

PENJADWALAN PROSES PRODUKSI PADA INDUSTRI TAHU MENGUNAKAN METODE ALJABAR *MAX-PLUS*

Auliansyah¹, Ulfasari Rafflesia², Yulian Fauzi³

¹Alumni Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

^{2,3}Dosen Pengajar Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

email korespondensi: ulfasari@unib.ac.id

ABSTRAK

Aljabar max-plus dapat digunakan untuk memodelkan dan menganalisis suatu sistem penjadwalan proses produksi. Penelitian ini membahas waktu penjadwalan untuk setiap proses yang dilakukan pada proses produksi tahu dengan menggunakan metode aljabar max-plus. Prosedur penelitian dimulai dengan terlebih dahulu menghitung nilai eigen dan mencari vektor eigen dari matriks aljabar max-plus yang terbentuk pada proses penjadwalan produksi. Hasil perhitungan matriks tersebut diperoleh waktu tiap kegiatan proses produksi mulai bekerja hingga selesai dan waktu selesainya proses produksi. Selanjutnya dikaji perilaku dinamik sistem melalui suatu simulasi yang berkaitan dengan keadaan sistem menggunakan program Scilab dan max-plus Algebra Toolbox. Hasil penelitian menunjukkan bahwa sistem proses penjadwalan dengan menggunakan metode aljabar max-plus lebih efisien dibandingkan dengan penjadwalan produksi sebelum menggunakan metode aljabar max-plus.

Kata kunci: penjadwalan, proses produksi, aljabar *max-plus*, perilaku dinamik, keadaan sistem

PENDAHULUAN

Bahan pokok tahu hanya berupa kacang kedelai sehingga modal yang digunakan tidaklah terlalu besar namun hasilnya bisa maksimal (Lihannoor, 2010). Proses pembuatan tahu memerlukan beberapa tahap pengerjaan. Tahapan pengerjaannya melewati proses pembuatan bahan baku sampai bahan jadi tahu. Proses tersebut, diperlukan waktu penjadwalan yang tepat agar tahu yang dihasilkan sesuai dengan waktu setiap tahap pengerjaannya.

Industri tahu Sumber Mulya merupakan industri rumah tangga yang mengolah proses pembuatan tahu secara manual. Proses pembuatan yang masih dikerjakan secara manual membuat waktu dan tahap pengerjaan memakan waktu yang cukup lama sehingga sering terjadi keterlambatan pada setiap tahap pengerjaan pembuatan tahu. Industri ini memerlukan waktu penjadwalan produk dari suatu tahap ke tahap selanjutnya agar mendapatkan jadwal proses produksi tahu yang periodik pada setiap tahap pengerjaannya. Aljabar *max-plus* digunakan untuk memodelkan dan menganalisis jaringan, seperti sistem produksi, jaringan antrian, dan sebagainya. Pada penelitian ini, penulis akan membuat penyelesaian sistem aljabar matematika mengenai proses penjadwalan produksi tahu yang diproduksi.

Baker (1974) mengatakan bahwa penjadwalan merupakan alokasi dari sumber daya terhadap waktu untuk menghasilkan sebuah kumpulan pekerjaan. Penjadwalan dibutuhkan untuk memproduksi order dengan pengalokasian sumber daya yang tepat, seperti waktu pengerjaan yang dibutuhkan, urutan pengerjaan, mesin yang digunakan, jumlah operator yang bekerja, dan kebutuhan material. Dengan penjadwalan yang efektif

dan efisien, perusahaan akan dapat memenuhi order tepat pada *due date* serta kualitas yang telah ditentukan.

Aljabar *max-plus* adalah himpunan $R \cup \{-\infty\}$ dengan R himpunan semua bilangan real yang dilengkapi dengan operasi maksimum disebut Aljabar *max-plus*, yang dinotasikan dengan \oplus dan \otimes dimana \oplus merupakan operasi maksimum dan \otimes merupakan operasi penjumlahan. Selanjutnya $(R \cup \{-\infty\}, \oplus, \otimes)$ dinotasikan dengan R_{max} dan $-\infty$ dinotasikan dengan ε . Elemen netral terhadap operasi \oplus yaitu elemen ε sedangkan elemen identitas terhadap operasi \otimes yaitu 0.

Berdasarkan uraian di atas maka peneliti membahas aplikasi dari aljabar *max-plus* dalam memodelkan proses produksi industri tahu. Model yang diperoleh akan didapatkan suatu jadwal yang periodik pada tahap pengerjaan sehingga waktu pengerjaan menjadi efisien.

METODE PENELITIAN

Penentuan lokasi dilakukan secara sengaja (*purposive*) dengan mempertimbangkan bahwa industri tahu tersebut adalah merupakan produsen sekaligus distributor penjualan konsumsi pangan rumah tangga. Pengambilan data yang dilakukan dengan cara pengamatan langsung (observasi langsung) pada industri tahu sebagai objek penelitian. Disamping itu, peneliti juga melakukan wawancara dengan pemilik industri, mengenai kegiatan industri yang bisa membantu jalannya penelitian.

Data yang dibutuhkan dalam penelitian ini ialah data-data kegiatan produksi dan data penjadwalan setiap proses produksi tahu.

Adapun analisis data yang dilakukan dalam penelitian ini adalah:

1. Menentukan pola sistem produksi tahu berdasarkan aktivitas selama proses produksinya.
2. Membuat tabel waktu perpindahan dari suatu proses ke proses selanjutnya.
3. Membuat diagram produksi.
4. Merancang model persamaan.
5. Mencari solusi dengan menggunakan *scilab* dan *max-plus algebra toolbox*, ver 1.01 sehingga diperoleh vektor *eigen* dan nilai *eigen* untuk mendapatkan jadwal proses produksi tahu yang periodik.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Langkah-langkah yang dilakukan dalam proses ini sebagai berikut:

1. Mendeskripsikan Proses Pembuatan Tahu

Tabel 1
Sistem Produksi Tahu

No.	Aktivitas	Simbol
Pengolahan Bahan Baku		
1.	Pencucian	P_1
	Perendaman	P_2
Pembuatan		
2.	Penggilingan	P_3
	Pendidihan	P_4
	Penyaringan	P_5
	Peleburan	P_6
Akhir		
3.	Pencetakan	P_7
	Pemotongan	P_8

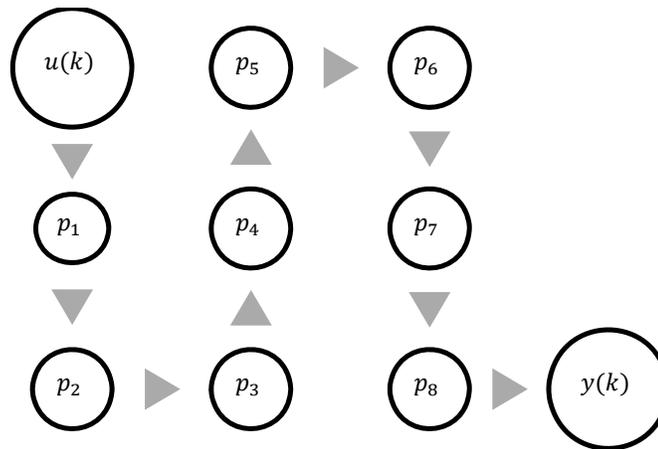
Tabel 2
Waktu yang dibutuhkan pada tiap proses

No.	d-indeks	Keterangan	Waktu (menit)
1.	d_1	Waktu yang dibutuhkan pada P_1	10
2.	d_2	Waktu yang dibutuhkan pada P_2	20
3.	d_3	Waktu yang dibutuhkan pada P_3	20
4.	d_4	Waktu yang dibutuhkan pada P_4	10
5.	d_5	Waktu yang dibutuhkan pada P_5	15
6.	d_6	Waktu yang dibutuhkan pada P_6	10
7.	d_7	Waktu yang dibutuhkan pada P_7	10
8.	d_8	Waktu yang dibutuhkan pada P_8	10

Tabel 3
Waktu perpindahan dari suatu proses ke proses selanjutnya

No.	t-indeks	Keterangan	Waktu (menit)
1.	t_1	Waktu yang dibutuhkan menuju proses 1	7
2.	t_2	Waktu yang dibutuhkan menuju proses 2	5
3.	t_3	Waktu yang dibutuhkan menuju proses 3	3
4.	t_4	Waktu yang dibutuhkan menuju proses 4	2
5.	t_5	Waktu yang dibutuhkan menuju proses 5	5
6.	t_6	Waktu yang dibutuhkan menuju proses 6	15
7.	t_7	Waktu yang dibutuhkan menuju proses 7	7
8.	t_8	Waktu yang dibutuhkan menuju proses 8	2

Setelah membuat tabel 1, 2, dan 3 langkah selanjutnya adalah membuat konstruksi diagram produksi sebagai berikut:



Gambar 1
Kontruksi Diagram Produksi

Keterangan :
P₁ : Pencucian
P₂ : Perendaman
P₃ : Penggilingan
P₄ : Pendiidihan
P₅ : Penyaringan
P₆ : Peleburan
P₇ : Peleburan
P₈ : Pemotongan

2. Model Matematika Proses Produksi Tahu Sumber Mulya

Setelah diperoleh diagram produksi dan tabel-tabel di atas, maka diperlukan beberapa definisi untuk memudahkan pemodelan:

- $u(k)$ adalah waktu dimana bahan baku dimasukkan ke sistem untuk saat yang $ke - (k + 1)$.
- $x_i(k)$ adalah waktu dimana proses produksi yang $ke - i$ mulai bekerja saat yang $ke - k$.
- $y(k)$ adalah waktu dimana proses produksi selesai saat yang $ke - (k)$ meninggalkan sistem.

Langkah selanjutnya adalah mencari sistem untuk persamaan-persamaan dengan menggunakan aljabar *max-plus* dimana notasi \oplus menyatakan operasi maksimum (max) dan notasi \otimes menyatakan operasi tambah (plus), sehingga didapat persamaannya sebagai berikut :

$$x_1(k + 1) = 10 \otimes x_1(k) \oplus 2 \otimes u(k)$$

$$x_2(k + 1) = 15 \otimes x_1(k) \oplus 20 \otimes x_2(k)$$

$$x_3(k + 1) = 23 \otimes x_2(k) \oplus 20 \otimes x_3(k)$$

$$x_4(k + 1) = 22 \otimes x_3(k) \oplus 10 \otimes x_4(k)$$

$$x_5(k + 1) = 15 \otimes x_4(k) \oplus 15 \otimes x_5(k)$$

$$x_6(k + 1) = 30 \otimes x_5(k) \oplus 10 \otimes x_6(k)$$

$$x_7(k + 1) = 17 \otimes x_6(k) \oplus 10 \otimes x_7(k)$$

$$x_8(k+1) = 12 \otimes x_7(k) \oplus 10 \otimes x_8(k) \quad (1)$$

$$y(k+1) = 17 \otimes x_8(k) \quad (2)$$

Selanjutnya evolusi sistem pada persamaan tersebut dapat dibuat sebagai berikut:

$$x_i(k+1) = A \otimes x_i(k) \oplus \varepsilon \otimes u_i(k), \quad i = 1,2,3,4,5,6,7,8$$

$$y(k) = C \otimes x_i(k), \quad i = 1,2,3,4,5,6,7,8$$

Dari persamaan (1) diperoleh matriks aljabar *max-plus* sebagai berikut:

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 10 & \varepsilon \\ 15 & 20 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 23 & 20 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 22 & 10 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 15 & 15 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 30 & 10 & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 17 & 10 & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 12 & 10 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \\ x_5(k) \\ x_6(k) \\ x_7(k) \\ x_8(k) \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} 2 \\ \varepsilon \end{bmatrix} \otimes u(k) \quad (3)$$

Dan dari persamaan (2) diperoleh:

$$y(k) = [\varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad 17] \otimes \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \\ x_5(k) \\ x_6(k) \\ x_7(k) \\ x_8(k) \end{bmatrix} \quad (4)$$

Dari persamaan (3) dan (4) diperoleh hasil sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 10 & \varepsilon \\ 15 & 20 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 23 & 20 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 22 & 10 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 15 & 15 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 30 & 10 & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 17 & 10 & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 12 & 10 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 \\ \varepsilon \end{bmatrix}$$

dan $C = [\varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon \quad 17]$

Evolusi dari keadaan sistem dapat dibuat dalam bentuk:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A \otimes x(k) \oplus B \otimes u(k) \\ &= A \otimes x(k) \oplus B \otimes y(k) \end{aligned}$$

dimana, $u(k) = y(k)$ yang berarti saat bahan baku dimasukkan ke dalam sistem bertepatan ketika hasil produksi selesai ditawarkan ke konsumen, maka diperoleh :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A \otimes x(k) \oplus B \otimes C \otimes x(k) \\ &= \bar{D} \otimes x(k) \end{aligned}$$

dimana, $\bar{D} = A \oplus B \otimes C$

Nilai \bar{D} dihitung dengan menggunakan Algebra *toolbox* dan *scilab* versi 1.01 (Subiono, 2009).

Gunakan nilai vektor *eigen* (*vx*) dan nilai *eigen* (*lam*) dengan mensimulasikan nilai keadaan awal $x_0 = [138; 140; 143; 145; 140; 150; 147; 139]$ untuk $k = 0, 1, 2, \dots, 6$ dengan menggunakan perintah $\rightarrow x = \text{maxplussys}(D_bar, x_0, 6)$ dan $\rightarrow y = \text{maxplusotimes}(C, x)$, sehingga hasil yang diperoleh :

$$x = \begin{bmatrix} 138 & 158 & 178 & 198 & 218 & 238 & 258 \\ 140 & 160 & 180 & 200 & 220 & 240 & 260 \\ 143 & 163 & 183 & 203 & 223 & 243 & 263 \\ 145 & 165 & 185 & 205 & 225 & 245 & 265 \\ 140 & 160 & 180 & 200 & 220 & 240 & 260 \\ 150 & 170 & 190 & 210 & 230 & 250 & 270 \\ 147 & 167 & 187 & 207 & 227 & 247 & 267 \\ 139 & 159 & 179 & 199 & 219 & 239 & 259 \end{bmatrix}$$
$$y = [156 \quad 176 \quad 196 \quad 216 \quad 236 \quad 256 \quad 276]$$

Nilai x merupakan waktu tiap kegiatan proses produksi mulai bekerja hingga selesai bekerja. Sedangkan nilai y merupakan waktu selesainya proses produksi, dimana tahu yang telah jadi siap dipasarkan (Rafflesia, 2012).

Hasil Implementasi

Setelah menyelesaikan masalah metode aljabar *max-plus* untuk industri tahu diperoleh jumlah aktivitas produksi penjadwalan akan mempengaruhi ukuran matriks. Pada studi kasus ini jumlah aktivitas produksi ada 8 aktivitas produksi penjadwalan, dimana untuk setiap proses aktivitas produksi tidak bisa ditukar, karena hal ini berpengaruh terhadap proses pembuatan tahu. Penerapan metode aljabar *max-plus* dalam setiap proses produksi dilihat berdasarkan waktu pada setiap proses penjadwalan produksi.

Berdasarkan hasil penyelesaian sistem penjadwalan menggunakan metode aljabar *max-plus* di atas diperoleh waktu keseluruhan proses perpindahan dalam pembuatan tahu adalah 21 menit 38 detik sedangkan waktu perpindahan proses pembuatan tahu sebelum menggunakan metode aljabar *max-plus* adalah 48 menit. Selain itu diperoleh waktu keseluruhan proses pengerjaan pembuatan tahu dengan menggunakan metode aljabar *max-plus* yaitu 2 jam 6 menit 38 detik sedangkan sebelum menggunakan metode aljabar *max-plus* dibutuhkan waktu sebesar 2 jam 33 menit.

Apabila waktu pengerjaan proses pembuatan tahu dengan menggunakan aljabar *max-plus* dimulai pada pukul 07.00 wib maka waktu selesai proses produksi berakhir pada pukul 09.07 wib sedangkan tidak menggunakan aljabar *max-plus* proses produksi berakhir pada pukul 09.33 wib. Dengan demikian sistem proses produksi yang

menggunakan metode aljabar *max-plus* akan lebih efisien dibandingkan yang tidak menggunakan metode aljabar *max-plus*.

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Dari hasil dan pembahasan dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Proses penjadwalan dengan menggunakan aljabar *max-plus* dipengaruhi oleh jumlah aktivitas dalam sistem produksi. Semakin banyak jumlah aktivitas maka semakin rumit perhitungannya.
2. Sistem proses penjadwalan dengan menggunakan metode aljabar *max-plus* lebih efisien dibandingkan dengan penjadwalan produksi sebelum menggunakan metode aljabar *max-plus*.

Saran

Pada penelitian ini penulis hanya menerapkan sistem proses penjadwalan produksi industri tahu yang memiliki 8 variabel dengan jalur penjadwalan yang lebih sedikit, sehingga diharapkan penelitian selanjutnya dapat mengambil studi kasus yang lebih besar dengan jalur penjadwalan yang lebih banyak.

DAFTAR PUSTAKA

- Baker, K.R. 1974. *Introduction to Sequencing and Scheduling*. New York: John Wiley & Sonc. Inc.
- Rafflesia, U. (2012). Penerapan Aljabar *max-plus* pada Sistem Produksi Meubel Rotan. *Jurnal Gradien FMIPA Universitas Bengkulu*, 8(1), 775-779.
- Subiono. 2009. "Aljabar Maks-Plus dan Terapannya". Surabaya. ITS http://www.mathematics.its.ac.id/module/downlot_tugas.php?file=19570411%20198403%201%20001-bukumaxplus2012.pdf diakses 21 Oktober 2014