" EFICIENCIA TECNICA EN LA PRODUCCION CAFETERA EN EL DISTRITO DE MARINCA, VEREDA DE SAN LORENZO Y LA TAGUA "

P O R:

JAIME BRITTO LOPEZ

CARLOS ORTEGA OSPINO

CARLOS DURAN PONCE

" Tesis de grado presentada como requisito parcial para optar al título de:

E C O N O M I S T A   A G R I C O L A

PRESIDENTE DE TESIS :

DR. MARTIN OSPINO R. Eco. Agric.

UNIVERSIDAD TECNOLOGICA DEL MAGDALENA
FACULTAD DE ECONOMIA AGRICOLA
SANTA MARTA - MAGDALENA

1.979

"EL PRESIDENTE DE TESIS Y LOS MIEMBROS DEL CONSEJO EXAMINADOR DE TESIS DE GRADO, NO SERAN RESPONSABLES DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS E IDEAS - EMITIDAS POR LOS CANDIDATOS.

D E D I C O :

A MIS PADRES

A MIS HERMANOS

A MI ESPOSA

A MI HIJO JAIME RAFAEL

A MIS SOBRINOS

A MIS AMIGOS

JAIME ENRIQUE

D E D I C O :

A LA MEMORIA DE MI MADRE (Q. E. P. D.)

A MI HERMANA MARY

A MIS HERMANOS

A MI CUÑADO REYNALDO

A MIS AMIGOS

CARLOS CESAR

D E D I C O :

A MI MADRE

A MIS TIAS ROSA Y ALICIA PONCE

A CESAR SANTRICH

A MIS HERMANOS

A MI ABUELA

A MIS AMIGOS

CARLOS RAMON

A G R A D E C I M I E N T O S

AGRADECEMOS DE UNA MANERA ESPECIAL A LAS SIGUIENTES PERSONAS Y ENTIDA DES :

DR. MARTIN OSPINO R. E.A.

SRA. ELIZABETH GOENAGA DE MERCADO

A LA FEDERACION NACIONAL DE CAFETEROS

A LA FACULTAD DE ECONOMIA AGRICOLA

Y a todas las personas que en una u otra forma contribuyeron a la feliz realización de este estudio.

LOS AUTORES

CONTENIDO

		Pág.
I	INTRODUCCION	1
II	OBJETIVOS	2
	2.1. GENERAL	2
	2.2. ESPECIFICO	2
III	JUSTIFICACION	3
IV	LUGAR DONDE SE LLEVO A CABO LA INVESTIGACION	3
V	METODOLOGIA	3
	5.1. INFORMACION PRIMARIA	3
	5.1.1. TABULACION DE LOS DATOS Y ORGANIZACION	4
	5.1.2. ENSAYOS CON DIFERENTES FUNCIONES Y BASES PARA LA SELECCION DE LA FUNCION.	4
	5.2. INFORMACION SECUNDARIA	5
VI	LIMITACIONES	5
VII	MODELO TEORICO DE LA FUNCION COOB DOUGLAS	6
	DEFINICIONES DE VARIABLES	6
	ESTIMACION DEL MODELO	7
	MODELO MATRICIAL GENERAL	7
	DESVIACIONES CON RESPECTO A LA MEDIA	8
	DESVIACIONES MEDIAS	8
	BONDAD DEL AJUSTE	9

	Pág.
PRODUCCION MEDIA	9
PRODUCCION MARGINAL	9
ELASTICIDAD DE PRODUCCION	9
MODELO DE PRODUCCION ESTRATO I	10
COEFICIENTE DE DETERMINACION R^2	11
MODELO DE PRODUCCION ESTRATO II	13
COEFICIENTE DE DETERMINACION R^2	15
MODELO DE PRODUCCION ESTRATO III	17
COEFICIENTE DE DETERMINACION R^2	19
VIII MODELO TEORICO DE LA FUNCION SPILLMAN	23
DEFINICION DE LAS VARIABLES	23
ESTIMACION DEL MODELO	24
ECUACIONES NORMALES	24
MODELO MATRICIAL GENERAL	24
MODELO MATRICIAL REDUCIDO	24
BONDAD DEL AJUSTE	25
PRODUCCION MEDIA	26
PRODUCCION MARGINAL	26
ELASTICIDAD DE PRODUCCION	26
MODELO DE PRODUCCION ESTRATO I	26
COEFICIENTE DE DETERMINACION R^2	28
MODELO DE PRODUCCION ESTRATO II	30
COEFICIENTE DE DETERMINACION R^2	32
MODELO DE PRODUCCION ESTRATO III	33
COEFICIENTE DE DETERMINACION R^2	35

Pág.

INTERPRETACION DE LOS RESULTADOS 37

ANALISIS FISICOS DE LA PRODUCCION 39

IX MODELO TEORICO DE LA FUNCION CUADRATICA 45

DEFINICION DE LAS VARIABLES 46

ESTIMACION DEL MODELO 46

MODELO MATRICIAL GENERAL 46

MODELO MATRICIAL REDUCIDO 47

BONDAD DEL AJUSTE 47

PRODUCCION MEDIA 47

PRODUCCION MARGINAL 47

ELASTICIDAD DE PRODUCCION 47

MODELO DE PRODUCCION I 48

COEFICIENTE DE DETERMINACION R^2 49

MODELO DE PRODUCCION ESTRATO II 50

COEFICIENTE DE DETERMINACION R^2 52

MODELO DE PRODUCCION ESTRATO III 53

COEFICIENTE DE DETERMINACION R^2 54

MODELO DE PRODUCCION ESTRATO I 55

COEFICIENTE DE DETERMINACION R^2 56

MODELO DE PRODUCCION ESTRATO II 57

COEFICIENTE DE DETERMINACION R^2 59

MODELO DE PRODUCCION ESTRATO III 60

COEFICIENTE DE DETERMINACION R^2 61

X CONCLUSIONES 65

XI RECOMENDACIONES 67

XII BIBLIOGRAFIA 68

I N D I C E D E C U A D R O S

			Pág.
CUADRO	2.1.	Producción media por Estratos...............	21
CUADRO	2.2.	Producción marginal por Estratos............	21
CUADRO	2.3.	Elasticidad de producción por Estratos......	22
CUADRO	2.4.	Bondad del ajuste por Estratos..............	22
CUADRO	3.1.	Producción media por Estratos...............	22
CUADRO	3.2.	Producción marginal por Estratos............	41
CUADRO	3.3.	Elasticidad de producción por Estratos......	43
CUADRO	3.4.	Bondad del ajuste por estratos..............	45
CUADRO	4.1.	Producción media por Estratos...............	63
CUADRO	4.2.	Producción marginal por Estratos............	64
CUADRO	4.3.	Elasticidad de producción por Estratos......	64
CUADRO	4.4.	Bondad del ajuste por Estratos..............	64

I N T R O D U C C I O N

Las explotaciones cafeteras en el departamento del Magdalena han sido objeto de aplicación de tecnologías tradicionalistas sin tener bien claro la productividad de los diferentes recursos empleados.

Para tomar decisiones que resulten económicamente adecuadas es conveniente detectar la productividad de los diferentes factores que impliquen la producción.

Actualmente las explotaciones agrícolas de la Zona de Estudio se encuentran en un período de transición, de ahí que al efectuar un análisis de la productividad de los recursos agrícolas es conveniente tener en cuenta ésto en primera instancia.

Es importante el proceso histórico de la Zona Cafetera Sierra Nevada de Santa Marta, que con frecuencia ha figurado en plano de importancia nacional. Además se considera, que se encuentran condiciones adecuadas para alcanzar una producción óptima.

Como renglón exportable, la producción cafetera tiene significado histórico, su crecimiento ha sido variable y últimamente acentuado tradicionalmente la buena calidad del café colombiano ha sido reconocida en los mercados internacionales donde su consumo ha ido en aumento, a pesar de la fuerte competencia del grano de otros países productores. El café continúa constituyendo el grueso de las exportaciones colombiana.

Debido a las circunstancias a que se encuentra sometida la Sierra llevada en el momento de realizar el presente estudio y las preferencias cada vez más exigentes de los consumidores extranjeros, se hace necesario la adopción de una política de mejor utilización de los recursos - agrícolas empleados.

Con el presente trabajo se busca detectar la productividad de los diferentes factores que implican la producción y que son utilizados por los productores cafeteros en las diferentes explotaciones.

En esta forma establecerse en que etapa de la producción se encuentran las explotaciones cafeteras y suministraremos la información básica con el fin de elevar la producción y productividad de las explotaciones cafeteras.

II O B J E T I V O S

2.1. GENERAL

Suministrar la información básica, referente a las explotaciones cafeteras en cuanto a producción y productividad se refiere, a los organismos y empresarios vinculados a las actividades cafeteras.

2.2. ESPECIFICO

2.2.1. Calcular y analizar la productividad de los recursos agrícolas utilizados en las explotaciones cafeteras.

2.2.2. Establecer en qué etapa de la producción están operando las explotaciones cafeteras.

III JUSTIFICACION

Es necesario detectar la productividad de los diferentes factores que implican la productividad en las explotaciones cafeteras en la zona de estudio con el fin de tomar decisiones que resulten económicamente adecuadas.

Como a nivel nacional la actividad cafetera es motivo de intenso debate y preocupaciones a los más amplios sectores de la producción por las profundas implicaciones que tienen para la economía; se hace necesario desarrollar investigaciones tendientes a facilitar la toma de decisiones al productor y al gobierno nacional.

IV LUGAR DONDE SE LLEVO A CABO LA INVESTIGACION

El epicentro del estudio estuvo localizado en la Sierra Nevada de Santa Marta, distrito de Marinca, Vereda de San Lorenzo y la Tagua y se complementa con algún tipo de información suministrada por la Federación Nacional de Cafeteros (Comité Departamental).

V METODOLOGIA

Para el desarrollo de esta investigación fundamentalmente se tuvo en cuenta dos tipos de información:

5.1. Información Primaria.

Para la consulta de este tipo de información se levantó un censo poblacional dado a que el número de fincas a consultar permitio desarrollar dicha actividad; para lo cual previamente fué elaborado un formulario de encuestas en el cual habían sido plasmadas las variables escogidas como de mayor incidencia en el proceso de producción y que podían ser cuantificados sin mayores dificultades.

5.1.1. Tabulación de los datos y organización.

La tabulación de los datos se hizo de la siguiente forma:
Producción (variable dependiente) en kilos por hectáreas 1.979, variables independientes (factores de la producción).
Tomados en términos físicos.

5.1.2. Ensayos con diferentes funciones y bases para la selección de la función.

Para los diferentes ensayos se tomaron las siguientes funciones:

Función CooB- Douglas de la forma:

$$Y = \beta_0 X_1^{\beta_1} \quad X_2^{\beta_2}$$

Función Spillman de la forma:

$$Y = M - AR_1^{\ X_1} \ R_2^{\ X_2}$$

Función Cuadrática de la forma:

$$Y = a + b x + c x^2$$

Las variables consideradas dentro de las diferentes funciones fueron:

Y = Producción anual en kilos por hectáreas.

X_1 = Números de jornales por hectáreas (mano de obra).

X_2 = Población por hectárea.

Se tomaron 13 observaciones para medir su grado de influencia en los diferentes cálculos (coeficiente de determinación).

La base para la selección de la función fué de acuerdo a: El más alto valor de R^2 en las funciones ensayadas. Este coeficiente se le aplicó a todas las funciones.

5.2. Información Secundaria.

Este tipo de información se obtuvo a través de organismo oficial tales como la Federación Nacional de Cafeteros, - la cual nos suministró una serie de información de tipo - geográfico y la produoción física anual por fincas.

VI LIMITACIONES

Como limitaciones básicas se presentaron las siguientes:

6.1. La localización de las explotaciones cafeteras, las cuales se encuentran distante de las vías principales.

6.2. La disponibilidad monetaria y de tiempo.

MODELO TEORICO DE LA FUNCION COOB DOUGLAS

La fórmula general para dos nutrimentos de la función es la siguiente:

$$Y = \beta_0 X_1^{\beta_1} \; X_2^{\beta_2}$$

Siendo

Y = producto

β_0 = constante

X_1 y X_2 = Insumos variables

β_1 = razón de transformación cuando cambia X_1 y X_2

β_1 y β_2 = También significan la elasticidad de producción.

En forma logarítmica la función toma la siguiente forma:

$$\text{Log } Y = \text{Log } \beta_0 + \beta_1 \text{Log } X_1 + \beta_2 \text{Log } X_2$$

Cuando se emplea más de un insumo variable la fórmula general es:

$$Y = \beta_0 X_1^{\beta_1} \; X_2^{\beta_2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; Xn^{\beta n}$$

En forma logarítmica queda así:

$$\text{Log } Y = \text{Log } \beta_0 + \beta_1 \text{Log } X_1 + \beta_2 \text{Log } X_2 \ldots\ldots\ldots\ldots \text{bn Log Xn}$$

D E F I N I C I O N D E V A R I A B L E S

Y = Producción anual en kilos por hectáreas.

X_1 = Números de jornales por hectáreas (mano de obra)

X_2 = Población/Ha.

ESTIMACION DEL MODELO

$$Y = \beta_0 X_1^{\beta_1} \; X_2^{\beta_2}$$

$$\text{Log } Y = \text{Log } \beta_0 + \beta_1 \text{Log } X_1 + \beta_2 \text{Log } X_2$$

$$\text{Log } Y = Y'$$

$$\text{Log } X_1 = X_1'$$

$$\text{Log } X_2 = X_2'$$

$$Y' = \text{Log } \beta_0 + \beta_1 X_1' + \beta_2 X_2'$$

$$\sum Y' = N \text{ Log } \beta_0 + \beta_1 \sum X_1 + \beta_2 \sum X_2'$$

$$\sum X_1' Y' = \text{Log } \beta_0 \sum X_1' + \beta_1 \sum (X_1')^2 + \beta_2 \sum X_1' X_1'$$

$$\sum X_2' Y' = \text{Log } \beta_0 \sum X_2' + \beta_1 \sum X_1' X_2' + \beta_2 \sum (X_2')^2$$

$$(X' X) \beta = X' Y$$

MODELO MATRICIAL GENERAL

$$\begin{bmatrix} N & \Sigma X_1 & \Sigma X_2 \\ \Sigma X_1 & \Sigma (X_1)^2 & \Sigma X_1 X_2 \\ \Sigma X_2 & \Sigma X_1 X_2 & \Sigma (X_2)^2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Sigma Y' \\ \Sigma Y' X_1 \\ \Sigma Y' X_2 \end{bmatrix}$$

$$(X' X) = X' Y$$

DESVIACIONES CON RESPECTO A LA MEDIA

$$\begin{bmatrix} \Sigma(X_2')^2 & \Sigma X_1' X_2' \\ \Sigma X_1' X_2' & \Sigma(X_1')^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma X_1' Y' \\ \Sigma X_2' Y' \end{bmatrix}$$

$$D = \Sigma (X_2')^2 \Sigma (X_1')^2 \Sigma (X_1' X_2')^2$$

$$\beta = (X'X)^{-1}(X'Y)$$

$$\beta_0 = \bar{Y}^{-1} - \beta_1 \bar{X}_1' - \beta_2 \bar{X}_2'$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma(X_2')^2 & -\Sigma(X_1' X_2') \\ -\Sigma(X_1' X_2') & \Sigma(X_1')^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma X_1' Y' \\ \Sigma X_2' Y \end{bmatrix}$$

DESVIACIONES MEDIAS

$$\Sigma x_1'^2 = \Sigma X_1'^2 - \frac{(\Sigma X_1')^2}{n}$$

$$\Sigma x_2'^2 = \Sigma X_2'^2 - \frac{(\Sigma X_2')}{n}$$

$$\Sigma x_1' x_2' = \Sigma X_1' X_2' - \frac{\Sigma X_1' \Sigma X_2'}{n}$$

$$\Sigma y' x_1' = \Sigma Y' X_1' - \frac{\Sigma Y' \Sigma X_1'}{n}$$

$$\Sigma y' x_2' = \Sigma Y' X_2' - \frac{\Sigma Y' \Sigma X_2'}{n}$$

BONDAD DEL AJUSTE

$$R^2 = 1-\Sigma e^2/\Sigma Y^2$$

$$\Sigma \bar{e}_i = \Sigma (Y_i - \bar{Y}_i)$$

$$\Sigma y^2 = \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2/n$$

$$\Sigma \hat{Y}/\Sigma Y^2 = (\Sigma \hat{Y}^2/\Sigma Y^2 + \Sigma e^2/\Sigma Y^2$$

$$\Sigma \hat{Y}^2/\Sigma Y^2 = 1- \Sigma e^2/\Sigma Y^2$$

PRODUCCION MEDIA

$$PM_1 = \beta_0 X_1^{\beta_1 - 1} \; X_2^{\beta_2}$$

$$PM_2 = \beta_0 X_1^{\beta_1} \; X_2^{\beta_2 - 1}$$

PRODUCCION MARGINAL

$$Pm_1 = \frac{\partial Y}{\partial X_1} = \beta_1 \beta_0 \, X_2^{\beta_2} \; X_1^{\beta_1 - 1}$$

$$Pm_2 = \beta_2 \beta_0 X_1^{\beta_1} \; X_2^{\beta_2 - 1}$$

ELASTICIDAD DE PRODUCCION

$$Ep_1 = \frac{Pm_1}{PM_1} \qquad EP_2 = \frac{Pm_2}{PM_2}$$

M O D E L O D E P R O D U C C I O N D E F I N C A S P E Q U E Ñ A S

E S T R A T O I (D E 0 A 10 HAS.)

D E S V I A C I O N E S M E D I A S

$$\Sigma x_2'^{} = \Sigma X_1'^2 - \frac{(\Sigma X_1')^2}{n} = 0.031$$

$$\Sigma x_2'^2 = \Sigma x_2'^2 - \frac{(\Sigma X_2')^2}{n} = 0.021$$

$$\Sigma x_1' \, x_2' = \Sigma x_1' x_2' - \frac{\Sigma x_1' \, \Sigma x_2'}{n} = -0.015$$

$$\Sigma y' \, x_1' = \Sigma y' \, x_1' - \frac{\Sigma y' \, \Sigma x_1'}{n} = 0.015$$

$$\Sigma y' \, x_2' = \Sigma y' \, x_2' - \frac{\Sigma y' \;\; \Sigma x_2'}{n} = 0.019$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.031 & -0.015 \\ -0.015 & 0.021 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0.015 \\ 0.019 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0.031 & -0.015 \\ -0.015 & 0.021 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} Ac \\ Aad \end{matrix} = \begin{bmatrix} 0.021 & -0.015 \\ -0.015 & 0.031 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{0.021}{0.000426} & \dfrac{-0.015}{0.000426} \\ \\ \dfrac{-0.015}{0.000426} & \dfrac{0.031}{0.000426} \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 49.29 & -35.21 \\ -35.21 & 72.76 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 49.29 & -35.21 \\ -35.21 & 72.76 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.015 \\ 0.019 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 49.29 & -35.21 \\ -35.21 & -72.76 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0704 \\ 0.8543 \end{bmatrix}$$

$$\beta_1 = 0.0704$$

$$\beta_2 = 0.8543$$

$$\beta_o = \bar{Y}' = -\beta_1 \bar{X}_1' - \beta_2 \bar{X}_2'$$

$$\beta_o = 2.5894 - 0.0704\ (1.9318) - 0.5843\ (2.3772)$$

$$\beta_o = 2.5894 - 0.1359 - 1.3889$$

$$\beta_o = 1.0646$$

$$Y = \beta_o X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} \qquad Y = -1.0646\ (97.5)^{0.0704}\ (220)^{0.8543}$$

COEFICIENTE DE DETERMINACION R^2

El Coeficiente de Determinación para las fincas de 0 a 10 Has. arrojó un resultado significativo del orden de 0.613 % .

PRODUCCION MEDIA

$PM_1 = \beta_0 X_1^{\beta_1 - 1} X_2^{\beta_2}$

$PM_2 = \beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2 - 1}$

$PM_1 = 1.0646\ (1.9318)^{-0.9296}\ (2.3772)^{0.8543}$

$PM_1 = 1.0646\ (0.5422)\ (2.0954)$

$PM_1 = 1.209$

$PM_2 = 1.0646\ (1.9318)^{0.0704}\ (2.3772)^{-0.1457}$

$PM_2 = 1.0646\ (1.0474)\ (0.8814)$

$PM_2 = 0.982$

PRODUCCION MARGINAL

$Pm_1 = \beta_1 \beta_0 X_2^{\beta_2} X_1^{\beta_1 - 1}$

$Pm_2 = \beta_2 \beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2 - 1}$

$Pm_1 = 0.0704\ (1.0646)\ (2.3772)^{0.8543}\ (1.9318)^{-0.9296}$

$Pm_1 = 0.0704\ (2.2307)\ (0.5422)$

$Pm_1 = 0.085$

$Pm_2 = 0.8543\ (1.0646)\ (1.9318)^{0.0704}\ (2.3772)^{-0.1457}$

$Pm_2 = 0.8543\ (1.1146)\ (0.8814)$

$Pm_2 = 0.839$

E L A S T I C I D A D   D E   P R O D U C C I O N

$$EP_1 = \frac{Pm_1}{PM_1} = \frac{0.085}{1.209} = 0.070$$

$$EP_2 = \frac{Pm_2}{PM_2} = \frac{0.839}{0.982} = 0.854$$

M O D E L O   D E   P R O D U C C I O N   D E   F I N C A S   M E D I A N A S

E S T R A T O   II   (M A S   D E   10 a – D E   30 Has.)

D E S V I A C I O N E S   M E D I A S

$$\Sigma x_1'^2 = \Sigma X_1'^2 - \frac{(\Sigma X_1')^2}{n} = 0.088$$

$$\Sigma x_2'^2 = \Sigma X_2'^2 - \frac{(\Sigma X_2')^2}{n} = 0.042$$

$$\Sigma x_1' x_2' = \Sigma X_1' X_2' - \frac{\Sigma X_1' \Sigma X_2'}{n} = 0.036$$

$$\Sigma y' x_1' = \Sigma Y' X_1' - \frac{\Sigma Y' \Sigma X_1'}{n} = 0.02$$

$$\Sigma y' x_2' = \Sigma Y' X_2' - \frac{\Sigma Y' \Sigma X_2'}{n} = 0.007$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.088 & 0.036 \\ 0.036 & 0.042 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.007 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0.088 & 0.036 \\ 0.036 & 0.042 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} Ac \\ Aad \end{matrix} = \begin{bmatrix} 0.042 & -0.036 \\ -0.036 & 0.088 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{0.042}{0.0024} & \frac{-0.036}{0.0024} \\ \frac{-0.036}{0.0024} & \frac{0.088}{0.0024} \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 17.5 & -15 \\ -15 & 36.6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17.5 & -15 \\ -15 & 36.6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.007 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17.5 & -15 \\ -15 & 36.6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.245 \\ -0.0438 \end{bmatrix}$$

$\beta_1 = 0.245$

$\beta_2 = -0.0438$

$$\beta_0 = \bar{Y} - \beta_1 \bar{X}_1' - \beta_2 \bar{X}_2'$$

$$\beta_0 = 2.7204 - 0.245\ (1.509) - (-\ 0.0438)\ (2.225)$$

$$\beta_0 = 2.7204 - 0.3697 + 0.0974$$

$$\beta_0 = 2.448$$

$$Y = \beta_0 X_1^{\beta_1}\ X_2^{\beta_2} \qquad Y = 2.448\ (30.5)^{0.245}\ (160)^{-\ 0.0438}$$

C O E F I C I E N T E D E D E T E R M I N A C I O N R^2

Este Coeficiente de Determinación arrojó una significancia para las fincas medianas de 0.0174%.

P R O D U C C I O N M E D I A

$$PM_1 = \beta_0 X_1^{\beta_1 - 1}\ X_2^{\beta_2}$$

$$PM_2 = \beta_0 X_1^{\beta_1}\ X_2^{\beta_2 - 1}$$

$$PM_1 = 2.448\ (1.509)^{-\ 0.755}\ (2.225)^{-\ 0.0438}$$

$$PM_1 = 2.448\ (0.7329)\ (0.9655)$$

$$PM_1 = 1.732$$

$$PM_2 = 2.448\ (1.509)^{0.245}\ (2.225)^{-\ 1.0438}$$

$$PM_2 = 2.448\ (1.106)\ (0.4339)$$

$$PM_2 = 1.174$$

P R O D U C C I O N   M A R G I N A L

$$Pm_1 = \beta_1 \beta_0 X_1^{\beta_1 - 1} X_2^{\beta_2}$$

$$Pm_2 = \beta_2 \beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2 - 1}$$

$$Pm_1 = 0.245\ (2.448)\ (1.509)^{-0.755}\ (2.225)^{-0.0438}$$

$$pm_1 = 0.245\ (1.7943)\ (0.9655)$$

$$Pm_1 = 0.424$$

$$Pm_2 = -0.0438\ (2.448)\ (1.509)^{0.245}\ (2.225)^{-1.0438}$$

$$Pm_2 = -0.1185\ (0.4339)$$

$$Pm_2 = -0.0514$$

E L A S T I C I D A D   D E   P R O D U C C I O N

$$EP_1 = \frac{Pm_1}{PM_1} = \frac{0.424}{1.732} = 0.244$$

$$EP_2 = \frac{Pm_2}{PM_2} = \frac{-0.0514}{1.174} = -0.0437$$

MODELO DE PRODUCCION DE FINCAS MEDIANAS

ESTRATO III (MAS DE 30 HAS.)

DESVIACIONES MEDIAS

$$\Sigma x_1'^2 = \Sigma X_1'^2 - \frac{(\Sigma X_1')^2}{n} = 0.032$$

$$\Sigma x_2'^2 = \Sigma X_2'^2 - \frac{(\Sigma X_2')^2}{n} = 0.03$$

$$\Sigma x_1' x_2' = \Sigma X_1' X_2' - \frac{\Sigma X_1' \Sigma X_2'}{n} = -0.005$$

$$\Sigma y' x_1' = \Sigma Y' X_1' - \frac{\Sigma Y' \Sigma X_1'}{n} = -0.016$$

$$\Sigma y' x_2' = \Sigma Y' X_2' - \frac{\Sigma Y' \Sigma X_2'}{n} = -0.009$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.032 & -0.005 \\ -0.005 & 0.03 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -0.016 \\ 0.009 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0.032 & -0.005 \\ -0.005 & 0.03 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} Ac \\ Acd \end{matrix} = \begin{bmatrix} 0.03 & -0.005 \\ -0.005 & 0.032 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{0.03}{0.000471} & \dfrac{-0.005}{0.000471} \\ & \\ \dfrac{-0.005}{0.000471} & \dfrac{0.032}{0.000471} \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 63.694 & -10.615 \\ -10.615 & 67.94 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 63.694 & -10.615 \\ 10.615 & -67.94 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.016 \\ 0.009 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 63.694 & -10.615 \\ 10.615 & -67.94 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.1098 \\ 0.7813 \end{bmatrix}$$

$$\beta_1 = -1.1098$$

$$\beta_2 = 0.7813$$

$$\beta_0 = \bar{Y}' - \beta_1 \bar{X}_1' - \beta_2 \bar{X}_2'$$

$$\beta_0 = 2{,}5383 - (-1{,}1098)\,(2{,}441) - (0.7813)\,(2{,}413)$$

$$\beta_0 = 2.5383 + 2{,}709 - 1{,}885$$

$$\beta_0 = 3{,}362$$

$$Y = \beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} \qquad Y = 3{,}362\ (300)^{-\,1.1098}\ (350)^{0.7813}$$

C O E F I C I E N T E D E D E T E R M I N A C I O N R^2

El coeficiente de determinación para las fincas grandes arrojó un resultado significativo del orden de 0.004%.

P R O D U C C I O N M E D I A

$$PM_1 = \beta_0 X_1^{\beta_1 - 1} X_2^{\beta_2}$$

$$PM_1 = 3{,}362\ (2{,}441)^{-\,2{,}1098}\ (2{,}413)^{0.7813}$$

$$PM_1 = 0.5115\ (1{,}990)$$

$$PM_1 = 1{,}0178$$

$$PM_2 = \beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2 - 1}$$

$$PM_2 = 3{,}362\ (2{,}441)^{-\,1.1098}\ (2{,}413)^{-\,0.2187}$$

$$PM_2 = 1{,}248\ (0.8247)$$

$$PM_2 = 1{,}0292$$

P R O D U C C I O N M A R G I N A L

$$Pm_1 = \beta_1 \beta_0 X_1^{\beta_1 - 1} X_2^{\beta_2}$$

$$Pm_1 = -\,1.1098\ (3{,}362)\ (2{,}441)^{-\,2{,}1098}\ (2{,}413)^{0.7813}$$

$$Pm_1 = -\,0.5677\ (1{,}990)$$

$$Pm_1 = -\,1{,}1297$$

$$Pm_2 = \beta_2 \beta_0 \, X_1^{\beta_1} \, X_2^{\beta_2 - 1}$$

$$Pm_2 = 0.7813 \; (3.362) \; 2.441)^{-1.1098} \; (2.413)^{-0.2187}$$

$$Pm_2 = 0.9756 \; (0.8247)$$

$$Pm_2 = 0.8045$$

E L A S T I C I D A D   D E   P R O D U C C I O N

$$EP_1 = \frac{Pm_1}{PM_1} = \frac{-1.1297}{1.0178} = -1.1099$$

$$EP_2 = \frac{Pm_2}{PM_2} = \frac{0.8045}{1.0292} = 0.7816$$

C U A D R O Nº 2.1

PRODUCCION MEDIA POR ESTRATOS

PRODUCCION MEDIA ESTRATOS	PM_1	PM_2
De 0 a 10 Has.	1.209	0.982
Más de 10 a - de 30 Has.	1.732	1.174
Más de 30 Has.	1.0178	1.0292

Fuente : Los autores

C U A D R O Nº 2.2

PRODUCCION MARGINAL POR ESTRATOS

PRODUCCION MARGINAL ESTRATOS	Pm_1	Pm_2
De 0 a 10 Has.	0.085	0.839
Más de 10 a - de 30 Has.	0.424	-0.0514
Más de 30 Has.	-1.1297	0.8045

Fuente : Los autores

C U A D R O Nº 2.3

ELASTICIDAD DE PRODUCCION POR ESTRATOS

ELASTICIDAD DE PRODUCCION ESTRATOS	EP_1	EP_2
De 0 a 10 Has.	0.070	0.854
Más de 10 a - de 30 Has.	0.244	-0.0437
Más de 30 Has.	-1.1099	0.7816

Fuente : Los autores

C U A D R O Nº 2.4

BONDAD DEL AJUSTE POR ESTRATOS

BONDAD DEL AJUSTE ESTRATOS	R	R^2
De 0 a 10 Has.	78.2 %	0.613
Más de 10 a - de 30 Has.	13.1 %	0.0174
Más de 30 Has.	6.3 %	0.004

Fuente : Los autores

MODELO TEORICO DE LA FUNCION SPILLMAN

$$Y = M - A R_1^{X_1} R_2^{X_2}$$

Donde los parámetros que se van a estimar son:

A = Es el aumento total en el producto que puede obtenerse por el aumento de X_1 y X_2

R_1 y R_2 = Constantes que definen la razón de aumentos sucesivos al producto total.

M = Nivel máximo de producción.

Y = La variable dependiente, la consideramos como la cantidad de kilogramos de café por hectárea en las explotaciones cafeteras.

DEFINICION DE LAS VARIABLES

Producción de café en Kgs/Has (Y)

La variable dependiente Y se consideró como el total de kilógramos obtenidos en una hectárea de terreno. De acuerdo con la combinación de los recursos existentes en los diferentes estratos.

X_1 Mano de obra. (# de jornales)

Se consideró como variable independiente teniendo en cuenta al respecto la mano de obra, número de jornales por hectárea.

X_2 Población/ Ha.

En esta variable independiente se tomó en consideración la cantidad de plantas/hectáreas, sembradas en los diferentes estratos.

ESTIMACION DEL MODELO

Para la estimación del modelo debemos expresar la función en forma logarítmica, para la cual tendríamos que hacer transformación de la siguiente forma:

1. $Y = N - A R_1^{X_1} R_2^{X_2}$

Igualando $Y - N = D$

Aplicando logaritmo tenemos:

$$\text{Log } D = \text{Log } A + X_1 \text{ Log } R_1 + X_2 \text{ Log } R_2$$

ECUACIONES NORMALES

1.- $\Sigma D' = N \text{ Log } A + \text{Log } R_1 \Sigma X_1 + \text{Log } R_2 \Sigma X_2$

2.- $\Sigma D' X_1 = \Sigma X_1 \text{ Log } A + \text{Log } R_1 \Sigma X_1^2 + \text{Log } R_2 \Sigma X_2 X_2$

3.- $\Sigma D'' X_2 = \Sigma X_2 \text{ Log } A + \text{Log } R_1 \Sigma X_1 X_2 + \text{Log } R_2 \Sigma X_2^2$

MODELO MATRICIAL GENERAL

$$\begin{bmatrix} N & \Sigma X_1 & \Sigma X_2 \\ \Sigma X_1 & \Sigma X_2^2 & \Sigma X_2 X_1 \\ \Sigma X_2 & \Sigma X_1 X_2 & \Sigma X_2^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \text{Log } A \\ \text{Log } R_1 \\ \text{Log } R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma D' \\ \Sigma D'' X_1 \\ \Sigma D' X_2 \end{bmatrix}$$

MODELO MATRICIAL REDUCIDO

$$\Sigma d' X_1 = \text{Log } R_1 \Sigma X_1^2 + \text{Log } R_2 \Sigma X_1 X_2$$

$$\Sigma d' X_2 = \text{Log } R_1 \Sigma X_1 X_2 + \text{Log } R_2 \Sigma X_2^2$$

$$\begin{bmatrix} \Sigma X_1^2 & \Sigma X_1 \ X_2 \\ \Sigma X_1 \ X_2 & \Sigma X_2^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \text{Log } R_1 \\ \text{Log } R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma d' \ X_1 \\ \Sigma d' \ X_2 \end{bmatrix}$$

DESPEJANDO

$$\begin{bmatrix} \text{Log } R_1 \\ \text{Log } R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma X_1^2 & \Sigma X_1 \ X_2 \\ \Sigma X_1 \ X_2 & \Sigma X_2^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Sigma d' \ X_1 \\ \Sigma d' \ X_2 \end{bmatrix}$$

Conociendo ya el log R_1 y Log R_2 y utilizando la primera ecuación normal del sistema general obtenemos el Log de A.

$$D' = N \text{ Log } A + \text{Log } R_1 \ \Sigma X_1 + \text{Log } R_2 \ \Sigma X_2$$

Dividiendo por N

$$D/N = N \text{ Log } A/N + \text{Log } R_1 \ \Sigma X_1/N = \text{Log } R_2 \ X_2 \ / \ N$$

$$D' = \text{Log } A + \text{Log } R_1 \ \bar{X}_1 + \text{Log } R_2 \ \bar{X}_2$$

$$\text{Log } A = \bar{D}' - \text{Log } R_1 \ \Sigma \bar{X}_1 - \text{Log } R^2 \ \Sigma \bar{X}_2$$

Conocidos Log A, Log R_1 y Log R_2 mediante antilogarítmo, encontramos finalmente a A_1, R_1 y R_2 respectivamente, con lo que habremos estimado el modelo.

BONDAD DEL AJUSTE

$$R^2 = 1 - \Sigma e^2 / \Sigma Y^2$$

$$\Sigma \bar{e}_1 = \Sigma (Yi - \bar{Y}i)$$

$$\Sigma y^2 = \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2/n$$

$$\Sigma \hat{Y}^2/\Sigma Y^2 = (\Sigma \hat{Y}^2 / \Sigma Y^2 + \Sigma e^2 / \Sigma Y^2)$$

$$\Sigma \hat{Y}^2 / \Sigma Y^2 = 1 - \Sigma e^2 / \Sigma Y^2$$

P R O D U C C I O N M E D I A

$PM_1 = Y/X_1$

$PM_2 = Y/X_2$

P R O D U C C I O N M A R G I N A L

$Pm_1 = A\, R_1^{\bar{X}_1}\, R_2^{\bar{X}_2}\, Ln\, R_1$

$Pm_2 = A\, R_1^{\bar{X}_1}\, R_2^{\bar{X}_2}\, Ln\, R_2$

E L A S T I C I D A D D E P R O D U C C I O N

$EP_1 = Pm_1 / PM_1$

$EP_2 = Pm_2 / PM_2$

M O D E L O D E P R O D U C C I O N D E F I N C A S P E Q U E Ñ A S

E S T R A T O I (D E 0 A 10 H A S)

$$\begin{bmatrix} Log\ R_1 \\ Log\ R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.132,29 & -1.207.17 \\ -1.207.17 & 6.020.8 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -5.16 \\ -26.31 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1.132.29 & -1.207.17 \\ -1.207.17 & 6.020.8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} Ac \\ Aad \end{matrix} = \begin{bmatrix} 6.020.8 & -1.207.17 \\ -1.207.17 & 1.132.29 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{6.020.8}{5.360.032.2} & \frac{-1.207.17}{5.360.032.2} \\ \frac{-1.207.17}{5.360.032.2} & \frac{1.132.29}{5.360.032.2} \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0.001123276 & -0.000225216 \\ -0.000225216 & 0.000211246 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Log\ R_1 \\ Log\ R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.001123276 & -0.000225216 \\ -0.000225216 & 0.000211246 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5.16 \\ -26.31 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Log\ R_1 \\ Log\ R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.001123276 & -0.000225216 \\ -0.000225216 & 0.000211246 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Log\ R_1 \\ Log\ R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.000129 \\ -0.00439 \end{bmatrix}$$

R_1 = Antilogaritmo (0.000129)

R_2 = Antilogaritmo (- 0.00439)

$R_1 = 1.000297$

$R_2 = 0.9899$

$$\Sigma D' = N\ Log\ A + Log\ R_1 \Sigma X_1 + Log\ R_2 \Sigma X_2$$

$$N\ Log\ A = \Sigma D' - Log\ R_1 \Sigma X_1 - Log\ R_2\ \Sigma X_2$$

$$Log\ A = \frac{\Sigma D'}{N} - \frac{Log\ R_1 \Sigma X_1}{N} - \frac{Log\ R_2 \Sigma X_2}{N}$$

$$Log.\ A = 1.8935 - (0.000129)\ 86.94 - (-\ 0.00439)\ 240.8$$

$$Log.\ A = 1.8935 - 0.0112 + 1.0571$$

$$Log.\ A = 2.9394$$

$$A = \text{Antilogaritmo}\ (2.9394)$$

$$A = 869.76$$

$$Y = 869.76\ (1.000297)^{97.5}\ (0.9899)^{220} \qquad Y = A\ R_1^{X_1}\ R_2^{X_2}$$

COEFICIENTE DE DETERMINACION R^2

El coeficiente de determinación para las fincas pequeñas arrojó un - resultado significativo del orden de 0.961%.

PRODUCCION MEDIA

$$PM_1 = \frac{\bar{D}}{\bar{X}_1}$$

$$PM_2 = \frac{\bar{D}}{\bar{X}_2}$$

$$D = M - Y$$

X_1 = Números de jornales por hectáreas (mano de obra).

X_2 = Población por hectáreas (# de plantas/ Has.).

$$PM_1 = \frac{208.4}{86.94} = 2.39$$

$$PM_2 = \frac{208.4}{240.5} = 0.865$$

P R O D U C C I O N   M A R G I N A L

$$Pm_1 = D$$

$$D = M - Y$$

$$M - Y = A\, R_1^{\ X_1}\, R_2^{\ X_2}\, \text{Ln}\, R_1$$

$$\frac{\partial D}{\partial X_1} = A\, R_1^{\ \bar{X}_1}\, R_2^{\ \bar{X}_2}\, \text{Ln}\, R_1$$

$$Pm_1 = 869.76\ (1.000297)^{86.94}\ (0.9899)^{240.9}\ \text{Ln}\ 1.000297$$

$$Pm_1 = 870.02\ (1.02615)\ (0.08668)\ 0.0002965$$

$$Pm_1 = 0.0229$$

$$Pm_2 = 869.76\ (1.000297)^{86.94}\ (0.9899)^{240.9}\ \text{Ln}\ 0.9899$$

$$Pm_2 = 870.02\ (1.02615)\ (0.08668) - 0.0101513$$

$$Pm_2 = -0.7855$$

E L A S T I C I D A D   D E   P R O D U C C I O N

$$EP_1 = \frac{Pm_1}{PM_1} = \frac{0.0229}{2.39} = 0.00958$$

$$EP_2 = \frac{Pm_2}{PM_2} = \frac{-0.7855}{0.865} = -0.908$$

MODELO DE PRODUCCION DE FINCAS MEDIANAS

ESTRATO II (MAS DE 10 A - DE 30 HAS)

$$\begin{bmatrix} \text{Log } R_1 \\ \\ \text{Log } R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 533{,}277 & 973.12 \\ \\ 973.12 & 6.280 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0.5418 \\ \\ 14.88 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 533{,}277 & 973.12 \\ \\ 973.12 & 6.280 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} Ao \\ Aad \end{matrix} = \begin{bmatrix} 6.280 & -973.12 \\ \\ -973.12 & 533{,}277 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{6.280}{2.402.017.03} & \frac{-973.12}{2.402.017.03} \\ \\ \frac{-973.12}{2.402.017.03} & \frac{533{,}277}{2.402.017.03} \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0.00261446 & -0.00040512 \\ \\ -0.00040512 & 0.00022201 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \text{Log } R_1 \\ \\ \text{Log } R_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00261446 & -0.00040512 \\ \\ -0.00040512 & 0.00022201 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.5418 \\ \\ 14.88 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \text{Log } R_1 \\ \\ \text{Log } R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00261446 & -0.00040512 \\ \\ -0.00040512 & 0.00022201 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \text{Log } R_1 \\ \\ \text{Log } R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0046 \\ \\ 0.00308 \end{bmatrix}$$

R_1 = Antilogaritmo ($-$ 0.0046)

R_2 = Antilogaritmo (0.00308)

$R_1 = 0.9894$

$R_2 = 1.0071$

$$\Sigma\ D'' = N \text{ Log } A + \text{Log } R_1 \Sigma X_1 + \text{Log } R_2 \Sigma X_2$$

$$N \text{ Log } A = \Sigma\ D' - \text{Log } R_1 \Sigma X_1 - \text{Log } R_2 \Sigma X_2$$

$$\text{Log } A = \frac{\Sigma\ D'}{N} - \frac{\text{Log } R_1 \Sigma X_1}{N} - \frac{\text{Log } R_2 \Sigma X_2}{N}$$

$$\text{Log } A = 1.5018 - (-0.0046)\ (33{,}848) - (0.00308)\ 172$$

$$\text{Log } A = 1.5018 + 0.1557 - 0.5297$$

$$\text{Log } A = 1.1278$$

A = Antilogaritmo (1.1278)

$A = 13.42146$

$$Y = 13.42146\ (0.9894)^{\bar{X}_1}\ (1.0071)^{\bar{X}_2} \qquad Y = A\ R_1^{X_1}\ R_2^{X_2}$$

$$Y = 13{,}42146\ (0.9894)^{30.5}\ (1.0071)^{160}$$

COEFICIENTE DE DETERMINACION R^2

Este coeficiente de determinación arrojó una significancia para las fincas medianas de 0.966%.

PRODUCCION MEDIA

$$PM_1 = \frac{\bar{D}}{\bar{X}_1}$$

$$PM_2 = \frac{\bar{D}}{\bar{X}_2}$$

$$D = M - Y$$

$$PM_1 = \frac{65.2}{33.848} = 1.926$$

$$PM_2 = \frac{65.2}{172} = 0.379$$

PRODUCCION MARGINAL

$$Pm_1 = D$$

$$D = M - Y$$

$$M - Y = A\,R_1^{X_1}\,R_2^{X_2}\,\mathrm{Ln}\,R_1$$

$$\frac{\partial D}{\partial X_1} = A\,R_1^{\bar{X}_1}\,R_2^{\bar{X}_2}\,\mathrm{Ln}\,R_1$$

$$\frac{\partial D}{\partial X_2} = A\,R_1^{X_1}\,R_2^{X_2}\,\mathrm{Ln}\,R_2$$

$$Pm_1 = 13.42146\ (0.9894)^{33.848}\ (1.0071)^{172}\ \ln 0.9894$$

$$Pm_1 = 13.42146\ (0.69718)\ (3.3766) - 0.010656$$

$$Pm_1 = -\ 0.3366$$

$$Pm_2 = 13.42146\ (0.9894)^{33,848}\ (1.0071)^{172}\ \ln 1.0094$$

$$Pm_2 = 13.42146\ (0.69718)\ (3.3766)\ 0.009356$$

$$Pm_2 = 0.2956$$

E L A S T I C I D A D D E P R O D U C C I O N

$$EP_1 = \frac{Pm_1}{PM_1} = \frac{-0.3366}{1.926} = -\ 0.1747$$

$$EP_2 = \frac{Pm_2}{PM_2} = \frac{0.2956}{0.379} = 0.7799$$

M O D E L O D E P R O D U C C I O N D E F I N C A S G R A N D E S

E S T R A T O III (M A S D E 3 0 H A S)

$$\begin{bmatrix} \mathrm{Log}\ R_1 \\ \mathrm{Log}\ R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11.668.33 & -\ 1.799.84 \\ -1.799.84 & 11.936 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 60.615 \\ -20.02 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 11.668.33 & -\ 1.799.84 \\ 1.799.84 & 11.936 \end{bmatrix}$$

$$\frac{Ao}{Acd} = \begin{bmatrix} 11.936 & -1.799.84 \\ -1.799.84 & 11.668.33 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{11.936}{136.033.762.8} & \dfrac{-1.799.84}{136.033.762.8} \\ \dfrac{-1.799.84}{136.033.762.8} & \dfrac{11.668.33}{136.033.762.8} \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0000877 & -0.0000132 \\ -0.0000132 & 0.0000857 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \text{Log } R_1 \\ \text{Log } R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0000877 & 0.0000132 \\ 0.0000132 & 0.0000857 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 60,615 \\ -20.02 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \text{Log } R_1 \\ \text{Log } R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0000877 & 0.0000132 \\ 0.0000132 & 0.0000857 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \text{Log } R_1 \\ \text{Log } R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.005 \\ -0.0009 \end{bmatrix}$$

R_1 = Antilogaritmo (0.005)

R_2 = Antilogaritmo (- 0.0009)

$R_1 = 1.01$

$R_2 = 0.99$

$\sum D' = N \text{ Log } A + \text{Log } R_1 \sum X_1 + \text{Log } R_2 \sum X_2$

$N \text{ Log } A = \sum D' - \text{Log } R_1 \sum X_1 - \text{Log } R_2 \sum X_2$

$$\text{Log } A = \frac{\sum D'}{N} - \frac{\text{Log } R_1 \sum X_1}{N} - \frac{\text{Log } R_2 \sum X_2}{N}$$

$\text{Log } A = 1.2196 - (0.0015)\ 283.33 - (-\ 0.0009)\ 266$

$\text{Log } A = 1.2196 - 1.4166 + 0.2394$

$\text{Log } A = 0.0424$

$A = \text{Antilogaritmo } (0.0424)$

$A = 1.102$

$Y = 1.102\ (1.01)^{X_1}\ (0.99)^{X_2} \qquad Y = 1{,}102\ (1.01)^{300}\ (0.99)^{350}$

C O E F I C I E N T E   D E   D E T E R M I N A C I O N R^2

Este Coeficiente Determinación arrojó una significancia para las fincas grandes de 0.999%.

P R O D U C C I O N   M E D I A

$$PM_1 = \frac{\bar{D}}{\bar{X}_1} \qquad\qquad PM_2 = \frac{\bar{D}}{\bar{X}_2}$$

$D = M - Y$

X_1 = Números de jornales por hectáreas (mano de obra)

X_2 = Población/ Ha. (# de plantas/ hectáreas)

$$PM_1 = \frac{49.6}{283.33} = 0.175$$

$$PM_2 = \frac{49.6}{266} = 0.186$$

PRODUCCION MARGINAL

$Pm_1 = D$

$D = M - Y$

$M - Y = AR_1^{X_1} R_2^{X_2} Ln R_1$

$$\frac{\delta D}{\delta X_1} = AR_1^{\bar{X}_1} R_2^{\bar{X}_2} Ln R_1$$

$Pm_1 = 1.102 (1.01)^{283.33} (0.99)^{266} Ln 1.01$

$Pm_1 = 1.102 (16,763) (0.0690) 0.0099$

$Pm_1 = 0.0126$

$Pm_2 = 1.102 (1.01)^{283.33} (0.99)^{266} Ln 0.99$

$Pm_2 = 1.102 (16.763) (0.0690) - 0.010$

$Pm_2 = 1.264$

ELASTICIDAD DE PRODUCCION

$$EP_1 = \frac{Pm_1}{PM_1} = \frac{0.0126}{0.175} = 0.072$$

$$EP_2 = \frac{Pm_2}{PM_2} = \frac{1.264}{0.186} = 6.79$$

INTERPRETACION DE LOS RESULTADOS

Teniendo en cuenta los resultados presentados en cuanto al coeficiente de determinación se refiere, y haciendo unas series de consideraciones desde el punto de vista lógico matemático, el cual fundamentalmente en cuanto a prducción se refiere, obliga como respuesta a un proceso productivo a la combinación de los innumerables factores que inciden en - el proceso. Inicialmente fueron escogidas como variables independientes de mayor incidencia en el proceso de produoción por lógica a priori los factores mano de obra (X_1), y población de plantas por hectáreas (X_2), para luego ensayar las funciones Coob Douglas de la forma - $Y = \beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2}$ y la función Spillman de la forma $Y = A\ R_1^{X_1}\ R_2^{X_2}$, las cuales muestran interacción directa entre las variables independientes - (X_1 y X_2), posteriormente se ensayó la función Cuadratica de la forma $Y = a + bx + cx^2$ y $Y = A + bx_2 + cx_2^2$, las cuales no presentan interacción directa entre las variables independientes consideradas, ésto se debió fundamentalmente a limitaciones de orden computables, lo que no nos permitió aplicar una función de la forma $Y = a+bx + cx_1^2 + dx_2 + cx_2^2$, la cual sí muestra interacción entre las variables independientes.

Una vez hecha estas aclaraciones se ha seleccionado la función - Spillman como el modelo más adecuado para el análisis económico respectivo.

Los resultados obtenidos en cuanto a la participación de las variables independientes en el proceso de producción para cada una de las -

funciones oscilan entre los siguientes Rangos:

1. FUNCION COOB DOUGLAS

El coeficiente de determinación está en el rango de 78.2% y 6.3% desde el Estrato pequeño hasta el Estrato grande (Ver cuadro 2.4).

2. FUNCION SPILLMAN

El coeficiente de determinación para éste Estrato oscila en el ran de 98% y 99% entre el Estrato pequeño y el Estrato grande (Ver - cuadro 3.4).

3. FUNCION CUADRATICA

Para esta función el coeficiente de determinación es del 99% para los tres Estratos (Ver cuadro 4.4).

A primera vista la función Cuadrática presenta el coeficiente de determinación más representativo, lo que haria pensar que debiera ser el modelo escogido para el análisis respectivo, descartandose la fun - ción Coob Douglas por ser la que presenta el menor coeficiente de de - terminación; la función Spillman puesto que presenta un coeficiente - más bajo que la Cuadratica. No obtante nos inclinamos en seleccionar la función Spillman para los mencionados análisis, en base a que la - función Spillman ejerce interacción entre las dos variables independien tes, mientras que las causales anteriormente anotada no permitieron que la función Cuadrática fuese trabajada con esta misma carasteristica.

Ademas teniendo en cuenta el criterio de Objetiva Ocular la función Spillman presenta un comportamiento más acorde con la producción de cul tivos de caracter permanente tales como el cafeto.

A N A L I S I S F I S I C O D E L A P R O D U C C I O N

Habiendo sido escogida la Función Spillman, se realizaron los siguientes análisis fisico de la producción :

C U A D R O Nª 3.1

PRODUCCION MEDIA POR ESTRATOS

PRODUCCION MEDIA ESTRATOS	PM_1	PM_2
De 0 a 10 Has.	2.39	0.865
Más de 10 a - de 30 Has.	1.926	0.379
Más de 30 Has.	0.175	0.186

Fuente : Los autores

ESTRATO I (De 0 a 10 Has.)

$PM_1 = 2.39$

Significa que por cada jornal de trabajo en una hectárea de café obtenemos 2.39 Kgrs. del producto (Ver cuadro 3.1)

$PM_2 = 0.865$

Significa que por cada planta sembrada en una hectárea de café se obtiene 0.865 Kilogramo de producción. (Ver cuadro 3.1)

ESTRATO II (Más de 10 a - de 30 Has.)

$PM_1 = 1.926$

Por cada jornal de trabajo en una hectárea de café obtenemos - 1.926 Kilogramos del producto. (Ver cuadro 3.1)

$PM_2 = 0.379$

Por cada planta sembrada en una hectárea obtenemos 0.379 Kilogramo de producción (Ver cuadro 3.1)

ESTRATO III (Más de 30 Has.)

$PM_1 = 0.175$

Nos esta indicando que por cada jornal de trabajo en una hectárea se obtiene 0.175 Kilogramo del producto. (ver cuadro 3.1)

$PM_2 = 0.186$

Significa que por cada planta en una hectárea de café obtenemos 0.186 Kgrs de producción. (Ver cuadro 3.1)

CUADRO No. 3.2

PRODUCCION MARGINAL POR ESTRATOS

PRODUCCION MARGINAL ESTRATOS	Pm_1	Pm_2
De 0 a 10 Has.	0.0229	- 0.7855
Más de 10 a - de 30 Has.	- 0.3366	0.2956
Más de 30 Has.	0.0126	1.264

Fuente : Los autores

ESTRATO I (De 0 a 10 Has.)

Pm_1 = 0,0229

Significa que por cada jornal de trabajo, en una hectárea de café obtenemos 0.0229 Kilogramos del producto. (ver cuadro 3.2)

Pm_2 = - 0.7855

Indica que si adicionamos una planta más al proceso de producción se producirá un decremento de-0.7855 (Ver cuadro 3.2)

ESTRATO II (Más de 10 a - de 30 Has.)

Pm_1 = 0.3366

Significa que por cada jornal de trabajo se obtiene 0.3366 kilogramos de café en la producción (ver cuadro 3.2)

Pm_2 = 0,2956

Significa que por el incremento de una planta sembrada obtenemos un incremento de 0.2956 Kilogramos en la producción. (Ver cuadro 3.2)

ESTRATO III (Más de 30 Has.)

$PM_1 = 0.0126$

Lo que indica que al adicionar un jornal de trabajo se produce un incremento en la producción de 0.0126 Kilogramos de café.(Ver cuadro 3.2)

$Pm_2 = 1.264$

Significa que al incrementar la población de plantas en una hectárea obtendremos un incremento en la producción de 1.264. (ver cuadro 3.2)

C U A D R O No. 3.3

ELASTICIDAD DE PRODUCCION POR ESTRATOS

ELASTICIDAD DE PRODUCCION / ESTRATOS	EP_1	EP_2
De 0 a 10 Has.	0.00958	- 0.908
Más de 10 a - de 30 Has.	- 0.1747	0.7799
Mas de 30 Has.	0.072	6.79

Fuente: Los autores

ESTRATO I (De 0 a 10 Has.)

EP_1 = (Mano de obra) = 0.00958

Indica que el recurso o factor mano de obra se encuentra en la II etapa de la función de producción (ver cuadro 3.3)

EP_2 = (Densidad de población/Ha.) =-0.908

Indica que está operando en la III etapa de la función de producción.(Ver cuadro 3.3)

ESTRATO II (Más de 10 a - de 30 Has.)

EP_1 = (Mano de obra) = - 0.1747

Significa que se encuentra ubicada en la III etapa de la función de produoción. (ver cuadro 3.3)

EP_2 = (Densidad poblacional/Ha.) = 0,7799

Lo que indica que se encuentra operando en la II etapa de la función de producción. (Ver cuadro 3.3)

ESTRATO III (Más de 30 Has.)

EP_1 = (Mano de obra) = 0.072

Significa que está operando en la II etapa de la función de producción. (ver cuadro 3.3)

EP_2 = (Densidad poblacional/Ha. P = 6.79

Significa que está operando en la I etapa de la función de producción.

Según los coeficientes medios y marginales calculados para las diferentes explotaciones cafeteras estudiadas se puede decir lo siguiente:

1.- En el Estrato I (De 0 a 10 Has.)

Analíticamente la mano de obra está siendo utilizada en una forma racional y la densidad poblacional está operando en una forma irracional encontrándose en la III etapa (ver cuadro 3.3)

2.- En el Estrato II (De 10 a - de 30 Has.)

La mano de obra es utilizada en forma irracional y la densidad poblacional está operando en la II etapa de la función de producción (ver cuadro 3.3)

3.- Estrato III (Más de 30 Has.)

Presenta una utilización racional en la mano de obra y en la densidad poblacional. (Ver cuadro 3.3)

En cuanto al coeficiente de elasticidad de producción se refiere, exis te una clara concordancia con los resultados anteriormente anotado, excepto el caso de la densidad poblacional. (ver cuadro 3.3)

CUADRO No. 3.4

BONDAD DEL AJUSTE POR ESTRATOS

BONDAD DEL AJUSTE / ESTRATOS	R	R^2
DE 0 a 10 Has.	98.3%	0.961
Más de 10 a - de 30 Has.	98.28%	0.966
Más de 30 Has.	99.%	0.999

Fuente: Los autores.

MODELO TEORICO DE LA FUNCION CUADRATICA

La función cuadrática puede presentar las siguientes formas:

Para dos insumos

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1' + \beta_2 X_1'^2$$

Y = Producción

β_0 = Constante (producción que se obtiene sin aplicar fertilizantes)

β_1 = Coeficiente de producción del factor variable.

β_2 = Coeficiente de producción del factor variable (al varíar cuadráticamente)

X_1 = Factor variable (al variar finalmente)

X_2 = Factor variable (al variar cuadráticamente)

D E F I N I C I O N   D E   V A R I A B L E

X_1 = Mano de obra (# de jornales)

X_2 = Intensidad población por hectáreas

Y = Producción

ESTIMACION DEL MODELO

. MODELO MATRICIAL GENERAL

$$\begin{bmatrix} N & \Sigma X_1' & \Sigma X_1^2 \\ \Sigma X_1' & \Sigma X_1^2 & \Sigma X_2^2 \\ \Sigma X_1^2 & \Sigma X_2^2 & \Sigma X_2^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Sigma Y \\ \Sigma Y X_1' \\ \Sigma Y X_1^2 \end{bmatrix}$$

M O D E L O   M A T R I C I A L   R E D U C I D O

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma X_1' & \Sigma X_1^2 \\ \Sigma X_1^2 & \Sigma X_1^3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Sigma Y \\ \Sigma YX \end{bmatrix}$$

B O N D A D   D E L   A J U S T E

$R^2 = 1 = \Sigma e^2/\Sigma Y^2$

$\Sigma \bar{e}_1 = \Sigma(Y_i - \bar{Y}_1)$

$\Sigma y^2 = \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2/n$

$\Sigma \hat{Y}/\Sigma Y^2 = (\Sigma \hat{Y}^2/\Sigma Y^2 + \Sigma e^2/\Sigma Y^2$

$\Sigma \hat{Y}^2/\Sigma Y^2 = 1 - \Sigma e^2/\Sigma Y^2$

P R O D U C C I O N   M E D I A

$$PM = \frac{\beta_0 + \beta_1 X_1' + \beta_2 X_1^2}{X_1}$$

P R O D U C C I O N   M A R G I N A L

$$Pm = \frac{\partial Y}{\partial X} = \beta_1 + 2\beta_2 \bar{X}_1$$

E L A S T I C I D A D   D E   P R O D U C C I O N

$$\frac{Pm}{PM} = EP$$

MODELO DE PRODUCCION DE FINCAS PEQUEÑAS

ESTRATO I (DE 0 - 10 HAS.)

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 434.7 & 38.925.11 \\ 38.925.11 & 3.574.103 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 2083 \\ 184.362 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 434.7 & 38.925.11 \\ 38.925.11 & 3.574.103 \end{bmatrix}$$

$$\frac{Ac}{A\,ad} = \begin{bmatrix} 3.574.103 & -38.925.11 \\ -38.925.103 & 434.7 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3.574.103}{38.498.386} & \frac{38.925.11}{38.498.386} \\ \frac{38.925.11}{38.498.386} & \frac{434.7}{38.498.386} \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \begin{bmatrix} 0.0928377 & -0.0010110 \\ -0.0010110 & 0.0000112 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0928377 & -0.0010110 \\ -0.0010110 & 0.0000112 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2083 \\ 184.362 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0928377 & -0.0010110 \\ 0.0010110 & 0.0000112 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.96 \\ -0.0411 \end{bmatrix}$$

$$\beta_1 = 6.96$$

$$\beta_2 = -0.0411$$

$$\beta_0 = \frac{\sum Y}{n} - \frac{\beta_1 \sum X_1}{n} - \frac{\beta_2 \sum X_1^2}{n}$$

$$\beta_0 = 416.6 - 605.1 + 319.18$$

$$\beta_0 = 130.68$$

$$Y = a + b x + c x^2 \qquad Y = 130.68 + 6.96\,(97.5) + (-0.0411)(97.5)^2$$

C O E F I C I E N T E D E D E T E R M I N A C I O N R^2

El Cpeficiente de determinación para las fincas pequeñas arrojó un resultado significativo del orden de o.999%.

P R O D U C C I O N M E D I A

$$PM = \frac{\beta_0 + \beta_1 \bar{X}_1 + \beta_2 \bar{X}_1^2}{\bar{X}_1}$$

$$PM = \frac{130.68 + 6.96\,(86.94) + (0.0411)\,(7.785)}{86.94}$$

$$PM = \frac{130.68 + 605.1 - 319.18}{86.94}$$

$$PM = 4.79$$

P R O D U C C I O N   M A R G I N A L

$$Pm = \frac{\partial Y}{\partial X} = \beta_1 + 2\beta_2 \bar{X}_1$$

$$Pm = 6.96 + 2 \ (-0.0411) \ (86.94)$$

$$Pm = 6.96 - 7.146$$

$$Pm = -0.186$$

E L A S T I C I D A D   D E   P R O D U C C I O N

$$\frac{Pm}{PM} = \frac{-0.186}{4.79} = -0.0388$$

M O D E L O   D E   P R O D U C C I O N   D E   F I N C A S   M E - D I A N A S   E S T R A T O   II (M A S   D E 10 A - D E   30 H A S.)

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 169.24 & 6.261.71 \\ 6.261.71 & 249.539.97 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 2.634 \\ 91.156.44 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 169.24 & 6.261.71 \\ 6.261.71 & 249.539.97 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} Ac \\ Azd \end{matrix} \begin{bmatrix} 249.539.97 & -6.261.71 \\ -6.261.71 & 169.24 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \begin{bmatrix} \dfrac{249.539.97}{3.023.132.4} & \dfrac{-6.261.71}{3.023.132.4} \\ \\ \dfrac{-6.261.71}{3.023.132.4} & \dfrac{169.24}{3.023.132.4} \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \begin{bmatrix} 0.082543513 & -0.002071265 \\ \\ -0.002071265 & 0.00005598 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \\ \beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.082543513 & -0.002071265 \\ \\ -0.002071265 & 0.00005598 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.634 \\ \\ 91.156.44 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \\ \beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.082543513 & -0.002071265 \\ \\ -0.002071265 & 0.00005598 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \\ \beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 28.61 \\ \\ -0.35 \end{bmatrix}$$

$$\beta_1 = 28.61$$

$$\beta_2 = -0.35$$

$$\beta_0 = \frac{\Sigma Y}{n} - \frac{\beta_1 \Sigma X_1}{n} - \frac{\beta_2 \Sigma X_1^2}{n}$$

$$\beta_0 = 526.8 - 968.39 + 438.3$$

$$\beta_0 = -3.29$$

$Y = a + b\,x + c\,x^2 \quad Y = -3.29 + 28.61\ (30.5) + (-0.35)\ (30.5)^2$

COEFICIENTE DE DETERMINACION R^2

El coeficiente de determinación para las fincas medianas arrojó un resultado significativo del orden de 0.999%.

PRODUCCION MEDIA

$$PM = \frac{\beta_0 + \beta_1 \bar{X}_1 + \beta_2 \bar{X}_1^2}{\bar{X}_1}$$

$$PM = \frac{-3.29 + 28.61\ (33{,}848) + (-0.35)\ 1.252.34}{33{,}848}$$

$$PM = \frac{-3.29 + 968.39 - 438.31}{33{,}848}$$

$PM = 15.56$

PRODUCCION MARGINAL

$Pm = \beta_1 + 2\beta_2 \bar{X}_1$

$Pm = 28.61 - 23.69$

$pm = 4.92$

ELASTICIDAD DE PRODUCCION

$$EP = \frac{Pm}{PM} = \frac{4.92}{15.56} = 0.316$$

MODELO DE PRODUCCION DE FINCAS GRANDES

ESTRATO III (MAS DE 30 HAS).

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 850 & 252.500 \\ 252.500 & 77.875.000 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1.045 \\ 288.300 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 850 & 252.500 \\ 252.500 & 77.875.000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} Ac \\ Asd \end{matrix} = \begin{bmatrix} 77.875.000 & -252.500 \\ -252.500 & 850 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{77.875.000}{2.437.500.000} & \dfrac{-252.500}{2.437.500.000} \\ \dfrac{-252.500}{2.437.500.000} & \dfrac{850}{2.437.500.000} \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0.031948717 & -0.000103589 \\ -0.000103589 & 0.00000348 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.031948717 & -0.000103589 \\ -0.000103589 & 0.000000348 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1.045 \\ 288.300 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.031948717 & -0.000103589 \\ -0.000103589 & 0.000000348 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.52 \\ -0.007 \end{bmatrix}$$

$$\beta_1 = 3.52$$

$$\beta_2 = -0.007$$

$$\beta_0 = 348.33 - 997.33 + 589.16$$

$$\beta_0 = -59.84$$

$Y = a + b\,x + c\,x^2$ $\quad Y = -59.84 + 3.52\ (300) + (-0.007)(300)^2$

E L C O E F I C I E N T E D E D E T E R M I N A C I O N R^2

El coeficiente de determinación para las fincas grandes arrojó un re - sultado significativo del orden de 0.999%.

P R O D U C C I O N M E D I A

$$PM = \frac{\beta_0 + \beta_1\ (\bar{X}_2) + \beta_2\ (\bar{X}_2^2)}{\bar{X}_1}$$

$$PM = \frac{-59.84 + 3.52\ (283,33) + (-0.007)\ (84.166.66)}{283,33}$$

$$PM = \frac{-59.84 + 997.32 - 589.16}{283}$$

$$PM = 1.22$$

P R O D U C C I O N   M A R G I N A L

$$Pm = \beta_1 + 2\beta_2 \bar{X}_1$$

$$Pm = 3.52 + 2\ (-\ 0.007)\ (283.33)$$

$$Pm = 3.52 - 3.96$$

$$Pm = -\ 0.44$$

E L A S T I C I D A D   D E   P R O D U C C I O N

$$EP = \frac{-\ 0.44}{1.22} = -\ 0.36$$

M O D E L O   D E   P R O D U C C I O N   D E   F I N C A S   P E Q U E Ñ A S

E S T R T O   I (D E   0 A 10   H A S.)

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.204 & 295.944 \\ 295.944 & 74.303.344 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 2.083 \\ 514.766 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1.204 & 295.344 \\ 295.944 & 74.303.344 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} Ac \\ Aad \end{matrix} \begin{bmatrix} 74.303.344 & -295.944 \\ -\ 295.944 & 1.204 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \begin{bmatrix} \dfrac{74.303.344}{1.878.375.040} & \dfrac{-\ 295.944}{1.878.375.040} \\ \dfrac{295.944}{1.878.375.040} & \dfrac{1.204}{1.878.375.040} \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}\begin{bmatrix} 0.03955724 & -0.00015755 \\ -0.00015755 & 0.00000064 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.03955724 & -0.00015755 \\ -0.00015755 & 0.00000064 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2.083 \\ 514.766 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.03955724 & -0.00015755 \\ -0.00015755 & 0.00000064 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.29 \\ 0.0013 \end{bmatrix}$$

$$\beta_1 = 1.29$$

$$\beta_2 = 0.0013$$

$$\beta_o = 416.6 - 310.63 - 76.94$$

$$\beta = 29.03$$

$$Y = a + bx_2 + cx_2^2 \qquad Y = 29.03 + 1.29\ (220) + 0.0013\ (220)^2$$

COEFICIENTE DE DETERMINACION R^2

El coeficiente de determinación para las fincas pequeñas arrojó un resultado significativo del orden de 0.999%

PRODUCCION MEDIA

$$PM = \frac{\beta_0 + \beta_1 \bar{X}_2 + \beta_2 \bar{X}_2^2}{\bar{X}_2}$$

$$PM = \frac{29.03 + 1.29\ (240.8) + 0.0013\ (59.188.8)}{240.8}$$

$$PM = \frac{29.03 + 310.63 + 76.94}{240.8}$$

$$PM = 1.73$$

PRODUCCION MARGINAL

$$Pm = \beta_1 + 2\beta_2(\bar{X}_2)$$

$$Pm = 1.29 + 0.626$$

$$Pm = 1.916$$

ELASTICIDAD DE PRODUCCION

$$EP = \frac{1.916}{1.73} = 1.107$$

MODELO DE PRODUCCION DE FINCAS MEDIANAS

ESTRATO II (MAS DE 10 A - DE 20 HAS.)

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 860 & 154.200 \\ 154.200 & 28.520.000 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2.634 \\ 455.520 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 860 & 154.200 \\ 154.200 & 28.520.000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} Ac \\ Aad \end{matrix} \begin{bmatrix} 28.520.000 & -\ 154.200 \\ -\ 154.200 & 860 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \begin{bmatrix} \dfrac{28.520.000}{749.560.000} & \dfrac{-\ 154.200}{749.560.000} \\ \dfrac{-\ 154.200}{749.560.000} & \dfrac{860}{749.560.000} \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \begin{bmatrix} 0.0380489 & -\ 0.0002057 \\ -\ 0.0002057 & 0.0000011 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0380489 & -\ 0.0002057 \\ -\ 0.0002057 & 0.0000011 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2.634 \\ 455.520 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0380489 & -\ 0.0002057 \\ -\ 0.0002057 & 0.0000011 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.52 \\ -\ 0.04 \end{bmatrix}$$

$$\beta_1 = 6.52$$

$$\beta_2 = -\ 0.04$$

$$\beta_0 = 526.8 - 1.121.44 + 1.233.6$$

$$\beta_0 = 638.96$$

$$Y = a + bx_2 + cx_2^2 \qquad Y = 638.96 + 6.52\ (160) + (-\ 0.04)\ (160)^2$$

C O E F I C I E N T E D E D E T E R M I N A C I O N R^2

El coeficiente de determinación para las fincas medianas arrojó un resultado significativo del orden de 0.999%.

P R O D U C C I O N M E D I A

$$PM = \frac{\beta_0 + \beta_1\ \bar{X}_2 + \beta_2\ \bar{X}_2^2}{\bar{X}_2}$$

$$PM = \frac{638.96 + 6.52\ (172) + (-\ 0.04)\ 30.840}{172}$$

$$PM = 638.96 + 1.121.44 - 1.233.6$$

$$PM = 3.06$$

P R O D U C C I O N M A R G I N A L

$$Pm = \beta_1 + 2\beta_2 \bar{X}_2$$

$$Pm = 6.52 - 13.76$$

$$Pm = -\ 7.24$$

E L A S T I C I D A D D E P R O D U C C I O N

$$EP = \frac{-\ 7.24}{3.06} = -2.36$$

MODELO DE PRODUCCION DE FINCAS GRANDES

ESTRATO III (MAS DE 30 HAS.)

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 798 & 224.204 \\ 224.204 & 66.262.392 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.045 \\ 281.566 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 798 & 224.204 \\ 224.204 & 66.262.392 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} Ac \\ Aad \end{matrix} \begin{bmatrix} 66.262.392 & -224.204 \\ -224.204 & 798 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \begin{bmatrix} \dfrac{66.262.392}{2.609.955.200} & \dfrac{-224.204}{2.609.955.200} \\ \dfrac{-224.204}{2.609.955.200} & \dfrac{798}{2.609.955.200} \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \begin{bmatrix} 0.0253883 & -0.0000859 \\ -0.0000859 & 0.0000003 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.0253883 & -0.0000859 \\ -0.0000859 & 0.0000003 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.045 \\ 281.566 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.0253889 & -0.0000859 \\ -0.0000859 & 0.0000003 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.34 \\ -0.003 \end{bmatrix}$$

$$\beta_1 = 2.34$$

$$\beta_2 = -0.003$$

$$\beta_0 = 348.33 - 622.44 + 224.2$$

$$\beta_0 = -49.91$$

$$Y = a + b\,x_2 + c\,x_2^2 \qquad Y = -49.91 + 2.34\,(350) + (-0.003)\,(350)^2$$

C O E F I C I E N T E D E D E T E R M I N A C I O N R^2

El coeficiente de determinación para las fincas grandes arrojó un resultado significativo del orden de 0.999%.

P R O D U C C I O N M E D I A

$$PM = \frac{\beta_0 + \beta_1 \bar{\bar{X}}_2 + \beta_2 \bar{\bar{X}}_2^2}{\bar{\bar{X}}_2}$$

$$PM = \frac{-49.91 + 2.34\,(266) - 0.003\,(74.734.66)}{266}$$

$$PM = \frac{-49.91 + 622.44 - 224.2}{266}$$

$$PM = 130$$

P R O D U C C I O N M A R G I N A L

$$Pm = \beta_1 + 2\beta_2 \bar{\bar{X}}_2$$

$$Pm = 2.34 + 2\,(-0.003)\,(266).$$

$Pm = 2.34 - 1.59$

$Pm = 0.75$

E L A S T I C I D A D D E P R O D U C C I O N

$$EP = \frac{0.75}{1.30} = 0.576$$

C U A D R O Nº 4.1

PRODUCCION MEDIA POR ESTRATOS

PRODUCCION MEDIA ESTRATOS	PM_1	PM_2
De 0 a 10 Has.	4.79	1.72
Más de 10 a - de 30 Has.	15.56	3.06
Más de 30 Has.	1.22	1.30

Fuente : Los autores

C U A D R O Nº 4.2

PRODUCCION MARGINAL POR ESTRATOS

PRODUCCION MARGINAL ESTRATOS	Pm_1	Pm_2
De 0 a 10 Has.	-0.186	1.916
Más de 10 a - de 30 Has.	4.92	-7.24
Más de 30 Has.	-0.44	0.75

Fuenta : Los autores

C U A D R O Nº 4.3

ELASTICIDAD DE PRODUCCION POR ESTRATOS

ELASTICIDAD DE PRODUCCION ESTRATOS	EP_1	EP_2
De 0 a 10 Has.	-0.0388	1.107
Más de 10 a - de 30 Has.	0.316	-2.36
Más de 30 Has.	-0.36	0.576

Fuente : Los autores

C U A D R O Nº 4.4

BONDAD DEL AJUSTE POR ESTRATOS

BONDAD DEL AJUSTE ESTRATOS	R^2	R^2
De o a 10 Has.	0.999	0.999
Más de 10 a - de 30 Has.	0.999	0.999
Más de 30 Has.	o.999	0.999

Fuente : Los autores

X. C O N C L U S I O N E S

1. De acuerdo con los estratos establecidos y teniendo en consideración los resultados obtenidos en el desarrollo de la investigación se logró establecer los siguientes:

   1.1. En el Estrato I para la variable X_1 (Mano de obra), se estableció que se encuentra en un proceso de transición entre la II y III etapa de producción, lo que significa que ha alcanzado su grado máximo de utilización.

   La variable independiente X_2 (Densidad poblacional), según el resultado obtenido muestra una utilización ampliamente irracional, ya que se encuentra ubicada en la III etapa de la función de producción. (ver cuadro 3.3)

   1.2. El Estrato II en cuanto a la variable independiente X_1 (Mano de obra) se ubica en la III etapa de la función de producción, por ende su utilización es irracional. La variable X_2 (Densidad poblacional), opera un evento de transición entre la II y III etapa de la función de producción. (ver cuadro 3.3)

   3.3. En el estrato III para la mano de obra (X_1) se logró establecer que opera en la II etapa de la función de producción, presentando características racionales.

   La cuantificación analítica para la variable (X_2) densidad poblacional la ubica en la I etapa de la función de producción, la que es indiscutiblemente irracional. (ver cuadro 3.3)

2. De acuerdo a la consulta establecida en la información primaria, se

logró establecer:

2.1. Que los cafetales de esta vereda, en su totalidad están conformados por cafetos mayores de 30 años de haber sido establecido.

2.2. En la zona de estudio no se utilizó ningún tipo de fertilizante, ni otro tipo de factor agroindustrial.

XI RECOMENDACIONES

Teniendo en cuenta las características de improductividad que presenta esta zona cafetera, y atribuyendo esto al condicionamiento de que en su totalidad los cafetales han cumplido su ciclo vegetativo, recomendamos a manera de alternativa un previo análisis de rentabilidad.

1. Que se haga utilización de insumos agroindustriales para efecto de mejorar los resultados a la respuesta del cultivo.

2. Que se haga una renovación de los cafetales, esto atendiendo a que han cumplido su ciclo vegetativo. Lo que les obliga a presentar característica decreciente en cuanto a producción se refiere.

XII B I B L I O G R A F I A

WALTER ALTAMAR FONTALVO. Análisis de la Productividad de los Recursos Agrícolas utilizados en las explotaciones "Bananeras" rehabilitadas. U. T. M.

UNIVERSIDAD NACIONAL. Manual de Economía de la Producción. Universidad Nacional. FABIAN RAMIREZ y Hernando Ochoa.

PRODUCCION Y PRODUCTIVIDAD DE LOS RECURSOS AGRICOLAS. Utilizados en - las explotaciones cafeteras Vereda de Cerro Azul. U.T.M.

INSTITUTO GEOGRAFICO AGUSTIN CODAZZI. Monografía del Departamento del Magdalena.

REVISTA CAFETERA DE COLOMBIA. Volumen XXV Mayo-Agosto de 1.976 No. 163.

FEDERACIOB NACIONAL DE CAFETEROS. Manual del Cafetero Colombiano. ciudad, Bogotá. 1.979 - Pág. 585.

A N E X O I

FUNCION COOB DOUGLAS

(D E 0 A 10 H A S.)

N	Y	X_1	X_2	D = (M-Y)	D' = Log D	$X_1' = (X_1 - \bar{X}_1)$
1	250	97.5	220	375	2.5740	10.56
2	250	66.6	224	375	2.5740	- 20.34
3	500	70.7	300	125	2.0969	-16.24
4	625	98.4	258	0	-	11.46
5	458	101.5	202	167	2.2227	14.56

Fuente : Los autores

FUNCION COOB DOUGLAS

(D E 0 A 10 H A S.)

N	$X_2' = (X_2 - \bar{X}_2)$	$X_1' . X_2'$	$(X_1')^2$	$(X_2')^2$	$d' = (D' - \bar{D}')$	$d' . X_1'$	$d' . X_2'$
1	- 20.8	-219.65	111.51	432.64	0.6805	7.1860	-14.15
2	- 16.8	341.71	413.71	282.24	0.6805	-13.3032	-11.43
3	59.2	-961.41	263.73	3.504.64	0.2034	- 3.3032	12.04
4	17.2	197.11	131.33	295.84	-	-	-
5	-38.8	-564.93	211.99	1.505.44	0.3292	4.7931	-12.77

Fuente : Los autores

FUNCION COOB DOUGLAS

(M A S DE 10 A - D E 30 H A S.)

N	Y	X_1	X_2	D=M-Y	D'= LogD	$X_1' = (X_1 - \bar{X}_1)$	$X_2' = (X_2 - \bar{X}_2)$	$X_1' \cdot X_2'$
1	500	30.5	160	92	1.9638	- 3.348	- 12	40,176
2	486	24.3	200	106	2.0253	- 9.548	28	-267,344
3	556	43.94	210	36	1.5563	10.092	38	383,496
4	500	22.5	110	0	--	-11.348	-62	703,576
5	592	48	180	92	1.9637	14,152	8	113,216

Fuente : Los autores

FUNCION COOB DUOGLAS

(M A S D E 10 A - D E 30 H A S.)

N	$(X_1')^2$	$(X_2')^2$	$d' = (D' - \bar{D}')$	$d' . X_1'$	$d' . X_2'$
1	11,209	144	0.462	- 1.5467	- 5,544
2	91,164	784	0.5235	- 4.9983	-14,658
3	101,848	1.444	0.0545	0.550	2,071
4	128,777	3.844	-	-	-
5	200,279	64	0.4619	6.5368	3,6952

Fuente : Los autores

FUNCION COOB DOUGLAS

(M A S D E 30 H A S .)

N	Y	X_1	X_2	$D = (M - Y)$	$D' = \text{Log } D$	$X_1' = (X_1 - \bar{X}_1)$	$X_1' = (X_2 - \bar{X}_2$
1	355	300	350	43	1.6335	16.67	84
2	398	200	250	0	-	- 83.34	- 16
3	292	350	198	106	2.0253	66.67	- 68

Fuente : Los autores

FUNCION COOB DOUGLAS

(M A S DE 30 H A S.)

N	$X_1' . X_2'$	$(X_1')^2$	$(X_2')^2$	$d' = (D' - \bar{D}')$	$d' . X_1'$	$d' . X_2'$
1	1.400.28	277,889	7.056	0.4139	6.899	34,767
2	1.333.44	6.945,556	256	-	-	-
3	-4.533.56	4.444,889	4.624	0.8057	53,716	-54,787

Fuente : Los autores

A N E X O II

FUNCION SPILLMAN

(D E 0 A 10 H A S.)

N	Y	X_1	X_2	$Y' = \text{Log } Y$	$X_1' = \text{Log } X_1$	$X_2' = \text{Log } X_2$	$(X_1')^2$
1	250	97.5	220	2,397	1,989	2,342	3,956
2	250	66.6	224	2,397	1,823	2,350	3,323
3	500	70.7	300	2,698	1,849	2,477	3,419
4	625	98.4	258	2,795	1,992	2,412	3,968
5	458	101.5	202	2,660	2,006	2,305	4,024

Fuente : Los autores

FUNCION SPILLMAN

(D E 0 A 10 H A S.)

N	$(X_2')^2$	$Y' . X_1'$	$Y' . X_2'$	$X_1' . X_2'$	$(Y')^2$
1	5,484	4,767	5,613	4,658	5,750
2	5,522	4,369	5,632	4,284	5,750
3	6,135	4,988	6,682	4,579	7,285
4	5,817	5,567	6,738	4,802	7,818
5	5,313	5,335	6,131	4,623	7,081

Fuente : Los autores

FUNCION SPILLMAN

(M A S D E 10 A - D E 30 H A S.)

N	Y	X_1	X_2	$Y' = \text{Log } Y$	$X_1' = \text{Log } X_1$	$X_2' = \text{Log } X_2$	$(X_1')^2$
1	500	30.5	160	2,699	1,484	2,204	2,202
2	486	24.3	200	2,687	1,386	2,301	1,921
3	556	43.94	210	2,745	1,643	2,322	2,699
4	500	22.5	110	2,699	1,352	2,041	1,828
5	592	48	180	2,772	1,681	2,255	2,826

Fuente : Los autores

FUNCION SPILLMAN

(M A S D E 10 A - D E 30 H A S.)

N	$(X_2')^2$	$Y' . X_1'$	$Y' . X_2'$	$X_1' . X_2'$	$(Y')^2$
1	4,858	4,005	5,949	3,271	7,285
2	5,295	3,724	6,183	3,189	7,220
3	5,392	4,510	6,374	3,815	7,535
4	4,166	3,649	5,509	2,759	7,285
5	5,085	4,660	6,251	3,791	7,684

Fuente : Los autores

FUNCION SPILLMAN

(M A S D E 30 H A S.)

N	Y	X_1	X_2	$Y' = \text{Log } Y$	$X_1' = \text{Log } X_1$	$X_2' = \text{Log } X_2$	$(X_1')^2$	$(X_2')^2$
1	355	300	350	2,550	2,477	2,544	6,136	6,472
2	398	200	250	2,600	2,301	2,398	5,295	5,750
3	292	350	198	2,465	2,544	2,297	6,472	5,276

Fuente : Los autores

FUNCION SPILLMAN

(M A S D E 30 H A S.)

N	$Y' . X_1'$	$Y' . X_2'$	$X_1' . X_2'$	$(Y')^2$
1	6,316	6,487	6,301	6,503
2	5,983	6,235	5,518	6,760
3	6,271	5,662	5,844	6,076

Fuente : Los autores

A N E X O III

FUNCION CUADRATICA

(D E 0 A 10 H A S.)

N	Y	X_1	$(X_1)^2$	$(X_1)^3$	X. Y
1	250	97.5	9.506,25	926.859,37	24.375
2	250	66.6	4.435,56	295.408,29	16.650
3	500	70.7	4.998,49	353.393,24	35.350
4	625	98.4	9.682,56	952.763,9	61.500
5	458	101.5	10.302,25	1.045.678,3	46.487

Fuente : Los autores

FUNCION CUADRATICA

(M A S D E 10 A - D E 30 H A S.)

N	Y	X_1	$(X_1)^2$	$(X_1)^3$	X . Y
1	500	30.5	930,25	28.372,62	15.250
2	486	24.3	590,49	14.348,90	11.809,8
3	556	43.94	1.930,72	84.835,83	24.430,64
4	500	22.5	506,25	11.390,62	11.250
5	592	48	2.304	110.592	28.416

Fuente : Los autores

FUNCION CUADRATICA

(M A S D E 30 H A S.)

N	Y	X_1	$(X_1)^2$	$(X_1)^3$	X.Y
1	355	300	90.000	27.000.000	106.500
2	398	200	40.000	9.000.000	79.600
3	292	350	122.500	42.875.000	102.200

Fuente : Los autores

FUNCION CUADRATICA

(D E 0 A 10 H A S.)

N	Y	X_2	$(X_2)^2$	$(X_2)^3$	$Y \cdot X_2$
1	250	220	48.400	10.648.000	55.000
2	250	224	50.176	11.239.424	56.000
3	500	300	90.000	27.000.000	150.000
4	625	258	66.564	17.173.512	161.250
5	458	202	40.804	8.242.408	92.516

Fuente : Los autores

FUNCION CUADRATICA

(M A S D E 10 A - D E 30 H A S.)

N	Y	X_2	$(X_2)^2$	$(X_2)^3$	$Y \cdot X_2$
1	500	160	25.600	4.096.000	80.000
2	486	200	40.000	8.000.000	97.200
3	556	210	44.100	9.261.000	116.760
4	500	110	12.100	1.331.000	55.000
5	592	180	32.400	5.832.000	106.560

Fuente : Los autores

FUNCION CUADRATICA

(M A S D E 30 H A S.)

N	Y	X_2	$(X_2)^2$	$(X_2)^3$	$Y \cdot X_2$
1	355	350	122.500	42.875.000	124.250
2	398	250	62.500	15.625.000	99.500
3	292	198	39.204	7.762.392	57.816

Fuente : Los autores