

**Universität
Rostock**



Traditio et Innovatio

Fakultät für Informatik und Elektrotechnik
Institut für Nachrichtentechnik

Bachelorarbeit

Über den Einfluss der Fensterung von
Sweep-Signalen bei der Messung von
Raumimpulsantworten

Autor: Franz Plocksties

1.Gutachter: Prof. Dr. -Ing. Sascha Spors

2.Gutachter: M.Sc. Frank Schultz

Bearbeitungszeitraum: 30.03.2015 - 22.06.2015

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Einleitung | 3 |
| 2 | Synthese von Sweep-Signalen | 5 |
| 2.1 | Konstruktion im Zeitbereich | 5 |
| 2.1.1 | Lineares Sweep-Signal | 5 |
| 2.1.2 | Exponentielles Sweep-Signal (ESS) | 8 |
| 2.2 | Phase-Controlled ESS | 11 |
| 2.3 | Konstruktion im Frequenzbereich | 14 |
| 3 | Systemidentifikation | 17 |
| 4 | Vom Wesen der Fensterung | 20 |
| 5 | Implementierung | 27 |
| 5.1 | Validierung der Software anhand eines bekannten FIR-Filters | 27 |
| 5.1.1 | Theoretische Betrachtung des Device Under Test | 27 |
| 5.1.2 | Simulation des Device Under Test unter idealen Bedingungen | 28 |
| 5.1.3 | Simulation des Device Under Test unter Einfluss des Rauschens | 32 |
| 5.2 | Berechnung des Signal-Rausch-Verhältnisses | 32 |
| 5.2.1 | Einfluss der Mittelungslänge auf das PNR | 36 |
| 5.2.2 | Einfluss der Anregungslänge auf das PNR | 37 |
| 6 | Der Einfluss der Fensterung von Sweep-Signalen | 38 |
| 6.1 | Die Autokorrelation als Qualitätsmaß | 38 |
| 6.2 | Die Güte der Impulsantwort in Abhängigkeit der Fade-in- und Fade-out-Zeiten | 41 |
| 6.2.1 | Der Dirac-Impuls als FIR-Filter | 43 |
| 6.2.2 | Die Bandsperre als IIR-Filter | 45 |
| 6.2.3 | Der bandbegrenzte Sweep | 47 |
| 6.3 | Auswertung der Messungen | 49 |
| 7 | Zusammenfassung | 50 |
| A | Anhang | 51 |
| A.1 | Zeitdiskrete Fouriertransformation | 51 |
| A.2 | Diskrete Fouriertransformation | 51 |
| A.3 | Diskrete Faltung | 51 |
| A.4 | Dirac-Impuls | 51 |

| | | |
|-----|--|----|
| A.5 | Auto- und Kreuzkorrelation | 52 |
| A.6 | Auto- und Kreuzleistungsdichtespektrum | 52 |

1 Einleitung

Schon seit Beginn der 1950er Jahre hat sich die Messung von Impulsantworten zur Bestimmung der akustischen Eigenschaften eines Raumes etabliert. Dazu wurden mit der Zeit Verfahren entwickelt, die das Klangbild des Raumes immer besser charakterisierten [Far07b]. Kennzeichnend für einen Raum, unter Annahme eines linearen, zeitinvarianten Systems (kurz: LTI (**L**inear **T**ime **I**nvariant)), ist seine Impulsantwort $h(t)$. Dabei gewinnt die präzise Messung dieser Impulsantwort durch weiter anwachsende audioteknische Anwendungen (z.B. Auralisation) immer mehr an Bedeutung. Besonders in der Audiosignalverarbeitung - bei der Darstellung einer virtuellen Realität - haben Raumimpulsantworten eine hohe Relevanz. Zudem können aus Impulsantworten raumakustische Gütemaße berechnet werden. Ein messtechnisches Maß für die Güte der gemessenen Impulsantwort spiegelt dabei das Signal-Rausch-Verhältnis (kurz: SNR (**S**ignal to **N**oise **R**atio)) wider. Eine Methode, um die Impulsantwort eines akustischen Systems zu bestimmen, ist den Raum mit einem Eingangssignal anzuregen und das Ausgangssignal zu messen. Neben verschiedenen Anregungssignalen wie z.B. die MLS (engl. **M**aximum **L**ength **S**equence) (vgl. [MM01, Kap. 21.2.3]) haben sich heute Sweep-Signale durchgesetzt. In Ausblick auf Kap. 2 wird ihre Synthese im Zeit- und Frequenzbereich beschrieben. Bei dieser Synthese im Zeitbereich ist der Frequenzgang jedoch von Welligkeiten charakterisiert. Eine Möglichkeit, diese Welligkeiten zu verringern, ist ein Sweep-Signal zu fenstern, welche Thematik in Kap. 4 behandelt wird. Um den Einfluss der Fensterung auf Sweep-Signale kenntlich zu machen, wurde im Rahmen dieser Bachelorarbeit eine Software implementiert (vgl. Kap. 5), die einen in der Realität vorkommenden Messaufbau (s. Abb. 1) simuliert. Die Ergebnisse der Simulation werden in Kap. 6 vorgestellt.

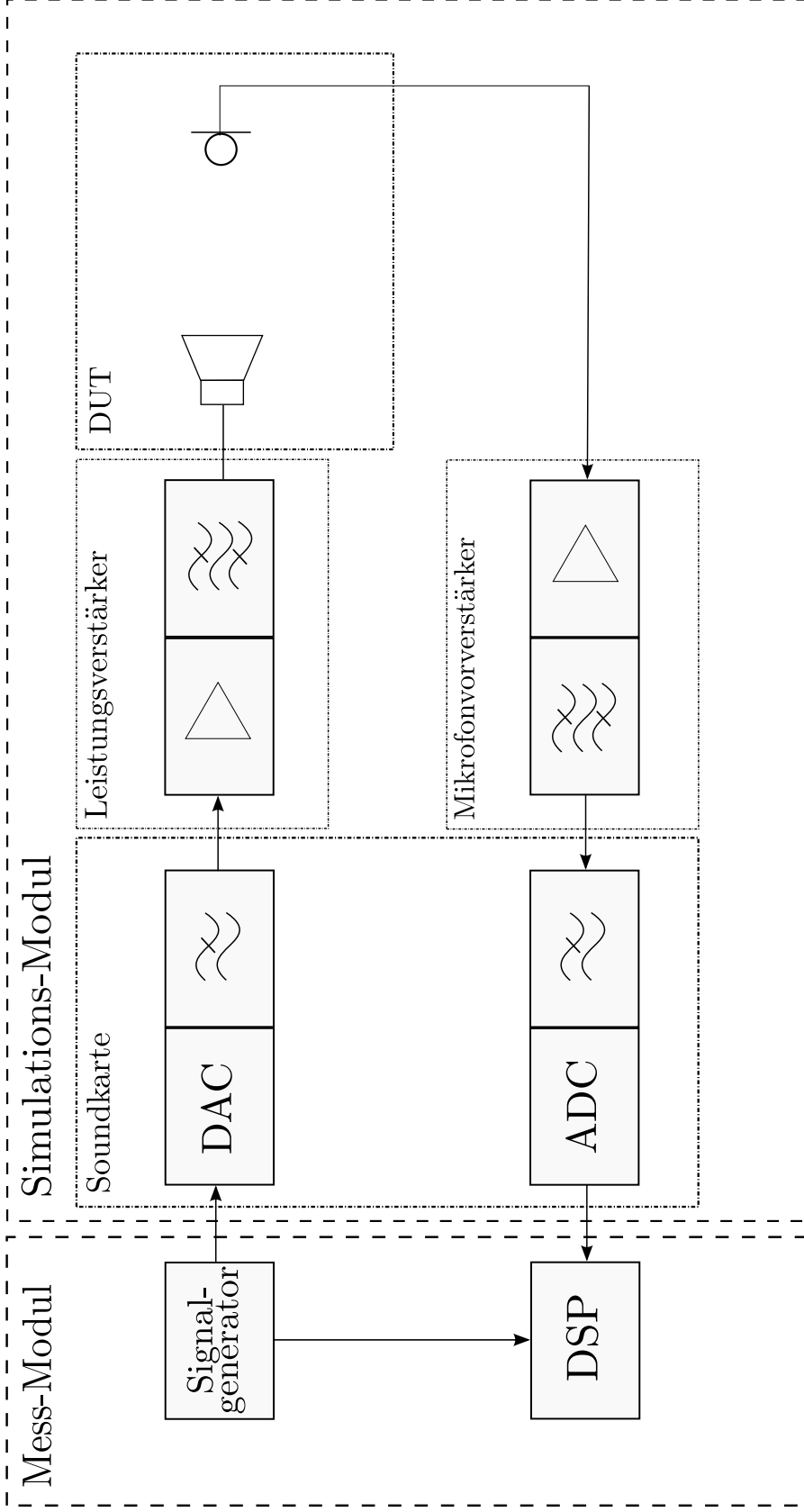


Abbildung 1: Das digitale Signal des Signalgenerators wird vom DAC (**D**igital **t**o-**A**nalog-**C**onverter) der Soundkarte in ein analoges Signal gewandelt. Für die Rekonstruktion der digitalen Abtastwerte zu einem zeitkontinuierlichen Signal dient ein nachgeschaltetes Tiefpass-Filter [OSB04, Kap. 4.3ff]. Ein Leistungsv Verstärker verstärkt das Signal in dem Maße, dass der Lautsprecher betrieben werden kann. Ein Bandpass filtert den für den Lautsprecher zulässigen Frequenzbereich. Die Systemantwort des unbekanntes DUT's (**D**evice **U**nder **T**est) wird über ein Mikrofon aufgenommen. Der nachfolgende Mikrofonvorverstärker verstärkt die geringe Signalspannung. Das aufgenommene analoge Signal wird dann mit einem Tiefpass gefiltert, damit der Alias-Effekt [OSB04, Kap. 4.2ff] für den nachgeschalteten ADC (**A**nalog-to-**D**igital-**C**onverter) unterdrückt wird. Der DSP (**D**igital **S**ignal **P**rocessor) dient der Verarbeitung und Auswertung digitaler Signale. In dieser Arbeit wurden dem DSP folgende Aufgaben übertragen: Entfaltung (s. Kap. 3), Diskrete Fouriertransformation und Inverse Diskrete Fouriertransformation (s. Anhang), Bestimmung von Gütemaßen (s. Kap. 5.2 und Kap. 6), FIR- und IIR-Filter-Design (s. Kap. 6.2).

2 Synthese von Sweep-Signalen

Grundsätzlich können Sweep-Signale sowohl direkt im Zeitbereich als auch indirekt im Frequenzbereich konstruiert werden [MM01, S.35,ff]. Diese werden in diesem Kapitel vorgestellt und auf ihre Bedeutung hinsichtlich der Messung von Raumimpulsantworten hingewiesen.

2.1 Konstruktion im Zeitbereich

Ein Sinus-Signal, welches im Zeitbereich beschrieben wird, genügt der Gleichung

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (1)$$

wobei A die Amplitude, ω_0 die Kreisfrequenz, t die Zeit und φ_0 der Phasenversatz zum Zeitpunkt $t = 0$ ist. Dabei ist die Frequenz über die Zeit konstant und steht mit der Kreisfrequenz in folgendem Zusammenhang

$$\omega = 2\pi f, \quad (2)$$

mit $[\omega] = \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ und $[f] = \text{Hz}$.

Der Ausdruck $(\omega_0 t + \varphi)$ bezeichnet dabei die momentane Phase und kann als Funktion der Zeit geschrieben werden

$$\varphi(t) = \omega_0 t + \varphi_0. \quad (3)$$

Damit nun ein Sweep entsteht, muss sich die Frequenz über die Zeit verändern. In der Literatur werden dafür zwei Ansätze verfolgt. 1967 entwickelte R. Heyser die Methode der Time Delay Spectrometry (TDS), in der ein lineares Sweep-Signal Anwendung findet [Hey67]. Farina schlug ein Verfahren vor, welches zur Messung von Raumimpulsantworten exponentielle Sweep-Signale benutzt, die häufig auch als logarithmisch betitelt sind [Far00]. Im weiteren Verlauf dieser Bachelorarbeit werden diese Verfahren auf Basis von [Mik07] beschrieben.

2.1.1 Lineares Sweep-Signal

Wie oben beschrieben, ändert sich die Frequenz mit der Zeit. Im Falle eines linearen Sweep-Signals bietet sich eine Geradengleichung der Form

$$f(x) = mx + n \quad (4)$$

an. Übertragen auf die zeitabhängige Frequenz entsteht folgender Ausdruck

$$\omega(t) = mt + n, \quad (5)$$

wobei m den Anstieg der Geraden und n die Schnittstelle mit der ω -Achse angibt. Nun müssen noch zusätzlich die Randbedingungen definiert werden

$$\omega(t = 0) = \omega_{\text{start}} \quad (6)$$

$$\omega(t = T) = \omega_{\text{stop}}, \quad (7)$$

wobei T die gesamte Zeitdauer des Sweeps darstellt. Daraus ergibt sich für die Geradengleichung

$$\omega(t) = \frac{\omega_{\text{stop}} - \omega_{\text{start}}}{T}t + \omega_{\text{start}}. \quad (8)$$

Da nun die Frequenz in Abhängigkeit der Zeit steht, muss der Begriff der momentanen Frequenz eingeführt werden, der über die zeitliche Ableitung der Phase definiert ist

$$\omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt}. \quad (9)$$

Um den Zusammenhang von Gl. (9) zu verdeutlichen, betrachten wir noch einmal Gl. (3), dessen zeitliche Ableitung

$$\frac{d(\omega_0 t + \varphi_0)}{dt} = \omega_0 \quad (10)$$

ist. Es wird ersichtlich, dass ohne Zeitabhängigkeit der Frequenz sich gerade die konstante Frequenz ω_0 ergibt. In unserem Fall jedoch wird die Frequenz über eine lineare Funktion beschrieben. Die nun benötigte Phasenfunktion berechnet sich in Bezug auf Gl. (9) über die Integration der momentanen Frequenz

$$\varphi(t) = \int_0^t \omega(\tau) d\tau. \quad (11)$$

Angewendet auf Gl. (8) ergibt sich folgende Phasenfunktion

$$\varphi(t) = \frac{\omega_{\text{stop}} - \omega_{\text{start}}}{2T}t^2 + \omega_{\text{start}}t \quad (12)$$

Damit lautet das Endergebnis für den linearen Sweep [Far00]

$$x(t) = A \sin(\varphi(t)) = A \sin\left(\frac{\omega_{\text{stop}} - \omega_{\text{start}}}{2T}t^2 + \omega_{\text{start}}t\right), \quad (13)$$

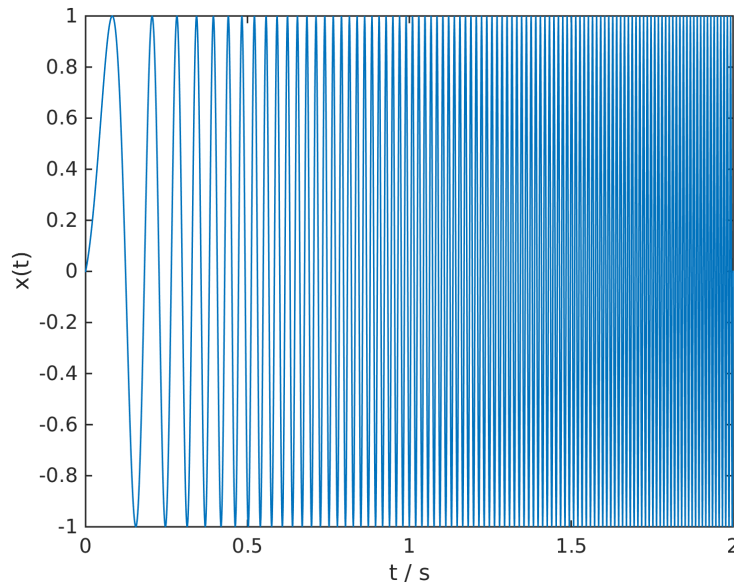


Abbildung 2: Linearer Sweep im Zeitbereich ($f_{\text{start}} = 1$ Hz, $f_{\text{stop}} = 100$ Hz, Abtastrate $f_s = 44.1$ kHz, Sweepdauer $T = 2$ s, Amplitude $A = 1$), vgl. dazu [MM01, Abb.15], [Far07b, Abb.7]

oder mit der Frequenz ausgedrückt

$$x(t) = A \sin \left(2\pi \left(\frac{f_{\text{stop}} - f_{\text{start}}}{2T} t^2 + f_{\text{start}} t \right) \right). \quad (14)$$

Da sich die digitale Signalverarbeitung mit zeitdiskreten Signalen beschäftigt, kann Gl. (14) auch wie folgt geschrieben werden

$$x[k] = A \sin \left(2\pi \left(\frac{f_{\text{stop}} - f_{\text{start}}}{2T f_s^2} k^2 + \frac{f_{\text{start}}}{f_s} k \right) \right), \quad f_{\text{stop}} \leq \frac{f_s}{2} \quad (15)$$

wobei f_s die Abtastfrequenz und k den Zeitindex angibt. Gl. (15) wurde in MATLAB implementiert und in Abb. 2 graphisch dargestellt.

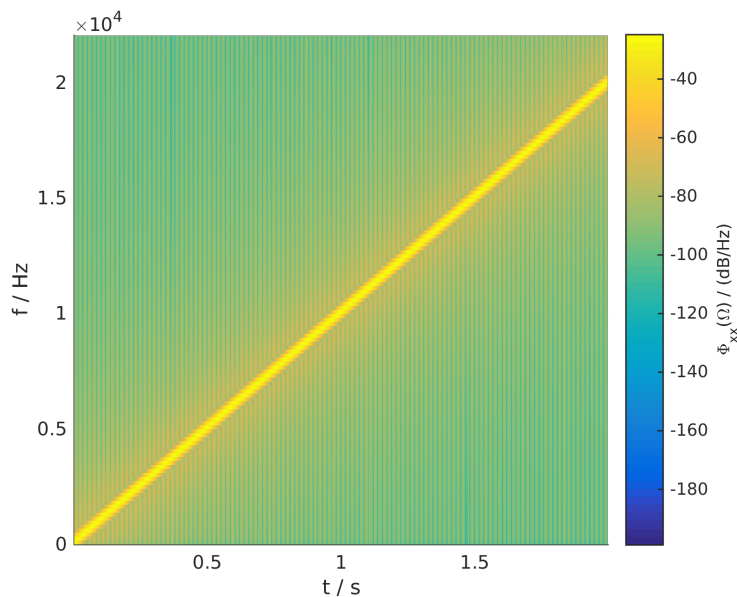


Abbildung 3: Spektrogramm des linearen Sweeps ($f_{\text{start}} = 1$ Hz, $f_{\text{stop}} = 20$ kHz, Abtastrate $f_s = 44.1$ kHz, Sweepdauer $T = 2$ s, MATLAB-Funktion: $[S,F,T,P] = \text{spectrogram}(x,256,250,256,fs)$), vgl. dazu [Far07a, Abb. 4]

Es wird in Abb. 2 erkennbar, dass die Frequenz mit der Zeit zunimmt. In Abb. 3 hingegen wird ersichtlich, dass ein linearer Zusammenhang zwischen Zeit- und Frequenzzunahme herrscht.

2.1.2 Exponentielles Sweep-Signal (ESS)

Es soll nun das exponentielle Sweep-Signal hergeleitet werden, analog zu Kap. 2.1.1. Dabei dient Gl. (1) als Ausgangspunkt. Für das exponentielle Sweep-Signal kann mit der allgemeinen Form einer Exponentialfunktion begonnen werden

$$f(x) = A e^{\left(\frac{x}{d}\right)}, \quad (16)$$

wobei e die Eulersche Zahl ist und A und d Konstanten sind. Bezogen auf die zeitabhängige Frequenz kann Gl. (16) wie folgt umgeschrieben werden

$$\omega(t) = A e^{\left(\frac{t}{\tau}\right)}. \quad (17)$$

Dabei ist τ die Zeitkonstante. Mit den Randbedingungen aus Gl. (6) und (7) berechnen sich die Konstanten zu

$$A = \omega_{\text{start}}, \quad (18)$$

$$\tau = \frac{T}{\ln\left(\frac{\omega_{\text{stop}}}{\omega_{\text{start}}}\right)}. \quad (19)$$

Eingesetzt in Gl. (17) berechnet sich die zeitabhängige Frequenz zu

$$\omega(t) = \omega_{\text{start}} e^{\left(\frac{t}{T} \ln\left(\frac{\omega_{\text{stop}}}{\omega_{\text{start}}}\right)\right)}. \quad (20)$$

Über Integration (vgl. Gl. (11)) ergibt sich die Phasenfunktion

$$\varphi(t) = \frac{T\omega_{\text{start}}}{\ln\left(\frac{\omega_{\text{stop}}}{\omega_{\text{start}}}\right)} e^{\left(\frac{t}{T} \ln\left(\frac{\omega_{\text{stop}}}{\omega_{\text{start}}}\right)\right)} + C. \quad (21)$$

Es ist von Vorteil, die Anfangsphase gleich Null zum Zeitpunkt $t = 0$ zu wählen, womit ein Signal ohne Sprung entsteht. Die Konstante C berechnet sich demnach zu

$$C = -\frac{T\omega_{\text{start}}}{\ln\left(\frac{\omega_{\text{stop}}}{\omega_{\text{start}}}\right)}. \quad (22)$$

Mit diesem Ergebnis kann nun vollständig das exponentielle Sweep-Signal ausgedrückt werden [Far07a, Gl.1]

$$x(t) = \sin(\varphi(t)) = \sin\left(\frac{T\omega_{\text{start}}}{\ln\left(\frac{\omega_{\text{stop}}}{\omega_{\text{start}}}\right)} \left(e^{\left(\frac{t}{T} \ln\left(\frac{\omega_{\text{stop}}}{\omega_{\text{start}}}\right)\right)} - 1\right)\right). \quad (23)$$

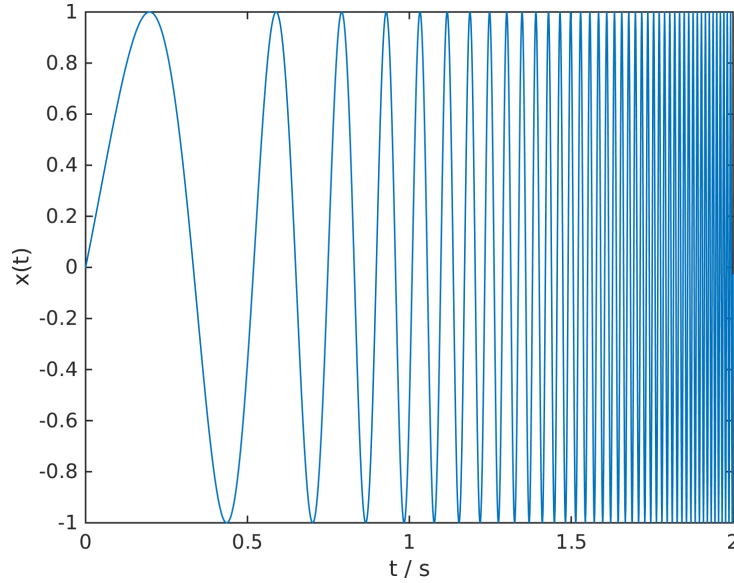


Abbildung 4: Exponentieller Sweep im Zeitbereich ($f_{\text{start}} = 1$ Hz, $f_{\text{stop}} = 100$ Hz, Abtastrate $f_s = 44.1$ kHz, Sweepdauer $T = 2$ s, Amplitude $A = 1$), vgl. dazu [MM01, Abb. 15], [SEA02, Abb. 9a]

Mit der Frequenz dargestellt, lautet das Ergebnis wie folgt

$$x(t) = \sin \left(2\pi \frac{T f_{\text{start}}}{\ln \left(\frac{f_{\text{stop}}}{f_{\text{start}}} \right)} \left(e^{\left(\frac{t}{T} \ln \left(\frac{f_{\text{stop}}}{f_{\text{start}}} \right) \right)} - 1 \right) \right). \quad (24)$$

Im zeitdiskreten Fall verändert sich Gl. (24) hingegen zu

$$x[k] = \sin \left(2\pi \frac{T f_{\text{start}}}{\ln \left(\frac{f_{\text{stop}}}{f_{\text{start}}} \right)} \left(e^{\left(\frac{k}{f_s T} \ln \left(\frac{f_{\text{stop}}}{f_{\text{start}}} \right) \right)} - 1 \right) \right), \quad (25)$$

wobei $f_{\text{stop}} \leq f_s/2$ gilt. Um den exponentiellen Zusammenhang deutlich zu machen, wurde die Gl. (25) in MATLAB implementiert. Dabei wurden in Abb. 4 und 5 die gleichen Parameter wie in Abb. 2 und 3 verwendet, um mit dem linearen Sweep vergleichen zu können. Erkennbar wird in Abb. 5, dass die tiefen Frequenzen sich in einem langen Zeitintervall befinden, wohingegen die hohen Frequenzen in kurzer Zeit sehr stark ansteigen. Da die tiefen Frequenzen in einem langen Zeitintervall verweilen, wird viel Energie in diesen Frequenzabschnitt gelegt.

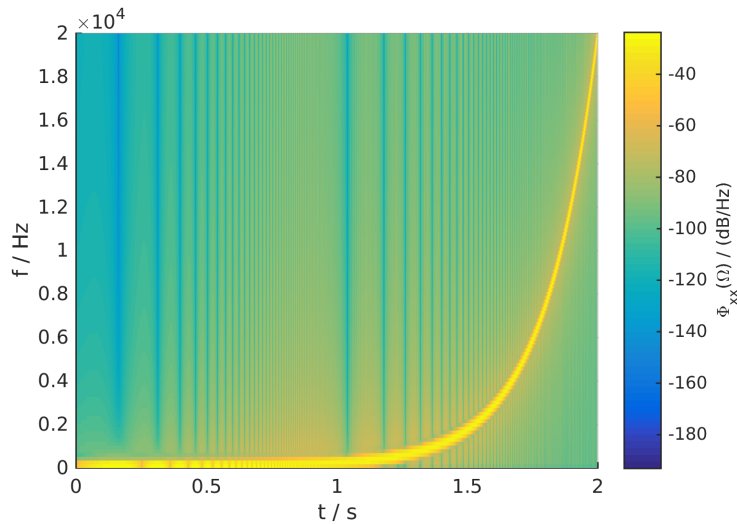


Abbildung 5: Spektrogramm des exponentiellen Sweeps ($f_{\text{start}} = 1$ Hz, $f_{\text{stop}} = 20$ kHz, Abtastrate $f_s = 44.1$ kHz, Parameter: s. Abb.3), vgl. dazu [Far07a, Abb.20]

Für die Systemidentifikation spielt neben der Betrachtung im Zeitbereich auch die Spektralanalyse eine große Rolle. Dazu werden der lineare und logarithmische Sweep über die FFT¹ in den Frequenzbereich transformiert und ihre Beträge graphisch dargestellt (s. Abb. 6). Bei dem linearen Sweep wird ein konstantes (weißes) Spektrum ersichtlich, wohingegen das Spektrum des exponentiellen Sweeps um -3 dB/ Oktave fällt. Außerdem kann festgestellt werden, dass bei beiden Spektren sowohl in der Nähe der Startfrequenz als auch bei der Stopfrequenz Artefakte in Form von Welligkeiten auftreten, welche durch das abrupte Ein- und Anschalten des Signals entstehen [Mü08]. Aus diesem Grund wurde die exponentielle Sweep-Methode von [VdR11] so überarbeitet, dass diese Welligkeiten vermindert werden können.

2.2 Phase-Controlled ESS

Als Ausgangspunkt folgender Betrachtungen dient die Darstellung eines exponentiellen Sweep-Signals, vgl. dazu Gl. (23)-(25). In dieser Ausführung besteht das Problem darin, dass sich die Phase mit dem Ende des Sweeps in einer ungünstigen Lage befindet, so dass das Spektrum Überschwinger und Welligkeiten besitzt. Schon Farina hat versucht dieses Problem zu lösen, indem er in [Far07b] vorschlägt, dass der Sweep bis zur halben Abtastrate läuft und dann im letzten Nulldurchgang abgetrennt wird. Im Gegensatz da-

¹Fast Fourier Transformation

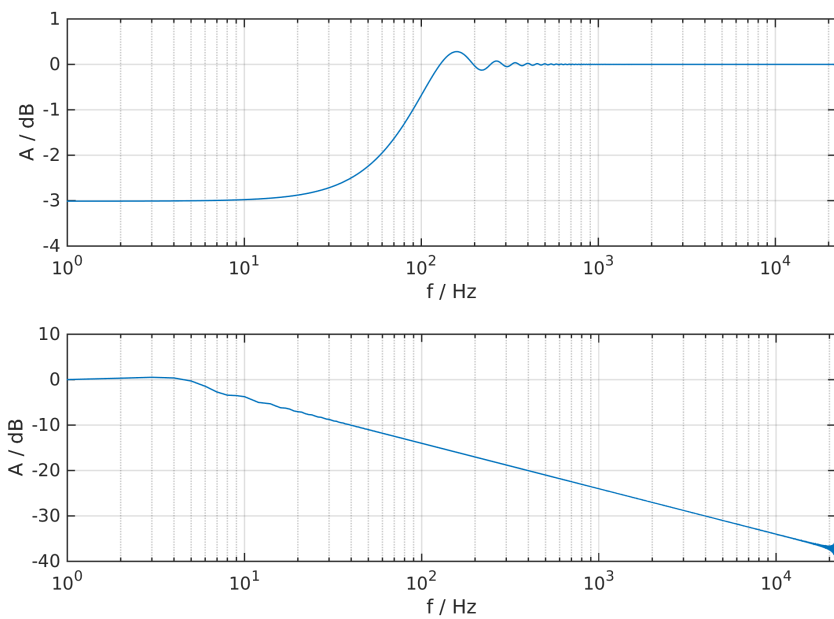


Abbildung 6: Amplitudenfrequenzgang eines linearen (oben) und exponentiellen (unten) Sweeps ($f_{\text{start}} = 1$ Hz, $f_{\text{stop}} = 22050$ Hz, Abtastrate $f_s = 44.1$ kHz, auf FFT-Blocklänge normierte Amplitude A), vgl. dazu für den linearen Sweep [MM01, Abb.15], [MSW⁺08, Abb.1] und für den exponentiellen Sweep [Far07a, Abb.5],[MM01, Abb.15], [SEA02, Abb.9b], [MSW⁺08, Abb.3a]

zu wird in [VdR11] ein systematischerer Weg mit einer alternativen Sweep-Definiton beschrieben, welche die Phase in einem ganzzahligen Wert von 2π -Vielfachen bei einer Sinus-Amplitude von Null enden lässt. Dazu kann Gl. (23)-(25) betrachtet werden. Dieses Mal jedoch in einer anderen Darstellungsform [VdR11, Gl.1.1]

$$x[k] = \sin \left(\frac{\Omega_{start} N}{\ln \left(\frac{\Omega_{stop}}{\Omega_{start}} \right)} \left(e^{\frac{k}{N} \ln \left(\frac{\Omega_{stop}}{\Omega_{start}} \right)} - 1 \right) \right), \quad (26)$$

wobei N die Anzahl der Abtastwerte darstellt. Ω bezeichnet die normierte diskrete Kreisfrequenz und ist wie folgt definiert

$$\Omega = \frac{2\pi f}{f_s}. \quad (27)$$

Es wurde beobachtet, dass die Phase beim Start und Stop zu Null wird, wenn folgendes gilt:

1. $\frac{\Omega_{stop}}{\Omega_{start}} = 2^P \in \mathbb{Z}$, wobei P eine ganzzahlige Anzahl von Oktaven ist
2. $\frac{\Omega_{start} N}{\ln \left(\frac{\Omega_{stop}}{\Omega_{start}} \right)} = 2\pi M$ mit $M \in \mathbb{Z}$
3. im letzten Term der Gl. (26) wird -1 vernachlässigt

Mit diesem Wissen kann nun das „Phase Controlled ESS“ vollständig ausgedrückt werden zu [TSB⁺14, vgl. Gl.2]

$$x_{PC}[k] = \sin \left(\frac{\Omega_{start} L}{\ln (2^P)} \left(e^{\frac{k}{N} \ln (2^P)} \right) \right), \quad (28)$$

wobei $L \in \mathbb{R}$ die „ideale“ und $N \in \mathbb{Z}$ ($= L$ gerundet) die aktuelle Sweep-Länge darstellen. Für einen Sweep, der bei der halben Abtastfrequenz endet, kann die ideale Sweep-Länge L wie folgt bestimmt werden [TSB⁺14]

$$\frac{\Omega_{start} L}{\ln (2^P)} = 2\pi \cdot \text{Round} \left[\frac{\Omega_{start} T f_s}{2\pi \ln (2^P)} \right], \quad (29)$$

wobei *Round* eine Rundung zum nächsten ganzzahligen Wert bezeichnet. Mit diesem Ansatz können nun Artefakte in Nähe der Endfrequenz auf ein Minimum gesenkt werden (unter +1 dB [VdR11]). Dabei muss jedoch beachtet werden, dass Welligkeiten in Nähe der Startfrequenz von diesem Eingriff unberührt bleiben. Um auch dieses Problem abzuschwächen, wird in [VdR11] ein Fade-in-Fenster empfohlen, welches das Spektrum zu Beginn einblenden lässt, womit die Überschwinger gedämpft werden. Diese allgemeine Problematik kann dagegen vollständig vermieden werden, indem das Sweep-Signal zuvor im Frequenzbereich konstruiert wird [WGL09, vgl. Abb. 2].

2.3 Konstruktion im Frequenzbereich

Der Vorteil der Sweep-Synthese im Frequenzbereich besteht darin, dass das komplexe Frequenzspektrum frei gewählt und den spektralen Anforderungen dementsprechend angepasst werden kann. In [MM01] wurde dazu das Fundament dieser Konstruktionsweise gelegt. Andere Autoren haben diese Thematik zusammengefasst und ausgebaut, vgl. dazu [Vor09, Kap. 9.10] und [WGL09]. Im Mittelpunkt aller Betrachtungsweisen steht dabei immer die Gruppenlaufzeit τ_G , die Auskunft darüber gibt, in welcher Zeit welche Frequenzgruppe durchlaufen wird, und die wie folgt definiert ist [Kam04, Gl. 2.3.2a]

$$\tau_G(f) = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(f)}{df} = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega}. \quad (30)$$

Besitzt die Gruppenlaufzeit einen steilen Anstieg, so wird viel Energie in den jeweiligen Frequenzabschnitt gelegt, weil die Frequenzen länger in einem bestimmten Zeitabschnitt verweilen. Im Gegensatz dazu wird bei einem geringen Anstieg der Gruppenlaufzeit weniger Energie in den Frequenzabschnitt gelegt. Wir erkennen also, dass für Sweep-Signale der Anstieg der Gruppenlaufzeit, also ihre Ableitung, proportional der Energie ist. Demzufolge kann

$$\frac{d\tau_G(f)}{df} = 2\pi C \cdot |X(f)|^2 \quad (31)$$

geschrieben werden, wobei die Konstante C eine Normierung darstellt und in [MM01] als folgender Ausdruck angegeben wird

$$C = \frac{\tau_G(f_{\text{stop}}) - \tau_G(f_{\text{start}})}{\sum_{f=0}^{f_s/2} |X(f)|^2}. \quad (32)$$

Für die weiteren Folgerungen ist es wichtig zu erkennen, dass f in der Literatur eine diskrete Frequenzvariable in dem Bereich $\{0, \Delta f, 2\Delta f, \dots, f_s/2\}$ bezeichnet. Es werden also DFT²-Spektren benutzt. $f_s/2$ gibt dabei die halbe Abtastfrequenz an, welche es ermöglicht, dass Signal exakt rekonstruieren zu können (Nyquist-Shannon-Abtasttheorem). Δf spiegelt hier die DFT-Frequenzauflösung wider, welche den Abstand der spektralen Frequenzkomponenten repräsentiert und sich somit über die Abtastfrequenz f_s und der Anzahl der Abtastpunkte N berechnen lässt

$$\Delta f = \frac{f_s}{N}. \quad (33)$$

In Bezug auf Gl. (31) kann nun die Gruppenlaufzeit rekursiv ausgedrückt werden

$$\tau_G(f) = \tau_G(f - \Delta f) + C \cdot |X(f)|^2. \quad (34)$$

Für die Wahl von $\tau_G(f_{\text{start}})$ und $\tau_G(f_{\text{stop}})$ geben Müller und Massarani noch wichtige Hinweise. Zum Einen sollte die Gruppenlaufzeit bei der Startfrequenz ein wenig über $\tau_G = 0$ s liegen, damit die erste Halbwelle genug Zeit hat sich auszubilden. Zum Anderen sollte $\tau_G(f_{\text{stop}})$ um vieles kleiner gewählt werden als $\frac{N}{f_s}$ (N = FFT-Blocklänge), um ein nachteiliges Ineinandergreifen der tieffrequenten in die hochfrequenten Anteile und umgekehrt zu unterbinden. Der Grund liegt in einem periodisch wiederholten DFT-Spektrum. Um dieses Problem zu umgehen, kann die FFT-Blocklänge doppelt so hoch wie die Länge des Sweep-Signals gewählt werden. Aus der nun dem gewünschten Frequenzspektrum synthetisierten Gruppenlaufzeit kann nun die Phase über diskrete Integration entwickelt werden

$$\varphi(f) = \varphi(f - \Delta f) - 2\pi \cdot \Delta f \cdot \tau_G(f). \quad (35)$$

Zusätzlich muss bei Gl. (35) berücksichtigt werden, dass der Phasenverlauf bei der Frequenz $f_s/2$ exakt 0° oder 180° erreichen muss, damit das durch die IFFT³ entstehende Zeitsignal nicht komplex, sondern reellwertig wird. Um diese Phasenkorrektur vorzunehmen, wird in [MM01] folgende Formel angegeben

$$\varphi_{\text{new}} = \varphi_{\text{old}} - \frac{f}{f_s/2} \varphi_{\text{stop}}. \quad (36)$$

Gl. (36) entspricht der Addition einer geringfügigen konstanten Gruppenlaufzeit in dem Bereich von ± 0.5 Samples für den gesamten Frequenzbereich,

²Diskrete Fourier Transformation

³Inverse Fast Fourier Transformation

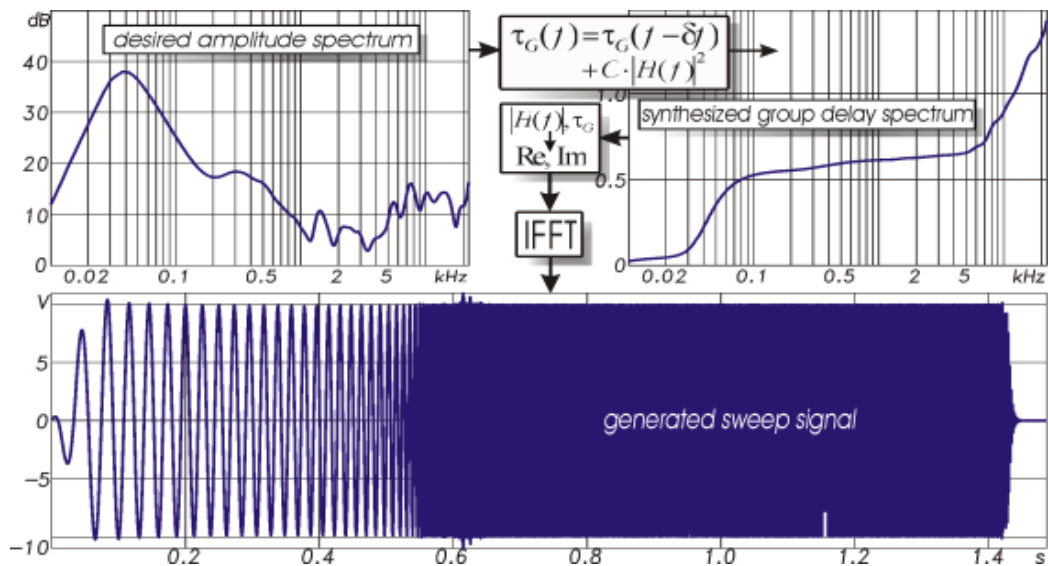


Abbildung 7: Sweep-Synthese im Frequenzbereich mit einem beliebigen Spektrum und einer zeitlich konstanten Hüllkurve [MM01].

womit die vorherige Phase bei $f_s/2$ ausgelöscht wird. Mit dieser Kenntnis von Betrag und Phase kann das Spektrum nun über folgenden Zusammenhang vollständig beschrieben werden:

$$X(f) = |X(f)|e^{j\varphi(f)} \quad (37)$$

Dazu muss um $f_s/2$ die Amplitude axialsymmetrisch und die Phase punktsymmetrisch gespiegelt werden. Das Sweep-Signal $x[k]$ mit einer zeitlich konstanten Hüllkurve und einem beliebig gewähltem Spektrum berechnet sich dann über die IFFT. In Abb. 7 ist ein beliebig gewähltes Amplitudenspektrum zu sehen, woraus die Gruppenlaufzeit (vgl. Gl. (35)) synthetisiert wird. Wird der Verlauf der Gruppenlaufzeit näher betrachtet, so werden Bereiche eines flachen und steilen Anstiegs erkennbar. Es wird ersichtlich, dass in dem Bereich bis $t = 0.5$ Sekunden die Gruppenlaufzeit stark ansteigt. Aus Gl. (31) folgt daraus, dass dieser Frequenzabschnitt viel Energie besitzt. Deshalb wird in dieser Region des generierten Sweep-Signals nur ein geringer Anstieg der Frequenz ersichtlich. Danach steigt die Frequenz von 80 Hz bis 6 kHz in 200 Millisekunden, womit die Mittenfrequenzen in sehr kurzer Zeit passieren. Ab dann steigt die Gruppenlaufzeit wieder stark an, wodurch in dem Bereich hoher Frequenzen viel Energie gepackt wird. Allgemein kann gesagt werden, dass mit der Synthese im Frequenzbereich über die Charakteristik des Amplitudenfrequenzgangs des Sweeps entschieden werden kann.

3 Systemidentifikation

Entscheidend für die hergestellte Beziehung zwischen Eingangs- und Ausgangssignal ist die Charakteristik eines Systems. Handelt es sich um ein *lineares* und *zeitinvariantes* System, so können sich alle Übertragungseigenschaften aus der Impulsantwort exakt ermitteln lassen. Die Impulsantwort stellt dabei die Reaktion auf einen unendlich kurzen Impuls (Dirac-Impuls) als Eingangssignal dar. *Linear* bedeutet, dass bei Veränderung der Amplitude des Eingangssignals sich das Ausgangssignal um den gleichen Faktor ändert. Ein *zeitinvariantes* System besitzt zu jedem Zeitpunkt die gleichen Eigenschaften, vgl. dazu [GRS07, S. 5 ff]. Mit der Kenntnis der Impulsantwort können die Reaktionen eines LTI-Systems für jedes beliebige Eingangssignal mit folgender Gleichung bestimmt werden [GRS07, Gl. 8.38]

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t - \tau)d\tau = x(t) * h(t), \quad (38)$$

wobei $x(t)$ das Eingangssignal, $y(t)$ das Ausgangssignal, $h(t)$ die Impulsantwort ist und die Verknüpfung $x(t) * h(t)$ als Faltung bezeichnet wird. In dem Fall, in dem die Impulsantwort gesucht ist, muss das Eingangs- und Ausgangssignal bekannt sein. Damit gibt es jedoch keine triviale Lösung mehr, wie aus Gl. (38) bekannt. Nur für den Spezialfall eines konstanten Leistungsdichtespektrums (linearer Sweep) lässt sich die Dekonvolution (Entfaltung) (vgl. [MM01, Kap. 21.2]) exakt durchführen, weil in diesem Zusammenhang der Dirac-Impuls $\delta(t)$ gleich der Autokorrelationsfunktion φ_{xx} ist. In diesem Fall ist das inverse Filter $x^{-1}(t)$ äquivalent zu dem Zeitinversen von $x(t)$, womit sich die Impulsantwort wie folgt bestimmen lässt

$$h(t) = y(t) * x(-t). \quad (39)$$

Handelt es sich jedoch um ein Eingangssignal mit keinem konstanten Leistungsdichtespektrum (z.B. logarithmischer Sweep) wird in der Literatur der Umweg über die Transformation in den Frequenzbereich vorgeschlagen [Mü08, Kap. 21.2]. Mit dem Wissen, dass eine Faltung im Zeitbereich eine Multiplikation im Frequenzbereich darstellt, lässt sich Gl. (38) auch als folgender Ausdruck schreiben

$$Y(j\omega) = X(j\omega) \cdot H(j\omega). \quad (40)$$

Umgestellt, entsteht ein essenzieller Ausdruck für viele FFT-basierte Messverfahren

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}. \quad (41)$$

Über die Rücktransformation kann nun die Impulsantwort $h(t)$ ermittelt werden. Nachteil an dieser Vorgehensweise ist, dass $X(j\omega) \neq 0$ gelten muss, damit eine Division möglich ist. Dies ist aber nicht für alle Spektren gegeben, womit die Wahl der Eingangssignale eingeschränkt werden muss. Zusätzlich wird in Gl. (41) nicht betrachtet, dass der Übertragungskanal bei realen Messungen mit additivem Rauschen (z.B. Quantisierungsrauschen des Analog-Digital-Wandlers) überlagert ist. Damit muss eine Übertragungsfunktion eingeführt werden, die auch für Zufallssignale definiert ist. In [GRS07, Gl. 18.53] wird dazu folgender Zusammenhang aufgezeigt

$$H(j\omega) = \frac{\Phi_{yx}(j\omega)}{\Phi_{xx}(j\omega)}, \quad (42)$$

wobei $\Phi_{yx}(j\omega)$ das Kreuzleistungsdichtespektrum und $\Phi_{xx}(j\omega)$ das Autoleistungsdichtespektrum bezeichnet. Mit weiteren wichtigen Zusammenhängen

$$\Phi_{yx}(j\omega) = Y(j\omega)X^*(j\omega) \quad (43)$$

$$\Phi_{xy}(j\omega) = X(j\omega)Y^*(j\omega) \quad (44)$$

und

$$\Phi_{xx}(j\omega) = X(j\omega)X^*(j\omega) \quad (45)$$

$$\Phi_{yy}(j\omega) = Y(j\omega)Y^*(j\omega), \quad (46)$$

wobei $X^*(j\omega)$ und $Y^*(j\omega)$ die konjugiert komplexen Spektren darstellen, führt die Erweiterung von Gl. (41) zu folgenden Schätzfunktionen

$$H_1(j\omega) = \frac{\Phi_{yx}(j\omega)}{\Phi_{xx}(j\omega)} = \frac{Y(j\omega)X^*(j\omega)}{X(j\omega)X^*(j\omega)} \quad (47)$$

$$H_2(j\omega) = \frac{\Phi_{yy}(j\omega)}{\Phi_{xy}(j\omega)} = \frac{Y(j\omega)Y^*(j\omega)}{X(j\omega)Y^*(j\omega)}. \quad (48)$$

Die Übertragungsfunktion wurde zum Einen mit der Kanaleigenschaft von Signalweg X und zum Anderen mit der Kanaleigenschaft von Y gewichtet, deren Übertragungsfunktionen bei unterschiedlich starkem Rauschen abweichende Ergebnisse erzielen. Sind beide Signalwege nicht mit Rauschen behaftet, so gilt folglich $H_1(j\omega) = H_2(j\omega)$. Ist hingegen der Ausgang mehr vom Rauschen befallen als der Eingang, so bietet sich Gl. (47) an. Andersherum ist Gl. (48) die bessere Wahl. Über Division und Bildung des Betragsquadrats von $H_1(j\omega)$ und $H_2(j\omega)$ entsteht ein Maß für die Qualität des gesamten

Übertragungskanals. Die so bezeichnete Kohärenzfunktion $\nu^2(j\omega)$ ist wie folgt definiert

$$\nu^2(j\omega) = \frac{|\Phi_{yx}(j\omega)|^2}{\Phi_{xx}(j\omega)\Phi_{yy}(j\omega)} \quad (49)$$

mit $0 \leq \nu^2(j\omega) \leq 1$. Tritt in dem Übertragungskanal kein Rauschen auf, so ergibt sich $\nu^2(j\omega) = 1$. In diesem Fall ergibt die Schätzung exakt die gesuchte Impulsantwort. Ist hingegen der Kanal vollständig mit additivem unkorrelierten Rauschen verzerrt, strebt die Kohärenzfunktion gegen Null. Aus diesem Grund sollte $\nu^2(j\omega)$ immer möglichst hoch sein. Ein zusätzliches Maß bietet der Signal-Rausch-Abstand [Mü08, Gl. 21.13]

$$SNR = \frac{\nu^2(j\omega)}{1 - \nu^2(j\omega)}. \quad (50)$$

4 Vom Wesen der Fensterung

In der digitalen Signalverarbeitung ist die Analyse von bestimmten Signalabschnitten von Interesse. Ein Beobachtungsfenster schneidet dabei das Signal in einem bestimmten Zeitintervall heraus. Letztendlich wird eine Fensterung niemals unvermeidbar sein, da Prozessoren nur endliche Signale verarbeiten können. Die Herausforderung, solch endliche Signale geeignet zu fenstern - auch auf Hinblick der Fensterung von Sweep-Signalen - soll dieses Kapitel vorstellen. Mögliche Ansätze, die Fensterung zu beschreiben, wird in [OSB04, vgl. Kap. 10.2], [GRS07, vgl. Kap. 9.7.5] und [Mey14] thematisiert.

Es wird angenommen, dass das zu beobachtende Signal durch einen Sinus unendlicher Länge $x[k] = \sin(\Omega_0 k)$ bestimmt ist (s. Abb 8).

Das Signal lässt sich zeitlich begrenzen, in dem das Signal mit einem Rechteckfenster $w_{Rect}[k]$ endlicher Länge N multipliziert wird, welches wie folgt definiert ist:

$$w_{Rect}[k] = \begin{cases} 1, & 0 \leq k \leq N - 1 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (51)$$

Das gefenstertere Signal ergibt sich somit aus (s. Abb. 9):

$$y[k] = w_{Rect}[k] \cdot x[k] = \begin{cases} \sin(\Omega_0 k), & 0 \leq k \leq N - 1 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (52)$$

Der gewünschte Signalausschnitt wird nun von $y[k]$ beschrieben, dessen Frequenzgang genauer untersucht werden soll. Obwohl die DFT nur für periodische Signale definiert ist, trifft sie zwangsläufig immer auf Signale endlicher Länge N . Dies stellt jedoch keinen Widerspruch dar, da jede endliche Signalfolge einer periodischen Folge

$$\tilde{x}[k] = \sum_{r=-\infty}^{\infty} x[k - rN] \quad (53)$$

zugeordnet werden kann [OSB04, vgl. Kap. 8.5]. So kann auch $y[k]$ periodisch fortgesetzt werden (s. Abb 10).

Um die Auswirkung der Fensterung im Frequenzbereich zu analysieren, werden zunächst die DTFT-Spektren von $x[k]$ und $w_{Rect}[k]$ separat betrachtet. Definitionsgemäß lauten diese (vgl. [GRS07, K. A.7])

$$X(e^{j\Omega}) = \mathcal{F}_* \{x[k]\} = \frac{j}{2} \left[\sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \delta\left(\frac{\Omega + \Omega_0}{2\pi} - \mu\right) - \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \delta\left(\frac{\Omega - \Omega_0}{2\pi} - \mu\right) \right] \quad (54)$$

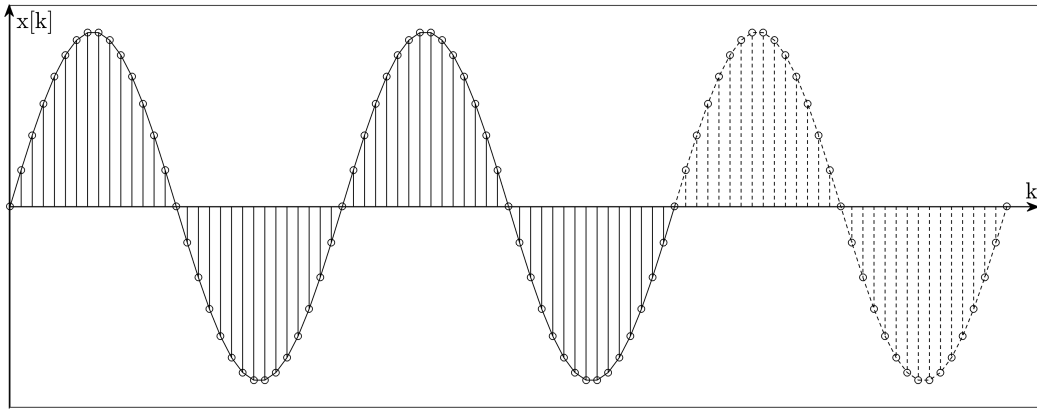


Abbildung 8: Diskretes Sinus-Signal

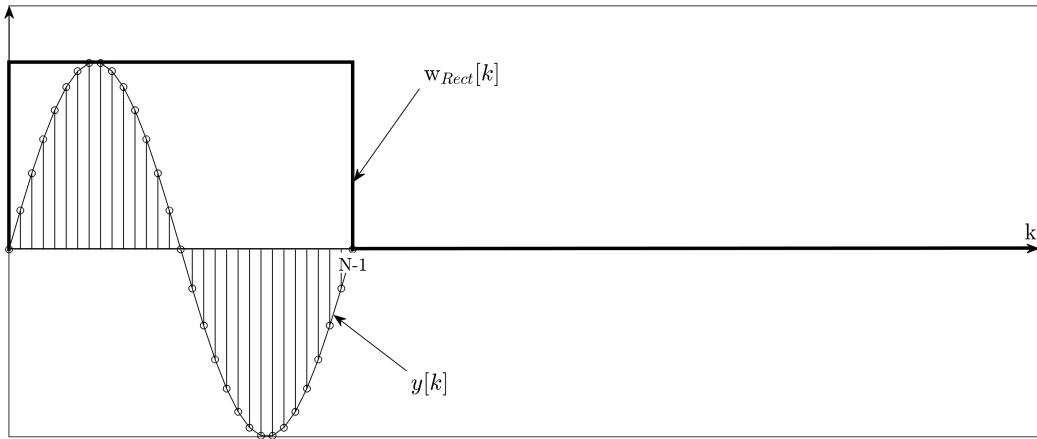


Abbildung 9: Mit dem Fenster gewichtetes Signal

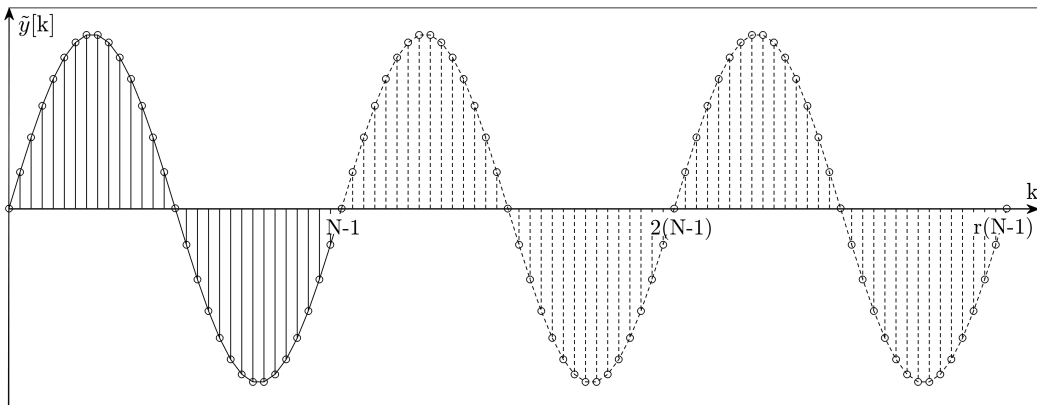


Abbildung 10: Periodisch fortgesetzte Signalfolge $\tilde{y}[k]$

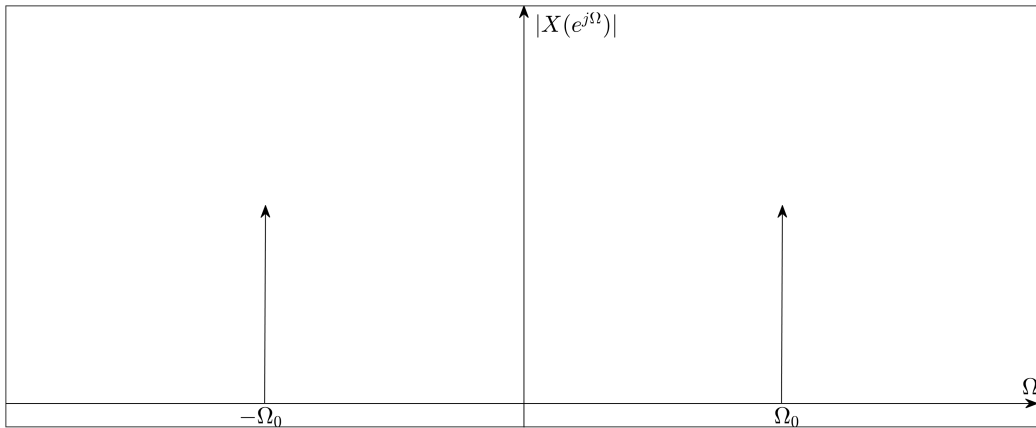


Abbildung 11: Betragsspektrum des Sinussignals

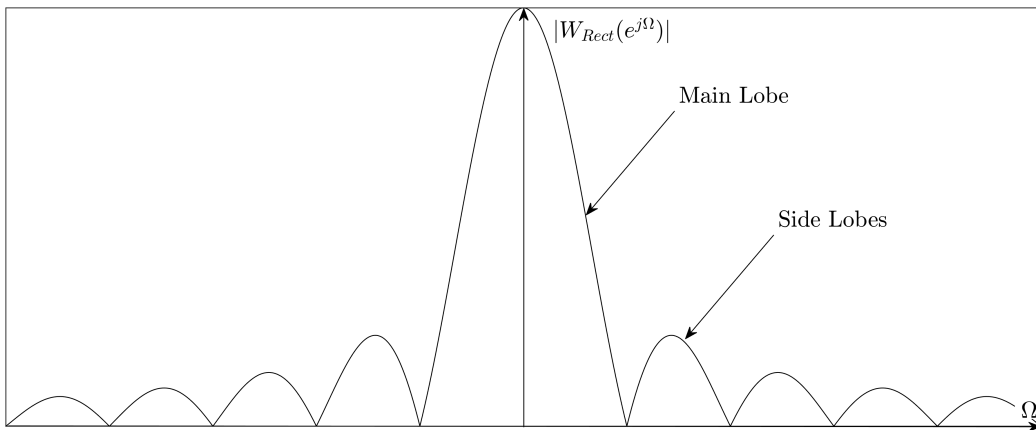


Abbildung 12: Betragsspektrum des Rechteckfensters

und

$$W_{Rect}(e^{j\Omega}) = \mathcal{F}_* \{w_{Rect}[k]\} = e^{-j\Omega \frac{N-1}{2}} \cdot \frac{\sin(\frac{N\Omega}{2})}{\sin(\frac{\Omega}{2})}. \quad (55)$$

In Abb. 11 und 12 sind die Betragsspektren von Gl. (54) und Gl. (55) graphisch dargestellt.

Aus dem Multiplikationssatz [GRS07, Gl.9.92]

$$x[k] \cdot w[k] \quad \circ \bullet \quad \frac{1}{2\pi} X(e^{j\Omega}) * W(e^{j\Omega}) \quad (56)$$

folgt, dass eine Multiplikation im Zeitbereich eine Faltung im Frequenzbereich darstellt. Das bedeutet, dass das Spektrum des gefensternten Signals mit dem Spektrum des Fensters „verschmiert“ wird. Dieser Effekt wird auch als

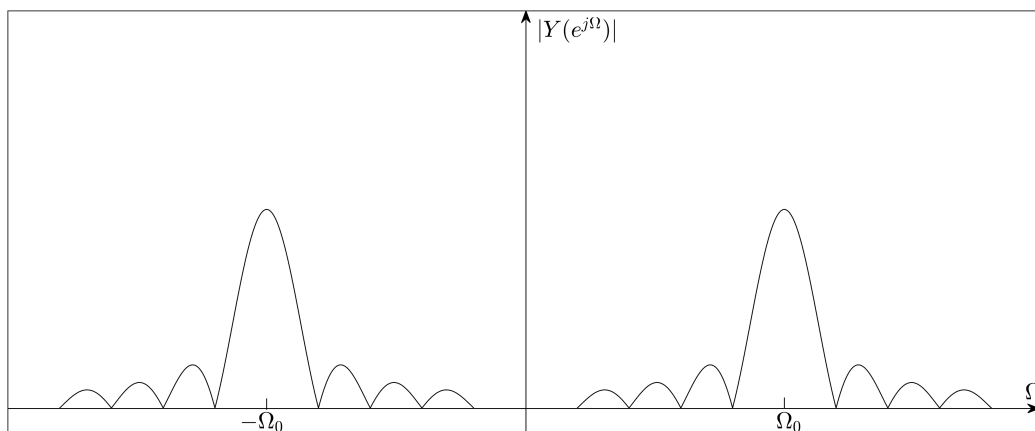


Abbildung 13: Betragsspektrum des gefensterten Signals

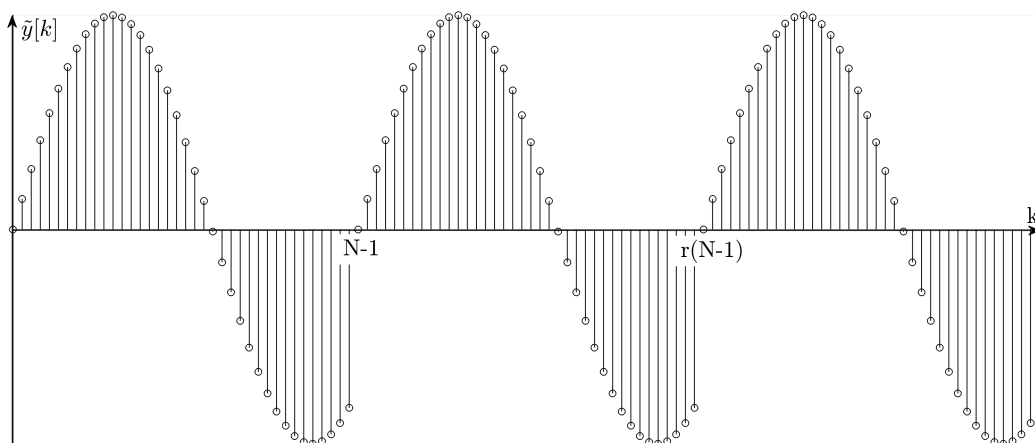


Abbildung 14: Periodisch fortgesetzte Signalfolge $\tilde{y}[k]$ bei einer Rechteckfensterung mit einem rationalen Vielfachen der Periodendauer

Leakage-Effekt (vgl. [Vor09, 9.6.1]) bezeichnet. In Bezug auf das Beispielsignal folgt daraus, dass $W_{Rect}(e^{j\Omega})$ durch die Faltung mit einem Dirac-Impuls an die Stelle des Dirac-Impulses $\pm\Omega_0$ verschoben wird (s. Abb. 13).

Bei der DFT wird das Zeitsignal in einen Block zeitdiskreter Werte zerlegt. Entspricht das Rechteckfenster als Beobachtungsfenster exakt dem ganzzahligen Vielfachen der Periodendauer (vgl. Abb. 10), so sind die DFT-Stützstellen, außer die der Grundperiode, gleich Null (s. Abb. 17). Jedoch stellt dies ein Sonderfall dar und ist in der Realität nur begrenzt umsetzbar. In der Praxis entstehen bei einer Fensterung Unstetigkeitsstellen (s. Abb 14). Diese Unstetigkeiten besitzen hohe Frequenzen, welche die Auflösung gesuchter Frequenzen im Spektrum beeinträchtigen (s. Abb 18). Gesucht wird deshalb ein Fenster, welches die Gewichtung des Signalausschnitts so verteilt,

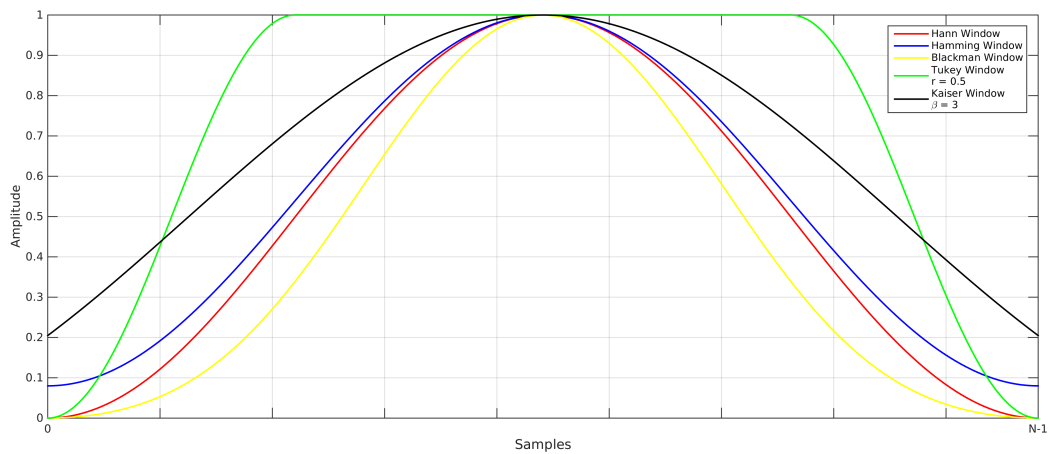


Abbildung 15: Fensterfunktionen im Zeitbereich

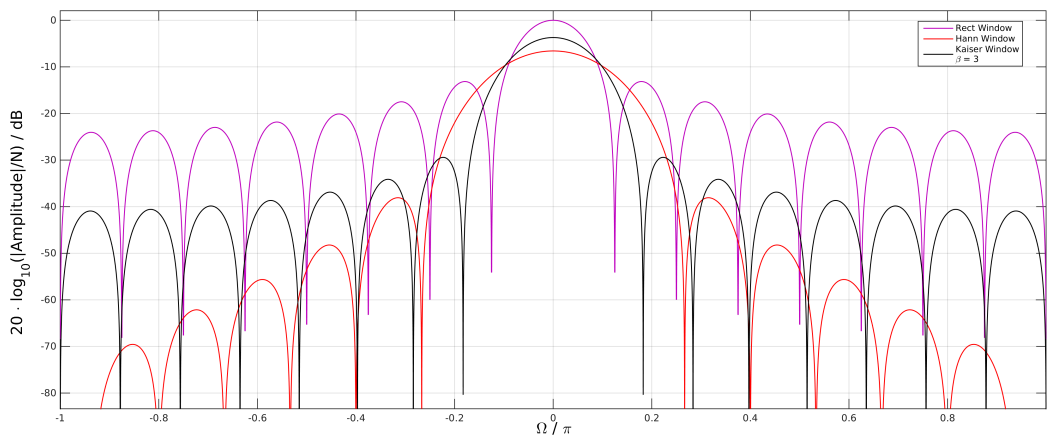


Abbildung 16: DTFT-Spektren ausgewählter Fensterfunktionen ($N=16$), $-\pi \leq \Omega < +\pi$

dass der Einfluss der Unstetigkeiten verringert wird. In der Literatur (vgl. [Har78]) finden sich dazu verschiedene Fensterfunktionen, die stets ein Kompromiss zwischen spektraler Auflösung und Seitenbandunterdrückung darstellen. Einige bekannte Vertreter von ihnen sind im Zeitbereich (s. Abb. 15) und im Frequenzbereich (s. Abb. 16) dargestellt.

Für Sweep-Signale jedoch sind diese Fenster (außer das Tukey-Fenster) ungeeignet, da diese den Sweep zeitlich zu stark begrenzen. Da sich die Welligkeiten im Frequenzbereich in der Nähe der Stop- und Startfrequenz befinden, bietet es sich an Fenster zu definieren, welche das Sweep-Signal ein- und ausblenden (engl.: Fade in, Fade out) und die Signalamplitude sonst konstant halten. Ein Fenster lässt sich demnach mit einstellbaren Fade-in und

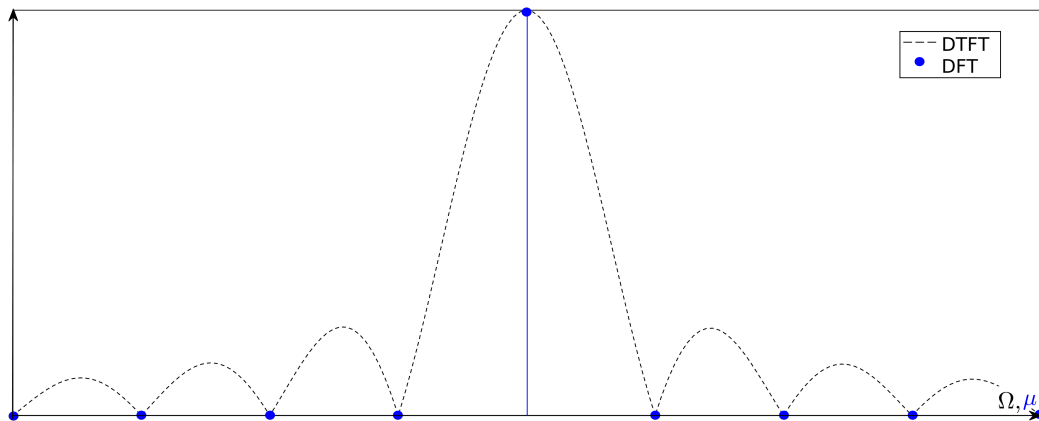


Abbildung 17: Rechteckfensterung bei einem ganzzahligen Vielfachen der Periodendauer

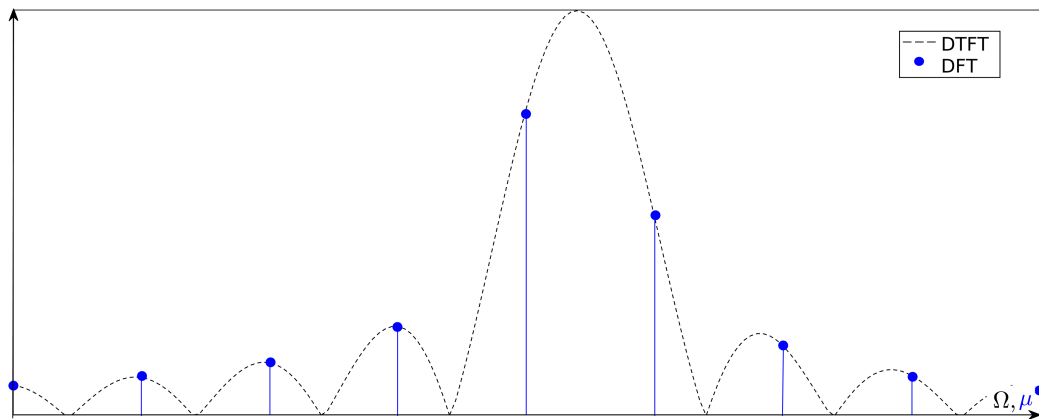


Abbildung 18: Rechteckfensterung bei einem rationalen Vielfachen der Periodendauer

Fade-out Längen wie folgt definieren (s. Abb. 19):

$$w[k] = \begin{cases} w_1[k], & 0 \leq k \leq L - 1 \\ 1, & L \leq k \leq N - M - 1 \\ w_2[k], & N - M \leq k \leq N - 1, \end{cases} \quad (57)$$

wobei $w_1[k]$ die 1. Hälfte des Fensters und $w_2[k]$ die 2. Hälfte des Fensters bezeichnet.

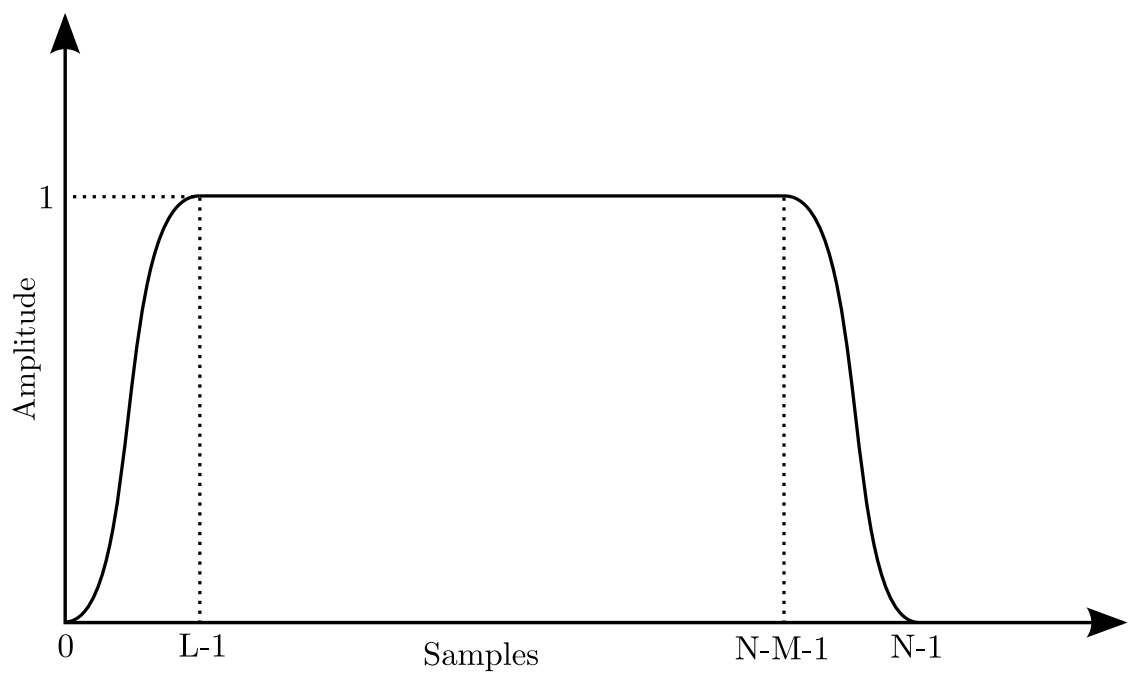


Abbildung 19: Prinzip der Fensterung mit einstellbarem Fade-in und Fade-out

5 Implementierung

Im Rahmen der Bachelorarbeit wurde eine Simulationsumgebung implementiert, die die in der Realität vorkommenden Signalflussblöcke einer Messkette simuliert (Mikrofon, Vorverstärker, DA-Wandler, DUT,...), vgl. dazu Abb. 1. Dabei wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit ausschließlich lineare, zeitinvariante Systeme betrachtet. Der Anwender kann in der Simulation eine individuelle Auswahl darüber treffen, mit welchen Parametern (Art des Anregungssignals, Signallänge, Fenstertyp, Rauschstärke/-typ, Abtastfrequenz,...) ein fiktiver Prüfling angeregt werden soll. Über mathematische Funktionen (FFT, Entfaltung, Mittelung,...) liefert die Umgebung als Output Impulsantwort, Übertragungsfunktion, Leistungsdichtespektrum und Güte Maße. Darüber hinaus wurde in der Software eine strikte Trennung zwischen Messung, Simulation und Analyse umgesetzt. Somit können die Module unabhängig voneinander genutzt werden, sodass der Anwender die Software z.B. auch für reale Messungen nutzen kann. Bei der Software handelt es sich um ein in Python3 geschriebenes Open-Source-Projekt und steht unter <https://github.com/franzpl/sweep> als Download zur Verfügung. Alle folgenden Simulationen sind als Skripte dem Repository beigelegt⁴.

5.1 Validierung der Software anhand eines bekannten FIR-Filters

Um die Funktionalität der Simulationsumgebung vorzustellen, soll ein FIR-Filter die Messkette simulieren, dessen Impulsantwort analytisch bekannt ist. Somit können die theoretischen Ergebnisse mit denen in der Simulation verglichen werden. Anschließend wird die Messkette mit in der Realität vorkommenden Elementen erweitert, um mögliche Abweichungen von der idealen Impulsantwort ersichtlich zu machen. Als Beispiel⁵ soll folgende Impulsantwort als Device Under Test (DUT) dienen:

$$h[k] = \delta[k] + \delta[k - 1050] \quad (58)$$

5.1.1 Theoretische Betrachtung des Device Under Test

Aus Gl. (58) wird deutlich, dass es sich um zwei Dirac-Impulse handelt, die sich an der Stelle $k = 0$ und $k = 1050$ befinden. Daraus kann die Übertra-

⁴Da die Software in Englisch geschrieben wurde, sind die Beschriftungen in allen folgenden Grafiken auch in Englisch

⁵Die Zahl 1050 wurde bewusst gewählt, damit die Frequenzen bei den Nullstellen der Übertragungsfunktion (vgl. S. 31) ganzzahlig sind

gungsfunktion $H(e^{j\Omega})$ über Fourier-Transformation abgeleitet werden. Aus den Beziehungen [GRS07, Gl. 12.18, Gl. 12.20]

$$\delta[k] \quad \circ \text{---} \bullet \quad 1, \quad (59)$$

$$h[k - \kappa] \quad \circ \text{---} \bullet \quad e^{-j\Omega\kappa} H(e^{j\Omega}) \quad (60)$$

ergibt sich folgende Übertragungsfunktion

$$H(e^{j\Omega}) = 1 + e^{-j1050\Omega}. \quad (61)$$

Für den Betrags- und Phasenfrequenzgang ergibt sich daraus

$$\begin{aligned} |H(e^{j\Omega})| &= \sqrt{\operatorname{Re}\{H(e^{j\Omega})\}^2 + \operatorname{Im}\{H(e^{j\Omega})\}^2} \\ &= \sqrt{2(1 + \cos(1050\Omega))} \end{aligned} \quad (62)$$

und

$$\begin{aligned} \arg\{H(e^{j\Omega})\} &= \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}\{H(e^{j\Omega})\}}{\operatorname{Re}\{H(e^{j\Omega})\}}\right) \\ &= -\arctan\left(\tan\left(\frac{1050\Omega}{2}\right)\right) \\ &= -\frac{1050\Omega}{2} \quad \text{mit } -\frac{\pi}{2} \leq \Omega \leq \frac{\pi}{2}. \end{aligned} \quad (63)$$

Da nun die Information über Betrag und Phase feststeht, welche die Übertragungsfunktion vollständig beschreibt (vgl. Gl. (37)), kann nun auf die Simulation des DUT übergeleitet werden.

5.1.2 Simulation des Device Under Test unter idealen Bedingungen

Abb. 20 soll das Prinzip der nun folgenden Simulation veranschaulichen. Es wird eine Eingangsfolge $x[k] = \delta[k]$ generiert, welche mit der Impulsantwort $h[k]$ aus Gl. (58) gefaltet wird. Das resultierende Ergebnis ist die Systemantwort $y[k]$. Mit der Kenntnis der Eingangs- und Ausgangsfolge kann nun über die Entfaltung (vgl. Kap. 3) die Impulsantwort $h_m[k]$ berechnet werden. Somit kann überprüft werden, ob die berechnete Impulsantwort mit den theoretischen Überlegungen aus Kap. 5.1.1 übereinstimmt.

Für die Simulation (s. *dut_test.py*) wurde eine Abtastrate von 44100 Hz gewählt.

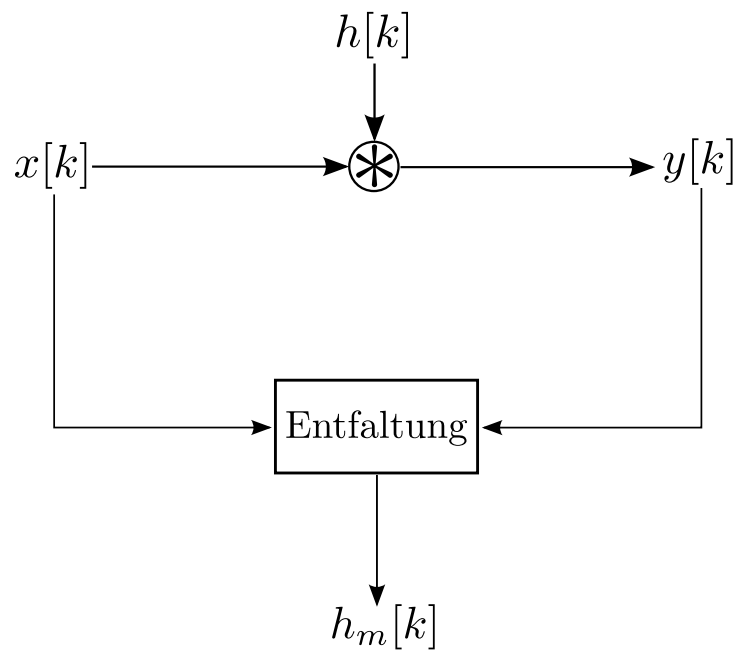


Abbildung 20: Prinzip der Simulation

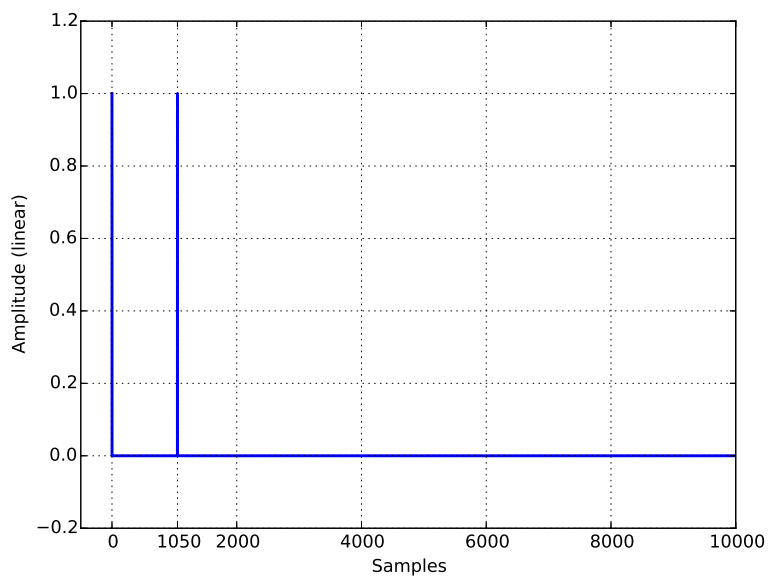


Abbildung 21: Über die Entfaltung berechnete Impulsantwort in einem vergrößerten Bereich

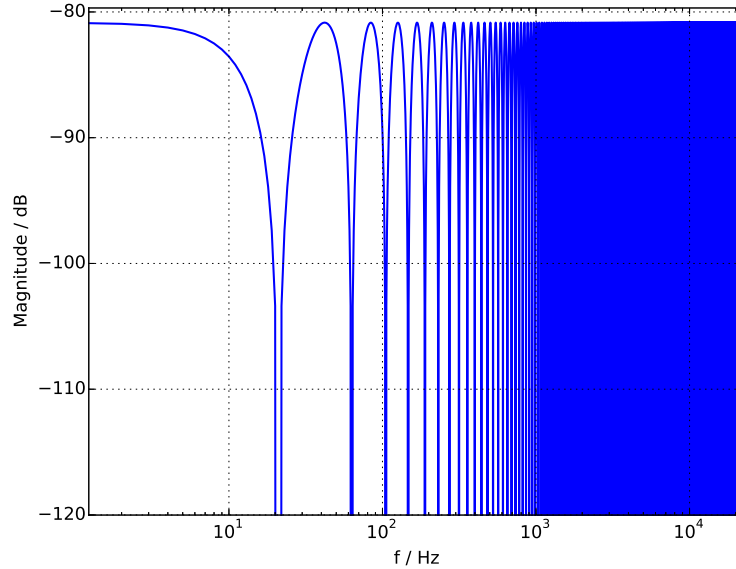


Abbildung 22: Betragsfrequenzgang der berechneten Impulsantwort

In Abb. 21-23 sind die Impulsantwort und der Frequenz- und Phasengang dargestellt. Aus Abb. 21 wird ersichtlich, dass die Dirac-Impulse sich bei den Samples 0 und 1050 befinden, sodass ein Bezug zu Gl. (58) hergestellt werden kann. Für die Bewertung des Frequenzgangs bietet sich die Lage der Nullstellen an.

Dazu muss zunächst festgestellt werden, wo sich die Nullstellen in der Theorie befinden. Mit Gl. (62) ergibt sich folgende Berechnung:

$$\begin{aligned} \sqrt{2(1 + \cos(1050\Omega))} &\stackrel{!}{=} 0 \\ \cos(1050\Omega) &= -1 \end{aligned} \quad (64)$$

Die Kosinus-Funktion wird für ungerade Vielfache von π gleich -1. Daraus resultiert für die normierte Kreisfrequenz Ω

$$\Omega = \frac{(2k - 1)\pi}{1050}. \quad (65)$$

Für die Frequenz folgt aus Gl. (27)

$$f = \frac{(2k - 1)f_s}{2100}. \quad (66)$$

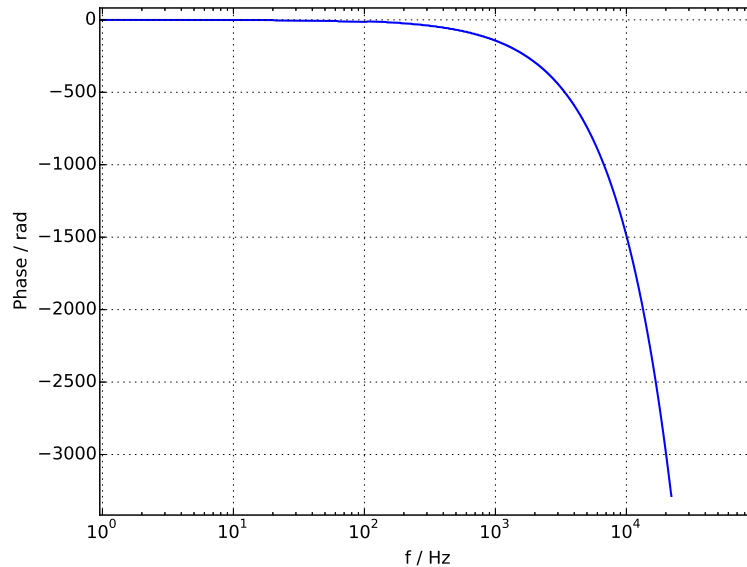


Abbildung 23: Phasenfrequenzgang der berechneten Impulsantwort

Für die Nullstellen ergeben sich schließlich konkrete Werte:

$$\begin{aligned}
 k = 1 : f &= 21 \quad \text{Hz} \\
 k = 2 : f &= 63 \quad \text{Hz} \\
 k = 3 : f &= 105 \quad \text{Hz} \\
 k = 4 : f &= 147 \quad \text{Hz} \\
 k = 5 : f &= 189 \quad \text{Hz} \\
 k = 6 : f &= 231 \quad \text{Hz}
 \end{aligned}$$

In Abb. 22, deren Abzisse im logarithmischen Maßstab angegeben ist, können genau diese Frequenzen abgelesen werden, womit auch die Gl. (62) verifiziert werden kann. Auch die Simulation der Phase in Abb. 23 entspricht der Erwartungshaltung, weil das Totzeitglied in der Impulsantwort $\delta[k-1050]$ einen Abfall der Phase bis $f_s/2$ (vgl. Gl. (63)) verursacht. Mit diesen Simulationen konnte die Software bei der Berechnung der Impulsantwort auf ihre Gültigkeit überprüft werden.

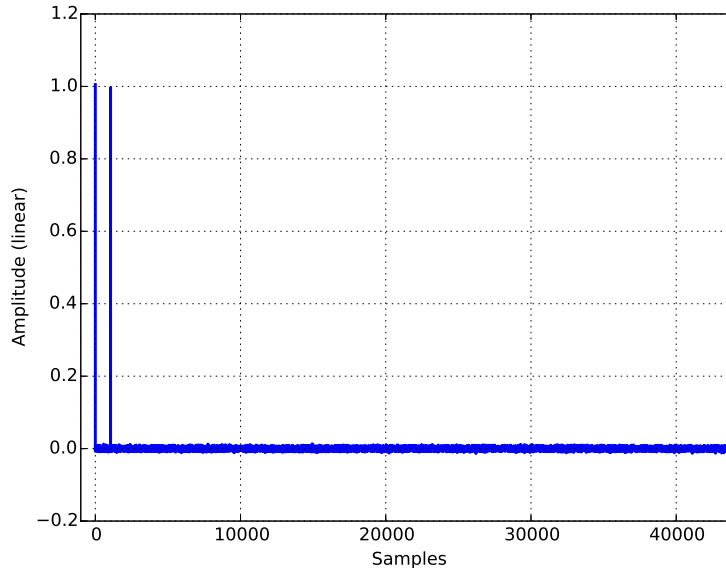


Abbildung 24: Über die Entfaltung berechnete Impulsantwort mit überlagertem Kanalrauschen

5.1.3 Simulation des Device Under Test unter Einfluss des Rauschens

In der Praxis sind die Übertragungskanäle immer mit Rauschen überlagert. Grund dafür können das Quantisierungsrauschen des AD- und DA-Wandlers, thermisches Rauschen der Bauelemente oder akustisches Umgebungrauschen sein. Dabei sollen die Simulationen den Einfluss des in dem DUT's vorkommenden additiven Rauschens auf die Impulsantwort darlegen (s. *dut_test_reality.py*).

In Abb. 24-26 wird klar, dass sich das additive Rauschen nachteilig auf die Impulsantwort ausübt, indem wichtige Signalinformationen verfälscht oder verschleiert werden.

Für die Simulation jedoch bietet es eine sehr gute Möglichkeit das SNR zu bestimmen, da eben dieses SNR den Abstand zwischen Signal- und Rauschanteil angibt. Bei einem über alle Messungen identisch zugefügten Rauschen kann dann die Auswirkung der Fensterung auf das SNR bewertet werden.

5.2 Berechnung des Signal-Rausch-Verhältnisses

Zur Berechnung des SNR wurde das Verfahren namens „Abstand des Grundrauschens zur Signalspitze“ gewählt, welches in [ISO] wie folgt beschrieben

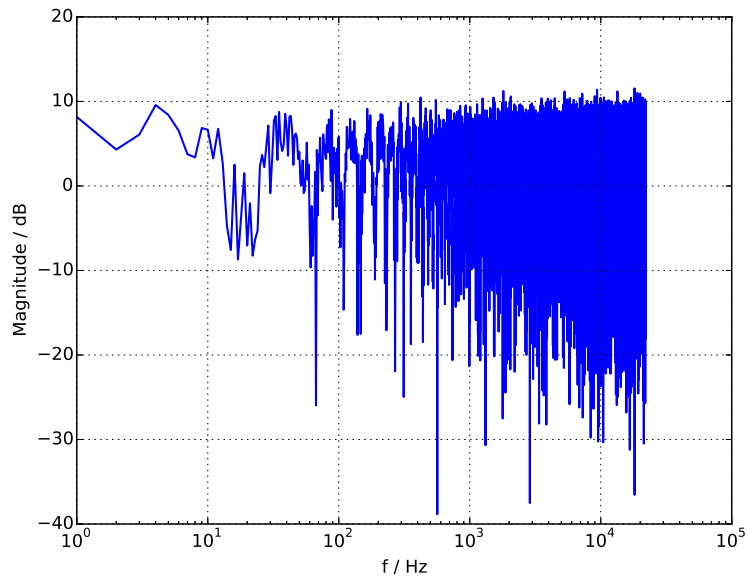


Abbildung 25: Betragsfrequenzgang der berechneten Impulsantwort mit überlagertem Kanalrauschen

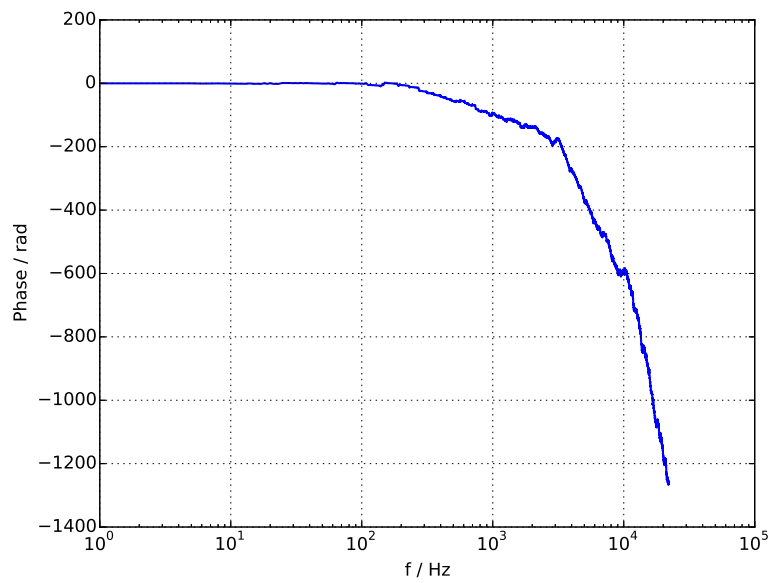


Abbildung 26: Phasenfrequenzgang der berechneten Impulsantwort mit überlagertem Kanalrauschen

ist:

„zehnfacher dekadischer Logarithmus des Verhältnisses des quadrierten Spitzenwerts des durch die Anregung verursachten und nach dem neuen Verfahren erhaltenen Signalanteils zum quadratischen Mittelwert des unerwünschten Anteils des nach demselben Verfahren erhaltenen und nicht durch die Anregung verursachten Signals“

In mathematischer Formulierung ergibt sich daraus

$$\text{PNR} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{A_{kPeak}^2}{\frac{1}{N} \sum_{i=n}^{N-1} A_{iNoise}^2} \right), \quad (67)$$

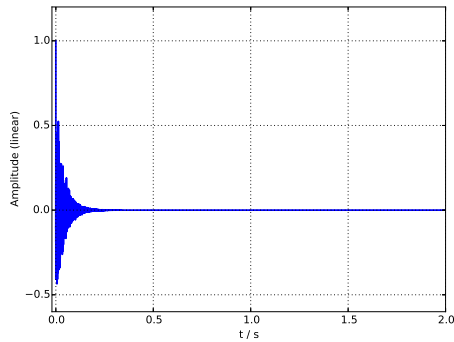
wobei N die Länge der Impulsantwort, k die Stelle des Peaks, n die Anfangsstelle des Grundrauschens und i die Laufvariable ist. Die Einheit des PNR ist dB⁶. In der Realität ist es schwierig zu differenzieren, wann das Signal vollständig in das Grundrauschen abgeklungen ist. In der Simulation jedoch kann exakt zwischen Signal und Grundrauschen unterschieden werden. Eine Testumgebung (*peak_to_noise_ratio.py*) bietet die Möglichkeit diese Berechnung zu verifizieren. In diesem Zusammenhang wurde eine abklingende Exponentialfunktion implementiert, welche eine real gemessene Impulsantwort imitieren und approximieren soll (s. Abb. 27).

Diese künstliche Impulsantwort besitzt bei t=0 eine Amplitude von 1 und danach exponentiell abfallendes Rauschen. Dabei können Parameter für die Länge der Impulsantwort, für die Rauschenergie und für den Abfall der Rauschenergie in dB/s eingestellt werden. Für das Beispiel in Abb. 27 wurde eine Länge von 2 s, eine anfängliche Rauschenergie von -15 dB und einen Abfall der Rauschenergie um -200 dB/s gewählt. Die Rauschenergie in dB gibt dabei immer den Effektivwert (engl. RMS: **R**oot **M**ean **S**quare) an.

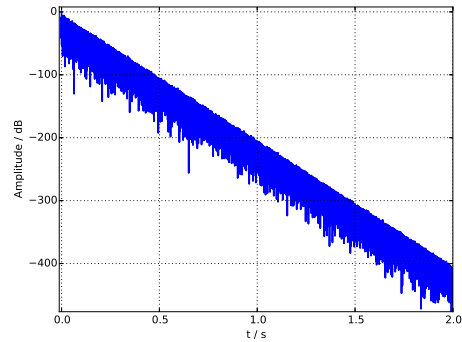
Im nächsten Schritt wird nun die Impulsantwort mit mittelwertfreiem, weißen gaußverteiltem Rauschen (engl. AWGN: **A**dditive **W**hite **G**aussian **N**oise) überlagert. In [BSM⁺08, 16.70b] ist die Gaußverteilung definiert als

$$f_{Gauss}(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}. \quad (68)$$

⁶Das messtechnische Maß „Abstand des Grundrauschens zur Signalspitze“ wird im Folgenden als PNR (engl. **P**eak to **N**oise **R**atio) abgekürzt

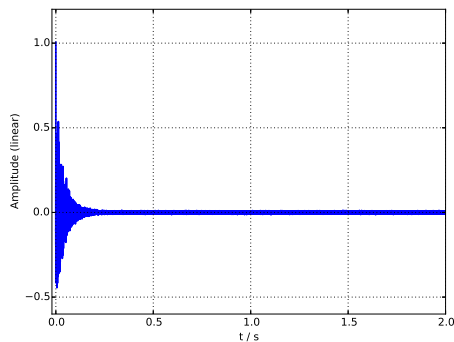


(a) Lineare Amplitude

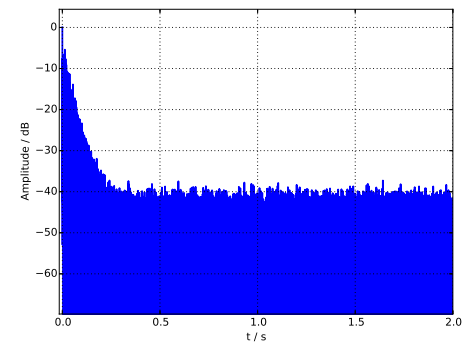


(b) Amplitude in dB

Abbildung 27: Imitierte Impulsantwort



(a) Lineare Amplitude



(b) Amplitude in dB

Abbildung 28: Imitierte Impulsantwort mit AWGN

Daraus folgt eine Impulsantwort, dessen Signal so lange abfällt, bis nur noch Grundrauschen vorhanden ist (s. Abb. 28b).

In diesem Beispiel beträgt die Energie des Systemrauschens -50 dB, woraus ein zeitlicher Beginn des Grundrauschens bei 0.19 Sekunden folgt. Für das PNR ergibt sich mittels Gl. (67) ein Wert von 49.9 dB. Dieser Wert erschließt sich aus der Überlegung, dass der Abstand vom Signalpeak ($=0$ dB) zum Grundrauschen ($=$ AWGN $= -50$ dB (RMS)) genau 50 dB sind. Der Grund der Abweichung um 0.1 liegt darin, dass die Mittelungslänge zu kurz gewählt wurde. Wird das Rauschen mit einer höheren Mittelungslänge analysiert, so wird der Fehler geringer.

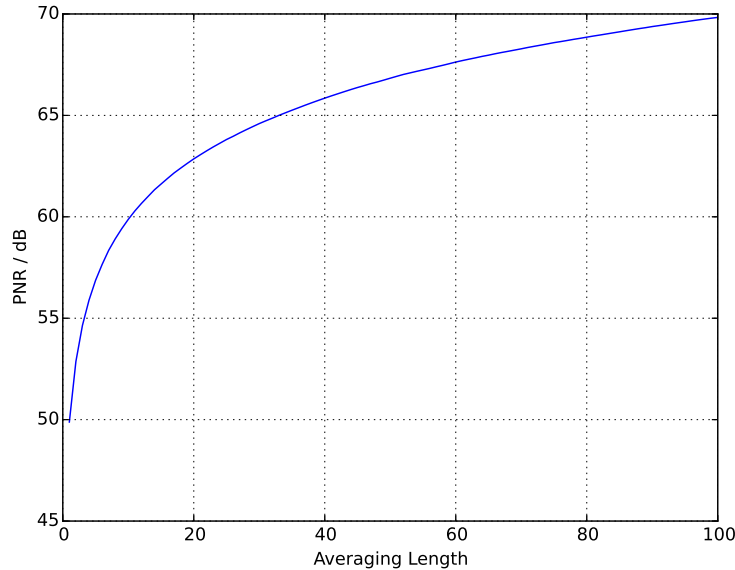


Abbildung 29: PNR in Abhängigkeit der Mittelungslänge
(*pnr_depends_on_averaging_length.py*)

5.2.1 Einfluss der Mittelungslänge auf das PNR

Bei der Methode der Mittelung wird die Messung um eine Anzahl N wiederholt. Diese Messungen werden dann aufaddiert und durch die Anzahl der Messungen dividiert. Dabei wird ausgenutzt, dass die Standardabweichung des Signals proportional zu N wächst, wogegen die Standardabweichung des Rauschens um den Faktor \sqrt{N} zunimmt [Ric]. Für das PNR folgt daraus folgende Beziehung

$$\text{PNR} = 20 \cdot \log_{10}(\sqrt{N}) + \text{PNR}_x, \quad (69)$$

wobei 'PNR' das PNR nach der Mittelung und 'PNR_x' das PNR vor der Mittelung angibt. Für die Abbildungen aus diesem Unterkapitel wurden die gleichen Parameter wie aus Kap. 5.2 verwendet. In Abb. 29 wird der Zusammenhang aus Gl. (69) deutlich. Bei z.B. 100 Messungen steigt das PNR um 20 dB. Es kann damit festgestellt werden, dass bei einer Verdopplung der Mittelungslänge das PNR theoretisch um 3 dB zunimmt [ISO, 6.3.6].

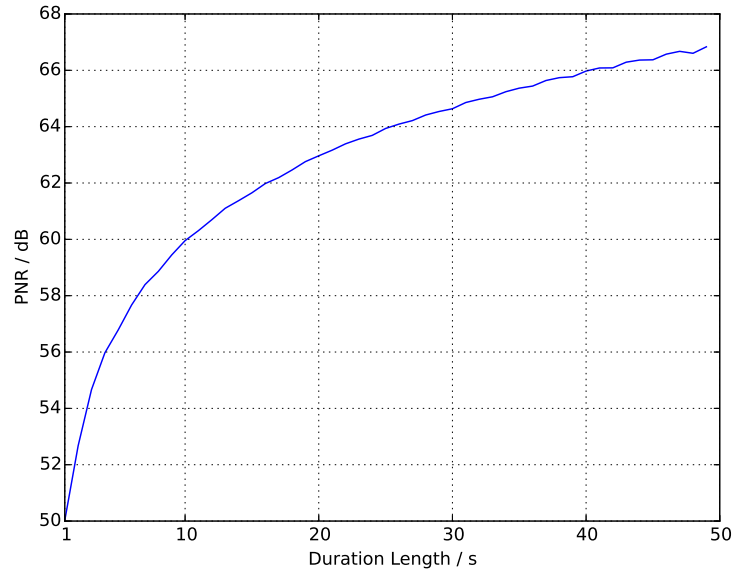


Abbildung 30: Das PNR in Abhängigkeit der Anregungsdauer (*pnr_depends_on_excitation_length.py*)

5.2.2 Einfluss der Anregungslänge auf das PNR

Bei Betrachtung von Abb. 30 wird offensichtlich, dass das PNR auch von der Dauer der Anregung abhängt. Der Grund liegt darin, dass bei einer größeren Anregungslänge mehr Energie in den zu messenden Raum gegeben wird. In [ISO, Kap. B6] ist beschrieben, dass bei einer Verdopplung der Anregungslänge, wie bei der Verdopplung der Mittelungslänge, sich das PNR um 3 dB erhöht. In [ISO, Kap. B6] wird außerdem empfohlen, dass eine längere Anregungslänge gegenüber der Mittelung bevorzugt werden sollte, da dieses Verfahren die Anfälligkeit zeitlicher Varianzen vermindert.

6 Der Einfluss der Fensterung von Sweep-Signalen

In diesem Kapitel wird überprüft, inwiefern sich die Fensterung von Sweep-Signalen auf die Güte der Impulsantwort auswirkt. Dabei ist das Ziel, die Welligkeiten, ausgelöst durch das schlagartige Ein- und Ausschalten des Sweep-Signals (vgl. Abb. 6), durch Ein- und Ausblenden eines Fensters zu verringern.

6.1 Die Autokorrelation als Qualitätsmaß

Nach [GRS07, Gl. 18.50] gilt folgender Zusammenhang:

$$\varphi_{yx}[\kappa] = h[\kappa] * \varphi_{xx}[\kappa] \quad (70)$$

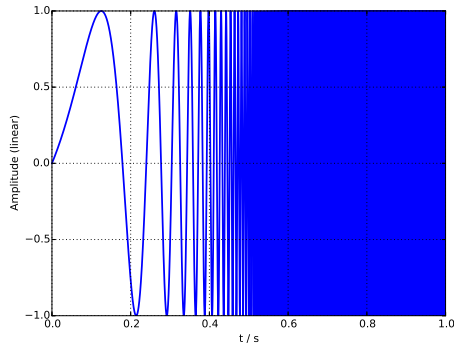
Wenn die Autokorrelationsfunktion (kurz: AKF) $\varphi_{xx}[\kappa]$ des Eingangssignals ein Dirac-Impuls ist, resultiert aus Gl. (70)

$$\begin{aligned} \varphi_{yx}[\kappa] &= h[\kappa] * \delta[\kappa] \\ \varphi_{yx} &= h[\kappa]. \end{aligned} \quad (71)$$

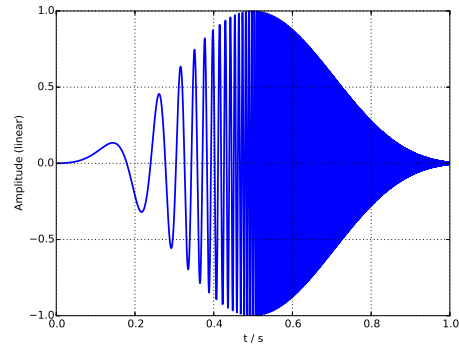
Dieser Zusammenhang zeigt, dass ein Dirac-Impuls als AKF exakt die gesuchte Impulsantwort ergibt. Für ein Sweep-Signal bedeutet das, dass seine AKF möglichst genau einen Dirac-Impuls approximieren sollte. Ein in der Literatur definiertes Fenster (vgl. Abb. 15) hat jedoch zu Folge, dass das gefensterte Signal zu stark vom Originalsignal abweicht. Die AKF wird also in Hinsicht auf die Dirac-Approximation beeinträchtigt (vgl. `log_sweep_akf_window.py`, `lin_sweep_akf_window.py`). Aus diesem Grund tritt Gl. (57) in Kraft. Es wird vermutet, dass durch einstellbare Fade-in- und Fade-out-Längen des Fensters ein Kompromiss zwischen Dämpfung der Welligkeiten im Frequenzbereich und Dirac-Approximation der AKF gefunden werden kann. Für den Fenstertyp kommt dafür nur das Kaiser-Fenster [OSB04, vgl. Gl. 7.59]

$$w[k] = \begin{cases} \frac{I_0\left[\beta\left(1-\left[\frac{k-(N-1)/2}{(N-1)/2}\right]^2\right)^{1/2}\right]}{I_0(\beta)}, & 0 \leq k \leq N-1 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (72)$$

in Betracht, da dieses einen Mittelweg zwischen Breite des Hauptschwingers und Seitenbandunterdrückung zulässt. $I(\cdot)$ bezeichnet dabei die modifizierte Bessel-Funktion erster Art Nullter Ordnung, vgl. dazu [BSM⁺08, Gl. 9.53a]. Die Problematik einer ungünstig gewählten Fensterlänge sollen die Abbildungen 31-33 verdeutlichen. In Abb. 31 ist ein logarithmischer Sweep mit der



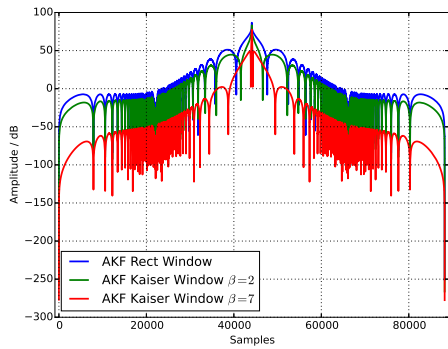
(a) Rechteckfenster



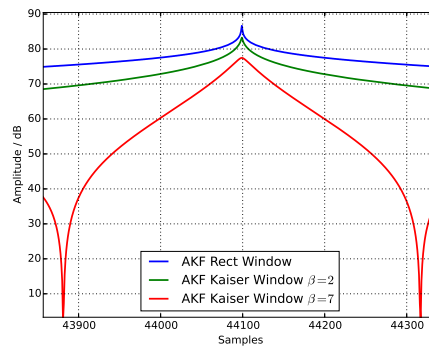
(b) Kaiser-Fenster $\beta = 7$, Fade-in: 500 ms, Fade-out: 500 ms

Abbildung 31: Fensterung eines logarithmischen Sweeps

Dauer von 1 Sekunde mit einem Rechteckfenster und einem Kaiser-Fenster dargestellt. Bei der Kaiser-Fensterung mit extremen Fade-in und Fade-out-Zeiten wird deutlich, dass ein großer Teil der Signalinformationen hinsichtlich des Originalsweeps verfälscht wird. Wie oben beschrieben, muss sich dies auch nachteilig auf die AKF auswirken. Die rote Kurve in Abb. 32 spiegelt genau das erwartete Verhalten von Abb. 31b wider, nämlich, dass sich das Maximum des ungünstig gefensterten Sweeps gegenüber der Rechteckfensterung (hier: um etwa 9 dB) verringert hat. Schon ein $\beta = 2$ hat eine Verminderung des Hauptmaximums in Vergleich zur Rechteckfensterung bei diesen Fade-in und Fade-out-Zeiten (hier: um etwa 3 dB) zu Folge. Die gleiche Auswirkung kann auch in der AKF eines linearen Sweeps beobachtet werden (s. Abb. 33). Eine ungünstig gewählte Fade-in- und Fade-out-Länge führt in diesem Beispiel dazu, dass sich bei einem $\beta=7$ das Maximum um etwa 9 dB verringert hat. Zusammenfassend kann gesagt werden, dass ein zu hoch gewählter Fade-in/Fade-out bei einem Sweep-Signal dazu führt, dass die Güte der Impulsantwort beeinträchtigt wird.

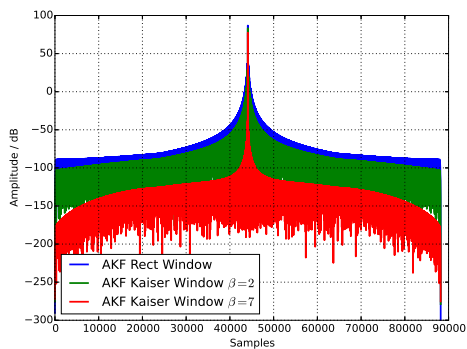


(a) AKF

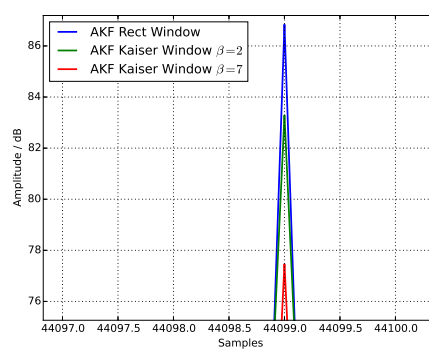


(b) Ausschnitt der AKF

Abbildung 32: Autokorrelationsfunktion eines logarithmischen Sweeps mit Rechteck- und Kaiser(Fade-in:500 ms, Fade-out:500ms)-Fenster



(a) AKF



(b) Ausschnitt der AKF

Abbildung 33: Autokorrelationsfunktion eines linearen Sweeps mit Rechteck- und Kaiser(Fade-in:500 ms, Fade-out:500ms)-Fenster

6.2 Die Güte der Impulsantwort in Abhängigkeit der Fade-in- und Fade-out-Zeiten

In diesem Kapitel wird untersucht, inwiefern sich die Fensterung mit unterschiedlichen Fade-in- und Fade-out-Zeiten auf die Güte der Impulsantwort auswirkt. Dabei wurden unterschiedliche Sweeps, FIR-Filter, Gütemaße und unterschiedliche Berechnungsmöglichkeiten der Entfaltung in Betracht gezogen. Abb. 34 soll das verwendete Modell in der Implementierung veranschaulichen.

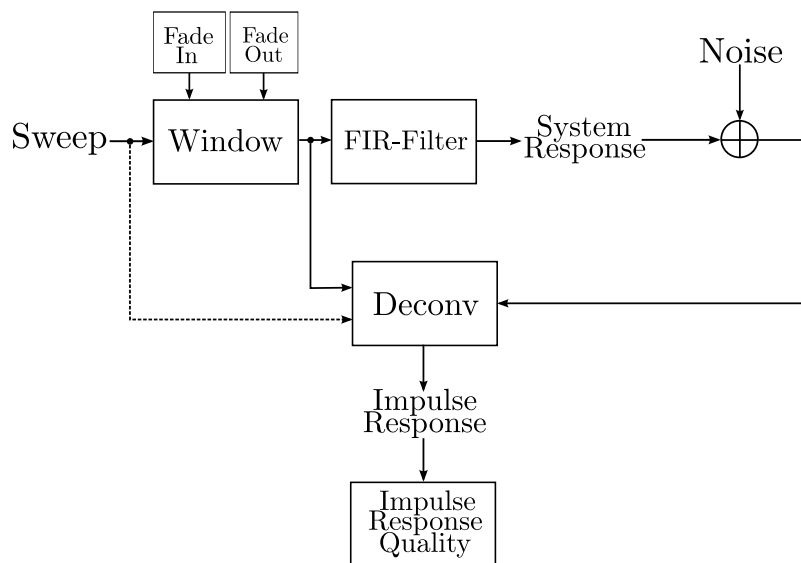


Abbildung 34: Signalflussdiagramm zur Berechnung der Impulsantwort

Für ein weiteres Gütemaß neben dem PNR wurde der Abstand des idealen Spektrums zum gemessenen Spektrum gewählt

$$\text{Spektrale Distanz} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} (H_{k_{ideal}}[\mu] - H_{k_{measured}}[\mu])^2 \right), \quad (73)$$

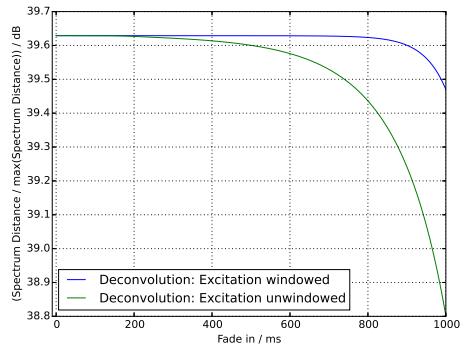
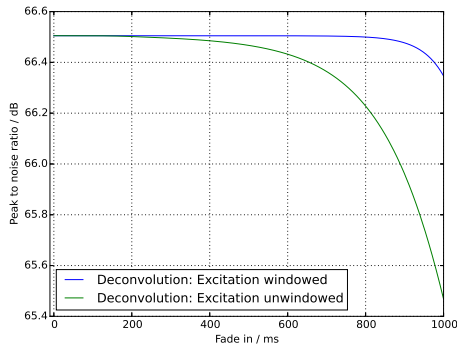
wobei N die Länge der FFT, $H_{ideal}[\mu]$ das ideale Spektrum und $H_{measured}[\mu]$ das gemessene Spektrum ist. Für die Fade-in- und Fade-out-Messung für den jeweiligen Sweep und FIR-Filter wurde dann das Maximum gesucht und dieses durch das Ergebnis im dekadischen Logarithmus der spektralen Distanz dividiert. Somit ist die Fade-in- und Fade-out-Messung miteinander vergleichbar, wobei 0 dB das „Worst-Case-Szenario“ darstellt und bedeutet,

dass das gemessene Spektrum den größten Abstand zum idealen Spektrum bei der entsprechenden Fade-in- und Fade-out-Länge besitzt.

Für die Berechnung der Entfaltung wurden 2 Ansätze gewählt. Der eine Ansatz besteht darin, dass das gefensterte Anregungssignal zur Berechnung der Impulsantwort herangezogen wird. In dem anderen Fall beschränkt sich die Berechnung der Impulsantwort auf das Anregungssignal ohne Fensterung. Jedoch bleibt für diese beiden Ansätze der Punkt identisch, dass die gefensterten Anregungssignal mit dem FIR-Filter gefaltet werden.

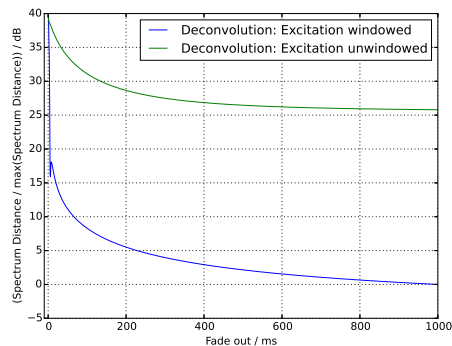
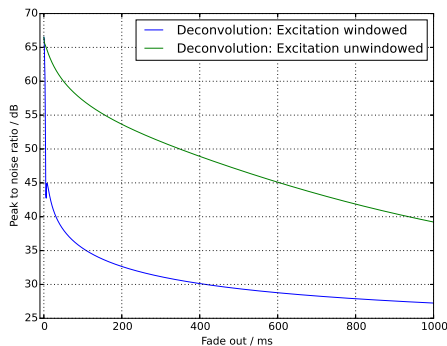
Mit diesen verschiedenen Möglichkeiten zur Berechnung der Impulsantwort können nun die Ergebnisse vorgestellt werden.

6.2.1 Der Dirac-Impuls als FIR-Filter



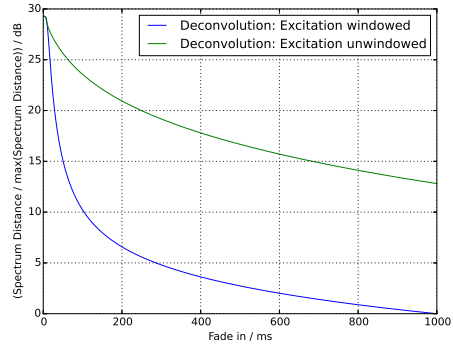
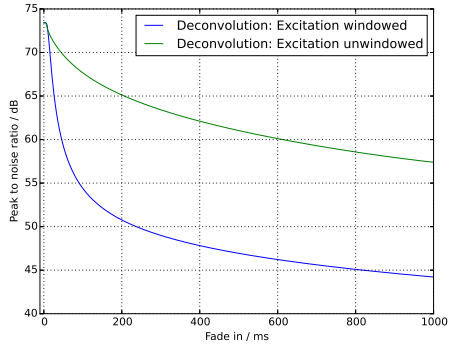
(a) Abstand des Rauschens zur Signalspitze (b) Spektrale Distanz zum idealen Dirac-Impuls

Abbildung 35: Logarithmischer Sweep (Länge: 1 s, $f_{\text{start}} = 1$ Hz, $f_{\text{stop}} = 22050$ Hz, $f_s = 44100$ Hz) in Abhängigkeit der Fade-in-Zeit des Kaiser-Fensters ($\beta = 7$) beim Dirac-Impuls-Filter (`log_sweep_kaiser_window_script1(_1).py`)



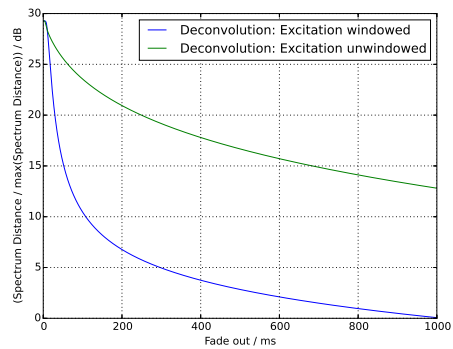
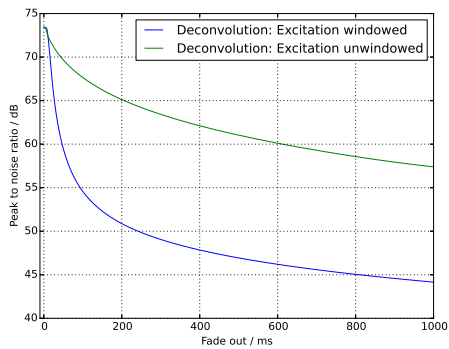
(a) Abstand des Rauschens zur Signalspitze (b) Spektrale Distanz zum idealen Dirac-Impuls

Abbildung 36: Logarithmischer Sweep (Länge: 1 s, $f_{\text{start}} = 1$ Hz, $f_{\text{stop}} = 22050$ Hz, $f_s = 44100$ Hz) in Abhängigkeit der Fade-out-Zeit des Kaiser-Fensters ($\beta = 7$) beim Dirac-Impuls-Filter (`log_sweep_kaiser_window_script2(_1).py`)



(a) Abstand des Rauschens zur Signalspitze (b) Spektrale Distanz zum idealen Dirac-Impuls

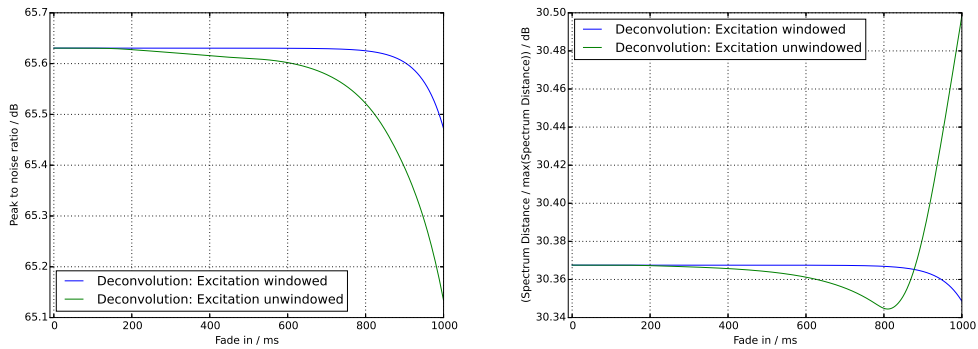
Abbildung 37: Linearer Sweep (Länge: 1 s, $f_{\text{start}} = 1 \text{ Hz}$, $f_{\text{stop}} = 22050 \text{ Hz}$, $f_s = 44100 \text{ Hz}$) in Abhängigkeit der Fade-in-Zeit des Kaiser-Fensters ($\beta = 7$) beim Dirac-Impuls-Filter (`lin_sweep_kaiser_window_script1(_1).py`)



(a) Abstand des Rauschens zur Signalspitze (b) Spektrale Distanz zum idealen Dirac-Impuls

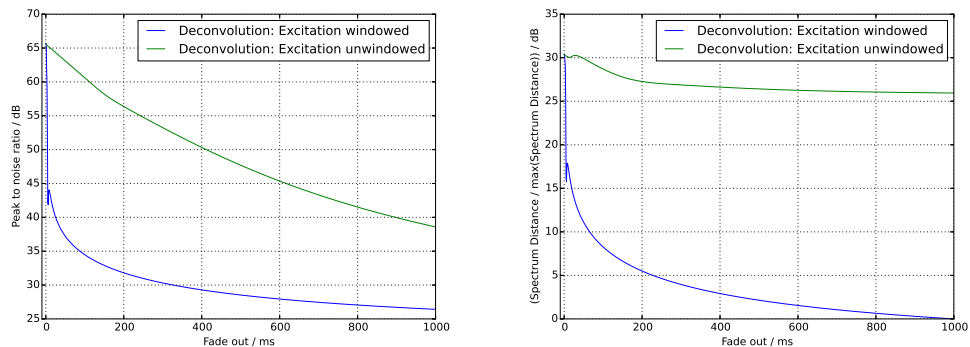
Abbildung 38: Linearer Sweep (Länge: 1 s, $f_{\text{start}} = 1 \text{ Hz}$, $f_{\text{stop}} = 22050 \text{ Hz}$, $f_s = 44100 \text{ Hz}$) in Abhängigkeit der Fade-out-Zeit des Kaiser-Fensters ($\beta = 7$) beim Dirac-Impuls-Filter (`lin_sweep_kaiser_window_script2(_1).py`)

6.2.2 Die Bandsperre als IIR-Filter



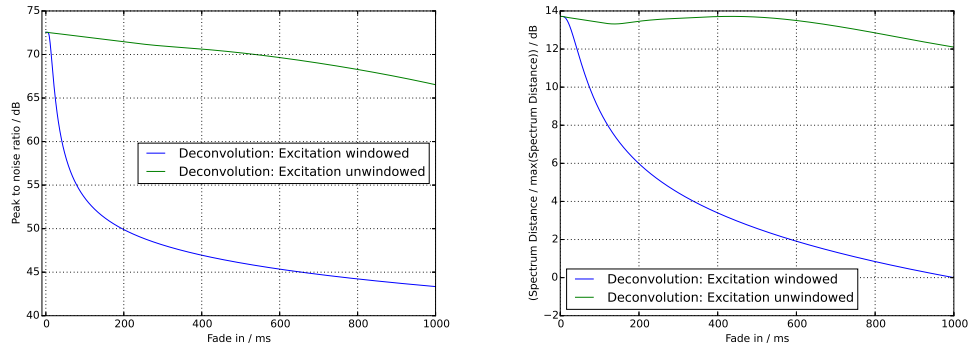
(a) Abstand des Rauschens zur Signalspitze (b) Spektrale Distanz zur idealen Bandsperre

Abbildung 39: Logarithmischer Sweep (Länge: 1 s, $f_{\text{start}} = 1$ Hz, $f_{\text{stop}} = 22050$ Hz, $f_s = 44100$ Hz) in Abhängigkeit der Fade-in-Zeit des Kaiser-Fensters ($\beta = 7$) beim Bandsperre-Filter ($f_L = 5000$ Hz, $f_H = 6000$ Hz, order = 2) (*log_sweep_kaiser_window_script3(_1).py*)



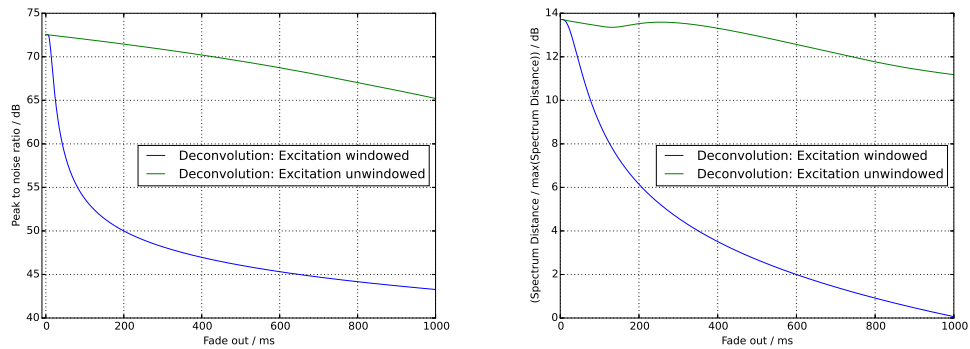
(a) Abstand des Rauschens zur Signalspitze (b) Spektrale Distanz zur idealen Bandsperre

Abbildung 40: Logarithmischer Sweep (Länge: 1 s, $f_{\text{start}} = 1$ Hz, $f_{\text{stop}} = 22050$ Hz, $f_s = 44100$ Hz) in Abhängigkeit der Fade-out-Zeit des Kaiser-Fensters ($\beta = 7$) beim Bandsperre-Filter ($f_L = 5000$ Hz, $f_H = 6000$ Hz, order = 2) (*log_sweep_kaiser_window_script4(_1).py*)



(a) Abstand des Rauschens zur Signalspitze (b) Spektrale Distanz zur idealen Bandsperre

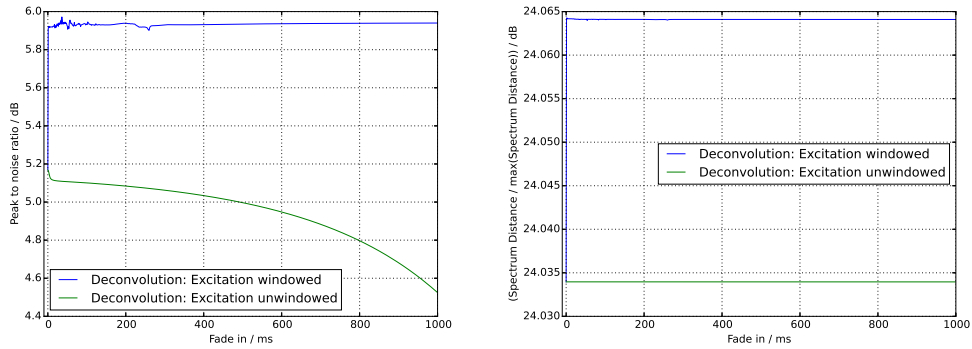
Abbildung 41: Linearer Sweep (Länge: 1 s, $f_{\text{start}} = 1 \text{ Hz}$, $f_{\text{stop}} = 22050 \text{ Hz}$, $f_s = 44100 \text{ Hz}$) in Abhängigkeit der Fade-in-Zeit des Kaiser-Fensters ($\beta = 7$) beim Bandsperre-Filter ($f_L = 5000 \text{ Hz}$, $f_H = 6000 \text{ Hz}$, order = 2) (*lin_sweep_kaiser_window_script3(_1).py*)



(a) Abstand des Rauschens zur Signalspitze (b) Spektrale Distanz zur idealen Bandsperre

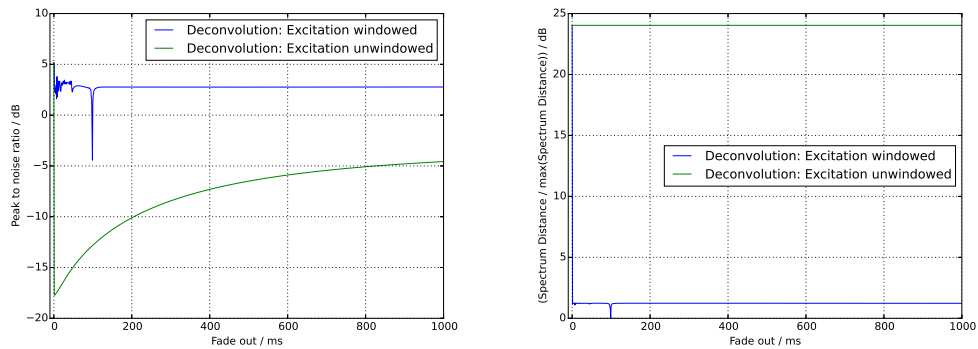
Abbildung 42: Linearer Sweep (Länge: 1 s, $f_{\text{start}} = 1 \text{ Hz}$, $f_{\text{stop}} = 22050 \text{ Hz}$, $f_s = 44100 \text{ Hz}$) in Abhängigkeit der Fade-out-Zeit des Kaiser-Fensters ($\beta = 7$) beim Bandsperre-Filter ($f_L = 5000 \text{ Hz}$, $f_H = 6000 \text{ Hz}$, order = 2) (*lin_sweep_kaiser_window_script4(_1).py*)

6.2.3 Der bandbegrenzte Sweep



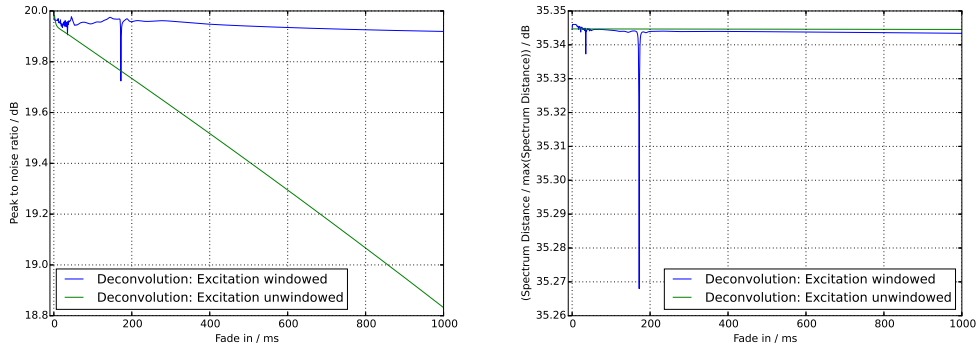
(a) Abstand des Rauschens zur Signalspitze (b) Spektrale Distanz zum idealen Dirac-Impuls

Abbildung 43: Logarithmischer Sweep (Länge: 1 s, $f_{\text{start}} = 100$ Hz, $f_{\text{stop}} = 5000$ Hz, $f_s = 44100$ Hz) in Abhängigkeit der Fade-in-Zeit des Kaiser-Fensters ($\beta = 7$) beim Dirac-Impuls-Filter (*log_sweep_kaiser_window_bandlimited_script5(_1).py*)



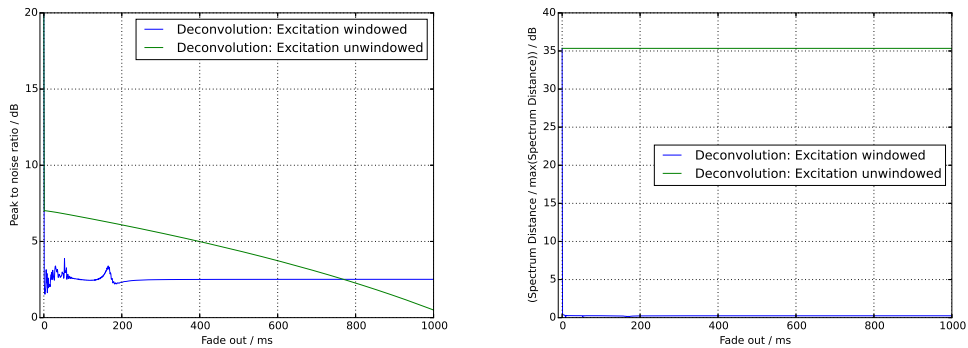
(a) Abstand des Rauschens zur Signalspitze (b) Spektrale Distanz zum idealen Dirac-Impuls

Abbildung 44: Logarithmischer Sweep (Länge: 1 s, $f_{\text{start}} = 100$ Hz, $f_{\text{stop}} = 5000$ Hz, $f_s = 44100$ Hz) in Abhängigkeit der Fade-out-Zeit des Kaiser-Fensters ($\beta = 7$) beim Dirac-Impuls-Filter (*log_sweep_kaiser_window_bandlimited_script6(_1).py*)



(a) Abstand des Rauschens zur Signalspitze (b) Spektrale Distanz zum idealen Dirac-Impuls

Abbildung 45: Linearer Sweep (Länge: 1 s, $f_{\text{start}} = 100$ Hz, $f_{\text{stop}} = 5000$ Hz, $f_s = 44100$ Hz) in Abhängigkeit der Fade-in-Zeit des Kaiser-Fensters ($\beta = 7$) beim Dirac-Impuls-Filter (`lin_sweep_kaiser_window_bandlimited_script5(_1).py`)



(a) Abstand des Rauschens zur Signalspitze (b) Spektrale Distanz zum idealen Dirac-Impuls

Abbildung 46: Linearer Sweep (Länge: 1 s, $f_{\text{start}} = 100$ Hz, $f_{\text{stop}} = 5000$ Hz, $f_s = 44100$ Hz) in Abhängigkeit der Fade-out-Zeit des Kaiser-Fensters ($\beta = 7$) beim Dirac-Impuls-Filter (`lin_sweep_kaiser_window_bandlimited_script6(_1).py`)

6.3 Auswertung der Messungen

Wird ein Dirac-System mit einem logarithmischen Sweep angeregt, so zeigt das PNR bei steigendem Fade-in ein abklingendes Verhalten ab einer hohen Fade-in-Länge. Bei steigendem Fade-out klingt das PNR sehr viel schneller mit einer größeren Amplitude ab. Grund dafür ist, dass bei einem logarithmischen Sweep die hohen Frequenzen bei einem Fade-out stärker zeitlich begrenzt werden, als die tiefen Frequenzen bei einem Fade-in. Dieses wird in Abb. 36a,b durch einen Sprung um 23 dB ersichtlich. Auch die Tatsache, dass das PNR bei einer hohen Fade-in/Fade-out-Länge abfällt, kann aus Kap. 6.1 bestätigt werden. Das für die Entfaltung ungefensterte Spektrum zeigt ein anderes Abklingverhalten, was jedoch gegenüber der Entfaltung mit einem gefensterten Spektrum in dem Punkt übereinstimmt, dass keine Vergrößerung des PNR's erzielt wurde. Auch die spektrale Distanz in Abb. 35b-36b lässt keine Vergrößerung der Güte der Impulsantwort erkennen. Bei einem linearen Sweep ist in Abb. 37-38 zu erkennen, dass sowohl die Fade-in als auch die Fade-out-Länge den gleichen Einfluss auf das PNR und die spektrale Distanz haben. Grund dafür ist, dass bei einem linearen Sweep die hohen Frequenzen bei einem Fade-out im gleichen Maße zeitlich begrenzt werden, wie die tiefen Frequenzen bei einem Fade-in. Auch bei dem linearen Sweep wurde bei einem Dirac-Impuls-Filter kein Anstieg der Gütemaße erkennbar. Bei der Verwendung einer Bandsperre als Filter zeigt das PNR beim Fade-in/Fade-out sowohl für den logarithmischen als auch für den linearen Sweep ein gleiches Abklingverhalten wie für einen Dirac-Impuls-Filter. In Abb. 39b jedoch ist für die spektrale Distanz für die Berechnung der Entfaltung mit ungefenstertem Spektrum ein Anstieg ab 800 ms erkennbar, welcher jedoch kritisch hinterfragt werden muss. Wie in Kap. 6.1 gezeigt wurde, nimmt bei der Autokorrelationsfunktion des Anregungssignals bei einer zu hoch gewählten Fade-in- oder Fade-out-Länge die Approximation zu einem Dirac-Impuls ab, womit sich folglich auch die Güte der Impulsantwort verringert. Für die Messung mit einem Bandsperre-Filter scheint die Berechnung des spektralen Abstands kein verlässliches Gütemaß zu sein.

Die Auswirkung der Fensterung bei einem bandbegrenzten Sweep unterscheidet sich im Gegensatz zu den Abbildungen aus Kap. 6.2.1/ 6.2.2. Das PNR zeigt gleich zu Beginn der Fade-in/Fade-out-Zeit einen nahezu senkrechten Anstieg und verhält sich dann konstant mit anfänglichen Peaks. Dieser Verlauf konnte im Rahmen dieser Bachelorarbeit nicht geklärt werden. Es wird jedoch auch bei diesen Messungen kein Anstieg der Güte aufgrund der Fensterung erkennbar. In Abb. 44a ist sogar ein Abfall in einen negativen PNR-Bereich zu beobachten, was bedeutet, dass das Rauschen größer ist als der Signalpeak.

7 Zusammenfassung

In dieser Bachelorarbeit wurde das Verhalten von Impulsantworten unter Einfluss der Fensterung von Sweep-Signalen untersucht. Dazu wurde eine Software erarbeitet, die es ermöglicht, die Messung von Impulsantworten zu simulieren. Darüber hinaus kann sie durch die strikte Trennung von Mess- und Simulations-Modul für reale Messungen von Impulsantworten verwendet werden. In diesem Kontext wurde die Synthese von Sweep-Signalen im Zeitbereich, das Design verschiedener Prüflinge und die Berechnung der Impulsantwort sowie die Bestimmung verschiedener Gütemaße unter Einfluss des Rauschens umgesetzt. Die Implementierung wurde mittels verschiedener Messungen (s. Kap. 5) verifiziert. Für die Simulation der Fensterung von Sweep-Signalen im Zeitbereich konnte jedoch keine Verbesserung der Güte der Impulsantwort beobachtet werden. Es scheint, als würden die gewählten Gütemaße und DUT's kein ausreichendes Maß für die Beurteilung der Auswirkung der Fensterung auf die Impulsantwort darstellen. Für die Zukunft ließe sich die Software aufgrund der Open-Source-Implementierung weiterentwickeln, sodass ein positiveres Ergebnis durch die Fensterung von Sweep-Signalen auf die Güte der Impulsantwort erreicht werden könnte.

A Anhang

A.1 Zeitdiskrete Fouriertransformation

[GRS07, Gl. 12.13]

$$\text{DTFT} : X(e^{j\Omega}) = \mathcal{F}_* \{x[k]\} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]e^{-jk\Omega}$$

[GRS07, Gl. 12.16]

$$\text{Inverse DTFT} : x[k] = \mathcal{F}_* \{X(e^{j\Omega})\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\Omega})e^{jk\Omega} d\Omega$$

A.2 Diskrete Fouriertransformation

[OSB04, vgl. 8.11]

$$\text{DFT} : X[\mu] = \text{DFT}_N \{x[k]\} = \sum_{k=0}^{N-1} x[k]e^{-j\frac{2\pi}{N}\mu k}$$

[OSB04, vgl. 8.12]

$$\text{Inverse DFT} : x[k] = \text{IDFT}_N \{X[\mu]\} = \frac{1}{N} \sum_{\mu=0}^{N-1} X[\mu]e^{j\frac{2\pi}{N}\mu k}$$

A.3 Diskrete Faltung

[GRS07, Gl. 12.49]

$$x[k] * h[k] = \sum_{\kappa=-\infty}^{\infty} x[\kappa]h[k - \kappa]$$

A.4 Dirac-Impuls

[GRS07, vgl. Gl. 8.13]

$$\text{Ausblendeigenschaft} : \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\delta[k - \kappa] = x[\kappa]$$

A.5 Auto- und Kreuzkorrelation

[GRS07, vgl. Gl. 17.23]

$$\text{Autokorrelation : } \varphi_{xx}[\kappa] = E\{x[k + \kappa] \cdot x[k]\}$$

[GRS07, vgl. Gl. 17.46]

$$\text{Kreuzkorrelation : } \varphi_{xy}[\kappa] = E\{x[k + \kappa] \cdot y[k]\}$$

A.6 Auto- und Kreuzleistungsdichtespektrum

[GRS07, vgl. Gl. 17.69]

$$\text{Autoleistungsdichtespektrum : } \Phi_{xx}(e^{j\Omega}) = \mathcal{F}_*\{\varphi_{xx}[\kappa]\}$$

[GRS07, vgl. Gl. 17.70]

$$\text{Kreuzleistungsdichtespektrum : } \Phi_{xy}(e^{j\Omega}) = \mathcal{F}_*\{\varphi_{xy}[\kappa]\}$$

Literatur

- [BSM⁺08] I.N. Bronstein, K.A. Semendjajew, G. Musiol, and H.Mühlig. *Taschenbuch der Mathematik*. Harri Deutsch, 7. Auflage, 2008.
- [Far00] Angelo Farina. Simultaneous measurement of impulse response and distortion with a swept-sine technique. In *Proc. of the 108th Audio Eng. Soc. Conv.*, Paris, France, Feb 2000.
- [Far07a] Angelo Farina. Advancements in impulse response measurements by sine sweeps. In *Proc. of the 122th Audio Eng. Soc. Conv.*, Vienna, Austria, May 2007.
- [Far07b] Angelo Farina. Impulse response measurement. *23RD Nordic Sound Symposium, Bolkesjø, Norway*, September 2007.
- [GRS07] Bernd Girod, Rudolf Rabenstein, and Alexander Stenger. *Einführung in die Systemtheorie*. Teubner Verlag, Wiesbaden, 4. Auflage, 2007.
- [Har78] F. J. Harris. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete fourier transform. *Proceedings of the IEEE*, 66(1), 1978.
- [Hey67] Richard C. Heyser. Acoustical measurements by time delay spectrometry. *J. Audio Eng. Soc*, 15(4):370–382, 1967.
- [ISO] European Standard. *ISO 18233: Akustik- Anwendung neuer Messverfahren in der Bau- und Raumakustik*.
- [Kam04] Karl-Dirk Kammeyer. *Nachrichtenübertragung*. Teubner Verlag, Wiesbaden, 3. Auflage, 2004.
- [Mey14] Martin Meyer. *Signalverarbeitung: Analoge und digitale Signale, Systeme und Filter*. Springer Vieweg, 7. Auflage, 2014.
- [Mik07] Luka Mikula. *Projektarbeit: Mehrkanalige Messung von Impulsantworten*. Technische Universität Graz, 2007.
- [MM01] Swen Müller and Paulo Massarani. Transfer-function measurement with sweeps. *J. Audio Eng. Soc*, 49(6):443–471, 2001. Überarbeitete Auflage „DirectorsCut“ 2006. <http://www.four-audio.com/data/MF/aes-swp-english.pdf>.

- [MSW⁺08] Q. Meng, D. Sen, S. Wang, and L. Hayes. *Impulse Response Measurement with Sine Sweeps and Amplitude Modulation Schemes*. Published in: Signal Processing and Communication Systems. 2nd International Conference, Gold Coast, Australia, Dec 2008.
- [Mü08] Swen Müller. *Handbuch der Audiotechnik*, Kapitel Messtechnik. In Weinzierl, S. (ed.), Seiten 1087–1169. Springer, Berlin, 1. Auflage, 2008.
- [OSB04] Alan V. Oppenheim, Roland W. Schafer, and John R. Buck. *Zeitdiskrete Signalverarbeitung*. Pearson Studium, 2. Auflage, 2004.
- [Ric] W. Richter. *Signal/Rausch-Verbesserung*. http://www.praktika.physik.uni-bayreuth.de/Signal_Rausch.pdf.
- [SEA02] G.B. Stan, J.J. Embrechts, and D. Archambeau. Comparison of different impulse response measurement techniques. *J. Audio Eng. Soc.*, 50(4):249–262, 2002.
- [TSB⁺14] Joseph G. Tylka, Rahulram Sridhar, Braxton B. Boren, and Edgar Y. Choueiri. A new approach to impulse response measurements at high sampling rates. In *Proc. of the 137th Audio Eng. Soc. Conv.*, Los Angeles, USA, October 2014.
- [VdR11] Katja Vetter and Serafino di Rosario. *ExpoChirpToolbox: a Pure Data implementation of ESS impulse response measurement*. London, July 2011.
- [Vor09] Michael Vorländer. *Messtechnik der Akustik*, Kapitel Digitale Signalverarbeitung in der Messtechnik. In Möser, M. (ed.), Seiten 537–575. Springer, Berlin, 1. Auflage, 2009.
- [WGL09] Stefan Weinzierl, Andre Giese, and Alexander Lindau. Generalized multiple sweep measurement. In *Proc. of the 126th Audio Eng. Soc. Conv.*, Munich, Germany, May 2009.