

**SIMULACIÓN DE MOVIMIENTOS DE UN BRAZO ROBÓTICO CON 5 GRADOS  
DE LIBERTAD, (P4R) EN EL PROCEDIMIENTO DE VACUNACIÓN DE  
GANADO, UTILIZANDO MATLAB.**

**DAVID ANDRÉS LEGUIZAMÓN RODRÍGUEZ**

**UNIVERSIDAD LIBRE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA  
BOGOTÁ D.C  
2016**



**SIMULACIÓN DE MOVIMIENTOS DE UN BRAZO ROBÓTICO CON 5 GRADOS  
DE LIBERTAD, (P4R) EN EL PROCEDIMIENTO DE VACUNACIÓN DE  
GANADO, UTILIZANDO MATLAB.**

NUMERO DEL PROYECTO \_\_\_\_\_

**DAVID ANDRÉS LEGUIZAMÓN RODRÍGUEZ**

**Trabajo de grado presentado como requisito para obtener el título de  
Ingeniero Mecánico**

**Director del Proyecto:  
MAURICIO VLADIMIR PEÑA GIRALDO  
Ingeniero Mecánico**

**UNIVERSIDAD LIBRE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA  
BOGOTÁ D.C  
2016**



**Nota de aceptación:**

---

---

---

---

---

**Firma del presidente del Jurado**

---

**Jurado**

---

**Jurado**

**Bogotá D.C, Febrero de 2016**



## DEDICATORIA.

Este logro quiero dedicárselo a Dios, porque sin él no hubiera sido posible culminar esta gran etapa. A mis padres porque me brindaron su apoyo incondicional, a mí familia por creer en mí y por brindarme su amor y sabiduría en momentos cruciales de la vida. A mis amigos y compañeros con los que compartí y disfrute, gracias por ayudarme a ser mejor cada día.



## AGRADECIMIENTO

Primero quiero darle gracias a Dios, porque sin él no hubiera sido posible culminar esta gran etapa, segundo a mis padres porque desde niño han creído en mí, me han inculcado valores que me han servido de apoyo en todas las metas y proyectos que me he propuesto en la vida, a mi abuelita, hermanos y amigos por hacer que en mí, exista un deseo de superación y triunfo y a mi director de proyecto por la ayuda que me brindo en la realización de este proyecto.

A todas estas personas y a las que no he mencionado, muchas gracias por brindarme su amistad, su apoyo y su amor en momentos que para mí son muy importantes. Gracias a todos por creer en mí.



## TABLA DE CONTENIDO.

1	INTRODUCCIÓN.	14
2	RESUMEN	17
3	DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.	18
4	JUSTIFICACIÓN.	20
5	OBJETIVOS DEL PROYECTO.	21
5.1	Objetivo General.	21
5.2	Objetivos Específicos.	21
6	DELIMITACIÓN DEL PROYECTO.	22
7	MARCO TEÓRICO.	23
7.1	FUNDAMENTOS DE LA ROBÓTICA INDUSTRIAL.	23
7.1.1	Origen y desarrollo de la robótica.	23
7.1.2	Definición de robot.	26
7.1.3	Definición de robot industrial manipulador.	27
7.1.4	Clasificación de los robots.	28
7.2	MORFOLOGÍA DEL ROBOT.	33
7.2.1	Estructura mecánica de un robot.	33
7.2.2	Transmisiones, reductores y accionamiento directo.	37
7.3	ELEMENTOS TERMINALES.	40
8	MARCO CONCEPTUAL.	42
8.1	CINEMÁTICA DEL ROBOT.	42
8.1.1	Matrices de transformación homogénea.	43



8.1.2	Problema cinemático directo.	47
8.1.2.1	Resolución del problema cinemático directo mediante matrices de transformación homogénea.	48
8.1.2.2	Algoritmo de Denavit Hartenberg para la obtención del modelo cinemático directo.	50
8.1.3	Problema cinemático inverso.	55
8.1.3.1	Resolución del problema cinemático inverso a partir de matrices de transformación homogéneas.	57
9	DESARROLLO Y EVALUACIÓN DEL PROYECTO	59
9.1	Diseño preliminar.	60
	□ Prototipo # 1.	60
	□ Prototipo # 2.	60
	□ Prototipo # 3.	61
9.1.1	Selección de actuadores.	62
9.2	Estructura principal del robot.	70
9.2.1	Base prototipo de brazo robótico.	70
9.2.2	Eslabones del prototipo de brazo robótico.	72
9.3	Resultados cinemática directa del prototipo de brazo robótico obtenidos mediante el algoritmo de Denavit Hartenberg.	77
9.4	Resultados cinemática inversa del prototipo de brazo robótico.	83
9.5	Trayectoria para el prototipo de brazo robótico.	87
9.5.1	Polinomios cúbicos para una ruta con puntos vía.	88
9.5.2	Modulación por ancho de pulso o PWM.	94
10	CONCLUSIONES	96
11	BIBLIOGRAFÍA.	98



11.1	De referencia.	98
11.2	De consulta.	99
12	ANEXOS.	102
	Anexo A.	102
	Anexo B.	105
	Anexo C.	106
	Anexo D.	107
	Anexo E.	111
	Anexo F.	113
	Anexo G.	115



## LISTA DE FIGURAS.

Figura 1. Robot PUMA 500. <sup>1</sup>	14
Figura 2. Configuración robot cartesiano. <sup>2</sup>	31
Figura 3. Configuración robot cilíndrico. <sup>2</sup>	31
Figura 4. Configuración robot polar. <sup>2</sup>	32
Figura 5. Configuración robot angular. <sup>2</sup>	32
Figura 6. Configuración robot SCARA. <sup>2</sup>	33
Figura 7. Morfología de un robot. <sup>2</sup>	34
Figura 8. Tipos de articulación y sus respectivos grados de libertad. <sup>2</sup>	35
Figura 9. Aplicaciones alternativas de las matrices de transformación homogénea. <sup>2</sup>	44
Figura 10. Definición de la matriz noap de la localización del extremo del robot. <sup>2</sup>	45
Figura 11. Primer diseño prototipo brazo robótico. <sup>3</sup>	60
Figura 12. Segundo diseño prototipo brazo robótico. <sup>3</sup>	61
Figura 13. Tercer diseño prototipo brazo robótico. <sup>3</sup>	62
Figura 14. Plano lateral del prototipo de brazo robótico con distribución de fuerzas. <sup>3</sup>	63
Figura 15. Eslabón 4 y 5 con distribución de fuerzas aplicadas. <sup>3</sup>	65
Figura 16. Diagrama de cuerpo libre del prototipo. <sup>3</sup>	67
Figura 17. Componentes prototipo brazo robótico. <sup>3</sup>	70
Figura 18. Grafico resistencia Vs densidad del acrílico. <sup>3</sup>	71
Figura 19. Soportes y base del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>	71
Figura 20. Chumacera con rodamiento lineal tipo A. <sup>3</sup>	72
Figura 21. Construcción del primer eslabón del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>	73
Figura 22. Primer eslabón del prototipo de brazo robótico finalizado. <sup>3</sup>	73
Figura 23. Construcción del segundo eslabón del prototipo de brazo robótico, <sup>3</sup>	74



Figura 24. Primer eslabón y segundo eslabón del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>	74
Figura 25. Construcción del tercer eslabón del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>	75
Figura 26. Tercer eslabón del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>	75
Figura 27. Ensamble de los tres eslabones del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>	75
Figura 28. Construcción de los eslabones cuarto y quinto del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>	76
Figura 29. Eslabones cuarto y quinto y prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>	76
Figura 30. Obtención de los parámetros Denavit Hartenberg, DH1, DH2 y DH3. <sup>3</sup>	77
Figura 31. Obtención de los parámetros Denavit Hartenberg, DH4, DH5 y DH6. <sup>3</sup>	78
Figura 32. Obtención de los parámetros Denavit Hartenberg, DH7, DH8 y DH9. <sup>3</sup>	79
Figura 33. Resultados de posición, velocidad y aceleración de los primeros 2 eslabones. <sup>3</sup>	92
Figura 34. Resultados de posición, velocidad y aceleración de los eslabones 3 y 4. <sup>3</sup>	93
Figura 35. Resultados de posición, velocidad y aceleración del eslabón 5. <sup>3</sup>	93
Figura 36. Grafica que muestra un ciclo de trabajo del 50%. <sup>3</sup>	94
Figura 37. Grafica que muestra un ciclo de trabajo de 10%. <sup>3</sup>	94
Figura 38. Grafica que muestra el ciclo de trabajo del servomotor MG90S. <sup>3</sup>	95
Figura 39. Motor paso a paso seleccionado para el prototipo de brazo robótico. <sup>4</sup>	102
Figura 40. Servomotor seleccionado para el eslabon 1 del portotipo de brazo robótico. <sup>5</sup>	103
Figura 41. Servomotores seleccionados para el portotio de brazo robótico. <sup>5</sup>	104
Figura 42. Coeficiente de rozamiento del acero sobre el acrílico sin utilizar ningún tipo de lubricante. <sup>6</sup>	105
Figura 43. Coeficiente de rozamiento del acero sobre el acrílico utilizando lubricante. <sup>7</sup>	106
Figura 44. Plano base del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>	107
Figura 45. Plano chumaceras del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>	107

---



Figura 46. Plano eslabon 1 del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>	108
Figura 47. Plano eslabon 2 del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>	108
Figura 48. Plano eslabón 3 del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>	109
Figura 49. Plano eslabón 4 del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>	109
Figura 50. Plano eslabón 5 del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>	110
Figura 51. Rodamientos lineales Tipo A del prototipo de brazo robótico. <sup>8</sup>	111
Figura 52. Rodamientos lineales Tipo A del prototipo de brazo robótico. <sup>8</sup>	112
Figura 53. Correa de tiempo utilizada en el prototipo de brazo robótico. <sup>9</sup>	113
Figura 54. Diametros de poleas dentadas de tiempo. <sup>9</sup>	114
Figura 55. Cinemática directa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>	115
Figura 56. Cinemática directa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)	116
Figura 57. Cinemática directa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)	117
Figura 58. Cinemática directa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)	117
Figura 59. Cinemática inversa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>	118
Figura 60. Cinemática inversa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)	119
Figura 61. Cinemática inversa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)	120
Figura 62. Cinemática inversa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)	121
Figura 63. Cinemática inversa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)	122
Figura 64. Cinemática inversa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)	123
Figura 65. Cinemática inversa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)	124
Figura 66. Cinemática inversa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)	125
Figura 67. Cinemática inversa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)	126
Figura 68. Programación de los movimientos prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>	127
Figura 69. Programación de los movimientos prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)	128

---



Figura 70. Programación de los movimientos prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)	129
Figura 71. Programación de los movimientos prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)	130
Figura 72. Programación de los movimientos prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)	131
Figura 73. Programación de los movimientos prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)	132
Figura 74. Programación de los movimientos prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)	133
Figura 75. Programación de los movimientos prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)	134



## LISTA DE TABLAS.

Tabla 1. Clasificación de los robots según generaciones. <sup>2</sup>	15
Tabla 2. Mecanismos automáticos más relevantes de la historia. <sup>2</sup>	24
Tabla 3. Clasificación de los robots industriales manipuladores según el tipo de aplicación. <sup>2</sup>	29
Tabla 4. Clasificación de los robots de servicio por áreas de aplicación. <sup>2</sup>	29
Tabla 5. Clasificación de los robots de servicio profesionales. <sup>2</sup>	30
Tabla 6. Clasificación de los robots de investigación y desarrollo. <sup>2</sup>	30
Tabla 7. Sistema de transmisión para robots. <sup>2</sup>	38
Tabla 8. Sistemas de sujeción para robots. <sup>2</sup>	41
Tabla 9. Herramientas terminales para robots. <sup>2</sup>	42
Tabla 10. Pesos por eslabón de solo acrílico con los agujeros respectivos. <sup>3</sup>	63
Tabla 11. Calculo de torques prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>	66
Tabla 12. Selección de servomotores para el prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>	67
Tabla 13. Pesos por eslabón y peso total del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>	68
Tabla 14. Referencia del motor para mover el prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>	69
Tabla 15. Parámetros Denavit Hartenberg del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>	81



## 1 INTRODUCCIÓN.

Hoy en día la ciencia y la tecnología han tenido un gran avance con el cuál se accede a interactuar en varios campos del conocimiento, como la ingeniería, la educación, entre otros, aplicando técnicas enfocadas a la automatización y el mejoramiento de procesos. Una de las técnicas más vista, y que se ha tenido en cuenta para lograr un desarrollo significativo en otras áreas como son la agricultura, la salud, y la industria es la **robótica**. La robótica puede ser utilizada en cualquier campo de la ciencia, ya sea para investigación, aprendizaje didáctico, aplicaciones peligrosas que tengan cargas repetitivas y en donde se vea comprometida la vida de algún ser viviente, gracias a que esta tecnología tiene la capacidad de ser manipulada para diversas funciones a través de simples cambios en la programación.

El desarrollo de estos robots, se inició con la aparición del brazo articulado, diseñado por **G.Devol**, que posteriormente y gracias al señor **V.Scheimeman** fue reformado y mejorado [1], para llegar al desarrollo del PUMA (figura 1.1) (Programmable universal manipulator arm), el cual es considerado el precursor de los actuales manipuladores robots.



Figura 1. Robot PUMA 500. <sup>1</sup>

---

1. De la Hoz Naranjo Carlos. Puesta en marcha del sensor fuerza/par JR3. Universidad Carlos III de Madrid.

Tanto los robots como los sistemas que se emplean para manipularlos, han evolucionado de tal manera que existen 3 generaciones, donde esta última generación presenta robots cuyo manejo se sustenta en el uso de ordenadores y en algunos casos sensores que aportan información sobre el medio de trabajo con lo que pueden variar las estrategias de control.

1. <sup>a</sup> Generación	Repite la tarea programada secuencialmente. No toma en cuenta las posibles alteraciones de su entorno.
2. <sup>a</sup> Generación	Adquiere información limitada de su entorno y actúa en consecuencia. Puede localizar, clasificar (visión) y detectar esfuerzos y adaptar sus movimientos en consecuencia.
3. <sup>a</sup> Generación	Su programación se realiza mediante el empleo de un lenguaje natural. Posee capacidad para la planificación automática de tareas.

**Tabla 1. Clasificación de los robots según generaciones. <sup>2</sup>**

Toda esta presente evolución de la robótica responde a la gran necesidad del hombre por evitar tareas peligrosas, pesadas, repetitivas (cadenas de montaje), o que requieran de una gran precisión (industria informática o medicina quirúrgica).

Es gracias a todos estos estudios realizados, que en este proyecto se pretende construir un juguete prototipo de brazo robótico que simule los movimientos que se deben realizar al momento de vacunar cualquier tipo de ganado.

Para ello se debe tener en cuenta la cinemática directa y la cinemática inversa del robot, estudiada de los libros “Fundamentos De Robótica” de Antonio Barrientos y “Robótica” de John Craig.

---

2. Antonio Barrientos. “Fundamentos de Robótica”



Para la programación se utilizara el software Matlab, en donde se elaborara el programa y posteriormente se correrá para que el juguete prototipo de brazo robótico realice las tareas programadas. Todo esto se hará en el software para estar seguros de que el programa cumplirá con los propósitos establecidos en este proyecto.

Posterior a esto, se construirá el juguete prototipo de brazo robótico, y finalmente se observaran los movimientos que se planearon desde el inicio de este proyecto.

Por medio de este trabajo se explicaran cada uno de los pasos que se siguieron en la elaboración de este juguete prototipo, la evaluación de los parámetros necesarios para funcionamiento y la simulación.



## 2 RESUMEN

En este trabajo se desea construir un juguete prototipo de brazo robótico, que logre mostrar los movimientos que se deben realizar al momento de vacunar cualquier tipo de ganado. Se realizara el programa respectivo para que el brazo realice las tareas pertinentes a las que será sometido.

Como herramienta principal para la elaboración de este proyecto, se utilizara el software Matlab que facilitara la creación del programa y por el que se mostrará la solución deseada. Para lograr este propósito primero se deberá hacer toda la respectiva programación y después la simulación en el software, para encontrar posibles alternativas y escoger la mejor solución.

El software hará que el juguete prototipo robótico pueda maniobrar de acuerdo a la programación y a las necesidades que se requieran. El ensamble de este juguete prototipo estará operando directamente con el software creado, por lo cual es necesario tener toda la atención al momento de su operación.



### 3 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.

La vacunación es una de las variables más importantes en la práctica ganadera, ya que con esta se ayuda a controlar, prevenir y proteger de muchas infecciones y enfermedades a los animales, evitando que se transmitan entre ellos, ya sea por vía oral, (mal manejo de los alimentos), o por vía cutánea, (picaduras de insectos), entre otros. [2]

En la vacunación existen muchos riesgos que serán enumerados a continuación:

1. Si se realiza la vacunación a los bovinos de forma manual, la persona que los vacuna podría sufrir un golpe por parte éstos y causar graves lesiones [3], además pueden convertirse en aerosoles de algún tipo de enfermedad presente [4].
2. Al realizar la operación manual, la persona puede llegar a contagiarse de algún tipo de virus o bacteria, como la fiebre Q, “ya que los individuos con mayor posibilidad de contagiarse son quienes trabajan con este tipo de animales” [4]
3. Las personas que vacunan los animales, se someten a jornadas de trabajo pesado y se cansan fácilmente, ya que son bastantes los que se deben vacunar a nivel nacional (23'008.253 bovinos al 2013), y que en algunos casos los ganaderos superan los 180 animales y una sola persona debe hacer esta operación [5].
4. Los niveles de estrés a los que son sometidos los animales son muy elevados debido al contacto con personas, alterándolos y posteriormente evitando que no haga sus rutinas diarias como lo son, comer, dormir, beber agua entre otros, lo cual repercute en el producto final para el consumo humano. “Trabajos y estudios indican que el ganado que se pone agitado y



nervioso en la manga de compresión tiene ganancias de peso significativamente menores y carne más dura”. [6]

Ya que algunas de las vacunas que se aplican a estos animales tienen como frecuencia mínima 3 meses [7] y que en Colombia hay bastante terreno y personal que se dedica a estas labores exponiéndose a cualquier tipo riesgo, se ha querido analizar un método el cual no expone a ninguna persona a este tipo de factores sin cambiar las dosis ni la calidad de las vacunas y poder dedicar así, a este personal a otras labores como la alimentación y el cuidado de las crías, entre otras.



## 4 JUSTIFICACIÓN.

La robótica está cada vez más involucrada en muchos procesos de producción tanto en la industria, la salud y en otros campos de la investigación. Todo esto es gracias a que el hombre siempre se ha motivado por tener un cambio notable en el modo de vida haciendo mejores productos, prestando mejores servicios y brindando un mejor bienestar y comodidad. Esto se debe en gran parte a que las personas se exponen en la vida diaria a trabajos en donde se ve muy comprometida la vida y en donde existen muchos riesgos para la salud.

En la agricultura existen sistemas robóticos móviles que se utilizan para sembrar las semillas en la tierra, otros que fueron diseñados para arar los campos facilitando al hombre estas tareas tan pesadas y extenuantes. En la industria se ven todo tipo de sistemas robóticos ya sea para embalaje de productos, como para la manufactura pasando por vehículos transportadores de material e insumos, brazos manipuladores industriales para soldaduras y amplificadores de fuerza.

A grandes rasgos el aspecto principal y fundamental de este proyecto es el amplio alcance que tiene la robótica, ya que como se ha mencionado anteriormente esta tecnología posee una gran versatilidad al momento de aplicarse en diferentes campos y situaciones.

Por lo tanto en este proyecto de grado, se desea construir un juguete prototipo de brazo robótico que sirva para simular los movimientos que se deben realizar al momento de vacunar ganado, con la singularidad de no tener en cuenta los tiempos de operación ni el ambiente de trabajo en el que operaría el brazo.



## 5 OBJETIVOS DEL PROYECTO.

### 5.1 Objetivo General.

Realizar la simulación de los movimientos de un brazo robótico con 5 grados de libertad (P4R), en el procedimiento de vacunación de ganado utilizando Matlab y mostrarlos en un juguete prototipo.

### 5.2 Objetivos Específicos.

Realizar un diseño preliminar del brazo robótico, lo que incluye, dibujo del brazo y dimensionamiento de los eslabones, con el fin de mostrar paso a paso la obtención de la cinemática directa.

Realizar los cálculos de la cinemática directa y la cinemática inversa del brazo robótico, utilizando como herramienta el software Matlab y un texto guía de robótica.

Construir un juguete prototipo de brazo robótico con la configuración preliminar.

Programar los movimientos, hacer una trayectoria sencilla y correr la programación utilizando las herramientas Matlab, con el fin de visualizar el proceso que realizara el brazo al vacunar ganado.



## 6 DELIMITACIÓN DEL PROYECTO.

El alcance de este proyecto se limitará a realizar la simulación de los movimientos que se deben tener en cuenta al momento de vacunar ganado y a su vez se realizara la construcción, de un juguete prototipo de brazo robótico con 5 grados de libertad (P4R), en el cual se mostraran dichos movimientos.

Se realizara una trayectoria simple teniendo en cuenta la cinemática directa y la cinemática inversa del brazo. Para esto se utilizarán herramientas computacionales como el software Matlab en el cual se realizará el programa con el cual el brazo se moverá, un texto guía de robótica y algunos documentos y tesis que ayudarán a determinar variables y otros parámetros necesarios para el funcionamiento del manipulador.



## 7 MARCO TEÓRICO.

### 7.1 FUNDAMENTOS DE LA ROBÓTICA INDUSTRIAL.

#### 7.1.1 Origen y desarrollo de la robótica.

La historia de los robots es muy extensa, por este motivo se realizara un breve resumen:

A lo largo de toda la historia, el hombre se ha sentido fascinado y atraído por las máquinas y algunos dispositivos capaces de imitar algunas funciones y movimientos de los seres vivos. En Grecia tenían una palabra para denominar a estas máquinas: *automatos*. De esta palabra se deriva la actual, **autómata**, que tiene por significado máquina o dispositivo que imita la figura y movimientos de un ser animado [1].

En la siguiente tabla se muestran algunos mecanismos y dispositivos automáticos más relevantes creados por el hombre a lo largo de la historia, principalmente al occidente, y de los cuales se conocen noticias ciertas de su creación y aplicación.



Año	Autor	Mecanismo	Comentario
270 a.C.	Ctesibius	Clépsidra y órgano de agua	Aplicación de la neumática e hidráulica para la producción de los primeros relojes y órganos de agua.
62 a.C.	Heron de Alejandría	Teatro automático	Escribió un Tratado sobre Neumática. En el teatro automático las figuras cambiaban de posición, los pájaros cantaban, se oían las trompetas y los animales bebían del agua, entre otros movimientos.
87 a.C.	Escuela de Posidonio	Mecanismo de Antikythera	Mecanismo para el cálculo de la posición de los astros. Resulta ser el ejemplo más antiguo de procesamiento de información a través de engranajes.
1200	Al-Jazari	Fuente del Pavo Real	Al-Jazari es el autor de un tratado de mecanismos ingeniosos, en el que aparece la fuente del pavo real entre otros mecanismos. Se trata de un autómeta para lavarse las manos. Tras tirar de la cola del pavo, se llena de agua una vasija, aparece una pequeña figura con un tarro con polvos perfumados, seguido por otra figura con una toalla.
1232-1316	Ramón Llul	Ars Magna	El Ars Magna consistía en una serie de círculos concéntricos en las que había distintas palabras. Cuando un grupo de palabras se ponía en un orden determinado formando una pregunta, otras palabras se juntaban para formar la respuesta.
1352	Desconocido	Gallo de la catedral de Estrasburgo	Es el reloj medieval más famoso y elaborado. Estuvo operativo hasta 1789. Aparecía en compañía de otras doce figuras representando a los apóstoles, movía las alas, levantaba la cabeza y cacareaba tres veces.

**Tabla 2. Mecanismos automáticos más relevantes de la historia. <sup>2</sup>**

La palabra robot fue creada en 1921 por el escritor checo Karel Capek fallecido en 1938, en una de sus obras de teatro ("R.U.R", ROSSUM'S UNIVERSAL ROBOT), a partir del término checo "robota", que quiere decir trabajo y se utilizó para mencionar a un androide capaz de llevar a cabo los trabajos ejecutados por un hombre [1].

El termino robot posiblemente hubiera desaparecido si los escritores de la época del género literario de la ciencia ficción, no lo hubieran utilizado en sus novelas, haciendo énfasis en "la dominación de la especie humana por seres hechos a su propia imagen" y fue entonces cuando el escritor *Isaac Asimov* de origen ruso impulso la palabra "robot".

---

2. Antonio Barrientos. "Fundamentos de Robótica"



El mismo escritor *Isaac Asimov*, con la ayuda de la revista “*Galaxy Science Fiction*” y su artículo publicado en ella “*The Caves of Steel*” expreso por primera vez sus tres leyes de la robótica:

1. Un robot no puede perjudicar a un ser humano, ni con su inactividad permitir que un ser humano sufra daño.
2. Un robot ha de obedecer las órdenes recibidas de un ser humano, excepto si tales órdenes entran en conflicto con la primera ley.
3. Un robot debe proteger su propia existencia mientras tal protección no entre en conflicto con la primera o segunda ley [1].

Los primeros mecanismos y dispositivos que responden a lo que hoy se conoce como robot, no tenían ese nombre ya que la palabra robot en las novelas de estas épocas hacía referencia a humanoides. Lo que hoy se conoce como robot industrial son los progenitores directos de los humanoides y se comenzó por los **manipuladores teleoperados** que nacieron (*en 1948 Argonne National Laboratory desarrollado por R. C. Goertz*) con el objetivo de manejar elementos radioactivos sin riesgos para el operador. Estos manipuladores tenían 2 dispositivos uno maestro y uno esclavo. El maestro lo maneja el operador mientras el esclavo manipula los radioactivos.

En 1954 George Devol concibió la idea de un dispositivo de *transferencia de artículos programada* que se patentó en Estados Unidos y que con la ayuda de Joseph F. Engelberger, trabajaron en la utilización industrial de sus máquinas, y así fue como nació Unimation [1].

Más tarde y por motivos comerciales a este tipo de máquinas destinadas a transferir piezas se les empieza a llamar robots.

Con las investigaciones realizadas por Devol y Engelberger, es que Víctor Scheinman, reformó y mejoró el manipulador para dar paso a lo que hoy se



conoce como robot PUMA (Programmable universal manipulator arm), uno de los robots industriales más famosos y utilizados tanto en ambientes industriales como en investigación.

### **7.1.2 Definición de robot.**

El gran dinamismo que hay hoy en día en la robótica y las ciencias afines, originan que el concepto de robot deba ser revisado y ampliado con frecuencia, ya que esta definición varía depende del país o entorno social.

En este sentido es válido revisar algunas definiciones no muy técnicas contenidas en enciclopedias:

#### **Enciclopedia Británica:**

Máquina operada automáticamente que sustituye el esfuerzo de los humanos aunque no tiene por qué tener apariencia humana o desarrollar sus actividades a la manera de los humanos [1].

#### **Diccionario Merriam Webster:**

Máquina que se asemeja a los humanos y desarrolla como ellos tareas complejas como andar o hablar. Un dispositivo que desarrolla de manera automática tareas complicadas, a menudo de manera repetitiva. Mecanismo guiado por control automático [1].



### **7.1.3 Definición de robot industrial manipulador.**

Existen diversas definiciones que describen este tipo de robot, ya que dependen de su aplicación, algunas de ellas son:

#### **Definición RIA (Robot Institute of America):**

Un robot industrial es un manipulador multifuncional reprogramable, capaz de mover materias, piezas, herramientas o dispositivos especiales, según trayectorias variables, programadas para realizar tareas diversas [1].

#### **Definición ISO (International Organization for Standardization):**

Manipulador multifuncional reprogramable con varios grados de libertad, capaz de manipular piezas, herramientas o dispositivos especiales según trayectorias variables programadas para realizar tareas diversas [1].

Mencionado todo esto, un robot manipulador industrial es un dispositivo mecánico controlado por elementos electrónicos capaz de desarrollar tareas industriales o de investigación, previamente programadas por el hombre en un lenguaje de computadora. En la actualidad la robótica abarca, en algunos casos, sistemas muy diversos que involucran: control automático, sensores y actuadores entre muchas otras cosas.



#### 7.1.4 Clasificación de los robots.

Un robot puede ser clasificado teniendo en cuenta diferentes características, como el área de aplicación o incluso su propia esencia. A continuación se presentan algunas de estos criterios:

- **Clasificación atendiendo a la generación.**

Esta clasificación hace referencia al momento tecnológico en el cual aparece el robot. De este modo se puede considerar que se pasa de una generación a otra cuando se hace un avance tecnológico significativo en las capacidades del robot. La siguiente descripción permite hacerse una idea del avance de un robot ya que recoge una posible clasificación en generaciones [1].

##### 1ª generación

Se extiende desde el comienzo de la robótica hasta los años ochenta. Esta generación repite la tarea programada secuencialmente. No toma en cuenta las posibles alteraciones de su entorno [1].

##### 2ª generación

Se desarrolla en los años ochenta y es la que mayormente se puede encontrar hoy en día en las industrias. Adquiere información limitada de su entorno y actúa en consecuencia. Puede localizar, clasificar, detectar esfuerzos y adaptar sus movimientos en consecuencia [1].

##### 3ª generación

Esta generación está desarrollándose en estos días, siendo objeto del futuro de la robótica. Su programación se realiza mediante el empleo de un lenguaje natural. Posee la capacidad para la planificación automática de tareas [1].



- **Clasificación atendiendo el área de aplicación.**

Desde el punto de vista del uso que se le da al robot es posible clasificarlos en base al sector económico en el que se encuentra trabajando o bien en base al tipo de aplicación o tarea que desarrollan [1].

### ROBOTS INDUSTRIALES MANIPULADORES.

000	Sin especificar.
110	Manipulación en fundición.
130	Manipulación en moldeo de plásticos.
140	Manipulación en tratamientos térmicos.
150	Manipulación en la forja y estampación.
160	Soldadura.
170	Aplicación de materiales.
180	Mecanización.
190	Otros procesos.
200	Montaje.
210	Paletización y empaquetado.
220	Medición, inspección, control de calidad.
230	Manipulación de materiales.
240	Formación, enseñanza e investigación.
900	Otros.

Tabla 3. Clasificación de los robots industriales manipuladores según el tipo de aplicación. <sup>2</sup>

### ROBOTS DE SERVICIOS

Sección 1	ROBOTS PERSONALES Y DOMÉSTICOS
1-5	Robots para tareas domésticas
6-10	Robots de entretenimiento
11-14	Asistenciales, ayuda a discapacitados
15	Transporte Personal
16	Seguridad y vigilancia de la vivienda
17	Otros usos personales y domésticos

Tabla 4. Clasificación de los robots de servicio por áreas de aplicación. <sup>2</sup>

---

2. Antonio Barrientos. "Fundamentos de Robótica"

Sección II ROBOTS DE SERVICIOS PROFESIONALES	
18-23	Robots de exteriores
24-28	Limpieza profesional
29-31	Sistemas de inspección
32-36	Construcción y demolición
37-40	Sistemas logísticos
41-44	Medicina
45-50	Defensa, rescate y seguridad
51	Submarinos
52	Plataformas móviles de uso general
53-55	Robots de laboratorio
56-59	Relaciones públicas
60-61	Propósito especial
62	Humanoides
63	Robots a medida
64	Otros no especificados

Tabla 5. Clasificación de los robots de servicio profesionales. <sup>2</sup>

Sección III I+D EN ROBÓTICA	
64	Percepción
65-67	Actuación
68	Micro y nano robots
69	Arquitecturas e integración
70	Navegación y control
71	Interfases con usuario y otras
72	Otras actividades de I+D no especificadas
73	Investigación básica

Tabla 6. Clasificación de los robots de investigación y desarrollo. <sup>2</sup>

- **Clasificación atendiendo a la configuración.**

Esta clasificación es solo aplicable a robots que contienen una cadena cinemática definida [1]. Estos robots pueden presentar cuatro configuraciones clásicas: la cartesiana, la cilíndrica, la polar y la angular [1].

Configuración cartesiana:

Posee 3 movimientos lineales, es decir, tiene tres grados de libertad, los cuales corresponden a los movimientos en los ejes X, Y y Z. los movimientos



que realiza este robot entre un punto y otro son con base en interpolaciones lineales (Interpolación, en este caso, significa el tipo de trayectoria que realiza el manipulador cuando se desplaza entre un punto y otro) [1].

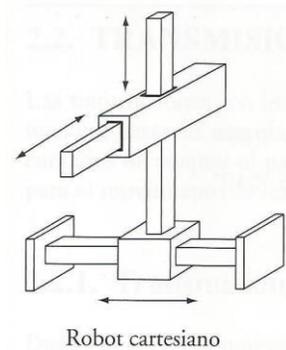


Figura 2. Configuración robot cartesiano. <sup>2</sup>

#### Configuración cilíndrica:

Puede realizar dos movimientos, uno de ellos es rotacional, y los otros lineales. Este tipo de robot está diseñado para ejecutar movimientos conocidos como interpolación lineal e interpolación por articulación [1].

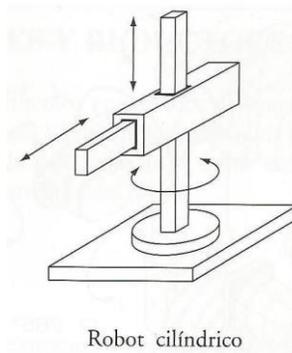


Figura 3. Configuración robot cilíndrico. <sup>2</sup>

---

2. Antonio Barrientos. "Fundamentos de Robótica"

Configuración polar:

Tiene varias articulaciones, cada una de ellas puede realizar un movimiento distinto ya sea lineal, rotacional o angular. Este robot utiliza la interpolación por articulación para moverse en sus dos primeras articulaciones y la interpolación lineal para la extensión y retracción [1].

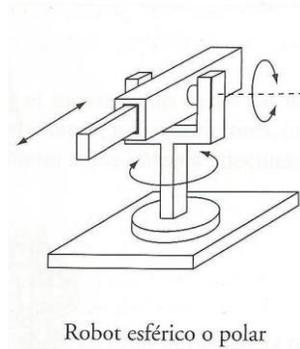


Figura 4. Configuración robot polar. <sup>2</sup>

Configuración angular:

Esta configuración presenta una articulación con movimiento rotacional y dos angulares. El movimiento natural es el de interpolación por articulación, tanto rotacional como rotacional [1].

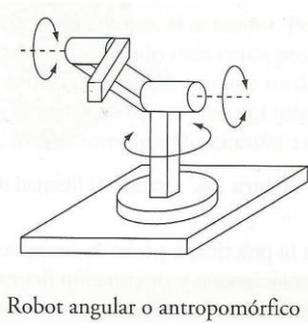


Figura 5. Configuración robot angular. <sup>2</sup>

Además de las cuatro configuraciones clásicas mencionadas, existen otras llamadas no clásicas. El ejemplo más común es el del robot tipo SCARA, (Selective Appliance Arm Robot For Assembly, Brazo Robótico Articulado De Respuesta Selectiva). Este brazo puede realizar movimientos horizontales de mayor alcance debido a sus dos articulaciones rotacionales y también puede hacer movimiento lineal por medio de su tercera articulación [1].

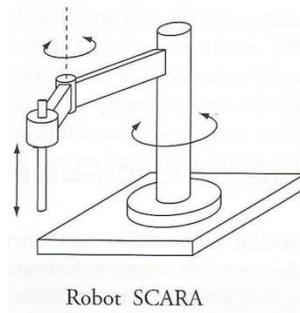


Figura 6. Configuración robot SCARA. <sup>2</sup>

## 7.2 MORFOLOGÍA DEL ROBOT.

Un robot es armado o formado, por elementos como son: estructura mecánica, transmisiones, sistema de accionamiento, sistema sensorial, sistema de potencia y control y elementos terminales. En este orden de ideas se estudiarán cada uno de los elementos mencionados.

### 7.2.1 Estructura mecánica de un robot.

Un robot está formado por una serie de elementos o eslabones unidos mediante articulaciones que permiten un movimiento relativo entre cada dos eslabones consecutivos. La constitución física de la gran mayoría de los robots guarda cierta similitud con la anatomía del brazo humano, por lo que en ocasiones a los distintos elementos del robot se les suele llamar cuerpo, brazo, codo o muñeca [1].

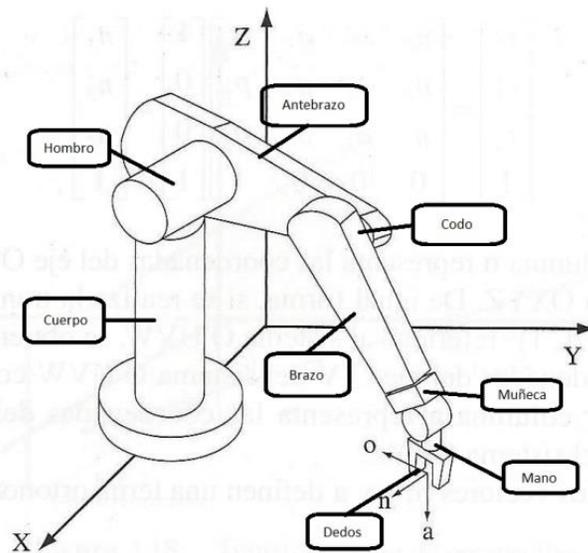


Figura 7. Morfología de un robot. <sup>2</sup>

Cada uno de los movimientos independientes que puede realizar cada articulación con respecto a la anterior, se denomina grado de libertad (GDL) [1]. El movimiento de cada articulación puede ser de deslizamiento, de giro o una combinación de ambos. Dicho de este modo existen seis tipos diferentes de articulaciones:

Esférica o rótula (3 GDL).

Planar (2 GDL).

Tornillo (1 GDL).

Prismática (1 GDL).

Rotación (1 GDL).

Cilíndrica (2 GDL).

Aunque en la práctica, en la mayor parte de los robots, solo se emplean los movimientos de rotación y los prismáticos.

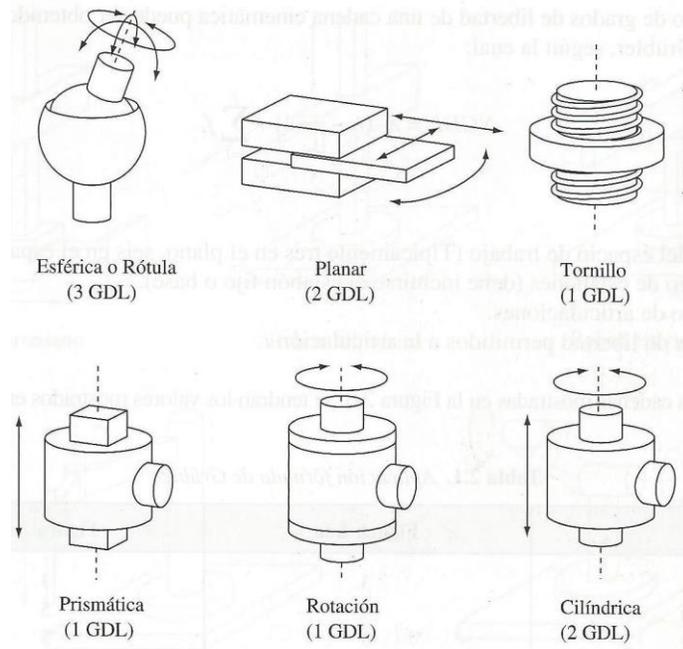


Figura 8. Tipos de articulación y sus respectivos grados de libertad. <sup>2</sup>

El empleo de estos tipos de articulaciones da lugar a diferentes configuraciones con ciertas características tanto en el diseño como en la aplicación, dando lugar a la creación de las cadenas cinemáticas para involucrar más grados de libertad.

Una cadena cinemática, es una serie de eslabones o barras unidas por articulaciones. Cuando en una cadena cinemática se puede llegar desde cualquier eslabón a cualquier otro eslabón, mediante al menos dos caminos, se dice que se trata de una cadena cinemática cerrada. En caso de que solo se pueda llegar por un camino se dirá que se trata de una cadena cinemática abierta [1].

El número de grados de libertad de una cadena cinemática puede ser obtenido mediante la fórmula de Grübler, según la cual:

$$NDGL = \lambda * (n - j - 1) + fi \quad \text{Ec1}$$

2. Antonio Barrientos. "Fundamentos de Robótica"

Dónde:

$\lambda$ : GDL del espacio de trabajo (Típicamente tres en el plano, seis en el espacio).

$n$ : Número de eslabones (debe incluirse el eslabón fijo o base).

$j$ : Número de articulaciones.

$f_i$ : Sumatoria de los grados de libertad permitidos en las articulaciones del robot.

Los robots manipuladores son, en la mayor parte de los casos, cadenas cinemáticas abiertas con las articulaciones de tipo rotación o prismática (con un solo grado de libertad cada una), siendo por lo general sencillo encontrar el número de grado de libertad del robot, pues llega a coincidir con el número de articulaciones que se compone, mientras que en los robot de cadena cinemática cerrada, que pueden llegar a utilizar otro tipo de articulaciones, como las esféricas, es usual evaluar con mayor rigor los GDL [1].

Para el caso de los robots con cadena cinemática abierta, las combinaciones más frecuentes son las representadas en las figuras 2 a la 6, donde se atiende únicamente a las tres primeras articulaciones del robot, que son las más importantes a la hora de posicionar el extremo en punto en el espacio.

Los robots con cadena cinemática cerrada son poco frecuentes ya que su composición, modelado y control son diferentes y más complejos que los de cadena abierta.

Se sabe que para posicionar y orientar un cuerpo de cualquier manera en el espacio son necesarios seis parámetros, tres para definir la posición y tres para definir la orientación, es decir que para que un robot se posicione en el espacio (con la pieza o la herramienta manipulada) se necesitan al menos seis grados de libertad.



### 7.2.2 Transmisiones, reductores y accionamiento directo.

Las transmisiones son los elementos encargados de transmitir el movimiento desde los actuadores hasta las articulaciones. Se incluirán las transmisiones con los reductores, y serán los encargados de adaptar el par y la velocidad de la salida del actuador a los valores adecuados para el movimiento de los elementos del robot.

#### Transmisiones.

Dado que un robot mueve su extremo con aceleraciones muy elevadas, es muy importante reducir al máximo su momento de inercia. Para un cuerpo con una masa total dada, cuanto mayor sea la distancia del eje a las partículas que constituyen el cuerpo, mayor será el momento de inercia [8], esto quiere decir que la inercia, es la resistencia que un cuerpo tiene, y con la cual se opone a que lo saquen de su estado de reposo). Del mismo modo, los pares estáticos que deben vencer los actuadores dependen directamente de la distancia de las masas al actuador. Es por este motivo que se procura que los actuadores estén en la base del robot. Estas circunstancias obligan a utilizar sistemas de transmisión que trasladen los movimientos hasta las articulaciones especialmente las que se encuentran al final de la cadena cinemática. Así mismo, en algunos casos, las transmisiones son utilizadas para convertir movimiento circular en lineal o viceversa, según sea necesario de acuerdo al trabajo.

Un buen sistema de transmisión debe cumplir una serie de características básicas:

- Debe tener un tamaño reducido.
- Se debe evitar que presente juegos u holguras considerables.
- Se deben buscar transmisiones con gran rendimiento [1].



Aunque no existe un sistema de transmisión definido para los robots, ya que estos en algunos casos dependen del trabajo o la aplicación deseada, si existen unos que son utilizados en la mayor parte de estas máquinas.

Entrada-Salida	Denominación	Ventajas	Inconvenientes
Circular-Circular	Engranaje Correa dentada Cadena Paralelogramo Cable	Pares altos Distancia grande Distancia grande — —	Holguras — Ruido Giro limitado Deformabilidad
Circular-Lineal	Tornillo sinfín Cremallera	Poca holgura Holgura media	Rozamiento Rozamiento
Lineal-Circular	Paral. articulado Cremallera	— Holgura media	Control difícil Rozamiento

**Tabla 7. Sistema de transmisión para robots. <sup>2</sup>**

Esta clasificación se ha realizado en base al tipo de movimiento posible en la entrada y la salida, ya sea lineal o circular. En la tabla también se ven algunas ventajas e inconvenientes propios de algunos sistemas de transmisión. Las transmisiones más habituales son aquellas que cuentan con movimiento circular tanto en la entrada como a la salida. Incluidas en éstas se encuentran los engranajes, las correas dentadas, y las cadenas.

### Reductores.

Al contrario que con las transmisiones, existen determinados sistemas usados de una manera preferente en los robots industriales. Esto se debe a que a los reductores en robótica se les exige unas condiciones de funcionamiento restrictivas. La exigencia de estas es motivada por las altas prestaciones que se le piden al robot en cuanto a precisión y velocidad de posicionamiento [1].

---

2. Antonio Barrientos. "Fundamentos de Robótica"



Lo que se busca en un reductor es:

- Bajo peso.
- Tamaño reducido.
- Bajo rozamiento.
- Que sean capaces de reducir una velocidad elevada en un solo paso.

Se tiende también a minimizar el momento de inercia, de negativa influencia en el funcionamiento del motor ya que puede ser muy crítico en motores de baja inercia.

Por motivos de diseño, los reductores tienen una velocidad máxima de entrada admisible, que aumenta a medida que disminuye su capacidad de transmitir par.

Puesto que los robots trabajan en ciclos cortos que implican continuos arranques y paradas, es de gran importancia que el reductor sea capaz de soportar pares elevados puntuales. Por último es importante que los reductores para robótica posean una alta rigidez torsional, ésta es definida como el par que hay que aplicar sobre el eje de salida para que, manteniendo bloqueado el eje de entrada, el eje de salida gire un ángulo unitario.

#### Accionamiento directo.

El accionamiento directo es aquel en el que el eje del actuador se conecta directamente a la carga o a la articulación, sin la utilización de un reductor intermedio. Este tipo de accionamiento aparece a raíz de la necesidad de utilizar robots en aplicaciones que exigen combinar gran precisión con alta velocidad, sin tener en cuenta efectos negativos, como son juego angular, rozamiento o



disminución de la rigidez del accionador, que pueden impedir alcanzar los valores de precisión y velocidad requeridos para el tipo de proceso que se desea [1].

Las principales ventajas que tiene este tipo de acondicionamiento son las siguientes:

- Posicionamiento rápido y preciso, pues se evitan los rozamientos y juegos de las transmisiones y reductores.
- Aumento de las posibilidades de controlabilidad del sistema a costa de una mayor complejidad.
- Simplificación del sistema mecánico al eliminarse el reductor.

El principal problema que tiene esta aplicación radica en el motor a emplear, porque estos deben tratarse de motores que proporcionen un par elevado (unas 50 a 100 veces mayor que con reductor) a bajas revoluciones (las del movimiento de la articulación) manteniendo la máxima rigidez posible. Un argumento importante a tener en cuenta a la hora de utilizar el accionamiento directo es la propia cinemática del robot. Colocar motores, generalmente pesados y voluminosos, junto a las articulaciones no es factible para todas las configuraciones del robot debido a los pares que se generan [1], es por esto que si se desea implementar esta configuración se debe tener en cuenta en los cálculos.

### **7.3 ELEMENTOS TERMINALES.**

Los elementos terminales, son también llamados efectores finales son los encargados de interactuar directamente con el entorno del robot y pueden ser elementos de aprehensión o herramientas. Estos efectores finales son diseñados para una sola función y es por esto que no pueden ser utilizados en otras



aplicaciones. Se puede establecer una clasificación de los elementos terminales ya sea un elemento de sujeción o de una herramienta.

### Elementos de sujeción.

Los elementos de sujeción más comunes son denominados pinzas o garras. Habitualmente utilizan accionamiento neumático para sujetar las piezas por presión. En el cálculo de la fuerza de agarre, debe considerarse no solo el peso de la pieza a transportar si no también su forma y el material del que está hecha, ya que afectara el valor de la fuerza de rozamiento de la superficie con los dedos de la pinza y las aceleraciones con las que se pretende mover la pieza [1].

En la siguiente tabla se muestran algunas opciones y sus usos más frecuentes.

Tipos de sujeción	Accionamiento	Uso
Pinza de presión de desplazamiento angular o lineal	Neumático o eléctrico	Transporte y manipulación de piezas sobre las que no importe presionar
Pinza de enganche	Neumático o eléctrico	Piezas de grandes dimensiones o sobre las que no se puede ejercer presión.
Ventosas de vacío	Neumático	Cuerpos con superficie lisa poco porosa (cristal, plástico, etc.).
Electroimán	Eléctrico	Piezas ferromagnéticas.

**Tabla 8. Sistemas de sujeción para robots. <sup>2</sup>**

### Herramientas terminales.

En muchas aplicaciones el robot ha de realizar operaciones que no consisten en manipular objetos, sino que implican el uso de una herramienta. En general, esta herramienta debe ser construida o adaptada de manera específica para el robot, pero dado que hay aplicaciones ampliamente robotizadas, se



comercializan herramientas específicas para su uso en robots [1]. Entre estas aplicaciones se encuentran la soldadura por puntos, por arco o la pintura en vehículos o incluso atornillando muebles para decoración, son algunas de ellas.

Normalmente, la herramienta está fijada rígidamente al extremo del robot aunque en ocasiones se dota a éste con un dispositivo que mediante cierto grado de flexibilidad, permite la modificación de su posición ante la presencia de esfuerzos exteriores facilitando así tareas de contacto, como el ensamblado o el desbaste de material.

La siguiente tabla muestra algunas de las herramientas utilizadas frecuentemente:

Tipo de herramienta	Comentarios
Pinza soldadura por puntos	Dos electrodos que se cierran sobre la pieza a soldar.
Soplete soldadura al arco	Aportan el flujo de electrodo que se funde.
Cucharón para colada	Para trabajos de fundición.
Atornillador	Suelen incluir la alimentación de tornillos.
Fresa-lija	Para perfilar, eliminar rebabas, pulir, etc.
Pistola de pintura	Por pulverización de la pintura.
Cañón láser	Para corte de materiales, soldadura o inspección.
Cañón de agua a presión	Para corte de materiales.

Tabla 9. Herramientas terminales para robots. <sup>2</sup>

## 8 MARCO CONCEPTUAL.

### 8.1 CINEMÁTICA DEL ROBOT.

Para la elaboración de este juguete prototipo de brazo robótico es necesario calcular la cinemática del robot. Esta cinemática estudia el movimiento del mismo con respecto a un sistema de referencia sin considerar las fuerzas que intervienen.

La cinemática se interesa un poco más por la descripción analítica del movimiento espacial del robot como una función del tiempo y en particular por las relaciones



entre la posición y la orientación del efector final del robot con los valores que toman sus coordenadas articulares [1].

Existen dos problemas fundamentales para resolver en la cinemática de un robot; el primero es el **problema cinemático directo** y el segundo es el **problema cinemático inverso**.

### 8.1.1 Matrices de transformación homogénea.

Las matrices de transformación homogéneas, permiten una representación conjunta de la posición y la orientación, (localización), facilitando su uso mediante el álgebra matricial. En pocas palabras una matriz de transformación homogénea, es una matriz de 4 x 4 que representa la transformación de un vector en un sistema, a otro sistema.

$$T = \begin{bmatrix} R_{3x3} & P_{3x1} \\ f_{1x3} & w_{1x1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Rotación} & \text{Traslación} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec2}$$

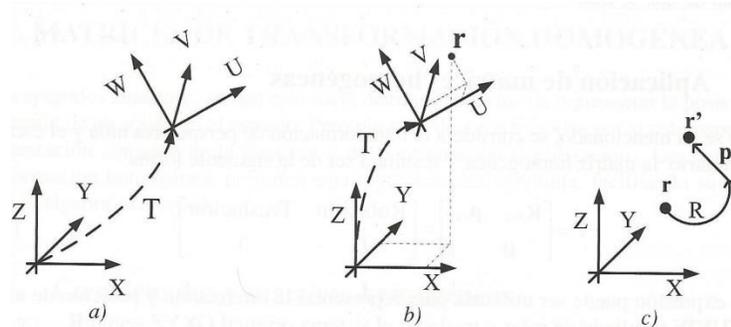
La matriz homogénea está compuesta por cuatro submatrices de distinto tamaño; una submatriz  $R_{3x3}$  que corresponde a una matriz de rotación; una submatriz  $P_{3x1}$  que corresponde a un vector de traslación; una submatriz  $f_{1x3}$  que representa una transformación de perspectiva y una submatriz  $w_{1x1}$  que representa un escalado global. En robótica generalmente interesa conocer el valor de  $R_{3x3}$  y de  $P_{3x1}$  considerándose  $f_{1x3}$  nulo y  $w_{1x1}$  como una unidad [1].

En resumen una matriz de transformación homogénea se puede aplicar para:

- a) Representar la posición y la orientación de un sistema girado y trasladado A con respecto a un sistema fijo de referencia B.
- b) Transformar un vector  $r$  expresado en coordenadas con respecto a un sistema A, a su expresión en coordenadas del sistema de referencia B.



- c) Rotar (**R**) y trasladar (**p**) un vector **r** con respecto a un sistema de referencia fijo B para transformarlo en el **r'**.



**Figura 9. Aplicaciones alternativas de las matrices de transformación homogénea. <sup>2</sup>**

La matriz **T** de transformación se suele escribir de la siguiente forma:

$$T = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & P_x \\ n_y & o_y & a_y & P_y \\ n_z & o_z & a_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & o & a & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec3}$$

Donde **n**, **o**, **a**, es una terna ortonormal que representa la orientación y **p**, es un vector que representa la posición del efector final del robot.

Aplicando todo lo dicho anteriormente, la matriz de transformación homogénea permite describir la localización (posición y orientación) de su extremo con respecto a su base. Así, asociando a la base del robot un sistema de referencia fijo y al extremo un sistema de referencia que se mueva con él, cuyo origen se encuentre en el punto **p** y los vectores directores sean **n**, **o**, **a**, escogidos de modo que:

**a**: sea un vector en la dirección de aproximación del extremo del robot a su destino.

---

2. Antonio Barrientos. "Fundamentos de Robótica"

**o**: sea un vector perpendicular a **a** en el plano definido por la pinza del robot.

**n**: sea un vector que forme terna ortogonal con los dos anteriores.

Se tendrá que el extremo del robot quede perfectamente localizado por la matriz de transformación homogénea dada por la ecuación 3.

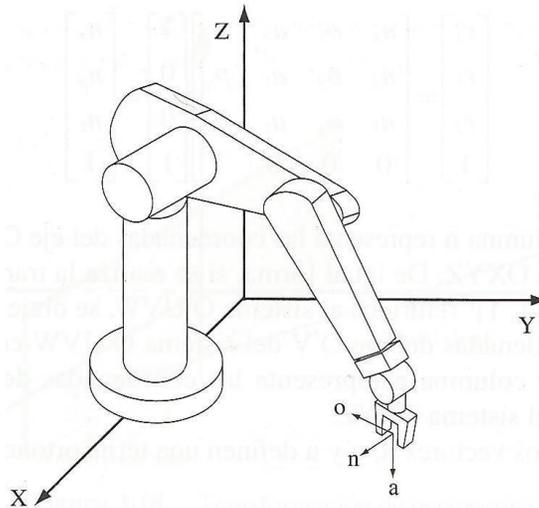


Figura 10. Definición de la matriz noap de la localización del extremo del robot.<sup>2</sup>

Traslación.

Supóngase que el sistema **A** únicamente se encuentra trasladado un vector **X**, ( $P_xi + P_yj + P_zk$ ), con respecto al sistema **B**. la matriz **T** entonces corresponderá a una matriz homogénea de translación, llamada también matriz básica de translación.

$$T(p) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & P_x \\ 0 & 1 & 0 & P_y \\ 0 & 0 & 1 & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ec4

---

2. Antonio Barrientos. "Fundamentos de Robótica"

### Rotación.

Ahora supóngase que el sistema **A** sólo se encuentra rotado con respecto al sistema **B**. la submatriz de rotación  $R_{3 \times 3}$  será la que defina este movimiento. De la rotación se pueden definir tres matrices homogéneas básicas de rotación, esto es dado, según el eje coordenado **X**, **Y**, o **Z** en el cual realice el movimiento.

$$Rot_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\text{sen}(\alpha) & 0 \\ 0 & \text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec5}$$

$$Rot_y(\phi) = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & 0 & \text{sen}(\phi) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\text{sen}(\phi) & 0 & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec6}$$

$$Rot_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) & 0 & 0 \\ \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec7}$$

De esta forma, se logra encontrar una transformación más compleja que nos ayuda a determinar consecutivamente giros básicos y traslaciones.

Un ejemplo es que si se tiene un giro de un ángulo  $\theta$  en **Z**, seguido de un giro de ángulo  $\phi$  en **Y**, y de un giro de ángulo  $\alpha$  sobre **X** con respecto a un sistema fijo puede obtenerse una matriz a partir de una composición de matrices básicas de rotación como la que se observa en la ecuación 8:



$$T = Rot_z(\theta) * Rot_y(\phi) * Rot_x(\alpha) = \begin{bmatrix} C(\theta) & -S(\theta) & 0 & 0 \\ S(\theta) & C(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} C(\phi) & 0 & S(\phi) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S(\phi) & 0 & C(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C(\alpha) & -S(\alpha) & 0 \\ 0 & S(\alpha) & C(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ec8

En donde:  $C = \cos$ ,  $S = \text{sen}$ . Al realizar las multiplicaciones respectivas entre estas matrices se obtiene la siguiente ecuación 9:

$$T = \begin{bmatrix} C(\phi) * S(\theta) & -S(\theta) * C(\alpha) + C(\theta) * S(\phi) * S(\alpha) & S(\theta) * S(\alpha) + C(\theta) * S(\phi) * C(\alpha) & 0 \\ S(\theta) * C(\phi) & C(\theta) * C(\alpha) + S(\theta) * S(\phi) * S(\alpha) & -C(\theta) * S(\alpha) + S(\theta) * S(\phi) * C(\alpha) & 0 \\ -S(\phi) & C(\phi) * S(\alpha) & C(\alpha) * C(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ec9

En la ecuación 9 se obtiene como resultado la rotación de un sistema con respecto a otro en los ejes coordenados **Z**, **Y**, y **X** respectivamente. Debido a que el producto de matrices no es conmutativo, tampoco lo es la composición de transformaciones. Si se invierte el orden de la aplicación de las transformaciones, el resultado es diferente. Con esta representación lo único que se puede obtener es la orientación de un sistema de referencia por lo tanto se pueden utilizar solo las matrices de rotación. A este método se le conoce como **Ángulos de Euler**.

### 8.1.2 Problema cinemático directo.

La solución del problema cinemático directo permite conocer cuál es la posición y la orientación que adopta el extremo del robot cuando cada una de las variables que posicionan al robot toma valores determinados. La cinemática directa es utilizada entre otros fines para presentar información al usuario sobre la localización del efector final del robot.



La obtención del modelo cinemático directo puede ser determinado mediante dos métodos diferentes, el método geométrico y métodos basados en cambios de sistemas de referencia. Los métodos geométricos son adecuados para casos simples, pero al no ser sistemáticos su aplicación queda limitada a robots con pocos grados de libertad. Los métodos basados en cambios de sistemas de referencias permiten abordar la obtención de la cinemática directa para  $n$  grados de libertad siendo este método el más usado frecuentemente, y aún más para los sistemas que usan matrices de transformación homogéneas [1].

#### **8.1.2.1 Resolución del problema cinemático directo mediante matrices de transformación homogénea.**

Este método es uno de los más utilizados en la robótica y utiliza fundamentalmente, el álgebra vectorial y matricial para representar y describir la localización de un objeto en el espacio tridimensional con respecto a un sistema de referencia fijo. Dado que un robot es considerado una cadena cinemática formada por eslabones unidos entre sí, se puede establecer un sistema de referencia fijo ubicado en la base del robot y describir la localización de los eslabones con respecto al sistema fijo en la base del robot.

De esta forma la cinemática directa se reduce a encontrar una matriz de transformación homogénea  $\mathbf{T}$ , que relacione la posición y orientación del extremo del robot con respecto al sistema de referencia fijo. Esta matriz será función de las coordenadas articulares [1].

En general un robot está formado por  $n$  eslabones unidos por  $n$  articulaciones, de forma que cada articulación-eslabón constituye un grado de libertad. Esto se hace con el fin de que a cada eslabón se le asocie un sistema de referencia, y utilizando las transformaciones homogéneas sea posible representar las rotaciones y traslaciones relativas entre los distintos eslabones que componen el robot.



Normalmente, la matriz de transformación homogénea que representa la posición y la orientación relativa entre los sistemas asociados a dos eslabones consecutivos del robot se le suele denominar  ${}^{i-1}A_i$  [1]. Así entonces  ${}^0A_1$  describe la posición y la orientación del sistema de referencia solidario al primer eslabón con respecto al sistema de referencia solidario a la base,  ${}^1A_2$  describirá entonces la posición y la orientación del segundo eslabón con respecto al primero, etc. [1].

De esta misma manera, denominando  ${}^0A_k$  a las matrices resultantes del producto de matrices  ${}^{i-1}A_i$  con  $i$  desde 1 hasta  $k$ , se puede representar de forma total o parcial la cadena cinemática que forma al robot. Dicho de este modo entonces, la posición y orientación del sistema solidario con el segundo eslabón del robot con respecto al sistema de coordenadas base se puede expresar mediante la matriz  ${}^0A_2$ .

$${}^0A_2 = {}^0A_1 * {}^1A_2 \quad \text{Ec10}$$

De manera análoga la matriz  ${}^0A_3$  representara la localización del sistema del tercer eslabón:

$${}^0A_3 = {}^0A_1 * {}^1A_2 * {}^2A_3 \quad \text{Ec11}$$

Cuando se consideran todos los grados de libertad, a la matriz  ${}^0A_n$  se le suele denominar **T**. Así, dado un robot de seis grados de libertad, se tiene que la posición y orientación del eslabón final vendrá dadas por la matriz **T** [1]:

$$T = {}^0A_1 * {}^1A_2 * {}^2A_3 * {}^3A_4 * {}^4A_5 * {}^5A_6 \quad \text{Ec12}$$

Cada una de las matrices  ${}^{i-1}A_i$  representa el cambio de base que permite pasar del sistema asociado al eslabón  $i-1$  al asociado al eslabón  $i$ . Esta matriz



dependerá de constantes geométricas propias del eslabón y del grado de libertad  $q_i$ . Por lo tanto la matriz  $\mathbf{T}$  podrá escribirse como:

$$T(q_1 \cdots q_n) = {}^0A_1(q_1) * {}^1A_2(q_2) \cdots * {}^{n-1}A_n(q_n) \quad \text{Ec13}$$

Resultando que la relación entre el sistema de coordenadas de la base y del extremo del robot queda definida por una matriz de transformación homogénea  $\mathbf{T}$  función de las coordenadas articulares, que debe hacerse coincidir con la matriz de transformación (*noap*) correspondiente a la localización en la que se desea posicionar el robot. De esta igualdad se obtiene la solución al problema cinemático directo.

Ya se conoce como relacionar a un robot, iniciando por la base y llegando al efector final. Lo que es necesario ahora es encontrar las matrices correspondientes a cada eslabón del robot. Para encontrar estas matrices es necesario conocer su geometría, pero no solo con la geometría será posible establecer estas matrices. A continuación se presentará un algoritmo para definir estas matrices correctamente.

### 8.1.2.2 Algoritmo de Denavit Hartenberg para la obtención del modelo cinemático directo.

Denavit y Hartenberg propusieron en 1955 un modelo matricial que establece la localización que debe tomar cada sistema de coordenadas ligado a cada eslabón  $i$  de una cadena articulada, para poder sistematizar la obtención de las ecuaciones cinemáticas de la cadena completa. Escogiendo los sistemas de coordenadas asociados cada eslabón según la representación propuesta por D-H, será posible pasar de uno al siguiente mediante cuatro transformaciones básicas que dependen exclusivamente de las características geométricas del eslabón [1].



Hay que hacer notar que si bien en general una matriz de transformación homogénea queda definida por seis grados de libertad, el método Denavit-Hartenberg, permite en eslabones rígidos, reducir este a cuatro con la correcta elección de los sistemas de coordenadas. Estas cuatro transformaciones básicas consisten en una sucesión de rotaciones y traslaciones que permiten relacionar al sistema de referencia del elemento  $i - 1$  con el sistema del elemento  $i$ . Las transformaciones en cuestión son las siguientes:

1. Rotación alrededor del eje  $Z_{i-1}$  un ángulo  $\theta_i$ .
2. Traslación a lo largo del eje  $Z_{i-1}$  una distancia  $d_i$ ; vector  $d_i(0,0,d_i)$ .
3. Traslación a lo largo del eje  $X_i$  una distancia  $a_i$ ; vector  $a_i(a_i,0,0)$ .
4. Rotación alrededor del eje  $X_i$  un ángulo  $\alpha_i$ .

Donde las transformaciones se refieren al sistema móvil.

Dado que el producto de las matrices no es conmutativo, las transformaciones se han de realizar en el orden indicado. De este modo se tiene que:

$${}^{i-1}A_i = Rot_z(\theta_i) * T(0,0,d_i) * T(a_i,0,0) * Rot_x(\alpha_i) \quad \text{Ec14}$$

Y realizando el producto el producto de las matrices se obtiene que [1]:

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} C(\theta_i) & -S(\theta_i) & 0 & 0 \\ S(\theta_i) & C(\theta_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C(\alpha_i) & -S(\alpha_i) & 0 \\ 0 & S(\alpha_i) & C(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} C(\theta_i) & -C(\alpha_i)*S(\theta_i) & S(\alpha_i)*S(\theta_i) & a_i * C(\theta_i) \\ S(\theta_i) & C(\alpha_i * C(\theta_i)) & -S(\alpha_i) * C(\theta_i) & a_i * S(\theta_i) \\ 0 & S(\alpha_i) & C(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec15}$$



Donde  $\theta_i$ ,  $d_i$ ,  $a_i$ ,  $\alpha_i$  son los parámetros D-H del eslabón  $i$ . De este modo, basta con identificar estos parámetros para obtener las matrices  ${}^{i-1}A_i$  y relacionar así todos y cada uno de los eslabones del robot.

Como se ha dicho anteriormente para que la matriz  ${}^{i-1}A_i$ , relacione los sistemas coordenados  $i - 1$  con  $i$ , es necesario que los sistemas se hallan escogido a unas determinadas normas. Estas normas junto con la definición de los cuatro parámetros de Denavit Hartenberg, conforman el siguiente algoritmo para la resolución del problema cinemático directo:

**DH1.** Numerar los eslabones comenzando con 1 (primer eslabón móvil de la cadena) y acabando con  $n$  (último eslabón móvil). Se debe enumerar como eslabón 0 a la base fija del robot. La base fija del robot será 0 y el último eslabón móvil será el  $n$ .

**DH2.** Numerar cada articulación comenzando por 1 (la correspondiente al primer grado de libertad) y acabando en  $n$ . Utilizar  $q$  si la articulación es rotacional y  $d$  si es prismática.

**DH3.** Localizar el eje de cada articulación. Si esta es rotativa el eje será su propio eje de giro. Si es prismática será el eje a lo largo del cual se produce el desplazamiento.

**DH4.** Para  $i$  de 0 a  $n - 1$  situar el eje  $Z_i$  sobre el eje de articulación  $i + 1$ .

**DH5.** Situar el origen de sistema de la base  $\{S_0\}$  en cualquier punto del eje  $Z_0$ . Los ejes  $X_0$  y  $Y_0$  se situaran de modo que formen un sistema dextrógiro con  $Z_0$ .

**DH6.** Para  $i$  de 1 a  $n - 1$ , situar el origen del sistema  $\{S_i\}$  (solidario al eslabón  $i$ ) en la intersección del eje  $Z_i$  con la línea normal común a  $Z_{i-1}$  y  $Z_i$ . Si ambos ejes



se cortasen se situaría  $S_i$  en el punto de corte. Si fuesen paralelos  $\{S_i\}$  se situaría en la articulación  $i + 1$ .

**DH7.** Situar  $X_i$  en la línea normal común a  $Z_{i-1}$  y  $Z_i$ .

**DH8.** Situar  $Y_i$  de modo que se forme un sistema dextrógiro con  $X_i$  y  $Z_i$ .

**DH9.** Situar el sistema  $\{S_n\}$  en el extremo del robot de modo que  $Z_n$  coincida con la dirección de  $Z_{n-1}$  y  $X_n$  sea normal a  $Z_{n-1}$  y  $Z_n$ .

**DH10.** Obtener  $\theta_i$  como el ángulo que hay que girar en torno a  $Z_{i-1}$  para que  $X_{i-1}$  y  $X_i$  queden paralelos.

**DH11.** Obtener  $d_i$  como la distancia, medida a lo largo de  $Z_{i-1}$ , que habría que desplazar  $\{S_{i-1}\}$  para que  $X_i$  y  $X_{i-1}$  quedasen alineados.

**DH12.** Obtener  $a_i$  como la distancia medida a lo largo de  $X_i$  (que ahora coincidirá con  $X_{i-1}$ ) que habría que desplazar al nuevo  $\{S_{i-1}\}$  para que su origen coincida con  $S_i$ .

**DH13.** Obtener  $\alpha_i$  como el ángulo que habría que girar en torno a  $X_i$ , para que el nuevo  $\{S_{i-1}\}$  coincidiese totalmente con  $S_i$ .

**DH14.** Obtener las matrices de transformación  ${}^{i-1}A_i$  (definidas en  $Ec_{15}$ ).

**DH15.** Obtener la matriz de transformación que relaciona el sistema de la base con el del extremo del robot  $T = {}^0A_1 * {}^1A_2 * \dots * {}^{n-1}A_n$ .



**DH16.** La matriz  $T$  define la orientación (submatriz de rotación) y posición (submatriz de traslación) del extremo referido a la base, en función de las  $n$  coordenadas articulares.

Los cuatro parámetros de D-H  $(\theta_i, d_i, a_i, \alpha_i)$  dependen únicamente de las características geométricas de cada eslabón y de las articulaciones que le unen con el anterior y el siguiente. En concreto estos representan [1]:

$\theta_i$ : Es el ángulo que forman los ejes  $X_{i-1}$  y  $X_i$ , medido en un plano perpendicular al eje  $Z_{i-1}$ , utilizando la regla de la mano derecha. Se trata de un parámetro variable en articulaciones giratorias.

$d_i$ : Es la distancia a lo largo del eje  $Z_{i-1}$  desde el origen del sistema de coordenadas  $(i-1)$ -ésimo hasta la intersección del eje  $Z_{i-1}$  con el eje  $X_i$ . Se trata de un parámetro variable en articulaciones prismáticas.

$a_i$ : Es la distancia a lo largo del eje  $X_i$  que va desde la intersección del eje  $Z_{i-1}$  con el eje  $X_i$  hasta el origen del sistema  $i$ -ésimo, en el caso de articulaciones giratorias. En el caso de articulaciones prismáticas, se calcula como la distancia más corta entre los ejes  $Z_{i-1}$  y  $Z_i$ .

$\alpha_i$ : Es el ángulo de separación del eje  $Z_{i-1}$  y el eje  $Z_i$ , medido en un plano perpendicular al eje  $X_i$ , utilizando la regla de la mano derecha.

Una vez obtenidos los parámetros D-H, el cálculo de las relaciones entre los eslabones consecutivos del robot es inmediato, ya que vienen dadas por las matrices  ${}^{i-1}A_i$ , que se calculan según la expresión general de la  $Ec_{15}$ . Las relaciones entre varios eslabones consecutivos dos a dos vienen dadas por las matrices  $T$  que, como ya se comentó anteriormente, se obtienen como el producto



de un conjunto de matrices [1]. Obtenida la matriz  $\mathbf{T}$ , ésta expresara la orientación (submatriz (3X3) de rotación) y posición (submatriz (3X1) de traslación) del extremo del robot en función de sus coordenadas articulares, con lo que quedara resuelto el problema cinemático directo [1].

### 8.1.3 Problema cinemático inverso.

El objetivo del problema cinemático inverso consiste en encontrar los valores que deben adoptar las coordenadas articulares del robot para que su extremo se posicione y se oriente según una determinada localización espacial.

Así cómo es posible abordar el problema cinemático directo de una manera sistemática a partir de la utilización de matrices de transformación homogénea, e independientemente de la configuración del robot, no ocurre lo mismo con el problema cinemático inverso, siendo el procedimiento de obtención de las ecuaciones fuertemente dependiente de la configuración del robot [1].

Se han desarrollado algunos procedimientos genéricos susceptibles; (capas de recibir modificación) de ser programados, de modo que un computador pueda, a partir del conocimiento de la cinemática del robot (con sus parámetros D-H) obtener la n-upla de valores articulares que posicionan y orientan su extremo. El inconveniente de estos procedimientos es que se trata de métodos numéricos iterativos, cuya velocidad de convergencia no está siempre garantizada.

A la hora de resolver este problema cinemático inverso es mucho más adecuado encontrar una solución cerrada. Esto quiere decir, encontrar una relación matemática explícita de la forma:

$$q_k = f_k(x, y, z, \phi, \theta, \psi) \quad \text{Ec16}$$

$$k = 1..n \text{ (GDL)} \quad \text{Ec17}$$



Este tipo de solución presenta, entre otras, las siguientes ventajas:

1. En muchas aplicaciones, el problema cinemático inverso ha de resolverse en tiempo real (por ejemplo, en el seguimiento de una determinada trayectoria). Una solución de tipo iterativo no garantiza tener la solución en el momento adecuado [1].
2. Al contrario de lo que ocurriría en el problema cinemático directo, con cierta frecuencia la solución del problema cinemático no es única; existiendo diferentes n-uplas  $[q_1, \dots, q_n]^T$  que posicionan y orientan el extremo del robot del mismo modo. En estos casos una solución cerrada permite incluir determinadas reglas o restricciones que aseguren que la solución obtenida sea la más adecuada de entre las posibles (por ejemplo, límites en los recorridos articulares) [1].

No obstante a pesar de las dificultades comentadas, la mayor parte de los robots poseen cinemáticas relativamente simples que facilitan en cierta medida la resolución de su problema cinemático inverso. Por ejemplo si se consideran solo los tres primeros grados de libertad de muchos robots, estos tienen una estructura planar, esto es, los tres primeros elementos quedan contenidos en un plano. Estas circunstancias facilitan la resolución del problema. Así mismo, en muchos robots la circunstancia de que los tres últimos grados de libertad, dedicados a orientar el extremo del robot, corresponden a giros sobre ejes que se cortan en un punto. Nuevamente esta situación facilita el cálculo de la n-upla correspondiente a la posición y orientación deseadas. Los métodos geométricos permiten, normalmente, obtener los valores de las primeras variables articulares que son la que consiguen posicionar el robot. Para ello se utilizan relaciones trigonométricas y geométricas sobre los elementos del robot [1].



Como alternativa para resolver el mismo problema se puede recurrir a manipular directamente las ecuaciones correspondientes al problema cinemático directo. Es decir, puesto que este establece la relación:

$$\begin{bmatrix} n & o & a & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [t_{ij}] \quad \text{Ec18}$$

Donde los elementos  $t_{ij}$  son función de las coordenadas articulares  $[q_1, \dots, q_n]^T$ , es posible pensar que mediante ciertas combinaciones de las 12 ecuaciones planteadas en la Ec30 se puedan despejar las  $n$  variables articulares  $q_i$  en función de las componentes de los vectores **n**, **o**, **a** y **p**. debe considerarse que en general las 12 ecuaciones responden a ecuaciones trigonométricas acopladas cuya resolución no es trivial. Para facilitar esta solución se puede proceder de manera ordenada, despejando sucesivamente los grados de libertad.

### 8.1.3.1 Resolución del problema cinemático inverso a partir de matrices de transformación homogéneas.

En principio es posible tratar de obtener el modelo cinemático inverso de un robot a partir del conocimiento de su modelo directo. Es decir, suponiendo conocidas las relaciones que expresan el valor de la posición y orientación del extremo del robot en función de sus coordenadas articulares, obtener por manipulación de aquellas las relaciones inversas [1].

Sin embargo, en la práctica esta tarea no es trivial siendo en muchas ocasiones tan compleja que obliga a desecharla. El problema cinemático directo contiene en el caso de un robot de 6 GDL 12 ecuaciones, y se buscan solo 6 relaciones (una por cada GDL).

El primer paso a dar para resolver el problema cinemático inverso es obtener la matriz **T** que relaciona a la base del robot con el efector final.



$$T = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec19}$$

Obtenida la expresión de **T** en función de las coordenadas articulares  $(q_1, q_2, \dots, q_n)$  y supuesta una localización de destino para el extremo del robot definida por los vectores **n**, **o**, **a**, y **p** se podría intentar manipular directamente las 12 ecuaciones resultantes de **T** a fin de desperejar  $(q_1, q_2, \dots, q_n)$  en función de **n**, **o**, **a**, y **p**.

Es adecuado aplicar el siguiente procedimiento:

(Para 3 GDL)

Puesto que  $T = {}^0A_1 * {}^1A_2 * {}^2A_3 = {}^0A_3$  se tendrá entonces:

$$({}^0A_1)^{-1} * T = {}^1A_2 * {}^2A_3 \quad \text{Ec20}$$

$$({}^0A_1)^{-1} * ({}^1A_2)^{-1} * T = {}^2A_3 \quad \text{Ec21}$$

Puesto que  $T = \begin{bmatrix} n & o & a & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  es conocida, los miembros a la izquierda en las expresiones Ec20 y Ec21 son funciones de las variables articulares  $(q_1, \dots, q_k)$  mientras que los miembros de la derecha son de las variable articulares  $(q_{k+1}, \dots, q_n)$ . De este modo, la expresión de Ec20 se tendrá  $q_1$  aislado del resto de las variables articulares y tal vez sea posible obtener su valor sin ninguna complejidad. A su vez, una vez obtenida  $q_1$ , la segunda expresión Ec21 permitirá obtener el valor de  $q_2$  aislado con respecto a  $q_3$ . Por último, conocidos  $q_1$  y  $q_2$  se podrá obtener  $q_3$  de la expresión  $Ec_{18}$  sin excesiva dificultad [1].



Para poder aplicar este procedimiento, es necesario, obtener las inversas de las matrices  ${}^{i-1}A_i$ .

$$\begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z & -n^T p \\ o_x & o_y & o_z & -o^T p \\ a_x & a_y & a_z & -a^T p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec22}$$

$({}^0A_1)^{-1}$  Matriz inversa que relaciona el primer eslabón del robot con la base fija.

$({}^1A_2)^{-1}$  Matriz inversa que relaciona el segundo eslabón del robot con la base fija.

$({}^2A_3)^{-1}$  Matriz inversa que relación el tercer eslabón del robot con la base fija.

Establecidas estas relaciones se encuentran las 12 ecuaciones para cada articulación e interesan aquellas que expresan los ángulos de articulación en funciones constantes.

## 9 DESARROLLO Y EVALUACIÓN DEL PROYECTO

Este capítulo será dedicado a la descripción del diseño y de la construcción de todos elementos que conforman el prototipo de brazo robótico, con el fin de mostrar paso a paso como se logró obtener el prototipo funcional del brazo.

La construcción del prototipo de brazo robótico fue realizada y financiada por el estudiante tesista con recursos propios.

El diseño de este prototipo se realizó para cumplir los objetivos propuestos en este trabajo de grado.



## 9.1 Diseño preliminar.

### ➤ Prototipo # 1.

Este modelo se diseñó en el software Solid Edge V18, con el fin de cumplir con las necesidades del proyecto pero que a su vez fuera económico y versátil a la hora de su operación. Con este diseño se buscaba vacunar al animal sin ninguna dificultad ni complejidad, aunque no se tuvieron en cuenta los actuadores, sirvió como un punto de partida para realizar el diseño funcional. Con este diseño se logró definir el material, el cual sería acrílico. Con esta decisión se procede a realizar un diseño nuevo con menos complejidad al momento de su fabricación.

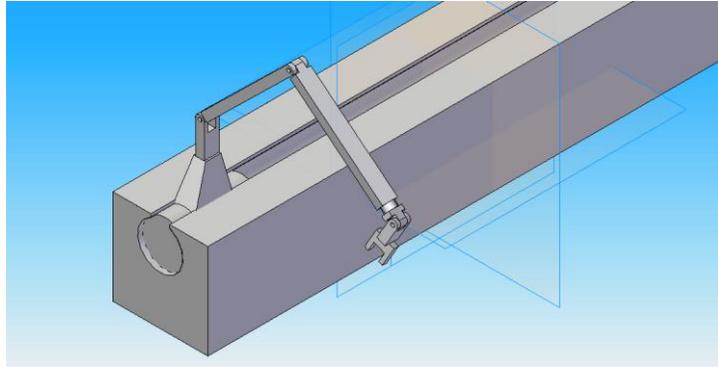


Figura 11. Primer diseño prototipo brazo robótico. <sup>3</sup>

### ➤ Prototipo # 2.

El cambio que se realizó en este diseño fue la base, ya que el en prototipo # 1 era muy complejo al momento de fabricarlo y se podrían producir movimientos no deseados como rotaciones en la base del robot. Con este diseño nuevo, además de tener el material que se definió como acrílico, se logró definir el movimiento principal del primer eslabón haciéndolo con una correa de tiempo y con sus respectivas poleas, haciendo una construcción más simple y más eficiente.

---

3. Fuente autor del proyecto

En este paso del diseño se buscaron los actuadores, los cuales se definieron como servomotores haciendo que el prototipo # 2 cambiara al prototipo # 3.

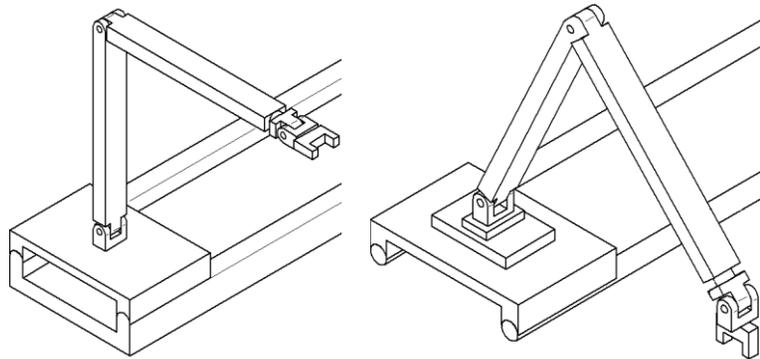


Figura 12. Segundo diseño prototipo brazo robótico. <sup>3</sup>

### ➤ Prototipo # 3.

Para este diseño se utilizó el software SolidWorks y se tuvieron en cuenta los servomotores que se utilizaron, con sus respectivos acondicionadores y poleas. Este diseño se realizó partiendo del primer prototipo pero se diseñó todo completamente por el tesista, se colocaron rodamientos lineales tipo A y para estos se diseñaron las chumaceras y se construyeron en aluminio 6063 con tratamiento térmico T5.

---

3. Fuente autor del proyecto

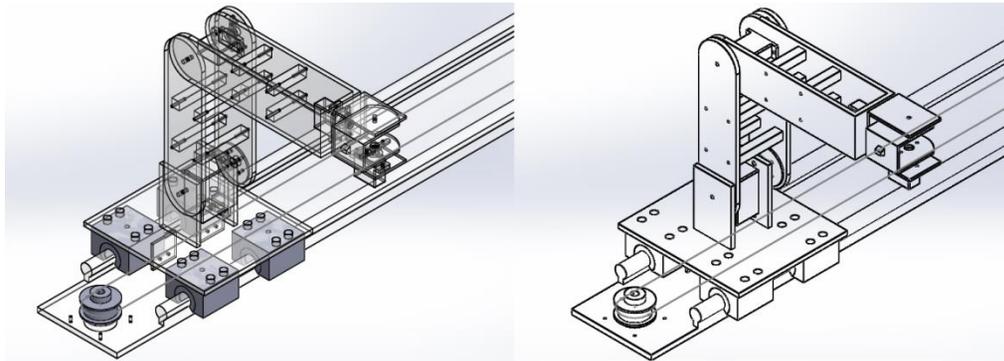


Figura 13. Tercer diseño prototipo brazo robótico. <sup>3</sup>

### 9.1.1 Selección de actuadores.

Para la selección de los servomotores lo primero que se debe tener en cuenta es, que un brazo robótico se comporta igual que uno humano, por este motivo las articulaciones del mismo están limitadas, es decir, que ninguna tiene una rotación completa. Esta circunstancia hace que lo primero que se selecciona sean los actuadores y para esta ocasión se utilizan servomotores estándar, ya que estos solo poseen una rotación de 180 grados haciendo que la búsqueda sea más limitada.

El segundo parámetro que se debe tener en cuenta es el peso de cada articulación. Para esto los fabricantes de acrílico utilizan una sencilla ecuación:

$$\text{Peso}(gr) = \text{Ancho}(cm) * \text{Largo}(cm) * \text{Espesor}(mm) * 0,1312 \quad \text{Ec23}$$

Esta ecuación solo sirve para acrílico sin ningún tipo de agujero, es decir la pieza cortada en forma rectangular. Este prototipo se pesó una vez realizados los agujeros respectivos obteniendo los siguientes pesos por eslabón (solo el acrílico):

---

3. Fuente autor del proyecto

Numero de Eslabón	Masa calculada con ecuación sin agujeros (Kg)	Masa calculada con agujeros (Kg)
Base del prototipo	0,86242	0,7867
Eslabón 1	0,10605	0,09043
Eslabón 2	0,08397	0,07250
Eslabón 3	0,08242	0,07130
Eslabón 4	0,01160	0,009474
Eslabón 5	0,01105	0,008830

Tabla 10. Pesos por eslabón de solo acrílico con los agujeros respectivos. <sup>3</sup>

Con estos pesos ya conocidos, se procede a calcular los torques necesarios para cada articulación, con el fin de tener un punto de partida para la selección de los actuadores que serán los óptimos para su funcionamiento.

Para calcular los torques se debe posicionar el prototipo de brazo robótico de una forma muy crítica, esta se consigue estirando el brazo y dejando que actúe la fuerza de gravedad sobre él, posteriormente se ubican las fuerzas que actúan, como se observa en la figura 14 donde:

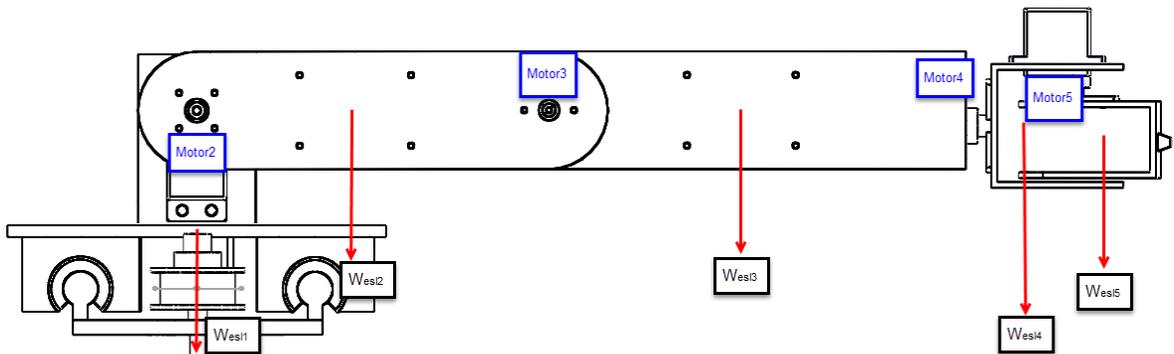


Figura 14. Plano lateral del prototipo de brazo robótico con distribución de fuerzas. <sup>3</sup>

$W_{esl1}$ , es el peso del eslabón 1,  $W_{esl2}$ , es el peso del eslabón 2,  $W_{esl3}$ , es el peso del eslabón 3,  $W_{esl4}$ , es el peso del eslabón 4 y  $W_{esl5}$ , es el peso del eslabón 5.

$$\text{Torque} = (\text{Fuerza} * \text{Distancia Perpendicular al eje del motor}) \quad \text{Ec24}$$

$$T2 = W_{esl2} * \text{distancia de la fuerza 2 al punto de referencia origen} \quad \text{Ec25}$$

$$T3 = W_{esl3} * \text{distancia de la fuerza 3 al punto de referencia origen} \quad \text{Ec26}$$

$$T4 = W_{esl4} * \text{distancia de la fuerza 4 al punto de referencia origen} \quad \text{Ec27}$$

$$T5 = W_{esl5} * \text{distancia de la fuerza 5 al punto de referencia origen} \quad \text{Ec28}$$

Para ser un poco más acertado en el cálculo de los torques se incluirán los momentos de inercia que provocan los pesos de cada eslabón con respecto a un eje de referencia u origen. Para encontrar los momentos de inercia se aplica el teorema de ejes paralelos para cuerpos delgados [8], teniendo en cuenta que el prototipo de brazo robótico está formado por placas delgadas de acrílico. Se toma como punto de partida una placa de las ya mencionadas, en donde el punto de referencia se fija en un extremo y se hace coincidir con el eje del motor. Teniendo en cuenta lo dicho anteriormente se tiene que:

$$I_{P2} = I_{cm2} + M_{esl2} * (d^2) \quad \text{Ec29}$$

$$I_{P3} = I_{cm3} + M_{esl3} * (d^2) \quad \text{Ec30}$$

$$I_{P4} = I_{cm4} + M_{esl4} * (d^2) \quad \text{Ec31}$$

$$I_{P5} = I_{cm5} + M_{esl5} * (d^2) \quad \text{Ec32}$$

Donde  $I_p$  es el momento de inercia en el punto de origen,  $I_{cm}$  es el momento de inercia en el centro de masa del eslabón,  $M$  es la masa del eslabón y  $d$  es la distancia entre ejes del punto de análisis y el centro de masa del eslabón.

---

3. Fuente autor del proyecto

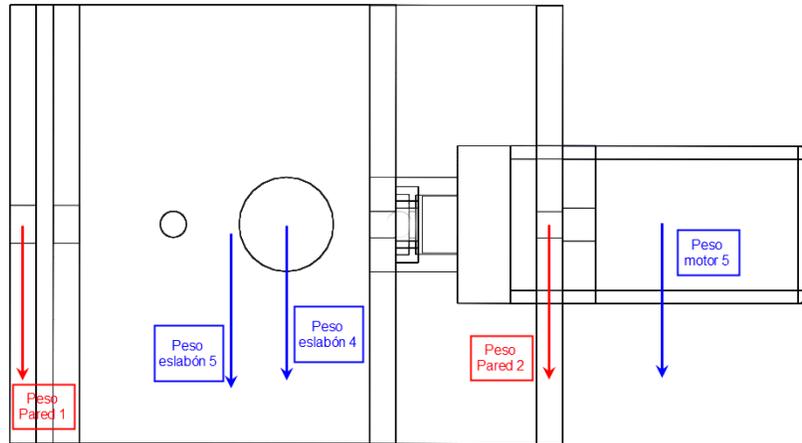


$$\mathbf{ToqueMotor2} = (T_2 + I_{p2}) + (T_3 + I_{p3}) + (T_4 + I_{p4}) + (T_5 + I_{p5}) = T_2 \quad \mathbf{Ec33}$$

Para el torque3 se aplica la Ec33 pero teniendo en cuenta la distancia correspondiente del centro de masa del eslabón a su punto de origen analizado.

$$\mathbf{ToqueMotor3} = (T_3 + I_{p3}) + (T_4 + I_{p4}) + (T_5 + I_{p5}) \quad \mathbf{Ec34}$$

Para el torque del motor 4 las fuerzas que actúan en la figura 27, están flexionando los ejes de los motores, por lo tanto para encontrar los torque se debe hacer un análisis perpendicular a cada eje de motor de la muñeca del prototipo de brazo robótico como se muestra en la figura 15.



**Figura 15. Eslabón 4 y 5 con distribución de fuerzas aplicadas. <sup>3</sup>**

$$\mathbf{ToqueMotor4} = (-\text{Peso pared 1} * \text{distancia al centro de masa}) - (\text{masa pared 1} * \text{distancia al centro de masa}^2) - (\text{Peso eslabón 5} * \text{distancia al centro de masa}) - (\text{masa eslabón 5}^2 * \text{distancia al centro de masa}^2 + \text{Peso pared 2} * \text{distancia al centro de masa}) + (\text{masa pared 2} * \text{distancia al centro de masa}^2) \quad \mathbf{Ec35}$$

<sup>3</sup>. Fuente autor del proyecto

$$\text{ToqueMotor5} = (T5 + I_{P5})$$

Ec36

Para tener la certeza de que los actuadores que se seleccionaran soporten el peso total del prototipo de brazo robótico se tiene en cuenta un factor de seguridad de 2, obteniendo los siguientes valores calculados de torques incluyendo los pesos de los motores en su respectivo eslabón.

<b>Calculo de torques prototipo de brazo robótico teniendo en cuenta los actuadores en las articulaciones</b>		
	<b>Nm</b>	<b>Kgf-Cm</b>
Torque Motor 1	0,041	0,4182
Torque Motor 2	0,52854	5,391
Torque Motor 3	0,191	1,948
Torque Motor 4	0,00873	0,09
Torque Motor 5	0,002138	0,022

Tabla 11. Calculo de torques prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>

Con estos valores se procede a seleccionar los actuadores que formaran parte del prototipo. Los servomotores seleccionados son TowerPro, una marca muy comercial y económica aunque no de mucha variedad (Anexo A).

---

3. Fuente autor del proyecto



Servomotores seleccionados y sus especificaciones			
Referencia servomotor	Masa (Kg)	Torque Min (Kgf-cm)	Torque Max (Kgf-cm)
SG-5010 (Motor 2)	0,047	5,5	6,5
MG-90S (Motor3)	0,0134	1,8	2,2
SG-90 (Motor 4)	0,009	1,8	.....
SG-90 (Motor 4)	0,009	1,8	.....

Tabla 12. Selección de servomotores para el prototipo de brazo robótico.<sup>3</sup>

El último torque que se calculó es el del primer eslabón, ya que para éste es necesario conocer el peso total del prototipo; entre otras variables, para realizar el análisis correspondiente.

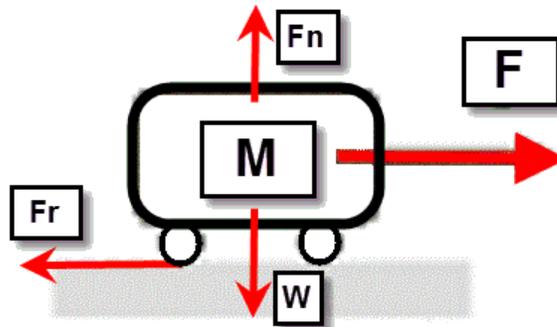


Figura 16. Diagrama de cuerpo libre del prototipo.<sup>3</sup>

El primer eslabón está conectado al motor por medio de una correa de tiempo que es la encargada de transmitir el movimiento hacia el prototipo de brazo robótico. En la figura 16 se observan las fuerzas que actúan sobre el prototipo, las cuales serán calculadas a continuación.

3. Fuente autor del proyecto

$$F = F_R \quad \text{Ec37}$$

$$F_R = \mu * F_n \quad \text{Ec38}$$

$$F_n = W \quad \text{Ec39}$$

Donde,  $F$  es la fuerza necesaria para mover el prototipo,  $F_R$  es la fuerza de rozamiento,  $\mu$  es el coeficiente de rozamiento del acero sobre el acrílico sin lubricar,  $F_n$  es la fuerza normal y  $W$  es el peso del prototipo.

Numero de Eslabón	Masa calculada con agujeros (Kg)	Peso (N)
Rodamientos (4)	0,1600	1,570
Chumaceras (4)	0,2394	2,349
Eslabón 1	0,09043	0,887
Eslabón 2	0,07250	0,711
Eslabón 3	0,07130	0,699
Eslabón 4	0,009474	0,093
Eslabón 5	0,008830	0,087
Motores	0,078400	0,769
<b>Peso Total</b>	<b>0,730354</b>	<b>7,165</b>

Tabla 13. Pesos por eslabón y peso total del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>

$$F_n = 7,165 \text{ N}$$

$\mu = 0,45$  Coeficiente de rozamiento del acero sobre el acrílico sin utilizar ningún tipo de lubricante (Tablas en el Anexo B).

$$F_R = 0,45 * 7,165 \text{ N} = 3,2242 \text{ N}$$



$$F = 3,2242 N$$

$$\text{Torque}_{\text{Motor 1}} = F * \text{Radio}_{\text{Polea Motriz}}$$

$$\text{Torque}_{\text{Motor 1}} = 3,2242 N * (0,0127 m) = 0,041 Nm = 0,4182 Kg.Cm$$

Este torque disminuye notablemente al lubricar las superficies en contacto esto hace que el coeficiente de rozamiento sea mucho más bajo.

$\mu = 0,001$  y  $0,0025$  Coeficiente de rozamiento del acero sobre el acrílico utilizando lubricante (Tablas en el Anexo C).

Recalculando el torque, utilizando el nuevo coeficiente de rozamiento se tiene como resultado:

$$F_R = 0,0025 * 7,165 N = 0,0179 N$$

$$F = 0,0179 N$$

$$\text{Torque}_{\text{Motor 1}} = 0,0179 N * (0,0127 m) = 0,0002273 Nm = 0,002319 Kg.Cm$$

<b>Motor seleccionado para el primer eslabón y su especificaciones</b>			
<b>Referencia del motor</b>	<b>Masa (Kg)</b>	<b>Torque (N.Cm)</b>	<b>Torque (Kg.Cm)</b>
Stepper Motor 17HS4401	0,28	2,2	0,2244

Tabla 14. Referencia del motor para mover el prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>

---

3. Fuente autor del proyecto



## 9.2 Estructura principal del robot.

Todos los componentes que forman parte del prototipo de brazo robótico se pueden observar en la figura 17. Cada uno de ellos será descrito en este capítulo. Si se desean conocer medidas exactas del prototipo y su construcción, se pueden observar en el Anexo D, donde se encontraran los planos.



Figura 17. Componentes prototipo brazo robótico. <sup>3</sup>

### 9.2.1 Base prototipo de brazo robótico.

La base del prototipo de brazo robótico, al igual que la gran parte del mismo robot, se elaboró en acrílico comercial pensando primero en su costo, y también en sus propiedades al momento de trabajar con él. Este material es inerte a muchas sustancias y su resistencia a la intemperie es muy buena, lo que lo hace idóneo para usarlo en aplicaciones al aire libre. Se quiso que fuera de fácil fabricación de bajo costo y ligero, y con el acrílico se logra obtener lo necesario, gracias a que sus propiedades lo permiten (**Densidad** = 1200 Kg/m<sup>3</sup>, **Resistencia a la flexión:** 93 Mpa) como se puede apreciar en la figura 18.

---

3. Fuente autor del proyecto

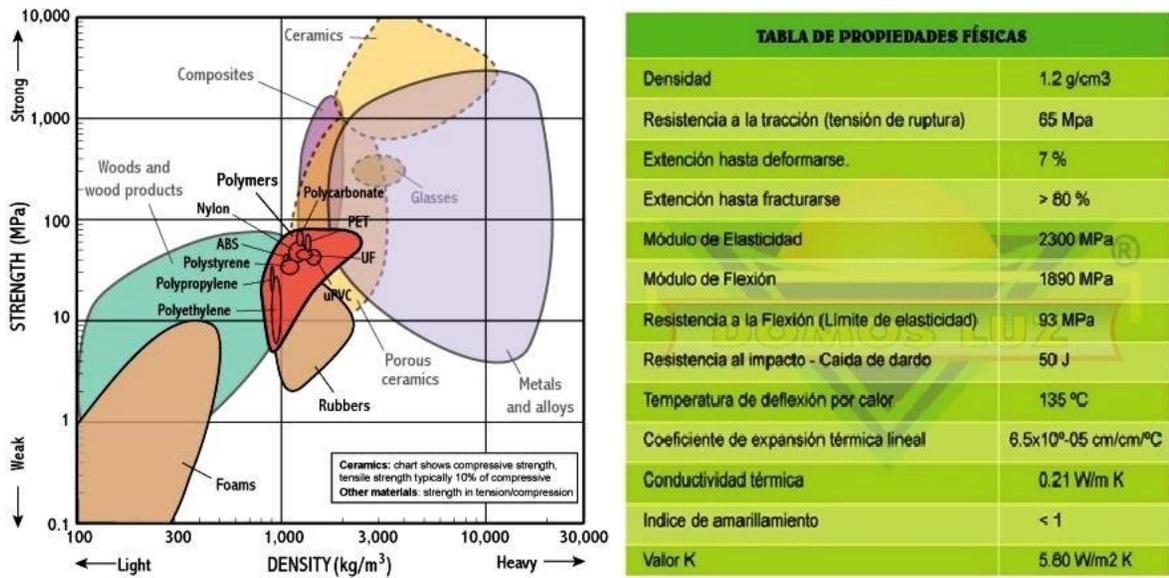


Figura 18. Gráfico resistencia Vs densidad del acrílico. <sup>3</sup>

La base del prototipo posee 3 soportes acondicionados, para darle un poco de altura a la base, y que el motor utilizado para mover el primer eslabón quedara bien posicionado. La base fue pegada con cloruro de metileno y con una jeringa para dosificar la solución y utilizando prensas para madera de 9 pulgadas en su abertura. Los planos estarán en el Anexo D.

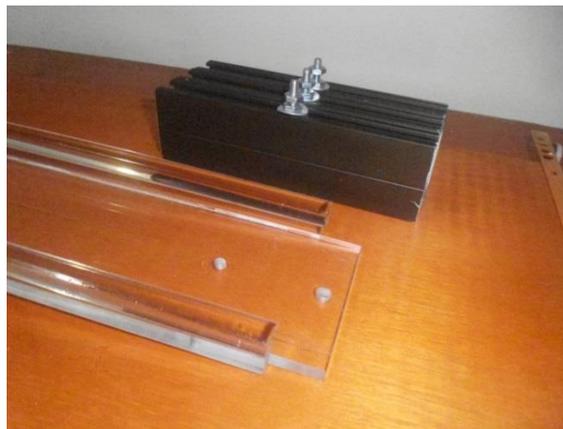


Figura 19. Soportes y base del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>

### 9.2.2 Eslabones del prototipo de brazo robótico.

El primer eslabón se diseñó completamente en el software Solid Works v2013 al igual que todo el robot, una vez hecho esto se pasaron los planos a un software llamado Corel Draw, en el cual solo fue necesario tener los planos en 2D, para posteriormente realizar su división en una máquina de corte láser. Para realizar este eslabón se tuvieron en cuenta todas sus partes, como son los rodamientos lineales tipo A (catalogo en el Anexo E), y el diseño respectivo de los soportes para rodamientos, diseñados y elaborados en aluminio 6063 T5. Este eslabón fue diseñado para cumplir con los requerimientos del prototipo de brazo robótico.



Figura 20. Chumacera con rodamiento lineal tipo A. <sup>3</sup>

Las chumaceras fueron maquinadas en su totalidad a mano en una fresadora universal y se dispuso de un agujero en el medio para ubicar un prisionero de 5/32 x 1/4 de pulgada. Las demás partes que conforman este eslabón son de acrílico y por lo tanto son pegadas con cloruro de metileno, además se dispone de una correa de tiempo 770 XL 037 (catalogo en el Anexo F), que es sujeta a 2 pestañas creadas en la parte de abajo de la base de este eslabón, como se ve en la figura 22.

---

3. Fuente autor del proyecto

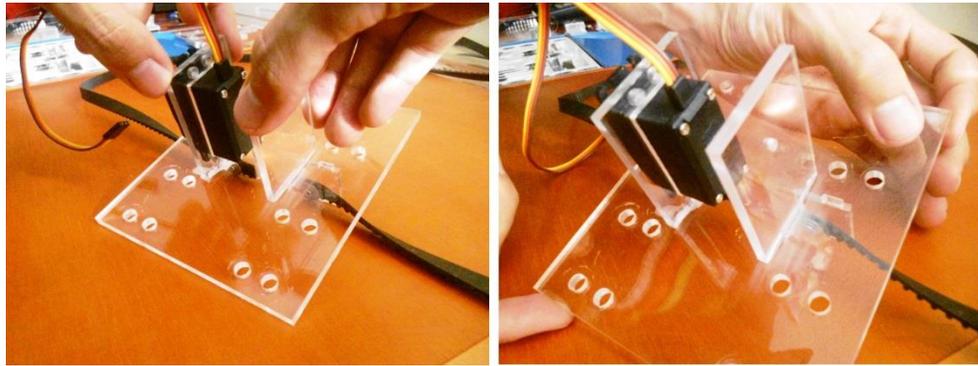


Figura 21. Construcción del primer eslabón del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>

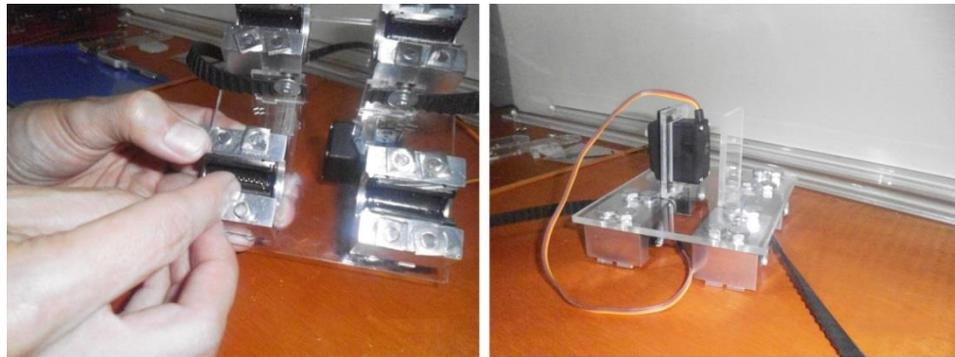
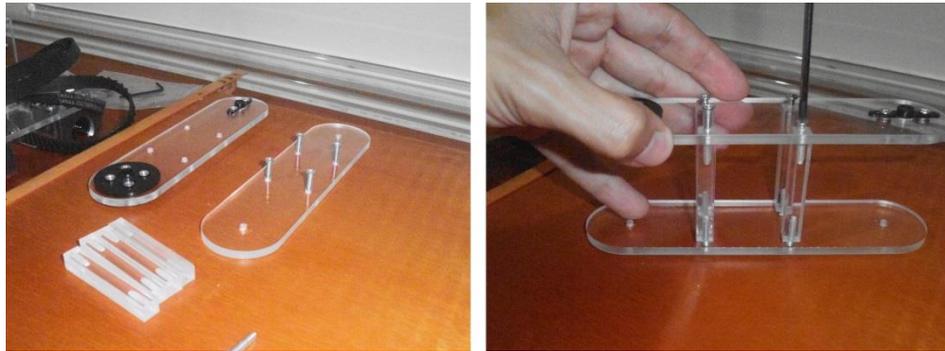


Figura 22. Primer eslabón del prototipo de brazo robótico finalizado. <sup>3</sup>

El segundo eslabón se diseñó para que las poleas que vienen en con el servomotor se pudieran utilizar, fijándolas a él y así proporcionarle el movimiento necesario a éste eslabón.

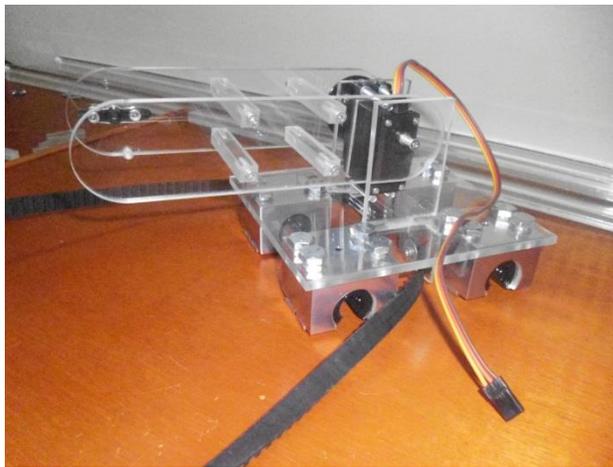
---

3. Fuente autor del proyecto



**Figura 23. Construcción del segundo eslabón del prototipo de brazo robótico,<sup>3</sup>**

Además se crearon unos separadores también en acrílico de 8 x 8 mm y de 50 mm de largo, con el fin de que el servomotor quedara ajustado y que el espacio necesario fuera el óptimo para no entrar en conflictos al momento de su operación.



**Figura 24. Primer eslabón y segundo eslabón del prototipo de brazo robótico.<sup>3</sup>**

El tercer eslabón es muy parecido al segundo en cuanto a su construcción. En cuanto a su estructura tiene una ligera modificación en la parte final del eslabón en donde se acondiciono otro servomotor. Esta parte acondicionada, se pegó con cloruro de metileno, ya que es un poco más delgada y es más complicado ajustarla con tornillos.

---

3. Fuente autor del proyecto

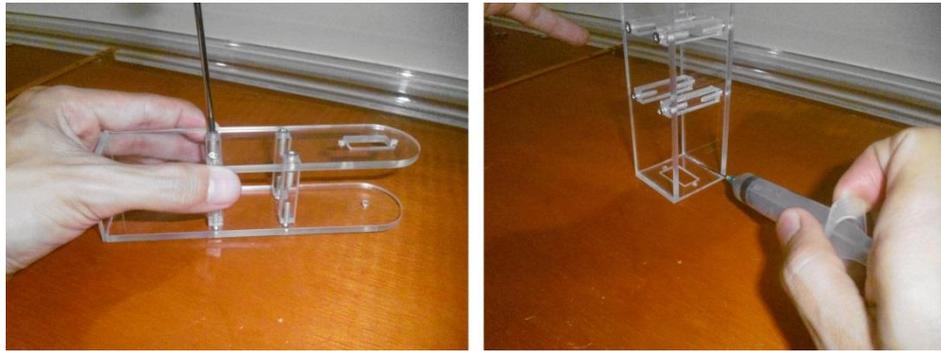


Figura 25. Construcción del tercer eslabón del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>

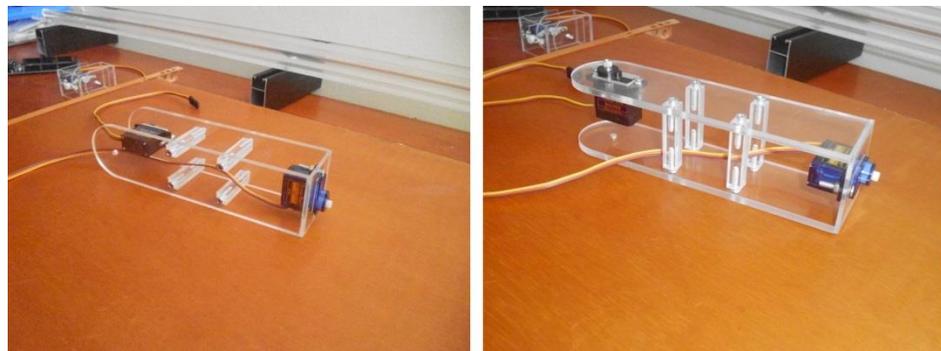


Figura 26. Tercer eslabón del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>

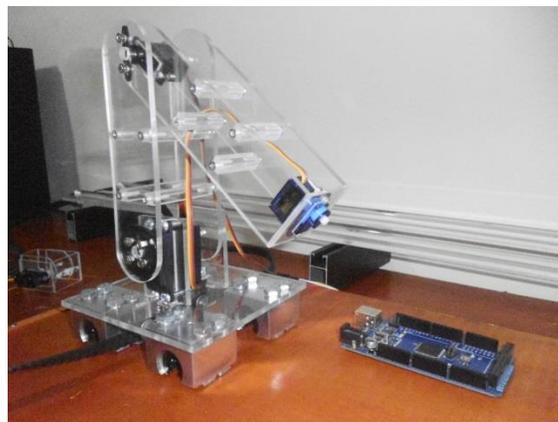


Figura 27. Ensamble de los tres eslabones del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>

---

3. Fuente autor del proyecto

Los eslabones cuarto y quinto, se pegaron con cloruro de metileno, y para hacerlo de forma correcta se utilizó una pieza sobrante de aluminio (utilizado para fabricar la chumaceras), para asegurar que las piezas pegadas quedaran rectas, ya que esta pieza de aluminio posee las esquinas de esta forma, con ángulos rectos a 90 grados.

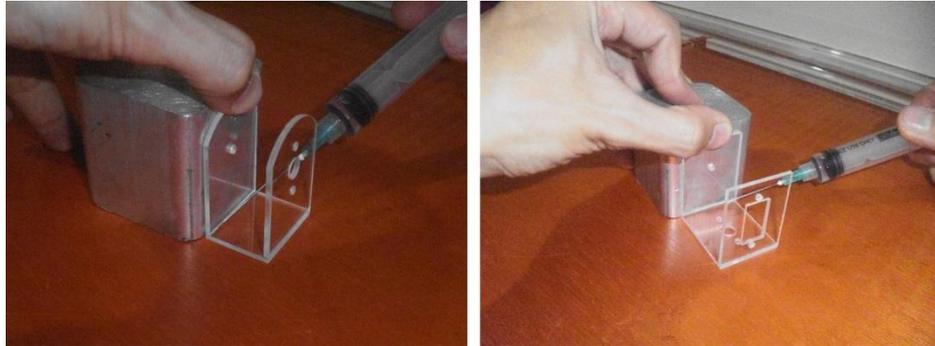


Figura 28. Construcción de los eslabones cuarto y quinto del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>

De esta forma se lograron ensamblar el cuarto y quinto eslabón con sus respectivos actuadores y a su vez estos dos eslabones se ensamblaron con el tercer eslabón, formando así el prototipo de brazo robótico.

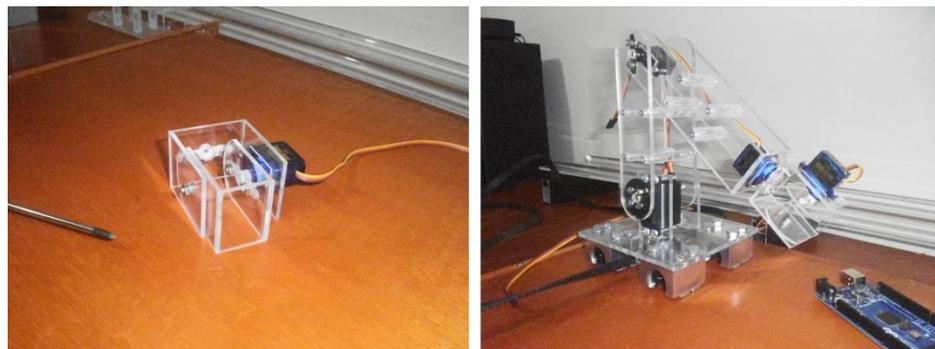


Figura 29. Eslabones cuarto y quinto y prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>

---

3. Fuente autor del proyecto

### 9.3 Resultados cinemática directa del prototipo de brazo robótico obtenidos mediante el algoritmo de Denavit Hartenberg.

Para la obtención de la cinemática directa se siguieron los pasos denotados en el apartado 8.1.2.2, realizándolos uno por uno y obteniendo unas graficas que se mostraran a continuación que facilitarían el análisis y la explicación de cada uno de estos pasos.

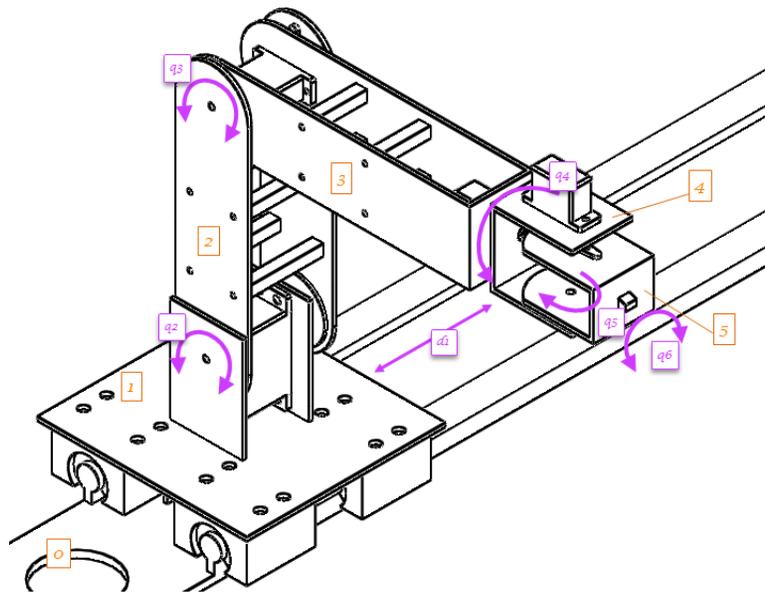


Figura 30. Obtención de los parámetros Denavit Hartenberg, DH1, DH2 y DH3. <sup>3</sup>

La figura 30 muestra gráficamente los 3 primeros parámetros de Denavit Hartenberg. De igual forma se hará una breve observación para cada paso.

**DH1:** numerar los eslabones de 1 a n donde n es el último eslabón y la base del robot será el eslabón 0.

**DH2:** numerar cada articulación de 1 a n. se utilizara la letra q para denotar la articulación rotacional y la letra d para la prismática.

---

3. Fuente autor del proyecto

**DH3:** localizar el eje de cada articulación, si es rotacional será su propio eje de giro si es prismática será el eje de desplazamiento.

**DH4:** situar  $Z_i$  sobre el eje de articulación  $i + 1$ . El eje  $Z_i$  será el eje Z para cada eslabón y se comienza por el eslabón 0. El eje de articulación será el siguiente del cual estamos analizando. Esto quiere decir que se ubicara El eje  $Z_0$  en el eje de la articulación 1.

**DH5:** situar el origen  $S_0$  en cualquier punto de  $Z_0$ ,  $X_0$  y  $Y_0$  se deben situar cumpliendo con la regla de la mano derecha. Esto quiere decir que el origen de 0, estará ubicado en el eje de la articulación 1.

**DH6:** situar  $S_i$  en la intersección de  $Z_i$  con la línea normal común a  $Z_{i-1}$ . Si se cortan se coloca en el punto de corte, si son paralelas se sitúa en la articulación  $I + 1$ .  $S_i$  Será el origen de los ejes de cada eslabón y se debe situar en la intersección del  $Z_i$  con el  $Z_{i-1}$  que se está analizando. Si se está analizando el primer eslabón, se debe ubicar el origen del eje coordenado 1, en donde una línea normal común con el eje  $Z_0$  se corte.

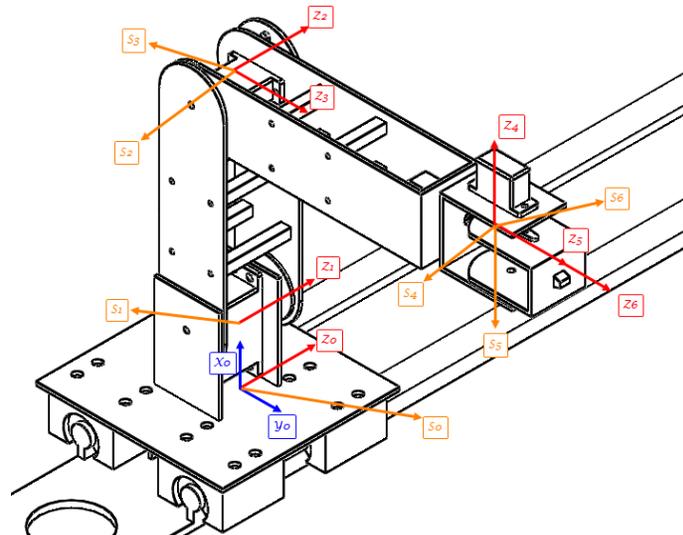


Figura 31. Obtención de los parámetros Denavit Hartenberg, DH4, DH5 y DH6. <sup>3</sup>

**DH7:** situar  $X_i$  en la línea normal común a  $Z_{i-1}$  y  $Z_i$ . Si se desea ubicar el  $X_1$ , se debe ubicar sobre una línea que sea normal común entre  $Z_0$  y  $Z_1$ .

**DH8:** situar  $Y_i$  de modo que se cumpla la regla de la mano derecha.

**DH9:** situar el sistema  $S_n$  en el extremo del robot de modo que  $Z_n$  coincida con la dirección de  $Z_{n-1}$  y que  $X_n$  sea normal a  $Z_{n-1}$  y  $Z_n$ . Para el caso de este prototipo de brazo robótico, lo que quiere indicar este parámetro es que se debe situar el sistema coordenado 6 en el extremo o punta del robot, haciendo que el eje  $Z_6$  coincida con la dirección del eje  $Z_5$  y que  $X_6$  sea normal a  $Z_5$  y  $Z_6$ .

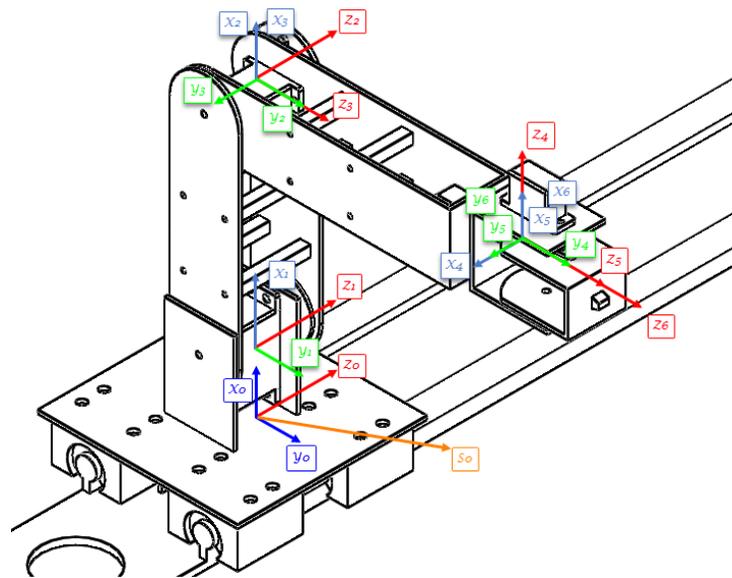


Figura 32. Obtención de los parámetros Denavit Hartenberg, DH7, DH8 y DH9. <sup>3</sup>

Realizados los 9 parámetros Denavit Hartenberg correctamente, se abre paso a los 7 restantes que permitirán encontrar los ángulos de articulación por medio de matrices de transformación y posteriormente resolverlos con ecuaciones matemáticas complejas como se verá a continuación.

3. Fuente autor del proyecto

**DH10:** Obtener  $\theta_i$  como el ángulo que hay que girar en torno a  $Z_{i-1}$  para que  $X_{i-1}$  y  $X_i$  queden paralelos. Para saber si existe un ángulo  $\theta_2$  se debe hacer girar la articulación 2 entorno al eje  $Z_1$  para que  $X_1$  y  $X_2$  queden paralelos.

**DH11.** Obtener  $d_i$  como la distancia, medida a lo largo de  $Z_{i-1}$ , que habría que desplazar  $\{S_{i-1}\}$  para que  $X_i$  y  $X_{i-1}$  quedasen alineados.  $d_1$  Se obtiene midiendo la distancia a lo largo del eje  $Z_0$  haciendo que  $X_1$  y  $X_0$  queden alineados.

**DH12.** Obtener  $a_i$  como la distancia medida a lo largo de  $X_i$  (que ahora coincidirá con  $X_{i-1}$ ) que habría que desplazar al nuevo  $\{S_{i-1}\}$  para que su origen coincida con  $S_i$ .  $a_1$  Se obtiene midiendo la distancia a lo largo de  $X_1$  que habría que mover al sistema coordenado 1 para que coincida con el eje coordenado 2.

**DH13.** Obtener  $\alpha_i$  como el ángulo que habría que girar en torno a  $X_i$ , para que el nuevo  $\{S_{i-1}\}$  coincidiese totalmente con  $S_i$ .  $\alpha_1$  Será el ángulo que debe girar la articulación 1 entorno al eje  $X_1$  para que el sistema coordenado 0 quede coincidiendo con el sistema coordenado 1.

**DH14.** Obtener las matrices de transformación  ${}^{i-1}A_i$  (definidas en  $EC_{15}$ ).

**DH15.** Obtener la matriz de transformación que relaciona el sistema de la base con el del extremo del robot  $T = {}^0A_1 * {}^1A_2 * \dots * {}^{n-1}A_n$ .

**DH16.** La matriz T define la orientación (submatriz de rotación) y posición (submatriz de traslación) del extremo referido a la base, en función de las n coordenadas articulares.



Obtenidos los parámetros Denavit Hartenberg, se procede a calcular las matrices de transformación homogénea con la expresión de la  $Ec_{15}$  para cada articulación.

Para realizar estos cálculos de forma rápida y para tener certeza de que no habrá fallos al momento de operarlos, se utilizó el software Matlab, en éste se ha creado un programa con el cual se facilitara el cálculo. Se seleccionaron los valores iniciales para cada articulación, que son los que deberá tener el prototipo para vacunar el ganado y estos se muestran en la tabla 15.

Articulación.	$\theta_i$	$d_i$	$a_i$	$\alpha_i$
1	$\theta_1 = 0$	$d_1 = 50 \text{ cm}$	$a_1 = 0$	$\alpha_1 = 0$
2	$\theta_2 = 45^\circ$	$d_2 = 0$	$a_2 = 12 \text{ cm}$	$\alpha_2 = 0$
3	$\theta_2 = 30^\circ$	$d_3 = 0$	$a_3 = 0$	$\alpha_3 = \frac{\pi}{2}$
4	$\theta_2 = 90^\circ$	$d_4 = 12 \text{ cm}$	$a_4 = 0$	$\alpha_4 = \frac{\pi}{2}$
5	$\theta_2 = 30^\circ$	$d_5 = 0$	$a_5 = 0$	$\alpha_5 = -\frac{\pi}{2}$
6	$\theta_6 = 0$	$d_6 = 0$	$a_6 = 0$	$\alpha_6 = 0$

Tabla 15. Parámetros Denavit Hartenberg del prototipo de brazo robótico.<sup>3</sup>

Una vez obtenidos los valores de la tabla 15, se debe aplicar la  $Ec_{15}$  para encontrar las matrices de transformación de cada articulación.

$${}^0A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 50 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ Matriz que define la posición y orientación del primer eslabón}$$

con respecto a la base del prototipo de brazo robótico.

---

3. Fuente autor del proyecto



$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} 0,7071 & -0,7071 & 0 & 8,4853 \\ 0,7071 & 0,7071 & 0 & 8,4853 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ Matriz que define la posición y orientación del}$$

segundo eslabón con respecto al primero del prototipo de brazo robótico.

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} 0,8660 & 0 & 0,5 & 0 \\ 0,5 & 0 & -0,8660 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ Matriz que define la posición y orientación del tercer}$$

eslabón con respecto al segundo del prototipo de brazo robótico.

$${}^3A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ Matriz que define la posición y orientación del cuarto eslabón}$$

con respecto al tercero del prototipo de brazo robótico.

$${}^4A_5 = \begin{bmatrix} 0,8660 & 0 & -0,5000 & 0 \\ 0,5000 & 0 & 0,8660 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ Matriz que define la posición y orientación del quinto}$$

eslabón con respecto al cuarto del prototipo de brazo robótico.

$${}^5A_6 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ Matriz que define la posición y orientación del sexto eslabón con}$$

respecto al quinto del prototipo de brazo robótico.



$$T=^0A_6 = \begin{matrix} 0,4830 & -0,2588 & 0,8365 & 20,0764 \\ -0,1294 & -0,9659 & -0,2241 & 5,3795 \\ 0,8660 & 0 & -0,5000 & 50 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \quad \text{Matriz que define la posición y}$$

orientación del sexto eslabón con respecto a la base del prototipo de brazo robótico.

La posición del efector final del prototipo será entonces:

$$P_x = 20,0764 \quad P_y = 5,3795 \quad \text{y} \quad P_z = 50$$

Y la orientación del prototipo será:

$$R_{3x3} = {}^3R_6 = \begin{matrix} 0 & -1 & 0 \\ 0,8660 & 0 & -0,5 \\ 0,5 & 0 & 0,8660 \end{matrix}$$

Con estas relaciones matemáticas, queda definida la posición y orientación del juguete prototipo de brazo robótico y resuelto a su vez el problema cinemático directo.

#### 9.4 Resultados cinemática inversa del prototipo de brazo robótico.

Para la obtención de la cinemática inversa, se parte desde la cinemática directa, con un cambio en las matrices de transformación y es, no colocar los valores a las variables y dejarlas en forma simbólica, pero además se deben obtener las inversas de estas matrices como se muestra a continuación.

$$({}^0A_1)^{-1} = {}^1A_0 = \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \quad \text{Matriz inversa del primer eslabón.}$$



$${}^1A_2)^{-1} = {}^2A_1 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_2) & \sin(\theta_2) & 0 & -a_2 \\ -\sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Matriz inversa del segundo eslabón.}$$

$${}^2A_3)^{-1} = {}^3A_2 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_3) & \sin(\theta_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta_3) & -\cos(\theta_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Matriz inversa del tercer eslabón.}$$

$${}^3A_4)^{-1} = {}^4A_3 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_4) & \sin(\theta_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -d_4 \\ \sin(\theta_4) & -\cos(\theta_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Matriz inversa del cuarto eslabón.}$$

$${}^4A_5)^{-1} = {}^5A_4 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_5) & \sin(\theta_5) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -\sin(\theta_5) & \cos(\theta_5) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Matriz inversa del quinto eslabón.}$$

$${}^5A_6)^{-1} = {}^6A_5 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_6) & \sin(\theta_6) & 0 & 0 \\ -\sin(\theta_6) & \cos(\theta_6) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Matriz inversa del sexto eslabón.}$$

En la matriz  ${}^0A_6$  se reemplazaran los términos  ${}^0A_6(1,4)$ ,  ${}^0A_6(2,4)$  y  ${}^0A_6(3,4)$  por  $P_x$ ,  $P_y$  y  $P_z$  respectivamente.

$$T = {}^0A_6 = \begin{pmatrix} a & b & c & P_x \\ d & e & f & P_y \\ g & h & i & P_z \\ j & k & l & m \end{pmatrix} \quad \text{Donde las letras de la } a \text{ hasta la } l \text{ son los valores}$$

respectivos de la matriz  $T$ .



Una vez obtenidas las matrices inversas, se procede a aplicar la  $E_{c_{20}}$  para encontrar las ecuaciones, que permitirán definir las variables de los tres primeros eslabones del prototipo, como se muestra a continuación.

Como la primera articulación del prototipo es prismática, no se calculará ningún ángulo, pero si se debe encontrar la ecuación que permitirá definir el movimiento del primer eslabón sobre su eje de articulación. Teniendo la matriz inversa de la primera articulación, esta se debe multiplicar por la matriz  $T$ . El resultado se debe igualar a la matriz  ${}^1A_6$  término a término para encontrar la relación buscada.

Al tomar los valores (3,4) de  $(T*{}^1A_0)={}^1A_6$  se encuentra lo siguiente:

$$(T*{}^1A_0)(3,4) = P_z - d_1$$

$${}^1A_6(3,4) = 0$$

$$(T*{}^1A_0)(3,4) = {}^1A_6(3,4)$$

$$P_z - d_1 = 0$$

$$P_z = d_1 = 50cm$$

Resolviendo de la misma manera para las demás articulaciones, se obtienen los resultados mostrados a continuación:

Iguando los términos (1,4) de cada matriz,  $(T*{}^2A_1*{}^1A_0)(1,4)={}^2A_6(1,4)$ , y los (2,4)  $(T*{}^2A_1*{}^1A_0)(2,4)={}^2A_6(2,4)$ , se obtienen las relaciones para encontrar el ángulo de la articulación 2.

$$\frac{P_x^2 + P_y^2 + a_2^2 - d_4^2}{2 * a_a^2} = P_x^2 * \text{Cos}(\theta_2) + P_y^2 * \text{Sin}(\theta_2)$$

A esta ecuación se le aplica el teorema del ángulo doble [9], y se resuelve respectivamente para la articulación 2.

$C = A * \text{Cos}(\theta) + B * \text{Sin}(\theta)$  Ecuación que define el teorema del ángulo doble.



Entonces:

$$A = P_x, \quad B = P_y, \quad C = \frac{P_x^2 + P_y^2 + a_2^2 - d_4^2}{2 * a_2}$$

$\theta_2 = \text{atan2}(B, A) \pm \text{atan2}(\sqrt{A^2 + B^2 - C^2}, C)$  La respuesta está dada en radianes por lo que es necesario realizar la conversión a grados.

Si se introducen los valores tomados en la cinemática directa para esta ecuación, se obtiene el valor de  $\theta_2$ .

$$\theta_2 = \text{atan2}(5.3795, 20.0764) \pm \text{atan2}(\sqrt{20.0764^2 + 5.3795^2 - 18^2}, 18)$$

$$\theta_2 = 0,7854 \text{ radianes}$$

$$\theta_2 = 45^\circ$$

El ángulo  $\theta_3$  se calcula de la misma manera obteniendo los siguientes resultados:

$$\theta_3 = \text{atan2}(D, -E)$$

$$D = P_x * \text{Cos}(\theta_2) + P_y * \text{Sin}(\theta_2) - a_2$$

$$E = P_y * \text{Cos}(\theta_2) - P_x * \text{Sin}(\theta_2)$$

$$\theta_3 = \text{atan2}(6, -10.3923)$$

$$\theta_3 = 0,5236 \text{ Radianes}$$

$$\theta_3 = 30^\circ$$

Para los eslabones 4, 5 y 6 del prototipo se aplica una regla matemática llamada el **desacoplo cinemático** la cual utiliza los ángulos de Euler y las matrices de orientación del prototipo. La forma de encontrar las ecuaciones es la misma, y que dan como resultado:



$$\theta_5 = a \cos({}^3R_6(3,3))$$

$$\theta_5 = 0,2619 \text{ Radianes}$$

$$\theta_5 = 30^\circ$$

$$\theta_4 = a \tan 2(F, G)$$

$$F = \frac{{}^3R_6(2,3)}{-\text{Sin}(\theta_5)}$$

$$G = \frac{{}^3R_6(1,3)}{-\text{Sin}(\theta_5)}$$

$$\theta_4 = a \tan 2(0.9996, 0)$$

$$\theta_4 = 1,5708 \text{ Radianes}$$

$$\theta_4 = 90^\circ$$

$$\theta_6 = a \tan 2(H, I)$$

$$H = \frac{{}^3R_6(3,2)}{-\text{Sin}(\theta_5)}$$

$$I = \frac{{}^3R_6(3,1)}{\text{Sin}(\theta_5)}$$

$$\theta_6 = 0^\circ$$

Con este procedimiento queda solucionado el problema cinemático inverso del prototipo de brazo robótico.

### 9.5 Trayectoria para el prototipo de brazo robótico.

La trayectoria se refiere a un historial en el tiempo de la posición la velocidad y la aceleración por cada grado de libertad [9]. El problema básico es mover el manipulador desde una posición inicial hasta una posición final deseada.

En algunas ocasiones es necesario especificar un movimiento más detallado que el que se necesita, para sólo ubicar el brazo robótico en la posición final deseada. Una manera de incluir más detalle en una trayectoria o descripción de ruta, es proporcionar una secuencia de puntos vía deseados (puntos intermedios entre la posición inicial y final). Por lo tanto, al realizar el movimiento cada eslabón debe



pasar a través de un conjunto de posiciones intermedias, según lo descrito por los puntos vía. A todo este movimiento o trayectoria se le conoce como **puntos ruta** y es la que incluye a los puntos vía y a los puntos inicial y final del manipulador.

Cada punto de ruta se especifica en términos de una posición y una orientación del efector final en un brazo robótico relativo a la base fija del mismo y cada punto vía se convierte en un conjunto de ángulos de articulación deseados, por medio de la cinemática inversa [9].

Después se encuentra una función uniforme para cada una de las articulaciones que pasan a través de los puntos vía y que terminan en el punto de destino. El tiempo requerido es el mismo para cada articulación, de manera que todas las articulaciones llegaran al punto vía al mismo tiempo produciendo una posición cartesiana del efector final. Existen métodos de generación de rutas en los que las formas de éstas se describen en términos de funciones de ángulos de articulación.

### 9.5.1 Polinomios cúbicos para una ruta con puntos vía.

Se considera mover un brazo robótico desde una posición inicial a una posición final en un tiempo determinado. La cinemática inversa permite calcular el conjunto de ángulos que corresponden a la posición y orientación de destino. La posición inicial también se conoce en forma de un conjunto de ángulos de articulación. Lo que se requiere es una función para cada articulación, cuyo valor en  $t_0$  sea la posición inicial de la articulación y el valor en  $t_f$  sea la posición deseada en la articulación [9]. Para crear un solo movimiento uniforme son evidentes cuando menos 4 restricciones sobre  $\theta_t$ . Dos de esas restricciones se deben a la selección de valores inicial y final.

$$\theta(0) = \theta_0$$

$$\theta(t_f) = \theta_f$$

Ec40



Las otras dos restricciones son que la función debe ser continua en velocidad. Si se conocen las velocidades de las articulaciones en los puntos vía entonces:

$$\dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_0 \qquad \dot{\theta}(t_f) = \dot{\theta}_f \qquad \text{Ec41}$$

Estas cuatro restricciones pueden satisfacerse mediante un polinomio de por lo menos tercer grado. (Un polinomio cúbico tiene cuatro coeficientes, por lo que puede usarse para satisfacer las cuatro restricciones dadas por las ecuaciones anteriores). Este tipo de ecuación tiene la forma:

$$\theta_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \qquad \text{Ec42}$$

De manera que la velocidad y la aceleración de la articulación a lo largo de esta ruta son:

$$\dot{\theta}_t = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 \qquad \text{Ec43}$$

$$\ddot{\theta}_t = 2a_2 + 6a_3 t \qquad \text{Ec44}$$

Si se combinan las ecuaciones 42, 43 y 44 con las restricciones 40 y 41 se producen cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas:

$$\theta_0 = a_0$$

$$\theta_f = a_0 + a_1 t_f + a_2 t_f^2 + a_3 t_f^3$$

$$\dot{\theta}_0 = a_1 \qquad \text{Ec45}$$

$$\dot{\theta}_f = a_1 + 2a_2 t_f + 3a_3 t_f^2$$

Resolviendo estas ecuaciones entre sí, se obtienen:

$$a_0 = \theta_0$$

$$a_1 = \dot{\theta}_0$$



$$a_2 = \frac{3}{t_f^2}(\theta_f - \theta_0) - \frac{2}{t_f}\dot{\theta}_0 - \frac{1}{t_f}\dot{\theta}_f$$

Ec46

$$a_3 = -\frac{2}{t_f^3}(\theta_f - \theta_0) + \frac{1}{t_f^2}(\dot{\theta}_f + \dot{\theta}_0)$$

Utilizando la ecuación 46 podemos calcular el polinomio cúbico que conecta las posiciones inicial y final con las velocidades inicial y final. Si tenemos la velocidad de articulación deseada en cada punto vía, entonces aplicamos la ecuación en cada segmento para encontrar los polinomios requeridos [9].

Existen varias formas en las que en las que podría especificarse la velocidad deseada en los puntos vía.

1. El usuario especifica la velocidad deseada en cada punto vía en términos de velocidades cartesianas lineal y angular en ese instante.
2. El sistema selecciona automáticamente las velocidades en los punto vía mediante una aplicación adecuada, ya sea en espacio cartesiano o de articulación.
3. El sistema selecciona de manera automática las velocidades en los puntos vía de tal forma que la aceleración en estos puntos sea continua.

Para la primera articulación, la distancia máxima que puede recorrer el prototipo son 50 cm. Se desea realizar el recorrido del eslabón en 3 partes iguales, por lo cual se divide en tramos. Primer tramo de 0 a 16,66 cm, segundo tramo de 16,67 a 33,32 cm, tercer tramo de 33,32 a 50 cm. Los puntos vía para el primer eslabón son 20 cm, 40 cm y 60 cm. Aplicando lo mencionado anteriormente se obtienen los siguientes resultados:

$d_0 = 0 \text{ cm}$  Distancia inicial del primer tramo.

$d_f = 16,66 \text{ cm}$  Distancia final del primer tramo.



$V_0 = 0$  Velocidad inicial del primer tramo.

$V_f = 1 \frac{cm}{Seg}$  Velocidad final del Primer tramo.

$t_f = 16,66 Seg$  Tiempo para el primer tramo.

$a_0 = 0 cm$

$a_1 = \dot{d}_0 = 0$

$$a_2 = \frac{3}{t_f^2} (d_f - d_0) - \frac{2}{t_f} \dot{d}_0 - \frac{1}{t_f} \dot{d}_f = 0,1$$

$$a_3 = -\frac{2}{t_f^3} (\theta_f - \theta_0) + \frac{1}{t_f^2} (\dot{\theta}_f + \dot{\theta}_0) = -0,0025$$

$d = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$  Desplazamiento del primer tramo del primer eslabón.

$\dot{d} = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2$  Velocidad del primer tramo del primer eslabón.

$\ddot{d} = 2a_2 + 6a_3 t$  Aceleración del primer tramo del primer eslabón.

Si se evalúan las ecuaciones  $d$ ,  $\dot{d}$  y  $\ddot{d}$  entre la distancia inicial y la final se obtiene la trayectoria, la velocidad y la aceleración respectivamente. Ahora para los demás tramos se realiza la misma operación y se obtiene el comportamiento total de la primera articulación.



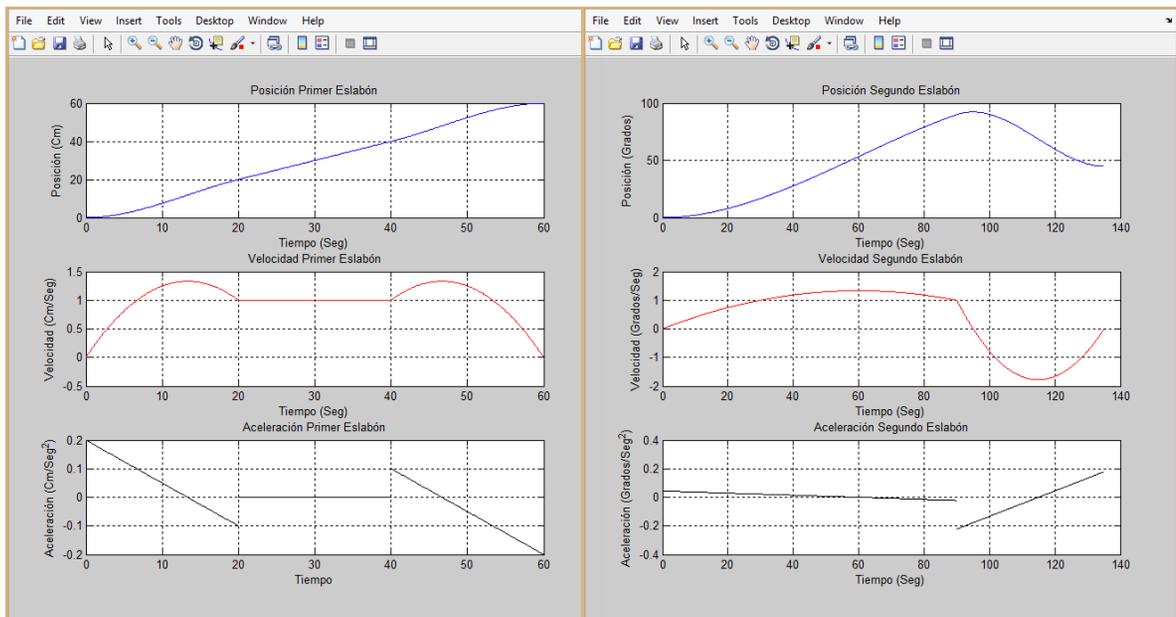


Figura 33. Resultados de posición, velocidad y aceleración de los primeros 2 eslabones. <sup>3</sup>

Si no se realiza la trayectoria de este modo, puede que en algún tramo del movimiento se incremente la velocidad y cuando se llegue al punto final y se detenga, se sufra un cambio muy brusco lo que puede ocasionar daños en el actuador.

3. Fuente autor del proyecto

SIMULACIÓN DE MOVIMIENTOS DE UN BRAZO ROBÓTICO CON 5 GRADOS DE LIBERTAD, (P4R) EN EL PROCEDIMIENTO DE VACUNACIÓN DE GANADO, UTILIZANDO MATLAB.

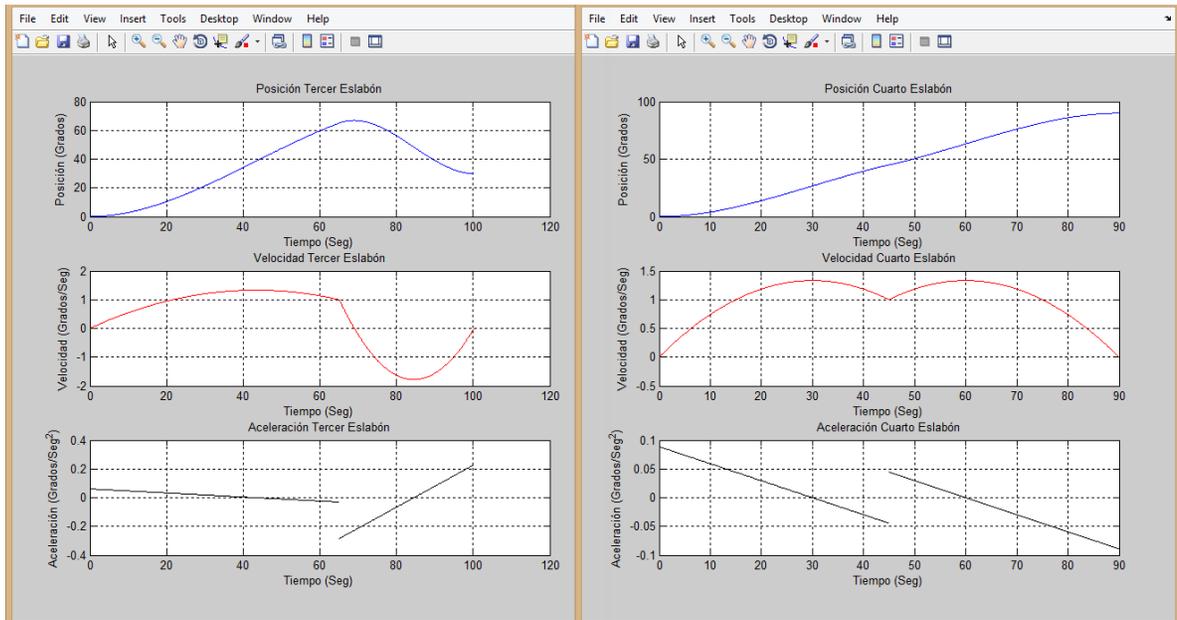


Figura 34. Resultados de posición, velocidad y aceleración de los eslabones 3 y 4. <sup>3</sup>

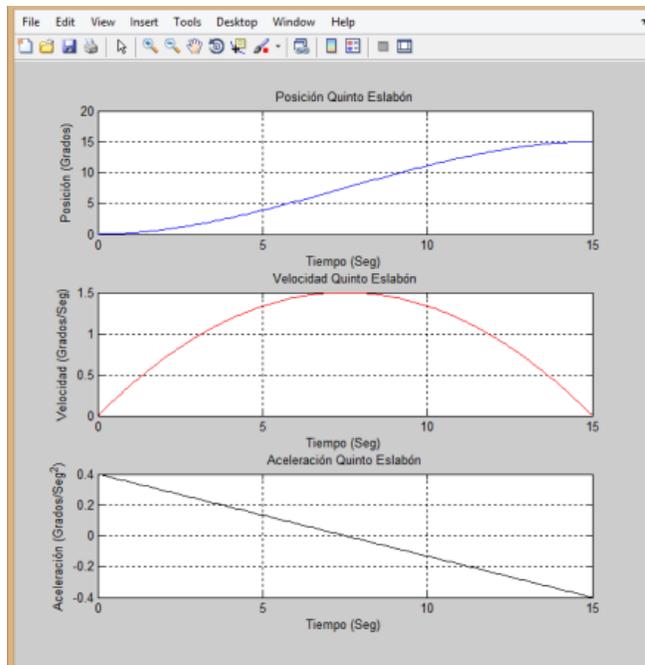


Figura 35. Resultados de posición, velocidad y aceleración del eslabón 5. <sup>3</sup>

### 9.5.2 Modulación por ancho de pulso o PWM.

La técnica de PWM consiste en producir un pulso rectangular para un ciclo de trabajo determinado, este ciclo puede variar entre 0 y 100%.

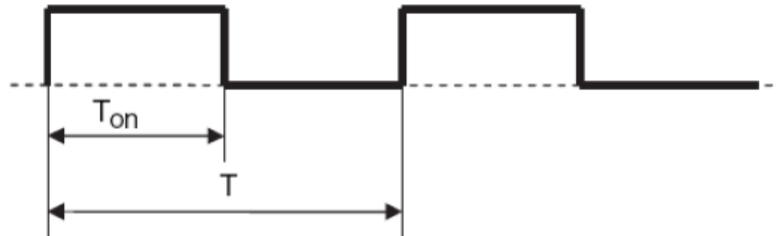


Figura 36. Grafica que muestra un ciclo de trabajo del 50%.<sup>3</sup>

En la figura 36 se muestra un pulso con un ciclo de trabajo del 50%, es decir  $\frac{T_{on}}{T} = 0,5$

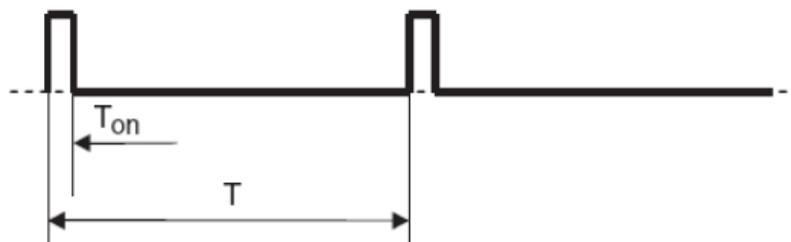


Figura 37. Grafica que muestra un ciclo de trabajo de 10%.<sup>3</sup>

En la figura 37 se muestra un pulso con un ciclo de trabajo del 10%, es decir  $\frac{T_{on}}{T} = 0,1$ .

Un ciclo de trabajo de 0% significa que la señal siempre está en nivel bajo; y un ciclo de 100% significa que la señal está en nivel alto.

---

3. Fuente autor del proyecto

Con la modulación por ancho de pulsos se logra regular la velocidad de giro de los motores eléctricos y se mantiene estable el torque que se requiera para el proceso modificando el voltaje que entrada y manteniendo el ciclo de trabajo.

Para este proyecto se utilizó el PWM para controlar los servomotores, a los cuales se les modifica la posición variando el ancho de pulso en cada periodo de tiempo y depende del datasheet de cada servomotor. Con el comando *for* en Matlab, se logra mantener la velocidad constante para cada servomotor, haciendo que las variables que se utilizan en el polinomio cubico con puntos vías se cumplan como se estableció al comienzo del punto 9.5.1 de este trabajo.

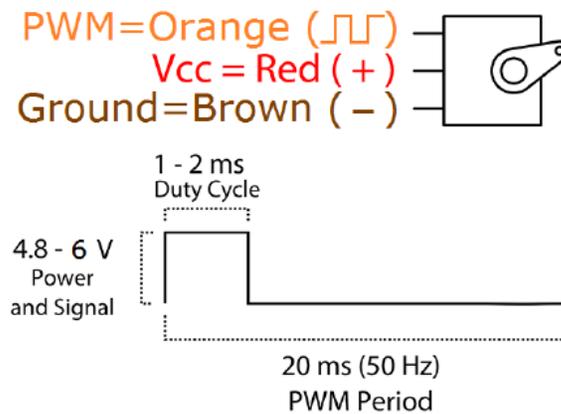


Figura 38. Grafica que muestra el ciclo de trabajo del servomotor MG90S. <sup>3</sup>

En la figura 38 se muestra el ciclo de trabajo del servomotor MG90S. En donde el pulso de 1 ms indica la posición de  $-90^\circ$  (todo a la izquierda), 1,5 ms indica la posición  $0^\circ$  (en el medio) y 2 ms es  $90^\circ$  (todo a la derecha). El mismo comportamiento lo tienen los demás servomotores utilizados en el prototipo.

Toda la parte de programación en Matlab estará puesta en el Anexo G del trabajo.

Con este procedimiento queda solucionado el problema de la trayectoria del prototipo de brazo robótico.

## 10 CONCLUSIONES

Los objetivos que se han propuesto en este proyecto, se han logrado cumplir a cabalidad aunque no con los tiempos que se estimaron en la propuesta. Se hará una breve descripción de todos los inconvenientes que se presentaron al momento de elaborar el proyecto.

Uno de los inconvenientes al momento de abordar el proyecto fue el software Matlab; aunque fue sencillo aprenderlo a manejar en su forma básica; fue un limitante en cuanto a la manipulación de ecuaciones y de funciones que sirvieron para identificar los ángulos de articulación.

Otro limitante fue el conocimiento tan limitado sobre robótica, ya que en la etapa de la universidad nunca se tuvo contacto alguno con este tema ni con todo lo conlleva. Se necesitó mucho tiempo para adquirir este conocimiento y para familiarizarse con los términos como cinemática directa, cinemática inversa, matrices de transformación entre otros.

El limitante principal fue al momento de abordar la simulación de los movimientos que se requerían para poder mover el manipulador, ya que la parte de programación limitó el avance del proyecto haciendo que éste se retrasara notablemente.

En cuanto a la parte de construcción del prototipo, fue complejo hacer las uniones de las varillas redondas de acrílico con las varillas cuadradas y pegarlas para que quedaran lo más rectas posibles y no entraran en conflicto con los rodamientos lineales. Las demás uniones no presentaron inconveniente alguno, ya que estas debían formar un ángulo recto al momento de ser pegadas.

Al conectar los servomotores a una sola fuente de poder esta fallo y se apagó, se intentó corregir esta falla elaborando un regulador de voltaje con un circuito integrado LM317T, regulando desde los 12 voltios de entrada máximo hasta el

---



voltaje necesario en la salida que fueron 5 voltios, sin embargo los servomotores más pequeños tuvieron un comportamiento extraño y comenzaban a vibrar y a hacer movimientos involuntarios (oscilatorios), por lo que se decidió conectar cada servo a una fuente independiente corrigiendo así la falla presentada.

Otro problema que se presentó fue al momento de la selección de los actuadores, ya que no hay una amplia gama para realizar esta selección. Había servomotores que se adaptaban mejor según los cálculos realizados, pero a la hora de conseguirlos no se logró el propósito.



## 11 BIBLIOGRAFÍA.

### 11.1 De referencia.

[1] BARRIENTOS Antonio, PEÑÍN Luis Felipe, BALAGUER Carlos, ARACIL Rafael. “Fundamentos de robótica” España. McGraw-Hill. 2007. 624 P.

[2] GUTIÉRREZ PABELLO José Ángel. Inmunología veterinaria: Vacunaciones en bovinos. México: Editorial El Manual Moderno. 2010. 343 P.

[3] OLAYA SUÁREZ Gijón. Muere un quirosano de 84 años por golpes de su ganado. {En línea}. {25 de marzo de 2012}. Disponible en: (<http://www.elcomercio.es/v/20111027/asturias/muere-quirosano-anos-golpes-20111027.html>)

[4] DUICA AMAYA Arturo. Fiebre Q, de la granja al humano. {En línea}. {25 de marzo de 2012}. Disponible en: (<http://www.unperiodico.unal.edu.co/en/dper/article/fiebre-q-de-la-granja-al-humano.html>)

[5] ICA Instituto Colombiano Agropecuario. Tomado en febrero de 2013. Internet en: <http://www.ica.gov.co/Areas/Pecuaria/Servicios/Epidemiologia-Veterinaria/Censos-2010/Especies-Consolidado-Nacional.aspx>

[6] TEMPLE Grandin. Marzo de 1998. LA REDUCCIÓN DEL ESTRÉS DEL MANEJO MEJORA LA PRODUCTIVIDAD Y EL BIENESTAR ANIMAL. Vol. 14. Fort CoLLins, Colorado. GIMÉNEZ ZAPIOLA Marcos, [Traducción]. Disponible internet en: (<http://www.grandin.com/spanish/reduccion.estres.manejo.html>)

[7] MAIRENA Carlos, GUILLEN Bruno. Curso de ganadería bovina. Nicaragua. : EDISA. 2002. P 79. Disponible internet en:



([http://www.pasolac.org.ni/files/publicacion/1180629793\\_Curso%20ganaderia%20bovina.pdf](http://www.pasolac.org.ni/files/publicacion/1180629793_Curso%20ganaderia%20bovina.pdf))

[8] SEARS, ZEMANSKY, YOUNG, FREEDMAN. “Física Universitaria” volumen 1. México. Pearson Educación. 1999. 696 P.

[9] CRAIG. John J. Robótica Tercera Edición. México. : Pearson Educación. 2006. 408 P.

### 11.2 De consulta.

OLLERO BATURONE Aníbal. “Robótica Manipuladores y robots móviles” México D.F. Alfaomega grupo editor. 2007. 447 P.

ROMANÍ LABANDA Gerardo. Desarrollo de un sistema interactivo de gestión integral de parámetros de influencia en procedimientos de soldadura robotizada para procesos de soldeo por arco electico con protección de Gas, MIG/MAG y TIG. Tesis Doctoral. Madrid-España. Universidad politécnica de Madrid. 2005. 216 P.

RAMÍREZ GIRALDO José David, GRAJALES VALENCIA Carlos Andrés. La robótica en la medicina. En: Ventana Informática N° 11, 2003. Universidad de Manizales.

[http://www.umanizales.edu.co/publicaciones/campos/ingenieria/ventana\\_informatica/html/ventana11/RoboticaenMedicina.pdf](http://www.umanizales.edu.co/publicaciones/campos/ingenieria/ventana_informatica/html/ventana11/RoboticaenMedicina.pdf)

NULLVALLUE. Se extiende rabia bovina. {En línea}. {25 de marzo de 2012}. Disponible en: (<http://www.eltiempo.com/archivo/documento/MAM-286155>)



NULLVALLUE. No consuma leche ni carne crudas. {En línea}. {25 de marzo de 2012}. Disponible en: (<http://www.eltiempo.com/archivo/documento/MAM-703194>)

Instituto Colombiano Agropecuario ICA. Funciones del ICA. [Decreto 4765 del 18 de diciembre de 2008](#). Disponible en internet: <http://www.ica.gov.co/El-ICA/Funciones.aspx>

SENASA. “Fiebre Aftosa” internet: [http://www.produccion-animal.com.ar/sanidad\\_intoxicaciones\\_metabolicos/infecciosas/comun\\_varias\\_especies/18-aftosa.pdf](http://www.produccion-animal.com.ar/sanidad_intoxicaciones_metabolicos/infecciosas/comun_varias_especies/18-aftosa.pdf)

The center for food security & public health. “Estomatitis vesicular” internet: [http://www.cfsph.iastate.edu/FastFacts/spanish/S\\_vesicular\\_stomatitis.pdf](http://www.cfsph.iastate.edu/FastFacts/spanish/S_vesicular_stomatitis.pdf)

BLANCO María Sol, MALAVER Miguel, PEZO Sonia. Manual práctico de ganadería: alimentación animal, sanidad animal y mejoramiento ganadero. Lima. Ed: ITDG, 2003. 51 P. Disponible internet en: <http://www.infolactea.com/descargas/biblioteca/142.pdf>

LÓPEZ APOSTOLOVICH Luis Felipe. Modelación y simulación dinámica de un brazo robótico de 4 grados de libertad para tareas sobre un plano horizontal. Trabajo de grado ingeniero mecánico. PERU. : Pontificia Universidad Católica del Perú. Facultad de Ciencias e Ingeniería. 2009. 89 P.

MOYA PINTA Diego Armando. Modelo y Análisis Cinemático de un Robot Manipulador Esférico Industrial Aplicando Matlab. Trabajo de grado ingeniero mecánico. QUITO. : Escuela Politécnica Nacional. Facultad de Ingeniería Mecánica. 2010. 114 P.

LIZCANO LÓPEZ Ricardo, PUENTES GÓMEZ Juan Carlos, VALENZUELA SABOGAL Camilo Andrés. Control para un robot articulado con tres grados de libertad que simule el movimiento de pata. Trabajo de grado ingeniero Electrónico.



Bogotá. : Pontificia Universidad Javeriana. Facultad de Ingeniería. Ingeniería Electrónica. 2005. 114 P.

*D. Bravo, D. Revelo, D. Usama.* Ubicación De Coordenadas 3D Para Un Brazo Robótico De 3 Grados De Libertad Mediante Técnicas De Visión Por Computador Y Control Digital. En: Revista Colombiana de Física. Vol. 43, N° 1, 2001.

OTERO YUGAT Jesús, RODRÍGUEZ Sagid Enrique, GUTIÉRREZ José Javier. Diseño y construcción de un brazo mecánico de tres grados de libertad. En: Scientia Et Technica, vol. XIV, núm. 39, septiembre, 2008, pp. 153-158. Internet: <http://www.redalyc.org/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=84920503028>

GIRALDO Luis Felipe, DELGADO Edilson, CASTELLANOS Germán. Cinemática Inversa de un Brazo Robot Utilizando Algoritmos Genéticos. En: Avances en Sistemas e Informática, vol. 3, núm. 1, junio, 2006, pp. 29-34. Internet: <http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=133114991005>



## 12 ANEXOS.

### Anexo A.

#### Actuadores del prototipo de brazo robótico.

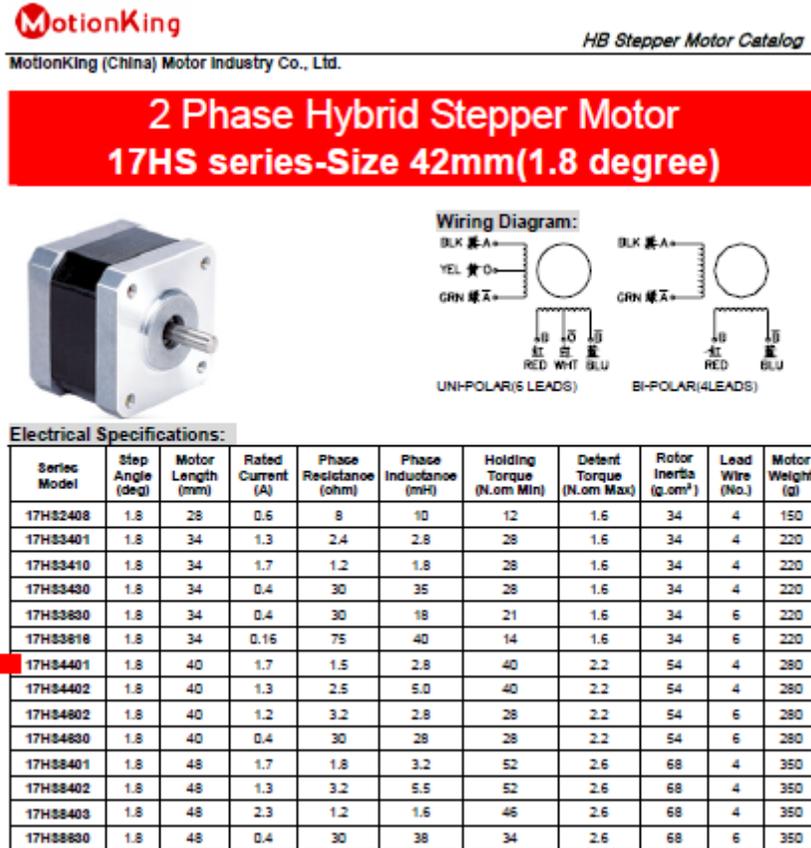


Figura 39. Motor paso a paso seleccionado para el prototipo de brazo robótico. <sup>4</sup>

4. Catalogo MotionKing de motores paso a paso. {En línea}. {2 de marzo de 2016}. Disponible en: [http://www.motionking.com/products/Hybrid\\_Stepper\\_Motors/2-phase/17H2A\\_Stepper\\_Motor\\_42mm\\_1.8degree.htm](http://www.motionking.com/products/Hybrid_Stepper_Motors/2-phase/17H2A_Stepper_Motor_42mm_1.8degree.htm)

## TowerPro SG-5010 Servo

### Basic Information

Modulation:	Digital
Torque:	<b>4.8V:</b> 76.4 oz-in (5.50 kg-cm) <b>6.0V:</b> 90.3 oz-in (6.50 kg-cm)
Speed:	<b>4.8V:</b> 0.19 sec/60° <b>6.0V:</b> 0.15 sec/60°
Weight:	1.66 oz (47.0 g)
Dimensions:	Length: 1.60 in (40.6 mm) Width: 0.81 in (20.5 mm) Height: 1.50 in (38.0 mm)
Motor Type:	3-pole
Gear Type:	Plastic
Rotation/Support:	Dual Bearings

### Additional Specifications

Rotational Range:	? (add)
Pulse Cycle:	1 ms
Pulse Width:	? (add)
Connector Type:	JR



Brand:	<a href="#">TowerPro</a>
Product Number:	? (add)
Suggested Retail:	? (add)
Street Price:	4.99 USD
Compare:	<a href="#">add</a>

### User Reviews

Number of Reviews:	6
Average Rating:	3.8 / 5.0

Figura 40. Servomotor seleccionado para el eslabon 1 del portotipo de brazo robótico. <sup>5</sup>

5. Catalogo servomotores TowerPro. {En línea}. {2 de marzo de 2016}. Disponible en: (<http://www.servodatabase.com/servos/towerpro>)

### TowerPro MG90S Servo

#### Basic Information

Modulation:	Digital
Torque:	<b>4.8V:</b> 25.0 oz-in (1.80 kg-cm) <b>6.0V:</b> 30.6 oz-in (2.20 kg-cm)
Speed:	<b>4.8V:</b> 0.10 sec/60° <b>6.0V:</b> 0.08 sec/60°
Weight:	0.47 oz (13.4 g)
Dimensions:	Length: 0.90 in (22.8 mm) Width: 0.48 in (12.2 mm) Height: 1.12 in (28.5 mm)
Motor Type:	? (add)
Gear Type:	Metal
Rotation/Support:	? (add)

#### Additional Specifications

Rotational Range:	? (add)
Pulse Cycle:	1 ms
Pulse Width:	? (add)
Connector Type:	JR



Brand:	<a href="#">Tower pro</a>
Product Number:	? (add)
Suggested Retail:	? (add)
Street Price:	? (add)
Compare:	<a href="#">add</a>

#### User Reviews

Number of Reviews:	1
Average Rating:	5.0 / 5.0

### TowerPro SG90 Servo

#### Basic Information

Modulation:	Analog
Torque:	<b>4.8V:</b> 25.0 oz-in (1.80 kg-cm)
Speed:	<b>4.8V:</b> 0.12 sec/60°
Weight:	0.32 oz (9.0 g)
Dimensions:	Length: 0.91 in (23.0 mm) Width: 0.48 in (12.2 mm) Height: 1.14 in (29.0 mm)
Motor Type:	3-pole
Gear Type:	Plastic
Rotation/Support:	Bushing

#### Additional Specifications

Rotational Range:	? (add)
Pulse Cycle:	? (add)
Pulse Width:	500-2400 μs
Connector Type:	JR



Brand:	<a href="#">Tower pro</a>
Product Number:	? (add)
Suggested Retail:	? (add)
Street Price:	2.10 USD
Compare:	<a href="#">add</a>

#### User Reviews

Number of Reviews:	12
Average Rating:	4.0 / 5.0

Figura 41. Servomotores seleccionados para el portotio de brazo robótico. <sup>5</sup>

5. Catalogo servomotores TowerPro. {En línea}. {2 de marzo de 2016}. Disponible en: (<http://www.servodatabase.com/servos/towerpro>)

## Anexo B.

### Coeficiente de rozamiento del acero sobre el acrílico sin utilizar ningún tipo de lubricante.

PROPIEDADES METACRILATO (Valores tipo a 23°C y 50% de humedad relativa)				
PROPIEDADES MECANICAS	Norma	Unidad	Colada	Extrusión
Densidad	DIN53479	g/cm <sup>3</sup>	1.19	1.19
Resistencia al impacto Charpy	ISO 179 1/D	KJ/ m <sup>2</sup>	15	15
Resistencia al impacto con entalladura (Izod)	ISO 180 1/A	KJ/ m <sup>2</sup>	1.6	1.6
Dureza brinell H981/30	ISO 2039-1	MPa	200	190
Resistencia a la abrasión con 1.600 gr. de abrasivo	Similar ASTM-D673 44	%	98	98
Coeficiente de fricción plástico sobre plástico	-		0.80	0.80
Coeficiente de fricción plástico sobre acero	-		0.50	0.50
Coeficiente de fricción acero sobre plástico	-		0.45	0.45

Figura 42. Coeficiente de rozamiento del acero sobre el acrílico sin utilizar ningún tipo de lubricante.<sup>6</sup>

6. Coeficiente de rozamiento del acero sobre el acrílico sin utilizar ningún tipo de lubricante. {En línea}. {2 de marzo de 2016}. Disponible en: (<http://tecnologiadelosplasticos.blogspot.com.co/2011/05/polimetacrilato-de-metilo.html>)

## Anexo C.

### Coeficiente de rozamiento del acero sobre el acrílico utilizando lubricante.

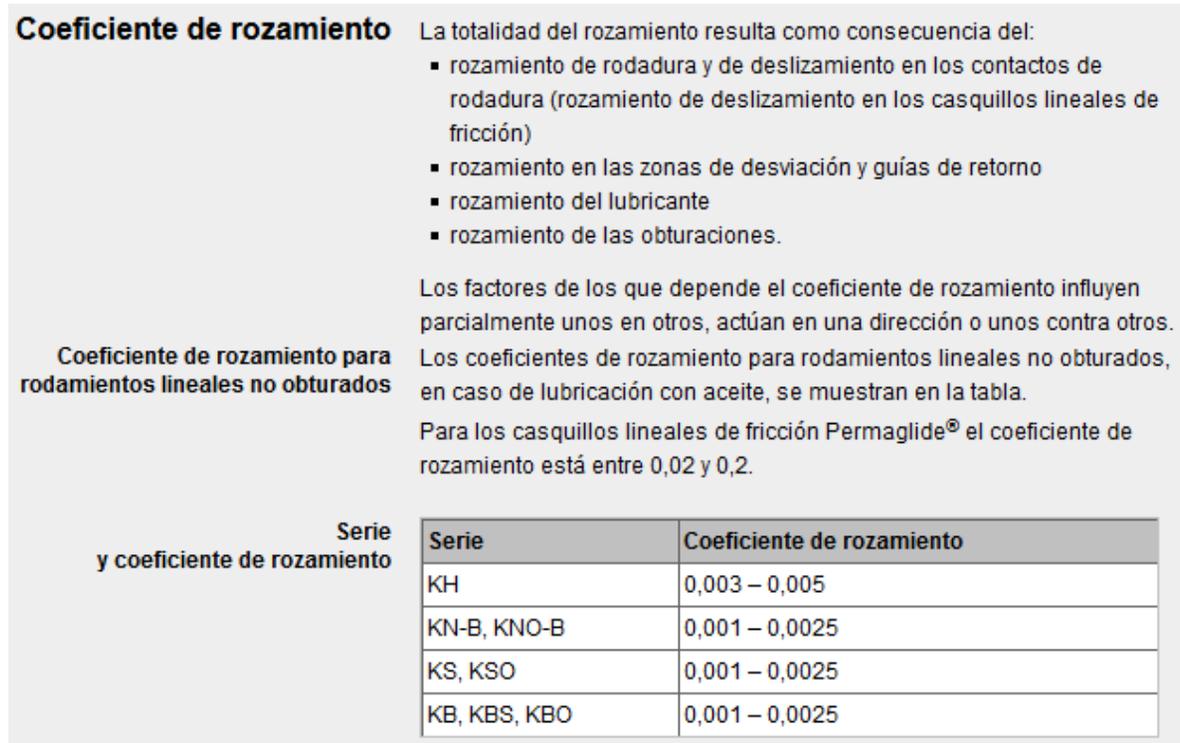


Figura 43. Coeficiente de rozamiento del acero sobre el acrílico utilizando lubricante.<sup>7</sup>

7. Coeficiente de rozamiento del acero sobre el acrílico utilizando lubricante. {En línea}. {2 de marzo de 2016}. Disponible en: ([http://medias.ina.de/medias/es!hp.tg.cat/tg\\_wf\\*ST4\\_307654667](http://medias.ina.de/medias/es!hp.tg.cat/tg_wf*ST4_307654667))

Anexo D.

Planos del prototipo de brazo robótico.

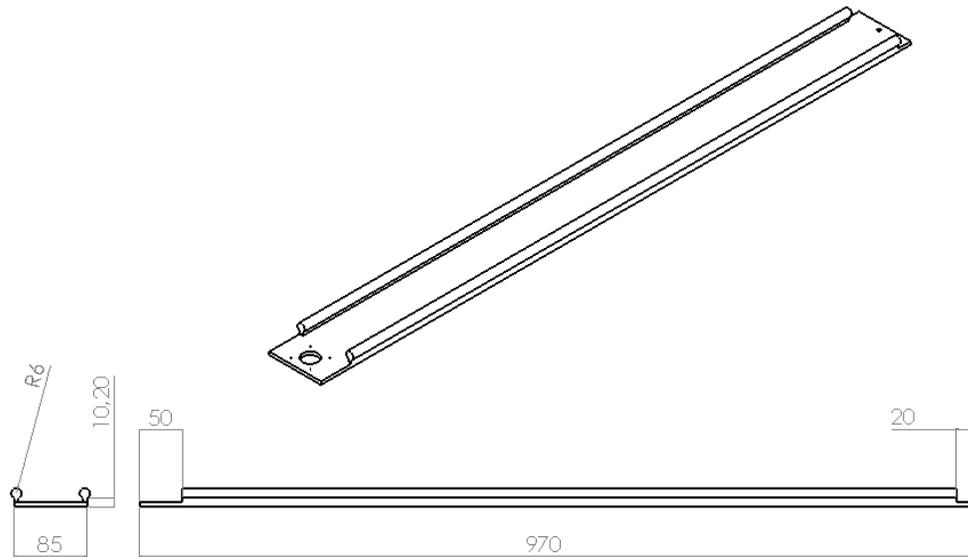


Figura 44. Plano base del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>

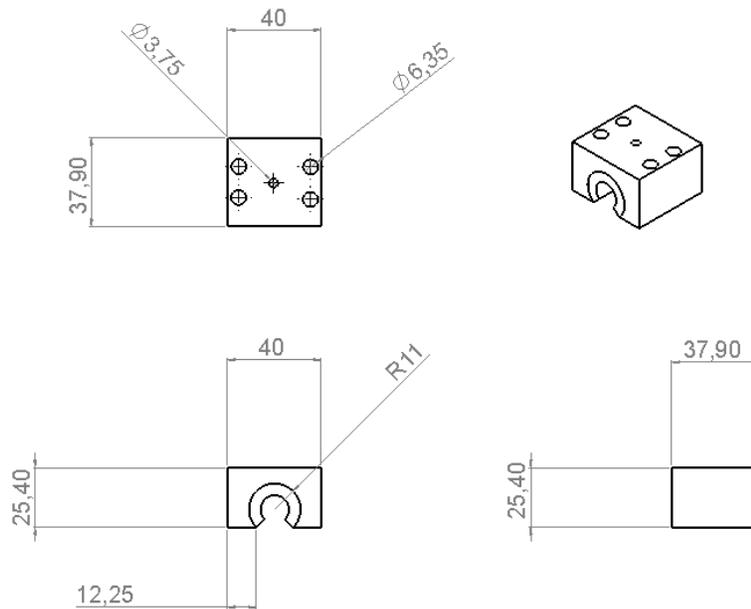


Figura 45. Plano chumaceras del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>

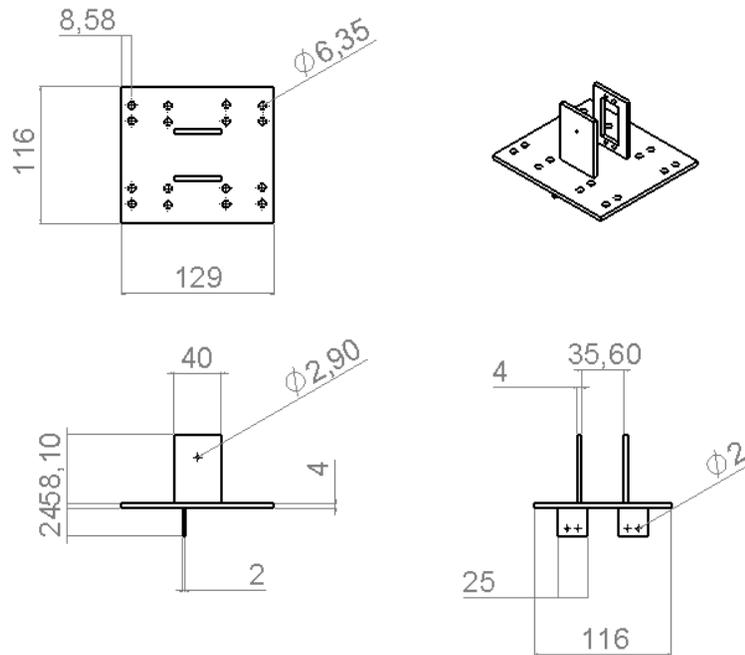


Figura 46. Plano eslabon 1 del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>

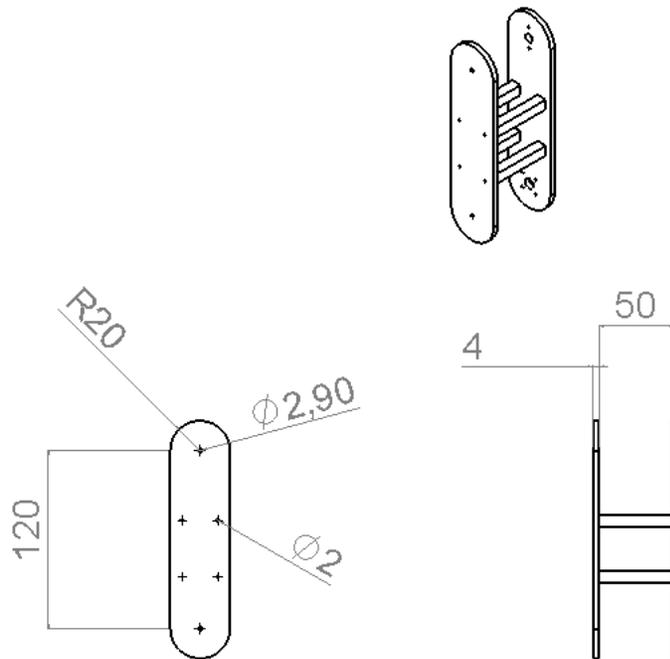


Figura 47. Plano eslabon 2 del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>

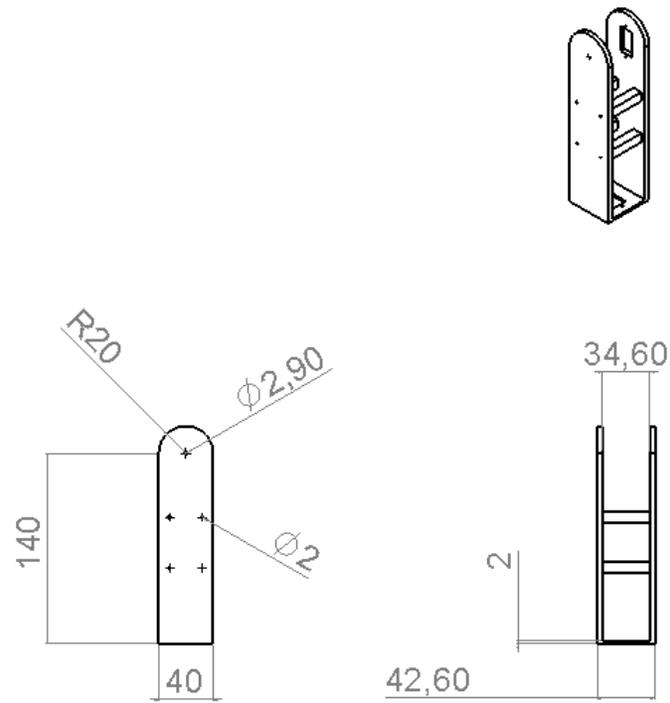


Figura 48. Plano eslabón 3 del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>

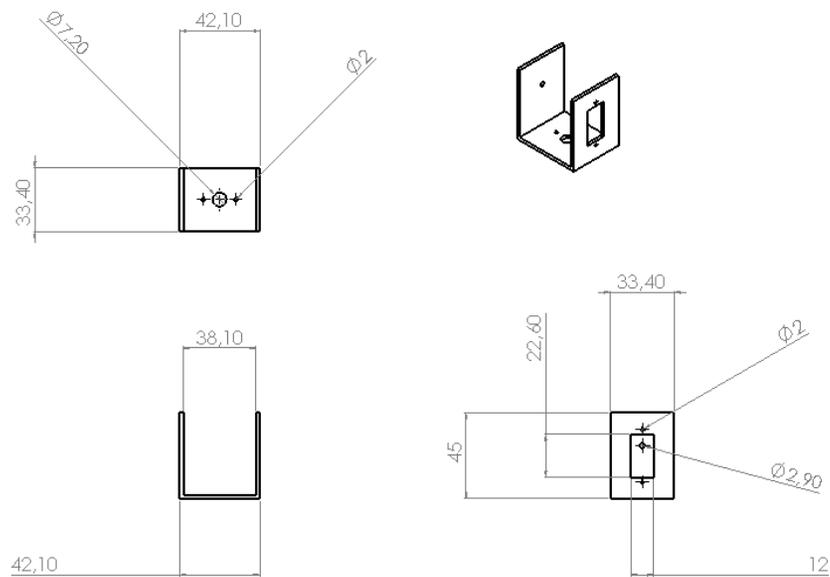


Figura 49. Plano eslabón 4 del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>

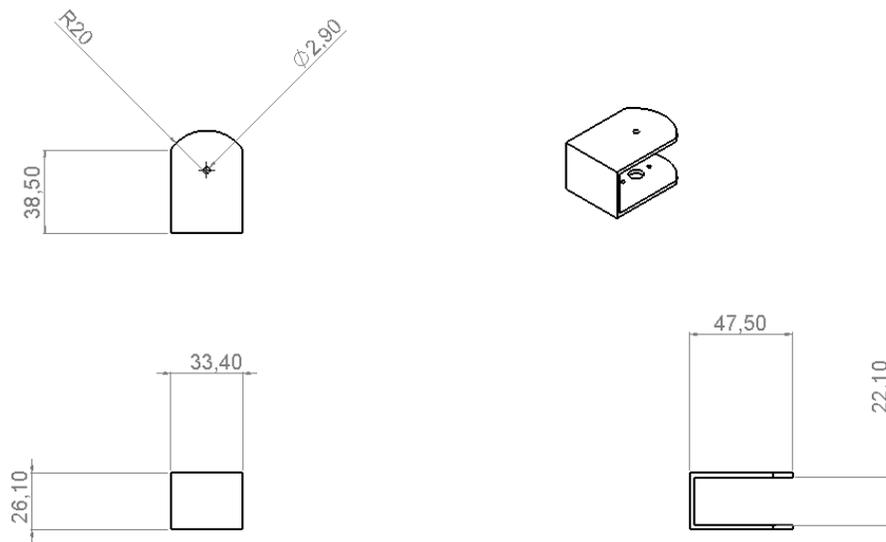


Figura 50. Plano eslabón 5 del prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>

---

3. Fuente autor del proyecto.

Anexo E.

Rodamientos lineales tipo A

**IKO Stainless Steel Linear Bushing : Metric series**

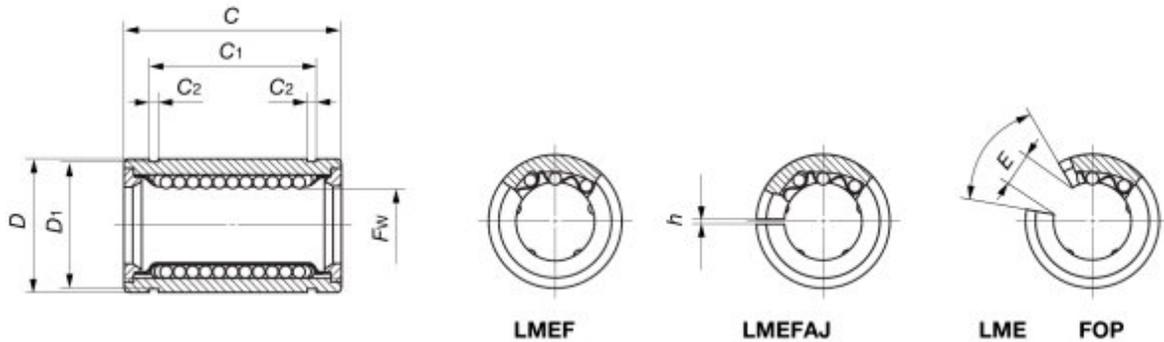
<b>Standard type :</b>	<b>Adjustable clearance type :</b>	<b>Open type :</b>
<b>LME F</b>	<b>LME F AJ</b>	<b>LME F OP</b>
<b>LME N F</b> (Synthetic resin retainer)	<b>LME N F AJ</b> (Synthetic resin retainer)	<b>LME N F OP</b> (Synthetic resin retainer)



Shaft diameter mm	Model number									
	Standard type			Adjustable clearance type			Open type			
		Ball circuits	Mass (Ref.) g		Ball circuits	Mass (Ref.) g		Ball circuits	Mass (Ref.) g	
5	LME 51222N F	4	10	LME 51222N F AJ	4	9.5	—	—	—	—
8	LME 81625 F	4	22	—	—	—	—	—	—	—
	LME 81625N F	4	20	LME 81625N F AJ	4	19	—	—	—	—
12	LME 122232 F	4	45.5	LME 122232 F AJ	4	44.5	LME 122232 F OP	3	35	
	LME 122232N F	4	41	LME 122232N F AJ	4	40	LME 122232N F OP	3	32	
16	LME 162636 F	4	59	LME 162636 F AJ	4	58	LME 162636 F OP	3	45	
	LME 162636N F	4	56.5	LME 162636N F AJ	4	54.5	LME 162636N F OP	3	44	
20	LME 203245 F	5	105	LME 203245 F AJ	5	100	LME 203245 F OP	4	84	
	LME 203245N F	5	92	LME 203245N F AJ	5	90	LME 203245N F OP	4	75	
25	LME 254058 F	6	240	LME 254058 F AJ	6	235	LME 254058 F OP	5	200	
	LME 254058N F	6	220	LME 254058N F AJ	6	215	LME 254058N F OP	5	181	

Figura 51. Rodamientos lineales Tipo A del prototipo de brazo robótico. <sup>8</sup>

8. Rodamientos lineales Tipo A, IKO KBO. {En línea}. {2 de marzo de 2016}. Disponible en: [http://img.directindustry.es/pdf/repository\\_di/16112/linear-motion-guide-series-168622\\_339b.jpg](http://img.directindustry.es/pdf/repository_di/16112/linear-motion-guide-series-168622_339b.jpg)



$F_w$	Nominal dimensions and tolerances mm											Eccentricity Max. m	Basic dynamic load rating C		Basic static load rating C <sub>0</sub>	
	Tolerance m	D	Tolerance m	C	Tolerance m	C <sub>1</sub> ( <sup>1</sup> )	Tolerance m	C <sub>2</sub>	D <sub>1</sub>	h	E		Load direction A N	Load direction B N	Load direction A N	Load direction B N
											Degree					
5		12		22		14.5		1.1	11.5	1	-	-	90.8	104	219	310
8	+8 0	16	-8	25		16.5		1.1	15.2	- 1	-	-	121	139	255	361
12		22		32	0 -200	22.9	0 -200	1.3	21	1.5	7.5	78	259	298	503	711
16	+9 -1	26	-9	36		24.9		1.3	24.9	1.5	10	78	283	325	514	726
20		32		45		31.5		1.6	30.3	2	10	60	562	668	1 010	1 470
25	+11 -1	40	-11	58		44.1		1.85	37.5	2	12.5	60	920	974	1 780	2 280
30		47		68	0	52.1	0	1.85	44.5	2	12.5	50	1 350	1 430	2 500	3 200

Figura 52. Rodamientos lineales Tipo A del prototipo de brazo robótico. <sup>8</sup>

8. Rodamientos lineales Tipo A, IKO KBO. {En línea}. {2 de marzo de 2016}. Disponible en: [http://img.directindustry.es/pdf/repository\\_di/16112/linear-motion-guide-series-168622\\_339b.jpg](http://img.directindustry.es/pdf/repository_di/16112/linear-motion-guide-series-168622_339b.jpg)



Anexo F.

Correas y poleas de tiempo.

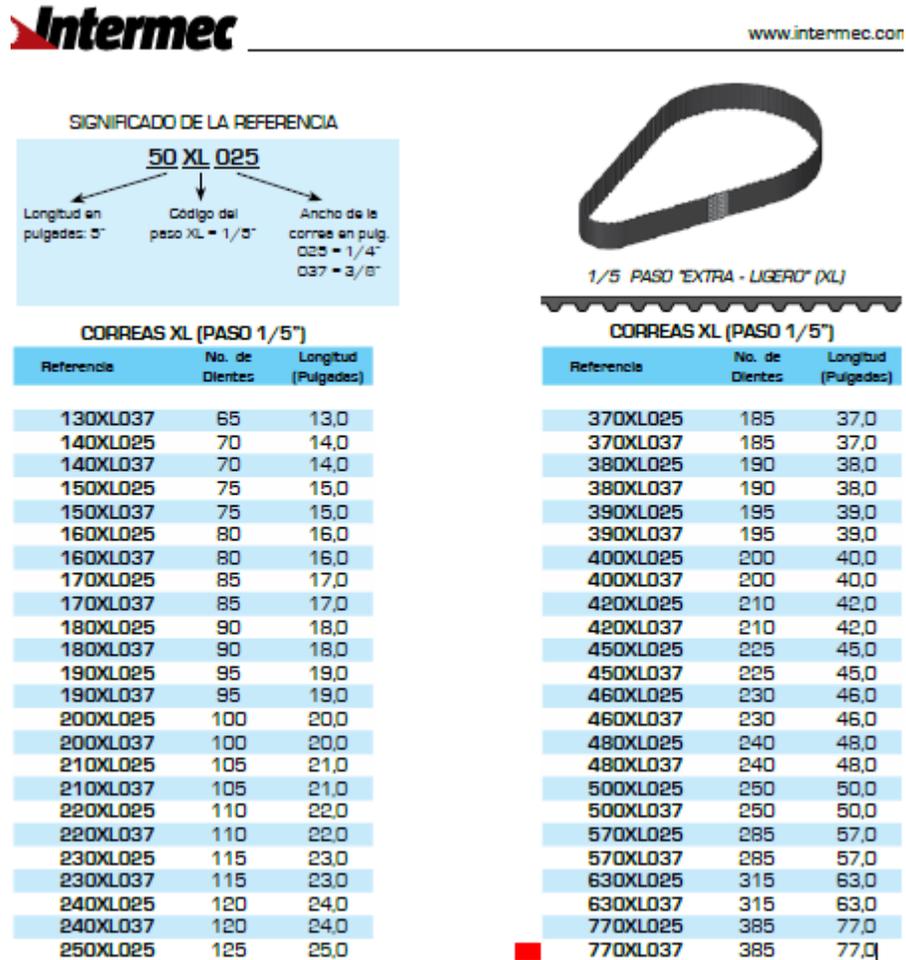


Figura 53. Correa de tiempo utilizada en el prototipo de brazo robótico. <sup>9</sup>

9. Catálogo de Correas de tiempo Intermec. {En línea}. {2 de marzo de 2016}. Disponible en: ([http://www.intermec.com.co/pdf/coreas\\_de\\_tiempo.pdf](http://www.intermec.com.co/pdf/coreas_de_tiempo.pdf))

### TABLA DE DIAMETROS DE POLEAS DENTADAS PARA CORREAS DE TIEMPO

Dientes	Diámetro exterior en milímetros				
	XL Paso 1/5"	L Paso 3/8"	H Paso 1/2"	XH Paso 7/8"	XXH Paso 1-1/4"
10	15,6	29,6	39,0		
11	17,3	32,6	43,1		
12	18,8	35,6	47,2		
13	20,5	38,6	51,2		
14	22	41,7	55,2		
15	23,7	44,7	59,3	106,1	
16	25,4	47,8	63,3	113,2	
17	27,0	50,8	67,4	120,3	
18	28,6	53,8	71,4	124,5	178,9
19	30,2	56,8	75,4	134,4	188,9
20	31,8	59,9	79,5	138,7	199,0
21	33,5	62,9	83,5	148,6	209,1
22	35,1	65,9	87,6	152,8	219,2

Dientes	Diámetro Exterior en milímetros				
	XL Paso 1/5"	L Paso 3/8"	H Paso 1/2"	XH Paso 7/8"	XXH Paso 1-1/4"
55	88,4	166,0	221,0	386,3	552,7
56	90,0	169,0	225,0	393,4	562,8
57	91,7	172,1	229,1	400,5	572,9
58	93,3	175,1	233,1	407,5	583,0
59	94,9	178,1	237,1	414,6	593,1
60	96,5	181,2	241,2	421,7	603,2
61	98,1	184,2	254,2	428,8	613,3
62	99,7	187,2	249,3	435,8	623,4
63	101,1	190,2	253,3	442,9	633,5
64	103,0	193,3	257,4	450,0	643,6
65	104,6	196,3	261,4	457,0	653,7
66	106,2	199,3	265,4	464,1	663,8
67	107,8	202,4	269,5	471,2	673,9

Figura 54. Diametros de poleas dentadas de tiempo. <sup>9</sup>

9. Catálogo de poleas dentadas de tiempo Intermec. {En línea}. {2 de marzo de 2016}. Disponible en: [http://www.intermec.com.co/pdf/tabla\\_diametros\\_poleas\\_de\\_tiempo.pdf](http://www.intermec.com.co/pdf/tabla_diametros_poleas_de_tiempo.pdf)

## Anexo G.

### Programación en Matlab, (Cinemática directa, cinemática inversa, y programación de los movimientos para el prototipo de brazo robótico).

#### Cinemática Directa.

```
1 %% Cinemática Directa del prototipo de Brazo Robótico con 6 GDL %%
2
3 clear,clc; %% funciones para borrar la ventana de comandos, la ventana
4 %% de trabajo y la ventana de figuras en matlab.
5
6 %%% Antes de comenzar, se deben definir los Parámetros Denavit Hartenberg.
7 %%% Para este caso se ha realizado una función que se llamara MDHB
8 %%% Matriz Denavit Hartenberg...
9 %%% NOTA: Para cada cálculo de la matriz DH, se debe crear la función.
10 %%% A continuación se deja la función escrita; para cada caso se debe
11 %%% crear un archivo nuevo tipo "Function" y copiar la siguiente secuencia.
12
13 % function DH=MDHB(alfa,a,d,teta)
14 % DH=[cos(teta) -cos(alfa)*sin(teta) sin(alfa)*sin(teta) a*cos(teta);
15 %     sin(teta) cos(alfa)*cos(teta) -sin(alfa)*cos(teta) a*sin(teta);
16 %     0 sin(alfa) cos(alfa) d;
17 %     0 0 0 1]
18
19 %%% Después se debe guardar para utilizarla en el cálculo de la matriz DH
20 %%% con el nombre de MDHB.
21 %%% A continuación se realiza la secuencia para la obtención de la matriz
22 %%% DH.
23
24 syms a1 d1 a2 d2 a3 d3 a4 d4 a5 d5 a6 d6 alfa1 alfa2 alfa3 alfa4 alfa5 alfa6
25 %% Comando para definir la variables que se utilizaran en el programa
26
27 %% En este caso se definen como variables las dimensiones de los eslabones y
28 %% los angulos de articulacion de forma simbolica.
29 %pi=sym(pi)
30 %% En el programa se deben colocar los datos numéricos alfa, a, d, y teta
31 %% de cada articulación respectivamente.
32 a1 = 0, d1 = 60 %% Parametro de eslabon que define las longitudes del
33 %% eslabon 1.
```

Figura 55. Cinemática directa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>



```
34 - a2 == 12, d2 == 0 % Parametro de eslabon que define las longitudes del
35 % eslabon 2.
36 - a3 == 0, d3 == 0 % Parametro de eslabon que define las longitudes del
37 % eslabon 3.
38 - a4 == 0, d4 == 12 % Parametro de eslabon que define las longitudes del
39 % eslabon 4.
40 - a5 == 0, d5 == 0 % Parametro de eslabon que define las longitudes del
41 % eslabon 5.
42 - a6 == 0, d6 == 0 % Parametro de eslabon que define las longitudes del
43 % eslabon6.
44
45 % Valores de angulos teta y alfa%
46 % Los angulos teta definen la rotacion del manipulador, (Variable de
47 % articulacion). Los angulos alfa definen la posicion de los eslabones con
48 % respecto a los ejes establecidos por los parametros Denavit Hartenberg
49 % (Parametros de Eslabon).
50 - teta1 == 0, teta2 == (45*pi/180), teta3 == (30*pi/180), teta4 == (90*pi/180),
51 - teta5 == (30*pi/180), teta6 == (0*pi/180),
52
53 - alfa1 == 0, alfa2 == (0), alfa3 == (90*pi/180), alfa4 == (90*pi/180),
54 - alfa5 == (-90*pi/180), alfa6 == 0,
55
56 % Obtención de las matrices de transformación definidas por la función MDHB
57 - A01 == (MDHB(teta1,d1,a1,alfa1)), %Matriz de transformacion homogenea que
58 % especifica la traslacion y rotacion del eslabon 1.
59 - A12 == (MDHB(teta2,d2,a2,alfa2)), %Matriz de transformacion homogenea que
60 % especifica la traslacion y rotacion del eslabon 2.
61 - A23 == (MDHB(teta3,d3,a3,alfa3)), %Matriz de transformacion homogenea que
62 % especifica la traslacion y rotacion del eslabon 3.
63 - A34 == (MDHB(teta4,d4,a4,alfa4)), %Matriz de transformacion homogenea que
64 % especifica la traslacion y rotacion del eslabon 4.
```

Figura 56. Cinemática directa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)



```
65 - A45 = (MDHB(teta5,d5,a5,alfa5)), %Matriz de transformacion homogenea que
66 % especifica la traslacion y rotacion del eslabon 5.
67 - A56 = (MDHB(teta6,d6,a6,alfa6)), %Matriz de transformacion homogenea que
68 % especifica la traslacion y rotacion del eslabon 6.
69
70 % Obtención de la matriz de transformación homogenea que relaciona la base
71 % del robot con el extremo o efector final
72 - T = (A01*A12*A23*A34*A45*A56)
73
74 % Posición del brazo en el espacio %
75 - Px = (T(1,4)), % Posición en X del brazo %
76 - Py = (T(2,4)), % Posición en Y del brazo %
77 - Pz = (T(3,4)), % Posición en Z del brazo %
78
79 % Matrices de rotación para orientar la muñeca del robot %
80 % Estas matrices son calculadas para la obtencion de los ángulos teta4,
81 % teta5 y teta6. Se obtienen de las matrices de transformacion homogenea
82 % A34, A45, A56 y se conocen como las submatrices de rotación
83 - R34 = ([A34(1,1) A34(1,2) A34(1,3);
84          A34(2,1) A34(2,2) A34(2,3);
85          A34(3,1) A34(3,2) A34(3,3)]); % Submatriz que se obtiene de la
86 % transformada homogenea de la matriz A34, que determina la orientacion de
87 % la articulacion 4.
88 - R45 = ([A45(1,1) A45(1,2) A45(1,3);
89          A45(2,1) A45(2,2) A45(2,3);
90          A45(3,1) A45(3,2) A45(3,3)]); % Submatriz que se obtiene de la
91 % transformada homogenea de la matriz A45, que determina la orientacion de
92 % la articulacion 5.
93 - R56 = ([A56(1,1) A56(1,2) A56(1,3);
94          A56(2,1) A56(2,2) A56(2,3);
95          A56(3,1) A56(3,2) A56(3,3)]); % Submatriz que se obtiene de la
96 % transformada homogenea de la matriz A56, que determina la orientacion de
97 % la articulacion 6.
```

Figura 57. Cinemática directa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)

```
98 - R36 = (R34*R45*R56) % Submatriz que se tiene de realizar la multiplicacion
99 % de las matrices R34, R45 y R56, y determina la orientacion total de la
100 % muñeca del robot.
101 % Con el resultado de la submatriz R36 se debe calcular la cinemática
102 % inversa para teta4, teta5 y teta6
```

Figura 58. Cinemática directa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)

3. Fuente autor del proyecto.



## Cinemática Inversa.

```
1 %% Cinemática Inversa del prototipo de Brazo Robótico con 6 GDL %%
2 % La solución de la cinemática inversa, se hará por medio de matrices de
3 % transformación homogéneas.
4 clear,clc,cla; % funciones para borrar la ventana de comandos, la ventana
5 % de trabajo y la ventana de figuras en matlab.
6 syms a1 d1 a2 d2 a3 d3 a4 d4 a5 d5 a6 d6 alfa1 alfa2 alfa3 alfa4 alfa5 alfa6
7 % Comando para definir las variables que se utilizarán en el programa
8 % En este caso se definen como variables las dimensiones de los eslabones y
9 % los ángulos de articulación de forma simbólica.
10 %pi=sym(pi)
11 % Para la cinemática inversa se deben colocar los datos numéricos alfa
12 % de cada articulación respectivamente, ya que son los que definen la
13 % configuración del brazo robótico. En cuanto a los datos d1, d4 y a3, se
14 % deben dejar las variables simbólicas.
15 a1 = 0, d1, % Parametro de eslabon que define las longitudes del
16 % eslabon 1.
17 a2, d2 = 0, % Parametro de eslabon que define las longitudes del
18 % eslabon 2.
19 a3 = 0, d3 = 0, % Parametro de eslabon que define las longitudes del
20 % eslabon 3.
21 a4 = 0, d4, % Parametro de eslabon que define las longitudes del
22 % eslabon 4.
23 a5 = 0, d5 = 0, % Parametro de eslabon que define las longitudes del
24 % eslabon 5.
25 a6 = 0, d6 = 0, % Parametro de eslabon que define las longitudes del
26 % eslabon6.
27
28 % Valores de angulos teta y alfa simbolicos y numericos respectivamente %
29 teta1 = 0, teta2, teta3, teta4, teta5, teta6,
30
31 alfa1 = 0, alfa2 = 0, alfa3 = (90*pi/180), alfa4 = (90*pi/180),
32 alfa5 = (-90*pi/180), alfa6 = 0,
```

Figura 59. Cinemática inversa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>



```
33
34 % Obtención de las matrices de transformación definidas por la función MDHB
35 % A01 = (MDHB(teta1,d1,a1,alfa1)),%Matriz de transformacion homogenea que
36 % % especifica la traslacion y rotacion del eslabon 1.
37 % A12 = (MDHB(teta2,d2,a2,alfa2)),%Matriz de transformacion homogenea que
38 % % especifica la traslacion y rotacion del eslabon 2.
39 % A23 = (MDHB(teta3,d3,a3,alfa3)),%Matriz de transformacion homogenea que
40 % % especifica la traslacion y rotacion del eslabon 3.
41 % A34 = (MDHB(teta4,d4,a4,alfa4)),%Matriz de transformacion homogenea que
42 % % especifica la traslacion y rotacion del eslabon 4.
43 % A45 = (MDHB(teta5,d5,a5,alfa5)),%Matriz de transformacion homogenea que
44 % % especifica la traslacion y rotacion del eslabon 5.
45 % A56 = (MDHB(teta6,d6,a6,alfa6)),%Matriz de transformacion homogenea que
46 % % especifica la traslacion y rotacion del eslabon 6.
47 %
48 % % Obtención de la matriz de transformación homogenea que relaciona la base
49 % % del robot con el extremo o efector final
50 % T = simple(A01*A12*A23*A34*A45*A56)
51 %
52 % % Posición del brazo en el espacio %
53 % Px = (T(1,4)), % Posición en X del brazo %
54 % Py = (T(2,4)), % Posición en Y del brazo %
55 % Pz = (T(3,4)), % Posición en Z del brazo %
56
57 % T(1,4) = Px, % Posición en X del brazo %
58 % T(2,4) = Py, % Posición en Y del brazo %
59 % T(3,4) = Pz, % Posición en Z del brazo %
60
61 % Cálculo cinemática inversa a partir de matrices de transformación
62 % homogéneas
63 % Para la solución de esta cinemática, se necesitan conocer las matrices
64 % inversas de cada transformación y se realiza la operación que se describe
65 % a continuación.
```

Figura 60. Cinemática inversa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)

```
66
67 % Posición del brazo en X, Y y Z
68 % En esta parte se deberan colocar las posiciones en X Y y Z a las cuales
69 % se desea llegar.
70 - Px = 20.0764, % Posición en X del brazo %
71 - Py = 5.3795, % Posición en Y del brazo %
72 - Pz = 60, % Posición en Z del brazo %
73
74 - a2 = 12, % Parametro de eslabon que define la longitud del eslabon 2.
75 - d4 = 12, % Parametro de eslabon que define la longitud del eslabon 4.
76
77 % CALCULO PARA TETA1 %
78 % Se debe obtener la inversa de la transformación A01 de la siguiente forma
79 % A10 = inv(A01),
80 % La inversa ya calculada se debe multiplicar por la matriz T
81 % T1 = simple(A10*T), % El resultado de esta matriz se llamara T1
82 % Los valores de T1 se igualan termino a termino con la matriz A16, con el
83 % fin de encontrar ecuaciones que tengan como incognita el angulo buscado,
84 % que para este caso sera teta1
85 % A16 = simple(A12*A23*A34*A45*A56),
86 % Los terminos que tienen el ángulo teta1 son T1(1,4) y T1(2,4), estos se
87 % deben igualar a los terminos A16(1,4) y A16(2,4).
88 % Con estos valores se obtienen dos ecuaciones que se deberan resolver
89 % simultaneamente para encontrar el valor de teta1.
90
91 % Para la configuracion de este manipulador, como el eslabón 1 es
92 % prismatico no existe un ángulo teta1 por lo cual no se calculó, pero si
93 % existe un desplazamiento que al realizar el mismo procedimiento se puede
94 % obtener su valor.
95
96 % Los terminos que tienen el valor incognito son T1(3,4) y A16(3,4) que al
97 % igualarlos se encuentra el desplazamiento que realiza el robot. Dicho
98 % esto entonces se tiene:
```

Figura 61. Cinemática inversa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)



```
99      % T1(3,4) = Pz - d1 y A16(3,4) = 0 al despejar Pz se tiene que es igual a
100     % d1 siendo este ultimo el desplazamiento.
101     d1 = Pz
102
103     % CALCULO PARA TETA2 %
104     % Se deben obtener las inversas de la transformación A01 y A12
105     % A10 = inv(A01),
106     % A21 = inv(A12),
107     % Las inversas ya calculadas se debe multiplicar por la matriz T
108     % T2 = simple(A21*A10*T) % El resultado de esta matriz se llamara T2
109     % Los valores de T2 se igualan termino a termino con la matriz A26, con el
110     % fin de encontrar ecuaciones que tengan como incognita el angulo buscado,
111     % para este caso sera teta2
112     % A26 = simple(A23*A34*A45*A56)
113     % Los terminos que tienen el ángulo teta2 son T2(1,4) y T2(2,4), estos se
114     % deben igualar a los terminos A26(1,4) y A26(2,4).
115     % Con estos valores se obtienen dos ecuaciones que se deberan resolver
116     % simultaneamente para encontrar el valor de teta2.
117     % Para el caso del ángulo teta2 se igualan los terminos de T2(1,4) y
118     % A26(1,4) y T2(2,4) se iguala con A26(2,4), obteniendo lo siguiente.
119     % Px*cos(teta2) - a2 + Py*sin(teta2) = d4*sin(teta3) (ECUACION 1)
120     % Py*cos(teta2) - Px*sin(teta2) = -d4*cos(teta3) (ECUACION 2)
121     % para simplificar las ecuaciones se elevaron al cuadrado, y se
122     % sumaron con el fin de eliminar terminos semejantes, y por ultimo se
123     % factorizaron terminos para llegar a la siguiente solución:
124     % ((Px^2 + Py^2 + a^2 - d4^2) / 2*a2) = Px*cos(teta2) + Py*sin(teta2)
125     % Para encontrar el ángulo teta2 se utiliza el tangente de dos argumentos
126     % que se define como:
127     % C = A*cos(teta) + B*sin(teta)
128     % Entonces:
129     % C = ((Px^2 + Py^2 + a^2 - d4^2) / 2*a2)
130     % A = Px,
131     % B = Py,
```

Figura 62. Cinemática inversa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)



```
132 % La solución para teta2 viene dada por la ecuación:
133 % teta = atan2(B,A) +- atan2(sqrt(A^2 + B^2 - C^2),C) y para que la
134 % solución este en grados, se hace la conversión con la ecuación rad2deg(X)
135 % donde X es el valor del ángulo en radianes.
136 A = Px,
137 B = Py,
138 C = ((Px^2 + Py^2 + a2^2 - d4^2) / (2*a2)),
139 teta2 = atan2(B,A) + atan2(sqrt(A^2 + B^2 - C^2),C)
140 % Para teta2 se utiliza el signo + en la ecuación ya que este define el
141 % codo del brazo hacia arriba.
142 Grados_teta2 = rad2deg(teta2)
143
144 % CALCULO PARA TETA3 %
145 % Se deben obtener las inversas de la transformación A01, A12 y A23
146 %A10 = inv(A01),
147 %A21 = inv(A12),
148 %A32 = inv(A23),
149 % Las inversas ya calculadas se debe multiplicar por la matriz T
150 %T3 = simple(A32*A21*A10*T) El resultado de esta matriz se llamara T3
151 % Los valores de T3 se igualan termino a termino con la matriz A36, con el
152 % fin de encontrar ecuaciones que tengan como incognita el angulo buscado,
153 % para este caso sera teta3
154 %A36 = simple(A34*A45*A56)
155 % Los terminos que tienen el ángulo teta3 son T3(1,4) y T3(3,4), estos se
156 % deben igualar a los terminos A36(1,4) y A36(3,4).
157 % Para la obtencion de este angulo se puede utilizar cualquiera de estas dos
158 % ecuaciones ya que estan en terminos de teta2 y teta3, en donde ya se
159 % conoce teta2.
160 % En este caso se utilizara la ecuacion que sale de igualar T3(1,4) con
161 % A36(1,4). Esta ecuacion, se debe simplificar para encontrar teta3
162 % aplicando tangente de dos argumentos que se define como:
163 % D*cos(teta) + E*sin(teta) = 0
164 % Entonces:
```

Figura 63. Cinemática inversa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)



```
165 % D = (Px*cos(teta2) + Py*sin(teta2) - a2)
166 % E = (Py*cos(teta2) - Px*sin(teta2))
167 % La solucion para teta3 tiene dos posibles soluciones dadas por las
168 % ecuaciones:
169 % teta = atan2(D,-E) ó teta = atan2(-D,E) para este ángulo se usa la
170 % segunda opcion y para que la solucion este en grados, se hace la
171 % conversión con la ecuación rad2deg(X) donde X es el valor del ángulo en
172 % radianes.
173 - D = (Px*cos(teta2) + Py*sin(teta2) - a2)
174 - E = (Py*cos(teta2) - Px*sin(teta2))
175 - teta3 = atan2(D,-E)
176 - Grados_teta3 = rad2deg(teta3)
177
178 % CALCULO PARA TETA4, TETA5 y TETA6 %
179 % Para estos 3 ángulos se utilizaran las submatrices de rotación
180 % correspondientes con el fin de hacer mas fácil el cálculo de los ángulos.
181 % Se deben obtener las matrices de transformacion homogeneas de A34, A45
182 % y A56 y luego las submatrices de estas mismas.
183 % Una vez obtenidas estas submatrices se deben multiplicar de la misma
184 % forma como si fueran transformadas y se debe obtener la matriz resultante
185 % R36
186
187 %A34 = MDHB(teta4,d4,a4,alfa4),
188 %A45 = MDHB(teta5,d5,a5,alfa5),
189 %A56 = MDHB(teta6,d6,a6,alfa6),
190 % Matrices de rotación R34, R45 y R56 que seran datos numericos
191 %R34 = [A34(1,1) A34(1,2) A34(1,3);
192 %       A34(2,1) A34(2,2) A34(2,3);
193 %       A34(3,1) A34(3,2) A34(3,3)] % Submatriz de rotacion de la
194 % articulation 4
195 %R45 = [A45(1,1) A45(1,2) A45(1,3);
196 %       A45(2,1) A45(2,2) A45(2,3);
197 %       A45(3,1) A45(3,2) A45(3,3)] % Submatriz de rotacion de la
```

Figura 64. Cinemática inversa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)



```
198 % articulación 5
199 %R56 = [A56(1,1) A56(1,2) A56(1,3);
200 %       A56(2,1) A56(2,2) A56(2,3);
201 %       A56(3,1) A56(3,2) A56(3,3)]% Submatriz de rotación de la
202 % articulación 6
203
204 % Se calcula R36 multiplicando estas tres submatrices de rotación de forma
205 % que se cumpla con la secuencia estipulada por los parámetros Denavit
206 % Hartenberg y la regla del desacople cinemático.
207 % R36 = (R34*R45*R56)
208 % R36 = simplify(R34*R45*R56)
209
210 % Una vez calculada la matriz R36 se procede a calcular los ángulos  $\theta_4$ ,
211 %  $\theta_5$  y  $\theta_6$  con los datos de la matriz que tengan estos ángulos de la
212 % siguiente manera:
213
214 % Para este caso, se deberá calcular primero el ángulo  $\theta_4$ , ya que los
215 % demás cálculos dependerán de esta variable.
216
217
218 % PARA TETA 5 %
219 % Para calcular este ángulo se utiliza el valor (R36(3,3)) correspondiente
220 % al valor  $\cos(\theta_5)$  que al calcular su arcocoseno se obtiene  $\theta_5$ .
221 %  $\theta_5 = \arccos(R36(3,3))$ 
222
223
224 % PARA TETA 4
225 % Para hallar el ángulo 4, se toman los valores R36(2,3) y R36(1,3) que
226 % contienen el ángulo  $\theta_4$ .
227 %  $R36(2,3) = -\sin(\theta_4) \cdot \sin(\theta_5)$ 
228 %  $R36(1,3) = -\cos(\theta_4) \cdot \sin(\theta_5)$ 
229 % Como los dos datos obtenidos tienen el valor de  $\sin(\theta_5)$ , se pueden
230 % dividir por la misma variable pero negativa para eliminar el signo,
```

Figura 65. Cinemática inversa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)



```
231 % obteniendo asi las variables de teta4.
232 % F = (R36(2,3))/(-sin(teta5)) = (-sin(teta4)*sin(teta5))/(-sin(teta5))
233 % G = (R36(1,3))/(-sin(teta5)) = (-cos(teta4)*sin(teta5))/(-sin(teta5))
234 % Teniendo estas variables se aplica la tangente de dos argumentos
235 % obteniendo asi el angulo teta4
236 % F = (R36(2,3))/(-sin(teta5)),
237 % G = (R36(1,3))/(-sin(teta5)),
238 % teta4 = atan2(F,G)
239
240
241 % PARA TETA 6 %
242 % Para calcular este ultimo angulo se utilizan los valores R36(3,2) y
243 % R36(3,1) que contienen el ángulo teta6.
244 % R36(3,2) = -sin(teta5)*sin(teta6)
245 % R36(3,1) = cos(teta6)*sin(teta5)
246 % Como las dos datos obtenidos tienen el valor de sin(teta5), se pueden
247 % dividir por la misma variable obteniendo asi las variables de teta6.
248 % H = (R36(3,2))/(-sin(teta5)) = (-sin(teta5)*sin(teta6))/(-sin(teta5))
249 % I = (R36(3,1))/(sin(teta5)) = (cos(teta6)*sin(teta5))/(sin(teta5))
250 % Teniendo estas variables se aplica la tangente de dos argumentos
251 % obteniendo asi el angulo teta6.
252 % H = (R36(3,2))/(-sin(teta5)),
253 % I = (R36(3,1))/(sin(teta5)),
254 % teta6 = atan2(H,I)
255
256 % Como se especifico al momento de calcular estas submatrices, los valores
257 % deben ser numericos ya que las ecuaciones planteadas no arrojaran
258 % resultados teniendo valores simbolicos. Entendido esto se calcularan
259 % acontinuacion.
260
261 - R36 = [0.0000 -1.0000 -0.0000;
262         0.8660 0.0000 -0.5000;
263         0.5000 -0.0000 0.8660], % Submatriz de rotacion de orientacion del efector
```

Figura 66. Cinemática inversa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)



```
264 % final del manipulador
265
266
267 % ANGULO TETA5 %
268 teta5 = acos(R36(3,3))% Angulo de giro de la
269 % articulacion 5 en radianes.
270 Grados_teta5 = rad2deg(teta5)% Angulo de giro de la
271 % articulacion 5 en grados.
272
273
274 % ANGULO TETA4 %
275 F = (R36(2,3))/(-sin(teta5)),
276 G = (R36(1,3))/(-sin(teta5)),
277 teta4 = atan2(F,G)% Angulo de giro de la articulacion 4 en radianes.
278 Grados_teta4 = rad2deg(teta4)% Angulo de giro de la articulacion 4 en grados.
279
280
281 % ANGULO TETA6 %
282 H = (R36(3,2))/(-sin(teta5)),
283 I = (R36(3,1))/(sin(teta5)),
284 teta6 = atan2(H,I)% Angulo de giro de la articulacion 6 en radianes.
285 Grados_teta6 = rad2deg(teta6)% Angulo de giro de la articulacion 6 en grados.
```

Figura 67. Cinemática inversa prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)

## Programación de los movimientos para el prototipo de brazo robótico.

```
1 % En este codigo, se uniran la cinematica inversa del prototipo de brazo
2 % robotico y la generacion de trayectoria. Lo que se busca al unir estos
3 % dos modelos, es que al introducir la posicion deseada del robot,
4 % (Px,Py,Pz), se calculen los angulos que lo posicionaran, y a su vez que
5 % se calculen las trayectorias que debe seguir.
6
7 %%% _____CINEMÁTICA INVERSA_____ %%%
8
9 clear,clc; % funciones para borrar la ventana de comandos, la ventana
10 % de trabajo y la ventana de figuras en matlab.
11 syms a1 d1 a2 d2 a3 d3 a4 d4 a5 d5 a6 d6 alfa1 alfa2 alfa3 alfa4 alfa5 alfa6
12 % Comando para definir la variables que se utilizaran en el programa
13 % En este caso se definen como variables las dimensiones de los eslabones y
14 % los angulos de articulacion de forma simbolica.
15
16 % Para la cinemática inversa se deben colocar los datos numéricos alfa, (ya
17 % incorporados en el programa), de cada articulación respectivamente, ya que
18 % son los que definen la configuracion del brazo robótico.
19 % En cuanto a los datos d1, d4 y a3, se deben dejar las variables
20 % simbolicas, (mas adelante se definiran).
21
22 a1 = 0; d1; % Parametro de eslabon que define las longitudes del
23 % eslabon 1.
24 a2; d2 = 0; % Parametro de eslabon que define las longitudes del
25 % eslabon 2.
26 a3 = 0; d3 = 0; % Parametro de eslabon que define las longitudes del
27 % eslabon 3.
28 a4 = 0; d4; % Parametro de eslabon que define las longitudes del
29 % eslabon 4.
30 a5 = 0; d5 = 0; % Parametro de eslabon que define las longitudes del
31 % eslabon 5.
32 a6 = 0; d6 = 0; % Parametro de eslabon que define las longitudes del
33 % eslabon6.
```

Figura 68. Programación de los movimientos prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup>



```
34
35 % Valores de angulos teta y alfa simbolicos y numericos respectivamente %
36 teta1 = 0; teta2; teta3; teta4; teta5; teta6 = 0;
37
38 alfa1 = 0; alfa2 = 0; alfa3 = (90*pi/180); alfa4 = (90*pi/180);
39 alfa5 = (-90*pi/180); alfa6 = 0;
40
41
42 % Posición del brazo en X, Y y Z
43 % En esta parte del codigo se deberan colocar las posiciones en X Y y Z a
44 % las cuales se desea llegar.
45
46 a2 = 12; % Parametro de eslabon que define la longitud del eslabon 2.
47 d4 = 12; % Parametro de eslabon que define la longitud del eslabon 3.
48
49 % Px = 20.0764
50 % Py = 5.3795
51 % Pz = 60
52
53 Px = input('Px = '); % Px, Posición en X del brazo %
54 Py = input('Py = '); % Py, Posición en Y del brazo %
55 Pz = input('Pz = '); % Pz, Posición en Z del brazo %
56
57 % La solucion de la cinematica inversa para este manipulador se desarrollo
58 % en otro codigo llamado "CinematicaInversaBarrientos.m" en donde se
59 % explica detalladamente como se ha resuelto y por que metodos.
60 % Dicho esto entonces se colocaran solo los resultados obtenidos de el
61 % codigo mencionado.
62
63 % Articulacion 1 %
64 d1 = Pz
```

Figura 69. Programación de los movimientos prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)

```
65
66     % Articulacion 2 %
67 -   A = Px;
68 -   B = Py;
69 -   C = ((Px^2 + Py^2 + a2^2 - d4^2) / (2*a2));
70 -   teta2 = atan2(B,A) + atan2(sqrt(A^2 + B^2 - C^2),C);
71 -   Teta2 = rad2deg(teta2), % Arroja el valor de teta2 en grados
72
73     % Articulacion 3 %
74 -   D = (Px*cos(teta2) + Py*sin(teta2) - a2);
75 -   E = (Py*cos(teta2) - Px*sin(teta2));
76 -   teta3 = atan2(D,-E);
77 -   Teta3 = rad2deg(teta3), % Arroja el valor de teta3 en grados
78
79     % CALCULO PARA TETA4, TETA5 y TETA6 %
80     % Para estos 3 ángulos se utilizaran las submatrices de rotación
81     % correspondientes con el fin de hacer mas fácil el cálculo de los ángulos.
82     % Tambien se encuentra en el codigo "CinematicaInversaBarrientos.m" bien
83     % detallado.
84
85     % Dicho esto entonces se colocaran solo los resultados obtenidos de el
86     % codigo mencionado.
87
88 -   R36 = [0.0000 -1.0000 -0.0000;
89           0.8660 0.0000 -0.5000;
90           0.5000 -0.0000 0.8660], % Submatriz de rotacion de orientacion del
91     % efector final del manipulador
92
93     % Articulacion 5 %
94 -   teta5 = acos((R36(3,3)));
95 -   Teta5 = rad2deg(teta5) % Arroja el valor de teta5 en grados
96
```

Figura 70. Programación de los movimientos prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)



```
97 % Articulacion 4 %
98 F = (R36(2,3))/(-sin(teta5));
99 G = (R36(1,3))/(-sin(teta5));
100 teta4 = atan2(F,G);
101 Teta4 = rad2deg(teta4) % Arroja el valor de teta4 en grados
102
103 % Articulacion 6 %
104 H = (R36(3,2))/(-sin(teta5));
105 I = (R36(3,1))/(sin(teta5));
106 teta6 = atan2(H,I);
107 Teta6 = rad2deg(teta6) % Arroja el valor de teta6 en grados
108
109
110 Velocidad = 4; %Comando para definir la velocidad del motor para el primer
111 %slabon del prototipo de brazo robotico.
112 MSI=[0 0 0]; %Comando para definir el tipo de paso que se desea. Para este
113 %proyecto se define tipo de paso completo
114
115 a=arduino('COM3') %Comando para la identificacion de la tarjeta arduino en
116 %el puerto correspondiente
117
118 %Comunicacion con cada actuador e inicializacion desde el punto de partida
119 grad1Serv1=0 %Posicion del servomotor 1 en 0 grados
120 grad1Serv2=1 %Posicion del servomotor 2 en 180 grados
121 grad1Serv3=0 %Posicion del servomotor 3 en 0 grados
122 grad1Serv4=0 %Posicion del servomotor 4 en 0 grados
123
124 %Comunicacion con los puertos de la tarjeta arduino
125 BrazoServo1 = servo(a,14) %Actuador 1 conectado al pin 14 de la tarjeta
126 BrazoServo2 = servo(a,15) %Actuador 2 conectado al pin 15 de la tarjeta
127 BrazoServo3 = servo(a,16) %Actuador 3 conectado al pin 16 de la tarjeta
128 BrazoServo4 = servo(a,17) %Actuador 4 conectado al pin 17 de la tarjeta
129
```

Figura 71. Programación de los movimientos prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)



```
130 %Posicion inicial para cada actuador de acuerdo con la cinematica inversa
131 - writePosition(BrazoServo1,grad1Serv1)%Se coloca el actuador 1 en la posicion
132 %inicial de acuerdo a la cinematica inversa
133 - writePosition(BrazoServo2,grad1Serv2)%Se coloca el actuador 2 en la posicion
134 %inicial de acuerdo a la cinematica inversa
135 - writePosition(BrazoServo3,grad1Serv3)%Se coloca el actuador 3 en la posicion
136 %inicial de acuerdo a la cinematica inversa
137 - writePosition(BrazoServo4,grad1Serv4)%Se coloca el actuador 4 en la posicion
138 %inicial de acuerdo a la cinematica inversa
139
140 %Inicializacion del motor Paso a paso
141 %Control de Velocidad de acuerdo a los puertos MSI deseados por el usuario
142 - if(Velocidad == 0)
143 -     writeDigitalPin(a,9,0)
144 -     writeDigitalPin(a,8,0)
145 -     writeDigitalPin(a,7,0)
146 - elseif(Velocidad == 1)
147 -     writeDigitalPin(a,9,1)
148 -     writeDigitalPin(a,8,0)
149 -     writeDigitalPin(a,7,0)
150 - elseif(Velocidad == 2)
151 -     writeDigitalPin(a,9,0)
152 -     writeDigitalPin(a,8,1)
153 -     writeDigitalPin(a,7,0)
154 - elseif(Velocidad == 3)
155 -     writeDigitalPin(a,9,0)
156 -     writeDigitalPin(a,8,1)
157 -     writeDigitalPin(a,7,1)
158 - elseif(Velocidad == 4)
159 -     writeDigitalPin(a,9,1)
160 -     writeDigitalPin(a,8,1)
161 -     writeDigitalPin(a,7,1)
162 - end
```

Figura 72. Programación de los movimientos prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)



```
163
164 %Habilitar el controlador del motor paso a paso (Pololu) en una direccion
165 - writeDigitalPin(a,12,0)%Activar controlador Pololu
166 - writeDigitalPin(a,10,1)%Activar la direccion del motor paso a paso
167
168 %Envia el PWM hacia el controlador del motor paso a paso (Pololu) el cual
169 %es la duracion deseada para el movimiento
170 - writePWMDutyCycle(a,11, 0.05)
171 - pause(3)%Duracion del movimiento
172
173 %Control Servomotores del prototipo
174 %Primer ángulo para todos los servomotores
175 %Servo1
176 - for grad1Serv1=0:0.002:((Teta2*2)/180)%El Actuador 1 va de 0 grados a el
177 |   %primer angulo calculado con el generador de trayectoria
178 -   writePosition(BrazoServo1,grad1Serv1)%Mueve el actuador a la posicion
179 |   %requerida
180
181   %Servo2
182 -   grad1Serv2=(1-grad1Serv1)-(((Teta3)*0.83)/180)%El Actuador 2 va de 0
183 |   %grados a el segundo angulo calculado con el generador de trayectoria
184 -   writePosition(BrazoServo2,grad1Serv2)%Mueve el actuador a la posicion
185 |   %requerida
186
187   %Servo3
188 -   grad1Serv3=((0+grad1Serv1)/2)%El Actuador 3 va de 0 grados a el tercer
189 |   %angulo calculado con el generador de trayectoria
190 -   writePosition(BrazoServo3,grad1Serv3)%Mueve el actuador a la posicion
191 |   %requerida
192
193   %Servo4
194 -   grad1Serv4=((0+grad1Serv1)/6)%El Actuador 4 va de 0 grados al cuarto
195 |   %angulo calculado con el generador de trayectoria
```

Figura 73. Programación de los movimientos prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)

```
196 -     writePosition(BrazoServo4,grad1Serv4) %Mueve el actuador a la posicion
197 -     %requerida
198 - end
199
200     %Deshabilitar el Pololu
201     %writeDigitalPin(a,12,1)
202
203     %Segundo ángulo para todos los servomotores
204     %Servo1
205 - for grad2Serv1=grad1Serv1:-0.002:Teta2/180 %El Actuador 1 va del angulo
206 -     %anteriormente calculado hasta el angulo final calculado con la
207 -     %cinematica inversa
208 -     writePosition(BrazoServo1,grad2Serv1) %Mueve el actuador a la posicion
209 -     %requerida
210
211     %Servo2
212 -     grad2Serv2=(0.8965-grad2Serv1) %El Actuador 2 va del angulo
213 -     %anteriormente calculado hasta el angulo final calculado con la
214 -     %cinematica inversa
215 -     writePosition(BrazoServo2,grad2Serv2) %Mueve el actuador a la posicion
216 -     %requerida
217
218     %Servo3
219 -     grad2Serv3=((Teta3/39.9)-grad2Serv1) %El Actuador 3 va del angulo
220 -     %anteriormente calculado hasta el angulo final calculado con la
221 -     %cinematica inversa
222 -     writePosition(BrazoServo3,grad2Serv3) %Mueve el actuador a la posicion
223 -     %requerida
224
225     %Servo4
226 -     grad2Serv4=(grad1Serv4+(0.6-(grad2Serv1)))/(2.58) %El Actuador 4 va del
227 -     %angulo anteriormente calculado hasta el angulo final calculado con la
228 -     %cinematica inversa
```

Figura 74. Programación de los movimientos prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)



```
229 -     writePosition(BrazoServo4,grad2Serv4) %Mueve el actuador a la posicion
230 -     %requerida
231 - end
232
233     %Deshabilitar el controlador del motor paso a paso (Pololu)
234 - writeDigitalPin(a,12,1)
235
```

Figura 75. Programación de los movimientos prototipo de brazo robótico. <sup>3</sup> (Continuación)

---

3. Fuente autor del proyecto.