80739.pdf
942/98
98/00739

LAPORAN PENELITIAN

PROGRAM LINIER KABUR

Oleh :

Dra. Lintang Patria

UNIVERSITAS TERBUKA

Universitas Terbuka

Lembaga Penelitian

Pusat Studi Indonesia

1997

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

Lembar Pengesahan
Laporan Penelitian PSI-UT

1.	a. Judul Penelitian	:	Program Linier Kabur
	b. Bidang Penelitian	:	Matematika
2.	Ketua Peneliti		
	a. Nama Lengkap dan Gelar	:	Dra Lintang Patria
	b. NIP	:	132052359
	c. Golongan kepangkatan	:	III/a
	d. Jabatan Fungsional	:	Asisten Ahli Madya
	e. Fakultas/Unit Kerja	:	FMIPA
3.	Anggota Tim Peneliti		
	a. Jumlah anggota	:	0 orang
4.	Lama Penelitian	:	6 bulan
5.	Biaya Penelitian	:	Rp 2.674.500,- (*Dua juta enam ratus tujuh puluh empat ribu lima ratus rupiah*)

Pondok Cabe, 22 September 1997

Mengetahui,
Dekan FMIPA UT

Dr. Djati Kerami
NIP 130422587

Ketua Peneliti

Dra Lintang Patria
NIP 132052359

Menyetujui,
Kepala PSI-UT

Dr Tian Belawati
NIP 131569974

Menyetujui,
Ketua Lembaga Penelitian UT

WBP Simanjuntak, MEd,PhD
NIP130212017

UNIVERSITAS TERBUKA

80739.pdf

ABSTRAK

Program linier kabur adalah suatu metode untuk menyelesaikan permasalahan pada program linier yang memuat fungsi objektif dan kendala yang bersifat ambiguitas. Salah satu pendekatan yang bisa dipergunakan dalam menyelesaikan masalah yang bersifat ambigius adalah pendekatan dengan konsep kabur, dimana konsep kabur tersebut menyatakan sifat ambiguitas dalam bentuk himpunan kabur. Pendekatan ini mempergunakan konsep fungsi keanggotaan pada himpunan kabur. Akan dicari suatu nilai fungsi keanggotaan yang terbaik yang memenuhi semua kendala.

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

DAFTAR ISI

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

BAB I
PENDAHULUAN

I.1 Latar Belakang

Masalah dalam kehidupan sehari hari dapat digambarkan dengan bentuk model matematika (model yang dibangun) dengan menentukan fungsi objektif dan kendala yang membatasinya. Penyelesaian masalah real tersebut didapat dari penyelesaian model. Masalah dalam kehidupan sehari hari tersebut kadang kadang memuat fungsi objektif dan kendala dalam bahasa sehari hari yang pengertiannya masih kabur (bersifat ambiguitas). Hal tersebut dapat dilihat dalam fungsi objektif berikut ini : "Kita akan mendapatkan keuntungan *lebih kurang* A juta rupiah" atau "Kita ingin menanam modal *lebih kurang* B juta rupiah". Pernyataan tersebut akan membenarkan suatu kenyataan bahwa suatu nilai A berada di dalam suatu interval $(A-\varepsilon, A+\varepsilon)$ dimana ε adalah nilai yang kecil. Hal ini tentu saja berbeda dengan konsep kendala pada program linier yang dikenal. Jika diberikan kendala $x > 100$, maka nilai $x = 99.99$ bukanlah merupakan nilai yang diijinkan. Masalah ini tidak mudah diselesaikan dengan metode program linier yang biasa kita kenal, sehingga diperlukan suatu pendekatan lain dalam menyelesaikan masalah ini. Salah satu pendekatan yang bisa dipergunakan dalam menyelesaikan masalah yang ambigius adalah pendekatan dengan konsep kabur. Konsep kabur tersebut menyatakan sifat ambiguitas dalam bentuk himpunan kabur. Pendekatan ini mempergunakan konsep fungsi keanggotaan pada himpunan kabur. Hal terpenting dalam penelitian ini adalah mencari suatu nilai fungsi keanggotaan terbaik yang memenuhi semua kendala.

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

UNIVERSITAS TERBUKA

80739.pdf

I.2 Masalah

Permasalahan yang akan diketengahkan dalam penelitian ini adalah menunjukkan bagaimana menyelesaikan permasalahan linier yang bersifat ambiguitas dengan mempergunakan pendekatan konsep kabur.

I.3 Batasan Masalah

1. Progam linier adalah suatu metode matematika untuk mendapatkan nilai optimum suatu fungsi objektif yang dibatasi oleh kendala. Fungsi masalah ini meripakan fungsi linier dan kendalanya berupa pertidaksamaan linier.
2. Konsep kabur adalah suatu konsep tentang hal hal yang bersifat kabur yang diekspresikan ke dalam bentuk derajat keanggotaan antara [0,1].
3. Pembahasan konsep program linier kabur tidak mencakup semua feature dalam program linier.

UNIVERSITAS TERBUKA

I.4 Tujuan Penelitian

1. Penelitian ini ingin mengembangkan metode program linier kabur dan menunjukkan bagaimana permasalahan program linier diselesaikan dengan mempergunakan konsep kabur.
2. Penelitian ini ingin menyelidiki apakan program linier kabur "lebih baik" dalam menyelesaikan program linier. Dalam hal ini, pengertian "lebih baik" adalah bahwa dengan pendekatan kabur kita dapat menyelesaikan masalah program linier yang ambigius.

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

I.5 Metode Penelitian

Penelitian ini mempergunakan metode studi literatur dan problem solving dengan menggunakan simulasi komputer.

Sistematika penulisan laporan penelitian adalah sebagai berikut :

BAB I : PENDAHULUAN

Membahas latar belakang , permasalahan, batasan masalah, tujuan dan metodologi penelitian.

BAB II : PROGRAM LINIER

Membahas dasar dasar program linier

BAB III : HIMPUNAN KABUR

Membahas apa yang dimaksud dengan himpunan kabur dan beberapa konsep pada himpunan kabur

BAB IV : PROGRAM LINIER KABUR

Membahas bagaimana menyelesaikan masalah program linier yang bersifat ambiguitas dengan menggunakan pendekatan kabur. Akan ditunjukkan beberapa contoh permasalahan dan penyelesaiannya serta interprestasi penyelesaian tersebut.

BAB V: KESIMPULAN

Berisi tentang kesimpulan yang dihasilkan oleh penelitian ini.

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

BAB II

PROGRAM LINIER

II.1. Bentuk Umum Program Linier

Program Linier adalah salah satu cabang ilmu dalam Matematika yang berguna untuk mengambil keputusan dalam manajemen, industri, penentuan alikasi produksi maupun distribusi barang. Kata "linier" mengandung arti bahwa hubungan peubah yang dijumpai dalam masalah yang dapat diselesaikan merupakan hubungan linier. Kata "program" mengandung arti bahwa perencanaan dalam langkah atau tindakan diperlukan dalam menyelesaikan masalah. Program timbul jika dua atau lebih kegiatan bersama sama menggunakan sarana yang tersedia dalam jumlah terbatas.

Misalkan ada tiga produk x,y dan z yang masing masing memberikan keuntungan tertentu per unitnya, dimana pengolahan setiap produksi memerlukan pemrosesan di tiga unit dalam suatu departemen. Pokok persoalan yang dihadapi adalah bagaimana didapatkan program yang memberikan keuntungan maksimum. Tujuan semacam ini sering disebut sebagai fungsi objektif.

Secara umum, masalah program linier berkaitan dengan penentuan nilai maksimum atau minimum dari fungsi objektif. Pada program linier, fungsi objektif berupa persamaan linier sebagai berikut :

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \dots + c_mx_m$$

$x = (x_1, x_2, x_3, \dots x_m)$ merupakan anggota suatu Poligon P yang merupakan daerah penyelesaian dari suatu sistem pertidaksamaan linier. Terdapat persyaratan variabel yang tidak negatif :

$$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ \dots, x_n \geq 0$$

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

Setiap titik dalam Poligon P disebut *feasible solution* atau penyelesaian layak dari masalah, dan suatu titik dalam Poligon P dimana z mencapai titik maksimum atau minimum disebut penyelesaian optimal.

II.2 Metode Penyelesaian

Program linier dapat diselesaikan dengan cara :

1. Mengenali kendala atau persyaratan yang dihadapi
2. Menentukan fungsi objektif yang dikehendaki
3. Menyusun model matematika yang diperlukan dalam penyelesaian masalah
4. Menentukan titik optimal dalam daerah penyelesaian

Beberapa metode yang dipergunakan dalam program linier adalah sebagai berikut :

1. **Metode Grafik**

   Metode ini dipergunakan dalam menyelesaikan masalah program linier yang mempunyai 2 atau 3 peubah. Untuk masalah program linier dengan 4 atau lebih peubah, metode grafik tidak dapat digunakan, karena keterbatasan dalam menggambar ruang berdimensi 4 atau lebih.

2. **Metode Garis Selidik**

   Nilai optimal suatu fungsi objektif dicapai di salah satu titik sudut dari daerah penyelesaian yang merupakan himpunan titik titik jawaban dari sekumpulan pertidaksamaan. Garis selidik merupakan garis lurus yang mempunyai gradien yang sama dengan gradien fungsi objektif. Sebagian garis selidik tersebut akan melalui daerah penyelesaian dan

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

satu diantaranya akan menyentuh salah satu titik sudutnya. Garis selidik yang menyentuh titik sudut daerah penyelesaian tersebut menghasilkan nilai optimal suatu fungsi objektif.

3. **Metode Vektor**

   Suatu masalah program linier dapat dinyatakan dalam suatu persamaan linier, sehingga masalah tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk vektor. Dengan demikian, penyelesaian masalah program linier tersebut dapat dicari dengan melakukan operasi - operasi vektor tertentu.

4. **Metode Simplek**

   Metode Simplek merupakan metode yang paling memadai dan banyak digunakan . Metode Simplek didasarkan atas pengertian bahwa solusi optimal dari suatu program linier, jika ada, selalu dapat ditemukan di salah satu dari solusi dasar yang berlaku. Menentukan solusi dasar berarti memperoleh sekumpulan vektor basis dari ruang vektor. Solusi yang diperoleh diuji , apakah telah mencapai nilai optimal, dan jika terlihat ada perbaikan, penggantian ini dilakukan, dengan memasukkan vektor bukan basis untuk setiap penggantian.

Keempat metode tersebut dapat digunakan dengan menggunakan tangan atau dengan bantuan kalkulator. Namun, pada saat ini, kita dapat mempergunakan komputer untuk menentukan nilai optimal dari masalah program linier. Software yang digunakan dalam penulisan penelitian ini adalah Mathematica.

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

BAB III

HIMPUNAN KABUR

Secara umum, himpunan kabur didefinisikan sebagai berikut :

Definisi 1.

Misalkan X menyatakan himpunan semesta. Himpunan kabur A dari X didefinisikan oleh fungsi keanggotaannya yaitu :

$$\mu_A : X \rightarrow [0,1] \qquad (1)$$

yang menghubungkan setiap elemen $x \in X$ dengan bilangan real $\mu_A(x)$ dalam interval [0,1], dimana nilai $\mu_A(x)$ merepresentasikan derajat keanggotaan x di A. Dengan demikian, semakin tinggi nilai $\mu_A(x)$, semakin tinggi derajat keanggotaan x di A.

Suatu subhimpunan kabur A dapat dikarakteristikkan sebagai suatu pasangan elemen x dan derajat $\mu_A(x)$, dan sering kali ditulis sebagai :

$$A = \{(x, \mu_A(x) | x \in X\} \qquad (2)$$

Jika fungsi keanggotaan $\mu_A(x)$ hanya memuat dua titik 0 dan 1, maka $\mu_A(x)$ identik dengan fungsi karakteristik $c_A : x \rightarrow \{0,1\}$ dan disini A merupakan himpunan sederhana A.

Sebagaimana diketahui, himpunan sederhana A diekspresikan sebagai :

$$A = \{x \in X \mid c_A(x) = 1\} \qquad (3)$$

dengan fungsi karakteristik

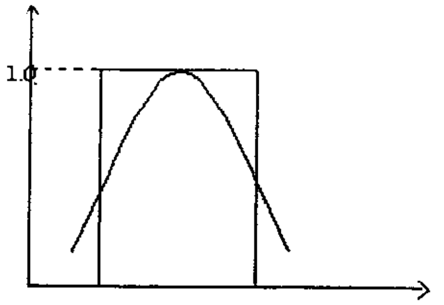
$$c_A(x) = 0 , x \in X \qquad (4)$$
$$= 1, x \in X$$

Gambar 1 mengilustrasikan fungsi keanggotaan $\mu_A(x)$ suatu subhimpunan kabur A dan fungsi karakteristik suatu himpunan sederhana.

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf



Gambar 1: Fungsi keanggotaan dan fungsi karakteristik

Dari definisi, terlihat bahwa subhimpunan kabur selalu didefinisikan sebagai subhimpunan dari himpunan semesta X. Untuk mempermudah pengertian, subhimpunan kabur sering disebut sebagai himpunan kabur dengan mengabaikan kata "sub". Untuk membedakan himpunan sederhana dari himpunan kabur, himpunan sederhana disebut sebagai himpunan tak kabur atau himpunan crisp. Himpunan kabur sering ditulis dengan A,B,C,... tetapi kadang kadang hanya ditulis dengan A,B,C, untuk menyederhanakan notasi.

UNIVERSITAS TERBUKA

Contoh 1

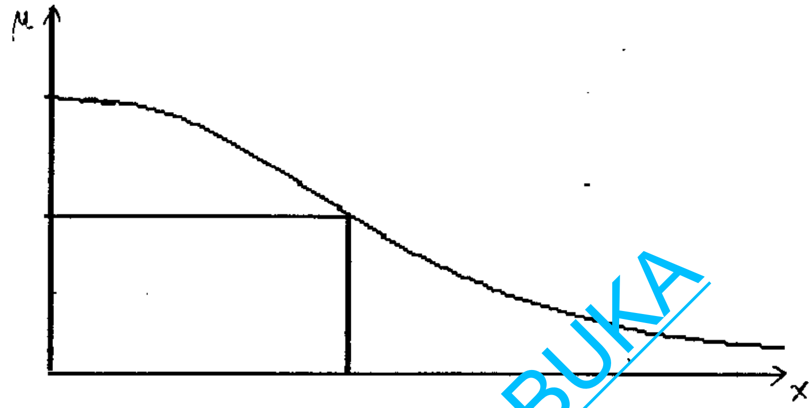
Misalkan umur ditulis sebagai angka yang berada diinterval $(0,\infty)$. Maka himpunan umur yang kurang atau sama dengan 20 th jelas merupakan himpunan crisp. Namun demikian, himpunan orang muda tidak dapat didefinisikan ataupun dibatasi secara jelas sehingga himpunan tersebut dapat diinterprestasikan sebagai himpunan kabur A. penentuan fungsi keanggotaan dilakukan secara subjektif, misal :

$$\mu_A(x) = (1 + (0{,}04x)^2)^{-1} \qquad (5)$$

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

Fungsi keanggotaan ini diilustrasikan pada gambar 2. Pada kasus ini, derajat keanggotaan untuk usia 25 th adalah 0.5.



Gambar 2 : Fungsi keanggotaan untuk orang muda

Contoh 2.

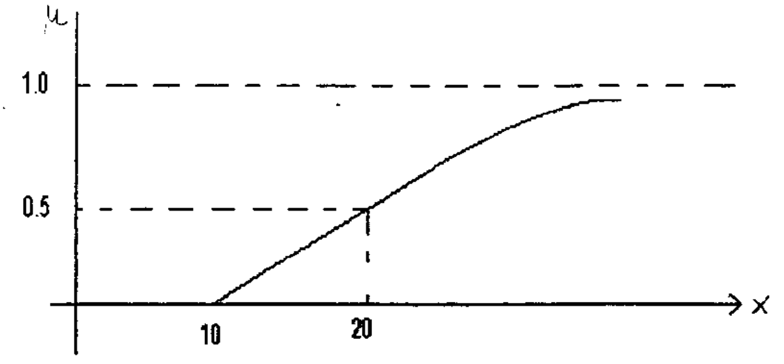
Bilangan yang lebih besar dari 10 juga dapat dinyatakan dalam bentuk himpunan kabur. Pada garis bilangan real R = ($-\infty$, ∞), himpunan bilangan yang lebih besar dari 10 jelas merupakan himpunan crisp. Namun demikian, himpunan bilangan real yang lebih besar dari 10 tidak didefinisikan secara jelas dan dapat diinterprestasikan sebagai himpunan kabur B. Fungsi keanggotaannya dapat ditentukan secara subjektif , sebagai contoh , seperti fungsi keanggotaan sebagai berikut :

$$\mu_B(x) = 0 \qquad ,x < 10 \qquad (6)$$
$$= 1 - (1 + (0{,}1(x-10))^2)^{-1} \qquad , x > 10$$

Fungsi keanggotaan $\mu_B(x)$ ini diilustrasikan pada gambar 3.

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

UNIVERSITAS TERBUKA



Gambar 3 : Derajat keanggotaan untuk bilangan lebih besar dari 10

Jika X adalah himpunan berhingga dengan elemen $x_1, x_2, \ldots, x_n$, atau

$$X = \{ x_1, x_2, \ldots, x_n \} \tag{7}$$

maka himpunan kabur A diekspresikan sebagai

$$A = \{(x_1, \mu_A(x_1)), (x_2, \mu_A(x_2)), \ldots, (x_n, \mu_A(x_n))\} \tag{8}$$

Pada penulisan tersebut, pasangan dengan $\mu_A(x) = 0$ sering kali tidak ditulis dengan tujuan menyederhaanakan penulisan.

Sesuai dengan notasi yang diusulkan oleh Zadeh (1965), himpunan kabur A pada X ini sering kali ditulis sebagai

$$A = \mu_A(x_1)/x_1 + \mu_A(x_2)/x_2 + \ldots + \mu_A(x_n)/x_n \tag{9}$$

atau

$$A = \sum_{i=1}^{n} \mu_A(x_i) \Big/ x_i \tag{9a}$$

Ekspresi ini berarti bahwa derajat x_1 adalah $\mu_A(x_1)$, derajat x_2 adalah $\mu_A(x_2)$, ... dan derajat x_n adalah $\mu_A(x_n)$, dan ekspresi "+" dan "S" tidak

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

mengarah pada penambahan biasa, tetapi sebagai penulisan himpunan kabur.

Jika X merupakan himpunan tak hingga, himpunan kabur A sering kali ditulis sebagai

$$A = \int_x \mu_A(x)/x \qquad (10)$$

Disini, integral $\int$ dapat dipandang sebagai perluasan S pada rumus diatas.

Contoh 3

Bilangan yang kurang lebih sama dengan 5 dapat juga dinyatakan dalam bentuk himpunan kabur. Misal X = {1,2,3,4,5,6,7,8,9} dan himpunan kabur A diekspresikan sebagai bilangan yang kurang lebih sama dengan 5. Secara subjektif, himpunan kabur A didefinisikan oleh :

A = {(3/0,4),(4/0,8),(5/1),(6/0,8),(7/0,4)}

atau

A = 0,4/3 + 0,8/4 + 1/5 + 0,8/6 + 0,4/7

UNIVERSITAS TERBUKA

Berikut ini notasi dasar yang didefinisikan pada himpunan kabur.

(1) SUPPORT

Support suatu himpunan kabur A pada X, ditulis sebagai supp (A), adalah himpunan titik titik di X dimana $\mu_A(x)$ berharga positif, atau :

supp (A) = {x $x \in X$ | $\mu_A(x) > 0$ }

(2)HEIGHT

Height suatu himpunan kabur A pada X , ditulis sebagai hgt (A), adalah batas atas terkecil dari $\mu_A(x)$ atau

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

$$\text{hgt (A)} = \sup_{x \in X} \mu_A(x)$$

(3)NORMAL

Suatu himpunan kabur A pada X dikatakan normal apabila hgt (A) bernilai 1, atau terdapat suatu $x \in X$ sedemikian sehingga $\mu_A(x) = 1$. Jika suatu himpunan kabur tidak normal, himpunan kabur tersebut dinamakan subnormal.

(4)HIMPUNAN KOSONG

Suatu himpunan kabur A pada X disebut himpunan kosong dan dinyatakan dengan $\varnothing$,jika dan hanya jika $\mu_A(x) = 0$ untuk semua $x \in X$. Secara jelas, himpunan semesta X dapat dipandang sebagai himpunan kabur dimana fungsi keanggotaannya adalah $\mu_X(x) = 1$ untuk semua $x \in X$.

BEBERAPA OPERASI PADA HIMPUNAN KABUR

(1) KESAMAAN : Himpunan kabur A dan B pada X disebut sama, dinyatakan dengan A = B, jika dan hanya jika fungsi keanggotaan mereka adalah sama untuk semua $x \in X$:

$$A = B \Leftrightarrow \mu_A(x) = \mu_B(x) \text{ untuk semua } x \in X$$

(2) KETERMUATAN : Himpunan kabur A termuat pada B (atau A subhimpunan B), dinyatakan dengan $A \subseteq B$, jika dan hanya jika fungsi keanggotaan A adalah kurang atau sama dengan fungsi keanggotaan B untuk semua $x \in X$:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \text{ untuk semua } x \in X$$

(3)KOMPLEMEN : Komplemen himpunan kabur A pada X , dinyatakan oleh $\overline{A}$, didefinisikan oleh $\mu_{\overline{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$ untuk semua $x \in X$

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

(4)INTERSEKSI : Interseksi dari dua himpunan kabur A dan B pada X , dinyatakan dengan A $\cap$ B, didefinisikan oleh :

$$\mu_{A\cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \text{ untuk semua } x \in X.$$

(5) UNION : Union dari dua himpunan kabur A dan B pada X , dinyatakan dengan A $\cup$ B, didefinisikan oleh :

$$\mu_{A\cup B}(x) = \text{maks}\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \text{ untuk semua } x \in X.$$

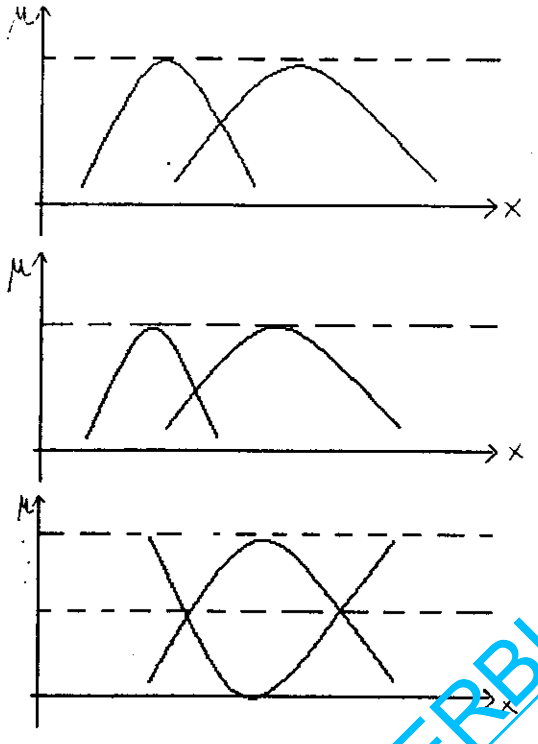
Perhatikan bahwa interseksi A $\cap$ B adalah himpunan kabur terbesar yang memuat A dan B dan union A $\cup$ B merupakan himpunan kabur terkecil yang memuat A dan B , karena setiap himpunan kabur C yang memenuhi C $\subseteq$ A, C $\subseteq$B, memenuhi C $\subseteq$ (A $\cap$ B) dan setiap himpunan kabur D yang memenuhi D$\supseteq$ A, D$\supseteq$ B, memenuhi D$\supseteq$ A $\cup$ B.

Interseksi dan union dari dua himpunan kabur A dan B , dan komplemen dari himpunan kabur A diilustrasikan pada gambar 4.

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf



Gambar 4 :Operasi pada himpunan kabur

Pada teori himpunan kabur, minimum atau maksimum dari a dan b sering kali diekspresikan oleh: min (a,b) = a $\wedge$ b , dan maks (a,b) = a $\vee$ b.

Dengan notasi diatas, interseksi dan union pada dua himpunan kabur A dan B dapat ditulis dengan :

$$A \cap B \Leftrightarrow \mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x)$$

$$A \cup B \Leftrightarrow \mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x)$$

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

UNIVERSITAS TERBUKA

80739.pdf

BAB IV
PROGRAM LINIER KABUR

IV.1 Konsep Dasar dan Formulasi Umum

Pada program linier konvensional, masalah yang dihadapi adalah mencari satu penyelesaian yang memaksimumkan suatu fungsi objektif terhadap himpunan kendala tertentu. Pada kehidupan sehari hari, kita berhubungan dengan kendala dan fungsi objektif yang fleksibel. Kendala yang kita kenal dalam program linier biasanya dalam bentuk pertidaksamaan , misal $2x+5y\leq 10$. Pada program linier kabur, ruas kanan pertidaksamaan kendala bisa berupa kisaran . Kendala tersebut bisa berupa $9 \leq 2x+5y \leq 10$ atau $8 \leq 2x+5y \leq 11$. Sering kali masalah tersebut muncul dalam kehidupan sehari hari, misal pada masalah investasi perusahaan.Terdapat ketidakjelasan dalam jumlah uang yang layak untuk diinvestasikan.Dalam hal ini, pertimbangan perusahaan bukan mencapai laba maksimum, tetapi dengan investasi yang wajar diharapkan suatu laba yang mempunyai tingkat laba tertentu yang bisa diterima oleh perusahaan.

Dari permasalahan tersebut, kita berbicara tentang keputusan kabur yang didapatkan dari kendala kabur dan fungsi objektif kabur yang diberikan. Misal kendala dan fungsi objektif dinyatakan oleh C dan G, dan fungsi keanggotaan mereka masing masing adalah $\mu_C(x)$ dan $\mu_G(x)$. Pada kasus ini, himpunan keputusan kabur didefinisikan oleh

$$D = C \cap G \;;\; \mu_D(x) = \mu_C(x) \wedge \mu_G(x), \qquad (11)$$

yang berarti bahwa himpunan keputusan kabur memenuhi kendala dan fungsi objektif, dimana $\wedge$ menyatakan minimum. Fungsi keanggotaan

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

himpunan keputusan kabur D , $\mu_D(x)$, menyatakan tingkatan seberapa besar keputusan kabur itu termuat dalam himpunan keputusan kabur D. Jika

$\mu_D(x) \leq \mu_D(x')$, x' merupakan keputusan yang lebih baik dari x. Oleh karena itu, dapat dipertimbangkan untuk memilih x* sedemikian sehingga

$$\max_x \mu_D(x) = \max_x \mu_C(x) \wedge \mu_D(x) = \mu_C(x^*) \wedge \mu_D(x^*) \qquad (12)$$

merupakan penyelesaian optimal.

IV.2 Masalah program linier kabur dengan mempergunakan pertidaksamaan kabur.

Kita akan menggambarkan formulasi program linier kabur seperti yang dibentuk oleh H.J . Zimmermann. Ambil vektor baris berdimensi n yaitu $c = (c_1,c_2,\ldots,c_n)$, vektor kolom $x = (x_1,x_2,\ldots,x_n)^T$, vektor kolom berdimensi m yaitu $(b_1,b_2,\ldots,b_m)^T$ dan matriks $A_{mxn} = [a_{ij}]$.

Permasalahan program linier dapat digambarkan dalam bentuk matriks

$$\begin{aligned} &\text{minimum } z = cx \qquad\qquad (13)\\ &\text{dengan kendala } Ax \leq b\\ &\qquad\qquad\qquad x \geq 0 \end{aligned}$$

Berbeda dengan masalah program linier konvensional, Zimmermann (1976) mengusulkan untuk memperlunak persyaratan pengambil keputusan untuk <u>harus</u> meminimumkan fungsi objektif dan <u>harus</u> memenuhi kendala. Dengan mempertimbangkan kekaburan keputusan, masalah program linier biasa diperlunak dalam bentuk kabur, yaitu :

$$\begin{aligned} &cx \lesssim z_0 \qquad\qquad (14)\\ &Ax \lesssim b \end{aligned}$$

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

$x \geq 0$

dimana simbol $\lesssim$ menyatakan bentuk kabur dari pertidaksamaan $\leq$.

Pertidaksamaan kabur tersebut menyatakan fungsi objektif kabur dan kendala kabur , yang mempunyai arti : "fungsi objektif pada dasarnya lebih kecil dari atau sama dengan z_0" dan "kendala pada dasarnya lebih kecil atau sama dengan b".

Dengan memandang fungsi objektif kabur dan kendala kabur sebagai suatu hal yang sama sama penting, Zimmermann menggambarkan masalah tersebut sebagai berikut :

$$Bx \quad b' \tag{15}$$

$$x \geq 0$$

dimana B = $\begin{bmatrix} c \\ A \end{bmatrix}$, b'= $\begin{bmatrix} z_0 \\ b \end{bmatrix}$

Untuk mengolah pertidaksamaan kabur $(Bx)_i$ b'_i, Zimmermann mengusulkan fungsi keanggotaan linier berikut :

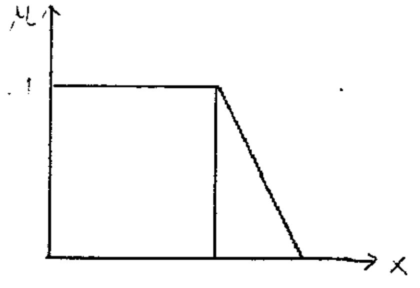
$$\mu_i((Bx)_i) = \begin{cases} 1 & , (Bx)_i \leq b'_i \\ 1 - \dfrac{(Bx)_i - b'_i}{d_i} & , b'_i \leq (Bx)_i \leq b'_i + d_i \\ 0 & , (Bx)_i \geq b'_i + d_i \end{cases} \tag{16}$$

dimana d adalah konstanta yang secara subjektif dipilih oleh pengambil keputusan.Konstanta d tersebut menyatakan batas kekaburan yang bisa diterima dari suatu pertidaksamaan kabur. Diasumsikan bahwa fungsi keanggotaan ke - i bernilai 1 jika kendala ke - i dipenuhi dengan baik, 0 jika ketidaktepatannya diatas batasan d, dan linier dari 0 ke 1. Fungsi keanggotaan linier tersebut digambarkan pada gambar 5 berikut ini.

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf



Gambar 5 : Fungsi keanggotaan linier

Dengan menggunakan fungsi keanggotaan linier diatas, maka bentuk masalah yang dihadapi pada persamaan (12) menjadi : mencari keputusan terbaik x* sedemikian sehingga

$$\mu_D(x^*) = \max_{x\geq 0} \min_{i=0,\ldots,m} \{\mu_i((Bx)_i)\} \tag{17}$$

Dengan kata lain, masalah yang kita hadapi adalah mencari x* yang memaksimumkan nilai minimum fungsi keanggotaan.
Substitusikan

$$b_i^{"} = b_i^{'} / d_i, (B'x)_i = (Bx)_i / d_i, \tag{18}$$

masalah tersebut dapat ditulis sebagai

$$\mu_D(x^*) = \max_{x\geq 0} \min_{i=0,\ldots,m} \{1 + b_i^{"} - (B'x)_i\} \tag{19}$$

Dengan menggunakan variabel tambahan λ, masalah tersebut dapat ditransformasikan dalam bentuk masalah program linier konvensional berikut :

maks λ (20)

dengan kendala $\lambda \leq 1 + b_i^{"} - (B'x)_i, i = 1,2,\ldots,m$

x ≥0

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

Contoh 1 :

Minimum $z = -x_1 - 2x_2$

dengan kendala $2x_1 + 6x_2 \leq 27$

$8x_1 + 6x_2 \leq 45$

$3x_1 + x_2 \leq 15$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

Penyelesaian optimal untuk masalah diatas adalah

$x_1 = 3,\ x_2 = 3.5$ min $z = -10$

Disamping memberikan nilai tertentu pada ruas kanan kendala seperti pada program linier konvensional, diasumsikan bahwa pengambil keputusan mempunyai fungsi objektif kabur dan kendala kabur seperti pada Tabel 1.

Tabel 1 : Kendala konvensional dan kendala kabur

	Konvensional	PLK $\mu=0$	PLK $\mu = 1$
Fungsi Objektif	-10	-9.5	-10.5
Kendala 1	27	30	27
Kendala 2	45	50	45
Kendala 3	15	17	15

Dengan mengasumsikan fungsi keanggotaan linier dari $\mu = 0$ sampai $\mu = 1$, formulasi program linier kabur yang fleksibel dapat ditransformasikan dalam bentuk program linier konvensional berikut :

maks λ

dengan kendala

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

$0.66x_1+2x_2+\lambda \leq 10$

$1.6x_1+1.2x_2+\lambda \leq 10$

$1.5x_1+0.5x_2+\lambda \leq 8.5$

$x_1+2x_2-\lambda \geq 9.5$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

Masalah tersebut diselesaikan dengan mempergunakan Mathematica, didapat penyelesaian optimal :

$x_1=3.0789,\ x_2=3.5921,\ \lambda = 0.76316$

Pada Tabel 2, terdapat hubungan penyelesaian optimal masalah program linier konvensional dengan masalah program linier kabur.

Pada masalah program linier kabur ini terlihat bahwa seluruh kendala asal diperlunak. Sebagai contoh, kendala pertama diperlunak menjadi : "pada dasarnya kurang atau sama dengan 27" dengan fungsi keanggotaan $\mu_1(30) = 0$ dan $\mu_1(27) = 1$. Selanjutnya, selain meminimumkan fungsi objektif, interval antara -9.5 sampai dengan -10.5 merupakan interval yang dipandang sebagai interval yang dapat diterima untuk fungsi objektif. Dengan demikian, pengambil keputusan mendapatkan 2.6% tambahan laba jika ia menambah nilai kendala seperti pada Tabel 2.

Tabel 2: Penyelesaian Program Linier Konvensional dan Program Linier Kabur

Program Linier Konvensional	Program Linier Kabur
$x_1 = 3$	$x_1 = 3.0789$
$x_2 = 3.5$	$x_2 = 3.5921$

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

z = -10	z = -10.2631
Kendala	Kendala
1 : 27	1 : 27.71
2 : 45	2 : 46.18
3 :12.5	3 : 12.83

Jika kendala asal diperlunak menjadi beberapa nilai seperti pada Tabel 3, akan didapat nilai yang optimal untuk masing masing kendala.

Tabel 3. Nilai optimal untuk Program Linier Kabur dengan beberapa kendala

	PLK $\mu = 0$	PLK $\mu = 0$	PLK $\mu = 0$
Kendala 1	28	30	33
Kendala 2	48	50	55
Kendala 3	16	17	20
x_1*	3.1154	3.0789	3.1036
x_2*	3.5192	3.5921	3.6207
λ	0.6539	0.7632	0.8448
z	-10.1538	-10.2631	-10.3449
c_1*	27.346	27.71	27.9312
c_2*	46.0384	46.18	46.5522
c_3*	12.8654	12.83	12.9312

Keterangan

x_1* = nilai optimal x_1

c_1* = nilai optimal kendala 1

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

UNIVERSITAS TERBUKA

80739.pdf

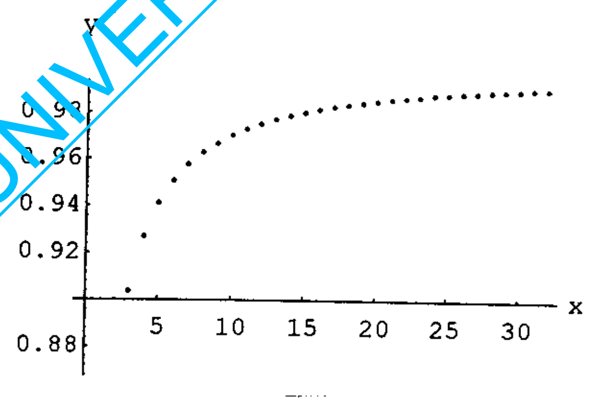
Secara khusus, akan dilihat bagaimana pengaruh perubahan konstanta jika suatu kendala tertentu diubah dan kendala lainnya mempunyai nilai tertentu. Tabel 4 menyatakan perubahan nilai λ dan z jika kendala 1 diubah sedangkan kendala 2 dan 3 mempunyai nilai tertentu. Tabel 4 diperjelas oleh gambar 6 yang menyatakan kenaikan nilai λ , gambar 7 yang menyatakan kenaikan nilai z dan gambar 8 yang menyatakan kenaikan nilai z pada tiap iterasi.

Tabel 4. Pengaruh perubahan nilai kendala 1 (c_2 = 45.5, c_3 = 15.2)

Iterasi ke - i	c_1	x	y	λ	z	$z_{i+1}-z_i$
1	30	2.8881	3.6716	0.7313	-10.2313	0.1269
2	36	2.7992	3.7795	0.8583	-10.3582	0.0456
3	42	2.7674	3.8182	0.9037	-10.4038	0.0234
4	48	2.751	3.8331	0.9271	-10.4272	0.0142
5	54	2.741	3.8502	0.9414	-10.4414	0.095
6	60	2.7343	3.8583	0.9509	-10.4509	0.0068
7	66	2.7295	3.8641	0.9578	-10.4577	0.0054
8	72	2.7259	3.8686	0.963	-10.4631	0.0069
9	78	2.723	3.872	0.967	-10.467	0.0034
10	84	2.7208	3.8748	0.9704	-10.4704	0.0029
11	90	2.7189	3.8771	0.973	-10.4731	0.0022
12	96	2.7173	3.879	0.9752	-10.4753	0.0019
13	102	2.716	3.8806	0.9771	-10.4772	0.0015
14	108	2.7149	3.8819	0.9788	-10.4787	0.0013
15	114	2.7139	3.8831	0.9802	-10.4801	0.0011

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

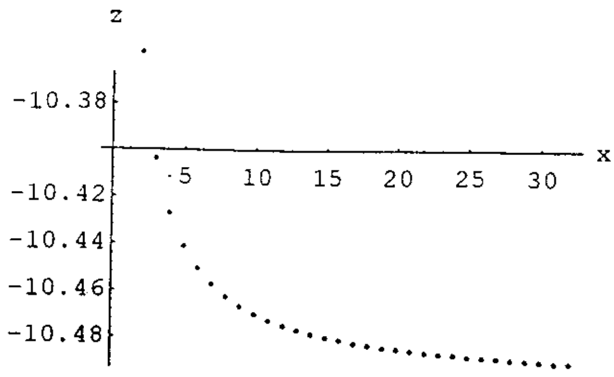
16	120	2.7130	3.8841	0.9814	-10.4812	0.0013
17	126	2.7123	3.8851	0.9825	-10.4825	0.0009
18	132	2.7116	3.8859	0.9834	-10.4834	0.001
19	138	2.711	3.8867	0.9843	-10.4844	0.0006
20	144	2.7104	3.8873	0.9851	-10.485	0.0007
21	150	2.7099	3.8879	0.9858	-10.4857	0.0008
22	156	2.7095	3.8885	0.9864	-10.4865	0.0006
23	162	2.7091	3.889	0.987	-10.4871	0.0004
24	168	2.7087	3.8894	0.9876	-10.4875	0.0005
25	174	2.7084	3.8899	0.9881	-10.4882	0.0004
26	180	2.7086	3.89	0.9885	-10.4886	0.0003
27	186	2.7077	3.8906	0.9889	-10.4889	0.0004
28	192	2.7075	3.8909	0.9893	-10.4893	0.0003
29	198	2.7072	3.8912	0.9897	-10.4896	0.0004
30	204	2.707	3.8915	0.99	-10.49	0.0004
31	210	2.7068	3.8918	0.9904	-10.4904	0.0000
32	216	2.7068	3.8918	0.9904	-10.4904	



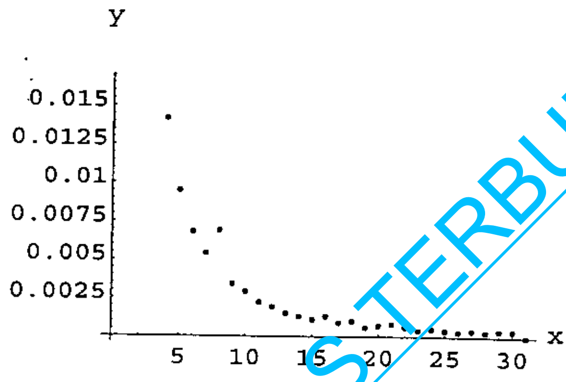
Gambar 6 : Grafik λ jika kendala 1 berubah

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka



Gambar 7 : Grafik z jika kendala 1 berubah



Gambar 8 : Selisih kenaikan z jika kendala 1 berubah

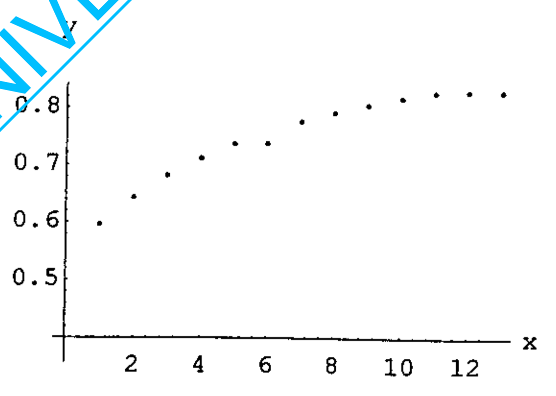
Tabel 5 menyatakan perubahan nilai λ dan z jika kendala 2 diubah sedangkan kendala 1 dan 3 mempunyai nilai tertentu. Tabel 5 diperjelas oleh gambar 9 yang menyatakan kenaikan nilai λ , gambar 10 yang menyatakan kenaikan nilai z dan gambar 11 yang menyatakan kenaikan nilai z pada tiap iterasi.

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

Tabel 5. Pengaruh perubahan nilai kendala 2 (c_1 = 27.25, c_3 = 15.2)

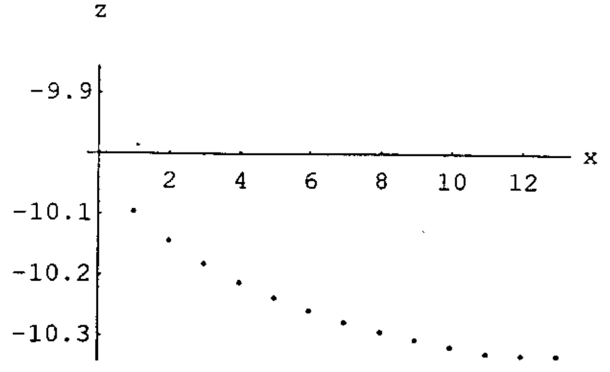
Iterasi ke - i	c_2	x	y	λ	z	$z_{i+1}-z_i$
1	48	3.1854	3.4551	0.5955	-10.0956	0.048
2	51	3.3416	3.401	0.6435	-10.1436	0.0378
3	54	3.4646	3.3584	0.6814	-10.1814	0.0306
4	57	3.564	3.324	0.712	-10.212	0.0252
5	60	3.646	3.2956	0.7372	-10.2372	0.0212
6	63	3.7148	3.2718	0.7383	-10.2584	0.0181
7	66	3.7733	3.2516	0.7764	-10.2765	0.0154
8	69	3.8237	3.2341	0.7919	-10.2919	0.0135
9	72	3.8676	3.2189	0.8054	-10.3054	0.0119
10	75	3.9061	3.2056	0.8173	-10.3173	0.0105
11	78	3.9402	3.1938	0.8278	-10.3278	0.0022
12	81	3.9476	3.1912	0.83	-10.33	0
13	84	3.9476	3.1912	0.83	-10.33	



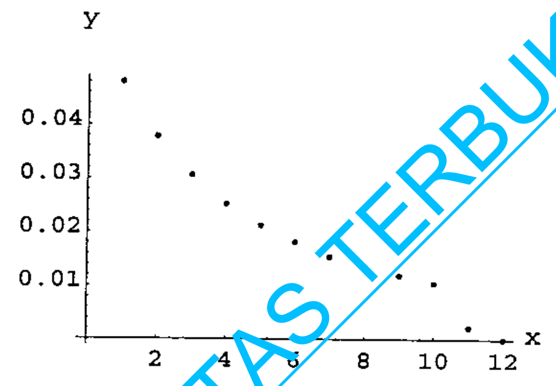
Gambar 9 : Grafik λ jika kendala 2 berubah

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka



Gambar 10 : Grafik z jika kendala 2 berubah



Gambar 11 : Selisih kenaikan z jika kendala 2 berubah

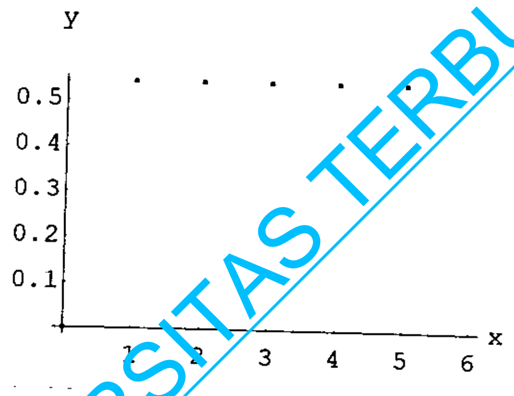
UNIVERSITAS TERBUKA

. Tabel 6 menyatakan perubahan nilai λ dan z jika kendala 3 diubah sedangkan kendala 1 dan 2 mempunyai nilai tertentu. Tabel 6 diperjelas oleh gambar 12 yang menyatakan kenaikan nilai λ , gambar 13 yang menyatakan kenaikan nilai z dan gambar 14 yang menyatakan kenaikan nilai z pada tiap iterasi.

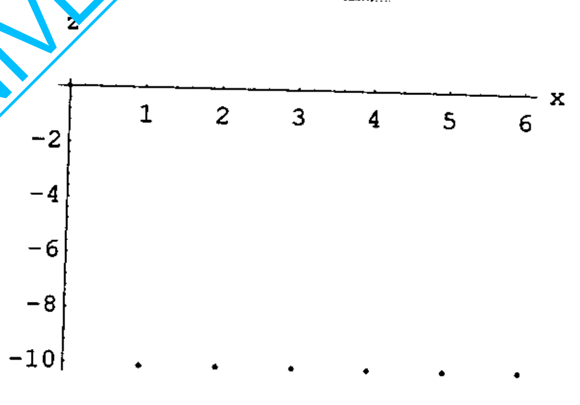
Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

Tabel 6. Pengaruh perubahan nilai kendala 3 (c_1 = 27.25, c_2 = 45.5)

Iterasi ke - i	c_3	x	y	λ	z	z_{i+1}-z_i
1	15.2	3.089	3.5127	0.5433	-10.1144	0
2	15.4	3.089	3.5127	0.5433	-10.1144	0
3	15.6	3.089	3.5127	0.5433	-10.1144	0
4	15.8	3.089	3.5127	0.5433	-10.1144	0
5	16	3.089	3.5127	0.5433	-10.1144	0
6	16.2	3.089	3.5127	0.5433	-10.1144	



Gambar 12 : Grafik λ jika kendala 3 berubah

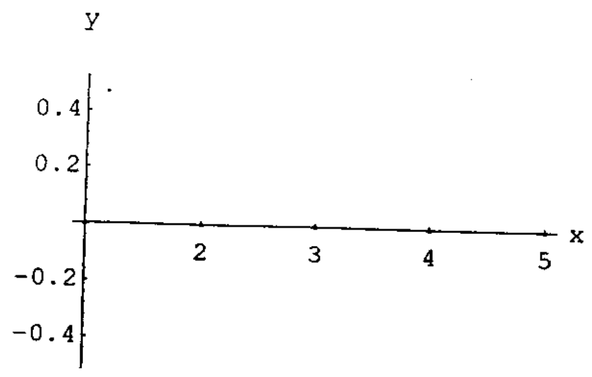


Gambar 13 : Grafik z jika kendala 3 berubah

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf



Gambar 14 : Selisih kenaikan z jika kendala 3 berubah

UNIVERSITAS TERBUKA

Contoh 2 :

Minimum $z = -3x_1-4x_2$

dengan kendala $x_1+x_2 \leq 4$

$3x_1+x_2 \leq 10$

$x_1+4x_2 \leq 12$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

Penyelesaian optimal untuk masalah diatas adalah

$x_1=1.3333$, $x_2=2.6666$ min $z = -14.6667$

Disamping memberikan nilai tertentu pada ruas kanan kendala seperti pada program linier konvensional, diasumsikan bahwa pengambil keputusan mempunyai fungsi objektif kabur dan kendala kabur seperti pada Tabel 7.

Tabel 7 : Kendala konvensional dan kendala kabur

	Konvensional	PLK	PLK

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

		μ=0	μ = 1
Fungsi Objektif	-14.6667	-14	-16
Kendala 1	4	6	4
Kendala 2	10	14	10
Kendala 3	12	16	12

Dengan mengasumsikan fungsi keanggotaan linier dari $\mu = 0$ sampai $\mu = 1$, formulasi program linier kabur yang fleksibel dapat ditransformasikan dalam bentuk program linier konvensional berikut :

maks λ

dengan kendala

$0.5x_1+0.5x_2+\lambda \leq 3$

$0.75x_1+0.25x_2+\lambda \leq 3.5$

$0.25x_1+x_2+\lambda \leq 4$

$1.5x_1+2x_2-\lambda \geq 7$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

Masalah tersebut diselesaikan dengan mempergunakan Mathematica, didapat penyelesaian optimal :

$x_1 = 1.5385,\ x_2 = 2.7692,\ \lambda = 0.8462$

Tabel 8: Penyelesaian Program Linier Konvensional dan Program Linier Kabur

Program Linier Konvensional	Program Linier Kabur
x_1 = 1.3333	x_1 = 1.5385
x_2 = 2.6666	x_2 =2.7692
z = -14.6667	z = -16.1954

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

Kendala	Kendala
1 : 4	1 : 4.4586
2 : 10	2 : 7.7366
3 :12	3 : 12.9174

Jika kendala asal diperlunak menjadi beberapa nilai seperti pada Tabel 9, akan didapat nilai yang optimal untuk masing masing kendala.

Tabel 9. Nilai optimal untuk Program Linier Kabur dengan beberapa kendala

	PLK $\mu = 0$	PLK $\mu = 0$	PLK $\mu = 0$
Kendala 1	5	6	7
Kendala 2	12	14	16
Kendala 3	14	16	17
x_1^*	1.5	1.5385	1.6
x_2^*	2.75	2.7692	2.7429
λ	0.75	0.8462	0.8857
z	-15.5	-15.6923	-15.7714
c_1^*	4.25	4.3077	4.3429
c_2^*	7.25	7.3846	7.5429
c_3^*	12.5	12.6154	12.5714

UNIVERSITAS TERBUKA

Secara khusus, akan dilihat bagaimana pengaruh perubahan konstanta jika suatu kendala tertentu diubah dan kendala lainnya mempunyai nilai tertentu. Tabel 10 menyatakan perubahan nilai λ dan z jika kendala 1 diubah sedangkan kendala 2 dan 3 mempunyai nilai tertentu. Tabel 10 diperjelas oleh gambar 15 yang menyatakan kenaikan nilai λ , gambar 16

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

yang menyatakan kenaikan nilai z dan gambar 17 yang menyatakan kenaikan nilai z pada tiap iterasi.

Tabel 10. Pengaruh perubahan nilai kendala 1 (c_2 = 10.25 , c_3 = 12.5)

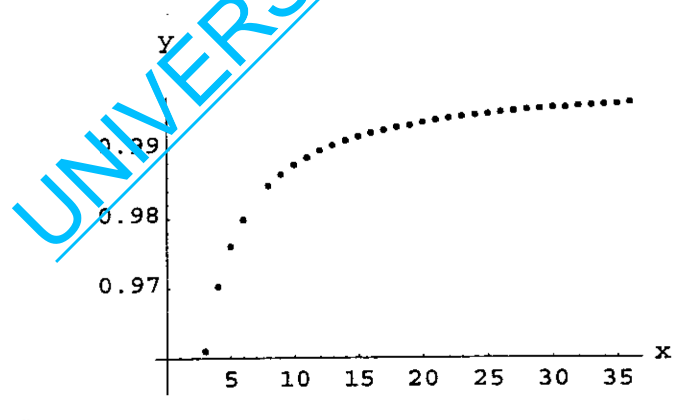
Iterasi ke - i	c_1	x	y	λ	z	$z_{i+1}-z_i$
1	8	1.8701	2.5455	0.8961	-15.7923	0.0942
2	12	1.9291	2.5248	0.9433	-15.8865	0.0355
3	16	1.9512	2.5171	0.961	-15.922	0.0184
4	20	1.9628	2.513	0.9703	-15.9404	0.0116
5	24	1.97	2.5105	0.976	-15.952	0.0076
6	28	1.9748	2.5088	0.9799	-15.9596	0.0057
7	32	1.9783	2.5076	0.9827	-15.9653	0.0045
8	36	1.981	2.5067	0.9848	-15.9698	0.0028
9	40	1.983	2.5059	0.9864	-15.9726	0.0031
10	44	1.9847	2.5054	0.9878	-15.9757	0.0022
11	48	1.9861	2.5049	0.9888	-15.9779	0.0033
12	52	1.9872	2.5049	0.9898	-15.9812	0.0002
13	56	1.9882	2.5041	0.9905	-15.981	0.0004
14	60	1.989	2.5036	0.9912	-15.9814	0.0021
15	64	1.9897	2.5036	0.9918	-15.9835	0.0013
16	68	1.9904	2.5034	0.9923	-15.9848	0.0007
17	72	1.9904	2.5032	0.9927	-15.9855	0.0007
18	76	1.9914	2.503	0.9931	-15.9862	0.0007
19	80	1.9919	2.5029	0.9934	-15.9873	0.0004
20	84	1.9923	2.5027	0.9938	-15.9877	0.0005
21	88	1.9926	2.5026	0.9941	-15.9882	0.0008

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

22	92	1.993	2.5025	0.9944	-15.989	0.0005
23	96	1.9933	2.5024	0.9946	-15.9895	0.0002
24	100	1.9935	2.5023	0.9948	-15.9897	0.0005
25	104	1.9938	2.5022	0.995	-15.9902	0.0002
26	108	1.994	2.5021	0.9952	-15.9904	0.0005
27	112	1.9943	2.502	0.9954	-15.9909	0.0002
28	116	1.9945	2.5019	0.9956	-15.9911	0.0006
29	120	1.9947	2.5019	0.9957	-15.9917	-0.0001
30	124	1.9948	2.5018	0.9959	-15.9916	0.0006
31	128	1.995	2.5018	0.9959	-15.9922	0.0002
32	132	1.9952	2.5017	0.9961	-15.9924	0.0003
33	136	1.9953	2.5017	0.9962	-15.9927	-0.0001
34	140	1.9954	2.5016	0.9963	-15.9926	0.0006
35	144	1.9956	2.5016	0.9964	-15.9932	0.0001
36	148	1.9957	2.5015	0.9966	-15.9931	

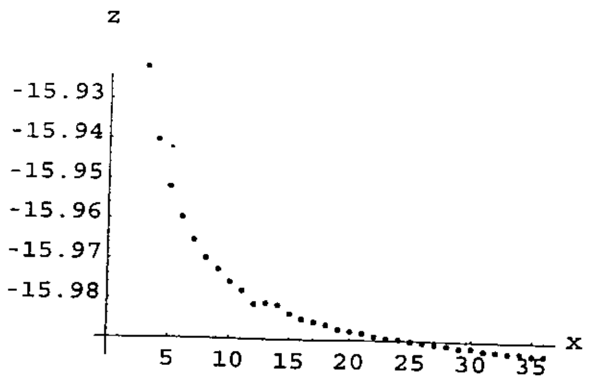
UNIVERSITAS TERBUKA



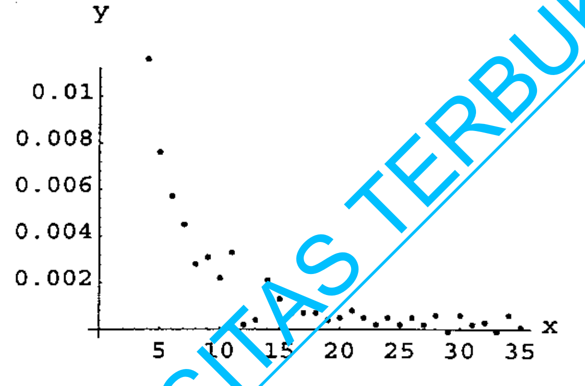
Gambar 15 : Grafik λ jika kendala 1 berubah

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf



Gambar 16 : Grafik z jika kendala 1 berubah



Gambar 17 : Selisih kenaikan z jika kendala 1 berubah

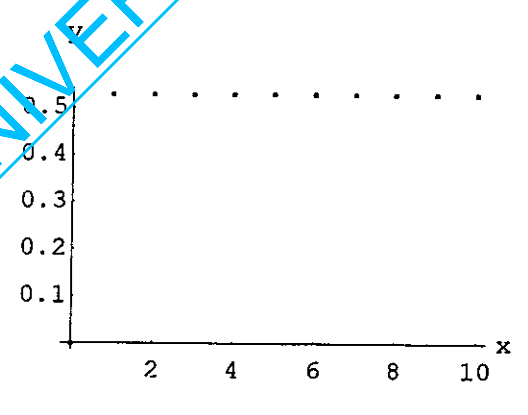
UNIVERSITAS TERBUKA

Tabel 11 menyatakan perubahan nilai λ dan z jika kendala 2 diubah sedangkan kendala 1 dan 3 mempunyai nilai tertentu. Tabel 11 diperjelas oleh gambar 18 yang menyatakan kenaikan nilai λ , gambar 19 yang menyatakan kenaikan nilai z dan gambar 20 yang menyatakan kenaikan nilai z pada tiap iterasi.

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

Tabel 11. Pengaruh perubahan nilai kendala 2 (c_1 = 4.25, c_3 = 12.5)

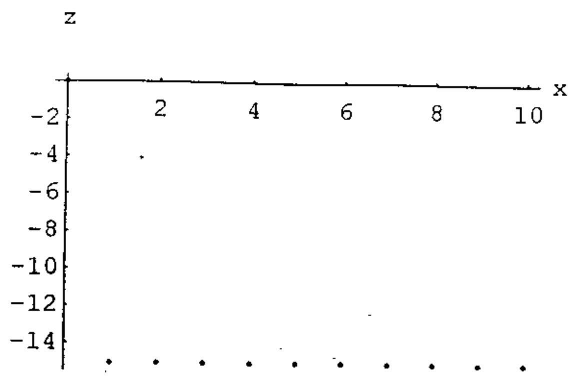
Iterasi ke - i	c_2	x	y	λ	z	$z_{i+1}-z_i$
1	10.25	1.4118	2.7059	0.5294	-15.059	0
2	10.5	1.4118	2.7059	0.5294	-15.059	0
3	10.75	1.4118	2.7059	0.5294	-15.059	0
4	11	1.4118	2.7059	0.5294	-15.059	0
5	11.25	1.4118	2.7059	0.5294	-15.059	0
6	11.5	1.4118	2.7059	0.5294	-15.059	0
7	11.75	1.4118	2.7059	0.5294	-15.059	0
8	12	1.4118	2.7059	0.5294	-15.059	0
9	12.25	1.4118	2.7059	0.5294	-15.059	0
10	12.5	1.4118	2.7059	0.5294	-15.059	



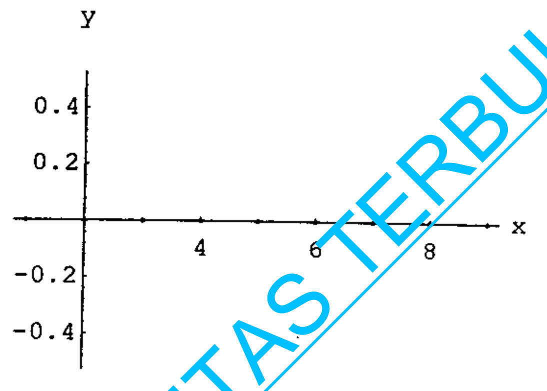
Gambar 18 : Grafik λ jika kendala 2 berubah

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka



Gambar 19 : Grafik z jika kendala 2 berubah



Gambar 20 : Selisih kenaikan z jika kendala 2 berubah

UNIVERSITAS TERBUKA

Tabel 12 menyatakan perubahan nilai λ dan z jika kendala 3 diubah sedangkan kendala 1 dan 2 mempunyai nilai tertentu. Tabel 12 diperjelas oleh gambar 21 yang menyatakan kenaikan nilai λ , gambar 22 yang menyatakan kenaikan nilai z dan gambar 23 yang menyatakan kenaikan nilai z pada tiap iterasi.

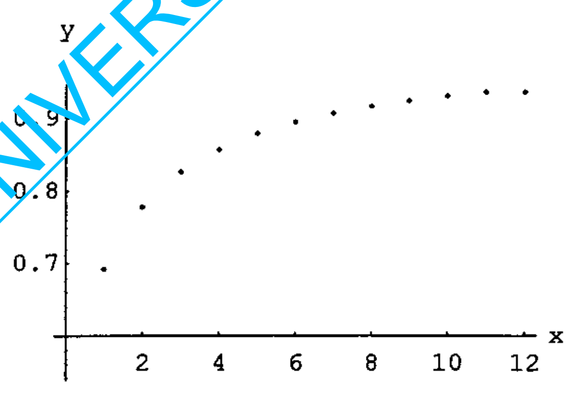
Tabel 12. Pengaruh perubahan nilai kendala 3 (c_1 = 4.25 , c_2 = 10.5)

Iterasi	c_3	x	y	λ	z	$z_{i+1}-z_i$

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

ke - i						
1	17	0.9231	3.1539	0.6923	-15.3849	0.1708
2	22	0.6667	3.3889	0.7778	-15.5557	0.0962
3	27	0.5217	3.5217	0.8261	-15.6519	0.0407
4	32	0.4286	3.6071	0.8571	-15.7142	0.0623
5	37	0.3636	3.6667	0.8788	-15.7576	0.0434
6	42	0.3158	3.7105	0.8947	-15.7894	0.0247
7	47	0.2791	3.7442	0.907	-15.8141	0.0191
8	52	0.25	3.7708	0.9167	-15.8332	0.016
9	57	0.2264	3.7925	0.9245	-15.8492	0.0127
10	62	0.2069	3.8103	0.931	-15.8619	0.0112
11	67	0.1905	3.8254	0.9365	-15.8731	0
12	72	0.1905	3.8254	0.9365	-15.8731	

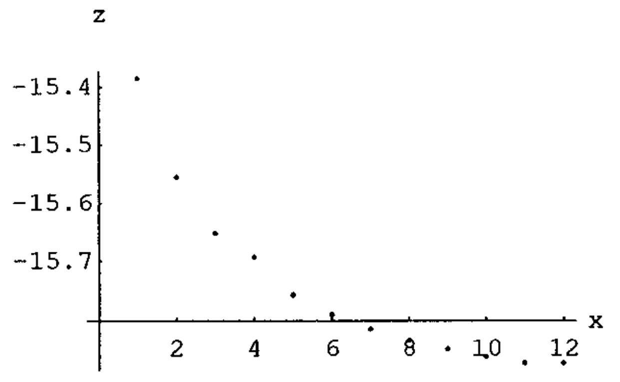
UNIVERSITAS TERBUKA



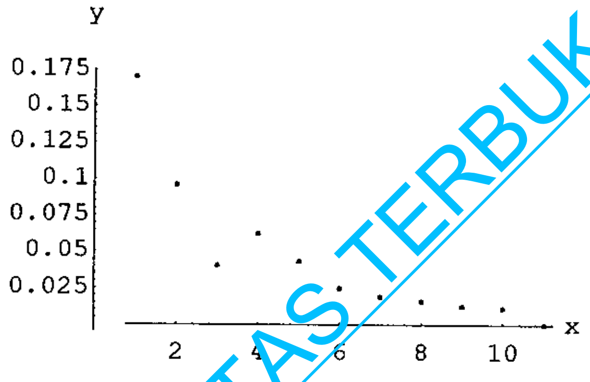
Gambar 21 : Grafik λ jika kendala 3 berubah

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf



Gambar 22 : Grafik z jika kendala 3 berubah



Gambar 23 : Selisih kenaikan z jika kendala 3 berubah

UNIVERSITAS TERBUKA

Contoh 3 :

Minimum $z = -2x_1 - x_2$

dengan kendala $x_2 \leq 10$

$2x_1+5x_2 \leq 60$

$x_1+x_2 \leq 18$

$3x_1+x_2 \leq 44$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

Penyelesaian optimal untuk masalah diatas adalah

$x_1=13,\ x_2=5 \quad \min z = -31$

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

Disamping memberikan nilai tertentu pada ruas kanan kendala seperti pada program linier konvensional, diasumsikan bahwa pengambil keputusan mempunyai fungsi objektif kabur dan kendala kabur seperti pada Tabel 13.

Tabel 13 : Kendala konvensional dan kendala kabur

	Konvensional	PLK μ=0	PLK μ = 1
Fungsi Objektif	-31	-29	-33
Kendala 1	10	12	10
Kendala 2	60	64	60
Kendala 3	18	20	18
Kendala 4	44	48	44

UNIVERSITAS TERBUKA

Dengan mengasumsikan fungsi keanggotaan linier dari μ = 0 sampai μ = 1, formulasi program linier kabur yang fleksibel dapat ditransformasikan dalam bentuk program linier konvensional berikut :

maks λ

dengan kendala

$0.5x_2+\lambda\leq 6$

$0.5x_1+1.25x_2+\lambda\leq 16$

$0.5x_1+0.5x_2+\lambda\leq 10$

$0.75x_1+0.25x_2+\lambda\leq 12$

$0.5x_1+0.25x_2-\lambda \geq 7.25$

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

$x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$

Masalah tersebut diselesaikan dengan mempergunakan Mathematica, didapat penyelesaian optimal :

x_1=13.2857, x_2=5.28571, λ = 0.714286

Pada Tabel 14, terdapat hubungan penyelesaian optimal masalah program linier konvensional dengan masalah program linier kabur.

Tabel 14 : Penyelesaian Program Linier Konvensional dan Program Linier Kabur

Program Linier Konvensional	Program Linier Kabur
x_1 = 13	x_1 = 13.2857
x_2 = 5	x_2 = 5.28571
z = -31	z = -31.8571
Kendala	Kendala
1 :10	1 : 5.28571
2 : 60	2 : 52.9999
3 :18	3 : 18.5714
4 :44	4 : 45.1428

Jika kendala asal diperlunak menjadi beberapa nilai seperti pada Tabel 15, akan didapat nilai yang optimal untuk masing masing kendala.

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

Tabel 15. Nilai optimal untuk Program Linier Kabur dengan beberapa kendala

	PLK $\mu = 0$	PLK $\mu = 0$	PLK $\mu = 0$
Kendala 1	11	12	13
Kendala 2	62	64	65
Kendala 3	19	20	21
Kendala 4	46	48	50
x_1^*	13.1818	13.2857	13.3514
x_2^*	5.1818	5.2857	5.3262
λ	0.6364	0.7143	0.7648
z	-31.5454	-31.8571	-32.059
c_1^*	5.1818	5.2857	5.3562
c_2^*	52.2726	52.9999	53.4838
c_3^*	18.3636	18.5714	18.7076
c_4^*	44.7272	45.1428	45.4104

Secara khusus, akan dilihat bagaimana pengaruh perubahan konstanta jika suatu kendala tertentu diubah dan kendala lainnya mempunyai nilai tertentu. Tabel 16 menyatakan perubahan nilai λ dan z jika kendala 1 diubah sedangkan kendala 2 ,3 dan 4 mempunyai nilai tertentu. Tabel 16 diperjelas oleh gambar 24 yang menyatakan kenaikan nilai λ , gambar 25 yang menyatakan kenaikan nilai z dan gambar 26 yang menyatakan kenaikan nilai z pada tiap iterasi.

UNIVERSITAS TERBUKA

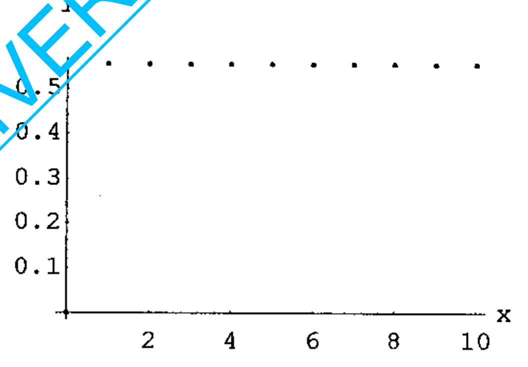
Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

Tabel 16. Pengaruh perubahan nilai kendala 1 (c_2 = 60.5 ,c_3 =18.25 c_4 = 44.5)

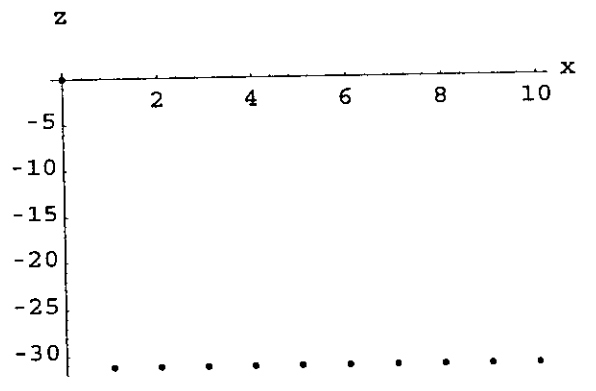
Iterasi ke - i	c_1	x	y	λ	z	$z_{i+1}-z_i$
1	10.25	13	5.2222	0.5556	-31.2222	0
2	10.5	13	5.2222	0.5556	-31.2222	0
3	10.75	13	5.2222	0.5556	-31.2222	0
4	11	13	5.2222	0.5556	-31.2222	0
5	11.25	13	5.2222	0.5556	-31.2222	0
6	11.5	13	5.2222	0.5556	-31.2222	0
7	11.75	13	5.2222	0.5556	-31.2222	0
8	12	13	5.2222	0.5556	-31.2222	0
9	12.25	13	5.2222	0.5556	-31.2222	0
10	12.5	13	5.2222	0.5556	-31.2222	

UNIVERSITAS TERBUKA

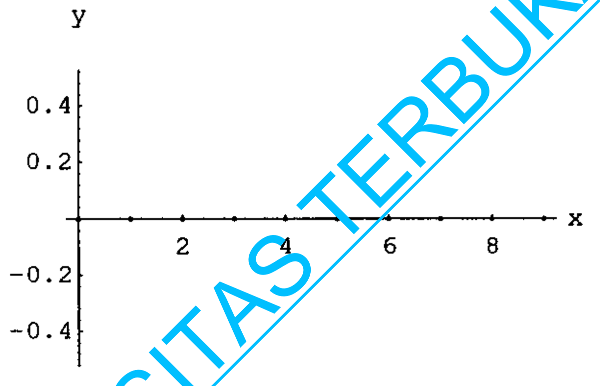


Gambar 24 : Grafik λ jika kendala 1 berubah

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka



Gambar 25 : Grafik z jika kendala 1 berubah



Gambar 26 : Selisih kenaikan z jika kendala 1 berubah

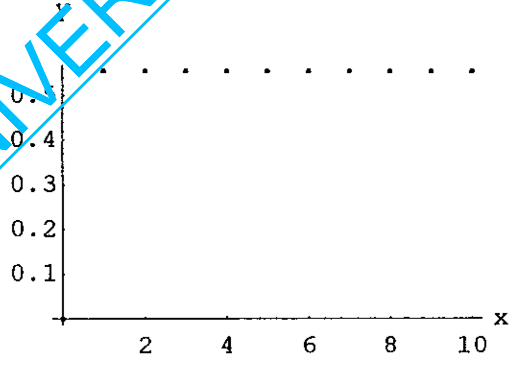
Tabel 17 menyatakan perubahan nilai λ dan z jika kendala 2 diubah sedangkan kendala 1 , 3 dan 4 mempunyai nilai tertentu. Tabel 17 diperjelas oleh gambar 27 yang menyatakan kenaikan nilai λ , gambar 28 yang menyatakan kenaikan nilai z dan gambar 29 yang menyatakan kenaikan nilai z pada tiap iterasi.

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

Tabel 17. Pengaruh perubahan nilai kendala 2 (c_1 = 10.25, c_3 = 18.5, c_4 = 44.5)

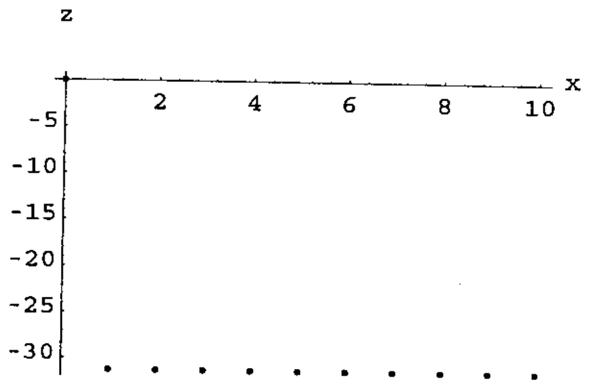
Iterasi ke - i	c_2	x	y	λ	z	z_{i+1}-z_i
1	60.5	13	5.2222	0.5556	-31.2222	0
2	61	13	5.2222	0.5556	-31.2222	0
3	61.5	13	5.2222	0.5556	-31.2222	0
4	62	13	5.2222	0.5556	-31.2222	0
5	62.5	13	5.2222	0.5556	-31.2222	0
6	63	13	5.2222	0.5556	-31.2222	0
7	63.5	13	5.2222	0.5556	-31.2222	0
8	64	13	5.2222	0.5556	-31.2222	0
9	64.5	13	5.2222	0.5556	-31.2222	0
10	65	13	5.2222	0.5556	-31.2222	



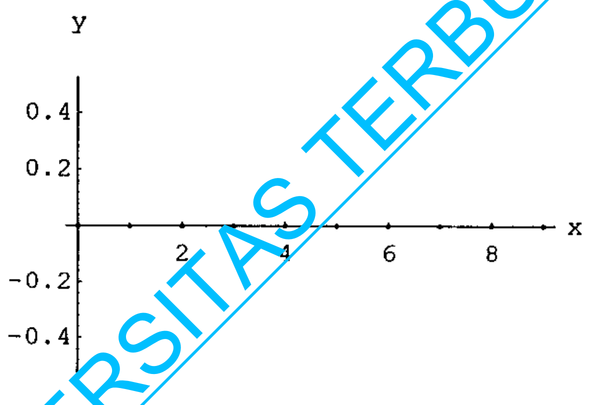
Gambar 27 : Grafik λ jika kendala 2 berubah

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf



Gambar 28 : Grafik z jika kendala 2 berubah



Gambar 29 : Selisih kenaikan z jika kendala 2 berubah

Tabel 18 menyatakan perubahan nilai λ dan z jika kendala 3 diubah sedangkan kendala 1 ,2 dan 4 mempunyai nilai tertentu. Tabel 18 diperjelas oleh gambar 30 yang menyatakan kenaikan nilai λ , gambar 31 yang menyatakan kenaikan nilai z dan gambar 32 yang menyatakan kenaikan nilai z pada tiap iterasi.

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

UNIVERSITAS TERBUKA

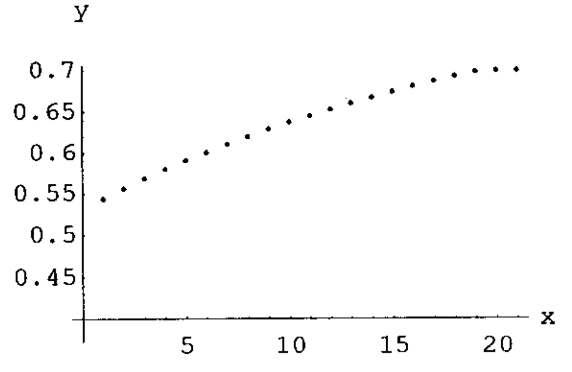
80739.pdf

Tabel 18. Pengaruh perubahan nilai kendala 3 (c_1 = 10.25, c_2 = 60.5 , c_4 =44.5)

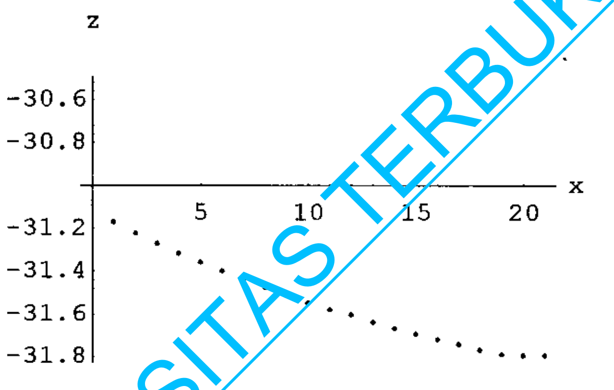
Iterasi ke - i	c_3	x	y	λ	z	$z_{i+1}-z_i$
1	18.25	13.0571	5.0571	0.5429	-31.1713	0.0509
2	18.5	13	5.2222	0.5556	-31.2222	0.048
3	18.75	12.9459	5.3784	0.5676	-31.2702	0.0455
4	19	12.8947	5.5263	0.5789	-31.3157	0.0434
5	19.25	12.8462	5.6667	0.5897	-31.3591	0.0409
6	19.5	12.8	5.8	0.6	-31.4	0.039
7	19.75	12.7561	5.9268	0.6098	-31.439	0.0372
8	20	12.7143	6.0476	0.6191	-31.4762	0.0354
9	20.25	12.6744	6.1628	0.6279	-31.5116	0.0339
10	20.5	12.6364	6.2727	0.6364	-31.5455	0.0323
11	20.75	12.6	6.3778	0.6444	-31.5778	0.0249
12	21	12.5652	6.4783	0.6522	-31.6027	0.0356
13	21.25	12.5319	6.5745	0.6598	-31.6383	0.0284
14	21.5	12.5	6.6667	0.6667	-31.6667	0.0272
15	21.75	12.4694	6.6735	0.6735	-31.6939	0.0261
16	22	12.44	6.84	0.668	-31.72	0.0252
17	22.25	12.4118	6.9216	0.6863	-31.7452	0.0240
18	22.5	12.3846	7	0.6923	-31.7692	0.0233
19	22.75	12.3585	7.0755	0.6981	-31.7925	0.004
20	23	12.354	7.0885	0.6991	-31.7965	0
21	23.25	12.354	7.0885	0.6991	-31.7965	

UNIVERSITAS TERBUKA

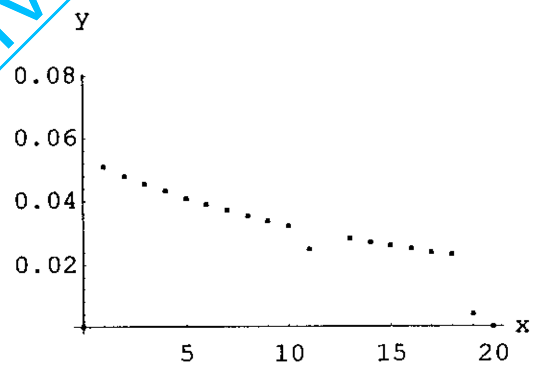
Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka



Gambar 30 : Grafik λ jika kendala 3 berubah



Gambar 31 : Grafik z jika kendala 3 berubah



Gambar 32 : Selisih kenaikan z jika kendala 3 berubah

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

Tabel 19 menyatakan perubahan nilai λ dan z jika kendala 4 diubah sedangkan kendala 1 , 2 dan 3 mempunyai nilai tertentu. Tabel 19 diperjelas oleh gambar 33 yang menyatakan kenaikan nilai λ , gambar 34 yang menyatakan kenaikan nilai z dan gambar 35 yang menyatakan kenaikan nilai z pada tiap iterasi.

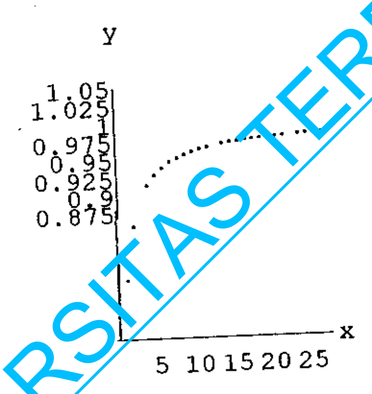
Tabel 19. Pengaruh perubahan nilai kendala 4 (c_1 = 10.25 , c_2 =60.5 ,c_3 = 18.5)

Iterasi ke - i	c_4	x	y	λ	z	$z_{i+1}-z_i$
1	54	14.027	4.0811	0.7838	-32.1351	0.3035
2	64	14.3684	3.7018	0.8597	-32.4386	0.1459
3	74	14.5325	3.5195	0.8961	-32.5845	0.0857
4	84	14.6289	3.4124	0.9175	-32.6702	0.0563
5	94	14.6289	3.3419	0.9316	-32.7265	0.0201
6	104	14.7273	3.292	0.9416	-32.7466	0.0496
7	114	14.7707	3.2548	0.949	-32.7962	0.023
8	124	14.7966	3.226	0.9548	-32.8192	0.0185
9	134	14.8173	3.2031	0.9594	-32.8337	0.0188
10	144	14.8341	3.1843	0.9631	-32.8525	0.0125
11	154	14.8481	3.1688	0.9662	-32.865	0.0104
12	164	14.8599	3.1556	0.9688	-32.8754	0.009
13	174	14.87	3.1444	0.9711	-32.8844	0.0078
14	184	14.8788	3.1346	0.9731	-32.8922	0.0068
15	194	14.8864	3.1262	0.9748	-32.899	0.0061
16	204	14.8932	3.1187	0.9763	-32.9051	0.0053

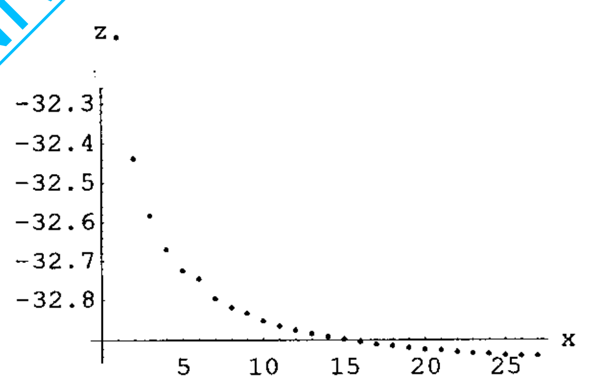
UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

17	214	14.8992	3.112	-.9776	-32.9104	0.0047
18	224	14.9045	3.1061	0.9788	-32.9151	0.0043
19	234	14.9093	3.1008	0.9799	-32.9194	0.0039
20	244	14.9137	3.0959	0.9808	-32.9233	0.0022
21	254	14.9176	3.0915	0.9817	-32.9255	0.0044
22	264	14.9212	3.0875	0.9825	-32.9299	0.0029
23	274	14.9245	3.0838	0.9832	-32.9328	0.0029
24	284	14.9276	3.0805	0.9839	-32.9357	0.0025
25	294	14.9304	3.0774	0.9845	-32.9382	0.0023
26	304	14.933	3.0745	0.9851	-32.9405	0
27	314	14.933	3.0745	0.9851	-32.9405	



Gambar 33 : Grafik λ jika kendala 4 berubah

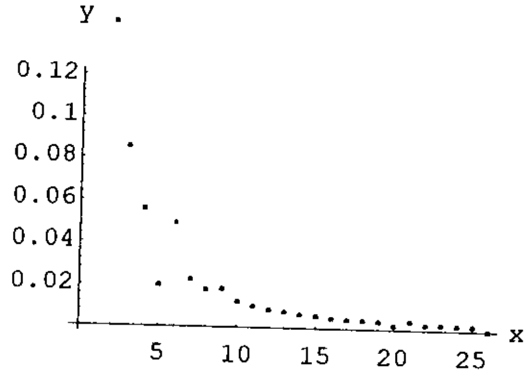


Gambar 34 : Grafik z jika kendala 4 berubah

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf



Gambar 35 : Selisih kenaikan z jika kendala 4 berubah

UNIVERSITAS TERBUKA

Contoh 4 :

Minimum $z = 3x_1+2x_2$

dengan kendala $4x_1+x_2 \geq 12$

$x_1+x_2 \leq 6$

$x_1+3x_2 \geq 9$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

Penyelesaian optimal untuk masalah diatas adalah

$x_1=2.4545$, $x_2=2.1818$ min $z = 11.7273$

Disamping memberikan nilai tertentu pada ruas kanan kendala seperti pada program linier konvensional, diasumsikan bahwa pengambil keputusan mempunyai fungsi objektif kabur dan kendala kabur seperti pada Tabel 20.

Tabel 20 : Kendala konvensional dan kendala kabur

	Konvensional	PLK $\mu=0$	PLK $\mu = 1$

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

Fungsi Objektif	11.7273	12	10
Kendala 1	12	11	12
Kendala 2	6	7	6
Kendala 3	9	8	9

Dengan mengasumsikan fungsi keanggotaan linier dari $\mu = 0$ sampai $\mu = 1$, formulasi program linier kabur yang fleksibel dapat ditransformasikan dalam bentuk program linier konvensional berikut :

maks λ

dengan kendala

$1.5x_1+x_2+\lambda \leq 6$

$-4x_1-x_2+\lambda \leq -11$

$x_1+x_2+\lambda \leq 7$

$-x_1-3x_2+\lambda \leq -8$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

Masalah tersebut diselesaikan dengan mempergunakan Mathematica, didapat penyelesaian optimal :

$x_1=2.3529,\ x_2=2.0294,\ \lambda = 0.4412$

Pada Tabel 21, terdapat hubungan penyelesaian optimal masalah program linier konvensional dengan masalah program linier kabur.

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

Tabel 21: Penyelesaian Program Linier Konvensional dan Program Linier Kabur

Program Linier Konvensional	Program Linier Kabur
$x_1 = 2.4545$	$x_1 = 2.3529$
$x_2 = 2.1818$	$x_2 = 2.0294$
$z = 11.7273$	$z = 11.4412$
Kendala	Kendala
1 : 12	1 : 11.4412
2 :6	2 : 4.3824
3 :9	3 : 8.4412

Jika kendala asal diperlunak menjadi beberapa nilai seperti pada Tabel 22, akan didapat nilai yang optimal untuk masing masing kendala.

Tabel 22. Nilai optimal untuk Program Linier Kabur dengan beberapa kendala

	PLK $\mu = 0$	PLK $\mu = 0$	PLK $\mu = 0$
Kendala 1	11.5	11	10.5
Kendala 2	6.5	7	7.5
Kendala 3	8.5	8	7
x_1^*	2.3929	2.3529	2.325
x_2^*	2.0893	2.0292	1.9875
λ	0.3214	0.4412	0.525
z	11.3573	11.1175	10.95
c_1^*	11.6609	11.441	11.2875

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

c_2^*	4.4822	4.3823	4.3125
c_3^*	8.6608	8.4411	8.2875

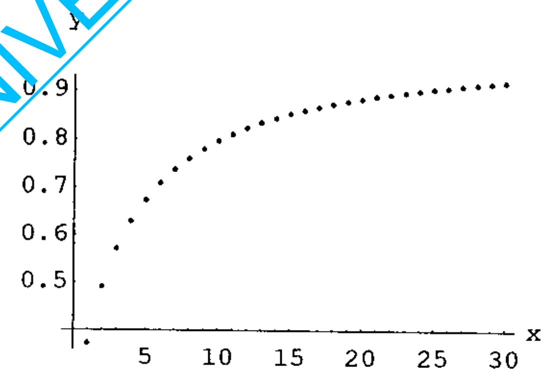
Secara khusus, akan dilihat bagaimana pengaruh perubahan konstanta jika suatu kendala tertentu diubah dan kendala lainnya mempunyai nilai tertentu. Tabel 23 menyatakan perubahan nilai λ dan z jika kendala 1 diubah sedangkan kendala 2 dan 3 mempunyai nilai tertentu. Tabel 23 diperjelas oleh gambar 36 yang menyatakan kenaikan nilai λ , gambar 37 yang menyatakan kenaikan nilai z dan gambar 38 yang menyatakan kenaikan nilai z pada tiap iterasi.

Tabel 23. Pengaruh perubahan nilai kendala 1 (c_2 = 8.25, c_3 = 8.75)

Iterasi ke - i	c_1	x	y	λ	z	$z_i - z_{i+1}$
1	11	2.2975	2.1818	0.3719	11.2561	0.236
2	10	2.1879	2.2282	0.4899	11.0201	0.1613
3	9	2.113	2.2599	0.5706	10.8588	0.1175
4	8	2.0585	2.2829	0.6293	10.7413	0.0889
5	7	2.0172	2.3004	06738	10.6524	0.0699
6	6	1.9847	2.3142	0.7088	10.5825	0.0564
7	5	1.9585	2.3253	0.737	10.5261	0.0466
8	4	1.9369	2.3344	0.7603	10.4795	0.0399
9	3	1.9188	2.342	0.7797	10.4404	0.0332
10	2	1.9034	2.3485	0.7962	10.4072	0.0281
11	1	1.8903	2.3541	0.8105	10.3791	0.0247
12	0	1.8788	2.359	0.8228	10.3544	0.0219
13	-1	1.8687	2.3631	0.8337	10.3325	0.0188

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

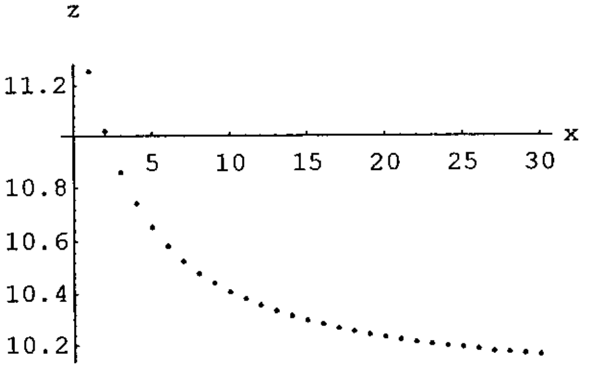
14	-2	1.8599	2.367	0.8433	10.3137	0.0172
15	-3	1.8519	2.3704	0.8519	10.2965	0.0156
16	-4	1.8447	2.3734	0.8595	10.2809	0.0138
17	-5	1.8383	2.3761	0.8664	10.2671	0.0124
18	-6	1.8325	2.3786	0.8727	10.2547	0.0115
19	-7	1.8272	2.3808	0.8784	10.2432	0.0102
20	-8	1.8224	2.3829	0.8836	10.233	0.0099
21	-9	1.8179	2.3847	0.8884	10.2231	0.0087
22	-10	1.8138	2.3865	0.8928	10.2144	0.0082
23	-11	1.81	2.3881	0.8969	10.2062	0.0077
24	-12	1.8065	2.3895	0.9007	10.1985	0.0068
25	-13	1.8033	2.3909	0.9042	10.1917	0.0067
26	-14	1.8002	2.3922	0.9074	10.185	0.0084
27	-15	1.7974	2.3934	0.9105	10.1766	0.0032
28	-16	1.7948	2.3945	0.9133	10.1734	0.0053
29	-17	1.7923	2.3956	0.916	10.1681	0.0052
30	-18	1.7899	2.3966	0.9185	10.1629	



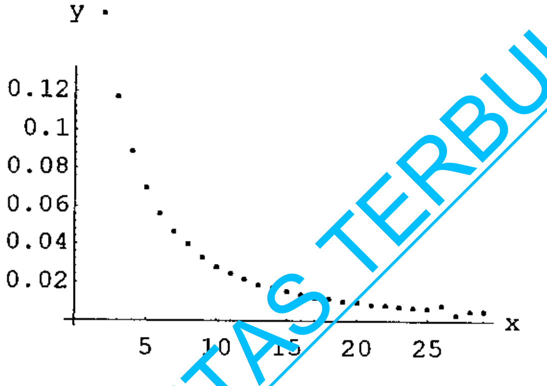
Gambar 36 : Grafik λ jika kendala 1 berubah

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf



Gambar 37 : Grafik z jika kendala 1 berubah



Gambar 38 : Selisih kenaikan z jika kendala 1 berubah

Tabel 24 menyatakan perubahan nilai λ dan z jika kendala 2 diubah sedangkan kendala 1 dan 3 mempunyai nilai tertentu. Tabel 24 diperjelas oleh gambar 39 yang menyatakan kenaikan nilai λ , gambar 40 yang menyatakan kenaikan nilai z dan gambar 41 yang menyatakan kenaikan nilai z pada tiap iterasi.

Tabel 24. Pengaruh perubahan nilai kendala 2 (c_1 = 11.75, c_3 = 8.75)

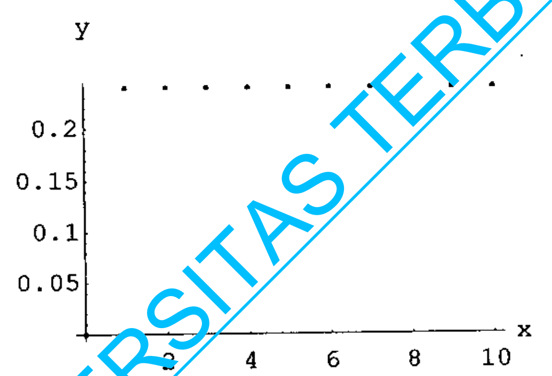
Iterasi	c_2	x	y	λ	z	$z_i - z_{i+1}$

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

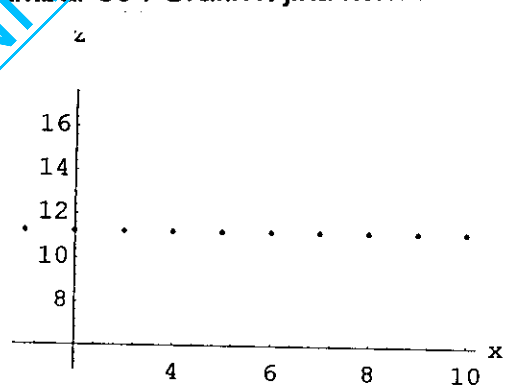
UNIVERSITAS TERBUKA

80739.pdf

ke - i	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1	6.25	2.13	2.42	0.24	11.23	0
2	6.5	2.13	2.42	0.24	11.23	0
3	6.75	2.13	2.42	0.24	11.23	0
4	7	2.13	2.42	0.24	11.23	0
5	7.25	2.13	2.42	0.24	11.23	0
6	7.75	2.13	2.42	0.24	11.23	0
7	8	2.13	2.42	0.24	11.23	0
8	8.25	2.13	2.42	0.24	11.23	0
9	8.5	2.13	2.42	0.24	11.23	0
10	8.75	2.13	2.42	0.24	11.23	



Gambar 39 : Grafik λ jika kendala 2 berubah

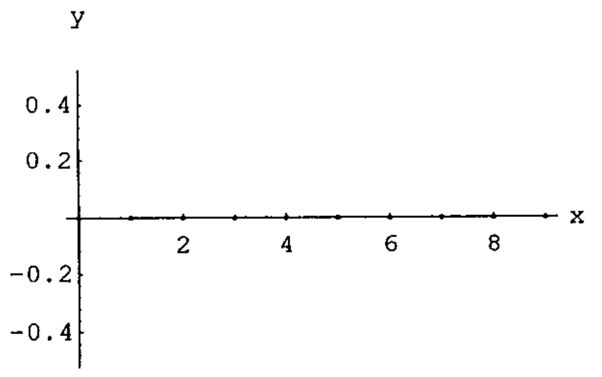


Gambar 40 : Grafik z jika kendala 2 berubah

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf



Gambar 41 : Selisih kenaikan z jika kendala 2 berubah

Tabel 25 menyatakan perubahan nilai λ dan z jika kendala 3 diubah sedangkan kendala 1 dan 2 mempunyai nilai tertentu. Tabel 25 diperjelas oleh gambar 42 yang menyatakan kenaikan nilai λ, gambar 43 yang menyatakan kenaikan nilai z dan gambar 44 yang menyatakan kenaikan nilai z pada tiap iterasi.

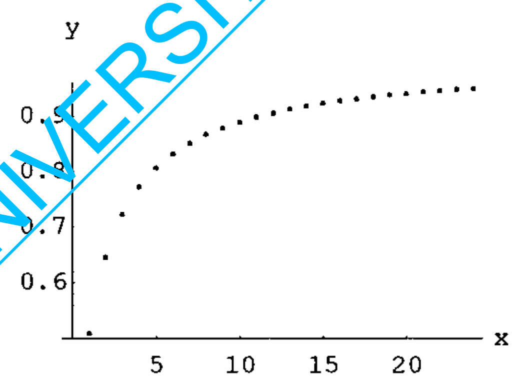
UNIVERSITAS TERBUKA

Tabel 25. Pengaruh perubahan nilai kendala 3 (c_1 = 11.75, c_2 =6.25)

Iterasi ke - i	c_3	x	y	λ	z	$z_{i+1}-z_i$
1	6	2.5548	1.6581	0.5097	10.9806	0.2135
2	3	2.6233	1.4186	0.6465	10.7071	0.1549
3	0	2.6618	1.2834	0.7236	10.5522	0.0984
4	-3	2.6866	1.197	0.7731	10.4538	0.069
5	-6	2.7038	1.1367	0.8076	10.3848	0.0507
6	-9	2.7165	1.0923	0.833	10.3341	0.0389
7	-12	2.7262	1.0583	0.8524	10.2952	0.0309
8	-15	2.7339	1.0313	0.8678	10.2643	0.0247
9	-18	2.7402	1.0095	0.8803	10.2396	0.0209

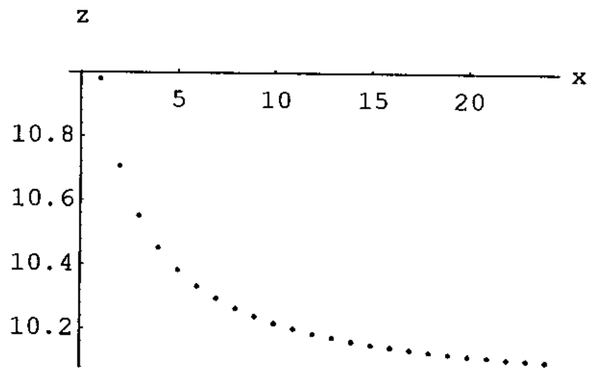
Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

10	-21	2.7453	0.9914	0.8906	10.2187	0.0172
11	-24	2.7497	0.9762	0.8993	10.2015	0.0149
12	-27	2.7534	0.9632	0.9067	10.1866	0.0128
13	-30	2.7566	0.952	0.9131	10.1738	0.011
14	-33	2.7594	0.9423	0.9187	10.1628	0.01
15	-36	2.7618	0.9337	0.9236	10.1528	0.0086
16	-39	2.764	0.9261	0.928	10.1442	0.0079
17	-42	2.7659	0.9193	0.9318	10.1363	0.0068
18	-45	2.7677	0.9132	0.9353	10.1295	0.0065
19	-48	2.7692	0.9077	0.9385	10.123	0.0055
20	-51	2.7702	0.9027	0.9413	10.1175	0.0051
21	-54	2.772	0.8982	0.9439	10.1124	0.0051
22	-57	2.7731	0.894	0.9463	10.1073	0.0043
23	-60	2.7742	0.8902	0.9485	10.103	0.0032
24	-63	2.7752	0.8866	0.9505	10.0988	

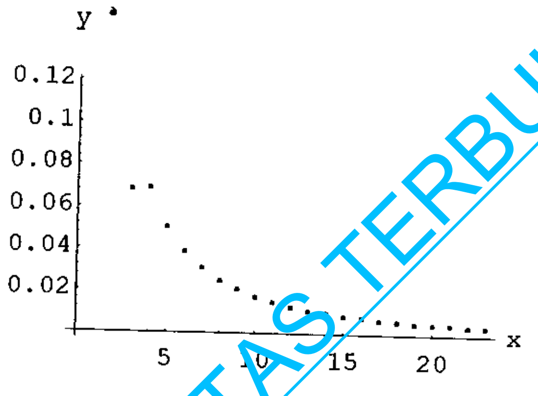


Gambar 42 : Grafik λ jika kendala 3 berubah

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka



Gambar 43 : Grafik z jika kendala 3 berubah



Gambar 44 : Selisih kenaikan z jika kendala 3 berubah

UNIVERSITAS TERBUKA

Contoh 5 :

Minimum $z = x_1+2x_2$

dengan kendala

$$x_1+x_2 \geq 6$$

$$5x_1+x_2 \geq 10$$

$$x_1+2x_2 \geq 8$$

$$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$$

Penyelesaian optimal untuk masalah diatas adalah

$x_1 = 4$, $x_2 = 2$ min $z = 8$

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

Disamping memberikan nilai tertentu pada ruas kanan kendala seperti pada program linier konvensional, diasumsikan bahwa pengambil keputusan mempunyai fungsi objektif kabur dan kendala kabur seperti pada Tabel 26.

Tabel 26 : Kendala konvensional dan kendala kabur

	Konvensional	PLK μ=0	PLK $\mu = 1$
Fungsi Objektif	8	9	6
Kendala 1	6	5	6
Kendala 2	10	8	10
Kendala 3	8	7	8

UNIVERSITAS TERBUKA

Dengan mengasumsikan fungsi keanggotaan linier dari $\mu = 0$ sampai $\mu = 1$, formulasi program linier kabur yang fleksibel dapat ditransformasikan dalam bentuk program linier konvensional berikut :

maks λ

dengan kendala

$0.3333x_1+0.6666x_2+\lambda \leq 3$

$-x_1-x_2+\lambda \leq -5$

$-5x_1-x_2+\lambda \leq -4$

$-x_1-2x_2+\lambda \leq -7$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

Masalah tersebut diselesaikan dengan mempergunakan Mathematica, didapat penyelesaian optimal :

x_1=3.5, x_2=2, λ = 0.5

Pada Tabel 27, terdapat hubungan penyelesaian optimal masalah program linier konvensional dengan masalah program linier kabur.

Tabel 27: Penyelesaian Program Linier Konvensional dan Program Linier Kabur

Program Linier Konvensional	Program Linier Kabur
x_1 = 4	x_1 = 3.5
x_2 = 2	x_2 = 2
z = 8	z = 7.5
Kendala	Kendala
1 : 6	1 : 5.5
2 : 10	2 : 19.5
3 :8	3 : 7.5

UNIVERSITAS TERBUKA

Jika kendala asal diperlunak menjadi beberapa nilai seperti pada Tabel 28, akan didapat nilai yang optimal untuk masing masing kendala.

Tabel 28. Nilai optimal untuk Program Linier Kabur dengan beberapa kendala

	PLK $\mu = 0$	PLK $\mu = 0$	PLK $\mu = 0$
Kendala 1	5.5	5	4.5

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

Kendala 2	9	8	7.5
Kendala 3	7.5	7	6.5
x_1^*	3.7143	3.5	3.3333
x_2^*	2	2	2
λ	0.4286	0.5	0.5556
z	7.7143	7.5	7.3333
c_1^*	5.7143	5.5	5.3333
c_2^*	20.5715	19.5	18.6665
c_3^*	7.7143	7.5	7.3333

Secara khusus, akan dilihat bagaimana pengaruh perubahan konstanta jika suatu kendala tertentu diubah dan kendala lainnya mempunyai nilai tertentu. Tabel 29 menyatakan perubahan nilai λ dan z jika kendala 1 diubah sedangkan kendala 2 dan 3 mempunyai nilai tertentu. Tabel 29 diperjelas oleh gambar 45 yang menyatakan kenaikan nilai λ , gambar 46 yang menyatakan kenaikan nilai z dan gambar 47 yang menyatakan kenaikan nilai z pada tiap iterasi.

UNIVERSITAS TERBUKA

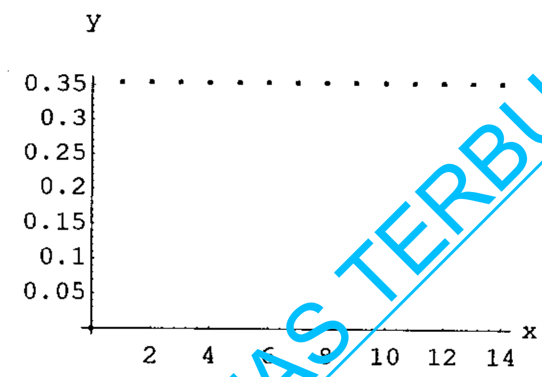
Tabel 29. Pengaruh perubahan nilai kendala 1 (c_2 = 9.8, c_3 = 7.9)

Iterasi ke - i	c_1	x	y	λ	z	$z_{i+1}-z_i$
1	5.9	3.9355	2	0.3548	7.9355	0
2	5.8	3.8065	2.0645	0.3548	7.9355	-0.0003
3	5.7	3.6772	2.129	0.3548	7.9352	0.0004
4	5.6	3.5484	2.1936	0.3548	7.9356	-0.0002
5	5.5	3.4194	2.258	0.3548	7.9354	0.0001
6	5.4	3.2903	2.3236	0.3548	7.9355	0

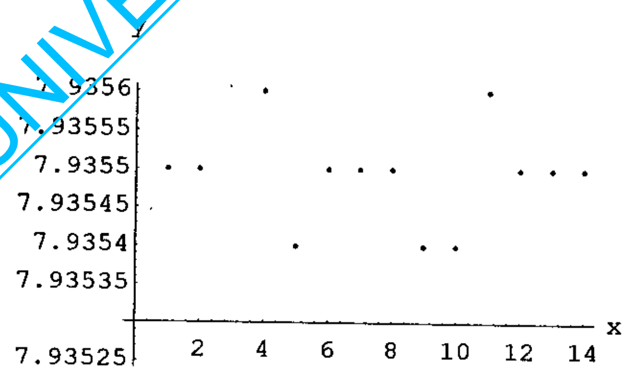
Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

7	5.3	3.1613	2.3871	0.3548	7.9355	0
8	5.2	3.0323	2.4516	0.3548	7.9355	0
9	5.1	2.9032	2.5161	0.3548	7.9354	-0.0001
10	5	2.7742	2.5806	0.3548	7.9354	0
11	4.9	2.6452	2.6452	0.3548	7.9356	0.0002
12	4.8	2.5161	2.7097	0.3548	7.9355	-0.0001
13	4.7	2.3871	2.7742	0.3548	7.9355	0
14	4.6	2.25821	2.8387	0.3548	7.9355	



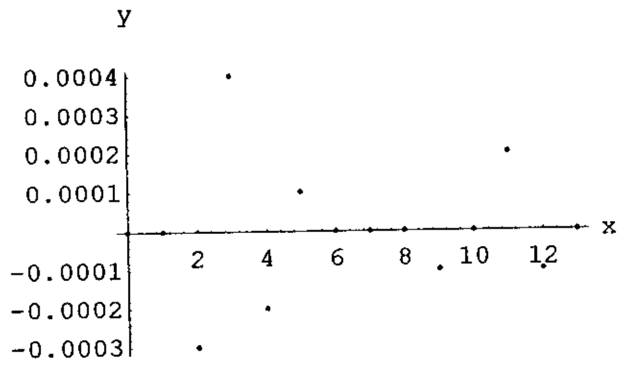
Gambar 45 : Grafik λ jika kendala 1 berubah



Gambar 46 : Grafik z jika kendala 1 berubah

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka



Gambar 47 : Selisih kenaikan z jika kendala 1 berubah

Tabel 30 menyatakan perubahan nilai λ dan z jika kendala 2 diubah sedangkan kendala 1 dan 3 mempunyai nilai tertentu. Tabel 30 diperjelas oleh gambar 48 yang menyatakan kenaikan nilai λ , gambar 49 yang menyatakan kenaikan nilai z dan gambar 50 yang menyatakan kenaikan nilai z pada tiap iterasi.

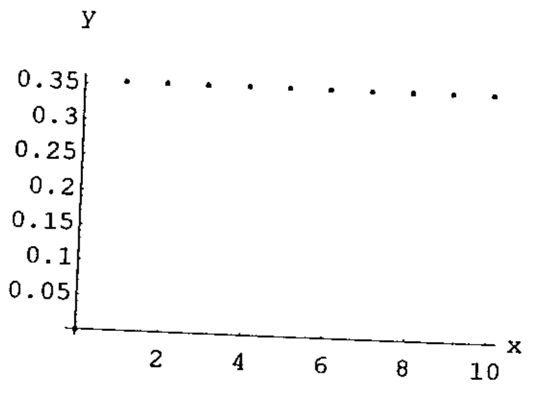
Tabel 30. Pengaruh perubahan nilai kendala 2 (c_1 = 5.9, c_3 = 7.9)

Iterasi ke - i	c_2	x	y	λ	z	$z_{i+1}-z_i$
1	9.8	3.9555	2	0.3548	7.9355	0
2	9.6	3.9555	2	0.3548	7.9355	0
3	9.4	3.9555	2	0.3548	7.9355	0
4	9.2	3.9555	2	0.3548	7.9355	0
5	9	3.9555	2	0.3548	7.9355	0
6	8.8	3.9555	2	0.3548	7.9355	0
7	8.6	3.9555	2	0.3548	7.9355	0
8	8.4	3.9555	2	0.3548	7.9355	0

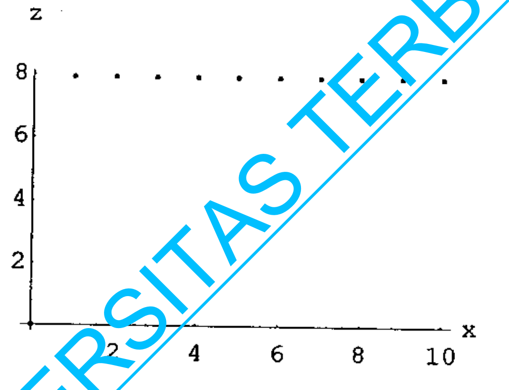
UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

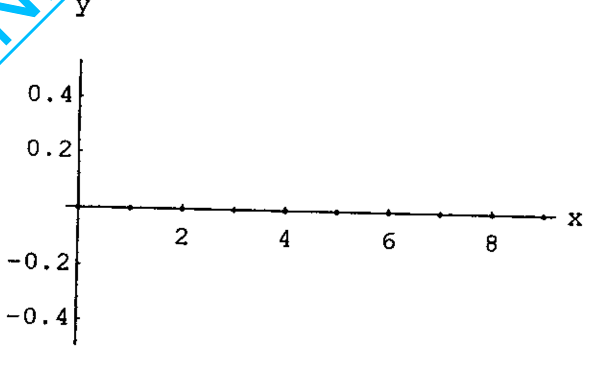
9	8.2	3.9555	2	0.3548	7.9355	0
10	8	3.9555	2	0.3548	7.9355	



Gambar 48 : Grafik λ jika kendala 2 berubah



Gambar 49 : Grafik z jika kendala 2 berubah



Gambar 50 : Selisih kenaikan z jika kendala 2 berubah

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

Tabel 31 menyatakan perubahan nilai λ dan z jika kendala 3 diubah sedangkan kendala 1 dan 2 mempunyai nilai tertentu. Tabel 31 diperjelas oleh gambar 51 yang menyatakan kenaikan nilai λ , gambar 52 yang menyatakan kenaikan nilai z dan gambar 53 yang menyatakan kenaikan nilai z pada tiap iterasi.

Tabel 31. Pengaruh perubahan nilai kendala 3 (c_1 = 5.9, c_2 = 9.8)

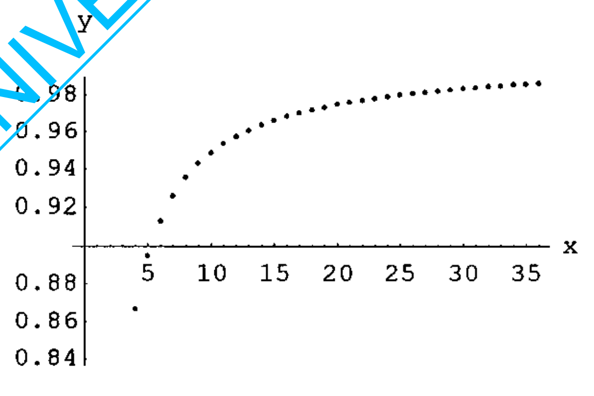
Iterasi ke - i	c_3	x	y	λ	z	$z_{i+1}-z_i$
1	4	5.0857	0.8857	0.7143	6.8571	0.3117
2	0	5.4182	0.5636	0.8182	6.5454	0.1455
3	-4	5.5733	0.4133	0.8667	6.3999	0.0841
4	-8	5.6632	0.3263	0.8947	6.3158	0.0549
5	-12	5.7217	0.2696	0.913	6.2609	0.0387
6	-16	5.763	0.2296	0.9259	6.2222	0.0286
7	-20	5.7936	0.2	0.9355	6.1936	0.0223
8	-24	5.8171	0.1879	0.9428	6.1713	0.0174
9	-28	5.8259	0.159	0.9487	6.1539	0.0143
10	-32	5.8512	0.1442	0.9535	6.1396	0.012
11	-36	5.8638	0.1319	0.9575	6.1276	0.0099
12	-40	5.8745	0.1216	0.9608	6.1177	0.0087
13	-44	5.8836	0.1127	0.9636	6.109	0.0073
14	-48	5.8915	0.1051	0.9661	6.1017	0.0065
15	-52	5.8984	0.0984	0.9683	6.0952	0.0057
16	-56	5.9045	0.0925	0.9702	6.0895	0.005
17	-60	5.9099	0.0873	0.9718	6.0845	0.0044
18	-64	5.9147	0.0827	0.9733	6.0801	0.0041

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

19	-68	5.919	0.0785	0.9747	6.076	0.0037
20	-72	5.92229	0.0747	0.9759	6.0723	0.0033
21	-76	5.9264	0.0713	0.977	6.069	0.0031
22	-80	5.9297	0.0681	0.978	6.0659	0.0029
23	-84	5.9326	0.0652	0.9789	6.063	0.0024
24	-88	5.9354	0.0626	0.9799	6.0606	0.0023
25	-92	5.9379	0.0602	0.9806	6.0583	0.0023
26	-96	5.9402	0.0579	0.9813	6.056	0.0019
27	-100	5.9423	0.0559	0.982	6.0541	0.0019
28	-104	5.9444	0.0539	0.9826	6.0522	0.0018
29	-108	5.9462	0.0521	0.9831	6.0504	0.0018
30	-112	5.9478	0.0504	0.9837	6.0486	0.0014
31	-116	5.9496	0.0488	0.9843	6.0472	0.0016
32	-120	5.9512	0.0472	0.9847	6.0456	0.0012
33	-124	5.9526	0.0459	0.9852	6.0444	0.0012
34	-128	5.954	0.0446	0.9856	6.0432	0.0012
35	-132	5.9552	0.0434	0.986	6.042	

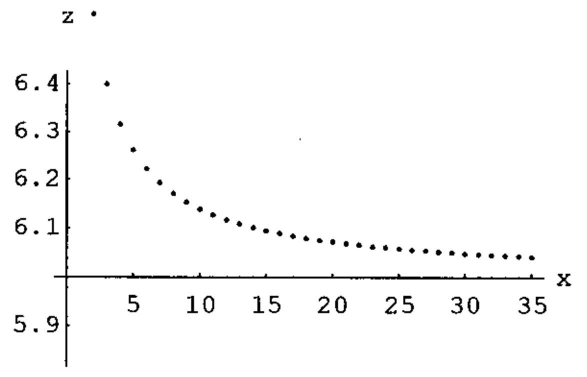


Gambar 51 : Grafik λ jika kendala 3 berubah

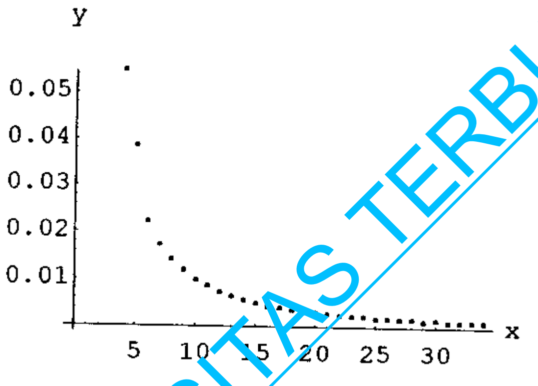
UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf



Gambar 52 : Grafik z jika kendala 3 berubah



Gambar 53 : Selisih kenaikan z jika kendala 3 berubah

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

BAB V
KESIMPULAN

1. Dengan mempergunakan pendekatan kabur, akan didapat suatu penyelesaian yang optimal yang lebih baik dibandingkan dengan program linier konvensional.
2. Apabila daerah penyelesaian asal diperluas, akan diperoleh nilai optimal baru. Untuk masalah program linier yang mencari nilai maksimum, kenaikan nilai optimal sebanding dengan kenaikan nilai kendala. Untuk masalah program linier yang mencari nilai minimum, penurunan nilai optimal sebanding dengan penurunan nilai kendala.
3. Jika daerah penyelesaian asal semakin diperluas, nilai z tidak banyak berubah.
4. Pada iterasi ke -n , nilai z merupakan nilai stasioner yang tidak bisa naik/turun lagi.
5. Kenaikan nilai z dan λ menyerupai fungsi eksponensial.

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

Daftar Pustaka :

Sakawa, *Fuzzy Sets and Interactive Multiobjective Optimization*, Plenum, 1993

Toshiro Terano, Kiyoji Asai, Michio Sugeno, *Fuzzy System Theory and Its Applications* , Academic Press, 1992

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka

80739.pdf

RIWAYAT HIDUP PENELITI

Nama	: Dra Lintang Patria
NIP	: 132052359
Unit	: Jurusan Matematika FMIPA UT
Tempat /Tgl lahir	: Mojokerto, 30 Oktober 1968
Pendidikan	: S1, Matematika, ITS, 1991
Pengalaman Penelitian	: -

UNIVERSITAS TERBUKA

Koleksi Perpustakaan Universitas Terbuka