81352.PDF

Laporan Penelitian

SELANG KEPERCAYAAN UNTUK KOEFISIEN GARIS REGRESI JIKA RAGAM GALAT TIDAK HOMOGEN DENGAN METODE OLS DAN WLS

Universitas Terbuka

Oleh:
Dra. Harmi Sugiarti, M.Si
Dra. Andi Megawarni, M.Ed

Lembaga Penelitian Universitas Terbuka
2001

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

LEMBAR PENGESAHAN
Laporan Penelitian Lembaga Penelitian-UT

1.	a. Judul Penelitian	:	Selang Kepercayaan untuk Koefisien Garis Regresi Jika Ragam Galat Tidak Homogen dengan Metode OLS dan WLS
	b. Bidang Penelitian	:	Bidang Ilmu
	c. Klasifikasi Penelitian	:	Penelitian Mandiri
	d. Bidang Ilmu Statistika	:	Statistika
2.	Ketua Peneliti		
	a. Nama	:	Dra. Harmi Sugiarti, M.Si
	b. NIP	:	131 976 080
	c. Golongan Kepangkatan	:	III/b
	d. Jabatan Akademik	:	Asisten Ahli
	e. Fakultas/ Unit Kerja	:	FMIPA
3.	Anggota Tim Peneliti		
	a. Jumlah Anggota	:	1 (satu) orang
	b. Nama/Unit Kerja	:	Dra. Andi Megawarni,M.Ed / FMIPA
4.	Lama Penelitian	:	8 (delapan) bulan
5.	Biaya Penelitian	:	Rp. 3.958.500,- (tiga juta sembilan ratus lima puluh delapan ribu lima ratus rupiah)
6.	Sumber Biaya	:	Lembaga Penelitian UT

Pondok cabe, 3 Juli 2001

Mengetahui,
Dekan FMIPA-UT

Dr. Djati Kerami
NIP. 130 422 584

Ketua Peneliti,

Dra. Harmi Sugiarti, M.Si
NIP. 131 976 080

Mengetahui,
Ketua Lembaga Penelitian UT

Dr. W.B.P. Simanjuntak
NIP. 130 212 017

Menyetujui,
Kepala Pusat Studi Indonesia

Dr. Tian Belawati
NIP. 131 569 974

DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL UNIVERSITAS TERBUKA FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL UNIVERSITAS TERBUKA LEMBAGA PENELITIAN

Universitas Terbuka
Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

81352.PDF

ABSTRAK

Bidang Ilmu : **Statistika**

Judul : **Selang Kepercayaan untuk Koefisien Regresi Jika Ragam Galat Tidak Homogen dengan Metode OLS dan WLS**

Penulis : **Sugiarti, H. ; Megawarni, A.**

Tahun : **2001**

Sumber Abstraksi : **Laporan Hasil Penelitian**

Lokasi Laporan : **Lembaga Penelitian, Perpustakaan Universitas Terbuka**

Abstraksi :

Asumsi ragam galat homogen diperlukan oleh metode OLS untuk mendapatkan penduga koefisien garis regresi yang bersifat tak bias linear terbaik (best linear unbiased estimation, BLUE). Tidak dipenuhinya asumsi kehomogenan ragam galat dalam penggunaan metode OLS dapat mengakibatkan berkurangnya ketelitian dalam pendugaan selang bagi koefisien garis regresi.

Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji penggunaan metode OLS dan WLS dalam mencari selang kepercayaan koefisien garis regresi apabila ragam galat tidak homogen.

Data yang digunakan dalam penelitian adalah data hasil simulasi dengan menggunakan paket program MINITAB dan data hasil eksperimen, yang berupa data rata-rata panjang daun (cm) tanaman temulawak (Curcuma Xanthorrhiza Roxb.) pada umur 17 minggu yang diberi pupuk kandang pada berbagai taraf (tanpa pupuk, 0.5 kg/lubang, 1 kg/lubang) dan ditanam pada dua variasi jarak tanam (60x40 cm dan 60x60 cm).

Hasil pengamatan menunjukkan bahwa lebar selang kepercayaan untuk koefisien regresi yang diperoleh dengan metode WLS lebih sempit dibanding lebar selang kepercayaan untuk koefisien regresi yang diperoleh dengan metode OLS.

Universitas Terbuka

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

81352.PDF

DAFTAR ISI

		Halaman
LEMBAR PENGESAHAN		i
ABSTRAK		ii
DAFTAR ISI		iii
DAFTAR TABEL		iv
I.	PENDAHULUAN	1
	A. Latar Belakang	1
	B. Tujuan Penelitian	2
II.	TINJAUAN PUSTAKA	3
	A. Selang Kepercayaan	3
	B. Metode Kuadrat Terkecil (OLS)	4
	C. Metode Kuadrat Terkecil Terboboti (WLS)	5
	D. Heteroskedastisitas	6
III.	METODA	9
	A. Data	9
	B. Metode	9
IV.	HASIL DAN PEMBAHASAN	11
	A. Hasil Simulasi	11
	B. Hasil Eksperimen	15
V.	KESIMPULAN	19
	DAFTAR PUSTAKA	

Universitas Terbuka

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

81352.PDF

DAFTAR TABEL

Halaman

Tabel 1.	Data Galat	11
Tabel 2.	Data Simulasi	12
Tabel 3.	Data Pembobot W	14
Tabel 4.	Lebar Selang Kepercayaan untuk Koefisien Persamaan Regresi Data Simulasi	15
Tabel 5.	Data Eksperimen dan Pembobot W	16
Tabel 6.	Lebar Selang Kepercayaan untuk Koefisien Persamaan Regresi Data Eksperimen dengan Pembobot W Berdasarkan Konsentrasi Pupuk	17
Tabel 7.	Lebar Selang Kepercayaan untuk Koefisien Persamaan Regresi Data Eksperimen dengan Pembobot W Berdasarkan Jarak Tanam	18

Universitas Terbuka

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

I. PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Analisis regresi adalah suatu analisis yang memanfaatkan hubungan antara dua atau lebih peubah kuantitatif sehingga salah satu peubah dapat diramalkan dari peubah-peubah lainnya. Hubungan linear antara peubah respons dengan p peubah bebas dapat dimodelkan sebagai:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + ... + \beta_p X_{pi} + \varepsilon_i, \quad i = 1,2,...,n\,.$$

Y_i adalah nilai peubah respons pada pengamatan ke-i, X_i adalah nilai peubah bebas pada pengamatan ke-i dan $\beta_0, \beta_1, ..., \beta_p$ adalah koefisien regresi yang tidak diketahui nilainya dan akan dicari nilai taksirannya. Taksiran untuk parameter ini dapat berupa taksiran titik atau taksiran selang, khusus pada penelitian ini hanya dibahas tentang taksiran selang. ε_i adalah suku galat yang bersifat acak dengan mean nol ($E(\varepsilon_i) = 0$) dan ragam sama untuk setiap pengamatan ($\sigma^2(\varepsilon_i) = \sigma^2$) serta ε_i dan ε_j tidak berkorelasi untuk setiap $i \neq j$, $i,j = 1, 2, ... ,n$.

Penduga yang baik bagi parameter β dapat diperoleh melalui metode kuadrat terkecil biasa *(ordinary least square, OLS)*, penduga tersebut dapat berupa penduga selang atau penduga titik . Metode OLS dapat memberikan suatu penduga yang bersifat tak bias linear terbaik *(best linear unbiased estimation, BLUE)*. Asumsi dasar bagi OLS adalah terpenuhinya teorema Gauss-Markov yaitu galat mempunyai mean nol ($E(\varepsilon_i) = 0$) dan ragam sama untuk setiap pengamatan ($\sigma^2(\varepsilon_i)=\sigma^2$).

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

Asumsi kehomogenan ragam galat mempunyai peranan penting dalam metode OLS, asumsi ini mempunyai arti bahwa setiap pengamatan mengandung banyak informasi yang sama. Sebaliknya, ketidakhomogenan ragam galat mengandung arti bahwa beberapa pengamatan mengandung informasi yang lebih banyak dibanding pengamatan lainnya.

Dalam hal terdapat penyimpangan terhadap asumsi, khususnya penyimpangan asumsi kehomogenan ragam galat, metode OLS akan menghasilkan penduga tak bias linear dengan ragam yang tidak minimum. Dengan demikian tidak dipenuhinya asumsi kehomogenan ragam galat dalam penggunaan metode OLS dapat mengakibatkan berkurangnya ketelitian dalam pendugaan selang bagi koefisien garis regresi.

Apabila hubungan regresi yang tepat telah diperoleh tetapi ragam galat masih tetap tidak homogen, maka salah satu alternatif yang dapat dicoba adalah metode kuadrat terkecil terboboti *(weighted least square, WLS)*. Metode WLS adalah suatu metode yang dianggap cukup efektif dalam kondisi ragam galat tidak homogen.

B. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk membandingkan antara lebar selang kepercayaan koefisien garis regresi yang diperoleh dengan menggunakan metode OLS dengan lebar selang kepercayaan koefisien garis regresi yang diperoleh dengan menggunakan metode WLS jika ragam galat tidak homogen.

Universitas Terbuka

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Selang Kepercayaan

Selang kepercayaan adalah suatu kisaran nilai yang dianggap mengandung nilai parameter populasi yang sebenarnya. Batas bawah (B) dan batas atas (A) selang tersebut dihitung dari suatu sampel acak yang ditarik dari populasi bersangkutan. Oleh karena itu sebelum penarikan sampel dilakukan, B dan A merupakan besaran acak.

Untuk setiap pilihan yang wajar atas kedua batas itu selalu ada peluang positif bahwa selang kepercayaannya akan gagal mencakup nilai parameter yang sebenarnya. Sebelum percobaan dilakukan, terlebih dahulu ditetapkan nilai koefisien kepercayaannya *(confidence coefficient)*. Koefisien ini menetapkan peluang bahwa selang kepercayaannya akan mencakup nilai parameter yang sebenarnya. Oleh karena itu kita menginginkan peluang tersebut sedekat mungkin dengan 1.

Misalkan kita memilih koefisien kepercayaan $(1-\alpha)$, maka selang kepercayaan yang dihasilkan akan dinamakan selang kepercayaan $(1-\alpha)100\%$ bagi suatu parameter. Besaran B dan A dikatakan menentukan selang kepercayaan $(1-\alpha)100\%$ bagi suatu parameter apabila memenuhi kriteria berikut:

a) $P[B \leq$ nilai parameter yang sebenarnya $\leq A] \geq (1-\alpha)$ dan
b) nilai-nilai B dan A dapat dihitung apabila sampel telah diambil dari populasi dan digunakan untuk menghitung kedua batas tersebut.

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

Universitas Terbuka

Tingkat kepercayaan (1-α)100% mengandung arti apabila percobaan pengambilan sampel acak dengan ukuran tertentu yang sama dari suatu populasi dan perhitungan nilai B dan A diulang berkali-kali, maka (1-α)100% dari selang kepercayaan yang dihasilkan akan mengandung nilai parameter yang sebenarnya ($B \leq \mu \leq A$). Selang kepercayaan yang cukup baik adalah selang kepercayaan yang mempunyai lebar selang yang sempit dan persentase selang yang memuat parameter cukup besar (Koopmans, 1987).

B. Metode Kuadrat Terkecil (OLS)

Analisis regresi adalah suatu analisis yang memanfaatkan hubungan antara dua atau lebih peubah kuantitatif sehingga salah satu peubah dapat diramalkan dari peubah-peubah lainnya.

Hubungan linear antara satu peubah respons dengan p peubah bebas dapat dinyatakan sebagai: $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \ldots + \beta_p X_{pi} + \varepsilon_i$, $i = 1,2,\ldots,n$ atau dengan notasi matriks dapat ditulis sebagai: $\underset{nx1}{Y} = \underset{nxp}{X} \underset{px1}{\beta} + \underset{nx1}{\varepsilon}$. Dalam hal ini Y adalah vektor respons, X adalah matriks konstanta, β adalah vektor parameter dan ε adalah vektor galat bersifat acak normal bebas dengan nilai harapan $E(\varepsilon)=0$ dan matriks ragam koragam $\sigma^2(\varepsilon) = \sigma^2 I$.

Untuk mendapatkan nilai dugaan Y yaitu $\hat{Y} = X\hat{\beta}$ diperlukan nilai dugaan untuk parameter β yaitu $\hat{\beta}$. Salah satu prosedur pendugaan yang sering digunakan adalah metode kuadrat terkecil. Pada dasarnya, metode ini meminimumkan jumlah kuadrat simpangan Y dari nilai harapannya yaitu

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

meminimumkan $\varepsilon'\varepsilon = (Y - X\beta)'(Y - X\beta)$. Sehingga dengan menyelesaikan persamaan normal $X'X\hat{\beta} = X'Y$, akan diperoleh penduga kuadrat terkecil bagi koefisien garis regresi yaitu $\hat{\beta} = [X'X]^{-1} X'Y$. Selang kepercayaan (1-α)100% untuk parameter β dapat diperoleh sebagai: $\hat{\beta} \pm t_{(n-p-1;\alpha/2)}\, s(\hat{\beta})$ dan lebar selang dapat dinyatakan dengan $d = 2\, t_{(n-p-1;\alpha/2)}\, s(\hat{\beta})$, dimana p menyatakan banyaknya peubah bebas dalam model, $s^2(\hat{\beta}) = \hat{\sigma}^2[X'X]^{-1}$, $\hat{\sigma}^2 = \dfrac{(Y'Y - \hat{\beta}'X'Y)}{n-p-1}$ serta n menyatakan banyaknya pengamatan (Draper, 1992).

C. Metode Kuadrat Terkecil Terboboti (WLS)

Jika pada OLS setiap pengamatan diberi pembobot yang sama, maka pada metode WLS setiap pengamatan diberi pembobot yang tidak sama. Untuk model $\underset{n\times 1}{Y} = \underset{n\times p}{X}\ \underset{p\times 1}{\beta^*} + \underset{n\times 1}{\varepsilon}$ dengan $\underline{\varepsilon} \sim NIID(0, V)$, dimana V adalah matriks diagonal dengan $V = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & & & \underline{0} \\ & \sigma_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ \underline{0} & & & \sigma_n^2 \end{pmatrix}$, penduga untuk koefisien persamaan regresi adalah $\hat{\beta}^* = [X'V^{-1}X]^{-1} X'V^{-1}Y$ (Myers, 1990).

Jika digunakan pembobot $W = \begin{pmatrix} w_1 & & & \underline{0} \\ & w_2 & & \\ & & \ddots & \\ \underline{0} & & & w_n \end{pmatrix}$ dimana $w_i = \dfrac{1}{\sigma_i^2}$, maka akan diperoleh penduga untuk koefisien persamaan regresi yaitu:

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

Universitas Terbuka

$\hat{\beta}* = [X'WX]^{-1} X'WY$, jika σ_i^2 diketahui. Sedangkan untuk σ_i^2 tidak diketahui, kita dapat menduga σ_i^2 melalui rata-rata kuadrat galat murni untuk setiap kelompok ulangan berdasarkan pengamatan nilai rata-rata peubah bebas X.

Selang kepercayaan (1-α)100% untuk parameter $\beta*$ dapat diperoleh sebagai $\hat{\beta} * \pm t_{(n-p-1;\alpha/2)}\, s(\hat{\beta} *)$ dan lebar selang dinyatakan dengan $d = 2\, t_{(n-p-1;\alpha/2)}\, s(\hat{\beta} *)$, dimana $s^2(\hat{\beta} *) = [X'WX]^{-1}$, p menyatakan banyaknya peubah bebas dalam model dan n menyatakan banyaknya pengamatan (Neter,1990).

D. Heteroskedastisitas

Salah satu asumsi yang penting dalam model regresi linear adalah ragam galat homogen atau $\sigma^2(\varepsilon_i) = \sigma^2$. Jika asumsi ini tidak dipenuhi, maka kondisi yang ada disebut ragam galat tidak homogen (heteroskedastisitas). Ketidakhomogenan ragam galat tidak merusak sifat ketidakbiasan dan kekonsistenan penduga-penduga OLS, tetapi penduga-penduga tersebut tidak lagi mempunyai variansi yang minimum. Dengan kata lain, ketidakhomogenan ragam galat menyebabkan penduga yang diperoleh tidak lagi BLUE.

Untuk mengetahui apakah suatu model regresi mengalami heteroskedastisitas atau tidak, dapat digunakan uji Goldfelt-Quandt. Misalkan dipunyai model untuk pengamatan ke-i yaitu $Y_i = X_i \beta + \varepsilon_i$ dan $\varepsilon_i \sim NIID(0,\sigma^2)$. Jika n menyatakan jumlah seluruh pengamatan dan r menyatakan pengamatan yang dibuang, maka dengan menggunakan (n-r) pengamatan akan diperoleh dua kelompok pengamatan

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

Universitas Terbuka

dimana setiap kelompok terdiri dari (n-r)/2 pengamatan yang berbeda. Adapun pemilihan besarnya r tergantung dari kuasa uji yang ingin diperoleh.

Selanjutnya untuk setiap kelompok diperoleh suatu persamaan regresi dengan estimator β. Jika JKS_1 dan JKS_2 adalah jumlah kuadrat sesatan dari kedua regresi tersebut, maka $\frac{JKS_1}{\sigma^2}$ dan $\frac{JKS_2}{\sigma^2}$ masing-masing mempunyai distribusi Chi-Kuadrat dengan derajat kebebasan (n-r-2k)/2 atau $\frac{JKS_i}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(n-r-2k)/2}$, dimana k adalah banyaknya parameter yang harus ditaksir dalam model. Karena pengamatan-pengamatan yang digunakan untuk tiap kasus berbeda, maka JKS_1 dan JKS_2 akan independen, sehingga $\frac{JKS_2/\sigma^2}{JKS_1/\sigma^2} \cdot \frac{(n-r-2k)/2}{(n-r-2k)/2} = \frac{JKS_2}{JKS_1}$ berdistribusi F dengan derajat kebebasan (n-r-2k)/2. Jika dilakukan uji hipotesis $H_0: \sigma_i^2 = \sigma^2 \quad, i = 1,2,\ldots,n$ versus $H_1: \sigma_i^2 \neq \sigma^2$ untuk paling sedikit satu i , maka di bawah H_0 , statistik uji $\frac{JKS_2}{JKS_1}$ akan berdistribusi F.

Probabilitas penolakan H_0 akan meningkat jika pengamatan diurutkan menurut meningkatnya variansi. Jika (n-r)/2 pengamatan pertama digunakan untuk menghitung JKS_1 , sedangkan (n-r)/2 pengamatan kedua digunakan untuk menghitung JKS_2, maka akan diperoleh nilai JKS_2 lebih besar daripada nilai JKS_1. Dengan demikian peluang untuk menolak H_0 akan meningkat jika pengamatan diurutkan menurut tingkat variansinya.

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

81352.PDF

Langkah-langkah uji tersebut dapat diringkas sebagai berikut:

1. urutkan pengamatan menurut naiknya variansi
2. buang r buah pengamatan di tengah
3. regresikan masing-masing (n-r)/2 pengamatan
4. gunakan uji F untuk menguji hipotesisnya (Gujarati, 1988).

Universitas Terbuka

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

81352.PDF

III. METODA

A. Data

Data yang dipergunakan dalam penelitian ini adalah:

1. data simulasi , yaitu data yang dibangkitkan dengan bantuan paket program MINITAB versi 11.12
2. data eksperimen, yaitu berupa data rata-rata panjang daun (cm) tanaman temulawak (Curcuma Xanthorrhiza Roxb.) pada umur 17 minggu yang diberi pupuk kandang pada berbagai taraf (tanpa pupuk, 0.5 kg/lubang, 1 kg/lubang) dan ditanam pada 2 variasi jarak tanam yaitu 60 X 40 cm dan 60 X 60 cm (Priono, 1988).

B. Metode

Langkah pertama yang harus dilakukan adalah mencari galat (ε) yang memenuhi kriteria nilai rataan nol dan ragam tidak homogen. Galat tersebut dapat diperoleh dengan cara membangkitkan data. Pembangkitan galat dikelompokkan ke dalam tiga kelompok dengan setiap kelompok mempunyai rataan nol dan ragam berbeda-beda.

Langkah ke dua adalah menentukan nilai-nilai peubah bebas X_1 dan X_2 , karena X_1 dan X_2 adalah konstanta yang diketahui. Nilai-nilai dari koefisien regresi yaitu β diasumsikan dengan nilai tertentu. Dari nilai-nilai yang telah diketahui, dapat dicari nilai peubah respons sebagai $Y = X\beta + \varepsilon$.

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

Langkah ke tiga adalah menguji apakah dari pasangan data X_1 , X_2 dan Y diperoleh ragam galat yang tidak homogen. Apabila hasil uji menyatakan ragam galat tidak homogen, maka pasangan data X_1 , X_2 dan Y dengan rataan galat nol dan ragam galat tidak homogen telah diperoleh.

Langkah ke empat, setelah pasangan data X_1 , X_2 dan Y yang mempunyai rataan galat nol dan ragam galat tidak homogen telah diperoleh, selanjutnya dilakukan pendugaan koefisien regresi dengan metode OLS dan mencari selang kepercayaan bagi β.

Langkah ke lima, setelah memberikan pembobot W pada pasangan data X_1 , X_2 dan Y , selanjutnya dilakukan pendugaan koefisien regresi dengan metode WLS dan mencari selang kepercayaan bagi β.

Langkah ke enam adalah mengulang langkah ke tiga sampai dengan ke lima untuk data eksperimen, dimana rata-rata panjang daun tanaman temulawak sebagai peubah tak bebas serta konsentrasi pupuk kandang dan variasi jarak tanam sebagai peubah bebas.

Universitas Terbuka

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Hasil Simulasi

Sebanyak tiga kelompok galat (ε_1 , ε_2 , ε_3) dibangkitkan secara terpisah dengan software MINITAB, dimana masing-masing kelompok berisi sepuluh galat. Galat pada kelompok 1 dibangkitkan secara acak dari distribusi normal dengan mean 0 dan variansi 1, galat pada kelompok 2 dibangkitkan secara acak dari distribusi normal dengan mean 0 dan variansi 9 dan galat pada kelompok 3 dibangkitkan secara acak dari distribusi normal dengan mean 0 dan variansi 25. Adapun data dari ketiga puluh galat tersebut dapat dilihat pada tabel 1 berikut:

Tabel 1. Data Galat

ε_1	ε_2	ε_3
-0.02759	-0.08276	-0.13793
0.6587	1.9761	3.2935
-1.26903	-3.80709	-6.34514
1.83219	5.49658	9.16096
-0.50565	-1.51694	-2.52823
-1.03007	-3.09022	-5.15036
-1.35382	-4.06147	-6.76912
0.60968	1.82903	3.04839
0.54867	1.64601	2.74335
0.49285	1.47856	2.46427

Data galat gabungan (ε) dan peubah bebas X_1 dan X_2 hasil simulasi dapat dilihat pada tabel 2. Dengan mengasumsikan $\beta_0 = 0, \beta_1 = 1$ dan $\beta_2 = 1$, maka diperoleh data $Y = X_1 + X_2 + \varepsilon$. Pasangan data X_1 , X_2 dan Y dapat dilihat pada tabel 2.

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

Tabel 2. Data Simulasi

Pengamatan	X_1	X_2	ε	Y
1.	48	53	-0.02759	100.972
2.	95	26	0.6587	121.659
3.	42	1	-1.26903	41.731
4.	62	46	1.83219	109.832
5.	34	22	-0.50565	55.494
6.	17	11	-1.03007	26.97
7.	23	90	-1.35382	111.646
8.	62	50	0.60968	112.61
9.	83	24	0.54867	107.549
10.	79	91	0.49285	170.493
11.	42	62	-0.08276	103.917
12.	18	13	1.9761	32.976
13.	89	36	-3.80709	121.193
14.	8	40	5.49658	53.497
15.	76	14	-1.51694	88.483
16.	2	36	-3.09022	34.91
17.	37	23	-4.06147	55.939
18.	5	89	1.82903	95.829
19.	21	28	1.64601	50.646
20.	48	89	1.47856	138.479
21.	83	88	-0.13793	170.862
22.	40	11	3.2935	54.293
23.	60	24	-6.34514	77.655
24.	30	28	9.16096	67.161
25.	37	10	-2.52823	134.472
26.	66	74	-5.15036	134.85
27.	69	82	-6.76912	144.231
28.	67	11	3.04839	81.048
29.	55	26	2.74335	83.743
30.	37	61	2.46427	100.464

Universitas Terbuka

Untuk melihat apakah pasangan data X_1, X_2 dan Y yang telah diperoleh mempunyai keragaman galat yang tidak homogen, perlu dilakukan uji kehomogenan ragam galat $H_0: \sigma^2(\varepsilon_i) = \sigma^2$ vs $H_1: \sigma^2(\varepsilon_i) \neq \sigma^2$, untuk paling sedikit satu i. Dengan memilih nilai r = 4, uji Goldfelt-Quandt memberikan nilai statistik uji $\frac{JKS_2}{JKS_1} = \frac{154.2}{28} = 5.51$. Karena nilai statistik uji lebih besar dari

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

$F_{tabel} = F_{(10;10;\alpha)}$, maka hipotesis yang ada ditolak, artinya ragam galat yang kita peroleh cukup signifikan tidak homogen. Dengan demikian pasangan data X_1, X_2 dan Y yang telah kita peroleh sudah memenuhi syarat untuk digunakan sebagai data simulasi.

Dengan menggunakan pasangan data X_1, X_2 dan Y, metode kuadrat terkecil (OLS) memberikan penduga bagi koefisien regresi, yaitu $\hat{\beta}_0 = 2.396$, $\hat{\beta}_1 = 0.96714$ dan $\hat{\beta}_2 = 0.98137$. Sedangkan simpangan baku penduga koefisien regresinya mempunyai nilai dugaan $s(\hat{\beta}_0) = 1.557$, $s(\hat{\beta}_1) = 0.02383$ dan $s(\hat{\beta}_2) = 0.02049$.

Selang kepercayaan 95% untuk koefisien garis regresi adalah: $-0.7990 \leq \beta_0 \leq 5.5910$, $0.9182 \leq \beta_1 \leq 1.0160$ dan $0.9393 \leq \beta_2 \leq 1.0234$. Jika digunakan tingkat signifikansi α=1%, maka selang kepercayaan 99% untuk koefisien garis regresi adalah: $-1.9185 \leq \beta_0 \leq 6.7104$, $0.9011 \leq \beta_1 \leq 1.0332$ dan $0.9246 \leq \beta_2 \leq 1.0382$.

Jika pembobot W pada tabel 3 digunakan untuk mendapatkan penduga koefisien persamaan regresi β_0, β_1 dan β_2, maka metode WLS memberikan nilai pendugaan $\hat{\beta}_0 = -0.9361$, $\hat{\beta}_1 = 1.01526$ dan $\hat{\beta}_2 = 1.00305$. Sedangkan simpangan baku penduga koefisien regresinya mempunyai nilai dugaan $s(\hat{\beta}_0) = 0.7687$, $s(\hat{\beta}_1) = 0.01140$ dan $s(\hat{\beta}_2) = 0.01005$.

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

Universitas Terbuka

Tabel 3. Data Pembobot W

Pengamatan	X_1	X_2	Y	σ_i^2	$w_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$
1.	48	53	100.972	1	1
2.	95	26	121.659	1	1
3.	42	1	41.731	1	1
4.	62	46	109.832	1	1
5.	34	22	55.494	1	1
6.	17	11	26.97	1	1
7.	23	90	111.646	1	1
8.	62	50	112.61	1	1
9.	83	24	107.549	1	1
10.	79	91	170.493	1	1
11.	42	62	103.917	9	0.1111
12.	18	13	32.976	9	0.1111
13.	89	36	121.193	9	0.1111
14.	8	40	53.497	9	0.1111
15.	76	14	88.483	9	0.1111
16.	2	36	34.91	9	0.1111
17.	37	23	55.939	9	0.1111
18.	5	89	95.829	9	0.1111
19.	21	28	50.646	9	0.1111
20.	48	89	138.479	9	0.1111
21.	83	88	170.862	25	0.04
22.	40	11	54.293	25	0.04
23.	60	24	77.655	25	0.04
24.	30	28	67.161	25	0.04
25.	37	100	134.472	25	0.04
26.	66	74	134.85	25	0.04
27.	69	82	144.231	25	0.04
28.	67	11	81.048	25	0.04
29.	55	26	83.743	25	0.04
30.	37	61	100.464	25	0.04

Universitas Terbuka

Dengan menggunakan tingkat signifikansi α=5% , selang kepercayaan 95% untuk koefisien garis regresi adalah sebagai berikut: $-2.5135 \le \beta_0 \le 0.6413$, $0.9919 \le \beta_1 \le 1.0387$ dan $0.9824 \le \beta_2 \le 1.0237$. Jika digunakan tingkat signifikansi α=1%, maka selang kepercayaan 99% untuk koefisien garis regresi adalah: $-3.0662 \le \beta_0 \le 1.1940$, $0.9837 \le \beta_1 \le 1.0469$ dan $0.9752 \le \beta_2 \le 1.0309$.

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

Lebar selang kepercayaan untuk koefisien garis regresi secara singkat dapat dilihat pada tabel 4 berikut ini.

Tabel 4. Lebar Selang Kepercayaan untuk Koefisien Garis Regresi Data Simulasi

Koefisien Regresi	Koefisien Kepercayaan 95%		Koefisien Kepercayaan 99%	
	OLS	WLS	OLS	WLS
β_0	6.3899	3.1548	8.6289	4.2601
β_1	0.0978	0.0468	0.1321	0.0632
β_2	0.0841	0.0413	0.1136	0.0557

Dari tabel tersebut tampak bahwa lebar selang untuk koefisien regresi dengan metode WLS lebih sempit dibandingkan metode OLS.

B. Hasil Eksperimen

Dengan menggunakan data eksperimen pada tabel 5 tentang rata-rata panjang daun tanaman temulawak berumur 17 minggu (Y) yang diberi pupuk kandang pada tiga taraf (X_1) dan ditanam pada 2 variasi jarak tanaman (X_2), metode OLS memberikan penduga bagi koefisien persamaan regresi, yaitu $\hat{\beta}_0 = 39.04$, $\hat{\beta}_1 = 31.59$ dan $\hat{\beta}_2 = 0.2693$. Sedangkan simpangan baku penduga koefisien regresinya mempunyai nilai dugaan $s(\hat{\beta}_0) = 27.25$, $s(\hat{\beta}_1) = 12.73$ dan $s(\hat{\beta}_2) = 0.5197$.

Selang kepercayaan 95% untuk koefisien garis regresi adalah: $-19.0298 \le \beta_0 \le 97.1098$, $4.4624 \le \beta_1 \le 58.7176$ dan $-0.5878 \le \beta_2 \le 1.6272$. Jika digunakan tingkat signifikansi α=1%, maka selang kepercayaan 99% untuk

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

koefisien garis regresi adalah: $-41.2658 \le \beta_0 \le 119.3458$, $-5.9253 \le \beta_1 \le 69.1053$ dan $-1.0119 \le \beta_2 \le 2.0513$.

Tabel 5. Data Eksperimen dan Pembobot W

Pengamatan	X_1	X_2	Y	s^2_{1i}	$w_{1i} = \frac{1}{s^2_{1i}}$	s^2_{2i}	$w_{2i} = \frac{1}{s^2_{2i}}$
1.	0.0	40	52.90	7.26	0.137760	10.14	0.0986193
2.	0.0	40	55.07	7.26	0.137760	10.14	0.0986193
3.	0.0	40	55.73	7.26	0.137760	10.14	0.0986193
4.	0.0	60	46.97	7.26	0.137760	10.14	0.0986193
5.	0.0	60	48.00	7.26	0.137760	10.14	0.0986193
6.	0.0	60	53.50	7.26	0.137760	10.14	0.0986193
7.	0.5	40	69.00	5.75	0.173883	10.14	0.0986193
8.	0.5	40	70.60	5.75	0.173883	10.14	0.0986193
9.	0.5	40	64.40	5.75	0.173883	10.14	0.0986193
10.	0.5	60	69.27	5.75	0.173883	971.0	0.0010299
11.	0.5	60	71.03	5.75	0.173883	971.0	0.0010299
12.	0.5	60	71.20	5.75	0.173883	971.0	0.0010299
13.	1.0	40	72.13	1697.00	0.000589	971.0	0.0010299
14.	1.0	40	72.73	1697.00	0.000589	971.0	0.0010299
15.	1.0	40	77.90	1697.00	0.000589	971.0	0.0010299
16.	1.0	60	46.73	1697.00	0.000589	971.0	0.0010299
17.	1.0	60	73.93	1697.00	0.000589	971.0	0.0010299
18.	1.0	60	158.30	1697.00	0.000589	971.0	0.0010299

Universitas Terbuka

Jika pembobot W diberikan berdasarkan konsentrasi pupuk, maka dengan menggunakan pembobot $w_{1i} = \frac{1}{s^2_{1i}}$ pada tabel 5, metode WLS memberikan nilai pendugaan $\hat{\beta}_0 = 54.071$, $\hat{\beta}_1 = 34.381$ dan $\hat{\beta}_2 = -0.0406$. Simpangan baku penduga koefisien garis regresinya mempunyai nilai dugaan $s(\hat{\beta}_0) = 4.291$, $s(\hat{\beta}_1) = 3.287$ dan $s(\hat{\beta}_2) = 0.0822$.

Dengan menggunakan tingkat signifikansi α=5% , diperoleh selang kepercayaan 95% untuk koefisien garis regresi sebagai berikut:

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

$44.9269 \le \beta_0 \le 63.2151$, $27.3764 \le \beta_1 \le 41.3856$ dan $-0.2158 \le \beta_2 \le 0.1346$. Jika digunakan tingkat signifikansi α=1%, maka selang kepercayaan 99% untuk koefisien garis regresinya adalah: $41.4254 \le \beta_0 \le 66.7166$, $24.6942 \le \beta_1 \le 44.0678$ dan $-0.2829 \le \beta_2 \le 0.2016$.

Lebar selang kepercayaan untuk koefisien persamaan regresi secara singkat dapat dilihat pada tabel 6, dimana dari tabel tersebut tampak bahwa lebar selang untuk koefisien garis regresi dengan metode WLS lebih sempit dibandingkan lebar selang untuk koeefisien garis regresi dengan metode OLS.

Tabel 6. Lebar Selang Kepercayaan untuk Koefisien Persamaan Regresi Data Eksperimen dengan Pembobot W Berdasarkan Konsentrasi Pupuk

Koefisien Regresi	Koefisien Kepercayaan 95%		Koefisien Kepercayaan 99%	
	OLS	WLS	OLS	WLS
β_0	116.1395	18.2882	160.6115	25.2912
β_1	54.2553	14.0092	75.0306	19.3736
β_2	2.2150	0.3503	3.0631	0.4845

Jika pembobot W diberikan berdasarkan jarak tanam, maka dengan menggunakan pembobot $w_{2i} = \dfrac{1}{s_{2i}^2}$ pada tabel 5 untuk mendapatkan penduga koefisien garis regresi β_0, β_1 dan β_2, metode WLS memberikan nilai pendugaan $\hat{\beta}_0 = 44.87$, $\hat{\beta}_1 = 19.933$ dan $\hat{\beta}_2 = 0.2693$. Simpangan baku penduga koefisien regresinya mempunyai nilai dugaan $s(\hat{\beta}_0) = 20.96$, $s(\hat{\beta}_1) = 2.575$ dan $s(\hat{\beta}_2) = 0.5198$.

Dengan menggunakan tingkat signifikansi α=5% , diperoleh selang kepercayaan 95% untuk koefisien garis regresi sebagai berikut:

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

$0.2042 \le \beta_0 \le 89.5358$, $14.4457 \le \beta_1 \le 25.4203$ dan $-0.8384 \le \beta_2 \le 1.3770$. Jika digunakan tingkat signifikansi α=1%, maka selang kepercayaan 99% untuk koefisien garis regresi adalah: $-16.8991 \le \beta_0 \le 106.6391$, $12.3445 \le \beta_1 \le 27.5215$ dan $-1.2626 \le \beta_2 \le 1.8012$.

Tabel 7. Lebar Selang Kepercayaan untuk Koefisien Persamaan Regresi Data Eksperimen dengan Pembobot W Berdasarkan Jarak Tanam

Koefisien Regresi	Koefisien Kepercayaan 95%		Koefisien Kepercayaan 99%	
	OLS	WLS	OLS	WLS
β_0	116.1395	89.3315	160.6115	123.5382
β_1	54.2553	10.9747	75.0306	15.1771
β_2	2.2150	2.2154	3.0631	3.0637

Lebar selang kepercayaan untuk koefisien garis regresi secara singkat dapat dilihat pada tabel 7, dimana dari tabel tersebut tampak bahwa lebar selang untuk koefisien garis regresi dengan metode WLS lebih sempit dibandingkan lebar selang untuk koefisien garis regresi dengan metode OLS.

Universitas Terbuka

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

V. KESIMPULAN

Metode OLS memberikan lebar selang kepercayaan untuk koefisien garis regresi dengan koefisien kepercayaan 95% lebih sempit dibanding lebar selang kepercayaan untuk koefisien garis regresi dengan koefisien kepercayaan 99%. Begitu juga dengan metode WLS, hal ini disebabkan karena semakin tinggi koefisien kepercayaan yang digunakan, maka nilai sebaran t-nya semakin besar.

Metode WLS menghasilkan selang kepercayaan untuk koefisien garis regresi lebih baik dibanding metode OLS jika ragam galat tidak homogen, karena metode WLS menghasilkan selang yang lebih sempit dibanding metode OLS.

Universitas Terbuka

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

DAFTAR PUSTAKA

Aunuddin. (1989). *Analisis Data*. Bogor: PAU Ilmu Hayat Institut Pertanian Bogor.

Draper, N.R. & Smith, H. (1981). *Applied Regression Analysis*. 2nd ed. New york: Wiley.

Gujarati, D.N. (1988). *Basic Econometrics*. 2nd ed. Singapore: Mc.Graw Hill.

Koopmans, L.H. (1987). *Introduction to Contemporary Statistical Methods*. 2nd ed. Boston: PWS.

Montgomery, D.C. & Peck, E.A. (1992). *Introduction to Linear Regression Analysis*. 2nd ed. New York: Wiley.

Myers, R.H. (1990). *Classical and Modern Regression with Applications*. 2nd ed. Boston: PWS-Kent.

Priono, M. (1988). *Pengaruh Pemberian Pupuk Kandang dan Jarak Tanam terhadap Pertumbuhan Tanaman Temulawak (Curcuma Xanthorrhiza Roxb.)*. Skripsi yang tidak dipublikasikan. Universitas Jenderal Soedirman, Purwokerto.

Wilcox, R.R. (1996). Confidence Intervals for the Slope of a regression Line when the Error Term has Nonconstant Variance. *Computational Statistics & Data Analysis*, **22**, 89-98.

Universitas Terbuka

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka