



## Open Archive Toulouse Archive Ouverte (OATAO)

OATAO is an open access repository that collects the work of Toulouse researchers and makes it freely available over the web where possible.

This is an author-deposited version published in: <http://oatao.univ-toulouse.fr/>  
Eprints ID: 10696

**To cite this version:**

Bouzarour-Amokrane, Yasmina and Tchangani, Ayeley and Peres, François *Résolution des problèmes de décision de groupe par analyse bipolaire*. In: 5èmes Journées Doctorales / Journées Nationales MACS, 11 July 2013 - 12 July 2013 (Strasbourg, France).

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository administrator: [staff-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr](mailto:staff-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr)

# Résolution des problèmes de décision de groupe par analyse bipolaire

Yasmina BOUZAROUR-AMOKRANE<sup>1,2</sup>, Ayeley TCHANGANI<sup>1,2,3</sup>, François PERES<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Université De Toulouse / Université De Toulouse III- Paul Sabatier,  
118, route de Narbonne, 31062 Toulouse,  
Cedex 9- France.

<sup>2</sup>Université de Toulouse / IUT de Tarbes  
1, rue Lauréamont, 65016 Tarbes cedex – France.  
[yasmina.bouzarour@enit.fr](mailto:yasmina.bouzarour@enit.fr) , [ayeley.tchangani@enit.fr](mailto:ayeley.tchangani@enit.fr)

<sup>3</sup>Universite De Toulouse / LGP  
47, Avenue d'Azereix, BP 1629,  
65016 Tarbes Cendex- France.  
[francois.peres@enit](mailto:francois.peres@enit)

*Résumé*— On entend par décision de groupe ici, la sélection par plusieurs décideurs, d'une ou plusieurs alternatives dans un ensemble vaste d'alternatives. Du fait de l'existence de plusieurs acteurs, le processus de décision doit tenir compte des relations d'influence (positive ou négative) qui peuvent exister entre les acteurs de la décision. De même, l'évaluation des alternatives par rapport aux objectifs des décideurs doit se faire en considérant plusieurs critères ou attributs caractérisant ces alternatives positivement ou négativement. Cette dualité, que ce soit au niveau des relations entre décideurs ou au niveau des relations entre attributs caractérisant les alternatives et les objectifs, est prise en compte dans ce papier à travers la notion de bipolarité. Ainsi, les relations entre décideurs seront évaluées à travers des mesures de concordance et de discordance et les relations entre attributs et objectifs à travers les notions de supportabilité et de rejetabilité. Au final, pour chaque décideur une alternative sera évaluée, par deux mesures ; une mesure de sélectabilité qui agrège les aspects positifs de l'alternative et une mesure de rejetabilité qui agrège les aspects négatifs dans le formalisme des jeux satisfaisants. Un processus de recherche de consensus entre décideurs est proposé pour aboutir à une solution finale dans le cas où aucune alternative ne satisfait simultanément tous les décideurs.

*Mots-clés*— décision de groupe, bipolarité, discordance, concordance, influence, voisinage, consensus

## I. INTRODUCTION

Les problèmes de décision en pratique se font souvent considérés dans un cadre multi-décideurs. Formellement, les problèmes de décisions multi-acteurs sont caractérisés par l'existence d'au moins 2 décideurs, chacun ayant ses propres perceptions, attitudes, motivations et personnalités vis-à-vis des alternatives de décision et qui sont motivés par le fait de parvenir à un choix collectif [1]. Il est donc nécessaire pour parvenir à une décision qui concilie au mieux les préférences locales avec le choix émanant du groupe, d'établir un processus de recherche de consensus [2].

Résoudre un problème de décision passe souvent par les phases suivantes ; une phase d'élicitation où les différentes caractéristiques du problème sont définies par le groupe de

décision (objectifs, alternatives, attributs...etc.), une phase d'évaluation des alternatives, et une phase de sélection et de recommandation qui peut intégrer un processus de recherche de consensus. Dans la phase d'évaluation, la manière dont l'information est gérée permet de distinguer entre deux familles ; on parle d'agrégation d'entrée ou d'agrégation de sortie [3] ou encore d'arbre de valeur unique à l'ensemble des acteurs ou arbre de valeur individuel pour chaque acteur [4]. Dans le premier cas l'agrégation est réalisée au niveau de l'entrée où le groupe d'experts et/ou décideurs est invité à s'entendre sur un ensemble commun d'attributs, poids et autres paramètres, ce qui revient à la résolution d'un problème de décision mono-acteur. Dans le deuxième cas, plusieurs arbres de valeur individuels existent et la résolution se fait suivant un processus d'aide à la décision standard, l'agrégation étant réalisée à la fin. On parle alors d'agrégation au niveau de la sortie.

Dans le cadre de la résolution des problèmes de décision multi-attributs multi-objectifs multi-décideurs (MAMOMD), ce papier propose une approche d'évaluation bipolaire qui repose sur l'idée que le choix d'une alternative au lieu d'une autre s'appuie sur une comparaison des avantages et des inconvénients que chacune présente en termes d'atteinte des objectifs. Ainsi, il est proposé que chaque décideur évalue individuellement dans un premier temps les alternatives par des mesures de sélectabilité (degré de support d'une alternative à l'atteinte des objectifs) et de rejetabilité (degré de rejet des objectifs), ce qui permettra, contrairement aux évaluations par valeur unique, d'éviter les compensations entre les aspects positifs et négatifs dans le résultat final. Les évaluations bipolaires initiales sont appelées 'mesures a priori'.

Il est important de souligner qu'un groupe de décideurs est également défini par la nature des liens sociaux qui relient ses membres. Ces liens sociaux qui peuvent représenter les conflits et/ou accords peuvent influencer considérablement la décision finale prise par le collectif. Effectivement, les décideurs sont généralement d'horizons distincts avec des

domaines de spécialité et des niveaux de connaissances différents qui font que chaque membre du groupe a des informations différentes et ne partage qu'une partie des objectifs avec les autres membres [5]. Ceci engendre souvent des relations d'accord et/ou de conflit entre les membres de la décision.

Afin de tenir compte de cette caractéristique, nous proposons de modéliser le lien social qui existe entre les membres de la décision par des influences positives (concordance) et négatives (discordance) qu'un décideur peut subir de la part de son 'voisinage'. On entend par 'voisinage' un sous-ensemble de décideurs susceptibles d'influencer positivement ou négativement le jugement d'un décideur donné. En fonction du degré d'individualisme de chaque décideur, les influences du voisinage seront prises en compte dans les mesures bipolaires individuelles finales à travers des mesures relatives. Il peut arriver que les mesures finales présentent des contradictions qui se traduisent par la non convergence des individus vers une solution commune. Pour pallier ces incohérences, un processus de recherche de consensus peut être nécessaire.

Le consensus de groupe est généralement considéré comme un accord total et ultime entre les membres de la décision [3]. Pour atteindre un consensus, les chercheurs ont d'abord proposé des fonctions de consensus de groupe qui agrègent les évaluations des décideurs dans une valeur unique représentant l'opinion commune. Plusieurs méthodes d'agrégation ont été proposées dans la littérature ; la moyenne simple [6], moyenne géométrique [7], l'agrégation bayésienne [8], l'agrégation à l'aide du processus de hiérarchie analytique (AHP) (voir par exemple [9] [10][11]), la théorie des ensembles flous [12],[13],[14], etc.

Cependant, certains chercheurs considèrent que l'unanimité n'est pas nécessaire dans les problèmes réels et utilisent des 'mesures de consistance' appelées aussi degrés de consensus 'soft' [15][16][17]. Les degrés de consensus soft sont représentés généralement par des mesures de consensus et des mesures de proximité. Les mesures de consensus indiquent le degré d'accord entre les opinions des experts tandis que les mesures de proximité permettent d'identifier dans quelle mesure les solutions individuelles sont distantes de la solution collective.

L'objectif de ce papier est de proposer une procédure d'évaluation basée sur une analyse bipolaire avec prise en compte des influences et interactions entre décideurs dans un premier temps. Un processus de consensus 'soft' basé sur l'évaluation des distances qui séparent les évaluations des décideurs est ensuite proposé pour faire converger le groupe vers une solution commune dans le cas où les solutions individuelles présenteraient des divergences.

La suite du papier est organisée comme suit. La section 2 présente la phase de modélisation et d'évaluation bipolaire. La section 3 décrit le modèle de consensus proposé. Un exemple d'application est présenté en section 4. Enfin, une conclusion est donnée dans la section 5.

## II. MODELISATION ET EVALUATION BIPOLAIRE

Soit un problème de décision MAMOMD caractérisé par un ensemble de décideurs  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_m\}$ , un ensemble

d'alternatives  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ , un ensemble d'objectifs  $O = \{o_1, o_2, \dots, o_p\}$ . Les évaluations se font à l'aide d'un ensemble d'attributs fixés par chaque décideur. Dans le cadre d'une analyse bipolaire, les attributs sont identifiés sur la base des notions de supportabilité et de rejetabilité qui permettent de représenter les attributs de chaque décideurs par deux sous-ensembles qui distinguent entre les attributs qui appuient et rejettent respectivement l'atteinte des objectifs [18]. Le résultat des évaluations individuelles des alternatives est donné ensuite par deux mesures bipolaires qui agrègent les résultats d'évaluation des attributs sur l'ensemble des objectifs pour de chaque décideur. Ces mesures bipolaires initiales ne tiennent pas compte de l'influence du voisinage, elles sont dites 'à priori' et notées  $\mu_{s_0}^j(a_i) / \mu_{r_0}^j(a_i)$ . Elles représentent respectivement le degré de 'supportabilité' (degré d'appui de l'atteinte des objectifs) et de 'rejetabilité' (coût de l'atteinte des objectifs) qu'un décideur  $j$  donne à une alternative  $a_i$ .

Pour tenir compte des interactions potentielles qui peuvent, en fonction de la nature, des motivations et des perceptions de chaque acteur, aboutir à des influences positives et/ou négatives entre les membres de la décision, nous proposons de modéliser l'influence à travers des degrés de concordance et de discordance qui reflètent respectivement l'influence positive ou négative qu'un décideur peut subir de son voisinage. On définit les degrés de concordance et de discordance comme suit.

*Définition 1.* Soit  $V(j)$  le voisinage du décideur  $j$ , c'est-à-dire, l'ensemble des décideurs dont l'avis intéresse (influence) le décideur  $j$  de manière positive ou négative. Pour tout décideur  $k$  appartenant au voisinage  $V(j)$  de  $j$ , on définit par  $\omega_{jk}^c, \omega_{jk}^d$  les degrés relatifs de concordance et de discordance que le décideur  $j$  accorde à l'opinion du décideur  $k$  comparativement aux autres membres de son voisinage, avec  $\sum_{k \in V(j)} \omega_{jk}^c = 1, \sum_{k \in V(j)} \omega_{jk}^d = 1$ .

Pour obtenir les degrés de concordance et de discordance, plusieurs méthodes peuvent être utilisées, l'une des approches possibles pour une estimation relativement rapide et précise de ces degrés est la méthode AHP qui consiste à faire une comparaison par paire en répondant à des questions du type « à quel degré, l'opinion du décideur  $j$  est-elle concordante (respectivement discordante) de l'opinion du décideur  $k$  comparativement à l'opinion de  $k$  ? » (avec  $k, k \in V(j)$ ) (pour les détails de calcul de la méthode AHP voir [19]). La comparaison par paire proposée par la méthode AHP permet aux décideurs d'exprimer leurs opinions en considérant seulement deux éléments ce qui permet, comme l'atteste les psychologues, une évaluation plus facile et plus précise qu'une évaluation simultanée sur l'ensemble d'éléments à évaluer. Cette comparaison par paire permet également de contrôler la cohérence entre les différentes comparaisons [20].

Partant de la définition 1, on peut considérer que l'importance d'un décideur est liée à la cc. Ainsi, on peut définir le degré d'importance d'un décideur  $k$  comme suit :

*Définition 2.* Soient  $\omega_{kj}^c, \omega_{kj}^d$  respectivement les degrés relatifs de concordance et de discordance que le décideur  $k$

accorde à l'opinion du décideur  $j$ . Le degré d'importance du décideur  $j$  est défini comme suit:

$$\theta_j = \frac{\sum_k \max(0, \omega_{kj}^c - \omega_{kj}^d)}{\sum_{p=1}^m \left\{ \sum_i \max(0, \omega_{ip}^c - \omega_{ip}^d) \right\}} \quad (1)$$

Ces degrés relatifs de concordance et de discordance sont utilisés dans des mesures bipolaires relatives notées  $\mu_s^{j/V(j)}(a_i)/\mu_r^{j/V(j)}(a_i)$ . Ces mesures bipolaires relatives permettront de tenir compte de l'influence du voisinage  $V(j)$  du décideur  $j$  pour toute alternative  $a_i$ .

*Définition 3.* Soient les mesures bipolaires 'a priori'  $\mu_{s_0}^j(a_i)/\mu_{r_0}^j(a_i)$ , les mesures bipolaires relatives peuvent être mesurées en utilisant les équations suivantes.

$$\mu_s^{j/V(j)}(a_i) = \frac{\sum_{k \in V(j)} \Theta_k (\omega_{jk}^c \mu_{s_0}^k(a_i) + \omega_{jk}^d \mu_{r_0}^k(a_i))}{\sum_i \left( \sum_{k \in V(j)} \Theta_k (\omega_{jk}^c \mu_{s_0}^k(a_i) + \omega_{jk}^d \mu_{r_0}^k(a_i)) \right)} \quad (2)$$

$$\mu_r^{j/V(j)}(a_i) = \frac{\sum_{k \in V(j)} \Theta_k (\omega_{jk}^c \mu_{r_0}^k(a_i) + \omega_{jk}^d \mu_{s_0}^k(a_i))}{\sum_i \left( \sum_{k \in V(j)} \Theta_k (\omega_{jk}^c \mu_{r_0}^k(a_i) + \omega_{jk}^d \mu_{s_0}^k(a_i)) \right)} \quad (3)$$

Ces équations impliquent que les mesures bipolaires relatives du décideur  $j$  tiennent exclusivement compte de l'avis (évaluation) de son voisinage en fonction de l'importance accordée à chaque membre.

Ensuite, les mesures de sélectabilité et de rejetabilité finales d'un décideur  $j$  considérant l'influence de son voisinage et en fonction de son degré d'individualisme sont données par les équations (4) et (5).

$$\mu_s^j(a_i) = \delta^j \mu_{s_0}^j(a_i) + (1 - \delta^j) \mu_s^{j/V(j)}(a_i) \quad (4)$$

$$\mu_r^j(a_i) = \delta^j \mu_{r_0}^j(a_i) + (1 - \delta^j) \mu_r^{j/V(j)}(a_i) \quad (5)$$

avec  $0 \leq \delta^j \leq 1$ : degré d'individualisme du décideur  $j$ . Lorsque le degré d'individualisme  $\delta^j$  tend vers 0, le décideur considéré comme 'holiste' (altruiste) manifeste un faible « égoïsme » et favorise l'avis de son voisinage. Au contraire, si  $\delta^j$  tend vers 1 le décideur 'individualiste', préfère se fier à son évaluation et tient très peu compte de l'avis de son voisinage.

Les résultats des évaluations bipolaires individuelles permettent à chaque décideur de sélectionner un ensemble de solutions. Selon le formalisme des jeux satisfaisants, l'ensemble des solutions potentielles est donné par des alternatives qui présentent une mesure de sélectabilité supérieure à la mesure de rejetabilité à un degré de prudence près noté  $q^j$  et qui, en outre, ne sont pas dominées. Dans la théorie des jeux satisfaisants, ces alternatives appartiennent à un ensemble dit 'd'équilibres satisfaisants' noté  $\mathcal{E}_q^{Sj}$  (pour plus de détails, voir [21]). Toutefois, ces solutions peuvent varier d'un décideur à un autre et présenter des divergences. Dans ce cas, un processus d'atteinte de consensus est proposé pour faire converger les solutions potentielles vers une alternative commune.

### III. PROCESSUS DE CONSENSUS ET DE SELECTION

L'atteinte d'un accord entre les décideurs a souvent été liée à l'unanimité qui peut découler des mesures collectives obtenues à partir d'une agrégation totale des préférences individuelles. Cependant, il existe d'autres méthodes dites 'soft' qui permettent d'arriver à un accord et sélectionner une alternative commune sans agrégation totale. En considérant un problème de décision de groupe basé sur des évaluations individuelles, nous proposons dans cette partie un processus d'atteinte de consensus 'soft' basé sur les ensembles de solutions individuelles. Ce processus flexible tente d'atteindre un degré d'accord maximal entre les acteurs à partir des préférences individuelles ce qui permet d'une part d'éviter les compensations possibles avec une agrégation totale et de représenter visiblement les préférences et convergence des décideurs d'autre part. Des mesures de proximité et de consensus bipolaires sont définies pour guider les décideurs dans l'atteinte d'un accord commun.

En supposant que chaque décideur  $j$  définisse son ensemble d'équilibre satisfaisant  $\mathcal{E}_q^{Sj}$ . Si  $\bigcap_{j=1}^m \mathcal{E}_q^{Sj} \neq \emptyset$ , un accord peut être obtenu parmi les alternatives communes en utilisant des critères de sélection. Plusieurs critères peuvent être proposés, tels que :

1. Sélection de l'alternative de plus grande sélectabilité
 
$$\left( a^* = \arg \max_{a_i \in \bigcap_{j=1}^m \mathcal{E}_q^{Sj}} \left( \frac{\sum_j \theta_j \mu_s^j(a_i)}{m} \right) \right)$$
2. Sélection de l'alternative de plus faible rejetabilité
 
$$\left( a^* = \arg \min_{a_i \in \bigcap_{j=1}^m \mathcal{E}_q^{Sj}} \left( \frac{\sum_j \theta_j \mu_r^j(a_i)}{m} \right) \right)$$
3. Sélection de l'alternative qui présente le maximum d'avantages pour l'ensemble des décideurs
 
$$\max_{a_i \in \bigcap_{j=1}^m \mathcal{E}_q^{Sj}} \left( \sum_j \frac{\theta_j (\mu_s^j(a_i) - \mu_r^j(a_i))}{m} \right)$$
4. Sélection de l'alternative choisie par le décideur ayant le degré d'appréciation le plus élevé, etc.

Dans le cas où l'intersection des équilibres satisfaisants est vide, on propose d'utiliser un processus d'atteinte de consensus basé sur le calcul des distances entre alternatives en utilisant des mesures de proximité et de consensus bipolaire.

#### A. Processus de consensus

Nous proposons dans cette partie, un processus de consensus 'soft' basé sur des mesures de proximité et de consensus bipolaire. Les mesures de proximité permettent d'évaluer l'écart entre les évaluations des décideurs concernant une alternative donnée, tandis que les mesures de consensus bipolaire permettent d'évaluer l'écart entre un décideur  $j$  et le reste du groupe concernant l'évaluation de la supportabilité et de la rejetabilité d'une alternative donnée. Ces mesures sont intégrées ensuite dans un mécanisme de rétroaction (feedback) que nous proposons pour guider et orienter les experts dans le réglage de leurs évaluations pour atteindre un consensus. En considérant que l'intersection entre les ensembles d'équilibre satisfaisants des décideurs est vide  $\bigcap_{j=1}^m \mathcal{E}_q^{Sj} = \emptyset$ , l'atteinte d'un consensus revient à établir un processus itératif conduisant à recourir à plusieurs phases de consultations jusqu'à obtention d'un accord. Dans chaque itération, les mesures de proximité et de consensus bipolaires



sont calculées pour déterminer les alternatives qui présentent une forte divergence d'opinion dans un premier temps en utilisant la mesure de proximité. Les mesures de consensus bipolaires sont ensuite déployées pour identifier les décideurs qui présentent le plus large écart dans l'évaluation de la supportabilité et/ou de la rejetabilité.

Le principal problème dans cette situation revient à la détermination du moyen qui permet la convergence des préférences individuelles ([22]). Pour atteindre cette convergence, des conditions de limites (seuil de tolérance) sont fixées pour chaque niveau (proximité des alternatives, et consensus entre décideurs) par les décideurs ou le modérateur. Les alternatives dont l'évaluation est disparate seront réajustées par les décideurs qui présentent une forte divergence. Ce processus est réalisé dans une session de discussion dirigée par un mécanisme de rétroaction qui permet d'orienter les décideurs dans la modification de leurs opinions.

#### Mesure de proximité

On définit une mesure de proximité (des alternatives) comme suit :

*Définition 4.* Mesure permettant de calculer la distance moyenne qui sépare les évaluations d'une alternative  $a_i$  par les décideurs. Elle est obtenue comme suit :

$$d_i = \frac{\sum_j \sum_{k,k \neq j} [(d_{s_i}^{jk})^2 + (d_{r_i}^{jk})^2]^{\frac{1}{2}}}{\binom{m}{2}} \quad (12)$$

$d_{s_i}^{jk} = \Theta_j \mu_s^j(a_i) - \Theta_k \mu_s^k(a_i)$ , écart entre la mesure de supportabilité du décideur  $j$  et  $k$  concernant l'évaluation de l'alternative  $a_i$ , avec prise en compte de l'importance de chaque décideur.

$d_{r_i}^{jk} = \Theta_j \mu_r^j(a_i) - \Theta_k \mu_r^k(a_i)$ , écart entre la mesure de rejetabilité du décideur  $j$  et  $k$  concernant l'évaluation de l'alternative  $a_i$ , avec prise en compte de l'importance de chaque décideur.

$\binom{m}{2} = \frac{m!}{2!(m-2)!}$ , coefficient binomial qui permet de tenir compte des combinaisons des écarts en évitant les redondances (par exemple :  $d_{s_i}^{12} = d_{s_i}^{21}$ ).

#### Mesure de consensus bipolaire

*Définition 5.* On définit les mesures bipolaires de consensus comme des mesures qui permettent de calculer la distance entre un décideur  $j$  et le reste du groupe concernant l'évaluation de la supportabilité et rejetabilité de l'alternative  $a_i$  respectivement.

$$d_{s_i}^j = \frac{\sum_{k,k \neq j} (d_{s_i}^{jk})}{m-1} \quad (13)$$

$$d_{r_i}^j = \frac{\sum_{k,k \neq j} (d_{r_i}^{jk})}{m-1} \quad (14)$$

#### B. Mécanisme de rétroaction

Le mécanisme de rétroaction permet d'aider le modérateur ou même de se substituer à lui dans le processus d'atteinte de consensus. En d'autres termes, le mécanisme de rétroaction permet aux décideurs de changer leurs préférences pour atteindre un degré de proximité toléré. Le processus de rétroaction est souvent représenté par deux phases ; une phase d'identification et une phase de recommandation.

##### 1. Phase d'identification

La phase d'identification permet de comparer le degré de proximité des évaluations des décideurs pour une alternative donnée et de les comparer à des seuils de tolérance fixés par le groupe de décision ou par le modérateur. Les alternatives qui présentent une forte variation (grande distance) seront modifiées. Cependant, la distance mesurée est représentée par une moyenne qui ne permet pas d'identifier les décideurs qui présentent le plus de disparité. Pour ne pas fausser le consensus, il est raisonnable de demander des modifications uniquement aux décideurs présentant d'importantes divergences par rapport au reste du groupe. Les mesures de consensus bipolaires permettent à cet effet d'identifier les décideurs dont l'évaluation présente un important écart par rapport au reste du groupe. Ainsi, on propose de modifier les évaluations des décideurs qui présentent de fortes divergences en utilisant les étapes suivantes:

- Identification des alternatives dont la mesure de proximité  $d_i$  ne respecte pas la condition (1)  $d_i \leq \omega$ , ou  $\omega$  est le seuil d'écart toléré entre alternatives, (la moyenne des distances sur l'ensemble des alternatives peut être considérée comme seuil de tolérance).
- Pour toute alternative  $a_i$  ne respectant pas la condition (1), identification des décideurs qui ne respectent pas les conditions suivantes : (2)  $d_{s_i}^j \leq \omega_s$ , (3)  $d_{r_i}^j \leq \omega_r$ . (i.e les décideurs dont les mesures bipolaires ne respectent pas les seuils de tolérance de supportabilité et/ou de rejetabilité notés respectivement  $\omega_s$ ,  $\omega_r$ ). Ici également, les moyennes sur l'ensemble des alternatives peuvent être proposées comme seuils.

##### 2. Phase de recommandation

Dans cette phase, il est recommandé aux décideurs ne remplissant pas les conditions (2) et (3) précédentes de modifier leurs évaluations en fonction des règles suivantes :

- Si  $d_{s_i}^j > \omega_s$  le décideur  $j$  réduit sa mesure de sélectabilité,
- Si  $d_{s_i}^j < -\omega_s$ , le décideur  $j$  augmente sa mesure de sélectabilité,
- Si  $d_{r_i}^j > \omega_s$  le décideur  $j$  réduit sa mesure de rejetabilité,
- Si  $d_{r_i}^j < -\omega_s$ , le décideur  $j$  augmente sa mesure de rejetabilité.

Une fois les modifications apportées, les ensembles d'équilibre satisfaisant de chaque décideur sont reconstruits. Le processus itératif est arrêté lorsque  $\bigcap_{j=1}^m \mathcal{E}_q^{S_j} \neq \emptyset$ .

#### IV. EXEMPLE D'APPLICATION

L'exemple considéré est une adaptation d'un problème réel traité dans la littérature par Brauers et al. [23]. Soit un groupe de décision composé d'un économiste ( $D_1$ ), d'un sociologue ( $D_2$ ) et d'un environnementaliste ( $D_3$ ) dont le but est de sélectionner une infrastructure durable satisfaisant des objectifs économiques, sociaux et environnementaux. Pour chaque décideur, le poids relatif accordé aux objectifs est donné par l'équation suivante

$$\omega_1 = [0.8 \ 0.1 \ 0.1], \omega_2 = [0.15 \ 0.75 \ 0.1], \omega_3 = [0.1 \ 0.3 \ 0.6] \quad (15)$$

Six alternatives potentielles ont été identifiées par le groupe d'experts et cinq attributs utilisés pour l'évaluation des alternatives (longévité, coût de construction, protection environnementale, faisabilité économique, durée de construction). Dans le cadre d'une analyse bipolaire, les attributs (en accord avec chaque objectif) sont répartis en fonction du support/rejet qu'il représente par rapport à l'atteinte des objectifs. Une agrégation des évaluations des attributs sur chaque couple (objectif, alternative) est réalisée par l'intégrale de Choquet qui permet de tenir compte des interactions entre les éléments à agréger en considérant égales les importances des attributs. Afin d'obtenir les mesures bipolaires de chaque alternative, l'intégrale de Choquet est utilisée comme opérateur d'agrégation avec une mesure floue cardinale pondérée[24]. Le vecteur de poids relatifs est donné par l'équation (15). Les mesures bipolaires 'à priori' obtenues pour chaque décideur sont données par le tableau suivant.

TABLEAU 1  
DONNEES BIPOLAIRES INITIALES

	$D_1$		$D_2$		$D_3$	
	Support	Rejet	Support	Rejet	Support	Rejet
$a_1$	0.2103	0.1797	0.2035	0.1800	0.2019	0.1794
$a_2$	0.1555	0.1777	0.1607	0.1775	0.1598	0.1774
$a_3$	0.1910	0.1600	0.1846	0.1594	0.1854	0.1599
$a_4$	0.1400	0.1575	0.1443	0.1562	0.1446	0.1574
$a_5$	0.1776	0.1635	0.1736	0.1645	0.1751	0.1639
$a_6$	0.1257	0.1616	0.1332	0.1623	0.1332	0.1620

Afin de représenter le lien social et de modéliser l'influence positive ou négative qu'un décideur peut avoir sur les autres, les degrés de concordance/ discordance manifestés par les décideurs sont représentés par les matrices suivantes.

$$\omega_{jk}^c = \begin{bmatrix} - & 0.5 & 0.5 \\ 0.7 & - & 0.3 \\ 0.2 & 0.8 & - \end{bmatrix} \quad \omega_{jk}^d = \begin{bmatrix} - & 0.3 & 0.7 \\ 0.2 & - & 0.8 \\ 0.1 & 0.9 & - \end{bmatrix}$$

L'importance de chaque décideur est déduite (équation 1) pour le calcul des mesures bipolaires relatives (équations 2, 3). Les mesures bipolaires finales sont ensuite calculées en considérant les degrés d'individualisme  $\delta^j$  de chaque décideur  $j$  (équations 4, 5). En posant  $\delta^j = 0.5, \forall j$ , les résultats bipolaires finaux sont résumés dans le tableau suivant.

TABLEAU 2  
DONNEES BIPOLAIRES FINALES INITIALES

	$D_1$		$D_2$		$D_3$	
	Support	Rejet	Support	Rejet	Support	Rejet
$a_1$	0,137	0,1217	0,134	0,1219	0,133	0,1217

$a_2$	0,1059	0,117	0,1082	0,1168	0,108	0,1168
$a_3$	0,1242	0,1087	0,1214	0,1086	0,1215	0,1087
$a_4$	0,0951	0,1039	0,0971	0,1032	0,0973	0,1037
$a_5$	0,117	0,11	0,1152	0,1105	0,1158	0,1101
$a_6$	0,0875	0,1054	0,0908	0,1056	0,0911	0,1056

La figure 1 représente graphiquement les résultats bipolaires obtenus pour chaque décideur dans le plan  $(\mu_r, \mu_s)$ , où les résultats du décideur 1 sont représentés par un code couleur bleu, vert pour le décideur 2 et rouge pour le décideur 3. On constate d'une manière assez nette la convergence des résultats de chaque décideur. Les ensembles d'équilibre satisfaisants des décideurs sont les suivants :  $\mathcal{E}_q^{S1} = \{a_1, a_3\}$ ,  $\mathcal{E}_q^{S2} = \{a_1, a_3\}$ ,  $\mathcal{E}_q^{S3} = \{a_1, a_3\}$  donc  $\bigcap_{j=1}^m \mathcal{E}_q^{Sj} = \{a_1, a_3\}$ .

Le choix de l'alternative finale se fait en utilisant un critère de sélection choisi par le groupe de décision. Par exemple, si les décideurs choisissent de prendre l'alternative qui représente la plus grande sélectabilité, l'alternative  $a_1$  sera sélectionnée. Si le choix se porte sur l'alternative qui représente le minimum de rejet alors c'est l'alternative  $a_3$  qui sera retenue.

En faisant varier le degré d'individualisme de chaque décideur, on constate que l'intersection des ensembles d'équilibre satisfaisant n'est jamais vide et comporte toujours une des deux alternatives obtenues précédentes ( $a_1, a_3$ ).

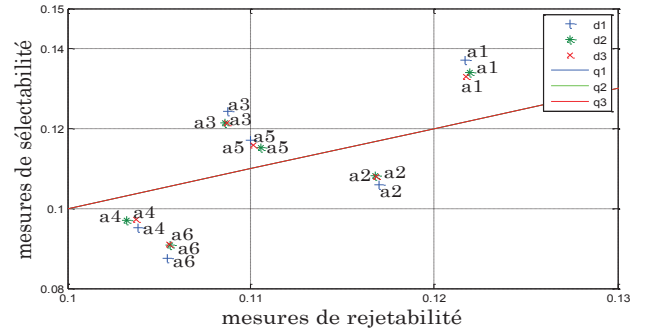


fig 1. Représentation graphique des alternatives

Par exemple pour  $\delta^j = [0.8 \ 0.5 \ 0.2]$ , le décideur 1, individualiste, préfère accorder plus d'importance à ses évaluations, contrairement au décideur 3 qui, holiste, préfère prendre l'avis de l'ensemble du groupe. Le décideur 2 quant à lui accorde autant d'importance à son évaluation qu'à l'évaluation du groupe. Nous remarquons dans la figure 2 que les évaluations gardent cette fois les mêmes tendances mais changent d'échelle de grandeur d'un décideur à l'autre.

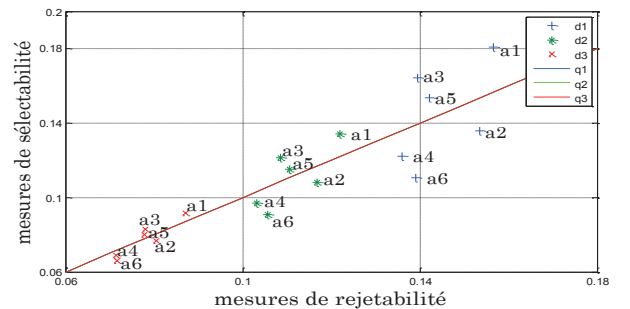


fig 2. Représentation graphique des alternatives

Dans ce cas les ensemble d'équilibre satisfaisants sont les suivants  $\mathcal{E}_q^{S1} = \{a_3\}$ ,  $\mathcal{E}_q^{S2} = \{a_1, a_3\}$ ,  $\mathcal{E}_q^{S3} = \{a_1, a_3\}$  donc  $\bigcap_{j=1}^m \mathcal{E}_q^{Sj} = \{a_3\}$ . Enfin, dans le cas d'un groupe individualiste  $\delta^j = [0.8 \ 0.9 \ 0.7]$ , l'intersection des ensembles d'équilibre satisfaisants est également non vide et identique au premier cas.  $\mathcal{E}_q^{S1} = \{a_1, a_3\}$ ,  $\mathcal{E}_q^{S2} = \{a_1, a_3\}$ ,  $\mathcal{E}_q^{S3} = \{a_1, a_3\}$ , donc  $\bigcap_{j=1}^m \mathcal{E}_q^{Sj} = \{a_1, a_3\}$ , voir figure 3.

Cette analyse de sensibilité basée sur la variation du degré d'individualisme montre la stabilité du résultat quelle que soit la nature des individus, stabilité représentée par une solution commune quel que soit le cas, notamment la solution de l'alternative  $a_3$ .

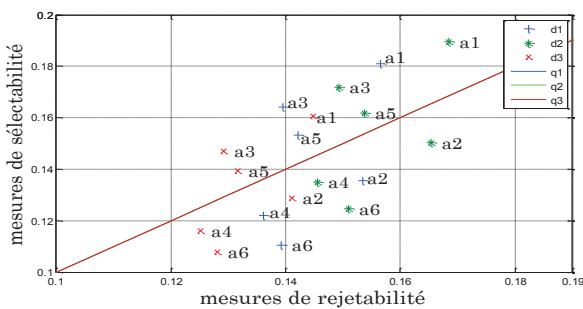


fig 3. Représentation graphique des alternatives

Si l'intersection était vide, le consensus basé sur les distances aurait été déroulé pour faire converger les résultats individuels vers une solution commune.

La condition (1) sur les distances de proximité permettra de repérer les alternatives qui représentent le plus large écart. Les conditions (2) et (3) sur les mesures de consensus vont cibler les décideurs dont l'évaluation est sensible, le processus de rétroaction guidera ensuite les décideurs vers une solution commune. Par manque d'espace cette partie ne sera pas illustrée dans un exemple

#### IV. CONCLUSION

Ce papier propose de résoudre les problèmes de décision de groupe basés sur des évaluations individuelles par une approche bipolaire interactive permettant de représenter visiblement les choix et convergences des décideurs à travers des ensembles de solutions. L'approche consiste à évaluer les aspects positifs et négatifs des alternatives, pour chaque décideur, à travers deux mesures de sélectabilité et de rejeteabilité. Ceci permet d'éviter les compensations entre aspects positifs et négatifs dans la phase d'évaluation individuelle. L'influence et l'interaction entre les décideurs sont modélisées par des mesures de concordance et de discordance qui représentent l'influence positive et négative qu'un voisinage peut avoir sur un décideur. Un indice d'individualisme est défini pour modéliser la réaction d'un décideur par rapport à l'avis de son voisinage. Pour éviter les divergences des résultats finaux individuels donnés par des ensembles d'équilibre satisfaisants, un processus de consensus soft est proposé pour faire tendre les réponses individuelles vers une solution commune. Des mesures de proximité et de consensus bipolaires sont définies pour détecter les écarts entre les alternatives et orienter les décideurs présentant le plus de marge dans un mécanisme de rétroaction. Un exemple d'application est proposé pour illustrer l'approche proposée.

#### RÉFÉRENCES

- [1] F. Herrera, E. Herrera-Viedma, et J. L. Verdegay, « Direct approach processes in group decision making using linguistic OWA operators », *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 79, n° 2, p. 175-190, avr. 1996.
- [2] S. Khorshid, « Soft consensus model based on coincidence between positive and negative ideal degrees of agreement under a group decision-making fuzzy environment », *Expert Systems with Applications*, vol. 37, n° 5, p. 3977-3985, mai 2010.
- [3] Leyva Lopez, J.C., « A Consensus Model for Group Decision Support Based on Valued Outranking Relations », presented at the EURO XXIV, Lisbon, Portugal., 2010.
- [4] De Brucker, K. & C. Macharis, « Multi-actor Multi-Criteria Analysis (MAMCA) as a means to cope with societal complexity », presented at the EURO XXIV, Lisbon, Portugal., 2010.
- [5] J. Xu et Z. Wu, « A discrete consensus support model for multiple attribute group decision making », *Knowledge-Based Systems*, vol. 24, n° 8, p. 1196-1202, déc. 2011.
- [6] T. A. Wheeler, S. C. Hora, W. R. Cramond, et S. D. Unwin, *Analysis of core damage frequency from internal events: Expert judgment elicitation: Part 1, Expert panel results, Part 2, Project staff results*. 1989.
- [7] W. D. Cook et M. Kress, « Ordinal Ranking with Intensity of Preference », *Management Science*, vol. 31, n° 1, p. 26-32, janv. 1985.
- [8] E. J. Bonano et G. E. Apostolakis, « Theoretical foundations and practical issues for using expert judgements in uncertainty analysis of high-level radioactive waste disposal », *Radioactive waste management and the nuclear fuel cycle*, vol. 16, n° 2, p. 137-159. 1991.
- [9] J. F. Bard et S. F. Sousk, « A tradeoff analysis for rough terrain cargo handlers using the AHP: an example of group decision making », *IEEE Transactions on Engineering Management*, vol. 37, n° 3, p. 222-228, août 1990.
- [10] J. Korpela et M. Tuominen, « Group decision support for analysing logistics development projects », in *Proceedings of the Thirtieth Hawaii International Conference on System Sciences, 1997*, 1997, vol. 2, p. 493-502 vol.2.
- [11] V. S. Lai, B. K. Wong, et W. Cheung, « Group decision making in a multiple criteria environment: A case using the AHP in software selection », *European Journal of Operational Research*, vol. 137, n° 1, p. 134-144, 2002.
- [12] Hsi-Mei Hsu et Chen-Tung Chen, « Aggregation of fuzzy opinions under group decision making », *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 79, n° 3, p. 279-285, mai 1996.
- [13] J. H. Moon et C. S. Kang, « Use of fuzzy set theory in the aggregation of expert judgments », *Annals of Nuclear Energy*, vol. 26, n° 6, p. 461-469, avr. 1999.
- [14] J. Kacprzyk, M. Fedrizzi, et H. Nurmi, « Group decision making and consensus under fuzzy preferences and fuzzy majority », *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 49, n° 1, p. 21-31, juill. 1992.
- [15] E. Herrera-Viedma, S. Alonso, F. Chiclana, et F. Herrera, « A Consensus Model for Group Decision Making With Incomplete Fuzzy Preference Relations », *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 15, p. 863-877, oct. 2007.
- [16] E. Herrera-Viedma, F. Herrera, et F. Chiclana, « A consensus model for multiperson decision making with different preference structures », *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, vol. 32, n° 3, p. 394-402, mai 2002.
- [17] F. Herrera, E. Herrera-Viedma, et J. L. Verdegay, « A model of consensus in group decision making under linguistic assessments », *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 78, n° 1, p. 73-87, févr. 1996.
- [18] Y. Bouzarour-Amokrane, A. Tchangani, et F. Pèrès, « Defining And Measuring Risk And Opportunity In Boer Framework For Decision Analysis », presented at the Proceedings of 9th International Conference on Modeling, Optimization and Simulation, MOSIM 2012, June 6-8, Bordeaux, France, 2012.
- [19] A. Tchangani, Y. Bouzarour-Amokrane, et F. Pèrès, « Evaluation Model in Decision Analysis: Bipolar Approach », *INFORMATICA*, vol. 23, n° 3, p. 461-485, 2012.
- [20] A. Ishizaka et A. Labib, « Review of the main developments in the analytic hierarchy process », *Expert Systems with Applications*, vol. 38, n° 11, p. 14336-14345, oct. 2011.
- [21] Ayeley P Tchangani, « Modelling Selecting and Ranking Alternatives characterized by Multiple Attributes to satisfy Multiple Objectives », *Journal of Information and Computing Science Vol. 4: No. 1. pp. 3-16*, 2009.
- [22] J. M. Tapia García, M. J. Del Moral, M. A. MartíNez, et E. Herrera-Viedma, « A Consensus Model For Group Decision-Making Problems With Interval Fuzzy Preference Relations », *International Journal of Information Technology & Decision Making*, vol. 11, n° 04, p. 709-725, juill. 2012.
- [23] W. K. M. Brauers, E. K. Zavadskas, F. Peldschus, et Z. Turskis, « Multi-objective decision-making for road design », *Transport*, vol. 23, n° 3, p. 183-193, 2008.
- [24] Ayeley P. Tchangani, « Bipolarity in Decision Analysis: a way to cope with human judgment », Rapport interne, janv. 2013.

