} \rangle|$  en fonction de  $(\omega_{sp} - \omega_s)/2\pi$ . Pour ces simulations,  $\Omega/h = 8$  GHz,  $\omega_r/2\pi = 4$  GHz,  $\omega_s/2\pi = 3$  GHz,  $\alpha = 0.2$ ,  $Z_0 = 50$   $\Omega$ ,  $\kappa_r^{out}/2\pi = \kappa_r/2\pi = 2$  MHz,  $g_{d-s}^x/2\pi = 25$  MHz et  $g_{d-s}^z/2\pi = 250$  MHz.

et d), une valeur de  $\Delta B^x$  finie mène à une pente maximale de  $B_-^x(\varepsilon)$  à  $\varepsilon = 0$ . La situation où  $\bar{\varepsilon} = 0$  est ainsi légèrement différente de la configuration habituellement considérée en résonance de spin dipolaire électrique [132, 133, 121, 123]. En effet, pour  $\bar{\varepsilon} = 0$ , l’électron est déplacé entre les deux boîtes au lieu d’être déplacé autour d’une position moyenne localisée dans une des boîtes. Comme l’illustre les figures 1.13 c) et d), cette stratégie permet en théorie d’obtenir une fréquence de Rabi  $\Omega_{sp}$  beaucoup plus élevée pour une même amplitude de l’excitation de spectroscopie. L’amplitude de spectroscopie  $\Delta\varepsilon_{sp}$  doit être largement inférieure à l’amplitude de modulation de Landau-Zener  $\Delta\varepsilon_{LZ}$  afin que la modulation soit adiabatique pour le degré de liberté orbital de la double boîte quantique (équation (1.111)).

Les figures 1.19 a) et b) présentent des résultats très préliminaires de simulations numériques effectuées à l’aide de Qutip sur le supercalculateur *Mammoth* [134, 135]. Le temps de calcul requis pour ces simulations n’a pas permis d’explorer l’espace des paramètres. Les paramètres utilisés sont ainsi différents de ceux utilisés aux figures précédentes. La figure 1.19 a) présente la valeur moyenne  $p_{\uparrow} = \langle \hat{\sigma}_z \rangle$  de l’état du spin en fonction de la fréquence de spectroscopie  $\omega_{sp}/2\pi$  autour de la fréquence de Larmor du spin  $\omega_s/2\pi$ . Ce résultat est obtenu en résolvant numériquement l’équation maîtresse de Bloch-Redfield [136] en considérant la modulation du désaccord décrit par l’équation (1.112) directement dans l’hamiltonien total du système de l’équation (1.76). La figure 1.19 b) présente l’amplitude de la différence des valeurs moyennes du champ sortant du résonateur à l’état stationnaire en présence et l’absence de la modulation du couplage longitudinal,

soit  $|\langle \hat{a}_{\text{on}}^{\text{ss}} \rangle - \langle \hat{a}_{\text{off}}^{\text{ss}} \rangle| = p_{\uparrow} |\alpha_{\uparrow}^{\text{ss}} - \alpha_{\downarrow}^{\text{ss}}|$ , où  $p_{\uparrow}$  est la valeur moyenne  $\langle \hat{\sigma}_z \rangle$  de l'état du spin. La correspondance entre les figures 1.19 a) et b) indique qu'il est possible d'effectuer une mesure spectroscopique du spin à l'aide de la lecture longitudinale. Cette approche est ainsi prometteuse afin de démontrer une preuve de concept de la méthode de lecture longitudinale.

## 1.5 Impacts des travaux

---

L'approche proposée pour le couplage entre un spin unique et un résonateur a initialement été proposée à la référence [95] par l'utilisation d'un couplage spin-orbite et à la référence [96] par l'utilisation d'un champ magnétique inhomogène. Les résultats de la section 1.2 publiés à la référence [45], obtenus en collaboration avec Félix Beaudoin et William A. Coish de McGill University, ont permis de grandement développer cette approche. Par exemple, l'obtention de l'expression du coefficient de couplage transverse en fonction des paramètres du système permet de prédire l'amplitude du couplage spin-résonateur pour un dispositif réaliste. La validité de cette approche a été confirmée très récemment par deux expériences dont les résultats sont en accord avec la théorie [46, 47]. De plus, la présence d'un couplage longitudinal dans ce système a été mis en évidence de manière théorique. Les expressions des coefficients des couplages transverse et longitudinal obtenus permettent de mettre en évidence la possibilité de contrôler électriquement les couplages spin-résonateur.

Une seconde contribution importante de ces travaux porte sur l'évaluation des champs magnétiques effectifs en tenant compte des fonctions d'onde du degré de liberté orbital de la double boîte quantique (section 1.3). Cette approche permet de passer de la géométrie considérée pour les micro-aimants aux champs magnétiques effectifs dont les couplages spin-résonateur dépendent directement. Notamment, cette approche a permis de démontrer la possibilité d'obtenir un couplage spin-résonateur parfaitement transverse ou parfaitement longitudinal pour une même géométrie de micro-aimants. De plus, comme brièvement discuté à la section 1.3, l'obtention des champs magnétiques effectifs en fonction des paramètres de la double boîte quantique permet de prédire, par exemple, la fréquence de Rabi pouvant être obtenue pour la manipulation du spin par résonance de spin dipolaire électrique [123].

Une dernière contribution a trait à la proposition d'utiliser le couplage longitudinal entre le spin et le résonateur pour implémenter la lecture longitudinale, originalement

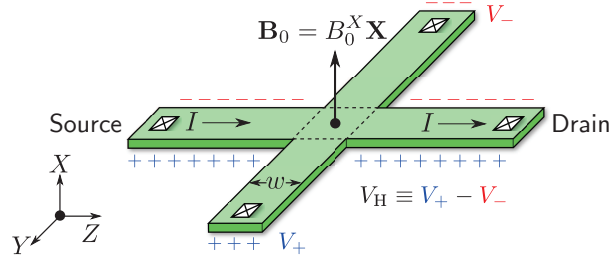
proposée à la référence [117], pour un spin unique. La possibilité d'obtenir un couplage spin-résonateur purement longitudinal par l'ingénierie d'un champ magnétique inhomogène créé par des micro-aimants offre une avenue avantageuse pour implémenter cette nouvelle méthode de lecture quantique non destructive. De plus, le doublage de fréquence prédit pour la modulation paramétrique du couplage longitudinal à un point d'opération symétrique du système promet d'offrir expérimentalement un avantage significatif.

## Chapitre 2

# Magnétométrie de micro-aimants pour le couplage spin-résonateur

L'ingénierie d'un couplage entre un spin unique et un résonateur à l'aide d'un champ magnétique inhomogène est présentée au premier chapitre. Le présent chapitre porte sur l'étude expérimentale des propriétés magnétiques des micro-aimants utilisés pour le couplage spin-résonateur. La première section présente la méthode expérimentale de la magnétométrie de Hall utilisée afin de déterminer les propriétés magnétiques des micro-aimants. La deuxième section présente les résultats obtenus à l'aide de dispositifs conventionnels. Après avoir identifié les limites de cette première approche, la troisième section présente un nouveau type de dispositif qui permet de mesurer la magnétisation d'aimants de taille nanométrique et de démontrer l'inhomogénéité du champ magnétique.

Les résultats présentés à la section 2.2 ont été obtenus dans le cadre d'un stage de Laurent Bergeron à l'été 2014. De plus, les résultats présentés à la section 2.3 sont publiés dans *Applied Physics Letters* [48].



**FIGURE 2.1 – Effet Hall dans une croix de Hall.**

Un courant  $I$  circule entre la source et le drain d'une croix de Hall définie dans un gaz d'électrons bidimensionnel. En présence d'un champ magnétique externe  $\mathbf{B}_0$  perpendiculaire à la croix de Hall, la force de Lorentz crée, à l'équilibre, une différence de potentiel  $V_H \equiv V_+ - V_-$  entre les deux autres contacts de la croix de Hall, ce qui correspond à la tension de Hall  $V_H$ . Les carrés blancs marqués d'un X représentent les contacts ohmiques au gaz d'électrons.

## 2.1 Magnétométrie de Hall

### 2.1.1 Effet Hall

Comme l'illustre la figure 2.1, on considère un dispositif à quatre terminaux défini dans un gaz d'électrons bidimensionnel et ayant la forme d'une croix d'une largeur  $w$ . Selon le système de coordonnées défini précédemment, la croix de Hall est dans le plan  $\rho \equiv [0, Y, Z]$  et possède un bras selon l'axe  $Y$  centré à  $Z = 0$  et un bras qui suit l'axe  $Z$  centré à  $Y = 0$ . Un courant  $I$  circule dans le bras selon  $Z$ . En présence d'un champ magnétique externe  $\mathbf{B}_0 \equiv B_0^X \mathbf{X}$  perpendiculaire au gaz d'électrons, la force de Lorentz, proportionnelle à  $\mathbf{I} \times \mathbf{B}_0 = IB_0^X \mathbf{Y}$ , crée une différence de potentiel  $V_+ - V_-$  entre les deux contacts du bras selon  $Y$ . Cette différence de potentiel est la tension de Hall  $V_H$  et est donnée par

$$V_H = -\frac{IB_0^X}{en_{2D}}, \quad (2.1)$$

où  $n_{2D}$  est la densité du gaz d'électrons bidimensionnel [87]. La résistance de Hall est ainsi donnée par  $R_H = V_H/I$  et est directement proportionnelle à l'amplitude  $B_0^X$  du champ magnétique perpendiculaire. Ainsi, à partir de l'amplitude et du signe du champ magnétique  $\mathbf{B}_0$ , la pente de la résistance de Hall, donnée par  $dR_H/dB_0 = -1/en_{2D}$ , permet de déterminer le signe et la densité  $n_{2D}$  des porteurs de charge. À partir de maintenant, on néglige le signe négatif à l'équation (2.1) de façon à ce que la pente de  $R_H$  en fonction de  $B_0^X$  soit positive.

## 2.1.2 Magnétométrie de micro-aimants utilisant l'effet Hall

L'effet Hall peut être utilisé afin de mesurer la courbe de magnétisation  $M(\mathbf{B}_0)$  de micro-aimants en fonction du champ magnétique externe  $\mathbf{B}_0$  [137, 138, 139, 140]. En effet, la composante perpendiculaire à la croix de Hall du champ magnétique créé par le micro-aimant produit une tension de Hall. Le champ magnétique effectif, obtenu par

$$B^X = en_{2D}R_H, \quad (2.2)$$

correspond alors approximativement au champ magnétique moyen dans le croisement de la croix de Hall donné par  $B^X = B_0^X + B_M^X$ . La contribution  $B_M^X$  du micro-aimant est donnée par

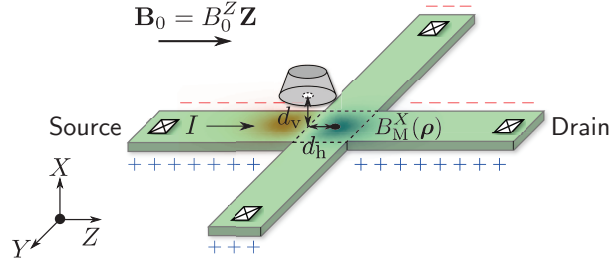
$$B_M^X = \frac{1}{A} \int_A d\rho B_M^X(\rho), \quad (2.3)$$

où  $A = w^2$  correspond à l'aire du croisement de la croix de Hall [138]. Puisque ce champ moyen est proportionnel à l'amplitude de la magnétisation  $M(\mathbf{B}_0)$ , il est alors possible d'obtenir la courbe de magnétisation du micro-aimant [137, 138, 139, 140].

Comme l'illustre la figure 2.2, un champ magnétique externe  $\mathbf{B}_0 = B_0^Z \mathbf{Z}$  parallèle au dispositif est appliqué. Le champ magnétique transverse moyen correspond alors directement au champ magnétique créé par le micro-aimant selon  $B^X = B_M^X$  [139]. La position du micro-aimant par rapport à la croix de Hall est alors importante. En effet, pour un micro-aimant centré sur le croix de Hall, la composante transverse du champ magnétique des deux pôles s'annule par symétrie. En positionnant le micro-aimant de façon à ce qu'un seul pôle soit dans le croisement de la croix de Hall,  $B_M^X$  devient significatif (Fig. 2.3 a et b)<sup>1</sup>.

La figure 2.3 c) présente le champ magnétique transverse moyen en fonction de la taille de la croix de Hall  $w$  pour deux distances  $d_h$  selon l'axe  $Z$  entre le centre d'un micro-aimant de la forme d'un cône tronqué (géométrie #2 de la figure 1.12) et le centre du croisement de la croix de Hall. Pour une croix de Hall de taille  $w$  similaire à la taille du micro-aimant, la position maximisant l'amplitude de  $B_M^X$  correspond approximativement à  $w/2$ . Par exemple,

1. La géométrie la plus simple qui permet de réaliser la magnétométrie de Hall consiste à placer le micro-aimant au centre du croisement de la croix de Hall [137, 138, 140]. En appliquant un champ magnétique  $\mathbf{B}_0 = B_0^X \mathbf{X}$  perpendiculaire à la croix de Hall, le champ magnétique transverse moyen est non nul, et ce, pour toutes tailles finies de la croix de Hall tant qu'il existe une distance verticale entre la croix de Hall et le centre du micro-aimant.



**FIGURE 2.2 – Magnétométrie de Hall.**

Schéma d'une croix de Hall permettant d'effectuer la magnétométrie de Hall. Un champ magnétique  $\mathbf{B}_0$  parallèle au dispositif magnétise un micro-aimant placé à la position  $[d_v, 0, d_h]$  (cercle blanc) par rapport au centre de la croix de Hall au niveau du gaz d'électrons (cercle noir). La composante transverse du champ magnétique du micro-aimant,  $B_M^X(\rho)$ , produit une résistance de Hall  $R_H$  proportionnelle au champ magnétique transverse moyen,  $B_M^X$ .

pour les paramètres du micro-aimant spécifiés à la figure 2.3, le champ moyen atteint près de 46% de l'amplitude du champ maximal dans le gaz d'électrons pour  $w = 500$  nm et un micro-aimant de 440 nm. Ainsi, la taille de la croix de Hall doit être similaire à la taille du micro-aimant puisque le champ magnétique moyen  $B_M^X$  décroît comme  $1/w^2$  lorsque  $w$  est beaucoup plus grand que le micro-aimant.

### 2.1.3 Anomalies balistiques de l'effet Hall

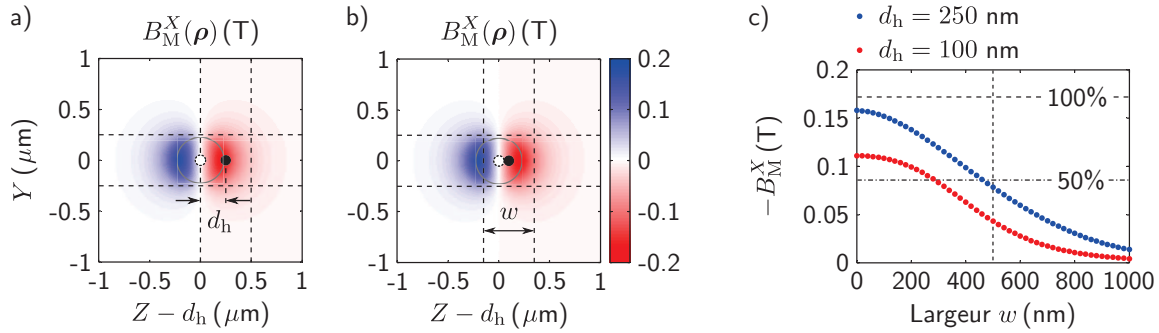
Comme il est discuté précédemment, la taille  $w$  de la croix de Hall doit être comparable à la taille du micro-aimant. Par contre, lorsque  $w$  est beaucoup plus faible que le libre parcours moyen  $\ell_e$  d'un électron, le transport est hautement balistique dans le croisement de la croix de Hall. Le libre parcours moyen  $\ell_e$  d'un électron dans un gaz d'électrons bidimensionnel est donné par

$$\ell_e = \frac{\mu \hbar k_F}{e}, \quad (2.4)$$

où  $\mu$  est la mobilité du gaz d'électrons et  $k_F = \sqrt{2\pi n_{2D}}$ , le vecteur d'onde de Fermi dans le gaz d'électrons [141]. Pour une densité  $n_{2D} = 2.2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  et une mobilité  $\mu = 1.69 \times 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ , le libre parcours moyen est d'environ 13  $\mu\text{m}$ . Ainsi, le transport dans la croix de Hall est hautement balistique pour  $w < 1 \mu\text{m}$  et  $\ell_e > 10 \mu\text{m}$ .

En régime balistique, la géométrie exacte de la croix de Hall est importante. En effet, comme l'illustre la figure 2.4, les limites de la croix de Hall altèrent grandement la trajectoire





**FIGURE 2.3 – Champ magnétique moyen obtenu par la magnétométrie de Hall.**

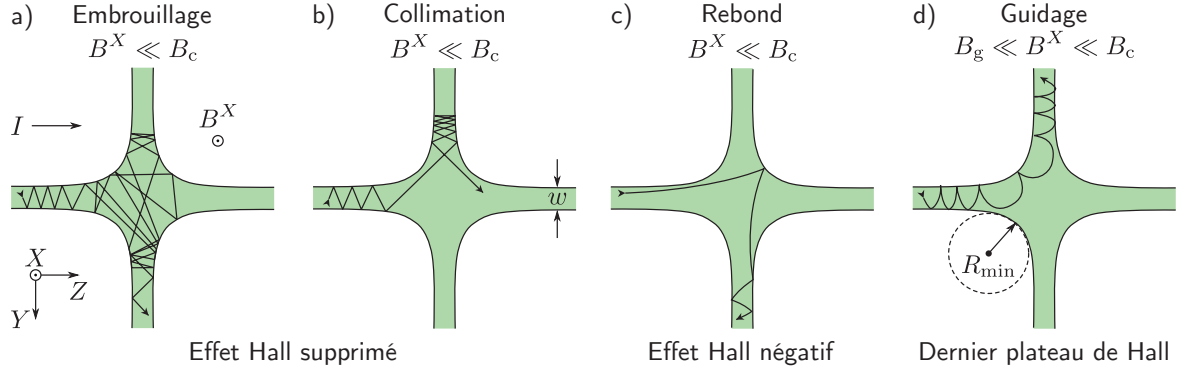
a), b) Composante transverse  $B_M^X(\rho)$  du champ magnétique créé par un micro-aimant (géométrie #2, figure 1.12). La distance horizontale entre le centre du micro-aimant (cercle blanc) et le centre de la croix de Hall (cercle noir) est a)  $d_h = w/2 = 250$  nm et b)  $d_h = 100$  nm, où  $w = 500$  nm est la largeur de la croix de Hall. La forme du micro-aimant à la surface du dispositif à  $X = d_v$  est représentée par un cercle gris. c) Champ magnétique transverse moyen  $B_M^X$  en fonction de la largeur  $w$  de la croix de Hall pour  $d_h = 250$  nm (cercles bleus) et  $d_h = 100$  nm (cercles rouges). Les valeurs correspondant à 100% et 50% de l'amplitude maximale du champ  $B_M^X(\rho)$  sont représentées par des lignes horizontales pointillée et en trait mixte, respectivement. La ligne verticale pointillée indique  $w = 500$  nm. Pour ces figures, les paramètres du micro-aimant sont  $\mu_0 M = 1.93$  T,  $d_v = 130$  nm,  $r_{\max} = 220$  nm,  $r_{\min} = 150$  nm et  $t = 300$  nm.

des électrons. Quatre mécanismes de transport menant à des anomalies balistiques de l'effet Hall sont alors présents [142]. Trois mécanismes sont présents lorsque l'amplitude  $B^X$  du champ magnétique transverse est beaucoup plus faible que le champ magnétique critique. Le champ magnétique critique  $B_c$  correspond au rayon cyclotron égal à la largeur  $w$  de la croix de Hall, soit

$$B_c = \frac{\hbar k_F}{ew}. \quad (2.5)$$

Les figures 2.4 a) à c) illustrent, pour ces trois mécanismes, un exemple d'une trajectoire d'un électron avant l'établissement de l'état d'équilibre [142]. Le mécanisme d'embrouillage se produit lorsqu'un électron se dirige vers un contact quelconque à la suite de plusieurs réflexions sur la frontière de la croix de Hall. Le mécanisme de collimation se produit lorsqu'un électron se dirige dans le drain au lieu de se diriger vers le contact dicté par l'effet Hall. Ces deux mécanismes mènent à l'effet Hall supprimé pour  $B^X \ll B_c$ . Le mécanisme de rebond amène certains électrons à se diriger vers le contact opposé à celui dicté par l'effet Hall, ce qui mène à un changement de signe de l'effet Hall, soit l'effet Hall négatif.

Un quatrième mécanisme se produit lorsque le champ magnétique transverse  $B_g \ll$



**FIGURE 2.4 – Anomalies balistiques de l'effet Hall.**

Illustrations des mécanismes causant les anomalies balistiques de l'effet Hall. Les mécanismes a) d'embrouillage et b) de collimation causent la suppression de l'effet Hall pour  $B^X \ll B_c$  où le champ magnétique critique  $B_c$  correspond au champ magnétique pour lequel le rayon cyclotron est égal à la largeur  $w$  du canal de conduction. c) Le mécanisme de rebond cause l'*effet Hall négatif* pour  $B^X \ll B_c$ . d) Le mécanisme de guidage cause l'anomalie du *dernier plateau de Hall* pour  $B_g \ll B^X \ll B_c$ , où le champ magnétique de guidage  $B_g$  correspond au champ magnétique pour lequel le rayon cyclotron est égal au rayon minimal des coins de la croix de Hall,  $R_{\min}$ .

$B^X \ll B_c$ , où le champ magnétique de guidage  $B_g$  est donné par

$$B_g = \frac{\hbar k_F}{e R_{\min}}, \quad (2.6)$$

où  $R_{\min}$  est le rayon minimal des coins de la croix de Hall. Afin d'observer ce phénomène, il faut que  $R_{\min} \gg w$  tel que  $B_g \ll B_c$ . Comme l'illustre la figure 2.4 d), le mécanisme de guidage mène à une tension de Hall indépendante du champ transverse  $B^X$ , ce qui produit le *dernier plateau de Hall* [142]. La résistance de Hall associée à ce plateau est la résistance de contact  $R_c$  donnée par

$$R_c = \frac{h}{2e^2} \frac{\pi}{k_F w}. \quad (2.7)$$

Pour une croix de Hall d'une largeur  $w = 500$  nm avec  $R_{\min} = 4w = 2$   $\mu\text{m}$ , le champ magnétique critique et de guidage sont respectivement  $B_c \approx 0.16$  T et  $B_g \approx 0.04$  T. Puisque le champ magnétique moyen dans la croix de Hall créé par un micro-aimant peut également être de cet ordre de grandeur, les anomalies balistiques jouent un rôle important sur la magnétométrie de Hall des micro-aimants. Par exemple, l'*effet Hall supprimé* rend le magnétomètre insensible à un champ magnétique transverse beaucoup plus faible que le champ magnétique critique.

## 2.2 Magnétométrie avec des croix de Hall conventionnelles

---

Cette section porte sur la réalisation expérimentale de la magnétométrie de Hall de micro-aimants à l'aide de dispositifs conventionnels où la croix de Hall est définie par la gravure de l'hétérostructure dans laquelle un gaz d'électrons est présent. Cette première itération expérimentale permet d'établir la méthode et les limites de cette approche.

### 2.2.1 Croix de Hall conventionnelles avec micro-aimants

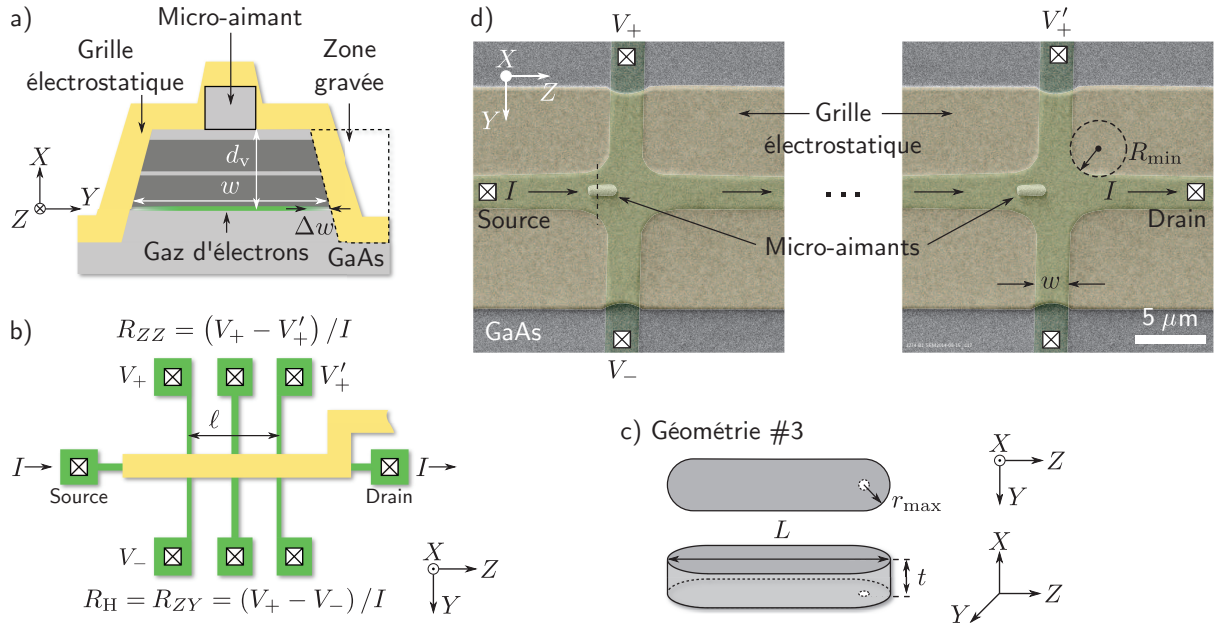
Comme il est schématisé aux figures 2.5 a) et b), une hétérostructure de GaAs/AlGaAs est gravée de façon à définir, dans le gaz d'électrons, trois croix de Hall en série d'une largeur  $w$  entre 1 et 2  $\mu\text{m}$ . Cette géométrie permet de mesurer simultanément la résistance longitudinale  $R_{ZZ}$  et la résistance transverse  $R_H = R_{ZY}$ . Le gaz d'électrons, présent à  $d_v = 100$  nm sous la surface de l'hétérostructure, est connecté électriquement par des contacts ohmiques permettant de faire circuler un courant  $I$  à travers la croix de Hall. Un micro-aimant dans un alliage de fer et de cobalt (FeCo) est fabriqué sur chaque croix de Hall. Finalement, la moitié des dispositifs possèdent une grille électrostatique recouvrant les trois croix de Hall et les micro-aimants. Cette grille électrostatique permet de contrôler la densité du gaz d'électrons et de protéger les micro-aimants de l'oxydation.

Une géométrie hybride entre les géométries #1 et #2 de micro-aimants présentées à la section 1.3 est utilisée<sup>2</sup>. Tel que schématisé à la figure 2.5 c), la géométrie #3 est composée d'un micro-aimant rectangulaire (géométrie #1) et d'un micro-aimant de forme cylindrique de rayon  $r_{\text{max}} = 200$  nm (géométrie #2), réalisant ainsi un micro-aimant d'une longueur totale  $L = \{400, 600, 800, 2000\}$  nm. La géométrie #2 est ainsi un cas spécial de la géométrie #3 où  $L = 2r_{\text{max}}$ .

La figure 2.5 d) présente une image par microscopie électronique à balayage d'une croix de Hall avec un micro-aimant. Puisqu'une technique de photolithographie est utilisée afin de définir les croix de Hall, les coins de celles-ci sont arrondies avec un rayon minimal  $R_{\text{min}} \approx 2 \mu\text{m}$ .

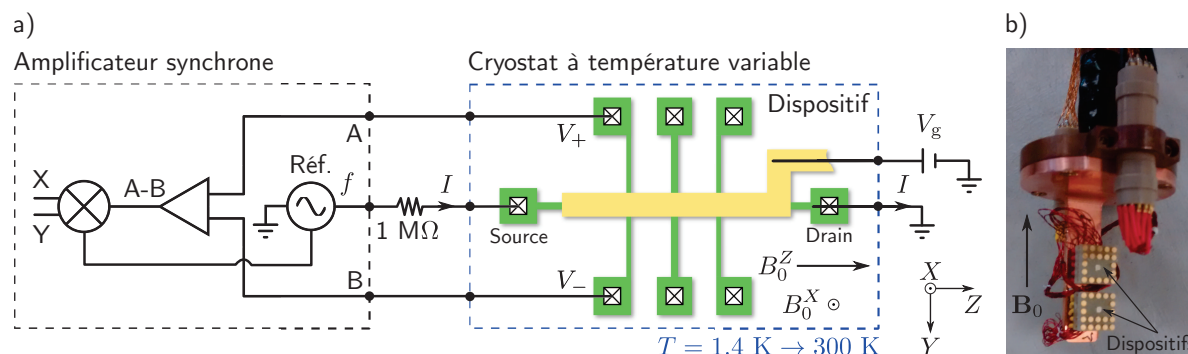
---

2. Historiquement, cette géométrie a été initialement considérée comme généralisation de la géométrie #2 afin de réduire le facteur de démagnétisation. La symétrie de la géométrie #1 offre par contre un avantage pour l'ingénierie du champ magnétique inhomogène et est ainsi considérée au chapitre 1.



**FIGURE 2.5 – Dispositifs de croix de Hall conventionnelles.**

a) Schéma en coupe transversale de l'hétérostructure de GaAs/AlGaAs gravée afin de définir un canal de conduction dans le gaz d'électrons à une distance  $d_v = 100$  nm de la surface. Un micro-aimant est fabriqué directement à la surface de l'hétérostructure. Une grille électrostatique recouvre l'hétérostructure et le micro-aimant. Une zone de déplétion d'une largeur  $\Delta w$  présente près des bords de l'hétérostructure gravée isole électriquement le gaz d'électrons et la grille électrostatique. La largeur effective  $w_{\text{eff}}$  du canal de conduction est ainsi inférieure à la largeur physique  $w$  de la croix de Hall. b) Schéma de trois croix de Hall en série, permettant de mesurer la résistance longitudinale  $R_{ZZ} = (V_+ - V'_+)/I$  et la résistance de Hall  $R_H = R_{ZY} = (V_+ - V_-)/I$ . La longueur du canal de conduction entre les croix de Hall les plus éloignées est  $\ell = 40$   $\mu\text{m}$ . c) Géométrie #3 des micro-aimants composée de deux demi-cylindres d'un rayon  $r_{\max}$  et d'une épaisseur  $t$  séparés par un micro-aimant rectangulaire d'une largeur  $2r_{\max}$  et d'une longueur  $L - 2r_{\max}$ , tel que la longueur totale du micro-aimant est  $L$ . Le cercle blanc représente le point de référence du micro-aimant. d) Image par microscopie électronique à balayage montrant deux des trois croix de Hall en série. La largeur  $w$  de la croix de Hall varie entre 1 et 2  $\mu\text{m}$  et le rayon de courbure minimal  $R_{\min}$  aux croisements est d'environ 2  $\mu\text{m}$ . Sur ce dispositif, une grille électrostatique et des micro-aimants d'un rayon  $r_{\max} = 400$  nm et d'une longueur  $L = 2$   $\mu\text{m}$  sont présents. La ligne verticale pointillée représente l'orientation de la coupe transversale présentée en a).



**FIGURE 2.6 – Montage expérimental pour la magnétométrie Hall.**

a) Schéma simplifié du montage expérimental utilisé pour la mesure des croix de Hall. Le dispositif est placé dans un cryostat à température variable entre 1.4 K et la température de la pièce. Un amplificateur synchrone (Stanford Research Systems SR830) envoie un signal de sortie possédant une fréquence  $f = 17.777$  Hz et une amplitude  $V_0$  à une résistance de  $R = 1$  M $\Omega$ , ce qui crée un courant  $I \approx V_0/R$  entre les contacts ohmiques de la source et du drain. La tension de Hall  $V_H$  est mesurée par l'amplificateur synchrone en mode différentiel (A-B) et correspond à la composante du signal démodulé en phase (X) avec la référence interne. Une tension continue  $V_g$  est appliquée à la grille électrostatique à l'aide d'une unité mesure-source (Agilent E5281B). b) Photo d'un porte-échantillon permettant de mesurer deux dispositifs dans une configuration où le champ magnétique externe  $\mathbf{B}_0$  est parallèle à la surface du dispositif, soit  $\mathbf{B}_0 \equiv B_0^Z \mathbf{Z}$ .

## 2.2.2 Montage expérimental

La figure 2.6 a) présente un schéma simplifié du montage expérimental utilisé pour la mesure du transport électrique des croix de Hall conventionnelles. Un cryostat à  $^4\text{He}$  avec une sonde à température variable est utilisé pour refroidir les dispositifs à une température  $T$  entre 1.4 K et la température de la pièce. Des paires torsadées de fils en cuivre d'une résistance moyenne de 14.5  $\Omega$  sont utilisés pour connecter électriquement le dispositif aux instruments à température de la pièce. L'orientation du champ magnétique externe  $\mathbf{B}_0$  d'une amplitude maximale de 8 T est ajustée par l'orientation du dispositif sur la sonde du cryostat. On se restreint à des mesures en champ magnétique perpendiculaire ( $\mathbf{B}_0 \equiv B_0^X \mathbf{X}$ ) et parallèle ( $\mathbf{B}_0 \equiv B_0^Z \mathbf{Z}$ ). La figure 2.6 b) montre une photo d'un porte-échantillon permettant de mesurer simultanément deux dispositifs en champ magnétique parallèle.

Un amplificateur synchrone est utilisé pour faire circuler un courant  $I$  de basse fréquence entre la source et le drain de la croix de Hall. La tension de Hall  $V_H$  correspond à la différence entre les tensions  $V_+$  et  $V_-$  en phase avec la référence de l'amplificateur synchrone. Une tension  $V_g$  est appliquée sur la grille électrostatique à l'aide d'un unité

source-mesure, permettant de confirmer l'absence d'une fuite de courant entre la grille et le gaz d'électrons.

### 2.2.3 Caractérisation en champ magnétique perpendiculaire

Afin de caractériser les croix de Hall fabriquées, la résistance de Hall ( $R_H = R_{ZY}$ ) et la résistance longitudinale ( $R_{ZZ}$ ) sont mesurées en champ magnétique perpendiculaire ( $\mathbf{B}_0 \equiv B_0^X \mathbf{X}$ ) à une température  $T \approx 1.5$  K et pour un courant  $I = 97$  nA. La figure 2.7 a) présente les résultats de la mesure de  $R_H$  et  $R_{ZZ}$  en fonction du champ magnétique externe  $B_0^X$  pour un dispositif possédant une grille électrostatique.

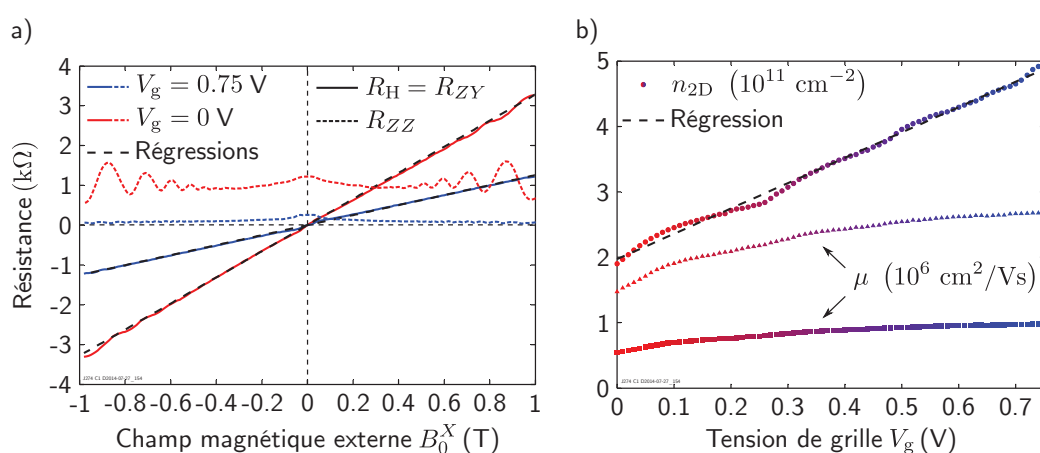
#### Densité du gaz d'électrons

La résistance de Hall  $R_H$  augmente linéairement avec  $B_0^X$  comme le prédit l'effet Hall classique. Des déviations du comportement linéaire sont observées à fort champ magnétique où l'effet Hall quantique se manifeste par la présence de plateaux aux résistances de Hall  $R_H = h/\nu e^2$ , où  $\nu$  est le facteur de remplissage [143]. Une régression linéaire de  $R_H(B_0^X)$  permet de déterminer la densité  $n_{2D}$  du gaz d'électrons et de calibrer le magnétomètre de Hall. La figure 2.7 b) présente la densité  $n_{2D}$  en fonction de la tension de grille  $V_g$ . La densité augmente approximativement de façon linéaire entre  $1.90$  et  $4.97 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  pour une tension de grille  $V_g$  variant de  $0$  à  $0.75$  V, respectivement. La densité à  $V_g = 0$  est légèrement différente de la densité  $n_{2D} = 2.2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  de référence de l'hétérostructure. Une tension de grille  $V_g = 0.044$  V est par contre suffisante pour retrouver la densité de référence.

#### Mobilité et largeur de la zone de déplétion

La résistance longitudinale  $R_{ZZ}$  possède un maximum local à champ magnétique nul, une propriété caractéristique de la localisation faible [141]. À fort champ magnétique, les oscillations de Shubnikov-de Haas sont également visibles. De plus, la résistance diminue lorsque la tension de grille est augmentée. Cette diminution de la résistance est causée par une augmentation de la densité  $n_{2D}$  et de la mobilité  $\mu$  du gaz d'électrons. La mobilité  $\mu$  est reliée à la résistance longitudinale à champ magnétique nul,  $R_{ZZ}(B_0^X = 0)$ , selon

$$\mu = \frac{\ell}{en_{2D}w_{\text{eff}}R_{ZZ}(0)}, \quad (2.8)$$



**FIGURE 2.7 – Résistance transverse et longitudinale.**

a) Résistance de Hall  $R_H = R_{ZY}$  (lignes pleines) et résistance longitudinale  $R_{ZZ}$  (lignes pointillées) en fonction du champ magnétique perpendiculaire  $B_0^X$  pour  $V_g = 0$  (lignes rouges) et  $V_g = 0.75$  V (lignes bleues). Les régressions linéaires de la résistance de Hall sont indiquées par des lignes noires pointillées. b) Densité  $n_{2D}$  (cercles) et mobilité  $\mu$  (carrés et triangles) du gaz d'électrons en fonction de la tension de grille  $V_g$ . La régression linéaire de la densité, indiquée par la ligne pointillée, permet de déterminer la valeur de la pente à  $3.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}/\text{V}$ . La mobilité minimale, calculée avec  $w_{\text{eff}} = w = 2.0 \pm 0.1 \text{ } \mu\text{m}$ , est indiquée par les carrés. La mobilité maximale, obtenue en ajustant  $w_{\text{eff}} = w - 2\Delta w$  tel que  $\mu = 1.69 \times 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$  à  $V_g = 0.044$  V, est indiquée par les triangles, où  $\Delta w = 0.64 \pm 0.07 \text{ } \mu\text{m}$ .

où  $w_{\text{eff}}$  et  $\ell$  sont respectivement la largeur effective et la longueur du canal de conduction [141]. La région de déplétion d'une largeur  $\Delta w = (w - w_{\text{eff}})/2$  est causée par des états de surfaces présents sur les bords de l'hétérostructure [144, 141]. La figure 2.7 b) présente la borne minimale de la mobilité obtenue à l'aide de la largeur physique  $w = 2.0 \pm 0.1 \mu\text{m}$  du canal de conduction, ce qui correspond ainsi à la valeur maximale de  $w_{\text{eff}}$ . L'augmentation de la mobilité avec l'augmentation de la densité est en accord avec une mobilité limitée par la diffusion des électrons sur des impuretés ionisées [145, 141].

Une borne maximale sur la largeur  $\Delta w$  de la région de déplétion est obtenue en déterminant la largeur effective  $w_{\text{eff}} = w - 2\Delta w$  de façon à ce que la mobilité soit égale à la mobilité de référence de l'hétérostructure. Dans ce cas, on obtient  $w_{\text{eff}} = 0.73 \pm 0.04 \mu\text{m}$  et ainsi  $\Delta w = 0.64 \pm 0.07 \mu\text{m}$ . La mobilité calculée à partir de cette valeur de  $w_{\text{eff}}$  est également présentée à la figure 2.7 b) et correspond à la borne supérieure de la mobilité. La valeur de  $\Delta w$  obtenu est en accord avec  $\Delta w = 0.5 \pm 0.2 \mu\text{m}$  obtenue à la référence [144]. Cette zone de déplétion représente un obstacle majeur pour les applications où il est nécessaire d'induire de la supraconductivité dans le gaz d'électrons en déposant un supraconducteur sur les côtés de l'hétérostructure gravée [146]. Pour la magnétométrie de Hall, cette zone de déplétion limite la taille minimale des croix de Hall pouvant être fabriqués à  $w_{\text{min}} \approx 2\Delta w \approx 1.3 \mu\text{m}$ .

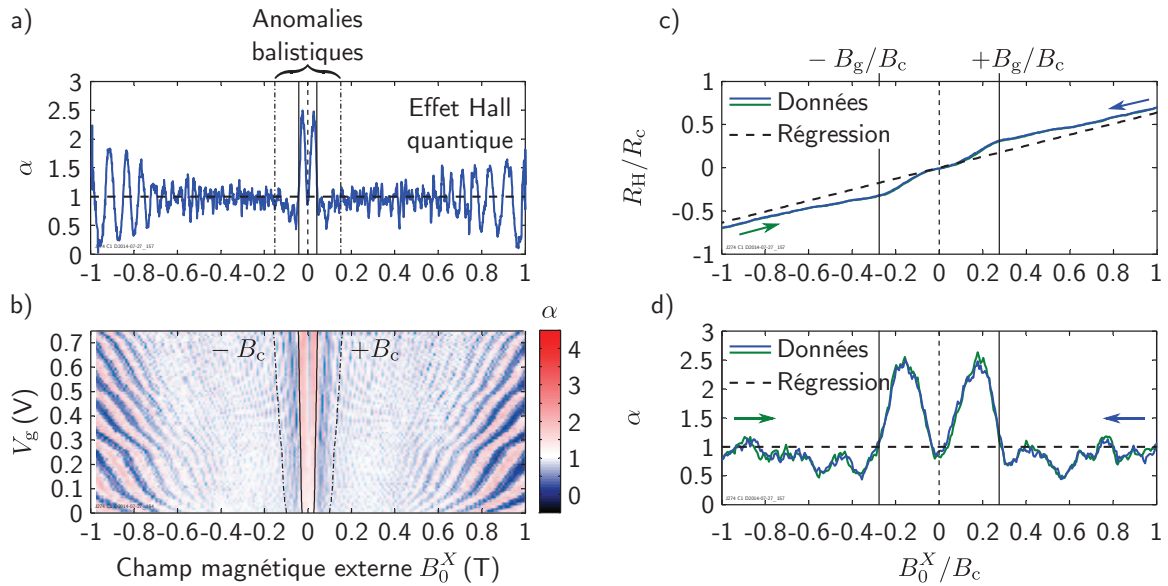
### Anomalies balistiques

Les déviations du comportement linéaire de la résistance de Hall  $R_{\text{H}}$  sont mises en évidence en définissant  $\alpha$  comme la dérivée de  $R_{\text{H}}$  en fonction du champ magnétique  $B_0^X$  normalisée par la pente moyenne  $1/en_{2\text{D}}$  obtenue par une régression linéaire, soit

$$\alpha \equiv en_{2\text{D}} \frac{dR_{\text{H}}}{dB_0^X}. \quad (2.9)$$

Ainsi, par définition, la valeur moyenne de  $\alpha$  est égale à l'unité. Les figures 2.8 a) et b) présentent  $\alpha$  pour les données de la figure 2.7. À fort champ magnétique, l'effet Hall quantique se manifeste comme des oscillations entre  $\alpha \rightarrow 0$  sur les plateaux et  $\alpha > 1$  entre les plateaux. Les anomalies balistiques causent également des déviations par rapport à  $\alpha = 1$  pour  $B_0^X \ll B_c$ , où le champ magnétique critique  $B_c$  est calculé à partir de l'équation (2.5) en considérant  $n_{2\text{D}}(V_g)$  de la figure 2.7 b) et  $w = w_{\text{eff}} = 0.73 \mu\text{m}$ . Le champ magnétique critique varie entre 0.10 T à  $V_g = 0$  et 0.16 T à  $V_g = 0.75$  V. Les anomalies balistiques de la figure 2.8 b) suivent le comportement prédit par la limite du champ magnétique critique, ce qui indique que la largeur effective  $w_{\text{eff}}$  ne varie pas significativement en fonction de la tension de grille.





**FIGURE 2.8 – Anomalies balistiques dans une croix de Hall conventionnelle.**

a) Dérivée normalisée  $\alpha$  de la résistance de Hall des données de la figure 2.7 a) en fonction du champ magnétique  $B_0^X$  pour  $V_g = 0.75$  V (ligne bleue pleine). Les déviations de  $\alpha = 1$  (ligne horizontale noire pointillée) à fort champ magnétique correspondent à l'effet Hall quantique et aux anomalies balistiques pour  $B_0^X$  sous le champ magnétique critique  $B_c$  (lignes verticales en trait mixte). b) Dérivée normalisée  $\alpha$  en fonction de  $B_0^X$  et de la tension de grille  $V_g$ . c) Résistance de Hall  $R_H$  normalisée par la résistance de contact  $R_c$  en fonction du champ magnétique  $B_0^X$  normalisé par le champ magnétique critique  $B_c$  des données présentées en a). La régression linéaire de  $R_H$  est indiquée par une ligne pointillée. d) Pente normalisée  $\alpha$  des données présentées en c) en fonction de  $B_0^X/B_c$ . Pour toutes ces figures, les champs magnétiques critiques  $\pm B_c$  et de guidage  $\pm B_g$  sont indiqués par les lignes en trait mixte et pleines, respectivement. En c) et d), les données obtenues en diminuant et en augmentant le champ magnétique externe sont respectivement indiquées par les lignes bleues et vertes.

La figure 2.8 c) présente la résistance de Hall  $R_H$  normalisée par la résistance de contact  $R_c$  de l'équation (2.7) en fonction du champ magnétique  $B_0^X$  normalisé par le champ magnétique critique  $B_c$  pour  $V_g = 0.75$  V (figure 2.7 a). Lorsque le champ transverse est supérieur au champ magnétique de guidage  $B_g = 0.042$  T, calculé à partir de l'équation (2.6) avec un rayon minimal effectif  $R_{\min}^{\text{eff}} = R_{\min} + \Delta w = 2.64 \mu\text{m}$ , l'anomalie balistique du *dernier plateau de Hall* se manifeste. Cette anomalie est particulièrement visible dans la dérivée normalisée  $\alpha$  de la figure 2.8 d), où  $\alpha < 1$  pour  $B_g < B_0^X < B_c$ .

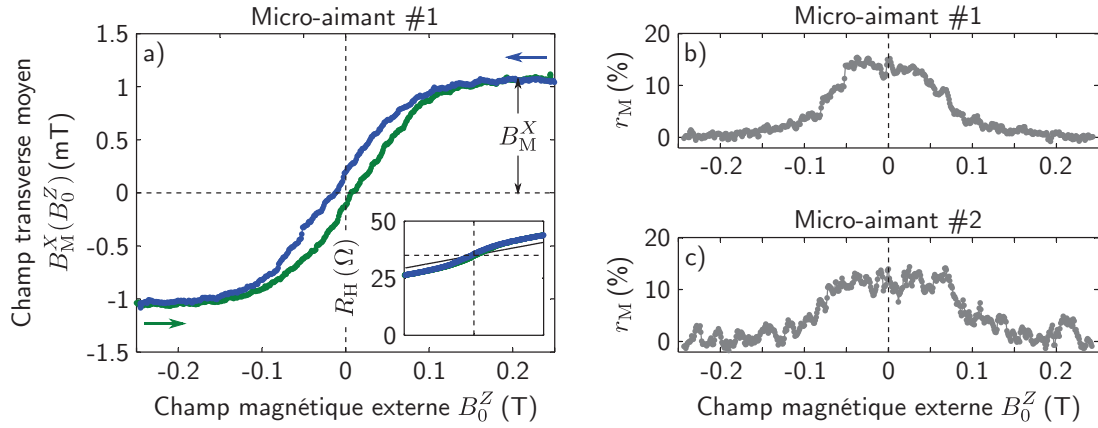
Malgré la présence des anomalies balistiques, la réponse du magnétomètre de Hall est relativement sensible à un champ transverse  $B^X \ll B_g$  avec  $\alpha \approx 0.92$  à champ magnétique nul. Par contre, puisque  $\alpha$  varie rapidement autour de  $B_0^X = 0$ , la réponse du magnétomètre n'est pas linéaire pour un champ transverse  $B^X \sim B_g$ .

## 2.2.4 Mesure de la courbe de magnétisation

La courbe de magnétisation  $B_M^X(B_0^Z)$  des micro-aimants fabriqués sur les croix de Hall est obtenue en mesurant la résistance de Hall en champ magnétique parallèle ( $\mathbf{B}_0 = B_0^Z \mathbf{Z}$ ). L'encart de la figure 2.9 a) présente la résistance de Hall obtenue par une telle mesure pour un micro-aimant en FeCo d'une longueur  $L = 2 \mu\text{m}$  sans grille électrostatique. Afin d'obtenir le champ magnétique transverse moyen créé par le micro-aimant à partir de la résistance de Hall  $R_H(B_0^Z)$ , quelques étapes sont nécessaires.

Premièrement, la présence d'un angle  $\theta$  entre le champ magnétique externe  $\mathbf{B}_0$  et l'axe  $Z$  produit une pente résiduelle de la résistance de Hall donnée par  $B_0^Z \sin \theta / en_{2D}$ . Une régression linéaire des données à fort champ magnétique permet de déterminer la pente résiduelle. Les données peuvent ainsi être corrigées en soustrayant la pente résiduelle. À partir de la densité  $n_{2D}$  déterminée par les mesures en champ perpendiculaire, on détermine  $\theta = 0.44^\circ$  à la figure 2.9 a). Deuxièmement, la résistance de Hall présente un décalage à champ magnétique nul causé par un faible désalignement entre les deux canaux de conduction qui permettent de mesurer les tensions  $V_+$  et  $V_-$ . Ce désalignement résulte en une composante longitudinale dans la résistance de Hall. Cette résistance longitudinale est corrigée en ajustant  $R_H = 0$  à  $B_0^Z = 0$ . Finalement, la densité déterminée précédemment est utilisée pour convertir la résistance de Hall en un champ magnétique transverse moyen à l'aide de l'équation (2.2). La figure 2.9 a) présente ainsi le champ magnétique transverse moyen créé par le micro-aimant  $B_M^X(B_0^Z)$ .

Le champ magnétique transverse moyen  $B_M^X(B_0^Z)$  présenté à la figure 2.9 a) possède



**FIGURE 2.9 – Magnétométrie avec une croix de Hall conventionnelle.**

a) Champ magnétique transverse moyen  $B_M^X(B_0^Z)$  d'un micro-aimant en FeCo d'une longueur  $L = 2 \mu\text{ m}$  sans grille électrostatique (micro-aimant #1) en fonction du champ magnétique parallèle  $B_0^Z$ . Le champ magnétique transverse moyen à saturation est donné par  $B_M^X$ . Les données obtenues en balayant  $B_0^Z$  d'une valeur positive à négative (négative à positive) sont indiquées par des cercles bleus (cercles verts). L'encart présente les données brutes de la résistance de Hall  $R_H$ . La pente résiduelle causée par un angle  $\theta = 0.44^\circ$  est indiquée par une ligne pleine. Hystérèse relative b) du micro-aimant #1 (sans grille de déplétion) et c) du micro-aimant #2 (avec grille de déplétion). Malgré un rapport sur bruit limité, le changement de la magnétisation de certains domaines magnétiques est visible.

une hystérèse qui dépend de la direction à laquelle le champ magnétique  $B_0^Z$  est balayé. La figure 2.9 b) présentent l'hystérèse relative  $r_M$  de la courbe de magnétisation, définie par

$$r_M \equiv \frac{1}{2} \frac{B_{M,\leftarrow}^X(B_0^Z) - B_{M,\rightarrow}^X(B_0^Z)}{B_M^X}, \quad (2.10)$$

où  $B_{M,\leftarrow}^X(B_0^Z)$  ( $B_{M,\rightarrow}^X(B_0^Z)$ ) est la valeur de  $B_M^X(B_0^Z)$  obtenue en balayant  $B_0^Z$  d'une valeur positive à négative (négative à positive) et où  $B_M^X$  est le champ magnétique transverse moyen créé par le micro-aimant lorsque magnétisé à saturation. La figure 2.9 c) présente l'hystérèse pour un micro-aimant nominalemt identique mais en présence d'une grille électrostatique. Pour ces deux micro-aimants, la rémanence, définie comme l'hystérèse relative à  $B_0^Z = 0$ , atteint  $\sim 10\%$ . Ainsi, en l'absence d'un champ magnétique externe, le micro-aimant produit tout de même  $\sim 10\%$  du champ magnétique inhomogène  $B_M(\rho)$  simulé à saturation à la section 1.3. De plus, l'hystérèse devient négligeable vers  $B_0^Z \approx 0.2 \text{ T}$ , indiquant ainsi un champ magnétique de saturation de cette ordre. La similarité entre les courbes d'hystérèse de ces deux micro-aimants nominalemt identiques indique que la protection du micro-aimant par la grille électrostatique n'influence pas significativement ses propriétés magnétiques malgré la présence de fer dans la matériau ferromagnétique

utilisé dans le micro-aimant.

Le champ magnétique transverse moyen à saturation,  $B_M^X$ , est par contre beaucoup plus faible que prévu. En effet, pour les deux micro-aimants d'une longueur  $L = 2 \mu\text{m}$  présentés à la figure 2.9,  $B_M^X$  n'atteint qu'environ 1 mT. De plus, aucun signal n'est détecté pour les micro-aimants avec  $L = \{400, 600, 800\}$  nm. Ces deux observations s'expliquent simplement par le fait que pour  $R_{\min} \approx w$ , la région d'intégration effective de la croix de Hall est plus beaucoup plus étendue que le croisement de la croix d'une aire  $A = w^2$ . Ainsi, pour un micro-aimant d'une longueur  $L \ll R_{\min} \approx 2 \mu\text{m}$  et pour un alignement où  $d_h = w/2$ , les deux pôles se trouvent dans la région d'intégration effective et le champ magnétique moyen résultant en est grandement réduit. La magnétométrie de Hall réalisée à l'aide de croix de Hall conventionnelles est tout de même possible en ajustant l'alignement du micro-aimant en tenant compte de la présence des croix arrondies. Par contre, une méthode alternative qui permettrait d'effectuer la magnétométrie de micro-aimants de taille sous le micrométrique est souhaitable pour la génération de champs magnétiques inhomogènes nécessaires aux couplages spin-résonateur présentés au chapitre 1.

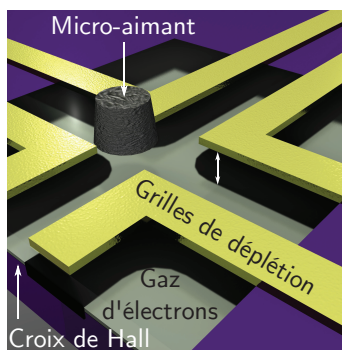
## 2.3 Croix de Hall électrostatiques pour la magnétométrie

---

Cette section porte sur la réalisation expérimentale de la magnétométrie de micro-aimants avec des croix de Hall définies électrostatiquement. Ces croix de Hall électrostatiques permettent d'éviter certains problèmes rencontrés à la section précédente. De plus, cette approche permet de mesurer directement l'inhomogénéité du champ magnétique créé par les micro-aimants et de valider les simulations magnétostatiques utilisées à la section 1.3 afin d'évaluer les différences de champs magnétiques pour les couplages spin-résonateur.

### 2.3.1 Croix de Hall électrostatiques avec micro-aimants

Le concept d'une croix de Hall électrostatique est très simple : au lieu de graver l'hétérostructure pour définir une croix de Hall dans le gaz d'électrons, des grilles électrostatiques sont utilisées pour former une croix de Hall effective. Cette approche est grandement inspirée des boîtes quantiques latérales où des grilles permettent de définir des boîtes quantiques dans un gaz d'électrons [147, 97, 20]. La nanofabrication de grilles électrostatiques distancées de quelques dizaines de nanomètres avec une précision du même ordre



**FIGURE 2.10 – Croix de Hall électrostatiques.**

Croix de Hall définie électrostatiquement en appliquant une tension  $V_g$  négative sur les grilles électrostatiques fabriquées à la surface de l'hétérostructure, ce qui permet de dépeupler le gaz d'électrons sous les grilles et ainsi de définir une croix de Hall effective. La largeur effective  $w_{\text{eff}}$  de la croix de Hall varie approximativement de la distance entre les grilles à la tension de grille de déplétion  $V_{g,d}$  jusqu'à zéro à la tension de grille de pincement  $V_{g,p}$ .

permet de réaliser des croix de Hall avec une largeur effective  $w_{\text{eff}}$  de quelques centaines de nanomètres seulement [148, 149, 150]. Cette réduction de la taille des croix de Hall permet en principe d'effectuer la magnétométrie de Hall de systèmes magnétiques de tailles nanométriques.

La démonstration expérimentale de croix de Hall électrostatiques a été démontrée aux références [148, 149, 150]. Par contre, la magnétométrie effectuée à l'aide de celles-ci n'a pas été investiguée dans la littérature avant la publication des résultats de cette section [48]. La figure 2.10 illustre un dispositif qui produit une croix de Hall électrostatique avec un micro-aimant près du croisement, permettant ainsi d'effectuer la magnétométrie de Hall comme il est démontré plus loin. De plus, le contrôle électrostatique de la croix de Hall permet de contrôler la région d'intégration du magnétomètre de Hall.

### Description des dispositifs

Les figures 2.11 a) et b) présentent deux images de dispositifs qui réalisent la croix de Hall électrostatique schématisée à la figure 2.10. Un premier type de dispositif (dispositifs A et B) utilisent des grilles en aluminium auto-isolantes, qui empêchent le contact électrique entre le micro-aimant métallique et les grilles. Les grilles sont séparées d'une distance de  $w = 550$  nm et les micro-aimants en FeCo possèdent la géométrie #2 avec  $r_{\text{max}} = 220$  nm,  $r_{\text{min}} = 150$  nm et  $t = 300$  nm. Un deuxième type de dispositifs (dispositifs C et D) utilisent des grilles en titane et en or. Les grilles sont séparées d'une distance de  $w = 750$  nm et les micro-aimants en FeCo possèdent la géométrie #3 avec  $r_{\text{max}} = 220$  nm,  $t = 300$  nm et

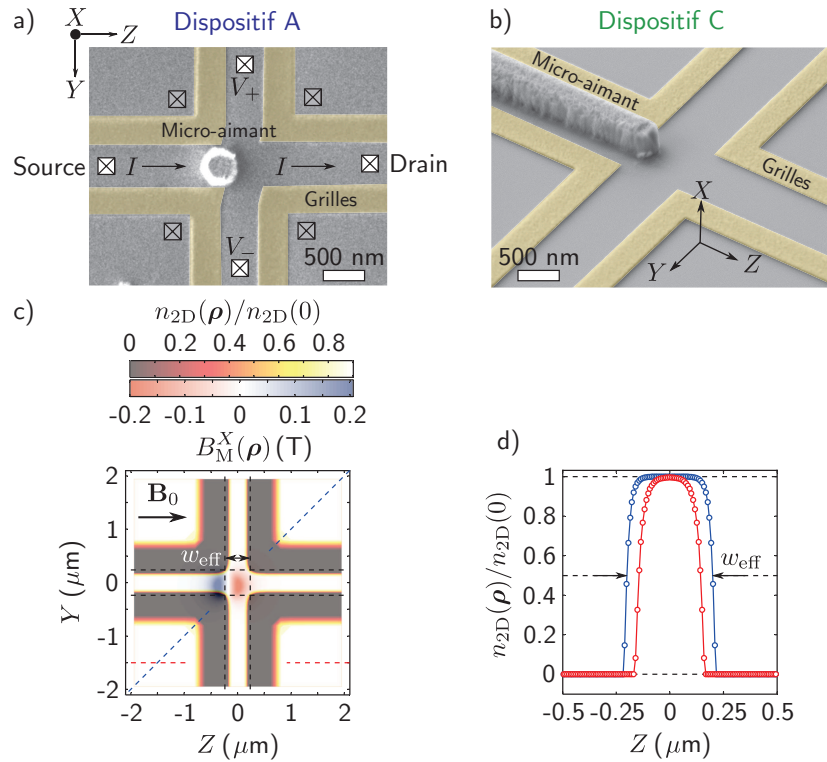
des ratios d'aspect  $L/2r_{\max} = \{1, 2, 5, 7, 9, 18\}$ . Pour les deux types de dispositifs, les grilles électrostatiques forment deux canaux de conduction d'une longueur de  $16.6 \mu\text{m}$ , soit une longueur comparable au libre parcours moyen  $\ell_e$  dans le gaz d'électrons. Notamment, le procédé de fabrication de ces dispositifs est exactement le même que celui utilisé pour les boîtes quantiques latérales avec micro-aimants, permettant ainsi la co-intégration de croix de Hall électrostatiques. Il est alors possible d'obtenir les propriétés magnétiques des micro-aimants fabriqués en même temps que ceux intégrés aux boîtes quantiques.

La figure 2.11 c) présente, pour le dispositif A, une combinaison de la simulation électrostatique effectuée avec *nextnano* [99] de la densité  $n_{2D}(\rho)$  de la croix de Hall et de la simulation magnétostatique effectuée avec *Radia* du champ magnétique  $B_M^X(\rho)$  créé par le micro-aimant magnétisé à saturation. La position relative entre le micro-aimant et la croix de Hall est déterminée à partir de l'image obtenue par microscopie électronique à balayage présentée à la figure 2.11 a). La figure 2.11 d) présente le profil de la densité du gaz d'électrons le long de la diagonale  $Y = Z$  de la figure 2.11 c), ce qui permet de définir la largeur effective  $w_{\text{eff}}$  de la croix de Hall comme la largeur à mi-hauteur du profil de la densité. Par exemple, pour une tension de grille  $V_g = -0.6 \text{ V}$ , on obtient  $w_{\text{eff}} = 480 \text{ nm}$ . La croix de Hall résultante possède un rayon de courbure minimale  $R_{\min}$  inférieur à  $w_{\text{eff}}$ , supprimant ainsi largement les anomalies balistiques causées par le mécanisme de guidage requérant  $R_{\min} \gg w_{\text{eff}}$  (sous-section 2.1.3).

### Formation de la croix de Hall électrostatique

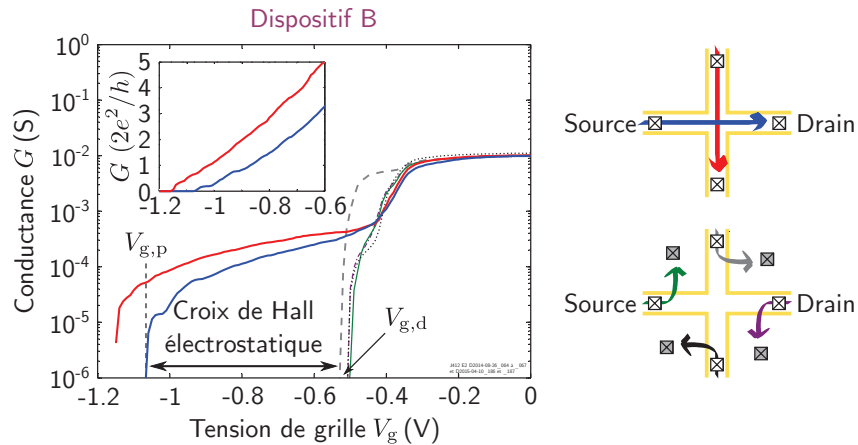
Afin de vérifier qu'il est possible de définir les deux canaux de conduction de la croix de Hall, il est d'abord nécessaire de s'assurer qu'il est possible de les isoler du reste du gaz d'électrons. La figure 2.12 présente, pour le dispositif B, la conductance  $G = I/V_{\text{SD}}$  mesurée entre différents contacts ohmiques à l'intérieur et à l'extérieur de la croix de Hall en fonction de la tension  $V_g$  appliquée sur les quatre grilles électrostatiques, où  $V_{\text{SD}}$  est la tension appliquée entre les contacts ohmiques. Pour une tension de grille inférieure à la tension de grille de déplétion  $V_{g,d} \approx -0.55 \text{ V}$ , le gaz d'électrons est dépeuplé sous les grilles, isolant ainsi électriquement l'intérieur et l'extérieur de la croix de Hall.

La conductance entre les contacts ohmiques à l'intérieur de la croix de Hall est également présentée à la figure 2.12. Dans ce cas, la conductance est non nulle pour une tension de grille inférieure à la tension de déplétion  $V_{g,d}$ , et ce, jusqu'à la tension de pincement  $V_{g,p} \approx -1.1 \text{ V}$ . Dans cet intervalle de tension, un canal unidimensionnel d'une longueur de  $16.6 \mu\text{m}$  est formé dans le gaz d'électrons. En effet, la conductance présente des plateaux de conductance



**FIGURE 2.11 – Dispositifs de croix de Hall électrostatiques.**

a) Image par microscopie électronique à balayage du dispositif A. Les grilles électrostatiques en aluminium sont séparées d'une distance  $w = 550 \text{ nm}$ . Le micro-aimant en FeCo de géométrie #2 possède les dimensions  $r_{\text{max}} = 220 \text{ nm}$ ,  $r_{\text{min}} = 150 \text{ nm}$  et  $t = 300 \text{ nm}$ . Un courant  $I$  circule entre les contacts ohmiques de la source et du drain. Deux autres contacts ohmiques à l'intérieur de la croix de Hall sont utilisés pour mesurer la tension de Hall  $V_H = V_+ - V_-$ . Le gaz d'électrons à l'extérieur de la croix de Hall est mis à la terre par des contacts ohmiques représentés en gris. b) Image par microscopie électronique à balayage du dispositif C. Les grilles électrostatiques en titane et en or sont séparées d'une distance  $w = 750 \text{ nm}$ . Le micro-aimant en FeCo de géométrie #3 possède les dimensions  $r_{\text{max}} = 220 \text{ nm}$ ,  $t = 300 \text{ nm}$  et  $L = 8 \mu\text{m}$ . c) Simulations électrostatique de la croix de Hall et magnétostatique du micro-aimant du dispositif A. La densité électronique  $n_{2D}(\rho)$  est simulé pour une tension  $V_g = -0.6 \text{ V}$  appliquée sur les grilles de la croix de Hall. Le champ magnétique créé par le micro-aimant magnétisé à saturation,  $B_M^X(\rho)$ , est simulé à partir de la position et les dimensions du micro-aimant déterminées à partir de l'image en a). Le champ magnétique externe  $\mathbf{B}_0$  suit l'axe  $Z$ , tel que  $\mathbf{M} = M\mathbf{Z}$ , où  $\mu_0 M = 1.93 \text{ T}$ . Les lignes pointillées bleues et rouges indiquent respectivement les axes  $Z = Y$  et  $Z$  pour  $Y = -1.5 \mu\text{m}$ . d) Profil de la densité relative  $n_{2D}(\rho)/n_{2D}(0)$  le long de l'axe  $Z = Y$  (cercles bleus). La largeur effective  $w_{\text{eff}}$  de la croix de Hall est définie comme la largeur à mi-hauteur de ce profil de densité. À titre comparatif, le profil de densité le long de l'axe  $Z$  pour  $Y = \pm 1.5 \mu\text{m}$  est également présenté (cercles rouges). La différence entre la largeur à mi-hauteur de ces deux profils (480 et 344 nm, respectivement) permet d'estimer le rayon de courbure  $R_{\text{min}} \approx 230 \text{ nm}$  pour cette tension de grille.



**FIGURE 2.12 – Formation de la croix de Hall électrostatique.**

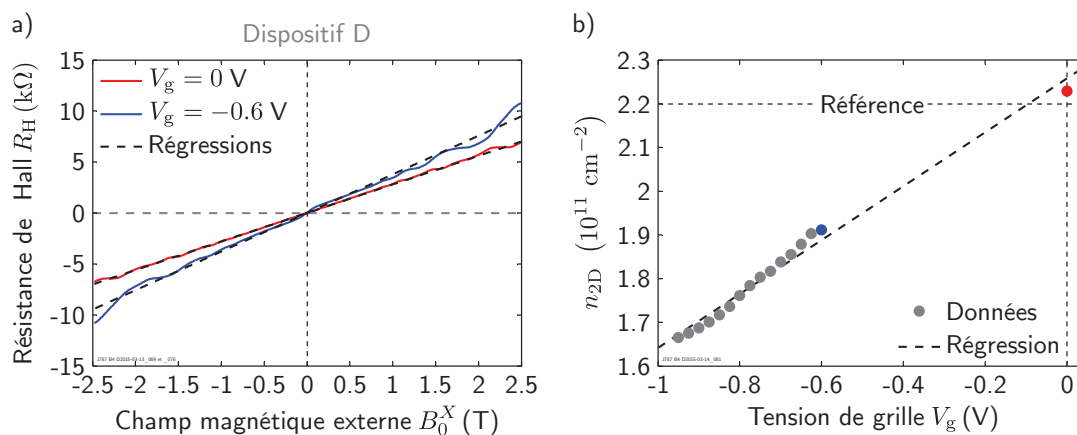
Conductance  $G = I/V_{SD}$  entre différents contacts ohmiques à l'intérieur (carrés blancs) et à l'extérieur (carrés gris) de la croix de Hall du dispositif B, où  $V_{SD} = 0.5$  mV est la tension appliquée entre les contacts ohmiques. Les schémas représentent les configurations utilisées pour les différentes mesures. Une croix de Hall électrostatique est formée entre la tension de déplétion  $V_{g,d}$  et la tension de pincement  $V_{g,p}$ . La conductance des canaux unidimensionnels de la croix de Hall est présentée en encart en unité du quantum de conductance,  $2e^2/h$ .

à une fraction du quantum de conductance de  $2e^2/h$ , indiquant ainsi une transmission inférieure à l'unité pour ce canal unidimensionnel d'une longueur légèrement supérieure au libre parcours moyen  $\ell_e$  [141]. Cette observation indique de plus que le transport dans le croisement de la croix de Hall d'une longueur d'environ 500 nm est hautement balistique. Ainsi, les croix de Hall électrostatiques sont utilisées pour une tension de grille  $V_g$  entre la tension de grille de déplétion  $V_{g,d}$ , qui permet d'isoler l'intérieur de l'extérieur de la croix de Hall, et la tension de grille de pincement  $V_{g,p}$ , qui permet supprimer transport dans la croix de Hall. On s'attend ainsi à ce que la largeur effective  $w_{eff}$  de la croix de Hall varie approximativement de la distance lithographique entre les grilles à  $V_{g,d}$  jusqu'à zéro à  $V_{g,p}$ .

### 2.3.2 Effet Hall en champ magnétique perpendiculaire

La formation des deux canaux de la croix de Hall électrostatique a été caractérisée en mesurant leur conductance en fonction de la tension de grille. L'effet Hall en champ magnétique perpendiculaire est utilisé dans cette sous-section pour confirmer la formation d'une croix de Hall électrostatique par le croisement de ces deux canaux de conduction et étudier l'effet des anomalies balistiques sur la sensibilité du magnétomètre. Le montage expérimental utilisé pour caractériser les croix de Hall électrostatiques est identique à celui





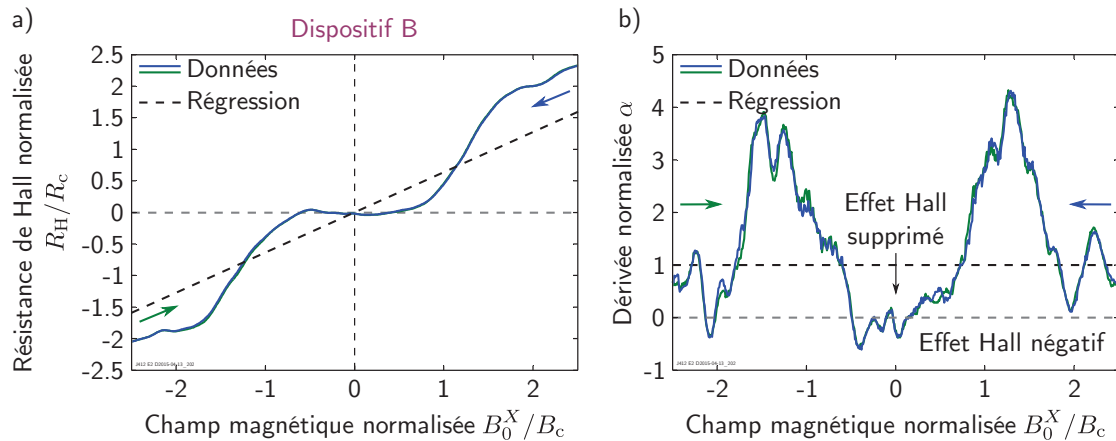
**FIGURE 2.13 – Effet Hall dans une croix de Hall électrostatique.**

a) Résistance de Hall  $R_H$  en fonction du champ magnétique externe  $B_0^X$  perpendiculaire à la croix de Hall pour une tension de grille nulle ( $V_g = 0$ , ligne pleine rouge) et une tension de grille inférieure à la tension de déplétion ( $V_g = -0.6$  V, ligne pleine bleue). Les régressions linéaires sont indiquées par les lignes noires pointillées. Le courant  $I$  est fixé à 100 nA. b) Densité électronique  $n_{2D}$  en fonction de la tension de grille  $V_g$ . Pour  $V_g = 0$  (ligne verticale pointillée), la densité  $n_{2D} = 2.23 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  correspond approximativement à la densité de référence du gaz d'électrons de l'hétérostructure (ligne horizontale pointillée). La régression linéaire, indiquée par la ligne noire pointillée, permet de déterminer la pente à  $0.62 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}/\text{V}$ , soit plus de six fois plus faible que pour une grille au-dessus du gaz d'électrons (figure 2.7).

présenté à la sous-section 2.2.2. La température est encore une fois fixée à approximativement 1.5 K. De plus, pour toutes les mesures présentées, la même tension de grille  $V_g$  est appliquée sur les quatre grilles électrostatiques de la croix de Hall.

### Effet Hall et densité électronique

La figure 2.13 a) présente, pour le dispositif D, la résistance de Hall  $R_H$  en fonction du champ magnétique externe  $B_0^X$  perpendiculaire à la croix de Hall pour une tension de grille nulle ( $V_g = 0$ ) et une tension de grille inférieure à la tension de déplétion ( $V_g = -0.6$  V). La configuration des contacts ohmiques au gaz d'électrons permet d'obtenir une résistance purement transverse en l'absence d'une croix de Hall définie électrostatiquement. Dans ce cas, la densité électronique  $n_{2D}$  extraite de la régression linéaire correspond, comme attendu, à celle du gaz d'électrons de l'hétérostructure. Comme l'illustre la figure 2.13 b), la densité est réduite linéairement pour une tension de grille sous la tension de déplétion, indiquant ainsi que l'effet Hall est mesuré dans une région du gaz d'électrons affectée par les grilles électrostatiques. Notamment, la visibilité des plateaux de l'effet Hall quantique correspondant à un facteur de remplissage  $\nu$  impair est grandement réduite, ce qui indique



**FIGURE 2.14 – Anomalies balistiques dans une croix de Hall électrostatique.**

a) Résistance de Hall  $R_H$  normalisée par la résistance de contact  $R_c$  en fonction du champ magnétique externe  $B_0^X$  normalisé par le champ magnétique critique  $B_c$  pour le dispositif B avec  $V_g = -0.75$  V et  $I = 97$  nA. b) Dérivée normalisée  $\alpha$  en fonction de  $B_0^X/B_c$  des données présentées en a). Pour ces figures, les données obtenues en diminuant et en augmentant le champ magnétique externe sont respectivement indiquées par les lignes bleues et vertes. De plus, la régression linéaire de  $R_H$  est indiquée par une ligne pointillée noire, qui correspond à  $\alpha = 1$ . La ligne grise pointillée indique une résistance de Hall nulle. Afin de calculer  $R_c = 0.79$  k $\Omega$  et  $B_c = 0.11$  T, la largeur effective  $w_{\text{eff}}$  de la croix de Hall est considérée égale à la distance  $w = 550$  nm entre les grilles.

une température électronique effective plus élevée dans la croix de Hall électrostatique probablement causée par une densité de courant plus élevée [141].

### Anomalies balistiques

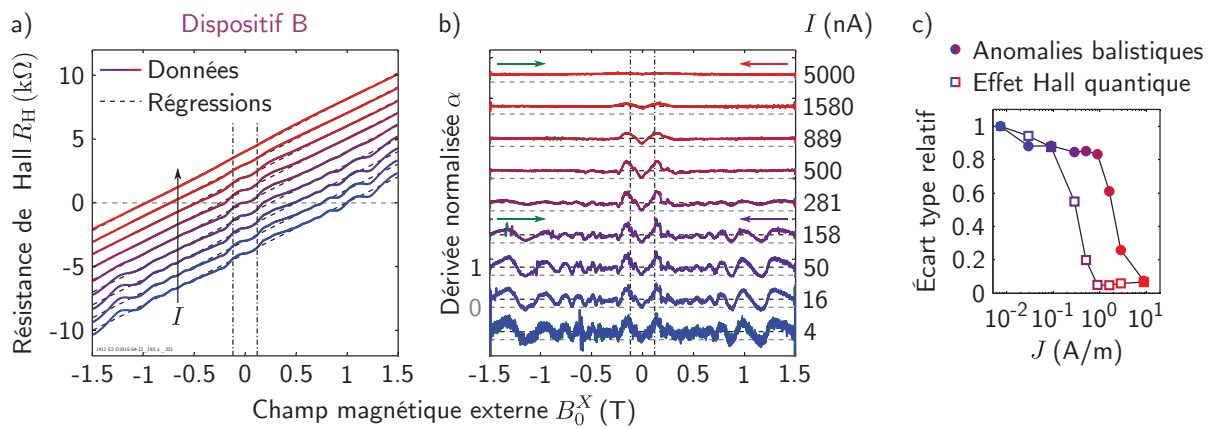
Une indication supplémentaire de la création d'une croix de Hall électrostatique pour  $V_g < V_{g,d}$  est la présence des anomalies balistiques. La figure 2.14 a) présente la résistance de Hall  $R_H$  en fonction du champ magnétique externe  $B_0^X$  pour le dispositif B. La résistance de Hall est normalisée par la résistance de contact  $R_c$  donnée par l'équation (2.7). Le champ magnétique externe est quant à lui normalisé par le champ magnétique critique  $B_c = 0.11$  T donné par l'équation (2.5), en considérant une largeur effective  $w_{\text{eff}}$  de la croix de Hall égale à la séparation entre les grilles électrostatiques  $w = 550$  nm. La dérivée normalisée  $\alpha$  correspondante est présentée à la figure 2.14 b). Les anomalies balistiques de l'effet Hall supprimé et de l'effet Hall négatif se manifestent, respectivement, par  $\alpha \rightarrow 0$  et  $\alpha < 0$  pour  $B_0^X/B_c \ll 1$ . L'asymétrie des anomalies en fonction de la polarité du champ magnétique indique la présence d'une asymétrie dans la croix de Hall affectant la trajectoire balistique des électrons. Cette asymétrie peut être causée par un défaut dans les grilles électrostatiques ou par des impuretés dans le gaz d'électrons.

La conséquence de ces anomalies est importante. En effet, selon les figures 2.14 a) et b), le magnétomètre est pratiquement insensible à un champ magnétique transverse dont l'amplitude est inférieure à plusieurs dizaines de mT. Il est alors nécessaire de supprimer ces anomalies. Une première solution revient à augmenter la température pour diminuer la mobilité et le libre parcours moyen des électrons. Des mesures, non présentées par souci de concision, montrent qu'une température de 100 K est nécessaire afin de supprimer les anomalies balistiques. Avec une température de Curie au-dessus de 1000 K pour le fer et le cobalt, une température de 100 K n'est pas trop élevée pour obtenir des propriétés magnétiques des micro-aimants semblables aux propriétés à une température d'environ 10 mK. Par contre, une température de 100 K n'est pas compatible avec la co-intégration des croix de Hall aux dispositifs de boîtes quantiques latérales requérant une température de l'ordre de 1 K.

Une méthode de suppression des anomalies balistiques à basse température est présentée à la figure 2.15. Les figures 2.15 a) et b) présentent respectivement la résistance de Hall  $R_H$  et la dérivée normalisée  $\alpha$  en fonction du courant  $I$  injecté dans la croix de Hall. À faible courant, les anomalies balistiques et l'effet Hall quantique sont tous deux présents. À un courant intermédiaire d'environ 500 nA, l'effet Hall quantique est largement supprimé alors que les anomalies balistiques sont toujours présentes. Pour un fort courant  $I = 5000$  nA, les anomalies balistiques sont également supprimées. Malgré ces changements importants, la densité électronique  $n_{2D}$ , déterminée à partir de la pente d'une régression linéaire de la résistance de Hall, varie de moins de 3% en changeant le courant par plus de trois ordres de grandeur.

Afin de quantifier la suppression de l'effet Hall quantique et des anomalies balistiques, la figure 2.15 c) présente l'écart type relatif de  $\alpha$  pour un intervalle de champ magnétique  $B_0^X$  correspondant à l'effet Hall quantique et aux anomalies balistiques, en fonction de la densité de courant  $J = I/w$ . L'effet hall quantique possède une densité de courant critique d'environ 1 A/m, compatible avec la valeur obtenue à la référence [151]. Les anomalies balistiques possèdent une densité de courant critique d'environ 10 A/m, soit dix fois plus élevée que pour l'effet Hall quantique. Ceci démontre la nature bien distincte de ces deux effets.

Une densité de courant d'environ 10 A/m est alors suffisante pour obtenir une réponse linéaire du magnétomètre de Hall. La densité de courant pouvant être utilisée est par contre limitée par une seconde anomalie provoquant un changement abrupte de la tension de Hall mesurée survenant à une densité de courant de l'ordre de 10 A/m. Cette densité de



**FIGURE 2.15 – Suppression des anomalies balistiques à forte densité de courant.**

a) Résistance de Hall  $R_H$  et b) dérivée normalisée  $\alpha$  en fonction du champ magnétique externe  $B_0^X$  pour le dispositif B avec  $V_g = -0.6$  V. Le courant  $I$  dans la croix de Hall varie entre 4 nA (bleu) à 5000 nA (rouge). Les lignes verticales en trait mixte indiquent le champ magnétique critique  $\pm B_c = \pm 0.12$  T. De plus, les régressions linéaires de  $R_H$  sont indiquées par des lignes pointillées noires alors que les lignes pointillées grises indiquent une résistance de Hall nulle. En b), les données obtenues en diminuant et en augmentant le champ magnétique externe sont indiquées par les lignes bleues à rouges et vertes, respectivement. c) Écart type relatif de la dérivée normalisée pour  $1.0 \text{ T} \leq |B_0^X| \leq 1.5 \text{ T}$  (effet Hall quantique, carrés bleus à rouges), et  $-B_c \leq B_0^X \leq B_c$  (anomalies balistiques, cercles bleus à rouges) en fonction de la densité de courant  $J = I/w$  calculée avec  $w = 550 \text{ nm}$ .

courant critique dépend de la tension de grille  $V_g$  et du champ magnétique externe  $B_0^X$ . L'origine de cette anomalie est actuellement inconnue. Pour la suite des mesures présentées dans ce chapitre, le courant  $I$  est fixé de façon à supprimer les anomalies balistiques tout en évitant l'anomalie à forte densité de courant.

### 2.3.3 Mesure de la courbe de magnétisation

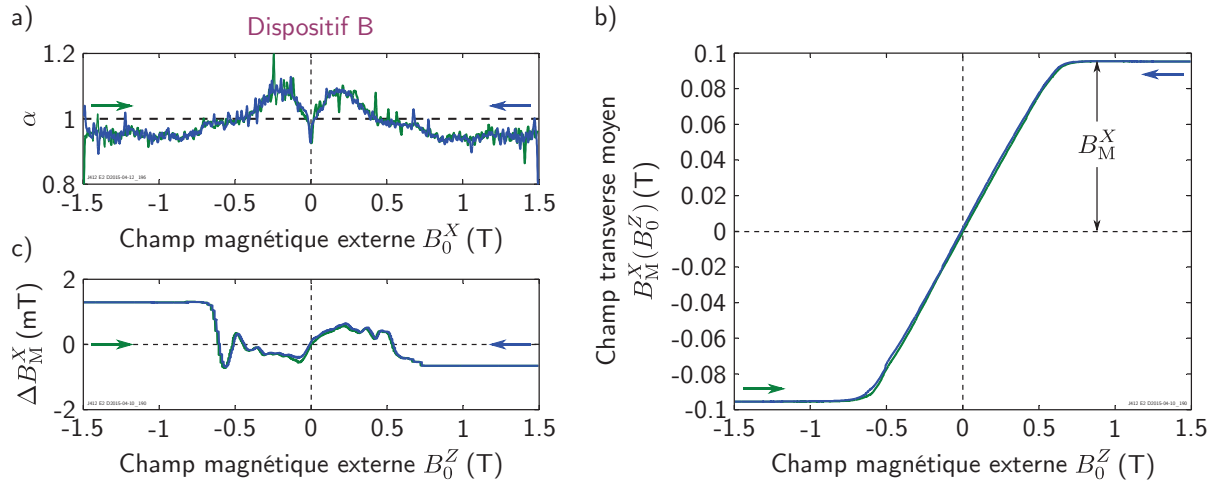
#### Correction de la non-linéarité

Une forte densité de courant permet de grandement réduire l'amplitude des anomalies balistiques ce qui permet d'obtenir un magnétomètre avec une réponse linéaire au champ magnétique transverse. Par contre, comme l'illustre la figure 2.16 a), la dérivée normalisée  $\alpha$  varie tout de même de quelques pourcents en fonction du champ magnétique transverse  $B_0^X$ . Il est possible de tenir compte de cette faible non-linéarité de la réponse du magnétomètre en supposant que  $\alpha$  dépend du champ magnétique transverse moyen  $B_M^X(B_0^Z)$  de la même façon qu'elle dépend du champ magnétique externe, soit  $\alpha(B_0^X) = \alpha(B_M^X)$ . Dans ce cas, le champ magnétique transverse moyen créé par le micro-aimant est donné par

$$B_M^X(B_0^Z) = \frac{en_{2D}R_H(B_0^Z)}{\alpha(B_M^X)}. \quad (2.11)$$

Cette équation transcendante est résolue numériquement par une méthode itérative. Le champ magnétique transverse moyen  $B_{M,i}^X$  à l'étape  $i$  est évalué à l'aide de l'équation (2.11) avec  $\alpha(B_{M,i-1}^X)$ . À partir de la condition initiale  $\alpha(B_{M,0}^X) = 1$ , le processus est répété jusqu'à convergence.

La figure 2.16 b) présente le champ magnétique transverse moyen  $B_M^X(B_0^Z)$  créé par le micro-aimant du dispositif B en fonction du champ magnétique externe parallèle  $B_0^Z$  et obtenu par la méthode itérative décrite précédemment. La figure 2.16 c) présente la différence  $\Delta B_M^X(B_0^Z)$  entre le champ transverse moyen obtenu par la méthode itérative et celui obtenu en considérant  $\alpha(0)$ . Avec une correction de l'ordre de 1 mT pour un champ moyen à saturation  $B_M^X$  de l'ordre de 100 mT, une forte densité de courant est ainsi suffisante pour obtenir un magnétomètre dont les corrections non linéaires ne sont que de l'ordre de 1%. Ainsi, alors que la méthode itérative proposée permet de linéariser la réponse du magnétomètre, celle-ci n'est pas nécessaire pour obtenir la courbe de magnétisation d'un micro-aimant.



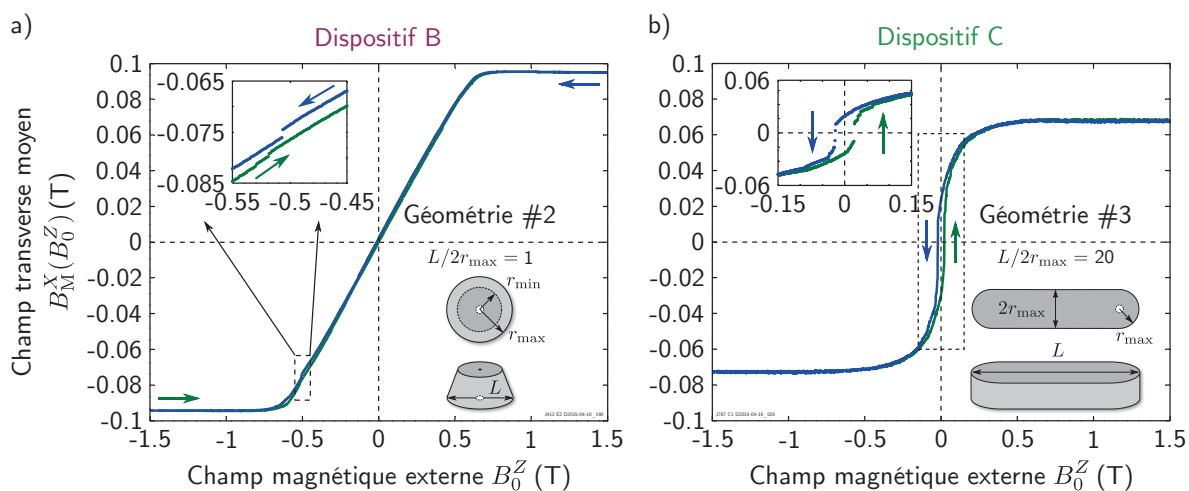
**FIGURE 2.16 – Correction des anomalies balistiques.**

a) Dérivée normalisée  $\alpha$  en fonction du champ magnétique perpendiculaire  $B_0^X$  pour le dispositif B avec  $V_g = -0.6$  V et  $I = 5000$  nA. La ligne horizontale pointillée indique  $\alpha = 1$ . b) Champ magnétique transverse moyen  $B_M^X$  en fonction du champ magnétique parallèle  $B_0^Z$ . À saturation, le champ magnétique transverse moyen est donné par  $B_{M,sat}^X$ . c) Différence  $\Delta B_M^X$  entre le champ magnétique transverse moyen obtenu avec et sans corrections de la non-linéarité présentée en a). Pour ces figures, les données obtenues en diminuant et en augmentant le champ magnétique externe sont respectivement indiquées par les lignes bleues et vertes.

### Courbes de magnétisation

Les figures 2.17 a) et b) présentent les courbes de magnétisation des micro-aimants des dispositifs B et C. Comme mentionné plus tôt, le dispositif B possède un micro-aimant de géométrie #2 d'un diamètre  $2r_{max} = 440$  nm pour une croix de Hall d'une largeur nominale de 550 nm. Pour ce dispositif, le champ magnétique transverse moyen à saturation  $B_M^X = 95.4 \pm 0.1$  mT, ce qui correspond à un rapport signal sur bruit de plus de  $1.6 \times 10^3$  pour un temps d'intégration de 1 seconde à l'amplificateur synchrone. Ce rapport signal sur bruit correspond à une sensibilité d'environ  $60 \mu\text{T}/\sqrt{\text{Hz}}$  pour un micro-aimant possédant un volume de seulement  $0.03 \mu\text{m}^3$ . La magnétométrie avec les croix de Hall électrostatiques permet ainsi d'obtenir les propriétés de systèmes magnétiques de tailles nanométriques. Finalement, l'encart de la figure 2.17 a) présente un agrandissement d'une portion de la courbe de magnétisation permettant de voir le changement de magnétisation d'un domaine magnétique du micro-aimant dont la courbe de magnétisation est largement déterminée par l'anisotropie de forme.

Le dispositif C possède un micro-aimant de géométrie #3 avec un rapport d'aspect  $L/2r_{max} = 18$ . Comme discuté plus loin, ce rapport d'aspect élevé crée un axe facile de magnétisation, réduisant ainsi grandement le champ magnétique externe nécessaire afin



**FIGURE 2.17 – Courbes de magnétisation obtenues avec les croix de Hall électrostatiques.**

a) Courbe de magnétisation  $B_M^X(B_0^Z)$  obtenue pour le dispositif B avec  $V_g = -0.6$  V et  $I = 5000$  nA. Comme il est illustré, la géométrie du micro-aimant en FeCo correspond à la géométrie #2 avec  $r_{\max} = 220$  nm,  $r_{\min} = 150$  nm,  $t = 300$  nm et  $L/2r_{\max} = 1$ . L'encart présente un agrandissement d'une portion de la courbe de magnétisation délimitée par le rectangle pointillé. b) Courbe de magnétisation  $B_M^X(B_0^Z)$  obtenue pour le dispositif C avec  $V_g = -0.6$  V et  $I = 2000$  nA. Comme il est illustré, la géométrie du micro-aimant en FeCo correspond à la géométrie #3 avec  $r_{\max} = 220$  nm,  $L = 8$   $\mu\text{m}$ ,  $t = 300$  nm et  $L/2r_{\max} = 18$ . L'encart présente un agrandissement de la portion de la courbe de magnétisation près de  $B_0^Z = 0$  et délimitée par le rectangle pointillé. Pour ces figures, les données obtenues en diminuant et en augmentant le champ magnétique externe sont respectivement indiquées par les lignes bleues et vertes.

de magnétiser le micro-aimant et la rémanence. De plus, la distance de 750 nm entre les grilles pour le deuxième type de dispositifs résulte en un champ magnétique transverse à saturation  $B_M^X = 70.4 \pm 0.6$  mT inférieur à celui obtenu pour le premier type de dispositifs.

### Anisotropie de forme

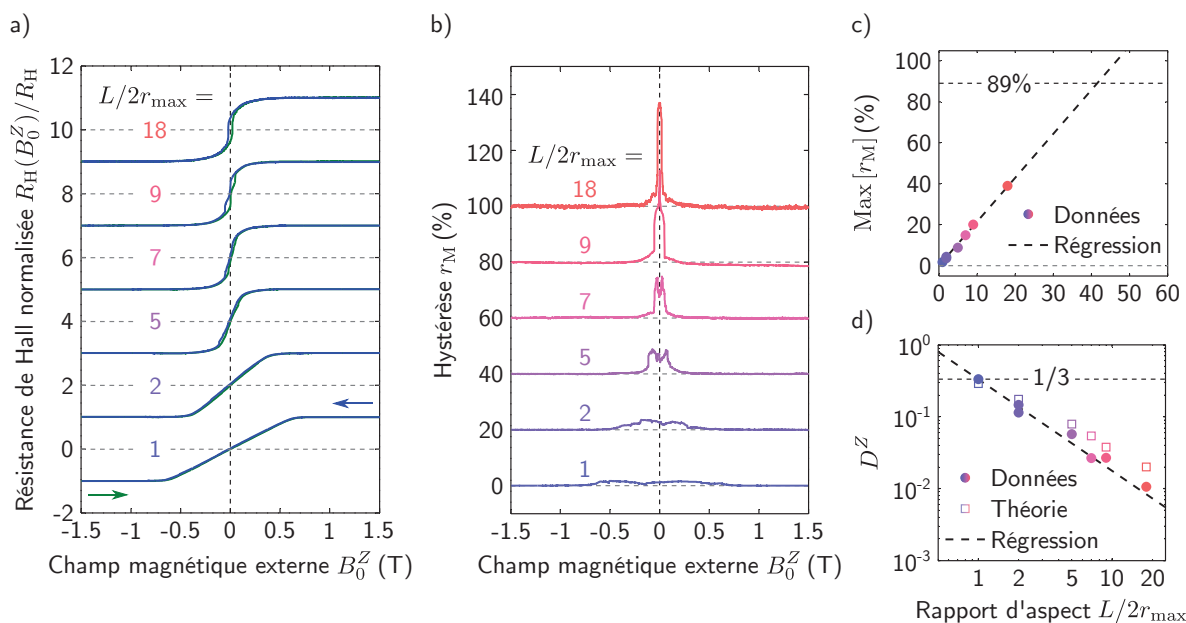
Comme il est discuté plus tôt, le deuxième type de dispositifs possède des micro-aimants en FeCo de géométrie #3 avec différents ratios d'aspect  $L/2r_{\max}$  variant entre 1 et 18. Les courbes de magnétisation des deux cas limites sont présentés aux figures 2.17 a) et b). Les figures 2.18 a) et b) présentent respectivement les courbes de magnétisation et les courbes d'hystérèse des micro-aimants pour différents ratios d'aspect  $L/2r_{\max}$ . Comme il est attendu, la création d'un axe facile de magnétisation par l'augmentation du rapport d'aspect permet de diminuer le champ magnétique nécessaire pour magnétiser l'aimant et augmenter la rémanence.

Afin de quantifier les propriétés magnétiques des micro-aimants de géométrie #3, la figure 2.18 c) présente l'hystérèse maximale  $\text{Max}[r_M]$  en fonction du rapport d'aspect  $L/2r_{\max}$ . Il est alors possible de voir que l'hystérèse maximale augmente linéairement avec le rapport d'aspect. À partir d'une régression linéaire, il est possible de déterminer qu'un rapport d'aspect supérieur à 40 est nécessaire pour atteindre la rémanence de 89% mesurée pour un film mince de FeCo d'une épaisseur de 150 nm à l'aide d'un magnétomètre basé sur un SQUID [118]. Une rémanence maximale de 39% est obtenue pour  $L/2r_{\max} = 18$ . La limite de la rémanence possible avec les micro-aimants en FeCo est actuellement inconnue.

L'anisotropie de forme est quantifiée par le facteur de démagnétisation  $D^Z$  qui dépend en général de l'orientation du champ magnétique externe par rapport au micro-aimant [153]. Par exemple, une sphère possède un facteur de démagnétisation de  $1/3$ . Afin d'évaluer ce facteur à partir des données présentées aux figures 2.18 a) et b), on évalue le champ magnétique externe  $B_0^Z$  nécessaire pour changer la magnétisation du micro-aimant. Le rapport de ce champ magnétique et de la magnétisation à saturation  $\mu_0 M = 1.93$  T du matériel ferromagnétique permet d'estimer le facteur de démagnétisation  $D^Z$ . La figure 2.18 d) montre que, comme il est attendu, plus le rapport d'aspect augmente, plus le facteur de démagnétisation diminue. Le facteur de démagnétisation est empiriquement ajustée à la loi de puissance

$$D^Z = D_1^Z \left( \frac{L}{2r_{\max}} \right)^{-\beta} . \quad (2.12)$$





**FIGURE 2.18 – Rémanence et facteur de démagnétisation des micro-aimants.**

a) Courbes de magnétisation de micro-aimants en FeCo de géométrie #3 pour différents ratios d'aspect  $L/2r_{\max}$  entre 1 et 18. Les données obtenues en diminuant et en augmentant le champ magnétique externe sont respectivement indiquées par les lignes bleues et vertes. b) Courbes d'hystérèse  $r_M$  obtenues à partir des données présentées en a). En a) et b), les différentes courbes sont décalées verticalement par soucis de visibilité. Les lignes horizontales grises pointillées indiquent la zéro de chaque courbe. c) Hystérèse maximale  $\text{Max}[r_M]$  en fonction du rapport d'aspect  $L/2r_{\max}$  obtenue à partir des données présentées en b). La ligne pointillée indique une régression linéaire des données, permettant de déterminer une pente de  $(2.1 \pm 0.1)$  %. La ligne horizontale noire indique la rémanence de 89% mesurée pour un film mince de FeCo d'une épaisseur  $t = 150$  nm. d) Facteur de démagnétisation  $D^Z$  en fonction du rapport d'aspect  $L/2r_{\max}$  obtenu à partir des données présentées en b) (cercles bleus à rouges). Les facteurs de démagnétisation calculés à partir de l'expression analytique de la référence [152] pour un micro-aimant rectangulaire sont également présentés (carrés bleus à rouges). La ligne pointillée indique la régression des données à l'équation (2.12). La ligne horizontale indique le facteur de démagnétisation  $D^Z = 1/3$  attendu pour une sphère.

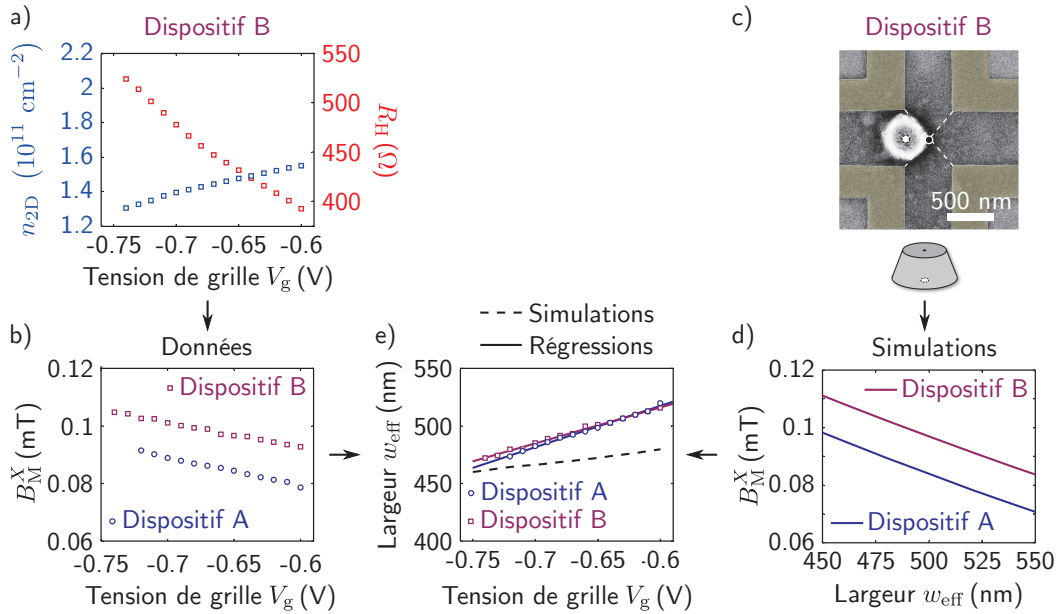
À partir de la régression, on obtient un facteur de démagnétisation pour un rapport d'aspect unitaire  $D_1^Z = 0.33 \pm 0.03$  et un exposant  $\beta = 1.3 \pm 0.2$ . La valeur de  $D_1^Z$  est en parfait accord avec le facteur de démagnétisation d'une sphère  $D_Z = 1/3$ . En effet, le micro-aimant avec un rapport d'aspect unitaire, correspondant ainsi à la géométrie #2, possède une géométrie près de celle d'une sphère.

Les facteurs de démagnétisation de micro-aimants rectangulaires ayant les mêmes dimensions que les micro-aimants de géométrie #3, obtenus à partir de l'expression analytique de la référence [152], sont également présentés à la figure 2.18 d). L'accord qualitatif entre les données et ces résultats analytiques valide davantage les résultats obtenus. Ainsi, le champ magnétique nécessaire pour magnétiser les micro-aimants est principalement déterminé par l'anisotropie de forme. Comme il est démontré expérimentalement à la référence [154], cette anisotropie de forme peut être utilisée afin de créer différentes configurations de champs magnétiques inhomogènes  $B_M(\rho)$  à partir de plusieurs micro-aimants de tailles différentes. Finalement, malgré que le champ magnétique nécessaire pour magnétiser le micro-aimant n'est qu'environ 0.02 T pour le micro-aimant ayant le rapport d'aspect le plus élevé, la magnétisation n'est saturée que pour un champ magnétique d'environ 0.6 T.

### 2.3.4 Contrôle électrostatique de la croix de Hall

Les courbes de magnétisation présentées à la sous-section précédente démontrent la possibilité d'utiliser les croix de Hall électrostatiques pour la magnéto-métrie de micro-aimants de taille sous le micromètre avec un rapport signal sur bruit pouvant atteindre plus de  $10^3$ . Par contre, en fixant la tension de grille  $V_g$ , le contrôle électrostatique de la croix de Hall n'a pas été explorée, et ces résultats peuvent, en principe, être obtenus à l'aide des croix de Hall conventionnelles. Dans cette sous-section, le contrôle électrostatique de la région d'intégration de la croix de Hall est utilisé afin d'obtenir des informations sur les micro-aimants et les croix de Hall inaccessibles avec les croix de Hall conventionnelles.

La figure 2.19 a) présente, pour le dispositif B, la densité électronique  $n_{2D}$  obtenue à partir des mesures en champ magnétique perpendiculaire et la résistance de Hall à saturation  $R_{H,sat}$  obtenue à partir des mesures en champ magnétique parallèle. Comme démontré plus tôt, la diminution de la tension de grille réduit la densité dans la croix de Hall (figure 2.13), menant ainsi à une augmentation de la résistance de Hall à saturation. Par contre, comme l'illustre la figure 2.3 c), en présence du champ magnétique inhomogène  $B_M(\rho)$  créé par le micro-aimant, le champ magnétique transverse moyen  $B_M^X$  dépend aussi



**FIGURE 2.19 – Contrôle électrostatique de la région active de la croix de Hall.**

a) Densité  $n_{2D}$  (carrés bleus) et résistance de Hall à saturation  $R_H$  (carrés rouges) en fonction de la tension de grille  $V_g$  pour le dispositif B. b) Champ magnétique transverse moyen à saturation  $B_M^X$  en fonction de  $V_g$  pour les dispositifs A et B. c) Image par microscopie électronique à balayage du dispositif B permettant de déterminer les dimensions du micro-aimant et la position relative entre le centre du croisement de la croix de Hall (cercle noir) et le centre du micro-aimant (cercle blanc). d) Champ magnétique transverse moyen à saturation  $B_M^X$  en fonction de la largeur effective  $w_{\text{eff}}$  de la croix de Hall calculé à partir des simulations magnétostatiques pour les dispositifs A et B. e) Largeur effective  $w_{\text{eff}}$  en fonction de la tension de grille  $V_g$  pour les dispositifs A et B. Les lignes pleines indiquent les régressions linéaires. La largeur effective déterminée à partir des simulations électrostatiques est identifiée par une ligne pointillée noire.

de la taille de la région d'intégration de la croix de Hall selon l'équation (2.3). Ainsi, une variation du champ magnétique transverse moyen en fonction de la tension de grille démontre l'inhomogénéité du champ magnétique du micro-aimant ainsi qu'une variation de la largeur effective  $w_{\text{eff}}$  de la croix de Hall.

La figure 2.19 b) présente, pour les dispositifs A et B, le champ magnétique transverse moyen à saturation  $B_M^X$ , calculé à partir de la densité électronique  $n_{2D}$  ainsi que la résistance de Hall à saturation  $R_H$  en fonction de la tension de grille  $V_g$ . Le champ magnétique transverse moyen augmente ainsi en diminuant la tension de grille, ce qui montre que l'augmentation de  $R_H$  à la figure 2.19 a) n'est pas complètement causée par une diminution de  $n_{2D}$ . Cette observation démontre que le champ magnétique créé par le micro-aimant est inhomogène et que la tension de grille affecte la région d'intégration du magnétomètre de Hall.

Afin de vérifier que les résultats obtenus sont cohérents avec le champ magnétique inhomogène  $\mathbf{B}_M(\rho)$  simulé avec *Radia*, le champ magnétique transverse moyen à saturation  $B_M^X$  est calculé à partir de l'équation (2.3) en fonction de la largeur effective  $w_{\text{eff}}$  de la croix de Hall. Les dimensions du micro-aimant et la position relative entre le micro-aimant et la croix de Hall sont déterminées à partir d'une image par microscopie électronique à balayage du dispositif (figure 2.19 c). La figure 2.19 d) présente  $B_M^X$  en fonction de  $w_{\text{eff}}$  pour les dispositifs A et B.

La figure 2.19 e) combine les figures 2.19 b) et d) afin d'obtenir la largeur effective  $w_{\text{eff}}$  de la croix de Hall en fonction de la tension de grille  $V_g$  pour les dispositifs A et B. Une première observation est que la largeur effective  $w_{\text{eff}}$  est légèrement inférieure à la distance  $w = 550$  nm entre les grilles électrostatiques. Une seconde observation importante est que les données des deux dispositifs coïncident. Ainsi, la différence entre les champs magnétiques transverses moyens à saturation des deux dispositifs nominale-ment identiques à la figure 2.19 b) s'explique complètement par une différence dans l'alignement du micro-aimant d'environ 40 nm selon les images par microscopie électronique à balayage. Ceci démontre que les propriétés magnétiques des micro-aimants et les propriétés électrostatiques des croix de Hall sont très reproductibles. De plus, le champ magnétique inhomogène est utilisé afin d'évaluer la largeur effective de la croix de Hall avec une précision nanométrique.

Finalement, la largeur de la croix de Hall évaluée à partir des simulations électrostatiques de la figure 2.11 d) est également présentée à la figure 2.19 e). L'accord entre ces simulations et la largeur effective  $w_{\text{eff}}$  obtenue à partir des données expérimentales et des simulations magnétostatiques des micro-aimants démontre que ces simulations représentent bien le champ magnétique créé par le micro-aimant. Ainsi, l'évaluation des différences de champs magnétiques effectuée à la section 1.3 pour le couplage entre un spin unique et un résonateur à partir des simulations magnétostatiques peut être considérée comme quantitative.

## 2.4 Impact des travaux

---

Un premier impact important des travaux présentés dans ce chapitre est la possibilité d'effectuer la magnétométrie de dispositifs magnétiques de taille sous le micromètre avec une grande précision. Cette méthode de magnétométrie de micro-aimants a permis d'explorer les propriétés magnétiques de différentes géométries de micro-aimants. Ceci a permis de déterminer les conditions d'opérations des dispositifs de boîtes quantiques incorporant des micro-aimants. De plus, le développement de micro-aimants avec une forte rémanence permet potentiellement de développer une architecture où un qubit de spin est opéré en l'absence d'un champ magnétique externe en utilisant seulement le champ magnétique local créé par le micro-aimant [154]. Cette démonstration est probablement nécessaire à la co-intégration de qubits de spin et de qubits supraconducteurs dans un même dispositif hybride [30].

Un deuxième impact provenant de la démonstration de la magnétométrie à l'aide de croix de Hall électrostatiques provient de l'aspect pratique de cette approche. En effet, il est possible de co-intégrer les croix de Hall aux dispositifs de boîtes quantiques sans aucunes modifications sur les étapes de fabrications. En effet, les croix de Hall présentés dans cette thèse ont été fabriqués sur la même puces que des dispositifs de boîtes quantiques. Cette co-intégration permet d'obtenir les propriétés magnétiques des micro-aimants fabriqués en même temps que ceux utilisés avec les dispositifs de boîtes quantiques. Ceci est pertinent, par exemple, pour des micro-aimant fabriqués dans des matériaux ferromagnétiques comme le FeCo, où les propriétés magnétiques varient d'un dépôt à l'autre mais sont très reproductibles pour un même dépôt. Il est alors possible de rapidement déterminer la qualité des micro-aimants à l'aide des techniques expérimentales présentées dans ce chapitre.

Un troisième impact de ces travaux porte sur le contrôle électrostatique des croix de Hall. Ce contrôle électrostatique a permis de confirmer que les simulations magnétostatiques des micro-aimants sont quantitatives tel que démontré à la référence [155]. Ainsi, les simulations magnétostatiques peuvent être utilisés comme outil prédictif des champs magnétiques inhomogènes utilisés pour effectuer l'ingénierie des couplages spin-résonateurs présentés au premier chapitre.



## Chapitre 3

# Résonateurs supraconducteurs pour les dispositifs hybrides

Le couplage entre un spin unique et un résonateur supraconducteur requiert trois composantes : une double boîte quantique pour piéger un électron unique et fournir le dipôle électrique, un ou plusieurs micro-aimants pour créer un champ magnétique inhomogène et un résonateur supraconducteur. Les deux premiers chapitres portent sur ces deux premières composantes. Dans ce chapitre, la réalisation expérimentale de résonateurs supraconducteurs compatibles avec les contraintes expérimentales données par les autres composantes du système est considérée. Dans la première section, les aspects essentiels de la théorie de la supraconductivité et des résonateurs supraconducteurs sont présentés. Dans une deuxième section, les aspects expérimentaux, allant de la conception des résonateurs aux montages expérimentaux utilisés pour les caractériser, sont discutés. La troisième section présente différents résultats expérimentaux permettant de démontrer, entre autres, la réalisation de résonateurs supraconducteurs sur un substrat de GaAs dans un champ magnétique externe de plus de 1 T avec une largeur de raie inférieure à 1 MHz.

## 3.1 Éléments de théorie

---

### 3.1.1 Concepts de base de la supraconductivité

Un matériau supraconducteur possède une température critique  $T_c$  sous laquelle ce dernier devient supraconducteur. La supraconductivité est caractérisée par l'absence de résistance électrique et un diamagnétisme parfait, soit l'expulsion complète d'un champ magnétique externe par effet Meissner [156]. Les matériaux supraconducteurs conventionnels sont décrits par la théorie de Bardeen, Cooper et Schrieffer (théorie BCS) qui prédit, entre autres, une bande interdite  $2\Delta(0)$  à température nulle donnée par [157]

$$\Delta(0) = 1.764k_B T_c. \quad (3.1)$$

Il existe deux types (I et II) de supraconducteurs selon le paramètre de Ginzburg-Landau  $\kappa$ . Le paramètre  $\kappa$  correspond au rapport entre la longueur de pénétration  $\lambda$  d'un champ magnétique dans le supraconducteur et la longueur de cohérence  $\xi$  d'une paire de Cooper, soit  $\kappa = \lambda/\xi$ . Pour  $\kappa < 1/\sqrt{2}$ , le supraconducteur est de type I alors que pour  $\kappa > 1/\sqrt{2}$ , le supraconducteur est de type II [156].

Un supraconducteur de type I possède un champ magnétique critique correspondant au champ magnétique critique thermodynamique  $B_c$  donné par

$$B_c = \frac{\Phi_0}{2\sqrt{2}\pi\lambda\xi}, \quad (3.2)$$

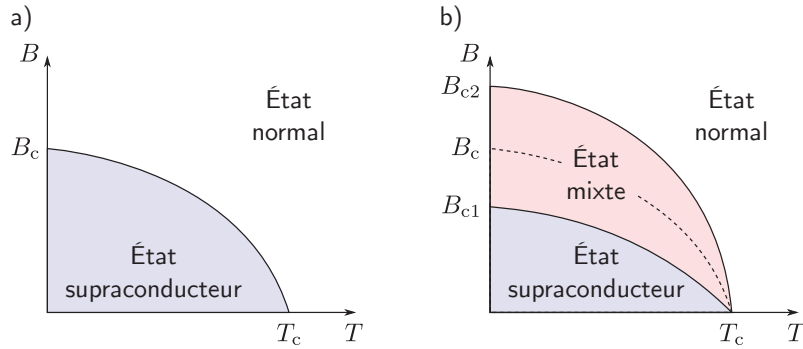
où  $\Phi_0 = h/2e$  est le quantum de flux [158]. Pour un champ magnétique  $B$  supérieur à  $B_c$ , la supraconductivité est brisée dans le matériau. La figure 3.1 a) présente schématiquement le diagramme de phase d'un supraconducteur de type I. Un exemple de supraconducteur de type I est l'aluminium, avec une température critique  $T_c = 1.14$  K et un champ magnétique critique thermodynamique  $B_c = 10.5$  mT [87].

Un supraconducteur de type II possède deux champs magnétiques critiques. Pour un champ magnétique  $B$  inférieur au premier champ magnétique critique  $B_{c1}$  donné par

$$B_{c1} \approx B_c \ln(\kappa)/\sqrt{2}\kappa, \quad (3.3)$$

le matériau est dans l'état supraconducteur [156]. Pour  $B$  supérieur à  $B_{c1}$ , mais inférieur à





**FIGURE 3.1 – Diagrammes de phase d'un supraconducteur de type I et II.**

a) Représentation schématique du diagramme de phase d'un matériau supraconducteur de type I. L'amplitude du champ magnétique critique thermodynamique  $B_c(T)$  diminue en augmentant la température  $T$ , avec  $B_c(0) \equiv B_c$  et  $B_c(T_c) \equiv 0$ . Pour une amplitude du champ magnétique externe  $B$  inférieure (supérieure) à  $B_c$ , le matériau est dans l'état supraconducteur (normal). b) Représentation schématique du diagramme de phase d'un matériau supraconducteur de type II. L'amplitude des champs magnétiques critiques inférieur  $B_{c1}(T)$  et supérieur  $B_{c2}(T)$  diminue en augmentant la température  $T$ , avec  $B_{c1,2}(0) \equiv B_{c1,2}$  et  $B_{c1,2}(T_c) \equiv 0$ . Pour une amplitude du champ magnétique externe  $B$  inférieure (supérieure) à  $B_{c1(2)}$ , le matériau est dans l'état supraconducteur (normal). Pour  $B_{c1} < B < B_{c2}$ , le matériau est dans l'état mixte. Le champ critique thermodynamique  $B_c$  correspond approximativement à la moyenne géométrique des champs critiques  $B_{c1}$  et  $B_{c2}$  avec  $B_c \approx \sqrt{B_{c1}B_{c2}}/\ln(\kappa)$ .

un second champ magnétique critique  $B_{c2}$  donné par

$$B_{c2} = \sqrt{2\kappa}B_c, \quad (3.4)$$

le matériau est dans un état mixte composé de paires de Cooper et de vortex d'Abrikosov. Un vortex d'Abrikosov est composé d'un courant de paires de Cooper de taille  $\sim \lambda$  autour d'un cœur normal de taille  $\sim \xi$  et possède un flux égal au quantum de flux  $\Phi_0 = h/2e$  [156]. Pour  $B > B_{c2}$ , le matériau est dans l'état normal. La figure 3.1 b) présente schématiquement le diagramme de phase d'un supraconducteur de type II. Un exemple de supraconducteur de type II est le niobium, avec une température critique  $T_c = 9.5$  K et un champ magnétique critique thermodynamique  $B_c = 198$  mT [87].

Généralement, pour un même matériau supraconducteur, les longueurs de pénétration  $\lambda$  et de cohérence  $\xi$  pour une couche mince sont différentes que pour un échantillon massif pur. En particulier,

$$\lambda = \lambda_L \sqrt{1 + \frac{\xi_0}{\ell_e}}, \quad \frac{1}{\xi} = \frac{1}{\xi_0} + \frac{1}{\ell_e} \quad (3.5)$$

où  $\ell_e$  est le libre parcours moyen dans l'état normal,  $\lambda_L$  est la longueur de pénétration de London et  $\xi_0$  est la longueur de cohérence de Pippard [156]. Ainsi, lorsqu'on réduit le libre parcours moyen  $\ell_e$  en diminuant par exemple l'épaisseur  $t$  du film mince supraconducteur, la longueur de pénétration  $\lambda$  augmente, alors que la longueur de cohérence  $\xi$  diminue. À titre d'exemple, l'aluminium massif pur possède une longueur de London  $\lambda_L = 16$  nm et une longueur de cohérence  $\xi_0 = 1600$  nm, ce qui correspond ainsi à un supraconducteur de type I avec  $\kappa = 0.01 \ll 1/\sqrt{2}$ <sup>1</sup>. Pour le niobium,  $\lambda_L = 39$  nm et  $\xi_0 = 38$  nm, ce qui correspond ainsi à un supraconducteur de type II avec  $\kappa = 1.03 > 1/\sqrt{2}$  [87].

Les longueurs de pénétration  $\lambda$  et de cohérence  $\xi$  dépendent de la température. Plus précisément, la longueur de pénétration  $\lambda(T)$  dépend de la température  $T$  selon [156, 159]

$$\lambda(T) = \lambda(0) \left[ \frac{\Delta(0)}{\Delta(T)} \coth \left( \frac{\Delta(T)}{2k_B T} \right) \right]^{1/2}, \quad (3.6)$$

où la bande interdite  $2\Delta(T)$  est donnée par [160]

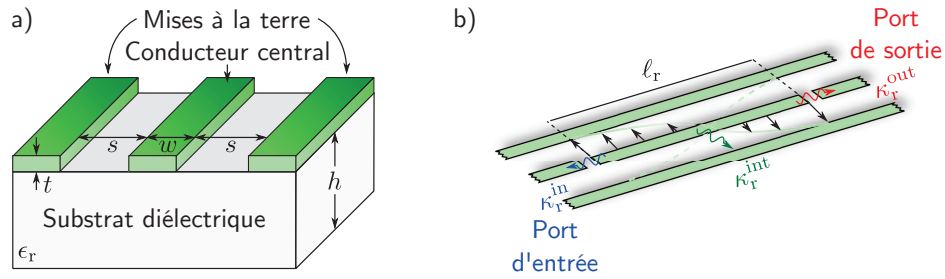
$$\Delta(T) = \Delta(0) \cos \left[ \frac{\pi}{2} \left( \frac{T}{T_c} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (3.7)$$

Cette dépendance en température de la longueur de pénétration est utilisée afin d'expliquer le comportement en température de la fréquence des résonateurs supraconducteurs.

### 3.1.2 Résonateurs supraconducteurs de type guide d'ondes coplanaire

Les figures 3.2 a) et b) présentent schématiquement un résonateur supraconducteur de type guide d'ondes coplanaire. Le résonateur est composé d'un film mince d'un matériau supraconducteur d'une épaisseur  $t$  déposé sur un substrat diélectrique de constante diélectrique  $\epsilon_r$  et d'une épaisseur  $h$ . Le conducteur central d'une largeur  $w$  est séparé des mises à la terre par un espace d'une largeur  $s$ . La longueur  $\ell_r$  du guide d'ondes définit la fréquence angulaire  $\omega_r$  du mode fondamental du résonateur qui correspond à la moitié d'une longueur d'onde. Les conditions frontières d'un résonateur  $\lambda/2$  sont telles que le champ électrique est maximal aux extrémités du résonateur (figure 3.2 b). Comme discuté plus loin, le résonateur est couplé de façon capacitive à deux guides d'ondes, ce qui permet de connecter le résonateur aux instruments de mesure.

1. Selon les équations (3.5), l'aluminium devient un supraconducteur de type II pour  $\ell_e < 100$  nm.



**FIGURE 3.2 – Schéma d'un résonateur de type guide d'ondes coplanaire.**

a) Schéma d'un résonateur de type guide d'ondes coplanaire. Un film mince d'un matériau supraconducteur d'une épaisseur  $t$  est déposé sur un substrat diélectrique d'épaisseur  $h$  et de constante diélectrique relative  $\epsilon_r$ . Un conducteur central d'une largeur  $w$  est séparé par un espace d'une largeur  $s$  des mises à la terre. b) Schéma d'un résonateur de type guide d'ondes coplanaire d'une longueur  $\ell_r$  couplé de façon capacitive à un port d'entrée (bleu) et de sortie (rouge) avec un coefficient de couplage donné par  $\kappa_r^{\text{in}}$  et  $\kappa_r^{\text{out}}$ , respectivement. Les pertes internes du résonateur sont caractérisées par un coefficient de pertes donné par  $\kappa_r^{\text{int}}$  (vert). Le champ électrique du mode fondamental est schématisé par les flèches noires.

### Capacité et inductance

Pour un substrat diélectrique beaucoup plus épais que la taille caractéristique du résonateur, soit  $h \gg w$ , la constante diélectrique effective  $\epsilon_{\text{eff}}$  d'un guide d'ondes coplanaire est donné par [161]

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2}. \quad (3.8)$$

La capacité et l'inductance magnétique par unité de longueur  $C$  et  $L_m$  sont respectivement données par [161, 162]

$$C = 4\epsilon_0\epsilon_{\text{eff}} \frac{K(k)}{K(k')}, \quad L_m = \frac{\mu_0}{4} \frac{K(k')}{K(k)}, \quad (3.9)$$

où  $\epsilon_0$  et  $\mu_0$  sont respectivement la permittivité électrique et la perméabilité magnétique du vide et  $K(k)$  est l'intégrale elliptique complète de première espèce définie par

$$K(k) \equiv \int_0^1 dx [(1-x^2)(1-(kx)^2)]^{-1/2}, \quad (3.10)$$

et où

$$k = \frac{w}{w+2s}, \quad k' = \sqrt{1-k^2}. \quad (3.11)$$

L'inductance possède, en plus de la composante magnétique  $L_m$ , une composante provenant de l'inductance cinétique. Celle-ci peut être significative pour un résonateur supraconducteur. L'inductance cinétique par unité de longueur  $L_K$  est donnée par [162]

$$L_K = \mu_0 \frac{\lambda^2}{wt} g(w, s, t), \quad (3.12)$$

où  $g(w, s, t)$  est un facteur géométrique de remplissage donné pour un guide d'ondes coplanaire par

$$g(w, s, t) = \frac{1}{2k^2 K^2(k)} \left[ \ln \left( \frac{t}{4(w+2s)} \right) \left\{ -\ln \left( \frac{t}{4w} \right) - k \right\} + \frac{2(w+s)}{w+2s} \ln \left( \frac{s}{w+s} \right) \right]. \quad (3.13)$$

Ces deux composantes de l'inductance s'additionnent afin de donner l'inductance par unité de longueur totale  $L = L_m + L_K$ . L'inductance cinétique  $L_K$  est la seule composante qui dépend directement de l'épaisseur  $t$  et des propriétés du matériau supraconducteur via la longueur de pénétration  $\lambda$ . Le rapport de l'inductance cinétique et de l'inductance totale  $\alpha \equiv L_K/(L_m + L_K)$  permet de quantifier, par exemple, la contribution de l'inductance cinétique à la fréquence du résonateur.

### Impédance caractéristique et fréquence angulaire

L'impédance caractéristique  $Z_0$  du résonateur est donnée par [163]

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_m + L_K}{C}}. \quad (3.14)$$

En négligeant l'inductance cinétique, l'impédance caractéristique est donnée par

$$Z_0 = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_{\text{eff}}}} \frac{K(k')}{K(k)}. \quad (3.15)$$

La fréquence angulaire  $\omega_r$  du mode fondamental d'un résonateur  $\lambda/2$  est donnée par [163]

$$\omega_r = \frac{\pi}{\ell_r \sqrt{(L_m + L_K) C}}. \quad (3.16)$$

Ainsi, par rapport à un oscillateur LC standard, la fréquence angulaire du résonateur  $\lambda/2$  de type guide d'ondes coplanaire est d'un facteur  $\pi$  plus élevée pour une même capacité totale  $\ell_r C$  et inductance totale  $\ell_r L$ . La fréquence angulaire des modes supérieurs d'indice  $n$

est donnée simplement par

$$\omega_r^{(n)} = n\omega_r, \quad (3.17)$$

avec  $\omega_r^{(1)} \equiv \omega_r$ .

### Effet d'un champ magnétique transverse

La fréquence du résonateur dépend du champ magnétique transverse selon deux mécanismes distincts [164, 165]. Premièrement, la présence de vortex d'Abrikosov augmente localement l'inductance cinétique et réduit ainsi la fréquence du résonateur. Puisque les vortex peuvent être piégés dans des défauts du film supraconducteur, la contribution à l'inductance cinétique provenant des vortex possède généralement une forte hystérèse. Il est de plus important de noter que les vortex peuvent pénétrer dans le résonateur lorsque le champ magnétique est inférieur au champ magnétique critique inférieur  $B_{c1}$  [166, 165]. Ainsi,  $B_{c1}$  n'est pas le champ magnétique caractéristique de l'effet d'un champ magnétique transverse sur un résonateur supraconducteur.

Un deuxième mécanisme qui influence la fréquence du résonateur provient de l'augmentation de l'inductance cinétique causée par les courants de Meissner circulant dans le film supraconducteur dans un champ magnétique transverse  $\mathbf{B}_0 = B_0^X \mathbf{X}$ . Ce mécanisme mène à une diminution quadratique de la fréquence angulaire du résonateur selon

$$\omega_r(B_0^X) = \omega_r(0) \left( 1 - \alpha \left( \frac{B_0^X}{B_m} \right)^2 \right), \quad (3.18)$$

où  $B_m$  est un champ magnétique caractéristique qui ne dépend pas fortement de la température [167, 168, 164] et qui dépend fortement de la géométrie du résonateur [166, 165]. Ainsi, malgré que le champ critique supérieur  $B_{c2}$  d'un supraconducteur de type II augmente avec la longueur de pénétration  $\lambda$  selon l'équation (3.4), la fréquence d'un résonateur fabriqué d'un supraconducteur de longueur de pénétration plus grande est plus sensible à un champ magnétique transverse.

### Pertes externes et internes

Les pertes du résonateur sont caractérisées par une largeur de raie  $\kappa_r$  qui découle de deux contributions. Une première contribution provient du couplage capacitif du résonateur aux guides d'ondes d'entrée (de sortie) caractérisé par un taux de couplage donné

par

$$\kappa_r^{\text{in(out)}} = \frac{4Z_0^2 C_{\text{in(out)}}^2 \omega_r^3}{\pi}, \quad (3.19)$$

où  $C_{\text{in(out)}}$  est la capacité du condensateur d'entrée (de sortie) [169]. Cette contribution à la largeur de raie du résonateur est donnée par  $\kappa_r^{\text{ext}} = \kappa_r^{\text{in}} + \kappa_r^{\text{out}}$ . Puisque ces pertes se dirigent vers les guides d'ondes coplanaires connectés aux instruments de mesure, elles sont considérés comme externes au résonateur.

Une seconde contribution à la largeur de raie du résonateur provient des pertes internes causées par différents mécanismes [163]. Pour un dispositif hybride qui permet de réaliser un couplage spin-résonateur à une température  $T \ll T_c$ , les deux contributions les plus importantes à ces pertes sont les pertes diélectriques et les pertes associées à la présence de vortex. Les pertes diélectriques sont caractérisées par la tangente de l'angle de pertes  $\delta$  donnée par  $\tan \delta = \epsilon_r' / \epsilon_r$ , où  $\epsilon = \epsilon_0 (\epsilon_r + i\epsilon_r')$  est la constante diélectrique complexe du substrat diélectrique [163]. La contribution à la largeur de raie provenant des pertes diélectriques est alors donnée par

$$\kappa_r^{\text{d}} = \tan \delta \omega_r. \quad (3.20)$$

Puisque le cœur d'un vortex d'Abrikosov est dans l'état normal, son déplacement dans un résonateur fabriqué dans un matériau supraconducteur de type II cause de la dissipation [170, 171]. Ces pertes contribuent ainsi à la largeur de raie et peuvent être minimisées par l'ingénierie des résonateurs supraconducteur [172, 173, 174, 175, 165].

Les différents mécanismes de pertes internes s'additionnent selon

$$\kappa_r^{\text{int}} = \kappa_r^{\text{d}} + \kappa_r^{\text{v}} + \dots, \quad (3.21)$$

où  $\dots$  dénote d'autres sources de pertes. La largeur de raie totale du résonateur est alors donnée par

$$\kappa_r = \kappa_r^{\text{ext}} + \kappa_r^{\text{int}} = \kappa_r^{\text{in}} + \kappa_r^{\text{out}} + \kappa_r^{\text{int}}. \quad (3.22)$$

Alors que les pertes externes sont nécessaires pour sonder le résonateur, les pertes internes doivent être minimisées. Pour des pertes internes données par  $\kappa_r^{\text{int}}$ , le résonateur est en régime sous-couplé pour  $\kappa_r^{\text{ext}} < \kappa_r^{\text{int}}$  ou sur-couplé pour  $\kappa_r^{\text{ext}} > \kappa_r^{\text{int}}$  [59]. Le nombre moyen

de photons  $\bar{n}_r$  dans le résonateur pour une puissance de sonde  $P_a$  au port d'entrée est calculé à partir du coefficient de couplage du port d'entrée  $\kappa_r^{\text{in}}$  et de la largeur de raie  $\kappa_r$  selon

$$\bar{n}_r = \frac{P_a}{\hbar\omega_r} \frac{\kappa_r^{\text{in}}}{(\kappa_r/2)^2}. \quad (3.23)$$

Cette expression peut être utilisée afin de calculer la puissance de sonde nécessaire pour avoir en moyenne un seul photon dans le résonateur. Par exemple, pour un résonateur de fréquence  $\omega_r/2\pi = 6$  GHz avec une largeur de raie  $\kappa_r/2\pi = \kappa_r^{\text{in}}/2\pi = 1$  MHz, la puissance de sonde équivalente à un photon en moyenne est de  $-142$  dBm ou  $6.2$  aW.

### Coefficients de transmission et de réflexion

Le coefficient de transmission  $t(\omega_a)$  entre les ports d'entrée et de sortie du résonateur pour un signal de fréquence angulaire  $\omega_a$  est donné par

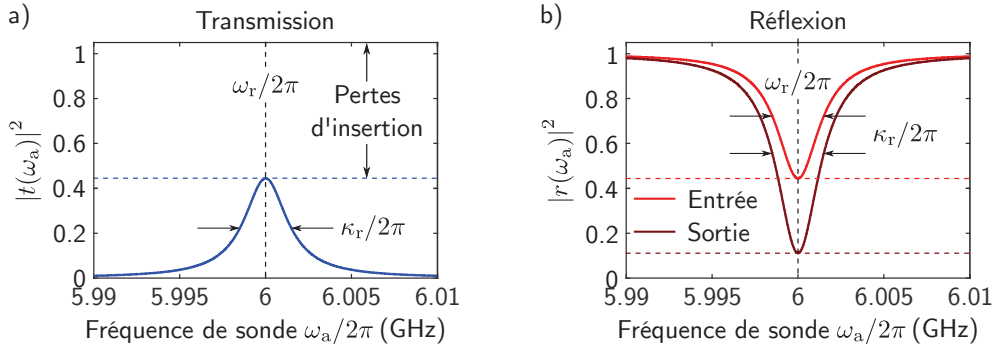
$$t(\omega_a) = \frac{\sqrt{\kappa_r^{\text{in}}\kappa_r^{\text{out}}}}{i(\omega_a - \omega_r) - \kappa_r/2}. \quad (3.24)$$

Comme illustré à la figure 3.3 a), l'amplitude du coefficient de transmission  $|t(\omega_a)|^2$  est alors décrite par une fonction lorentzienne d'amplitude positive avec  $|t(\omega_a)|^2 \rightarrow 0$  pour  $|\omega_a - \omega_r| \gg \kappa_r$ . On observe qu'une mesure en transmission ne permet pas de déterminer indépendamment les coefficients de couplage d'entrée et de sortie. Par ailleurs, le régime sous-couplé avec  $\kappa_r^{\text{in,out}} \ll \kappa_r^{\text{int}}$  permet de déterminer les pertes internes directement à partir de la largeur de raie  $\kappa_r$  du résonateur.

Quant à lui, le coefficient de réflexion  $r(\omega_a)$  du port d'entrée (de sortie) du résonateur sondé à la fréquence angulaire  $\omega_a$  est donné par

$$r(\omega_a) = \frac{i(\omega_a - \omega_r) - (\kappa_r^{\text{int}} - \kappa_r^{\text{in(out)}} + \kappa_r^{\text{out(in)}})/2}{i(\omega_a - \omega_r) - \kappa_r/2}. \quad (3.25)$$

Comme illustré à la figure 3.3 b), l'amplitude du coefficient de réflexion  $|r(\omega_a)|^2$  est décrite par une fonction lorentzienne d'amplitude négative avec  $|r(\omega_a)|^2 \rightarrow 1$  pour  $|\omega_a - \omega_r| \gg \kappa_r$ . Notamment, du point de vue de la mesure, les pertes au port de sortie (d'entrée) sont équivalentes aux pertes internes pour une mesure en réflexion du port d'entrée (de sortie), puisque le signal sortant par ce port n'est pas mesuré.



**FIGURE 3.3 – Amplitude des coefficients de transmission et de réflexion.**

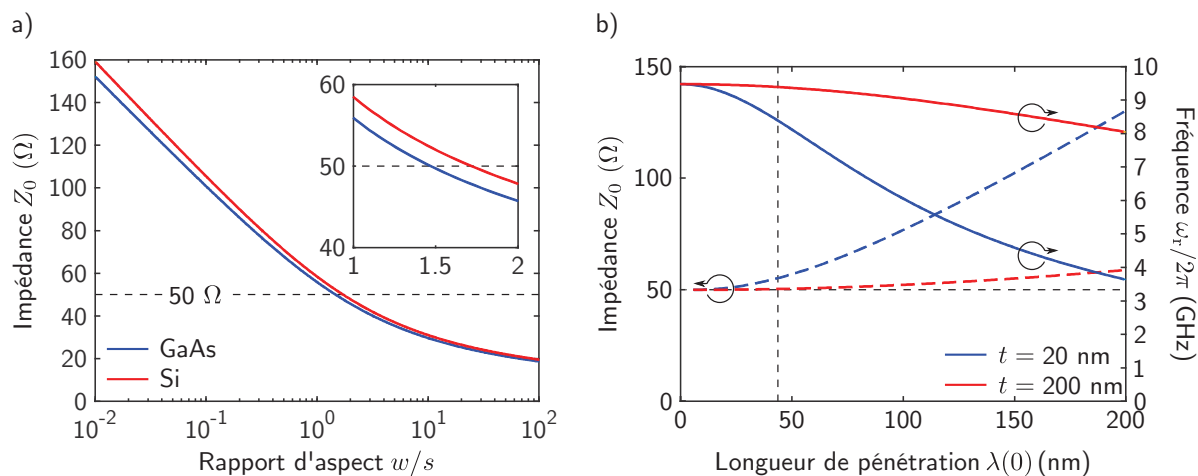
a) Amplitude  $|t(\omega_a)|^2$  du coefficient de transmission en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$ . L'amplitude est maximale lorsque la fréquence de sonde est résonante avec la fréquence du résonateur  $\omega_r/2\pi$  (ligne verticale pointillée), ce qui correspond à une amplitude donnée par les pertes d'insertion de  $\text{Max}[|t(\omega_a)|^2] = 4\kappa_r^{\text{in}}\kappa_r^{\text{out}}/\kappa_r^2$  (ligne horizontale pointillée). La largeur à mi-hauteur correspond à la largeur de raie  $\kappa_r/2\pi$  du résonateur. b) Amplitude  $|r(\omega_a)|^2$  du coefficient de réflexion du port d'entrée (de sortie) en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$  (ligne pleine rouge et rouge foncé, respectivement). L'amplitude est minimale lorsque la fréquence de sonde est résonante avec la fréquence du résonateur  $\omega_r/2\pi$  (ligne verticale pointillée), ce qui correspond à une amplitude donnée par  $\text{Min}[|r(\omega_a)|^2] = (\kappa_r^{\text{int}} - \kappa_r^{\text{in(out)}} + \kappa_r^{\text{out(in)}})^2/\kappa_r^2$  (lignes horizontales pointillées rouge et rouge foncé, respectivement). La largeur à mi-hauteur correspond à la largeur de raie  $\kappa_r/2\pi$  du résonateur. Pour ces figures,  $\omega_r/2\pi = 6$  GHz,  $\kappa_r^{\text{int}}/2\pi = 0.5$  MHz,  $\kappa_r^{\text{in}}/2\pi = 0.5$  MHz et  $\kappa_r^{\text{out}}/2\pi = 2$  MHz.

## 3.2 Aspects expérimentaux

### 3.2.1 Conception et fabrication des résonateurs supraconducteurs

Comme discuté aux chapitres 1 et 2, un gaz d'électrons dans une hétérostructure de GaAs/AlGaAs est utilisé pour définir une double boîte quantique. Les résonateurs supraconducteurs sont donc conçus et fabriqués de façon à ce qu'ils soient compatibles aux dispositifs hybrides qui permettent le couplage spin-résonateur dans une hétérostructure de GaAs/AlGaAs. En particulier, à des fins de caractérisation, les résonateurs sont fabriqués sur un substrat de GaAs non dopé pour reproduire l'environnement diélectrique des dispositifs hybrides. De plus, afin de pouvoir appliquer un champ magnétique externe de l'ordre de 1 T sur le résonateur, le niobium, un matériau supraconducteur de type II, est utilisé.





**FIGURE 3.4 – Impédance et fréquence d'un résonateur de type guide d'ondes coplanaire.**

a) Impédance caractéristique  $Z_0$ , calculée en l'absence de l'inductance cinétique, d'un résonateur de type guide d'ondes coplanaire fabriqué sur un substrat de GaAs (ligne bleue,  $\epsilon_r = 12.9$ ) et de Si (ligne rouge,  $\epsilon_r = 11.7$ ) en fonction du rapport  $w/s$  entre la largeur  $w$  du conducteur central et l'espace de largeur  $s$  avec les mises à la terre. L'encart présente un agrandissement autour de  $Z_0 = 50$  Ω (ligne horizontale pointillée). b) Impédance caractéristique  $Z_0$  (lignes pointillées) et fréquence  $\omega_r/2\pi$  (lignes pleines) du résonateur en fonction de la longueur de pénétration à température nulle  $\lambda(0)$  d'un film mince supraconducteur d'épaisseur  $t = 20$  nm (lignes bleues) et  $t = 200$  nm (lignes rouges) et de longueur  $\ell_r = 6$  mm. La largeur du conducteur central  $w$  et l'espace de largeur  $s$  sont fixés à  $10$  μm et  $6.8$  μm respectivement afin d'obtenir  $Z_0 = 50$  Ω (ligne horizontale pointillée) pour  $\lambda(0) = 0$ . La longueur de pénétration de London  $\lambda_L(0) = 39$  nm du niobium massif pur est indiquée par une ligne verticale pointillée.

### Conception des résonateurs supraconducteurs

L'impédance caractéristique  $Z_0$  du résonateur est fixée à  $50$  Ω en ajustant le rapport entre la largeur  $w$  du conducteur central et l'espace  $s$  avec les mises à la terre. La figure 3.4 a) présente  $Z_0$  calculée selon l'équation (3.15) en fonction du rapport  $w/s$  en considérant la constante diélectrique du GaAs et du Si. En l'absence de l'inductance cinétique, un rapport  $w/s = 1.48$  est nécessaire pour obtenir une impédance de  $50$  Ω pour un résonateur fabriqué sur un substrat de GaAs. Le même rapport d'aspect résulte en une impédance d'environ  $52$  Ω sur un substrat de Si.

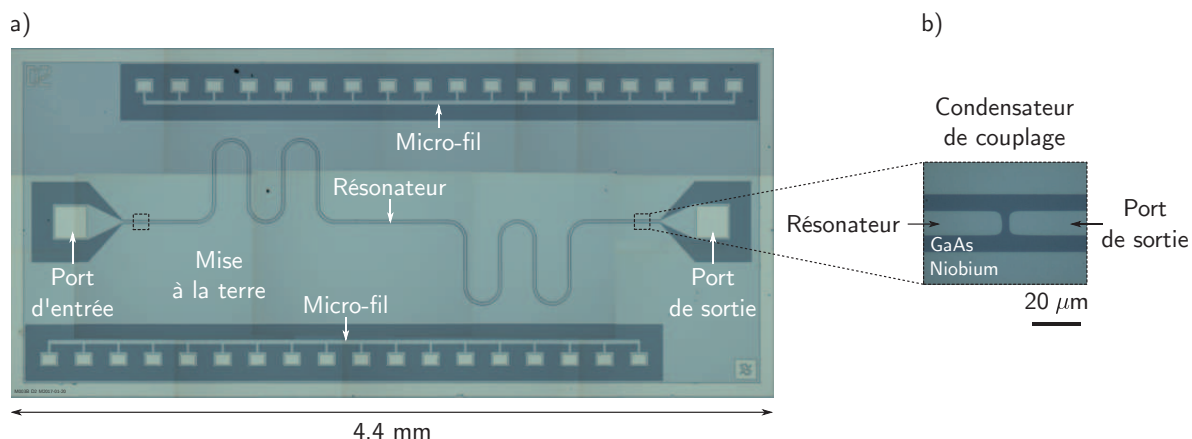
Bien que la valeur de  $50$  Ω est habituellement utilisée, il est possible d'utiliser une impédance plus élevée pour augmenter l'amplitude  $\delta V$  des fluctuations du vide de la tension du mode fondamental du résonateur selon l'équation (1.61) (voir les références [116, 46, 47], par exemple). Il est par contre nécessaire d'utiliser un rapport d'aspect  $w/s \ll 1$  pour obtenir un gain significatif sur  $\delta V \propto \sqrt{Z_0}$ . Il est de plus possible d'augmenter  $Z_0$  en réduisant l'épaisseur  $t$  du film mince pour augmenter le rapport  $\lambda/t$  (figure 3.4 b).

La longueur  $\ell_r$  du résonateur est ajustée pour obtenir la fréquence angulaire  $\omega_r$  désirée. Selon les équations (3.12) et (3.16), la longueur de pénétration à température nulle  $\lambda(0)$  du matériau supraconducteur affecte la fréquence du résonateur par l'entremise de l'inductance cinétique. La figure 3.4 b) présente la fréquence du résonateur  $\omega_r/2\pi$  en fonction de  $\lambda(0)$  pour deux épaisseurs  $t$  du film mince supraconducteur. Ainsi, il est possible d'obtenir un résonateur de plus basse fréquence pour une même longueur  $\ell_r$  en diminuant l'épaisseur  $t$  par rapport à la longueur de pénétration  $\lambda(0)$ . Par exemple, pour une longueur de pénétration  $\lambda(0) = 100$  nm,  $\omega_r/2\pi \approx 6$  GHz est possible pour  $\ell_r = 6$  mm avec  $t = 20$  nm. Pour  $t = 200$  nm, une longueur du résonateur  $\ell_r$  d'environ 9 mm est nécessaire pour obtenir la même fréquence. Il est par contre important de noter que la longueur de pénétration effective d'un film mince supraconducteur est augmentée par rapport à la valeur pour un matériau massif pur [156, 176]. À la sous-section 3.3.2, la longueur de pénétration  $\lambda(T)$  de films minces de niobium est déterminée à partir de la dépendance en température de la fréquence de résonateurs supraconducteurs.

### Fabrication des résonateurs supraconducteurs en niobium sur GaAs

Un procédé de photolithographie est utilisé pour fabriquer les résonateurs supraconducteurs en niobium sur un substrat de GaAs non dopé. Le niobium est déposé sur le GaAs par évaporation par faisceau d'électrons à une pression entre  $1 \times 10^{-9}$  et  $5 \times 10^{-9}$  torr et à un taux de 0.7 nm/sec. L'évaporation par faisceau d'électrons permet d'utiliser une procédé de soulèvement dans une approche ascendante (*bottom-up*), où le niobium est déposé seulement aux endroits nécessaires. Cette approche contraste avec une approche descendante (*top-down*), où le niobium est déposé sur tout le substrat. Dans cette approche, une gravure du niobium est ensuite utilisée pour définir le résonateur. L'utilisation d'une approche ascendante est importante pour l'incorporation de résonateurs supraconducteurs en niobium à des boîtes quantiques dans une hétérostructure de GaAs/AlGaAs. En effet, la gravure du niobium n'étant pas sélective au GaAs, elle risque fortement d'endommager le gaz d'électrons sous l'hétérostructure de GaAs/AlGaAs lors de la gravure du niobium [177].

La figure 3.5 a) présente une photo au microscope optique d'un résonateur en niobium fabriqué sur un substrat de GaAs. Le résonateur est couplé de façon capacitive aux guides d'ondes des ports d'entrée et de sortie par des condensateurs de couplage (figure 3.5 b).



**FIGURE 3.5 – Photo d'un résonateur en niobium sur un substrat de GaAs.**

a) Photo au microscope optique d'un résonateur de type guide d'ondes coplanaire en niobium fabriqué sur un substrat de GaAs. Le résonateur est couplé de façon capacitive aux guides d'onde coplanaires d'entrée et de sortie par deux condensateurs coplanaires. Deux micro-fils sont utilisés pour sonder le transport électrique dans le film supraconducteur, ce qui permet, par exemple, de déterminer le champ magnétique critique supérieur  $B_{c2}$ . b) Condensateur de couplage composé d'un espace d'environ  $3 \mu\text{m}$  entre le résonateur et le guide d'ondes coplanaire du port de sortie, ce qui résulte en une capacité  $C_{\text{out}} \approx 0.5 \text{ fF}$ .

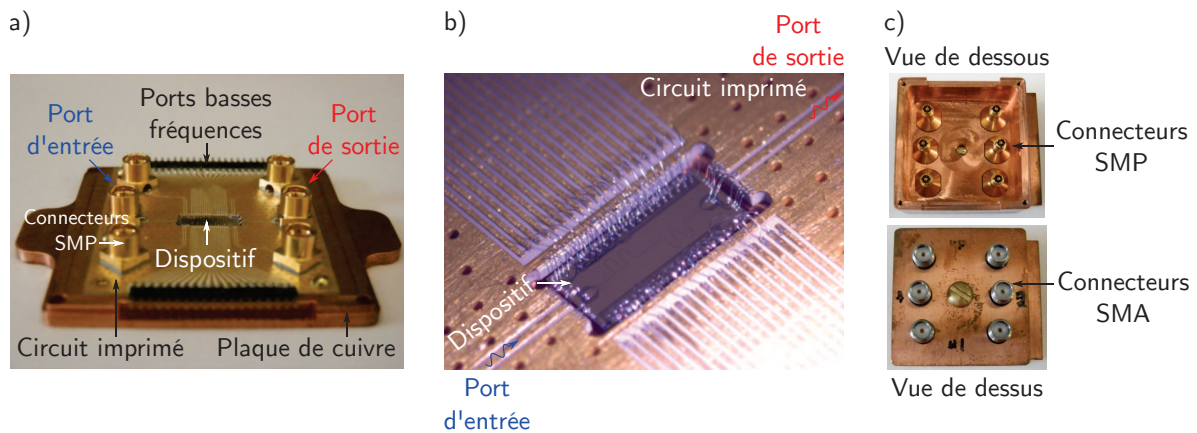
### 3.2.2 Porte-échantillon pour les dispositifs hybrides

#### Description du porte-échantillon et du boîtier de connexion

Les guides d'ondes d'entrée et de sortie couplés de façon capacitive au résonateur sont connectés à un porte-échantillon permettant d'interfacer le résonateur aux lignes micro-ondes d'un réfrigérateur à dilution, par exemple. Les figures 3.6 a) à c) présentent le porte-échantillon conçu spécialement pour des dispositifs hybrides composés d'un résonateur supraconducteur et de boîtes quantiques. Le porte-échantillon est constitué d'un circuit imprimé sur un substrat de céramique sur lequel une couche de cuivre plaquée avec de l'or permet de définir les différents chemins de conduction. Les six ports micro-ondes sont constitués de guides d'ondes coplanaires d'impédance de  $50 \Omega$ <sup>2</sup>. Les trente-huit ports basses fréquences permettent d'appliquer, par exemple, des tensions continues sur les grilles électrostatiques des boîtes quantiques. Le circuit imprimé est vissé sur une plaque de cuivre sur laquelle le dispositif est collé. Le dispositif est connecté électriquement au porte-échantillon par des micro-soudures aux différents ports micro-ondes et basses fréquences<sup>3</sup>.

2. La conception du circuit imprimé a été réalisée en collaboration avec Toyofumi Ishikawa du groupe de Yasunobu Nakamura à The University of Tokyo.

3. La plaque de cuivre et le circuit imprimé forment le porte-échantillon et ne peuvent pas être séparés sans briser les micro-soudures. Si le dispositif n'est pas fonctionnel, le porte-échantillon peut être réutilisé en



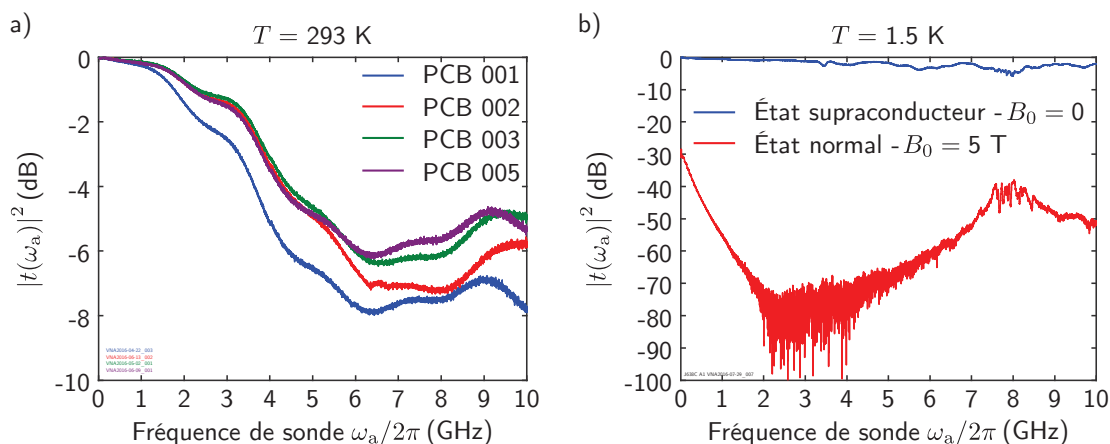
**FIGURE 3.6 – Porte-échantillons pour les dispositifs hybrides.**

a) Photo d'un porte-échantillon composé d'un circuit imprimé et d'une plaque de cuivre. Le circuit imprimé est composé d'un substrat de céramique (Rogers Corporation TMM10i) d'une constante diélectrique  $\epsilon_r = 9.8$  et d'une épaisseur de 0.38 mm avec une couche de  $17 \mu\text{m}$  de cuivre plaqué avec 4 à  $5 \mu\text{m}$  d'or. Le placage en or est non magnétique. Des connecteurs de type SMP (Rosenberger 19S102-40ML5, 0 à 40 GHz) sont soudés sur le circuit imprimé aux six ports micro-ondes du circuit imprimé. Deux connecteurs (Sullins Connector Solutions SMH100-LPSE-S20-ST-BK) sont également soudés aux deux sous-ensembles de dix-neuf ports basses fréquences. b) Photo d'un porte-échantillon montrant un dispositif qui comporte un résonateur supraconducteur et deux micro-fils connectés par micro-soudure aux différents ports micro-ondes et basses fréquences du circuit imprimé. Des trous d'interconnexion présents dans le plan de mise à la terre du circuit imprimé assure une bonne connectivité. c) Boîtier de connexion permettant de connecter les connecteurs de type SMP du circuit imprimé (vue de dessous). Des adaptateurs de type SMP à SMA (Rosenberger 19K132-K00D3, 0 à 26.5 GHz) sont utilisés pour connecter facilement le boîtier de connexion au réfrigérateur à dilution, par exemple (vue de dessus).

La mise à la terre du porte-échantillon, contenant plusieurs trou d'interconnexion afin d'améliorer la connectivité, est connecté au plan de la mise à la terre du dispositif par de multiples micro-soudures.

Un boîtier de connexion est utilisé pour se connecter aux connecteurs micro-ondes de type SMP soudés sur le circuit imprimé (figure 3.6 c) et qui fonctionnent jusqu'à une fréquence de 40 GHz. Les connecteurs micro-ondes à la sortie du boîtier de connexion sont de type SMA et peuvent ainsi être connectés directement, par exemple, aux lignes micro-ondes du réfrigérateur à dilution. Un couvercle se plaçant au-dessus du circuit imprimé permet de réduire le volume de la cavité au-dessus du dispositif pour maximiser la fréquence des modes de boîtier (figures 3.8 a) et b). De plus, ce couvercle permet de réduire les tensions mécaniques sur les connecteurs de type SMP soudés sur le circuit imprimé lors de la déconnexion du boîtier de connexion.

enlevant le dispositif non fonctionnel, une opération destructive dans la plupart des cas.

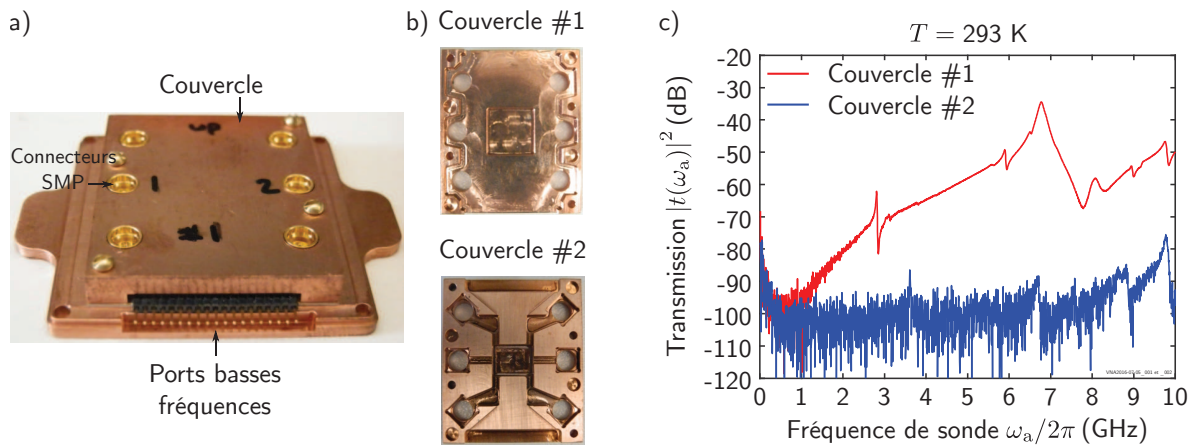


**FIGURE 3.7 – Caractérisation micro-ondes des porte-échantillons pour les dispositifs hybrides.** a) Amplitude  $|t(\omega_a)|^2$  du coefficient de transmission en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$  de quatre porte-échantillons à la température de la pièce dont les ports d’entrée et de sortie sont connectés par micro-soudure. b) Amplitude  $|t(\omega_a)|^2$  du coefficient de transmission en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$  d’un guide d’ondes coplanaire en niobium à  $T = 1.5 \text{ K}$  dans l’état supraconducteur (ligne bleue,  $B_0 = 0$ ) et dans l’état normal (ligne rouge,  $B_0 = 5 \text{ T}$ ). Le niobium possède une épaisseur  $t = 63 \text{ nm}$  et le guide d’ondes possède une longueur de  $19.4 \text{ mm}$ .

### Caractérisation des portes-échantillons

Une première caractérisation des porte-échantillons consiste à mesurer l’amplitude de la transmission lorsque les ports d’entrée et de sortie sont directement connectés par micro-soudure. Dans un cas idéal, la transmission est unitaire. La figure 3.7 a) présente l’amplitude de la transmission  $|t(\omega_a)|^2$  en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$  pour quatre porte-échantillons à la température de la pièce. Les pertes, inférieures à 8 dB pour une fréquence inférieure à 10 GHz, sont probablement limitées par l’impédance des micro-soudures composés de fils en aluminium d’un rayon de  $25 \mu\text{m}$ . De plus, les courbes de transmission des porte-échantillons ne présentent aucune résonance, ce qui indique qu’ils agissent en effet comme des guides d’ondes lorsque les ports d’entrée et de sortie sont connectés. Plusieurs itérations de porte-échantillons ont été nécessaires pour obtenir cette propriété.

La figure 3.7 b) présente la transmission d’un guide d’ondes coplanaire en niobium sur un substrat de GaAs à une température  $T = 1.5 \text{ K}$ . Le guide d’ondes coplanaire possède une longueur de  $19.4 \text{ mm}$  et consiste essentiellement en un résonateur supraconducteur pour lequel les condensateurs de couplage sont absents. Les ports d’entrée et de sortie sont alors connectés et, tout comme dans la situation précédente, une transmission unitaire est idéalement attendue. Lorsque le niobium est dans l’état supraconducteur, les pertes entre



**FIGURE 3.8 – Caractérisation micro-ondes des porte-échantillons pour les dispositifs hybrides.** a) Photo d'un porte-échantillon recouvert d'un couvercle en cuivre. b) Intérieur des couvercles #1 et #2. c) Amplitude  $|t(\omega_a)|^2$  du coefficient de transmission en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$  mesurée pour le même porte-échantillon à la température de la pièce avec les couvercles #1 (ligne rouge) et #2 (ligne bleue).

les ports d'entrée et de sortie du boîtier de connexion sont inférieures à 6 dB pour une fréquence inférieure à 10 GHz. De plus, l'absence de résonances parasites confirme que le système constitué du boîtier de connexion, du porte-échantillon et du guide d'ondes coplanaire supraconducteur agit, tel que prévu, comme un guide d'ondes. Il est de plus possible de supprimer la supraconductivité du guide d'ondes coplanaire en appliquant un champ magnétique externe  $B_0$  dont l'amplitude excède le champ magnétique critique supérieur  $B_{c2}$  du film mince de niobium. Dans ce cas, la résistance élevée du film de niobium dans l'état normal supprime fortement l'amplitude de la transmission d'environ 80 dB.

Une seconde caractérisation du porte-échantillon consiste à mesurer l'amplitude de la transmission en l'absence d'un dispositif et de fils connectant les ports d'entrée et de sortie. Dans un cas idéal, la transmission est nulle. Par contre, la présence de modes de boîtier peut mener à une transmission non nulle aux fréquences de ces modes. Puisque le couvercle définit essentiellement les modes de boîtier, sa géométrie peut avoir un impact majeur sur la transmission du porte-échantillon en l'absence de connexion entre les différents ports. La figure 3.8 c) présente l'amplitude du coefficient de transmission entre les ports d'entrée et de sortie du boîtier de connexion en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$  pour deux modèles de couvercle recouvrant le porte-échantillon.

Le couvercle #1 possède un maximum de transmission d'environ  $-35$  dB autour de 6.8 GHz. Cette résonance est en bon accord avec la fréquence de résonance du mode

transverse électrique  $TE_{101}$  estimée à 7.0 GHz à partir des dimensions internes du couvercle (équation (5.2)). En comparaison, le couvercle #2 possède une transmission maximale de seulement  $-75$  dB jusqu'à 10 GHz. Ainsi, même si les dimensions internes maximales sont les mêmes, le couvercle #2 est en contact direct avec le plan de la mise à la terre du circuit imprimé partout où c'est possible, ce qui minimise l'excitation des modes de boîtier. De plus, un espace de seulement  $75 \mu\text{m}$  est présent entre le couvercle et les chemins d'amenée des ports basses fréquences, ce qui limite grandement le mode de boîtier ayant une excitation dans cette direction. Le passage du couvercle #1 au couvercle #2 a été la dernière étape importante qui a permis de faire fonctionner les résonateurs supraconducteurs sur les porte-échantillons pour les dispositifs hybrides.

### 3.2.3 Instruments et composantes pour la caractérisation de résonateurs

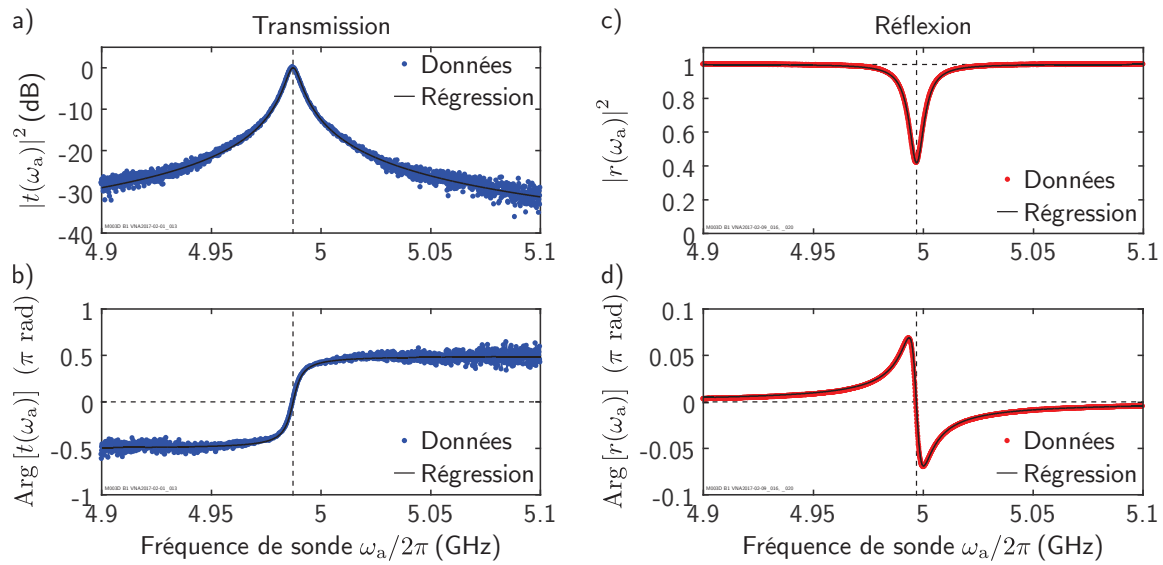
#### Caractérisation des résonateurs avec un analyseur de réseau

Un analyseur de réseau permet de mesurer les coefficients de transmission  $t(\omega_a)$  et de réflexion  $r(\omega_a)$  en fonction de la fréquence angulaire de sonde  $\omega_a$  en régime continu. Ces mesures en régime continu sont particulièrement utiles pour les mesures de spectroscopie. Comme exemple, les figures 3.9 a) et b) présentent respectivement l'amplitude  $|t(\omega_a)|^2$  et la phase  $\text{Arg}[t(\omega_a)]$  du coefficient de transmission d'un résonateur supraconducteur mesuré à l'aide d'un analyseur de réseau. Les figures 3.9 c) et d) présentent, quant à elles, l'amplitude  $|r(\omega_a)|^2$  et la phase  $\text{Arg}[r(\omega_a)]$  du coefficient de réflexion mesuré pour le même résonateur.

#### Circuit de démodulation pour la détection hétérodyne

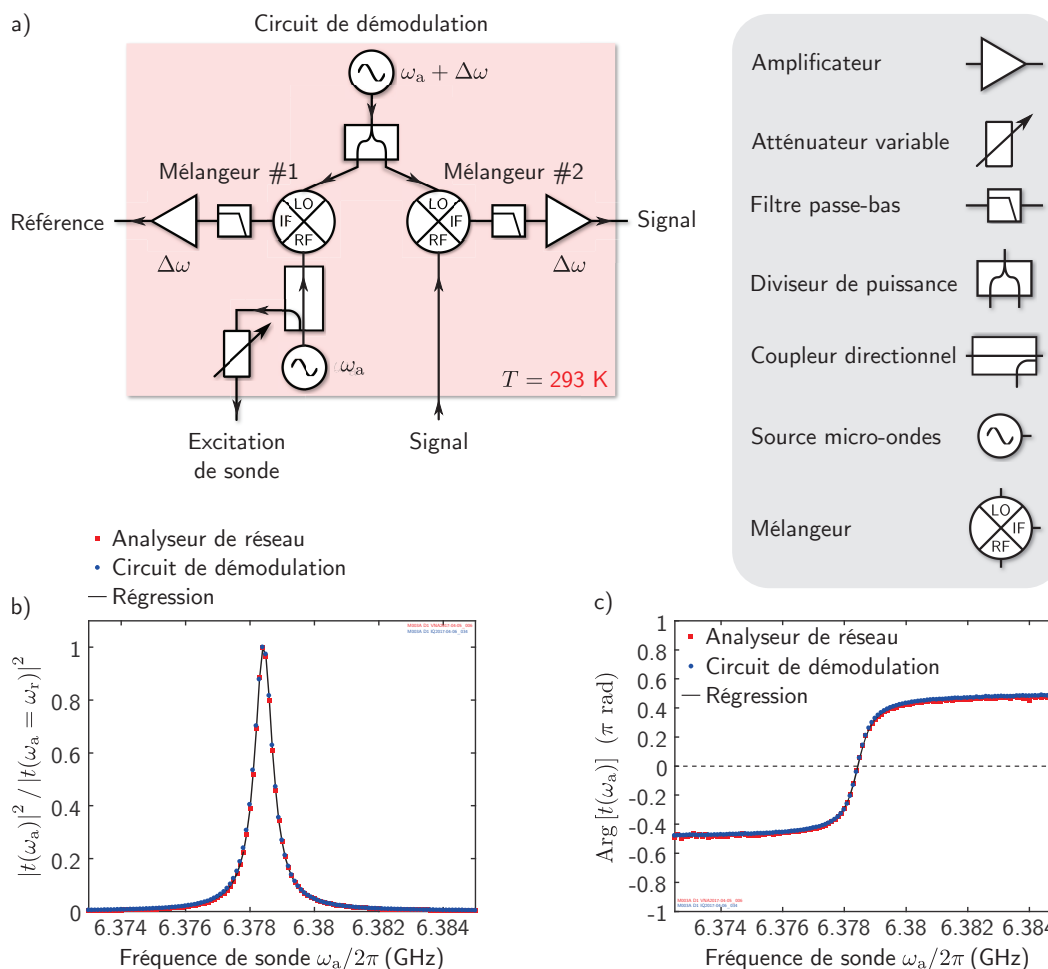
Un circuit micro-ondes de démodulation permet d'obtenir un circuit plus versatile que l'analyseur de réseau. En effet, un tel circuit permet, par exemple, d'aller au-delà des mesures de spectroscopie en régime continu à l'aide de mesures résolues temporellement. La figure 3.10 a) présente le circuit micro-ondes de démodulation implémenté comme alternative à l'analyseur de réseau pour la caractérisation spectroscopique des résonateurs et pour les mesures spectroscopiques du couplage spin-résonateur longitudinal proposées à la section 1.4.

Un signal micro-ondes de fréquence angulaire  $\omega_a + \Delta\omega$  provenant d'une source micro-ondes est divisé en deux à l'aide d'un diviseur de puissance. Ces deux signaux sont utilisés comme oscillateur local (LO) de deux mélangeurs micro-ondes. Le signal d'une seconde source micro-ondes de fréquence angulaire  $\omega_a$  est envoyé à un coupleur directionnel. Le port



**FIGURE 3.9 – Coefficients de transmission et de réflexion mesuré avec un analyseur de réseau.** Coefficients de transmission et de réflexion mesurés avec un analyseur de réseau (Agilent N5230C, 0.01 à 40 GHz). a) Amplitude normalisée  $|t(\omega_a)|^2 / |t(\omega_a = \omega_r)|^2$  et b) phase  $\text{Arg}[t(\omega_a)]$  du coefficient de transmission en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$  d'un résonateur supraconducteur. Pour les figures a) et b), l'ajustement des données à l'équation (3.24) est indiqué par la ligne pleine. c) Amplitude normalisée  $|r(\omega_a)|^2 / |r(|\omega_a - \omega_r| \gg \kappa_r)|^2$  et d) phase  $\text{Arg}[r(\omega_a)]$  du coefficient de réflexion en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$  du même résonateur. Pour les figures c) et d), l'ajustement des données à l'équation (3.25) est indiqué par la ligne pleine.





**FIGURE 3.10 – Circuit de démodulation pour la détection hétérodyne.**

a) Circuit de démodulation pour la détection hétérodyne. Le signal d'une source micro-ondes (Agilent N5183A, 100 kHz à 40 GHz) de fréquence angulaire  $\omega_a + \Delta\omega$  est divisé en deux par un diviseur de puissance  $-3$  dB (Krytar 6005180, 0.5 à 18 GHz). Ces deux signaux sont envoyés aux ports LO de deux mélangeurs (MITEQ DB0218LW2, 2 à 18 GHz). Le signal d'une seconde source micro-ondes (Agilent N5230C, 0.01 à 40 GHz) de fréquence angulaire  $\omega_a$  est envoyé à un coupleur directionnel 16 dB (Krytar 1850, 0.5 à 18.5 GHz). Le signal de sortie du coupleur directionnel est envoyé au port RF du mélangeur #1. Le signal du port couplé du coupleur directionnel est envoyé à un module d'atténuation variable (Analog devices HMC-C584 et HMC-C053, 0.1 à 20 GHz) et vers le port d'entrée du dispositif. Le signal provenant du port de sortie du dispositif est envoyé vers le port RF du mélangeur #2. Les signaux IF de fréquences angulaires  $\Delta\omega$  sont chacun envoyés à un filtre passe-bas (Mini Circuits, VLFX-225, 0 à 225 MHz) et à un amplificateur de tension basses fréquences (Stanford Research Systems SR560, 0 à 1 MHz). Les signaux IF des mélangeurs #1 et #2 correspondent respectivement à la référence et au signal. b) Amplitude normalisée  $|t(\omega_a)|^2 / |t(\omega_a = \omega_r)|^2$  et c) phase  $\text{Arg}[t(\omega_a)]$  du coefficient de transmission en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$  mesurées à l'aide de l'analyseur de réseau (carrés rouges) et du circuit de démodulation (cercles bleus). L'amplitude est normalisée tel que  $|t(\omega_a = \omega_r)|^2 = 1$ .

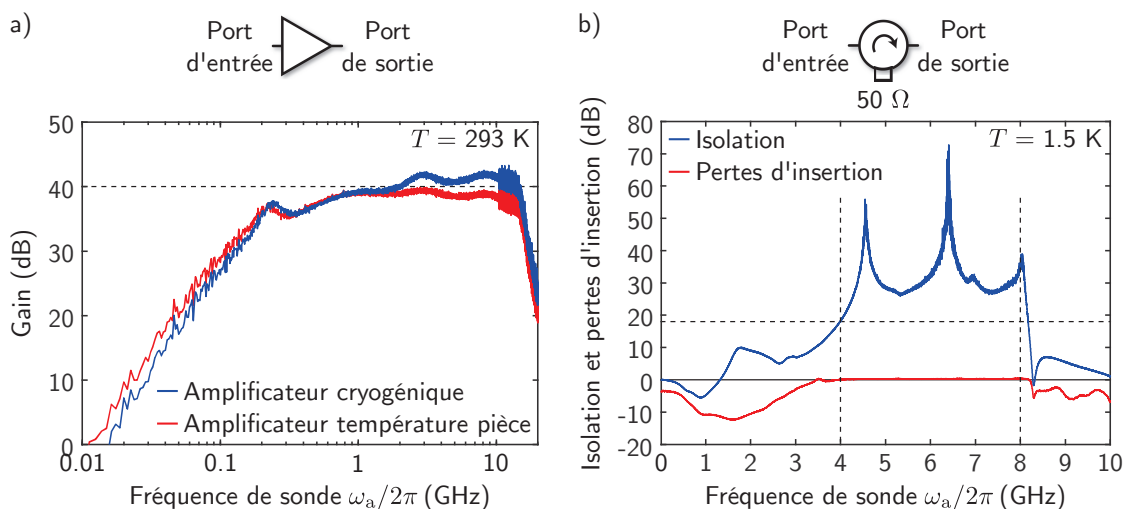
de sortie du coupleur directionnel est connecté au port radio-fréquence (RF) du mélangeur #1. Le signal sortant du port couplé du coupleur directionnel est envoyé au port d'entrée du dispositif mesuré et représente donc l'excitation de sonde. Après avoir été transmis par le dispositif mesuré, le signal micro-ondes du port de sortie du dispositif est envoyé au port RF du mélangeur #2.

Les mélangeurs sont utilisés en mode conversion descendante afin de produire un signal de fréquence intermédiaire (IF) d'une fréquence angulaire donnée par la différence des fréquences angulaires de l'oscillateur local et de sonde, soit  $\omega_a + \Delta\omega - \omega_a = \Delta\omega$  [178]. Les signaux IF des deux mélangeurs sont filtrés pour éliminer les composantes du signal à d'autres fréquences angulaires. Le signal IF du mélangeur #1 sert de référence alors que le signal IF du mélangeur #2 contient le signal permettant de déterminer, par exemple, le coefficient de transmission du dispositif. Le circuit de démodulation réalise ainsi une détection hétérodyne.

La puissance du signal de la source micro-ondes utilisée comme oscillateur local est fixée par la puissance spécifiée par les mélangeurs. De plus, la puissance du signal de la source micro-ondes utilisée pour l'excitation de sonde est idéalement fixée pour obtenir un signal de référence d'une amplitude constante. Ainsi, pour varier la puissance micro-ondes  $P_a$  utilisée pour sonder le dispositif, un module d'atténuation variable est placé entre le coupleur directionnel et le port d'entrée du dispositif. Ce module d'atténuation variable est composé d'un atténuateur variable digital de 5 bits et d'un atténuateur variable analogue. La combinaison de ces deux atténuateurs permet d'obtenir une plage d'atténuation de plus de 60 dB entre 0.1 et 20 GHz. L'atténuateur variable digital est contrôlé à l'aide d'une tension de contrôle analogue fournie à un microcontrôleur. Le module d'atténuation peut ainsi être contrôlé à l'aide de deux tensions de contrôle analogues.

Une première application du circuit de démodulation présentée consiste à effectuer la spectroscopie en régime continu d'un résonateur supraconducteur. Pour ce faire, le signal est envoyé à un amplificateur synchrone pour obtenir l'amplitude et la phase du signal par rapport à la référence. Les figures 3.10 b) et c) présentent respectivement l'amplitude et la phase du coefficient de transmission d'un résonateur supraconducteur obtenu à l'aide de l'analyseur de réseau et du circuit de démodulation. L'accord entre les deux méthodes indique que le circuit de démodulation fonctionne tel que prévu.

Bien que le circuit de démodulation présenté soit utilisé pour des mesures spectroscopiques en régime continu, l'utilisation d'une impulsion micro-ondes pour le signal de sonde et d'un oscilloscope pour la mesure du signal démodulé permet d'effectuer des



**FIGURE 3.11 – Circuit de démodulation pour la détection hétérodyne.**

a) Gain de l'amplificateur cryogénique (ligne bleue, Low Noise Factory LNF-LNC03-14A, 0.3 à 14 GHz) et de l'amplificateur à la température de la pièce (ligne rouge, Low Noise Factory LNF-LNR1-15A, 1 à 15 GHz) à  $T = 293$  K en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$ . Les amplificateurs sont alimentés par une alimentation régulée en courant (Low Noise Factory PS-EU2) selon les spécifications du fabricant. b) Isolation (ligne bleue) et pertes d'insertion (ligne rouge) d'un circulateur cryogénique (Pamtech CTH1184K18, 4 à 8 GHz) à  $T = 1.5$  K en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$ . La ligne horizontale pointillée indique l'isolation minimale de 18 dB spécifié par le fabricant pour la plage de fréquence entre 4 et 8 GHz (lignes pointillées verticales).

mesures résolues temporellement. De plus, ce circuit permet, avec quelques modifications, d'effectuer une mesure spectroscopique d'un système non linéaire doublant la fréquence de sonde (section 1.4).

### Composantes micro-ondes

Afin de caractériser les résonateurs supraconducteurs à une puissance  $P_a \approx -140$  dBm correspondant à un nombre moyen de photons près de l'unité, il est nécessaire d'amplifier le signal transmis par les résonateurs. Pour ce faire, deux amplificateurs à faible bruit sont utilisés. Un premier amplificateur cryogénique permet d'amplifier le signal d'environ 42 dB avec une température équivalente de bruit d'environ 3 K à 6 GHz lorsque l'amplificateur est à une température de 6 K. Un second amplificateur à température de la pièce permet d'amplifier le signal d'environ 37 dB supplémentaire avec une température équivalente de bruit d'environ 35 K à 6 GHz. La figure 3.11 a) présente la caractérisation du gain des deux amplificateurs à la température de la pièce.

Afin d'éviter que le bruit émis par les amplificateurs affecte le dispositif, des circulateurs

cryogéniques sont utilisés comme isolateurs entre les amplificateurs et le dispositif. En effet, un circulateur peut être utilisé en tant qu'isolateur lorsqu'une terminaison  $50 \Omega$  est connectée à l'un de ses trois ports. De plus, en séparant les signaux incident et réfléchi, le circulateur permet de mesurer un résonateur en réflexion lorsqu'un amplificateur est utilisé. La figure 3.11 b) présente la caractérisation d'un circulateur cryogénique à une température de 1.5 K. L'isolation du circulateur est mesurée en comparant l'amplitude des coefficients de transmission en propagation vers l'avant et vers l'arrière. Le circulateur cryogénique fournit une isolation supérieure à 18 dB sur la plage entre 4 et 8 GHz, en accord avec les spécifications du fabricant. De plus, les pertes d'insertion sont obtenues en comparant l'amplitude des coefficients de transmission en présence et en l'absence du circulateur. Comme spécifié par le fabricant, des pertes d'insertion inférieures à 0.4 dB sont obtenues sur la plage d'opération du circulateur.

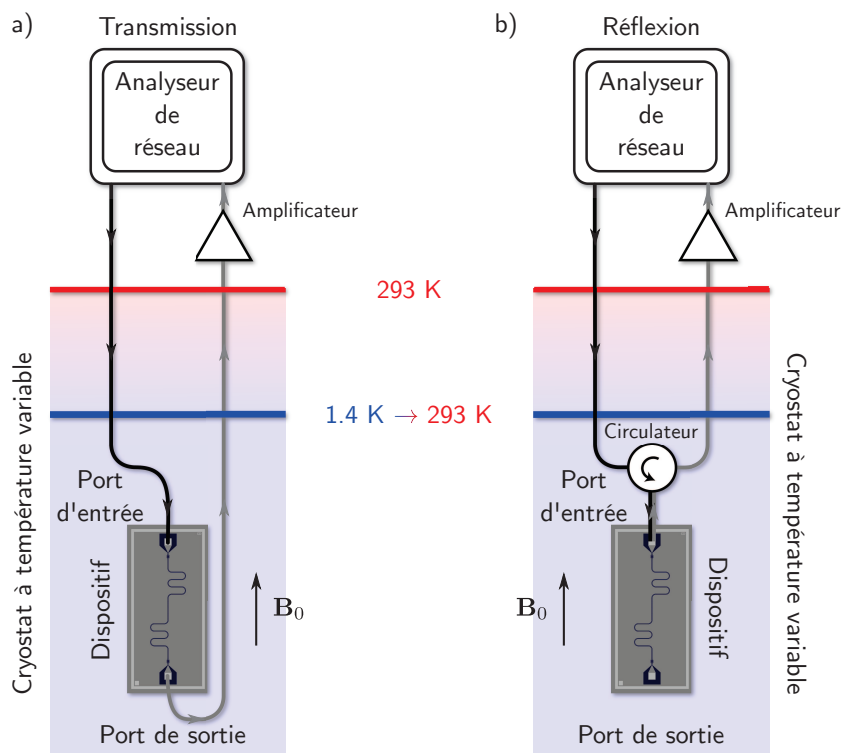
### 3.2.4 Montages expérimentaux pour la caractérisation des résonateurs

#### Cryostat à température variable

Une caractérisation préliminaire des résonateurs supraconducteurs peut être effectuée dans un cryostat à température variable. Les figures 3.12 a) et b) présentent un exemple du montage expérimental permettant de mesurer, à l'aide de l'analyseur de réseau, les coefficients de transmission et de réflexion d'un résonateur supraconducteur en fonction de la température  $T$  et d'un champ magnétique externe  $B_0$ . Pour une mesure en transmission, les ports d'entrée et de sortie du boîtier de connexion sont simplement connectés aux deux lignes micro-ondes de la sonde du cryostat (figure 3.12 a). Les lignes micro-ondes ont chacune une longueur d'environ 2 mètres et une atténuation d'environ 7 dB à 6 GHz et fonctionnent jusqu'à une fréquence de 40 GHz. Pour une mesure en réflexion, un circulateur cryogénique est utilisé pour séparer les signaux incident et réfléchi au port d'entrée (de sortie) du résonateur (figure 3.12 b). Dans les deux cas, un amplificateur à faible bruit peut être utilisé à température de la pièce pour amplifier le signal sortant du cryostat. Les figures 3.9 présentent un exemple du spectre d'un résonateur mesuré en transmission et en réflexion dans le cryostat à température variable à  $T \approx 1.5$  K.<sup>4</sup>

---

4. Il est important de séparer spatialement le résonateur et le circulateur puisque ce dernier est magnétique. Pour cette même raison, il faut éviter d'appliquer un champ magnétique externe sur les circulateurs.



**FIGURE 3.12 – Caractérisation des résonateurs dans un cryostat à température variable.**

Montage expérimental pour la caractérisation des résonateurs supraconducteurs dans un cryostat à une température  $T$  variable entre 1.4 K et la température de la pièce. Un analyseur de réseau est utilisé pour mesurer les coefficients a) de transmission  $t(\omega_a)$  et b) de réflexion  $r(\omega_a)$  en fonction de la fréquence angulaire  $\omega_a$ . Un amplificateur à faible bruit (Low Noise Factory LNF-LNR1-15A) peut être utilisé à la température de la pièce pour amplifier le signal. En b), un circulateur cryogénique (Pamtech CTH1184K18) est utilisé pour séparer les signaux incident et réfléchi au résonateur. Un champ magnétique externe  $B_0$  d'une amplitude maximale de 8 T peut être appliqué.

### Réfrigérateur à dilution

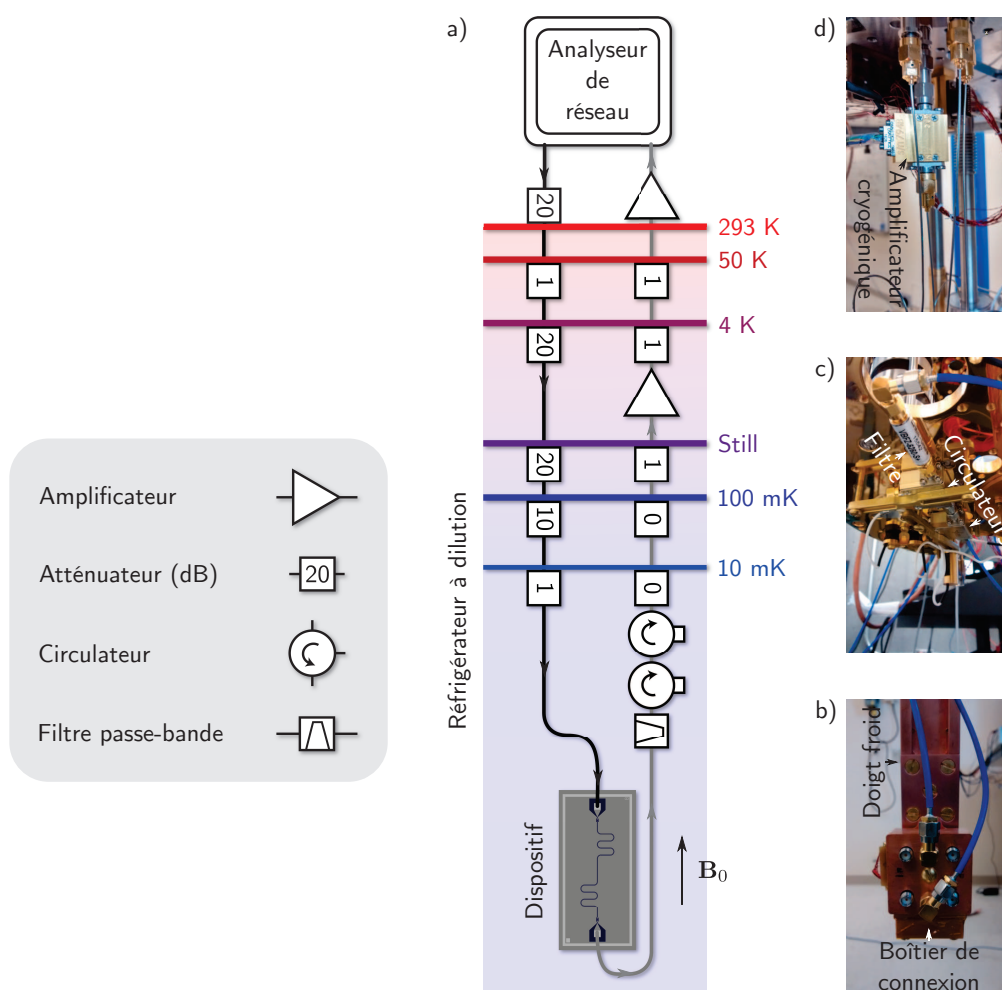
Le fonctionnement du dispositif hybride proposé au premier chapitre pour le couplage spin-résonateur requiert une température  $T$  de l'ordre de 10 mK pour minimiser les populations thermiques de photons micro-ondes dans le résonateur et d'excitations du degré de liberté orbital de la double boîte quantique. À cette température, le nombre moyen de photons thermiques occupant le mode d'un résonateur de fréquence angulaire  $\omega_r$ , donné par la distribution de Bose-Einstein selon

$$\bar{n}_r^{\text{th}} = \frac{1}{e^{\hbar\omega_r/k_B T} - 1}, \quad (3.26)$$

est négligeable pour un résonateur d'une fréquence  $\omega_r/2\pi = 6$  GHz. En comparaison, pour la même fréquence, la population thermique est inférieure à 0.01 photons pour une température allant jusqu'à 62 mK et est approximativement de cinq photons pour  $T = 1.5$  K.

La figure 3.13 a) présente un exemple d'un montage expérimental permettant de caractériser un résonateur supraconducteur à une température de base de 10 mK dans un réfrigérateur à dilution. Un champ magnétique externe  $B_0$  peut être appliqué en plaçant le boîtier de connexion au bout d'un doigt froid (figure 3.13 b). Le doigt froid permet de centrer le dispositif par rapport au champ magnétique créé par un aimant supraconducteur pouvant atteindre une amplitude maximale de 7 T.

Un analyseur de réseau ou un circuit de démodulation peuvent être utilisés pour mesurer le coefficient de transmission du résonateur. Des atténuateurs peuvent être utilisés à température de la pièce pour réduire la puissance de sonde  $P_a$ . Les lignes micro-ondes du réfrigérateur à dilution sont atténuées à l'aide d'atténuateurs cryogéniques à chaque étage du réfrigérateur. De plus, chaque ligne micro-ondes possède une atténuation d'environ 7 dB à 6 GHz. Deux circulateurs cryogéniques sont utilisés en tant qu'isolateurs pour réduire de plus de 36 dB le bruit émis par l'amplificateur cryogénique. Par contre, puisque l'isolation des circulateurs n'est significative que pour une fréquence entre 4 et 8 GHz, un filtre passe-bande est aussi utilisé pour filtrer le bruit émis en dehors de cette plage de fréquence. Les circulateurs et le filtre sont encrés thermiquement à l'étage de la chambre de mélange dans la zone de compensation de l'aimant supraconducteur (figure 3.13 c). Il est ainsi possible de ne pas atténuer la ligne micro-ondes de mesure entre les circulateurs et l'amplificateur cryogénique encré thermiquement à l'étage à 4 K (figures 3.13 d). Finalement, l'amplificateur à température de la pièce est utilisé pour amplifier le signal sortant de la ligne micro-ondes de signal du réfrigérateur.



**FIGURE 3.13 – Caractérisation des résonateurs dans un réfrigérateur à dilution.**

a) Exemple du montage expérimental permettant la caractérisation de résonateurs supraconducteurs dans un réfrigérateur à dilution. Un analyseur de réseau (Agilent N5230C) ou un circuit de démodulation (figure 3.10) peuvent être utilisés pour mesurer le coefficient de transmission du résonateur. Les lignes micro-ondes sont atténuées à l'aide d'atténuateurs cryogéniques (XMA) à chaque étage du réfrigérateur. Deux circulateurs cryogéniques (Pamtech CTH1184K18) et un filtre passe-bande (Mini Circuits VBFZ-6260-S+, 5.6 à 7.0 GHz) sont utilisés pour réduire le bruit émis par l'amplificateur cryogénique (Low Noise Factory LNF-LNC03-14A) à l'étage à 4 K. L'amplificateur à température de la pièce (Low Noise Factory LNF-LNR1-15A) est utilisé pour amplifier le signal sortant du réfrigérateur à dilution. b) Photo d'un dispositif au bout du doigt froid. Les lignes micro-ondes du réfrigérateur à dilution sont connectés aux ports d'entrée et de sortie du boîtier de connexion. c) Photo des deux circulateurs et du filtre passe-bande encrés thermiquement à l'étage de la chambre de mélange dans la zone de compensation de l'aimant supraconducteur. d) Photo de l'amplificateur cryogénique sur la ligne de mesure encré thermiquement sur l'étage à 4 K du réfrigérateur à dilution.

### 3.3 Résultats expérimentaux

Cette section présente différents résultats expérimentaux portant sur la caractérisation de résonateurs supraconducteurs adaptés à la réalisation expérimentale du couplage spin-résonateur présenté au premier chapitre. Certains résultats de cette section ont été obtenus par Laurent Bergeron sous ma supervision lors d'un stage de deux mois à l'hiver 2017.

#### 3.3.1 Température critique et champ magnétique critique supérieur

Dans cette sous-section, la température critique  $T_c$  et le champ magnétique critique supérieur  $B_{c2}$  sont déterminés à l'aide de mesures en transport électrique en utilisant les ports basses fréquences du porte-échantillon dans le cryostat à température variable. Ces mesures permettent de sonder les propriétés en transport électrique d'un micro-fil défini dans le même film de niobium qu'un résonateur supraconducteur (figure 3.5a)<sup>5</sup>. La différence de tension  $\Delta V$  entre deux contacts du micro-fil est mesurée lorsqu'un courant  $I$  entre 1 et 10  $\mu\text{A}$  circule dans celui-ci, réalisant ainsi une mesure de la résistance  $R$  à quatre pointes où  $R = \Delta V/I$ .

La figure 3.14 a) présente la mesure de la résistance d'un film de niobium d'une épaisseur  $t = 23$  nm pour différentes températures  $T$  et en fonction de l'amplitude  $B_0 = |\mathbf{B}_0|$  d'un champ magnétique appliqué, à environ  $1^\circ$  près, dans le plan du résonateur, soit  $\mathbf{B}_0 \approx B_0 \mathbf{Z}$ . Comme prévu, la résistance est nulle dans l'état supraconducteur lorsque  $B_0$  est inférieur au champ magnétique critique supérieur  $B_{c2}(T)$ . Pour  $B_0 > B_{c2}(T)$ , le film de niobium passe à l'état normal et la résistance atteint une valeur finie. La figure 3.14 b) présente la mesure de la température critique  $T_c$  à champ magnétique nul.

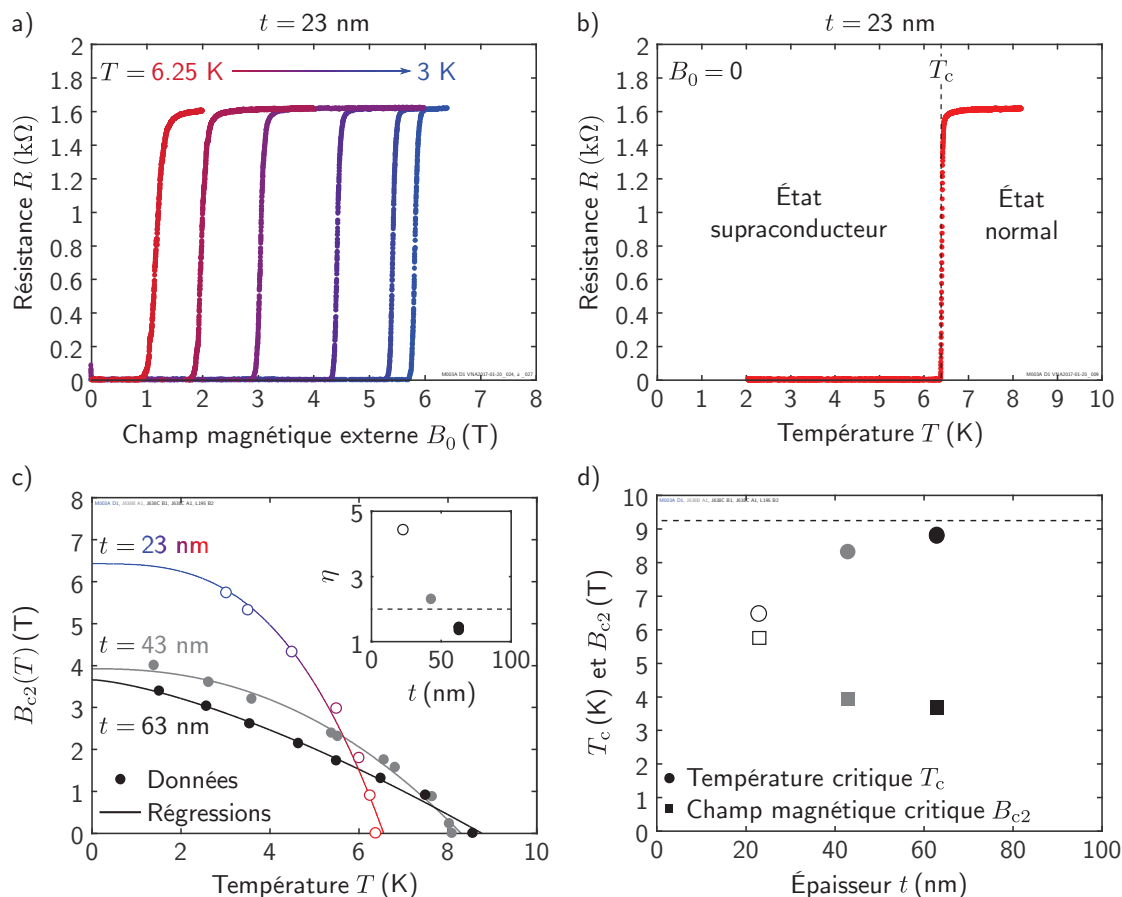
La figure 3.14 c) présente le diagramme de phase qui résulte de ces mesures pour trois épaisseurs  $t$  du niobium. La dépendance en température du champ magnétique critique supérieur  $B_{c2}$  est empiriquement ajustée à

$$B_{c2}(T) = \frac{B_{c2}}{1 - (T/T_c)^\eta}, \quad (3.27)$$

où l'exposant  $\eta = 2$  dans la théorie BCS [156]. L'encart de la figure 3.14 c) présente l'exposant  $\eta$  déterminé pour différentes épaisseurs  $t$  entre 23 nm et 63 nm. La figure 3.14 d) présente la température critique  $T_c$  et le champ magnétique critique supérieur à température nulle  $B_{c2}$

5. Il est de plus possible de sonder le résonateur et le transport électrique simultanément.





**FIGURE 3.14 – Propriétés des films minces de niobium déterminées en transport électrique.**

a) Résistance  $R$  en fonction de l'amplitude  $B_0 = |\mathbf{B}_0|$  du champ magnétique externe avec  $\mathbf{B}_0 \approx B_0 \mathbf{Z}$  pour différentes température  $T$  entre 3 K et 6.25 K pour un film de niobium d'une épaisseur  $t = 23$  nm. Le champ magnétique critique supérieur  $B_{c2}(T)$  est déterminé par le champ magnétique  $B_0$  pour lequel la résistance atteint dix écarts types de la résistance mesurée dans l'état supraconducteur.

b) Résistance  $R$  en fonction de la température  $T$  à champ magnétique nul pour le même film de niobium qu'en a). La température critique  $T_c = 6.385$  K, déterminée par la température  $T$  pour lequel la résistance atteint dix écarts types de la résistance mesurée dans l'état supraconducteur, délimite les états supraconducteur et normal du niobium.

c) Diagramme de phase pour différentes épaisseurs  $t$  du film de niobium. Les régressions des données à l'équation (3.27) sont indiquées par des lignes pleines. L'encart présente l'exposant  $\eta$  obtenu de la régression en fonction de  $t$ . La ligne horizontale pointillée indique la valeur  $\eta = 2$  prédite par la théorie BCS.

d) Température critique  $T_c$  (cercles) et champ magnétique critique supérieur à température nulle  $B_{c2}$  (carrés) en fonction de l'épaisseur  $t$  du niobium. La ligne horizontale indique la valeur de la température critique du niobium massif pur,  $T_c = 9.25$  K.

en fonction de l'épaisseur  $t$  du niobium. Ainsi, alors que  $T_c$  diminue en diminuant l'épaisseur  $t$ ,  $B_{c2}$  augmente. Ces deux comportements peuvent s'expliquer par une diminution du libre parcours moyen  $\ell_e$  lorsque l'épaisseur  $t$  du niobium est réduite [179, 156, 176]. De plus, il est possible de voir que la température critique semble tendre vers celle du niobium massif.

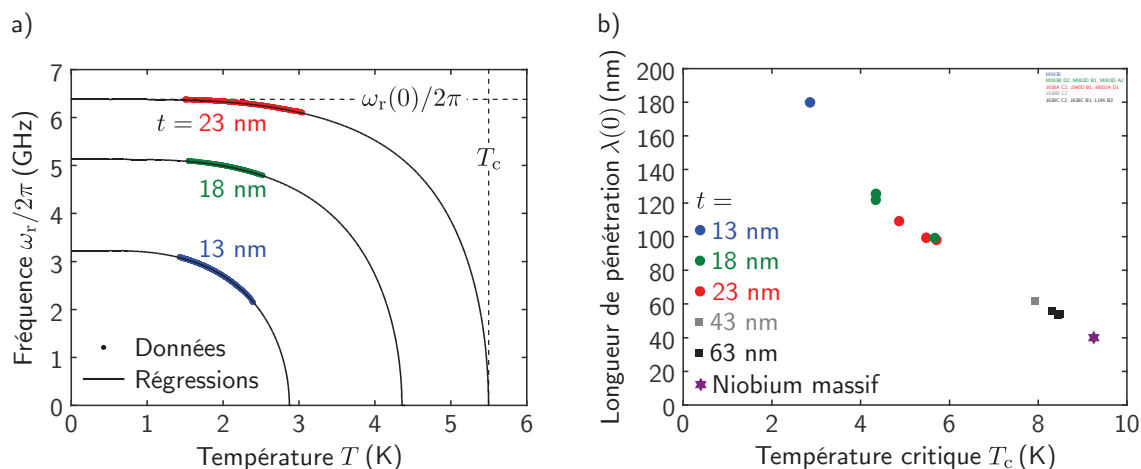
Les mesures en transport électrique permettent ainsi de déterminer que la température critique et le champ magnétique critique supérieur des films minces de niobium fabriqués sont bien assez élevés. En effet, les dispositifs hybrides proposés au premier chapitre sont opérés à une température  $T$  de l'ordre de 10 mK et à une amplitude de champ magnétique  $B_0$  de l'ordre de 1 T.

### 3.3.2 Détermination de la longueur de pénétration

Comme discuté plus tôt, la longueur de pénétration  $\lambda$  est importante afin de déterminer la contribution de l'inductance cinétique à l'inductance totale du résonateur. Dans cette sous-section, la longueur de pénétration des films de niobium est déterminée par la dépendance en température de la fréquence de résonance des résonateurs supraconducteurs. Ces mesures sont effectuées dans le cryostat à température variable à l'aide de mesures en transmission (figure 3.12 a).

La figure 3.15 a) présente la fréquence  $\omega_r/2\pi$  du résonateur en fonction de la température  $T$  pour différentes épaisseurs  $t$  de niobium entre 13 nm et 23 nm. On observe tout d'abord que la fréquence des résonateurs varie grandement même si leur longueur  $\ell_r = 6$  mm est identique. Ceci est une première indication de la contribution importante de l'inductance cinétique à la fréquence des résonateurs. Afin de quantifier cet effet, la dépendance en température de la fréquence angulaire du mode fondamental du résonateur,  $\omega_r(T)$ , est ajustée à l'équation (3.16) avec l'équation (3.12) pour l'inductance cinétique  $L_K$  et l'équation (3.6) pour la dépendance en température de la longueur de pénétration  $\lambda(T)$ . À partir des dimensions  $w$ ,  $s$  et  $\ell_r$  du résonateur, les seuls paramètres libres de la régression sont la température critique  $T_c$  et la longueur de pénétration à température nulle  $\lambda(0)$ . L'excellent accord entre les données et la régression indique que la diminution de la fréquence du résonateur est très bien expliquée par une augmentation de la longueur de pénétration du film de niobium.

La figure 3.15 b) montre qu'il existe une relation très forte entre  $T_c$  et  $\lambda(0)$  mesurées pour les onze résonateurs caractérisés durant cette thèse. Ainsi, malgré que la température



**FIGURE 3.15 – Dépendance en température de la fréquence des résonateurs supraconducteurs.**

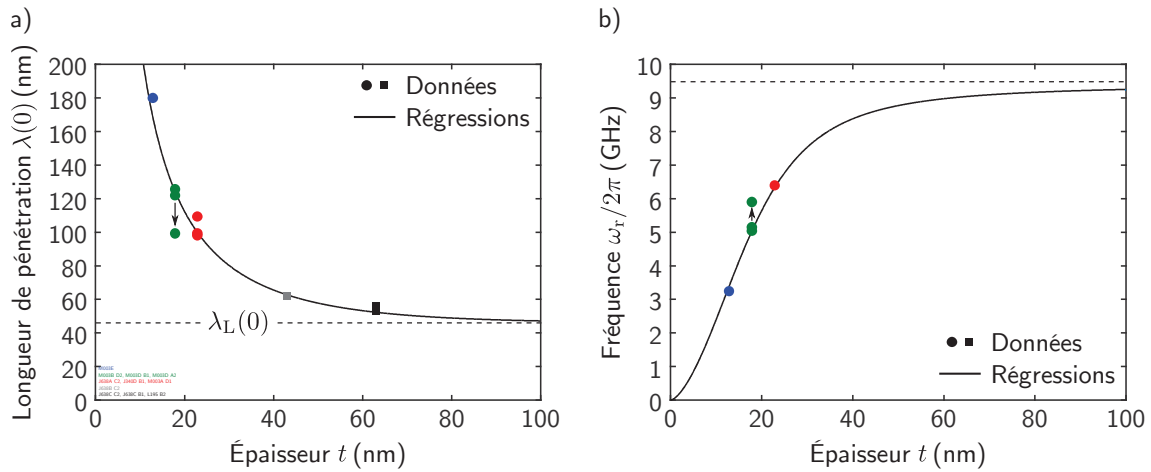
a) Fréquence du résonateur  $\omega_r/2\pi$  en fonction de la température  $T$  pour un résonateur d'une épaisseur  $t = 13$  nm (cercles bleus), 18 nm (cercles verts) et 23 nm (cercles rouges). Les régressions sont indiquées par les lignes pleines. Les lignes pointillées verticales et horizontales correspondent respectivement à la température critique  $T_c$  et à la fréquence  $\omega_r(0)/2\pi$  du résonateur à température nulle pour  $t = 23$  nm. b) Longueur de pénétration à température nulle  $\lambda(0)$  en fonction de la température critique  $T_c$  pour différentes épaisseurs  $t$  du niobium. Les valeurs  $T_c = 9.25$  K et  $\lambda(0) = 39$  nm du niobium massif sont indiquées par une étoile mauve.

critique  $T_c$  d'un film de niobium d'une épaisseur  $t$  donnée puisse varier en fonction de la qualité du film, par exemple via la pression lors de l'évaporation du niobium, la longueur de pénétration  $\lambda(0)$  peut être directement estimée à partir de la température critique selon la figure 3.15 b). De plus, les valeurs pour le niobium massif s'intègrent parfaitement au comportement observé expérimentalement.

La figure 3.16 a) présente la longueur de pénétration à température nulle  $\lambda(0)$  en fonction de l'épaisseur  $t$  pour le même ensemble de données qu'à la figure 3.15 b). Ces données sont empiriquement ajustées à

$$\lambda(0) = \lambda_L(0) \coth\left(\frac{t}{\lambda_L(0)}\right), \quad (3.28)$$

où  $\lambda_L(0)$  correspond à la température de London à température nulle [176]. La régression des données de la figure 3.16 a) à l'aide de l'équation (3.28) permet de déterminer  $\lambda_L(0) = 46 \pm 2$  nm, très près de la valeur  $\lambda_L(0) = 39$  nm pour le niobium massif pur [87]. Le bon accord de la régression des données à l'équation (3.28) suppose une même qualité du film de niobium. En effet, par exemple, le fait de pomper le système utilisé pour évaporer le niobium pendant plus d'une nuit pour atteindre un vide de  $2.4 \times 10^{-9}$  torr résulte en un



**FIGURE 3.16 – Longueur de pénétration en fonction de l'épaisseur du film de niobium.**

a) Longueur de pénétration à température nulle  $\lambda(0)$  en fonction de l'épaisseur  $t$  pour onze résonateurs différents. La ligne pleine indique l'ajustement des données à l'équation (3.28), qui permet de déterminer la longueur de pénétration de London à température nulle  $\lambda_L(0) = 46 \pm 2$  nm (ligne horizontale pointillée). La flèche noir indique la diminution de la longueur de pénétration par l'utilisation d'une pression plus faible dans le système utilisé pour évaporer le niobium. b) Fréquence à température nulle  $\omega_r(0)/2\pi$  de cinq résonateurs d'une longueur  $\ell_r = 6$  mm en fonction de l'épaisseur  $t$ . La ligne pleine indique la fréquence calculée à l'aide de la description de la longueur de pénétration en fonction de l'épaisseur de l'équation (3.28). La ligne horizontale pointillée indique la fréquence  $\omega_r(0)/2\pi = 9.5$  GHz du résonateur en l'absence de l'inductance cinétique, ce qui correspond au cas où  $\lambda(0) \rightarrow 0$ .

film d'une meilleure qualité et ainsi en une longueur de pénétration  $\lambda(0)$  plus faible selon l'équation (3.5) (figure 3.16 a).

La figure 3.16 b) présente la fréquence de résonateurs d'une longueur  $\ell_r = 6$  mm, mais possédant différentes épaisseurs  $t$ . Une réduction de l'épaisseur du niobium de 23 nm à 13 nm permet de réduire *de moitié* la fréquence du résonateur de 6.4 GHz à 3.2 GHz. Pour une fréquence cible donnée, une film plus mince permet alors de réduire significativement la longueur  $\ell_r$  du résonateur. La possibilité de fabriquer des résonateurs plus compacts est grandement utile pour la réalisation expérimentale de dispositifs hybrides incorporant un résonateur supraconducteur et des boîtes quantiques. De plus, pour une longueur  $\ell_r$  donnée, la fréquence du résonateur peut être ajustée lors de la fabrication, une flexibilité encore une fois très utile dans la fabrication de dispositifs hybrides complexes. Finalement, la description de la longueur de pénétration en fonction de l'épaisseur  $t$  par l'équation (3.28) permet de relativement bien prédire la fréquence d'un résonateur supraconducteur en niobium à partir de sa longueur  $\ell_r$  et de son épaisseur  $t$ .

### 3.3.3 Couplage capacitif

Cette sous-section porte sur la détermination expérimentale du couplage capacitif des résonateurs aux guides d'ondes coplanaires d'entrée et de sortie à l'aide de deux méthodes différentes. Les figures 3.17 a) à c) présentent les photos des trois types de condensateurs coplanaires utilisés pour obtenir différents coefficients de couplage.

Pour la première méthode, une mesure calibrée du coefficient de transmission  $t(\omega_a)$  est utilisée. En effet, selon l'équation (3.24), l'amplitude du coefficient de transmission en résonance est donnée par

$$|t(\omega_a = \omega_r)|^2 = \frac{\kappa_r^{\text{in}} \kappa_r^{\text{out}}}{(\kappa_r/2)^2} \equiv 4 \left( \frac{\bar{\kappa}_r^{\text{in,out}}}{\kappa_r} \right)^2, \quad (3.29)$$

où  $\bar{\kappa}_r^{\text{in,out}} \equiv \sqrt{\kappa_r^{\text{in}} \kappa_r^{\text{out}}}$  est la moyenne géométrique des coefficients de couplage des ports d'entrée et de sortie. Cette amplitude maximale correspond aux pertes d'insertion. Ainsi, la détermination des pertes d'insertion et de la largeur de raie  $\kappa_r$  permet de déterminer le coefficient de couplage moyen  $\bar{\kappa}_r^{\text{in,out}}$  selon

$$\bar{\kappa}_r^{\text{in,out}} = \frac{1}{2} \kappa_r |t(\omega_a = \omega_r)|. \quad (3.30)$$

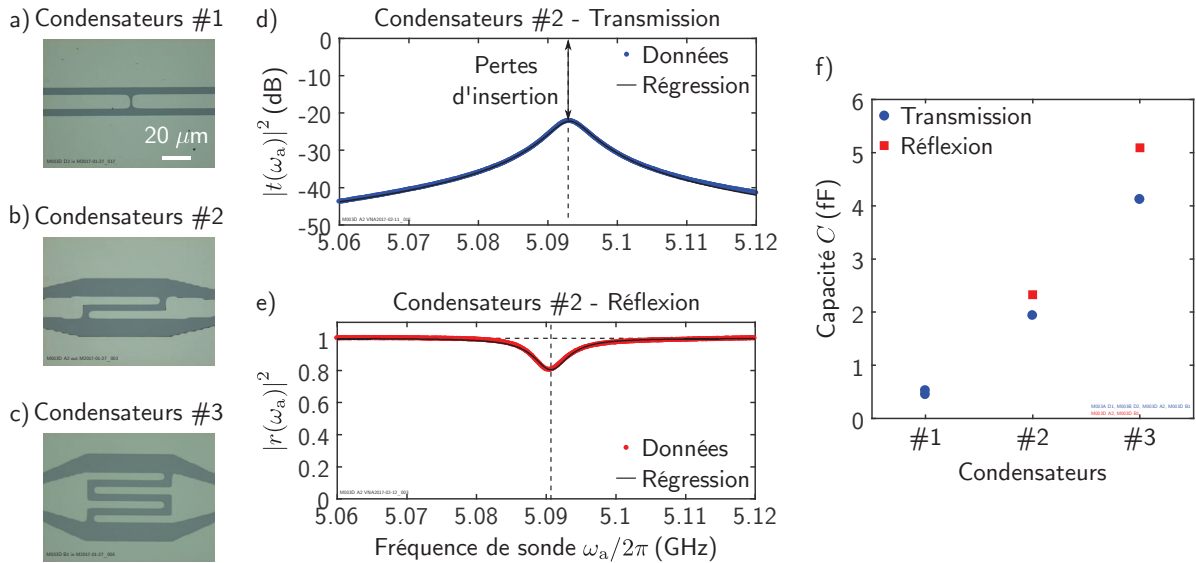
Pour un couplage symétrique aux ports d'entrée et de sortie, il est alors possible de déterminer  $\kappa_r^{\text{in}} = \kappa_r^{\text{out}}$  6.

Le montage expérimental présenté à la figure 3.12 a) est utilisé pour caractériser les résonateurs en transmission. Une calibration du système permet de distinguer les pertes d'insertion et, par exemple, les pertes dans les câbles. La figure 3.17 d) présente un exemple d'une mesure calibrée du spectre d'un résonateur possédant les condensateurs #2 aux ports d'entrée et de sortie. Les pertes d'insertion et la largeur de raie permettent de déterminer le coefficient de couplage d'entrée et de sortie à  $\kappa_r^{\text{in,out}}/2\pi = 0.21$  MHz en assumant  $\kappa_r^{\text{in}} = \kappa_r^{\text{out}}$ . À l'aide de la fréquence du résonateur et de l'impédance caractéristique  $Z_0 = 93 \Omega$  estimée avec l'équation (3.14), l'équation (3.19) permet de déterminer la capacité  $C_{\text{in,out}} = 1.9$  fF des condensateurs #2.

Pour la deuxième méthode, une mesure du coefficient de réflexion  $r(\omega_a)$  est utilisée.

---

6. Par symétrie, une mesure en transmission ne permet pas de distinguer les ports d'entrée et de sortie. De plus, contrairement au coefficient de réflexion, le changement de phase du coefficient de transmission  $t(\omega_a)$  est toujours égal à  $\pi$  peu importe le rapport entre les coefficients de couplage et les pertes internes. Ainsi, la phase d'une mesure en transmission ne permet pas de déterminer le régime de couplage du résonateur.



**FIGURE 3.17 – Coefficients de couplage et capacités de différents condensateurs de couplage.**

Photos au microscope optique des condensateurs coplanaires composés a) d'un espace d'environ  $2 \mu\text{m}$  dans le conducteur central (condensateurs #1) et de b) deux et c) quatre doigts interdigités d'une longueur de  $58 \mu\text{m}$  séparés par environ  $5 \mu\text{m}$  (condensateurs #2 et #3 respectivement). Le conducteur central est élargi près des condensateurs #2 et #3 afin d'accommoder les doigts interdigités. d) Amplitude du coefficient de transmission  $|t(\omega_a)|^2$  en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$  pour un résonateur possédant les condensateurs #2 aux ports d'entrée et de sortie. Les pertes d'insertion d'environ  $-22 \text{ dB}$  et la largeur de raie  $\kappa_r/2\pi = 5.54 \text{ MHz}$  permettent de déterminer le coefficient de couplage moyen  $\bar{\kappa}_r^{\text{in,out}}/2\pi = 0.21 \text{ MHz}$ . e) Amplitude du coefficient de réflexion  $|r(\omega_a)|^2$  en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$  pour le même résonateur qu'en d). Le coefficient de couplage du port d'entrée est déterminé à  $\kappa_r^{\text{in}}/2\pi = 0.31 \text{ MHz}$ . f) Capacité des différents condensateurs déterminées par une mesure en transmission (cercles bleus) et en réflexion (carrés rouges).

Selon l'équation (3.25), l'amplitude du coefficient de réflexion en résonance est donnée, pour le port d'entrée, par

$$|r(\omega_a = \omega_r)|^2 = \frac{(\kappa_r^{\text{int}} - \kappa_r^{\text{in}} + \kappa_r^{\text{out}})^2}{\kappa_r^2}. \quad (3.31)$$

Il existe ainsi deux solutions pour  $\kappa_r^{\text{in}}$  selon le régime de couplage du résonateur, avec

$$\kappa_r^{\text{in}} = \kappa_r^{\text{int}} + \kappa_r^{\text{out}} - \kappa_r |r(\omega_a = \omega_r)|, \quad \text{régime sous-couplé,} \quad (3.32)$$

$$= \kappa_r^{\text{int}} + \kappa_r^{\text{out}} + \kappa_r |r(\omega_a = \omega_r)|, \quad \text{régime sur-couplé.} \quad (3.33)$$

Le régime de couplage du résonateur est déterminé à partir du changement de la phase du coefficient de réflexion. En effet, selon l'équation (3.25),

$$\text{Arg}[r(\omega_a - \omega_r \gg \kappa_r)] - \text{Arg}[r(\omega_a - \omega_r \ll -\kappa_r)] = 0, \quad \text{régime sous-couplé,} \quad (3.34)$$

$$= 2\pi, \quad \text{régime sur-couplé.} \quad (3.35)$$

Le montage expérimental présenté à la figure 3.12 b) est utilisé pour caractériser les résonateurs en réflexion. La figure 3.17 e) présente un exemple d'une mesure en réflexion du spectre du même résonateur qu'à la figure 3.17 d). Le changement de la phase, non montrée par souci de concision, permet de déterminer que le résonateur est sous-couplé. Il est alors possible de déterminer le coefficient de couplage du port d'entrée  $\kappa_r^{\text{in}}/2\pi = 0.31$  MHz à l'aide de l'équation (3.32). De plus, à l'aide de la fréquence du résonateur et de l'impédance caractéristique  $Z_0 = 93 \Omega$ , l'équation (3.19) permet de déterminer la capacité  $C_{\text{in,out}} = 2.3$  fF du condensateur #2 du port d'entrée.

La figure 3.17 f) présente les valeurs des capacités déterminées par ces deux méthodes pour les différents condensateurs coplanaires. L'accord entre les capacités moyennes déterminées en transmission et les capacités déterminées en réflexion n'est pas excellent. Par contre, une sous-estimation de l'atténuation totale du système d'environ 3.5 dB permet de rendre compte de la sous-estimation des capacités déterminées en transmission par rapport à celles déterminées en réflexion. Cette atténuation supplémentaire peut très bien être expliquée par les pertes du porte-échantillon de quelques dB non incluses dans la calibration (figure 3.7). Finalement, la détermination de la capacité des condensateurs permet d'estimer les coefficients de couplage à l'aide de l'équation (3.19) pour un résonateur d'une fréquence et d'une impédance arbitraires.

### 3.3.4 Pertes internes

Cette sous-section porte sur l'étude des différents mécanismes de pertes internes des résonateurs supraconducteurs en niobium sur un substrat de GaAs. Il est à noter que les pertes résistives liées à la présence de quasi-particules ne sont pas discutées puisque la température à laquelle les expériences sont effectuées, soit 10 mK, est largement inférieure à la température critique des films minces de niobium. De plus, les pertes liées à la présence d'un champ magnétique externe sont discutées à la sous-section 3.3.6.

#### Pertes diélectriques

Selon l'équation (3.20), le coefficient des pertes diélectriques  $\kappa_r^d$  est proportionnel à la tangente de l'angle de pertes  $\delta$  et à la fréquence angulaire  $\omega_r$  du résonateur. Afin d'étudier les pertes diélectriques des résonateurs fabriqués sur un substrat de GaAs, la largeur de raie des premiers modes de résonateurs largement sous-couplés est utilisée pour obtenir une approximation de la dépendance des pertes internes en fonction de la fréquence.

La figure 3.18 a) présente la largeur de raie  $\kappa_r^{(n)}/2\pi$  du mode  $n$  en fonction de la fréquence  $\omega_r^{(n)}/2\pi$  pour deux résonateurs nominalement identiques. Pour ces deux résonateurs, les coefficients de couplage des ports d'entrée et de sortie sont inférieurs à environ 2 kHz pour le mode fondamental  $n = 1$ . Ainsi, avec  $\kappa_r/2\pi \sim 0.5$  MHz, la largeur de raie est limitée par les pertes internes et ainsi  $\kappa_r \approx \kappa_r^{\text{int}}$ . Une première observation est qu'il est possible d'obtenir une largeur de raie inférieure à 0.6 MHz pour un résonateur à environ 6 GHz, ce qui correspond ainsi à un facteur de qualité  $Q = \omega_r/\kappa_r$  supérieur à  $10^4$ . Ces résultats sont en accord avec ceux de la référence [180] et montre que le facteur de qualité des résonateurs fabriqués sur un substrat de GaAs n'est pas limité à  $10^2$  ou  $10^3$  comme il est discuté à la référence [111].

Une deuxième observation porte sur le comportement linéaire observé à la figure 3.18 a). La largeur de raie  $\kappa_r^{(n)}$  est ainsi ajustée à

$$\kappa_r^{(n)} = \tan \delta \omega_r + \kappa_r^{(0)}, \quad (3.36)$$

où  $\kappa_r^{(0)}$  représente des pertes internes indépendantes de la fréquence du résonateur. La régression des données à l'équation (3.36) permet de déterminer l'amplitude des pertes diélectriques à  $\tan \delta = (42 \pm 3) \times 10^{-6}$  et  $\tan \delta = (61 \pm 9) \times 10^{-6}$  pour les deux résonateurs. Ainsi, l'augmentation de la fréquence du résonateur de 1 GHz augmente les pertes internes



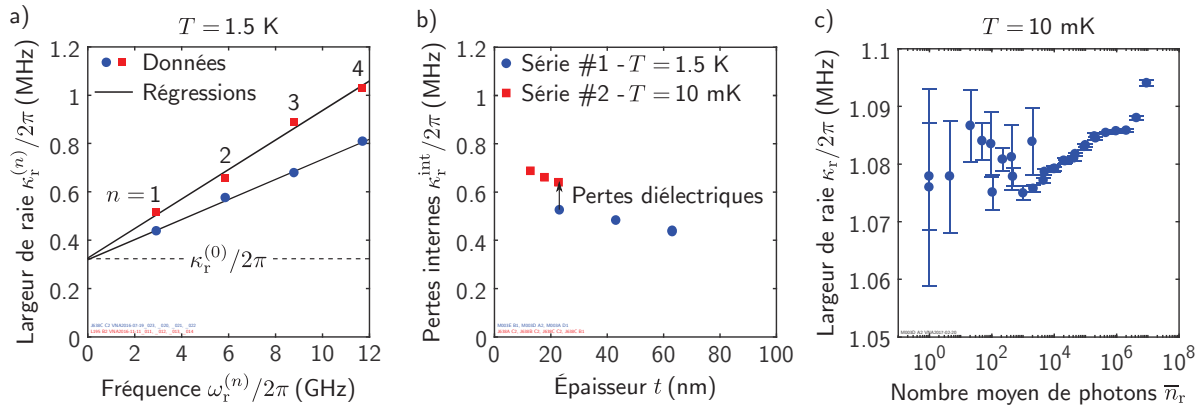
du résonateur d'environ 50 kHz. Par contre, la valeur de  $\tan \delta$  déterminée ne correspond pas directement à la valeur de  $\tan \delta_0$  intrinsèque au GaAs. Ceci s'explique par le fait qu'une partie significative du champ électrique du résonateur est dans le vide, diminuant ainsi l'angle de pertes effectif [131]. La valeur de  $\tan \delta$  obtenue n'offre donc qu'une borne supérieure à  $\tan \delta_0$  du GaAs. Cette borne supérieure permet tout de même de déterminer que le GaAs est un meilleur diélectrique que, par exemple, l'oxyde de silicium obtenu par une croissance thermique [131].

Malgré la différence significative entre les angles de pertes des deux résonateurs nominale-ment identiques, l'amplitude de la contribution aux pertes internes indépendantes de la fréquence,  $\kappa_r^{(0)}/2\pi = (0.32 \pm 0.02)$  MHz et  $(0.33 \pm 0.08)$  MHz, est très similaire pour les deux résonateurs. Ces pertes ont également été observées à la référence [180] par une augmentation du facteur de qualité avec la fréquence du résonateur. L'origine de ces pertes est actuellement inconnue. Il est par contre possible d'exclure les pertes résistives et les pertes de couplage puisqu'elles sont respectivement proportionnelles à  $\omega_r^2$  et  $\omega_r^3$  [163]. La piézoélectricité du GaAs, qui couple les photons micro-ondes aux phonons du GaAs, offre une avenue possible pour l'explication de cette partie importante des pertes internes des résonateurs fabriqués sur un substrat de GaAs [180, 111].

Finalement, les pertes diélectriques du GaAs pourraient être minimisées par la gravure du substrat dans l'espace entre le conducteur central et la plan de la mise à la terre [181, 182]. Cette astuce permet de diminuer le recouvrement du champ électrique du résonateur avec le substrat, ce qui diminue l'angle de pertes effectif  $\delta$ . Il serait aussi intéressant de voir si cette modification permet de diminuer la contribution indépendante de la fréquence  $\kappa_r^{(0)}$ .

### Pertes liées au niobium

Comme il est discuté plus tôt, la diminution de l'épaisseur  $t$  du film mince de niobium permet d'augmenter l'inductance cinétique du résonateur afin, par exemple, de réduire sa longueur. Il est par contre important de vérifier que l'utilisation d'un film très mince n'augmente pas significativement les pertes internes. La figure 3.18 b) présente les pertes internes  $\kappa_r^{\text{int}}$  de deux séries de résonateurs d'épaisseurs  $t$  différentes. Pour chaque série, la longueur  $\ell_r$  du résonateur est fixée. Pour un résonateur d'une longueur donnée, la contribution des pertes diélectriques aux pertes internes diminue lorsque l'épaisseur du film mince est réduite. En effet, l'augmentation de l'inductance cinétique résulte en une diminution de la fréquence du résonateur. Par contre, à la figure 3.18 b), les pertes internes  $\kappa_r^{\text{int}}$  augmentent en diminuant l'épaisseur  $t$  du niobium. Par exemple,  $\kappa_r^{\text{int}}/2\pi$  augmente



**FIGURE 3.18 – Pertes internes des résonateurs supraconducteurs en niobium sur GaAs.**

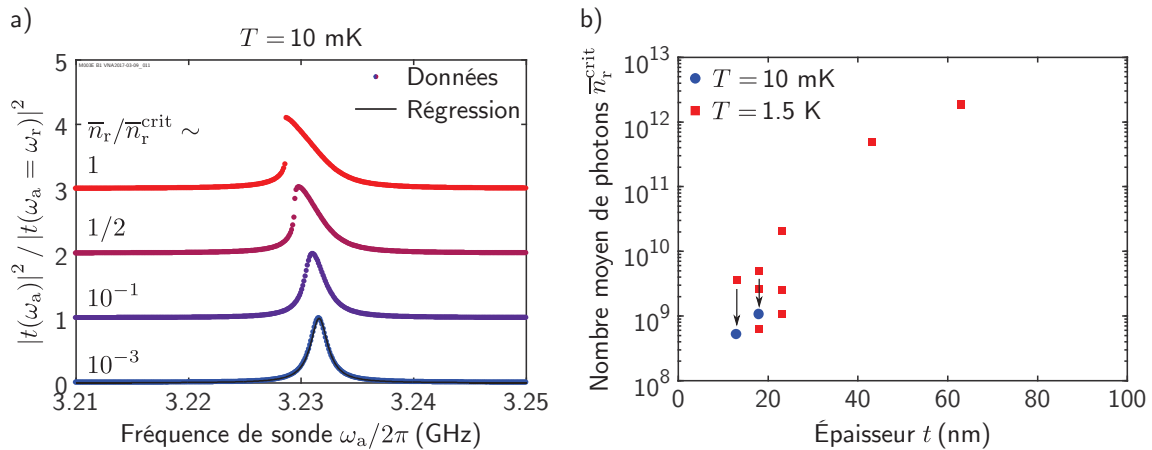
a) Largeur de raie  $\kappa_r^{(n)}/2\pi$  en fonction de la fréquence  $\omega_r^{(n)}/2\pi$  du mode  $n = \{1, 2, 3, 4\}$ . Les deux résonateurs supraconducteurs en niobium possèdent une épaisseur  $t = 63$  nm et une longueur  $\ell_r = 18.7$  mm. Les lignes pleines indiquent les régressions des données à l'équation (3.36). Ces données sont obtenues à une température  $T = 1.5$  K dans le cryostat à température variable (figure 3.12 a). b) Pertes internes  $\kappa_r^{int}/2\pi$  en fonction de l'épaisseur  $t$  du niobium pour deux séries de résonateurs à  $T = 1.5$  K (série #1, cercles bleus,  $\ell_r = 18.7$  mm, cryostat à température variable) et  $T = 10$  mK (série #2, carrés rouges,  $\ell_r = 6$  mm, réfrigérateur à dilution). L'augmentation des pertes internes pour la série #2 par rapport à la série #1 provient des pertes diélectriques supplémentaires causées par une fréquence du résonateur plus élevée. c) Largeur de raie  $\kappa_r/2\pi$  en fonction du nombre moyen de photons  $\bar{n}_r$  dans le résonateur. Ces données sont obtenues à une température  $T = 10$  mK dans le réfrigérateur à dilution (figure 3.13 a). Le résonateur possède une épaisseur  $t = 18$  nm et une longueur  $\ell_r = 6$  mm.

de 0.64 MHz à 0.69 MHz en réduisant l'épaisseur de 23 à 13 nm, soit une augmentation d'environ 7%. Cette observation suggère une contribution du film de niobium aux pertes internes actuellement de nature inconnue. L'amplitude de ces pertes reste par contre faible par rapport aux pertes diélectriques  $\kappa_r^d/2\pi$  d'environ 50 kHz par GHz et aux pertes  $\kappa_r^{(0)}/2\pi \approx 0.3$  MHz.

### Pertes internes pour un faible nombre moyen de photons

Le nombre moyen de photons  $\bar{n}_r$  dans un résonateur pour une expérience typique en électrodynamique quantique en circuit est généralement de l'ordre de l'unité [9]. Par exemple, dans l'expérience proposée à la section 1.4, le nombre moyen de photons émis dans le résonateur par la modulation paramétrique du couplage longitudinal est de l'ordre de  $\bar{n}_r \sim |\Delta g_z/\kappa_r|^2 \sim 1$  [117]. Dans ce régime quantique, où le nombre de photons thermiques  $\bar{n}_r^{\text{th}} \ll 1$ , les pertes internes des résonateurs supraconducteurs coplanaires peuvent augmenter significativement en réduisant le nombre moyen de photons  $\bar{n}_r$  [183, 131, 182]. Cette augmentation est causée par la présence d'un bain de systèmes à deux niveaux en résonance avec le résonateur, ce qui offre un nouveau mécanisme de relaxation pour les photons micro-ondes. À haute température ou à haute puissance, ce bain de systèmes à deux niveaux est saturé et ne participe ainsi plus aux pertes du résonateur.

Le régime quantique à faible nombre moyen de photons n'a pas été investigué de façon élaborée durant cette thèse. La figure 3.18 c) présente des résultats préliminaires sur la relation entre la largeur de raie  $\kappa_r/2\pi$  et le nombre moyen de photons  $\bar{n}_r$  pour  $T = 10$  mK. Par contre, contrairement au montage présenté à la figure 3.13 a), les circulateurs cryogéniques et l'amplificateur cryogénique n'étaient pas présents pour ces mesures, ce qui limite grandement le rapport signal sur bruit. Malgré cette limitation, une *diminution* des pertes internes est observée en diminuant  $\bar{n}_r$ . Ainsi, un autre mécanisme de relaxation domine la dépendance en puissance des pertes internes et est potentiellement lié à la piézoélectricité du GaAs. Finalement, une augmentation potentielle des pertes internes pour un faible nombre moyen de photons à la figure 3.18 c) doit être confirmée par des mesures effectuées à l'aide du montage expérimental présenté à la figure 3.13 a). Dans tout les cas, les résonateurs supraconducteurs en niobium sur un substrat de GaAs montrent une faible dépendance en puissance de sonde  $P_a$  et c'est pourquoi la puissance de sonde n'est pas mentionnée explicitement aux figures précédentes et suivantes.



**FIGURE 3.19 – Bifurcation d'un résonateur supraconducteur non linéaire.**

a) Amplitude normalisée du coefficient de transmission  $|t(\omega_a)|^2 / |t(\omega_a = \omega_r)|^2$  en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$  pour différents nombres moyens de photons  $\bar{n}_r$  par rapport au nombre moyen de photons critique  $\bar{n}_r^{\text{crit}} \approx 5 \times 10^8$ . La ligne pleine indique la régression des données à l'équation (3.24). Ces données sont obtenues à une température  $T = 10$  mK. Le résonateur possède une épaisseur  $t = 13$  nm et une longueur  $\ell_r = 6$  mm. b) Nombre moyen de photons critique  $\bar{n}_r^{\text{crit}}$  en fonction de l'épaisseur  $t$  du niobium mesurés à  $T = 10$  mK (cercles bleus) et  $T = 1.5$  K (carrés rouges). Les flèches indiquent la diminution du  $\bar{n}_r^{\text{crit}}$  par la diminution des pertes internes liées aux pertes résistives causée par la diminution de la température de 1.5 K à 10 mK.

### 3.3.5 Effets non linéaires

La longueur de pénétration  $\lambda$  d'un supraconducteur dépend de la densité de courant [184]. Cette dépendance crée une non-linéarité de l'inductance cinétique qui offre une riche classe de phénomènes non linéaires [185]. Cette sous-section porte sur l'étude expérimentale de quelques uns de ces phénomènes dans les résonateurs supraconducteurs en niobium.

La figure 3.19 a) présente le spectre d'un résonateur d'une épaisseur  $t = 13$  nm à  $T = 10$  mK pour différents nombres moyens de photons  $\bar{n}_r$  près du nombre moyen de photons critique  $\bar{n}_r^{\text{crit}}$ . Pour  $\bar{n}_r > \bar{n}_r^{\text{crit}}$ , la non-linéarité de l'inductance cinétique est suffisante pour faire bifurquer le résonateur. Pour  $\bar{n}_r < \bar{n}_r^{\text{crit}}$ , la non-linéarité se manifeste pas une asymétrie dans le spectre du résonateur.

La figure 3.19 b) présente  $\bar{n}_r^{\text{crit}}$  en fonction de l'épaisseur  $t$  du niobium obtenus pour différents résonateurs. Une suppression quasi-exponentielle de  $\bar{n}_r^{\text{crit}}$  est observée en diminuant l'épaisseur  $t$ . Par contre, même avec l'épaisseur la plus faible, soit  $t = 13$  nm (figure 3.19 a), le nombre moyen de photons critique reste très élevé, soit environ  $5 \times 10^8$ ,

correspondant à une puissance de sonde  $P_a$  d'environ  $-50$  dBm. La comparaison des  $\bar{n}_r^{\text{crit}}$  obtenus pour des mesures à  $T = 1.5$  K et  $T = 10$  mK permet de voir que la diminution des pertes internes liées aux pertes résistives permet de diminuer significativement le nombre moyen de photons critique. Finalement, puisque  $\bar{n}_r^{\text{crit}}$  reste très élevé par rapport à l'unité, la non-linéarité de l'inductance cinétique n'est pas un problème pour les expériences typiques en électrodynamique quantique en circuit.

### Amplification paramétrique

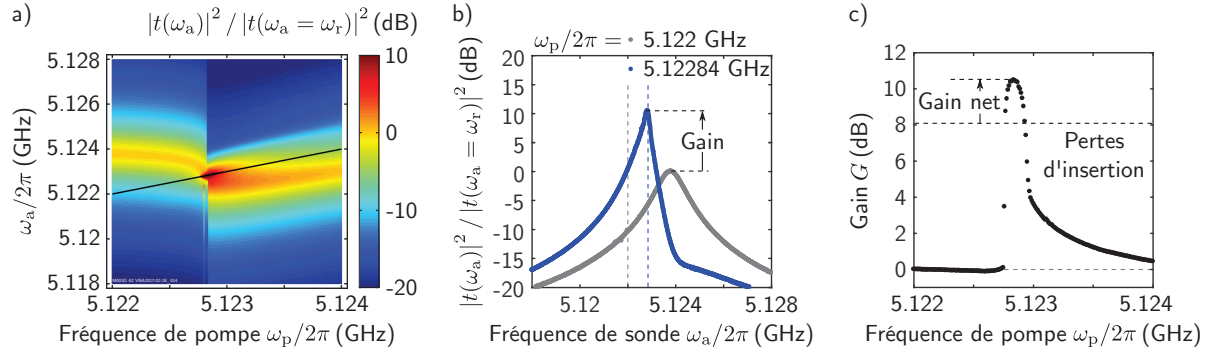
Une première application de la non-linéarité des résonateurs est l'amplification paramétrique d'un signal [185]. Afin d'utiliser le résonateur comme amplificateur paramétrique, une excitation micro-ondes de pompe de fréquence angulaire  $\omega_p$  et de puissance  $P_p$  est ajoutée à l'excitation de sonde du résonateur. Expérimentalement, les deux excitations sont combinées à température de la pièce à l'aide d'un coupleur directionnel.

La figure 3.20 a) présente la mesure du spectre du résonateur en fonction de la fréquence de la pompe  $\omega_p/2\pi$  près de la fréquence du résonateur pour une puissance de pompe  $P_p = -41$  dBm. L'amplitude du coefficient de réflexion  $|t(\omega_a)|^2$  est normalisée par son amplitude en résonance en l'absence de la pompe (figure 3.20 b). Pour  $|\omega_r - \omega_p| \gg \kappa_r$ , la pompe n'a aucun effet. Lorsque la fréquence de la pompe est près de celle du résonateur, la fréquence du résonateur diminue à cause de sa non-linéarité. Très près de la condition où  $\omega_p = \omega_r$ , le spectre du résonateur est grandement affecté par la pompe (figure 3.20 b). Notamment, l'amplitude du coefficient de transmission normalisée devient supérieure à l'unité, ce qui montre la présence d'un processus d'amplification paramétrique dans les résonateurs supraconducteurs en niobium.

Le gain  $G$  est défini comme le rapport de l'amplitude maximale du coefficient de transmission en présence et en l'absence de la pompe, soit

$$G \equiv \frac{\text{Max} [|t(\omega_a, \omega_p)|^2]}{\text{Max} [|t(\omega_a)|^2]}. \quad (3.37)$$

La figure 3.20 c) présente le gain  $G$  en fonction de la fréquence de pompe  $\omega_p/2\pi$ . Un gain maximal d'environ 10.5 dB est atteint avec une bande-passante de 0.33 MHz. Ce gain doit être comparé aux pertes d'insertion du résonateur d'environ 8.1 dB. Ainsi, bien que le signal de sonde de fréquence angulaire  $\omega_a$  soit amplifié, le gain net n'est que d'environ 2.4 dB. Précédemment, il a été démontré qu'il est possible d'obtenir une amplification paramétrique avec un gain net d'environ 22 dB dans un résonateur supraconducteur en



**FIGURE 3.20 – Amplification paramétrique dans un résonateur supraconducteur non linéaire.**

a) Amplitude du coefficient de transmission  $|t(\omega_a)|^2$  en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$  et de la fréquence de pompe  $\omega_p/2\pi$  pour une puissance de pompe  $P_p = -41$  dBm. La ligne pleine indique  $\omega_p/2\pi = \omega_a/2\pi$ . Ces données sont obtenues à une température  $T = 10$  mK. Le résonateur possède une épaisseur  $t = 18$  nm et une longueur  $\ell_r = 6$  mm. b) Amplitude du coefficient de transmission  $|t(\omega_a)|^2$  en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$  pour une fréquence de pompe  $\omega_p/2\pi = 5.122$  GHz (référence, cercles gris) et  $\omega_p/2\pi = 5.12284$  GHz (gain maximal, cercles bleus) indiquée par les lignes verticales pointillées. En a) et en b), l'amplitude du coefficient de réflexion est normalisée par son amplitude en résonance en l'absence de la pompe. c) Gain  $G$  en fonction de la fréquence de pompe  $\omega_p/2\pi$ . Les pertes d'insertion d'environ 8.1 dB sont indiquées par la ligne horizontale pointillée.

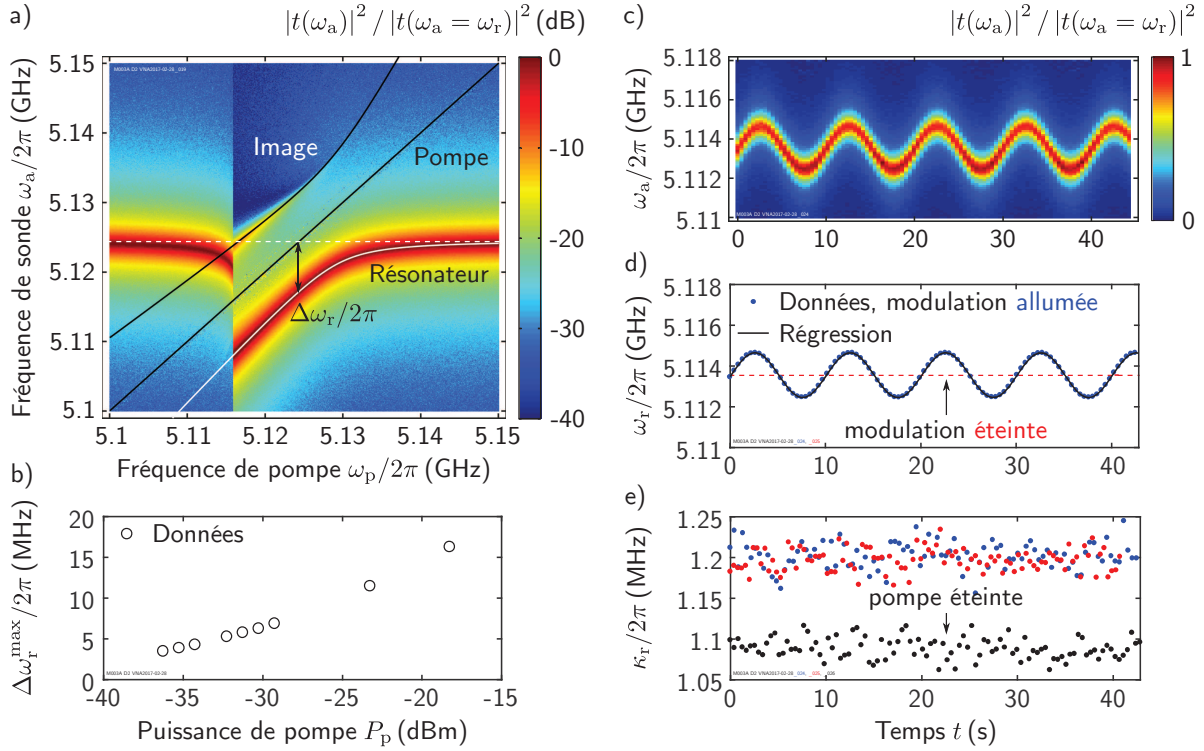
niobium [186]. Il est alors raisonnable de croire qu'une optimisation des coefficients de couplage des ports d'entrée et de sortie du résonateur puisse mener à un gain net significatif dans les résonateurs en niobium présentés dans cette thèse. Bien que la bande-passante soit très limitée, la simplicité d'un tel amplificateur mérite une investigation plus approfondie.

### Modulation de la fréquence

L'amplification observée est basée sur un processus de mélange paramétrique à trois ondes où deux photons de la pompe de fréquence angulaire  $\omega_p$  sont convertis en un photon de signal de fréquence angulaire  $\omega_-$  et en un photon image de fréquence angulaire  $\omega_+$  [184, 187, 186], soit

$$2\omega_p = \omega_- + \omega_+. \quad (3.38)$$

Afin de vérifier la présence du processus de mélange paramétrique à trois ondes, la figure 3.21 a) présente la mesure du spectre du résonateur en fonction de la fréquence de pompe  $\omega_p/2\pi$  pour une puissance de pompe de  $-18$  dBm. Cette puissance de pompe est 23 dB plus élevée que celle utilisée pour observer l'amplification paramétrique à la figure 3.20 a).



**FIGURE 3.21 – Modulation de fréquence d’un résonateur supraconducteur.**

a) Amplitude normalisée du coefficient de transmission  $|t(\omega_a)|^2 / |t(\omega_a = \omega_r)|^2$  en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$  et de la fréquence de pompe  $\omega_p/2\pi$  pour une puissance de pompe  $P_p = -18$  dBm. La ligne diagonale noire indique  $\omega_p/2\pi = \omega_a/2\pi$ . La ligne horizontale pointillée blanche indique la fréquence du résonance  $\omega_r/2\pi$  en l’absence de la pompe. La ligne pleine blanche indique la fréquence du résonateur  $\omega_r(\omega_p)/2\pi$  modifiée par la pompe et décalée de  $\omega_r/2\pi$  par  $\Delta\omega_r/2\pi$ . La ligne pleine noire indique la fréquence de l’image  $\omega_+(\omega_p)$ . Ces données sont obtenues à une température  $T = 10$  mK. Le résonateur possède une épaisseur  $t = 18$  nm et une longueur  $\ell_r = 6$  mm. b) Décalage maximal  $\Delta\omega_r^{\max}/2\pi$  de la fréquence du résonateur en fonction de la puissance de pompe  $P_p$  pour le même résonateur qu’en a). c) Amplitude normalisée du coefficient de transmission  $|t(\omega_a)|^2 / |t(\omega_a = \omega_r)|^2$  en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$  et du temps  $t$  pour une modulation de la fréquence de pompe  $\omega_p(t)/2\pi$  donnée par l’équation (3.40). L’amplitude et la fréquence de la modulation sont respectivement  $\Delta\omega_p/2\pi = 5$  MHz et  $\omega_m/2\pi = 0.1$  Hz avec une fréquence moyenne  $\omega_p^{(0)}/2\pi = 5.1209$  GHz et une puissance  $P_p = -18$  dBm. d) Fréquence du résonateur  $\omega_r/2\pi$  en fonction du temps  $t$  extraite des données en c). La ligne pleine indique une régression sinusoïdale des données. La fréquence du résonateur lorsque la modulation est éteinte est indiquée par une ligne horizontale pointillée rouge. e) Largeur de raie  $\kappa_r/2\pi$  en fonction du temps  $t$  lorsque la pompe est éteinte (cercles noirs), lorsque la pompe est allumée (cercles rouges) et lorsque la modulation est allumée (cercles bleus).

Le comportement observé à la figure 3.21 a) est drastiquement différent de celui de la figure 3.20 a). En effet, à une certaine fréquence de pompe, la fréquence angulaire du résonateur  $\omega_r$  change drastiquement d'un décalage angulaire donné par

$$\Delta\omega_r(\omega_p) \equiv \omega_r - \omega_r(\omega_p), \quad (3.39)$$

où  $\omega_r$  et  $\omega_r(\omega_p)$  sont respectivement la fréquence angulaire du résonateur en présence et en l'absence de la pompe. La figure 3.21 b) présente le décalage maximal  $\Delta\omega_r^{\max}(\omega_p)/2\pi$  de la fréquence du résonateur en fonction de la puissance de pompe  $P_p$ . Un décalage maximal de 15 MHz est observé pour une puissance de pompe de  $-18$  dBm, correspondant à environ  $10^{10}$  photons dans le résonateur.

L'interprétation physique du changement de la fréquence du résonateur par la pompe est que le résonateur est alors habillé par la pompe par l'intermédiaire de la non-linéarité du résonateur. La fréquence angulaire du résonateur habillée par la pompe  $\omega_r(\omega_p)$  est ajustée à un modèle, non présenté par souci de concision, qui reproduit très bien le comportement observé expérimentalement (figure 3.21 a). De plus, une deuxième résonance d'amplitude plus faible apparaît à une fréquence angulaire  $\omega_+(\omega_p)$ . Cette résonance correspond à l'image issu du mélange paramétrique à trois ondes. En effet, la fréquence  $\omega_+(\omega_p)$  de cette résonance respecte l'équation (3.38) du mélange paramétrique à trois ondes avec  $\omega_- = \omega_r$  [186].

Une application du contrôle de la fréquence du résonateur à l'aide de la fréquence de la pompe est la modulation de  $\omega_r$  par une modulation de  $\omega_p$ . En effet, comme il est illustré à la figure 3.21 a), sur une certaine plage de fréquence de pompe, la fréquence du résonateur varie linéairement avec la fréquence de pompe. Afin de vérifier la possibilité d'effectuer la modulation de la fréquence du résonateur, la fréquence de pompe est modulée temporellement autour d'une fréquence angulaire moyenne  $\omega_p^{(0)}$  selon

$$\omega_p(t) = \omega_p^{(0)} + \Delta\omega_p \sin(\omega_m t), \quad (3.40)$$

où  $\Delta\omega_p$  et  $\omega_m$  sont respectivement l'amplitude et la fréquence angulaire de la modulation de fréquence.

La figure 3.21 c) présente le spectre du résonateur mesuré en fonction du temps  $t$  alors que la fréquence de pompe  $\omega_p(t)$  varie selon l'équation (3.40) pour  $\Delta\omega_p/2\pi = 5$  MHz et  $\omega_m/2\pi = 0.1$  Hz. La figure 3.21 d) présente la fréquence du résonateur  $\omega_r/2\pi$  en fonction du temps extraite des données de la figure 3.21 c). Le bon accord des données avec une régression sinusoïdale indique que pour cette amplitude de modulation, la réponse de la



fréquence du résonateur est en effet linéaire avec la fréquence de la pompe. Finalement, la figure 3.21 e) présente la largeur de raie  $\kappa_r/2\pi$  du résonateur en l'absence et en présence de la pompe et de la modulation. Ainsi, alors que la présence de la pompe augmente la largeur de raie de  $\sim 1.1$  MHz à  $\sim 1.2$  MHz, celle-ci n'est pas affectée par la modulation de fréquence de la pompe.

Ainsi, la non-linéarité de l'inductance cinétique est utilisée pour effectuer la modulation de la fréquence d'un résonateur supraconducteur en niobium avec un décalage maximal de 15 MHz. Cette modulation peut aussi être effectuée avec une fréquence de pompe près de la fréquence du deuxième mode du résonateur. Dans ce cas, la modulation de la fréquence du résonateur n'est pas accompagnée d'un processus de mélange paramétrique à trois ondes et est simplement expliqué par la dépendance de l'inductance cinétique à la densité de courant. Alternativement, lorsque le deuxième mode du résonateur est sondé avec une fréquence de pompe près de la résonance du premier mode, un doublage de la fréquence de pompe est observé. Cette riche gamme de phénomènes non linéaires dans un dispositif extrêmement simple justifie probablement une investigation plus approfondie.

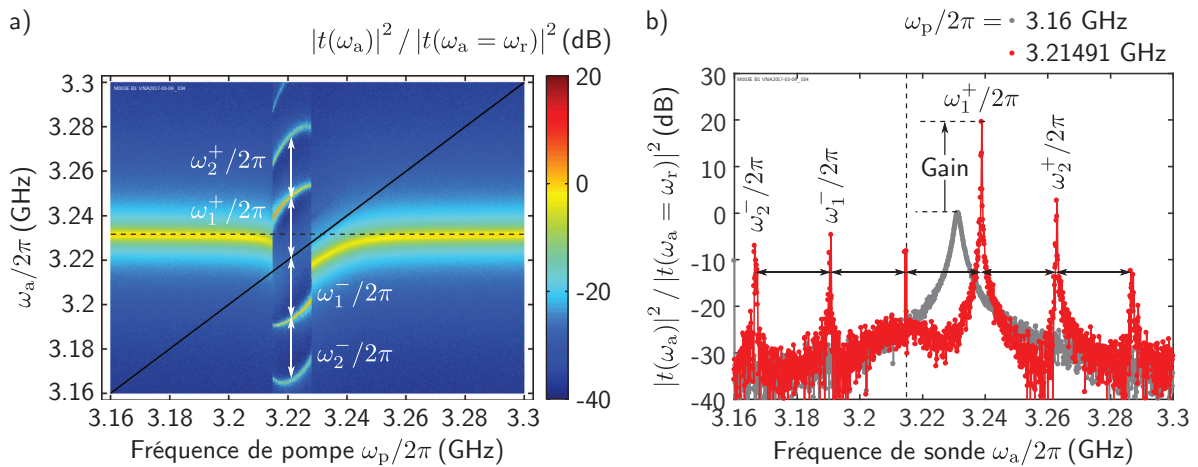
### Peigne de fréquence

Un dernier phénomène observé grâce à la non-linéarité de l'inductance cinétique est présenté à la figure 3.22 a). La mesure du spectre d'un résonateur en fonction de la fréquence de pompe révèle l'apparition d'un peigne de fréquence autour de la fréquence de pompe [188]. Le résonateur sur lequel les données ont été prises possède une épaisseur  $t = 13$  nm légèrement inférieure au résonateur précédent pour lequel l'amplification paramétrique et la modulation de fréquence sont observées ( $t = 18$  nm). Les différents pics du peigne de fréquence apparaissent aux fréquences angulaires données par

$$\omega_m^\pm = \omega_p \pm m\Delta\omega, \quad (3.41)$$

où  $m$  est l'indice du pic et le décalage  $\Delta\omega$  entre les différents pics dépend de la puissance de pompe  $P_p$ . Pour le spectre présenté à la figure 3.22 a),  $\Delta\omega/2\pi \approx 28$  MHz avec une largeur de raie d'environ 0.1 MHz.

L'amplitude relative des pics de fréquences angulaires  $\omega_m^-$  et  $\omega_m^+$  varie avec la fréquence de pompe. La figure 3.22 b) présente le spectre du résonateur en présence et en l'absence du peigne de fréquence pour une fréquence de pompe qui maximise l'amplitude du pic de fréquence angulaire  $\omega_1^+$ . Un gain de 20 dB est observé par rapport au résonateur en



**FIGURE 3.22 – Peigne de fréquence dans un résonateur supraconducteur.**

a) Amplitude normalisée du coefficient de transmission  $|t(\omega_a)|^2 / |t(\omega_a = \omega_r)|^2$  en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$  et de la fréquence de pompe  $\omega_p/2\pi$  pour une puissance de pompe  $P_p = -27$  dBm. La ligne diagonale noire indique  $\omega_p/2\pi = \omega_a/2\pi$ . La ligne horizontale pointillée noire indique la fréquence du résonance  $\omega_r/2\pi$  en l'absence de la pompe. Ces données sont obtenues à une température  $T = 10$  mK. Le résonateur possède une épaisseur  $t = 13$  nm et une longueur  $\ell_r = 6$  mm. b) Amplitude normalisée du coefficient de transmission  $|t(\omega_a)|^2 / |t(\omega_a = \omega_r)|^2$  en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$  pour une fréquence de pompe  $\omega_p/2\pi = 3.16$  GHz (référence, cercles gris) et  $\omega_p/2\pi = 3.21491$  GHz (gain maximal, cercles rouges) indiquée par les lignes verticales pointillées. En a) et en b), l'amplitude du coefficient de réflexion est normalisée par son amplitude en résonance en l'absence de la pompe. De plus, les pics du peigne de fréquence aux fréquences  $\omega_m^\pm/2\pi$  sont indiqués. Finalement, les flèches indiquent  $\Delta\omega/2\pi = 28$  MHz.

l'absence de la pompe. Avec des pertes d'insertion de seulement 4 dB pour ce résonateur, un gain net d'environ 16 dB est ainsi observé sur une bande-passante d'environ 0.1 MHz.

L'observation d'un peigne de fréquence sur plusieurs GHz d'un résonateur supraconducteur à forte inductance cinétique est présentée à la référence [188]. Dans le cas présenté ici, le nombre de pics du peigne de fréquence semble limité par la bande-passante du résonateur. Une étude plus approfondie de ce phénomène est par contre nécessaire pour explorer les limites et les applications d'un peigne de fréquence micro-ondes dans un dispositif aussi simple qu'un résonateur supraconducteur en niobium.

### 3.3.6 Effets d'un champ magnétique externe

Comme discuté précédemment, un champ magnétique externe est nécessaire pour magnétiser les micro-aimants et séparer les niveaux d'énergie du spin par l'effet Zeeman dans le dispositif hybride présenté au premier chapitre. Cette sous-section présente l'impact d'un champ magnétique sur les propriétés des résonateurs supraconducteurs en niobium fabriqués sur un substrat de GaAs.

Afin d'éviter la formation de vortex, un champ magnétique parfaitement parallèle à la surface du résonateur doit être appliqué, soit  $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{Z}$ . Par contre, expérimentalement, il existe toujours une composante transverse au champ magnétique appliqué au dispositif. Ainsi, sans perte de généralité, on considère que le champ magnétique externe est dans le plan  $X - Z$  du résonateur avec un angle  $\theta_0$  entre l'axe du champ externe  $\mathbf{B}_0$  et l'axe  $\mathbf{Z}$  du résonateur. Le champ magnétique dans le système de coordonnées du résonateur est alors simplement donné par

$$\mathbf{B}_0 = B_0 \sin \theta_0 \mathbf{X} + B_0 \cos \theta_0 \mathbf{Z}. \quad (3.42)$$

Ainsi, l'application d'un champ magnétique d'amplitude  $B_0 = |\mathbf{B}_0|$  résulte en un champ magnétique transverse d'une amplitude  $B_0^X = B_0 \sin \theta_0$ .

#### Détection de vortex uniques

Les résultats d'une première investigation expérimentale des propriétés des résonateurs supraconducteurs dans un champ magnétique externe sont présentés à la figure 3.23 a). Le spectre du résonateur est mesuré en fonction de l'amplitude  $B_0$  du champ magnétique dans le cryostat à température variable à  $T = 1.5$  K (figure 3.12). La présence d'un champ

magnétique transverse causé par un angle  $\theta_0$  non nul se manifeste par un changement de la fréquence du résonateur dû à l'effet Meissner non linéaire (équation (3.18)) et à la présence de vortex. La figure 3.23 b) présente la fréquence d'un résonateur en fonction de  $B_0$  pour différents angles  $\theta_0$  modifiés par l'ajout de rondelles métalliques entre le porte-échantillon et la sonde du cryostat à température variable. L'ajout de ces rondelles modifie l'angle par environ  $1^\circ$ .

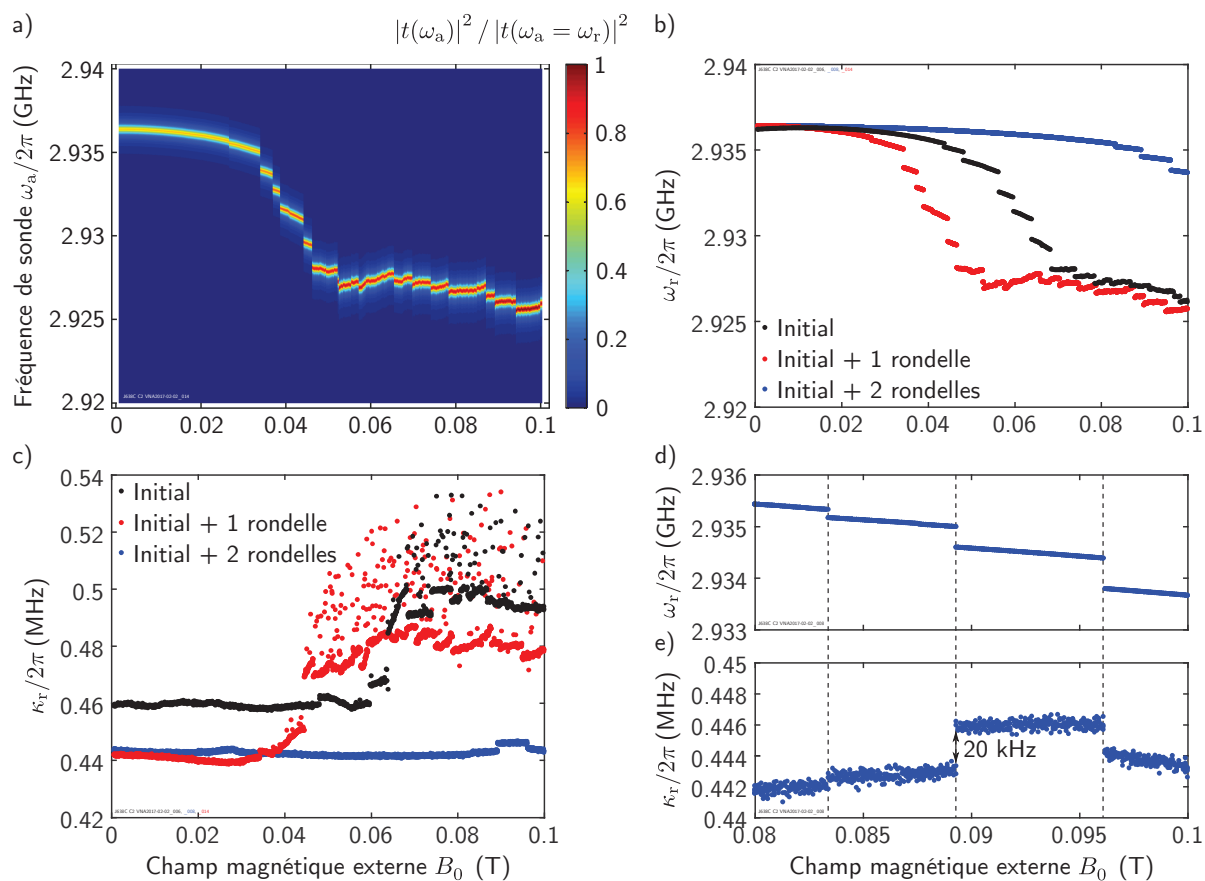
Une première observation est que l'angle  $\theta_0$  est significatif. En effet, il est possible de diminuer grandement le changement de la fréquence du résonateur par l'ajout de ces rondelles (figure 3.23 b). Puisque l'angle  $\theta_0$  varie probablement d'un dispositif à l'autre, ceci démontre qu'il n'est pas possible de déterminer directement la sensibilité à un champ magnétique externe dans cette configuration. Une seconde bobine supraconductrice permettant de compenser le champ magnétique transverse serait ainsi un ajout intéressant au montage expérimental dans le cryostat à température variable.

Une seconde observation concerne les sauts abrupts de la fréquence du résonateur à la figure 3.23 b). Ces changements discrets superposés à la variation continue de la fréquence du résonateur due à l'effet Meissner non linéaire sont associés à la pénétration de vortex d'Abrikosov uniques dans le résonateur supraconducteur [171]. De plus, la pénétration d'un ou plusieurs vortex durant la mesure du spectre du résonateur résulte en une augmentation artificielle de la largeur de raie  $\kappa_r/2\pi$  déterminée par la régression du spectre du résonateur. Cet effet est responsable des fortes déviations de  $\kappa_r/2\pi$  à la figure 3.23 c).

Finalement, la figure 3.23 d) présente un agrandissement de la fréquence et de la largeur de raie du résonateur qui permet de montrer que les sauts discrets de la fréquence du résonateur causés par la pénétration de vortex uniques s'accompagnent de sauts discrets de la largeur de raie  $\kappa_r/2\pi$  à la figure 3.23 c). L'augmentation de la largeur de raie d'une dizaine de kHz indique que les pertes internes liées à la présence de seulement quelques vortex sont négligeables par rapport aux pertes diélectriques liées au GaAs.

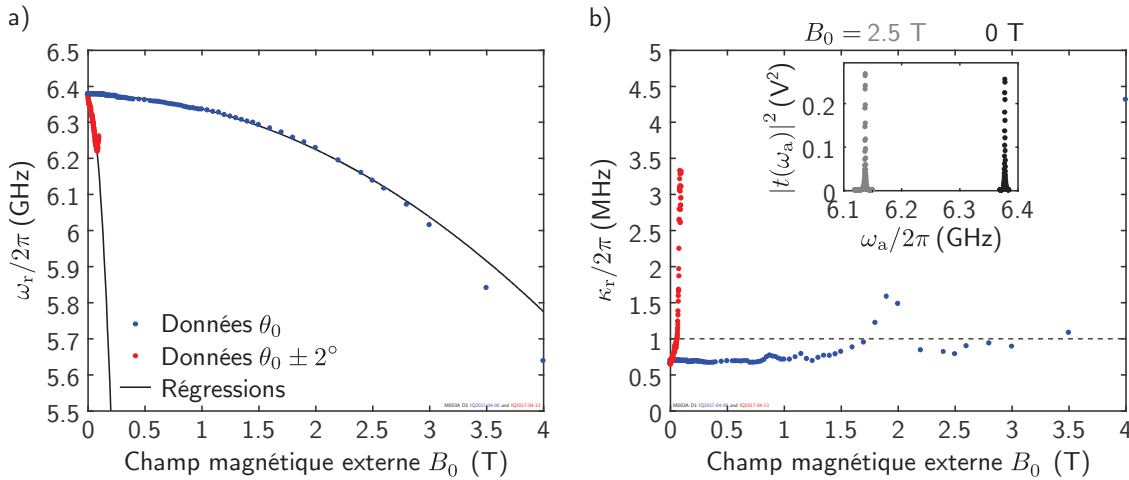
### Caractérisation à fort champ magnétique

Une seconde investigation expérimentale est effectuée dans le réfrigérateur à dilution à  $T = 10$  mK (figure 3.13). Les mesures de spectroscopie du résonateur sont effectuées à l'aide du circuit de démodulation (figure 3.10). Les figures 3.24 a) et b) présentent respectivement la fréquence et la largeur de raie d'un résonateur en fonction de  $B_0$  pour deux configurations de l'angle entre le champ magnétique externe et le plan du résonateur. Dans une première configuration, un angle  $\theta_0$  nominale nul permet d'observer la résonance jusqu'à un



**FIGURE 3.23 – Détection de vortex uniques.**

a) Amplitude normalisée du coefficient de transmission  $|t(\omega_a)|^2 / |t(\omega_a = \omega_r)|^2$  en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$  et du champ magnétique externe  $B_0$ . Ces données sont obtenues à une température  $T = 1.5$  K. Le résonateur possède une épaisseur  $t = 63$  nm et une longueur  $\ell_r = 18.7$  mm. b) Fréquence du résonateur  $\omega_r/2\pi$  en fonction de  $B_0$  pour trois configurations différentes de l'angle  $\theta_0$  entre le champ magnétique externe et le plan du résonateur. L'angle  $\theta_0$  original (cercles noirs) est modifié à l'aide d'une rondelle métallique (cercles rouges) et de deux rondelles métalliques (cercles bleus). c) Largeur de raie  $\kappa_r/2\pi$  en fonction de  $B_0$  pour les mêmes configurations de l'angle  $\theta_0$  qu'en b). d) et e) Agrandissement de la région entre  $B_0 = 0.08$  T et 0.1 T pour d) la fréquence  $\omega_r/2\pi$  et e) la largeur de raie  $\kappa_r/2\pi$  du résonateur pour la configuration où l'angle  $\theta_0$  est le plus faible (cercles bleus). Les lignes verticales pointillées indiquent la pénétration de vortex uniques dans le résonateur supraconducteur.



**FIGURE 3.24 – Caractérisation des résonateurs à fort champ magnétique.**

a) Fréquence du résonateur  $\omega_r/2\pi$  en fonction de  $B_0$  pour deux configurations différentes de l'angle  $\theta_0$  entre le champ magnétique externe et le plan du résonateur. L'angle  $\theta_0$  original (cercles bleus) est modifié à l'aide d'une pièce en cuivre par  $\pm 2^\circ$  (cercles rouges). Les lignes pleines indiquent les régressions des données à l'équation (3.18). Les données pour  $B_0 > 3$  T sont exclues de la régression. b) Largeur de raie  $\kappa_r/2\pi$  en fonction de  $B_0$  pour les même configurations de l'angle  $\theta_0$  qu'en a). L'encart présente le spectre du résonateur à champ magnétique nul ( $B_0 = 0$ ) et à fort champ magnétique ( $B_0 = 2.5$  T). Puisque le circuit de démodulation est utilisé pour ces mesures,  $|t(\omega_a)|^2$  est donnée en unités de V<sup>2</sup>. Le résonateur possède une épaisseur  $t = 23$  nm et une longueur  $\ell_r = 6$  mm.

champ magnétique de  $B_0 = 4$  T. Notamment, la largeur de raie est inférieure à 1 MHz pour  $B_0 \leq 3$  T. Ceci démontre qu'il est possible d'opérer les résonateurs en niobium à un champ magnétique de plusieurs T.

Dans une deuxième configuration, un angle de  $2^\circ$  est ajouté à l'angle initial  $\theta_0$  à l'aide d'une pièce en cuivre entre le doigt froid et le porte-échantillon. Ne connaissant pas *a priori* le signe de l'angle  $\theta_0$ , l'angle pour cette deuxième configuration est ainsi  $\theta_0 \pm 2^\circ$ . L'ajout de cet angle supplémentaire affecte grandement le changement de la fréquence et de la largeur de raie en fonction du champ magnétique externe (figures 3.24 a) et b). En effet, une largeur de raie  $\kappa_r/2\pi = 1$  MHz est atteinte à un champ magnétique externe de seulement 64 mT.

Afin de quantifier l'angle  $\theta_0$ , la fréquence du résonateur en fonction du champ magnétique externe est ajustée à l'équation (3.18) avec  $B_0^X = B_0 \sin \theta_0$  et un rapport entre l'inductance cinétique et l'inductance total  $\alpha = 0.55$  pour ce résonateur. Par contre, puisque le champ magnétique caractéristique  $B_m$  n'est pas connu *a priori* et que la régression ne permet pas de distinguer l'angle  $\theta_0$  de  $B_m$ ,  $\theta_0$  est inclus dans un champ magnétique carac-

téristique effectif  $B_m(\theta_0)$  donné par

$$B_m(\theta_0) = \frac{B_m}{\sin \theta_0}, \quad (3.43)$$

avec  $B_m(\pm\pi/2) = B_m$ . La régression des données de la figure 3.24 a) permet de déterminer  $B_m(\theta_0) = 9.65 \pm 0.06$  T et  $B_m(\theta_0 \pm 2^\circ) = 0.402 \pm 0.008$  T. Assumant que le champ magnétique caractéristique  $B_m$  est le même dans les deux cas, il est possible de déterminer l'angle  $\theta_0$  à

$$\theta_0 = \pm 0.087 \pm 0.003^\circ, \quad \text{ou} \quad \theta_0 = \pm 0.080 \pm 0.002^\circ, \quad (3.44)$$

selon que l'angle supplémentaire de  $2^\circ$  compense partiellement ou non l'angle  $\theta_0$ . Une troisième mesure est nécessaire pour distinguer ces deux solutions. Dans tous les cas, ces résultats démontrent qu'un angle résiduel  $\theta_0$  inférieur à  $0.1^\circ$  est nécessaire pour que les pertes internes dues au champ magnétique externe soient négligeables par rapport aux pertes diélectriques pour un champ magnétique de l'ordre de 1 T.

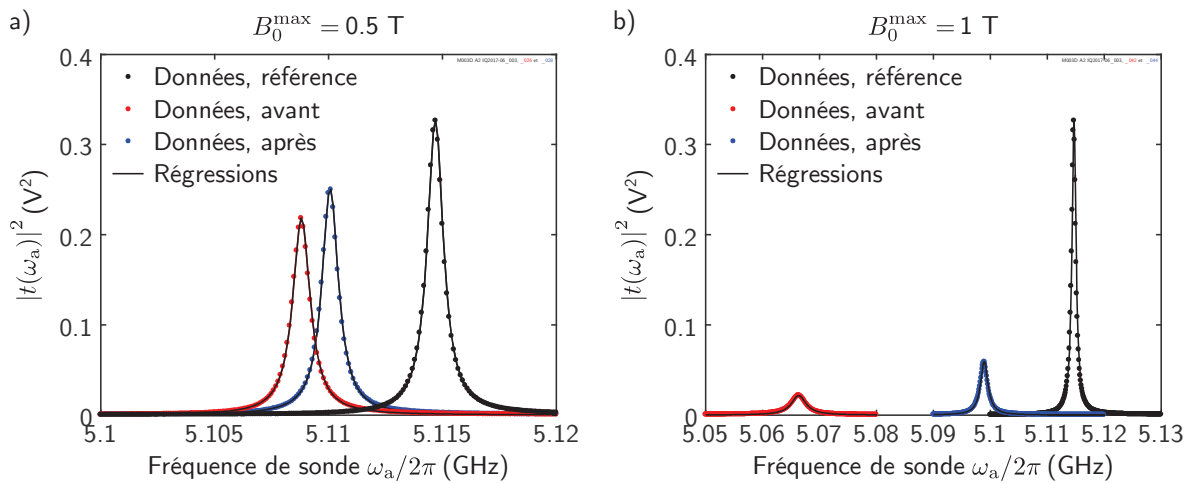
Finalement, à partir des deux solutions de l'angle  $\theta_0$  déterminées et du champ magnétique caractéristique effectif observé, il est possible de déterminer l'amplitude du champ magnétique caractéristique  $B_m$  à

$$|B_m| = 14.7 \pm 0.6 \text{ mT}, \quad \text{ou} \quad |B_m| = 13.5 \pm 0.4 \text{ mT}. \quad (3.45)$$

Ce résultat indique que les résonateurs sont très sensibles à un champ magnétique transverse. Une étude plus approfondie de la valeur du champ magnétique caractéristique pour différents résonateurs est définitivement une avenue de recherche intéressante [165]. Une application de la sensibilité du résonateur à un champ magnétique transverse est discutée au prochain chapitre.

### Reconfiguration des vortex à basse température

Pour conclure l'étude des propriétés des résonateurs dans un champ magnétique externe, les figures 3.25 a) et b) présentent une méthode utilisée pour reconfigurer les vortex à basse température. En effet, à la suite de la pénétration de vortex par l'application d'un champ magnétique externe, ceux-ci peuvent rester piégés dans le film mince supraconducteur lorsque le champ magnétique externe est retiré. Cet effet est visible aux figures 3.25 a) et b), où la fréquence et la largeur de raie du résonateur sont significativement différentes à champ magnétique nul à la suite de l'application d'un champ magnétique maximal  $B_0^{\max} = 0.5$  T et 1 T.



**FIGURE 3.25 – Reconfiguration des vortex à basse température**

Amplitude du coefficient de transmission  $|t(\omega_a)|^2$  en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$  à  $B_0 = 0$  à la suite de l'application d'un champ magnétique maximal de a)  $B_0^{\max} = 0.5$  T et b)  $B_0^{\max} = 1$  T avant (cercles rouges) et après (cercles bleus) la reconfiguration des vortex à l'aide d'une excitation à la fréquence du résonateur avec une puissance  $P_p = -5$  dBm. Le spectre du résonateur de référence, mesuré avant l'application d'un champ magnétique, est également présent (cercles noirs). Les lignes pleines présentent les régressions des spectres à l'équation (3.24). Puisque le circuit de démodulation est utilisé pour ces mesures, l'amplitude de coefficient de transmission  $|t(\omega_a)|^2$  est donnée en unités de  $V^2$ . Le résonateur possède une épaisseur  $t = 18$  nm et une longueur  $\ell_r = 6$  mm.



Il est possible d'expulser les vortex piégés en augmentant la température du résonateur au-dessus de la température critique  $T_c$ . Par contre, pour une  $T_c$  de plusieurs K, cette opération est très longue dans un réfrigérateur à dilution. De plus, puisque le résonateur n'est pas connecté de façon galvanique au monde extérieur, il n'est pas possible d'y faire circuler un courant d'une densité supérieure à la densité de courant critique. Il est par contre possible d'injecter une excitation micro-ondes à la fréquence du résonateur et dont la puissance  $P_p$  est telle que la densité de courant critique dans le résonateur est atteinte. Cette approche est utilisée aux figures 3.25 a) et b) pour reconfigurer les vortex tout en demeurant à basse température dans un réfrigérateur à dilution.

L'efficacité de cette approche n'est malheureusement pas parfaite. En effet, puisque la densité de courant est maximale dans le conducteur central du résonateur, les vortex expulsés sont ceux piégés dans le conducteur central alors que ceux dans le plan de la mise à la terre sont toujours présents. Il est tout de même possible d'estimer l'efficacité du processus en comparant la fréquence et la largeur de raie du résonateur avant qu'il n'y ait des vortex et après la reconfiguration. Par exemple, à la suite de l'application d'un champ magnétique  $B_0^{\max} = 1$  T, la largeur de raie du résonateur est augmentée de 0.86 MHz à 3.12 MHz. À la suite de la reconfiguration de vortex, une largeur de raie de 1.57 MHz est obtenue, correspondant ainsi à une efficacité de 69%. Pour  $B_0^{\max} = 0.5$  T, on trouve un résultat similaire avec une efficacité de 71%.

### 3.4 Impacts des travaux

---

Un premier impact des travaux présentés dans ce chapitre est la mise en place d'une plateforme expérimentale pour les dispositifs hybrides composés de boîtes quantiques et les résonateurs supraconducteurs. Cette plateforme servira de base pour les travaux expérimentaux futurs sur le couplage entre un qubit de spin dans une double boîte quantique et un résonateur supraconducteur.

Un deuxième impact important concerne la démonstration expérimentale et la compréhension théorique des résonateurs à forte inductance cinétique. L'utilisation de l'inductance cinétique pour réaliser un résonateur supraconducteur plus compact permet de satisfaire certaines contraintes spatiales imposées par l'incorporation des multiples grilles électrostatiques nécessaires à la formation d'une double boîte quantique sur une hétérostructure de GaAs/AlGaAs coûtant approximativement 100\$ par 1 cm<sup>2</sup>. De plus, la réalisation de

résonateurs à forte inductance cinétique est essentielle pour le magnétomètre basé sur un résonateur supraconducteur présenté au chapitre 4.

Un troisième impact a trait à l'étude préliminaire des mécanismes de pertes internes dans les résonateurs fabriqués sur un substrat de GaAs. Ces résultats sont extrêmement importants pour établir les limitations d'une architecture basée sur le GaAs pour le couplage entre un qubit de spin et un résonateur supraconducteur. À l'heure actuelle, les pertes liées au substrat de GaAs sont importantes, mais assez faibles pour permettre la démonstration de preuves de concepts dans cette architecture. De plus, les résultats obtenus sont en accord avec les quelques résultats de la littérature [180].

Un autre impact important de ces travaux est la démonstration expérimentale de l'opération de résonateurs supraconducteurs dans un champ magnétique de l'ordre de 1 T, suffisant pour les expériences avec les qubits de spin. Cette démonstration réduit grandement les contraintes sur l'amplitude du champ magnétique. Ceci permet, par exemple, d'étudier le couplage spin-résonateur longitudinal sur une large plage de champ magnétique pour étudier les mécanismes de relaxation de spin créés par le couplage entre les degrés de liberté de spin et de charge.

## Chapitre 4

# Spectroscopie de transitions de spins avec un résonateur supraconducteur

Les résonateurs supraconducteurs présentés au chapitre précédent préservent une largeur de raie inférieure à 1 MHz sous l'application d'un champ magnétique externe considérable. Ce chapitre présente l'utilisation de ces résonateurs pour observer le couplage avec un ensemble de spins paramagnétique composé de centres azote-lacune (centres NV). Une première section présente d'abord certains éléments de théorie sur le régime dispersif du couplage transverse entre un résonateur et un ensemble de spins. De plus, un modèle suggérant la présence d'un couplage spin-résonateur longitudinal effectif provenant de la sensibilité de la fréquence du résonateur au champ magnétique perpendiculaire est également présenté. Une deuxième section discute des aspects expérimentaux de l'expérience. Une troisième section présente les résultats expérimentaux sur l'observation du couplage transverse collectif entre les centres NV et le résonateur, ainsi que les signatures de la présence d'un couplage longitudinal.

La plupart des résultats présentés ce chapitre ont été obtenus dans le cadre d'un stage de Gregory Brookes à l'été 2017 et est le fruit d'une étroite collaboration avec David Roy-Guay de l'Institut quantique et Jérôme Bourassa de l'Institut quantique et du Cégep de Granby.

## 4.1 Éléments de théorie

---

Dans cette section, la théorie du couplage transverse dans le régime dispersif est d'abord présentée pour un ensemble de spins paramagnétique quelconque. La présence d'un couplage spin-résonateur longitudinal est ensuite discutée. Par la suite, le cas spécifique des centres NV dans le diamant est discuté.

### 4.1.1 Régime dispersif du couplage transverse

#### Généralisation de la théorie sur le couplage transverse

Une généralisation de la théorie sur le couplage transverse entre un ensemble de spins paramagnétique et un résonateur présenté au chapitre 1 est considérée pour tenir compte des  $2S + 1$  transitions pour des spins  $S = \{1/2, 1, 3/2, \dots\}$ . Pour ce faire, l'équation (1.13) est modifiée selon

$$\hat{\mathcal{H}}_s = g^* \mu_B \sum_{i=1}^N \mathbf{B}_0 \cdot \hat{\mathbf{S}}_i + \hat{\mathcal{H}}'_s = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{2S+1} \omega_j |j\rangle_i \langle j|. \quad (4.1)$$

Le cas à deux niveaux présenté au chapitre 1 est retrouvé en tronquant la somme sur  $j$  de  $2S + 1$  à 2 à l'équation précédente avec  $\hat{\sigma}_z = |e\rangle \langle e| - |g\rangle \langle g|$ ,  $\omega_s = \omega_e - \omega_g$  et en négligeant un terme proportionnel à l'identité. L'hamiltonien de l'interaction dipolaire magnétique entre l'ensemble de spins et le résonateur est donné par l'équation (1.14), soit

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}^x = g^* \mu_B \sum_{i=1}^N (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) \delta \mathbf{B}(\mathbf{r}_i) \cdot \hat{\mathbf{S}}_i. \quad (4.2)$$

Tout comme au chapitre 1, il est possible d'exprimer cette interaction en terme des opérateurs d'échelle collectifs  $\hat{c}$  et  $\hat{c}^\dagger$ . Une généralisation de l'opérateur d'annihilation pour la transition entre les états  $|j\rangle_i$  et  $|j'\rangle_i$  du spin  $i$  est donnée par

$$\hat{c}_{j,j'} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \left( \frac{g_{x,j,j'}^{(i)}}{\bar{g}_{x,j,j'}} \right) |j\rangle_i \langle j'|, \quad (4.3)$$

où le coefficient de couplage  $g_{x,j,j'}^{(i)}$  de la transition  $|j\rangle_i \leftrightarrow |j'\rangle_i$  du spin  $i$  au résonateur est donné par

$$\hbar g_{x,j,j'}^{(i)} = g^* \mu_B \delta \mathbf{B}(\mathbf{r}_i) \cdot {}_i \langle j | \hat{\mathbf{S}}_i | j' \rangle_i, \quad (4.4)$$

alors que le couplage moyen est donné par

$$\bar{g}_{x,j,j'} = \frac{1}{\sqrt{N}} \left[ \sum_{i=1}^N |g_{x,j,j'}^{(i)}|^2 \right]^{1/2}. \quad (4.5)$$

En remplaçant les opérateurs d'échelles collectifs dans l'hamiltonien du système de spin de l'équation (4.1), on obtient

$$\hat{\mathcal{H}}_s = \sum_{j=1}^{2S+1} \omega_j \hat{c}_{j,j}^\dagger \hat{c}_{j,j}, \quad (4.6)$$

soit l'hamiltonien de  $2S + 1$  oscillateurs harmoniques de fréquences angulaires  $\omega_j$ . De plus, l'hamiltonien de l'interaction transverse de l'équation (4.2) devient, à la suite de l'approximation séculaire, l'hamiltonien de Tavis-Cummings généralisé donné par

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}^x / \hbar \approx \sum_{j=1}^{2S} \sum_{j'=j+1}^{2S+1} (g_{x,j,j'} \hat{a}^\dagger \hat{c}_{j,j'} + \text{h.c.}), \quad (4.7)$$

où  $g_{x,j,j'} \equiv \bar{g}_{x,j,j'} \sqrt{N}$  est le coefficient de couplage transverse collectif entre le résonateur et la transition de spins  $|j\rangle \leftrightarrow |j'\rangle$  [61, 62].

### Régime dispersif

Lorsque le désaccord entre la transition de spins  $|j\rangle \leftrightarrow |j'\rangle$  et le résonateur est beaucoup plus grand que l'amplitude du coefficient de couplage collectif  $g_{x,j,j'}$ , soit

$$|(\omega_{j'} - \omega_j) - \omega_r| \gg g_{x,j,j'}, \quad (4.8)$$

l'interaction transverse est dans le régime dispersif. Dans ce régime, l'échange d'énergie entre les spins et le résonateur est supprimée par le désaccord en énergie. Par contre, un décalage du résonateur dépendant de l'état des spins peut être utilisé pour lire le système de spins [65, 68, 76]. Dans ce régime dispersif, un hamiltonien peut en principe être obtenu en tenant compte de toutes les transitions de spins. Par contre, seulement les transitions

$|j\rangle \leftrightarrow |j'\rangle$  où  $j' = j \pm 1$  sont considérées ici. Dans ce cas, l'hamiltonien  $\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_s + \hat{\mathcal{H}}_r + \hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}^x$  de l'interaction est approximé par l'hamiltonien dispersif  $\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}^d$  donné par [189]

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}^d/\hbar \approx \sum_{j=1}^{2S+1} \chi_j \hat{c}_{j,j}^\dagger \hat{c}_{j,j} \hat{a}^\dagger \hat{a}. \quad (4.9)$$

Le régime dispersif du couplage transverse collectif mène à un décalage de la fréquence du résonateur donné par

$$\chi_j = \frac{g_{x,j-1,j}^2}{\Delta_{j-1,r}} - \frac{g_{x,j+1,j}^2}{\Delta_{j,r}}, \quad (4.10)$$

où  $\Delta_{j,r} = \omega_{j,j+1} - \omega_r$  est le désaccord entre la transition  $|j\rangle \leftrightarrow |j+1\rangle$  de fréquence angulaire  $\omega_{j,j+1} = \omega_{j+1} - \omega_j$  et le résonateur de fréquence angulaire  $\omega_r$ . Le décalage de la fréquence du résonateur induit par une transition de spins  $|j\rangle \leftrightarrow |j+1\rangle$  est ainsi donné par  $\chi_{j,j+1} = \chi_{j+1} - \chi_j$ . Par exemple, pour  $|j=1\rangle \equiv |g\rangle$ ,  $|j+1\rangle \equiv |e\rangle$  et  $|j+2\rangle \equiv |f\rangle$ , le décalage dispersif  $\chi_{1,2} \equiv \chi_{ge}$  est donné par

$$\chi_{ge} = \frac{2g_{x,ge}^2}{\Delta_{ge}} - \frac{g_{x,ef}^2}{\Delta_{ef}}. \quad (4.11)$$

Comme il est discuté à l'annexe B, ce décalage dispersif est analogue à celui observé pour un qubit supraconducteur de type transmon [190, 191].

## 4.1.2 Couplage longitudinal

Comme discuté au chapitre 3, la fréquence du résonateur supraconducteur est sensible au champ magnétique perpendiculaire. On montre maintenant que la dépendance de la fréquence du résonateur à un champ magnétique perpendiculaire mène à un couplage longitudinal effectif entre chaque spin de l'ensemble de spins paramagnétique et le résonateur. L'utilisation de ce couplage longitudinal pour la lecture d'un ensemble de spin paramagnétique est ensuite discutée.

Tout comme aux chapitres précédents, le système de coordonnées  $[X, Y, Z]$  est considéré, où  $\boldsymbol{\rho} = [0, Y, Z]$  correspond au plan du résonateur supraconducteur (figure 4.1 a). Sans perte de généralité, un champ magnétique externe  $\mathbf{B}_0 = [B_0^X, 0, B_0^Z]$  avec un angle  $\theta_0$  par rapport au plan du résonateur est considéré dans cette sous-section, soit  $B_0^X = |\mathbf{B}_0| \sin \theta_0$  et  $B_0^Z = |\mathbf{B}_0| \cos \theta_0$ .

### Décalage de la fréquence du résonateur

On considère un changement  $\Delta B^X$  du champ magnétique perpendiculaire par rapport à la composante perpendiculaire du champ magnétique externe  $B_0^X$ . Ce changement du champ magnétique perpendiculaire mène à un décalage de la fréquence angulaire du résonateur donné par

$$\Delta\omega_r(B_0^X, \Delta B^X) = \omega_r(B_0^X + \Delta B^X) - \omega_r(B_0^X). \quad (4.12)$$

Comme l'indique l'équation (3.18), la fréquence angulaire du résonateur dépend de façon quadratique de l'amplitude  $B^X$  du champ magnétique perpendiculaire au résonateur par l'effet Meissner non linéaire selon

$$\omega_r(B^X) = \omega_r(0) \left( 1 - \alpha \left( \frac{B^X}{B_m} \right)^2 \right), \quad (4.13)$$

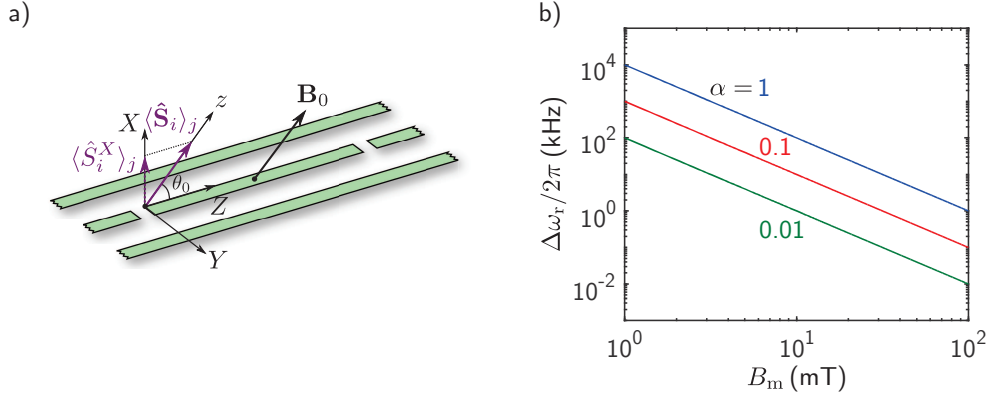
où  $\alpha$  est le rapport entre l'inductance cinétique et l'inductance totale et  $B_m$  est un champ magnétique caractéristique [164, 165]. Ainsi, pour  $\Delta B^X \ll B_0^X$ , le décalage  $\Delta\omega_r$  de la fréquence angulaire du résonateur résultant du changement  $\Delta B^X$  du champ magnétique perpendiculaire est donné par

$$\Delta\omega_r(B_0^X, \Delta B^X) \approx \beta(B_0^X) \Delta B^X, \quad (4.14)$$

où

$$\beta(B_0^X) = -2\alpha\omega_r(0) \left( \frac{B_0^X}{B_m} \right). \quad (4.15)$$

La figure 4.1 b) présente le décalage  $\Delta\omega_r$  de la fréquence du résonateur résultant d'un changement du champ magnétique perpendiculaire  $\Delta B^X$  en fonction du champ magnétique caractéristique  $B_m$ . Pour un rapport  $\alpha \rightarrow 1$ , un décalage  $\Delta\omega_r/2\pi$  supérieur à 1 kHz par changement de 1  $\mu\text{T}$  du champ magnétique perpendiculaire est possible pour  $B_0^X = 1$  mT et  $B_m < 100$  mT. En comparaison, pour un rapport  $\alpha \sim 10^{-2} - 10^{-1}$ , correspondant à un résonateur en aluminium [163], un décalage entre 10 à 100 Hz est attendu par changement de 1  $\mu\text{T}$  du champ magnétique perpendiculaire pour les mêmes paramètres. Il est ainsi important de noter que puisque  $\Delta\omega_r$  est directement proportionnel à  $\alpha$ , le décalage de la fréquence du résonateur est maximisé pour un résonateur supraconducteur à haute inductance cinétique. Par contre, puisque  $\alpha \rightarrow 1$  lorsque  $L_K \gg L_m$ , il existe probablement une valeur optimale de l'inductance cinétique. La présence de vortex de Abrikosov peut



**FIGURE 4.1 – Principe du couplage spin-résonateur longitudinal.**

a) Schéma d'un résonateur supraconducteur en présence d'un champ magnétique externe  $\mathbf{B}_0 = [B_0^X, 0, B_0^Z]$  avec un angle  $\theta_0$  par rapport au plan du résonateur, soit  $B_0^X = |\mathbf{B}_0| \sin \theta_0$  et  $B_0^Z = |\mathbf{B}_0| \cos \theta_0$ . Un spin libre avec  $\hat{\mathcal{H}}'_s = 0$  possède un axe de quantification  $z$  colinéaire avec le champ magnétique externe. Dans ce cas, la valeur moyenne de l'opérateur de spin  $\langle \hat{S}_i \rangle_j$  du spin  $i$  dans l'état  $|j\rangle$  possède une composante  $\langle \hat{S}_i^X \rangle_j = |\langle \hat{S}_i \rangle_j| \sin \theta_0$  perpendiculaire au plan du résonateur.

b) Décalage  $\Delta\omega_r/2\pi$  de la fréquence d'un résonateur de fréquence  $\omega_r(0)/2\pi = 6$  GHz en fonction du champ magnétique caractéristique  $B_m$  calculé à partir de l'équation (4.14) pour un champ magnétique perpendiculaire externe  $B_0^X = 1$  mT, un changement  $\Delta B^X = 1$   $\mu$ T du champ magnétique perpendiculaire et différentes valeurs du rapport  $\alpha \equiv L_K/(L_K + L_m)$  entre l'inductance cinétique et l'inductance total du résonateur.

être tenue en compte simplement en généralisant  $\beta(B_0^X)$  selon

$$\beta(B_0^X) = \left. \frac{d\omega_r}{dB^X} \right|_{B^X=B_0^X}, \quad (4.16)$$

soit la pente de la fréquence angulaire du résonateur autour du champ magnétique perpendiculaire  $B_0^X$ . Cette dépendance de la fréquence du résonateur au champ magnétique perpendiculaire peut être considérée dans l'hamiltonien du résonateur de l'équation (1.1) selon

$$\hat{\mathcal{H}}'_r/\hbar = [\omega_r(B_0^X) + \Delta\omega_r(B_0^X, \Delta B^X)] \hat{a}^\dagger \hat{a}. \quad (4.17)$$

### Champ magnétique effectif

L'hamiltonien de l'équation (4.17) mène naturellement à un couplage longitudinal entre chaque spin et le résonateur. En effet, la magnétisation effective de l'ensemble de



spins est donnée par la somme des moments dipolaires magnétiques  $g^* \mu_B \hat{\mathbf{S}}_i$ , soit

$$\hat{\mathbf{M}} = - \sum_{i=1}^N g^* \mu_B \hat{\mathbf{S}}_i, \quad (4.18)$$

où  $\hat{\mathbf{S}}_i$  est l'opérateur de spin pour le spin  $i$ . Si tous les spins sont dans le même état, cette magnétisation effective est uniforme sur tout l'ensemble de spins. Le système de spins applique ainsi un champ magnétique sur le résonateur donné par

$$\Delta \hat{\mathbf{B}} = \mu_0 \eta \hat{\mathbf{M}}, \quad (4.19)$$

où  $\eta$  est une constante de proportionnalité qui décrit le champ magnétique  $\Delta \hat{\mathbf{B}}$  colinéaire avec la magnétisation effective  $\hat{\mathbf{M}}$  et  $\mu_0$  est la perméabilité du vide. En considérant que  $\Delta \hat{\mathbf{B}}$  est uniforme et colinéaire avec  $\hat{\mathbf{M}}$ , les effets de bords sont négligés. La constante de proportionnalité  $\eta$  dépend, par exemple, de la distance entre l'ensemble de spins et la surface du résonateur. Cette constante peut ainsi être simulée à l'aide d'outils de simulations magnétostatiques tel que *Radia*. La composante perpendiculaire du champ magnétique appliqué par l'ensemble de spins au résonateur est ainsi donnée par

$$\Delta \hat{B}^X = -g^* \mu_B \mu_0 \eta \sum_{i=1}^N \hat{\mathbf{S}}_i \cdot \mathbf{e}_X, \quad (4.20)$$

où  $\mathbf{e}_X$  est le vecteur unitaire de l'axe  $X$ , perpendiculaire au plan du résonateur  $\rho$ .

### Hamiltonien du couplage longitudinal

Le champ magnétique effectif perpendiculaire de l'équation (4.20) peut être remplacé dans l'hamiltonien modifié du résonateur de l'équation (4.17). On obtient alors

$$\hat{\mathcal{H}}'_r = \hat{\mathcal{H}}_r + \hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}^z, \quad (4.21)$$

où

$$\hat{\mathcal{H}}_r / \hbar = \omega_r (B_0^X) \hat{a}^\dagger \hat{a}. \quad (4.22)$$

L'hamiltonien du couplage longitudinal est alors donné par

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}^z / \hbar = \sum_{j=1}^{2S+1} \sum_{i=1}^N g_{z,j}^{(i)} |j\rangle_i \langle j| \hat{a}^\dagger \hat{a}. \quad (4.23)$$

Le coefficient du couplage longitudinal entre l'état  $|j\rangle$  du spin  $i$  et le résonateur est donné par

$$g_{z,j}^{(i)} = -g^* \mu_B \mu_0 \eta \beta (B_0^X) \langle \hat{S}_i^X \rangle_j, \quad (4.24)$$

où  $\langle \hat{S}_i \rangle_j = {}_i \langle j | \hat{S}_i | j \rangle_i$  est la valeur moyenne de l'opérateur de spin  $\hat{S}_i$  du spin  $i$  dans l'état  $|j\rangle$  et  $\langle \hat{S}_i \rangle_j \cdot \mathbf{e}_X = \langle \hat{S}_i^X \rangle_j$  est sa composante perpendiculaire au résonateur. En utilisant l'expression de  $\beta(B_0^X)$  obtenu à l'équation (4.15), le coefficient de couplage longitudinal est donné par

$$g_{z,j}^{(i)} = 2g^* \mu_B \mu_0 \eta \alpha \omega_r(0) \left( \frac{B_0^X}{B_m^2} \right) \langle \hat{S}_i^X \rangle_j. \quad (4.25)$$

Ainsi, comme illustré à la figure 4.1 a), le couplage longitudinal est non nul si la projection de la valeur moyenne de l'opérateur de spin sur l'axe perpendiculaire  $X$  est non nul. Par exemple, pour un système de spins libres avec  $\hat{\mathcal{H}}'_s = 0$  tel que l'axe de quantification  $z$  est donné par le champ magnétique externe  $\mathbf{B}_0 = [B_0^X, 0, B_0^Z]$ , on a

$$\langle \hat{S}_i^X \rangle_j \propto \mathbf{e}_z \cdot \mathbf{e}_X = \sin \theta_0 = B_0^X / |\mathbf{B}_0|. \quad (4.26)$$

Dans l'hamiltonien transformé du résonateur de l'équation (4.21), des termes de couplages transverses proportionnels à  $|j\rangle_i \langle j'| \hat{a}^\dagger \hat{a}$  peuvent être négligés sous l'approximation séculaire pour  $|\omega_{j,j'} - \omega_r| \gg g_{z,j}^{(i)}$ .

L'hamiltonien total d'un ensemble de spins en interaction dipolaire magnétique avec un résonateur supraconducteur dans le régime dispersif et en considérant la dépendance de la fréquence du résonateur au champ magnétique perpendiculaire est alors donné par

$$\hat{\mathcal{H}} / \hbar \approx \sum_{j=1}^{2S+1} \omega_j \hat{c}_{j,j}^\dagger \hat{c}_{j,j} + \omega_r (B_0^X) \hat{a}^\dagger \hat{a} + \sum_{j=1}^{2S+1} \chi_j \hat{c}_{j,j}^\dagger \hat{c}_{j,j} \hat{a}^\dagger \hat{a} + \sum_{j=1}^{2S+1} \sum_{i=1}^N g_{z,j}^{(i)} |j\rangle_i \langle j| \hat{a}^\dagger \hat{a}. \quad (4.27)$$

Contrairement au couplage transverse, le couplage longitudinal n'est pas exprimé en terme des opérateurs d'échelle collectifs  $\hat{c}_{j,j'}$  et  $\hat{c}_{j,j'}^\dagger$ . En effet, ceux-ci dépendent du rapport entre

le coefficient de couplage transverse entre le résonateur et la transition  $|j\rangle \leftrightarrow |j'\rangle$  du spin  $i$ ,  $g_{x,j,j'}^{(i)}$  et le coefficient de couplage transverse moyen  $\bar{g}_{x,j,j'}$ .

### Lecture non destructive de l'état des spins

Le couplage longitudinal entre les spins et le résonateur décrit par l'hamiltonien  $\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}^z$  de l'équation (4.23) permet d'effectuer une lecture non destructive de l'état des spins à partir d'une mesure de la fréquence du résonateur. En effet, l'hamiltonien de cet interaction commute avec l'hamiltonien du système de spins décrit par l'équation (4.1). De plus, contrairement au couplage spin-résonateur longitudinal présenté au chapitre 1, l'hamiltonien de l'interaction présentée ici commute aussi avec l'hamiltonien du résonateur. Ainsi, une lecture non destructive de l'état du résonateur à l'aide d'une mesure de la fréquence de Larmor d'un spin unique est en principe possible. De plus, contrairement au couplage longitudinal spin-résonateur présenté au chapitre 1, la modulation paramétrique du couplage longitudinal n'est pas nécessaire dans le cas présent.

Les hamiltoniens des interactions dispersive et longitudinale entre le système de spins et le résonateur sont tous les deux diagonaux aux hamiltoniens des deux sous-systèmes. De plus, le régime de validité, déterminé par  $|\omega_{j,j'} - \omega_r| \gg g_{x,j,j'}^{(i)}, g_{z,j}^{(i)}$  respectivement, est similaire pour  $g_{x,j,j'}^{(i)} \sim g_{z,j}^{(i)}$ . Par contre, contrairement au décalage dispersif  $\chi_j$ , le coefficient du couplage longitudinal  $g_{z,j}^{(i)}$  ne dépend pas explicitement du désaccord  $\omega_{j,j'} - \omega_r$  entre la transition de spins  $|j\rangle \leftrightarrow |j'\rangle$  et le résonateur. Ainsi, la lecture de l'état du système de spins à l'aide du couplage longitudinal peut, en principe, être effectuée sur une plage de champ magnétique externe beaucoup plus élevée que la lecture basée sur l'interaction dispersive. Pour un champ magnétique externe donné, il est de plus possible de sonder différentes transitions de spins. Cette fonctionnalité contraste drastiquement avec la résonance paramagnétique électronique pour laquelle une transition de spins est en résonance avec un résonateur ou une cavité, limitant ainsi grandement l'étude des propriétés du système de spins en fonction, par exemple, du champ magnétique externe.

### 4.1.3 Centres NV dans le diamant

Dans cette sous-section, on considère le cas spécifique d'un ensemble de centres azote-lacune dans le diamant comme ensemble de spins paramagnétique. Les centres NV sont des défauts colorés dans le diamant composés d'une impureté d'azote voisine à une lacune [192]. L'état fondamental d'un centre NV unique forme un système de spins avec  $S = 1$  décrit

par l'hamiltonien [193, 32]

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{NV}}^{(n)} = g^* \mu_B \mathbf{B}_0 \cdot \hat{\mathbf{S}} + \hbar D \hat{S}_{z_n}^2 + \hbar E (S_{x_n}^2 - S_{y_n}^2). \quad (4.28)$$

Le premier terme de l'hamiltonien décrit simplement l'effet Zeeman. Le second terme décrit une séparation à champs nuls (*zero-field splitting*) qui lève la dégénérescence entre les états de spins  $|m_s = 0\rangle$  et  $|m_s = \pm 1\rangle$  à champ magnétique nul avec un coefficient  $D/2\pi \sim 2.87$  GHz. Le troisième terme de l'équation (4.28) décrit quant à lui une séparation supplémentaire causée par une déformation du cristal et lève la dégénérescence entre les états de spins  $|m_s = \pm 1\rangle$  à champ magnétique nul avec un coefficient  $E/2\pi \sim 5$  MHz. Les opérateurs  $\hat{\mathbf{S}} = (\hat{S}_{x_n}, \hat{S}_{y_n}, \hat{S}_{z_n})$  pour un spin  $S = 1$  sont explicitement données par

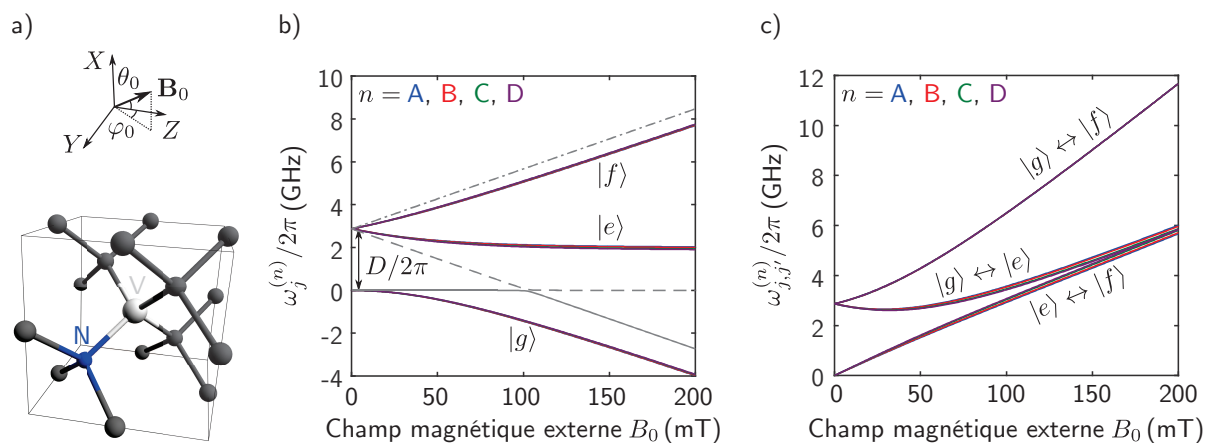
$$\hat{S}_{x_n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{S}_{y_n} = \frac{1}{\sqrt{2}i} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{S}_{z_n} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (4.29)$$

Ici, le système de coordonnées  $[x_n, y_n, z_n]$  qui définit l'axe de quantification du centre NV à champ magnétique nul correspond aux quatre orientations cristallographiques possibles données par  $[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$ ,  $[\bar{1}\bar{1}1]$ ,  $[1\bar{1}\bar{1}]$ ,  $[11\bar{1}]$  avec  $n = \{A, B, C, D\}$ . La figure 4.2 a) illustre un centre NV possédant l'orientation  $[1\bar{1}\bar{1}]$  dans la cellule unitaire du réseau cristallin du diamant.

### Transitions de spins

L'hamiltonien de l'équation (4.28) peut être diagonalisé pour un champ magnétique externe  $\mathbf{B}_0$  arbitraire. Un premier cas intéressant est lorsque le champ magnétique externe est aligné selon l'axe du centre NV d'une des quatre orientations possibles. Comme l'illustre la figure 4.2 a), l'hamiltonien de l'équation (4.28) est dans ce cas diagonal dans la base du centre NV (en négligeant le décalage causé par les contraintes) et les états propres  $|j\rangle = |\{g, e, f\}\rangle$  correspondent ainsi respectivement aux états de spin  $|m_s = \{0, -1, +1\}\rangle$  pour un champ magnétique  $B_0$  inférieur à environ 100 mT<sup>1</sup>. Un deuxième cas intéressant est lorsque le champ magnétique externe est aligné selon l'axe  $Z$ . Dans ce cas, les composantes du champ magnétique externe dans la base des centres NV possèdent des amplitudes égales et les états propres  $\omega_j$  sont alors dégénérées pour les quatre orientations. La présence des angles  $\theta_0$  autour de l'axe  $Y$  et  $\varphi_0$  autour de l'axe  $X$  entre le système de coordonnées  $[X, Y, Z]$

1. Pour une amplitude plus élevée du champ magnétique, les niveaux  $|m_s = 0\rangle$  et  $|m_s = 1\rangle$  se croisent et l'état fondamental (excité) devient alors l'état  $|m_s = -1\rangle$  ( $|m_s = 0\rangle$ ).



**FIGURE 4.2 – Système de spins : centres NV dans le diamant.**

a) Représentation schématique d'un centre NV dans la cellule unité du réseau cristallin du diamant. Le centre NV possède une des quatre orientations possibles, identifiées de A à D, correspondant aux quatre positions possibles de l'impureté d'azote (N) adjacente à la lacune (V). Dans ce cas, un centre NV orienté selon l'axe cristallin  $[1\bar{1}1]$  est représenté. Le champ magnétique externe  $\mathbf{B}_0$  possède des angles  $\theta_0$  et  $\varphi_0$  par rapport à l'axe Z. Le schéma de la cellule unité du réseau cristallin du diamant provient de la référence [194]. b) Fréquences  $\omega_j^{(n)}/2\pi$  des états propres  $|j\rangle = |\{g, e, f\}\rangle$  d'un centre NV en fonction de l'amplitude  $B_0 = |\mathbf{B}_0|$  du champ magnétique externe. Les lignes grises correspondent au cas d'un champ magnétique externe aligné selon l'axe du centre NV. Les états propres correspondent ainsi aux états de spin  $|m_s = 0\rangle$  (ligne pleine),  $|m_s = -1\rangle$  (ligne pointillée) et  $|m_s = 1\rangle$  (ligne en trait mixte) pour  $B_0$  inférieur à environ 100 mT. c) Fréquences  $\omega_{j,j'}^{(n)}/2\pi$  des transitions de spins  $|j\rangle \leftrightarrow |j'\rangle$  d'un centre NV en fonction de l'amplitude  $B_0$  du champ magnétique externe. En b) et c), les lignes colorées correspondent au cas d'un champ magnétique externe possédant des angles  $\theta_0 = 0.5^\circ$  et  $\varphi_0 = -1.5^\circ$  par rapport à l'axe Z pour les quatre orientations possibles des centres NV identifiées par  $n = \{A, B, C, D\}$ . Les coefficients de la séparation à champs nuls  $D/2\pi$  et reliée à la déformation du cristal  $E/2\pi$  sont respectivement donnés par 2.87 GHz et 4.7 MHz.

et le champ magnétique externe lève la dégénérescence entre les quatre orientations. En effet, comme l'illustre la figure 4.2 b), les fréquences  $\omega_j^{(n)}/2\pi$  des états propres obtenus à partir de l'hamiltonien de l'équation (4.28) avec  $|j\rangle = |\{g, e, f\}\rangle$  sont légèrement différentes pour les quatre orientations. Finalement, la figure 4.2 b) présente la fréquence  $\omega_{j,j'}^{(n)}/2\pi$  des trois transitions de spins des centres NV en fonction du champ magnétique  $B_0$ .

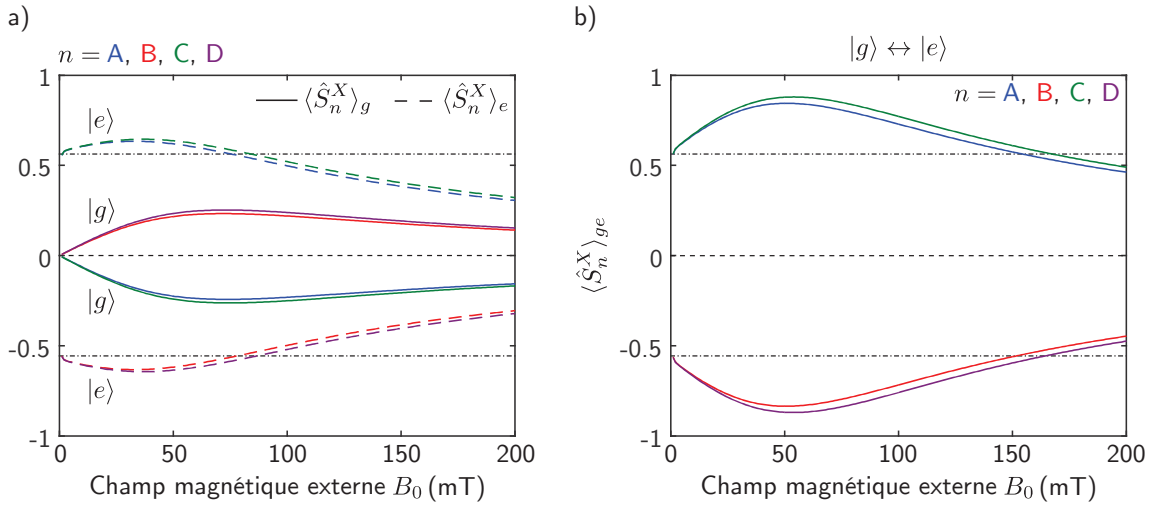
### Valeur moyenne de l'opérateur de spin

La figure 4.3 a) présente la composante perpendiculaire de l'opérateur de spin  $\hat{S}_n$  d'un centre NV avec une orientation  $n = \{A, B, C, D\}$  dans l'état fondamental  $|g\rangle$  et l'état excité  $|e\rangle$ , soit  $\langle \hat{S}_n^X \rangle_g$  et  $\langle \hat{S}_n^X \rangle_e$  respectivement<sup>2</sup>. La présence de la séparation à champs nuls pour les centres NV permet d'obtenir un angle effectif entre l'opérateur de spin  $\hat{S}_n$  et l'axe  $X$  significatif même pour une composante perpendiculaire du champ magnétique externe nulle. À champ magnétique nul,  $\langle \hat{S}_n^X \rangle_g = 0$  pour toutes les orientations puisque l'état fondamental  $|g\rangle$  correspond à l'état de spin  $|m_s = 0\rangle$ . De plus, l'état excité  $|e\rangle$  correspond à l'état de spin  $|m_s = -1\rangle$  et la projection sur l'axe  $X$  donne ainsi  $\langle \hat{S}_n^X \rangle_e = \pm 1/\sqrt{3}$ . En augmentant l'amplitude  $B_0$  du champ magnétique externe, les états propres  $|j\rangle = |\{g, e, f\}\rangle$  ne correspondent plus aux états de spins  $|m_s = \{0, \pm 1\}\rangle$ . Notamment, pour un champ magnétique supérieur à environ 100 mT, les valeurs de  $\langle \hat{S}_n^X \rangle_g$  diminuent puisque l'opérateur de spin  $\hat{S}_n$  s'oriente selon l'axe du champ magnétique externe.

La figure 4.3 b) présente la différence  $\langle \hat{S}_n^X \rangle_{ge} \equiv \langle \hat{S}_n^X \rangle_e - \langle \hat{S}_n^X \rangle_g$  en fonction du champ magnétique externe  $B_0$ . Selon l'expression du coefficient de couplage longitudinal de l'équation (4.25), cette quantité est directement proportionnelle au changement de la fréquence du résonateur à la suite de l'excitation de la transition  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  de l'ensemble de spins à partir de l'état fondamental  $|g\rangle$ . Ainsi, dans cette configuration, le décalage de la fréquence du résonateur provenant de son couplage longitudinal avec les centres NV possède un signe différent selon l'orientation du centre NV, fournissant ainsi une information vectorielle. Ceci est drastiquement différent de la situation pour le décalage de la fréquence du résonateur causée par son couplage transverse dans le régime dispersif. En effet, selon l'équation (4.10), dans ce cas, le signe du décalage dépend seulement du signe du désaccord  $\Delta_{j,r}$ .

---

2. On remplace ici l'indice du spin  $i$  par l'identification de l'orientation  $n = \{A, B, C, D\}$ .



**FIGURE 4.3 – Composante perpendiculaire de la valeur moyenne de l'opérateur de spin.**

a) Composante perpendiculaire de la valeur moyenne de l'opérateur de spin d'un centre NV dans l'état fondamental  $|g\rangle$  et l'état excité  $|e\rangle$ , soit  $\langle \hat{S}_n^X \rangle_g$  (lignes pleines) et  $\langle \hat{S}_n^X \rangle_e$  (lignes pointillées) respectivement, en fonction de l'amplitude  $B_0$  du champ magnétique externe pour les orientations  $n = \{A, B, C, D\}$ . b) Différences  $\langle \hat{S}_n^X \rangle_{ge} \equiv \langle \hat{S}_n^X \rangle_e - \langle \hat{S}_n^X \rangle_g$  en fonction de l'amplitude  $B_0$  du champ magnétique externe. Pour ces figures, les lignes horizontales pointillées et en trait mixte indiquent respectivement 0 et  $\pm 1/\sqrt{3}$ . De plus,  $\theta_0 = 0.5^\circ$ ,  $\varphi_0 = -1.5^\circ$ ,  $D/2\pi = 2.87$  GHz et  $E/2\pi = 4.7$  MHz.

## 4.2 Aspects expérimentaux

### 4.2.1 Description du dispositif

Le résonateur utilisé dans l'expérience est fabriqué à partir d'un film mince de niobium d'épaisseur  $d = 18$  nm sur un substrat de GaAs non dopé (chapitre 3). Les largeurs du conducteur central  $w$  et de l'espace avec les mises à la terre  $s$  sont nominalement  $10 \mu\text{m}$  et  $6.8 \mu\text{m}$  respectivement, correspondant à une impédance caractéristique  $Z = 93 \Omega$  tenant compte de l'inductance cinétique. À partir de la longueur  $\ell_r = 6$  mm et de la fréquence du résonateur  $\omega_r/2\pi = 5.129$  GHz extrapolée à température nulle, la longueur de pénétration  $\lambda = 122$  nm et le rapport  $\alpha = 0.71$  entre l'inductance cinétique et l'inductance totale sont déterminés. Les ports d'entrée et de sortie du résonateur sont couplés de façon capacitive aux guides d'ondes coplanaires avec un coefficient de couplage symétrique  $\kappa_r^{\text{in,out}}/2\pi \approx 0.21$  MHz. De plus, les pertes internes du résonateur de  $\kappa_r^{\text{int}}/2\pi \approx 0.43$  MHz à champ magnétique nul sont limitées par le substrat de GaAs, ce qui résulte en une largeur de raie totale  $\kappa_r/2\pi = (\kappa_r^{\text{in}} + \kappa_r^{\text{out}} + \kappa_r^{\text{int}})/2\pi \approx 0.86$  MHz.

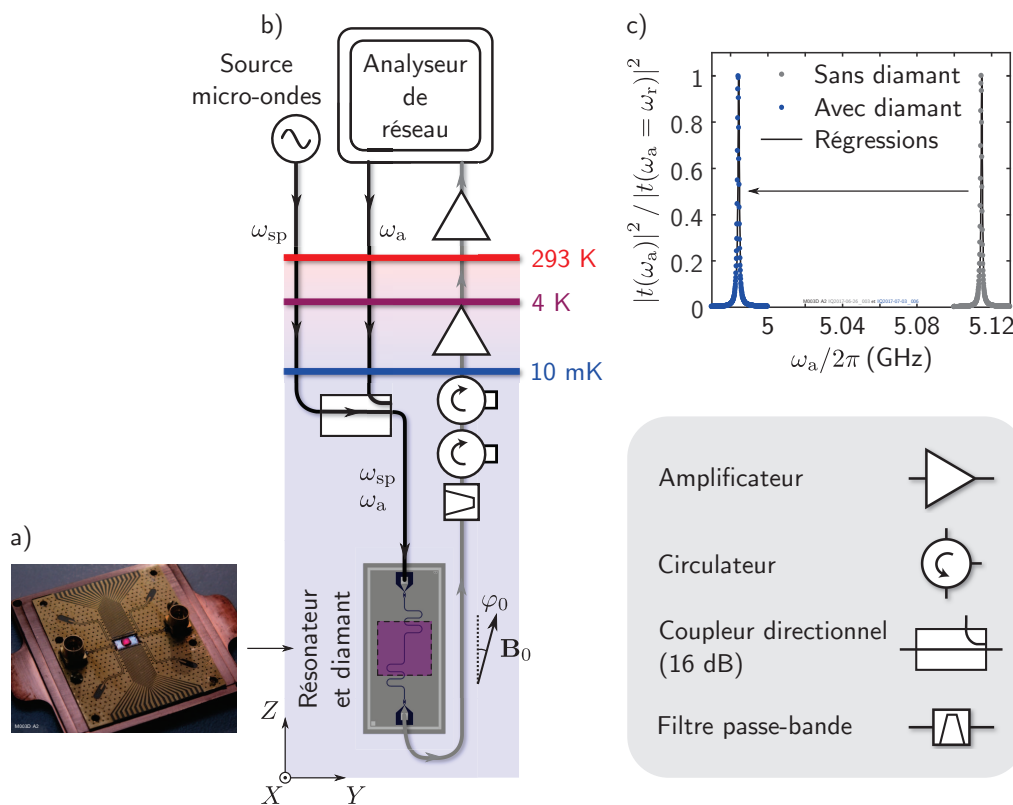
La haute concentration de centres NV dans le diamant est obtenue en implantant un diamant cru par dépôt chimique en phase vapeur et contenant initialement moins de 1 ppm d'impuretés d'azote et une densité de centres NV  $\rho \approx 2 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$  [195]. À la suite d'une implantation aux protons à une énergie de 10 MeV et une dose de  $4 \times 10^{16} \text{ ions/cm}^2$ , un recuit thermique du diamant à  $800^\circ\text{C}$  pendant deux heures et  $1000^\circ\text{C}$  pendant deux heures sous une atmosphère d'argon est effectué. Ce recuit permet aux lacunes de migrer vers les impuretés d'azote et ainsi former des centres NV additionnels. À partir de mesures en photoluminescence, l'implantation et le recuit thermique permettent d'augmenter la densité de centres NV par un facteur d'environ  $10^3$ , soit  $\rho \approx 2 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ .

Finalement, comme l'illustre la figure 4.4 a), le diamant est fixé à la surface du résonateur avec de la graisse pour travaux sous vide. Le diamant est placé au centre du résonateur pour maximiser le couplage transverse entre les centres NV et le résonateur. En effet, la composante magnétique du mode fondamental du résonateur possède un ventre au centre du résonateur. Comme l'illustre la figure 4.4 c), la présence du diamant et de la graisse diminue la fréquence du résonateur de  $\omega_r/2\pi \approx 5.115 \text{ GHz}$  à  $4.984 \text{ GHz}$ . Cette diminution de la fréquence du résonateur s'explique par une augmentation de la constante diélectrique effective  $\epsilon_{\text{eff}}$ . De plus, les pertes internes augmentent de  $\kappa_r/2\pi = 0.86 \text{ MHz}$  à  $0.97 \text{ MHz}$ , soit une augmentation des pertes internes d'environ 25%.

## 4.2.2 Montage expérimental

Le résonateur est fixé à un réfrigérateur à dilution avec une température de base d'environ  $T = 10 \text{ mK}$ . La figure 4.4 b) présente un schéma simplifié du montage expérimental utilisé pour les mesures présentées à la prochaine section. Un analyseur de réseau est utilisé pour mesurer le coefficient de transmission  $t(\omega_a)$  à la fréquence angulaire de sonde  $\omega_a$  et avec une puissance  $P_a$ . Une excitation de spectroscopie de fréquence angulaire  $\omega_{\text{sp}}$  et d'une puissance  $P_{\text{sp}}$  provenant d'une source micro-ondes est combinée à l'excitation de sonde à l'étage de la chambre de mélange du réfrigérateur à dilution à l'aide d'un coupleur directionnel. L'atténuation des excitations de sonde et de spectroscopie entre les sources micro-ondes et le port d'entrée du résonateur sont estimées respectivement à environ 97 dB et 21 dB pour une fréquence de 5 GHz. Un amplificateur cryogénique et à température de la pièce sont utilisés pour amplifier le signal de sonde par environ 80 dB.





**FIGURE 4.4 – Montage expérimental.**

a) Photo du diamant placé à la surface du résonateur supraconducteur en niobium. La photoluminescence rouge des centres NV sous une excitation optique à l'aide d'un laser vert est également montrée. b) Schéma simplifié du montage expérimental du résonateur dans un réfrigérateur à dilution. Un analyseur de réseau est utilisé pour mesurer le coefficient de transmission  $t(\omega_a)$  à la fréquence angulaire de spectroscopie  $\omega_a$ . Une excitation de spectroscopie de fréquence angulaire  $\omega_{sp}$  provenant d'une source micro-ondes est combinée à l'excitation de sonde à l'étage de la chambre de mélange du réfrigérateur à dilution à l'aide d'un coupleur directionnel 16 dB. Le signal du port de sortie du résonateur est amplifié par environ 80 dB par un amplificateur cryogénique et un amplificateur à température de la pièce. Le bruit des amplificateurs est isolé du résonateur par deux circulateurs cryogéniques et un filtre passe-bande. Le champ magnétique externe  $B_0$  possède des angles  $\varphi_0$  autour de l'axe X et  $\theta_0$  autour de l'axe Y (non indiqué) par rapport à l'axe Z du résonateur. Les schémas du diamant et du résonateur sont à l'échelle et représentent la position nominale du diamant par rapport au résonateur. c) Amplitude normalisée du coefficient de transmission  $|t(\omega_a)|^2 / |t(\omega_a = \omega_r)|^2$  en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a / 2\pi$  pour le résonateur utilisé dans l'expérience en l'absence (cercles gris) et en présence (cercles bleus) du diamant. Les lignes pleines noires indiquent la régression des données.

## 4.3 Résultats expérimentaux

---

Cette section présente des résultats expérimentaux sur l'étude du couplage entre un ensemble de spins paramagnétique composé de centres NV dans le diamant et un résonateur supraconducteur à haute inductance cinétique. Une calibration du décalage de la fréquence du résonateur en fonction du champ magnétique perpendiculaire est d'abord présentée. Par la suite, l'observation du couplage transverse entre les différentes transitions de spins des centres NV et le résonateur est présentée. Finalement, des mesures spectroscopiques dans le régime dispersif offrent des indications de la présence d'un couplage longitudinal entre les spins et le résonateur.

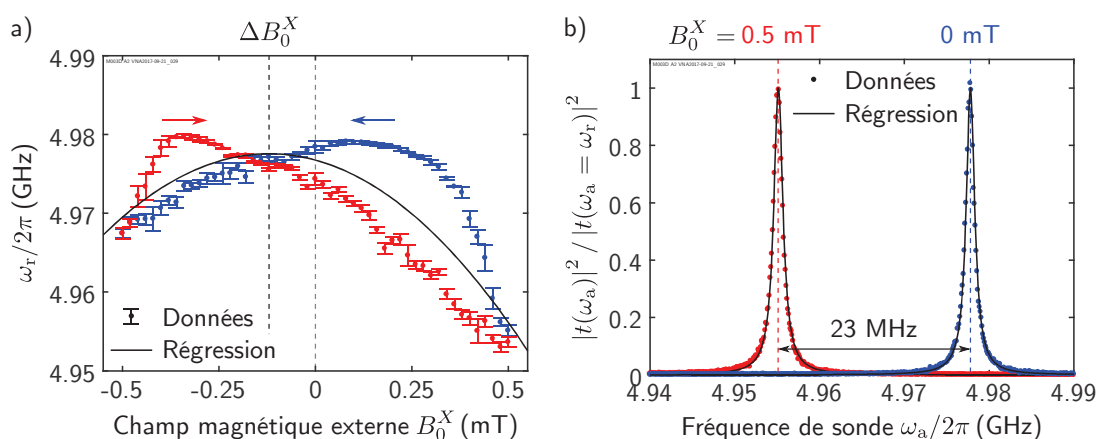
### 4.3.1 Calibration du décalage de la fréquence du résonateur

Afin de calibrer le décalage de la fréquence du résonateur en fonction du champ magnétique perpendiculaire, le résonateur est caractérisé dans un champ magnétique perpendiculaire, soit  $\mathbf{B}_0 = B_0^X \mathbf{X}$ , correspondant ainsi à  $\theta_0 = 90^\circ$ . La figure 4.5 a) présente la fréquence du résonateur  $\omega_r/2\pi$  en fonction de  $B_0^X$ . De plus, la figure 4.5 b) présente le spectre du résonateur pour  $B_0^X = 0$  et 0.5 mT. Comme discuté plus tôt, le décalage du résonateur est causé par l'effet Meissner non linéaire et la présence de vortex de Abrikosov dans le film supraconducteur de niobium [165]. En effet, la forte hystérèse de la fréquence du résonateur en fonction du champ magnétique perpendiculaire à la figure 4.5 a) indique la présence de vortex dans le résonateur. À la figure 4.5 b), le décalage de la fréquence du résonateur atteint environ 23 MHz pour un champ magnétique perpendiculaire  $B_0^X = 0.5$  mT, ce qui correspond à un décalage beaucoup plus grand que la largeur de raie  $\kappa_r/2\pi \approx 1$  MHz du résonateur.

Dans cette configuration, où le plan du résonateur est perpendiculaire au champ magnétique créé par la bobine supraconductrice du réfrigérateur à dilution, la fréquence du résonateur est sensible aux fluctuations du champ magnétique de l'environnement. En effet, les barres d'erreurs à la figure 4.5 a) sont proportionnelles à l'écart type de la fréquence du résonateur obtenus par 500 mesures consécutives du spectre du résonateur avec une résolution temporelle d'environ 1 s. Comme il est attendu, les fluctuations de la fréquence du résonateur sont plus grandes lorsque la pente  $\beta(B_0^X)$  de  $\omega_r(B_0^X)$  est plus élevée<sup>3</sup>. Ceci

---

3. Des mesures subséquentes indiquent qu'une partie importante des fluctuations observées proviennent de fluctuations du courant de la source d'alimentation de la bobine supraconductrice.



**FIGURE 4.5 – Calibration du décalage de la fréquence du résonateur.**

a) Fréquence du résonateur  $\omega_r/2\pi$  en fonction du champ magnétique perpendiculaire  $B_0^X$ . Comme l'indique les flèches, les données obtenues en diminuant et en augmentant le champ magnétique sont respectivement indiquées par des cercles bleus et rouges. Les barres d'erreurs correspondent à deux écarts types de la fréquence du résonateur mesurée à un champ magnétique fixe 500 fois avec une résolution temporelle d'environ 1 s. La ligne noire pleine indique la régression des données à l'équation (4.13) en ajoutant un décalage du zéro du champ magnétique perpendiculaire de  $\Delta B_0^X = -0.12$  mT (ligne verticale noire pointillée). b) Amplitude normalisée du coefficient de transmission  $|t(\omega_a)|^2 / |t(\omega_a = \omega_r)|^2$  en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$  pour un champ magnétique perpendiculaire  $B_0^X = 0$  (cercles bleus) et 0.5 mT (cercles rouges). Les lignes noires pleines indiquent la régression des spectres. Il est intéressant de noter que dans cette configuration du champ magnétique externe, la largeur de raie du résonateur est augmentée par les fluctuations du champ magnétique de l'environnement durant la durée de la mesure du spectre d'environ 1 s.

est une indication supplémentaire que le résonateur supraconducteur à haute inductance cinétique est hautement sensible au champ magnétique perpendiculaire.

Les données de la fréquence du résonateur en fonction du champ magnétique perpendiculaire de la figure 4.5 a) sont ajustées à l'équation (4.13) afin de déterminer le champ magnétique caractéristique  $B_m$ . L'impact de la présence des vortex sur la régression de  $\omega_r(B_0^X)$  est limité en ajustant les données sur un aller-retour en champ magnétique. Le champ magnétique caractéristique est ainsi déterminé à

$$B_m = 7.9 \pm 0.8 \text{ mT}. \quad (4.30)$$

Cette valeur est inférieure à la valeur d'environ 14 mT déterminée au chapitre 3 pour un résonateur avec une épaisseur  $d = 23$  nm. Selon les équations (4.15) et (4.14), un décalage  $\Delta\omega_r/2\pi = 0.9$  kHz est ainsi attendu pour un changement  $\Delta B^X = 1 \mu\text{T}$  du champ magnétique perpendiculaire pour  $B_0^X = 1$  mT et les paramètres déterminés pour ce résonateur. Sachant qu'il est possible d'estimer la fréquence du résonateur avec une précision de 1 kHz en  $\sim 1.3$  s pour une puissance de sonde  $P_a = -87$  dBm  $\approx 2$  pW, la sensibilité du résonateur au champ magnétique perpendiculaire est d'environ  $13 \text{ nT}/\sqrt{\text{Hz}}$  pour  $B_0^X = 1$  mT. Cette estimation est très grossière et une étude beaucoup plus approfondie est nécessaire afin d'estimer correctement la sensibilité. Malgré que celle-ci est très loin de l'état de l'art pour la magnétométrie [196], l'attrait de l'étude du couplage longitudinal entre un système de spins et un résonateur va bien au-delà d'une haute sensibilité pour la magnétométrie.

### 4.3.2 Couplage transverse entre les centres NV et le résonateur

Le couplage transverse collectif entre l'ensemble de spins paramagnétique composé de centres NV et le résonateur est sondé par la mesure du spectre du résonateur en fonction du champ magnétique externe  $B_0$ . En effet, lorsque qu'une transition de spins  $|j\rangle \leftrightarrow |j'\rangle$  (de fréquence angulaire  $\omega_{j,j'}^{(n)}$  pour les centres NV avec l'orientation  $n = \{A, B, C, D\}$ ) est en résonance avec le résonateur (de fréquence angulaire  $\omega_r$ ), le couplage transverse mène à une hybridation entre les excitations collectives des centres NV et le résonateur [32, 33]. Les résultats de cette sous-section sont obtenus pour un champ magnétique externe principalement selon l'axe  $Z$  avec un angle  $\theta_0$  autour de l'axe  $Y$  et un angle  $\varphi_0$  autour de l'axe  $X$  (figure 4.2 a).

Les figures 4.6 a) et b) présentent les mesures du spectre du résonateur en fonction du champ magnétique  $B_0$  près de la résonance avec la transition de spins  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  et  $|g\rangle \leftrightarrow$

$|f\rangle$ , respectivement. Malgré que les résonances soient clairement visibles, un croisement évité n'est pas observé puisque les coefficients de couplage transverse collectif  $g_{x,j,j'}^{(n)}$  sont inférieurs à la largeur de raie des transitions de spins  $\gamma_{j,j'}^{(n)}$  augmentée par un élargissement inhomogène. Ainsi, le système est dans le régime de couplage faible et dans la limite où la largeur de raie des spins est beaucoup plus élevée que la largeur de raie du résonateur. Comme l'illustre les figures 4.6 c) et d), dans ce régime, l'hybridation entre le système de spins et le résonateur augmente la largeur de raie du résonateur. Ce régime permet ainsi d'effectuer la résonance paramagnétique électronique continue à très faible puissance [64].

### Régression

Comme le montre la figure 4.6 a), la présence des angles  $\theta_0$  et  $\varphi_0$  permet de spectralement distinguer les transitions de spins  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  pour les quatre orientations  $n = \{A, B, C, D\}$ . Une analyse détaillée des données pour ces transitions de spins est ainsi effectuée. Le coefficient de transmission du résonateur en présence d'une interaction transverse avec les transitions  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  pour les quatre orientations  $n$  est décrit par [90]

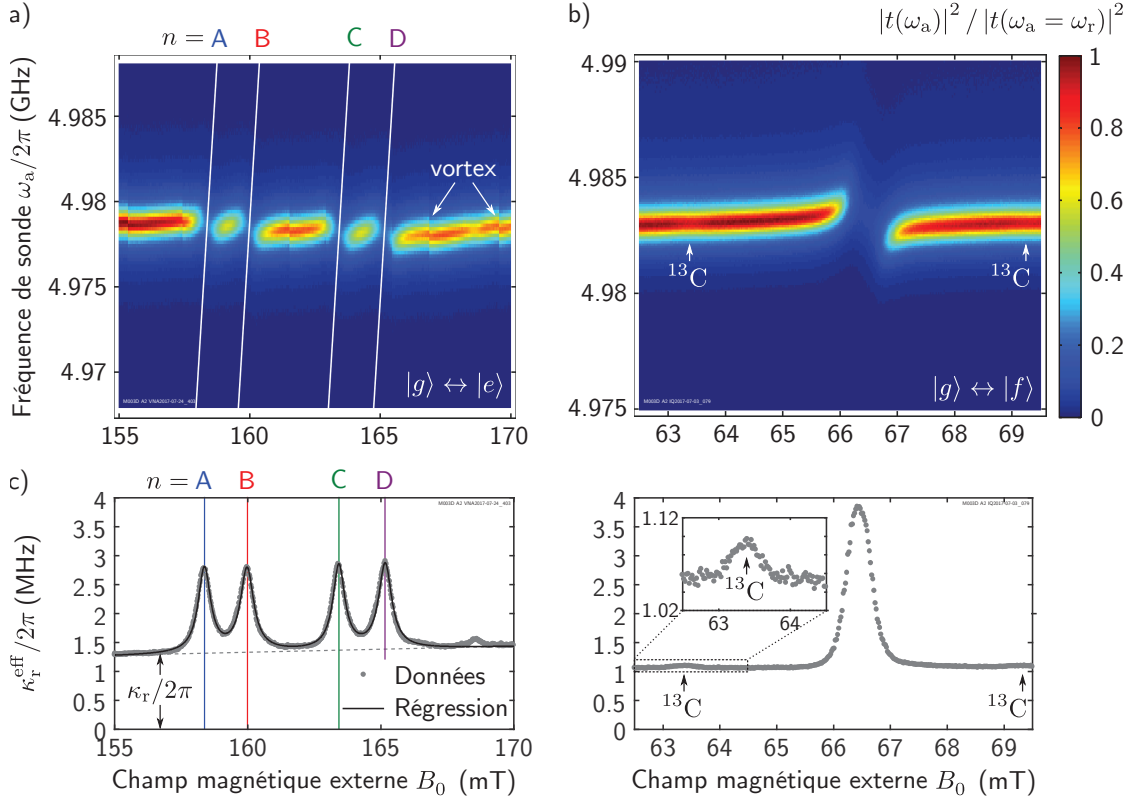
$$t(\omega_a) = \frac{\sqrt{\kappa_r^{\text{in}} \kappa_r^{\text{out}}}}{i(\omega_a - \omega_r) - \kappa_r/2 + \sum_{n=A}^D \frac{|g_{x,ge}^{(n)}|^2}{i(\omega_a - \omega_{ge}^{(n)}) - \gamma_{ge}^{(n)}/2}}, \quad (4.31)$$

Cette expression est valide dans les régimes de couplage fort et faible et peut ainsi être utilisée afin de déterminer les coefficients de couplage  $g_{x,ge}^{(n)}$  et les largeurs de raie  $\gamma_{ge}^{(n)}$ . Par contre, puisque la fréquence du résonateur varie en fonction du champ magnétique externe, et ce, même en l'absence de l'interaction avec les centres NV, il est difficile d'effectuer une régression des données de la figure 4.6 a) à l'équation (4.31). De façon alternative, il est possible de définir une largeur de raie effective  $\kappa_r^{\text{eff}}$  obtenue en remplaçant  $\omega_a$  par  $\omega_r$  à l'équation (4.31), soit [64]

$$\kappa_r^{\text{eff}} = \kappa_r + \sum_{n=A}^D \gamma_{ge}^{(n)} \left( \frac{|g_{x,ge}^{(n)}|^2}{i(\omega_r - \omega_{ge}^{(n)}) - \gamma_{ge}^{(n)}/2} \right). \quad (4.32)$$

Cette expression n'est valide que dans la limite du couplage faible et dans la limite où  $\gamma_{ge}^{(n)} \gg \kappa_r$ . La figure 4.6 c) présente la régression des données de la largeur de raie effective  $\kappa_r^{\text{eff}}$  du résonateur en fonction du champ magnétique externe  $B_0$ .

Le tableau 4.1 présente les valeurs des différents paramètres extraits de la régression



**FIGURE 4.6 – Couplage transverse entre les transitions de spins et le résonateur.**

Amplitude normalisée du coefficient de transmission  $|t(\omega_a)|^2 / |t(\omega_a = \omega_r)|^2$  en fonction de la fréquence de sonde  $\omega_a/2\pi$  et du champ magnétique  $B_0$  près de la résonance entre le résonateur et la transition de spins a)  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  et b)  $|g\rangle \leftrightarrow |f\rangle$ . Les sauts abrupts de la fréquence du résonateur correspondent à la pénétration de vortex dans le résonateur. Largeur de raie effective  $\kappa_r^{\text{eff}}/2\pi$  du résonateur en fonction du champ magnétique  $B_0$  près de la résonance entre le résonateur et la transition de spins c)  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  et d)  $|g\rangle \leftrightarrow |f\rangle$ . En c), la ligne pleine indique la régression des données à l'équation (4.32) en considérant une largeur de raie du résonateur  $\kappa_r$  augmentant linéairement avec  $B_0$  (ligne grise pointillée). En d), l'encart présente un agrandissement des données près du croisement entre le résonateur et la transition de spins  $|g\rangle \leftrightarrow |f\rangle$  des centres NV en interaction hyperfine avec le spin nucléaire d'atomes de  $^{13}\text{C}$ . En a) et c), les lignes pleines indiquent les fréquences  $\omega_{ge}^{(n)}/2\pi$  de la transition de spins  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  pour un centre NV d'orientation  $n$  obtenues numériquement à partir de l'hamiltonien de l'équation (4.28) pour les paramètres suivants :  $D/2\pi = 2.87$  GHz,  $E/2\pi = 4.7$  MHz,  $\Delta B_0 = 1.71$  mT,  $\theta_0 = 0.48^\circ$  et  $\varphi_0 = -1.46^\circ$ . Pour ce choix de signes des angles, les orientations  $n = \{A, B, C, D\}$  correspondent respectivement aux orientations cristallines  $[1\bar{1}\bar{1}]$ ,  $[1\bar{1}1]$ ,  $[\bar{1}11]$  et  $[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$ .

$n$	$\omega_{ge}^{(n)}/2\pi$ (GHz)	$B_{0,ge}^{(n)}$ (mT)	$B_{0,ge}^{(n)}$ (mT)	$\gamma_{ge}^{(n)}/2\pi$ (MHz)	$g_{x,ge}^{(n)}/2\pi$ (MHz)	$C_{ge}^{(n)}$
		Expérience	Régression			
A	4.97867	$158.370 \pm 0.002$	158.375	$14.2 \pm 0.3$	$2.27 \pm 0.02$	0.27
B	4.97856	$159.972 \pm 0.002$	159.992	$15.1 \pm 0.3$	$2.32 \pm 0.02$	0.26
C	4.97823	$163.422 \pm 0.002$	163.425	$13.6 \pm 0.3$	$2.22 \pm 0.02$	0.27
D	4.97823	$165.162 \pm 0.002$	165.157	$14.8 \pm 0.3$	$2.32 \pm 0.02$	0.27

**TABLE 4.1 – Paramètres extraits de la régression des croisements.**

Fréquence de la transition  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  des centres NV avec une orientation  $n = \{A, B, C, D\}$  à un champ magnétique externe  $B_{0,ge}^{(n)}$  déterminés expérimentalement et par une régression. Les valeurs de la largeur de raie  $\gamma_{ge}^{(n)}/2\pi$ , du coefficient de couplage  $g_{x,ge}^{(n)}/2\pi$  et de la coopérativité  $C_{ge}^{(n)}$  déterminées par la régression des données présentées à la figure 4.6 c) à l'équation (4.32) sont également présentées.

présentée à la figure 4.6 b). Les coefficients  $g_{x,ge}^{(n)}/2\pi$  du couplage transverse pour les différentes orientations varient entre 2.22 et 2.32 MHz. Selon l'équation (1.15), la différence entre les coefficients de couplage pour les différentes orientations peut s'expliquer par une différence de l'orientation du champ magnétique micro-ondes  $B_1$  par rapport à l'opérateur de spin  $\hat{S}_n$  pour les centres NV d'orientation  $n$ . Une modélisation du champ magnétique micro-ondes anisotrope  $B_1(\mathbf{r})$  permet d'estimer la densité  $\rho$  de centres NV dans le diamant à partir des coefficients de couplage et de l'équation (1.25) [32]. Cette analyse n'a par contre pas été effectuée.

Les largeurs de raie  $\gamma_{ge}^{(n)}/2\pi$  varient entre 13.6 et 15.1 MHz pour les différentes orientations des centres NV. L'interaction transverse entre la transition de spins  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  des centres NV et le résonateur est ainsi dans le régime de couplage faible, avec

$$|g_{x,ge}^{(n)}| < \text{Max} [\kappa_r, \gamma_{ge}^{(n)}]. \quad (4.33)$$

De plus, la coopérativité  $C_{ge}^{(n)}$ , donnée par

$$C_{ge}^{(n)} = \frac{|g_{x,ge}^{(n)}|^2}{\kappa_r \gamma_{ge}^{(n)}}, \quad (4.34)$$

n'atteint qu'environ 0.27 [32, 33]. Ainsi, le système hybride est aussi dans le régime de faible coopérativité défini par  $C_{ge}^{(n)} \ll 1$ .

Finalement, malgré la présence des angles  $\theta_0$  et  $\varphi_0$ , les différentes orientations  $n$  des centres NV ne sont pas résolues pour la transition  $|g\rangle \leftrightarrow |f\rangle$  (figure 4.6 c). Il est ainsi difficile d'extraire les coefficients de couplage et les largeurs de raie pour cette transition. La figure 4.6 d) montre qu'il est tout de même possible de détecter la présence de centres NV en interaction hyperfine avec le spin nucléaire d'un atome de  $^{13}\text{C}$  avec une abondance naturelle d'environ 1% [197, 198, 199]. Avec un spin nucléaire  $I = 1/2$ , deux résonances satellites sont ainsi présentes, correspondant aux états de spin nucléaires  $|m_I = \pm 1/2\rangle$ . En effet, puisque les spins nucléaires ne sont pas polarisés, et ce, même à une température  $T = 10$  mK, les deux états sont approximativement équiprobables. La constante hyperfine  $A/2\pi = 130$  MHz est déterminée à partir de la séparation en champ magnétique entre la résonance principale et les résonances satellites et la fréquence angulaire  $\omega_{gf}^{(n)}(B_0)$  obtenue à partir de l'hamiltonien de l'équation (4.28). Cette valeur est en excellent accord avec la valeur de  $A/2\pi = 130$  MHz des références [65, 199].

### Détermination des angles

Les valeurs des champs magnétiques  $B_{0,ge}^{(n)}$  pour lesquels les transitions de spins  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  sont en résonance avec le résonateur sont utilisées pour déterminer les différents paramètres de l'hamiltonien des centres NV de l'équation (4.28). Ces valeurs de  $B_{0,ge}^{(n)}$  sont présentées au tableau 4.1. Explicitement, les paramètres de la régression sont la séparation à champs nuls  $D/2\pi$ , la séparation causée par les déformations  $E/2\pi$ , le décalage du champ magnétique  $\Delta B_0$  et les angles  $\theta_0$  et  $\varphi_0$  (figure 4.2 a). La régression est effectuée en minimisant la somme des carrés des différences entre les valeurs obtenues expérimentalement et celles obtenus à partir de la résolution numérique de l'hamiltonien de l'équation (4.28). Il est alors possible de voir qu'il est difficile de déterminer indépendamment les paramètres  $D/2\pi$ ,  $E/2\pi$  et  $\Delta B_0$ . En fixant les valeurs de  $D/2\pi$  et  $E/2\pi$  à des valeurs raisonnables de 2.87 GHz et 4.7 MHz respectivement, un décalage du champ magnétique  $\Delta B_0 = 1.71$  mT est déterminé [32]. Ce décalage du champ magnétique est probablement causé par la présence de vortex dans le résonateur supraconducteur qui affecte les centres NV [200].

Puisque les angles  $\theta_0$  et  $\varphi_0$  déterminent la séparation en champ magnétique entre les différentes transitions, ceux-ci dépendent très faiblement du choix des paramètres  $D/2\pi$ ,  $E/2\pi$  et  $\Delta B_0$ . Il est alors possible de déterminer  $\theta_0 = \pm 0.48^\circ$  et  $\varphi_0 = \pm 1.46^\circ$ . En effet, le signe des deux angles n'est pas déterminé par la régression de ces données. Ainsi, quatre des  $4! = 24$  permutations de la correspondance entre les orientations  $n$  et les axes cristallins sont équivalentes. Par exemple, pour  $\theta_0 = 0.48^\circ$  et  $\varphi_0 = -1.46^\circ$ , les orientations  $n = \{A, B, C, D\}$  correspondent respectivement aux orientations cristallines  $[11\bar{1}]$ ,  $[\bar{1}\bar{1}1]$ ,  $[\bar{1}11]$



et  $[\overline{111}]$ . Finalement, le tableau 4.1 présente les valeurs de  $B_{0,ge}^{(n)}$  obtenues pour ces paramètres. L'erreur relative entre les valeurs déterminées expérimentalement et la régression est de l'ordre de 100 ppm.

### 4.3.3 Spectroscopie de transitions de spins

Cette sous-section explore le régime dispersif de l'interaction transverse entre les différentes transitions de spins des centres NV et le résonateur. Comme il est discuté plus tôt, dans ce régime, l'échange de quanta d'excitations entre les spins et le résonateur est supprimée par la présence d'un désaccord  $|\Delta_{j,r}|$  beaucoup plus grand que le coefficient de couplage collectif  $g_{x,j,j'}$ . De plus, ce régime permet d'observer un potentiel couplage longitudinal entre les spins et le résonateur.

#### Principe de la mesure

L'interaction transverse entre les spins et le résonateur est utilisée afin de piloter une transition de spins  $|g\rangle \leftrightarrow |e(f)\rangle$  à l'aide d'une excitation de spectroscopie de fréquence angulaire  $\omega_{\text{sp}}$  et de puissance  $P_{\text{sp}}$ . Comme l'illustre la figure 4.4 b), cette excitation est envoyée au port d'entrée du résonateur. Lorsque la fréquence angulaire  $\omega_{\text{sp}}$  est près de la fréquence de la transition de spins  $|g\rangle \leftrightarrow |e(f)\rangle$  de fréquence angulaire  $\omega_{ge(f)}^{(n)}$ , soit  $|\omega_{ge(f)}^{(n)} - \omega_{\text{sp}}| \ll \gamma_{ge(f)}^{(n)}$ , la population de l'état excité  $|e(f)\rangle$  des centres NV avec une orientation  $n$  est modifiée.

La possibilité d'effectuer la spectroscopie des transitions de spins avec un résonateur supraconducteur est ainsi explorée en préparant une population finie d'un des états excités de spins  $|e(f)\rangle$  des centres NV à l'aide d'une excitation de spectroscopie  $\omega_{\text{sp}}$  résonante avec la transition de spins  $|g\rangle \leftrightarrow |e(f)\rangle$ . Comme l'illustre la figure 4.7, au temps  $t = 0$ , la fréquence angulaire de l'excitation de spectroscopie est modifiée à une valeur  $\omega_{\text{sp}}^0$  choisie de façon à ne pas être en résonance avec le résonateur et les différentes transitions de spins. Cette méthode de mesure est utilisée afin d'éliminer les effets thermiques liés à l'extinction de l'excitation de spectroscopie. Le spectre du résonateur est mesuré à l'aide de l'excitation de sonde de fréquence angulaire  $\omega_a$  et de puissance  $P_a$  en fonction du temps  $t$  afin de déterminer la dépendance temporelle  $\omega_r(t)$  de la fréquence angulaire du résonateur. Durant cette évolution libre, la population des états excités des centres NV décroît avec un temps caractéristique  $T_1$  correspondant au temps de relaxation. Dans les centres NV, le temps de relaxation peut atteindre plusieurs heures à une température  $T = 10$  mK [76].

Dans l'architecture planaire utilisée ici, l'inhomogénéité du couplage transverse entre les spins et le résonateur occasionne un effet de diffusion de spins, ce qui limite le temps de relaxation à environ  $10^2$  secondes [65, 76]. Cette échelle de temps permet tout de même d'observer la relaxation des spins *en direct*.

### Spectre de la transition de spins $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$

Le changement  $\delta\omega_r(t)$  de la fréquence angulaire du résonateur est défini par

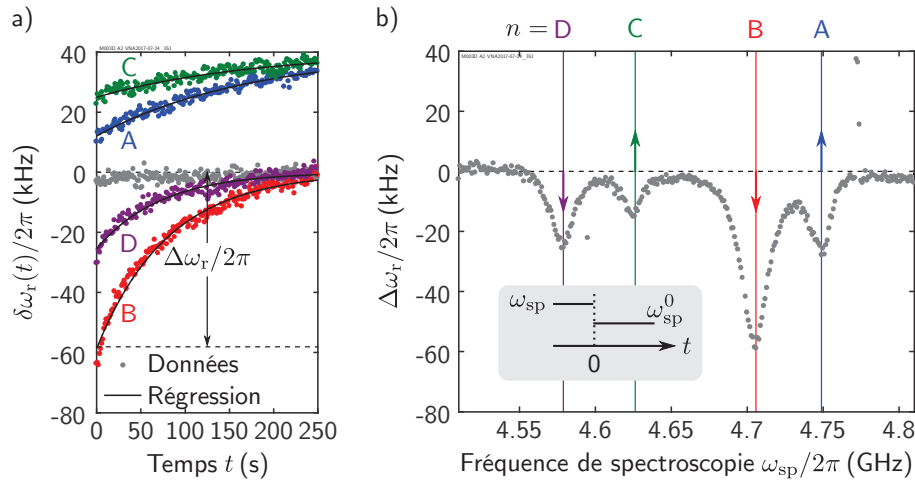
$$\delta\omega_r(t) \equiv \omega_r(t) - \omega_r^g, \quad (4.35)$$

où  $\omega_r^g$  est la fréquence du résonateur lorsque tout les spins sont dans l'état fondamental  $|g\rangle$ . La figure 4.7 a) présente la dépendance temporelle du décalage  $\delta\omega_r(t)$  mesurée pendant environ 250 s avec une résolution temporelle de  $\sim 1.25$  s pour les transitions de spins  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  correspondant aux quatre orientations  $n$  des centres NV. Le décalage de la fréquence du résonateur est ajusté à une décroissance exponentielle décrite par

$$\delta\omega_r(t) = \Delta\omega_r e^{-t/T_1}, \quad (4.36)$$

afin de déterminer le temps de relaxation  $T_1$  et l'amplitude  $\Delta\omega_r$  du changement de la fréquence angulaire du résonateur. Par exemple, à la figure 4.7 a), un temps de relaxation  $T_1 = 80 \pm 5$  s et une amplitude  $\Delta\omega_r/2\pi = -59 \pm 1$  kHz sont déterminés pour une excitation de spectroscopie en résonance avec la transition de spins  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  de l'orientation  $n = B$ . Le tableau 4.2 présentent les valeurs des paramètres déterminées pour les différentes orientations. À titre de comparaison, le signal mesuré lorsque l'excitation de spectroscopie n'est pas résonante avec une transition de spins est également présenté à la figure 4.7 a). Il est important de noter qu'une trace temporelle est obtenue à partir d'une seule mesure et n'est pas une reconstitution de plusieurs répétitions pour différents temps d'évolution libre  $t$ . En effet, la moyenne sur plusieurs répétitions est fournit par le fait que plusieurs centres NV sont mesurés simultanément. De plus, si la lecture est non destructive, le temps de relaxation observé n'est pas perturbé par la mesure [65].

La figure 4.7 b) présente l'amplitude  $\Delta\omega_r$  du changement de la fréquence angulaire du résonateur en fonction de la fréquence  $\omega_{sp}$  de l'excitation de spectroscopie près des transitions de spins  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  des centres NV à un champ magnétique externe  $B_0 = 150$  mT. Une première observation porte sur l'obtention d'un signal de base très près de zéro.



**FIGURE 4.7 – Spectre de la transition de spin  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ .**

a) Changement  $\delta\omega_r(t)/2\pi$  de la fréquence du résonateur en fonction du temps  $t$  pour une excitation de spectroscopie résonante avec la transitions de spins  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  des centres NV avec l'orientation  $n = A$  (cercles bleus),  $B$  (cercles rouges),  $C$  (cercles verts),  $D$  (cercles mauves) et pour  $\omega_{sp} = \omega_{sp}^0$  (cercles gris). Les lignes pleines indiquent la régression des données à l'équation (4.36). Par souci de clarté, les données pour les orientations  $A$  et  $C$  sont décalées verticalement par 40 kHz. L'amplitude  $\Delta\omega_r/2\pi$  du décalage est indiqué pour l'orientation  $B$ . b) Amplitude  $\Delta\omega_r$  du changement de la fréquence du résonateur en fonction de la fréquence  $\omega_{sp}/2\pi$  de l'excitation de spectroscopie près des transitions de spins  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  des centres NV. Les lignes verticales indiquent les fréquences des différentes transitions de spins. Les flèches représentent la polarité attendue du changement de la fréquence du résonateur résultant du couplage longitudinal entre les centres NV et le résonateur (figure 4.3 b). L'encart présente schématiquement la séquence de fréquences angulaires de spectroscopie utilisée pour ces mesures. Pour ces figures, le champ magnétique est fixé à  $B_0 = 150$  mT et les puissances de sonde et de spectroscopie sont respectivement  $P_a = -87$  dBm et  $P_{sp} = -31$  dBm. La fréquence de spectroscopie de référence est fixée à  $\omega_{sp}^0/2\pi = 4.51$  GHz.

$n$	$\omega_{ge}^{(n)}/2\pi$ (GHz)	$\Delta\omega_r/2\pi$ (kHz)	$T_1$ (s)
A	4.749	$-28 \pm 3$	$170 \pm 30$
B	4.705	$-59 \pm 1$	$80 \pm 5$
C	4.626	$-15 \pm 3$	$180 \pm 60$
D	4.579	$-25 \pm 1$	$72 \pm 7$

**TABLE 4.2 – Paramètres extraits de la régression des décroissances exponentielles.**

Fréquence  $\omega_{ge}^{(n)}/2\pi$ , amplitude  $\Delta\omega_r/2\pi$  et temps de relaxation  $T_1$  extraits des décroissances exponentielles  $\delta\omega_r(t)$  présentées à la figure 4.7 a) pour les transitions  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  des centres NV avec l'orientation  $n = \{A, B, C, D\}$  et un champ magnétique externe  $B_0 = 150$  mT.

En effet, durant les  $\sim 21$  heures nécessaires pour acquérir ce spectre<sup>4</sup>, la fréquence du résonateur peut varier significativement, par exemple, par la pénétration de vortex dans le film supraconducteur de niobium. L'utilisation de l'amplitude  $\Delta\omega_r$  du changement de la fréquence angulaire du résonateur permet d'éliminer la majeure partie de ces fluctuations puisque chaque mesure possède sa propre référence<sup>5</sup>.

Une deuxième observation porte sur l'augmentation non monotonique de l'amplitude  $\Delta\omega_r$  du signal lorsque le désaccord entre les transitions de spins et le résonateur est réduit de 385 MHz à 215 MHz. Cette observation contraste fortement avec l'augmentation monotonique attendue selon l'équation (4.11) pour un signal provenant purement du couplage transverse dans le régime dispersif. En effet, les coefficients  $g_{x,ge}^{(n)}$  du couplage transverse de la transition  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  pour les différentes orientations  $n$  diffèrent par moins de 5% (tableau 4.1). La différence entre les amplitudes  $\Delta\omega_r$  pour les différentes orientations peut potentiellement s'expliquer par la présence d'un couplage longitudinal entre les centres NV et le résonateur. En effet, comme l'indique la figure 4.3 b), la polarité du changement de la fréquence du résonateur, proportionnel à  $\langle \hat{S}_n^X \rangle_{ge}$ , est inversée entre les orientations (A, C) et (B, D). Ainsi, puisque les constantes reliant  $\langle \hat{S}_n^X \rangle_{ge}$  au coefficient de couplage longitudinal  $g_{z,g(e)}^{(n)}$  selon l'équation (4.25) sont positives, les amplitudes plus faibles pour les orientations (A, C) par rapport aux orientations (B, D) peut s'expliquer qualitativement par la combinaison d'une lecture dispersive et longitudinale. Ceci est une forte indication de la présence d'un couplage longitudinal entre les spins et le résonateur. Un modèle permettant

4. Le spectre est acquis avec une résolution de 1 MHz sur 300 MHz. Pour chaque valeur de  $\omega_{sp}$ , la fréquence du résonateur est mesurée pendant environ 250 s afin que les populations des états excités aient relaxés. La durée de la mesure du spectre est ainsi donnée par  $301 \times 250$  s  $\approx 21$  h.

5. Par exemple, la pénétration d'un vortex durant la mesure de  $\delta\omega_r(t)$  pour une fréquence angulaire de spectroscopie  $\omega_{sp}$  affecte le résultat pour cette valeur de  $\omega_{sp}$ , mais n'affecte pas les mesures subséquentes.

d'effectuer une régression pour vérifier quantitativement l'accord entre les données et la théorie présentée précédemment est en cours de développement.

### Effets des puissances de sonde et de spectroscopie

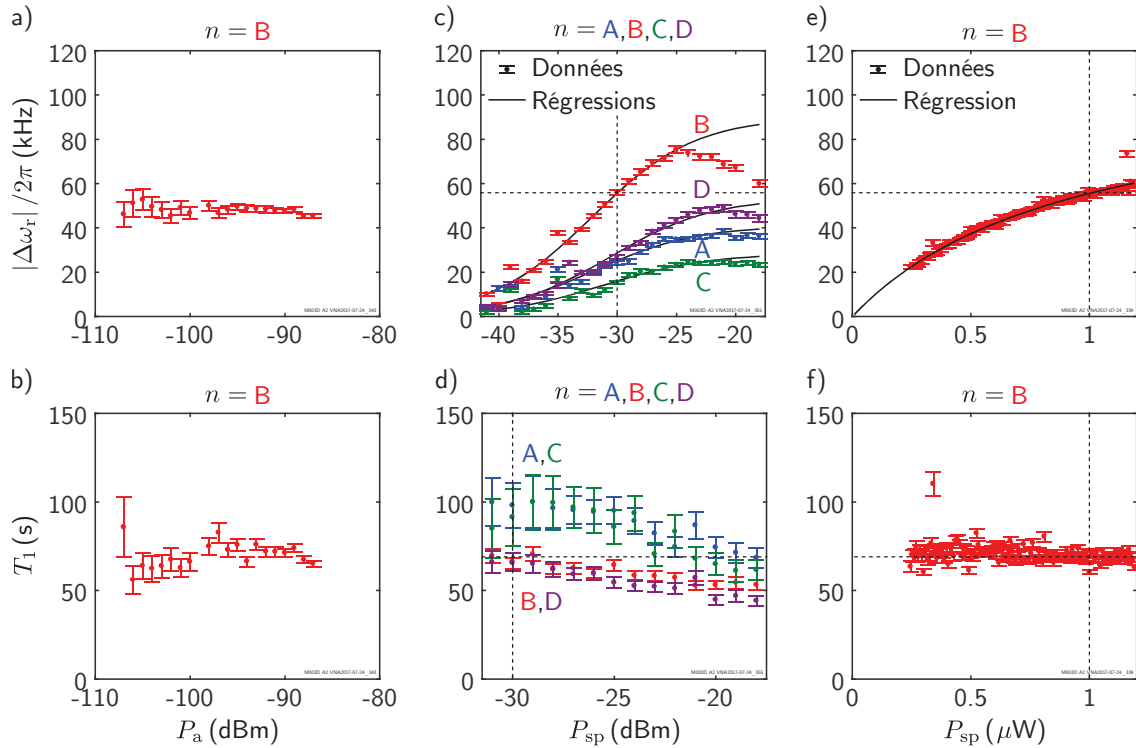
Les figures 4.8 a) et b) présentent l'amplitude  $\Delta\omega_r/2\pi$  du changement de la fréquence du résonateur et le temps de relaxation  $T_1$  en fonction de la puissance de sonde  $P_a$  entre  $-107$  dBm et  $-87$  dBm, correspondant à un nombre moyen de photons  $\bar{n}_r$  entre  $5 \times 10^2$  et  $5 \times 10^4$ , respectivement. L'amplitude  $\Delta\omega_r$  et le temps de relaxation  $T_1$  ne varient pas significativement sur cet intervalle de puissance de sonde. Cette observation est en accord avec un processus de lecture non destructive des spins [65]. La non-linéarité du résonateur limite le nombre moyen de photons de sonde à  $\bar{n}_r^{\text{crit}} \approx 10^9$  pour ce résonateur (chapitre 3).

Les figures 4.8 c) et e) présentent l'amplitude  $\Delta\omega_r/2\pi$  du changement de la fréquence du résonateur en fonction de la puissance de spectroscopie  $P_{\text{sp}}$ . Comme il est attendu, l'amplitude du signal augmente avec la puissance de spectroscopie puisque la population des spins dans l'état excité  $|e\rangle$  augmente. Les données sont ajustées à un modèle où l'amplitude  $\Delta\omega_r/2\pi$  augmente linéairement avec la puissance jusqu'à une puissance de saturation  $P_{\text{sp}}^{\text{sat}}$  qui correspond à une population de l'état excité  $|e\rangle$  des centres NV saturée à  $1/2$ . Explicitement, les données sont ajustées à

$$\Delta\omega_r(P_{\text{sp}}) = \Delta\omega_r^{\text{max}} \left( \frac{P_{\text{sp}}/P_{\text{sp}}^{\text{sat}}}{1 + (P_{\text{sp}}/P_{\text{sp}}^{\text{sat}})} \right), \quad (4.37)$$

où  $\Delta\omega_r^{\text{max}}/2\pi$  correspond à l'amplitude maximale du changement de la fréquence du résonateur pour  $P_{\text{sp}} \gg P_{\text{sp}}^{\text{sat}}$ . La puissance de saturation ne varie pas de façon significative entre les différentes orientations, indiquant qu'il est possible de comparer les amplitudes à une puissance de spectroscopie donnée. Pour une puissance de spectroscopie supérieure à  $-25$  dBm, la décroissance de l'amplitude  $\Delta\omega_r/2\pi$  est probablement due à une augmentation de la largeur de raie de la transition de spins causée par un déphasage induit par la mesure [201, 44]. Une mesure du spectre des transitions de spins en fonction de la puissance de spectroscopie est nécessaire afin de valider cette hypothèse. L'augmentation linéaire du décalage du résonateur en fonction de la puissance de spectroscopie est compatible avec une lecture des spins par l'interaction transverse dans le régime dispersif et l'interaction longitudinale. En effet, ces deux couplages sont directement proportionnels à l'opérateur de spins  $|j\rangle_i\langle j|$  (équations (4.27)).

Les figure 4.8 d) et f) présentent le temps de relaxation  $T_1$  en fonction de la puissance



**FIGURE 4.8 – Effets des puissances de sonde et de spectroscopie.**

a) Amplitude  $\Delta\omega_r/2\pi$  du changement de la fréquence du résonateur et b) temps de relaxation  $T_1$  en fonction de la puissance de sonde  $P_a$  pour les centres NV avec l'orientation  $n = B$  et une puissance de spectroscopie  $P_{sp} = -31$  dBm. c) Amplitude  $\Delta\omega_r/2\pi$  et d) temps de relaxation  $T_1$  en fonction de la puissance de spectroscopie  $P_{sp}$  pour les centres NV avec l'orientation  $n = A$  (cercles bleus), B (cercles rouges), C (cercles verts) et D (cercles mauves) et une puissance de sonde  $P_a = -87$  dBm. Il est important de noter que l'intervalle des données en d) est différent de celui en c). e) Amplitude  $\Delta\omega_r/2\pi$  et f) temps de relaxation  $T_1$  en fonction de la puissance de spectroscopie  $P_{sp}$  pour les centres NV avec l'orientation B (cercles rouges) et une puissance de sonde  $P_a = -87$  dBm. En c) et e), les lignes pleines noires indiquent la régression des données à l'équation (4.37). En c), les données pour  $P_{sp} > -25$  dBm sont exclues de la régression. En c), d), e) et f), les lignes horizontale et verticale pointillées sont des guides visuels. Pour toutes ces figures, le champ magnétique externe  $B_0 = 150$  mT.

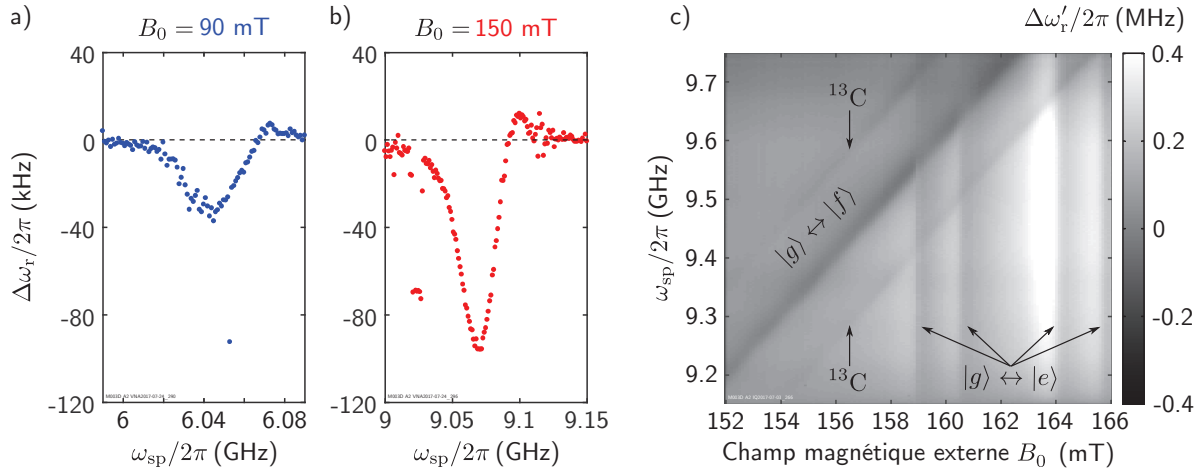
de spectroscopie  $P_{sp}$ . On observe que le temps de relaxation  $T_1$  diminue en augmentant la puissance de spectroscopie. Par exemple, pour l'orientation  $n = B$ , le temps de relaxation décroît de  $T_1 = 70 \pm 4$  s à  $53 \pm 3$  s pour une augmentation de la puissance de spectroscopie de  $-31$  dBm à  $-18$  dBm. L'origine de la décroissance du temps de relaxation est actuellement inconnue. De plus, le temps de relaxation des orientations (A, C) est significativement plus long que pour les orientations (B, D). L'origine de cette différence dans le temps de relaxation des deux classes de centres NV est également inconnue à l'heure actuelle.

### Spectre de la transition de spins $|g\rangle \leftrightarrow |f\rangle$

Afin d'appuyer l'hypothèse de la présence d'un couplage longitudinal entre les centres NV et le résonateur supraconducteur, le spectre de la transition de spins  $|g\rangle \leftrightarrow |f\rangle$  est également mesurée. Les figures 4.9 a) et b) présentent les spectres de cette transition de spins pour des champs magnétiques externes  $B_0$  de 90 mT et 150 mT respectivement. Les fréquences  $\omega_{gf}^{(n)}/2\pi$  des transitions de spins des quatre orientations  $n$  sont approximativement de 6.045 GHz et 9.070 GHz pour ces champs magnétiques, correspondant à des désaccords  $\Delta_{gf,r}/2\pi$  avec le résonateur de 1.07 GHz et 4.11 GHz respectivement. Malgré ce très fort désaccord, l'amplitude  $\Delta\omega_r/2\pi$  du changement de la fréquence du résonateur atteint  $-37$  kHz et  $-96$  kHz pour  $B_0 = 90$  mT et 150 mT respectivement. Ainsi, l'amplitude du signal est plus élevée à 150 mT qu'à 90 mT, et ce, malgré que le désaccord soit significativement plus élevé.

Une augmentation du décalage du résonateur en *augmentant* le désaccord est une forte indication de la présence d'une interaction longitudinale entre les centres NV et le résonateur. En effet, alors que le décalage dispersif décroît comme  $1/|\Delta_{ge,r}|$ , le changement de la fréquence du résonateur provenant du couplage longitudinal ne dépend pas explicitement du désaccord. De plus, selon le modèle présenté précédemment en l'absence de vortex, le décalage du résonateur provenant du couplage longitudinal augmente linéairement avec le champ magnétique perpendiculaire  $B_0^X$ . Dans la configuration présente, ce champ magnétique perpendiculaire est fourni par la présence d'un angle  $\theta_0$  entre le plan du résonateur et le champ magnétique externe, avec  $B_0^X = B_0 \sin \theta_0$ . Des mesures du décalage du résonateur en fonction de  $B_0$ , non montré par souci de concision, permettent de déterminer  $\theta_0 = \pm 0.22 \pm 0.03^\circ$  selon la procédure présentée au chapitre 3 et les mesures présentées à la figure 4.5<sup>6</sup>. L'amplitude du champ magnétique perpendiculaire  $\Delta B^X$  peut ainsi être

6. Cette valeur est légèrement différente de la valeur de  $\theta_0 = \pm 0.48^\circ$  déterminée précédemment à partir des centres NV. La présence d'une différence d'angle est possible puisque le diamant est fixé à la surface du résonateur par de la graisse.



**FIGURE 4.9 – Spectre de la transition de spins  $|g\rangle \leftrightarrow |f\rangle$ .**

Amplitude  $\Delta\omega_r/2\pi$  du changement de la fréquence du résonateur en fonction de la fréquence  $\omega_{sp}/2\pi$  de l'excitation de spectroscopie près des transitions de spins  $|g\rangle \leftrightarrow |f\rangle$  des centres NV pour un champ magnétique externe  $B_0$  de a) 90 mT et b) 150 mT. c) Amplitude non calibrée  $\Delta\omega'_r/2\pi$  du changement de la fréquence du résonateur en fonction de  $\omega_{sp}/2\pi$  et  $B_0$  près des transitions de spins  $|g\rangle \leftrightarrow |f\rangle$  des centres NV. Les transitions de spins de centres NV en interaction hyperfine avec le spin nucléaire  $I = 1/2$  du  $^{13}\text{C}$  sont également visibles. De plus, les croisements entre les transitions  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  et le résonateur apparaissent comme des lignes verticales et indépendantes de la fréquence de spectroscopie.

estimée à 0.35 mT et 0.58 mT pour  $B_0 = 90$  mT et 150 mT respectivement. Encore une fois, l'augmentation de l'amplitude du changement de la fréquence du résonateur pour un champ magnétique plus élevé peut s'expliquer qualitativement par la présence d'un couplage longitudinal. Le couplage transverse dans le régime dispersif ne permet pas d'expliquer cette augmentation, et ce, même qualitativement<sup>7</sup>.

Finalement, la figure 4.9 c) présente une mesure non calibrée de l'amplitude du changement de la fréquence du résonateur en fonction de  $\omega_{sp}$  et du champ magnétique externe  $B_0$ . Pour cette mesure, l'amplitude  $\Delta\omega'_r$  du changement de la fréquence angulaire du résonateur est définie comme  $\Delta\omega'_r(\omega_{sp}, B_0) \equiv \omega_r(\omega_{sp}, B_0) - \omega_r(\omega_{sp}^0, B_0)$ , où  $\omega_{sp}^0/2\pi = 9.15$  GHz. Ainsi, au lieu de mesurer la fréquence du résonateur en fonction du temps afin de déterminer  $\delta\omega_r(t)$  et  $\Delta\omega_r$  pour chaque valeur de  $\omega_{sp}$  et  $B_0$ , le spectre du résonateur est simplement mesuré en fonction de ces paramètres. Ce type de mesure est ainsi beaucoup plus rapide mais n'est pas quantitatif puisque les états excités du système de spins n'ont pas nécessairement relaxés entre chaque mesure. La figure 4.9 c) montre qu'il est tout de même possible de distinguer très clairement la dépendance en champ magnétique de la fréquence des

7. Il est par contre difficile de vérifier quantitativement l'amplitude du décalage dispersif attendu puisque le modèle présenté précédemment n'inclut pas la transition  $|g\rangle \leftrightarrow |f\rangle$ .



transitions de spin  $|g\rangle \leftrightarrow |f\rangle$  des centres NV. De plus, les transitions de spins de centres NV en interaction hyperfine avec le spin nucléaire  $I = 1/2$  du  $^{13}\text{C}$  sont également visibles. Pour la mesure présentée à la figure 4.9 b), l'amplitude du décalage du résonateur observée ne peut s'expliquer simplement par l'interaction transverse entre les spins et le résonateur dans le régime dispersif. Cette dernière mesure, à défaut d'être quantitative, offre un aperçu de la force potentielle du couplage longitudinal pour la caractérisation de systèmes de spins.

## 4.4 Impacts des travaux

---

Un premier impact des travaux présentés dans ce chapitre est la mise en place d'un modèle prédisant la présence d'un couplage longitudinal entre un ensemble de spins paramagnétique et un résonateur supraconducteur à haute inductance cinétique. Malgré que certains aspects de ce modèle doivent être raffinés, la mise en évidence d'une relation entre la sensibilité d'un résonateur supraconducteur au champ magnétique perpendiculaire et un couplage longitudinal permettant d'effectuer une lecture quantique non destructive de l'état des spins pourrait avoir un impact majeur.

Un deuxième impact a trait à l'utilisation des résonateurs supraconducteurs développés au chapitre 3 pour les systèmes quantiques hybrides à fort champ magnétique. Tout que le démontre les premières expériences sur le sujet [33, 32], l'observation de l'interaction transverse entre un ensemble de spins paramagnétique composé de centres NV et un résonateur dans un fort champ magnétique ouvre la porte à l'étude de différents systèmes de spins à l'aide de résonateurs supraconducteurs. Par exemple, des résultats préliminaires, non présentés, indiquent la possibilité de détecter la résonance de spin dans des impuretés de manganèse dans des points quantiques colloïdaux déposés sur le résonateur [202].

Finalement, les résultats préliminaires sur l'observation potentielle d'un couplage longitudinal entre les centres NV et le résonateur à haute inductance cinétique constituent un impact important des travaux présentés. Bien que l'accord entre les données et le modèle établit ne soient pas quantitatif à l'heure actuelle, la possibilité d'effectuer la spectroscopie des transitions de spins à très fort désaccord suggère fortement la présence d'un mécanisme de lecture au-delà de ce qui peut être expliqué par le régime dispersif du couplage transverse. Cette méthode de caractérisation de systèmes de spins offre potentiellement une toute nouvelle technologie quantique issue des systèmes quantiques hybrides entre les systèmes

de spins et les circuits supraconducteurs et fait actuellement l'objet d'une déclaration d'invention.

## Chapitre 5

# Observation des états de Fock de magnons

Ce chapitre présente des résultats clés dans la mise en place de la magnonique quantique en tant que technologie prometteuse pour la transduction quantique. Une première section permet d'introduire les éléments théoriques et expérimentaux clés de la magnonique quantique. Dans la deuxième section, les résultats expérimentaux démontrant le couplage fort entre les magnons dans un isolant ferromagnétique et les photons d'une cavité micro-ondes sont présentés. Par la suite, la théorie de la spectroscopie par une mesure dispersive d'un qubit supraconducteur par une cavité micro-ondes est présentée à la section 5.3. Cette méthode spectroscopique est utilisée afin de démontrer le couplage fort entre un mode magnétostatique de l'isolant ferromagnétique et un qubit supraconducteur. La section 5.4 présente les résultats et l'analyse de la démonstration du régime dispersif fort en magnonique quantique par l'observation des quanta d'excitations collectifs de spin dans un ferroaimant de taille millimétrique. Finalement, la section 5.5 présente l'observation de la non-linéarité des magnons induite par l'anharmonicité du qubit supraconducteur de type transmon.

La majorité des résultats de ce chapitre sont publiés dans *Science Advances* [49] et ont été obtenus lors d'un stage à l'été 2015 dans le laboratoire du Prof. Yasunobu Nakamura à The University of Tokyo.

## 5.1 Magnonique quantique

---

L'ingénierie des interactions entre les photons et les quanta des excitations dans des systèmes atomiques et à l'état solide est central aux développements des technologies quantiques. L'électrodynamique quantique en cavité et en circuit ont permis la réalisation de plusieurs expériences de pensées en optique quantique [52, 203, 204], en plus d'offrir une plate-forme prometteuse pour le calcul quantique [205, 10, 5, 206]. Les idées de ces domaines ont été transposées avec succès à d'autres architectures tel que les systèmes d'opto-mécanique en cavité [207]. Dans ces systèmes, les phonons de modes mécaniques interagissent avec les photons des domaines micro-ondes et optique, offrant ainsi une plate-forme intéressante pour la transduction d'information quantique entre les systèmes ne fonctionnant que dans le domaine micro-ondes, tel les qubits supraconducteurs, et les photons dans les fibres optiques pour la réalisation d'un ordinateur quantique distribué [207, 16, 208, 209].

Récemment, une nouvelle approche permettant la conversion bidirectionnelle entre les photons micro-ondes et optique, utilisant leur interaction mutuelle avec les modes d'excitations collectifs de spin dans des isolants ferromagnétiques, a été explorée [39, 37, 94, 40]. Combiné à la démonstration du couplage fort entre les magnons de ces modes magnéto-statiques et un qubit supraconducteur [41, 38], cette approche de la magnonique quantique permet, en principe, d'effectuer la transduction bidirectionnelle de l'information quantique d'un processeur quantique supraconducteur à des photons optiques. Un ingrédient nécessaire à l'utilisation de cette architecture pour la transduction quantique est la possibilité d'encoder un état arbitraire du qubit dans un état quantique de magnons. Une approche, adaptée de l'électrodynamique quantique en circuit, permet en principe d'effectuer cet encodage en utilisant une interaction dispersive forte entre le qubit et les magnons d'un mode magnéto-statique [42, 43].

Cette première section vise à introduire le système hybride permettant de réaliser le couplage fort entre les magnons d'un ferroaimant et un qubit supraconducteur et l'observation des états de Fock pour les magnons à l'aide de la spectroscopie du qubit. Une première sous-section décrit conceptuellement le système. Une seconde sous-section introduit l'hamiltonien du système hybride qui est à la base de la description théorique du système dans les prochaines sections. Le montage expérimental utilisé dans les expériences de ce chapitre est ensuite brièvement introduit à la sous-section 5.1.3.

### 5.1.1 Description du système hybride

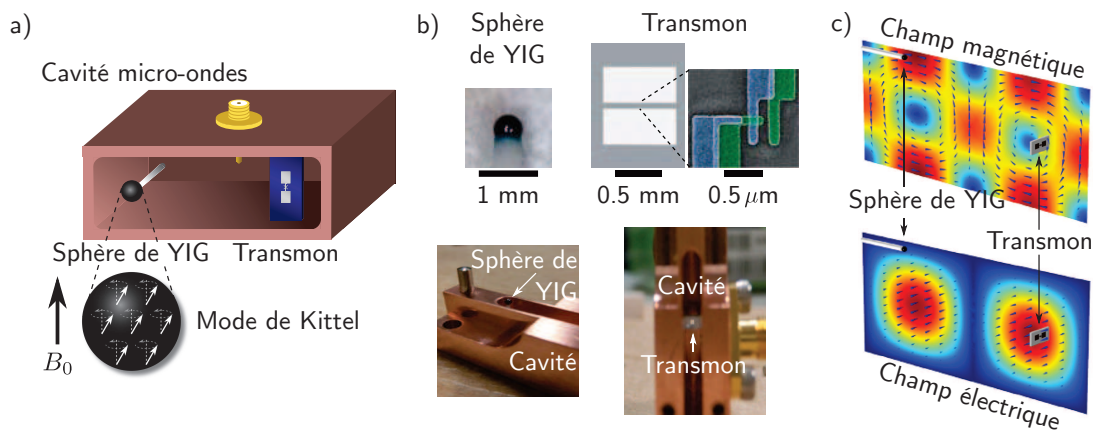
La maille élémentaire du système hybride permettant de réaliser l'architecture de la magnonique quantique est composée de trois éléments [41, 38], tel que présenté schématiquement à la figure 5.1 a). L'élément central est une cavité micro-ondes tridimensionnelles utilisée comme coupleur entre les autres éléments du système. De plus, la cavité micro-ondes constitue la seule composante du système connectée directement au monde extérieur par un port micro-ondes couplé électriquement aux différents modes de la cavité. Seuls les modes transverses électriques  $TE_{10p}$  sont considérés puisque, comme on le verra plus loin, seuls ceux-ci sont nécessaires afin de décrire la dynamique du système hybride.

Deuxièmement, une sphère de grenat de fer et d'yttrium (YIG) aimantée à saturation par un champ magnétique externe  $B_0$  est utilisée comme ferro-aimant (Fig. 5.1 b). La sphère de YIG est placée près du ventre du champ magnétique de la cavité micro-ondes (Fig. 5.1 c), maximisant le couplage dipolaire magnétique entre les magnons de la sphère et les photons de la cavité. De plus, puisque le champ micro-ondes est uniforme à travers toute la sphère, le mode magnéto-statique uniforme, ou mode de Kittel, est celui le plus fortement couplé à la cavité [90, 38].

Finalement, un qubit supraconducteur de type transmon composé d'une jonction Josephson et d'un condensateur (Fig. 5.1 b) est placé au ventre du champ électrique de la cavité (Fig. 5.1 c). Tout comme en électrodynamique quantique en circuit, le couplage entre le qubit et la cavité est ainsi un couplage dipolaire électrique [9, 10]. En plus d'être l'élément ciblé par la transduction quantique, le qubit permettra d'accéder à des propriétés inédites du ferro-aimant comme on le verra à la section 5.4.

### 5.1.2 Hamiltonien du système

L'hamiltonien du système hybride composé d'une cavité micro-ondes, d'un qubit supraconducteur de type transmon et d'une sphère de YIG où on considère seulement le



**FIGURE 5.1 – Système hybride en magnonique quantique.**

a) Illustration schématique d'une sphère de grenat de fer et d'yttrium (YIG) et d'un qubit supraconducteur de type transmon dans une cavité micro-ondes tridimensionnelle. Un champ magnétique externe  $B_0$  est appliqué sur la sphère afin de la magnétiser à saturation. Le mode magnéto-statique pour lequel les spins de la sphère précesse uniformément est nommé mode de Kittel. b) Photos montrant une sphère de YIG et un qubit supraconducteur similaires à ceux utilisés dans les expériences. La sphère de YIG possède un diamètre de 0.5 mm et est collé sur un tige en oxyde d'aluminium afin de la fixer à un ventre du champ magnétique de la cavité micro-ondes. Le qubit supraconducteur de type transmon est composé d'une jonction Josephson et de deux îlots formant le condensateur du transmon. Les photos sont adaptés des références [41] et [38]. c) La sphère de YIG et le qubit supraconducteur sont placés près des ventres des champs magnétique et électrique du mode  $\text{TE}_{102}$  de la cavité afin de maximiser les couplages dipolaires magnétiques et électriques, respectivement.

mode de Kittel est donné par [38]

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathcal{H}}/\hbar = & \underbrace{\sum_{p=1}^{\infty} \omega_{10p}^{\text{bare}} \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_p}_{\text{modes de la cavité}} + \underbrace{(\omega_q^{\text{bare}} - \alpha^{\text{bare}}/2) \hat{b}^\dagger \hat{b} + (\alpha^{\text{bare}}/2) (\hat{b}^\dagger \hat{b})^2}_{\text{transmon}} + \underbrace{\omega_m^{\text{bare}} \hat{c}^\dagger \hat{c}}_{\text{mode de Kittel}} \\
 & + \underbrace{\sum_{p=1}^{\infty} g_{q,10p} (\hat{a}_p^\dagger \hat{b} + \hat{a}_p \hat{b}^\dagger)}_{\text{couplage dipolaire électrique}} + \underbrace{\sum_{p=1}^{\infty} g_{m,10p} (\hat{a}_p^\dagger \hat{c} + \hat{a}_p \hat{c}^\dagger)}_{\text{couplage dipolaire magnétique}},
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

où  $\omega_{10p}^{\text{bare}}$  est la fréquence angulaire du mode  $\text{TE}_{10p}$  de la cavité,  $\omega_q^{\text{bare}} \equiv \omega_{ge}$  et  $\omega_{ef}$  sont, respectivement, les fréquences angulaires des transitions  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  et  $|e\rangle \leftrightarrow |f\rangle$  du transmon,  $\alpha^{\text{bare}} \equiv \omega_{ef} - \omega_{ge} < 0$  est l'anharmonicité du transmon et  $\omega_m^{\text{bare}} = g\mu_B B_0/\hbar$  est la fréquence angulaire des magnons du mode de Kittel. Les forces des couplages entre les modes  $\text{TE}_{10p}$  et le transmon et le mode de Kittel sont respectivement données par  $g_{q,10p}$  et  $g_{m,10p}$ . Dans l'équation (5.1),  $\hat{a}_p^\dagger$  ( $\hat{a}_p$ ),  $\hat{b}^\dagger$  ( $\hat{b}$ ) et  $\hat{c}^\dagger$  ( $\hat{c}$ ) sont les opérateurs de création (d'annihilation) d'un photon dans le mode  $\text{TE}_{10p}$ , d'une excitation du transmon et d'un magnon dans le mode de Kittel, respectivement.

Dans cet hamiltonien, les modes  $\text{TE}_{10p}$  de la cavité sont considérés puisque, de par les dimensions de la cavité spécifiées à la sous-section 5.1.3, seuls ces modes ont une fréquence angulaire comparable à celle du transmon et des magnons dans le mode de Kittel. De plus, le transmon est considéré comme un oscillateur anharmonique afin de tenir en compte la présence de la transition  $|e\rangle \leftrightarrow |f\rangle$ , permettant ainsi de décrire le régime chevauchant (*straddling regime*) de l'interaction dispersive entre le qubit et le mode de Kittel [190]. Finalement, toutes les fréquences angulaires de l'hamiltonien de l'équation (5.1) sont celles sans interactions (*bare*) et ne correspondent ainsi pas, par exemple, aux fréquences angulaires mesurées expérimentalement.

À partir de l'hamiltonien du système et de la valeur des différents paramètres, il est possible de diagonaliser l'hamiltonien afin de déterminer les paramètres effectifs du système, tel que le couplage entre le transmon et le mode de Kittel médié par leurs interactions respectives avec les modes de la cavité (annexe C).

### 5.1.3 Montage expérimental

### Composantes du système hybride

La cavité micro-ondes est fabriquée d'une pièce de cuivre sans oxygène. Le conducteur central d'un connecteur de type SMA est inséré dans la cavité afin de mesurer le coefficient de réflexion  $r(\omega)$  de la cavité. La longueur et la position du conducteur central dans la cavité détermine le couplage du port aux différents modes. La fréquence angulaire des modes transverses électriques  $TE_{mnp}$  est donnée par

$$\omega_{mnp}^{\text{bare}} = \frac{\pi}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{c}\right)^2}, \quad (5.2)$$

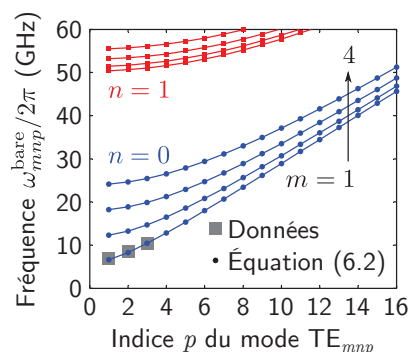
où  $\epsilon_0$  et  $\mu_0$  sont, respectivement, la permittivité et la perméabilité du vide et  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont les dimensions de la cavité rectangulaire. La figure 5.2 présente la fréquence des modes  $TE_{mnp}$  calculée à partir de l'équation 5.2 et des dimensions de la cavité ( $a = 24$  mm,  $b = 3$  mm et  $c = 53$  mm).

Bien que le mode de plus basse fréquence, le mode  $TE_{101}$ , possède une fréquence d'environ 7 GHz, pas moins de 48 autres modes possèdent une fréquence inférieure à 40 GHz. En comparaison, un résonateur supraconducteur de type coplanaire de même fréquence n'aurait que cinq modes de fréquences inférieures à 40 GHz (chapitre 3). Bien que la nature multimode de la cavité micro-ondes peut être un avantage comme on le verra à la section 5.3, ceci rend la description théorique du système plus complexe puisque plusieurs modes contribuent significativement aux interactions entre le qubit et le mode de Kittel. Comme on le verra plus loin, la considération des modes  $TE_{10p}$  avec  $p = 1$  à 4 est par contre suffisante pour obtenir un accord entre les forces de couplages obtenus théoriquement et expérimentalement de l'ordre de 10 %.

Tel qu'illustré schématiquement à la figure 5.3, deux aimants permanents en néodyme en forme de disques d'un diamètre de 10 mm et d'une épaisseur de 1 mm sont placés aux extrémités d'une culasse en fer et distancés de 4 mm. Les aimants produisent un champ magnétique statique  $B_a \approx 0.29$  T. De plus, le champ magnétique externe peut être modifié *in situ* par un courant  $I$  dans une bobine supraconductrice de  $10^4$  tours autour de la culasse. Le facteur de conversion  $\alpha$  entre le courant  $I$  et le champ magnétique  $B_0$  est d'environ 1.7 mT/mA. Une sphère de YIG collée à une tige d'oxyde d'aluminium selon l'axe cristallin  $\langle 110 \rangle$  est montée dans la cavité micro-ondes au centre de l'espace entre les aimants. Le champ magnétique appliqué est parallèle à l'axe cristallin  $\langle 100 \rangle$  de la sphère de YIG.

Un qubit supraconducteur de type transmon, constitué d'une seule jonction Josephson en Al/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/Al et de deux contacts en aluminium formant le condensateur du transmon,





**FIGURE 5.2 – Fréquences des modes de la cavité.**

Fréquences des modes  $TE_{mnp}$  calculés à partir de l'équation (5.2) et des dimensions de la cavité ( $a = 24$  mm,  $b = 3$  mm et  $c = 53$  mm). Les fréquences des modes  $TE_{10p}$  avec  $p = \{1, 2, 3\}$  obtenus expérimentalement sont également présentés, montrant un bon accord avec les fréquences prédites à partir des dimensions nominales de la cavité.

est fabriqué sur un substrat de silicium et est placé à l'intérieur de la cavité micro-ondes près d'un ventre du champ électrique du mode  $TE_{102}$  (Fig. 5.1). Le qubit et la sphère de YIG sont séparés horizontalement par une distance de 35 mm. Un écran magnétique double composé d'aluminium et de fer couvre la moitié la cavité afin de protéger le qubit supraconducteur du champ magnétique parasite des aimants permanents, de la culasse et de la bobine. En effet, un champ magnétique de l'ordre du  $1 \mu\text{T}$  a été démontré comme étant suffisant pour affecter significativement le temps de relaxation et de cohérence d'un qubit supraconducteur [210].

### Montage expérimental

La figure 5.3 présente le schéma détaillé du montage expérimental utilisé pour les mesures présentées dans ce chapitre. Le coefficient de réflexion  $r(\omega_a)$  de la cavité micro-ondes est mesurée à l'aide d'un analyseur de réseau à une fréquence angulaire  $\omega_a$  et à une puissance  $P_a$ . La spectroscopie du qubit est effectuée en combinant à l'excitation de l'analyseur de réseau une excitation d'une source micro-ondes de fréquence angulaire  $\omega_{sp}$  et de puissance  $P_{sp}$ . L'excitation des magnons dans le mode de Kittel est effectuée en combinant aux deux excitations précédentes une troisième excitation micro-ondes de fréquence angulaire  $\omega_p$  et de puissance  $P_p$ . Tel qu'illustré à la figure 5.3, ces excitations sont combinées à l'aide de deux coupleurs directionnels à température pièce avant d'être envoyées dans la ligne de contrôle d'un réfrigérateur à dilution à une température de base de 10 mK.

Le signal réfléchi sur le port de la cavité est dirigé par un circulateur cryogénique vers la ligne de mesure du réfrigérateur à dilution. Deux circulateurs supplémentaires sont utilisés comme isolateurs en terminant à  $50 \Omega$  un des ports du circulateur. Le signal est ensuite amplifié par un amplificateur cryogénique et un amplificateur à température pièce avant d'être envoyé à l'analyseur de réseau afin de déterminer le coefficient de réflexion  $r(\omega_a)$  à la fréquence angulaire  $\omega_a$ . Finalement, la bobine supraconductrice est alimentée par une source de courant fournissant un courant  $I$  via des câbles supraconducteurs sous l'étage à 4 K afin de minimiser la dissipation thermique.

Les puissances micro-ondes  $P_a$ ,  $P_{sp}$  et  $P_p$  sont calibrés en considérant comme point de référence le port de la cavité micro-ondes (Fig. 5.3). Prenant en compte l'atténuation nominale des câbles à l'extérieur et à l'intérieur du réfrigérateur à dilution, l'atténuation entre les sources micro-ondes et le port de la cavité est approximativement de 81 dB, 122 dB et 121 dB pour les excitations de sonde de la cavité, de spectroscopie du qubit et de pompe du mode de Kittel, respectivement.

## 5.2 Couplage fort entre les photons micro-ondes et les magnons

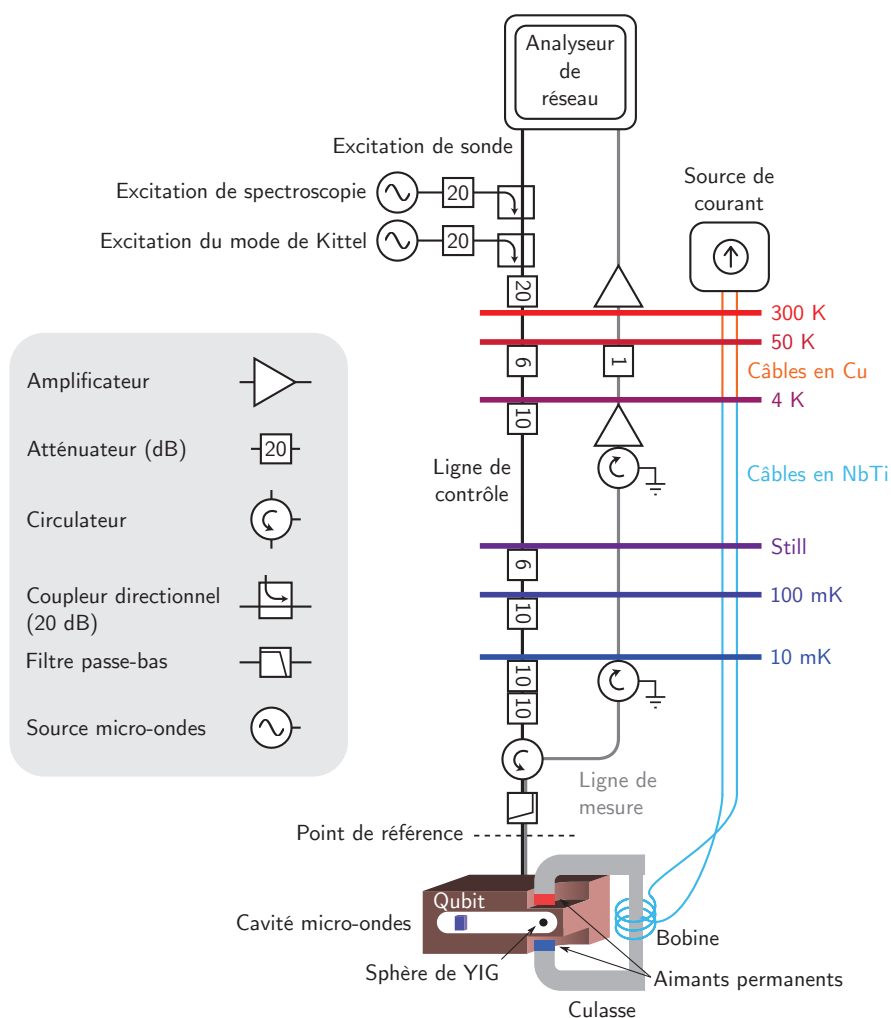
---

Cette section porte sur l'étude du couplage entre les photons micro-ondes du mode  $TE_{102}$  de la cavité et les magnons du mode de Kittel. Une première sous-section présente la spectroscopie des modes  $TE_{102}$  et  $TE_{103}$ , permettant de déterminer les pertes internes et par couplage au port de la cavité de ces modes. Une deuxième sous-section présente la mesure du croisement évité entre le mode  $TE_{102}$  et le mode de Kittel. Une analyse détaillée permet d'extraire de ces données la largeur de raie des magnons, un paramètre critique pour la démonstration du couplage dispersif fort entre le mode de Kittel et le transmon.

### 5.2.1 Spectroscopie des modes de la cavité

Le spectre du mode  $TE_{10p}$  mesuré en réflexion est décrit par le coefficient de réflexion

$$r(\omega_a) = A \left( \frac{i(\omega_a - \omega_{10p}) - (\kappa_{10p}^{\text{int}} - \kappa_{10p}^{\text{in}})/2}{i(\omega_a - \omega_{10p}) - \kappa_{10p}/2} \right), \quad (5.3)$$



**FIGURE 5.3 – Montage expérimental.**

La cavité micro-ondes est mesurée à l'aide d'un analyseur de réseau (Agilent E5071C). Les excitations générées par des sources micro-ondes (Agilent E8247C) sont combinées à l'excitation de sonde de l'analyseur de réseau par des coupleurs directionnels de  $-20$  dB (Krytar 120420) et introduites dans la ligne de contrôle d'un réfrigérateur à dilution. Le signal réfléchi à la cavité est amplifié par des amplificateurs à 4 K (Caltech CRYO4-12) et à température pièce (MITEQ AFS4-08001200-09-10P-4). L'atténuation de la ligne de contrôle est d'environ 59 dB à 10 GHz en incluant les pertes des câbles coaxiaux (phosphore-bronze, Coax Corp. SC-119/50-PBC-PBC) et des connecteurs. Le bruit thermique de l'environnement à température pièce et des amplificateurs de la ligne de mesure est atténué par plus de 60 dB par un circulateur (Quinstar XTE0812KCS), deux isolateurs (Quinstar XTE0812KCS and XTE0812KC) et un filtre passe-bas d'une fréquence de coupure de 12 GHz (RLC F-30-12.4-R). Un câble coaxial supraconducteur en NbTi est utilisé pour la ligne de mesure entre les deux isolateurs. Finalement, une source de courant (Yokogawa GS200) est utilisée afin de fournir le courant  $I$  à la bobine par des câbles en cuivre (orange) et en NbTi (bleu pâle).

où  $\omega_{10p}$  est la fréquence angulaire,  $\kappa_{10p}^{\text{int}}$  sont les pertes internes,  $\kappa_{10p}^{\text{in}}$  sont les pertes par couplage au port de la cavité et  $\kappa_{10p} = \kappa_{10p}^{\text{int}} + \kappa_{10p}^{\text{in}}$  sont les pertes totales. La constante de normalisation  $A$  dépend de la balance entre l'atténuation et l'amplification entre les deux ports de l'analyseur de réseau. Les données expérimentales sont ainsi normalisées afin qu'au point de référence défini à la figure 5.3, le coefficient de réflexion  $r(\omega_a) \equiv 1$  lorsque  $|\omega - \omega_{10p}| \gg \kappa_{10p}$ .

Les figures 5.4 a) et b) présentent les mesures expérimentales du spectre des modes TE<sub>102</sub> et TE<sub>103</sub>, respectivement. Afin de minimiser l'effet du mode de Kittel, la fréquence de celui-ci est fixée à  $\sim 7.6$  GHz à l'aide d'un courant  $I = -10$  mA. Puisque la présence du qubit dans son état fondamental  $|g\rangle$  affecte la fréquence des modes, les fréquences angulaires  $\omega_{10p}$  sont identifiées par  $\omega_{10p}^g$ . À partir de la régression des données à l'équation (5.3), les paramètres  $\omega_{10p}^g$ ,  $\kappa_{10p}^{\text{int}}$ ,  $\kappa_{10p}^{\text{in}}$  et  $\kappa_{10p}$  sont extraits (tableau C.2). Les pertes par couplage à un second port non utilisé de la cavité sont incluses dans les pertes internes puisqu'une mesure en réflexion ne permet pas de distinguer entre les pertes internes et les pertes de couplage à d'autres ports de la cavité.

Les paramètres obtenues par la régression permettent d'estimer le nombre moyen de photons  $\bar{n}_{10p}^g$  présent dans mode TE<sub>10p</sub> lorsque sondé à une puissance  $P_a$  selon

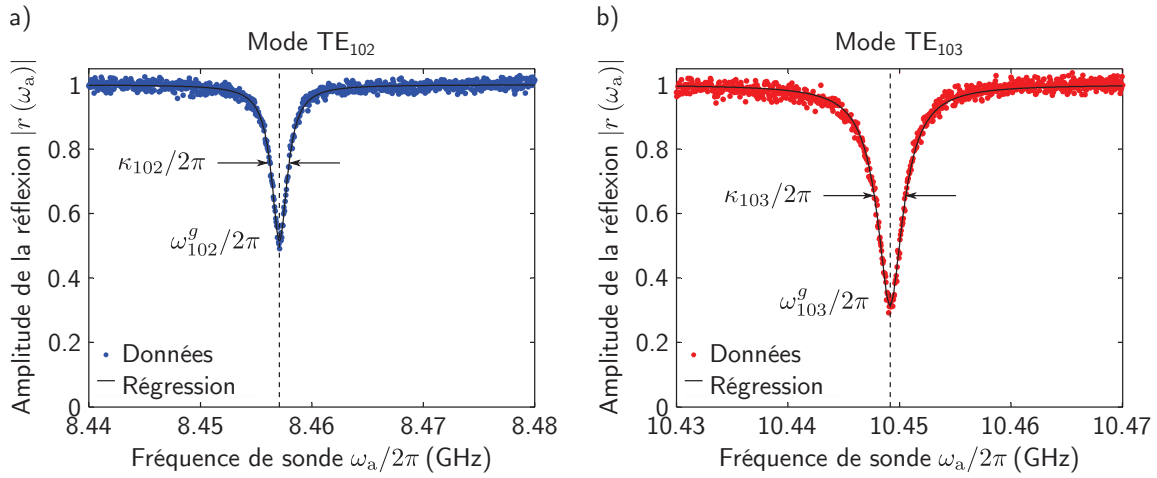
$$\bar{n}_{10p}^g = \frac{P_a}{\hbar\omega_{10p}^g} \frac{\kappa_{10p}^{\text{in}}}{(\kappa_{10p}/2)^2}. \quad (5.4)$$

À partir de la puissance à l'analyseur de réseau et de l'atténuation entre celui-ci et le port de la cavité, il est possible d'estimer le nombre moyen de photons utilisé pour mesurer les spectres des figures 5.4 a) et b) à  $\bar{n}_{102}^g = 0.034$  et  $\bar{n}_{103}^g = 0.021$ , respectivement. Puisque  $\bar{n}_{10p}^g \ll 1$ , le système hybride est majoritairement dans son état fondamental lors de la mesure.

## 5.2.2 Couplage entre un mode de la cavité et le mode de Kittel

L'hamiltonien décrivant l'interaction entre le mode de Kittel et le mode TE<sub>102</sub> de la cavité est donné en projetant l'hamiltonien de l'équation (5.1) dans l'état fondamental  $|g\rangle$  du transmon et dans l'état du vide des autres modes de la cavité, soit

$$\hat{\mathcal{H}}_{m,102}/\hbar = \omega_{102}^g \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 + \omega_m^g \hat{c}^\dagger \hat{c} + g_{m,102} \left( \hat{a}_2^\dagger \hat{c} + \hat{a}_2 \hat{c}^\dagger \right). \quad (5.5)$$



**FIGURE 5.4 – Spectres des modes de la cavité.**

Spectre des modes a)  $TE_{102}$  et b)  $TE_{103}$  mesurés en réflexion avec le qubit dans l'état fondamental. Le courant de la bobine est fixé à  $I = -10$  mA, correspondant à  $\omega_m^{\text{bare}}/2\pi \sim 7.6$  GHz. Les données sont ajustées à l'équation (5.3) afin d'extraire les fréquences (lignes pointillées verticales) et les pertes des deux modes. La puissance à l'analyseur de réseau est de  $-65$  dBm, correspondant à un nombre moyen de photons de 0.034 et 0.021 pour les modes  $TE_{102}$  et  $TE_{103}$ , respectivement.

Dans cet hamiltonien, la présence du couplage dipolaire électrique du transmon aux différents modes de la cavité renormalise les fréquences angulaires du mode de Kittel et du mode  $TE_{102}$  à  $\omega_m^g$  et  $\omega_{102}^g$ , respectivement. L'hamiltonien (5.5) décrit ainsi simplement deux oscillateurs harmoniques couplés.

Afin de sonder l'interaction entre le mode de Kittel et le mode  $TE_{102}$  de la cavité micro-ondes, le spectre  $r(\omega_a)$  est mesurée en fonction du courant  $I$  de la bobine, modifiant ainsi linéairement la fréquence angulaire du mode de Kittel sans interaction,  $\omega_m^{\text{bare}}$ , selon

$$\omega_m^{\text{bare}} \approx g^* \mu_B (B_a + \alpha I) / \hbar, \quad (5.6)$$

où  $g^* = 2$ ,  $B_a \approx 0.29$  T et  $\alpha \approx 1.7$  mT/mA.

En présence d'un couplage fort, une hybridation entre le mode de Kittel et le mode de la cavité est attendue, résultant en un croisement évité. Les données sur le croisement évité entre le mode  $TE_{102}$  et le mode de Kittel sont présentées à la figure 5.5 a). La figure 5.5 b) montre la fréquence du mode  $TE_{102}$  en présence de l'interaction avec le mode de Kittel et avec le qubit dans l'état fondamental,  $\omega_{102}^g(I)$ , extraite des données de la figure 5.5 a). La

fréquence angulaire de la cavité  $\omega_{102}^g(I)$  est théoriquement donnée par

$$\omega_{102}^g(I) = p_1 I + p_2 - \text{sgn}(I - I_0) \sqrt{(p_1 I - p_3)^2 + p_4^2}, \quad (5.7)$$

où les paramètres de la régression  $p_1$  à  $p_4$  sont reliés aux paramètres physiques par

$$\begin{aligned} \omega_{102}^{\text{bare}'} &= p_2 + p_3, \\ \omega_{\text{m}}^{\text{bare}'}(I) &= 2p_1 I + p_2 - p_3, \\ |g_{\text{m},102}| &= p_4, \\ \omega_{\text{m}}^{\text{bare}'}(I_0) &\equiv \omega_{102}^{\text{bare}'}. \end{aligned}$$

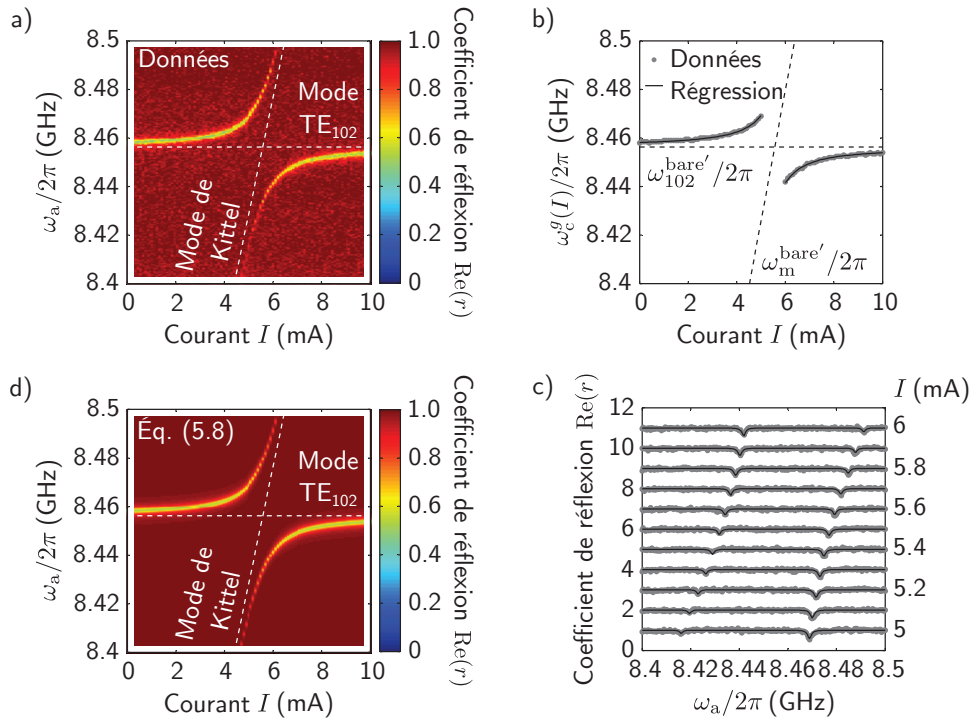
Dans les équations précédentes,  $\omega_{102}^{\text{bare}'}$  est le fréquence angulaire du mode  $\text{TE}_{102}$  sans l'interaction avec le mode de Kittel,  $\omega_{\text{m}}^{\text{bare}'}$  est la fréquence angulaire du mode de Kittel sans l'interaction avec le mode  $\text{TE}_{102}$ ,  $g_{\text{m},102}$  est la force du couplage entre le mode  $\text{TE}_{102}$  et le mode de Kittel et  $I_0$  est le courant correspondant au croisement, soit  $\omega_{\text{m}}^{\text{bare}'} = \omega_{102}^{\text{bare}'}$ . Cette régression permet de déterminer la fréquence du mode  $\text{TE}_{102}$  sans l'interaction avec le mode de Kittel,  $\omega_{102}^{\text{bare}'}/2\pi = 8.45632$  GHz.

Près du croisement évité, le spectre de la cavité  $r(\omega_a)$  est modifié par rapport à l'équation (5.3) et prend la forme

$$r(\omega_a) = \frac{i(\omega_a - \omega_{102}^{\text{bare}'}) - (\kappa_{102}^{\text{int}} - \kappa_{102}^{\text{in}})/2 + \frac{|g_{\text{m},102}|^2}{i(\omega_a - \omega_{\text{m}}^{\text{bare}'}(I)) - \gamma_{\text{m}}/2}}{i(\omega_a - \omega_{102}^{\text{bare}'}) - \kappa_{102}/2 + \frac{|g_{\text{m},102}|^2}{i(\omega_a - \omega_{\text{m}}^{\text{bare}'}(I)) - \gamma_{\text{m}}/2}}, \quad (5.8)$$

où  $\gamma_{\text{m}}$  est la largeur de raie des magnons dans le mode de Kittel [90]. Les valeurs de  $\kappa_{102}^{\text{int}}$ ,  $\kappa_{102}^{\text{in}}$  et  $\kappa_{102} = \kappa_{102}^{\text{int}} + \kappa_{102}^{\text{in}}$  sont fixées aux valeurs déterminées par la mesure du spectre avec le mode de Kittel éloigné du croisement évité (Fig. 5.4). La fréquence angulaire du mode  $\text{TE}_{102}$  en l'absence de l'interaction avec le mode de Kittel,  $\omega_{102}^{\text{bare}'}$ , est fixée à la valeur déterminée par l'ajustement de  $\omega_{102}^g(I)$  à l'équation (5.7). Les paramètres ajustés sont ainsi  $\gamma_{\text{m}}$ ,  $g_{\text{m},102}$  et  $\omega_{\text{m}}^{\text{bare}'}$ . Alors que la largeur de raie du mode de Kittel  $\gamma_{\text{m}}$  et la force de couplage  $g_{\text{m},102}$  sont indépendantes du courant  $I$ , celui-ci modifie la fréquence angulaire des magnons  $\omega_{\text{m}}^{\text{bare}'}(I)$  selon l'équation (5.6). Ainsi, alors que  $\gamma_{\text{m}}$  et  $g_{\text{m},102}$  sont ajustés sur l'ensemble des données,  $\omega_{\text{m}}^{\text{bare}'}$  est ajustée pour chaque valeur de courant  $I$ .

La figure 5.5 c) montre les spectres près du croisement évité à  $I_0 \approx 5.5$  mA ajustés à l'équation (5.8). On trouve alors  $g_{\text{m}-c}/2\pi = 22.5 \pm 0.1$  MHz et  $\gamma_{\text{m}}/2\pi = 1.3 \pm 0.3$  MHz, où les barres d'erreur correspondent à un intervalle de confiance de 95% et sont déterminés



**FIGURE 5.5 – Couplage entre le mode TE<sub>102</sub> et le mode de Kittel.**

a) Partie réelle du coefficient de réflexion  $r(\omega_a)$  mesuré en fonction de la fréquence angulaire de sonde  $\omega_a$  et du courant  $I$  de la bobine. Le croisement évité indique le couplage fort entre le mode TE<sub>102</sub> et le mode de Kittel. b) Régression de la fréquence du mode TE<sub>102</sub> en présence de l'interaction avec le mode de Kittel et avec le qubit supraconducteur dans son état fondamental,  $\omega_c^g(I)/2\pi$ , à l'équation (5.7). c) Régression du spectre du mode TE<sub>102</sub> hybridé avec le mode de Kittel pour différents courants près du croisement évité ( $I = 5$  à  $6$  mA). Les spectres individuels sont décalés verticalement de  $\text{Re}(r) = 1$ . d) Spectre du mode TE<sub>102</sub> hybridé avec le mode de Kittel calculé à partir de l'équation (5.8) avec  $g_{m-c}/2\pi = 22.5$  MHz et  $\gamma_m/2\pi = 1.3$  MHz. Pour a), b) et d), les fréquences du mode TE<sub>102</sub> et du mode de Kittel sans leur interaction mutuelle,  $\omega_{102}^{\text{bare}'}$  et  $\omega_m^{\text{bare}'}$ , sont montrés à l'aide de lignes horizontales et diagonales, respectivement.

par une méthode d'autoamorçage (*bootstrapping*). Le spectre complet calculé à partir de l'équation (5.8) et des paramètres déterminés des régressions précédentes est montré à la figure 5.5 d).

Puisque la force du couplage entre le mode TE<sub>102</sub> de la cavité et le mode de Kittel ( $g_{m-c}/2\pi = 22.5$  MHz) est beaucoup plus élevée que la largeur de raie du mode TE<sub>102</sub> ( $\kappa_{102}/2\pi = 2.05$  MHz) et du mode de Kittel ( $\gamma_m/2\pi = 1.3$  MHz), le couplage entre les photons de ce mode de la cavité et les magnons du mode de Kittel sont dans le régime de couplage fort [91, 90, 211, 92, 93]. Comme discuté à la prochaine section, ce couplage fort est un ingrédient essentiel dans l'obtention d'un couplage fort entre les magnons et le

qubit supraconducteur.

## 5.3 Couplage fort entre les magnons et un qubit supraconducteur

Cette section porte sur la démonstration du couplage fort entre le mode de Kittel et le qubit supraconducteur de type transmon du système hybride présenté à la première section. Dans une première sous-section, la théorie nécessaire à la compréhension du mécanisme de la mesure dispersive utilisée pour effectuer la spectroscopie du qubit est présentée. Par la suite, une étude détaillée de la mesure du spectre du qubit, appuyée par la théorie établie à la sous-section précédente, permet d'extraire plusieurs paramètres du système hybride qui sont utilisés à la prochaine section. Finalement, à la sous-section 5.3.3, la mesure du croisement évité entre le mode de Kittel et le qubit est présentée, démontrant ainsi l'hybridation de ces deux systèmes séparés par une distance macroscopique de plusieurs centimètres.

### 5.3.1 Théorie de la spectroscopie du qubit par une mesure dispersive

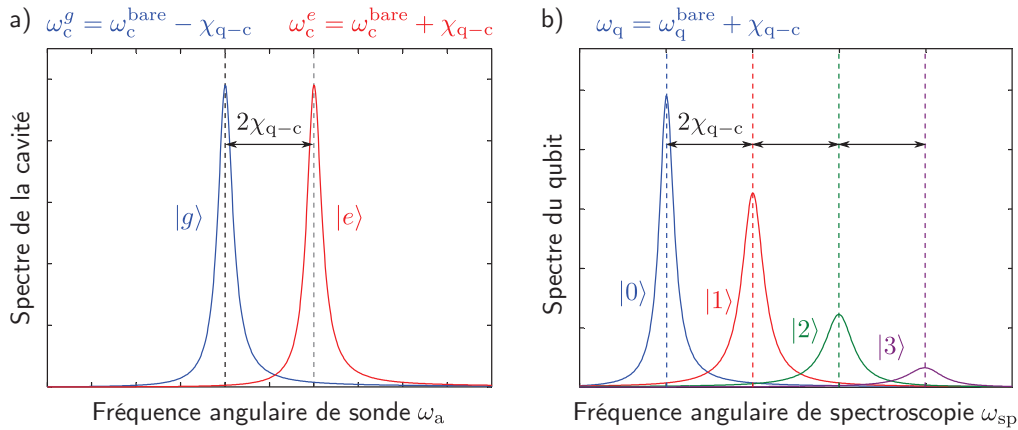
#### Idée de base

Lorsque le désaccord en énergie entre le qubit et un mode de la cavité est beaucoup plus grand que la force de leur interaction  $g_{q-c}$ , c'est-à-dire lorsque  $|\omega_q^{\text{bare}} - \omega_c^{\text{bare}}| \gg g_{q-c}$ , l'échange d'excitations entre les deux systèmes est largement supprimé. Il est alors possible de réécrire l'hamiltonien de Jaynes-Cummings comme

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{dispersif}}/\hbar = \underbrace{\frac{1}{2}(\omega_q^{\text{bare}} + \chi_{q-c})}_{\text{qubit}} \hat{\sigma}_z + \underbrace{\omega_c^{\text{bare}}}_{\text{cavité}} \hat{a}^\dagger \hat{a} + \underbrace{\chi_{q-c} \hat{\sigma}_z \hat{a}^\dagger \hat{a}}_{\text{interaction dispersive}}, \quad (5.9)$$

où le terme d'interaction est effectivement remplacé par le terme d'interaction dispersive (Annexe B). Dans l'hamiltonien de l'équation précédente,  $\omega_q^{\text{bare}}$  est la fréquence angulaire de la transition  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  du qubit sans interaction,  $\chi_{q-c}$  est la force de l'interaction dispersive et  $\omega_c^{\text{bare}}$  est la fréquence angulaire de la cavité sans interaction. Dans l'équation (5.9),  $\hat{\sigma}_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$  et  $\hat{a}^\dagger$  ( $\hat{a}$ ) est l'opérateur de création (annihilation) d'un photon dans la cavité.





**FIGURE 5.6 – Mesure dispersive.**

a) Schéma du spectre de la cavité lorsque le qubit est dans l'état fondamental  $|g\rangle$  (bleu) et l'état excité  $|e\rangle$  (rouge). L'interaction dispersive modifie la fréquence angulaire de la cavité de  $\omega_c^{\text{bare}}$  à  $\omega_c^{g(e)} = \omega_c^{\text{bare}} \pm \chi_{q-c}$ . La mesure dispersive consiste à sonder la cavité à une fréquence de sonde tel qu'un changement de l'état du qubit résulte en un changement du signal mesuré. b) Schéma du spectre du qubit lorsque la cavité est dans l'état de Fock  $|n_c = \{0, 1, 2, 3\}\rangle$ . L'interaction dispersive modifie la fréquence angulaire du qubit de  $\omega_q^{\text{bare}}$  à  $\omega_q^{(n_c)} = \omega_q^{\text{bare}} + 2\chi_{q-c}(n_c + \frac{1}{2})$ .

Puisque le terme dispersif de l'équation (5.9) commute avec le reste de l'hamiltonien, les états propres du qubit et de la cavité restent inchangés. Par contre, tel qu'illustré à la figure (5.6), un réarrangement du terme de l'interaction dispersive dans la fréquence angulaire du qubit ou de la cavité résulte en une fréquence angulaire d'un système dépendante de l'état de l'autre système. Ainsi la fréquence angulaire de la cavité est donnée par  $\omega_c^{\text{bare}} - \chi_{q-c}$  si le qubit est dans l'état fondamental  $|g\rangle$  et  $\omega_c^{\text{bare}} + \chi_{q-c}$  si le qubit est dans l'état excité  $|e\rangle$ . De la même façon, la fréquence angulaire du qubit est  $\omega_q^{\text{bare}} + 2\chi_{q-c}(n_c + \frac{1}{2})$  selon l'état de Fock  $|n_c\rangle$  de la cavité.

Cet effet est à la base de la mesure dispersive d'un qubit supraconducteur [9, 212], méthode utilisée pour effectuer la spectroscopie du qubit à la prochaine sous-section. De plus, en régime dispersif fort, c'est-à-dire lorsque le décalage dispersif est supérieur à la largeur de raie du qubit et de la cavité, il est possible d'observer dans le spectre du qubit les états de Fock de photons [213]. À la prochaine section, ce principe est utilisé afin de démontrer la possibilité d'atteindre le régime dispersif fort en magnonique quantique par l'observation des états de Fock de magnons dans le spectre du qubit.

### Description détaillée

Afin de décrire la spectroscopie d'un qubit supraconducteur par la mesure dispersive, il est nécessaire d'ajouter à l'hamiltonien de l'équation (5.9) les termes de pilotage de la cavité (excitation de sonde) et du qubit (excitation de spectroscopie). Afin d'éliminer la dépendance temporelle explicite de l'hamiltonien, on passe dans un référentiel tournant aux fréquences angulaires de sonde  $\omega_a$  et de spectroscopie  $\omega_{sp}$ . L'hamiltonien est ainsi donné par

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{dispersif}}/\hbar = \frac{1}{2}\Delta_{sp}\hat{\sigma}_z + (\Delta_a + \chi_{q-c})\hat{a}^\dagger\hat{a} + \chi_{q-c}\hat{\sigma}_z\hat{a}^\dagger\hat{a} + \Omega_{sp}(\hat{\sigma}^- + \hat{\sigma}^+) + \Omega_a(\hat{a} + \hat{a}^\dagger), \quad (5.10)$$

où  $\Delta_{sp} = \omega_q - \omega_{sp}$  est le désaccord de spectroscopie,  $\omega_q = \omega_q^{\text{bare}} + \chi_{q-c}$  est la fréquence du qubit avec la cavité dans l'état du vide,  $\Delta_a = \omega_c^g - \omega_a$  est le désaccord de sonde,  $\omega_c^{g(e)} = \omega_c^{\text{bare}} \pm \chi_{q-c}$  est la fréquence angulaire de la cavité avec le qubit dans l'état fondamental (excité),  $\Omega_{sp}$  est la force de l'excitation de spectroscopie (fréquence de Rabi) et  $\Omega_a$  est la force de l'excitation de sonde.

Le spectre d'absorption du qubit est défini par

$$S(\omega_{sp}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega_{sp}t} \langle \hat{\sigma}^-(t) \hat{\sigma}^+(0) \rangle_{ss}, \quad (5.11)$$

où la valeur moyenne est prise à l'état stationnaire. À partir de l'hamiltonien de l'équation (5.10), Gambetta *et al.* ont obtenu une expression analytique pour le spectre du qubit [44]

$$S(\omega_{sp}) = \sum_{n_c=0}^{\infty} \frac{1}{\pi} \frac{1}{n_c!} \text{Re} \left( \frac{(-A_c)^{n_c} e^{A_c}}{\gamma_q^{(n_c)} - i(\omega_{sp} - \tilde{\omega}_q^{(n_c)})} \right) \equiv \sum_{n_c=0}^{\infty} S_{n_c}(\omega_{sp}), \quad (5.12)$$

où

$$\omega_q^{(n_c)} = \omega_q + \lambda_c + 2\chi_{q-c}n_c, \quad (5.13)$$

$$\tilde{\omega}_q^{(n_c)} = \omega_q^{(n)} + n_c\Delta_a, \quad (5.14)$$

$$\gamma_q^{(n_c)} = \gamma_q + \kappa_c(n_c + D_c^{\text{ss}}), \quad (5.15)$$

$$A_c = D_c^{\text{ss}} \left( \frac{\kappa_c/2 - i(2\chi_{q-c} + \Delta_a)}{\kappa_c/2 + i(2\chi_{q-c} + \Delta_a)} \right), \quad (5.16)$$

$$\lambda_c = \chi_{q-c}(\bar{n}_c^g + \bar{n}_c^e - D_c^{\text{ss}}), \quad (5.17)$$

$$D_c^{\text{ss}} = \frac{2(\bar{n}_c^g + \bar{n}_c^e)\chi_{q-c}^2}{(\kappa_c/2)^2 + \chi_{q-c}^2 + (\chi_{q-c} + \Delta_a)^2}, \quad (5.18)$$

$$\bar{n}_c^g = \frac{\Omega_a^2}{(\kappa_c/2)^2 + \Delta_a^2}, \quad (5.19)$$

$$\bar{n}_c^e = \frac{\Omega_a^2}{(\kappa_c/2)^2 + (\Delta_a + 2\chi_{q-c})^2}. \quad (5.20)$$

Dans les équations précédentes,  $\omega_q^{(n)}$  et  $\gamma_q^{(n)}$  sont respectivement la fréquence angulaire et la largeur de raie du qubit avec la cavité dans l'état de Fock  $|n_c\rangle$ ,  $\gamma_q$  est la largeur de raie du qubit avec la cavité dans l'état du vide et  $\kappa_c$  est la largeur de raie de la cavité. La distinguabilité dans l'état stationnaire,  $D_c^{\text{ss}}$ , est définie comme étant la séparation entre les états cohérents  $|\alpha_{g,e}^{\text{ss}}\rangle$  créés dans la cavité par l'excitation de sonde lorsque le qubit est dans l'état fondamental  $|g\rangle$  et excité  $|e\rangle$ , soit

$$D_c^{\text{ss}} = |\alpha_e^{\text{ss}} - \alpha_g^{\text{ss}}|^2. \quad (5.21)$$

Le dernier terme de l'équation (5.15) montre que plus les états cohérents  $|\alpha_{g,e}^{\text{ss}}\rangle$  sont distinguables, plus le déphase induit par la mesure augmente la largeur de raie du qubit  $\gamma_q^{(n)}$  [44]. Finalement, la population de la cavité avec le qubit dans l'état fondamental (excité) est donnée par  $\bar{n}_c^{g(e)} = |\alpha_{g(e)}^{\text{ss}}|^2 = \langle \hat{n} \hat{\Pi}_q^{g(e)} \rangle$ , où  $\hat{\Pi}_q^{g(e)} = |g(e)\rangle\langle g(e)|$  est le projecteur dans l'état fondamental (excité) du qubit.

Pour  $\chi_{q-c} \gg \kappa_c$  et  $\Delta_a = 0$ , la distinguabilité dans l'état stationnaire est simplement donnée par  $D_c^{\text{ss}} = \bar{n}_c^g + \bar{n}_c^e$ , alors que  $A_c \rightarrow -D_c^{\text{ss}}$  et  $\lambda_c \rightarrow 0$ . Dans ce cas, les composantes du spectre du qubit avec  $n_c$  photons,  $S_{n_c}(\omega_{\text{sp}})$ , sont décrits par une fonction lorentzienne. Le spectre du qubit,  $S(\omega_{\text{sp}})$ , est ainsi bien décrit par une somme de fonctions lorentziennes de fréquences angulaires  $\omega_q^{(n_c)}$  et de largeurs de raie  $\gamma_q^{(n_c)}$  avec un poids spectral décrit par une distribution de Poisson de moyenne  $D_c^{\text{ss}}$  [44]. Par contre, pour  $\chi_{q-c} \sim \kappa_c$ ,  $A_c$  devient complexe, résultant en une fonction non-lorentzienne pour  $S_{n_c}(\omega_{\text{sp}})$ , pouvant même

atteindre des valeurs négatives (Fig. 5.7). Par contre, l'intégral du spectre  $S(\omega_{\text{sp}})$  et de ses composantes  $S_{n_c}(\omega_{\text{sp}})$  est positive dans tous les cas.

Les fréquences angulaires  $\tilde{\omega}_q^{(n_c)}$  apparaissant dans le spectre de l'équation (5.12) sont décalées de la fréquence du qubit  $\omega_q$  avec la cavité dans l'état du vide par trois contributions distinctes, soit

$$\tilde{\omega}_q^{(n_c)} - \omega_q = \lambda_c + 2\chi_{q-c}n_c + n_c\Delta_a. \quad (5.22)$$

Premièrement, la fréquence angulaire du qubit  $\tilde{\omega}_q^{(0)} = \omega_q^{(0)}$  est décalée de  $\omega_q$  par l'effet Stark dynamique d'une fréquence angulaire  $\lambda_c$ . Deuxièmement, le décalage  $2\chi_{q-c}n_c$ , illustré à la figure 5.6 b), provient de la version discrète de l'effet Stark dynamique. Tel que discuté plus tôt, cet effet permet l'observation des états de Fock de photons d'une cavité micro-ondes [213] et de magnons dans le mode de Kittel d'un ferroaimant (section 5.4). Finalement, les fréquences angulaires  $\tilde{\omega}_q^{(n_c)}$  apparaissant dans le spectre de l'équation (5.12) sont décalées d'une fréquence angulaire  $n_c\Delta_a$ . Ce décalage apparent des fréquences angulaires provient d'un processus virtuel impliquant l'absorption de  $n_c$  excitations de sonde à  $\omega_a = \omega_c^g - \Delta_a$  et d'une excitation de spectroscopie à  $\omega_{\text{sp}} = \omega_q^{(n_c)} + n_c\Delta_a$  afin d'exciter le qubit et  $n_c$  photons de la cavité, de sorte que  $n_c\omega_a + \omega_{\text{sp}} = n_c\omega_c^g + \omega_q^{(n_c)}$  [44].

Puisque l'hamiltonien du mode de Kittel est identique à celui d'une cavité micro-ondes, la théorie présentée dans cette sous-section est adaptée à la prochaine section afin d'expliquer en détails l'observation des états de Fock de magnons.

### 5.3.2 Spectroscopie du qubit supraconducteur par une mesure dispersive

Un changement de l'état du qubit induit par l'excitation de spectroscopie modifie, via l'interaction dispersive, la fréquence de la cavité, résultant en un changement du coefficient de réflexion  $r(\omega_a)$ . La spectroscopie du qubit est ainsi effectuée en mesurant le changement  $\Delta r(\omega_a)$  du coefficient de réflexion en fonction de la fréquence angulaire de spectroscopie  $\omega_{\text{sp}}$ . Alors que l'interaction entre le qubit et le mode de Kittel est principalement médié par le mode  $\text{TE}_{102}$ , on utilise l'interaction dispersive du qubit avec le mode  $\text{TE}_{103}$  pour la mesure du qubit. Ce choix permet d'éviter le déphasage induit par les fluctuations du nombre de photons dans le mode  $\text{TE}_{102}$  [38]. La fréquence angulaire de sonde  $\omega_a$  est fixée à la fréquence du mode  $\text{TE}_{103}$  lorsque le qubit est dans l'état fondamental,  $\omega_{103}^g/2\pi = 10.44916$  GHz

(Fig. 5.4 b), de façon à ce que  $\Delta_a = \omega_{103}^g - \omega_a = 0$ . La puissance de sonde  $P_a$  est fixée à 9.2 aW pour cette mesure et toutes les mesures présentées dans le reste de ce chapitre, correspondant à un nombre moyen de photon  $\bar{n}_{103}^g = 0.078$  (section 5.2). De plus, chaque mesure du changement du coefficient de réflexion  $\text{Re}(\Delta r)$  est acquis avec une bande passante de 1 Hz à l'analyseur de réseau et moyenné neuf fois. Finalement, pour toutes les mesures présentées dans cette section, la fréquence angulaire du mode de Kittel est fixée à  $\approx 7.95$  GHz à l'aide d'un courant  $I = -5.02$  mA sur la bobine.

Les figures 5.7 a) et b) montrent le spectre du qubit mesuré à deux puissances de spectroscopie  $P_{\text{sp}}$  différentes. L'asymétrie dans le spectre est causée par la présence de photons dans le mode  $\text{TE}_{103}$ . À partir de la théorie établie à la sous-section précédente, il est possible de prendre en compte cette occupation finie du mode  $\text{TE}_{103}$ . Pour ce faire, le spectre mesuré,  $\text{Re}(\Delta r)(\omega_{\text{sp}})$ , est ajusté à

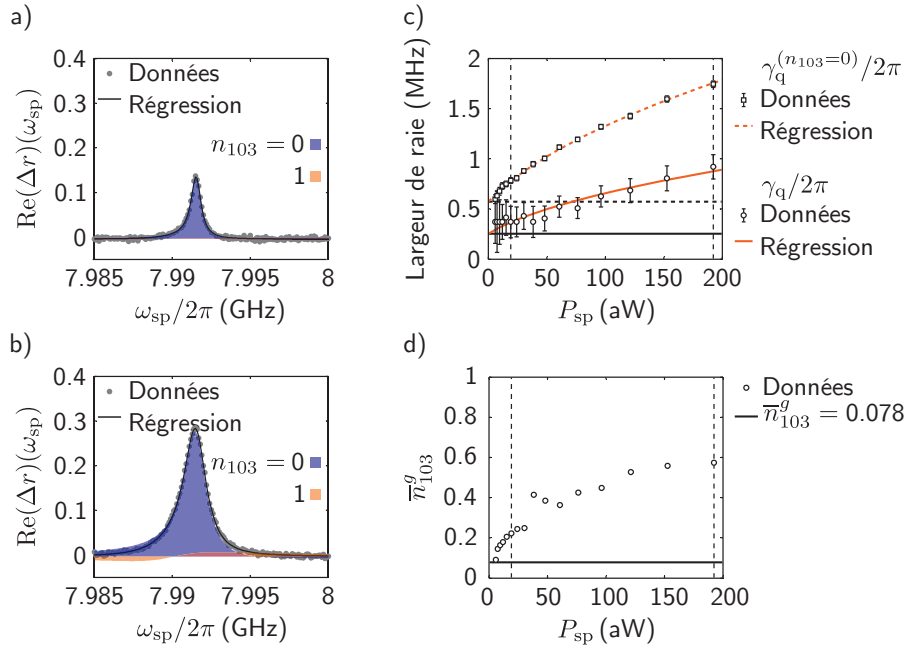
$$\text{Re}(\Delta r)(\omega_{\text{sp}}) = \mathcal{A} \sum_{n_{103}=0}^{10} S_{n_{103}}(\omega_{\text{sp}}) + \text{Re}(\Delta r)_{\text{off}}, \quad (5.23)$$

où  $\mathcal{A}$  est un facteur de proportionnalité entre le spectre théorique  $S(\omega_{\text{sp}})$  de l'équation (5.12) et celui obtenu expérimentalement, et  $\text{Re}(\Delta r)_{\text{off}}$  est un décalage du spectre. L'espace des états de Fock est tronqué à  $n_{103} = 10$ , ce qui est justifié puisque  $\bar{n}_{103}^g \ll 1$ . La largeur de raie du mode  $\text{TE}_{103}$  est fixée à la valeur déterminée précédemment (Fig. 5.4 b). Les paramètres de l'ajustement sont ainsi la fréquence angulaire du qubit avec le mode  $\text{TE}_{103}$  dans l'état du vide,  $\omega_q$ , la largeur de raie du qubit augmentée par l'excitation de spectroscopie,  $\gamma_q(P_{\text{sp}})$ , la force de l'interaction dispersive entre le qubit et le mode  $\text{TE}_{103}$ ,  $\chi_{q,103}$ , la population du mode avec le qubit dans l'état fondamental,  $\bar{n}_{103}^g$ , le facteur de proportionnalité,  $\mathcal{A}$ , et, finalement, le décalage  $\text{Re}(\Delta r)_{\text{off}}$ .

Les figures 5.7 a) et b) montrent que l'asymétrie dans le spectre du qubit est très bien reproduite par la régression. La fréquence du qubit avec zéro photon dans le mode  $\text{TE}_{103}$  est déterminée à  $\omega_q^{(n_{103}=0)}/2\pi = 7.99156$  GHz. La figure 5.7 c) présente la largeur de raie du qubit  $\gamma_q(P_{\text{sp}})$  extraite de la régression du spectre. L'augmentation de la largeur de raie avec la puissance de spectroscopie est ajustée à

$$\gamma_q(P_{\text{sp}}) = \sqrt{\eta P_{\text{sp}} + \gamma_q(0)^2}, \quad (5.24)$$

où  $\eta \equiv (2\Omega_{\text{sp}})^2/P_{\text{sp}}$  relie la puissance de spectroscopie  $P_{\text{sp}}$  à la fréquence angulaire de Rabi  $\Omega_{\text{sp}}$  et  $\gamma_q(0)$  est la largeur de raie intrinsèque du qubit [201]. La fréquence angulaire de Rabi  $\Omega_{\text{sp}}$  qui apparaît dans l'hamiltonien de l'équation (5.10) peut ainsi être estimée à partir de



**FIGURE 5.7 – Spectroscopie du qubit supraconducteur.**

Spectre du qubit mesuré à des puissances de spectroscopie  $P_{\text{sp}}$  de a) 19 aW et b) 190 aW. La régression des données à l'équation (5.23) est montrée par une ligne noire. Les régions bleue et orange montre les composantes  $S_{n_{103}}(\omega_{\text{sp}})$  du spectre du qubit correspondant à zéro et un photon dans le mode  $\text{TE}_{103}$ , respectivement. L'asymétrie du spectre est très bien reproduite par le modèle. c) Largeurs de raie du qubit  $\gamma_{\text{q}}(P_{\text{sp}})$  (cercles) et  $\gamma_{\text{q}}^{(n_{103}=0)}(P_{\text{sp}})$  (carrés) de l'équation (5.15) en fonction de la puissance de spectroscopie  $P_{\text{sp}}$ . Les lignes oranges pleine et pointillée montrent les régressions à l'équation (5.24), indiquant, respectivement,  $\gamma_{\text{q}}(0)/2\pi = 0.25$  MHz (ligne horizontale noire pleine) et  $\gamma_{\text{q}}^{(n_{103}=0)}(0)/2\pi = 0.57$  MHz (ligne horizontale noire pointillée). d) Population du mode  $\text{TE}_{103}$  en fonction de la puissance de spectroscopie  $P_{\text{sp}}$ . La ligne horizontale montre la population  $\bar{n}_{\text{p}}^g = 0.078$  calculée à partir de l'équation (5.4).

l'augmentation de la largeur de raie selon

$$\Omega_{\text{sp}} = \frac{1}{2} \sqrt{\gamma_{\text{q}}(P_{\text{sp}})^2 - \gamma_{\text{q}}(0)^2}. \quad (5.25)$$

À partir de l'ajustement de  $\gamma_{\text{q}}(P_{\text{sp}})$  à l'équation (5.24), il est possible d'extraire la largeur de raie intrinsèque du qubit,  $\gamma_{\text{q}}(0)/2\pi = 0.25_{-0.10}^{+0.07}$  MHz. Afin d'obtenir cette valeur, on restreint la valeur minimale de  $\gamma_{\text{q}}(P_{\text{sp}})$  dans l'ajustement tel que la largeur intrinsèque du qubit respecte la limite du temps de relaxation  $T_1$  donnée par

$$\min[\gamma_{\text{q}}(0)] = \frac{2}{\max[T_2^*]} = \frac{1}{T_1}, \quad (5.26)$$

où  $T_2^*$  est le temps de déphasage du qubit et  $T_1 = 0.63 \pm 0.07 \mu\text{s}$  est déterminé par une mesure résolue temporellement (chapitre 6). Cette largeur de raie diffère de la largeur de raie de la composante du spectre correspondant à zéro photon dans le mode  $\text{TE}_{103}$  et augmentée par le déphasage induit par la mesure causé par la population finie de photons dans le mode  $\text{TE}_{103}$ ,  $\gamma_{\text{q}}^{(n_{103}=0)}(0)/2\pi = (\gamma_{\text{q}}(0) + \kappa_{103} D_{103}^{\text{ss}})/2\pi = 0.57 \pm 0.02$  MHz. La différence entre  $\gamma_{\text{q}}(0)$  et  $\gamma_{\text{q}}^{(n_{103}=0)}(0)$  peut s'expliquer par une population dans le mode  $\text{TE}_{103}$  de  $0.20_{-0.09}^{+0.20}$  photons, significativement plus élevée que la population de  $0.078 \pm 0.004$  photons calculée précédemment à partir de la puissance de l'excitation de sonde. Cette population résiduelle de  $0.12_{-0.10}^{+0.21}$  photons devrait résulter en une largeur de raie de  $0.44_{-0.27}^{+0.54}$  MHz, augmentée de la largeur de raie intrinsèque du qubit même en l'absence des excitations de sonde et de spectroscopie. Cette largeur de raie est comparable à la largeur de raie de  $0.51 \pm 0.04$  MHz calculée à partir de  $\gamma_{\text{q}}(0) = 2/T_2^*$  et du temps de déphasage du qubit  $T_2^* = 0.62 \pm 0.04 \mu\text{s}$ , déterminé à partir d'une mesure d'interférométrie de Ramsey (chapitre 6) [201]. Ainsi, même si toutes les excitations micro-ondes sont éteintes lors de l'évolution libre de la mesure de Ramsey, une population résiduelle dans le mode  $\text{TE}_{103}$  crée un déphasage induit par la mesure, augmentant la largeur de raie du qubit de 0.25 à 0.51 MHz.

En considérant la population du mode  $\text{TE}_{103}$  dans l'analyse du spectre du qubit, il est de plus possible d'extraire directement la fréquence angulaire du décalage dispersif entre le qubit et le mode  $\text{TE}_{103}$ ,  $\chi_{\text{q},103}$ . À partir de la régression, on détermine  $\chi_{\text{q},103}/2\pi = -0.8 \pm 0.2$  MHz, en excellent accord avec la valeur de  $-0.73$  MHz calculée numériquement à partir de l'hamiltonien de l'équation (5.1) et des paramètres spécifiés à l'annexe C.

### 5.3.3 Couplage entre le mode de Kittel et le qubit

Tel qu'illustré à la figure 5.8 a), la combinaison du couplage dipolaire magnétique entre le mode de Kittel et le mode  $TE_{10p}$  de la cavité (section 5.2) et du couplage dipolaire électrique du qubit avec le même mode (annexe C) crée un couplage effectif entre le mode de Kittel et le qubit d'une force de couplage  $g_{q-m}$  [41, 38]. En effet, lorsque le désaccord entre le mode de Kittel et le qubit est beaucoup plus faible que les forces de couplages  $g_{q,10p}$  et  $g_{m,10p}$ , et lorsque le désaccord entre le mode  $TE_{10p}$  de la cavité et le mode de Kittel et le qubit est beaucoup plus grand que les forces de couplages  $g_{q,10p}$  et  $g_{m,10p}$ , il est possible d'éliminer les modes de la cavité de l'hamiltonien complet du système (équation (5.1)) afin d'obtenir l'hamiltonien effectif de l'interaction entre le mode de Kittel et le qubit, donné par [38]

$$\hat{\mathcal{H}}_{q-m}/\hbar \approx \frac{1}{2}\omega_q\hat{\sigma}_z + \omega_m\hat{c}^\dagger\hat{c} + g_{q-m}(\hat{\sigma}^-\hat{c}^\dagger + \hat{\sigma}^+\hat{c}), \quad (5.27)$$

où

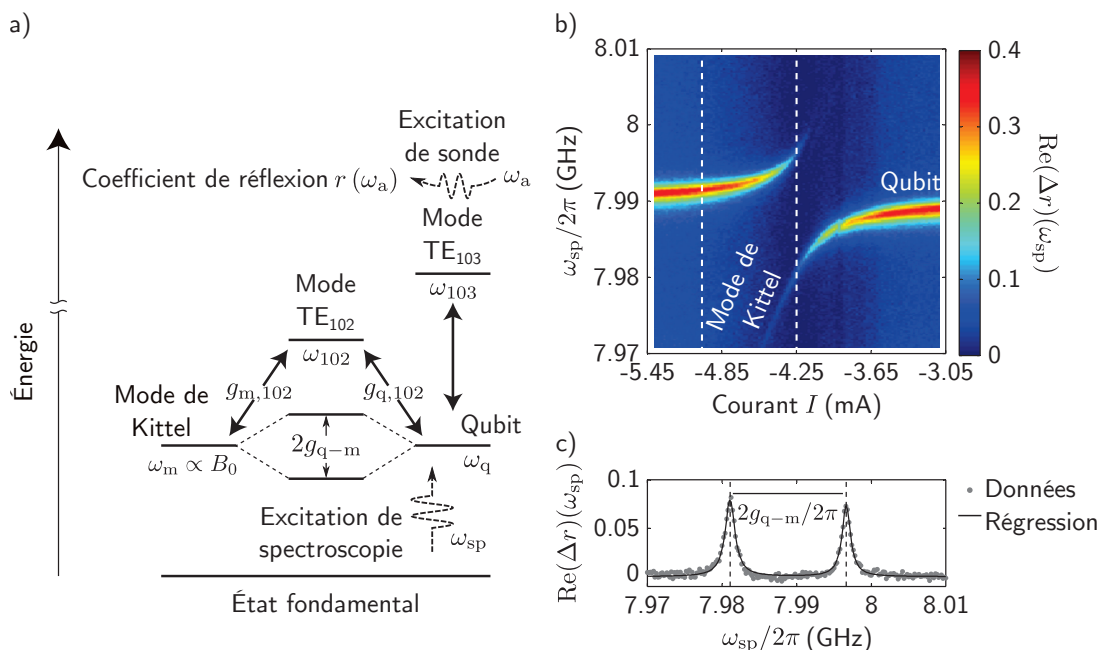
$$g_{q-m} \approx \sum_{p=1}^{\infty} \frac{g_{q,10p}g_{m,10p}}{\omega_{10p} - \omega_q} \quad (5.28)$$

pour  $\omega_q \approx \omega_m$ . Cette interaction entre le mode de Kittel et le qubit est interprétée comme l'échange d'un quanta entre le mode de Kittel et le qubit par une excitation virtuelle d'un photon dans le mode  $TE_{10p}$ . Bien que les autres modes de la cavité contribuent aussi à ce couplage, la proximité des fréquences du mode  $TE_{102}$  à  $\sim 8.46$  GHz et de la transition  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  du transmon à  $\sim 7.99$  GHz fait en sorte que l'interaction qubit-magnon est principalement médiée par ce mode.

Afin de vérifier que l'interaction entre le mode de Kittel et le qubit atteint le régime de couplage fort, la spectroscopie du qubit est effectuée en fonction du courant  $I$  de la bobine afin de mettre en résonance le mode de Kittel avec le qubit. La puissance de spectroscopie est fixée à  $P_{sp} = 190$  aW. De plus, chaque mesure du changement du coefficient de réflexion  $\text{Re}(\Delta r)$  est acquis avec une bande passante de 1 Hz à l'analyseur de réseau et moyenné trois fois. La figure 5.8 b) présente le résultat de cette mesure.

La présence d'un croisement évité indique que le régime de couplage fort entre le mode de Kittel et le qubit est atteint [41]. La force du couplage  $g_{q-m}/2\pi = 7.79$  MHz est extraite de la séparation entre les deux pics du spectre mesuré lorsque le mode de Kittel et le magnon sont en résonance à  $I = -4.25$  mA (Fig. 5.8 c), correspondant à la séparation





**FIGURE 5.8 – Croisement évité entre le mode de Kittel et le qubit.**

a) Diagramme d'énergie schématique des modes  $TE_{102}$  et  $TE_{103}$  de la cavité, du qubit et du mode de Kittel, respectivement de fréquences angulaires  $\omega_{102}$ ,  $\omega_{103}$ ,  $\omega_q$  et  $\omega_m$ . Le qubit et le mode de Kittel sont couplés au mode  $TE_{102}$  par couplages dipolaires électrique et magnétique avec une force de couplage  $g_{q,102}$  et  $g_{m,102}$ , respectivement. Le couplage effectif entre le qubit et le mode de Kittel, d'une fréquence angulaire  $g_{q-m}$ , mène à une hybridation caractérisée par une séparation de Rabi d'une fréquence angulaire  $2g_{q-m}$ . Le spectre du qubit est mesuré en sondant le coefficient de réflexion  $r(\omega_a)$  d'une excitation de sonde de fréquence angulaire  $\omega_a$  résonante avec le mode  $TE_{103}$  avec le qubit dans l'état fondamental,  $\omega_{103}^q$ , en fonction de la fréquence angulaire de l'excitation de spectroscopie,  $\omega_{sp}$ . b) Spectre du qubit en fonction du courant  $I$  dans la bobine, changeant le champ magnétique  $B_0$  à la sphère de YIG et changeant ainsi la fréquence angulaire des magnons dans le mode de Kittel,  $\omega_m^q$ . L'observation d'un croisement évité démontre le couplage fort entre le qubit et le mode de Kittel. Les lignes pointillées verticales indiquent  $I = -4.25$  mA, où le qubit et le mode de Kittel sont hybridés (Fig. 5.8 c), et  $I = -5.02$  mA, où l'interaction qubit-magnon est dans le régime dispersif (section 5.4). c) Séparation de Rabi de l'état du vide des magnons lorsque le qubit est en résonance avec le mode de Kittel à  $I = -4.25$  mA. À partir d'une régression, la force du couplage entre le mode de Kittel et le qubit,  $g_{q-m}/2\pi = 7.79$  MHz, est extraite.

de Rabi créé par l'état du vide des magnons. La force de l'interaction entre le mode de Kittel et le qubit est en effet beaucoup plus grande que la largeur de raie des magnons,  $\gamma_m/2\pi = 1.3$  MHz (sous-section 5.2.2), et la largeur de raie du qubit,  $\gamma_q/2\pi = 1.74$  MHz, augmentée par l'excitation de spectroscopie (sous-section 5.3.2).

La force de couplage observée de  $g_{q-m}/2\pi = 7.79$  MHz est relativement près de la valeur  $g_{q-m}/2\pi = 6.67$  MHz calculée à partir de l'hamiltonien de l'équation (5.1) et des paramètres spécifiés à l'annexe C. La sous-estimation de la force de couplage obtenue théoriquement de 17% peut potentiellement s'expliquer par le fait que seulement les quatre premiers modes de la cavité sont considérés dans le calcul présenté en annexe. Une bonne indication de la validité de cette hypothèse est qu'en ne considérant que les trois premiers modes de la cavité, la valeur théorique diminue à 6.38 MHz, soit une augmentation de l'erreur de 17% à 22%.

## 5.4 Régime dispersif fort en magnonique quantique

---

À la section précédente, il est démontré que l'interaction entre le mode de Kittel et le qubit atteint le régime de couplage fort par l'observation d'un croisement évité lorsque les deux systèmes sont résonants. Dans cette section, le régime où le désaccord en fréquence entre les deux systèmes est beaucoup plus grand que la force du couplage est exploré. Dans une première sous-section, l'hamiltonien effectif du système dans le régime dispersif est présenté en analogie avec celui introduit à la section précédente pour décrire la spectroscopie du qubit par une mesure dispersive. Une seconde sous-section présente une mesure permettant d'estimer la fréquence des magnons par l'observation de l'effet Stark dynamique du qubit causé par les magnons dans le mode de Kittel. À la sous-section 5.4.3, la possibilité d'atteindre le régime dispersif fort en magnonique quantique est démontré par l'observation des états de Fock des magnons dans le mode de Kittel. Finalement, une dernière sous-section présente la population et la distribution de probabilité extraites d'une analyse détaillée des résultats.

### 5.4.1 Théorie du régime dispersif en magnonique quantique

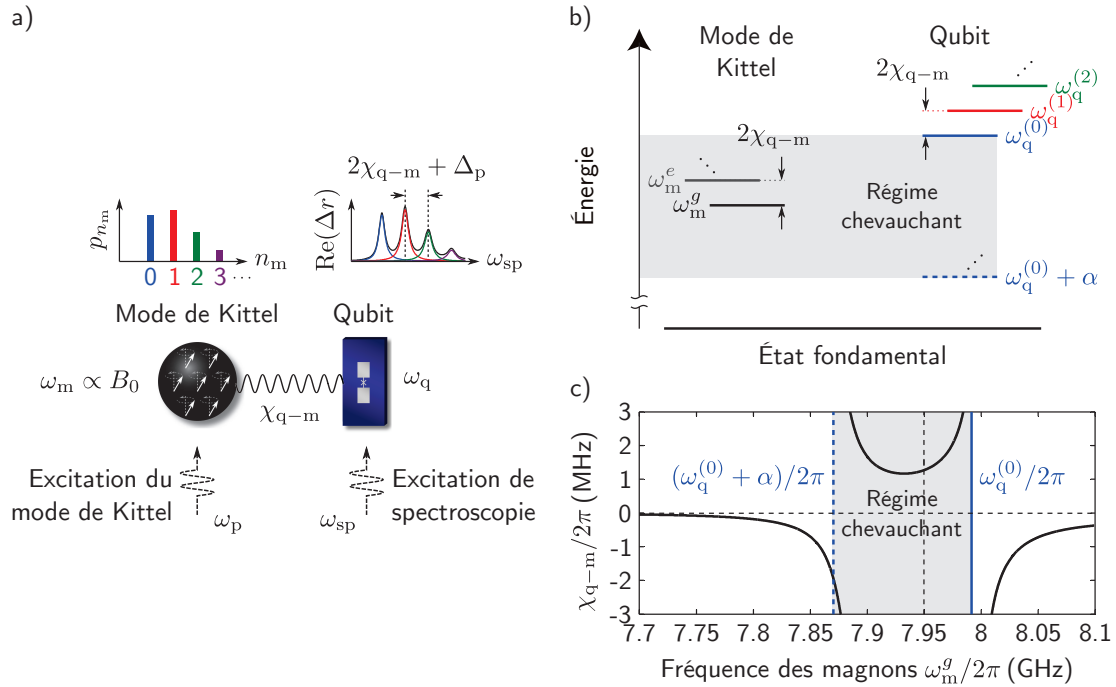
À partir de l'hamiltonien de l'équation (5.27) décrivant l'interaction effective entre le mode de Kittel et le qubit, il est possible d'obtenir un hamiltonien du système qubit-magnon dans le régime dispersif lorsque le désaccord entre chaque sous-système est beaucoup plus grand que toutes les forces de couplages, soit

$$\hat{\mathcal{H}}_{q-m}/\hbar \approx \frac{1}{2}\Delta_{sp}\hat{\sigma}_z + (\Delta_p + \chi_{q-m})\hat{c}^\dagger\hat{c} + \chi_{q-m}\hat{\sigma}_z\hat{c}^\dagger\hat{c} + \Omega_{sp}(\hat{\sigma}^- + \hat{\sigma}^+) + \Omega_p(\hat{c} + \hat{c}^\dagger), \quad (5.29)$$

où  $\Delta_{sp} = \omega_q - \omega_{sp}$  est le désaccord de spectroscopie,  $\Delta_p = \omega_m^g - \omega_p$  est le désaccord de l'excitation du mode de Kittel,  $\chi_{q-m}$  est la fréquence angulaire de l'interaction dispersive entre le mode de Kittel et le qubit,  $\Omega_{sp}$  est la force de l'excitation de spectroscopie (fréquence de Rabi) et  $\Omega_p$  est la force de l'excitation du mode de Kittel. Cet hamiltonien est en parfaite analogie avec celui de l'équation (5.10) où le mode de la cavité est simplement remplacé par le mode de Kittel puisque les deux systèmes sont des oscillateurs harmoniques. Il est alors possible d'utiliser la théorie présentée à la sous-section 5.3.1 afin de décrire le spectre du qubit mesuré lorsque l'excitation micro-ondes crée un état cohérent de magnon dans le mode de Kittel.

La figure 5.9 a) présente schématiquement l'observation des états de Fock de magnons dans le mode de Kittel par une mesure spectroscopique du qubit dans le régime dispersif. Une excitation micro-ondes résonante avec la fréquence angulaire  $\omega_m \propto B_0$  des magnons crée un état cohérent de magnons dans le mode de Kittel. Par l'interaction dispersive qubit-magnon de fréquence angulaire  $\chi_{q-m}$ , le spectre du qubit acquiert plusieurs pics correspondant à la transition du qubit avec le mode de Kittel dans l'état de Fock de magnons  $|n_m\rangle$  si  $2\chi_{q-m} \gg \max[\gamma_q, \gamma_m]$ , c'est-à-dire si la séparation en fréquence angulaire entre les pics,  $2\chi_{q-m}$ , est beaucoup plus grande que la largeur de raie du qubit et du mode de Kittel, respectivement  $\gamma_q$  et  $\gamma_m$ . Dans ce cas, comme il est démontré à la dernière sous-section de cette section, le poids spectral de chacun des pics du spectre du qubit reflète la distribution de probabilité de l'état cohérent de magnons créé dans le mode de Kittel par l'excitation micro-ondes.

Comme l'illustre la figure 5.9 b), le régime chevauchant (*straddling regime*) correspond au régime où la fréquence angulaire  $\omega_m^g$  des magnons avec le qubit dans l'état fondamental est entre la fréquence angulaire  $\omega_q^{(0)}$  de la transition  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  et la fréquence angulaire  $\omega_q^{(0)} + \alpha$  de la transition  $|e\rangle \leftrightarrow |f\rangle$  du transmon avec le mode de Kittel dans l'état du vide, où  $\alpha < 0$  est l'anharmonicité du transmon [190]. La figure 5.9 c) présente la fréquence



**FIGURE 5.9 – Régime dispersif en magnonique quantique.**

a) Illustration schématique du système hybride dans le régime dispersif fort. Une excitation de fréquence angulaire  $\omega_p$  est utilisée afin de créer un état cohérent de magnon dans le mode de Kittel. Cette excitation possède un désaccord de fréquence angulaire  $\Delta_p = \omega_m^g - \omega_p$  par rapport à la fréquence angulaire des magnons avec le qubit dans l'état fondamental,  $\omega_m^g$ . Dans le régime dispersif fort, les états de Fock de magnons  $|n_m\rangle$ , possédant une distribution de probabilité  $p_{n_m}$ , se manifestent dans le spectre du qubit par des pics aux fréquences angulaires  $\omega_q^{(n_m)}$  séparés par  $2\chi_{q-m} + \Delta_p$  et avec un poids spectral relié à  $p_{n_m}$ . b) Diagramme d'énergie schématique du qubit et du mode de Kittel dans le régime dispersif, indiquant les transitions  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  et  $|e\rangle \leftrightarrow |f\rangle$  du transmon aux fréquences angulaires  $\omega_q^{(n_m)}$  et  $\omega_q^{(n_m)} + \alpha$ , respectivement, où  $\alpha (< 0)$  est l'anharmonicité du transmon. Le régime chevauchant (*straddling regime*) correspond au régime où  $\omega_q^{(0)} + \alpha < \omega_m^g < \omega_q^{(0)}$  (région en gris), où  $\omega_m^{g(e)}$  est la fréquence angulaire du qubit avec le transmon dans l'état  $|g(e)\rangle$ . c) Calcul de la fréquence angulaire du couplage dispersif entre le mode de Kittel et le qubit,  $\chi_{q-m}$ , en fonction de la fréquence angulaire des magnons avec le qubit dans l'état fondamental,  $\omega_m^g$ . Le régime chevauchant (région en gris) est délimité par  $\omega_q^{(0)}/2\pi = 7.99156$  GHz (ligne bleue pleine) et  $(\omega_q^{(0)} + \alpha)/2\pi = 7.87136$  GHz (ligne bleue pleine), où  $\alpha/2\pi = -120.2$  MHz.

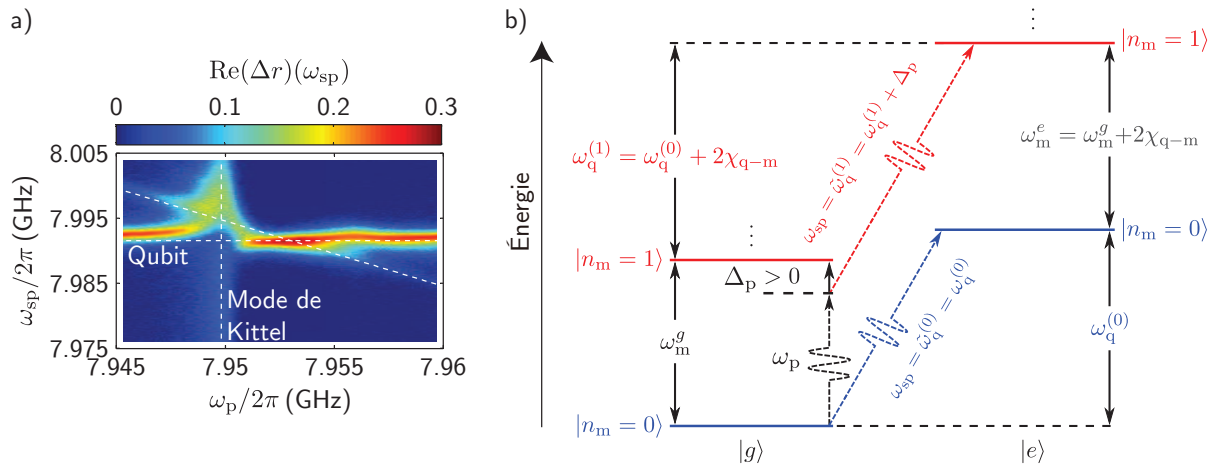
angulaire de l'interaction dispersive entre le mode de Kittel et le qubit,  $\chi_{q-m}$ , calculée numériquement à partir de l'hamiltonien de l'équation (5.1) et des paramètres présentés à l'annexe C.

En négligeant les états supérieurs du transmon dans l'hamiltonien de l'équation (5.1), la fréquence angulaire de l'interaction dispersive qubit-magnon est donné par  $\chi_{q-m} = g_{q-m}^2 / (\omega_m^{\text{bare}} - \omega_q^{\text{bare}})$ . Par contre, comme le montre la figure 5.9 c), la régime chevauchant permet d'obtenir une interaction dispersive  $\chi_{q-m}$  beaucoup plus élevée [190]. Cet effet a été utilisé en électrodynamique quantique en circuit afin d'obtenir des couplages dispersifs de plus de 80 MHz entre un qubit supraconducteur de flux et une cavité supraconductrice [191]. Par exemple, à la figure 5.9 c), le régime chevauchant permet d'augmenter  $\chi_{q-m}/2\pi$  de 0.68 MHz à 1.17 MHz en plein centre du régime chevauchant. Comme on le verra à la sous-section 5.4.3, cette augmentation en apparence marginale est cruciale afin d'atteindre le régime dispersif fort en magnonique quantique puisque, tel que déterminé à la section 5.2, la largeur de raie du mode de Kittel  $\gamma_m/2\pi$  est de 1.3 MHz.

## 5.4.2 Détermination de la fréquence des magnons

Afin d'atteindre le régime dispersif du système qubit-magnon, le courant  $I$  de la bobine est fixé à  $-5.02$  mA, correspondant à une fréquence des magnons inférieure à la fréquence du qubit (Fig. 5.8). Afin de déterminer la fréquence angulaire des magnons dans le mode de Kittel à cette valeur de courant, le spectre du qubit est mesuré en fonction de la fréquence angulaire de l'excitation du mode de Kittel,  $\omega_p$ , en fixant la puissance de cette excitation à 7.9 fW. La puissance de spectroscopie est fixée à  $P_{\text{sp}} = 190$  aW. De plus, chaque mesure du changement du coefficient de réflexion  $\text{Re}(\Delta r)$  est acquis avec une bande passante de 1 Hz à l'analyseur de réseau. Le résultat de cette mesure est présenté à la figure 5.10 a).

Selon l'équation (5.22), lorsque l'excitation devient presque résonante avec le mode de Kittel, c'est-à-dire lorsque  $\Delta_p = \omega_m^g - \omega_p \ll \gamma_m$ , la fréquence angulaire du qubit subit un décalage de Stark dynamique causé par la présence d'un état cohérent de magnons dans le mode de Kittel donné par  $\lambda_m + 2\chi_{q-m}n_m$ , où le premier et le deuxième termes représentent, respectivement, les composantes discrète et continue du décalage de Stark dynamique. Cette observation est une signature de l'interaction dispersive entre le qubit et les magnons, similaire à l'interaction dispersive entre un qubit et les photons micro-ondes d'une cavité en électrodynamique quantique en circuit [201, 44]. La valeur positive du décalage de Stark dynamique indique que  $\chi_{q-m} > 0$ , alors que la fréquence d'excitation produisant



**FIGURE 5.10 – Détermination de la fréquence des magnons.**

a) Mesure du spectre du qubit  $\text{Re}(\Delta r)(\omega_{\text{sp}})$  à un courant  $I = -5.02$  mA en fonction de la fréquence d'excitation du mode de Kittel,  $\omega_p/2\pi$ . La fréquence d'excitation produisant le décalage de Stark dynamique le plus élevé par rapport à la fréquence du qubit,  $\omega_q/2\pi$  (ligne horizontale pointillée), permet d'estimer la fréquence des magnons dans le mode Kittel avec le qubit dans l'état fondamental,  $\omega_m^g/2\pi \approx 7.95$  GHz (ligne verticale pointillée). La signature correspondant à une transition à deux photons impliquant les excitations de spectroscopie et du mode de Kittel et excitant le qubit et un magnon est indiqué par une ligne diagonale pointillée, donnée par  $\omega_{\text{sp}} = \omega_q^{(n_m=0)} + 2\chi_{q-m} + \Delta_p$  et calculée avec  $\chi_{q-m}/2\pi = 1.5$  MHz à  $\omega_m^g/2\pi = 7.95$  GHz. b) Une excitation de fréquence angulaire  $\omega_p$  est utilisée afin d'exciter les magnons dans le mode de Kittel avec un désaccord de fréquence angulaire  $\Delta_p = \omega_m^g - \omega_p$ , résultant en des pics dans le spectre du qubit aux fréquences angulaires  $\tilde{\omega}_q^{(n_m)} = \omega_q^{(n_m)} + n_m \Delta_p$ . L'espacement en fréquence angulaire entre les pics correspondant à des états de Fock de magnon consécutifs est ainsi donné par  $2\chi_{q-m} + \Delta_p$ .

le décalage maximal à  $\Delta_p = 0$  indique  $\omega_m^g/2\pi \approx 7.95$  GHz. Selon la figure 5.9 c), ces deux observations sont consistantes avec le système hybride étant dans le régime chevauchant.

La signature d'une transition à deux photons est de plus visible à la figure 5.10 a). Cette transition implique l'excitation de spectroscopie, de fréquence angulaire  $\omega_{sp}$ , et l'excitation du mode de Kittel, de fréquence angulaire  $\omega_p$ , et excite le qubit et un magnon dans le mode de Kittel, changeant ainsi l'état du système composé de  $|g, n_m = 0\rangle$  à  $|e, n_m = 1\rangle$ . Tel qu'illustré à la figure 5.10 b), cette transition apparaît à une fréquence angulaire de spectroscopie donnée par

$$\omega_{sp} = \omega_q^{(1)} + \Delta_p = \omega_q^{(0)} + \lambda_m(\Delta_p) + 2\chi_{q-m} + \Delta_p. \quad (5.30)$$

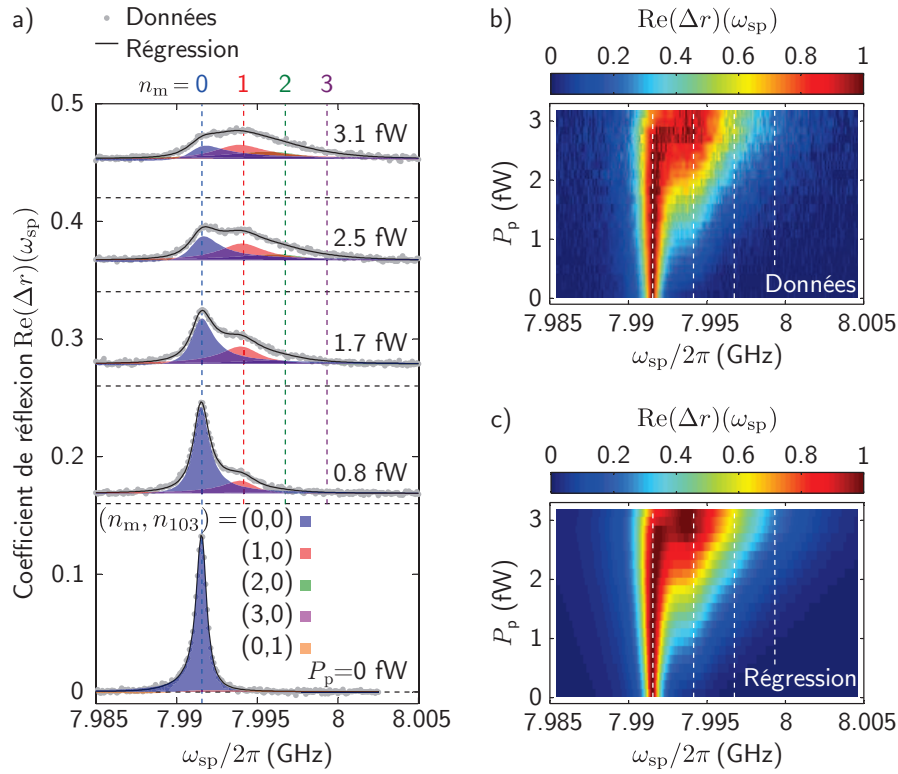
Ainsi, en négligeant la dépendance de la fréquence angulaire du décalage de Stark dynamique  $\lambda_m$  au désaccord de l'excitation du mode de Kittel  $\Delta_p$ , cette transition possède une dépendance linéaire en  $\Delta_p$  et est montrée par une ligne diagonale à la figure 5.10 a). L'observation de cette transition démontre la présence d'une interaction dispersive entre le mode de Kittel et le qubit.

### 5.4.3 Observation des états de Fock de magnons

Dans cette sous-section, l'observation des états de Fock de magnons est démontrée par l'étude détaillée du spectre du qubit lorsque le désaccord de l'excitation du mode de Kittel est beaucoup plus faible que la largeur de raie des magnons, soit  $\Delta_p \ll \gamma_m$ . Pour se faire, le spectre du qubit est mesuré en fonction la puissance d'excitation  $P_p$  en fixant la fréquence de l'excitation à  $\omega_p/2\pi = 7.95$  GHz, près de la fréquence des magnons  $\omega_m^g/2\pi$  pour  $I = -5.02$  mA (Fig. 5.10 a). La puissance de l'excitation de spectroscopie est fixée à  $P_{sp} = 19$  aW afin de réduire l'augmentation de la largeur de raie du qubit,  $\gamma_q(P_{sp})$ . De plus, chaque mesure du changement du coefficient de réflexion  $\text{Re}(\Delta r)$  est acquis avec une bande passante de 1 Hz à l'analyseur de réseau et moyennée 50 fois.

Les figures 5.11 a) et b) présentent le résultat de ces mesures. En plus de se disperser à une fréquence plus élevée, indiquant encore une fois  $\chi_{q-m} > 0$ , le spectre du qubit est modulé, indiquant la présence de plusieurs pics, chacun correspondant à un état de Fock de magnons  $|n_m\rangle$  différent.

Afin d'effectuer un ajustement sur les spectres de la figure 5.11, le modèle analytique du spectre d'un qubit en interaction dispersive avec une cavité, présenté à la sous-section 5.3.1,



**FIGURE 5.11 – Observation des états de Fock de magnons.**

a) Spectres du qubit mesurés à différentes puissances d'excitation  $P_p$  à un courant  $I = -5.02$  mA et à une fréquence d'excitation du mode de Kittel  $\omega_p/2\pi = 7.95$  GHz. Les lignes noires pleines présentent les régressions des données au modèle du spectre d'un qubit en interaction dispersive avec le mode de Kittel. Les régions colorées montrent les composantes du spectre correspondant à différents états de Fock  $|n_{103}\rangle$  de photons du mode  $\text{TE}_{103}$  et différents états de Fock  $|n_m\rangle$  de magnons du mode de Kittel. Les décalages verticaux sont indiqués par les lignes horizontales pointillées.

b) Spectres du qubit mesurés en fonction de la puissance d'excitation du mode de Kittel,  $P_p$ . Après avoir soustrait un décalage dépendant de la puissance d'excitation, le spectre  $\text{Re}(\Delta r)$  est normalisé à chaque puissance d'excitation par sa valeur maximale.

c) Résultat de la régression des spectres présentés en b) au modèle. Pour toutes ces figures, les lignes verticales pointillées indiquent les fréquences des transitions  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  du transmon correspondant aux quatre premiers états de Fock de magnon, où la composante continue du décalage de Stark, donnée par  $\lambda_m/2\pi$ , est négligée par simplicité.



est adapté en remplaçant le mode de la cavité par le mode de Kittel. Explicitement, on effectue les substitutions

$$\begin{aligned} n_c, \bar{n}_c^{g,e}, \kappa_c &\rightarrow n_m, \bar{n}_m^{g,e}, \gamma_m, \\ \chi_{q-c} &\rightarrow \chi_{q-m}, \\ A_c, \lambda_c, D_c^{ss} &\rightarrow A_m, \lambda_m, D_m^{ss} \end{aligned}$$

dans les équations (5.13) to (5.20). Afin de considérer le déplacement de Stark dynamique du qubit créé par les photons dans le mode  $TE_{103}$ , le remplacement

$$\omega_q \rightarrow \omega_q^{(n_{103}=0)} = \omega_q + \lambda_{103} \quad (5.31)$$

est effectué, où la fréquence du qubit avec le mode  $TE_{103}$  dans l'état du vide,  $\omega_q^{(n_{103}=0)}/2\pi = 7.99156$  GHz, est déterminée de la régression présentée à la sous-section 5.3.2. La largeur de raie du qubit avec le mode de Kittel dans l'état du vide est substitué à

$$\gamma_q \rightarrow \gamma_q^{(n_{103}=0)} = \gamma_q + \kappa_{103} D_{103}^{ss}, \quad (5.32)$$

afin de considérer l'augmentation de la largeur de raie causée par le déphasage induit par la mesure par les photons présents dans le mode  $TE_{103}$ , avec  $\gamma_q^{(n_{103}=0)}/2\pi = 0.78$  MHz pour  $P_{sp} = 19$  aW (Fig. 5.7 c). Avec ces substitutions, le spectre du qubit est ajusté à

$$\text{Re}(\Delta r)(\omega_{sp}) = \mathcal{A} \sum_{n_m=0}^{10} S_{n_m}(\omega_{sp}) + \text{Re}(\Delta r)_{\text{off}}, \quad (5.33)$$

où, afin de tenir compte de l'asymétrie du spectre du qubit causée par l'interaction dispersive entre le qubit et le mode  $TE_{103}$ , la composante du spectre correspondant à l'état de Fock  $|n_{103} = 1\rangle$  du mode  $TE_{103}$  est considéré selon

$$S_{n_m}(\omega_{sp}) \approx S_{n_m, n_{103}=0}(\omega_{sp}) + \mathcal{B} \times S_{n_m, n_{103}=1}(\omega_{sp}), \quad (5.34)$$

dans l'équation (5.33). Le poids spectral relatif entre les composantes du spectre à un photon et à zéro photon est donné par

$$\mathcal{B} \equiv \frac{p_{n_{103}=1}}{p_{n_{103}=0}} \approx \int d\omega_{sp} \frac{S_{n_{103}=1}(\omega_{sp})}{S_{n_{103}=0}(\omega_{sp})}.$$

À partir des mesures avec le mode de Kittel dans l'état du vide (Fig. 5.7 a), le poids spectre

relatif  $\mathcal{B} = 0.03$  est déterminé et est supposé constant dans ce qui suit.

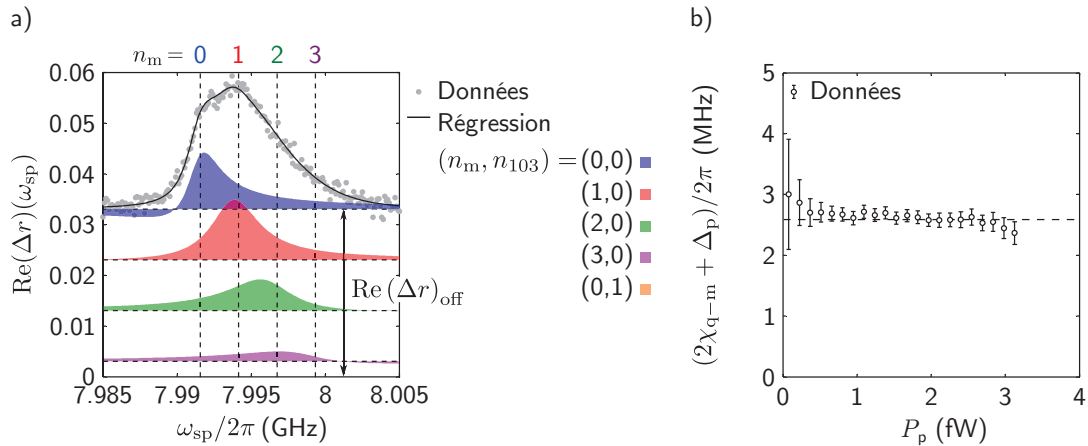
Les paramètres fixés dans l'ajustement du spectre du qubit sont la fréquence angulaire et la largeur de raie du qubit,  $\omega_q^{(n_{103}=0)}$  et  $\gamma_q^{(n_{103}=0)}$  respectivement, la largeur de raie des magnons,  $\gamma_m$ , le poids spectral relatif,  $\mathcal{B}$ , la fréquence angulaire de l'interaction dispersive entre le qubit et le mode  $\text{TE}_{103}$ ,  $\chi_{q,103}$ , et la largeur de raie du mode  $\text{TE}_{103}$ ,  $\kappa_{103}$ .

Pour chaque puissance d'excitation du mode de Kittel  $P_p$ , les paramètres de la régression sont la fréquence angulaire de l'interaction dispersive entre le mode de Kittel et le qubit,  $\chi_{q-m}$ , la fréquence angulaire du désaccord entre l'excitation et les magnons,  $\Delta_p$ , la population de magnon avec le qubit dans l'état fondamental,  $\bar{n}_m^g$ , le facteur de conversion,  $\mathcal{A}$ , et le décalage du spectre,  $\text{Re}(\Delta r)_{\text{off}}$ .

Les données présentées aux figures 5.11 a) et b) sont ajustées à ce modèle. Les résultats de cet ajustement sont présentés aux figures 5.11 a) et c). La figure 5.12 a) présente en détails l'ajustement du spectre mesuré à une puissance d'excitation  $P_p = 3.1$  fW, où chaque composante du spectre correspondant aux états de Fock de magnon  $|n_m = \{0, 1, 2, 3\}\rangle$  est mis en évidence. L'excellent accord entre les données et l'ajustement sur tout l'intervalle de puissance d'excitation est une très bonne indication de la validité du modèle présenté.

Le désaccord entre les fréquences angulaires d'excitation et le mode de Kittel avec le transmon dans l'état fondamental est déterminé à  $\Delta_p/2\pi = -0.38$  MHz, beaucoup plus faible que la largeur de raie du mode de Kittel,  $\gamma_m/2\pi = 1.3$  MHz. À partir de cette valeur, il est possible d'estimer la fréquence angulaire des magnons avec le transmon dans l'état fondamental selon  $\omega_m^g/2\pi = (\omega_p + \Delta_p)/2\pi = 7.94962$  GHz. De plus, le décalage de Lamb  $(\omega_m^{\text{bare}} - \omega_m^g)/2\pi = 1.88$  MHz est calculé à partir de l'hamiltonien de l'équation (5.1) en utilisant les paramètres présentés à l'annexe C. Ceci indique alors une fréquence du mode de Kittel sans interactions de  $\omega_m^{\text{bare}}/2\pi = 7.95150$  GHz, à partir duquel le désaccord entre les fréquences du qubit et du mode de Kittel sans interactions est calculé selon  $|\omega_q^{\text{bare}} - \omega_m^{\text{bare}}|/2\pi = 89$  MHz. La condition du régime dispersif,  $|\omega_q^{\text{bare}} - \omega_m^{\text{bare}}| \gg g_{q-m}$ , est ainsi respectée, avec un désaccord de 89 MHz beaucoup plus grand que la force du couplage qubit-magnon déterminée précédemment,  $g_{q-m}/2\pi = 7.79$  MHz.

La figure 5.12 b) présente la séparation entre les pics du spectre du qubit correspondant à des états de Fock de magnon consécutifs,  $2\chi_{q-m} + \Delta_p$ , en fonction de la puissance d'excitation  $P_p$ . Tel qu'attendu, la séparation ne dépend pas de la puissance d'excitation à l'intérieur des barres d'erreurs. La force de l'interaction dispersive entre le mode de Kittel et le qubit obtenue de la régression,  $\chi_{q-m}/2\pi = 1.5 \pm 0.1$  MHz, est en bon accord avec la valeur



**FIGURE 5.12 – Analyse détaillée du spectre du qubit dans le régime dispersif.**

a) Spectre du qubit mesuré à une puissance d'excitation du mode de Kittel de  $P_p = 3.1$  fW. La ligne noire pleine présente la régression des données au modèle du spectre d'un qubit en interaction dispersive avec le mode de Kittel. Les régions colorées montrent les composantes du spectre correspondant à différents états de Fock  $|n_m\rangle$  de magnons du mode de Kittel avec le mode  $\text{TE}_{103}$  dans l'état de Fock  $|n_{103} = 0\rangle$ . Les composantes correspondant à l'état de Fock  $|n_{103} = 1\rangle$  ne sont pas clairement visibles et sont ainsi omises. Les composantes correspondant aux états de Fock  $|n_m = \{1, 2, 3\}$  de magnons sont respectivement décalées verticalement de  $-0.01$ ,  $-0.02$  et  $-0.03$  à partir du décalage  $\text{Re}(\Delta r)_{\text{off}}$ . Des valeurs négatives dans le spectre de la composante correspondant à l'état de Fock  $|n_m = 0\rangle$  de magnons sont visibles pour  $\omega_{\text{sp}}/2\pi < 7.99$  GHz. Les lignes verticales pointillées indiquent les fréquences des transitions  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  du transmon correspondant aux quatre premiers états de Fock de magnon, où la composante continue du décalage de Stark, donnée par  $\lambda_m/2\pi$ , est négligée par simplicité. b) Séparation en fréquence entre la transition  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  du transmon correspondant à des états de Fock de magnons consécutifs,  $(2\chi_{q-m} + \Delta_p)/2\pi$ , en fonction de la puissance d'excitation du mode de Kittel  $P_p$ . À faible puissance, il est difficile de déterminer, à partir de cette séparation, le décalage dispersif  $\chi_{q-m}$  et le désaccord de l'excitation  $\Delta_p$  séparément. On néglige alors les données pour  $P_p < 0.9$  fW afin d'estimer les valeurs moyennes et l'écart-type de  $\chi_{q-m}$  et  $\Delta_p$ . Par contre, à l'intérieur des barres d'erreurs, la séparation  $(2\chi_{q-m} + \Delta_p)/2\pi = 2.6 \pm 0.3$  MHz est constante sur tout l'intervalle de puissance d'excitation.

théorique de 1.27 MHz de la figure 5.9 c) pour  $\omega_m^g/2\pi = 7.94962$  GHz. Le décalage dispersif par magnon,  $2\chi_{q-m}/2\pi = 3.0$  MHz, est ainsi beaucoup plus grand que les largeurs de raie du qubit  $\gamma_q/2\pi = 0.78$  MHz et du mode de Kittel  $\gamma_m/2\pi = 1.3$  MHz, permettant ainsi l'observation des états de Fock de magnons dans le spectre du qubit. Ceci est une démonstration claire que le régime dispersif fort a été atteint en magnonique quantique.

#### 5.4.4 Population et distribution de probabilité

##### Nombre moyen de magnons

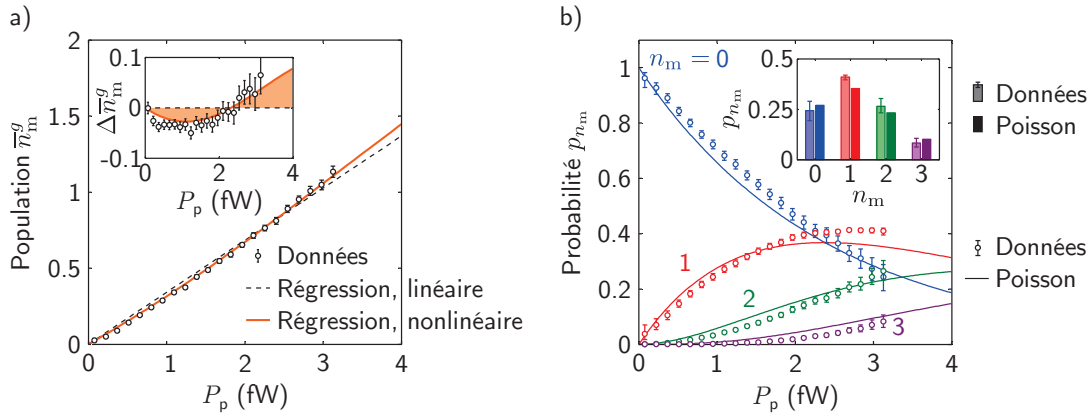
Tel que discuté à la sous-section précédente, le nombre moyen de magnons dans le mode de Kittel avec le transmon dans l'état fondamental,  $\bar{n}_m^g$ , est extrait de la régression des spectres de la figure 5.11. La figure 5.13 a) présente la population  $\bar{n}_m^g$  du mode de Kittel en fonction de la puissance d'excitation  $P_p$ . Tel qu'attendu pour un système linéaire, le population du mode de Kittel augmente linéairement avec la puissance d'excitation. La faible non-linéarité est discuté à la prochaine section. De plus, le nombre critique de magnons au-delà duquel l'approximation dispersive n'est plus valide et donné par [9]

$$n_m^{\text{crit}} = \frac{|\omega_q^{\text{bare}} - \omega_m^{\text{bare}}|^2}{4g_{q-m}^2} \approx 32, \quad (5.35)$$

est beaucoup plus grand que la population maximale du mode de Kittel  $\bar{n}_m \sim 1$  observée expérimentalement.

La figure 5.13 a) montre qu'à la puissance d'excitation la plus faible,  $P_p = 79$  aW, il est possible de résoudre  $0.026 \pm 0.012$  magnons dans le mode de Kittel. Considérant que la sphère de YIG contient approximativement  $1.4 \times 10^{18}$  spins et qu'un magnon dans le mode de Kittel possède un moment magnétique équivalent à un spin 1/2, il est ainsi possible de résoudre un changement du moment magnétique du ferro-aimant équivalent au renversement d'un seul spin parmi  $\sim 5 \times 10^{19}$  spins. Cette figure de mérite est par contre trompeuse puisque le qubit n'est sensible qu'à la présence d'une excitation de spin dans le mode de Kittel du ferro-aimant, et non directement au champ magnétique créé par le ferro-aimant.

Une meilleure estimation de la sensibilité est calculée en considérant qu'il faut  $\sim 10^4$  secondes pour acquérir un seul spectre du qubit de la figure 5.11, résultant en une sensibilité d'environ 2.6 magnons/ $\sqrt{\text{Hz}}$  pour un rapport signal sur bruit près de l'unité.



**FIGURE 5.13 – Population et distribution de probabilité.**

a) Nombre moyen de magnons dans le mode de Kittel avec le qubit dans l'état fondamental,  $\bar{n}_m^g$ , en fonction de la puissance d'excitation  $P_p$ . Les lignes noire pointillée et orange pleine montrent, respectivement, les régressions à un modèle du mode de Kittel linéaire et non-linéaire. Encart : déviations  $\Delta \bar{n}_m^g$  de la régression au modèle linéaire, indiquant une non-linéarité de Kerr significative dans le mode de Kittel. b) Distribution de probabilité  $p_{n_m}$  des quatre premiers états de Fock de magnons en fonction de la puissance d'excitation  $P_p$ . Les distributions de Poisson, attendues pour un système linéaire, sont montrées par les lignes pleines. Encart : distribution de probabilité  $p_{n_m}$  pour  $P_p = 3.1$  fW. Les barres d'erreurs sont obtenues à l'aide des valeurs extrémales de  $p_{n_m}$  calculées à l'intérieur de l'intervalle de confiance de 95% des paramètres  $\bar{n}_m^g$ ,  $\chi_{q-m}$  et  $\Delta_p$  de l'ajustement.

Finalement, aucune population thermique n'est détectée dans le mode de Kittel à l'intérieur des barres d'erreurs d'environ 0.01 magnons, indiquant une température magnonique effective inférieure à  $\sim 80$  mK. Ceci démontre que le mode de Kittel est en effet dans l'état du vide de magnons en l'absence d'une excitation ( $P_p = 0$ ).

La régression linéaire de la population du mode de Kittel présentée à la figure 5.13 a) indique que le nombre moyen de magnon augmente à un taux de  $0.342 \pm 0.008$  magnons par femtowatt de puissance d'excitation. Théoriquement, la population du mode de Kittel est donnée par

$$\bar{n}_m^g = \frac{\Omega_p^2}{(\gamma_m/2)^2 + \Delta_p^2}. \quad (5.36)$$

La force de l'excitation  $\Omega_p$  est donnée selon la théorie d'entrée-sortie par <sup>1</sup>

$$\Omega_p = \sqrt{\frac{P_p}{\hbar\omega_p}} \sum_p \sqrt{\kappa_{10p}^{\text{in}}} \left[ \frac{g_{m,10p}}{\Delta_{m,10p}} + \frac{g_{q-m}g_{q,10p}}{\Delta_{q-m}\sqrt{\Delta_{m,10p}^2 + \kappa_{10p}^2}} \right], \quad (5.37)$$

1. Communication privée avec Yutaka Tabuchi.

où  $\Delta_{m,10p} = \omega_{10p}^{\text{bare}} - \omega_m^{\text{bare}}$ ,  $\Delta_{q-m} = \omega_q^{\text{bare}} - \omega_m^{\text{bare}}$  et  $\Delta_p = \omega_m^g - \omega_p$ . Pour un mode  $\text{TE}_{10p}$  donné de la cavité, le premier terme de l'équation (5.37) décrit l'excitation d'un magnon dans le mode de Kittel par un photon virtuel dans le mode  $\text{TE}_{10p}$ , alors que le deuxième terme décrit l'excitation d'un magnon par une excitation virtuelle du qubit, à son tour excité par une photon virtuel du mode  $\text{TE}_{10p}$ . À partir des équations (5.36) et (5.37), la pente  $\bar{n}_m^g/P_p$  de la population du mode de Kittel  $\bar{n}_m^g$  en fonction de la puissance d'excitation  $P_p$  est ainsi donnée par

$$\frac{\bar{n}_m^g}{P_p} = \frac{1}{\hbar\omega_p} \frac{1}{(\gamma_m/2)^2 + \Delta_p^2} \left( \sum_p \sqrt{\kappa_{10p}^{\text{in}}} \left[ \frac{g_{m,10p}}{\Delta_{m,10p}} + \frac{g_{q-m}g_{q,10p}}{\Delta_{q-m}\sqrt{\Delta_{m,10p}^2 + \kappa_{10p}^2}} \right] \right)^2. \quad (5.38)$$

En tronquant la somme sur les modes de la cavité à  $p = 3$ , on calcul  $\bar{n}_m^g/P_p = 0.16_{-0.06}^{+0.12}$  magnons par femtowatt à partir des paramètres présentés à l'annexe C. Les barres d'erreurs correspondent aux valeurs extrémales calculées à partir de l'intervalle de confiance de 95% pour  $\kappa_{102}^{\text{in}}$ ,  $\kappa_{103}^{\text{in}}$ ,  $\gamma_m$ , et  $\Delta_p$ . La pente  $\bar{n}_m^g/P_p$  estimée théoriquement est ainsi plus faible que celle mesurée expérimentalement par un facteur d'environ deux. Cette disparité provient probablement d'une sous-estimation de  $\Omega_p$  puisque les canaux d'excitation des magnons dans le mode de Kittel provient des modes supérieurs de la cavité ne sont pas considérés en tronquant la somme de l'équation (5.38) aux trois premiers modes. Une erreur dans la calibration de la puissance d'excitation à l'entrée de la cavité micro-ondes d'environ 3 dB peut aussi expliquer cette disparité.

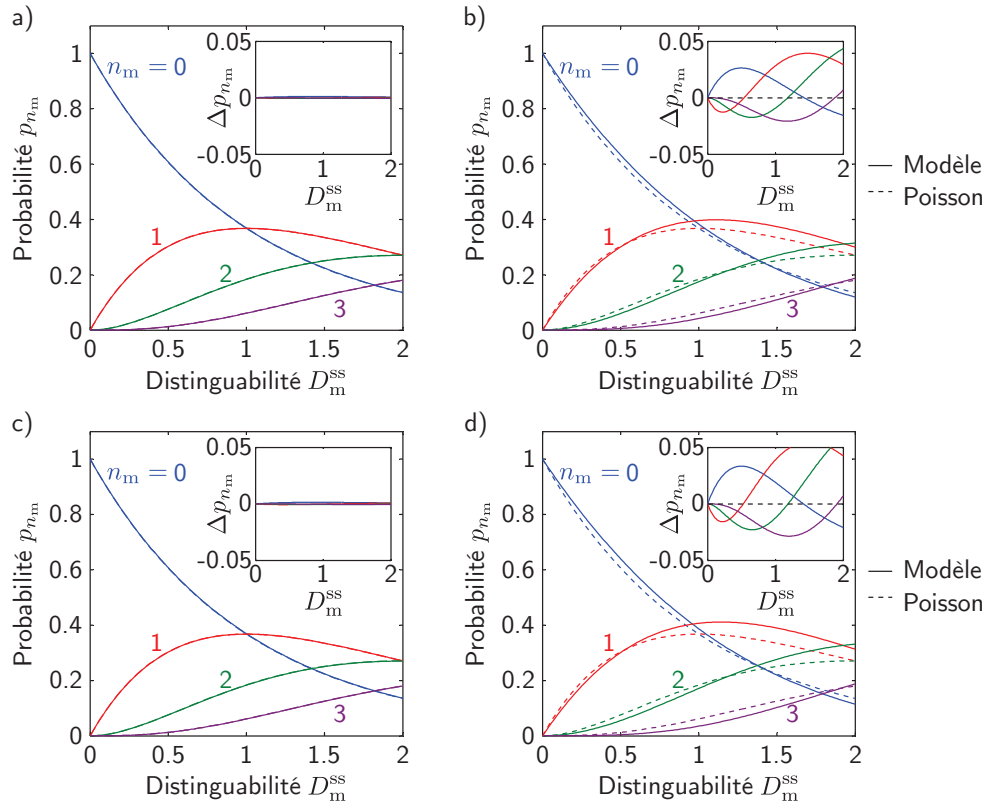
### Distribution de probabilité

En plus du nombre moyen de magnons dans le mode de Kittel, il est possible d'estimer la probabilité  $p_{n_m}$  que le mode de Kittel possède  $n_m$  magnons par [44]

$$p_{n_m} = \int d\omega_{\text{sp}} S_{n_m}(\omega_{\text{sp}}) / S(\omega_{\text{sp}}), \quad (5.39)$$

où  $S(\omega_{\text{sp}}) \approx \sum_{n_m=0}^{10} S_{n_m}(\omega_{\text{sp}})$  est le spectre du qubit dans le modèle analytique auquel les données sont ajustées et  $S_{n_m}(\omega_{\text{sp}})$  est la composante du spectre associée à l'état de Fock de magnons  $|n_m\rangle$  donnée par l'équation (5.34). La figure 5.13 b) présente les distributions de probabilité des quatre premiers états de Fock de magnons obtenues à l'aide de l'équation (5.39) et des spectres ajustés, présentés à la figure 5.11.

Tel que discuté à la référence [44], les distributions de probabilité de l'équation (5.39)



**FIGURE 5.14 – Déviations des distributions de probabilité.**

Distributions de probabilité des états de Fock de magnons calculées à partir des équations (5.39) (lignes pleines) et (5.40) (lignes pointillées) pour a)  $\gamma_m/2\pi = 0.1$  MHz et  $\Delta_p = 0$ , b)  $\gamma_m/2\pi = 1.3$  MHz et  $\Delta_p = 0$ , c)  $\gamma_m/2\pi = 0.1$  MHz et  $\Delta_p/2\pi = -0.38$  MHz et d)  $\gamma_m/2\pi = 1.3$  MHz et  $\Delta_p/2\pi = -0.38$  MHz. Les encarts montrent les déviations  $\Delta p_{n_m}$  des distributions de probabilité calculées à partir de l'équation (5.39) par rapport aux distributions de Poisson.

doivent être comparées aux distributions de Poisson de moyenne  $D_m^{ss}$ , données par

$$p_{n_m} = \frac{(D_m^{ss})^{n_m} e^{-D_m^{ss}}}{n_m!}. \quad (5.40)$$

Les figures 5.14 a) à d) montrent la comparaison entre les distributions calculées à partir des équations (5.39) et (5.40) avec les paramètres déterminées expérimentalement, mais avec différentes valeurs de la largeur de raie du mode de Kittel,  $\gamma_m$ , et du désaccord de l'excitation,  $\Delta_p$ . Pour  $\gamma_m \ll \chi_{q-m}$  ( $\gamma_m/2\pi = 0.1$  MHz, figures 5.14 a) et c), les distributions de probabilité calculées à partir de l'équation (5.39) suivent les distribution de Poisson, même pour un désaccord fini de  $\Delta_p/2\pi = -0.38$  MHz. Ainsi, pour  $|2\chi_{q-m}| \gg \gamma_m$ , les distributions de probabilité calculées à l'aide de l'équation (5.39) correspondent aux distributions de Poisson attendues pour un oscillateur harmonique piloté par une excitation cohérente [44].

Par contre, pour  $\gamma_m \sim \chi_{q-m}$  ( $\gamma_m/2\pi = 1.3$  MHz), figures 5.14 b) et d), des déviations systématiques par rapport aux distributions de Poisson sont observées. Dans ce cas, malgré que le système soit dans le régime dispersif fort avec  $|2\chi_{q-m}| > \max[\gamma_q, \gamma_m]$ , le qubit ne permet pas de sonder parfaitement la probabilité de distribution des magnons dans le mode de Kittel. En effet, les distributions de probabilité  $p_{n_m}$  des quatre premiers états de Fock de magnons, montrées à la figure 5.13 b), indiquent de faibles déviations. Ceci est attendu puisque la fréquence angulaire du décalage dispersif par magnon,  $2\chi_{q-m}/2\pi = 3.0$  MHz, est seulement légèrement supérieure à la largeur de raie du mode de Kittel,  $\gamma_m/2\pi = 1.3$  MHz. Néanmoins, la possibilité de sonder la distribution de probabilité des états de Fock de magnons à partir du spectre du qubit offre un nouvel outil pour l'étude d'états quantiques de magnons dans les modes magnéto-statiques de ferro-aimants.

## 5.5 Effet Kerr des magnons

---

Dans cette dernière section, l'augmentation non-linéaire du nombre moyen de magnons dans le mode de Kittel en fonction de la puissance d'excitation est expliquée par la présence d'un effet Kerr dans le mode de Kittel, où la non-linéarité de Kerr provient de l'anharmonicité du transmon. Dans une première sous-section, l'hamiltonien du mode de Kittel en incluant l'effet Kerr est obtenu. Dans une deuxième section, un calcul numérique de la population du mode de Kittel est utilisé afin d'extraire la force de l'effet Kerr des magnons et est comparé à la valeur théorique.

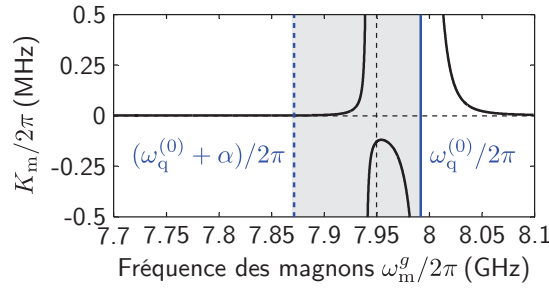
### 5.5.1 Modèle de l'effet Kerr des magnons

L'effet Kerr des magnons est décrit par un terme quadratique dans l'hamiltonien, donné par [214, 204]

$$\hat{\mathcal{H}}_{m,K}/\hbar = - (K_m/2) (\hat{c}^\dagger \hat{c})^2, \quad (5.41)$$

où  $K_m$  est le coefficient de l'effet Kerr des magnons. À partir de l'hamiltonien complet du système donné par l'équation (5.1) et des paramètres du système donnés à l'annexe C,  $K_m$  est calculé en fonction de la fréquence angulaire du mode de Kittel avec le transmon dans l'état fondamental,  $\omega_m^g$ . La figure 5.15 présente le résultat de ce calcul. Pour  $\omega_m^g/2\pi = 7.94962$  GHz à  $I = -5.02$  mA, on estime  $K_m/2\pi = -0.12$  MHz. Puisque ce coefficient est beaucoup





**FIGURE 5.15 – Coefficient de l'effet Kerr des magnons.**

Calcul de la fréquence angulaire du coefficient de Kerr des magnons,  $K_m$ , en fonction de la fréquence angulaire des magnons avec le qubit dans l'état fondamental,  $\omega_m^g$ . Le régime chevauchant (région en gris) est délimité par  $\omega_q^{(0)}/2\pi = 7.99156$  GHz (ligne bleue pleine) et  $(\omega_q^{(0)} + \alpha)/2\pi = 7.87136$  GHz (ligne bleue pleine), où  $\alpha/2\pi = -120.2$  MHz.

plus faible que la largeur de raie du mode de Kittel de 1.3 MHz, l'effet Kerr n'affecte pas significativement la dynamique du mode de Kittel.

Afin de comprendre les conséquences de l'effet Kerr sur la population du mode de Kittel, l'Hamiltonien de l'équation (5.41) est ajouté à l'Hamiltonien du système qubit-magnon dans le régime dispersif obtenu précédemment et donné par l'équation (5.29). L'Hamiltonien effectif est ainsi donné par

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{H}}_{q-m}/\hbar = & \frac{1}{2}\Delta_{sp}\hat{\sigma}_z + (\Delta_p + \chi_{q-m} + K_m/2)\hat{c}^\dagger\hat{c} \\ & + \chi_{q-m}\hat{\sigma}_z\hat{c}^\dagger\hat{c} - (K_m/2)(\hat{c}^\dagger\hat{c})^2 \\ & + \Omega_{sp}(\hat{\sigma}^- + \hat{\sigma}^+) + \Omega_p(\hat{c} + \hat{c}^\dagger). \end{aligned} \quad (5.42)$$

Il est alors possible de voir que l'effet Kerr lève la dégénérescence des états de Fock de magnons  $|n_m\rangle$ . En effet, la fréquence angulaire de la transition entre les états de Fock  $|n_m\rangle$  et  $|n_m + 1\rangle$  est donnée par  $\omega_m^g - K_m n_m$ .

L'Hamiltonien du mode de Kittel non-linéaire piloté est obtenu en projetant l'Hamiltonien de l'équation (5.42) au sous-espace  $\hat{\sigma}_z \rightarrow -1$ , correspondant au qubit dans l'état fondamental,

$$\hat{\mathcal{H}}_m^g/\hbar = (\Delta_p + K_m/2)\hat{c}^\dagger\hat{c} - (K_m/2)(\hat{c}^\dagger\hat{c})^2 + \Omega_p(\hat{c} + \hat{c}^\dagger). \quad (5.43)$$

Cet Hamiltonien est utilisé à la prochaine section afin de calculer numériquement la population du mode de Kittel.

## 5.5.2 Calcul numérique de la population du mode de Kittel

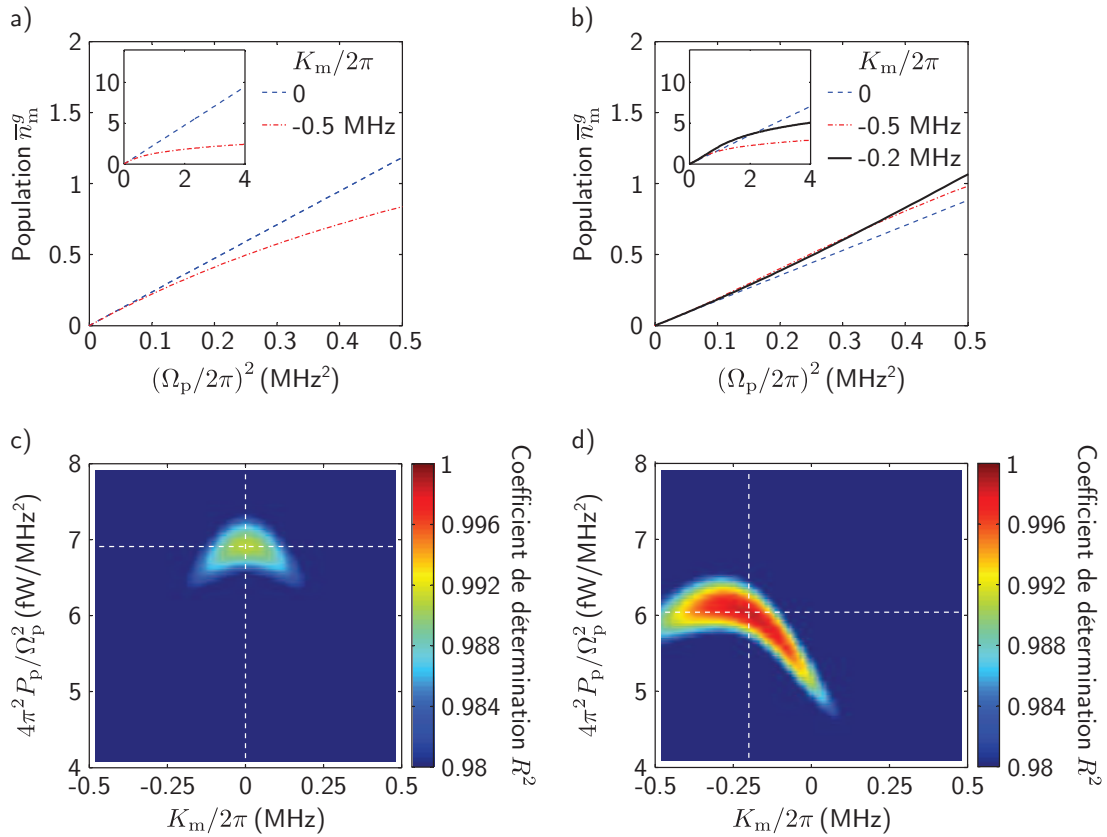
La librairie de simulation de systèmes quantiques ouverts Qutip [134, 135] est utilisée afin de calculer la population du mode de Kittel à l'état stationnaire,  $\bar{n}_m^g$ , à partir de

$$\bar{n}_m^g = \text{tr}(\hat{\rho}_{\text{ss}} \hat{n}_m) = \text{tr}(\hat{\rho}_{\text{ss}} \hat{c}^\dagger \hat{c}), \quad (5.44)$$

où  $\hat{\rho}_{\text{ss}} = \sum_{n_m=0}^{\infty} p_{n_m} |n_m\rangle \langle n_m|$  est la matrice densité du mode de Kittel dans l'état stationnaire obtenue numériquement en résolvant l'équation maîtresse obtenue de l'hamiltonien de l'équation (5.43) et considérant la relaxation des magnons à un taux  $\gamma_m/2\pi = 1.3$  MHz. Les figures 5.16 a) et b) présentent la population du mode de Kittel calculée en fonction de la force de l'excitation,  $\Omega_p \propto \sqrt{P_p}$ , pour des désaccords de l'excitation  $\Delta_p = 0$  et  $\Delta_p/2\pi = -0.38$  MHz, respectivement.

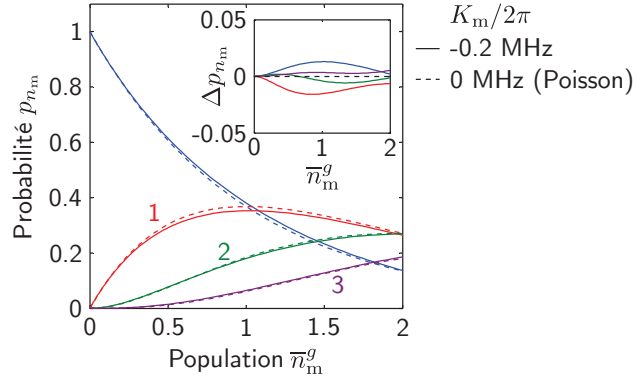
À désaccord nul ( $\Delta_p = 0$ ) et pour un coefficient de Kerr  $|K_m| > 0$ , la population  $\bar{n}_m^g$  en fonction de  $\Omega_p^2 \propto P_p$  possède une courbure négative puisque l'excitation du mode de Kittel devient moins efficace en augmentant la force de l'excitation (Fig. 5.16 a). En effet, l'augmentation de la population du mode de Kittel augmente le désaccord effectif entre l'excitation et le mode de Kittel via un changement de la fréquence du mode de Kittel. Par contre, pour un faible désaccord de  $-0.38$  MHz, la courbure est positive sur un certain intervalle de  $\bar{n}_m^g$  et pour des coefficients  $K_m < 0$  (Fig. 5.16 b). En effet, dans ce cas, la non-linéarité de Kerr compense le désaccord, rendant l'excitation du mode de Kittel plus efficace lorsque la population augmente. Pour des valeurs de  $\bar{n}_m^g$  plus élevées, la courbure de  $\bar{n}_m^g(\Omega_p^2)$  redevient négative.

Les populations calculées numériquement  $\bar{n}_m^g(\Omega_p^2)$  sont comparées aux données expérimentales  $\bar{n}_m^g(P_p)$  de la figure 5.13 a). Les figures 5.16 c) et d) montrent le coefficient de détermination  $R^2$  entre  $\bar{n}_m^g(\Omega_p^2)$  et  $\bar{n}_m^g(P_p)$  pour différentes valeurs du coefficient de Kerr  $K_m$  et différentes constantes de proportionnalités entre  $\Omega_p^2$  and  $P_p$ . Pour le désaccord  $\Delta_p/2\pi = -0.38$  MHz déterminé précédemment, la figure 5.16 d) montre que le coefficient de Kerr maximisant  $R^2$  est donné par  $K_m/2\pi = -0.20_{-0.14}^{+0.05}$  MHz. La figure 5.13 a) montre le résultat de la régression, montrant un excellent accord de la courbure de  $\bar{n}_m^g(P_p)$ . Les barres d'erreurs correspondent aux valeurs extrémales obtenues à l'intérieur de l'intervalle de confiance de 95% des paramètres  $\gamma_m$  et  $\Delta_p$ . Malgré que le coefficient de Kerr obtenu est beaucoup plus faible que la largeur de raie du mode de Kittel, l'accord entre la valeur obtenue expérimentalement de  $K_m/2\pi = -0.20_{-0.14}^{+0.05}$  MHz et la valeur obtenue théoriquement de  $K_m/2\pi = -0.12$  MHz (Fig. 5.15) est excellent. La possibilité de résoudre l'effet Kerr des



**FIGURE 5.16 – Effet Kerr des magnons.**

a), b) Calcul numérique de la population de magnons  $\bar{n}_m^g$  du mode de Kittel dans l'état stationnaire en fonction de la puissance d'excitation, proportionnelle à  $\Omega_p^2$ , pour différentes valeurs du coefficient de Kerr  $K_m$  et pour une largeur de raie  $\gamma_m/2\pi = 1.3$  MHz. Le désaccord de l'excitation du mode de Kittel est a)  $\Delta_p = 0$  et b)  $\Delta_p/2\pi = -0.38$  MHz. Les encarts montrent  $\bar{n}_m^g$  sur un intervalle de puissance d'excitation plus grand. c), d) Coefficient de détermination  $R^2$  entre  $\bar{n}_m^g(P_p)$  (données, figure 5.13 b) et  $\bar{n}_m^g(\Omega_p^2)$  (simulations) en fonction de  $K_m$  et de la constante de proportionnalité entre  $P_p$  et  $\Omega_p^2$ . Le désaccord de l'excitation du mode de Kittel est c)  $\Delta_p = 0$  et d)  $\Delta_p/2\pi = -0.38$  MHz. Les lignes pointillées verticales et horizontales montrent, respectivement, les valeurs de  $K_m$  et  $4\pi^2 P_p/\Omega_p^2$  maximisant  $R^2$ .



**FIGURE 5.17 – Effet de la nonlinéarité de Kerr sur la distribution de probabilité.**

Distributions de probabilité des états de Fock de magnons calculées à partir de l'équation (5.45) et de la matrice densité à l'état stationnaire  $\hat{\rho}_{ss}$  obtenue numériquement en résolvant l'équation maîtresse dérivée de l'hamiltonien de l'équation (5.43) et considérant la relaxation des magnons à un taux  $\gamma_m/2\pi = 1.3$  MHz, pour  $K_m/2\pi = -0.2$  MHz (lignes pleines) et  $K_m = 0$  (lignes pointillées). L'encart montre les déviations  $\Delta p_{n_m}$  des distributions de probabilité calculées pour  $K_m/2\pi = -0.2$  MHz par rapport aux distributions de Poisson ( $K_m = 0$ ).

magnons démontre une fois de plus la puissance de l'utilisation du qubit supraconducteur en tant que sonde d'un état macroscopique dans un ensemble de spin ferromagnétique.

Puisque l'effet Kerr affecte le nombre moyen de magnons dans le mode de Kittel, il est attendu que les distributions de probabilités soient également affectées. Les distributions de probabilité sont évaluées à l'aide de l'expression

$$p_{n_m} = \langle n_m | \hat{\rho}_{ss} | n_m \rangle. \quad (5.45)$$

La figure 5.17 montre les distributions de probabilité calculées numériquement pour le coefficient de Kerr obtenu expérimentalement,  $K_m/2\pi = -0.2$  MHz, et pour un système linéaire ( $K_m = 0$ ). Il est alors possible de voir que les déviations par rapport aux distributions de Poisson dues à l'effet Kerr sont beaucoup plus faibles que celles causées par la valeur finie de la largeur de raie du mode de Kittel (Fig. 5.14).

La comparaison des figures 5.9 c) et 5.15 montre qu'il est possible de contrôler le rapport entre le décalage dispersif par magnon,  $2\chi_{q-m}$ , et le coefficient de l'effet Kerr des magnons,  $K_m$ , en changeant la fréquence angulaire des magnons dans le mode de Kittel,  $\omega_m^g$ . En particulier, à  $\omega_m^g = \omega_q^{(0)} + \alpha$ , c'est-à-dire lorsque le mode de Kittel est résonant avec la transition  $|e\rangle \leftrightarrow |f\rangle$  du transmon, le coefficient de l'effet Kerr  $|K_m|/2\pi \approx 0.7$  kHz alors que  $|\chi_{q-m}|/2\pi \approx 1.95$  MHz. La possibilité d'atteindre un excellent contraste entre ces deux coefficients, discutée à la référence [215], permet de minimiser, par exemple, les effets

néfastes de l'effet Kerr sur l'encodage et le décodage d'un qubit supraconducteur dans un oscillateur harmonique [42, 43].

## 5.6 Impacts des travaux

---

Un premier impact des travaux présentés dans ce chapitre porte sur l'étude du régime dispersif en magnonique quantique. La démonstration du régime dispersif fort est démontrée par l'observation des états de Fock de magnons dans les mesures spectroscopiques du qubit supraconducteur. Ces résultats sont très bien décrits par le modèle théorique établi à la référence [44] pour l'électrodynamique quantique en circuit. Ces mesures permettent ainsi d'observer, pour la première fois, les quanta d'excitations collectives de spins dans un ferro-aimant de taille millimétrique et de confirmer qu'il est possible de préparer le système dans l'état du vide de magnons.

La démonstration du régime dispersif fort en magnonique quantique ouvre la voie à plusieurs expériences. Par exemple, au prochain chapitre, l'interaction dispersive entre les magnons et le qubit supraconducteur est utilisée afin d'effectuer des mesures tomographiques d'états cohérents de magnons. Ces mesures permettent notamment de sonder la relaxation des magnons dans le régime quantique. De plus, le régime dispersif fort ouvre la voie à l'utilisation de différents protocoles pour encoder l'état quantique du qubit supraconducteur dans un état non classique de magnons [42, 43], une étape importante dans la transduction quantique entre les qubits supraconducteurs et les photons optiques grâce à l'architecture de la magnonique quantique.



## Chapitre 6

# Tomographie de l'état des magnons

Le régime dispersif fort en magnonique quantique a été démontrée au chapitre précédent. L'interaction dispersive entre les magnons du mode de Kittel et le qubit a été utilisée afin de sonder la population et les distributions de probabilité des magnons, permettant, par exemple, d'observer une non-linéarité dans le mode de Kittel induite par le qubit. Ce dernier chapitre porte sur une application supplémentaire du régime dispersif fort en magnonique quantique, soit la mesure de la fonction de quasi-probabilité  $Q$  de Husimi de l'état des magnons dans le mode de Kittel. Dans une première section, la manipulation et la lecture résolues temporellement de l'état du qubit est présentée. Une méthode de lecture à haute puissance est ensuite présentée dans une deuxième section, permettant d'effectuer, entre autres, une mesure à un coup (*single shot*). La section 6.3 présente ensuite le protocole utilisé pour la mesure de la fonction  $Q$  de Husimi de l'état des magnons. Les mesures de la fonction  $Q$  de l'état du vide et d'un état cohérent de magnons sont également présentées. Finalement, la dernière section présente l'observation directe de la relaxation des magnons à l'aide des mesures de la fonction  $Q$ , indiquant notamment une décroissance non exponentielle et la présence d'un mécanisme de déphasage pur dans le mode de Kittel.

Tout comme le chapitre précédent, les résultats de ce chapitre ont été obtenus lors d'un stage à l'été 2015 dans le laboratoire du Prof. Yasunobu Nakamura à The University of Tokyo. Ces résultats sont préliminaires et ne sont ainsi pas publiés à l'heure actuelle.

## 6.1 Manipulation et lecture résolues temporellement de l'état du qubit

---

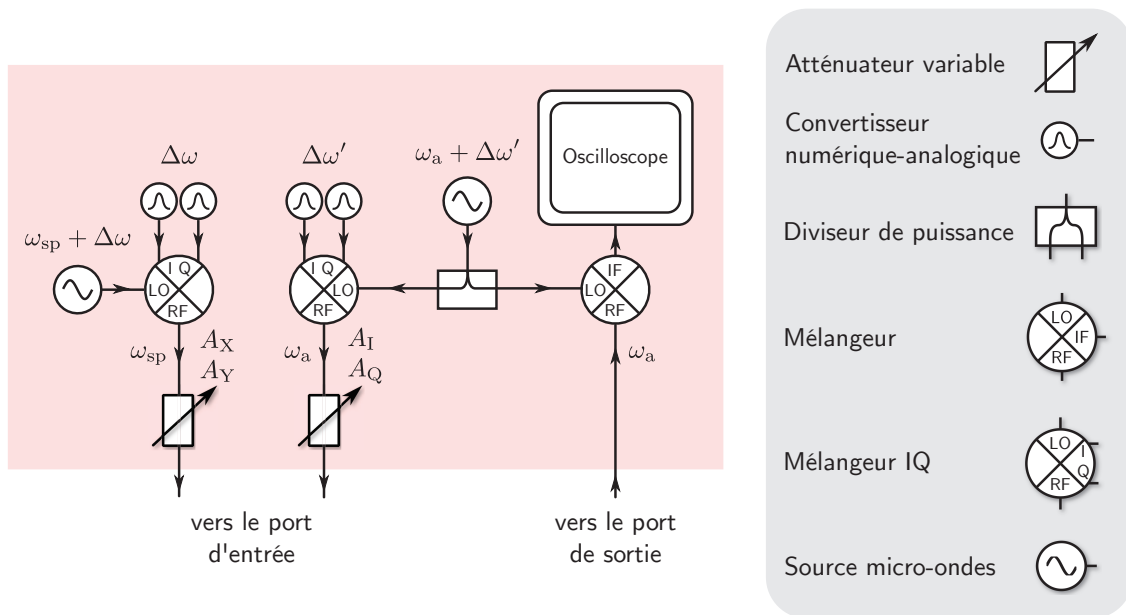
Dans cette première section, la manipulation et la lecture résolues temporellement de l'état du qubit sont présentées. Dans une première sous-section, le montage expérimental permettant la modulation et la démodulation des impulsions de contrôle et de lecture est présenté. La deuxième sous-section présente la manipulation cohérente du qubit, démontrée par l'observation des oscillations de Rabi. Finalement, la sous-section 6.1.3 présente la mesure du temps de relaxation et de cohérence du qubit en utilisant le contrôle cohérent démontré à la sous-section précédente.

### 6.1.1 Montage expérimental

La figure 6.1 présente un schéma simplifié du montage expérimental utilisé pour les mesures résolues temporellement. Pour la manipulation de l'état du qubit, un mélangeur IQ est utilisé pour effectuer la conversion ascendante des signaux de fréquence intermédiaire générés par deux convertisseurs numérique-analogique jusqu'à la fréquence angulaire  $\omega_{\text{sp}}$  à l'aide d'un oscillateur local de fréquence angulaire  $\omega_{\text{sp}} + \Delta\omega$ , où  $\Delta\omega/2\pi \leq 150$  MHz est la fréquence des signaux de fréquence intermédiaire. Le rapport des amplitudes et la phase relative des signaux de fréquence intermédiaire sont ajustés afin de minimiser la bande latérale supérieure à la fréquence angulaire  $\omega_{\text{sp}} + 2\Delta\omega$ . De plus, la composante continue des signaux de fréquence intermédiaire est ajustée afin de minimiser la fuite de l'oscillateur local.

L'amplitude et la phase globale des signaux de fréquence intermédiaire permettent de créer des signaux en phase et en quadrature d'amplitudes  $A_X$  et  $A_Y$  pour effectuer des rotations de l'état du qubit autour des axes  $X$  et  $Y$  de la sphère de Bloch. Puisque l'amplitude et la fréquence angulaire  $\Delta\omega$  des signaux de fréquence intermédiaire peuvent être modifiées rapidement, l'amplitude et la fréquence des signaux résultant du mélange peuvent également être modifiées rapidement. Ceci permet d'effectuer le contrôle résolu temporellement de l'état du qubit à l'aide des amplitudes de contrôle  $A_X(t)$  et  $A_Y(t)$ . Le contrôle de l'état des magnons est également effectué à l'aide des amplitudes de contrôle  $A_X$  et  $A_Y$  puisque le désaccord entre la fréquence de la transition  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  du transmon,  $\omega_q^{(0)}/2\pi \approx 7.99$  GHz, et la fréquence des magnons,  $\omega_m^g/2\pi \approx 7.95$  GHz, est inférieure à la fréquence maximale de 150 MHz des convertisseurs numérique-analogique de contrôle.





**FIGURE 6.1 – Montage expérimental pour les mesures résolues temporellement.**

Schéma simplifié du montage expérimental utilisé pour les mesures résolues temporellement. Les atténuateurs, filtres et amplificateurs ne sont pas montrés. Deux mélangeurs IQ sont utilisés pour effectuer la conversion ascendante des impulsions de contrôle et de lecture de fréquences intermédiaires  $\Delta\omega/2\pi \leq 150$  MHz et  $\Delta\omega'/2\pi = 50$  MHz générés par des convertisseurs numérique-analogique jusqu'aux fréquences de contrôle et de lecture du qubit à l'aide de deux oscillateurs locaux de fréquences angulaires  $\omega_{sp} + \Delta\omega$  et  $\omega_a + \Delta\omega'$ , respectivement. Deux atténuateurs variables sont utilisés pour modifier l'amplitude des impulsions au-delà de l'intervalle permis par les convertisseurs numérique-analogique. L'impulsion de lecture de fréquence angulaire  $\omega_a$  réfléchi sur le dispositif hybride est démodulée à l'aide d'un mélangeur avec l'oscillateur local de lecture de fréquence angulaire  $\omega_a + \Delta\omega'$ , produisant un signal  $V(t)$  à une fréquence  $\Delta\omega'/2\pi = 50$  MHz. Ce signal de lecture est mesuré par un oscilloscope et les amplitudes des composantes en phase et en quadrature,  $V_I$  et  $V_Q$  respectivement, sont obtenues numériquement.

Comme l'illustre la figure 6.1, un montage similaire est utilisé pour créer les impulsions de lecture d'amplitudes en phase  $A_I$  et en quadrature  $A_Q$  avec un oscillateur local de fréquence angulaire  $\omega_a + \Delta\omega'$ , où  $\Delta\omega'/2\pi = 50$  MHz est la fréquence des signaux de fréquence intermédiaire générés par deux autres convertisseurs numérique-analogique. Afin de modifier l'amplitude des impulsions de contrôle et de lecture au-delà de l'intervalle fourni par les convertisseurs numérique-analogique, deux atténuateurs variables digitales sont utilisés. Finalement, les impulsions de contrôle et de lecture sont combinées à l'aide d'un coupleur directionnel avant d'être envoyées au port d'entrée du réfrigérateur à dilution. Le montage expérimental à l'intérieur du réfrigérateur à dilution est le même qu'à la figure 5.3.

L'impulsion de lecture de fréquence angulaire  $\omega_a$  réfléchi sur le dispositif hybride est démodulée à l'aide d'un mélangeur avec l'oscillateur local de lecture de fréquence angulaire  $\omega_a + \Delta\omega'$ , produisant un signal  $V(t)$  à une fréquence  $\Delta\omega'/2\pi = 50$  MHz. Ce signal de lecture est mesuré par un oscilloscope avec une résolution temporelle de 0.8 ns. Les amplitudes des composantes en phase et en quadrature du signal,  $V_I$  et  $V_Q$  respectivement, sont obtenues en démodulant numériquement la trace temporelle  $V(t)$  obtenue à l'oscilloscope.

### 6.1.2 Oscillations de Rabi

La figure 6.2 a) présente le circuit quantique décrivant la manipulation de l'état du qubit. À la suite d'une rotation d'un angle  $\theta$  autour de l'axe  $X$  de la sphère de Bloch du qubit, décrit par l'opérateur  $\hat{X}_\theta = e^{i\theta\hat{\sigma}_x}$ , l'état du qubit est lu à l'aide de son interaction dispersive avec le mode  $TE_{103}$  de la cavité, tel que décrit à la section 5.3.1. Expérimentalement, tel qu'illustré à la figure 6.2 b), le contrôle de l'état du qubit est effectué en envoyant une impulsion de fréquence angulaire  $\omega_{sp} = \omega_q^{(0)}$  modulé par une enveloppe gaussienne d'une durée  $\tau$ , décrit par l'amplitude de contrôle  $A_X(t)$  donnée par

$$A_X(t) = A_X e^{-t^2/2\sigma^2} \cos(\omega_{sp}t), \quad (6.1)$$

où la durée  $\tau$  de l'impulsion correspond à la pleine largeur à mi-hauteur,  $\tau = 2\sqrt{2 \ln 2}\sigma$ . La probabilité  $p_e(\tau)$  de trouver le qubit dans l'état excité  $|e\rangle$  après l'impulsion de durée  $\tau$  est alors décrit par

$$p_e(\tau) = \frac{1}{2} \left[ 1 - \cos(\Omega_{sp}\tau) e^{-\tau/T_2^R} \right], \quad (6.2)$$

où  $\Omega_{\text{sp}} = \theta/\tau \propto A_X$  est la fréquence de Rabi et  $T_2^{\text{R}}$  est le temps caractéristique de la décroissance vers  $p_e(\tau) = 0.5$  [216]. L'équation (6.2) décrit les oscillations de Rabi d'un qubit piloté par une excitation résonante avec le qubit. Dans le cas d'une excitation non-résonante avec un désaccord  $\Delta_{\text{sp}} = \omega_q^{(0)} - \omega_{\text{sp}}$  entre la fréquence angulaire du qubit lorsque le mode de Kittel est dans l'état fondamental,  $\omega_q^{(0)}$ , et la fréquence angulaire de l'impulsion,  $\omega_{\text{sp}}$ , l'équation (6.2) est modifiée par

$$p_e(\tau) = \frac{1}{2} \left[ 1 - \left( \frac{\Omega_{\text{sp}}}{\Omega'_{\text{sp}}} \right)^2 \cos(\Omega'_{\text{sp}} \tau) e^{-\tau/T_2^{\text{R}}} \right], \quad (6.3)$$

où  $\Omega'_{\text{sp}} \equiv \sqrt{\Omega_{\text{sp}}^2 + \Delta_{\text{sp}}^2}$  est la fréquence de Rabi généralisée [216]. Cette dernière équation décrit les chevrons de Rabi.

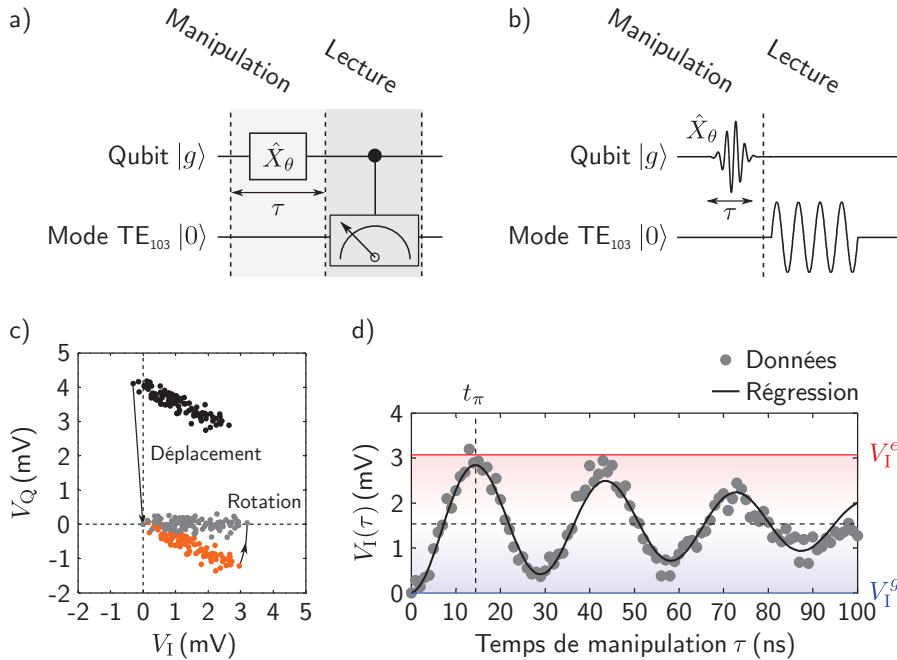
La figure 6.2 c) présente un exemple des composantes en phase ( $V_I$ ) et en quadrature ( $V_Q$ ) du signal de démodulation obtenues pour différentes durées  $\tau$  de l'impulsion et moyennées 5000 fois pour chaque valeur de  $\tau$ . Afin de simplifier l'analyse, le signal  $[V_I(\tau), V_Q(\tau)]$  à  $\tau = 0$ , correspondant, *a priori*, au qubit dans l'état fondamental  $|g\rangle$ , est artificiellement déplacé à l'origine du plan complexe, tel que  $[V_I^g, V_Q^g] = [0, 0]$ . Par la suite, une rotation dans le plan complexe est effectuée afin que le signal correspondant à  $p_e > 0$  soit selon l'axe  $V_I$ , c'est-à-dire en phase avec l'oscillateur local utilisé pour l'impulsion de lecture.

La figure 6.2 d) présente les données corrigées de la figure 6.2 c) en fonction de la durée de l'impulsion,  $\tau$ . À partir de l'équation (6.2), le signal  $V_I(\tau)$  est ajusté à

$$V_I(\tau) = \frac{V_I^e}{2} \left[ 1 - \cos(\Omega_{\text{sp}} \tau) e^{-\tau/T_2^{\text{R}}} \right], \quad (6.4)$$

où  $V_I^e$  est le signal en phase correspondant au qubit dans l'état  $|e\rangle$ . La durée  $\tau$  de l'impulsion nécessaire pour préparer le qubit dans l'état  $|e\rangle$ , correspondant à une rotation d'un angle  $\theta = \pi$ , est donnée par  $t_\pi = \pi/\Omega_{\text{sp}}$ . Similairement, la durée nécessaire pour créer une superposition de poids égal entre les états  $|g\rangle$  et  $|e\rangle$  est donnée par  $t_{\pi/2} = \pi/2\Omega_{\text{sp}}$ . où  $V_I^e$  est le signal en phase correspondant au qubit dans l'état  $|e\rangle$ . La durée  $\tau$  de l'impulsion nécessaire pour préparer le qubit dans l'état  $|e\rangle$ , correspondant à une rotation d'un angle  $\theta = \pi$ , est donnée par  $t_\pi = \pi/\Omega_{\text{sp}}$ . Similairement, la durée nécessaire pour créer une superposition de poids égal entre les états  $|g\rangle$  et  $|e\rangle$  est donnée par  $t_{\pi/2} = \pi/2\Omega_{\text{sp}}$ .

La préparation du qubit dans l'état excité  $|e\rangle$  est nécessaire aux expériences des sections suivantes. La fréquence angulaire de Rabi  $\Omega_{\text{sp}}$ , déterminant la durée des impulsions  $\pi$  et  $\pi/2$ , est ajustée afin de contrôler le contenu spectral des impulsions de contrôle  $A_X(t)$ . Tel



**FIGURE 6.2 – Oscillations de Rabi du qubit supraconducteur.**

a) Circuit quantique pour l'observation des oscillations de Rabi du qubit. À la suite d'une rotation  $\hat{X}_\theta$  d'un angle  $\theta$  autour de l'axe  $X$  de la sphère de Bloch du qubit initialement dans l'état fondamental  $|g\rangle$ , l'état du qubit est lu à l'aide de son interaction dispersive avec le mode  $\text{TE}_{103}$  de la cavité.

b) Schéma des impulsions de manipulation et de lecture utilisées pour mesurer les oscillations de Rabi du qubit. Une impulsion résonante avec le qubit à une fréquence  $\omega_{\text{sp}}/2\pi = 7.99155$  GHz et modulée par une enveloppe gaussienne de durée  $\tau$  est appliquée sur le qubit. À la suite de la manipulation, l'état du qubit est lu en envoyant une impulsion résonante avec le mode  $\text{TE}_{103}$  de la cavité lorsque le qubit est dans l'état fondamental ( $\omega_a/2\pi = 10.449$  GHz). Une amplitude constante est utilisée pour l'impulsion de lecture d'une durée de 400 ns.

c) Composantes en phase ( $V_I$ ) et en quadrature ( $V_Q$ ) du signal de lecture démodulé et moyenné sur 280 ns de l'impulsion de lecture et sur 5000 répétitions pour chaque valeur de  $\tau$ . Le signal original est déplacé et tourné dans le plan complexe en définissant  $[V_I(0), V_Q(0)] = [0, 0]$  et puis en appliquant une rotation tel que le signal soit en phase (ligne horizontale pointillée).

d) Oscillations de Rabi du qubit indiquées par l'oscillation du signal  $V_I(\tau)$  entre les valeurs correspondant au qubit dans l'état fondamental ( $V_I^g \equiv 0$ , ligne horizontale pleine bleue) et dans l'état excité ( $V_I^e$ , ligne horizontale pleine rouge). Après un temps caractéristique  $T_2^{\text{R}} = 94$  ns, le signal tend vers  $V_I^e/2$  (ligne horizontale pointillée noire). Pour l'amplitude d'excitation utilisée, la durée d'une impulsion  $\pi$ , calculée à partir de la fréquence de Rabi  $\Omega_{\text{sp}}/2\pi = 34.2$  MHz, est  $t_\pi = 14.6$  ns (ligne verticale pointillée).

que discuté à la section 6.3, ce contrôle est nécessaire afin d'effectuer des opérations du qubit conditionnelles et inconditionnelles à l'état de magnons.

### 6.1.3 Temps de relaxation et de cohérence

À l'aide du contrôle cohérent du qubit démontré à la sous-section précédente par l'observation des oscillations de Rabi, il est possible de mesurer le temps de relaxation et de cohérence du qubit. En analogies aux figures 6.2 a) et b), les figures 6.3 a), b), d) et e) présentent les circuits quantiques et les schémas des impulsions utilisées afin de déterminer le temps de relaxation  $T_1$  et de cohérence  $T_2^*$  du qubit.

Afin de mesurer le temps de relaxation, le qubit est préparé dans l'état excité  $|e\rangle$  à l'aide d'une impulsion  $\pi$ . L'état du qubit est ensuite lu après un temps d'évolution libre  $\tau$ . Sous l'effet de la relaxation, la probabilité de trouver le qubit dans l'état excité après un temps  $\tau$  est

$$p_e(\tau) = e^{-\tau/T_1}. \quad (6.5)$$

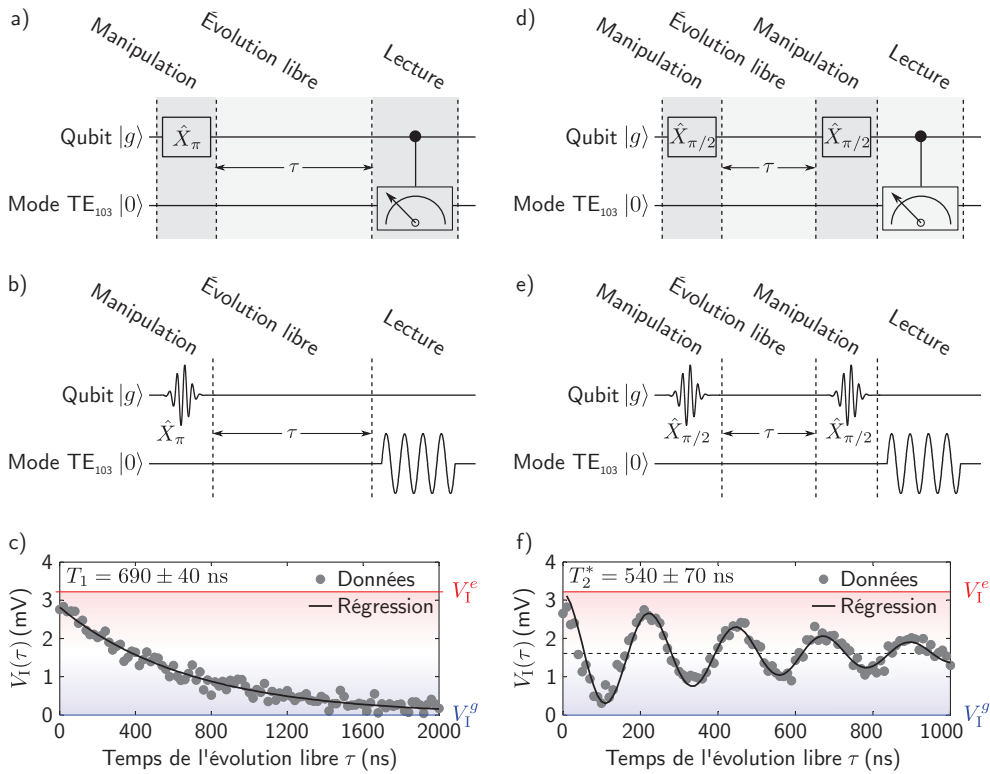
Le signal  $V_1(\tau)$  est ainsi ajusté à

$$V_1(\tau) = V_1^e e^{-\tau/T_1}. \quad (6.6)$$

La figure 6.3 c) présente un exemple d'une mesure de la relaxation du qubit. Le temps de relaxation, déterminé par la régression des données à l'équation (6.6), est  $T_1 = 690 \pm 40$  ns.

Afin de mesurer le temps de cohérence du qubit, l'interférométrie de Ramsey est utilisée. Tel qu'illustré aux figures 6.3 d) et e), le qubit est initialement préparé dans une superposition cohérente entre les états  $|g\rangle$  et  $|e\rangle$  à l'aide d'une impulsion  $\pi/2$ . Après une évolution libre d'une durée  $\tau$ , une seconde impulsion  $\pi/2$  est appliquée, puis l'état du qubit est lu. Dans un référentiel tournant avec le qubit et en l'absence de décohérence, la combinaison des deux impulsions  $\pi/2$  prépare le qubit dans l'état excité  $|e\rangle$ . En présence de relaxation et de déphasage, la probabilité de trouver le qubit dans l'état excité à la fin de la séquence décroît exponentiellement selon un temps caractéristique  $T_2^*$ . De plus, en présence d'un désaccord  $\Delta_{\text{sp}} = \omega_q^{(0)} - \omega_{\text{sp}}$ , la probabilité  $p_e(\tau)$  oscille à une fréquence angulaire  $\Delta_{\text{sp}}$ . Ainsi, la probabilité de trouver le qubit dans l'état excité après un temps  $\tau$  est donnée par

$$p_e(\tau) = \frac{1}{2} [1 + \cos(\Delta_{\text{sp}}\tau) e^{-\tau/T_2^*}]. \quad (6.7)$$



**FIGURE 6.3 – Temps de relaxation et de cohérence du qubit supraconducteur.**

a) Circuit quantique pour la mesure du temps de relaxation du qubit. Une rotation  $\hat{X}_\pi$  d'un angle  $\pi$  autour de l'axe  $X$  est initialement appliquée. Après une évolution libre d'une durée  $\tau$ , l'état du qubit est lu. b) Schéma des impulsions de manipulation et de lecture utilisées pour la mesure du temps de relaxation du qubit. Une impulsion  $\pi$  résonante avec le qubit à une fréquence  $\omega_{\text{sp}}/2\pi = 7.991552$  GHz et d'une durée  $t_\pi = 14.8$  ns est appliquée au qubit. À la suite d'une évolution libre de durée  $\tau$ , l'état du qubit est lu en envoyant une impulsion résonante avec le mode  $\text{TE}_{103}$  de la cavité lorsque le qubit est dans l'état fondamental. c) Décroissance du signal  $V_1(\tau)$  de la valeur correspondant au qubit dans l'état excité ( $V_1^e$ , ligne pleine rouge) à celui correspondant à l'état fondamental ( $V_1^g \equiv 0$ , ligne pleine bleue) après un temps caractéristique  $T_1 = 690 \pm 40$  ns, indiquant la relaxation du qubit. d) Circuit quantique pour la mesure du temps de cohérence du qubit. Une rotation  $\hat{X}_{\pi/2}$  d'un angle  $\pi/2$  autour de l'axe  $X$  est initialement appliquée. Après une évolution libre d'une durée  $\tau$ , une seconde rotation  $\hat{X}_{\pi/2}$  est appliquée. Par la suite, l'état du qubit est lu. e) Schéma des impulsions de manipulation et de lecture utilisées pour la mesure du temps de cohérence du qubit. Une impulsion  $\pi/2$  à une fréquence  $\omega_{\text{sp}}/2\pi = 7.996$  GHz et d'une durée  $t_{\pi/2} = 7.5$  ns est appliquée sur le qubit. À la suite d'une évolution libre d'une durée  $\tau$ , une seconde impulsion  $\pi/2$  est appliquée. Finalement, l'état du qubit est lu en envoyant une impulsion résonante avec le mode  $\text{TE}_{103}$  de la cavité lorsque le qubit est dans l'état fondamental. f) Décroissance et l'oscillation du signal  $V_1(\tau)$  de la valeur correspondant au qubit dans l'état excité ( $V_1^e$ , ligne pleine rouge) à  $V_1^e/2$  (ligne pointillée noire) après un temps caractéristique  $T_2^* = 540 \pm 70$  ns, indiquant la décohérence du qubit. La fréquence des oscillations permet de déterminer  $|\Delta_{\text{sp}}|/2\pi = 4.45$  MHz. Pour les données en c) et f), le déplacement et la rotation du signal dans le plan complexe sont les mêmes qu'à la figure 6.2 c).

Le signal  $V_I(\tau)$  est ainsi ajusté à

$$V_I(\tau) = \frac{V_I}{2} [1 + \cos(\Delta_{\text{sp}}\tau) e^{-\tau/T_2^*}]. \quad (6.8)$$

La figure 6.3 f) présente un exemple d'une mesure du temps de cohérence du qubit  $T_2^* = 540 \pm 70$  ns déterminé par l'ajustement du signal  $V_I(\tau)$  à l'équation (6.8). Le temps de cohérence du qubit de type transmon n'est ainsi pas limité par la relaxation puisque  $T_2^* < 2T_1$ . Ceci indique ainsi la présence de déphasage pur à un taux  $1/T_\phi$  relié au temps de cohérence selon

$$\frac{1}{T_2^*} = \frac{1}{2T_1} + \frac{1}{T_\phi}. \quad (6.9)$$

Le désaccord  $|\Delta_{\text{sp}}|/2\pi = 4.45$  MHz obtenu par l'ajustement du signal à l'équation (6.8) permet de déterminer la fréquence angulaire  $\omega_q^{(0)} = \omega_{\text{sp}} + \Delta_{\text{sp}}$  du qubit. En effet, sachant le signe de  $\Delta_{\text{sp}}$  à l'aide d'une mesure à une fréquence  $\omega_{\text{sp}}$  distincte, il est possible de déterminer la fréquence du qubit lorsque le mode de Kittel est dans l'état du vide,  $\omega_q^{(0)}/2\pi = 7.99156 \pm 0.00004$  GHz. Contrairement à la mesure spectroscopique présentée à la sous-section 5.3.2, l'interférométrie de Ramsey permet de déterminer la fréquence du qubit en évitant l'augmentation de la largeur de raie causée par l'excitation de spectroscopie [52].

## 6.2 Lecture à haute puissance de l'état du qubit

---

Le contrôle cohérent du qubit a été démontré à la section précédente en lisant l'état du qubit à l'aide de son interaction dispersive entre le mode  $\text{TE}_{103}$  de la cavité. Cette section présente une méthode de lecture alternative basée sur la bifurcation du mode  $\text{TE}_{103}$ . Cette méthode de mesure est celle utilisée dans les sections suivantes. Tel que présenté dans une première sous-section, cette méthode de lecture est possible grâce à la non-linéarité intrinsèque de l'interaction entre le qubit de type transmon et la cavité. L'implémentation de cette méthode de lecture en magnonique quantique est présentée dans une deuxième sous-section. Finalement, la possibilité de lire l'état du qubit en un coup (lecture *single shot*) avec cette méthode est présentée à la sous-section 6.2.3.

### 6.2.1 Principe de la lecture par à haute puissance

L'approximation dispersive présentée à la sous-section 5.3.1 permettant, par exemple, d'expliquer la lecture dispersive du qubit n'est valide que lorsque le nombre moyen  $\bar{n}_c$  de photons dans le mode de la cavité utilisée pour la mesure est inférieur au nombre critique de photon  $\bar{n}_{\text{crit}} = (\omega_q^{\text{bare}} - \omega_c^{\text{bare}})^2 / 4g_{q-c}^2$  [9]. Au-delà de ce régime, la non-linéarité intrinsèque de l'hamiltonien de Jaynes-Cummings,  $\propto \sqrt{n_c}$ , doit être considérée. Tel que discuté plus bas, cette non-linéarité procure une méthode de lecture alternative à la lecture dispersive précédemment discutée.

En considérant l'hamiltonien de Jaynes-Cummings généralisé de l'équation (B.11), il est possible de calculer le nombre moyen de photon dans le mode de la cavité en fonction de la fréquence angulaire de sonde,  $\omega_a$ , la force de l'excitation de sonde,  $\Omega_a \propto \sqrt{P_a}$ , et de l'état  $|i = \{g, e, f, \dots\}\rangle$  du transmon selon

$$\bar{n}_c^i(\omega_a, \Omega_a) = \frac{\Omega_a^2}{(\omega_c^i(\bar{n}_c^i) - \omega_a)^2 + (\kappa_c/2)^2}, \quad (6.10)$$

où la fréquence angulaire du mode de la cavité,  $\omega_c^i(\bar{n}_c^i)$ , dépend du nombre moyen de photons via la non-linéarité intrinsèque de l'interaction entre le qubit et la cavité [217]. Cette équation peut être résolue itérativement en calculant, à l'aide de l'hamiltonien de l'équation (B.11), la fréquence angulaire du mode  $\omega_c^i(n_c)$  avec le qubit dans l'état  $|i\rangle$  et la cavité dans l'état de Fock  $|n_c\rangle$  [217].

Tel que discuté aux références [217, 218], il est ainsi possible de montrer que la présence des états  $|i = f, \dots\rangle$  du transmon résulte en un nombre moyen de photon  $\bar{n}_c^i(\omega_a, \Omega_a)$  significativement différents lorsque le qubit est dans l'état fondamental ( $|i = g\rangle$ ) et l'état excité ( $|i = e\rangle$ ) pour  $\omega_a \sim \omega_c^{\text{bare}}$  et une certaine puissance de sonde  $P_a \propto \Omega_a^2$  correspondant à un nombre de photon  $\bar{n}_c \gg \bar{n}_{\text{crit}}$ . Ainsi, en sondant la cavité dans ces conditions, il est possible de lire l'état du qubit.

Alors qu'un élément non linéaire peut être ajouté à la cavité pour introduire la non-linéarité nécessaire à la méthode de lecture par bifurcation (voir les références [219, 220], par exemple), l'approche présentée ici utilise la non-linéarité intrinsèque de l'interaction entre le qubit et la cavité et ne requiert ainsi aucun élément de circuit supplémentaire [217, 218]. Cette approche pour la lecture à haute puissance a été démontrée pour la première fois à la référence [221] pour un transmon dans une architecture planaire de l'électrodynamique quantique en circuit.

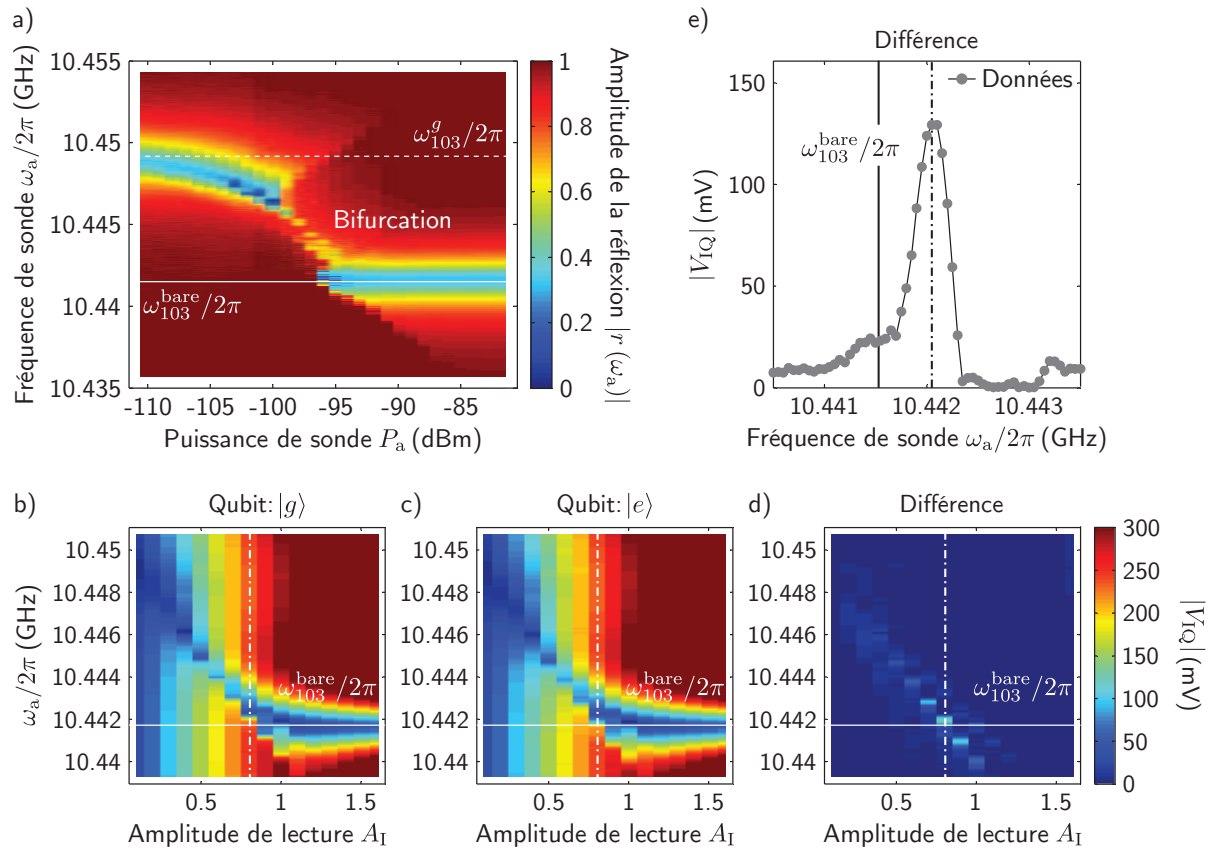


## 6.2.2 Démonstration de la lecture à haute puissance

La figure 6.4 a) présente la mesure du spectre du mode  $TE_{103}$  de la cavité lorsque le qubit est dans l'état fondamental en fonction de la puissance de sonde  $P_a$ . À faible puissance, la fréquence angulaire du mode correspond à  $\omega_{103}^g$  (Fig. 5.4 b). À plus haute puissance, une bifurcation se produit à  $P_a \approx -100$  dBm, correspondant à  $\bar{n}_{103}^g \sim 800$  photons dans le mode de la cavité (équation (5.4)). À des puissances de sonde encore plus élevées, la fréquence angulaire du mode correspond à la fréquence angulaire du mode  $TE_{103}$  sans interactions,  $\omega_{103}^{\text{bare}}$ . Ce type de mesure à haute puissance est utilisé afin de déterminer les fréquences des modes de la cavité sans interactions. La mesure spectroscopique présentée à la figure 6.4 a) démontre la non-linéarité du mode  $TE_{103}$  induite par l'interaction avec le qubit.

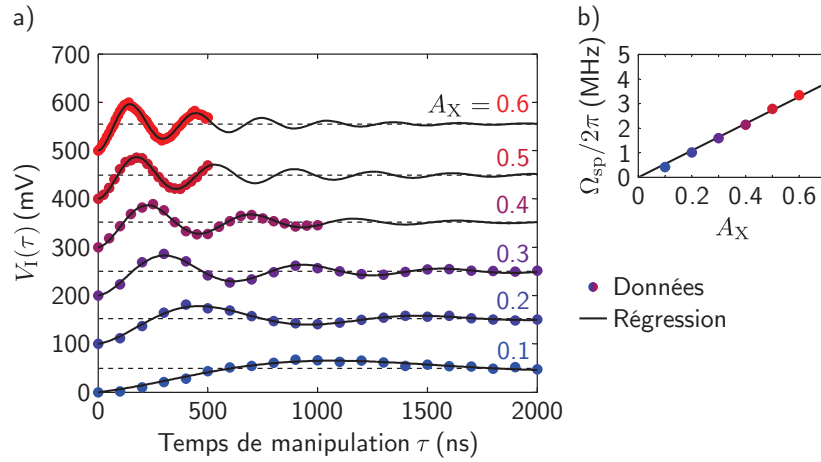
Afin de démontrer qu'il existe une fréquence et une puissance de lecture pour lesquelles le nombre moyen de photon dépend de l'état du qubit, les figures 6.4 b) et c) présentent les spectres du mode  $TE_{103}$  mesurés en fonction de l'amplitude  $A_1 \propto \sqrt{P_a}$  de l'impulsion de lecture après avoir préparé le qubit dans l'état fondamental  $|g\rangle$  et l'état excité  $|e\rangle$ , respectivement. La différence de l'amplitude du signal de démodulation  $|V_{1Q}|$  entre ces deux mesures, proportionnelle à la différence entre  $\bar{n}_{103}^g$  et  $\bar{n}_{103}^e$ , montre qu'il existe une amplitude et une fréquence de lecture maximisant le contraste du signal de démodulation entre les deux états du qubit (Fig. 6.4 d). À l'amplitude de lecture  $A_1$  optimale, la figure 6.4 e) montre que la fréquence angulaire de lecture  $\omega_a$  optimisant le contraste est très près de la fréquence angulaire du mode  $TE_{103}$  sans interactions,  $\omega_{103}^{\text{bare}}$ . La fréquence de l'impulsion de lecture est ainsi fixée à 10.44205 GHz pour les mesures basées sur la lecture à haute puissance.

La figure 6.5 a) présentent des oscillations de Rabi mesurées à l'aide de la lecture à haute puissance pour différentes amplitudes de l'impulsion de contrôle  $A_X$ . Ces mesures sont analogues à celle présentée à la sous-section 6.1.2, obtenue à l'aide de la lecture dispersive. À partir de la fréquence angulaire de Rabi  $\Omega_{\text{sp}}$  extrait des régressions des données de la figure 6.5 a) à l'équation (6.4), la relation linéaire entre l'amplitude de contrôle  $A_X$  et  $\Omega_{\text{sp}}$  est vérifiée (Fig. 6.5 b). Tel que discuté à la prochaine section, ces oscillations de Rabi relativement lentes par rapport au temps de cohérence  $T_2^*$  sont pertinentes à la mesure de la fonction  $Q$  de Husimi de l'état des magnons.



**FIGURE 6.4 – Lecture à haute puissance de l'état du qubit.**

a) Spectre du mode  $\text{TE}_{103}$  de la cavité en fonction de la puissance de sonde  $P_a$ . La fréquence angulaire du mode varie entre  $\omega_{103}^g/2\pi = 10.44916$  GHz (ligne pointillée, figure 5.4 b) à basse puissance et  $\omega_{103}^{\text{bare}}/2\pi = 10.4415$  GHz (ligne pleine) après la bifurcation à  $P_a \approx -100$  dBm. b), c) Amplitude du signal de démodulation,  $|V_{IQ}|$ , en fonction de la fréquence angulaire  $\omega_a$  et de l'amplitude  $A_I$  de l'impulsion de lecture, après avoir préparé le qubit dans b) l'état fondamental  $|g\rangle$  et c) l'état excité  $|e\rangle$ . d) Différence entre les amplitudes en b) et en c). e) Différence du signal de démodulation lorsque les états  $|g\rangle$  et  $|e\rangle$  du qubit sont préparés en fonction de la fréquence angulaire de l'impulsion de lecture  $\omega_a$  pour  $A_I = 0.8$ . La ligne en trait mixte indique la fréquence de lecture optimisant le contraste,  $\omega_a/2\pi = 10.44205$  GHz. Pour les figures b) à e), les lignes pleines indiquent  $\omega_{103}^{\text{bare}}/2\pi = 10.4415$  GHz. Pour les figures b) à d), les lignes en trait mixte indiquent l'amplitude de lecture  $A_I = 0.8$  maximisant la différence entre les amplitudes des signaux.



**FIGURE 6.5 – Oscillations de Rabi mesurées à l'aide de la lecture par bifurcation.**

a) Oscillations de Rabi mesurées à l'aide de la lecture à haute puissance pour différentes amplitudes de l'impulsion de contrôle  $A_X$ , résultant en des fréquences de Rabi  $\Omega_{sp}/2\pi$  variant de 0.42 (bleu) à 3.34 MHz (rouge). L'amplitude du signal de démodulation,  $V_I(\tau)$ , est décalé verticalement de 100 mV par souci de clarté. b) Fréquence de Rabi  $\Omega_{sp}/2\pi$ , extraits de la régression des données montrées en a) à l'équation (6.4), en fonction de l'amplitude de l'impulsion  $A_X$ . La ligne pleine montre la régression linéaire des données. Les barres d'erreurs sont plus petites que la taille des symboles.

### 6.2.3 Lecture à un coup

Pour toutes les mesures présentées à la sous-section précédente, le signal de démodulation est moyenné sur 5000 répétitions. Cette sous-section porte sur la possibilité d'effectuer une lecture à un coup avec la méthode de lecture à haute puissance, c'est-à-dire sur la possibilité de lire l'état du qubit sans moyenné le signal de démodulation sur plusieurs répétitions. La méthode de lecture à haute puissance a été utilisée à la référence [220] pour démontrer la première lecture à un coup d'un qubit supraconducteur de type transmon.

La figure 6.6 a) présente le signal de démodulation  $[V_I, V_Q]$  de  $N = 300$  répétitions de la lecture du qubit après l'avoir préparé dans l'état fondamental  $|g\rangle$  et l'état excité  $|e\rangle$ . Le nombre de coups  $\mathcal{C}_i(V_I)$  par secteur de 20 mV en  $V_I$  est présenté à la figure 6.6 b). Considérant que la préparation de l'état  $|i = \{g, e\}\rangle$  peut résulter en l'état  $|j = \{g, e\}\rangle$ , le nombre de coups par secteur,  $\mathcal{C}_i(V_I)$ , est ajusté à

$$\mathcal{C}_i(V_I) = \sum_{j=g,e} \mathcal{A}_{i,j} \exp\left(\frac{-(V_I - V_I^i)^2}{2(\Delta V_I^i)^2}\right), \quad (6.11)$$

où  $\mathcal{A}_{i,j}$  est relié à la probabilité  $p_{i,j}$  que le qubit soit dans l'état  $|j = \{g, e\}\rangle$  après l'avoir

préparé dans l'état  $|i = \{g, e\}\rangle$ ,  $V_I^i$  est le signal de démodulation correspondant au qubit dans l'état  $|i = \{g, e\}\rangle$  et  $\Delta V_I^i$  est la largeur de la distribution reliée au bruit du signal de démodulation. Le résultat de la régression des données à l'équation (6.11) est présenté à la figure 6.6 b).

Il est ensuite utile de définir  $\mathcal{S}_i(V_I)$  comme l'intégrale du nombre de coups par secteur  $\mathcal{C}_i(V_I)$  jusqu'au signal de démodulation en phase  $V_I$ , normalisée par le nombre de répétitions  $N$ , soit

$$\mathcal{S}_i(V_I) = \frac{1}{N} \int_{-\infty}^{V_I} dV_I \mathcal{C}_i(V_I). \quad (6.12)$$

La figure 6.6 c) présente  $\mathcal{S}_i(V_I)$  obtenues à partir des données et des régressions de la figure 6.6 b). Comme l'illustre la figure 6.6 c), les deux plateaux présents dans  $\mathcal{S}_i(V_I)$  sont reliées aux probabilité  $p_{i,j}$  de trouver le qubit dans l'état  $|j = \{g, e\}\rangle$  après l'avoir préparé dans l'état  $|i = \{g, e\}\rangle$  selon  $p_{i,g} = \mathcal{S}_i(V_I^{\text{seuil}})$  et  $p_{i,e} = 1 - p_{i,g}$ , où  $V_I^{\text{seuil}}$  est le niveau de seuil maximisant le contraste. Alors que pour une manipulation et une lecture parfait,  $p_{i,i} = 1$  et  $p_{i,j \neq i} = 0$ , les données de la figure 6.6 c) indiquent,

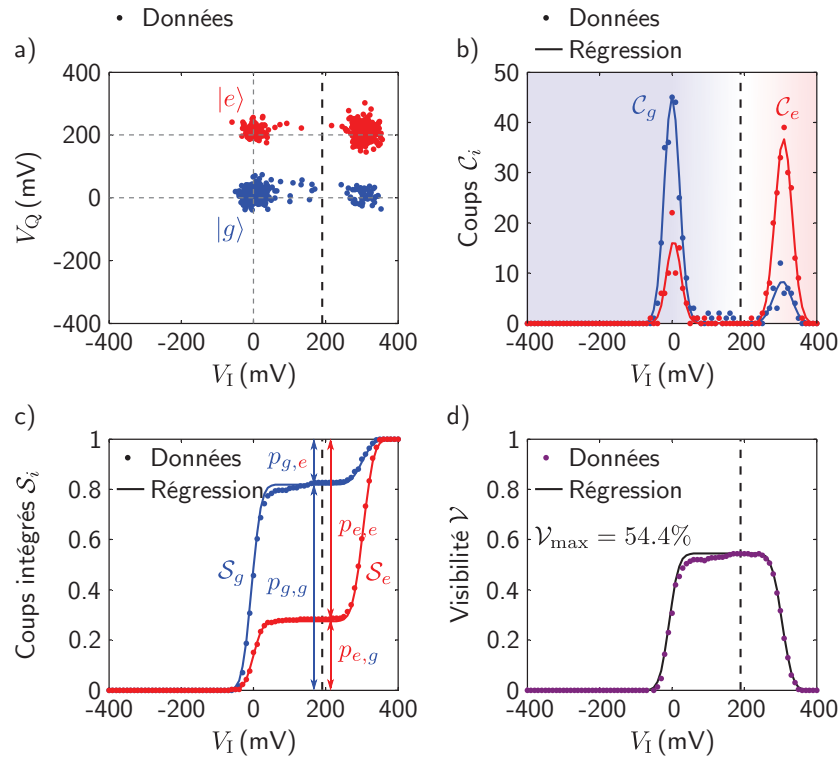
$$p_{g,g} = 82.7\%, \quad p_{g,e} = 17.3\%, \quad p_{e,g} = 28.3\%, \quad p_{e,e} = 71.7\%.$$

La visibilité du signal de lecture entre les états  $|g\rangle$  et  $|e\rangle$  du qubit est évaluée selon

$$\mathcal{V}(V_I) \equiv |\mathcal{S}_e(V_I) - \mathcal{S}_g(V_I)|. \quad (6.13)$$

À la figure 6.6 d), la visibilité atteint un maximum de  $\mathcal{V}(V_I^{\text{seuil}}) \equiv \mathcal{V}_{\text{max}} = |p_{e,i} - p_{g,i}| = 54.4\%$  au niveau de seuil optimal  $V_I^{\text{seuil}} = 190$  mV.

À partir des résultats présentés, il est difficile de distinguer une erreur de lecture d'une erreur de préparation des états du qubit. En effet, la probabilité de trouvé le qubit dans l'état excité alors qu'aucune manipulation n'est effectuée,  $p_{g,e}$ , peut être causée, par exemple, par une population thermique de photons dans la cavité [222]. De plus, la probabilité de trouver le qubit dans l'état fondamental alors que l'état excité est préparé,  $p_{e,g}$ , peut être causé, par exemple, par une mauvaise calibration de l'impulsion  $\pi$  utilisée pour préparer l'état excité. Un autre ensemble de données, non présentées par souci de concision, montre que la visibilité est pratiquement indépendante du temps d'intégration du signal de démodulation. En effet, une visibilité de 52% est possible avec un temps d'intégration de 0.8 ns, soit la résolution temporelle du signal de démodulation. Ceci semble indiquer que la visibilité de la lecture à haute puissance est principalement limitée par des erreurs de préparation, et



**FIGURE 6.6 – Mesure à un coup de l'état du qubit.**

a) Signal de démodulation  $V_{IQ} = [V_I, V_Q]$  après avoir préparé le qubit dans l'état fondamental  $|g\rangle$  (bleu) et dans l'état excité  $|e\rangle$  (rouge) pour  $N = 300$  répétitions. La durée de l'impulsion de lecture est de 400 ns et le signal est intégré sur 100 ns. Le signal correspondant au qubit dans l'état excité est décalé verticalement par 200 mV par souci de clarté. b) Coups par secteur  $C_i$  des données montrées en a). Les lignes pleines montrent l'ajustement des données à l'équation (6.11). Chaque secteur possède une largeur de 20 mV. c) Coups par secteur intégrés et normalisés  $S_i$  des données et des régressions montrées en b). La probabilité  $p_{i,j}$  de mesurer le qubit dans l'état  $|j = \{g, e\}\rangle$  après l'avoir préparé dans l'état  $|i = \{g, e\}\rangle$  est donnée par  $p_{i,g} = S_i(V_I^{\text{seuil}})$  et  $p_{i,e} = 1 - p_{i,g}$ . d) Visibilité  $\mathcal{V} \equiv |S_e - S_g|$  en fonction du seuil  $V_I$ . La visibilité atteint 54.4% au seuil optimal,  $V_I^{\text{seuil}} = 190$  mV. Pour toutes les figures,  $V_I^{\text{seuil}}$  est indiqué par une ligne verticale pointillée noire.

non de lecture.

La méthode de lecture à haute puissance présentée dans cette section permet d'effectuer en magnonique quantique une lecture à un coup de l'état du qubit supraconducteur de type transmon avec une visibilité d'environ 54%. Cette visibilité est plus faible que celle de 87% obtenue lors de la première démonstration expérimentale de cette méthode de lecture [221], et est probablement limitée par des erreurs de préparation du qubit.

## 6.3 Mesure de la fonction de Husimi de l'état des magnons

---

La combinaison du contrôle cohérent, démontré à la première section, et de la lecture à haute puissance, démontrée à la section précédente, est utilisée dans cette section pour mesurer, pour la première fois, la fonction de quasi-probabilité  $Q$  de Husimi de l'état des magnons dans le mode de Kittel. Le protocole utilisé pour mesurer la fonction  $Q$  est d'abord présenté dans une première sous-section. L'élément clé du protocole, la rotation du qubit conditionnelle à l'état des magnons, est discuté dans une deuxième sous-section. La mesure de la fonction  $Q$  de l'état du vide des magnons est ensuite présentée à la sous-section 6.3.3, permettant d'établir la méthode de calibration utilisée. Finalement, à la sous-section 6.3.4, la mesure de la fonction  $Q$  d'un état cohérent de magnons est présentée. Cette mesure est à la base de la dernière section de ce chapitre.

### 6.3.1 Protocole de la mesure de la fonction de Husimi

Comme discuté à l'annexe A, la fonction de quasi-probabilité  $Q$  de Husimi d'un état pur  $|\Psi\rangle$  est proportionnelle au recouvrement de cet état avec l'état cohérent  $|\alpha\rangle$  selon

$$Q(\alpha) \equiv \frac{1}{\pi} |\langle \alpha | \Psi \rangle|^2, \quad (6.14)$$

où l'amplitude complexe  $\alpha$  est relié à la population de magnons selon  $\bar{n}_m = |\alpha|^2$ . Le protocole décrit dans cette sous-section permet de relier la fonction  $Q$  à la probabilité de mesurer le qubit dans l'état excité,  $p_e$ . Ce protocole est basé sur la référence [204], où des états quantiques de la lumière sont observés en mesurant la fonction  $Q$  d'un état cohérent de photons évoluant dans une cavité possédant un effet Kerr significatif.

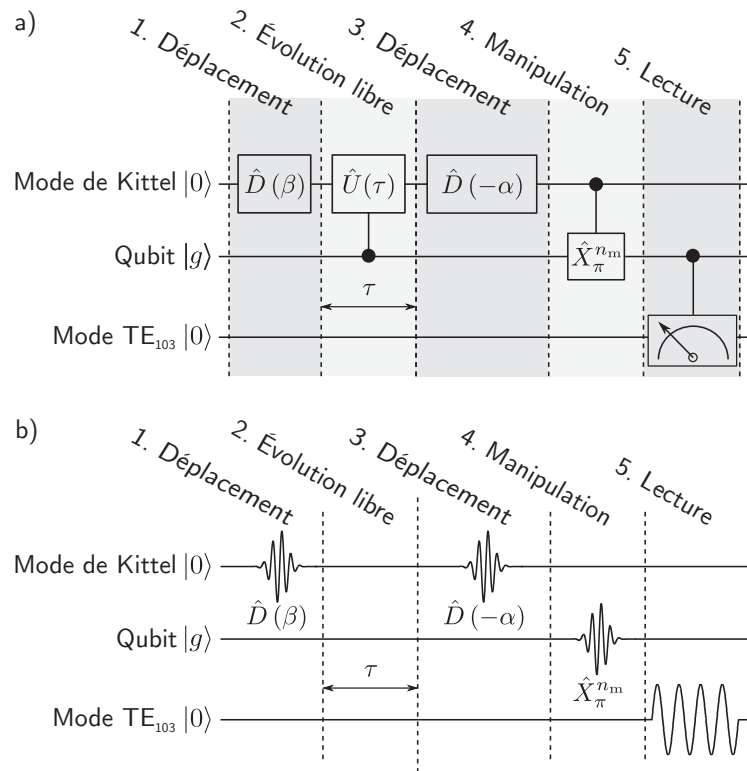
Le protocole de la mesure des fonctions  $Q$  généralisées, définies à l'annexe A, est schématisé sous la forme d'un circuit quantique et d'une séquence d'impulsions aux figures 6.7 a) et b), respectivement. Initialement, le mode de Kittel, le qubit et le mode TE<sub>103</sub> de la cavité sont dans leur état fondamental. À l'étape 1, un état cohérent  $|\beta\rangle = \hat{D}(\beta)|0\rangle$  est créé dans le mode de Kittel en appliquant une impulsion de fréquence angulaire correspondant à la fréquence angulaire du mode de Kittel lorsque le qubit est dans l'état fondamental,  $\omega_m^g$ . À l'étape 2, l'état cohérent de magnons  $|\beta\rangle$  évolue librement durant un temps  $\tau$  en l'état  $|\Psi(\tau)\rangle$ . L'évolution libre est décrite par l'opérateur d'évolution  $\hat{U}(\tau)$  du mode de Kittel en interaction dispersive avec le qubit. À l'étape 3, l'opérateur de déplacement  $\hat{D}(-\alpha)$  est appliqué sur l'état  $|\Psi(\tau)\rangle$  du mode de Kittel, où l'amplitude complexe  $\alpha$  est variée afin de couvrir la région désirée dans l'espace des phases. Ainsi, si  $\alpha = \beta$ , l'état du vide est retrouvé dans le mode de Kittel en l'absence de relaxation. La calibration entre l'amplitude des impulsions et l'amplitude des états cohérents est discutée à la sous-section 6.3.3.

À l'étape 4, une rotation d'un angle  $\theta = \pi$  par rapport à l'axe  $X$  de la sphère de Bloch du qubit est appliquée. L'interaction dispersive entre le mode de Kittel et le qubit rend cette opération conditionnelle au nombre  $n_m$  de magnons dans le mode de Kittel et est ainsi notée  $\hat{X}_\pi^{n_m}$ . Cette rotation est effectuée en appliquant sur le qubit une impulsion de fréquence angulaire  $\omega_q^{(n_m)}$ , c'est-à-dire en résonance avec la transition  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  du qubit avec le mode de Kittel dans l'état de Fock de magnons  $|n_m\rangle$ . La prochaine sous-section explore les contraintes expérimentales à la réalisation de cette rotation conditionnelle. L'effet de la rotation conditionnelle  $\hat{X}_\pi^{n_m}$  sur l'état du système après l'étape 3 est donnée par

$$\hat{X}_\pi^{n_m} (|\Psi'(t)\rangle \otimes |g\rangle) = \hat{X}_\pi^{n_m} \left( \sum_{n'_m=0}^{\infty} c_{n'_m} |n'_m\rangle \otimes |g\rangle \right) = \sum_{\substack{n'_m=0 \\ n'_m \neq n_m}}^{\infty} c_{n'_m} |n'_m\rangle \otimes |g\rangle + c_{n_m} |n_m\rangle \otimes |e\rangle, \quad (6.15)$$

où l'état  $|\Psi'(t)\rangle \equiv \hat{D}(-\alpha)|\Psi(\tau)\rangle$  est exprimé dans la base des états de Fock de magnons (annexe A). L'état du mode de Kittel et du qubit sont alors enchevêtrés. En effet, la mesure du qubit dans l'état excité projette l'état du mode de Kittel dans l'état de Fock de magnons  $|n_m\rangle$ . L'interaction dispersive entre le mode de Kittel et le qubit permet ainsi la création non déterministe d'états de Fock de magnons à partir d'états cohérents classiques [52].

À l'étape 5, l'état du qubit est lu par la méthode de lecture à haute puissance présentée à la section 6.2. Comme l'indique l'équation (6.15), la probabilité  $p_e$  de mesurer le qubit dans l'état excité est égale à la probabilité  $p_{n_m}$  de mesurer  $n_m$  magnons dans l'état  $|\Psi'(t)\rangle$



**FIGURE 6.7 – Mesure des fonctions  $Q$  généralisées.**

a) Circuit quantique de la mesure des fonctions  $Q$  généralisées,  $Q_{n_m}(\alpha)$ . Le déplacement  $\hat{D}(\beta)$  crée un état cohérent  $|\beta\rangle$  dans le mode de Kittel. Après une évolution libre d'une durée  $\tau$ , le déplacement de tomographie  $\hat{D}(-\alpha)$  est appliqué. La rotation du qubit  $\hat{X}_{\pi}^{n_m}$  d'un angle  $\theta = \pi$  autour de l'axe  $X$  conditionnelle à l'état de Fock  $|n_m\rangle$  de magnons est ensuite appliquée. L'état du qubit est finalement lu à l'aide de la lecture à haute puissance du mode  $TE_{103}$  de la cavité. b) Schéma des impulsions utilisée pour mesurer les fonctions  $Q$  généralisées. Une impulsion gaussienne d'une durée de 200 ns et d'une amplitude complexe  $[A_X, A_Y]$  variable est utilisée afin d'effectuer les opérations de déplacements  $\hat{D}(\beta)$  et  $\hat{D}(-\alpha)$ . L'état du qubit est lu en envoyant une impulsion constante d'une durée de 400 ns à la fréquence de lecture optimale de la lecture à haute puissance,  $\omega_a/2\pi = 10.44205$  GHz.



du mode de Kittel. Ainsi, on a que

$$p_e = p_{n_m} = |c_{n_m}|^2 = |\langle n_m | \Psi'(\tau) \rangle|^2 = \left| \langle n_m | \hat{D}(-\alpha) | \Psi(\tau) \rangle \right|^2 = \pi Q_{n_m}, \quad (6.16)$$

selon la définition des fonctions  $Q$  généralisées de l'équation (A.16).

Les fonctions  $Q$  généralisées de l'état  $|\Psi\rangle = \hat{U}(\tau)|\beta\rangle$  du mode de Kittel peuvent ainsi être obtenues en mesurant la probabilité de trouver le qubit dans l'état excité après le déplacement de tomographie  $\hat{D}(-\alpha)$  et la rotation conditionnelle  $\hat{X}_\pi^{n_m}$  du qubit. La mesure des fonctions  $Q_{n_m}$  généralisées permettent, par exemple, d'estimer la fonction de Wigner  $W(\alpha)$  [204]. À partir de la prochaine sous-section, le cas spécial  $n_m = 0$ , permettant la mesure de la fonction  $Q_{n_m=0} \equiv Q$ , est considéré. Ainsi, la manipulation conditionnelle du qubit est fixée à  $\hat{X}_\pi^{n_m=0} = \hat{X}_\pi^0$ .

### 6.3.2 Rotation du qubit conditionnelle à l'état du vide des magnons

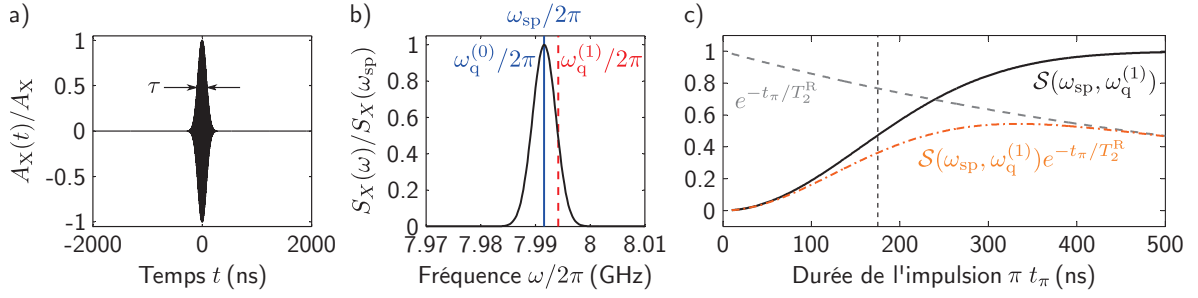
Tel que discuté à la sous-section précédente, l'opération  $\hat{X}_\pi^0$  du qubit doit être conditionnelle à l'état du vide des magnons. Ainsi, la fréquence angulaire de l'impulsion  $\pi$  est fixée à la fréquence angulaire du qubit lorsque le mode de Kittel est dans l'état du vide  $|n_m = 0\rangle$ ,  $\omega_{sp} = \omega_q^{(0)}$ . De plus, le contenu spectral de l'impulsion de contrôle  $A_X(t)$ , décrit par l'équation (6.1), doit être minimisé aux fréquences angulaires du qubit lorsque le mode de Kittel est dans l'état de Fock  $|n_m > 0\rangle$ ,  $\omega_q^{(n_m > 0)}$ . Le spectre  $S_X(\omega)$  de l'impulsion  $A_X(t)$  est donné par

$$S_X(\omega) = \mathcal{F}[A_X(t)](\omega), \quad (6.17)$$

où  $\mathcal{F}$  dénote la transformée de Fourier.

La figure 6.8 b) présente le spectre  $S_X(\omega)$  calculé à partir de l'équation (6.17) pour l'impulsion  $A_X(t)$  calculée à partir de l'équation (6.1) et montrée à la figure 6.8 a). Pour la séparation en fréquence du qubit entre les états de Fock de magnons  $|n_m = 1\rangle$  et  $|n_m = 0\rangle$ ,  $(\omega_q^{(1)} - \omega_q^{(0)})/2\pi = 2.6$  MHz déterminée précédemment (Fig. 5.12 b), le poids spectral de l'impulsion  $S_X(\omega)$  peut être significatif à la fréquence angulaire  $\omega = \omega_q^{(1)}$ .

Afin de quantifier la possibilité d'effectuer la rotation du qubit conditionnelle à l'état du vide des magnons, il est utile de définir la sélectivité  $\mathcal{S}$  de l'impulsion de contrôle entre



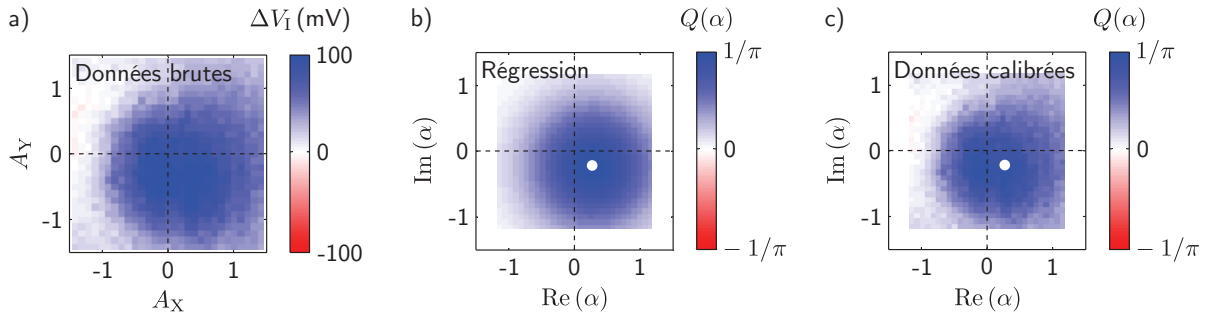
**FIGURE 6.8 – Sélectivité de l'impulsion de contrôle.**

a) Impulsion gaussienne  $A_X(t)$  décrit par l'équation (6.1) et normalisée par son amplitude  $A_X$ . La durée et la fréquence de l'impulsion sont  $\tau = 175$  ns et  $\omega_{sp}/2\pi = 7.99156$  GHz, respectivement. b) Spectre  $S_X(\omega)$  de l'impulsion montrée en a), normalisée par son amplitude maximale  $S_X(\omega_{sp})$  à la fréquence  $\omega_{sp}/2\pi = \omega_q^{(0)}/2\pi = 7.99156$  GHz (ligne bleue pleine). La fréquence du qubit lorsque le mode de Kittel est dans l'état de Fock  $|n_m = 1\rangle$ ,  $\omega_q^{(1)}/2\pi = \omega_q^{(0)}/2\pi + 2.6$  MHz, est indiquée par une ligne rouge pointillée. c) Sélectivité  $\mathcal{S}(\omega_{sp} = \omega_q^{(0)}, \omega_q^{(1)})$  entre les deux premiers états de Fock de magnons pour différentes durées  $t_\pi$  de l'impulsion  $\pi$ . La diminution de la probabilité de préparer le qubit dans l'état excité à la suite de l'impulsion  $\pi$ , proportionnelle à  $\exp(-t_\pi/T_2^R)$  (ligne grise pointillée), mène à une valeur optimale de  $\mathcal{S}(\omega_{sp}, \omega_q^{(1)})\exp(-t_\pi/T_2^R)$  (ligne orange en trait mixte) à  $\sim 54\%$  pour  $t_\pi = 334$  ns et  $T_2^R = 660$  ns (Fig. 6.5 a),  $A_X = 0.5$ ). Pour la durée  $t_\pi = 175$  ns de l'impulsion utilisée dans les mesures des prochaines sous-sections (ligne verticale noire pointillée), cette probabilité est d'environ 36%.

les fréquences angulaires  $\omega_{sp}$  et  $\omega$  comme

$$\mathcal{S}(\omega_{sp}, \omega) \equiv 1 - \frac{S_X(\omega)}{S_X(\omega_{sp})}. \quad (6.18)$$

La figure 6.8 c) montre la sélectivité  $\mathcal{S}$  calculée en fonction de la durée  $\tau = t_\pi$  d'une impulsion  $\pi$  de fréquence angulaire  $\omega_q^{(0)}$ . Tel qu'attendu, plus l'impulsion est longue, plus la sélectivité est élevée. Par contre, tel que décrit par l'équation (6.2) pour  $\tau = t_\pi$ , la probabilité que le qubit soit dans l'état excité à la suite de l'impulsion  $\pi$  décroît exponentiellement selon le temps caractéristique  $T_2^R$ . Ainsi, la probabilité de préparer le qubit dans l'état excité si et seulement si le mode de Kittel est dans l'état du vide est proportionnelle au produit de la sélectivité  $\mathcal{S}(\omega_{sp}, \omega_q^{(1)})$  et de  $\exp(-t_\pi/T_2^R)$ . Comme l'indique la figure 6.8 c), ce compromis mène à une durée  $t_\pi$  de l'impulsion  $\pi$  maximisant la probabilité de réussite de la rotation conditionnelle du qubit.



**FIGURE 6.9 – Mesure de la fonction  $Q$  de l'état du vide de magnons.**

a) Différence  $\Delta V_I = V_I^e - V_I^g$  des signaux de démodulation obtenus avec ( $V_I^e$ ) et sans ( $V_I^g$ ) la rotation conditionnelle  $\hat{X}_\pi^0$  pour  $\beta = 0$  en fonction des amplitudes en phase ( $A_X$ ) et en quadrature ( $A_Y$ ) pour le déplacement de tomographie  $\hat{D}(-\alpha)$ . b) Ajustement des données montrées en a) à l'équation (6.20). Le facteur de proportionnalité  $\lambda = 0.81$  est déterminé par la régression de l'ensemble des données des figures 6.9 à 6.11. c) Données calibrées par l'ajustement présentées en b). En b) et c), le point blanc indique  $[\text{Re}(\beta_0), \text{Im}(\beta_0)] = [0.27 \pm 0.02, -0.22 \pm 0.02]$  obtenu de la régression.

### 6.3.3 Mesure de l'état du vide des magnons : calibration

Afin de démontrer la possibilité d'effectuer la rotation du qubit conditionnelle à l'état du vide des magnons, une première expérience est effectuée où  $\beta = 0$  et  $\tau = 0$  aux figures 6.7 a) et b), correspondant ainsi à la mesure de la fonction  $Q$  de l'état du vide des magnons, donnée, selon l'équation (6.14), par

$$Q(\alpha) = \frac{1}{\pi} e^{-|\alpha|^2}, \quad (6.19)$$

soit une gaussienne centrée à  $\alpha = 0$  et d'écart type  $1/\sqrt{2}$ .

Afin d'éliminer un potentiel effet du déplacement de tomographie  $\hat{D}(-\alpha)$  sur la probabilité de mesurer le qubit dans l'état excité après la rotation  $X_\pi^0$ , la différence  $\Delta V_I$  entre les signaux de démodulation avec ( $V_I^e$ ) et sans ( $V_I^g$ ) la rotation  $X_\pi^0$  du qubit est considérée. La durée et la fréquence des impulsions de déplacement sont fixées à 200 ns et 7.95 GHz, respectivement. Ainsi, un désaccord  $\Delta_p/2\pi = -0.38$  MHz est présent entre la fréquence de l'impulsion et la fréquence des magnons lorsque le qubit est dans l'état fondamental,  $\omega_m^g/2\pi = 7.94962$  GHz (sous-section 5.4.3). La durée de l'impulsion  $\pi$  est fixée à 175 ns, correspondant à l'amplitude de contrôle  $A_X = 0.5$  de la figure 6.5. Pour cette mesure et les mesures subséquentes, le signal est moyenné sur 200 ns de l'impulsion de lecture d'une durée de 400 ns et sur 5000 répétitions.

La figure 6.9 a) présente  $\Delta V_I$  pour différentes amplitudes de contrôle  $[A_X, A_Y]$  dans le plan complexe pour le déplacement de tomographie. Malgré la résolution limitée de la mesure présentée, celle-ci est tout de même constituée de plus de 8 millions de répétitions au total. Ces données sont ajustées à

$$\Delta V_I(A_X, A_Y) = \mathcal{B} e^{-|\lambda A_X - \text{Re}(\beta)|^2} e^{-|\lambda A_Y - \text{Im}(\beta)|^2}, \quad (6.20)$$

où  $\mathcal{B}$  est le facteur de proportionnalité entre les données,  $\Delta V_I$ , et la fonction  $Q$ . De plus,  $\lambda$  est le facteur de proportionnalité entre les amplitudes de contrôle  $[A_X, A_Y]$  et l'amplitude complexe  $\beta = [\text{Re}(\beta), \text{Im}(\beta)]$  de l'état cohérent dans le mode de Kittel. Ainsi, la comparaison de l'écart-type de la gaussienne des données en fonction des amplitudes de contrôles  $[A_X, A_Y]$  et de l'écart-type de  $1/\sqrt{2}$  attendue pour un état cohérent est utilisée afin de calibrer l'amplitude complexe de tomographie  $\alpha = [\text{Re}(\alpha), \text{Im}(\alpha)] = [\lambda A_X, \lambda A_Y]$ . Par contre, puisque le signal  $\Delta V_I$  n'est pas calibré en terme de la probabilité  $p_e$  que le qubit soit dans l'état excité à la fin du protocole (équation (6.16)), l'amplitude du signal calibré est simplement fixée à la valeur maximale de la fonction  $Q$  d'un état cohérent, soit  $1/\pi$ . Les paramètres de l'ajustement sont ainsi  $\mathcal{B}$ ,  $\lambda$ ,  $\text{Re}(\beta)$  et  $\text{Im}(\beta)$ .

La figure 6.9 b) montre l'ajustement des données de la figure 6.9 a) à l'équation (6.20), alors que la figure 6.9 c) présente les données calibrées. Le facteur de proportionnalité  $\lambda$  est déterminé en effectuant la régression sur l'ensemble des mesures de la fonction  $Q$  du mode de Kittel des figures 6.9 à 6.11 et est déterminé à  $\lambda = 0.81$ . Ainsi, un déplacement d'une amplitude  $A_X = 1$ , par exemple, résulte en un déplacement de  $\text{Re}(\beta) = 0.81$  dans l'espace des phases, correspondant à l'excitation d'une population de  $\bar{n}_m = |\beta|^2 = 0.66$  magnons dans le mode de Kittel.

Malgré que pour les données de la figure 6.9 c) l'amplitude  $\beta$  du déplacement  $\hat{D}(\beta)$  soit fixée à 0 en n'envoyant aucune impulsion au mode de Kittel, l'ajustement permet de déterminer

$$\text{Re}(\beta_0) = 0.27 \pm 0.02, \quad \text{Im}(\beta_0) = -0.22 \pm 0.02. \quad (6.21)$$

Ainsi, l'état correspondant *a priori* à l'état du vide des magnons correspond plutôt à un état cohérent possédant  $\bar{n}_m = |\beta_0|^2 = 0.12$  magnons. L'origine de cet état cohérent résiduel n'est pas déterminée. Par contre, l'absence de ce déplacement résiduel des données spectroscopiques présentées au chapitre 5 indique qu'il s'agit d'un artefact des mesures résolues temporellement présentées dans ce chapitre. Ce déplacement est ainsi considéré comme un décalage de l'origine de l'espace des phases dans les analyses suivantes.

### 6.3.4 Mesure d'un état cohérent de magnons : opération de déplacement

La possibilité de mesurer la fonction  $Q$  de Husimi de l'état correspondant *a priori* à l'état du vide de magnons a été démontrée grâce à la rotation du qubit conditionnelle à l'état du vide du mode de Kittel. Dans cette sous-section, la mesure de la fonction  $Q$  de Husimi d'un état cohérent de magnons est présentée.

La figure 6.10 c) présente les données calibrées de la fonction  $Q$  obtenue à l'aide du protocole de la figure 6.7 pour des amplitudes  $[A_X, A_Y] = [0.5, 0]$  pour le déplacement initial  $\hat{D}(\beta)$  et pour  $\tau = 20$  ns. Selon la calibration  $\lambda = 0.81$  présentée à la sous-section précédente, le déplacement  $\hat{D}(\beta)$  devrait ainsi créer un état cohérent de magnons avec

$$\operatorname{Re}(\beta) = 0.41, \quad \operatorname{Im}(\beta) = 0. \quad (6.22)$$

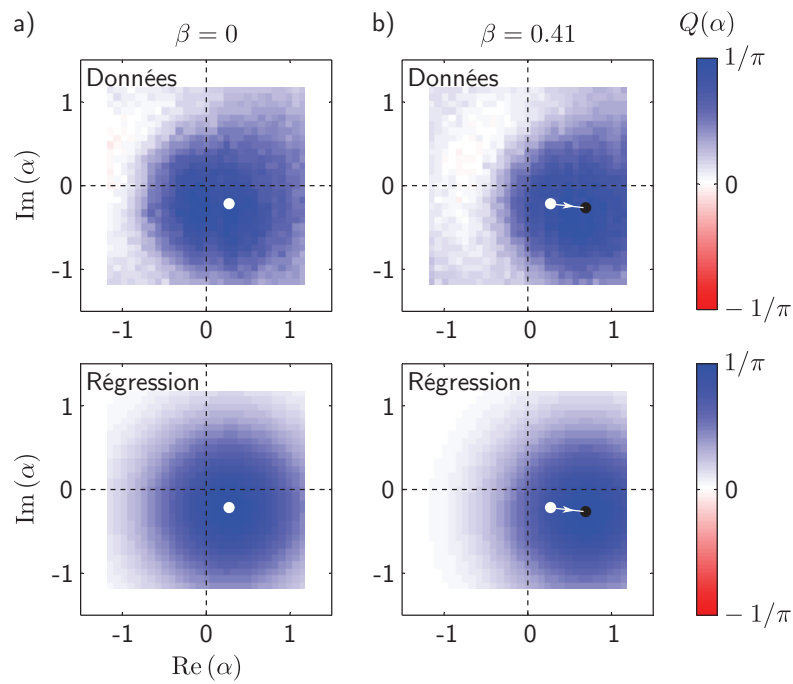
Selon la régression des données de la figure 6.10 c), présentée à la figure 6.10 d), on obtient

$$\operatorname{Re}(\beta) = 0.69 \pm 0.02, \quad \operatorname{Im}(\beta) = -0.27 \pm 0.02. \quad (6.23)$$

Or, en considérant le résultat obtenu pour l'état correspondant *a priori* à l'état du vide des magnons présenté à la sous-section précédente et montré aux figures 6.10 a) et b), on obtient

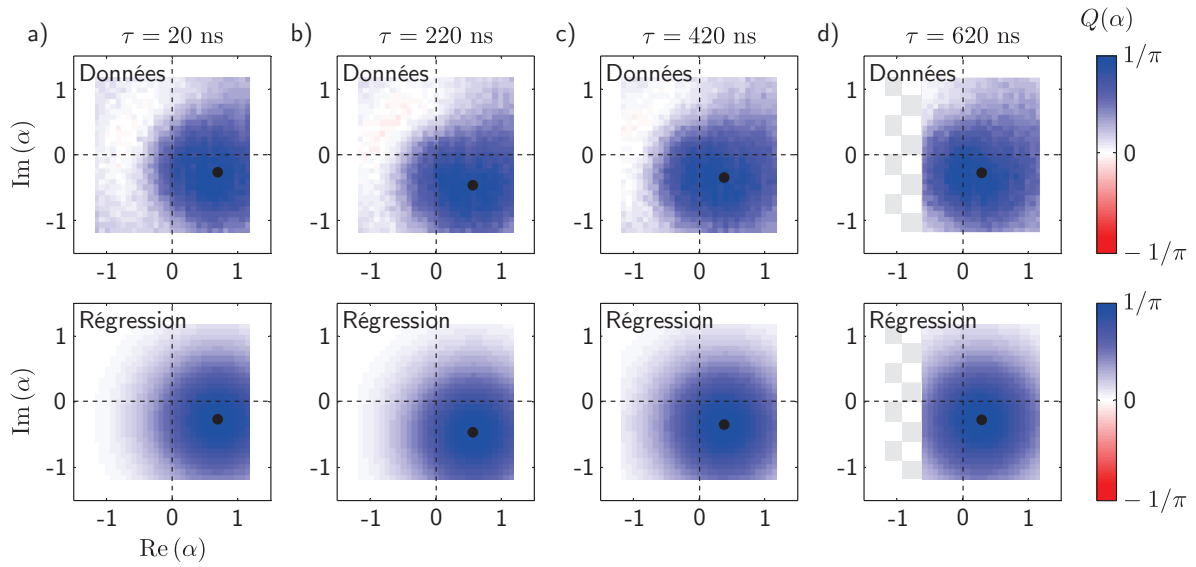
$$\Delta \operatorname{Re}(\beta) = \operatorname{Re}(\beta) - \operatorname{Re}(\beta_0) = 0.42 \pm 0.03, \quad \Delta \operatorname{Im}(\beta) = \operatorname{Im}(\beta) - \operatorname{Im}(\beta_0) = -0.05 \pm 0.03, \quad (6.24)$$

en excellent accord avec le résultat prédit à l'équation (6.22) à partir des amplitudes  $[A_X, A_Y] = [0.5, 0]$  utilisées pour cette mesure et de la calibration  $\lambda = 0.81$ . Ainsi, la calibration effectuée à partir de l'écart-type de la gaussienne des données brutes est conséquente avec l'amplitude complexe  $\beta$  de l'opération de déplacement  $\hat{D}(\beta)$ . Alors que la présence d'une population thermique de magnons résulterait en une augmentation de l'écart-type de la fonction  $Q$  [52], l'accord avec le déplacement prévu et celui observé indique l'absence d'un état thermique de magnons. Ce résultat est en accord avec l'absence d'une population de magnons en l'absence d'une excitation cohérente (Fig. 5.13 a).



**FIGURE 6.10 – Mesure de la fonction  $Q$  d'un état cohérent de magnons.**

a) Données et régression de la mesure de la fonction  $Q$  de l'état du vide de magnons,  $|\beta = 0\rangle$ , tel que présentées aux figure 6.9 b) et c). b) Données et régression de la mesure de la fonction  $Q$  de l'état cohérent de magnon  $|\beta = 0.41\rangle$  obtenues à partir d'une amplitude en phase  $A_X = 0.5$  et pour un temps  $\tau = 20$  ns entre les deux impulsions de déplacement. Pour ces figures, les cercles blancs et noirs indiquent  $[\text{Re}(\beta_0), \text{Im}(\beta_0)] = [0.27 \pm 0.02, -0.22 \pm 0.02]$  et  $[\text{Re}(\beta), \text{Im}(\beta)] = [0.69 \pm 0.02, -0.27 \pm 0.02]$ , respectivement. En b), la flèche entre les deux cercles indique l'effet de l'opération de déplacement  $\hat{D}(\beta = 0.41)$ , résultant en  $[\Delta\text{Re}(\beta), \Delta\text{Im}(\beta)] = [0.42 \pm 0.03, -0.05 \pm 0.03]$ .



**FIGURE 6.11 – Mesure de la fonction  $Q$  d'un état cohérent de magnons en évolution libre.**

Données et régressions de la mesure de la fonction  $Q$  de l'état cohérent de magnon  $|\beta = 0.41\rangle$  obtenues à partir d'une amplitude en phase  $A_X = 0.5$  et pour une durée de l'évolution libre a)  $\tau = 20$  ns, b)  $\tau = 220$  ns, c)  $\tau = 420$  ns et d)  $\tau = 620$  ns. Les cercles noirs indiquent  $\beta(\tau)$  obtenues de la régression. En d), la zone quadrillée blanc et gris dénote une zone de l'espace des phases où les données sont absentes.

## 6.4 Relaxation des magnons dans le mode de Kittel

La mesure de la fonction de quasi-probabilité  $Q$  de Husimi de l'état du vide et d'un état cohérent de magnons dans le mode de Kittel a été présentée à la section précédente. Cette dernière section porte sur l'utilisation de la mesure de la fonction  $Q$  afin d'étudier la relaxation des magnons dans le régime quantique. Pour ce faire, les données de l'évolution de la fonction  $Q$  en fonction de la durée de l'évolution libre entre la création de l'état cohérent de magnons et le déplacement de tomographie sont d'abord présentées. La diminution de la population de magnons en fonction de la durée de l'évolution libre est ensuite analysée, permettant d'identifier un processus de relaxation menant à une décroissance non-exponentielle. De plus, la présence d'un processus de déphasage pur des magnons est identifiée.

Les figures 6.11 a) à d) présentent les données et les régressions de la fonction  $Q$  obtenues pour  $|\beta = 0.41\rangle$  et pour différentes durées de l'évolution libre  $\tau$ . La figure 6.12 a) présente la trajectoire de l'état cohérent  $|\beta(\tau)\rangle$  dans l'espace des phases  $[\text{Re}(\beta), \text{Im}(\beta)]$ .

La trajectoire circulaire de l'état cohérent peut s'expliquer par la présence d'un faible

désaccord  $\Delta_p$  entre la fréquence angulaire  $\omega_p$  de l'impulsion et la fréquence angulaire  $\omega_m^g$  des magnons lorsque le qubit est dans l'état fondamental. En effet, dans le référentiel tournant avec la fréquence angulaire de l'impulsion  $\omega_p$ , l'hamiltonien du mode de Kittel avec le qubit dans l'état fondamental est donné par

$$\hat{\mathcal{H}}_m^g(t)/\hbar = \Delta_p \hat{c}^\dagger \hat{c} + \Omega_p(t) (\hat{c} + \hat{c}^\dagger), \quad (6.25)$$

tel que discuté au chapitre 5. Considérant que la force de pilotage  $\Omega_p(t) = 0$  lors de l'évolution libre, cet hamiltonien se simplifie à

$$\hat{\mathcal{H}}_m^g/\hbar = \Delta_p \hat{c}^\dagger \hat{c}. \quad (6.26)$$

Dans ce cas, l'opérateur d'évolution libre  $\hat{U}(\tau)$  est donné par

$$\hat{U}(\tau) = e^{i\hat{\mathcal{H}}_m^g\tau/\hbar} = e^{i\Delta_p\tau\hat{c}^\dagger\hat{c}}, \quad (6.27)$$

c'est-à-dire une rotation de l'état cohérent dans l'espace des phases d'un angle  $\theta = \Delta_p\tau$ . En effet, en utilisant la représentation de l'état cohérent  $|\beta\rangle$  dans l'espace de Fock (annexe A), on a, avec  $\hat{n}_m = \hat{c}^\dagger\hat{c}$ ,

$$\hat{U}(\tau)|\beta\rangle = e^{i\Delta_p\tau\hat{n}_m} e^{-|\beta|^2/2} \sum_{n_m=0}^{\infty} \frac{\beta^{n_m}}{\sqrt{n_m!}} |n_m\rangle = |\beta e^{i\Delta_p\tau}\rangle. \quad (6.28)$$

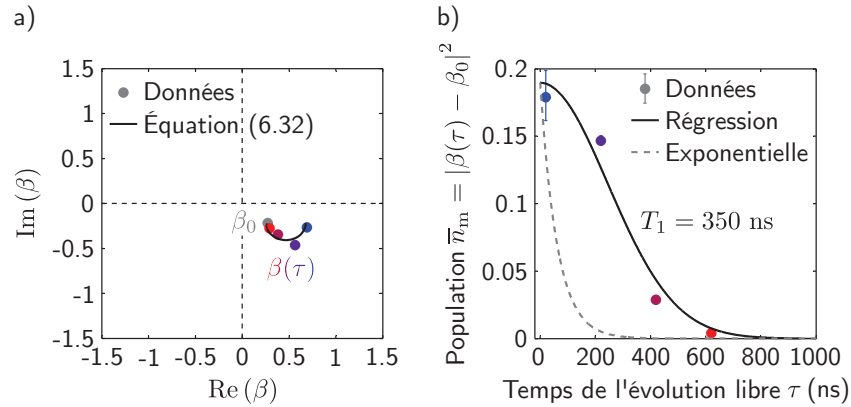
Le désaccord est déterminé à la sous-section 5.4.3 à  $\Delta_p/2\pi = -0.38$  MHz. On s'attend ainsi à une rotation de l'état cohérent dans le sens anti-horaire, tel qu'observé à la figure 6.12 a).

La figure 6.12 b) présente la population relative de magnons définie par

$$\bar{n}_m(\tau) = |\beta(\tau) - \beta_0|^2, \quad (6.29)$$

où l'amplitude complexe  $\beta_0$  est donnée à l'équation (6.21). Alors qu'une décroissance exponentielle de la population est généralement observée, les données de la figure 6.12 b) suggèrent fortement une décroissance décrit par une exponentielle compressée ( $\eta > 1$ ), donnée en général par  $\exp(-(\tau/T_1)^\eta)$  (voir, par exemple, la référence [223]). Par exemple,  $\eta = 1$  correspond à une fonction exponentielle et  $\eta = 2$  correspond à une fonction gaussienne. Le cas  $\eta \neq 1$  est particulièrement intéressant puisqu'il indique la présence d'un processus de relaxation non Markovien, c'est-à-dire où le temps de corrélation  $\tau_c$  du bain créant la relaxation est beaucoup plus grand que le temps caractéristique de la dynamique du





**FIGURE 6.12 – Évolution et relaxation d'un état cohérent de magnons.**

a) Trajectoire de l'état cohérent  $|\beta(\tau)\rangle$  dans l'espace des phases déterminée par la régression des données présentées à la figure 6.11. L'état cohérent  $|\beta_0\rangle$ , correspondant *a priori* à l'état du vide des magnons, est indiqué par un cercle gris. La ligne noire pleine indique la trajectoire calculée à partir de l'équation (6.32). b) Décroissance de la population  $\bar{n}_m(\tau) = |\beta(\tau) - \beta_0|^2$  en fonction de la durée de l'évolution libre  $\tau$ . La ligne noire pleine indique l'ajustement des données à l'équation (6.30) et permet de déterminer le temps de relaxation des magnons à  $T_1 = 350 \pm 90$  ns. La ligne grise pointillée indique une décroissance exponentielle avec un temps caractéristique  $T_1^{\min} = 1/2\gamma_m = 60 \pm 20$  ns.

système (voir, par exemple, la référence [224]). La population relative de magnons est ajustée empiriquement à une exponentielle compressée avec  $\eta = 2$ , soit

$$\bar{n}_m(\tau) = \bar{n}_m(0)e^{-(\tau/T_1)^2}, \quad (6.30)$$

où  $T_1$  est le temps de relaxation des magnons.

L'ajustement des données de la figure 6.12 b) à l'équation (6.30) indique

$$T_1 = 350 \pm 90 \text{ ns}. \quad (6.31)$$

En combinant la rotation de l'état cohérent décrit précédemment et la décroissance de la population donnée par l'équation (6.30), il est possible de décrire la trajectoire de l'état cohérent de magnons dans l'espace des phases par

$$\beta(\tau) = \beta_0 + [\beta(0) - \beta_0] e^{i\Delta_p\tau} e^{(-\tau/T_1)^2/2}. \quad (6.32)$$

Tel qu'indiqué à la figure 6.12 a), la trajectoire prédite par l'équation (6.32) avec  $\Delta_p/2\pi = -0.38$  MHz est en très bon accord avec les mesures. L'effet Kerr des magnons est négligeable dans l'évolution de l'état cohérent puisque le coefficient de Kerr ( $K_m/2\pi = -0.20$  MHz,

section 5.5) est beaucoup plus faible que la largeur de raie du mode de Kittel ( $\gamma_m/2\pi = 1.3 \pm 0.3$  MHz, sous-section 5.2.2). De plus, la population de magnons  $\bar{n}_m \ll 1$  dans les mesures présentées (Fig. 6.12 b).

En l'absence de déphasage pur de temps caractéristique  $T_\phi$ , le temps de relaxation est donné par

$$T_1^{\min} = \frac{1}{2\gamma_m} = 60 \pm 20 \text{ ns}, \quad (6.33)$$

où  $\gamma_m/2\pi = 1.3 \pm 0.3$  MHz est la largeur de raie du mode de Kittel. La différence entre cette valeur minimale du temps de relaxation et celle obtenue par l'ajustement des données à l'équation (6.30) indique ainsi la présence d'un processus de déphasage pur pour les magnons du mode de Kittel. En d'autres mots, à partir du taux de relaxation  $\gamma_1 = 1/T_1$  observé et de

$$\gamma_m = \frac{\gamma_1}{2} + \gamma_\phi, \quad (6.34)$$

où  $\gamma_\phi$  est le taux de déphasage pur des magnons, il est possible d'obtenir

$$\frac{\gamma_\phi}{2\pi} = \frac{\gamma_m}{2\pi} - \frac{1}{4\pi T_1} = 1.3 \pm 0.3 \text{ MHz} - \frac{1}{4\pi (350 \pm 90) \text{ ns}} = 1.1 \pm 0.4 \text{ MHz}. \quad (6.35)$$

Selon ce résultat, la majeure partie de la largeur de raie du mode de Kittel est due à un processus de déphasage pur. Ce résultat, combiné à l'observation d'une décroissance de la population des magnons décrit par une exponentielle comprimée de coefficient  $\eta = 2$ , semble indiquer la présence d'un bain de systèmes à deux niveaux possédant un temps de corrélation beaucoup plus grand que la dynamique interne du système. Une première indication de la présence d'un tel bain a été présentée à la référence [90]. L'origine microscopique de ce bain reste par contre une question ouverte.

## 6.5 Impacts des travaux

---

Un premier impact des travaux présentés dans ce chapitre porte sur l'utilisation du régime dispersif fort en magnonique quantique, démontré au chapitre précédent, afin d'effectuer pour la première fois des mesures tomographiques d'états cohérents de magnons. Ces mesures ont notamment permis de confirmer l'absence d'excitations thermiques de magnons par l'observation d'une fonction  $Q$  de Husimi dont l'écart type correspond à celui

d'un état cohérent. Ce type de mesures tomographiques peut être utilisé afin d'observer de potentiels états non classiques de magnons dans le ferro-aimant de taille millimétrique créés, par exemple, grâce au couplage fort avec le qubit supraconducteur [204].

Un second impact important a trait à l'observation d'un processus de déphasage pur limitant le temps de cohérence des magnons en magnonique quantique. De plus, la décroissance non exponentielle semble indiquer la présence d'un bain de systèmes à deux niveaux avec un long temps de corrélation. Bien que les résultats présentés soient préliminaires, la présence d'un tel processus de déphasage pur justifie le développement de séquences de découplage dynamique permettant de mitiger les effets du déphasage pur dans un système harmonique, tel que le mode de Kittel dans un ferro-aimant. Ces avenues de recherche sont très importantes pour l'avenir de la magnonique quantique.



# Conclusions et perspectives

## Ingénierie d'un couplage spin-résonateur effectif

---

Le chapitre 1 a d'abord permis de présenter les bases théoriques sur le couplage dipolaire magnétique entre différents systèmes de spins et un résonateur (section 1.1). Ces résultats ont permis d'expliquer, par exemple, le couplage transverse observé au chapitre 4 entre les centres NV dans le diamant et un résonateur supraconducteur. De plus, le couplage entre le mode de Kittel d'une sphère de YIG et les modes d'une cavité tridimensionnelle observé au chapitre 5 a aussi été appuyée par ces bases théoriques. Une approche théorique pour l'ingénierie d'un couplage effectif entre un spin unique dans une double boîte quantique et un résonateur par l'intermédiaire d'un champ magnétique inhomogène a également été présentée (section 1.2) [45]. Cette approche a été expérimentalement réalisée aux références [46, 47] pour atteindre un régime de couplage fort entre un spin unique et les photons micro-ondes d'un résonateur supraconducteur. De plus, la présence d'un couplage longitudinal a été prédite. L'ingénierie du champ magnétique inhomogène par des micro-aimants a ensuite été discutée (section 1.3). Ceci a permis d'estimer les coefficients des couplages transverse et longitudinal pour un dispositif réaliste en GaAs à quelques MHz. Finalement, une nouvelle méthode de lecture d'un spin électronique a été proposée par l'utilisation d'une modulation paramétrique du couplage longitudinal (section 1.4). Cette méthode promet de donner aux qubits de spins une méthode de lecture quantique non destructive.

L'approche présentée au chapitre 1 nécessite la présence d'un champ magnétique inhomogène. Pour ce faire, des aimants de taille micrométrique sont utilisés. Le chapitre 2 a introduit la magnétométrie à l'aide de l'effet Hall qui permet de caractériser les micro-aimants fabriqués (section 2.1). Cette méthode a ensuite été appliquée pour l'étude des

magnétomètres fabriqués à l'aide de croix de Hall conventionnelles (section 2.2). La compréhension des limites de ces magnétomètres conventionnels a permis de concevoir un nouveau type de magnétomètre basé sur des croix de Hall définies de façon électrostatique (section 2.3). L'étude détaillée de l'effet Hall dans ces croix a permis d'identifier et d'éliminer différentes anomalies balistiques, ce qui a permis d'obtenir un magnétomètre sensible et linéaire. La courbe de magnétisation de micro-aimants de tailles sous le micromètre avec un rapport sur bruit supérieur à  $10^3$  a été obtenue [48]. Une étude préliminaire de l'impact de la géométrie des micro-aimants sur leurs propriétés magnétiques a permis de mettre en lumière la possibilité d'opérer les micro-aimants dans un faible champ magnétique externe. Finalement, le contrôle électrostatique des croix de Hall a permis de démontrer que les simulations magnétostatiques des micro-aimants peuvent être considérées quantitatives.

## Perspectives

Les perspectives sur les résultats présentés dans le chapitre 1 sont principalement théoriques. Premièrement, il serait intéressant de considérer explicitement une architecture basée sur le silicium pour le couplage entre un spin unique et un résonateur. Notamment, la présence de degrés de liberté de vallée doit être pris en compte lorsque la séparation des vallées est comparable aux autres énergies du système. Deuxièmement, le développement d'un modèle effectif analytique ou numérique de la mesure spectroscopique du qubit de spin à l'aide de la lecture longitudinale permettrait d'explorer efficacement l'effet des différents paramètres expérimentaux sans simuler la dynamique du système à partir de l'hamiltonien complet. Finalement, le développement d'un modèle du rapport signal sur bruit de la lecture longitudinale pour le cas spécifique d'un qubit de spin permettrait d'optimiser le rapport signal sur bruit selon les paramètres du système.

Les perspectives expérimentales sur les travaux présentés dans le chapitre 2 sont multiples. Premièrement, il serait intéressant de poursuivre l'utilisation de la méthode de magnétométrie démontrée pour explorer les propriétés magnétiques de micro-aimants de différents matériaux et géométries. Notamment, le développement de micro-aimants pouvant fonctionner en l'absence d'un champ magnétique externe semble une avenue très intéressante [154]. Deuxièmement, le contrôle électrostatique des croix de Hall pourrait être utilisé pour cartographier le champ magnétique inhomogène des micro-aimants au-delà de ce qui a été démontré dans cette thèse.

## Résonateurs supraconducteurs pour les dispositifs hybrides

---

Le chapitre 3 a d'abord permis d'introduire certains aspects théoriques sur la supraconductivité et les résonateurs supraconducteurs (section 3.1). Par la suite, les nombreux aspects expérimentaux permettant de réaliser et de mesurer les résonateurs supraconducteurs ont été présentés (section 3.2). Notamment, des portes-échantillons compatibles avec les dispositifs hybrides proposés au chapitre 1 ont été développés. De plus, la base du circuit de démodulation permettant d'effectuer les mesures spectroscopiques proposées à la section 1.4 a été établie expérimentalement.

De multiples résultats expérimentaux sur la caractérisation des résonateurs supraconducteurs en niobium fabriqués sur un substrat de GaAs ont par la suite été présentés (section 3.3). Une forte corrélation entre l'épaisseur, la température critique et la longueur de pénétration du niobium a été mise en évidence, permettant de prédire la fréquence des résonateurs fabriqués dans des films très minces de niobium. Les pertes internes des résonateurs en niobium sur un substrat de GaAs ont également été quantifiées à environ 0.6 MHz à 6 GHz, correspondant à un facteur de qualité de  $10^4$ . La non-linéarité de l'inductance cinétique a ensuite été utilisée pour observer plusieurs phénomènes non linéaires, dont l'amplification paramétrique, la modulation de la fréquence du résonateur et la formation d'un peigne de fréquence. Finalement, l'opération en champ magnétique des résonateurs fabriqués a été démontrée. Ces résultats ont permis de déterminer qu'un angle de moins de  $0.1^\circ$  entre le champ magnétique externe et le plan du résonateur permet d'appliquer un champ magnétique externe de plus de 3 T tout en gardant des pertes internes inférieures à 1 MHz. Les résonateurs fabriqués sont ainsi compatibles avec l'application du champ magnétique externe nécessaire pour les dispositifs hybrides proposés au chapitre 1.

Le chapitre 4 a d'abord permis de généraliser la théorie présentée au chapitre 1 sur le couplage transverse entre un ensemble de spins paramagnétique et un résonateur en plus de présenter le régime dispersif de ce couplage (section 4.1). De plus, un modèle prédisant que la sensibilité au champ magnétique perpendiculaire de la fréquence d'un résonateur supraconducteur mène à un couplage spin-résonateur longitudinal a été établi. Par la suite, un dispositif hybride composé d'un diamant avec une forte densité de centres NV et d'un résonateur supraconducteur à haute inductance cinétique a été présenté (section 4.2). Ce dispositif a été utilisé afin d'observer le couplage transverse collectif entre deux transitions de spins des centres NV et le résonateur (section 4.3). De plus, la sensibilité du résonateur au champ magnétique perpendiculaire a été évaluée à environ  $10 \text{ nT}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Par la suite, des

mesures spectroscopiques des différentes transitions de spins des centres NV ont permis de révéler la présence d'un signal même lorsque le désaccord avec le résonateur est très élevé. Un accord qualitatif a été trouvé entre ces résultats et le couplage longitudinal prédit.

## Perspectives

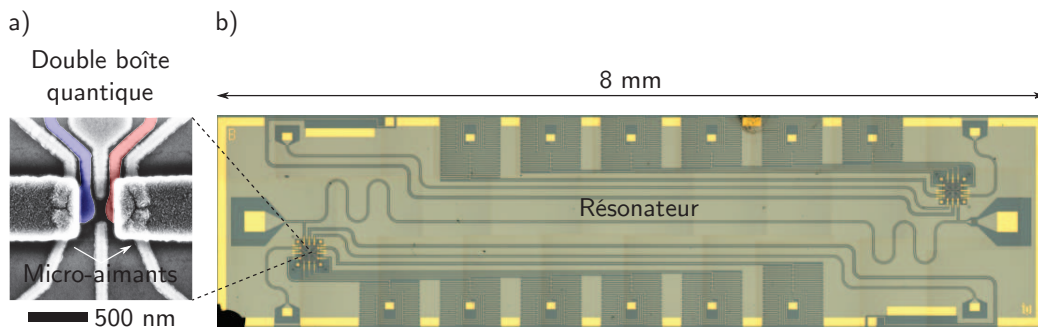
Les résultats présentés dans le chapitre 3 offrent plusieurs perspectives. Premièrement, il serait intéressant de poursuivre l'étude des pertes internes des résonateurs fabriqués sur un substrat de GaAs en déterminant, par exemple, l'origine des pertes internes d'environ 0.3 MHz indépendantes de la fréquence. De plus, la gravure de tranchées profondes entre le conducteur central et le plan de la mise à la terre pourrait être utilisée pour réduire les pertes diélectriques actuellement d'environ 0.3 MHz à 6 GHz. Deuxièmement, il serait intéressant d'étudier les limites de l'utilisation de l'inductance cinétique pour la fabrication de résonateurs compacts. De plus, cela permettrait d'étudier plus en détails les différents phénomènes non linéaires observés. Notamment, l'utilisation d'un amplificateur paramétrique composé d'un simple résonateur supraconducteur en niobium, pouvant être en principe identique au résonateur utilisé dans l'expérience proposée au chapitre 1, pourrait être intéressante pour amplifier le signal de la lecture longitudinale. Pour ce faire, il serait nécessaire de caractériser le bruit ajouté par l'amplification paramétrique.

De plus, il est à noter que la démonstration expérimentale de la lecture d'un spin unique par la modulation paramétrique du couplage longitudinal proposée à la section 1.4 a été tentée durant les derniers mois de cette thèse. En effet, comme l'indique les figures 6.13 a) et b), des dispositifs hybrides incorporant un résonateur en niobium, deux doubles boîtes quantiques dans une hétérostructure en GaAl/AlGaAs et des micro-aimants en FeCo ont été fabriqués. Malheureusement, à la suite de nombreux problèmes survenus au cours de deux rondes de fabrication, les dispositifs n'étaient pas fonctionnels. Malgré ces problèmes, il a tout de même été possible de conclure que le design des dispositifs est à l'origine du non-fonctionnement des résonateurs de ces dispositifs<sup>1</sup>. Des simulations micro-ondes sont donc nécessaires pour améliorer l'intégration des multiples grilles électrostatiques au résonateur et évaluer l'impact, par exemple, du couplage capacitif entre le résonateur et le gaz d'électrons mis à la terre par des contacts ohmiques résistifs. La réalisation expérimentale de la lecture longitudinale est sans aucun doute la perspective la

---

1. Il est important de noter que les résonateurs sont fonctionnels lorsqu'ils sont fabriqués sur un substrat de GaAs et lorsque les grilles électrostatiques qui permettent de définir les doubles boîtes quantiques sont absentes.





**FIGURE 6.13 – Première itération des dispositifs hybrides.**

a) Image au microscope électronique à balayage montrant les grilles électrostatiques d'une double boîte quantique et deux micro-aimants en FeCo (géométrie #1). L'alignement des micro-aimants par rapport à la double boîte quantique est ajusté pour ce dispositif afin de réaliser un couplage spin-résonateur purement transverse ( $d_h = 0$ ). Le désalignement observé indique l'ordre de grandeur de l'erreur d'alignement typique d'environ 40 nm. b) Image au microscope optique d'un dispositif hybride incorporant un résonateur en niobium, deux doubles boîtes quantiques dans une hétérostructure de GaAs/AlGaAs et des micro-aimants en FeCo. Le dispositif complet possède une longueur de 8 mm.

plus importante des travaux de cette thèse.

Finalement, les résultats préliminaires présentés au chapitre 4 offrent plusieurs perspectives. Tout d'abord, la présence du couplage longitudinal doit être confirmée. Pour ce faire, des mesures dans un montage expérimental avec un aimant supraconducteur vectoriel permettrait de confirmer l'augmentation du changement de la fréquence du résonateur provenant du couplage longitudinal en augmentant seulement le champ magnétique perpendiculaire  $B_0^X$ . Ces mesures sont actuellement en cours. Une fois que la présence du couplage longitudinal est confirmée, une amélioration du modèle théorique pourrait permettre d'optimiser les paramètres du résonateur et les conditions d'opérations du dispositif hybride afin de maximiser le signal [165]. À court terme, il serait possible de grandement améliorer le système en utilisant un résonateur sur un meilleur substrat diélectrique que le GaAs afin de minimiser les pertes internes, actuellement limitées à environ 0.6 MHz à 6 GHz. D'un point de vue technologique, il serait aussi intéressant d'explorer la possibilité d'opérer le dispositif hybride à une température de 4 K en utilisant des supraconducteurs avec une température critique plus élevée, comme le NbTiN, par exemple [182, 175].

## Régime dispersif fort en magnonique quantique

---

Le chapitre 5 a d'abord permis d'introduire l'architecture de la magnonique quantique (section 5.1). Le couplage fort entre les magnons et un des modes de la cavité micro-ondes a été démontrée (section 5.2). Par la suite, le régime de couplage fort entre le qubit supraconducteur de type transmon et les magnons a été démontré par l'observation d'un croisement évité dans le spectre du qubit (section 5.3). Le régime dispersif a ensuite été exploré (section 5.4). Le régime dispersif fort a été démontré par l'observation des états de Fock de magnons dans le spectre du qubit permettant de sonder, pour la première fois, les quanta d'excitations d'un mode collectif de spin dans un ferro-aimant de taille millimétrique [49]. Cette démonstration a permis de mettre en évidence la force des systèmes quantiques hybrides pour offrir de nouvelles fonctionnalités. Finalement, une étude détaillée des résultats obtenus a permis de révéler la présence d'une faible non-linéarité dans le mode magnétostatique créée par la non-linéarité du qubit supraconducteur (section 5.5).

Le chapitre 6 a d'abord permis de démontrer la manipulation résolue temporellement de l'état du qubit supraconducteur à l'aide d'une mesure dispersive (section 6.1). Par la suite, la lecture à haute puissance de l'état du qubit a été utilisée pour démontrer la possibilité d'effectuer une lecture à un coup en magnonique quantique (section 6.2). Le régime dispersif fort entre le qubit et les magnons, démontré au chapitre précédent, a ensuite été utilisé pour mesurer la fonction  $Q$  de Husimi des magnons (section 6.3). Ces mesures tomographiques ont permis d'observer la création d'un état cohérent de magnons dans la sphère de YIG. À partir de ces mesures tomographiques, la relaxation d'un état cohérent de magnons a ensuite été observée (section 6.4). Ces mesures ont permis de révéler un temps de relaxation  $T_1 = 350$  ns significativement plus long que ce qui est attendu à partir de la largeur de raie du mode de Kittel. Ces résultats permettent ainsi de mettre en évidence un processus de déphasage pur des magnons dans le régime quantique. Finalement, l'observation d'une relaxation non exponentielle des magnons a permis d'émettre l'hypothèse de la présence d'un bain de systèmes à deux niveaux avec un temps de corrélation beaucoup plus long que la dynamique du système.

### Perspectives

La démonstration du régime dispersif fort en magnonique quantique offre plusieurs perspectives. Premièrement, il serait intéressant d'optimiser le ratio entre le décalage dis-

persif qubit-magnon et le coefficient de l'effet Kerr des magnons en modifiant la fréquence des magnons. Selon des résultats numériques obtenus pour le système actuel et une proposition récente en électrodynamique quantique en circuit, cette optimisation est possible en plaçant le mode de Kittel en résonance avec la transition  $|e\rangle \leftrightarrow |f\rangle$  du transmon [215]. Deuxièmement, une étude plus approfondie de la relaxation des magnons à l'aide des mesures tomographiques présentées serait grandement intéressante. Ces mesures pourraient être améliorées, par exemple, en augmentant la force du couplage entre le mode de Kittel et les différents modes de la cavité. La confirmation de la présence d'un bain de systèmes à deux niveaux créant un processus de déphasage pur des magnons dans le régime quantique pourrait justifier le développement de séquences de découplage dynamique adaptées aux oscillateurs harmoniques. Troisièmement, l'utilisation de l'interaction dispersive forte pour la création et l'observation d'états quantiques de magnons demeure une perspective des plus intéressante. Pour y arriver, il serait intéressant d'explorer les différents protocoles développés en électrodynamique quantique en cavité et en circuit. Notamment, il a récemment été proposé d'utiliser une séquence de découplage dynamique sur un qubit en résonance avec un oscillateur harmonique afin de créer un état chat dans l'oscillateur harmonique [128]. Finalement, la possibilité d'encoder l'information quantique d'un qubit supraconducteur dans un état chat de magnon à l'aide du protocole qcMAP reste définitivement une perspective à explorer [42, 43]. Cet encodage représente une étape clé en magnonique quantique pour la transduction de l'information quantique entre un processeur basé sur les circuits supraconducteurs et des photons optiques.



## Annexe A

# Oscillateur harmonique quantique

## A.1 Oscillateur harmonique quantique et états de Fock

---

Un résonateur supportant un champ électromagnétique peut être décrit comme un oscillateur harmonique quantique à une dimension. En termes des opérateurs  $\hat{a}$  et  $\hat{a}^\dagger$  satisfaisant la relation de commutation  $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = \mathbb{I}$ , l'hamiltonien d'un oscillateur harmonique quantique est donné par [52]

$$\hat{\mathcal{H}}_r = \hbar\omega \left( \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right). \quad (\text{A.1})$$

Les états propres de l'oscillateur harmonique quantique sont les états de Fock  $|n\rangle$ , où  $n$  correspond au nombre de photons dans le résonateur. L'opérateur *nombre de photon*,  $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ , est l'opérateur dont la valeur propre est  $n$ , soit [52]

$$\hat{n}|n\rangle = \hat{a}^\dagger \hat{a}|n\rangle = n|n\rangle. \quad (\text{A.2})$$

L'énergie de l'oscillateur harmonique quantique dans l'état  $|n\rangle$  est alors donnée par

$$E_n = \hbar\omega (n + 1/2). \quad (\text{A.3})$$

L'énergie de l'état  $|n = 0\rangle$  est ainsi non nulle et vaut  $E_0 = \hbar\omega/2$ . Cette énergie correspond aux fluctuations du vide. En redéfinissant le zéro d'énergie à  $\hbar\omega/2$ , l'hamiltonien  $\hat{\mathcal{H}}_r$  d'un

résonateur est donc

$$\hat{\mathcal{H}}_r/\hbar = \omega_r \hat{a}^\dagger \hat{a}, \quad (\text{A.4})$$

où  $\omega_r$  est la fréquence angulaire du résonateur.

L'effet des opérateurs d'échelle  $\hat{a}^\dagger$  et  $\hat{a}$  sur les états de Fock  $|n\rangle$  est respectivement la création et l'annihilation d'un photon selon [52]

$$\hat{a}^\dagger |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle, \quad \hat{a} |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle. \quad (\text{A.5})$$

Ainsi, on nomme  $\hat{a}^\dagger$  l'opérateur de création ( $\hat{a}$  l'opérateur d'annihilation) puisqu'il crée (annihile) un photon dans le résonateur. Il est donc possible de créer un état de Fock  $|n\rangle$  en appliquant  $n$  fois l'opérateur de création  $\hat{a}^\dagger$  sur l'état du vide  $|n=0\rangle = |0\rangle$ , soit  $|n\rangle = (\hat{a}^\dagger)^n |0\rangle / \sqrt{n!}$ . De plus, on ne peut détruire de photon du vide, et ainsi  $\hat{a}|0\rangle = 0$ . Les états de Fock forment une base orthogonale ( $\langle n|m\rangle = \delta_{n,m}$ ) et normée ( $\sum_{n=0}^{\infty} |n\rangle\langle n| = \mathbb{I}$ ) à l'aide de laquelle il est possible d'exprimer n'importe quel état  $|\Psi\rangle$ .

## A.2 États cohérents

---

L'état d'un oscillateur quantique peut en général être décrit par une distribution d'amplitude complexe  $\alpha$  et être représenté dans l'espace des phases  $[\text{Re}(\beta), \text{Im}(\beta)]$ . Un état cohérent  $|\alpha\rangle$  est défini à partir de l'opérateur de déplacement [52]

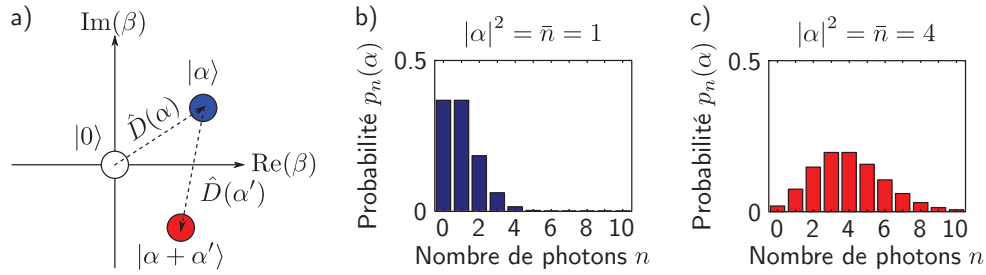
$$\hat{D}(\alpha) = e^{\alpha \hat{a}^\dagger - \alpha^* \hat{a}} = e^{-|\alpha|^2/2} e^{\alpha \hat{a}^\dagger} e^{-\alpha^* \hat{a}}. \quad (\text{A.6})$$

L'opérateur de déplacement  $\hat{D}(\alpha)$  déplace dans l'espace des phases l'état du vide  $|\alpha=0\rangle$  d'une amplitude complexe  $\alpha$ , soit  $\hat{D}(\alpha)|0\rangle = |\alpha\rangle$ . L'application de l'opérateur de déplacement  $D(\alpha')$  sur un état cohérent  $|\alpha\rangle$  produit un autre état cohérent selon

$$\hat{D}(\alpha')|\alpha\rangle = \hat{D}(\alpha')\hat{D}(\alpha)|0\rangle = e^{(\alpha'\alpha^* - \alpha'^*\alpha)/2} |\alpha' + \alpha\rangle. \quad (\text{A.7})$$

Ainsi, l'amplitude complexe des états cohérents est additif, comme le montre la figure A.1 (a). En particulier, l'équation (A.7) implique que  $\hat{D}^\dagger(\alpha)|\alpha\rangle = \hat{D}(-\alpha)|\alpha\rangle = |0\rangle$ . En combinant ce résultat avec  $\hat{D}(\alpha)\hat{a}\hat{D}(-\alpha) = \hat{a} - \alpha\mathbb{I}$ , il est possible de démontrer que [52]

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle, \quad (\text{A.8})$$



**FIGURE A.1 – Représentation dans l’espace des phases d’un état cohérent.**

a) Représentation dans l’espace des phases de l’effet des opérateurs de déplacement  $D(\alpha)$  et  $D(\alpha')$  sur l’état du vide  $|0\rangle$  et sur un état cohérent  $|\alpha\rangle$  respectivement. Distribution de probabilité  $p_\beta(n)$  du nombre de photons dans un état cohérent  $|\alpha\rangle$  avec b)  $|\alpha|^2 = \bar{n} = 1$  et c)  $|\alpha|^2 = \bar{n} = 4$ .

c’est-à-dire que l’état cohérent  $|\alpha\rangle$  est l’état propre de l’opérateur d’annihilation  $\hat{a}$  avec la valeur propre  $\alpha$ . Le nombre moyen de photons  $\bar{n}$  dans l’état cohérent  $|\alpha\rangle$  est donc

$$\bar{n} = \langle \alpha | \hat{n} | \alpha \rangle = \langle \alpha | \hat{a}^\dagger \hat{a} | \alpha \rangle = \langle \alpha | \alpha^* \alpha | \alpha \rangle = |\alpha|^2. \quad (\text{A.9})$$

## A.2.1 Représentation des états cohérents dans la base des états de Fock

Les états cohérents peuvent être représentés dans la base des états de Fock selon [52]

$$|\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} c_n |n\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle, \quad (\text{A.10})$$

où on vérifie facilement que  $|\alpha = 0\rangle = |n = 0\rangle = |0\rangle$ . À partir de cette représentation, il est possible d’évaluer entre autres la distribution de probabilité  $p_n(\alpha)$  d’avoir  $n$  photons dans l’état cohérent  $|\alpha\rangle$ , soit

$$p_n(\alpha) = |c_n|^2 = e^{-|\alpha|^2} \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} = \frac{(|\alpha|^2)^n e^{-|\alpha|^2}}{n!} = \frac{\bar{n}^n e^{-\bar{n}}}{n!}, \quad (\text{A.11})$$

une distribution de Poisson. La figure A.1 b) et c) montre la distribution de probabilité  $p_n(\alpha)$  pour deux états cohérents, ces dernières étant complètement différentes de celle d’un état de Fock  $|m\rangle$  où le nombre de photons est bien défini selon  $p_n(m) = \delta_{nm}$ .

Le recouvrement entre deux états cohérents  $|\alpha\rangle$  et  $|\alpha'\rangle$  est donné par la norme au carré

du produit scalaire et vaut

$$|\langle \alpha | \alpha' \rangle|^2 = e^{-|\alpha - \alpha'|^2} > 0 \quad (\text{A.12})$$

pour  $\alpha$  et  $\alpha'$  finis. Ainsi, le recouvrement entre deux états cohérents  $|\alpha\rangle$  et  $|\alpha'\rangle$  n'est jamais nul. Par contre, puisque ce recouvrement diminue exponentiellement avec la distance  $|\alpha - \alpha'|$  entre les états cohérents, il est possible d'approximer l'orthogonalité lorsque  $|\alpha - \alpha'|^2 \gg 1$ .

### A.3 Distributions de quasi-probabilité

---

La fonction  $Q$  de Husimi et la fonction  $W$  de Wigner, présentées dans cette section, sont deux distributions de quasi-probabilité pouvant représenter l'état quantique de la lumière. Ces distributions, basées sur les états cohérents  $|\beta\rangle$ , ne sont pas des distributions de probabilité puisque les états cohérents ne sont pas orthogonaux. Ces distributions permettent tout de même de calculer les valeurs moyennes d'observables, tout comme une distribution de probabilité classique [52].

#### A.3.1 Fonction de Husimi

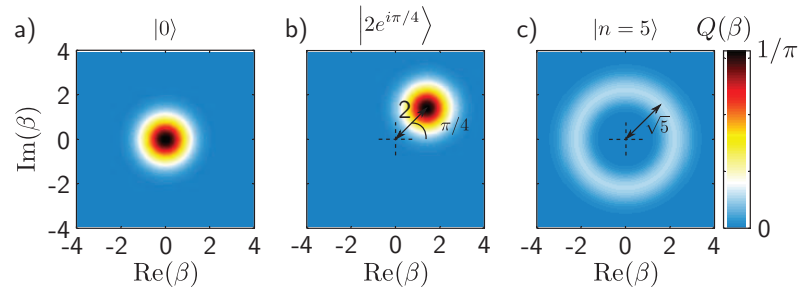
La fonction  $Q^{|\Psi\rangle\langle\Psi|}(\beta)$  de Husimi est proportionnelle au recouvrement entre un état cohérent  $|\beta\rangle$  et un état pur arbitraire  $|\Psi\rangle$  selon [52]

$$Q^{|\Psi\rangle\langle\Psi|}(\beta) \equiv \frac{1}{\pi} |\langle \beta | \Psi \rangle|^2. \quad (\text{A.13})$$

Cette fonction est normée ( $\int d^2\beta Q^{|\Psi\rangle\langle\Psi|}(\beta) = 1$ ) et positive ( $0 \leq Q^{|\Psi\rangle\langle\Psi|}(\beta) \leq 1/\pi$ ). Par contre, puisque les états cohérents ne sont pas orthogonaux, la fonction  $Q$  de Husimi n'est pas une distribution de probabilité [52]. Pour un état cohérent  $|\alpha\rangle$ , la fonction  $Q$  de Husimi s'obtient facilement à partir des équations (A.12) et (A.13)

$$Q^{|\alpha\rangle\langle\alpha|}(\beta) = \frac{1}{\pi} |\langle \beta | \alpha \rangle|^2 = \frac{1}{\pi} e^{-|\beta - \alpha|^2}, \quad (\text{A.14})$$





**FIGURE A.2 – Fonctions de Husimi pour différents états d’un oscillateur harmonique.** Fonctions de Husimi  $Q(\beta)$  pour a) l’état du vide  $|0\rangle$ , b) l’état cohérent  $|\alpha = 2e^{i\pi/4}\rangle$  et c) l’état de Fock  $|n = 5\rangle$ .

ce qui représente une fonction gaussienne centrée en  $\beta = \alpha$  avec un écart-type de  $1/\sqrt{2}$ . Pour un état de Fock  $|n\rangle$ , on obtient

$$Q^{|n\rangle\langle n|}(\beta) = \frac{1}{\pi} e^{-|\beta|^2} \frac{|\beta^n|^2}{n!} = Q^{|0\rangle\langle 0|}(\beta) \frac{|\beta^n|^2}{n!}. \quad (\text{A.15})$$

En réécrivant l’équation (A.13) comme  $Q^{|\Psi\rangle\langle\Psi|}(\beta) = \frac{1}{\pi} |\langle 0|D(-\beta)|\Psi\rangle|^2$ , il est possible de généraliser la définition de la fonction  $Q$  de Husimi aux fonctions  $Q_n$  selon [225, 226, 204]

$$Q_n^{|\Psi\rangle\langle\Psi|}(\beta) \equiv \frac{1}{\pi} |\langle n|D(-\beta)|\Psi\rangle|^2, \quad (\text{A.16})$$

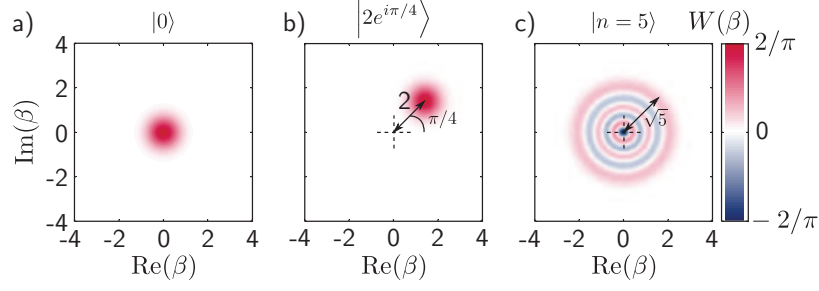
et donc  $Q_0^{|\Psi\rangle\langle\Psi|}(\beta) = Q^{|\Psi\rangle\langle\Psi|}(\beta)$ .

La figure A.2 montre la fonction  $Q^{|\Psi\rangle\langle\Psi|}(\beta)$  pour l’état du vide, un état cohérent et un état de Fock. Dans cette représentation, l’étendue dans l’espace des phases d’un état cohérent  $|\alpha\rangle$  représente la relation d’incertitude entre ses composantes réelle et imaginaire et de façon équivalente entre son amplitude  $|\beta| = |\alpha| = \sqrt{n}$  et sa phase  $\phi = \arg(\alpha)$ . Pour un état de Fock  $|n\rangle$ , l’amplitude  $|\beta| = \sqrt{n}$  est bien défini alors que la phase  $\phi$  est complètement indéterminée. La relation d’incertitude entre  $n$  et  $\phi$  se manifeste ainsi tant dans un état cohérent que dans un état de Fock.

### A.3.2 Fonction de Wigner

La fonction de Wigner d’un état pur  $|\Psi\rangle$  peut s’écrire comme [52]

$$W^{|\Psi\rangle\langle\Psi|}(\beta) = \frac{2}{\pi} \langle \Psi | \hat{D}(\beta) \hat{\mathcal{P}} \hat{D}(-\beta) | \Psi \rangle, \quad (\text{A.17})$$



**FIGURE A.3 – Fonctions de Wigner pour différents états d’un oscillateur harmonique.** Fonctions de Wigner  $W(\beta)$  pour a) l’état du vide  $|0\rangle$ , b) l’état cohérent  $|\alpha = 2e^{i\pi/4}\rangle$  et c) l’état de Fock  $|n = 5\rangle$ .

où  $\hat{\mathcal{P}} = e^{i\pi\hat{a}^\dagger\hat{a}}$  est l’opérateur parité du nombre de photons, dont les états propres sont les états de Fock

$$\hat{\mathcal{P}}|n\rangle = e^{i\pi\hat{a}^\dagger\hat{a}}|n\rangle = e^{i\pi n}|n\rangle = (-1)^n|n\rangle. \quad (\text{A.18})$$

Selon l’équation (A.17), la fonction de Wigner est la valeur moyenne de  $2\hat{\mathcal{P}}/\pi$  dans l’état  $\hat{D}(-\beta)|\Psi\rangle$ . Ceci permet de mesurer la fonction de Wigner par une mesure de la parité de l’état  $|\Psi\rangle$  [52, 227]. La fonction  $W$  est normée tout comme la fonction  $Q$ , mais peut prendre des valeurs négatives puisque  $(-\frac{2}{\pi} \leq W^{|\Psi\rangle\langle\Psi|}(\beta) \leq \frac{2}{\pi})$ , ce qu’on peut démontrer facilement avec les valeurs propres  $\pm 1$  de l’opérateur parité  $\hat{\mathcal{P}}$ . La fonction de Wigner pour un état cohérent  $|\alpha\rangle$  est

$$W^{|\alpha\rangle\langle\alpha|}(\beta) = \frac{2}{\pi} e^{-2|\beta-\alpha|^2}, \quad (\text{A.19})$$

soit une fonction gaussienne centrée en  $\beta = \alpha$ , comme pour la fonction  $Q$ . Pour un état de Fock  $|n\rangle$ , la fonction de Wigner est

$$W^{|n\rangle\langle n|}(\beta) = \frac{2}{\pi} (-1)^n e^{-2|\beta|^2} \sum_{m=0}^n (-1)^m \frac{n!}{m!(n-m)!} (4|\beta|^2)^m. \quad (\text{A.20})$$

La figure A.3 montre l’équivalent de la figure A.2, mais pour la fonction de Wigner. Dans les deux représentations, un état cohérent  $|\alpha\rangle$  est représenté par une fonction gaussienne centrée en  $\beta = \alpha$ . Par contre, alors que la fonction  $Q$  d’un état de Fock  $|n\rangle$  est un anneau dont le maximum est à  $|\beta| = \sqrt{n}$ , la fonction de Wigner équivalente possède  $n$  nœuds et vaut  $(-1)^n (2/\pi)$  à  $\beta = 0$ . La fonction de Wigner d’un état de Fock possède donc des valeurs négatives, ce qui est une signature de l’aspect non classique des états de Fock [52].

## A.4 États quantiques d'un oscillateur harmonique

Les états cohérents d'un oscillateur harmonique quantique sont équivalents aux états d'un oscillateur classique, alors qu'un état quantique de la lumière ne possède pas d'équivalent classique. Une première approche pour construire un état quantique de la lumière est de construire une superposition d'états cohérents. Ces états sont nommés *chats de Schrödinger* puisqu'il s'agit d'états quantiques composés d'une superposition d'états classiques, chacun composé de plusieurs particules [52].

On définit un état *chat* comme la superposition de deux états cohérents  $|\alpha_1\rangle$  et  $|\alpha_2\rangle$  [52]

$$|\Psi_{\text{chat}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{N}}} (e^{i\theta_1}|\alpha_1\rangle + e^{i\theta_2}|\alpha_2\rangle), \quad (\text{A.21})$$

où  $1/\sqrt{\mathcal{N}} \simeq 1/\sqrt{2}$  pour  $|\alpha_1 - \alpha_2|^2 \gg 1$  assure la normalisation,  $\theta_{1,2}$  sont les phases de la superposition et  $\phi_{1,2} = \arg(\alpha_{1,2})$  sont les phases de chacun des états cohérents. Lorsque les deux états cohérents sont d'amplitudes égales, mais de phases opposées ( $\alpha_1 = -\alpha_2 \equiv \alpha$ ), on distingue deux cas particuliers où  $\theta_1 = 0$  et  $\theta_2 = (0, \pi)$  que l'on note respectivement  $|\Psi_{\text{chat}}^+\rangle$  et  $|\Psi_{\text{chat}}^-\rangle$

$$|\Psi_{\text{chat}}^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{N}_\pm}} (|\alpha\rangle \pm |-\alpha\rangle), \quad (\text{A.22})$$

où  $\mathcal{N}_\pm = 2(1 \pm e^{-2|\alpha|^2})$ . La matrice densité de ces états *chat* est donnée par

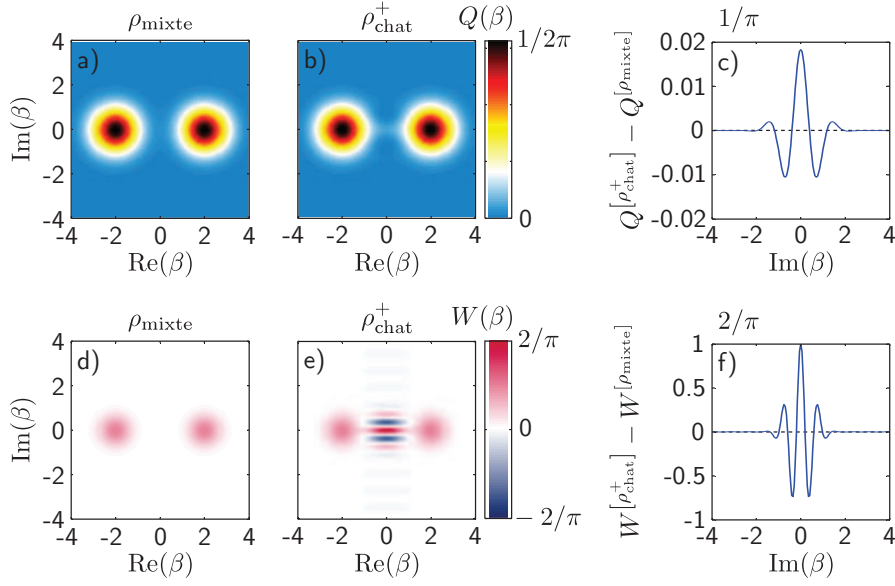
$$\hat{\rho}_{\text{chat}}^\pm = |\Psi_{\text{chat}}^\pm\rangle\langle\Psi_{\text{chat}}^\pm| = \frac{1}{\mathcal{N}_\pm} (|\alpha\rangle\langle\alpha| + |-\alpha\rangle\langle-\alpha| \pm [|\alpha\rangle\langle-\alpha| + |-\alpha\rangle\langle\alpha|]). \quad (\text{A.23})$$

Les deux premiers termes sont des termes diagonaux de la matrice densité et représentent ainsi le mélange statistique des deux états cohérents. Les deux derniers termes sont des termes hors-diagonale, et décrivent ainsi la cohérence de l'état *chat*. La fonction  $Q$  de Husimi et la fonction de Wigner pour l'état *chat* de l'équation (A.22) sont données par [52]

$$Q^{|\Psi_{\text{chat}}^\pm\rangle\langle\Psi_{\text{chat}}^\pm|}(\beta) = \frac{1}{\pi\mathcal{N}_\pm} \left[ e^{-|\beta-\alpha|^2} + e^{-|\beta+\alpha|^2} \pm 2e^{-|\alpha|^2} e^{-|\beta|^2} \cos(2\alpha\text{Im}(\beta)) \right], \quad (\text{A.24})$$

$$W^{|\Psi_{\text{chat}}^\pm\rangle\langle\Psi_{\text{chat}}^\pm|}(\beta) = \frac{2}{\pi\mathcal{N}_\pm} \left[ e^{-2|\beta-\alpha|^2} + e^{-2|\beta+\alpha|^2} \pm 2e^{-2|\beta|^2} \cos(4\alpha\text{Im}(\beta)) \right], \quad (\text{A.25})$$

où  $\alpha$  est considéré réel. La figure A.4 présente ces équations pour  $\alpha = 2$  ainsi que pour un mélange statistique entre les états cohérents  $|\alpha\rangle$  et  $|-\alpha\rangle$ . La cohérence de la superposition



**FIGURE A.4 – Distributions de quasi-probabilités d'un état chat.**

a), b) Fonction de Husimi  $Q(\beta)$  et d), e) fonction de Wigner  $W(\beta)$  pour a), d) le mélange statistique  $\hat{\rho}_{\text{mixte}} = (|\alpha\rangle\langle\alpha| + |-\alpha\rangle\langle-\alpha|)/2$  et b), e) l'état chat  $\hat{\rho}_{\text{chat}}^+ = |\Psi_{\text{chat}}^+\rangle\langle\Psi_{\text{chat}}^+|$ . c), f) Différence de c)  $Q(\beta)$  et f)  $W(\beta)$  entre l'état chat et l'état mixte pour  $\beta = \text{Im}(\beta)$ .

se manifeste comme des franges d'interférence entre les états cohérents à  $\beta = \text{Im}(\beta)$ . Ces franges d'interférences, provenant du terme proportionnel à  $\cos(\alpha \text{Im}(\beta))$  dans les équations (A.24) et (A.25), sont absentes dans le cas d'un mélange statistique des mêmes états cohérents. L'amplitude des franges est réduite dans la fonction  $Q$  de Husimi d'un facteur  $e^{-|\alpha|^2}/2 \approx 0.02$  pour  $\alpha = 2$  comparativement à la fonction de Wigner. Ainsi, la fonction de Wigner est plus apte à représenter un état quantique de la lumière puisque que les amplitudes des valeurs négatives et des franges d'interférence, indicatives de la nature quantique de l'état, sont indépendantes de la taille de l'état cohérent [52].

## Annexe B

# Qubits supraconducteurs et modèle de Jaynes-Cummings

## B.1 Qubits supraconducteurs

---

Dans cette section, les qubits supraconducteurs de type transmon sont introduits. Dans une première sous-section, l'effet Josephson et la jonction Josephson sont présentés. Par la suite, l'hamiltonien de la boîte de Cooper est introduit comme modèle pour les qubits supraconducteurs basés sur la charge. Finalement, le régime transmon de la boîte de Cooper est présenté en mettant l'accent sur le compromis entre la réduction de la dispersion de charge et de l'anharmonicité.

### B.1.1 Jonction Josephson

Une jonction Josephson est composée de deux supraconducteurs séparés par un isolant. Lorsque l'isolant est mince, les paires de Cooper des deux supraconducteurs peuvent traverser de façon cohérente la jonction par effet tunnel. Ce processus est caractérisé par l'énergie Josephson  $E_J$ . Les deux relations de Josephson [228, 229]

$$I(t) = I_c \sin\left(\frac{2\pi}{\Phi_0}\Phi(t)\right), \quad V(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt}, \quad (\text{B.1})$$

décrivent le courant  $I(t)$  et la tension  $V(t)$  à travers la jonction en termes de la différence de phase supraconductrice  $\Phi(t)$  entre les deux supraconducteurs. Le courant critique

de la jonction est  $I_c$  et  $\Phi_0/2\pi = \hbar/2e$  est le quantum de flux. À partir des relations de Josephson, il est possible de déterminer l'énergie de la jonction  $E(t) = -E_J \cos \phi(t)$ , où  $E_J \equiv (\Phi_0/2\pi) I_c = \hbar I_c/2e$  est l'énergie Josephson et  $\phi \equiv 2\pi\Phi/\Phi_0$  est la phase supraconductrice adimensionnelle. L'hamiltonien décrivant le passage par effet tunnel de paires de Cooper est ainsi donné par [230, 190]

$$\hat{\mathcal{H}}_J = -E_J \cos \hat{\phi}, \quad (\text{B.2})$$

où  $\hat{\phi}$  est l'opérateur de phase supraconducteur relié au courant tunnel à travers la jonction. Comme le montre la figure B.1 a), une jonction Josephson possède une capacité parasite  $C_J$  provenant du condensateur créé par les deux matériaux conducteurs séparés par le matériau isolant.

### B.1.2 Boîte de Cooper

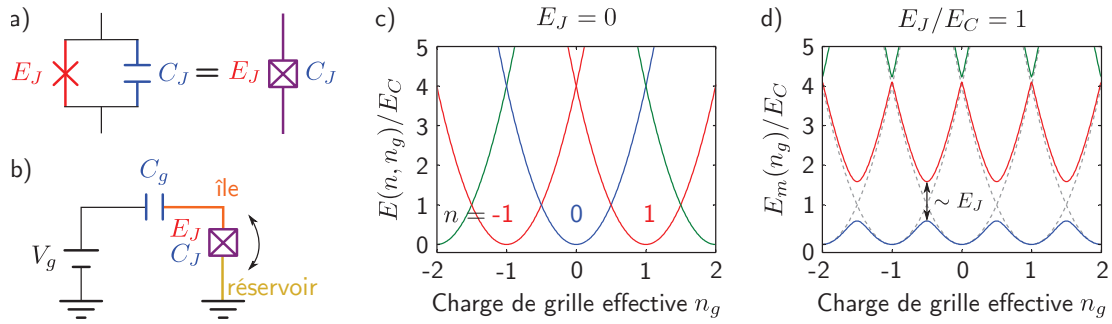
On considère maintenant une boîte de Cooper dans laquelle une jonction Josephson est couplée de façon capacitive à une grille électrostatique de capacité  $C_g$  et polarisée par une tension  $V_g$ . Comme le montre la figure B.1 b), la région du circuit entre le condensateur de la grille et la jonction Josephson, que l'on nomme l'île, n'est couplée que par l'effet tunnel Josephson à un réservoir supraconducteur.

L'hamiltonien d'une boîte de Cooper est composé d'une partie caractérisant l'énergie électrostatique nécessaire pour changer le nombre de paires de Cooper sur l'île. Cette énergie est donnée par  $4E_C$ , où  $E_C = e^2/2C_\Sigma$  est l'énergie de charge pour un seul électron et  $C_\Sigma = C_J + C_g$  est la capacité totale. L'application d'une tension de grille  $V_g$  induit un nombre de paires de Cooper effectif  $n_g = C_g V_g/2e$  sur l'île. La partie électrostatique de l'hamiltonien d'une boîte de Cooper est ainsi donnée par [230]

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{el}} = 4E_C (\hat{n} - n_g)^2, \quad (\text{B.3})$$

où  $\hat{n}$  est l'opérateur nombre de paires de Cooper. Il est possible de diagonaliser cet hamiltonien dans la base des états de charge  $\{|n\rangle\}$  sachant que  $\hat{n}|n\rangle = n|n\rangle$ . On obtient alors que les niveaux d'énergie sont donnés par  $E(n, n_g) = 4E_C (n - n_g)^2$ , comme le montre la figure B.1 c).

L'hamiltonien Josephson, introduit à la section précédente, peut être réécrit dans la



**FIGURE B.1 – Circuit, niveaux d'énergie et spectre d'un qubit supraconducteur.**

a) Élément Josephson d'énergie Josephson  $E_J$  (rouge) et condensateur parasite de capacité  $C_J$  (bleu) composant une jonction Josephson (mauve). b) Circuit d'une boîte de Cooper où une île (orange) est couplée à un réservoir supraconducteur (or) via une jonction Josephson. c) Niveaux d'énergie  $E(n, n_g)$  en fonction de la charge de grille effective  $n_g$  pour différents nombres de paires de Cooper  $n$ . d) Spectre des niveaux d'énergie  $E_m(n_g)$  en présence d'une énergie Josephson  $E_J$  non nulle. Les niveaux d'énergie sont obtenus en diagonalisant l'hamiltonien de l'équation (B.5) pour  $n_{\max} = 10$ .

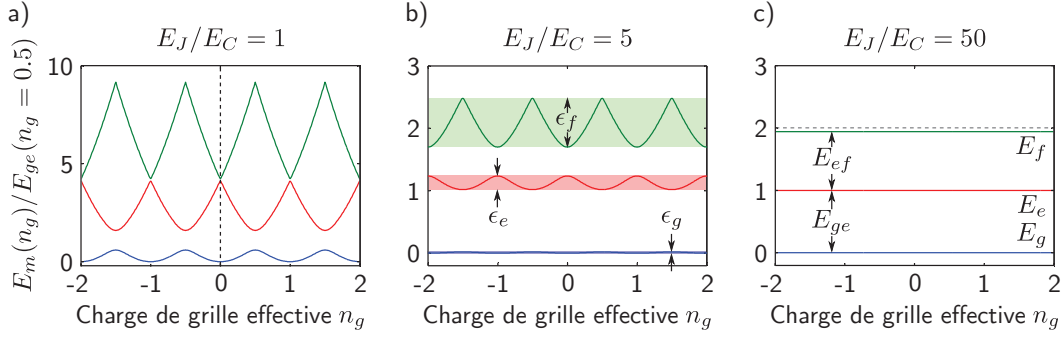
base des états de charge  $\{|n\rangle\}$  [230, 9]

$$\hat{\mathcal{H}}_J = \frac{E_J}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (|n\rangle\langle n+1| + |n+1\rangle\langle n|). \quad (\text{B.4})$$

Ainsi, l'hamiltonien complet décrivant une boîte de Cooper est donné par

$$\hat{\mathcal{H}}_q = \hat{\mathcal{H}}_{\text{el}} + \hat{\mathcal{H}}_J = 4E_C(\hat{n} - n_g)^2 + \frac{E_J}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (|n\rangle\langle n+1| + |n+1\rangle\langle n|). \quad (\text{B.5})$$

Il est possible de diagonaliser cette matrice, dont les éléments sont donnés par  $\hat{\mathcal{H}}_q^{(p,q)} = \langle p|\mathcal{H}_q|q\rangle$ , en tronquant l'espace des états de charge de  $n \in \mathbb{Z}$  à  $n \in \{\pm n_{\max}\}$ . La figure B.1 (d) montre le spectre des niveaux d'énergie  $E_m(n_g)$  pour un ratio entre l'énergie Josephson et l'énergie de charge  $E_J/E_C = 1$ . L'effet Josephson crée un croisement évité aux points de dégénérescence de charge à  $n_g = k + 1/2$ , où  $k \in \mathbb{Z}$ . En balayant la charge de grille effective, le nombre de paires de Cooper change sur l'île par effet Josephson afin que le système demeure dans l'état fondamental.



**FIGURE B.2 – Spectre des niveaux d'énergie d'une boîte de Cooper.**

Spectre des niveaux d'énergie  $E_m(n_g)$  d'une boîte de Cooper pour a)  $E_J/E_C = 1$  (qubit de charge), b)  $E_J/E_C = 5$  et c)  $E_J/E_C = 50$  (régime transmon). La dispersion de charge  $\epsilon_m$  du niveau  $m$  ainsi que l'énergie des transitions  $E_{m,m+1}$  sont indiquées en b) et en c) respectivement.

### B.1.3 Régime transmon

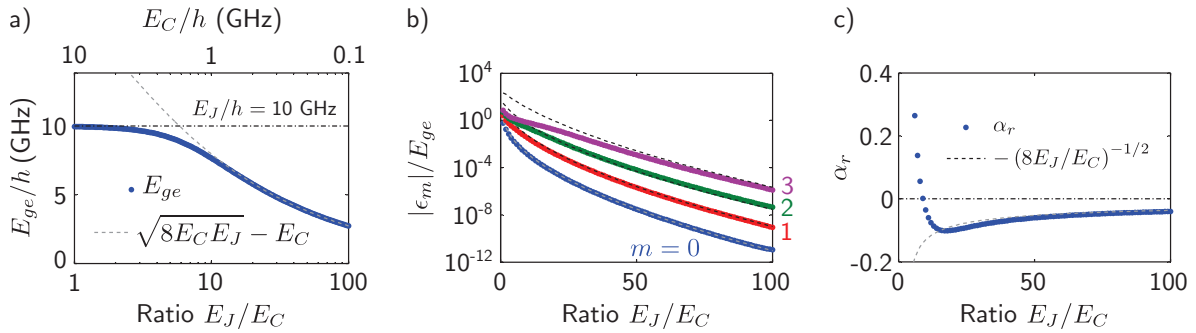
Dépendamment du ratio  $E_J/E_C$  entre l'énergie de charge et l'énergie Josephson, l'hamiltonien de l'équation (B.5) permet de décrire différents régimes du qubit supraconducteur basé sur la boîte de Cooper [190, 231, 7]. Le régime transmon correspond au cas où le ratio  $E_J/E_C \sim 50$ . La figure B.2 montre le spectre des niveaux d'énergie pour différents ratio  $E_J/E_C$ . En augmentant  $E_J$  pour  $E_C$  constante, le croisement évité aux points de dégénérescence de charge s'agrandit. L'énergie de transition  $E_{ge} \equiv E_e - E_g$  aux points de dégénérescence, correspondant à l'énergie de transition du qubit, est donnée par  $E_{ge} \simeq E_J$  pour  $E_J/E_C \ll 4$  et par

$$E_{ge} \simeq \sqrt{8E_J E_C} - E_C \quad (\text{B.6})$$

pour  $E_J/E_C \gg 4$ . La figure B.3 a) montre la transition entre ces deux régimes, où l'énergie de charge  $E_C$  est réduite en gardant  $E_J = 10$  GHz afin de varier le ratio  $E_J/E_C$ .

La dispersion de charge du niveau  $m$  est définie comme la différence entre l'énergie du niveau  $m$  au point de dégénérescence de charge  $n_g = 1/2$  et celle au point d'équilibre  $n_g = 0$ , soit  $\epsilon_m = E_m(n_g = 1/2) - E_m(n_g = 0)$ . Comme le montre la figure B.3 b), cette dispersion de charge diminue exponentiellement selon  $\epsilon_m \propto e^{-\sqrt{8E_J/E_C}}$  [190]. Ainsi, dans le régime transmon, les niveaux d'énergie sont essentiellement indépendants de la charge de grille effective  $n_g$  (figure B.2 c). Le transmon est ainsi exponentiellement insensible aux fluctuations de charge, le mécanisme de décohérence dominant pour les qubits de charge supraconducteurs, où  $E_J/E_C < 1$  [190, 231].





**FIGURE B.3 – Régime transmon de la boîte de Cooper.**

a) Énergie de la première transition  $E_{ge}$  en fonction de l'énergie de charge  $E_C$  pour une énergie Josephson  $E_J = 10$  GHz, correspondant ainsi à différents ratio  $E_J/E_C$ . Les résultats des cas limites  $E_J/E_C \ll 4$  et  $E_J/E_C \gg 4$  sont aussi montrés. b) Dispersion de charge  $\epsilon_m$  relative à  $E_{ge}$  pour les quatre premiers niveaux ainsi que les solutions asymptotiques de la référence [190]. c) Anharmonicité relative entre les deux premières énergies de transition ainsi que la solution asymptotique de la référence [190].

Comme la figure B.2 c) l'indique, le spectre des niveaux d'énergie dans le régime transmon ressemble au spectre d'un oscillateur harmonique où les niveaux sont équidistants, c'est-à-dire que  $E_{m,m+1} = E_{ge}$ . Ceci pose un problème pour l'utilisation du transmon en tant que qubit. En effet, la manipulation du transmon doit être sélective aux deux premiers niveaux  $|g\rangle$  et  $|e\rangle$  afin de rester dans le sous-espace à deux niveaux du qubit [190]. Afin de quantifier à quel point le spectre d'un transmon est harmonique, on définit l'anharmonicité relative  $\alpha_r \equiv (E_{ef} - E_{ge})/E_{ge}$ , où les énergies des transitions sont évaluées au point de dégénérescence de charge  $n_g = 1/2$ . Selon cette définition,  $\alpha_r = 0$  pour un oscillateur harmonique. La figure B.3 c) montre l'anharmonicité relative du transmon calculée en diagonalisant numériquement l'hamiltonien de l'équation (B.5). Pour  $E_J/E_C \ll 4$ , l'anharmonicité diminue rapidement en fonction du ratio  $E_J/E_C$ . Par contre, après le point où  $\alpha_r = 0$  pour  $E_J/E_C \simeq 9$ , l'anharmonicité diminue seulement selon la loi de puissance  $\alpha_r \simeq -(8E_J/E_C)^{-1/2}$  [190, 231].

Ainsi, bien que dans le régime transmon la réduction de la dispersion de charge est accompagnée par une réduction de l'anharmonicité, cette dernière reste assez élevée afin de ne pas compromettre l'utilisation du transmon en tant que qubit [190]. En fait, la réduction de la dispersion de charge permet d'augmenter significativement le temps de relaxation et de cohérence du transmon par rapport au qubit supraconducteur de charge.

## B.2 Modèle de Jaynes-Cummings

Cette section porte sur l'interaction entre une cavité et un qubit supraconducteur. L'hamiltonien du couplage dipolaire électrique entre une boîte de Cooper et un résonateur coplanaire est premièrement obtenu. Par la suite, le modèle généralisé de Jaynes-Cummings est présenté. Finalement, le régime dispersif du transmon est introduit.

### B.2.1 Couplage dipolaire électrique

La force de l'interaction dipolaire électrique entre un atome et une cavité électromagnétique est donnée par  $\hbar g = \mathcal{E}_{\text{rms}} d$ , où  $\mathcal{E}_{\text{rms}}$  est l'amplitude rms du champ électrique dans la cavité à la position de l'atome et  $d$  est le moment dipolaire de transition [52, 9]. Pour le cas particulier du couplage entre une boîte de Cooper et un résonateur coplanaire, on considère que la grille électrostatique de la boîte de Cooper est le conducteur central du résonateur (figure B.4 a). Le résonateur applique ainsi sur la boîte de Cooper une tension  $\hat{V} = V_{\text{rms}}^0 (\hat{a} + \hat{a}^\dagger)$  en plus de la tension de grille  $V_g$  [9, 163]. En remplaçant  $V_g$  par  $V_g + \hat{V}$  dans la partie électrostatique de l'hamiltonien de la boîte de Cooper, on obtient

$$\hat{\mathcal{H}}'_{\text{el}} = 4E_C \left[ (\hat{n} - n_g)^2 - \frac{C_g}{e} \hat{n} \hat{V} + \left( \frac{C_g}{2e} \right)^2 \hat{V} (\hat{V} + 2V_g) \right]. \quad (\text{B.7})$$

Le premier terme correspond simplement à l'hamiltonien  $\hat{\mathcal{H}}_{\text{el}}$  de l'équation (B.3). Le second terme, proportionnel à  $\hat{n} \hat{V}$ , correspond à l'interaction entre la boîte de Cooper et le résonateur. Le dernier terme représente quant à lui un faible décalage de la fréquence de la cavité causé par la capacité de la boîte de Cooper. L'hamiltonien du couplage dipolaire électrique entre la boîte de Cooper et le résonateur coplanaire est ainsi donné par

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{q-r}} = -2\beta e V_{\text{rms}}^0 \hat{n} (\hat{a} + \hat{a}^\dagger), \quad (\text{B.8})$$

où  $\beta \equiv C_g/C_\Sigma$  est le bras de levier de la grille. L'hamiltonien complet du système composé d'une boîte de Cooper et d'un résonateur coplanaire est ainsi donné par [190]

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_{\text{q}} + \hat{\mathcal{H}}_{\text{r}} + \hat{\mathcal{H}}_{\text{q-r}} = 4E_C (\hat{n} - n_g)^2 - E_J \cos \hat{\phi} + \hbar \omega_{\text{r}} \hat{a}^\dagger \hat{a} - 2\beta e V_{\text{rms}}^0 \hat{n} (\hat{a} + \hat{a}^\dagger). \quad (\text{B.9})$$

Cet hamiltonien est valable pour tout ratio  $E_J/E_C$  de la boîte de Cooper et décrit ainsi le régime transmon, où  $E_J/E_C \simeq 50$  [190]. Dans le cas d'un transmon dans une cavité 3D, la

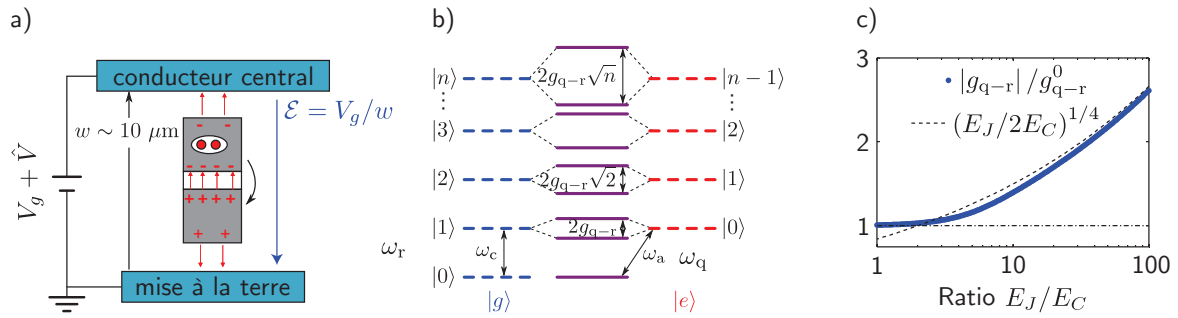


FIGURE B.4 – Couplage dipolaire électrique d'un qubit supraconducteur.

a) Schéma d'une boîte de Cooper placée entre le conducteur central et la mise à la terre d'un résonateur coplanaire. Les paires de Cooper peuvent se déplacer librement dans les réservoirs supraconducteurs de la boîte de Cooper, créant ainsi un grand moment dipolaire  $d$ . b) Spectre des niveaux d'énergie de l'hamiltonien de Jaynes-Cummings dans le cas résonant lorsque le qubit est dans l'état fondamental ( $|g\rangle$ , bleu) et dans l'état excité ( $|e\rangle$ , rouge). Les états hybrides sont représentés en mauve. c) Ratio de la force du couplage  $|g_{q-r}|$  d'une boîte de Cooper et de celle du qubit de charge supraconducteur  $g_{q-r}^0$  en fonction du ratio  $E_J/E_C$ . L'approximation asymptotique  $|g_{q-r}|/g_{q-r}^0 \simeq (E_J/2E_C)^{1/4}$  est aussi montrée.

force de l'interaction est plus naturellement décrite par d'autres paramètres que  $\beta$  et  $V_{\text{rms}}^0$ . Par contre, l'hamiltonien de l'équation (B.9) permet aussi de décrire l'architecture 3D du transmon [231]. Dans ce cas, la réduction de l'amplitude rms du champ électrique dans la cavité est compensée par l'augmentation du dipôle électrique du transmon, résultant en une force d'interaction similaire [232].

## B.2.2 Hamiltonien de Jaynes-Cummings

Les états propres  $|\psi_m\rangle$  d'énergie  $E_m(n_g) = \hbar\omega_m$  de l'hamiltonien de la boîte de Cooper forment une base dans laquelle l'équation (B.9) devient l'hamiltonien de Jaynes-Cummings généralisé

$$\hat{\mathcal{H}}/\hbar = \sum_{m=0}^{\infty} \omega_m |\psi_m\rangle\langle\psi_m| + \omega_r \hat{a}^\dagger \hat{a} + \sum_{(m,m')=0}^{\infty} g_{q-r}^{(m,m')} |\psi_m\rangle\langle\psi_{m'}| (\hat{a} + \hat{a}^\dagger), \quad (\text{B.10})$$

où  $\hbar g_{q-r}^{(m,m')} \equiv 2\beta e V_{\text{rms}}^0 \langle\psi_m|\hat{n}|\psi_{m'}\rangle$  est l'énergie du couplage de la transition  $m \leftrightarrow m'$  avec le résonateur [190]. En général, les états propres  $|\psi_m\rangle$  sont composés de plusieurs états de charge  $|n\rangle$ , ce qui empêche l'obtention d'une expression simple pour cet hamiltonien. Celui-ci peut par contre se simplifier, en utilisant l'approximation séculaire ainsi que l'expression

asymptotique de  $\hbar g_{q-r}^{(m,m')}$  dans le régime transmon, par

$$\hat{\mathcal{H}}/\hbar \simeq \sum_{m=0}^{\infty} \omega_m |\psi_m\rangle\langle\psi_m| + \omega_r \hat{a}^\dagger \hat{a} + \left( \sum_{m=0}^{\infty} g_{q-r}^{(m,m+1)} |\psi_m\rangle\langle\psi_{m+1}| \hat{a}^\dagger + \text{h.c.} \right), \quad (\text{B.11})$$

où h.c. dénote le conjugué hermitien [190]. L'approximation séculaire revient essentiellement à négliger les termes qui ne conservent pas le nombre d'excitation  $m + n$  dans le système, où  $m$  et  $n$  identifient respectivement le niveau du transmon et le nombre de photons [52].

Afin de vérifier si on retrouve l'hamiltonien de Jaynes-Cummings à partir de l'équation (B.10), seuls les deux premiers niveaux  $m = 0$  et  $m = 1$  du transmon sont considérés. Les états propres  $|g\rangle \equiv |\psi_0\rangle$  et  $|e\rangle \equiv |\psi_1\rangle$  peuvent s'exprimer dans l'espace de Hilbert à deux dimensions comme  $|g\rangle := \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}^T$  et  $|e\rangle := \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}^T$ . On obtient alors

$$\hat{\mathcal{H}}/\hbar \simeq \frac{1}{2} \omega_q \hat{\sigma}_z + \omega_r \hat{a}^\dagger \hat{a} + g_{q-c} (\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}^- + \hat{a} \hat{\sigma}^+), \quad (\text{B.12})$$

où  $\omega_q = \omega_e - \omega_g$  est la fréquence du qubit,  $\hat{\sigma}_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$  est la matrice de Pauli  $\hat{\sigma}_z$  et  $\hat{\sigma}^\pm = |g, e\rangle\langle e, g|$  sont les opérateurs d'échelle du système à deux niveaux. Ce dernier hamiltonien est l'hamiltonien de Jaynes-Cummings dans l'approximation séculaire [9, 52, 233]. La figure B.4 b) présente le spectre des niveaux des systèmes couplés et découplés dans le cas résonant  $\omega_q = \omega_r$ . Dans ce régime, l'interaction entre le qubit et la cavité se manifeste comme une hybridation des niveaux pouvant s'écrire comme  $|g, n\rangle$  et  $|e, n-1\rangle$  lorsque  $g_{q-c} = 0$ . Les niveaux hybrides sont séparés d'une fréquence angulaire  $2g_{q-c}\sqrt{n}$ , correspondant à la fréquence angulaire de Rabi à  $n$  photons [9, 52, 10].

### Force du couplage dans le régime transmon

Selon la définition donnée à la section précédente, l'énergie du couplage de la transition  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  de la boîte de Cooper et du résonateur est donnée par

$$g_{q-r} = 2g_{q-r}^0 \langle g | \hat{n} | e \rangle = 2g_{q-r}^0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n^{*g} c_n^e n, \quad (\text{B.13})$$

où les états propres de la boîte de Cooper sont exprimés dans la base des états de charge et où  $\hbar g_{q-r}^0 \equiv \beta e V_{\text{rms}}^0$  est l'énergie du couplage dans le régime du qubit de charge de la boîte de Cooper [9]. Cette expression est valide pour tout ratio  $E_J/E_C$  puisqu'aucune approximation

n'a été effectuée jusqu'à maintenant. La figure B.4 c) montre le ratio entre  $|g_{q-r}|$  et  $g_{q-r}^0$  calculé à partir de l'équation (B.13) en obtenant numériquement les coefficients  $c_n^{(g,e)}$ . Pour un ratio  $E_J/E_C$  élevé, la force du couplage devient  $g_{q-r} \simeq g_{q-r}^0 (E_J/2E_C)^{1/4}$  [190]. Malgré le fait que les niveaux d'énergie du transmon deviennent exponentiellement insensibles à la partie continue de tension de grille  $V_g$  lorsque  $E_J/E_C$  augmente, l'énergie du couplage dipolaire électrique au résonateur, via la tension  $\hat{V}$ , augmente. Ainsi, la réduction de la dispersion de charge, permettant l'augmentation des temps de relaxation et de cohérence du transmon, n'est aucunement fait au détriment d'une réduction de la force du couplage [190].

### B.2.3 Régime dispersif du transmon

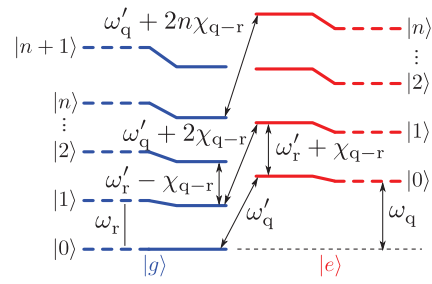
Le régime dispersif correspond au régime où la fréquence angulaire  $\Delta_m \equiv \omega_{m,m'} - \omega_r$  du désaccord entre les fréquences angulaires des transitions  $\omega_{m,m'} \equiv \omega_{m'} - \omega_m$  du transmon et du résonateur  $\omega_r$  est beaucoup plus grand que la fréquence angulaire de l'interaction  $g_{q-r}^{(m,m')}$ , c'est-à-dire  $\Delta_m \gg g_{q-r}^{(m,m')}$ . Dans ce cas, il est possible d'effectuer une transformation sur l'hamiltonien de l'équation (B.10) en tenant compte des trois premiers niveaux  $m = (g, e, f)$  du transmon [190]. En restreignant par la suite la dimension de l'espace de Hilbert aux états  $|g\rangle$  ( $m = 0$ ) et  $|e\rangle$  ( $m = 1$ ), on obtient

$$\hat{\mathcal{H}}_{q-r}/\hbar \approx \frac{1}{2}\omega'_q \hat{\sigma}_z + (\omega'_r + \chi_{q-c} \hat{\sigma}_z) \hat{a}^\dagger \hat{a}, \quad (\text{B.14})$$

où  $\omega'_q = \omega_q + \chi_{q-r}^{ge}$  et  $\omega'_r = \omega_r - \chi_{q-r}^{ef}/2$  sont les fréquences angulaires du qubit et de la cavité renormalisées par les décalages dispersifs  $\chi_{q-r}^{ge}$  et  $\chi_{q-r}^{ef}$  définis par  $\chi_{q-r}^{(m,m')} \equiv \left(g_{q-r}^{(m,m')}\right)^2 / \Delta_{q-r}^{(m)}$ . L'équation (B.14) est l'hamiltonien de Jaynes-Cummings dans le régime dispersif avec un décalage dispersif  $\chi_{q-r} = \chi_{q-r}^{ge} - \chi_{q-r}^{ef}/2$  [9, 52, 163]. Selon l'équation (B.14), le qubit crée ainsi un décalage  $\pm \chi_{q-r}$  de la fréquence angulaire du résonateur dépendamment de son état. De plus, l'équation (B.14) peut se réécrire comme

$$\hat{\mathcal{H}}/\hbar \approx \frac{1}{2} (\omega'_q + 2\chi_{q-r} \hat{a}^\dagger \hat{a}) \hat{\sigma}_z + \omega'_r \hat{a}^\dagger \hat{a}, \quad (\text{B.15})$$

simplement en regroupant les termes différemment. De ce point de vue, la cavité crée un décalage  $2\chi_{q-r}n$  de la fréquence angulaire du qubit dépendamment du nombre de photons  $n$  dans le résonateur. Comme le montre le spectre des niveaux d'énergie de la figure B.5, l'interaction dispersive entre un qubit et un résonateur permet ainsi de mesurer l'état du qubit [9, 212] et le nombre de photon dans le résonateur [213, 234], et ce de façon non destructive [52]. De plus, des opérations conditionnelles à l'état d'un sous-système



**FIGURE B.5 – Régime dispersif du transmon.**

Spectre des niveaux d'énergie d'un transmon couplé à une cavité dans le régime dispersif lorsque le qubit est dans l'état fondamental ( $|g\rangle$ , bleu) et dans l'état excité ( $|e\rangle$ , rouge). Les niveaux d'énergie avec ( $\chi_{q-r} \neq 0$ ) et sans ( $\chi_{q-r} = 0$ ) interaction sont respectivement indiqués par des lignes pleines et pointillées.

peuvent être effectuées sur l'autre sous-système.

## Annexe C

# Paramètres du système hybride en magnonique quantique

Les paramètres du système hybride décrit par l'hamiltonien de l'équation (5.1) sont présentés à la table C.1. Les valeurs du coefficient de couplage entre le qubit et le mode de Kittel,  $g_{q-m}$ , du décalage dispersif entre le qubit et le mode  $TE_{103}$ ,  $\chi_{q,103}$ , du décalage dispersif entre le qubit et le mode de Kittel,  $\chi_{q-m}$ , et du coefficient de l'effet Kerr du mode de Kittel,  $K_m$ , sont calculées à partir de ces paramètres et de l'hamiltonien de l'équation (5.1) en tronquant la somme des modes  $TE_{10p}$  à  $p = 4$ . Dans ce calcul, on considère les états de Fock  $|n_{10p} = \{0, 1, 2\}\rangle$  des modes  $TE_{10p}$  de la cavité, les états  $|i = \{g, e, f\}\rangle$  du transmon et les états de Fock  $|n_m = \{0, 1, 2\}\rangle$  du mode de Kittel. Explicitement, l'hamiltonien de l'équation (5.1) est diagonalisé et les paramètres sont évalués selon

$$\chi_{q,103} = \frac{1}{2} (\omega_{103}^e - \omega_{103}^g), \quad (C.1)$$

$$\chi_{q-m} = \frac{1}{2} (\omega_m^e - \omega_m^g), \quad (C.2)$$

$$K_m = 2\omega_{m,0 \rightarrow 1}^g - \omega_{m,0 \rightarrow 2}^g, \quad (C.3)$$

où  $\omega_{103}^{g(e)}$  est la fréquence angulaire du mode  $TE_{103}$  de la cavité avec le transmon dans l'état fondamental (excité),  $\omega_m^{g(e)}$  est la fréquence angulaire du mode de Kittel avec le transmon dans l'état fondamental (excité), et  $\omega_{m,0 \rightarrow n_m}^g$  est la fréquence angulaire de la transition entre l'état du vide et l'état de Fock  $|n_m\rangle$  du mode de Kittel avec le transmon dans l'état fondamental avec  $\omega_m^g \equiv \omega_{m,0 \rightarrow 1}^g$  tel que pour  $K_m = 0$ ,  $\omega_{m,0 \rightarrow n_m}^g = n_m \omega_m^g$ . Le coefficient de couplage entre le qubit et le mode de Kittel,  $g_{q-m}$ , est simplement évalué par la moitié de la séparation des niveaux d'énergie hybridés du qubit et du mode de Kittel.

Paramètre	Symbole	Valeur (MHz)
Fréquence du mode TE <sub>101</sub>	$\omega_{101}^{\text{bare}}/2\pi$	[6994.0]
Fréquence du mode TE <sub>102</sub>	$\omega_{102}^{\text{bare}}/2\pi$	8414.5
Fréquence du mode TE <sub>103</sub>	$\omega_{103}^{\text{bare}}/2\pi$	10, 441.5
Fréquence du mode TE <sub>104</sub>	$\omega_{104}^{\text{bare}}/2\pi$	(12, 800)
Fréquence de la transition $ g\rangle \leftrightarrow  e\rangle$ du transmon	$\omega_q^{\text{bare}}/2\pi$	8040.6
Anharmonicité du transmon	$\alpha^{\text{bare}}/2\pi$	-137.2
Force du couplage, mode TE <sub>101</sub> et transmon	$g_{q,101}/2\pi$	[73]
Force du couplage, mode TE <sub>102</sub> et transmon	$g_{q,102}/2\pi$	126.1
Force du couplage, mode TE <sub>103</sub> et transmon	$g_{q,103}/2\pi$	135.4
Force du couplage, mode TE <sub>104</sub> et transmon	$g_{q,104}/2\pi$	(116)
Force du couplage, mode TE <sub>101</sub> et mode de Kittel	$g_{m,101}/2\pi$	(-13.6)
Force du couplage, mode TE <sub>102</sub> et mode de Kittel	$g_{m,102}/2\pi$	22.5
Force du couplage, mode TE <sub>103</sub> et mode de Kittel	$g_{m,103}/2\pi$	(-20.3)
Force du couplage, mode TE <sub>104</sub> et mode de Kittel	$g_{m,104}/2\pi$	(14.0)

**TABLE C.1 – Paramètres du système hybride en magnonique quantique.**

Paramètres utilisés dans le calcul du coefficient de couplage qubit-magnon  $g_{q-m}$ , du décalage dispersif entre le qubit et le mode TE<sub>103</sub>  $\chi_{q,103} = \chi_{q-p}$ , du décalage dispersif entre le qubit et le mode de Kittel  $\chi_{q-m}$  et le coefficient de l'effet Kerr des magnons  $K_m$ . Les paramètres entre parenthèses sont estimés numériquement à partir de simulations électromagnétiques.



Paramètre	Symbole	Valeur (MHz)
Pertes totales du mode TE <sub>101</sub>	$\kappa_{101}/2\pi$	[1.39]
Pertes internes du mode TE <sub>101</sub>	$\kappa_{101}^{\text{int}}/2\pi$	[1.26]
Pertes de couplage du mode TE <sub>101</sub>	$\kappa_{101}^{\text{cpl}}/2\pi$	[0.13]
Pertes totales du mode TE <sub>102</sub>	$\kappa_{102}/2\pi$	$2.08 \pm 0.02$
Pertes internes du mode TE <sub>102</sub>	$\kappa_{102}^{\text{int}}/2\pi$	$1.58 \pm 0.02$
Pertes de couplage du mode TE <sub>102</sub>	$\kappa_{102}^{\text{in}}/2\pi$	$0.51 \pm 0.02$
Pertes totales du mode TE <sub>103</sub>	$\kappa_{103}/2\pi$	$3.72 \pm 0.03$
Pertes internes du mode TE <sub>103</sub>	$\kappa_{103}^{\text{int}}/2\pi$	$2.45 \pm 0.03$
Pertes de couplage du mode TE <sub>103</sub>	$\kappa_{103}^{\text{in}}/2\pi$	$1.27 \pm 0.03$

**TABLE C.2 – Pertes et largeurs de raie des modes de la cavité.**

Les paramètres entre crochets n'ont pas été obtenus lors du même refroidissement du système hybride que l'expérience présentée.



# Bibliographie

- [1] R. P. Feynman. Simulating physics with computers. *International Journal of Theoretical Physics*, 21 :467–488, 1982.
- [2] A. Aspuru-Guzik, Anthony D. Dutoi, Peter J. Love, and Martin Head-Gordon. Simulated quantum computation of molecular energies. *Science*, 309 :1704–1707, 2005.
- [3] D. Poulin, M.B. Hastings, D. Wecker, N. Wiebe, A.C. Doherty, and M. Troyer. The Trotter step size required for accurate quantum simulation of quantum chemistry. *Quantum Information and Computation*, 15 :361, 2015.
- [4] Antonio Acín, Immanuel Bloch, Harry Buhrman, Tommaso Calarco, Christopher Eichler, Jens Eisert, Daniel Esteve, Nicolas Gisin, Steffen J. Glaser, Fedor Jelezko, Stefan Kuhr, Maciej Lewenstein, Max F. Riedel, Piet O. Schmidt, Rob Thew, Andreas Wallraff, Ian Walmsley, and Frank K. Wilhelm. The European quantum technologies roadmap. *arXiv :1712.03773*, 2017.
- [5] T .D. Ladd, F. Jelezko, R. Laflamme, Y. Nakamura, C. Monroe, and J. L. O’Brien. Quantum computers. *Nature*, 464 :45–53, 2010.
- [6] Y. Nakamura, Yu A. Pashkin, and J. S. Tsai. Coherent control of macroscopic quantum states in a single-Cooper-pair box. *Nature*, 398 :786–788, 1999.
- [7] M. H. Devoret and R. J. Schoelkopf. Superconducting Circuits for Quantum Information : An Outlook. *Science*, 339 :1169–1174, 2013.
- [8] J. R. Petta, A. C. Johnson, J. M. Taylor, E. A. Laird, A. Yacoby, M. D. Lukin, C. M. Marcus, M. P. Hanson, and A. C. Gossard. Coherent manipulation of coupled electron spins in semiconductor quantum dots. *Science*, 309 :2180–2184, 2005.
- [9] Alexandre Blais, Ren-Shou Huang, Andreas Wallraff, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf. Cavity quantum electrodynamics for superconducting electrical circuits : An architecture for quantum computation. *Physical Review A*, 69 :062320, 2004.
- [10] A. Wallraff, D. I. Schuster, A. Blais, L. Frunzio, R.-S. Huang, J. Majer, S. Kumar, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf. Strong coupling of a single photon to a superconducting qubit using circuit quantum electrodynamics. *Nature*, 431(September) :162–167, 2004.
- [11] J. Majer, J. M. Chow, J. M. Gambetta, Jens Koch, B. R. Johnson, J. A. Schreier, L. Frunzio, D. I. Schuster, A. A. Houck, A. Wallraff, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf. Coupling superconducting qubits via a cavity bus. *Nature*, 449 :443–447, 2007.

- [12] Abhinav Kandala, Antonio Mezzacapo, Kristan Temme, Maika Takita, Markus Brink, Jerry M. Chow, and Jay M. Gambetta. Hardware-efficient variational quantum eigensolver for small molecules and quantum magnets. *Nature*, 549 :242–246, 2017.
- [13] R. Barends, A. Shabani, L. Lamata, J. Kelly, A. Mezzacapo, U. Las Heras, R. Babbush, A. G. Fowler, B. Campbell, Yu Chen, Z. Chen, B. Chiaro, A. Dunsworth, E. Jeffrey, E. Lucero, A. Megrant, J. Y. Mutus, M. Neeley, C. Neill, P. J. J. O’Malley, C. Quintana, P. Roushan, D. Sank, A. Vainsencher, J. Wenner, T. C. White, E. Solano, H. Neven, and John M. Martinis. Digitized adiabatic quantum computing with a superconducting circuit. *Nature*, 534 :222–226, 2016.
- [14] M. Reagor, C. B. Osborn, N. Tezak, A. Staley, G. Prawiroatmodjo, M. Scheer, N. Alidoust, E. A. Sete, N. Didier, M. P. da Silva, E. Acala, J. Angeles, A. Bestwick, M. Block, B. Bloom, A. Bradley, C. Bui, S. Caldwell, L. Capelluto, R. Chilcott, J. Cordova, G. Crossman, M. Curtis, S. Deshpande, T. El Bouayadi, D. Girshovich, S. Hong, A. Hudson, P. Karalekas, K. Kuang, M. Lenihan, R. Manenti, T. Manning, J. Marshall, Y. Mohan, W. O’Brien, J. Otterbach, A. Papageorge, J. P. Paquette, M. Pelstring, A. Polloreno, V. Rawat, C. A. Ryan, R. Renzas, N. Rubin, D. Russell, M. Rust, D. Scarabelli, M. Selvanayagam, R. Sinclair, R. Smith, M. Suska, T. W. To, M. Vahidpour, N. Vodrahalli, T. Whyland, K. Yadav, W. Zeng, and C. T. Rigetti. Demonstration of universal parametric entangling gates on a multi-qubit lattice. *Science Advances*, 4 :eaao3603, 2018.
- [15] Simon Gustavsson, Fei Yan, Gianluigi Catelani, Jonas Bylander, Archana Kamal, Jeffrey Birenbaum, David Hover, Danna Rosenberg, Gabriel Samach, Adam P. Sears, Steven J. Weber, Jonilyn L. Yoder, John Clarke, Andrew J. Kerman, Fumiki Yoshihara, Yasunobu Nakamura, Terry P. Orlando, and William D. Oliver. Suppressing relaxation in superconducting qubits by quasiparticle pumping. *Science*, 354 :1573–1577, 2016.
- [16] H.J. Kimble. The quantum internet. *Nature*, 453 :1023–1030, 2008.
- [17] B. E. Kane. A silicon-based nuclear spin quantum computer. *Nature*, 393 :133–137, 1998.
- [18] Floris A. Zwanenburg, Andrew S. Dzurak, Andrea Morello, Michelle Y. Simmons, Lloyd C. L. Hollenberg, Gerhard Klimeck, Sven Rogge, Susan N. Coppersmith, and Mark A. Eriksson. Silicon quantum electronics. *Reviews of Modern Physics*, 85 :961–1019, 2013.
- [19] Daniel Loss and D. P. DiVincenzo. Quantum computation with quantum dots. *Physical Review A*, 57 :120–126, 1998.
- [20] R. Hanson, L. P. Kouwenhoven, J. R. Petta, S. Tarucha, and L. M. K. Vandersypen. Spins in few-electron quantum dots. *Reviews of Modern Physics*, 79 :1217–1265, 2007.
- [21] D. M. Zajac, A. J. Sigillito, M. Russ, F. Borjans, J. M. Taylor, G. Burkard, and J. R. Petta. Resonantly driven CNOT gate for electron spins. *Science*, 359 :439–442, 2017.
- [22] D. M. Zajac, T. M. Hazard, X. Mi, E. Nielsen, and J. R. Petta. Scalable gate architecture for a one-dimensional array of semiconductor spin qubits. *Physical Review Applied*, 6 :054013, 2016.

- [23] Cody Jones, Michael A. Fogarty, Andrea Morello, Mark F. Gyure, Andrew S. Dzurak, and Thaddeus D. Ladd. A logical qubit in a linear array of semiconductor quantum dots. *arXiv :1608.06335*, 2016.
- [24] L. M. K. Vandersypen, H. Bluhm, J. S. Clarke, A. S. Dzurak, R. Ishihara, A. Morello, D. J. Reilly, L. R. Schreiber, and M. Veldhorst. Interfacing spin qubits in quantum dots and donors - hot, dense and coherent. *arXiv :1612.05936v1*, 2016.
- [25] Kamyar Saeedi, Stephanie Simmons, Jeff Z. Salvail, Phillip Dluhy, Helge Riemann, Nikolai V. Abrosimov, Peter Becker, Hans-Joachim Pohl, John J. L. Morton, and Mike L. W. Thewalt. Room-temperature quantum bit storage exceeding 39 minutes using ionized donors in silicon-28. *Science*, 342 :830, 2013.
- [26] M. Veldhorst, J. C. C. Hwang, C. H. Yang, A. W. Leenstra, B. de Ronde, J. P. Dehollain, J. T. Muhonen, F. E. Hudson, K. M. Itoh, A. Morello, and A. S. Dzurak. An addressable quantum dot qubit with fault-tolerant control-fidelity. *Nature Nanotechnology*, 9 :981–985, 2014.
- [27] Austin G. Fowler, Matteo Mariantoni, John M. Martinis, and Andrew N. Cleland. Surface codes : Towards practical large-scale quantum computation. *Physical Review A*, 86 :032324, 2012.
- [28] Christopher R. Monroe, Robert J. Schoelkopf, and Mikhail D. Lukin. Quantum connections. *Scientific American*, 314 :50–57, 2016.
- [29] Ze-Liang Xiang, Sahel Ashhab, J. Q. You, and Franco Nori. Hybrid quantum circuits : Superconducting circuits interacting with other quantum systems. *Reviews of Modern Physics*, 85 :623–653, 2013.
- [30] David D. Awschalom, Lee C. Bassett, Andrew S. Dzurak, Evelyn L. Hu, and Jason R. Petta. Quantum spintronics : engineering and manipulating atom-like spins in semiconductors. *Science*, 339 :1174–1179, 2013.
- [31] Gershon Kurizki, Patrice Bertet, Yuimaru Kubo, Klaus Mølmer, David Petrosyan, Peter Rabl, and Jörg Schmiedmayer. Quantum technologies with hybrid systems. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 112 :3866–3873, 2015.
- [32] Y. Kubo, F. Ong, P. Bertet, D. Vion, V. Jacques, D. Zheng, A. Dréau, J.-F. Roch, A. Auffeves, F. Jelezko, J. Wrachtrup, M. Barthe, P. Bergonzo, and D. Esteve. Strong coupling of a spin ensemble to a superconducting resonator. *Physical Review Letters*, 105 :140502, 2010.
- [33] D. I. Schuster, A. P. Sears, E. Ginossar, L. DiCarlo, L. Frunzio, J. J. L. Morton, H. Wu, G. A. D. Briggs, B. B. Buckley, D. D. Awschalom, and R. J. Schoelkopf. High-cooperativity coupling of electron-spin ensembles to superconducting cavities. *Physical Review Letters*, 105 :140501, sep 2010.
- [34] A. Bienfait, J. J. Pla, Y. Kubo, M. Stern, X. Zhou, C. C. Lo, C. D. Weis, T. Schenkel, M. L. W. Thewalt, D. Vion, D. Esteve, B. Julsgaard, K. Moelmer, J. J. L. Morton, and P. Bertet. Reaching the quantum limit of sensitivity in electron spin resonance. *Nature Nanotechnology*, 11 :253, 2015.
- [35] A. Bienfait, P. Campagne-Ibarcq, A. H. Kiilerich, X. Zhou, S. Probst, J. J. Pla, T. Schenkel, D. Vion, D. Esteve, J. J. L. Morton, K. Moelmer, and P. Bertet. Magnetic resonance with squeezed microwaves. *Physical Review X*, 7 :041011, 2017.

- [36] S. Probst, A. Bienfait, P. Campagne-Ibarcq, J. J. Pla, B. Albanese, J. F. Da Silva Barbosa, T. Schenkel, D. Vion, D. Esteve, K. Mølmer, J. J. L. Morton, R. Heeres, and P. Bertet. Inductive-detection electron-spin resonance spectroscopy with 65 spins/ Hz sensitivity. *Applied Physics Letters*, 111 :202604, 2017.
- [37] R. Hisatomi, A. Osada, Y. Tabuchi, T. Ishikawa, A. Noguchi, R. Yamazaki, K. Usami, and Y. Nakamura. Bidirectional conversion between microwave and light via ferromagnetic magnons. *Physical Review B*, 93 :174427, 2016.
- [38] Yutaka Tabuchi, Seiichiro Ishino, Atsushi Noguchi, Toyofumi Ishikawa, Rekishu Yamazaki, Koji Usami, and Yasunobu Nakamura. Quantum magnonics : The magnon meets the superconducting qubit. *Comptes Rendus Physique*, 17 :729–739, 2016.
- [39] A. Osada, R. Hisatomi, A. Noguchi, Y. Tabuchi, R. Yamazaki, K. Usami, M. Sadgrove, R. Yalla, M. Nomura, and Y. Nakamura. Cavity optomagnonics with spin-orbit coupled photons. *Physical Review Letters*, 116 :223601, 2016.
- [40] J. A. Haigh, A. Nunnenkamp, A. J. Ramsay, and A. J. Ferguson. Triple-resonant brillouin light scattering in magneto-optical cavities. *Physical Review Letters*, 117 :133602, 2016.
- [41] Yutaka Tabuchi, Seiichiro Ishino, Atsushi Noguchi, Toyofumi Ishikawa, Rekishu Yamazaki, Koji Usami, and Yasunobu Nakamura. Coherent coupling between a ferromagnetic magnon and a superconducting qubit. *Science*, 349 :405–408, 2015.
- [42] Zaki Leghtas, Gerhard Kirchmair, Brian Vlastakis, Michel Devoret, Robert Schoelkopf, and Mazyar Mirrahimi. Deterministic protocol for mapping a qubit to coherent state superpositions in a cavity. *Physical Review A*, 87 :042315, 2013.
- [43] Brian Vlastakis, Gerhard Kirchmair, Zaki Leghtas, Simon E. Nigg, Luigi Frunzio, S. M. Girvin, Mazyar Mirrahimi, M. H. Devoret, and R. J. Schoelkopf. Deterministically encoding quantum information using 100-photon Schrödinger cat states. *Science*, 342 :607–610, 2013.
- [44] Jay Gambetta, Alexandre Blais, D. I. Schuster, A. Wallraff, L. Frunzio, J. Majer, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf. Qubit-photon interactions in a cavity : Measurement-induced dephasing and number splitting. *Physical Review A*, 74 :042318, 2006.
- [45] Félix Beaudoin, Dany Lachance-Quirion, W. A. Coish, and Michel Pioro-Ladrière. Coupling a single electron spin to a microwave resonator : Controlling transverse and longitudinal couplings. *Nanotechnology*, 27 :464003, 2016.
- [46] X. Mi, M. Benito, S. Putz, D. M. Zajac, J. M. Taylor, Guido Burkard, and J. R. Petta. A coherent spin-photon interface in silicon. *arXiv* :1710.03265, 2017.
- [47] N. Samkharadze, G. Zheng, N. Kalhor, D. Brousse, A. Sammak, U. C. Mendes, A. Blais, G. Scappucci, and L. M.K. Vandersypen. Strong spin-photon coupling in silicon. *Science*, 2018.
- [48] Dany Lachance-Quirion, Julien Camirand Lemyre, Laurent Bergeron, Christian Sarra-Bournet, and Michel Pioro-Ladrière. Magnetometry of micro-magnets with electrostatically-defined Hall bars. *Applied Physics Letters*, 107 :223103, 2015.

- [49] Dany Lachance-Quirion, Yutaka Tabuchi, Seiichiro Ishino, Atsushi Noguchi, Toyofumi Ishikawa, Rekishu Yamazaki, and Yasunobu Nakamura. Resolving quanta of collective spin excitations in a millimeter-sized ferromagnet. *Science Advances*, 3 :e1603150, 2017.
- [50] P. Haikka, Y. Kubo, A. Bienfait, P. Bertet, and K. Molmer. Proposal for detecting a single electron spin in a microwave resonator. *Physical Review A*, 95 :022306, 2017.
- [51] E. T. Jaynes and F. W. Cummings. Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser. *Proceedings of the IEEE*, pages 89–109, 1963.
- [52] Serge Haroche and Jean-Michel Raimond. *Exploring the Quantum*. Oxford University Press, 2006.
- [53] Guilherme Tosi, Fahd A. Mohiyaddin, Hans Huebl, and Andrea Morello. Circuit-quantum electrodynamics with direct magnetic coupling to single-atom spin qubits in isotopically enriched  $^{28}\text{Si}$ . *AIP Advances*, 4 :087122, 2014.
- [54] A. Bienfait, J. J. Pla, Y. Kubo, X. Zhou, M. Stern, C. C. Lo, C. D. Weis, T. Schenkel, D. Vion, D. Esteve, J. J. L. Morton, and P. Bertet. Controlling spin relaxation with a cavity. *Nature*, 531 :74–77, 2016.
- [55] Alexei M. Tyryshkin, Shinichi Tojo, John J. L. Morton, Helge Riemann, Nikolai V. Abrosimov, Peter Becker, Hans-Joachim Pohl, Thomas Schenkel, Michael L. W. Thewalt, Kohei M. Itoh, and S. A. Lyon. Electron spin coherence exceeding seconds in high-purity silicon. *Nature Materials*, 11 :143–147, 2012.
- [56] Gary Wolfowicz, Alexei M. Tyryshkin, Richard E. George, Helge Riemann, Nikolai V. Abrosimov, Peter Becker, Hans-Joachim Pohl, Mike L. W. Thewalt, Stephen A. Lyon, and John J. L. Morton. Atomic clock transitions in silicon-based spin qubits. *Nature Nanotechnology*, 8 :561–564, 2013.
- [57] N. Bar-Gill, L. M. Pham, A. Jarmola, D. Budker, and R. L. Walsworth. Solid-state electronic spin coherence time approaching one second. *Nature Communications*, 4 :1743–1746, 2013.
- [58] Luigi Frunzio, Andreas Wallraff, David Schuster, Johannes Majer, and Robert Schoelkopf. Fabrication and characterization of superconducting circuit QED devices for quantum computation. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 15 :860–863, 2005.
- [59] M. Goppl, A. Fragner, M. Baur, R. Bianchetti, S. Filipp, J. M. Fink, P. J. Leek, G. Puebla, L. Steffen, and A. Wallraff. Coplanar waveguide resonators for circuit quantum electrodynamics. *Journal of Applied Physics*, 104 :113904, 2008.
- [60] J. Bourassa, J. Gambetta, a. Abdumalikov, O. Astafiev, Y. Nakamura, and a. Blais. Ultrastrong coupling regime of cavity QED with phase-biased flux qubits. *Physical Review A*, 80(3) :1–8, sep 2009.
- [61] J. Wesenberg, A. Ardavan, G. Briggs, J. Morton, R. Schoelkopf, D. Schuster, and K. Mølmer. Quantum computing with an electron spin ensemble. *Physical Review Letters*, 103 :070502, aug 2009.

- [62] Kathrin Henschel, Johannes Majer, Jörg Schmiedmayer, and Helmut Ritsch. Cavity QED with an ultracold ensemble on a chip : Prospects for strong magnetic coupling at finite temperatures. *Physical Review A*, 82 :033810, 2010.
- [63] Michael A. Nielsen and Isaac L. Chuang. *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press, 2011.
- [64] P. Bushev, A. Feofanov, H. Rotzinger, I. Protopopov, J. Cole, C. Wilson, G. Fischer, A. Lukashenko, and A. Ustinov. Ultralow-power spectroscopy of a rare-earth spin ensemble using a superconducting resonator. *Physical Review B*, 84 :060501(R), aug 2011.
- [65] R. Amsüss, Ch. Koller, T. Nobauer, S. Putz, S. Rotter, K. Sandner, S. Schneider, M. Schrambock, G. Steinhauser, H. Ritsch, J. Schmiedmayer, and J. Majer. Cavity QED with magnetically coupled collective spin states. *Physical Review Letters*, 107 :060502, 2011.
- [66] K. Sandner, H. Ritsch, R. Amsüss, Ch. Koller, T. Nöbauer, S. Putz, J. Schmiedmayer, and J. Majer. Strong magnetic coupling of an inhomogeneous nitrogen-vacancy ensemble to a cavity. *Physical Review A*, 85 :053806, 2012.
- [67] S. Probst, H. Rotzinger, S. Wünsch, P. Jung, M. Jerger, M. Siegel, A. V. Ustinov, and P. A. Bushev. Anisotropic rare-earth spin ensemble strongly coupled to a superconducting resonator. *Physical Review Letters*, 110 :157001, 2013.
- [68] V. Ranjan, G. de Lange, R. Schutjens, T. Debelhoir, J. P. Groen, D. Szombati, D. J. Thoen, T. M. Klapwijk, R. Hanson, and L. DiCarlo. Probing dynamics of an electron-spin ensemble via a superconducting resonator. *Physical Review Letters*, 110 :067004, 2013.
- [69] S. Putz, D. O. Krimer, R. Amsüss, A. Valookaran, T. Nöbauer, J. Schmiedmayer, S. Rotter, and J. Majer. Protecting a spin ensemble against decoherence in the strong-coupling regime of cavity QED. *Nature Physics*, 10 :720–724, 2014.
- [70] A. Tkalčec, S. Probst, D. Rieger, H. Rotzinger, S. Wünsch, N. Kukharchyk, A. D. Wieck, M. Siegel, A. V. Ustinov, and P. Bushev. Strong coupling of an Er<sup>3+</sup>-doped YAlO<sub>3</sub> crystal to a superconducting resonator. *Physical Review B*, 90 :075112, 2014.
- [71] Christoph W. Zollitsch, Kai Mueller, David P. Franke, Sebastian T.B. Goennenwein, Martin S. Brandt, Rudolf Gross, and Hans Huebl. High cooperativity coupling between a phosphorus donor spin ensemble and a superconducting microwave resonator. *Applied Physics Letters*, 107(14), 2015.
- [72] T. Astner, S. Nevlacsil, N. Peterschofsky, A. Angerer, S. Rotter, S. Putz, J. Schmiedmayer, and J. Majer. Coherent coupling of remote spin ensembles via a cavity bus. *Physical Review Letters*, 118 :140502, 2017.
- [73] S. Probst, A. Tkalčec, H. Rotzinger, D. Rieger, J.-M. Le Floch, M. Goryachev, M. E. Tobar, A. V. Ustinov, and P. A. Bushev. Three-dimensional cavity quantum electrodynamics with a rare-earth spin ensemble. *Physical Review B*, 90 :100404, 2014.
- [74] Daniel L. Creedon, Jean Michel Le Floch, Maxim Goryachev, Warrick G. Farr, Stefania Castelletto, and Michael E. Tobar. Strong coupling between P1 diamond impurity centers and a three-dimensional lumped photonic microwave cavity. *Physical Review B*, 91 :140408(R), 2015.



- [75] Andreas Angerer, Thomas Astner, Daniel Wirtitsch, Hitoshi Sumiya, Shinobu Onoda, Junichi Isoya, Stefan Putz, and Johannes Majer. Collective strong coupling with homogeneous Rabi frequencies using a 3D lumped element microwave resonator. *Applied Physics Letters*, 109 :033508, 2016.
- [76] Thomas Astner, Johannes Gugler, Andreas Angerer, Sebastian Wald, Stefan Putz, Norbert J. Mauser, Michael Trupke, Hitoshi Sumiya, Shinobu Onoda, Junichi Isoya, Jörg Schmiedmayer, Peter Mohn, and Johannes Majer. Solid-state electron spin lifetime limited by phononic vacuum modes. *Nature Materials*, 2018.
- [77] Xiaobo Zhu, Shiro Saito, Alexander Kemp, Kosuke Kakuyanagi, Shin-ichi Karimoto, Hayato Nakano, William J. Munro, Yasuhiro Tokura, Mark S. Everitt, Kae Nemoto, Makoto Kasu, Norikazu Mizuochi, and Kouichi Semba. Coherent coupling of a superconducting flux qubit to an electron spin ensemble in diamond. *Nature*, 478 :221–224, 2011.
- [78] Y. Kubo, C. Grezes, A. Dewes, T. Umeda, J. Isoya, H. Sumiya, N. Morishita, H. Abe, S. Onoda, T. Ohshima, V. Jacques, A. Dréau, J.-F. Roch, I. Diniz, A. Auffeves, D. Vion, D. Esteve, and P. Bertet. Hybrid quantum circuit with a superconducting qubit coupled to a spin ensemble. *Physical Review Letters*, 107 :220501, 2011.
- [79] Brian Julsgaard, Cécile Grezes, Patrice Bertet, and Klaus Mølmer. Quantum memory for microwave photons in an inhomogeneously broadened spin ensemble. *Physical Review Letters*, 110 :250503, 2013.
- [80] Shiro Saito, Xiaobo Zhu, Robert Amsüss, Yuichiro Matsuzaki, Kosuke Kakuyanagi, Takaaki Shimo-Oka, Norikazu Mizuochi, Kae Nemoto, William J. Munro, and Kouichi Semba. Towards realizing a quantum memory for a superconducting qubit : storage and retrieval of quantum states. *Physical Review Letters*, 111 :107008, 2013.
- [81] M. Afzelius, N. Sangouard, G. Johansson, M. U. Staudt, and C. M. Wilson. Proposal for a coherent quantum memory for propagating microwave photons. *New Journal of Physics*, 15 :065008, 2013.
- [82] C. Grezes, B. Julsgaard, Y. Kubo, M. Stern, T. Umeda, J. Isoya, H. Sumiya, H. Abe, S. Onoda, T. Ohshima, V. Jacques, J. Esteve, D. Vion, D. Esteve, K. Mølmer, and P. Bertet. Multimode storage and retrieval of microwave fields in a spin ensemble. *Physical Review X*, 4 :021049, 2014.
- [83] C. Grezes, B. Julsgaard, Y. Kubo, W. L. Ma, M. Stern, A. Bienfait, K. Nakamura, J. Isoya, S. Onoda, T. Ohshima, V. Jacques, D. Vion, D. Esteve, R. B. Liu, K. Mølmer, and P. Bertet. Storage and retrieval of microwave fields at the single-photon level in a spin ensemble. *Physical Review A*, 92 :020301, 2015.
- [84] C. Grezes, Y. Kubo, B. Julsgaard, T. Umeda, J. Isoya, H. Sumiya, H. Abe, S. Onoda, T. Ohshima, K. Nakamura, I. Diniz, A. Auffeves, V. Jacques, J. F. Roch, D. Vion, D. Esteve, K. Moelmer, and P. Bertet. Towards a spin-ensemble quantum memory for superconducting qubits. *Comptes Rendus Physique*, 17 :693–704, 2016.
- [85] Christopher O’Brien, Nikolai Lauk, Susanne Blum, Giovanna Morigi, and Michael Fleischhauer. Interfacing superconducting qubits and telecom photons via a rare-earth-doped crystal. *Physical Review Letters*, 113 :063603, 2014.

- [86] Susanne Blum, Christopher O'Brien, Nikolai Lauk, Pavel Bushev, Michael Fleischhauer, and Giovanna Morigi. Interfacing microwave qubits and optical photons via spin ensembles. *Physical Review A*, 91 :033834, 2015.
- [87] C. Kittel. *Introduction to solid state physics*. John Wiley and Sons, Inc., 2005.
- [88] T. Holstein and H. Primakoff. Field Dependence of the Intrinsic Domain Magnetization of a Ferromagnet. *Physical Review*, 58 :1098–1113, 1940.
- [89] L. R. Walker. Resonant modes of ferromagnetic spheroids. *Journal of Applied Physics*, 29 :318–323, 1958.
- [90] Yutaka Tabuchi, Seiichiro Ishino, Toyofumi Ishikawa, Rekishu Yamazaki, Koji Usami, and Yasunobu Nakamura. Hybridizing ferromagnetic magnons and microwave photons in the quantum limit. *Physical Review Letters*, 113 :083603, 2014.
- [91] Hans Huebl, Christoph W. Zollitsch, Johannes Lotze, Fredrik Hocke, Moritz Greifenstein, Achim Marx, Rudolf Gross, and Sebastian T. B. Goennenwein. High cooperativity in coupled microwave resonator ferrimagnetic insulator hybrids. *Physical Review Letters*, 111 :127003, 2013.
- [92] Xufeng Zhang, Chang-ling Zou, Na Zhu, Florian Marquardt, Liang Jiang, and Hong X Tang. Magnon dark modes and gradient memory. *Nature Communications*, 6 :8914, 2015.
- [93] N. J. Lambert, J. A. Haigh, S. Langenfeld, A. C. Doherty, and A. J. Ferguson. Cavity-mediated coherent coupling of magnetic moments. *Physical Review A*, 93 :021803(R), 2016.
- [94] X. Zhang, N. Zhu, Ch.-L. Zou, and H. X. Tang. Optomagnonic whispering gallery microresonators. *Physical Review Letters*, 117 :123605, 2016.
- [95] Mircea Trif, Vitaly N. Golovach, and Daniel Loss. Spin dynamics in InAs nanowire quantum dots coupled to a transmission line. *Physical Review B*, 77 :045434, 2008.
- [96] Xuedong Hu, Yu-xi Liu, and Franco Nori. Strong coupling of a spin qubit to a superconducting stripline cavity. *Physical Review B*, 86 :035314, 2012.
- [97] W. G. van der Wiel, S. De Franceschi, J. M. Elzerman, T. Fujisawa, S. Tarucha, and L. P. Kouwenhoven. Electron transport through double quantum dots. *Reviews of Modern Physics*, 75 :1–22, 2002.
- [98] M. Pioro-Ladrière, M. Ciorga, J. Lapointe, P. Zawadzki, M. Korkusiński, P. Hawrylak, and A. Sachrajda. Spin-blockade spectroscopy of a two-level artificial molecule. *Physical Review Letters*, 91 :026803, 2003.
- [99] Stefan Birner, Tobias Zibold, Till Andlauer, Tillmann Kubis, Matthias Sabathil, Alex Trellakis, and Peter Vogl. nextnano : General purpose 3-D simulations. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 54 :2137–2142, 2007.
- [100] Guido Burkard, Daniel Loss, and D. P. DiVincenzo. Coupled quantum dots as quantum gates. *Physical Review B*, 59 :2070–2078, 1999.
- [101] Jesper Goor Pedersen, Christian Flindt, Antti-Pekka Jauho, and Niels Asger Mortensen. Influence of confining potentials on the exchange coupling in double quantum dots. *Physical Review B*, 81 :193406, 2010.

- [102] P. Harrison. *Quantum wells, wires and dots : theoretical and computational physics of semiconductor nanostructures*. Wiley, 2005.
- [103] T. Hayashi, T. Fujisawa, H. Cheong, Y. Jeong, and Y. Hirayama. Coherent manipulation of electronic states in a double quantum dot. *Physical Review Letters*, 91 :226804, 2003.
- [104] J. Petta, A. C. Johnson, C. M. Marcus, M. P. Hanson, and A. C. Gossard. Manipulation of a single charge in a double quantum dot. *Physical Review Letters*, 93 :186802, 2004.
- [105] K. D. Petersson, J. R. Petta, H. Lu, and A. C. Gossard. Quantum coherence in a one-electron semiconductor charge qubit. *Physical Review Letters*, 105 :246804, 2010.
- [106] L. Childress, A. S. Sørensen, and M. D. Lukin. Mesoscopic cavity quantum electrodynamics with quantum dots. *Physical Review A*, 69 :042302, 2004.
- [107] T. Frey, P. J. Leek, M. Beck, A. Blais, T. Ihn, K. Ensslin, and A. Wallraff. Dipole coupling of a double quantum dot to a microwave resonator. *Physical Review Letters*, 108 :046807, 2012.
- [108] T. Frey, P. J. Leek, M. Beck, J. Faist, A. Wallraff, K. Ensslin, T. Ihn, and M. Büttiker. Quantum dot admittance probed at microwave frequencies with an on-chip resonator. *Physical Review B*, 86 :115303, 2012.
- [109] K. D. Petersson, L. W. McFaul, M. D. Schroer, M. Jung, J. M. Taylor, A. A. Houck, and J. R. Petta. Circuit quantum electrodynamics with a spin qubit. *Nature*, 490 :380–383, 2012.
- [110] J. Basset, D.-D. Jarausch, A. Stockklauser, T. Frey, C. Reichl, W. Wegscheider, T. M. Ihn, K. Ensslin, and A. Wallraff. Single-electron double quantum dot dipole-coupled to a single photonic mode. *Physical Review B*, 88 :125312, 2013.
- [111] H. Toida, T. Nakajima, and S. Komiyama. Vacuum Rabi splitting in a semiconductor circuit qED system. *Physical Review Letters*, 110 :066802, 2013.
- [112] A. Wallraff, A. Stockklauser, T. Ihn, J. R. Petta, and A. Blais. Comment on “Vacuum Rabi splitting in a semiconductor circuit QED system”. *Physical Review Letters*, 111 :249701, 2013.
- [113] Guang-Wei Deng, Da Wei, J. R. Johansson, Miao-Lei Zhang, Shu-Xiao Li, Hai-Ou Li, Gang Cao, Ming Xiao, Tao Tu, Guang-Can Guo, Hong-Wen Jiang, Franco Nori, and Guo-Ping Guo. Charge number dependence of the dephasing rates of a graphene double quantum dot in a circuit QED architecture. *Physical Review Letters*, 115 :126804, 2015.
- [114] J. Stehlik, Y.-Y. Liu, C. M. Quintana, C. Eichler, T. R. Hartke, and J. R. Petta. Fast charge sensing of a cavity-coupled double quantum dot using a Josephson parametric amplifier. *Physical Review Applied*, 4 :014018, 2015.
- [115] X. Mi, J. V. Cady, D. M. Zajac, P. W. Deelman, and J. R. Petta. Strong coupling of a single electron in silicon to a microwave photon. *Science*, 355 :156–158, 2017.
- [116] A. Stockklauser, P. Scarlino, J. V. Koski, S. Gasparinetti, C. K. Andersen, C. Reichl, W. Wegscheider, T. Ihn, K. Ensslin, and A. Wallraff. Strong coupling cavity QED with gate-defined double quantum dots enabled by a high impedance resonator. *Physical Review X*, 7 :011030, 2017.

- [117] Nicolas Didier, Jérôme Bourassa, and Alexandre Blais. Fast quantum nondemolition readout by parametric modulation of longitudinal qubit-oscillator interaction. *Physical Review Letters*, 115 :203601, 2015.
- [118] Chloé Bureau-Oxton. *Fabrication de nanoaimants pour le contrôle rapide d'un spin électronique dans une boîte quantique double*. PhD thesis, Université de Sherbrooke, 2014.
- [119] Arne Laucht, Juha T. Muhonen, Fahd A. Mohiyaddin, Rachpon. Kalra, Juan P. Dehollain, Solomon Freer, Fay E. Hudson, Menno Veldhorst, Rajib Rahman, Gerhard Klimeck, Kohei M. Itoh, David N. Jamieson, Jeffrey C. Mccallum, Andrew S. Dzurak, and Andrea Morello. Electrically controlling single-spin qubits in a continuous microwave field. *Science Advances*, 1 :e1500022, 2015.
- [120] T. A. Baart, M. Shafiei, T. Fujita, C. Reichl, W. Wegscheider, and L. M. K. Vandersypen. Single-spin CCD. *Nature Nanotechnology*, 11 :330, 2016.
- [121] Yasuhiro Tokura, Wilfred G. van der Wiel, Toshiaki Obata, and Seigo Tarucha. Coherent single electron spin control in a slanting zeeman field. *Physical Review Letters*, 96 :047202, 2006.
- [122] M. Pioro-Ladrière, Y. Tokura, T. Obata, T. Kubo, and S. Tarucha. Micromagnets for coherent control of spin-charge qubit in lateral quantum dots. *Applied Physics Letters*, 90 :024105, 2007.
- [123] M. Pioro-Ladrière, T. Obata, Y. Tokura, Y.-S. Shin, T. Kubo, K. Yoshida, T. Taniyama, and S. Tarucha. Electrically driven single electron spin resonance in a slanting Zeeman field. *Nature Physics*, 4 :776, 2008.
- [124] Kenta Takeda, Jun Kamioka, Tomohiro Otsuka, Jun Yoneda, Takashi Nakajima, Matthieu R. Delbecq, Shinichi Amaha, Giles Allison, Tetsuo Kodera, Shunri Oda, and Seigo Tarucha. A fault-tolerant addressable spin qubit in a natural silicon quantum dot. *Science Advances*, 2 :e1600694, 2016.
- [125] Pei-Qing Jin, Michael Marthaler, Alexander Shnirman, and Gerd Schön. Strong coupling of spin qubits to a transmission line resonator. *Physical Review Letters*, 108 :190506, 2012.
- [126] P.-M. Billangeon, J. S. Tsai, and Y. Nakamura. Scalable architecture for quantum information processing with superconducting flux qubits based on purely longitudinal interactions. *Physical Review B*, 92 :020509(R), 2015.
- [127] P.-M. Billangeon, J. S. Tsai, and Y. Nakamura. Circuit-QED-based scalable architectures for quantum information processing with superconducting qubits. *Physical Review B*, 91 :094517, 2015.
- [128] Félix Beaudoin, Alexandre Blais, and W. A. Coish. Hamiltonian engineering for robust quantum state transfer and qubit readout in cavity QED. *New Journal of Physics*, 19 :023041, 2017.
- [129] Lev Landau. Zur Theorie der Energieübertragung. II. *Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion*, 2 :46–51, 1932.
- [130] Clarence Zener. Non-adiabatic crossing of energy levels. *Proc. Roy. Soc. A*, 33(1929) :696–702, 1932.

- [131] Aaron D. O'Connell, M. Ansmann, R. C. Bialczak, M. Hofheinz, N. Katz, Erik Lucero, C. McKenney, M. Neeley, H. Wang, E. M. Weig, A. N. Cleland, and J. M. Martinis. Microwave dielectric loss at single photon energies and millikelvin temperatures. *Applied Physics Letters*, 92 :112903, 2008.
- [132] Vitaly N. Golovach, Massoud Borhani, and Daniel Loss. Electric-dipole-induced spin resonance in quantum dots. *Physical Review B*, 74 :165319, 2006.
- [133] K. C. Nowack, F. H. L. Koppens, Yu. V. Nazarov, and L. M. K. Vandersypen. Coherent control of a single electron spin with electric fields. *Science*, 318 :1430–1433, 2007.
- [134] J. R. Johansson, P. D. Nation, and Franco Nori. QuTiP : An open-source Python framework for the dynamics of open quantum systems. *Computer Physics Communications*, 183 :1760–1772, 2012.
- [135] J. R. Johansson, P. D. Nation, and Franco Nori. QuTiP 2 : A Python framework for the dynamics of open quantum systems. *Computer Physics Communications*, 184 :1234–1240, 2013.
- [136] H.-P. Breuer and F. Petruccione. *The theory of open quantum systems*. Oxford University Press, 2002.
- [137] A. D. Kent, S. Von Molnár, S. Gider, and D. D. Awschalom. Properties and measurement of scanning tunneling microscope fabricated ferromagnetic particle arrays (invited). *Journal of Applied Physics*, 76 :6656–6660, 1994.
- [138] A. K. Geim, S. V. Dubonos, J. G. S. Lok, I. V. Grigorieva, J. C. Maan, L. Theil Hansen, and P. E. Lindelof. Ballistic Hall micromagnetometry. *Applied Physics Letters*, 71 :2379–2381, 1997.
- [139] F. G. Monzon, Mark Johnson, and M. L. Roukes. Strong Hall voltage modulation in hybrid ferromagnet/semiconductor microstructures. *Applied Physics Letters*, 71 :3087–3089, 1997.
- [140] A. K. Geim, I. V. Grigorieva, S. V. Dubonos, J. G. S. Lok, J. C. Maan, A. E. Filippov, and F. M. Peeters. Phase transitions in individual sub-micrometre superconductors. *Nature*, 390 :259, 1997.
- [141] Thomas Ihn. *Semiconductor nanostructures*. Oxford University Press, 2010.
- [142] Detlef Heitmann. Techniques for lateral superlattices. In J. M. Chamberlain, Laurence Eaves, and Jean-Claude Portal, editors, *Electronic Properties of multilayers and low-dimensional semiconductor structures*, pages 151–173. Springer, 1990.
- [143] K. V. Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper. New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized hall resistance. *Physical Review Letters*, 45 :494–497, 1980.
- [144] K. K. Choi, D. C. Tsui, and K. Alavi. Experimental determination of the edge depletion width of the two-dimensional electron gas in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As. *Applied Physics Letters*, 50 :110–112, 1987.
- [145] B. J. F. Lin, D. C. Tsui, M. A. Paalanen, and A. C. Gossard. Mobility of the two-dimensional electron gas in GaAs-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterostructures. *Applied Physics Letters*, 45 :695–697, 1984.

- [146] Zhong Wan, Aleksandr Kazakov, Michael J. Manfra, Loren N. Pfeiffer, Ken W. West, and Leonid P. Rokhinson. Induced superconductivity in high-mobility two-dimensional electron gas in gallium arsenide heterostructures. *Nature Communications*, 6 :7426, 2015.
- [147] M. Ciorga, A. S. Sachrajda, P. Hawrylak, C. Gould, P. Zawadzki, S. Jullian, Y. Feng, and Z. Wasilewski. Addition spectrum of a lateral dot from Coulomb and spin-blockade spectroscopy. *Physical Review B*, 61 :R16 315, 2000.
- [148] T. J. Thornton, M. Pepper, H. Ahmed, D. Andrews, and G. J. Davies. One-dimensional conduction in the 2D electron gas of a GaAs-AlGaAs heterojunction. *Physical Review Letters*, 56 :1198–1201, 1986.
- [149] H. Z. Zheng, H. P. Wei, D. C. Tsui, and G. Weimann. Gate-controlled transport in narrow GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterostructures. *Physical Review B*, 34 :5635–5638, 1986.
- [150] C. J. B. Ford, T. J. Thornton, R. Newbury, M. Pepper, H. Ahmed, D. C. Peacock, D. A. Ritchie, J. E. F. Frost, and G. A. C. Jones. Vanishing Hall voltage in a quasi-one-dimensional GaAs-AlGaAs heterojunction. *Physical Review B*, 38 :8518–8521, 1988.
- [151] G. Ebert, K. von Klitzing, K. Ploog, and G. Weimann. Two-dimensional magneto-quantum transport on GaAs-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterostructures under non-ohmic conditions. *Journal of Physics C*, 16 :5441–5448, 1983.
- [152] Amikam Aharoni. Demagnetizing factors for rectangular ferromagnetic prisms. *Journal of Applied Physics*, 83(1998) :3432–3434, 1998.
- [153] D. J. Griffiths. Introduction to electrodynamics, 1999.
- [154] F. Forster, M. Mühlbacher, D. Schuh, W. Wegscheider, and S. Ludwig. Electric-dipole-induced spin resonance in a lateral double quantum dot incorporating two single-domain nanomagnets. *Physical Review B*, 91 :195417, 2015.
- [155] Jun Yoneda, Tomohiro Otsuka, Tatsuki Takakura, Michel Pioro-Ladrière, Roland Brunner, Hong Lu, Takashi Nakajima, Toshiaki Obata, Akito Noiri, Christopher J. Palmstrøm, Arthur C. Gossard, and Seigo Tarucha. Robust micro-magnet design for fast electrical manipulations of single spins in quantum dots. *Applied Physics Express*, 8 :084401, 2015.
- [156] Michael Tinkham. *Introduction to superconductivity*. McGraw-Hill, Inc., 1996.
- [157] John Bardeen, Leon Neil Cooper, and John Robert Schrieffer. Microscopic theory of superconductivity. *Physical Review*, 106 :162–164, 1957.
- [158] Nickolas Groll, Alexander Gurevich, and Irinel Chiorescu. Measurement of the nonlinear Meissner effect in superconducting Nb films using a resonant microwave cavity : A probe of unconventional pairing symmetries. *Physical Review B*, 81 :020504(R), 2010.
- [159] Anand Kamlapure, Mintu Mondal, Madhavi Chand, Archana Mishra, John Jesudasan, Vivas Bagwe, L. Benfatto, Vikram Tripathi, and Pratap Raychaudhuri. Measurement of magnetic penetration depth and superconducting energy gap in very thin epitaxial NbN films. *Applied Physics Letters*, 96 :072509, 2010.

- [160] Bokuji Komiyama, Zhen Wang, and Masayoshi Tonouchi. Penetration depth measurements of single-crystal NbN films at millimeter-wave region. *Applied Physics Letters*, 68 :562–563, 1996.
- [161] Rainee N. Simons. *Coplanar Waveguide Circuits, Components, and Systems*. John Wiley and Sons, Inc., 2001.
- [162] K. Yoshida, K. Watanabe, T. Kisu, and K. Enpuku. Evaluation of magnetic penetration depth and surface resistance of superconducting thin films using coplanar waveguides. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 5 :1979–1982, 1995.
- [163] D. I. Schuster. *Circuit quantum electrodynamics*. PhD thesis, Yale, 2007.
- [164] J. E. Healey, T. Lindstrom, M. S. Colcough, C. M. Muirhead, and A. Ya. Tzalenchuk. Magnetic field tuning of coplanar waveguide resonators. *Applied Physics Letters*, 93 :043513, 2008.
- [165] Daniel Bothner, Dominik Wiedmaier, Benedikt Ferdinand, Reinhold Kleiner, and Dieter Koelle. Improving superconducting resonators in magnetic fields by reduced field-focussing and engineered flux screening. *Physical Review Applied*, 8 :034025, 2017.
- [166] Gheorghe Stan, Stuart Field, and John Martinis. Critical field for complete vortex expulsion from narrow superconducting strips. *Physical Review Letters*, 92 :097003, 2004.
- [167] A. B. Pippard. Field variation of the superconducting penetration depth. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 203 :210–223, 1950.
- [168] S. K. Yip and J. A. Sauls. Nonlinear Meissner effect in CuO superconductors. *Physical Review Letters*, 69 :2264–2267, 1992.
- [169] A. Palacios-Laloy, F. Nguyen, F. Mallet, P. Bertet, D. Vion, and D. Esteve. Tunable resonators for quantum circuits. *Journal of Low Temperature Physics*, 151 :1034–1042, 2008.
- [170] C. Song, M. P. DeFeo, K. Yu, and B. L. T. Plourde. Reducing microwave loss in superconducting resonators due to trapped vortices. *Applied Physics Letters*, 95 :232501, 2009.
- [171] I. Nsanzineza and B. L.T. Plourde. Trapping a single vortex and reducing quasiparticles in a superconducting resonator. *Physical Review Letters*, 113 :117002, 2014.
- [172] D. Bothner, T. Gaber, M. Kemmler, D. Koelle, and R. Kleiner. Improving the performance of superconducting microwave resonators in magnetic fields. *Applied Physics Letters*, 98 :102504, 2011.
- [173] D. Bothner, C. Clauss, E. Koroknay, M. Kemmler, T. Gaber, M. Jetter, M. Scheffler, P. Michler, M. Dressel, D. Koelle, and R. Kleiner. Reducing vortex losses in superconducting microwave resonators with microsphere patterned antidot arrays. *Applied Physics Letters*, 100 :012601, 2012.
- [174] D. Bothner, T. Gaber, M. Kemmler, D. Koelle, R. Kleiner, S. Wünsch, and M. Siegel. Magnetic hysteresis effects in superconducting coplanar microwave resonators. *Physical Review B*, 86 :014517, 2012.

- [175] N. Samkharadze, A. Bruno, P. Scarlino, G. Zheng, D. P. DiVincenzo, L. DiCarlo, and L. M. K. Vandersypen. High-kinetic inductance superconducting nanowire resonators for circuit QED in a magnetic field. *Physical Review Applied*, 5 :044004, 2016.
- [176] AI Gubin, SA Vitusevich, M Siegel, and N Klein. Dependence of magnetic penetration depth on the thickness of superconducting Nb thin films. *Physical Review B*, 72 :064503, 2005.
- [177] F. Michaud. *Fabrication de résonateurs en niobium pour le traitement de l'information quantique avec des qubits de spin*. PhD thesis, Université de Sherbrooke, 2013.
- [178] David M. Pozar. *Microwave Engineering*. John Wiley and Sons, Inc., 2012.
- [179] J. H. Quateman. Tc suppression and critical fields in thin superconducting Nb films. *Physical Review B*, 34 :1948–1951, 1986.
- [180] Tobias Sebastian Frey. *Interaction between quantum dots and superconducting microwave resonators*. PhD thesis, ETH Zurich, 2013.
- [181] R. Barends, N. Vercruyssen, A. Endo, P. J. De Visser, T. Zijlstra, T. M. Klapwijk, P. Diener, S. J. C. Yates, and J. J. A. Baselmans. Minimal resonator loss for circuit quantum electrodynamics. *Applied Physics Letters*, 97 :023508, 2010.
- [182] A. Bruno, G. De Lange, S. Asaad, K. L. Van Der Enden, N. K. Langford, and L. Dicarlo. Reducing intrinsic loss in superconducting resonators by surface treatment and deep etching of silicon substrates. *Applied Physics Letters*, 106 :182601, 2015.
- [183] Jiansong Gao, Miguel Daal, Anastasios Vayonakis, Shwetank Kumar, Jonas Zmuidzinas, Bernard Sadoulet, Benjamin A. Mazin, Peter K. Day, and Henry G. Leduc. Experimental evidence for a surface distribution of two-level systems in superconducting lithographed microwave resonators. *Applied Physics Letters*, 92 :152505, 2008.
- [184] T. Dahm and D. J. Scalapino. Theory of intermodulation in a superconducting microstrip resonator. *Journal of Applied Physics*, 81 :2002–2009, 1997.
- [185] Bernard Yurke and Eyal Buks. Performance of cavity-parametric amplifiers, employing Kerr nonlinearities, in the presence of two-photon loss. *Journal of Lightwave Technology*, 24 :5054–5066, 2006.
- [186] Erik A. Tholén, Adem Ergül, Evelyn M. Doherty, Frank M. Weber, Fabien Grégis, and David B. Haviland. Nonlinearities and parametric amplification in superconducting coplanar waveguide resonators. *Applied Physics Letters*, 90 :253509, 2007.
- [187] R. Monaco, A. Andreone, and F. Palomba. Intermodulation measurements in Nb superconducting microstrip resonators. *Journal of Applied Physics*, 88 :2898, 2000.
- [188] R. P. Erickson, M. R. Vissers, M. Sandberg, S. R. Jefferts, and D. P. Pappas. Frequency comb generation in superconducting resonators. *Physical Review Letters*, 113 :187002, 2014.
- [189] Maxime Boissonneault, J. M. Gambetta, and A. Blais. Improved qubit bifurcation readout in the straddling regime of circuit QED. *Physical Review A*, 86 :022326, 2012.
- [190] Jens Koch, M. Yu Terri, Jay Gambetta, A. A. Houck, D. I. Schuster, J. Majer, Alexandre Blais, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf. Charge-insensitive qubit design derived from the Cooper pair box. *Physical Review A*, 76 :042319, 2007.



- [191] K. Inomata, T. Yamamoto, P.-M. Billangeon, Y. Nakamura, and J. S. Tsai. Large dispersive shift of cavity resonance induced by a superconducting flux qubit in the straddling regime. *Physical Review B*, 86 :140508, 2012.
- [192] F. Jelezko, T. Gaebel, I. Popa, A. Gruber, and J. Wrachtrup. Observation of coherent oscillations in a single electron spin. *Physical Review Letters*, 92 :076401, feb 2004.
- [193] P. Neumann, R. Kolesov, V. Jacques, J. Beck, J. Tisler, A. Batalov, L. Rogers, N. B. Manson, G. Balasubramanian, F. Jelezko, and J. Wrachtrup. Excited-state spectroscopy of single NV defects in diamond using optically detected magnetic resonance. *New Journal of Physics*, 11 :013017, 2009.
- [194] David Roy-Guay. *Magnétométrie vectorielle à base de centres colorés dans le diamant par*. PhD thesis, Université de Sherbrooke, 2016.
- [195] V. M. Acosta, E. Bauch, M. P. Ledbetter, C. Santori, K. M.C. Fu, P. E. Barclay, R. G. Beausoleil, H. Linget, J. F. Roch, F. Treussart, S. Chemerisov, W. Gawlik, and D. Budker. Diamonds with a high density of nitrogen-vacancy centers for magnetometry applications. *Physical Review B*, 80 :115202, 2009.
- [196] C. L. Degen, F. Reinhard, and P. Cappellaro. Quantum sensing. *Reviews of Modern Physics*, 89 :035002, 2017.
- [197] L. Childress, M. V. Gurudev Dutt, J. M. Taylor, A. S. Zibrov, F. Jelezko, J. Wrachtrup, P. R. Hemmer, and M. D. Lukin. Coherent dynamics of coupled electron and nuclear spin qubits in diamond. *Science*, 314 :281–285, 2006.
- [198] S. Felton, A. M. Edmonds, M. E. Newton, P. M. Martineau, D. Fisher, D. J. Twitchen, and J. M. Baker. Hyperfine interaction in the ground state of the negatively charged nitrogen vacancy center in diamond. *Physical Review B*, 79 :075203, 2009.
- [199] Benjamin Smeltzer, Lilian Childress, and Adam Gali.  $^{13}\text{C}$  Hyperfine interactions in the nitrogen-vacancy centre in diamond. *New Journal of Physics*, 13 :025021, 2011.
- [200] J.-P. Tetienne, T. Hingant, L. Rondin, S. Rohart, A. Thiaville, J.-F. Roch, and V. Jacques. Quantitative stray field imaging of a magnetic vortex core. *Physical Review B*, 88 :214408, 2013.
- [201] D. Schuster, A. Wallraff, A. Blais, L. Frunzio, R.-S. Huang, J. Majer, S. Girvin, and R. Schoelkopf. ac Stark Shift and Dephasing of a Superconducting Qubit Strongly Coupled to a Cavity Field. *Physical Review Letters*, 94 :123602, 2005.
- [202] Sébastien Lamarre, Anna M. Ritcey, and Claudine Ni. Allen. Alloyed core/doped shell  $\text{Mn}_x\text{Zn}_{1-x}\text{Se}/\text{ZnSe}:\text{Mn}^{2+}$  nanocrystals : steady-state and time-resolved spectroscopy. *Journal of Luminescence*, 181 :421–426, 2017.
- [203] Max Hofheinz, H. Wang, M. Ansmann, Radoslaw C. Bialczak, Erik Lucero, M. Neeley, A. D. O’Connell, D. Sank, J. Wenner, John M. Martinis, and A. N. Cleland. Synthesizing arbitrary quantum states in a superconducting resonator. *Nature*, 459 :546–549, 2009.
- [204] Gerhard Kirchmair, Brian Vlastakis, Zaki Leghtas, Simon E. Nigg, Hanhee Paik, Eran Ginossar, Mazyar Mirrahimi, Luigi Frunzio, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf. Observation of quantum state collapse and revival due to the single-photon Kerr effect. *Nature*, 495 :205–209, 2013.

- [205] Alexandre Blais, Jay Gambetta, A. Wallraff, D. I. Schuster, S. M. Girvin, M. H. Devoret, and R. J. Schoelkopf. Quantum-information processing with circuit quantum electrodynamics. *Physical Review A*, 75 :032329, 2007.
- [206] J. Kelly, R. Barends, A. G. Fowler, A. Megrant, E. Jeffrey, T. C. White, D. Sank, J. Y. Mutus, B. Campbell, Yu Chen, Z. Chen, B. Chiaro, A. Dunsworth, I.-C. Hoi, C. Neill, P. J. J. O'Malley, C. Quintana, P. Roushan, A. Vainsencher, J. Wenner, A. N. Cleland, and John M. Martinis. State preservation by repetitive error detection in a superconducting quantum circuit. *Nature*, 519 :66–69, 2015.
- [207] Markus Aspelmeyer, Tobias J. Kippenberg, and Florian Marquardt. Cavity optomechanics. *Reviews of Modern Physics*, 86 :1391–1452, 2014.
- [208] Joerg Bochmann, Amit Vainsencher, David D. Awschalom, and Andrew N. Cleland. Nanomechanical coupling between microwave and optical photons. *Nature Physics*, 9 :712–716, 2013.
- [209] R. W. Andrews, R. W. Peterson, T. P. Purdy, K. Cicak, R. W. Simmonds, C. A. Regal, and K. W. Lehnert. Bidirectional and efficient conversion between microwave and optical light. *Nature Physics*, 10 :321–326, 2014.
- [210] C. Wang, Y. Y. Gao, I. M. Pop, U. Vool, C. Axline, T. Brecht, R. W. Heeres, L. Frunzio, M. H. Devoret, G. Catelani, L. I. Glazman, and R. J. Schoelkopf. Measurement and control of quasiparticle dynamics in a superconducting qubit. *Nature Communications*, 5 :5836, 2014.
- [211] Maxim Goryachev, Warrick G. Farr, Daniel L. Creedon, Yaohui Fan, Mikhail Kostylev, and Michael E. Tobar. High-cooperativity cavity QED with magnons at microwave frequencies. *Physical Review Applied*, 2 :054002, 2014.
- [212] A. Wallraff, D. I. Schuster, A. Blais, L. Frunzio, J. Majer, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf. Approaching unit visibility for control of a superconducting qubit with dispersive readout. *Physical Review Letters*, 95 :060501, 2005.
- [213] D. I. Schuster, A. A. Houck, J. A. Schreier, A. Wallraff, J. M. Gambetta, A. Blais, L. Frunzio, J. Majer, B. Johnson, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf. Resolving photon number states in a superconducting circuit. *Nature*, 445 :515–518, 2007.
- [214] J. Bourassa, F. Beaudoin, Jay M. Gambetta, and A. Blais. Josephson-junction-embedded transmission-line resonators : From Kerr medium to in-line transmon. *Physical Review A*, 86 :013814, 2012.
- [215] K. Juliusson, S. Bernon, X. Zhou, V. Schmitt, H. le Sueur, P. Bertet, D. Vion, M. Mirrahimi, P. Rouchon, and D. Esteve. Manipulating Fock states of a harmonic oscillator while preserving its linearity. *Physical Review A*, 94 :063861, 2016.
- [216] J. J. Sakurai. *Modern quantum mechanics*. Addison-Wesley Publishing Company, 1994.
- [217] Maxime Boissonneault, J. M. Gambetta, and Alexandre Blais. Improved superconducting qubit readout by qubit-induced nonlinearities. *Physical Review Letters*, 105 :1–4, 2010.
- [218] Lev S. Bishop, Eran Ginossar, and S. M. Girvin. Response of the strongly driven Jaynes-Cummings oscillator. *Physical Review Letters*, 105 :100505, 2010.

- [219] I. Siddiqi, R. Vijay, M. Metcalfe, E. Boaknin, L. Frunzio, R. J. Schoelkopf, and M. H. Devoret. Dispersive measurements of superconducting qubit coherence with a fast latching readout. *Physical Review B*, 73 :054510, 2006.
- [220] François Mallet, Florian R. Ong, Agustin Palacios-Laloy, François Nguyen, Patrice Bertet, Denis Vion, and Daniel Esteve. Single-shot qubit readout in circuit quantum electrodynamics. *Nature Physics*, 5 :791–795, 2009.
- [221] M. D. Reed, L. Dicarlo, B. R. Johnson, L. Sun, D. I. Schuster, L. Frunzio, and R. J. Schoelkopf. High-fidelity readout in circuit quantum electrodynamics using the Jaynes-Cummings nonlinearity. *Physical Review Letters*, 105 :173601, 2010.
- [222] X. Y. Jin, A. Kamal, A. P. Sears, T. Gudmundsen, D. Hover, J. Miloshi, R. Slattery, F. Yan, J. Yoder, T. P. Orlando, S. Gustavsson, and W. D. Oliver. Thermal and Residual Excited-State Population in a 3D Transmon Qubit. *Physical Review Letters*, 114 :240501, 2015.
- [223] Félix Beaudoin and W. A. Coish. Microscopic models for charge-noise-induced dephasing of solid-state qubits. *Physical Review B*, 91 :1–15, 2015.
- [224] W. A. Coish and Daniel Loss. Hyperfine interaction in a quantum dot : Non-Markovian electron spin dynamics. *Physical Review B*, 70 :195340, 2004.
- [225] E. Wigner. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium. *Physical Review*, 40 :749–759, 1932.
- [226] E. Solano. Selective interactions in trapped ions : State reconstruction and quantum logic. *Physical Review A*, 71 :013813, 2005.
- [227] P. Bertet, A. Auffeves, P. Maioli, S. Osnaghi, T. Meunier, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche. Direct measurement of the Wigner function of a one-photon Fock state in a cavity. *Physical Review Letters*, 89 :200402, 2002.
- [228] B. D. Josephson. Possible new effects in superconductive tunnelling. *Physics Letters*, 1 :251–253, 1962.
- [229] B. D. Josephson. The discovery of tunnelling supercurrents. *Reviews of Modern Physics*, 46 :251–254, 1974.
- [230] Yuriy Makhlin, G Schön, and Alexander Shnirman. Quantum-state engineering with Josephson-junction devices. *Reviews of Modern Physics*, 73 :357–400, 2001.
- [231] Simon Nigg, Hanhee Paik, Brian Vlastakis, Gerhard Kirchmair, S. Shankar, Luigi Frunzio, M. H. Devoret, R. Schoelkopf, and S. M. Girvin. Black-box superconducting circuit quantization. *Physical Review Letters*, 108 :240502, 2012.
- [232] Hanhee Paik, D. I. Schuster, Lev S. Bishop, G. Kirchmair, G. Catelani, A. P. Sears, B. R. Johnson, M. J. Reagor, L. Frunzio, L. I. Glazman, S. M. Girvin, M. H. Devoret, and R. J. Schoelkopf. Observation of high coherence in Josephson junction qubits measured in a three-dimensional circuit QED architecture. *Physical Review Letters*, 107 :240501, 2011.
- [233] J. M. Raimond, M. Brune, and S. Haroche. Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity. *Reviews of Modern Physics*, 73 :565–582, 2001.

- [234] B. R. Johnson, M. D. Reed, a. a. Houck, D. I. Schuster, Lev S. Bishop, E. Ginossar, J. M. Gambetta, L. DiCarlo, L. Frunzio, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf. Quantum non-demolition detection of single microwave photons in a circuit. *Nature Physics*, 6 :663–667, 2010.