

STEFAN BEHRENDT

BEITRAG ZUR ANWENDUNG VON PRÄDIKTIVREGLERN IN  
VERBRENNUNGSMOTORSTEUERUNGEN



BEITRAG ZUR ANWENDUNG VON PRÄDIKTIVREGLERN  
IN VERBRENNUNGSMOTORSTEUERUNGEN

Dissertation

zur  
Erlangung des akademischen Grades  
Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)  
der Fakultät für Informatik und Elektrotechnik  
der Universität Rostock

vorgelegt von  
Stefan Behrendt, geb. am 6. Mai 1979 in Schwerin  
aus Braunschweig

Rostock, 21. Februar 2018

GUTACHTER

Prof. Dr.-Ing. Torsten Jeinsch  
Institut für Automatisierungstechnik  
Fakultät für Informatik und Elektrotechnik  
Universität Rostock

Prof. Dr.-Ing. Peter Dünow  
Fakultät für Ingenieurwissenschaften  
Hochschule Wismar

Prof. Dr. Ping Zhang  
Lehrstuhl für Automatisierungstechnik  
Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik  
Technische Universität Kaiserslautern

DATUM DER EINREICHUNG

16. November 2016

DATUM DER VERTEIDIGUNG

19. Januar 2018

## KURZFASSUNG

---

Das Ziel dieser Arbeit ist die Anwendbarkeit des numerisch anspruchsvollen modellprädiktiven Regelungskonzeptes innerhalb moderner Verbrennungsmotorsteuerungen zu erreichen. Die modellprädiktive Regelung beruht auf der Lösung eines konvexen quadratischen Optimierungsproblems während der Laufzeit, sodass der Einsatz dieses Verfahrens in der Regel auf Prozesse mit geringer Dynamik bzw. leistungsfähige Rechentechnik beschränkt ist. Aufgrund der zunehmenden Anzahl an Aktorik innerhalb moderner Verbrennungsmotoren ist die modellprädiktive Regelung zunehmend auch für das Umfeld eingebetteter Systeme mit begrenzten Ressourcen interessant. Der Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist die Modifikation und Erweiterung der numerischen Algorithmen angesichts der spezifischen Eigenschaften einer Verbrennungsmotorsteuerung, um auf diesem Wege eine echtzeitfähige Umsetzung einer modellprädiktiven Regelung auf modernen Motorsteuergeräten zu erreichen.

Aufgrund des Mehrgrößencharakters und der koordinierenden Funktion ist insbesondere die Drehmomentenkoordination der verfügbaren Aktoren eine geeignete Aufgabe für eine modellbasierte prädiktive Regelung. Durch die Abstraktion der Wirkpfade auf eine Drehmomentenebene durch die Motorsteuerung und die weitgehende Linearisierung des Prozesses durch die unterlagerten Regelkreise wird der Einsatz eines linearen prädiktiven Regelungsverfahrens ermöglicht. Die Drehmomentenkoordination lässt sich anschließend durch eine spezielle lineare Prozessklasse abbilden, die durch eine Hauptstellgröße und mehrere Hilfsstellgrößen gekennzeichnet ist. Durch die Spezialisierung auf solche spezifischen Eigenschaften des Prozesses können elementare Bestandteile der modellprädiktiven Regelung modifiziert und somit die Echtzeitfähigkeit erreicht werden. Zu diesen Bestandteilen gehören beispielsweise die Berechnung der Parameter des Optimierungsproblems, die Lösung des Optimierungsproblems mithilfe einer geeigneten Zerlegung, eine Aktivierungsstrategie und die Zustandsbeobachtung.

Durch simulative Untersuchungen wird die Eignung der modellprädiktiven Regelung zur Führungs- und Störungsregelung des Motordrehmoments und der Motordrehzahl belegt. Es wird gezeigt, dass insbesondere bei bekannten zukünftigen Störgrößenänderungen, wie beispielsweise dem Zuschalten des Klimakompressors, eine wesentliche Verbesserung der Regelgüte erreicht wird. Hierbei spielt die koordinierende Eigenschaft der modellprädiktiven Regelung eine wesentliche Rolle. Die praktische Anwendbarkeit wird anhand einer Implementierung in einem serienmäßigen Motorsteuergerät und einer anschließenden Fahrt im Fahrzeug auf einer Teststrecke gezeigt und diskutiert.



## ABSTRACT

---

This thesis focusses on usability of the numerically sophisticated model predictive control concept within modern engine control. Model predictive control is based on the solution of a convex quadratic programming problem during runtime, and thus, is usually limited to processes with slow dynamics or high-performance computing hardware. Due to the increasing number of actuators within modern internal combustion engines, model predictive control is gaining strong attention for applications in this field of embedded systems with limited resources. The subject of this thesis is the review of existing and development of extended numerical algorithms with respect to specific characteristics of engine control. By this means, real-time capability of the implementation in modern electronic control units is aimed.

Torque coordination is an appropriate subject for model-based predictive control, due to its multivariable character and the coordination task. The abstraction of available actuators to a torque level by engine control and substantial linearization of the process by the secondary control loops, permit the usage of a linear predictive control method for torque coordination. With this abstraction and linearization, torque coordination can be represented by a special linear process class characterized by a main manipulated variable and several auxiliary manipulated variables. Computational elements of model predictive control are developed with respect to and special emphasis on these process characteristics. Hence realtime capability is achieved. The modifications include the calculation of the parameters of the optimization problem, the solution of the optimization problem by means of a numerical decomposition, an activation strategy and the state observer.

The effectiveness of model predictive control for tracking and disturbance rejection regarding engine torque and engine speed is proved by simulation. It reveals that in case of known future disturbances, such as switching on the air conditioning compressor, a significant improvement of the control performance is achieved. Here, the coordinating characteristic of model predictive control is a key figure. The field of application is evaluated, proven and reflected on the basis of an implementation in an standard electronic control unit and a subsequent drive on a test track.



# INHALTSVERZEICHNIS

---

1	EINLEITUNG	1
1.1	Problemformulierung und Lösungsansatz . . . . .	3
1.2	Struktur der Arbeit . . . . .	5
2	STAND DER TECHNIK	7
3	PROZESS UND STEUERUNGSANSATZ	15
3.1	Prozessanalyse . . . . .	15
3.2	Funktionsumfang aktueller Motorsteuerungen . . . . .	22
3.3	Beispiel Leerlaufregelung . . . . .	32
3.4	Drehmomentenbasierter Steuerungsansatz . . . . .	34
3.5	Zusammenfassung . . . . .	39
4	MODELLPRÄDIKTIVER REGELUNGSANSATZ	41
4.1	Grundlagen . . . . .	41
4.1.1	Prädiktion des Ausgangsgrößenverlaufs . . . . .	43
4.1.2	Quadratisches Gütekriterium . . . . .	46
4.1.3	Einführung von Stellbeschränkungen . . . . .	49
4.2	Algorithmen zur Lösung des Optimierungsproblems . . . . .	50
4.2.1	Methode der aktiven Menge . . . . .	50
4.2.2	Verfahren der inneren Punkte . . . . .	53
4.2.3	Hildreth-Prozedur . . . . .	55
4.2.4	Explizite modellprädiktive Regelung . . . . .	57
4.2.5	Vergleichende Wertung der Algorithmen . . . . .	59
4.3	Zusammenfassung . . . . .	63
5	MODIFIKATIONEN UND ERWEITERUNGEN	65
5.1	Prozessklasse . . . . .	65
5.2	Effiziente Zerlegung . . . . .	71
5.3	Einfluss aktiver Restriktionen . . . . .	76
5.4	Mehrfachaktivierung und -deaktivierung . . . . .	77
5.5	Paralleles Rechnen . . . . .	86
5.6	Verwendung von Beobachterstrukturen . . . . .	95
5.6.1	Zustandsschätzung mittels Zustandsraummodell . . . . .	97
5.6.2	Zustandsschätzung mittels Beobachter . . . . .	99
5.6.3	Zustandsschätzung mittels Störgrößenbeobachter . . . . .	101
5.6.4	Zustandsschätzung mittels modalem Störgrößenbeobachter . . . . .	104
5.6.5	Vergleichende Wertung der Ansätze . . . . .	106
5.7	Multiratenproblematik . . . . .	108
5.8	Zusammenfassung . . . . .	112
6	IMPLEMENTIERUNG UND PRAKTISCHE UNTERSUCHUNGEN	115
6.1	Simulative Untersuchungen . . . . .	115

6.1.1	Vergleichende Untersuchung verschiedener Implementierungsvarianten . . . . .	116
6.1.2	Prädizierter Führungs- und Störgrößenverlauf . . . . .	119
6.1.3	Validierung am nichtlinearen Fahrzeugmodell . . . . .	122
6.1.4	Simulation auf der Zielplattform . . . . .	125
6.2	Fahrzeugtest . . . . .	128
6.2.1	Integration in bestehende Motorsteuerung . . . . .	128
6.2.2	Anwendung zur Führungsregelung . . . . .	129
6.2.3	Anwendung zur Störungsregelung . . . . .	133
6.3	Zusammenfassung . . . . .	135
7	ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK	137
A	ZEITDISKRETISIERUNG IM ZUSTANDSRAUM	141
A.1	Exakte Transformation . . . . .	141
A.2	Numerische Approximation der Matrixexponentialfunktion . . . . .	143
A.3	Bilineartransformation . . . . .	144
A.4	Vergleichende Wertung . . . . .	145
	LITERATURVERZEICHNIS	147
	VERÖFFENTLICHUNGEN	169
	ABBILDUNGSVERZEICHNIS	171
	TABELLENVERZEICHNIS	173
	ALGORITHMENVERZEICHNIS	173
	ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS	174
	SYMBOLVERZEICHNIS	175
	SELBSTSTÄNDIGKEITSERKLÄRUNG	179
	THESEN	181

## EINLEITUNG

---

Die Aufgabe eines Verbrennungsmotors in Kraftfahrzeugen besteht in der Bereitstellung eines gewünschten Drehmomentes an der Kupplung. Zusätzlich zu dieser Aufgabe sind jedoch auch die Nebenbedingungen an den Kraftstoffverbrauch, die erzeugten Schadstoffemissionen, etwaige Sicherheitseingriffe beispielsweise gegen das Überhitzen von Bauteilen und Komfortfunktionen zu berücksichtigen. Diese sich teilweise widersprechenden Anforderungen sind durch die Motorsteuerung im Sinne eines Kompromisses auszugleichen. Einen guten Kompromiss zwischen diesen Anforderungen zu finden ist hierbei keine triviale Aufgabe. Allein die Reduzierung des Kraftstoffverbrauches und der Schadstoffemissionen ist zum Teil widersprüchlich, wenn beispielsweise eine höhere Kraftstoffmasse eingesetzt wird, um den Abgaskatalysator zügig auf dessen Betriebstemperatur zu bringen [225].

Das technologische Mittel zur Umsetzung der genannten Ziele liegt in der Verbesserung des Brennverfahrens und dessen Kontrolle. Ein Beispiel hierfür ist die Einführung der Direkteinspritzung, die eine genauere Dosierung des Kraftstoffes und eine Innenkühlung des Zylinders gegenüber der Saugrohreinspritzung erlaubt. Eine geringe Gemischtemperatur wirkt sich vorteilhaft auf die thermische Belastung der Komponenten im Abgastrakt aus. Ein weiteres Beispiel ist die Integration des Abgasturboladers, die es ermöglicht kleinere und somit leichtere Motoren einzusetzen ohne eine Leistungsreduzierung zu bewirken. Beide Beispiele haben gemein, dass es aufgrund deren Umsetzung zu einer steigenden Anzahl an Stellmöglichkeiten kommt. Hierbei sind mit dem Drosselklappenwinkel, dem Zündwinkel, der Einspritzzeit, der Nockenwellenphasenlage und dem Wastegatewinkel eines Abgasturboladers nur einige genannt. Sämtliche Stellgrößen beeinflussen das resultierende Drehmoment auf unterschiedliche Art und Weise, sodass die Regelung des Verbrennungsmotors ein Mehrgrößenproblem darstellt.

Eine weitere Eigenart stellt die Verkopplung der Stellgrößen untereinander dar. So ist der optimale Zündwinkel zur Generierung des maximalen Drehmomentes von der Luftmasse im Zylinder abhängig und somit auch indirekt vom Drosselklappenwinkel. Zusätzlich ist die Wirkung der Stellgrößen auf die Regelgrößen nichtlinear, da beispielsweise der Zündwinkel nicht beliebig geändert werden kann. Eine verfrühte Zündung verursacht das sogenannte Klopfen und kann somit den Zylinder schädigen [107]. Die Stellgrößen sind also wertmäßig beschränkt, wobei diese Beschränkung auch vom aktuellen Arbeitspunkt abhängt. Aber auch innerhalb der zulässigen Grenzen wirken die Stellgrößen nichtlinear auf den Prozess, wie beispielsweise MANZ u. THIEMANN [162] zeigen.

Der derzeitige Stand der Technik zur Ausführung der Motorsteuerung bildet die drehmomentbasierte Systemstruktur in Abbildung 1.1. Diese ist modular aufgebaut und

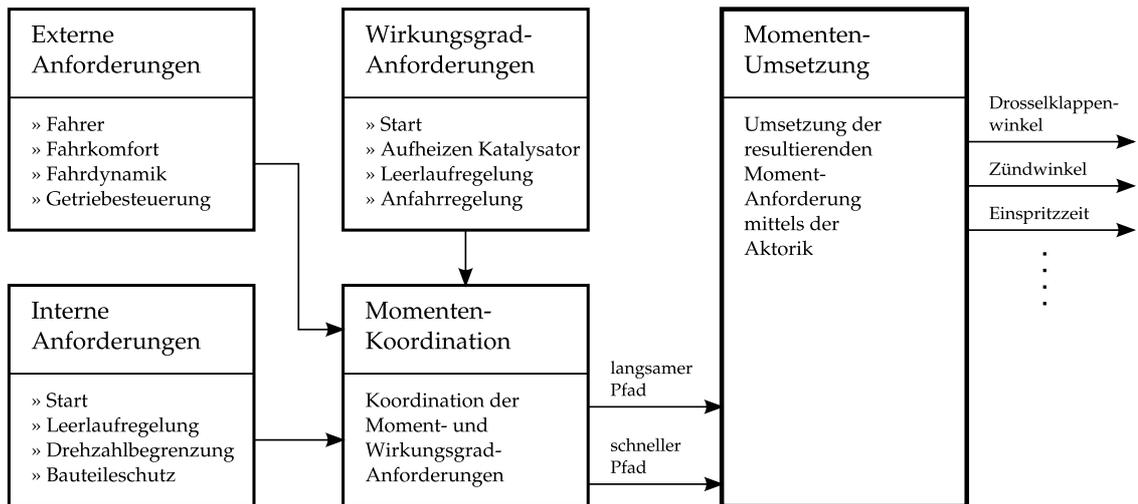


Abbildung 1.1. Drehmomentbasierte Systemstruktur [197]

sammelt zunächst sämtliche Anforderungen nach einem Drehmoment, wie beispielsweise die des Fahrers oder der Leerlaufregelung, und berücksichtigt die Randbedingung eines möglichst effizienten Betriebes der Verbrennungskraftmaschine (VKM). Diese Anforderungen werden anschließend prioritätsgesteuert koordiniert. Diese Drehmomentenkoordination bildet den Kern der Steuerungsstruktur und interpretiert das koordinierte Wunschdrehmoment mittels zweier Drehmomente auf dem langsamen und dem schnellen Pfad. Hierbei wird die Wirkungskette der Luftzufuhr als langsamer Pfad bezeichnet, da dieser aufgrund der Dynamik des Ansaugrohres und der Drosselklappe eine Zeitkonstante von etwa 200 ms aufweist. Der schnelle Pfad bestehend aus der Zündung und der Kraftstoffzufuhr kann hingegen in jedem Arbeitsspiel des Ottomotors manipuliert werden, sodass eine um den Faktor zehn kleinere Zeitkonstante zu verzeichnen ist. Diese Zeitkonstante ist allerdings aufgrund des ereignisdiskreten Charakters der Zündung von der aktuellen Drehzahl abhängig. Diese Drehmomente werden anschließend in die physikalischen Einheiten der Verbrennungsmotorkomponenten umgerechnet, wie beispielsweise in den erforderlichen Zündwinkel, und mittels der Aktorik realisiert.

Im Laufe der Geschichte der elektronischen Motorsteuerung und mit der zunehmenden Anzahl an Stelleinrichtungen ist die drehmomentenbasierte Systemstruktur stetig gewachsen. Hierbei wird nach wie vor auf Steuerungen in Form von Lookup-Tabellen und einschleifigen PID-Regelungsstrukturen gesetzt. Durch die sukzessive Erweiterung bestehender Strukturen werden laut WALLENTOWITZ [248] bis zu 30% aller Softwarefehler verursacht, denn die softwaretechnische Ausstattung moderner Kraftfahrzeuge ist mittlerweile ein Großprojekt mit mehr als einer Milliarde Programmzeilen geworden [91]. Ein weiteres Problem stellen die entstandenen Querabhängigkeiten zwischen den einzelnen Funktionen dar. Die Parametrierung der bis zu 30000 Applikationsparameter [189] stellt den verantwortlichen Ingenieur vor eine große Herausforderung, da durch die Querabhängigkeiten eine Änderung in Funktion X eine unvorhergesehene Reaktion in Funktion Y hervorrufen kann. Der resultierende Zeitaufwand für die Entwicklung einer qualitativ hochwertigen Motorsteuerung ist somit immens. Zwar werden verstärkt modellbasierte Ansätze zur Parametrierung verfolgt, wie beispielsweise

durch DUSEMUND ET AL. [62] im Zusammenhang mit der Abgasnachbehandlung oder zur Verbrauchsreduzierung eines Parallel-Hybridfahrzeuges durch SCHORI ET AL. [213], aber dies ändert die strukturelle Komplexität der Motorsteuerung nicht. Auch in der Versuchsplanung ist die aktuelle Struktur von Nachteil. Die zeitaufwendige Recherche nach beeinflussenden Faktoren wird zwar durch Spezialistenwissen in Grenzen gehalten, ist aber dennoch latent. Eine Nichtberücksichtigung eines solchen Faktors kann im Extrem zu wertlosen, nicht reproduzierbaren Messungen führen, wenn beispielsweise eine unerwünschte Adaption während der Messungen stattfindet.

### 1.1 PROBLEMFORMULIERUNG UND LÖSUNGSANSATZ

Durch die bisherigen Ausführungen wird deutlich, dass ein neuartiges Konzept zur Drehmomentenkoordination notwendig ist, um die Nachteile der gewachsenen Struktur zu überwinden. Ausgehend von diesen Nachteilen können die Punkte formuliert werden, die zu einer Vereinfachung der Systemstruktur und einer Reduzierung des Parametrierungsaufwandes notwendig sind:

**BERÜCKSICHTIGUNG DES MEHRGRÖSSENCHARAKTERS** Das Verfahren zur Drehmomentenkoordination muss in der Lage sein, das strukturell überbestimmte Regelungsproblem handhaben zu können. Hierzu ist es dazu zu befähigen einen Kompromiss zwischen den Stellgrößen zu finden, um das Regelungsziel einer Drehmoment- beziehungsweise Drehzahlregelung zu erfüllen. Die unterschiedliche Dynamik der verschiedenen Stellpfade ist dabei zu berücksichtigen.

**SKALIERBARKEIT** Die Erweiterung des Prozesses um weitere Stellgrößen ist systematisch innerhalb der Struktur abbildbar. Das bedeutet auch, dass hierzu keine strukturellen Anpassungen notwendig sind.

**ÜBERSICHTLICHKEIT** Im Gegensatz zur bestehenden Struktur ist eine Neuordnung der involvierten Funktionen notwendig, um die Querabhängigkeiten zwischen ihnen aufzulösen. Hierbei ist möglichst eine einzelne Instanz für die Drehmomentenkoordination verantwortlich. Diese weist definierte Schnittstellen auf und arbeitet auch für Nichtspezialisten nachvollziehbar. Dies gilt ebenso für die Parametrierung derselben.

**BESCHRÄNKUNG DER STELLGRÖSSEN** Die prozessbedingt auftretenden Stellbeschränkungen sind durch das Verfahren aktiv zu berücksichtigen. Aktive Restriktionen sind somit im Sinne der Ressourcenallokation wenn möglich durch weitere Stellgrößen zu kompensieren. Diese Eigenschaft sollte natürlich nicht durch eine zusätzliche Kompensationsfunktion erreicht werden, sondern ist inhärenter Bestandteil des Verfahrens. Nur auf diese Weise lässt sich die Forderung nach Skalierbarkeit erfüllen.

**NICHTLINEARES PROZESSVERHALTEN** Die Berücksichtigung der Nichtlinearitäten verspricht eine maximale Regelgüte. Hierbei ist dann allerdings eine exzellente Modellierung vorausgesetzt.

**APPLIKATIONSAUFWAND** Die Parametrierung der Motorsteuerung erfolgt zunehmend modellbasiert, findet jedoch zum überwiegenden Teil mittels automatisierter Prüf-

standsoptimierungen oder heuristisch direkt im Fahrzeug statt. Die Anzahl der Applikationsparameter sollte somit möglichst gering ausfallen.

**ECHTZEITFÄHIGKEIT** Die Implementierung des Verfahrens in ein eingebettetes System mit beschränkten Ressourcen ist zu berücksichtigen. Dies gilt für den notwendigen Bedarf an Speicherplatz, aber vielmehr für die benötigte Rechenzeit des Verfahrens. Innerhalb der Motorsteuerung treten Abtastzeiten im zweistelligen Millisekundenbereich auf. Das Verfahren ist auf diese niedrigen Abtastzeiten auszurichten. Im konkreten Fall ist eine maximale Laufzeit von einer Millisekunde nicht zu überschreiten.

Die Nutzung von modernen Regelungsverfahren für die Motorsteuerung oder Teilaspekte darin ist von großem akademischen und praktischen Interesse. Dies drückt sich in erster Linie in der Anzahl an Publikationen aus und deckt das gesamte Spektrum moderner Verfahren ab, wie beispielsweise zur Gemischregelung mittels eines Zustandsreglers [238], eines fuzzybasierten Reglers [93], eines Sliding-Mode-Reglers [254] oder eines modellprädiktiven Reglers [136]. SCHERNEWSKI [209] präsentiert eine prädiktive Antiruckelregelung und zeigt die Überlegenheit im Vergleich mit einem PI-Regler auf. Auch im Vergleich mit fortgeschrittenen Regelungsverfahren, wie dem Regelungsentwurf durch globale Linearisierung und dem Zustandsregler ist die prädiktive Regelung laut ALI U. BLATH [8] überlegen.

Durch STEINBRECHER [229] ist eine drehmomentenbasierte Regelungsstruktur zur Drehmomentenkoordination entwickelt worden, die eine Variante der modellprädiktiven Regelung zur Mehrgrößenregelung verwendet. Hierbei wird auf die aktive Berücksichtigung der Beschränkungen zu Gunsten des Implementierungs- und Rechenaufwandes verzichtet, obwohl der Autor die Vorteile einer solchen Berücksichtigung herausstellt. Solche prädiktiven Regelungskonzepte berechnen ausgehend von einem Modell der Strecke die optimalen Stelleingriffe mittels eines Optimierungsverfahrens, das eine inhärente Berücksichtigung von Stell- und Zustandsbeschränkungen durch Nebenbedingungen erlaubt. Die Lösung dieses Optimierungsverfahrens und der damit einhergehende numerische Aufwand gelten jedoch als limitierender Faktor für den Einsatz in hoch abgetasteten Regelungssystemen. Ausschließlich durch einen entsprechend angepassten Algorithmus ist der Einsatz innerhalb der Motorsteuerung denkbar. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Anpassung des Algorithmus, um die Anwendbarkeit einer modellprädiktiven Regelung zur Drehmomentenkoordination eines Verbrennungsmotors zu erreichen.

Somit lassen sich die Ziele dieser Arbeit zusammenfassend formulieren zu

- Implementierung eines linearen modellprädiktiven Reglers zur Drehmomentenkoordination eines Verbrennungsmotors
- Berücksichtigung von Stellbeschränkungen, die arbeitspunktabhängig sind
- Zulässigkeit der Änderung des Prozessmodells während der Laufzeit, um einen Multi-Modell-Ansatz zu ermöglichen
- Einhaltung der Laufzeitschranke von einer Millisekunde auf der nativen Rechnerplattform der Motorsteuerung
- Simulative und praktische Erprobung des Verfahrens

## 1.2 STRUKTUR DER ARBEIT

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in sieben Kapitel. Das Kapitel 2 befasst sich zunächst mit der Aufarbeitung und Einordnung der aktuellen Literatur zum Thema der modellprädiktiven Regelung mit besonderem Fokus auf die Verbrennungsmotorsteuerung. Insbesondere konzentriert sich das Kapitel auf die Literatur zum modellprädiktiven Regelungsansatz hinsichtlich der Grundlagen und der bereits bestehenden Anwendungen.

Die technischen und strukturellen Grundlagen einer Verbrennungsmotorsteuerung werden in Kapitel 3 dargestellt. Hierbei werden die zur Verfügung stehenden Stellorgane im Rahmen einer Prozessanalyse detailliert beschrieben, um einen Eindruck über die Komplexität des Prozesses zu vermitteln. Die Steuerung dieser Stellorgane mittels der Motorsteuerung wird ebenso vorgestellt, wie dessen Erweiterung um eine modellprädiktive Drehmomentenkoordination.

Die notwendigen Grundlagen zur modellprädiktiven Regelung folgen in Kapitel 4. Hierbei wird gezielt auf die Anwendung eines optimierungsbasierten Verfahrens eingegangen, das eine inhärente Berücksichtigung von Stellbeschränkungen ermöglicht. Es wird dabei von einer linearen Prozessbeschreibung ausgegangen. Des Weiteren wird eine Auswahl an Optimierungsverfahren vorgestellt, die oftmals innerhalb der modellprädiktiven Regelung zum Einsatz kommen. Diese Verfahren besitzen spezifische Eigenschaften, die in Hinblick auf die Implementierung in eine Motorsteuerung bewertet werden. Das Kapitel 4 schließt mit der Wahl des geeignetsten Verfahrens im Kontext der vorliegenden Arbeit.

Das gewählte Verfahren wird anschließend in Kapitel 5 an die Gegebenheiten einer Motorsteuerung angepasst. Hierbei steht insbesondere eine Implementierung unter Einhaltung der Echtzeitbedingung im Vordergrund. Zu diesem Zweck werden Teilaspekte des Verfahrens, wie der effizienten Zerlegung eines Gleichungssystems oder der Möglichkeit zum parallelen Rechnen innerhalb der Optimierung, vorgestellt. Ein weiterer Punkt dieses Kapitels bildet die Darstellung verschiedener Zustandsschätzverfahren, die für eine modellbasierte Regelung unbedingt notwendig sind. Mithilfe eines solchen erweiterten Verfahrens kann die Regelgüte deutlich verbessert werden, wie anhand theoretischer und praktischer Ergebnisse gezeigt wird.

Im Kapitel 6 wird das entwickelte Verfahren zunächst anhand von simulativen Untersuchungen evaluiert. Es werden die besonderen Eigenschaften, wie beispielsweise die Möglichkeit zur Berücksichtigung einer zukünftigen Störung, herausgestellt und ausführlich diskutiert. Es wird durch diese Möglichkeit eine nahezu drehmomentenneutrale Lastaufschaltung erreicht. Die Echtzeitfähigkeit des Verfahrens wird durch die erfolgreiche Integration in eine Serienmotorsteuerung und einer anschließenden Fahrt auf einer Teststrecke belegt.

Die Arbeit schließt in Kapitel 7 mit einer Zusammenfassung der vorliegenden Arbeit.



Dieses Kapitel soll zunächst einen allgemeinen Überblick über die Literatur zu modellbasierten Regelungsverfahren geben. Insbesondere wird die Literatur zum modellprädiktiven Regelungsansatz in Hinblick auf dessen geschichtlicher Entwicklung und aktueller Einsatzgebiete belegt. Anschließend wird aufgrund des Kontextes dieser Arbeit der Einsatz im Zusammenhang mit Verbrennungsmotoren ausführlich betrachtet.

Prädiktive Regelungskonzepte berechnen ausgehend von einem Modell der Strecke die optimalen Stelleingriffe mittels eines Optimierungsverfahrens. Als vorteilhaft stellt sich die Möglichkeit zur inhärenten Berücksichtigung von Stell- und Zustandsbeschränkungen mittels Nebenbedingungen heraus. Die Lösung dieses Optimierungsverfahrens und der damit einhergehende numerische Aufwand gelten jedoch als limitierender Faktor für den Einsatz in hochfrequent abgetasteten Regelungssystemen. Aus diesem Grund werden sie hauptsächlich zur Regelung von Prozessen mit geringer Dynamik eingesetzt, wie sie beispielsweise in der Verfahrenstechnik vorherrschend sind. Das Konzept der prädiktiven Regelung wird in den Lehrbüchern von MACIEJOWSKI [160], CAMANCHO U. BORDONS [44] und WANG [250] ausführlich beschrieben. Durch HOLKAR U. WAGHMARE [116] findet eine geschichtliche Einordnung verschiedener Implementierungsstrategien solcher Prädiktivregler statt, die sich in der Regel durch das verwendete Prozessmodell unterscheiden. Ein weiteres wesentliches Merkmal zur Abgrenzung der Implementierungen untereinander ist der Umgang mit Stell- und Zustandsbeschränkungen. Beispielsweise berücksichtigt das von RICHALET U. O'DONOVAN [191] beschriebene Predictive Functional Control (PFC) in der Regel keine Stellbeschränkungen im Sinne der Ressourcenallokation, sondern korrigiert lediglich die prädizierte Regelgröße im Falle einer aktiven Beschränkung. Durch diese Vorgehensweise wird der numerische Aufwand zur Berechnung der Stellaktionen wesentlich reduziert. Der geringe numerische Aufwand vereinfacht die praktische und kommerzielle Anwendung. Einen Überblick über die kommerziellen Produkte zur modellprädiktiven Regelung geben QIN U. BADGWELL [184] und DITTMAR U. PFEIFFER [61].

Laut der Erhebung von KANO U. OGAWA [132] sind die modellprädiktiven Regler heute der de-facto-Standard zur Regelung von Mehrgrößenprozessen in der Verfahrenstechnik in Japan. Die Abtastzeiten liegen in der Verfahrenstechnik im Bereich einiger Sekunden bis Minuten, wie SUÁREZ ET AL. [233] am Beispiel der Kristallisation von Zucker, LINDGREN ET AL. [154] anhand der Regelung der Füllhöhe eines Zellstoffkochers in der Papierindustrie und HU U. CHMIELEWSKI [119] anhand der Regelung eines Reaktors für autothermes Reformieren im Zusammenhang mit einer Brennstoffzellenanwendung berichten. Eine umfassende Beschreibung weiterer Anwendungsfälle aus dem Bereich der Verfahrenstechnik finden sich beispielsweise bei [49, 75, 100, 105, 171, 201].

Ein weiteres Anwendungsfeld für modellprädiktive Regelungen ist der Energiesektor. Auch hier liegen die Abtastzeiten vorrangig im Sekunden- und Minutenbereich, sodass

mit den eingesetzten Prozessrechnern eine unproblematische Anwendung möglich ist. Da in diesem Anwendungsbereich hochdimensionale Regelstrecken üblich sind, eignen sich die modellprädiktiven Regelungen im Energiesektor besonders gut. Durch SPUDIC ET AL. [226] und SANDOU ET AL. [205] werden zwei Anwendungsbeispiele beschrieben, die diese Einschätzung bestätigen. SPUDIC ET AL. beschreiben eine koordinierte, prädiktive Regelung von Windkraftwerken in einem Verbund und SANDOU ET AL. die Regelung eines Fernwärmenetzwerkes. MIER ET AL. [166] zeigen eine simulative Regelung des Dampfkreislaufs eines Solarkraftwerkes. Für den Fall besonders großer Abtastzeiten wird durch LEIRENS ET AL. [147] ein Beispiel mit einer sehr komplexen prädiktiven Regelung vorgestellt. Dabei handelt es sich um die verteilte Regelung des Wasserdruckes innerhalb des Wasserversorgungsnetzwerkes von Bogota, Kolumbien. Weitere Fälle für die Anwendung modellprädiktiver Regelungen im Energiesektor finden sich in der Literatur bei [13, 88, 172, 218].

Auch in der Medizin findet sich eine Reihe von Anwendungsfällen für modellprädiktive Regelungsverfahren. Beispielsweise wird durch DESHPANDE ET AL. [55] eine geregelte Medikamentendosierung zur Behandlung von Faser-Muskel-Schmerzen beschrieben. Hierbei wird die Dosierung des Arzneistoffes über einen Zeitraum von mehreren Tagen geregelt. IONESCU U. DE KEYSER [122] beschreiben die modellprädiktive Regelung des Blutzuckerspiegels mit einer Abtastzeit von drei Minuten. Mit einer geringeren Abtastzeit von 12 s arbeitet die prädiktive Regelung der neuromuskulären Blockade vorgestellt durch SIMANSKI ET AL. [223].

Ein Anwendungsgebiet für prädiktive Regelungen mit ebenfalls hohen Abtastzeiten ist der Bereich der Logistik. HEGYI [111] und LIN [152] beschreiben eine Anwendung für eine koordinierte Verkehrssteuerung. TARAU [235] wendet die modellprädiktive Regelung für ein Transportsystem (Reisegepäck) an.

Wesentlich geringere Abtastzeiten sind im Bereich der elektrischen Antriebe erforderlich. Anwendungsfälle für modellprädiktive Regelungen werden beispielsweise durch BOLOGNANI ET AL. [32], GEYER ET AL. [92], HERMANS ET AL. [113] und LINDER U. KENNEL [153] vorgestellt. In den genannten Beiträgen wird eine explizite Variante der modellprädiktiven Regelung eingesetzt, um die erforderlichen geringen Abtastzeiten einhalten zu können. Dabei werden zustandsabhängig alle möglichen Stellgrößenkombinationen vor der eigentlichen Anwendung berechnet. Dadurch werden Abtastzeiten im Mikrosekundenbereich möglich. Der Nachteil dieser expliziten Variante liegt im äußerst hohen Speicherbedarf und der fehlenden Flexibilität in Hinblick auf Änderungen der Parametrierung. Des Weiteren ist eine Anpassung der Stellbeschränkungen während der Laufzeit nicht möglich. FADEL U. LLOR [67] vergleichen verschiedene Ansätze zur modellprädiktiven Regelung zweier paralleler permanenterregter Synchronmaschinen mittels eines einzelnen Wechselrichters. Durch die Verwendung eines Wechselrichters zum Betrieb zweier Elektromotoren wird die Masse der notwendigen Leistungselektronik deutlich reduziert.

Motiviert durch die positiven Eigenschaften prädiktiver Regler und Erfolge hinsichtlich der Erweiterung der Anwendbarkeit für Prozesse mit hoher Dynamik, steigt das Interesse für solche Regelungen auch im Automobilbereich. Hierbei ist eine Reihe von Anwendungen in allen Fahrzeugbereichen denkbar. Mit dem Einsatz eines Prädiktivreglers für eine Abstandsregelung beschäftigt sich die Beiträge von CORONA U.

DE SCHUTTER [50] und VAN DUIJKEREN ET AL. [245]. THORSTEINSSON [237] und SOWMAN ET AL. [224] wenden das Regelungskonzept zur Zuteilung von Ammoniak für Katalysatoren auf Basis der selektiven katalytischen Reduktion an. FUKUSHIMA ET AL. [84] beschreiben eine Kollisionsvermeidung innerhalb eines Fahrzeugverbundes. GEBHARDT [89] und JOSEVSKI U. ABEL [128] nutzen das Prädiktionsprinzip zur Steuerung der Lastpunktverschiebung eines Parallelhybridfahrzeuges. MAJECKI ET AL. [161] beschreiben eine koordinierte Drehmoment- und Gemischregelung. Die Approximation des nichtlinearen Prozessverhaltens erfolgt durch MAJECKI ET AL. mittels eines linearen parametervarianten (LPV) Modells, wodurch der Einsatz einer linearen prädiktiven Regelung ermöglicht wird. Weitere Anwendungen finden sich in [4, 20, 41, 69, 90, 151, 192, 204]. Die genannten Beiträge basieren ausschließlich auf simulativen Untersuchungen.

Daneben beschäftigt sich eine Vielzahl von Veröffentlichungen mit der Anwendung von prädiktiven Regelungen am Realmotor. Ein grundlegendes Problem ist hierbei die Einhaltung der erforderlichen geringen Abtastzeiten. DI CAIRANO ET AL. [57] präsentieren eine prädiktive Leerlaufregelung und stellen die Vorteile dieser Regelung gegenüber einer Serienlösung im Störgrößenverhalten heraus. FERREAU ET AL. [71] zeigen die simultane Regelung des Luftmassenstromes und des Saugrohrdruckes eines Dieselmotors und halten dabei eine Abtastzeit von 50 ms ein. In einem Beitrag von RÜCKERT ET AL. [203] wird ein Konzept zur simultanen Regelung des Ladedruckes und der Abgasrückführrate vorgestellt. Dabei wird ein deutlich besseres Schadstoffemissionsverhalten gegenüber einem gesteuerten Betrieb erreicht. Eine modellprädiktive Regelung des Drehmomentes, der Verbrennungsschwerpunktlage und der Schadstoffemissionen wird durch KARLSSON ET AL. [133] vorgestellt. Hierbei werden die Stellgrößen Einspritzzeitpunkt, Einspritzdauer, Abgasrückführrate und die Stellung der Leitschaufeln eines Abgasturboladers mit variabler Turbinengeometrie für die Regelung eingesetzt. Die Aufgabe der Regelung besteht hinsichtlich der Forderungen in der Realisierung des bestmöglichen Kompromisses. BEHRENDT [21] nutzt das Prinzip des Prädiktivreglers zur Reduzierung von Antriebsstrangschwingungen. Die Regelparameter werden für den Einsatz im Fahrzeug allerdings so gewählt, dass das Stellgesetz zu einer einfachen skalaren Multiplikation degeneriert. RITTER ET AL. [196] wenden das Regelungskonzept auf einen Ottomotor mit kontrollierter Selbstzündung (engl. Controlled Auto Ignition (CAI)) an. Keine der beschriebenen Anwendungen ist für ein herkömmliches Motorsteuergerät umgesetzt. Vielmehr werden die Stellgrößen im Bypass-Verfahren auf eigens dafür bereitgestellten, sehr leistungsfähigen Rechnerplattformen berechnet.

STEWART U. BORRELLI [230] und ZHAO ET AL. [266] zeigen, dass die Integration modellprädiktiver Regler in Seriensteuergeräte möglich ist. Allerdings wird hierbei wiederum die bereits erwähnte explizite Variante eingesetzt. Aufgrund des hohen Speicherbedarfs ist die Anwendung auf Prozesse mit geringer Dimension begrenzt. Durch STEINBRECHER [229] wird ein modellprädiktiver Ansatz zur Drehmomentenkoordination innerhalb eines Standard-Motorsteuergerätes im Fahrzeugbetrieb eingesetzt. Hierbei wird allerdings auf die aktive Berücksichtigung von Stellbeschränkungen verzichtet.

In der Literatur wird eine Vielzahl von Lösungsvarianten für die Berechnung optimaler Stellgrößen im Sinne des prädiktiven Regelungsproblems beschrieben. Dabei werden entweder lineare oder nichtlineare Prozessmodelle verwendet. Für den Fall linearer Prozessmodelle ohne Berücksichtigung von Stellbeschränkungen lässt sich eine analytische Lösung für das Optimierungsproblem finden. Sind Stellbeschränkungen zu

berücksichtigen, muss iterativ in jedem Abtastschritt ein Optimierungsproblem gelöst werden. Das gilt ebenso für den allgemeinen Fall nichtlinearer Prozessmodelle.

Einen Überblick über effiziente Lösungsverfahren für den Einsatz innerhalb nichtlinearer modellprädiktiver Regelungen geben DIEHL ET AL. [59]. Die Arbeiten von DIEHL [58], ALBERSMEYER ET AL. [2], OHTSUKA U. OZAKI [177], HOUSKA ET AL. [117], PEYRL ET AL. [181] und ALBIN ET AL. [3] beschäftigen sich mit der Regelung von niedrigdimensionalen, nichtlinearen Prozessen. Die Komplexität der behandelten Regelungsprobleme und die verwendete Rechentechnik unterscheiden sich zwischen den genannten Beiträgen. Dennoch werden für einen qualitativen Vergleich die angegebenen Laufzeiten auf eine Referenzplattform mit einer Taktung von 150 MHz umgerechnet. Daraus ergeben sich näherungsweise Laufzeiten von 1,5 s, 160 ms, 9 ms, 7,5 ms, 25 ms und 41 ms in der gleichen Reihenfolge wie die zitierten Arbeiten. Die genannten Beiträge sind chronologisch sortiert und umfassen den Zeitraum von 2001 bis 2016.

Trotz der Fortschritte ist aktuell keines dieser Verfahren innerhalb eines Motorsteuergerätes einsetzbar, da die Forderung nach der Echtzeitfähigkeit nicht erfüllt wird. Die hohen Laufzeiten werden auch in absehbarer Zeit den Einsatz nichtlinearer modellprädiktiver Regelungen innerhalb von Motorsteuergeräten erschweren. Alternativ ist die Verwendung linearer Regler denkbar, wobei der nichtlineare Prozesscharakter mittels einer stückweise linearen Darstellung des Prozesses nachgebildet wird. Solche Multi-Modell-Ansätze werden in der Praxis oft verwendet und sind in der Lage den nichtlinearen Prozess hinreichend genau zu beschreiben, wie die Arbeiten von JOHANSEN [125], JOHANSEN U. MURRAY-SMITH [126] und ALI [7] zeigen. Die Kombination eines prädiktiven Reglers mit einem solchen Multi-Modell wird durch FOSS ET AL. [78], GIOVANINI ET AL. [94], KUURE-KINSEY U. BEQUETTE [138], STOJANOVSKI ET AL. [231] und SZTYBER U. TATJEWSKI [234] beschrieben. Die erforderliche Laufzeit mithilfe solcher linearer Regler zu erreichen, ist vielversprechend, wie RICHTER ET AL. [193] und FERREAU [70] zeigen. RICHTER ET AL. [195] und WILLS ET AL. [256] erreichen maximale Laufzeiten im zweistelligen Mikrosekundenbereich durch den Einsatz spezieller Rechentechnik, wie digitale Signalprozessoren (DSP) und Field Programmable Gate Arrays (FPGA).

In der Regel wird in allen genannten Anwendungen eines prädiktiven Reglers analog zum Riccati-Regler ein quadratisches Gütekriterium eingesetzt, um die optimalen Stellgrößen mittels einer Optimierung zu berechnen. Die Optimierung hat hierbei unter der Einhaltung von Nebenbedingungen zu erfolgen. Dieses mathematische Standardproblem kann durch Algorithmen gelöst werden, die unter dem Oberbegriff der quadratischen Programmierung zusammengefasst sind. Eine umfassende Zusammenstellung von Veröffentlichungen zum Thema der quadratischen Programmierung wird durch GOULD U. TOINT [103] gegeben. Die populärsten Lösungsverfahren sind hierbei die Methode der aktiven Menge und das Verfahren der inneren Punkte. Aber auch die HILDRETH-Prozedur kann in diesem Kontext eingesetzt werden. Diese Verfahren werden in Abschnitt 4.2 vorgestellt und ein Vergleich hinsichtlich des Einsatzes in modellprädiktiven Regelungen angestellt.

Die Methode der aktiven Menge nach FLETCHER [74] bestimmt eine Folge von zulässigen Lösungen mit monoton fallenden Zielfunktionswerten. Hierzu ist zunächst ein zulässiger Startwert nötig, der im Allgemeinen durch eine zusätzliche Optimierung zu

bestimmen ist. Ausgehend von dieser Arbeit stellen GOLDFARB U. IDNANI [95] ein duales Verfahren vor, das auf einen zulässigen Startwert verzichten kann. Nachteilig wirkt sich bei diesem Verfahren aus, dass die Zulässigkeit erst in der Lösung gewährleistet wird. Somit kann dieses Verfahren nicht frühzeitig abgebrochen werden. Eine Erweiterung des Verfahrens von GOLDFARB U. IDNANI wird durch MILMAN U. DAVISON [167] vorgestellt, sodass bei frühzeitigem Abbruch eine suboptimale, aber zulässige Lösung zur Verfügung steht. KOSTINA U. KOSTYUKOVA [137] beschreiben ein Verfahren, das sowohl die primalen als auch die dualen Informationen zur Minimierung des quadratischen Gütekriteriums verwendet. Dieses Verfahren ist speziell bei einer großen Anzahl an Nebenbedingungen vorteilhaft. Die Anwendung der Methode der aktiven Menge innerhalb einer modellprädiktiven Regelung wird beispielsweise durch DIMITROV ET AL. [60] und MILMAN U. DAVISON [168] beschrieben.

Der Ausgangspunkt zur Entwicklung der Verfahren der inneren Punkte bildet die Arbeit von KARMARKAR [134]. Dieses Verfahren weist eine polynomiale Komplexität und somit bessere theoretische Eigenschaften im Vergleich mit der Methode der aktiven Menge auf. Einen Überblick über die geschichtliche Entwicklung dieses Verfahrens und eine umfangreiche Referenz zur Thematik geben GONDZIO [97] und WRIGHT [258]. Durch NOCEDAL U. WRIGHT [175] und BOYD [36] wird das Verfahren und dessen theoretische Grundlage detailliert beschrieben. Andere Autoren beschäftigen sich mit speziellen Teilaspekten, wie beispielsweise der vorteilhaften Transformation des Originalproblems durch GOULD U. TOINT [102], der Strategie zur Schrittweitensteuerung durch CURTIS U. NOCEDAL [52], der Präkonditionierung des zu lösenden Gleichungssystems durch SHAHZAD ET AL. [221], der stabilen Reduktion des Gleichungssystems durch SAUNDERS U. TOMLIN [206] und den iterativen Verfahren zur Lösung des Gleichungssystems durch CAFIERI [43] und FORSGREN ET AL. [76]. Die Anwendung des Verfahrens der inneren Punkte innerhalb einer modellprädiktiven Regelung wird beispielsweise durch SHAHZAD ET AL. [220] und WANG U. BOYD [251] beschrieben. Allerdings wird im Kontext der modellprädiktiven Regelung durch BARTLETT ET AL. [18] und DIMITROV ET AL. [60] gezeigt, dass für niedrigdimensionale Probleme die Methode der aktiven Menge zu bevorzugen ist. Beim Vergleich dieser Algorithmen unter dem Gesichtspunkt einer Implementierung in einen Field Programmable Gate Array (FPGA) kommen LAU ET AL. [146] zum selben Schluss. Ein ausführlicher Vergleich des Verfahrens der inneren Punkte und der Methode der aktiven Menge wird durch BYRD U. NOCEDAL [40] und GOULD [101] angestellt und deren Vor- und Nachteile herausgestellt.

Die von HILDRETH [114] publizierte Prozedur gehört zu den ersten Lösungsverfahren für beschränkte quadratische Optimierungsprobleme. Durch IUSEM U. DE PIERRO [123] ist das Konvergenzverhalten der Prozedur untersucht worden. Die Erweiterung der HILDRETH-Prozedur zu einem Relaxationsverfahren ist durch LENT U. CENSOR [149] beschrieben. CENSOR U. LENT [45] stellen eine Erweiterung vor, die auf eine Nebenbedingung in Form eines Intervalls spezialisiert ist. Die HILDRETH-Prozedur wird durch McDONALD ET AL. [163] und ZANNI ET AL. [260] im Rahmen des maschinellen Lernens eingesetzt. Außerhalb dieses Gebietes sind jedoch keine aktuellen Anwendungen bekannt.

Das schnelle Gradientenverfahren zur Lösung konvexer Optimierungsprobleme basiert auf der Arbeit von NESTEROV [173]. Eine ausführliche Darstellung dieses Verfahrens

gibt TSENG [240]. DEVOLDER ET AL. [56] vergleichen das schnelle Gradientenverfahren mit dem klassischen Gradientenverfahren. In dieser Arbeit wird gezeigt, dass das schnelle Gradientenverfahren besonders im Falle von glatten, konvexen Funktionen wesentlich schneller konvergiert. Es handelt sich allerdings um kein Abstiegsverfahren, da der Wert des Gütekriteriums nicht monoton fällt. Diese Eigenschaft ist speziell bei einem vorzeitigem Abbruch des Verfahrens zu berücksichtigen. Die Anwendung des schnellen Gradientenverfahrens innerhalb der modellprädiktiven Regelung wird beispielsweise durch KÖGEL U. FINDEISEN [145], RICHTER ET AL. [194] und BOÉCHAT ET AL. [37] beschrieben.

Im Gegensatz zu den iterativen Verfahren zur Lösung der Optimierungsproblems ist auch eine explizite Lösung unter Berücksichtigung der Restriktionen möglich. Dieser Ansatz ist durch BEMPORAD ET AL. [24] beschrieben worden. Es wird gezeigt, dass eine stückweise affine Lösung existiert. Hierzu wird der Zustandsraum in polyedrische Regionen unterteilt und ein Stellgesetz für jedes dieser Gebiete ermittelt. BEMPORAD [22] hat gezeigt, dass die Anzahl der Regionen im ungünstigsten Fall exponentiell mit der Anzahl der Stellgrößen zunimmt. Aus diesem Grund übersteigt der notwendige Speicherplatz oftmals die zur Verfügung stehenden Ressourcen eingebetteter Systeme. Dies schränkt die Einsatzmöglichkeit der expliziten modellprädiktiven Regelung auf niedrigdimensionale Prozesse ein. Die Reduzierung der notwendigen Ressourcen, um den Einsatz auch auf höherdimensionale Prozesse zu erweitern, ist weiterhin Gegenstand aktueller Arbeiten. Hierbei kann zwischen den verlustfreien Ansätzen, die weiterhin die Optimalität gewährleisten, und verlustbehafteten Ansätzen, die suboptimale Lösungen berechnen, unterschieden werden. Zu den verlustfreien Ansätzen gehört das verbesserte Verfahren zur Lösung des parametrischen quadratischen Programmes von TØNDEL ET AL. [243] und die Substitution der begrenzten Regionen durch eine Separierungsfunktion durch KVASNICA U. FIKAR [140] und KVASNICA ET AL. [143]. Die Bestimmung einer Näherungslösung des parametrischen quadratischen Programmes mithilfe von heuristischen Regeln durch GRANCHAROVA U. JOHANSEN [104] und durch das Lockern der Optimalitätsbedingung durch BEMPORAD U. FILIPPI [23] ermöglicht ebenfalls eine Reduzierung des Speicherbedarf, jedoch auf Kosten der Optimalität. Weitere Ansätze sind die Approximation des Stellgesetzes durch polynomiale Funktionen publiziert von KVASNICA ET AL. [141] oder durch eine Wavelet-Interpolation von SUMMERS ET AL. [232]. Durch BORRELLI ET AL. [34] wird ein Algorithmus zur sequentiellen Suche nach dem Polyeder, der den aktuellen Systemzustand beinhaltet, beschrieben. TØNDEL ET AL. [242] und FUCHS ET AL. [81] präsentieren einen Suchbaum zum Auffinden des assoziierten Stellgesetzes, wodurch die Regionen nicht explizit hinterlegt werden müssen und somit eine Reduzierung des notwendigen Speicherplatzes erreicht wird. Durch BORRELLI ET AL. [35] wird die explizite Lösung mit der Methode der aktiven Menge verglichen und ein Verfahren vorgestellt, das beide Ansätze miteinander kombiniert. Mithilfe dieses Ansatzes sinkt der Speicherbedarf deutlich, wobei die benötigte Rechenzeit vergleichbar ausfällt. Einen Überblicksbeitrag zur Thematik der expliziten modellprädiktiven Regelung und ein umfangreiches Referenzverzeichnis geben ALESSIO U. BEMPORAD [6]. Die Anwendung einer expliziten modellprädiktiven Regelung wird beispielsweise durch ORTNER ET AL. [178] und ARCE ET AL. [12] beschrieben.

Der Einsatz eines modernen Regelungskonzeptes, wie der modellprädiktiven Regelung, innerhalb eines eingebetteten Systems wird durch die fortschreitende Entwick-

lung der zum Einsatz kommenden Rechentechnik erleichtert. Besonders im Bereich der Motorsteuergeräte ist diese Entwicklung deutlich zu sehen, wie GEVATTER U. GRÜNHaupt [91] und REIF [189] zeigen. Beispielhaft kann der technische Fortschritt anhand der ME-Motronic-Motorsteuergeräte der ROBERT BOSCH GMBH betrachtet werden. Diese sind durch die Verwendung eines elektronischen Gaspedals (E-Gas) statt des bis dahin verwendeten Seilzugsystems gekennzeichnet, wodurch eine vollständig elektronische Steuerung des Verbrennungsmotors ermöglicht wird. Mit der Motronic-Generation ME7 ist ein solches System erstmals 1998 eingesetzt worden. Die Motorsteuerung erfolgt hierbei mittels eines einzelnen 16-Bit-Mikrocontrollers mit einer Taktfrequenz von 25 MHz. Für die im Jahre 2003 folgende Generation ME9 ist bereits ein 32-Bit-Mikrocontroller mit einer Taktfrequenz von 40 MHz eingesetzt worden, um den steigenden Anforderungen der Motorsteuerungsfunktionen zu begegnen. Aufgrund der Einführung von direkteinspritzenden Motorsystemen stieg der Steuerungsaufwand durch die erhöhte Prozesskomplexität und unterschiedliche Betriebsarten abermals. Als Konsequenz beinhaltet die weiterentwickelte Motronic-Generation MED17 beispielsweise den 32-Bit-Mikrocontroller TC1796 von Infineon mit einer Taktfrequenz bis zu 150 MHz. Die Softwarearchitektur der MED17 wird durch HAMMEL ET AL. [109] vorgestellt. Die seit Ende 2014 aktuelle Motorsteuergerätegeneration MDG1 [202] verfügt über einen Mehrkernmikrocontroller, wie beispielsweise dem Infineon Aurix mit einer Taktfrequenz bis zu 300 MHz. Die Voraussetzungen für den Einsatz von Mehrkernprozessoren sind durch den AUTOSAR-Standard, beispielsweise beschrieben durch BUNZEL [39] und GALLA U. PALLIERER [87], gelegt worden. Diese grundlegende Codebasis moderner Verbrennungsmotorsteuerung entstammt einem Gemeinschaftsprojekt verschiedener Automobilhersteller und soll die Entwicklung neuer Funktionen vereinfachen und beschleunigen. Seit der Spezifikation AUTOSAR 4.0 sind nach FÜRST [86] Funktionen zum Umgang mit Mehrkernsystemen vorgesehen. Durch BOHN ET AL. [30] wird eine Vorgehensweise zur Migration von AUTOSAR-basierten Echtzeitanwendungen auf Mehrkernsysteme beschrieben.

Die Motorsteuerung profitiert von der beschriebenen Entwicklung, da hierdurch auch komplexe Steuerungen und Regelungen ermöglicht werden. Eine besonders aufwendige Steuerungsaufgabe resultiert aus dem Einsatz von verschiedenen Energiewandlern, beispielsweise innerhalb eines Hybridelektrofahrzeuges. Für eine erfolgreiche Anwendung des Hybridfahrzeuges ist ein effizientes Management der verschiedenen Antriebsaggregate notwendig. Eine grundlegende Einführung in diese Thematik geben STAN [227] und ZETINA ET AL. [265]. BÖHME U. RABBA [42] und JOŠEVSKI U. ABEL [129] entwickeln eine Betriebsstrategie für ein Hybridfahrzeug auf der Basis einer Optimierung, die während des Motorbetriebes zu lösen ist. Durch einen solchen Ansatz ist eine optimale Betriebsführung möglich und zusätzlich wird der Parametrierungsaufwand reduziert. Auch KLEIMAIER [135] stellt eine solche optimierungsbasierte Betriebsstrategie vor und berichtet von einem Einsparpotential hinsichtlich des Kraftstoffverbrauches bis zu 16%. Die Schadstoffemissionen werden ebenfalls erheblich reduziert. BOEHME ET AL. [29] stellen eine prädiktive Betriebsstrategie für ein Elektrofahrzeug vor. Diese Strategie verwendet die Informationen über die zurückzulegende Fahrstrecke, um mittels einer Optimierung geeignete Stellgrößen zu berechnen. Die Autoren verwenden hierbei die Informationen eines Navigationssystems. Somit können auch Hindernisse, wie beispielsweise Baustellen, in die Berechnung miteinbezogen werden. Ein weiterer Vorteil dieses Ansatzes besteht in der Möglichkeit zum Reichweitenmanagement. Mit-

tels eines angepassten Gütekriteriums kann sichergestellt werden, dass das Fahrzeug den Zielort erreicht. Auch BACK [15] stellt eine prädiktive Antriebsregelung auf Basis eines Navigationssystems vor. Bei diesem Ansatz wird zusätzlich zum Drehmoment des Elektromotors auch der eingelegte Gang der Verbrennungsmotorkupplung als Stellgröße verwendet, um den Verbrennungsmotor möglichst in einem wirkungsgradoptimalen Arbeitspunkt zu betreiben. Zur Reduzierung des numerischen Aufwandes wird durch den Autor eine Diskretisierung der Zustands- und Stellgrößen vorgenommen. Dennoch wird trotz des Einsatzes eines leistungsfähigen Applikationsrechners lediglich eine Abtastzeit von 600 ms erreicht. Der Autor erzielt bei der Umsetzung in einem Versuchsfahrzeug einen Minderverbrauch von bis zu zwei Prozent.

Ein weiteres Beispiel für eine komplexe Regelungsaufgabe am Verbrennungsmotor stellt die ottomotorische kontrollierte Selbstzündung (engl. CAI) dar. Hierbei erfolgt die Zündung des brennfähigen Gemisches im Zylinder aufgrund dessen thermodynamischen Zustandes zeitgleich im gesamten Brennraum. Die mögliche Entdrosselung des Verbrennungsmotors während dieser Betriebsart und die damit einhergehenden geringeren Verluste bewirken einen gesteigerten motorischen Wirkungsgrad. Zusätzlich werden erheblich geringere Stickoxidemissionen aufgrund der geringeren Verbrennungstemperatur erzielt. Das Brennverfahren ist allerdings auf einen Betriebsbereich bei mittlerer Last und mittleren Drehzahlen beschränkt. Die Gründe hierfür werden ausführlich durch NIEBERDING [174] diskutiert. Die Entwicklung reaktionskinetischer Verbrennungsmodelle werden durch SAUTER ET AL. [207] und STAPF ET AL. [228] beschrieben. Diese Autoren untersuchen die Möglichkeiten zur Einflussnahme auf den Selbstzündungsprozess. Die relevanten Brennraumgrößen sind hierbei die Ladungstemperatur, der Zylinderdruck, der Restgasanteil, das Luft-Kraftstoff-Verhältnis und die Homogenität der Ladung. Eine Koordination der Aktoren ist ausschlaggebend für eine stabile Verbrennung, da beispielsweise eine Anpassung der eingespritzten Kraftstoffmasse sowohl den Zylinderdruck, als auch das Luft-Kraftstoff-Verhältnis beeinflusst. HOFFMANN [115] stellt die modellprädiktive Regelung eines Ottomotors mit homogener Kompressionszündung vor. Hierbei ist die Möglichkeit einer zylinderindividuellen Druckgradientenbegrenzung ausschlaggebend für die Wahl dieses Regelungskonzeptes, da hierdurch unerwünschte Geräusche und Vibrationen vermieden werden können. Zur Regelung des indizierten Mitteldrucks und der Verbrennungsschwerpunktlage verwendet HOFFMANN die Einspritzdauer, das Einspritzende und die Nockenwellenphasenverschiebung.

Die vorhandenen Stellorgane in modernen Verbrennungsmotoren effizient zu nutzen, setzt die Kenntnis deren individueller Wirkung auf den Verbrennungsprozess voraus. Zum besseren Verständnis des Prozesses werden daher im nächsten Kapitel die oftmals verbauten Komponenten und deren Freiheitsgrade zur Prozessführung vorgestellt und erläutert.

Die steigenden Ansprüche an Verbrennungskraftmaschinen hinsichtlich der Schadstoffemissionen und des Kraftstoffverbrauches motivieren zu immer neuen Motorkonzepten und Brennverfahren. Ein Kennzeichen ist dabei die zunehmende Anzahl an Stell- und Regelgrößen. Die wachsende Komplexität zeigt sich auch anhand der für den Betrieb notwendigen Steuerungs- und Regelungsstrukturen in aktuellen Motorsteuerungen. Für das Verständnis dieses Prozesses ist die Kenntnis der Wirkungsweise der verfügbaren Stellpfade auf die zum Teil konkurrierenden Zielgrößen, wie das erzeugte Drehmoment oder die Abgasemissionen, unumgänglich. In diesem Kapitel wird die Wirkung der zur Verfügung stehenden Stellgrößen aus steuerungstechnischer Sicht beschrieben. Des Weiteren werden die wichtigsten Funktionen aktueller Motorsteuerungen vorgestellt und kategorisiert. Am Beispiel der Regelung der Leerlaufdrehzahl wird eine dieser Funktionen im Detail betrachtet und die entstandenen Probleme durch die sukzessive Erweiterung dieser gewachsenen Struktur erläutert. Das Kapitel schließt mit der Darstellung eines neuartigen Ansatzes zur Drehmomentenkoordination, welcher solche Probleme nicht aufweist und den Ausgangspunkt der vorliegenden Arbeit bildet.

### 3.1 PROZESSANALYSE

Die Aufgabe eines Verbrennungsmotors liegt in der Bereitstellung eines gewünschten Drehmomentes bei hoher Effizienz und geringer Schadstoffemission. Dies wird durch verschiedene Stellmöglichkeiten und Komponenten im Verbrennungsmotor ermöglicht. Der prinzipielle Systemaufbau eines modernen Verbrennungsmotors ist in Abbildung 3.1 dargestellt. Darin sind verschiedene steuerbare Komponenten dargestellt, die unterschiedliche Wirkung auf die genannten Zielgrößen zeigen. Zur optimalen Führung des Gesamtsystems ist eine Kompromissbildung hinsichtlich der Wahl der verschiedenen Stellgrößen erforderlich. Für den Steuerungsentwurf ist daher die Kenntnis der Wirkung der einzelnen Komponenten auf die Verbrennung, die Drehmomentenbildung und die Schadstoffemission unerlässlich. Diese Komponenten lassen sich in Abhängigkeit von ihrem Einfluss auf die Füllung des Zylinders mit einem Gasgemisch, der Zuteilung von Kraftstoff und der folgenden Gemischbildung sowie der Zündung des brennfähigen Gemisches kategorisieren. Die Zuordnung der einzelnen Stellmöglichkeiten zu den Teilsystemen ist in Tabelle 3.1 dargestellt. Die Wirkung der Stellgrößen wird im Folgenden aus steuerungstechnischer Sicht beschrieben.

Zunächst werden die Komponenten der Füllungssteuerung näher betrachtet und deren Wirkung auf die Zielgrößen erläutert. Diese sind maßgeblich für das effektiv erzeugte Drehmoment verantwortlich. Die Dynamik des Luftpfades ist jedoch aufgrund des Saugrohrvolumens relativ gering. Die resultierende Zeitkonstante liegt bei etwa 200 ms,

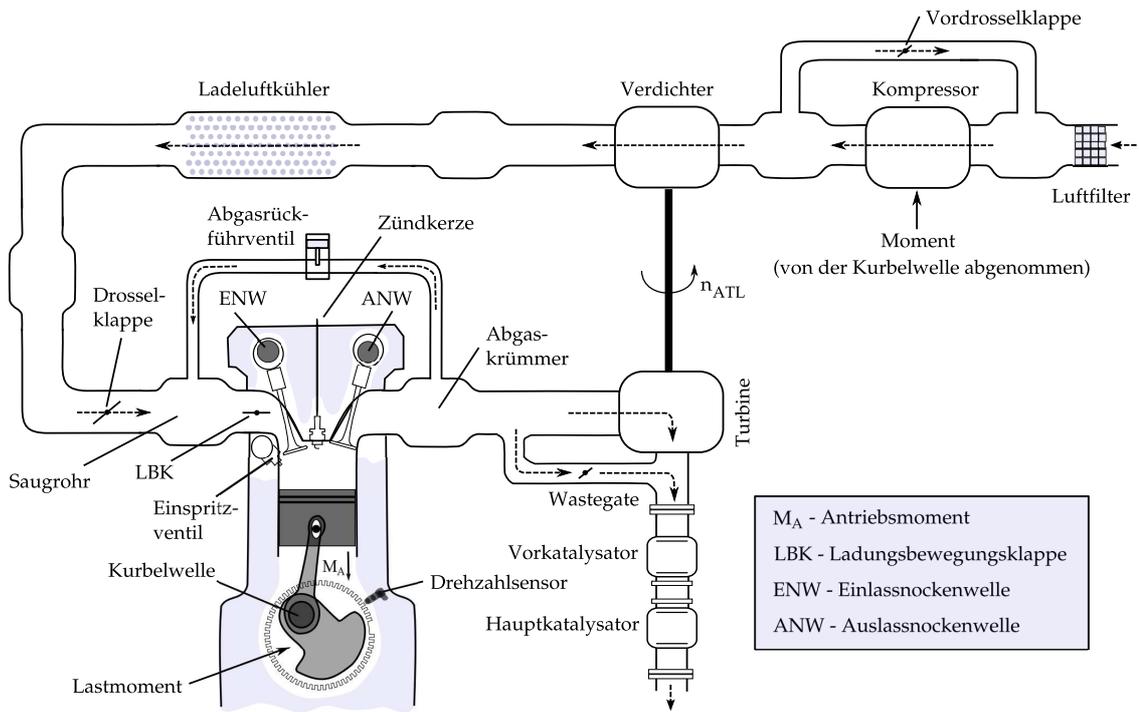


Abbildung 3.1. Komponenten eines modernen Verbrennungsmotors [229]

Tabelle 3.1. Einflussbezogener Überblick über die Stelleinrichtungen in modernen Verbrennungsmotoren

Füllungssteuerung	Drosselklappe, Vordrosselklappe, Nockenwelle, Abgasrückführventil, Wastegatestellung, Saugrohrlänge
Gemischbildung	Einspritzbeginn, Einspritzdauer, Raildruck, Ladungsbewegungsklappe, Tankentlüftung
Zündung	Zündwinkel

weshalb die Einflussnahme auf das Drehmoment mittels der Füllungssteuerung als der langsame Pfad bezeichnet wird.

**DROSSELKLAPPE** Mittels der Drosselklappe wird der Saugrohrdruck beeinflusst und somit die Frischgasmasse, die über das Einlassventil in den Zylinder einströmt, eingestellt. Werden keine weiteren technischen Mittel eingesetzt, so nähert sich bei vollständig geöffneter Drosselklappe der Saugrohrdruck dem Umgebungsdruck an. Des Weiteren ist die einströmende Frischgasmasse auch von der aktuellen Drehzahl abhängig. Die Frischgasmasse ist ausschlaggebend für das erzeugte Drehmoment. In stationären Arbeitspunkten ist diese somit die entscheidende Variable, um eine möglichst hohe Effizienz zu erzielen. Durch die geringe Saugrohrdynamik ist die Drosselklappe allerdings nur bedingt zur dynamischen Regelung des Drehmomentes geeignet.

**NOCKENWELLE** Die Steuerung der Ein- und Auslassventile mittels der Nockenwellen ist nicht mehr zwangsweise an die Motordrehzahl gekoppelt. In modernen Verbrennungsmotoren sind variable Ventilsteuerzeiten möglich, die sowohl eine

Phasenverstellung, als auch eine Hubverstellung zulassen. Die am häufigsten verwendete Maßnahme ist die Frühverstellung der Einlassnockenwelle, da hierdurch eine Ventilüberschneidung des Einlass- und Auslassventils zustande kommt. Ein Teil des aus einer Verbrennung resultierenden Restgases wird dabei beispielsweise in das Saugrohr ausgestoßen und danach erneut in den Zylinder gesaugt. Diese sogenannte interne Abgasrückführung (AGR) bewirkt einen erhöhten Restgasanteil im Zylinder, der die Verbrennungsspitzentemperatur senkt und somit zu einer geringeren Stickoxidbildung beiträgt. Ein variabler Ventilhub durch die Verwendung verschiedener Nockenformen ermöglicht eine bessere Anpassung an unterschiedliche Lastfälle. Eine vollvariable Ventilsteuerung, die sowohl den Ventilhub, als auch die Phasenverstellung miteinander kombiniert, ist in der Lage die Drosselklappe zu großen Teilen zu ersetzen. Dies ermöglicht geringere Drosselverluste und eine höhere Dynamik zur Einstellung des gewünschten Drehmomentes.

**SAUGROHRLÄNGE** Bedingt durch die periodischen Ansaugvorgänge kommt es zu Gasschwingungen im Saugrohr. Diese Gasschwingungen und die damit einhergehenden Druckspitzen können gezielt ausgenutzt werden, um die Frischluftmasse im Zylinder zu erhöhen. Die Ursache für die Druckerhöhung liegt in Resonanzeffekten, die von den geometrischen Eigenschaften des Saugrohres und von der Drehzahl abhängig sind. Da bei niedrigen Drehzahlen lange Saugrohre mit kleinen Saugrohrdurchmessern und bei hohen Drehzahlen kurze Saugrohre mit großen Saugrohrdurchmessern zu einer besseren Frischluftfüllung führen, kann eine Saugrohrumschaltung eingesetzt werden. Dies stellt somit eine binäre Stellgröße dar.

**ABGASRÜCKFÜHRVENTIL** Wie bei der internen AGR durch die Nockenwellenverstellung führt auch die externe AGR über das Abgasrückführventil zu einer Reduzierung der Stickoxidemissionen. Durch diese Maßnahme wird eine Reduzierung von näherungsweise 50% erreicht. Die Masse des zurückgeführten Inertgases, das somit an einer weiteren Verbrennung nicht teilnimmt, ist abhängig von der Ventilöffnung und der Druckdifferenz zwischen dem Abgaskrümmen und dem Saugrohr. Die Inertgasmasse im Zylinder durch die externe AGR ist somit indirekt abhängig vom Drosselklappenwinkel. Aus diesem Grund sind der Drosselklappenwinkel und die Stellung des Abgasrückführventils zu koordinieren. Ein weiterer Vorteil der Abgasrückführung ist ein reduzierter Kraftstoffverbrauch, da zur Kompensation des Inertgasanteiles die Drosselklappe weiter geöffnet werden muss, um das gleiche Drehmoment zu erzeugen. Durch den erhöhten Saugrohrdruck sinken die Ladungswechselverluste und der Wirkungsgrad steigt. Eine zu hohe Rückführrate führt allerdings zu einer Beeinträchtigung der Brennfähigkeit.

**VORDROSSELKLAPPE** Die Aufladung mittels eines Kompressors erlaubt eine höhere Zylinderfüllung und damit ein höheres Motordrehmoment. Als Konsequenz kann ein kleineres Zylindervolumen eingesetzt werden, was sich positiv auf die Gesamtmasse des Fahrzeuges und somit auf den Kraftstoffverbrauch auswirkt (Downsizing). Der Ladedruck wird hierbei, wie in Abbildung 3.1 zu sehen, zusätzlich zur eigentlichen Drosselklappe mithilfe einer Vordrosselklappe eingestellt. Nachteilig wirkt sich die mechanische Verbindung des Kompressors mit der Kurbelwelle aus. Der Kompressor wirkt somit als zusätzliche Last für den

Verbrennungsmotor, was die Vorteile in Hinblick auf den Kraftstoffverbrauch teilweise aufhebt.

**WASTEGATE** Der beschriebene Nachteil eines mechanischen Kompressors besteht bei der Abgasturboaufladung nicht, da hierbei die Strömungsenergie der ausgestoßenen Abgase zum Antrieb genutzt wird. Da eine hohe Aufladung bereits bei geringen Abgasmassenströmen, also bei geringen Drehzahlen, erreicht werden soll, wird die Turbine speziell auf diese Arbeitspunkte ausgelegt. Um bei höheren Drehzahlen eine Überlastung zu vermeiden, wird mithilfe des Wastegates ein Teil des Abgases um die Turbine herumgeführt und somit der Abgasmassenstrom durch die Turbine eingestellt. Bei sehr geringen Drehzahlen ist der Abgasmassenstrom zum Antrieb nicht ausreichend, weswegen in diesen Fällen keine wesentliche Kompression erfolgt. Eine Möglichkeit dieser Einschränkung zu begegnen, ist der Einsatz eines Bi-Turboladers. Das heißt, anstelle einer einzelnen Turbine werden zwei parallel geschaltete Turbinen eingesetzt, deren Massenträgheitsmomente aufgrund der geringeren Abmaße kleiner ausfallen. Somit wird ein besseres Ansprechverhalten bei geringem Abgasmassenstrom erzielt. Eine weitere Möglichkeit bietet der Turbolader mit variabler Turbinengeometrie (VTG). Ein solcher VTG-Lader besitzt einstellbare Leitschaufeln, die in Abhängigkeit vom aktuellen Arbeitspunkt eine Anpassung des einströmenden Abgasmassenstromes und dessen Strömungsgeschwindigkeit an das gewünschte Ansprechverhalten und den Leistungsbedarf ermöglichen. Durch die Kompression der Ladeluft kommt es zu einer erhöhten Ladelufttemperatur. Diese Temperaturerhöhung hat eine stärkere Klopfneigung der Zylinder zur Folge, sodass die Maßnahme zur Vermeidung einer klopfenden Verbrennung (Zündwinkelverstellung) zu einer Wirkungsgradverschlechterung führt. Aus diesem Grund wird eine zusätzliche Ladeluftkühlung eingesetzt, was aber wieder zu einer höheren Gesamtmasse führt. Durch KADUNIC ET AL. [130] werden die Wirkungsgradvorteile einer gekühlten Ladeluft aufgezeigt und eine Ladeluftkühlung unter Ausnutzung der Abgasenergie mittels einer Dampfstrahlkälteanlage vorgestellt. Das Potenzial zur Verbrauchssenkung bei konsequenter Umsetzung des Downsizing-Konzeptes mit Aufladung beziffern KADUNIC ET AL. mit 10,5% für den zulassungsrelevanten Neuen Europäischen Fahrzyklus (NEFZ) [54, 65].

Die Aufgabe der Gemischbildung liegt in der exakten Zuteilung von Kraftstoff und in der Bildung eines homogenen, brennfähigen Gemisches. In der häufigsten Betriebsart wird der Kraftstoff exakt entsprechend der Frischluftmasse zugeführt, um ein stöchiometrisches Verhältnis von Luftmasse und Kraftstoff einzustellen. Nur in diesem Fall arbeitet der Dreiwegekatalysator mit der höchsten Konvertierungsrate und die gesetzlichen Vorschriften zu den Verbrennungsemissionen können eingehalten werden. Es sind jedoch auch weitere Betriebsarten, wie der Schichtbetrieb, möglich. Da die Gemischbildung zu jedem Verbrennungstakt erneut vollzogen werden muss, können über den Kraftstoffpfad im Gegensatz zur Füllungssteuerung hochdynamische Stellaktionen vorgenommen werden. Die assoziierten Stelleinrichtung gehören somit zum schnellen Pfad, der bereits in der Einleitung angesprochen wird.

**EINSPRITZBEGINN** Bei Ottomotoren mit Direkteinspritzung liegt der sinnvolle Einspritzbeginn zwischen dem oberen Totpunkt, also zu Beginn des Ansaugtaktes,

und dem folgenden oberen Totpunkt, also zum Ende des Verdichtungstaktes. Bei einem sehr frühen Einspritzen besteht die Gefahr, dass sich ein gewisser Teil des Kraftstoffes am Kolbenboden oder auch an der Zylinderwand niederschlägt. Dieser Anteil nimmt an der anschließenden Verbrennung nicht teil, da aufgrund der hohen Wärmeabfuhr an der Zylinderwand die Flamme dort erlischt (Quench-Effekt). Die unverbrannten Kohlenwasserstoffe werden nach der Verbrennung ausgestoßen und führen somit zu erhöhten Kohlenwasserstoffemissionen. Andererseits bewirkt ein frühes Einspritzen durch das Verdampfen des Kraftstoffes eine geringere Gastemperatur und führt somit zu einer höheren Füllung und einem höheren Drehmoment. Ein spätes Einspritzen, beispielsweise mit dem Schließen des Einlassventils, kann dazu führen, dass sich kein homogenes Gemisch einstellen kann. Hierdurch entstehen Kraftstofftropfen, die unvollständig verbrennen können und dann zu einem Anstieg der Kohlenwasserstoffemissionen beitragen. In Hinblick auf die Schadstoffemissionen ist der Gemischbildung genügend Zeit einzuräumen, damit sich ein homogenes Gemisch einstellen kann. Der optimale Einspritzbeginn ist somit mitunter von der Drehzahl und dem Saugrohrdruck abhängig.

**EINSPRITZDAUER** Die Einspritzdauer bestimmt die Masse des eingespritzten Kraftstoffes und somit den Energiegehalt einer Zylinderfüllung. Hierbei wird zumeist ein stöchiometrisches Verhältnis von Frischluft und Kraftstoff gewählt. Bei diesem Verhältnis findet eine nahezu vollständige Verbrennung des Gemisches statt und der Dreiwegekatalysator arbeitet mit höchstmöglicher Effizienz zur Reduzierung der Schadstoffemissionen. Die Kraftstoffmasse ist somit nur bedingt als Stellmöglichkeit verwendbar. In geringem Maße und kurzzeitig kann die Einspritzdauer für einen schnellen Eingriff verwendet werden. Das Gemisch weicht in diesem Falle geringfügig vom stöchiometrischen Verhältnis ab. Durch Mehreinspritzung (Anfettung) kann beispielsweise das Motordrehmoment erhöht oder durch eine geringere Einspritzmasse (Abmagerung) abgesenkt werden. Bei einem Gemischverhältnis von etwa 0,91 stellt sich das maximale Drehmoment ein. Sowohl für die Anfettung als auch für die Abmagerung sind Brenngrenzen zu berücksichtigen.

**RAILDRUCK** Das Kraftstoffverteilerrohr (Rail) speichert den geförderten Kraftstoff unter einem arbeitspunktabhängigen hohen Druck. Die Hochdruckeinspritzung ermöglicht eine gute Durchmischung und eine kurze Einspritzdauer. Zur Bestimmung der Einspritzdauer muss der aktuelle Raildruck bekannt und möglichst konstant sein. Hierzu wird eine Raildruckregelung eingesetzt, die mittels einer Hochdruckpumpe und eines Mengensteuerventils den von einer Brennverlaufssteuerung vorgegebenen Solldruck einstellt.

**TANKENTLÜFTUNG** Durch die Verdampfungsneigung des Kraftstoffes kann es bereits bei mittleren Temperaturen zu einem unzulässigen Druckanstieg im Kraftstoffbehälter kommen. Die Tankentlüftung kanalisiert die Kraftstoffdämpfe durch einen Aktivkohlefilter, der die Kraftstoffbestandteile speichert. Dieser Kraftstoffanteil wird mittels eines Regenerierventils dem Saugrohr zugeführt und nimmt anschließend an der Verbrennung teil. Da die genaue Masse des zusätzlichen Kraftstoffes nicht bekannt ist, kann es hierdurch zu einem Kraftstoffüberschuss im Zylinder kommen. Der durch die Tankentlüftung verursachte Kraftstoffmassenanteil

im Zylinder ist entsprechend bei der Kraftstoffzuteilung, also der Einspritzdauer, zu berücksichtigen.

**LADUNGSBEWEGUNGSKLAPPE** Im Bereich des Einlassventils erlaubt die Ladungsbewegungsklappe (LBK) das Verschließen eines Teiles des Einlasskanals, um somit eine turbulente Strömung in den Zylinder zu fördern. Hierdurch kommt es zu einer besseren Durchmischung mit dem eingespritzten Kraftstoff, was für eine vollständige Verbrennung notwendig ist. Besonders bei direkteinspritzenden Systemen stellt dies oftmals ein Problem dar, da die zur Verfügung stehende Zeit zur homogenen Gemischbildung gering ist.

Durch die Verbrennung des Gemisches und dem damit einhergehenden Druckanstieg im Zylinder wird über die Bewegung des Kolbens und des Pleuels ein Drehmoment an der Kurbelwelle erzeugt. Das letzte Glied in der Kette zur Beeinflussung des Verbrennungsprozesses im jeweiligen Arbeitstakt ist die Zündung des Gemisches. Hierbei kommt dem Zeitpunkt der Zündung, der üblicherweise auf die Kolbenposition bezogen wird, besondere Bedeutung zu. Auch der steuerbare Zündzeitpunkt ist dem schnellen Stellpfad zuzuordnen, da eine Variation mit jeder Verbrennung stattfinden kann.

**ZÜNDWINKEL** Hinsichtlich des Zündwinkels existiert ein optimaler Wert, der zu einem maximalen Drehmoment an der Kurbelwelle führt. Dieser drehzahl- und lastabhängige Wert wird motorspezifisch an einem Motorprüfstand vermessen. Gerade im Volllastbereich wirkt die Neigung des Zylinders zu einer irregulären Verbrennung limitierend, sodass der optimale Zündwinkel nicht eingestellt werden kann [225]. Diese Klopfneigung ist hierbei von der Qualität des Kraftstoffes (gekennzeichnet durch die Oktanzahl), aber auch weiteren Faktoren, wie der Frischlufttemperatur und dem Zündwinkel, abhängig. Der Einsatz einer speziellen Klopfregelung ermöglicht den Betrieb an der Klopfgrenze. Dabei erfolgt bei erkannter klopfender Verbrennung eine Verzögerung des Zündzeitpunktes. Weiterhin kann mithilfe eines vom Optimalwert abweichenden Zündwinkels eine Drehmomentenreduzierung erreicht werden, sodass eine gewünschte Drehmomentenreserve für schnelle Eingriffe zur Verfügung steht. Die Verstellung erfolgt dabei in der Regel in Richtung eines späteren Zündwinkels, da hierdurch der Abstand zur Klopfgrenze erhöht wird.

Die Koordination der genannten Stellgrößen ist aufgrund der nichtlinearen Systemeigenschaften schwierig. Wird beispielsweise die Abgasrückführrate mittels der Nockenwelle oder des Abgasrückführventils erhöht, so wirkt sich dies aufgrund der geringeren Verbrennungstemperatur positiv auf die emittierten Verbrennungsrückstände aus. Zum Ausgleich der inerten Abgasmasse im Zylinder wird die Drosselklappe weiter geöffnet und somit werden die Drosselverluste reduziert. Es steht demnach auch ein höheres Motordrehmoment zur Verfügung. Diese Vorgehensweise ist allerdings auf die vollständige Öffnung der Drosselklappe begrenzt. Darüber hinaus steht im Zylinder nicht genügend Frischluft zur Verfügung und das Motordrehmoment wäre reduziert. Es stellt sich auch die Frage, ob und in welcher Relation zueinander die Abgasrückführrate mittels der Nockenwelle oder des Abgasrückführventils realisiert werden sollte. Die Nockenwellensteuerung weist im Vergleich die deutlich höhere Dynamik auf. Eine Abgasrückführung mittels des Abgasrückführventils bietet allerdings die Möglichkeit

einer Kühlung des zurückgeführten Abgases, wodurch im Vergleich geringere Abgasemissionen resultieren und eine höhere Rückführrate ermöglicht wird. Es existiert somit ein Zielkonflikt, dem auch die weiteren genannten Stellgrößen unterliegen. Das Finden eines guten Kompromisses für die Wahl der Stellgrößen stellt keine triviale Aufgabe dar.

In der vorliegenden Arbeit wird beispielhaft die Koordination des Luftpfades (Drosselklappe) und des Zündpfades (Zündwinkel) untersucht. Aus diesem Grund werden im Folgenden die grundlegendsten physikalischen Zusammenhänge dieser beiden Stellorgane des Verbrennungsmotors dargelegt.

Zur Modellierung des Motorprozesses werden oftmals die sogenannten Mittelwertmodelle eingesetzt, die in ihrer Komplexität durch vereinfachende Annahme eingeschränkt sind. Für grundlegende Untersuchungen wird mit diesen Modellen aber zu meist eine ausreichende Genauigkeit erzielt. Ein Vorteil dieser Modelle ist, dass durch deren Anwendung praktikable Simulationszeiten erzielt werden.

Eine wichtige Größe hinsichtlich des Motordrehmomentes und somit auch der Drehzahl ist die Frischluftmasse im Zylinder. Diese wird mittels der Drosselklappe eingestellt, wobei der Frischluftmassenstrom über die Drosselklappe  $\dot{m}_{DK}$  beschrieben werden kann als

$$\dot{m}_{DK} = \frac{p_U}{\sqrt{R_{Luft} T_U}} \Psi\left(\frac{p_{SR}}{p_U}\right) C_d(\alpha_{DK}, \frac{p_{SR}}{p_U}) A_{DK}(\alpha_{DK}). \quad (3.1)$$

Die durchströmte Fläche  $A_{DK}$  als Funktion des Drosselklappenwinkels  $\alpha_{DK}$  wird effektiv durch den Durchflusskoeffizienten  $C_d$  reduziert, welcher beispielsweise eine etwaige turbulente Strömung abbildet. Die Durchflussfunktion  $\Psi$  beschreibt über den Quotienten des Saugrohrdruckes  $p_{SR}$  zum Umgebungsdruck  $p_U$ <sup>1</sup> die drosselnde Wirkung der Drosselklappe [108]. Die verbleibende Variable dieser Differentialgleichung ist die spezifische Gaskonstante von Luft  $R_{Luft}$ .

Der Saugrohrdruck  $p_{SR}$  kann mittels Kontinuitätsgleichung und unter der Annahme einer konstanten Temperatur im Saugrohr  $T_{SR}$  und bekanntem Saugrohrvolumen  $V_{SR}$  mithilfe der Differentialgleichung

$$\dot{p}_{SR} = \frac{R_{Luft} T_{SR}}{V_{SR}} (\dot{m}_{DK} - \dot{m}_{EV}) \quad (3.2)$$

durch Integration berechnet werden. Hierbei entspricht  $\dot{m}_{EV}$  dem Frischluftmassenstrom über das Einlassventil in den Zylinder. Durch CHEVALIER ET AL. [48] wird allerdings gezeigt, dass ein solches isothermes Modell insbesondere während dynamischer Übergänge nicht genau ist. Durch eine höhere Modellordnung wird dort eine bessere Übereinstimmung mit experimentell gewonnenen Daten erzielt. Allerdings wird der Saugrohrdruck auch oftmals gemessen.

Der Luftmassenstrom in den Zylinder

$$\dot{m}_{EV} = \eta_{vol} \frac{p_{SR}}{R_{Luft} T_{SR}} V_{Hub} \frac{n}{2 \cdot 60} \quad (3.3)$$

<sup>1</sup> Die technischen Komponenten ansaugseitig werden hier vereinfacht als frei von Druckverlusten angenommen, vgl. Abbildung 3.1

ist in diesem Fall über ein Arbeitsspiel des Viertaktverbrennungsmotors gemittelt und bei einer konstanten Kurbenwellendrehzahl  $n$  in erster Näherung direkt proportional zum Saugrohrdruck. Der volumetrische Wirkungsgrad oder Liefergrad  $\eta_{\text{vol}}$  bildet unter anderem den Strömungswiderstand entlang des Strömungsweges ab [108, 169]. Dieser Modellannahme liegt zugrunde, dass der Frischluft das gesamte Hubvolumen  $V_{\text{Hub}}$  zur Verfügung steht. Somit ist weder eine im Zylinder verbliebene Restgasmasse noch die notwendige zugesetzte Kraftstoffmasse bilanziert. Da diese beiden Massenanteile verhältnismäßig gering sind, ist diese Näherung oftmals ausreichend.

Als Folge des Zündfunkens und der anschließenden Verbrennung des Gemisches aus Frischluftmasse und eingespritzter Kraftstoffmasse erhöht sich der Druck im Zylinder. Dieser Druckanstieg wird durch den mittleren indizierten Druck  $p_{\text{mi}}$  über ein Arbeitsspiel charakterisiert. Dieser Druck ist in der Regel anhand einer Messung und einer Integration über das Arbeitsspiel zu berechnen, kann aber angenähert durch

$$p_{\text{mi}} = \frac{\dot{m}_{\text{EV}}}{14,7} \frac{2 \cdot 60}{n} \frac{q_{\text{HV}}}{V_{\text{Hub}}} \eta_{\text{Otto}} \eta_{\text{ZW}} \quad (3.4)$$

abgeschätzt werden. Der Heizwert  $q_{\text{HV}}$  charakterisiert den verwendeten Kraftstoff hinsichtlich der maximal umsetzbaren Wärmemenge während der Verbrennung. Der mit  $\eta_{\text{Otto}}$  angegebene thermische Wirkungsgrad des ottomotorischen Gleichraumprozesses basiert auf einer Reihe von vereinfachenden Annahmen [165, 214]. Der maximale indizierte Mitteldruck im jeweiligen Betriebspunkt wird bei der Wahl eines bestimmten Zündwinkels erreicht, solange der Zylinder hierdurch nicht zu einer klopfenden Verbrennung neigt. Eine etwaige Abweichung von diesem Optimalzündwinkel resultiert in einem geringeren indizierten Mitteldruck, was mittels des Zündwinkelwirkungsgrades  $\eta_{\text{ZW}}$  zum Ausdruck gebracht wird. Durch eine entsprechende Wahl des Zündwinkels kann somit gezielt das indizierte Drehmoment  $M_{\text{Ind}}$  reduziert werden, welches über das Hubvolumen  $V_{\text{Hub}}$  als

$$M_{\text{Ind}} = \frac{V_{\text{Hub}} p_{\text{mi}}}{4\pi} \quad (3.5)$$

folgt. Die resultierende Drehzahl berechnet sich unter Berücksichtigung des Massenträgheitsmomentes des Verbrennungsmotors  $J_{\text{M}}$  zu

$$\dot{n} = \frac{60}{2\pi J_{\text{M}}} (M_{\text{Ind}} - M_{\text{Reib}} - M_{\text{LW}} - M_{\text{Last}}) . \quad (3.6)$$

Hierbei werden das Reibmoment  $M_{\text{Reib}}$ , die Ladungswechselverluste  $M_{\text{LW}}$  durch den Unterdruck im Saugrohr und das Lastmoment zusätzlicher Verbraucher, wie dem Klimakompressor,  $M_{\text{Last}}$  berücksichtigt.

### 3.2 FUNKTIONSUMFANG AKTUELLER MOTORSTEUERUNGEN

Wie bereits in der Einleitung beschrieben, koordiniert die Motorsteuerung in modernen Motorsteuergeräten die internen und externen Drehmomentenanforderungen unter Berücksichtigung etwaiger Wirkungsgradanforderungen. Darüber hinaus sind aber auch weitere Aufgaben zu erfüllen, wie die Kommunikation mit weiteren Steuergeräten

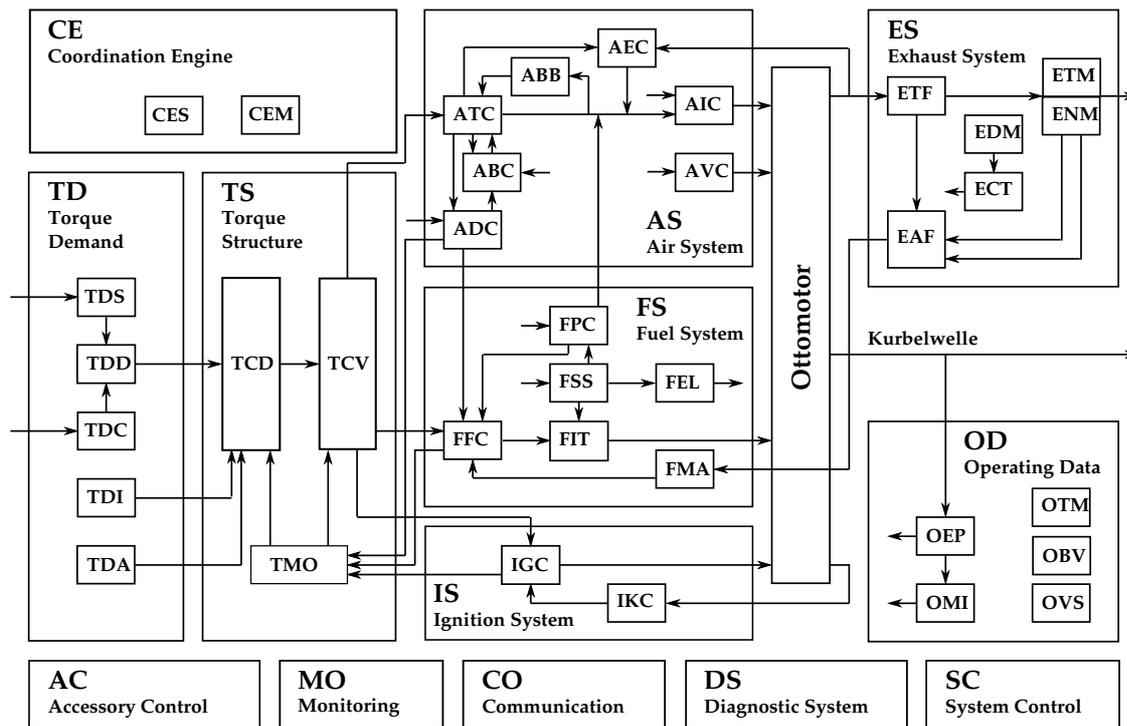


Abbildung 3.2. Systemstruktur der Verbrennungsmotorsteuerung [197]

oder die Diagnose der technischen Systeme. Eine entsprechende Struktur ist in Abbildung 3.2 dargestellt. Diese umfasst die generell notwendigen Funktionen zum Betrieb des Verbrennungsmotors unter Einhaltung der gesetzlichen Rahmenbedingungen. Für diese Arbeit hauptsächlich relevant ist dabei die Funktion „Drehmomentenstruktur (Torque Structure, TS)“, da diese um einen prädiktiven Regler erweitert werden soll. Für das Verständnis dieser Funktion ist es wichtig, ihre Rolle im Gesamtkontext des Motorsteuergerätes zu sehen. Aus diesem Grund werden nachfolgend die wichtigsten Funktionen aktueller Motorsteuerungen beispielhaft anhand der Systemstruktur der Motronic-Steuergerätegeneration der ROBERT BOSCH GMBH [197] vorgestellt.

#### *Motorkoordination (Coordination Engine, CE)*

Innerhalb dieses Subsystems werden übergeordnete Entscheidungen zum Betriebszustand und der Betriebsart des Verbrennungsmotors getroffen. Zur Realisierung spezieller Motorfunktionen, wie beispielsweise der Schubabschaltung zur Reduzierung des Kraftstoffverbrauchs, ist die Koordination der unterlagerten Strukturen notwendig. Ausgehend von dieser zentralen Stelle werden eine Vielzahl weiterer Funktionen der Motorsteuerung, wie beispielsweise zur Einspritzmassensteuerung oder zur Wahl des Zündwinkels, beeinflusst.

**COORDINATION ENGINE STATES (CES)** Diese Hauptfunktion koordiniert Motorbetriebsarten, wie Kaltstart, Warmstart und Motornachlauf. Bei einem nicht betriebswarmen Verbrennungsmotor kommt es, aufgrund der geringen Verdampfungsneigung des Kraftstoffes und einer verstärkten Kondensation an der Zylinder-

wand, zu einem brennbaren Gemisch mit Kraftstoffmangel. Um diese Effekte zu kompensieren, wird im Kaltstart eine erhöhte Masse an Kraftstoff eingespritzt. Des Weiteren bewirkt das noch kalte Motoröl eine größere Reibung, was zu berücksichtigen ist. Ein Motornachlauf ist eventuell notwendig, um die Überhitzung des Verbrennungsmotors oder des Abgasturboladers zu verhindern. Zu diesem Zweck wird über einen gewissen Zeitraum nach dem Abziehen des Zündschlüssels weiterhin der Motorlüfter betrieben und Motoröl durch die Komponenten gepumpt. Des Weiteren wird durch die Funktion CES der Schiebetransfer zur Kraftstoffeinsparung genutzt. Dabei wird die Einspritzung ausgesetzt, wenn vom Fahrer kein Antriebsmoment gewünscht wird. In diesem Fall wird der Verbrennungsmotor durch die Trägheit des Fahrzeuges angetrieben. Der Verbrennungsmotor dient dann als Bremse und die Drehzahl reduziert sich. Unterhalb der Wiedereinsatzdrehzahl übernimmt die Leerlaufregelung die Stabilisierung des Verbrennungsmotors. Um ein unerwünschtes Ruckeln beim Wiedereinsetzen zu vermeiden, ist der Drehmomentenaufbau gezielt zu steuern. Auch Start-Stopp-Systeme werden durch die CES-Funktion koordiniert, um Leerlaufphasen zu verringern und somit Kraftstoff einzusparen.

**COORDINATION ENGINE OPERATION (CEM)** Diese Funktion dient zur Wahl des Brennverfahrens. In der bisherigen Darstellung ist von einem Betrieb mit einem homogenen und stöchiometrischen Gemisch ausgegangen worden. Eine weitere bedeutsame Betriebsart bei direkteinspritzenden Verbrennungsmotoren ist der Schichtbetrieb. Der Einsatz einer Direkteinspritzung ermöglicht den Betrieb mit Luftüberschuss. Hierzu wird die Drosselklappe weit geöffnet und mittels der Ladungsbewegungsklappe eine Verwirbelung und eine gewünschte Strömungsrichtung des Gasgemisches erzielt. Die Kraftstoffzufuhr findet erst sehr spät im Verdichtungstakt statt. Dabei wird zielgerichtet nur eine kleine Masse an Kraftstoff eingesetzt, um ein zündfähiges Gemisch im Bereich der Zündkerze zu erreichen. Diese Betriebsart wird im Leerlauf und im Teillastbereich eingesetzt und erzielt dort eine Kraftstoffersparnis von bis zu 13%. Nachteilig wirkt sich die Zunahme an Stickoxidemissionen aufgrund des hohen Luftüberschusses aus. Diese können durch den Einsatz der Abgasrückführung reduziert werden. Oftmals ist diese Reduzierung jedoch nicht ausreichend, sodass ein zusätzlicher Stickoxid-Speicherkatalysator verbaut werden muss. Ist dessen Speicherfähigkeit erschöpft, so ist auf eine regenerierende Betriebsart mit leichtem Kraftstoffüberschuss zu wechseln, bis der Katalysator wieder Stickoxide aufnehmen kann. Während des Wechsels vom Schichtbetrieb in den Homogenbetrieb ist die weite Öffnung der Drosselklappe zu berücksichtigen. In der Koordination ist zu gewährleisten, dass während des Übergangs kein unzulässig großes Drehmoment erzeugt wird.

#### *Drehmomentenanforderung (Torque Demand, TD)*

In diesem Subsystem werden die verschiedenen Anforderungen hinsichtlich eines zu erzeugenden Drehmomentes zusammengefasst.

**TORQUE DEMAND SIGNAL CONDITIONING (TDS)** Diese Funktion ermittelt den Wert und den Gradienten der Fahrpedalstellung. Dies wird mithilfe zweier Winkelge-

ber realisiert, wodurch eine Plausibilisierung ermöglicht wird. Das Messsignal wird gefiltert, um hochfrequentes Messrauschen zu unterdrücken.

**TORQUE DEMAND CRUISE CONTROL (TDC)** Eine Fahrgeschwindigkeitsregelung ermöglicht das Fahren mit konstanter Geschwindigkeit, ohne dass der Fahrer das Fahrpedal betätigen muss. Die notwendigen Eingriffe werden in dieser Funktion berechnet, wobei Abschaltbedingungen, wie die Betätigung des Fahrpedals oder der Bremse, überwacht werden.

**TORQUE DEMAND DRIVER (TDD)** Ausgehend von der Fahrpedalstellung und der Anforderung des Geschwindigkeitsreglers wird ein resultierendes gewünschtes Motordrehmoment berechnet. Ein hoher Fahrpedalgradient kennzeichnet den Wunsch nach einem hochdynamischen Fahrverhalten.

**TORQUE DEMAND IDLE SPEED CONTROL (TDI)** Die Leerlaufregelung stabilisiert die Drehzahl des Verbrennungsmotors bei nicht betätigtem Fahrpedal und nicht aktiver Fahrgeschwindigkeitsregelung auf die Leerlaufdrehzahl. Diese wird abhängig vom aktuellen Betriebszustand (z.B. kalter oder warmer Verbrennungsmotor) und der aktuellen Last (z.B. Klimakompressor) gewählt. Hierbei wird in der Regel ein PID-Regler mit Gain-Scheduling und Vorsteuerung eingesetzt, wie er in Abschnitt 3.3 detailliert beschrieben wird.

**TORQUE DEMAND AUXILIARY FUNCTIONS (TDA)** Durch Zusatzfunktionen werden in dieser Funktion Drehmomentenbegrenzungen realisiert, wie sie beispielsweise zur Drehzahlbegrenzung erforderlich sind. Um unangenehme Antriebsstrangschwingungen durch eine etwaige schlagartige Belastungsänderung zu vermeiden, werden außerdem spezielle Führungsgrößenfilter eingesetzt (z.B. Lastschlagdämpfung).

#### *Drehmomentenstruktur (Torque Structure, TS)*

In dieser Funktionsgruppe werden die ermittelten Drehmomentenanforderungen zusammengeführt und koordiniert. Das resultierende Wunschkrehmoment wird mittels pfadeigener physikalischer Größen auf die Wirkungspfade des Luft-, Kraftstoff- und Zündsystems verteilt.

**TORQUE COORDINATION (TCD)** Diese Funktion führt eine prioritätsgesteuerte Koordinierung der Drehmomentenanforderungen durch. An dieser Stelle der Steuerungshierarchie wird auch die aktuell gewählte Betriebsart berücksichtigt. Als Resultat stehen Soll Drehmomente für die einzelnen Wirkungspfade zur Verfügung. Ein Drehmoment auf dem Luftpfad inklusive der geforderten Reserven wird mithilfe der Drosselklappe umgesetzt. Ein ebenfalls koordiniertes Drehmoment auf dem Zündpfad wird durch Variation des Zündwinkels ermöglicht. Es wird dabei bei der Berechnung des Drehmomentes auf dem Zündpfad auf gesonderte Drehmomentenanforderungen zurückgegriffen, sodass durch die Differenz zwischen dem Drehmoment auf dem Luftpfad und dem Drehmoment auf dem Zündpfad die eigentliche Realisierung einer Drehmomentenreserve stattfindet.

In dieser Funktion wird auch über eine etwaige Zylinderausblendung hinsichtlich des eingespritzten Kraftstoffes entschieden, wenn die Drehmomentenanforderung gering ausfällt. Ist die Drehmomentenanforderung gleich null, so kann unter bestimmten Bedingung eine Ausblendung aller Zylinder erfolgen. Dieser Zustand wird als Schubabschaltung bezeichnet.

**TORQUE CONVERSION (TCV)** Ausgehend von den Soll Drehmomenten auf den Wirkpfaden werden in dieser Funktion pfadeigene physikalische Größen, wie beispielsweise eine Frischluftmasse, ein Luft-Kraftstoff-Verhältnis und ein Zündwinkel bestimmt. Diese Führungsgrößen sind durch die nachfolgenden Steuerungs- und Regelungsstrukturen einzustellen.

**TORQUE MODELLING (TMO)** Die Zylinderfüllung, das Luft-Kraftstoff-Verhältnis, der Zündwinkel, die aktuelle Drehzahl und weitere Größen werden genutzt, um das indizierte Drehmoment modellbasiert zu berechnen. Eine direkte Messung des Drehmomentes ist derzeit aus Kostengründen nicht praktikabel.

### *Luftsystem (Air System, AS)*

Dieses Subsystem beinhaltet alle relevanten Funktionen des Luftpfades und stellt die geforderte Zylinderfüllung ein.

**AIR SYSTEM THROTTLE CONTROL (ATC)** In der ATC-Funktion wird der Drosselklappenwinkel mithilfe eines inversen Modells berechnet. In diesem Modell werden die gewünschte Zylinderfüllung, der Saugrohrdruck, die AGR-Rate und die aktuelle Betriebsart berücksichtigt. Die Drosselklappenstellung wird beispielsweise durch PID-Regler mit Gain-Scheduling eingestellt, wobei die Haftreibung und Batteriespannungsschwankungen berücksichtigt werden. Um die Lebensdauer der mechanischen Komponenten zu erhöhen, wird ein spezielles Filter eingesetzt, das hochfrequente Drosselklappenschwingungen (Jittering) unterdrückt.

**AIR SYSTEM DETERMINATION OF CHARGE (ADC)** Mithilfe der jeweils zur Verfügung stehenden Sensorik, wie Umgebungsdrucksensor, Heißfilm-Luftmassenmesser oder Saugrohrdrucksensor, und modellierten Größen, wie dem Abgasdruck, wird hier die aktuelle Zylinderfüllung aus Frischluft und Inertgas berechnet.

**AIR SYSTEM INTAKE MANIFOLD CONTROL (AIC)** Diese Funktion steuert die Ladungsbewegungsklappe und die Saugrohrlänge.

**AIR SYSTEM EXHAUST GAS RECIRCULATION (AEC)** Die Steuerung der externen Abgasrückführung berücksichtigt das Drehmoment, die Drehzahl und die Betriebsart bei der Berechnung der AGR-Rate und stellt diese mittels des AGR-Ventils ein. Hier finden auch Adaptionen an veränderte Betriebsbedingungen, die beispielsweise durch Alterungsprozesse oder Verschmutzung bedingt sind, statt.

**AIR SYSTEM VALVE CONTROL (AVC)** Die Ventilsteuerung berechnet die Sollöffnung der Einlass- und Auslassventile. Verschiedene Öffnungsprofile werden mittels variabler Ventilsteuerzeiten oder eines variablen Ventilhubes erreicht. Hierdurch kann eine gezielte interne AGR realisiert werden.

**AIR SYSTEM BOOST CONTROL (ABC)** Die Ladedruckregelung berechnet ausgehend vom Abgasmassenstrom den für einen gewünschten Ladedruck erforderlichen Massenstrom durch die Turbine. Die Regelung dieses Massenstroms durch die Turbine erfolgt mithilfe der Wastegate-Stellung. Um Schwingungen durch Ausgleichsvorhänge zu verhindern, wird der Solldruck tiefpassgefiltert. Die Steuerung des Ladedrucks ist um einen PI-Regler mit Gain-Scheduling ergänzt, um Modelltoleranzen zu kompensieren.

**AIR SYSTEM BRAKE BOOSTER (ABB)** Die Bremskraftverstärkersteuerung modelliert den Druck im Bremskraftverstärker, wenn kein Sensor verbaut ist. Ist ein Unterdruck-Bremskraftverstärker verbaut, so führt dies wegen der geöffneten Drosselklappe speziell im Schichtbetrieb zu Problemen, da die Druckdifferenz zwischen der Umgebung und dem Saugrohr gering ist. Mittels der Drosselklappe wird sichergestellt, dass die Bremswirkung stets ausreichend ist.

### *Kraftstoffsystem (Fuel System, FS)*

Dieses Subsystem berechnet die kurbelsynchrone Einspritzung des Kraftstoffes und dessen Masse.

**FUEL SYSTEM FEED FORWARD CONTROL (FFC)** Ausgehend von der geforderten Frischluftfüllung und dem geforderten Verhältnis von Frischluft zu Kraftstoff wird die notwendige Kraftstoffmasse berechnet. Diese wird entsprechend dem Betriebszustand (z.B. kalter oder warmer Verbrennungsmotor), der Betriebsart (Homogen, Schichtbetrieb), dem Bauteilschutz, der Gemischregelung, der Tankentlüftung und der Gemischadaption angepasst.

**FUEL SYSTEM INJECTION TIMING (FIT)** Die Funktion zur Einspritzausgabe berechnet den Einspritzbeginn und die Einspritzdauer. Die Einspritzdauer hängt unter anderem von den Größen Kraftstoffmasse, Raildruck, Brennraumdruck und der Batteriespannung ab. Der Einspritzbeginn ist abhängig von der Betriebsart.

**FUEL SYSTEM MIXTURE ADAPTATION (FMA)** Die Gemischadaption adaptiert längerfristige Abweichungen innerhalb der Gemischregelung und verbessert somit die Genauigkeit der Kraftstoffvorsteuerung.

**FUEL SUPPLY SYSTEM (FSS)** Das Kraftstoffversorgungssystem stellt die geforderte Masse an Kraftstoff und dessen Druck im Kraftstoffverteilerrohr (Rail) ein. Innerhalb dieser Funktion erfolgt die Raildruck-Regelung. Die Führungsgröße dieser Regelung ist drehzahl- und lastabhängig. Hierbei kommt in der Regel ein PI-Regler mit Gain-Scheduling zum Einsatz.

**FUEL SYSTEM PURGE CONTROL (FPC)** Der Massenstrom über das Tankentlüftungsventil und der eingetragene Kraftstoff durch die Tankentlüftung werden innerhalb dieser Funktion bestimmt. Die über den Entlüftungspfad eingetragene zusätzliche Luftmasse wird durch das Luftsystem berücksichtigt. Während des Schiebetrriebes ist die Tankentlüftung nicht zulässig, da hierdurch unverbrannter Kraftstoff in das Abgassystem gelangen würde. Des Weiteren wird die Entlüftung nur

bei einem betriebswarmen Verbrennungsmotor durchgeführt, da nur dann ein stabiler Betrieb möglich ist.

**FUEL SYSTEM EVAPORATION LEAKAGE DETECTION (FEL)** Eine Tankleckererkennung ist aufgrund gesetzlicher Rahmenbedingungen notwendig. Diese Erkennung kann anhand der Beziehung zwischen dem Saugrohrdruck und dem Druck im Kraftstoffbehälter nach dem Öffnen beziehungsweise Schließen des Tankentlüftungsventils erfolgen. Beispielsweise sollte sich der Druck im Kraftstoffbehälter nach dem Öffnen dem Saugrohrdruck angleichen. Die Leckageerkennung ist über den Druckgradient im Kraftstoffbehälter diagnostizierbar.

### *Zündsystem (Ignition System, IS)*

Das Luft-Kraftstoff-Gemisch wird mittels des in diesem Subsystem berechneten Zündwinkels zur Zündung gebracht.

**IGNITION CONTROL (IGC)** In der IGC-Funktion wird ein drehzahl- und lastabhängiger Grundzündwinkel aus einem optimierten Kennfeld ermittelt. Dieser wird in Abhängigkeit von der Stellung der Ladungsbewegungsklappe, der Nockenwelle, des Abgasrückführventils und der aktuellen Betriebsart variiert. Des Weiteren werden die Anforderungen der Drehmomentenstruktur (TS) und des Koordinatonsubsystems (CE) berücksichtigt. Um eine unkontrollierte Verbrennung im Zylinder zu verhindern, wird bei Bedarf eine Beschränkung der Zündwinkelstellbereichs durch die Klopfregelung vorgenommen. In diesem Zusammenhang wird auch eine Adaption von veränderten Betriebsbedingungen vorgenommen. Die Adaptionswerte werden in einer Vorsteuerung für die Klopfregelung verwendet. Speziell bei der Verwendung von Niedertankkraftstoff neigt die Verbrennung zu einem anhaltenden Klopfen, was mithilfe der Adaption verhindert wird.

**IGNITION SYSTEM KNOCK CONTROL (TCV)** Die Klopfregelung führt bei erkanntem Klopfen zu einer zylinderindividuellen Spätverstellung des Zündwinkels. Die Spätverstellung wird während der Regelung langsam zurückgenommen, um möglichst nahe an der Klopfgrenze und somit möglichst wirkungsgradoptimal zu arbeiten. Die Klopfenerkennung erfolgt mittels des Klopfensors und eines nachgeschalteten Bandpassfilters, das die charakteristischen Frequenzen extrahiert und dadurch eine Entscheidung über eine klopfende Verbrennung ermöglicht.

### *Abgassystem (Exhaust System, ES)*

Das Abgassubsystem ermittelt das Gemischverhältnis im Zylinder mittels eines speziellen Abgassensors (Lambdasonde) im Abgastrakt. Über das Kraftstoffsystem (FS) kann eine eventuell notwendige Anpassung der Einspritzmasse vorgenommen werden. Zusätzlich sind hier alle notwendigen Funktionen für die Abgasnachbehandlung enthalten.

**EXHAUST SYSTEM DESCRIPTION AND MODELLING (EDM)** Ausgehend von einem komplexen physikalischen Modell des Abgassystems werden hier notwendige

Größen, wie die Abgastemperatur, der Abgasdruck und der Abgasmassenstrom, ermittelt. In dieser Funktion findet auch die Aufbereitung von Messungen, wie dem Gemischverhältnis aus der Lambdasonde, und die Bestimmung des Taupunktendes [183], als Einschaltbedingung für die Gemischregelung, statt.

**EXHAUST SYSTEM AIR FUEL CONTROL (EAF)** Die Gemischregelung stellt das gewünschte Gemischverhältnis über die Variation der Kraftstoffmasse ein. Hierzu wird die Lambdasonde vor dem Vorkatalysator genutzt, die oftmals als Breitband-Lambdasonde ausgeführt ist. Die verwendete Regelung ermöglicht eine zeitnahe Korrektur des Gemischverhältnisses. Diese Regelung ist als innerer Regelkreis in eine Kaskadenstruktur eingebettet, in die der äußere Regelkreis des Gemischverhältnisses hinter dem Hauptkatalysator korrigierend eingreift.

**EXHAUST SYSTEM THREE-WAY FRONT CATALYST (ETF)** In einigen Motorkonzepten ist zusätzlich eine Lambdasonde hinter dem Vorkatalysator verbaut. Dieses Signal kann genutzt werden, um eine weitere Regelschleife in der Regelungskaskade zu bilden. Eine Lambdasonde an dieser Stelle wird wegen der geringeren thermischen Belastung weniger stark beansprucht, als die Lambdasonde im Abgaskrümmner.

**EXHAUST SYSTEM THREE-WAY MAIN CATALYST (ETM)** Hinter dem Hauptkatalysator wird in der Regel eine Zweipunkt-Lambdasonde eingesetzt. Mithilfe dieser Sonde wird die äußere Kaskade der Lambdaregelung realisiert. Dadurch werden Abweichungen des inneren Regelkreises, wie sie beispielsweise durch eine Verschmutzung der Lambdasonde vor dem Vorkatalysator oder Alterungseffekte bedingt sein können, korrigiert. Die Dynamik dieses äußeren Regelkreises ist aufgrund der langen Gaslaufzeiten gering.

**EXHAUST SYSTEM NO<sub>x</sub> MAIN CATALYST (ENM)** Durch die Verwendung der Breitband-Lambdasonde können auch vom stöchiometrischen Verhältnis abweichende Gemischverhältnisse eingestellt werden. Dies wird beispielsweise genutzt, um die Speicherfähigkeit des Stickoxid-Speicher-katalysators durch Regeneration wiederherzustellen. In dieser Funktion wird außerdem der Speicherstand überwacht.

**EXHAUST SYSTEM CONTROL OF TEMPERATURE (ECT)** Nach dem Kaltstart des Verbrennungsmotors ist auch der Katalysator nicht auf seiner Betriebstemperatur, sodass dessen Konvertierungsrate gering ist. Um einen sicheren Start des kalten Verbrennungsmotors zu gewährleisten, wird außerdem eine zusätzliche Masse an Kraftstoff eingespritzt. Deshalb werden in den ersten fünf Minuten eines 20-minütigen Abgastests bis zu 80% der gesamten Kohlenwasserstoffemissionen abgegeben. Dieser Anteil kann durch eine späte Zündung reduziert werden, da hierdurch die Verbrennung teilweise in den Abgastrakt verlagert wird. Dadurch wird ein wesentlicher Wärmeeintrag in das Abgassystem erzielt. Eine weitere Möglichkeit zur schnellen Aufheizung des Katalysators bietet ein Sekundärluftsystem, das zusätzliche Frischluft in den Abgasstrang einleitet. Dies führt zu einer Nachverbrennung von Kohlenmonoxid und Kohlenwasserstoffen und durch diese exotherme Reaktion zu einem schnelleren Erreichen der erforderlichen Betriebstemperatur von 300 °C. Andererseits ist aus Gründen des Bauteilschutzes eine

thermische Überlastung und eine damit einhergehende Schädigung der Komponenten im Abgastrakt zu verhindern. Hierzu wird im Volllastbereich ein Gemisch mit Kraftstoffüberschuss eingesetzt, um eine geringere Verbrennungstemperatur zu erreichen.

#### *Betriebsdatenerfassung (Operating Data, OD)*

In diesem Subsystem werden die Betriebsdaten des Verbrennungsmotors erfasst, die den beschriebenen Wirkpfaden nicht direkt zugeordnet werden können.

**OPERATING DATA ENGINE POSITION MANAGEMENT (OEP)** Ausgehend von den Gebersignalen der Kurbelwelle und der Nockenwellen werden hier die Motordrehzahl und die Nockenwellenphasenlagen berechnet. Durch die Synchronisation der Bezugsmarke auf dem Kurbelwellengeberrad (bspw. eine Lücke von zwei Zähnen) und der Nockenwelle wird festgestellt, in welchem Arbeitstakt sich der Zylinder befindet.

**OPERATING DATA TEMPERATURE MEASUREMENT (OTM)** Hier werden die Sensoren der Umgebungs-, Ansaugluft-, Kühlmittel- und Motoröltemperatur ausgelesen und deren Spannungssignale in entsprechende Temperaturwerte umgerechnet.

**OPERATING DATA BATTERY VOLTAGE (OBV)** In der OBV-Funktion wird die Betriebsspannung erfasst und anderen Funktionen, wie der Zündungssteuerung und der Tankentlüftungssteuerung, zur Verfügung gestellt.

**OPERATING DATA IRREGULAR RUNNING (OMI)** Die Aussetzererkennung erfolgt mithilfe des Drehzahlsignals (Analyse der Laufruhe). Da es durch Aussetzer zu einem Eintrag von unverbranntem Luft-Kraftstoff-Gemisch in das Abgassystem kommt, kann dies durch Nachverbrennung zu erheblichen thermischen Belastungen für den Katalysator führen. Treten solche Aussetzer häufig auf, wird die Einspritzung in den betroffenen Zylinder ausgesetzt.

**OPERATING DATA VEHICLE SPEED (OVS)** Mittels eines Fahrzeuggeschwindigkeitssensors oder durch das ABS-System wird hier die Fahrzeuggeschwindigkeit erfasst und plausibilisiert. Der Plausibilisierung kommt hierbei ein großer Stellenwert zu, da diese Messgröße sicherheitsrelevant ist.

#### *Nebenaggregatsteuerung (Accessory Control, AC)*

Dieses Subsystem steuert die Nebenaggregate, wie den Klimakompressor, den Starter, den Servokompressor und die Heckscheibenheizung, an. Die Steuerung erfolgt dabei in Abstimmung mit der Drehmomentenstruktur (TS), sodass der Drehmomenteneingriff im Falle zusätzlicher Lasten möglichst schnell realisiert werden kann.

Eine weitere Aufgabe des Subsystems ist das Thermomanagement, das für ein möglichst schnelles Erreichen der Betriebstemperatur des Verbrennungsmotors und für eine ausreichende Kühlung des warmen Verbrennungsmotors verantwortlich ist. Um eine

möglichst zügige Erwärmung des Verbrennungsmotors zu erreichen, werden beispielsweise der Kühlerlüfter und die Kühlmittelpumpe ausgeschaltet. Außerdem kann eine elektrische Zusatzheizung verbaut werden, die den Verbrennungsmotor als Wärmequelle für den Insassenbereich während des Warmlaufs entlastet. Das möglichst schnelle Aufheizen des Verbrennungsmotors ist sinnvoll, da ein Verbrennungsmotor bei 20 °C einen etwa doppelt so hohen spezifischen Kraftstoffverbrauch im Vergleich mit einem betriebswarmen Verbrennungsmotor aufweist.

#### *Überwachung (Monitoring, MO)*

Der Überwachung kommt die Aufgabe zu, die Funktionen der Motorsteuerung auf korrekte Arbeitsweise hin zu überprüfen. Zum einen wird hierbei das erfolgreiche Einstellen des Fahrerwunschlages überwacht, sodass unzulässig hohe Drehmomente vermieden werden. Zum anderen wird die Funktionsweise sicherheitskritischer Systeme anhand von Referenzen überprüft. Diese Referenzen bilden die identischen Funktionen ab, werden jedoch auf einem unabhängigen zweiten Mikrocontroller im Steuergerät gerechnet. Dieser Sicherheitscontroller und die Hauptrecheneinheit überwachen sich gegenseitig. Die Recheneinheiten überwachen sich jedoch auch selbst durch verschiedene Tests, wie beispielsweise für die Analog-Digital-Umsetzer oder für den Speicher. Eine notwendige Reaktion beim Versagen der Software, wie beispielsweise bei Endlosschleifen, wird durch einen Watchdog-Timer sichergestellt.

#### *Kommunikation (Communication, CO)*

Die Kommunikation mit weiteren Steuergeräten, der Sensorik, der Aktorik und der Wegfahrsperre wird von dieser zentralen Funktion aus gesteuert. Des Weiteren erfolgt hier die Unterstützung der Kommunikation mit Diagnosegeräten zum Auslesen des Fehlerspeichers und der Wartung des Steuergeräts.

#### *Diagnosesystem (Diagnostic System, DS)*

Das Diagnosesystem koordiniert die Diagnose anderer Subsysteme, wie beispielsweise die Tankentlüftungsdiagnose und die Tankleckererkennung im Kraftstoffsystem (FS). Entdeckte Fehler werden im Fehlerspeicher abgelegt.

#### *Systemsteuerung (System Control, SC)*

Die Systemsteuerung umfasst den Systemhochlauf, das Echtzeitbetriebssystem und den Steuergerätenachlauf. Das Betriebssystem folgt der OSEK/VDX-Spezifikation. Aufgaben sind die Zeitscheibengenerierung, die Taskverwaltung (Scheduling) und die Interruptverarbeitung [217].

### 3.3 BEISPIEL LEERLAUFREGELUNG

In diesem Abschnitt wird exemplarisch eine in aktuellen Motorsteuerungen implementierte komplexere Funktion dargestellt und die damit einhergehenden Einschränkungen und Probleme gezeigt. Zu diesem Zweck ist die Leerlaufregelung gewählt worden, da diese stellvertretend für eine Vielzahl an Funktionalitäten innerhalb der Motorsteuerung angesehen werden kann. Durch die sukzessive Erweiterung dieser Funktion über mehrere Steuergerätegenerationen ist über die Jahre eine Struktur mit hoher Komplexität gewachsen, die oftmals nur schwer nachzuvollziehen ist. So kommt es häufig vor, dass aufgrund des fehlenden Verständnisses für die Intention des ursprünglichen Entwicklers ein Teil der Parametrierung passiv ausgelegt wird und die Funktionalität somit faktisch nur eingeschränkt vorhanden ist. Dieses sogenannte „Ausbedaten“ oder „Totbedaten“ ist gängige Praxis und zeigt die Probleme bei der Wahl geeigneter Regelparameter auf. Insbesondere ist die Möglichkeit eines modellbasierten Entwurfs eingeschränkt, da die gewachsene Struktur zu viele und teils überbestimmte Freiheitsgrade bietet.

In Abbildung 3.3 ist die Struktur der Leerlaufregelung vereinfacht dargestellt. Es handelt sich prinzipiell um einen PID-Regler mit Vorsteuerung, Gain-Scheduling und Anti-Windup. Da die Dynamik von Luft- und Zündungspfad unterschiedlich ist, werden getrennte Parametrierungen für die Proportionalverstärkung verwendet.

Bei der Wahl der Regelparameter werden unterschiedliche Situationen, Motorzustände und Betriebsmodi berücksichtigt. So werden beispielsweise unterschiedliche Reglerparametersätze für den Kaltstart, bei aktivem Schichtbetrieb oder für den Fall der aktiven Diagnose des Tankentlüftungsventils verwendet. Außerdem werden die Regelparameter in Abhängigkeit von der aktuellen Regeldifferenz gewählt. Damit kann dem nichtlinearen Prozessverhalten Rechnung getragen werden. Unterschiedliche Parametersätze existieren auch für den Fall eines stehenden Fahrzeugs und eines rollenden Fahrzeugs mit eingelegtem Gang. Die Vielzahl an Regelparametern werden während der Entwicklung zumeist empirisch ermittelt. Hierbei werden die Parameter so gewählt, dass die Regeleingriffe in erster Linie über den Zündungspfad vorgenommen werden. Bei einer sehr geringen Regeldifferenz, die beispielsweise schon aufgrund eines Messrauschens vorkommen kann, wird keine Stellmaßnahme über den Luftpfad gefordert. Hierdurch wird eine Stellreaktion über den Luftpfad vermieden, da schnelle Stelleingriffe aufgrund der geringen Dynamik dieses Pfades ohnehin nicht realisierbar sind.

Um beim Umschalten von Reglerparametersätzen Sprünge in der Stellgröße zu verhindern, wird während des Umschaltprozesses eine Korrektur des Integralanteils vorgenommen. Diese Korrektur wird beispielsweise auch bei einem Betriebsartenwechsel wirksam. Im Falle der Betätigung des Kupplungspedals wird der Integrator zurückgesetzt, da der plötzliche Lastwechsel ansonsten zu unerwünschten Reaktionen führen würde. Wird beispielsweise ausgekuppelt, so würde die daraus resultierende geringere Last im Zusammenspiel mit dem aktuellen Integratorwert zu einer unerwünschten Drehzahlüberhöhung führen.

Die in Abbildung 3.3 dargestellte Vorsteuerung wird zur Kompensation der durch Kennfelder modellierten Motorverluste (drehzahl- und lastabhängiges Schleppmoment)

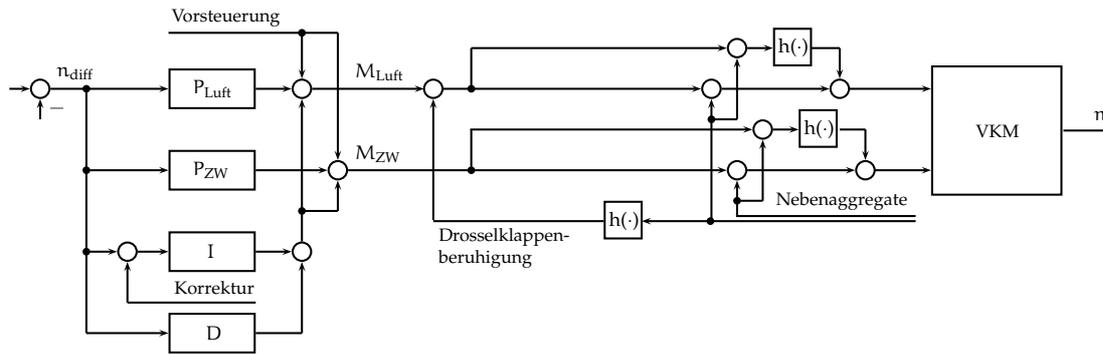


Abbildung 3.3. Struktur der Leerlaufregelung in aktuellen Motorsteuerungen

und der adaptierten Motorverluste, die Reibungsänderungen durch die Alterung des Verbrennungsmotors abbilden, eingesetzt.

Zusätzliche Verbraucher werden modelliert (z.B. Kompressor der Servolenkung) oder gemessen (z.B. Klimakompressor mit zusätzlichem Klimasteuergerät). Die ermittelten Lastmomente werden unkoordiniert an verschiedenen Stellen zur Vorsteuerung verwendet. Insbesondere ist an dieser Stelle die Berücksichtigung der Aktivität der Drosselklappe zu nennen. Um eine übermäßige mechanische Belastung der Drosselklappe zu vermeiden, wird mittels einer speziellen Funktion eine etwaige hochfrequente Stellreaktion auf dem Luftpfad vermieden. Diese Aufgabe kann jedoch ebenso durch die Parametrierung des Proportionalanteils innerhalb des Reglers erfüllt werden. Die Parametrierung der beteiligten Funktionen ist somit sehr schwierig und ein modellbasierter Entwurf nahezu unmöglich.

Aus regelungstechnischer Sicht stellt sich die Leerlaufregelung als Mehrgrößenproblem dar, bei der ein Grunddrehmoment mittels des Luftpfades realisiert wird und eine davon ausgehende Variation durch den Zündpfad erfolgt. Zusätzlich wirkt auf den nichtlinearen Prozess ein Stördrehmoment, sodass ein Modell entsprechend Abbildung 3.4 angenommen werden kann. Da das Ziel der Leerlaufregelung eine konstante Motordrehzahl ist, kann ein lineares Modell angegeben werden, das den Prozess in diesem Arbeitspunkt ausreichend gut beschreibt. Ein solches lineares Modell kann durch

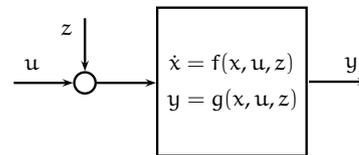


Abbildung 3.4. Prozess mit Eingangsstörung

$$n = \begin{bmatrix} G_{M_{Luft} \rightarrow n} & G_{\Delta M_{ZW} \rightarrow n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{Luft} \\ \Delta M_{ZW} \end{bmatrix} + G_{M_{Last} \rightarrow n} M_{Last} \tag{3.7}$$

mit

$$\Delta M_{ZW} = M_{ZW} - M_{Luft} \tag{3.8}$$

angenommen werden. Dieses Modell beschreibt die Abhängigkeit der Motordrehzahl  $n$  von dem Drehmoment mittels des Luftpfades  $M_{Luft}$ , dem Drehmoment mittels des Zündpfades  $M_{ZW}$  und dem Lastmoment  $M_{Last}$ . Die Darstellung mit einem Differenzdrehmoment über den Zündpfad ist sinnfällig, da das Luftdrehmoment bei optimalem

Zündwinkel umgesetzt wird. Eine etwaige Variation dieses Zündwinkels würde ein reduziertes Drehmoment zur Folge haben. Dieses Differenzdrehmoment muss somit stets kleiner oder gleich null sein. Dieses Modell unterscheidet sich jedoch von der Drehmomentenstruktur aktueller Motorsteuerungen, beschrieben in Abschnitt 3.2, sodass eine funktionale Änderung notwendig wäre.

Eine modellbasierte Koordination dieser beiden Drehmomente wäre gegenüber der Serienregelung vorteilhaft. Unter anderem wird eine wesentlich vereinfachte Parametrierung ermöglicht. Eine bessere Regelgüte wäre besonders dann zu erwarten, wenn die Eingangsstörung in einer vorausschauenden Weise in die Berechnung mit eingehen würde. Gerade das Störverhalten ist bei der Leerlaufregelung von besonderem Interesse. Eine Struktur, die die beschriebenen Anforderungen für einen modellbasierten Entwurf mit besonderer Berücksichtigung des Störverhaltens erfüllt, wird im folgenden Abschnitt vorgestellt.

### 3.4 DREHMOMENTENBASIERTER STEUERUNGSANSATZ

Anhand der im vorherigen Abschnitt beschriebenen Leerlaufdrehzahlregelung ist deutlich geworden, dass die Anwendung moderner, modellbasierter Entwurfsverfahren in aktuellen Motorsteuerungen schwierig ist. Ein wesentlicher Grund dafür liegt in der über Jahre gewachsenen Funktionsstruktur dieser Systeme. Eine moderne Drehmomentenstruktur, die sowohl den modellbasierten Entwurf unterstützt, als auch die Möglichkeit zur Berücksichtigung von Störgrößen vorsieht, wurde durch STEINBRECHER [229] entwickelt. Nachfolgend wird dieser Ansatz noch einmal erläutert, da im Rahmen der hier vorgelegten Dissertation eine Weiterentwicklung zur Berücksichtigung von Stellbeschränkungen forciert wird.

Die Drehmomentensteuerung entsprechend Abbildung 3.5 fungiert als überlagerte Koordinierungsinstanz, deren Aufgabe eine möglichst optimale Vorgabe von Führungsgrößen an die unterlagerten Regelungs- und Steuerungsstrukturen ist. Der Einfluss der verschiedenen Wirkpfade auf das resultierende Drehmoment ist allerdings stark nichtlinear und vom Arbeitspunkt abhängig. Aus diesem Grund wird eine Transformationsfunktion eingeführt, die eine Abstraktion der verwendeten Stellorgane erlaubt, indem die physikalischen Parameter der Stellpfade als äquivalente Drehmomente interpretiert werden. Diese ausschließlich auf Drehmomente bezogene Steuerungsaufgabe ermöglicht eine erhebliche Vereinfachung hinsichtlich des Steuerungsentwurfes. Ein weiterer wesentlicher Vorteil im Zusammenspiel mit den unterlagerten Regelungen bildet die erzielte Linearisierung, wobei die Transformationsfunktion die Nichtlinearität in den Verstärkungen der Teilprozesse zumindest stationär kompensiert.

Der Prozess kann anschließend strukturell durch die Abbildung 3.6 beschrieben werden. In diesem Beispiel dient die Luftmasse und damit das transformierte Luftdrehmoment als Hauptstellgröße des Prozesses. Diese unterliegt in einem weiten Bereich keiner Beschränkung, aber weist eine geringe Dynamik auf. Diese wird somit hauptsächlich für das stationäre Einstellen der Regelgröße verwendet. Die Hilfsstellgrößen mittels des Zündungs- und Gemischpfades unterstützen die Regelung in dynamischen Übergangsbereichen. Deren transformierter Drehmomentenbeitrag ist auf das Luftdrehmoment

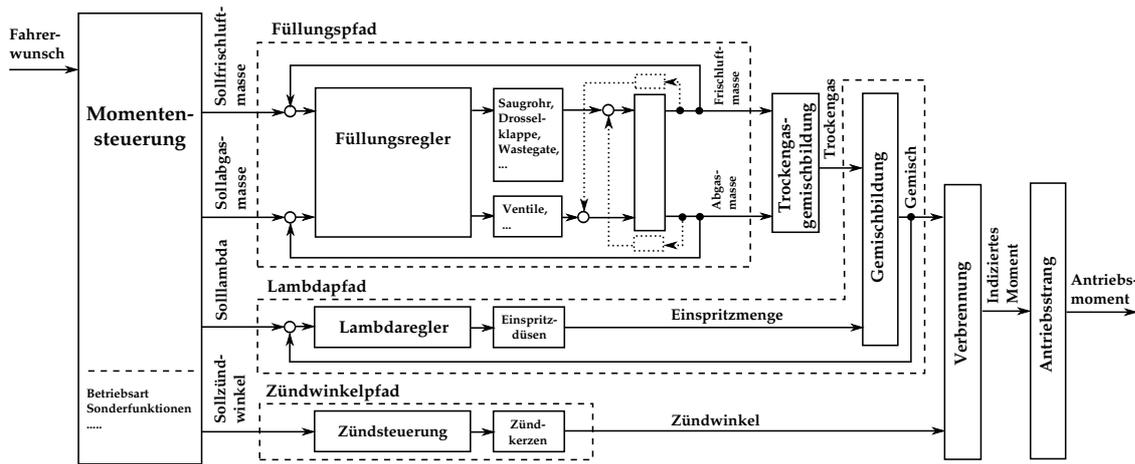


Abbildung 3.5. Die Sicht der überlagerten Drehmomentensteuerung [229]

bezogen und wertmäßig stark beschränkt. Wird davon ausgegangen, dass das Luftdrehmoment bei optimalem Zündwinkel umgesetzt wird, wie bereits in Abschnitt 3.3 angenommen, so kann mittels der Zündwinkelvariation ausschließlich eine Drehmomentenreduzierung erreicht werden. Das Differenzdrehmoment mittels des Zündungspfades weist allerdings auch eine untere Beschränkung auf, da der Zündwinkel nicht beliebig nach spät verstellt werden kann, ohne dass es zu einer unvollständigen Verbrennung kommt.

Die Variation des Gemisches erlaubt hingegen auch einen positiven Drehmomentenbeitrag, da das maximale Drehmoment bei leichtem Kraftstoffüberschuss in Bezug auf das stöchiometrische Verhältnis erreicht wird. Diese Stellgröße ist durch die Brenn- grenze beschränkt. Durch die zusätzliche Definition von Hilfsregelgrößen können die Hilfsstellgrößen im stationären Betrieb auf gewünschte Werte eingestellt werden.

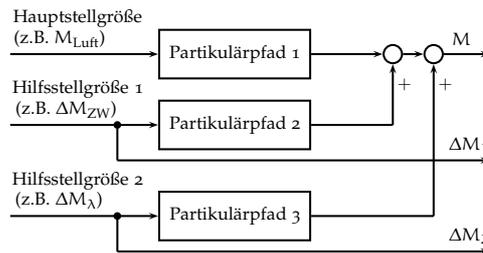


Abbildung 3.6. Prozessstruktur an einem Beispiel

Die auf ein solches Modell aufbauende Regulationsstruktur zeigt Abbildung 3.7. Durch die Arbeitspunktvorgabe werden experimentell ermittelte Optimalwerte für die Stellpfade bereitgestellt und durch die Brennverlaufssteuerung wird eine einzustellende Differenz von diesen Optimalwerten berechnet. Hierdurch kann beispielsweise eine Drehmomentenreserve realisiert werden, indem der Zündwinkel zielgerichtet variiert wird. Diese Zündwinkelreserve und somit auch Drehmomentenreserve kann mit der Dynamik des Zündungspfades zur Regelung des Prozesses eingesetzt werden. Zusätzlich definiert die Brennverlaufssteuerung die erlaubten Maximal- und Minimalwerte dieser Variation. Durch die beschriebene Transformation werden die pfadspezifischen Differenzgrößen in äquivalente Differenzdrehmomente umgerechnet und der Drehmomentenregelung als Führungs- beziehungsweise Beschränkungsgrößen zur Verfügung gestellt. Dieser obliegt die Koordination der Hauptstellgröße mit den Differenzstellgrößen unter Berücksichtigung der Beschränkungen, um das gewünschte Motordrehmoment einzustellen. Während dynamischer Regelungsvorgänge nutzt die Drehmo-

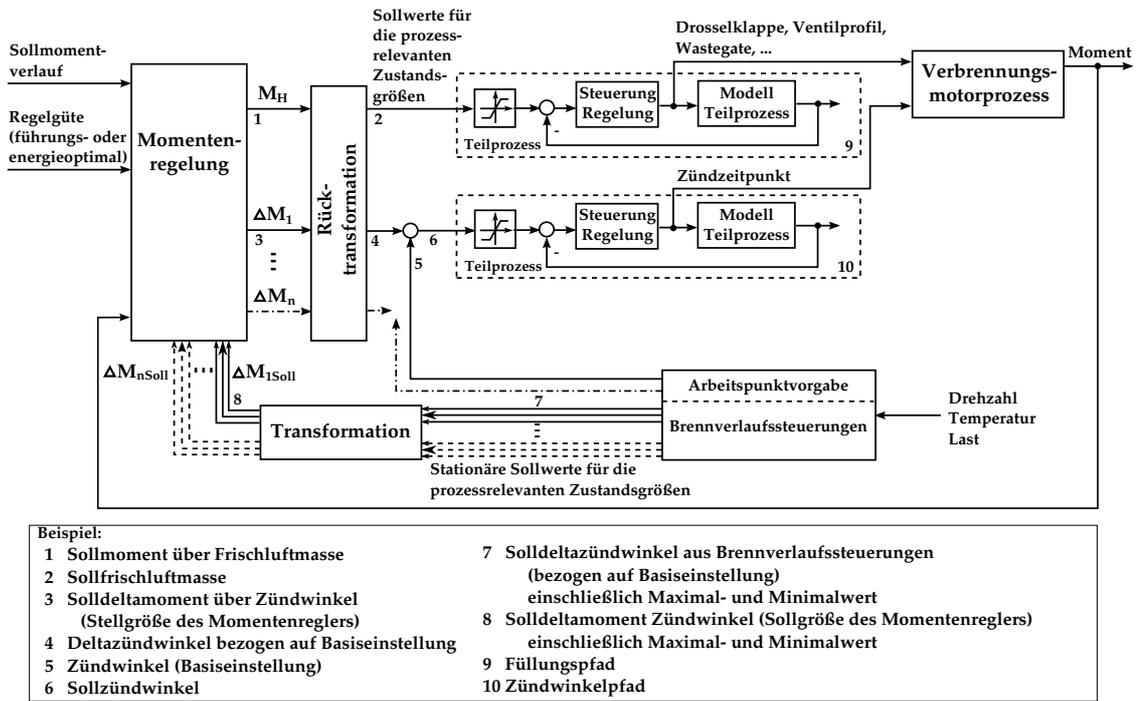


Abbildung 3.7. Regelungsstruktur [229]

mentenregelung sämtliche Stellgrößen unter Einhaltung der Beschränkungen, um das Regelungsziel zu erreichen. In stationären Arbeitspunkten hingegen sind zusätzlich die Differenzdrehmomente auf ihre Führungsgrößen einzuregulieren, sodass etwaige Drehmomentenreserven durch die Hauptstellgröße kompensiert werden müssen. Die von der Drehmomentenregelung berechneten Stellgrößen werden mittels einer Rücktransformation wieder als pfadspezifische Größen interpretiert und den unterlagerten Regelkreisen als Führungsgrößen zugeordnet. Die rücktransformierten Hilfsstellgrößen werden zusätzlich zu den Optimalwerten addiert, um auf diese Weise die eigentliche Variation zu erzielen und das geforderte Differenzdrehmoment zu realisieren.

Zum Entwurf der Drehmomentenregelung bietet sich ein modellbasierter Ansatz an, der aufgrund der Prozesslinearisierung durch die Transformationsfunktion und die unterlagerten Regelkreise wesentlich vereinfacht ist. Aus Sicht der Drehmomentenregelung kann der Prozess durch ein System von linearen Übertragungsfunktionen als

$$\begin{bmatrix} M_A \\ \Delta M_{ZW_{Ist}} \\ \Delta M_{\lambda_{Ist}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{M_{Luft} \rightarrow M_A} & G_{\Delta M_{ZW} \rightarrow M_A} & G_{\Delta M_{\lambda} \rightarrow M_A} \\ 0 & G_{\Delta M_{ZW} \rightarrow \Delta M_{ZW}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{\Delta M_{\lambda} \rightarrow \Delta M_{\lambda}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{Luft} \\ \Delta M_{ZW_{Soll}} \\ \Delta M_{\lambda_{Soll}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{M_{Last} \rightarrow M_A} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} M_{Last} \tag{3.9}$$

beschrieben werden. Der funktionale Zusammenhang der Stellgrößen und der Hauptregelgröße ist hierbei experimentell zu ermitteln, wobei dieser abhängig vom eigentlichen Prozess und der gewählten Parametrierung der unterlagerten Regelkreise ist.

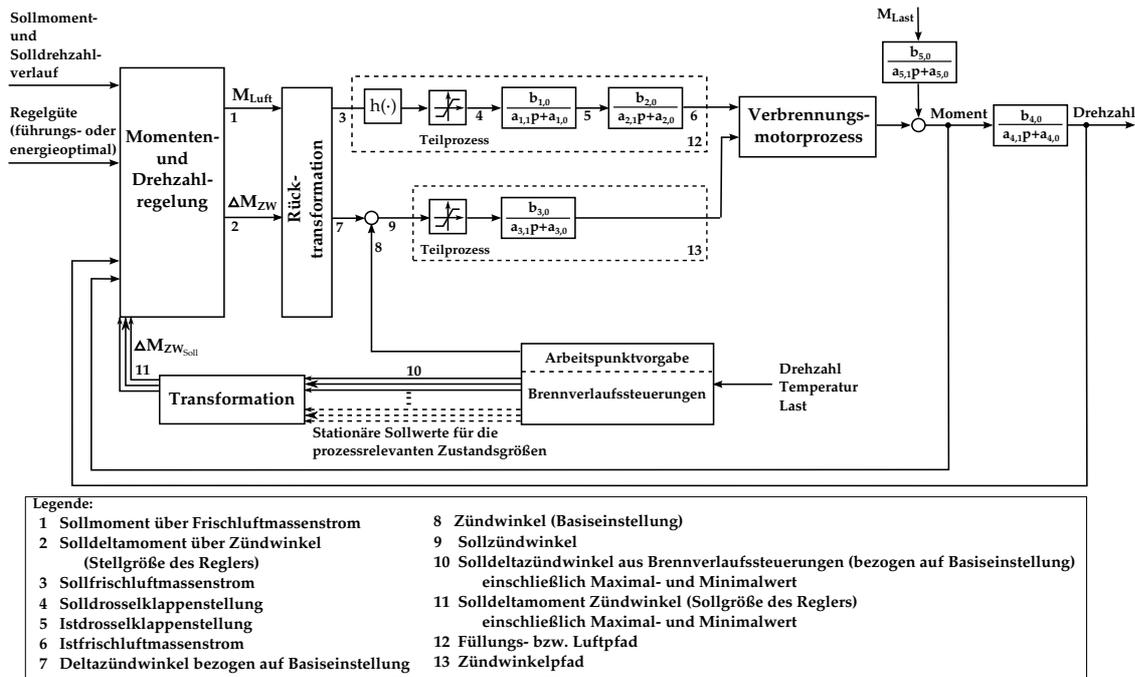


Abbildung 3.8. Regelungsstruktur und vereinfachtes Prozessmodell

Die Übertragungsfunktionen zwischen den Differenzdrehmomenten bildet die Dynamik der Stellgrößenumsetzung ab. Es können nach dieser Systematik unproblematisch weitere Stell- und Regelgrößen in die Prozessbeschreibung aufgenommen werden.

Die Abbildung 3.8 zeigt eine konkrete Regelungsstruktur unter Berücksichtigung der in Abschnitt 3.1 dargelegten physikalischen Zusammenhänge. Die Stellgrößen der Drehmomenten- und Drehzahlregelung sind hier definiert als das Drehmoment über den Luftpfad und ein Differenzdrehmoment über den Zündpfad mittels der Variation des Zündwinkels. Das Drehmoment über den Luftpfad resultiert entsprechend der oben genannten Zusammenhänge aus einem äquivalenten Frischluftmassenstrom in den Zylinder. Dieser Frischluftmassenstrom wird durch eine bestimmte Drosselklappenstellung erreicht. Diese Abhängigkeiten sind in modernen Verbrennungsmotorsteuerung bereits abgebildet (vgl. Abschnitt 3.2). Die prozessrelevanten Größen werden entsprechend Abbildung 3.7 durch unterlagerte Regelkreise eingestellt. Durch die unterlagerten Funktionen des Luft- und Zündsystems in der vorhandenen Motorsteuerung wird aus der Sicht der Drehmomentenkoordination eine Linearisierung des Prozesses erreicht. Aus diesem Grund sind im Vergleich mit Abbildung 3.7 die Regelkreise in Abbildung 3.8 aufgelöst und durch geeignete lineare Übertragungsfunktionen substituiert worden. Das Ersatzmodell für die Regelung kann als

$$\begin{bmatrix} M_A \\ n \\ \Delta M_{ZW_{Ist}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{b_{1,0}}{a_{1,1}p+a_{1,0}} & \frac{b_{2,0}}{a_{2,1}p+a_{2,0}} & \frac{b_{3,0}}{a_{3,1}p+a_{3,0}} \\ \frac{b_{1,0}}{a_{1,1}p+a_{1,0}} & \frac{b_{2,0}}{a_{2,1}p+a_{2,0}} & \frac{b_{3,0}}{a_{3,1}p+a_{3,0}} \\ 0 & 0 & e^{-pT_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{Luft} \\ \Delta M_{ZW_{Soll}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{b_{5,0}}{a_{5,1}p+a_{5,0}} \\ \frac{b_{4,0}}{a_{4,1}p+a_{4,0}} \\ 0 \end{bmatrix} M_{Last} \quad (3.10)$$

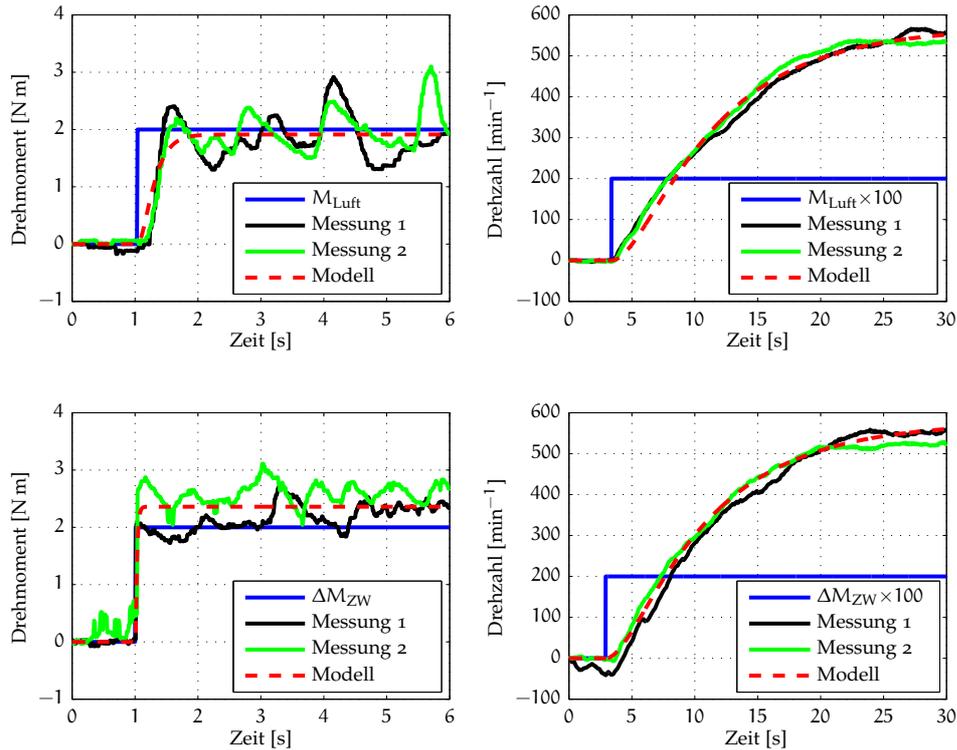


Abbildung 3.9. Experimentelle Modellbildung im Fahrzeug

angenommen werden. Die Parameter dieses Modells sind anhand experimenteller Untersuchungen zu ermitteln und bilden die Einheit aus Verbrennungsmotor und zugehöriger Motorsteuerung ab.

Das Ergebnis einer solchen experimentellen Modellbildung eines abgasturboaufgeladenen Vierzylinder-Reihenottomotors ist in Abbildung 3.9 dargestellt, wobei es sich um eine Auslenkung um einen leerlaufnahen Arbeitspunkt handelt. Die dargestellte Stochastik speziell des Drehmomentenpfades ist hierbei repräsentativ für diesen Prozess und erschwert die Modellbildung.

Der Prozess kann nach einer Ausgleichsrechnung mittels der Übertragungsfunktion

$$\begin{bmatrix} M_A \\ n \\ \Delta M_{ZW_{Ist}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{0,96}{0,021p^2+0,284p+1} & \frac{1,24}{3,46 \times 10^{-5}p^2+0,024p+1} \\ \frac{286}{13,56p^2+9,09p+1} & \frac{289}{11,62p^2+8,82p+1} \\ 0 & e^{-pT_o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{Luft} \\ \Delta M_{ZW_{Soll}} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

angenähert beschrieben werden. In diesem Prozessmodell ist die Modellordnung bereits entsprechend der Beschreibung in Abschnitt 5.1 angepasst. Durch die Verstärkungen nahe Eins in Hinblick auf das Motordrehmoment und unter Berücksichtigung der Stochastik des Prozesses wird deutlich, dass die Transformationsfunktion zur Umrechnung von drehmomentenbasierten in aktorbasierte Größen korrekt definiert ist. Da es sich allerdings um eine modellierte Größe handelt, fällt dieses Ergebnis erwartungsgemäß aus. Eine Validierung der Transformationsfunktion ist nur unter Zuhilfenahme einer Messungen des Motordrehmomentes möglich.

Die Dynamik des Drehzahlpfades in Abbildung 3.9 ist vergleichsweise gering, da die mechanische Zeitkonstante in Gleichung 3.6 dominiert. Hieraus kann direkt geschlossen werden, dass die Dynamikvorteile des Zündpfades hier weit weniger zum Tragen kommen. Zusätzlich wirkt sich die niederfrequente Stellgrößenumsetzung dieses Pfades bei geringer Motordrehzahl nachteilig aus, wie ausführlicher in Abschnitt 5.7 beschrieben wird.

Die Umsetzung der überlagerten Mehrgrößenregelung in Abbildung 3.8 erfolgt bei STEINBRECHER [229] mittels einer modellprädiktiven Regelung. Hierbei wird auf die aktive Berücksichtigung der Beschränkungen zu Gunsten des Implementierungs- und Rechenaufwandes verzichtet, obwohl dies aufgrund der engen Stellgrenzen in diesem Fall eine wesentliche Verbesserung des dynamischen Regelungsverhaltens verspricht. Die zugrunde liegende Methodik der modellprädiktiven Regelung und einige iterative Verfahren zur aktiven Berücksichtigung der Beschränkungen werden im folgenden Kapitel vorgestellt.

### 3.5 ZUSAMMENFASSUNG

Zu Beginn dieses Kapitels wurde im Rahmen einer Prozessanalyse die Komplexität moderner Verbrennungsmotoren aus steuerungstechnischer Sicht erläutert. Die Vielzahl an Stellorganen stellt hohe Anforderungen an die Koordination der beteiligten Komponenten durch die Motorsteuerung. Insbesondere aufgrund der bestehenden Zielkonflikte wie beispielsweise Motordrehmoment und Abgasemissionen sind die Stellorgane in ihrem Arbeitsbereich beschränkt.

Am Beispiel der Leerlaufregelung wurde die Koordination des Luftpfades mittels der Drosselklappe und des Zündpfades mittels des Zündwinkels exemplarisch beschrieben. In aktueller Motorsteuerung wird zur Leerlaufregelung oftmals ein verkoppelter PID-Regler eingesetzt. Die Berücksichtigung der Dynamik des Luft- und Zündpfades findet hierbei indirekt über die Parametrierung dieses Reglers statt, sodass der Reglerentwurf in der Regel empirisch erfolgt. Eine alternative Formulierung der Regelungsaufgabe in Form einer Mehrgrößenregelung würde einen systematischen modellbasierten Entwurf erlauben.

In Abschnitt 3.4 wird ein modellbasierter Steuerungsansatz vorgestellt, der strukturell zur Koordination verschiedener Stellorgane geeignet ist. Dieser Steuerungsansatz definiert eine Hauptstellgröße, die in einem weiten Bereich keiner Beschränkung unterliegt, aber eine geringe Dynamik aufweist. In Anlehnung an das Beispiel der Leerlaufregelung wird der Luftpfad als Hauptstellgröße definiert. Der Zündpfad wird als Hilfsstellgröße genutzt und ist beschränkt, da die Zündfähigkeit des Kraftstoffgemisches und die Vermeidung einer klopfenden Verbrennung gewährleistet werden müssen. Unter Berücksichtigung der Beschränkung des Zündpfades ist eine hochdynamische Drehmomentenregelung möglich, da die Dynamik des Zündpfades im Vergleich zum Luftpfad hoch ist.

Ein modellprädiktiver Regelungsansatz erlaubt die Koordination des Luft- und Zündpfades unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Dynamiken und der Stellbeschränkungen.



Die modellprädiktive Regelung zeichnet sich durch die Möglichkeit zur inhärenten Berücksichtigung von Stellbeschränkungen und der Berechnung vorausschauender Stellaktionen aus. Insbesondere die Berücksichtigung von Stellbeschränkungen ist in der vorliegenden Arbeit entsprechend der Struktur zur Drehmomentensteuerung in Abschnitt 3.4 zur effizienten Koordination der verschiedenen Stellorgane notwendig. In diesem Kapitel wird zunächst in Anlehnung an die einschlägige Fachliteratur ein geeignetes Optimalsteuerungsproblem formuliert, das eine Berücksichtigung von Stellbeschränkungen ermöglicht. Ausgehend von diesem Optimalsteuerungsproblem wird in Hinblick auf das spezielle Einsatzgebiet einer automobilen Anwendung eine Auswahl von Lösungsalgorithmen untersucht. Die betrachteten Algorithmen sind:

- Methode der aktiven Menge
- Verfahren der inneren Punkte
- HILDRETH-Prozedur
- Explizite modellprädiktive Regelung

Die Algorithmen werden hinsichtlich des benötigten Speicherplatzes innerhalb eingebetteter Systeme, der Rechengenauigkeit und der Rechenlaufzeit bewertet.

#### 4.1 GRUNDLAGEN

Die modellprädiktive Regelung (MPR) (engl. Model Predictive Control (MPC)) hat vor allem im Bereich der Verfahrenstechnik beträchtliche Effizienzsteigerungen bewirkt. Dies ist unter anderem durch die Möglichkeit der aktiven Berücksichtigung von Stell- und Zustandsbeschränkungen begründet. Somit können die Prozesse näher an den Prozessgrenzen betrieben werden. Das Prinzip einer solchen modellprädiktiven Regelung ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Mithilfe eines Modells des zu regelnden Prozesses wird das Prozessverhalten über einen vorgegebenen Zeitraum vorhergesagt.

Das Verhalten, also die Regelgröße des Prozesses, das lediglich vom aktuellen Zustand zum Zeitpunkt  $k$  abhängt und eine konstante zukünftige Stellgröße voraussetzt, wird hierbei als die freie Bewegung des Systems bezeichnet. Diese Bewegung weist in Abbildung 4.1 keine Änderung auf, da sich der Prozess in diesem Beispiel in einem stationären Arbeitspunkt befindet. Diese freie Bewegung bildet somit die Dynamik des Prozesses bei ausbleibender Manipulation durch das Regelungsverfahren ab. Die Prädiktion erfolgt dabei, entsprechend der üblichen Notation, bis zum Prädiktionshorizont  $H_p$ . Die Aufgabe der modellprädiktiven Regelung ist, ausgehend von der freien Bewegung des Systems, die künftigen Stellgrößen zu berechnen, um eine Bewegung auf die Führungsgröße zu erzwingen. Hierzu ist ein geeignetes Gütekriterium zu minimieren,

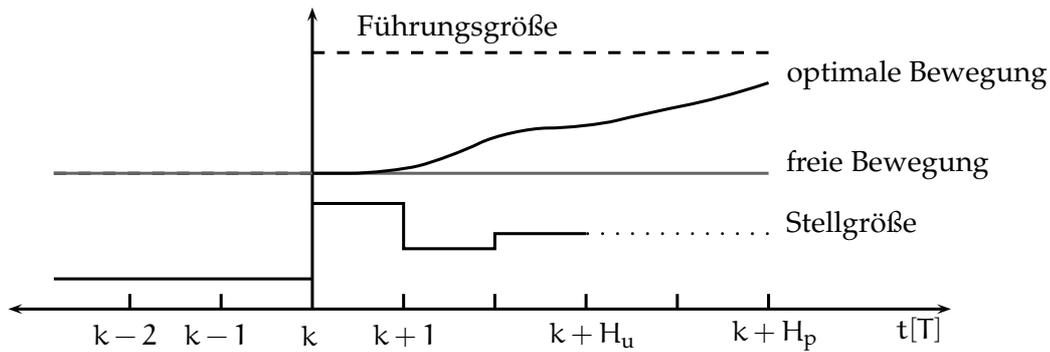


Abbildung 4.1. Darstellung des Prinzips des gleitenden Horizontes in modellprädiktiven Regelungen

wodurch eine entsprechende optimale Bewegung des Prozesses erzielt wird. Um den rechnerischen Aufwand zu reduzieren, wird der Stellgröße ein eigener Stellhorizont  $H_u$  zugeordnet und die Stellgröße anschließend bis zum Prädiktionshorizont als konstant angenommen. Die optimale Stellgröße wird dann verwendet, um den realen Prozess zu steuern. Hierzu wird allerdings lediglich die Stellgröße zum aktuellen Abtastzeitpunkt herangezogen und die weiteren zukünftigen Komponenten des berechneten Stellgrößenvektors verworfen. Im darauf folgenden Abtastzeitpunkt wird ebenfalls der Horizont verschoben, wodurch sich die Namensgebung des Prinzips des gleitenden Horizontes erklärt.

Die Abbildung 4.2 zeigt eine solche Verschiebung um zwei Abtastschritte. Ausgehend vom aktuellen Abtastzeitpunkt  $k+2$  wird die freie Bewegung des Prozesses berechnet, die nun durch die Anregung mittels der Stellgröße einen dynamischen Verlauf aufweist. Die freie Bewegung in Abbildung 4.2 entspricht hierbei nicht der optimalen Bewegung in Abbildung 4.1, da sich das Optimierungsproblem aufgrund des gleitenden Horizontes in jedem Abtastschritt ändert. Die Verfügbarkeit einer neuen Information am Ende des Prädiktionshorizontes ist hierfür ursächlich. Auf Basis der aktualisierten freien Bewegung wird erneut ein optimaler Stellgrößenverlauf bestimmt und der Prozess dementsprechend gesteuert.

Durch den prädiktiven Charakter des Regelungsverfahrens besteht die Möglichkeit auch zukünftige bekannte Störeinflüsse zu berücksichtigen. Die Integration dieser In-

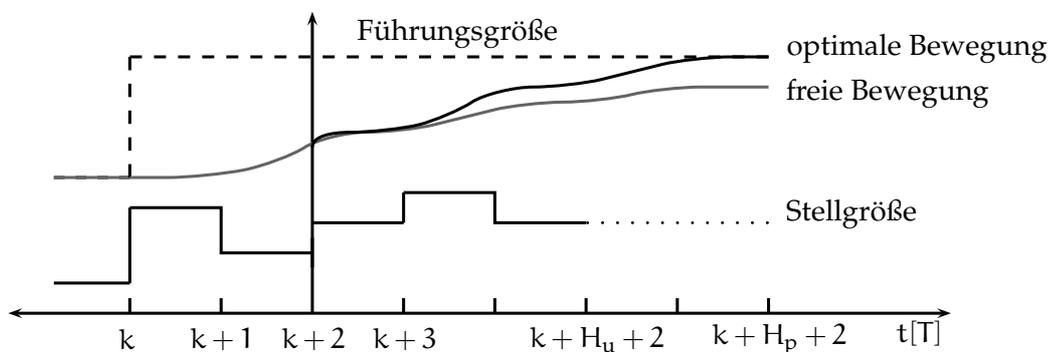


Abbildung 4.2. Darstellung des Prinzips des gleitenden Horizontes in modellprädiktiven Regelungen bei fortschreitender Zeit

formationen ermöglicht eine geeignete Vorbereitung auf diese Störeinflüsse durch die modellprädiktive Regelung im Sinne des Gütekriteriums.

#### 4.1.1 Prädiktion des Ausgangsgrößenverlaufs

In der vorliegenden Arbeiten wird ein lineares zeitdiskretes Zustandsraummodell der Form

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Fz(k) \quad (4.1a)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (4.1b)$$

mit den Zuständen des Systems  $x(k) \in \mathfrak{R}^{n_x}$ , den Eingangsgrößen  $u(k) \in \mathfrak{R}^{n_u}$ , den Störgrößen  $z(k) \in \mathfrak{R}^{n_z}$  und den Ausgangsgrößen  $y(k) \in \mathfrak{R}^{n_y}$  als Basis für eine modellprädiktive Regelung verwendet. Die Vorteile der Zustandsraumbeschreibung liegen unter anderem in der kompakten mathematischen Darstellung des dynamischen Prozessverhaltens und dem unkomplizierten Übergang von Ein- auf Mehrgrößensysteme.

Ausgehend von der Zustandsraumdarstellung (4.1a) lassen sich die zukünftigen Zustände des Systems durch die wiederholte Anwendung des Zustandsraummodells berechnen zu

$$\hat{x}(k+1|k) = Ax(k) + B\hat{u}(k|k) + F\hat{z}(k|k) \quad (4.2a)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+2|k) &= A\hat{x}(k+1|k) + B\hat{u}(k+1|k) + F\hat{z}(k+1|k) \\ &= A^2x(k) + AB\hat{u}(k|k) + B\hat{u}(k+1|k) + AF\hat{z}(k|k) + F\hat{z}(k+1|k) \end{aligned} \quad (4.2b)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+3|k) &= A^3x(k) + A^2B\hat{u}(k|k) + AB\hat{u}(k+1|k) + B\hat{u}(k+2|k) + \\ &\quad A^2F\hat{z}(k|k) + AF\hat{z}(k+1|k) + F\hat{z}(k+2|k) \end{aligned} \quad (4.2c)$$

⋮

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+H_p|k) &= A^{H_p}x(k) + A^{H_p-1}B\hat{u}(k|k) + \dots + B\hat{u}(k+H_p-1|k) + \\ &\quad A^{H_p-1}F\hat{z}(k|k) + \dots + F\hat{z}(k+H_p-1|k). \end{aligned} \quad (4.2d)$$

Hierbei repräsentiert  $x(k)$  die aktuellen realen Zustände des Systems zum Zeitpunkt  $k$  und  $\hat{x}(k+i|k)$ ,  $i = 1, \dots, H_p$  die vorhergesagten Zustände zu den Zeitpunkten  $k+i$ . Durch die prädizierten Stellgrößen  $\hat{u}(k+i|k)$  und Störgrößen  $\hat{z}(k+i|k)$ ,  $i = 0, \dots, H_p - 1$  lassen sich zukünftige Reaktionen auf Stell- und Störeinflüsse berücksichtigen.

Eine Darstellung der Stellgröße in der Form

$$\hat{u}(k|k) = u(k-1) + \Delta\hat{u}(k|k) \quad (4.3)$$

ermöglicht die Interpretation des Zustands- bzw. Ausgangsgrößenverlaufs über den Prädiktionshorizont als Überlagerung eines freien und eines erzwungenen Anteils entsprechend Abbildung 4.2. Der freie Anteil hängt dabei lediglich vom aktuellen Zustand des Systems und der im Abtastschritt  $k-1$  auf den Prozess gegebenen Stellgröße  $u(k-1)$  ab. Er repräsentiert somit die Eigendynamik des Systems als Reaktion auf die Stellgröße  $u(k-1)$ . Der erzwungene Anteil wird durch die zukünftigen Stellgrößenänderungen hervorgerufen. Die Berechnung des optimalen Stellgrößenverlaufs wird

lediglich für eine begrenzte Anzahl an Abtastschritten vorgenommen. Diese Anzahl kann bis maximal zum Prädiktionshorizont  $H_p$  frei gewählt werden und wird als Stellhorizont  $H_u$  bezeichnet. Die Stellgrößen für alle über den Stellhorizont hinausgehenden Abtastschritte werden während der Prädiktion als konstant angenommen. Dies bietet den Vorteil einer geringeren Dimension des Optimierungsproblems und führt speziell bei der Optimierung mit Stellbeschränkungen (vgl. Abschnitt 4.1.3) zu einem geringeren Rechenaufwand.

Ausgehend von (4.3) lassen sich die zukünftigen Stellgrößen über den Stellhorizont in der Form

$$\begin{aligned}\hat{u}(k+1|k) &= \hat{u}(k|k) + \Delta\hat{u}(k+1|k) \\ &= u(k-1) + \Delta\hat{u}(k|k) + \Delta\hat{u}(k+1|k)\end{aligned}\quad (4.4a)$$

$$\begin{aligned}\hat{u}(k+2|k) &= \hat{u}(k+1|k) + \Delta\hat{u}(k+2|k) \\ &= u(k-1) + \Delta\hat{u}(k|k) + \Delta\hat{u}(k+1|k) + \Delta\hat{u}(k+2|k)\end{aligned}\quad (4.4b)$$

⋮

$$\hat{u}(k+H_u-1|k) = u(k-1) + \Delta\hat{u}(k|k) + \dots + \Delta\hat{u}(k+H_u-1|k)\quad (4.4c)$$

darstellen. Wie erwähnt werden alle Stellgrößen, die über den Stellhorizont hinausgehen, entsprechend

$$\hat{u}(k+i|k) = \hat{u}(k+H_u-1|k), \quad i = H_u, \dots, H_p\quad (4.5)$$

als konstant angenommen.

Durch die Einführung der Differenzstellgrößen können die Prädiktionsgleichungen (4.2) zu

$$\hat{x}(k+1|k) = A\hat{x}(k) + B \underbrace{[u(k-1) + \Delta\hat{u}(k|k)]}_{\hat{u}(k|k)} + F\hat{z}(k|k)\quad (4.6a)$$

$$\begin{aligned}\hat{x}(k+2|k) &= A^2\hat{x}(k) + AB \underbrace{[u(k-1) + \Delta\hat{u}(k|k)]}_{\hat{u}(k|k)} + \\ &\quad B \left[ \underbrace{u(k-1) + \Delta\hat{u}(k|k) + \Delta\hat{u}(k+1|k)}_{\hat{u}(k+1|k)} \right] + \\ &\quad AF\hat{z}(k|k) + F\hat{z}(k+1|k)\end{aligned}\quad (4.6b)$$

$$\begin{aligned}&= A^2\hat{x}(k) + (A+I)Bu(k-1) + (A+I)B\Delta\hat{u}(k|k) + \\ &\quad B\Delta\hat{u}(k+1|k) + AF\hat{z}(k|k) + F\hat{z}(k+1|k)\end{aligned}\quad (4.6c)$$

⋮

$$\begin{aligned}\hat{x}(k+H_u|k) &= A^{H_u}\hat{x}(k) + (A^{H_u-1} + A^{H_u-2} + \dots + A + I)Bu(k-1) + \\ &\quad (A^{H_u-1} + \dots + I)B\Delta\hat{u}(k|k) + \dots + B\Delta\hat{u}(k+H_u-1|k) + \\ &\quad A^{H_u-1}F\hat{z}(k|k) + \dots + F\hat{z}(k+H_u-1|k),\end{aligned}\quad (4.6d)$$

umformuliert werden. Für Abtastschritte, die über den Stellhorizont hinausgehen, gilt aufgrund von (4.5)

$$\begin{aligned} \hat{x}(k + H_u + 1|k) = & A^{H_u+1}x(k) + (A^{H_u} + A^{H_u-1} + \dots + A + I)Bu(k-1) + \\ & (A^{H_u} + \dots + I)B\Delta\hat{u}(k|k) + \dots + \\ & (A + I)B\Delta\hat{u}(k + H_u - 1|k) + \\ & A^{H_u}F\hat{z}(k|k) + \dots + F\hat{z}(k + H_u|k) \end{aligned} \quad (4.7a)$$

⋮

$$\begin{aligned} \hat{x}(k + H_p|k) = & A^{H_p}x(k) + (A^{H_p-1} + A^{H_p-2} + \dots + A + I)Bu(k-1) + \\ & (A^{H_p-1} + \dots + I)B\Delta\hat{u}(k|k) + \dots + \\ & (A^{H_p-H_u} + \dots + I)B\Delta\hat{u}(k + H_u - 1|k) + \\ & A^{H_p-1}F\hat{z}(k|k) + \dots + F\hat{z}(k + H_p - 1|k). \end{aligned} \quad (4.7b)$$

Die prädizierten Ausgangsgrößen  $\hat{y}(k + i|k)$ ,  $i = 1, \dots, H_p$  lassen sich mithilfe von (4.1b) in einer geschlossenen Darstellung der Prädiktion der Ausgangsgröße in Matrixschreibweise angeben als

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{y}(k+1|k) \\ \hat{y}(k+2|k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+H_u|k) \\ \hat{y}(k+H_u+1|k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+H_p|k) \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{H_u} \\ CA^{H_u+1} \\ \vdots \\ CA^{H_p} \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} CB \\ C(A+I)B \\ \vdots \\ C\sum_{i=0}^{H_u-1} A^i B \\ C\sum_{i=0}^{H_u} A^i B \\ \vdots \\ C\sum_{i=0}^{H_p-1} A^i B \end{bmatrix} u(k-1) + \\ & \begin{bmatrix} CB & \dots & 0 \\ C(A+I)B & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C\sum_{i=0}^{H_u-1} A^i B & \dots & CB \\ C\sum_{i=0}^{H_u} A^i B & \dots & C(A+I)B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C\sum_{i=0}^{H_p-1} A^i B & \dots & C\sum_{i=0}^{H_p-H_u} A^i B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\hat{u}(k|k) \\ \Delta\hat{u}(k+1|k) \\ \vdots \\ \Delta\hat{u}(k+H_u-1|k) \end{bmatrix} + \quad (4.8) \\ & \begin{bmatrix} CF & 0 & \dots & 0 \\ CAF & CF & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ CA^{H_u-1}F & CA^{H_u-2}F & \dots & 0 \\ CA^{H_u}F & CA^{H_u-1}F & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ CA^{H_p-1}F & CA^{H_p-2}F & \dots & CF \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{z}(k|k) \\ \hat{z}(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{z}(k+H_u-1|k) \\ \hat{z}(k+H_u|k) \\ \vdots \\ \hat{z}(k+H_p-1|k) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Die Prädiktionsgleichung (4.8) lässt sich durch die Einführung des Vektors der Differenzstellgrößen  $\Delta U(k) = [\Delta\hat{u}(k|k), \dots, \Delta\hat{u}(k+H_u-1|k)]^T \in \mathfrak{R}^{n_u H_u}$ , des Vektors der

prädizierten Ausgangsgrößen  $Y(k) = [\hat{y}(k+1|k), \dots, \hat{y}(k+H_p|k)]^T \in \mathfrak{R}^{n_y H_p}$  und des Vektors der prädizierten Störgrößen  $Z(k) = [\hat{z}(k|k), \dots, \hat{z}(k+H_p-1|k)]^T \in \mathfrak{R}^{n_z H_p}$  in kompakter Schreibweise in der Form

$$Y(k) = \Psi x(k) + \Upsilon u(k-1) + \Theta \Delta U(k) + \mathcal{X} Z(k) \quad (4.9)$$

darstellen. Hierbei ergeben sich die Dimensionen der beteiligten Prädiktionsmatrizen zu  $\Psi \in \mathfrak{R}^{n_y H_p \times n_x}$ ,  $\Upsilon \in \mathfrak{R}^{n_y H_p \times n_u}$ ,  $\Theta \in \mathfrak{R}^{n_y H_p \times n_u H_u}$  und  $\mathcal{X} \in \mathfrak{R}^{n_y H_p \times n_z H_p}$ .

#### 4.1.2 Quadratisches Gütekriterium

Die Berechnung der optimalen Differenzstellgrößen  $\Delta U(k)$  erfolgt durch Minimierung eines geeigneten Gütekriteriums. Hierbei wird oftmals ein quadratisches Gütekriterium auf der Basis der euklidischen Norm verwendet. Quadratischen Gütekriterien haben sich, gemessen an der Anzahl an praktischen Umsetzungen und theoretischen Arbeiten, aufgrund der engen Verwandtschaft zum optimalen Zustandsregler oder Riccati-Regler durchgesetzt. Aus diesem Grund wird auch in der vorliegenden Arbeit das Gütekriterium

$$J(k) = \sum_{i=1}^{H_p} \|\hat{y}(k+i|k) - w(k+i|k)\|_{Q(i)}^2 + \sum_{i=0}^{H_u-1} \|\Delta \hat{u}(k+i|k)\|_{R(i)}^2 \quad (4.10)$$

mit der abgekürzten Notation  $\|x\|_M^2 = x^T M x$  verwendet. Das Kriterium gewichtet die quadratische Regeldifferenz zwischen den prädizierten Regelgrößen  $\hat{y}(k)$  und Führungsgrößen  $w(k) \in \mathfrak{R}^{n_y}$ . Des Weiteren wird durch das Gütekriterium die Änderungsrate der Stellgrößen, also die Stellaktivität gewichtet. Dies bietet den Vorteil, dass hochfrequente Anteile in der Stellgröße unterdrückt werden.

Mit Hilfe der Gewichtungsmatrizen für die Regeldifferenz  $Q(i)$  und Stellaktivität  $R(i)$  zum jeweiligen Abtastschritt  $k+i$  wird das dynamische Verhalten der Regelung parametrisiert. Im einfachsten Fall werden hierfür Diagonalmatrizen verwendet.

Die Gewichtungsmatrizen für die einzelnen Abtastschritte lassen sich in der Form

$$Q = \begin{bmatrix} Q(1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Q(2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Q(H_p) \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

und

$$R = \begin{bmatrix} R(0) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R(1) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & R(H_u-1) \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

zusammenfassen.

Mit dem Vektor der prädierten Führungsgrößen  $W(k) = [w(k+1|k), \dots, w(k+H_p|k)]^T$  und somit  $W(k) \in \mathfrak{R}^{n_y H_p}$ , lässt sich das Gütekriterium (4.10) in Matrixschreibweise durch

$$J(k) = [Y(k) - W(k)]^T Q [Y(k) - W(k)] + \Delta U(k)^T R \Delta U(k) \quad (4.13)$$

dargestellt werden. Durch die Substitution von (4.9) in (4.13) folgt der Ausdruck

$$J(k) = [\Psi x(k) + \Upsilon u(k-1) + \Theta \Delta U(k) + \mathcal{X} Z(k) - W(k)]^T Q [\Psi x(k) + \Upsilon u(k-1) + \Theta \Delta U(k) + \mathcal{X} Z(k) - W(k)] + \Delta U(k)^T R \Delta U(k). \quad (4.14)$$

Eine weitere Vereinfachung in der Darstellung ergibt sich durch die Einführung von

$$\varepsilon(k) = W(k) - \Psi x(k) - \Upsilon u(k-1) - \mathcal{X} Z(k), \quad (4.15)$$

Darin sind alle Terme zusammengefasst, die von den zukünftigen Differenzstellgrößen unabhängig sind. Der Ausdruck  $\varepsilon(k) \in \mathfrak{R}^{n_y H_p}$  kann als Abweichung der freien Bewegung des Systems von der Führungsgröße gedeutet werden (vgl. Abbildung 4.2).

Setzt man (4.15) in (4.14) ein folgt

$$J(k) = [-\varepsilon(k) + \Theta \Delta U(k)]^T Q [-\varepsilon(k) + \Theta \Delta U(k)] + \Delta U(k)^T R \Delta U(k). \quad (4.16)$$

Mit der Eigenschaft symmetrischer Matrizen

$$M^T = M \quad (4.17)$$

und der generellen Eigenschaft [96]

$$(MN)^T = N^T M^T \quad (4.18)$$

vereinfacht sich (4.16) zu

$$\begin{aligned} J(k) &= [-\varepsilon(k)^T + \Delta U(k)^T \Theta^T] Q [-\varepsilon(k) + \Theta \Delta U(k)] + \Delta U(k)^T R \Delta U(k) \\ &= \varepsilon(k)^T Q \varepsilon(k) - \varepsilon(k)^T Q \Theta \Delta U(k) - \Delta U(k)^T \Theta^T Q \varepsilon(k) \\ &\quad + \Delta U(k)^T \Theta^T Q \Theta \Delta U(k) + \Delta U(k)^T R \Delta U(k) \\ &= \Delta U(k)^T [\Theta^T Q \Theta + R] \Delta U(k) - 2 \Delta U(k)^T \Theta^T Q \varepsilon(k) + \varepsilon(k)^T Q \varepsilon(k). \end{aligned} \quad (4.19)$$

Der Term  $\varepsilon(k)^T Q \varepsilon(k)$  in (4.19) ist unabhängig von  $\Delta U(k)$  und hat somit keine Auswirkung auf den Lösungsvektor. Deshalb wird dieser Term nachfolgend nicht mehr im Gütekriterium berücksichtigt. Mit der Einführung von

$$H = \Theta^T Q \Theta + R \quad (4.20)$$

und

$$g(k) = 2 \Theta^T Q \varepsilon(k) \quad (4.21)$$

lässt sich das Gütekriterium (4.10) abschließend in der Form

$$J(k) = \Delta U(k)^T H \Delta U(k) - g(k)^T \Delta U(k) \quad (4.22)$$

angeben.

Die Berechnung der optimalen Lösung erfolgt analytisch durch Ableiten und zu null setzen

$$\frac{\partial J(k)}{\partial \Delta U(k)} = 2H\Delta U(k) - g(k) = 0. \quad (4.23)$$

Daraus ergibt sich die optimale Lösung zu

$$\Delta U_{\text{opt}}(k) = \frac{1}{2}H^{-1}g(k). \quad (4.24)$$

Um sicherzustellen, dass das gefundene Optimum tatsächlich ein Minimum hinsichtlich des Gütekriteriums darstellt, wird die zweite Ableitung gebildet zu

$$\frac{\partial^2 J(k)}{\partial \Delta U(k)^2} = 2H = 2\Theta^T Q \Theta + 2R. \quad (4.25)$$

Unter der Vorgabe, dass die Matrix  $H > 0$  (positiv definit) ist, liegt ein strikt konvexes Gütekriterium vor [175]. In diesem Fall führt die Lösung (4.24) auf das globale Minimum von (4.22). Da für eine sinnvolle Lösung die Randbedingungen  $Q \geq 0$  (positiv semidefinit) und  $R > 0$  erfüllt sein müssen, ist nach (4.25) auch  $H$  immer positiv definit.

Die optimalen Stellgrößen für den aktuellen Zeitpunkt  $k$  ergeben sich aus der Lösung (4.24) zu

$$u_{\text{opt}}(k) = u(k-1) + \Delta \hat{u}_{\text{opt}}(k|k). \quad (4.26)$$

In den bisherigen Betrachtungen gehen die tatsächlichen Regelgrößen  $y(k)$  nicht in die Berechnung der Stellgrößen ein. Durch die fehlende Rückführung stellt (4.24) lediglich eine optimale Steuerung dar. Im Falle von Modellfehlern hinsichtlich der statischen Verstärkung des Prozesses oder durch Störeinflüsse wird sich demnach eine bleibende Regelabweichung einstellen. Die Berücksichtigung der gemessenen Regelgrößen in dem Steuerungsalgorithmus kann durch eine Modifikation von  $\varepsilon(k)$  in der Form

$$\varepsilon(k) = \tau(k) - \Psi x(k) - \Upsilon u(k-1) - \mathcal{X}Z(k) \quad (4.27)$$

erreicht werden. Darin ist

$$\tau(k) = W(k) - \Delta(k) \quad (4.28)$$

die sogenannte interne Führungsgröße. Der Ausdruck

$$\Delta(k) = \begin{bmatrix} y(k) - \hat{y}(k) \\ \vdots \\ y(k) - \hat{y}(k) \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

enthält die Differenz zwischen den prädizierten und den gemessenen Regelgrößen zum aktuellen Abtastzeitpunkt. Diese Differenz wird über den Prädiktionshorizont als konstant angesehen. Damit folgt  $\Delta(k) \in \mathfrak{R}^{n_y H_p}$ .

Diese Modifikation von  $\varepsilon(k)$  und die Formulierung des Gütekriteriums (4.10) auf der Basis von Differenzstellgrößen  $\Delta U(k)$  führen auf eine Regelung ohne bleibende Regelabweichung. Dies gilt allerdings nur für asymptotisch stabile Prozesse [160].

## 4.1.3 Einführung von Stellbeschränkungen

Die im vorangegangenen Abschnitt beschriebene analytische Lösung setzt voraus, dass die Stellgrößen nicht beschränkt sind. Dies ist in praktischen Regelungen in der Regel nicht gegeben. Speziell im Falle der Verbrennungsmotorsteuerung sind die Stellbeschränkungen sogar variabel, dass heißt vom jeweiligen Arbeitspunkt abhängig. Durch DÜNOW ET AL. [63] und FRITZSCHE ET AL. [80] wird gezeigt, dass bei Nichtberücksichtigung von Stellbeschränkungen unter Umständen Verluste hinsichtlich der Regelgüte in Kauf genommen werden müssen. In der Möglichkeit zur aktiven Berücksichtigung von Stellbeschränkungen während des Optimierungsprozesses liegt ein wesentlicher Vorteil des Konzeptes der modellprädiktiven Regelung.

Die Stellbeschränkungen lassen sich durch Ungleichungen der Form

$$u_{\min}(k) \leq \hat{u}(k|k) \leq u_{\max}(k) \quad (4.30a)$$

$$u_{\min}(k+1) \leq \hat{u}(k+1|k) \leq u_{\max}(k+1) \quad (4.30b)$$

$$\vdots$$

$$u_{\min}(k+H_u-1) \leq \hat{u}(k+H_u-1|k) \leq u_{\max}(k+H_u-1) \quad (4.30c)$$

beschreiben. Unter Berücksichtigung von (4.3) und (4.4) lassen sich die Ungleichungen (4.30) mithilfe der Differenzstellgrößen darstellen als

$$\Delta\hat{u}(k|k) \leq u_{\max}(k) - u(k-1) \quad (4.31a)$$

$$\Delta\hat{u}(k|k) + \Delta\hat{u}(k+1|k) \leq u_{\max}(k+1) - u(k-1) \quad (4.31b)$$

$$\vdots$$

$$\Delta\hat{u}(k|k) + \dots + \Delta\hat{u}(k+H_u-1|k) \leq u_{\max}(k+H_u-1) - u(k-1) \quad (4.31c)$$

für die obere Stellbeschränkung und

$$-\Delta\hat{u}(k|k) \leq -u_{\min}(k) + u(k-1) \quad (4.32a)$$

$$-\Delta\hat{u}(k|k) - \Delta\hat{u}(k+1|k) \leq -u_{\min}(k+1) + u(k-1) \quad (4.32b)$$

$$\vdots$$

$$-\Delta\hat{u}(k|k) - \dots - \Delta\hat{u}(k+H_u-1|k) \leq -u_{\min}(k+H_u-1) + u(k-1) \quad (4.32c)$$

für die untere Stellbeschränkung.

Die Ungleichungen in (4.31) und (4.32) lassen sich in Matrixschreibweise mit

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -1 & -1 & -1 & \dots & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\hat{u}(k|k) \\ \Delta\hat{u}(k+1|k) \\ \vdots \\ \Delta\hat{u}(k+H_u-1|k) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} u_{\max}(k) - u(k-1) \\ u_{\max}(k+1) - u(k-1) \\ \vdots \\ u_{\max}(k+H_u-1) - u(k-1) \\ -u_{\min}(k) + u(k-1) \\ -u_{\min}(k+1) + u(k-1) \\ \vdots \\ -u_{\min}(k+H_u-1) + u(k-1) \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

in der Form

$$\mathcal{A}\Delta\mathbf{U}(\mathbf{k}) \leq \mathbf{b}(\mathbf{k}) \quad (4.34)$$

kompakt darstellen. Die Darstellung in (4.33) bildet hierbei den Eingrößenfall ab, gilt also lediglich für skalare Differenzstellgrößen. Für den Mehrgrößenfall ist die Koeffizientenmatrix entsprechend der Dimension der vektoriellen Größen in (4.31) und (4.32) anzupassen. Allgemein gilt für die Koeffizientenmatrix  $\mathcal{A} \in \mathfrak{R}^{2n_u H_u \times n_u H_u}$  und den Lösungsvektor  $\mathbf{b}(\mathbf{k}) \in \mathfrak{R}^{2n_u H_u}$ .

Das Ungleichungssystem (4.34) beschreibt Nebenbedingungen für die Berechnung der optimalen Stellgrößen. Das Optimierungsproblem lässt sich damit in der Form

$$\min_{\Delta\mathbf{U}(\mathbf{k})} \{ \Delta\mathbf{U}(\mathbf{k})^T \mathbf{H} \Delta\mathbf{U}(\mathbf{k}) - \mathbf{g}(\mathbf{k})^T \Delta\mathbf{U}(\mathbf{k}) : \mathcal{A}\Delta\mathbf{U}(\mathbf{k}) \leq \mathbf{b}(\mathbf{k}) \} \quad (4.35)$$

angeben. Bei (4.35) handelt es sich um ein mathematisches Standardproblem, das durch quadratische Programmierung gelöst werden kann.

Nachfolgend werden verschiedene, aus der Literatur bekannte Verfahren zur Lösung dieses Problems beschrieben.

## 4.2 ALGORITHMEN ZUR LÖSUNG DES OPTIMIERUNGSPROBLEMS

Die hier betrachteten Algorithmen zur quadratischen Programmierung lassen sich entsprechend Abbildung 4.3 kategorisieren. Eine Auswahl an Implementierungsvarianten dieser Algorithmen wird im Folgenden vorgestellt und deren Funktionsweise kurz erläutert. Anschließend werden die numerischen und regelungstechnischen Eigenschaften der Algorithmen ermittelt und eine Wertung der Verfahren hinsichtlich des Einsatzes in einer modellprädiktiven Regelung vorgenommen.

### 4.2.1 Methode der aktiven Menge

Das primale Verfahren nach FLETCHER [74] basiert auf dem iterativen Lösen einer Folge von gleichungsrestringierten quadratischen Optimierungsproblemen, ausgehend von einem zulässigen Startwert. Zur Beschreibung des Verfahrens wird zunächst die Indexmenge in der  $m$ -ten Iteration

$$I^{(m)} = \{ i \in \{1 \dots 2n_u H_u\} \mid \mathbf{a}_i^T \Delta\mathbf{U}(\mathbf{k})^{(m)} = \mathbf{b}_i(\mathbf{k}) \} \quad (4.36)$$

definiert. Diese Menge enthält die Indizes der entsprechenden Zeilen der Matrixgleichung (4.34), für die  $\mathbf{a}_i^T \Delta\mathbf{U}(\mathbf{k})^{(m)} = \mathbf{b}_i(\mathbf{k})$  erfüllt ist. Hierbei bezeichnet  $\mathbf{a}_i^T$  die  $i$ -te Zeile von  $\mathcal{A}$  und  $\mathbf{b}_i(\mathbf{k})$  das  $i$ -te Element von  $\mathbf{b}(\mathbf{k})$ . Die Vektoren  $\mathbf{a}_i^T$  mit  $i \in I^{(m)}$  lassen sich zeilenweise zu einer Matrix  $\mathcal{A}_I \in \mathfrak{R}^{n_I \times n_u H_u}$  zusammensetzen. Ebenso wird der Spaltenvektor  $\mathbf{b}_I(\mathbf{k}) \in \mathfrak{R}^{n_I}$  aus dem Elementen  $\mathbf{b}_i(\mathbf{k})$  mit  $i \in I^{(m)}$  gebildet. Der Ausdruck (4.36) kann als die Menge der aktiven Restriktionen in der jeweiligen Iteration gedeutet werden. Die Aufgabe der Methode der aktiven Menge ist hierbei, die Menge der aktiven Restriktionen in der optimalen Lösung  $\mathbf{I}^*$  zu ermitteln. Durch diese Menge ist die Lösung eindeutig bestimmt.

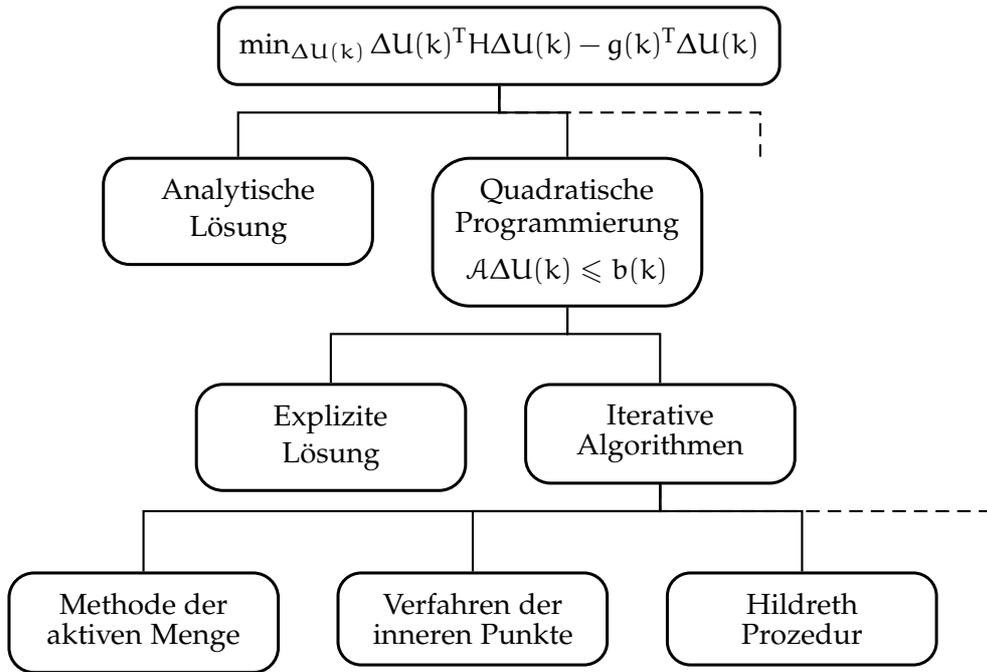


Abbildung 4.3. Kategorisierung der Algorithmen zur Lösung des Optimierungsproblems

Die Methode der aktiven Menge verwendet für die Lösung der Optimierungsproblems (4.35) die LAGRANGE-Funktion

$$L(\Delta U(k)^{(m)}, \lambda_I(k)) = \Delta U(k)^{(m)T} H \Delta U(k)^{(m)} - g(k)^T \Delta U(k)^{(m)} + \lambda_I(k)^T (\mathcal{A}_I \Delta U(k)^{(m)} - b_I(k)) \tag{4.37}$$

mit den LAGRANGE-Multiplikatoren  $\lambda_I(k) \in \mathfrak{R}^{n_I}$ .

Mittels Differentiation und zu null setzen der LAGRANGE-Funktion erhält man

$$\frac{\partial L}{\partial \Delta U(k)^{(m)}} = 2H \Delta U(k)^{(m)} - g(k) + \mathcal{A}_I^T \lambda_I(k) = 0 \tag{4.38}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_I(k)} = \mathcal{A}_I \Delta U(k)^{(m)} - b_I(k) = 0. \tag{4.39}$$

Diese Gleichungen charakterisieren einen Extrempunkt. Beim Übergang auf ein iteratives Verfahren, das in jeder Iteration  $m$  eine Schrittweite  $p$  in Richtung des Minimums durch

$$0 = 2H(\Delta U(k)^{(m)} + p^{(m)}) - g(k) + \mathcal{A}_I^T \lambda_I(k) \tag{4.40}$$

berechnet, wird die Gleichheitsbedingung der durch (4.36) gegebenen Beziehung mittels

$$0 = \mathcal{A}_I(\Delta U(k)^{(m)} + p^{(m)}) - b_I(k) \tag{4.41}$$

sichergestellt. Darin gilt nach (4.36)

$$\mathcal{A}_I \Delta U(k)^{(m)} = b_I(k). \tag{4.42}$$

Die Gleichungen (4.40) und (4.41) können damit zusammengefasst werden zu

$$\begin{bmatrix} 2H & \mathcal{A}_I^T \\ \mathcal{A}_I & 0_{n_I \times n_I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}^{(m)} \\ \lambda_I(\mathbf{k}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2H\Delta\mathbf{U}(\mathbf{k})^{(m)} + \mathbf{g}(\mathbf{k}) \\ 0_{n_I \times 1} \end{bmatrix}. \quad (4.43)$$

Wird eine inaktive Restriktion durch eine zu große Schrittweite  $\mathbf{p}$  verletzt, dass heißt wenn

$$\mathcal{A}(\Delta\mathbf{U}(\mathbf{k})^{(m)} + \mathbf{p}^{(m)}) - \mathbf{b}(\mathbf{k}) > 0, \quad (4.44)$$

gilt, so wird eine Schrittweitensteuerung verwendet. Diese berechnet eine Skalierung  $\alpha \in [0, 1]$ , sodass die Schrittweite auf einen hinsichtlich der Nebenbedingung (4.34) zulässigen Wert begrenzt wird. Hierzu wird

$$\mathcal{A}(\Delta\mathbf{U}(\mathbf{k})^{(m)} + \alpha\mathbf{p}^{(m)}) - \mathbf{b}(\mathbf{k}) = 0 \quad (4.45)$$

zeilenweise umgestellt zu

$$\alpha_i = -\frac{\mathbf{a}_i^T \Delta\mathbf{U}(\mathbf{k})^{(m)} - \mathbf{b}_i(\mathbf{k})}{\mathbf{a}_i^T \mathbf{p}^{(m)}} \quad (4.46)$$

und daraus die maximal zulässige Skalierung der Schrittweite  $\mathbf{p}$  über

$$\alpha_r = \min_{i \notin I^{(m)}, \mathbf{a}_i^T \mathbf{p}^{(m)} > 0} \alpha_i = -\frac{\mathbf{a}_r^T \Delta\mathbf{U}(\mathbf{k})^{(m)} - \mathbf{b}_r(\mathbf{k})}{\mathbf{a}_r^T \mathbf{p}^{(m)}} \quad (4.47)$$

bestimmt. Die Differenzstellgröße für den nächsten Iterationsschritt ergibt sich mithilfe dieser maximalen Skalierung der Schrittweite zu

$$\Delta\mathbf{U}(\mathbf{k})^{(m+1)} = \Delta\mathbf{U}(\mathbf{k})^{(m)} + \alpha_r \mathbf{p}^{(m)}. \quad (4.48)$$

Zusätzlich wird die aktivierte Restriktion  $r$  in die aktive Menge durch

$$I^{(m+1)} = I^{(m)} \cup \{r\} \quad (4.49)$$

aufgenommen und verhindert über die Gleichheitsbedingung eine Änderung entlang dieser Dimension im nächsten Iterationsschritt.

Durch negative LAGRANGE-Multiplikatoren  $\lambda_r(\mathbf{k}) < 0, r \in I^{(m)}$  wird angezeigt, dass eine weitere Reduzierung des Gütekriteriums möglich ist. Deshalb wird die entsprechende Restriktion  $r$  aus der aktiven Menge entfernt. Existiert mehr als ein LAGRANGE-Multiplikator mit negativem Vorzeichen, wird die Restriktion assoziiert mit dem betragsmäßig größten Multiplikator aus der aktiven Menge entfernt, da durch diese Deaktivierung die größte Reduzierung des Gütekriteriums ermöglicht wird.

Diese Iterationen des Aktivierens oder Deaktivierens von Restriktionen werden wiederholt, bis die ermittelte Schrittweite  $\mathbf{p}$  zulässig und die Bedingung  $\lambda_I(\mathbf{k}) \geq 0$  erfüllt ist. Sind diese Bedingungen erfolgt, dann ist die aktive Menge  $I^*$  und somit auch die optimale Lösung  $\Delta\mathbf{U}(\mathbf{k})^*$  gefunden.

Geometrisch gedeutet entspricht der zulässige Raum des Problems (4.35) einem  $n_u H_u$ -dimensionalen Polyeder entsprechend Abbildung 4.4. Hierbei ist jede Seitenfläche assoziiert mit einer Restriktion. Der Algorithmus iteriert entlang der Restriktionen, beziehungsweise entlang der Seitenflächen des Polyeders, bis der optimale restringierte

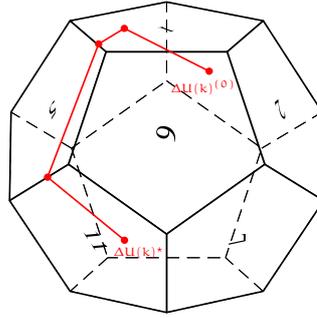


Abbildung 4.4. Grafische Darstellung der Iterationen der Methode der aktiven Menge

Punkt gefunden ist. Die notwendige Anzahl an Iterationen zur Lösung des Optimierungsproblems ist also direkt von der Anzahl an Änderungen an der aktiven Menge abhängig. Der numerische Aufwand des Verfahrens ist somit stark von der Initialisierung des Algorithmus abhängig. In dem dargestellten Beispiel sind vier Iterationen notwendig, um ausgehend vom zulässigen Initialwert  $\Delta U(k)^{(0)}$  die aktiven Restriktionen in der Lösung  $I^* = \{1, 5, 11\}$  und somit den Lösungspunkt  $\Delta U(k)^*$  zu identifizieren.

#### 4.2.2 Verfahren der inneren Punkte

Nachfolgend wird das Verfahren der inneren Punkte zur Lösung des Problems der quadratischen Programmierung beschrieben. Die Erläuterung beschränkt sich auf die Zentrale-Trajektorie-Methode, die beispielsweise durch VANDERBEI [246] beschrieben wird.

Bei diesem Verfahren wird zunächst eine Schlupfvariable  $s \in \mathfrak{R}^{2n_u H_u}$  eingeführt und das Optimierungsproblem damit ergänzt zu

$$\min_{\Delta U(k)} \{ \Delta U(k)^T H \Delta U(k) - g(k)^T \Delta U(k) : \mathcal{A} \Delta U(k) + s = b(k), s \geq 0 \}. \quad (4.50)$$

Die Nichtnegativitätsbedingung  $s \geq 0$  wird durch einen Barriereterm substituiert und somit folgt die LAGRANGE-Funktion

$$L(\Delta U(k), s, \lambda(k)) = \Delta U(k)^T H \Delta U(k) - g(k)^T \Delta U(k) - \underbrace{\mu \sum_{i=1}^{2n_u H_u} \ln s_i}_{\text{Barriere}} + \lambda(k)^T (\mathcal{A} \Delta U(k) - b(k) + s). \quad (4.51)$$

Darin ist  $\mu \geq 0$  der sogenannte Barriereparameter, mit dem die Konvergenz des Verfahrens gesteuert wird. Die Lösung des Optimierungsproblems folgt aus den partiellen Ableitungen der LAGRANGE-Funktion

$$\frac{\partial L}{\partial \Delta U(k)} = 2H \Delta U(k) - g(k) + \mathcal{A}^T \lambda(k) \quad (4.52)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda(k)} = \mathcal{A} \Delta U(k) - b(k) + s \quad (4.53)$$

$$\frac{\partial L}{\partial s} = -\mu S^{-1} e + \lambda(k). \quad (4.54)$$

Darin ist  $S \in \mathfrak{R}^{2n_u H_u \times 2n_u H_u}$  eine Diagonalmatrix, deren Hauptdiagonale die Elemente von  $s$  bilden. Der Vektor  $e = (1, \dots, 1)^T$  dient der Anpassung der Dimensionen.

Wird (4.54) mit  $S$  multipliziert und die Diagonalmatrix  $\Lambda = \text{diag}(\lambda(k)) \in \mathfrak{R}^{2n_u H_u \times 2n_u H_u}$  eingeführt, so lässt sich das nichtlineare Gleichungssystem

$$F_\mu(\Delta U(k), \lambda(k), s) = \begin{bmatrix} 2H\Delta U(k) - g(k) + A^T \lambda(k) \\ A\Delta U(k) - b(k) + s \\ S\Lambda e - \mu e \end{bmatrix} = 0 \quad (4.55)$$

angeben. Darin wird die dritte Zeile als pertubierte komplementäre Schlupfbedingung bezeichnet.

Zur Lösung dieses nichtlinearen Gleichungssystems wird aufgrund seiner guten Konvergenzeigenschaft das NEWTON-Verfahren [246, 253] in der Form

$$J_\mu(\Delta U(k)^{(m)}, \lambda(k)^{(m)}, s^{(m)}) \begin{bmatrix} p^{(m)} \\ \Delta \lambda(k)^{(m)} \\ \Delta s^{(m)} \end{bmatrix} = -F_\mu(\Delta U(k)^{(m)}, \lambda(k)^{(m)}, s^{(m)}) \quad (4.56)$$

angewendet. Darin ist

$$J_\mu(\Delta U(k)^{(m)}, \lambda(k)^{(m)}, s^{(m)}) = \begin{bmatrix} 2H & A^T & 0 \\ A & 0 & E_{2n_u H_u} \\ 0 & S^{(m)} & \Lambda^{(m)} \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

die JACOBI-Matrix. Mit dem NEWTON-Verfahren wird iterativ eine Näherung der Lösung bestimmt. In jeder Iteration wird

$$\begin{bmatrix} \Delta U(k)^{(m+1)} \\ \lambda(k)^{(m+1)} \\ s^{(m+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta U(k)^{(m)} \\ \lambda(k)^{(m)} \\ s^{(m)} \end{bmatrix} + \alpha \begin{bmatrix} p^{(m)} \\ \Delta \lambda(k)^{(m)} \\ \Delta s^{(m)} \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

mit

$$\alpha = \min \left( 1, -r \frac{s^{(m)}}{\Delta s^{(m)}} \Big|_{\Delta s^{(m)} < 0}, -r \frac{\lambda(k)^{(m)}}{\Delta \lambda(k)^{(m)}} \Big|_{\Delta \lambda(k)^{(m)} < 0} \right) \quad (4.59)$$

berechnet. Hierin ist  $r < 1$  ein zu wählender Sicherheitsparameter (z.B. 0,95).

Die Wahl des Barriereparameters  $\mu > 0$  ist ausschlaggebend für die Konvergenzgeschwindigkeit des Algorithmus. In der Literatur existieren verschiedene Bestimmungsgleichungen für die Berechnung von  $\mu$ . Durch VANDERBEI [246] wird eine Bestimmungsgleichung mit

$$\mu^{(m+1)} = \delta \frac{(s^{(m)})^T \lambda(k)^{(m)}}{2n_u H_u} \quad (4.60)$$

angegeben. Der Parameter  $\delta$  (z.B. 0,1) garantiert eine ausreichende Reduzierung von  $\mu$ . Konvergiert  $\mu \rightarrow 0$ , so ist neben der primalen und dualen Zulässigkeit auch die Komplementaritätsbedingung

$$(s^{(m)})^T \lambda(k)^{(m)} = 0 \quad (4.61)$$

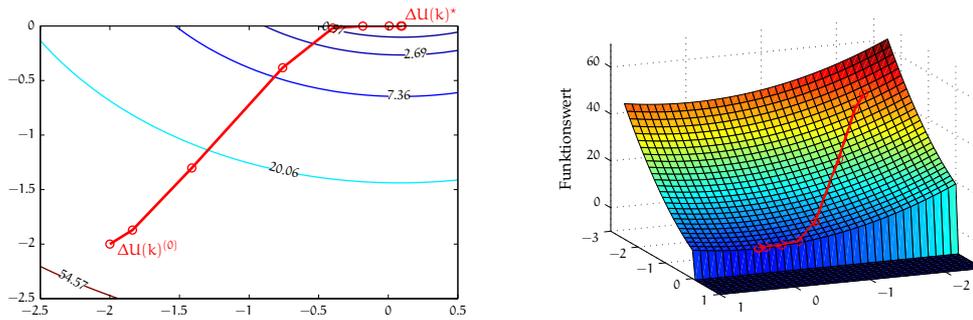


Abbildung 4.5. Konvergenz zur Lösung eines quadratischen Optimierungsproblems mit aktiver Restriktion

erfüllt. Ist (4.55) unter Berücksichtigung einer zu wählenden Genauigkeitsschranke  $\epsilon$  erfüllt, wird das Verfahren abgebrochen.

In Abbildung 4.5 sind die NEWTON-Iterationen für ein Problem mit zwei Variablen dargestellt. Hieraus ist zu erkennen, dass im Gegensatz zur Methode der aktiven Menge nicht entlang der aktiven Restriktionen, sondern durch den zulässigen Raum iteriert wird. Die resultierende Trajektorie zeigt die Konvergenz zur Lösung unter Beachtung der im Lösungspunkt aktiven Restriktion.

#### 4.2.3 Hildreth-Prozedur

Die von HILDRETH [114] publizierte Prozedur gehört zu den ersten Lösungsverfahren für beschränkte quadratische Optimierungsprobleme. Zur Lösung des primalen Problems (4.35) wird das zugeordnete duale Problem

$$\min_{\lambda(k)} \{ \lambda(k)^T P \lambda(k) + d(k)^T \lambda(k) : \lambda(k) \geq 0 \} \quad (4.62)$$

mit den Parametern

$$P = \frac{1}{4} \mathcal{A} H^{-1} \mathcal{A}^T \quad \text{und} \quad d(k) = b(k) - \frac{1}{2} \mathcal{A} H^{-1} g(k) \quad (4.63)$$

gelöst.

Hierbei ist das duale Problem (4.62) ebenfalls quadratischer Natur. Allerdings ist die Dimension hier höher als im Falle des durch die Beziehung (4.35) gegebenen Problems, da jede Stellgröße jeweils durch eine obere und untere Schranke begrenzt ist. Damit ergibt sich  $P \in \mathfrak{R}^{2n_u H_u \times 2n_u H_u}$ . Das duale Problem weist somit die doppelte Anzahl an Variablen im Vergleich zum primalen Problem auf. Dieser Nachteil wird gegenüber (4.35) durch die vereinfachte Nebenbedingung in Form der Nichtnegativitätsbedingung an  $\lambda(k)$  wieder abgeschwächt.

Die beschränkte optimale Lösung von (4.62) wird durch das Gauß-Seidel-Verfahren berechnet, wobei die Elemente von  $\lambda(k)$  entsprechend (4.64) auf positive Werte beschränkt werden. Die explizite Gleichung für das  $i$ -te Element von  $\lambda(k)$  in der  $m$ -ten Iteration lautet

$$\lambda_i(k)^{(m)} = \max(0, w_i(k)^{(m)}) \quad (4.64)$$

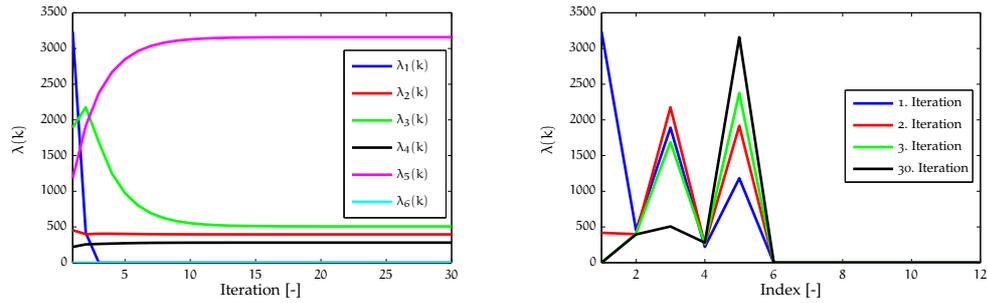


Abbildung 4.6. Konvergenzverhalten der HILDRETH-Prozedur zur Lösung eines quadratischen Optimierungsproblems mit aktiven Restriktionen

mit

$$w_i(k)^{(m)} = -\frac{1}{p_{ii}} \left( \frac{d_i(k)}{2} + \sum_{j=1}^{i-1} p_{ij} \lambda_j(k)^{(m)} + \sum_{j=i+1}^{2n_u H_u} p_{ij} \lambda_j(k)^{(m-1)} \right). \quad (4.65)$$

Darin ist  $p_{ij}$  das Element der  $i$ -ten Zeile und der  $j$ -ten Spalte der Matrix  $P$  und die skalare Größe  $d_i(k)$  das  $i$ -te Element des Vektors  $d(k)$ .

Im Falle der Konvergenz der Methode wird die Lösung  $\lambda(k)^*$  genutzt, um die optimalen primalen Variablen mittels

$$\Delta u(k)^* = \frac{1}{2} H^{-1} (g(k) - A^T \lambda(k)^*) \quad (4.66)$$

zu berechnen.

Darin gilt für alle Elemente von  $\lambda(k)^*$  die Nichtnegativitätsbedingung  $\lambda(k)^* \geq 0$ . Durch Nullelemente in  $\lambda(k)^*$  wird angezeigt, dass die assoziierten Restriktionen des primalen Problems (4.35) in der Lösung nicht aktiv sind. Im Falle einer großen Anzahl solcher Nullelemente kann der numerische Aufwand für die Berechnung reduziert werden. Zur Ausnutzung dieser Eigenschaft ist hier das Gauß-Seidel-Verfahren entsprechend dem skizzierten Algorithmus 4.1 effizient umgeordnet worden, sodass die Nullelemente nicht berücksichtigt werden. Für den Extremfall, dass sich alle Stellgrößen entweder in einer oberen oder in einer unteren Schranke befinden, sind 50% der Elemente in  $\lambda(k)$  gleich null. Damit ergibt sich eine Reduzierung des Rechenaufwands um bis zu 50%. Im Normalfall ist der Anteil der Nullelemente in  $\lambda(k)$  allerdings wesentlich größer, sodass sich dann die Reduzierung des Rechenaufwands mit dem modifizierten Gauß-Seidel-Verfahren noch wesentlich stärker bemerkbar macht.

In Abbildung 4.6 ist das Konvergenzverhalten der HILDRETH-Prozedur anhand eines Beispiels mit zwei Stellgrößen und einem Stellhorizont  $H_u = 3$  dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Elemente von  $\lambda(k)$  bereits nach wenigen Iterationen annähernd der gesuchten Lösung  $\lambda(k)^*$  entsprechen. Allerdings ist ein frühzeitiger Abbruch nicht möglich, da die primale Zulässigkeit erst nach Erreichen einer ausreichend kleinen Genauigkeitsschranke  $\epsilon$  sichergestellt ist.

---

**Algorithmus 4.1. Modifiziertes Gauß-Seidel-Verfahren mit Nichtnegativitätsbedingung**


---

Eingabe : Matrix  $P \in \mathfrak{R}^{2n_u H_u \times 2n_u H_u}$  und Vektor  $d(k) \in \mathfrak{R}^{2n_u H_u}$  des dualen Problems, Initialvektor  $\lambda(k)^{(0)} \in \mathfrak{R}^{2n_u H_u}$ , maximale Iterationszahl  $N_{\max}$  und Genauigkeitsschranke  $\epsilon$   
 Ausgabe : Lösungsvektor  $\lambda(k)^* \in \mathfrak{R}^{2n_u H_u}$

```

1 für m ← 1, ..., Nmax
2   Initialisierung
3   für i ← 1, ..., 2nuHu
4     λi(k)(m) ← 0
5   Verarbeitung der Elemente der vorherigen Iteration
6   für i ← 1, ..., 2nuHu
7     wenn λi(k)(m-1) > 0 dann
8       für j ← 1, ..., i-1
9         λj(k)(m) ← λj(k)(m) + pji · λi(k)(m-1)
10  Verarbeitung der Elemente der aktuellen Iteration
11  für i ← 1, ..., 2nuHu
12    λi(k)(m) ← λi(k)(m) + di(k)/2
13    λi(k)(m) ← -λi(k)(m)/pii
14    λi(k)(m) ← max(0, λi(k)(m))
15    wenn λi(k)(m) > 0 dann
16      für j ← i+1, ..., 2nuHu
17        λj(k)(m) ← λj(k)(m) + pji · λi(k)(m)
18  Konvergenzprüfung
19  e ← (λ(k)(m) - λ(k)(m-1))T · (λ(k)(m) - λ(k)(m-1))
20  wenn e < ε dann
21    λ(k)* ← λ(k)(m)
22    STOP

```

---

#### 4.2.4 Explizite modellprädiktive Regelung

Im Gegensatz zu den iterativen Verfahren zur Lösung der Optimierungsprobleme ist auch die explizite Lösung unter Berücksichtigung der Restriktionen möglich. In der Arbeit von BEMPORAD ET AL. [24] wird beschrieben, dass das Problem (4.35) als parametrisches quadratisches Programm formuliert werden kann und somit eine stückweise affine Lösung existiert. Hierzu wird der Zustandsraum in polyedrische Regionen unterteilt und ein Stellgesetz für jedes dieser Gebiete ermittelt. In Abbildung 4.7a ist eine beispielhafte Aufteilung des Zustandsraumes eines Prozesses zweiter Ordnung dargestellt. In diesem Fall, also unter Berücksichtigung der angegebenen Stellbeschränkung, lässt sich die Lösung des modellprädiktiven Regelungsproblems mit lediglich drei Re-

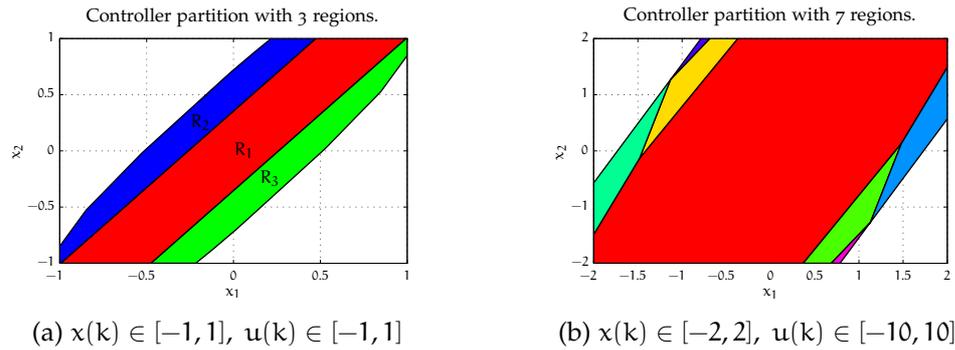


Abbildung 4.7. Unterteilung des Zustandsraumes in Regionen mit identischem Stellgesetz für die explizite modellprädiktive Regelung

gionen abbilden. Hierbei entspricht die Region  $R_1$  dem unbeschränkten Fall, wodurch das assoziierte Stellgesetz identisch dem optimalen Zustandsregler ist. Die Regionen  $R_2$  und  $R_3$  bilden den beschränkten Fall ab, weshalb dort die Stellgesetze degenerieren und lediglich die angegebenen beschränkten Stellgrößen zugeordnet sind.

Bei Variation der Stellbeschränkungen zeigt Abbildung 4.7b, dass zusätzliche Übergangsregionen entstehen können. Der benötigte Speicherplatz steigt folglich an. Die Anzahl der Regionen ist jedoch maßgeblich von der Anzahl der Stellgrößen und dem gewählten Stellhorizont abhängig. BEMPORAD [22] hat gezeigt, dass diese Abhängigkeit im ungünstigsten Fall exponentiell ausfallen kann. Dies schränkt die Einsatzmöglichkeit der expliziten modellprädiktiven Regelung auf niedrigdimensionale Prozesse ein, aber für diesen Fall haben ORTNER ET AL. [178], STEWART U. BORRELLI [230] und ARCE ET AL. [12] erfolgreiche Anwendungen vorgestellt.

Der numerische Aufwand während der Laufzeit reduziert sich auf die Auswahl des entsprechenden Stellgesetzes in Abhängigkeit vom aktuellen Zustand des Systems. Hierzu ist die Region zu finden, die den aktuellen Systemzustand beinhaltet

$$R_i = \{x(k) \mid H_i x(k) \leq K_i\}, \quad i = 1, \dots, N \quad (4.67)$$

und anschließend mittels des assoziierten Stellgesetzes die optimale Stellgröße

$$u(k)^* = F_i x(k) + G_i, \quad \forall x(k) \in R_i \quad (4.68)$$

zu bestimmen.

Die softwareseitige Unterstützung zur Berechnung des expliziten Reglers kann mittels der Multi-Parametric Toolbox (MPT), präsentiert durch KVASNICA [139], erfolgen. KVASNICA ET AL. [142] zeigen, dass diese Toolbox für die Entwicklungsumgebung Matlab auch eine anschließende Codegenerierung in C für die Verwendung im Rahmen von Mikrocontrollern oder als Kontaktplan für eine speicherprogrammierbare Steuerung (SPS) erlaubt. Für den letzteren Fall wird durch RAUOVÁ ET AL. [188] eine Implementierung beschrieben.

#### 4.2.5 Vergleichende Wertung der Algorithmen

In diesem Abschnitt werden die vorgestellten Algorithmen hinsichtlich der geplanten Anwendungen innerhalb einer Verbrennungsmotorsteuerung analysiert. Es werden dabei die folgenden Anforderungen an die Algorithmen gestellt:

- Echtzeitfähigkeit innerhalb eines eingebetteten Systems
- Zulässigkeit eines vorzeitigen Abbruchs des Verfahrens zur Einhaltung einer Rechenlaufzeitschranke
- Variabilität der Gewichtungen (4.10) und der Stellbeschränkungen (4.34) während der Laufzeit zur Manipulation durch eine Brennverfahrenssteuerung

**EXPLIZITE LÖSUNG** Die explizite Lösung zur modellprädiktiven Regelung verletzt die Forderung nach der Parametervariabilität, da die Parameter nach der einmaligen Berechnung der Regionen und Stellgesetze konstant sind. Diese Einschränkung wird teilweise durch BARIC ET AL. [16] ausgeräumt, was jedoch in einer starken Zunahme des Speicherbedarfs resultiert. Dies übersteigt in praktischen Situation oftmals die zur Verfügung stehenden Ressourcen. Des Weiteren ist keine Vorgabe einer Regelgrößen-trajektorie in der nahen Zukunft möglich, da das Stellgesetz allein vom aktuellen Systemzustand abhängig ist. Somit ist auch eine Aufschaltung einer im Voraus bekannten zeitveränderlichen Störgröße, wie in Abschnitt 4.1 erläutert, unmöglich. Aus diesem Grund ist die explizite modellprädiktive Regelung im Kontext der vorliegenden Arbeit nicht geeignet.

**HILDRETH-PROZEDUR** Da zur Einhaltung einer Rechenlaufzeitschranke ein vorzeitiger Abbruch des Optimierungsverfahrens notwendig sein kann, muss das Verfahren in jeder Iteration einen zulässigen Lösungsvektor berechnen. Dies gilt allerdings nicht für die HILDRETH-Prozedur, da diese ein duales Verfahren darstellt und die primale Zulässigkeit erst in der Lösung gewährleistet ist. Bei einem frühzeitigen Abbruch kann somit die Einhaltung der Nebenbedingung (4.34) nicht gewährleistet werden. Somit ist auch die HILDRETH-Prozedur im Kontext der vorliegenden Arbeit nicht geeignet. Allerdings wird in Abschnitt 5.5 gezeigt, dass die HILDRETH-Prozedur in Form eines hybriden Verfahrens in Kombination mit der Methode der aktiven Menge eingesetzt werden kann.

#### **METHODE DER AKTIVEN MENGE UND VERFAHREN DER INNEREN PUNKTE**

Sowohl die Methode der aktiven Menge als auch das Verfahren der inneren Punkte erfüllen die Forderung nach der Parametervariabilität, da die Parameter des Optimierungsproblems (4.35) in jedem Abtastschritt neu berechnet werden können. Wie in den Abbildungen 4.4 und 4.5 zu sehen ist, ist weiterhin auch ein vorzeitiger Abbruch des Optimierungsverfahrens möglich. Ausgehend von einem zulässigen Startwert wird in jeder Iteration ein zulässiger Lösungsvektor berechnet. Aus diesen Gründen sind beide Algorithmen für den Einsatz innerhalb der modellprädiktiven Regelung geeignet und müssen daher in Hinblick auf deren numerische Eigenschaften verglichen werden.

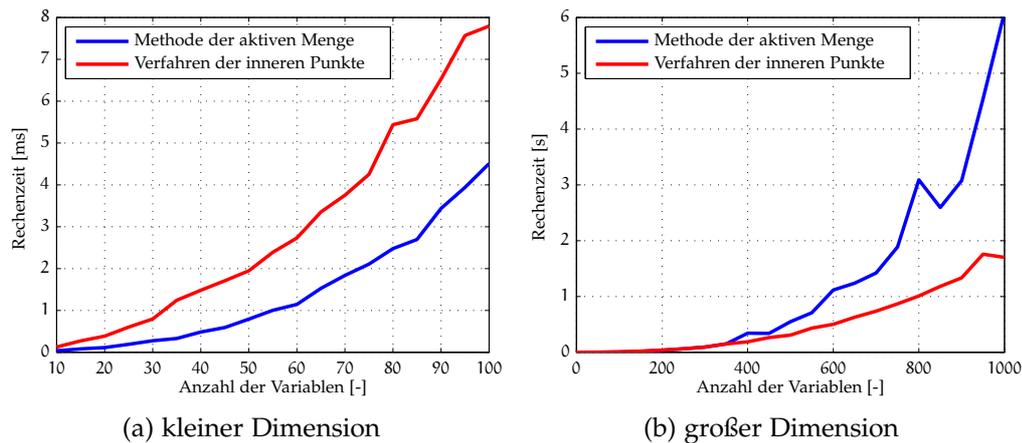


Abbildung 4.8. Benötigte Rechenzeit zur Lösung quadratischer Optimierungen verschiedener Dimensionen

Ist im Falle der Methode der aktiven Menge sichergestellt, dass nicht beide Restriktionen einer Variablen aktiv sind, dann ist das zu lösende Gleichungssystem stets von wesentlich geringerer Dimension als beim Verfahren der inneren Punkte. Die Methode der aktiven Menge ist also günstiger hinsichtlich der Rechenzeit je Iteration. Dementsprechend hat die Koeffizientenmatrix innerhalb des Verfahrens der inneren Punkte (4.57) eine höhere, aber stets konstante Dimension und eine spezielle Struktur. Diese Eigenschaften lassen sich ausnutzen, um mittels spezieller numerischer Verfahren die Lösung des Gleichungssystems (4.56) zu beschleunigen. Eine Reduktion dieses Gleichungssystems durch die Eliminierung von Variablen ist möglich, jedoch kann durch eine solche Reduktion die Stabilität des Verfahrens negativ beeinflusst werden [206]. Das Verfahren der inneren Punkte weist allerdings eine wesentlich höhere Konvergenzgeschwindigkeit als die Methode der aktiven Menge auf und die Anzahl der notwendigen Iterationen ist relativ unabhängig von der Anzahl der aktiven Restriktionen im Lösungspunkt [18].

Nachfolgend werden die Methode der aktiven Menge und das Verfahren der inneren Punkte auf ihre Eignung zur Echtzeitfähigkeit untersucht. Dazu sind Rechenlaufzeitmessungen mithilfe der Softwarebibliothek von WILLS [255] auf einem Computer mit AMD Phenom II X4 955 Prozessor mit 3,2GHz Taktung, 4 GB RAM, Linux Kernel 3.13.11 und GCC 4.6.4 durchgeführt worden. In Abbildung 4.8 ist ersichtlich, dass im Falle einer großen Anzahl von Variablen das Verfahren der inneren Punkte, wegen der hohen Anzahl an Iterationen für die Methode der aktiven Menge, hinsichtlich der Rechenzeit im Vorteil ist. Da jedoch selbst bei der verwendeten leistungsfähigen PC-Hardware eine Rechenlaufzeit im Sekundenbereich zu beobachten ist, ist zu erwarten, dass auf modernen Motorsteuergeräten die Einhaltung der Rechenlaufzeitschranke von einer Millisekunde bei einer großen Anzahl an Variablen nicht möglich ist. Die Anzahl der Steuerungsvariablen in modernen Verbrennungsmotorsteuerungen ist allerdings eher gering. Wie in Abbildung 4.8a zu erkennen ist, erreicht dann die Anwendung der Methode der aktiven Menge eine geringere Rechenlaufzeit.

Dieses Ergebnis wird auch durch die Evaluierung anhand eines konkreten Beispielprozesses aus dem Umfeld der Verbrennungsmotorsteuerung unterstrichen. Hierzu wird

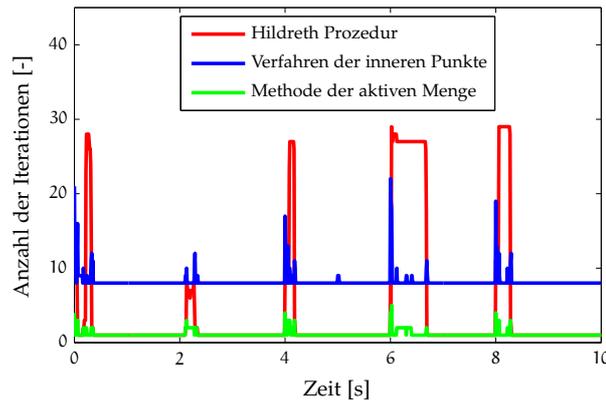


Abbildung 4.9. Vergleich der notwendigen Iterationen der Optimierungsverfahren anhand eines Regelungsszenarios

die Regelung des Prozesses in Abschnitt 3.4 mit sechs Steuerungsvariablen (zwei Stellgrößen und einem Stellhorizont von drei Abtastschritten) betrachtet. Die Abbildung 4.9 zeigt, dass die vorgestellten Algorithmen zur modellprädiktiven Regelung eine unterschiedliche Anzahl an Iterationen zur Lösung des Optimierungsproblems benötigen. Die sprungförmige Zunahme an Iterationen in Abbildung 4.9 resultiert aus Führungsgrößensprüngen und der damit einhergehenden Berechnung des optimalen Stellgrößenverlaufs. Im Falle der Methode der aktiven Menge ist bereits erwähnt worden, dass die Anzahl der notwendigen Iterationen stark von der Initialisierung des Algorithmus abhängig ist. Im Kontext der modellprädiktiven Regelung ist die Möglichkeit der Initialisierung mit der Lösung des vorangegangenen Abtastschrittes gegeben (in der Literatur häufig als „Warmstart“ bezeichnet). Unterliegt das System keinen gravierenden Störeinflüssen und ändern sich die Führungsgrößen und Restriktionen nur langsam, so kann davon ausgegangen werden, dass dieser Startwert eine gute Approximation der optimalen Lösung im aktuellen Abtastschritt bildet. Hierdurch ist als Konsequenz nur eine relativ geringe Anzahl an Iterationen notwendig.

Das Verfahren der inneren Punkte hingegen weist eine Mindestanzahl an Iterationen auf, die deutlich größer ist. Ein Warmstart durch Initialisierung, wie bei der Methode der aktiven Menge, ist nicht trivial, da das Verfahren aufgrund der Barrierefunktion an den Restriktionen schlecht konditioniert ist. Dieser Umstand wird beispielsweise durch PEÑA [182] diskutiert. Die Initialisierung mit der Lösung des vorangegangenen Abtastschrittes ist somit nicht ratsam. Einen besseren Ansatz zum Warmstart des Verfahrens präsentieren GONDZIO U. GROTHEY [98], wobei hier zur Ermittlung der Startwerte zunächst ein modifiziertes Optimierungsproblem gelöst wird. Dies führt zunächst zu einem erhöhten numerischen Aufwand, der sich in der Regel erst bei hochdimensionalen Optimierungsproblemen amortisiert. Durch JOHN U. YILDIRIM [127] werden Strategien zum Warmstart von linearen Optimierungsproblemen vorgestellt und verglichen. SHAHZAD ET AL. [222] beschreiben den Warmstart eines quadratischen Optimierungsproblems im Kontext der modellprädiktiven Regelung und berichten von einer Reduktion des Rechenaufwandes im ungünstigsten Fall von 32% für ein mit dieser Arbeit vergleichbares Regelungsproblem. Die beispielhafte Anwendung eines Warmstarts durch SHAHZAD U. GOULART [219] zeigt, dass auch im unbeschränkten Fall zumindest vier Iterationen zur Lösung des Optimierungsproblems notwendig sind. In einer sol-

Tabelle 4.1. Optimalitätsvergleich der betrachteten Algorithmen

Algorithmus	Suboptimalitätsindex $S_I$	
	doppelte Genauigkeit	einfache Genauigkeit
Methode der aktiven Menge	$8,072 \times 10^{-20}$	$1,355 \times 10^{-2}$
Verfahren der inneren Punkte	$9,028 \times 10^{-9}$	$1,859 \times 10^{-4}$
HILDRETH-Prozedur	$1,806 \times 10^{-5}$	$2,019 \times 10^{-2}$

chen Situation würde die Methode der aktiven Menge lediglich eine einzelne Iteration benötigen.

In aktuellen Mikrocontrollern erfährt lediglich die Gleitkommaarithmetik mit einfacher Genauigkeit nach dem entsprechenden Standard [121] eine hardwareseitige Unterstützung. Aus diesem Grund werden die Algorithmen auch unter dieser Randbedingung verglichen. Die Anzahl der notwendigen Iterationen zeigte bei keinem der untersuchten Algorithmen eine wesentliche Abhängigkeit vom Zahlenformat. Zur Beurteilung der Algorithmen hinsichtlich der Qualität des Ergebnisses werden diese mit einem Referenzverfahren verglichen. Als Referenzverfahren wird die in Matlab zur Verfügung stehende Funktion zur Lösung von quadratischen Optimierungsproblemen<sup>1</sup> genutzt und der Suboptimalitätsindex

$$S_I = \sum_k [J(k) - J(k)^*]^2 \quad (4.69)$$

mit dem Wert des Gütekriteriums des jeweiligen Algorithmus in der Lösung  $J(k)$  und dem Wert des Gütekriteriums des Referenzverfahrens in der Lösung  $J(k)^*$  anhand des Regelungsszenarios bestimmt. Anhand Tabelle 4.1 ist ersichtlich, dass die Methode der aktiven Menge, wenn sie in doppelter Genauigkeit gerechnet wird, in Hinblick auf das Gütemaß das beste Ergebnis erzielt. Tatsächlich verwendet das Referenzverfahren intern ebenfalls die Methode der aktiven Menge, sodass dieses Ergebnis erwartungsgemäß ausfällt. Auch die Berechnung mit einfacher Genauigkeit liefert ein zufriedenstellendes Ergebnis in der Regelgüte, auch wenn der Suboptimalitätsindex in Tabelle 4.1 im Vergleich mit dem Verfahren der inneren Punkte größer ausfällt. In diesem Fall profitiert das Verfahren der inneren Punkte als Gradientenabstiegsverfahren von der Kompensation numerischer Rundungsfehler in jeder Iteration. Die Methode der aktiven Menge fixiert jedoch die Variablen mittels einer Gleichheitsbedingung und zeigt daher kein kompensierendes Verhalten. Eine Methodik, die diese Abweichung innerhalb der Methode der aktiven Menge reduzieren kann, wird in Abschnitt 5.3 erläutert.

Insbesondere die Ergebnisse der Rechenlaufzeitmessungen führten zu der Entscheidung, dass für die oben genannten Randbedingungen die Methode der aktiven Menge für eine Echtzeitimplementierung in eingebetteten Systemen zu bevorzugen ist. Abschließend sollen die Vorteile nochmals zusammengefasst werden:

- A. Als primales Verfahren ist ein vorzeitiger Abbruch zur Einhaltung einer Rechenlaufzeitschranke auf Kosten der Optimalität zulässig.

<sup>1</sup> Es wird die Funktion `quadprog` aus der Optimization Toolbox 4.3 (R2009b) verwendet.

- B. Es zeigt den geringsten numerischen Aufwand der verglichenen Algorithmen bei niedrigdimensionalen Problemen.
- C. Durch die wiederholte Lösung eines leicht perturbierten quadratischen Optimierungsproblems in der modellprädiktiven Regelung ist die gegebene Möglichkeit zum Warmstart des Algorithmus wesentlich.
- D. Die notwendige Iterationszahl zur Lösung des Optimierungsproblems ist verfahrensbedingt unabhängig vom gewählten Zahlenformat und die numerische Genauigkeit ist ausreichend.

#### 4.3 ZUSAMMENFASSUNG

In Kapitel 4 ist der Grundgedanke der modellprädiktiven Regelung und die Formulierung des Regelungsprinzips als Optimierungsproblem dargestellt worden. Zur Berechnung des optimalen Stellgrößenverlaufs ist aufgrund der Nebenbedingung an die Beschränktheit der Stellgrößen ein komplexes numerisches Verfahren anzuwenden. Einige der zur Verfügung stehenden Verfahren sind beschrieben und hinsichtlich ihres Einsatzes in Verbrennungsmotorsteuerungen untersucht worden. Hierbei haben sich insbesondere die iterativen Algorithmen als geeignet erwiesen, da diese eine Umformulierung des Optimierungsproblems durch Anpassung beispielsweise der Gewichtungen und Stellbeschränkung erlauben. Innerhalb dieser Gruppe von Algorithmen ist primär eine Bewertung des numerischen Aufwandes erfolgt, wobei insbesondere die relativ geringe Anzahl an Stellgrößen in Verbrennungsmotorsteuerungen berücksichtigt wurde.

Als Ergebnis dieses Kapitels ist festzustellen, dass aufgrund der Randbedingungen in Verbrennungsmotorsteuerungen die Methode der aktiven Menge unter den vorgestellten Algorithmen zur Lösung des Optimierungsproblems (4.35) am geeignetsten ist. Ausschlaggebend für diese Bewertung ist letztendlich der geringe numerische Aufwand der Methode der aktiven Menge für das in dieser Arbeit relevante niedrigdimensionale Optimierungsproblem.



Das in Kapitel 4 beschriebene Verfahren ist in seiner Standardimplementierung nicht für den Einsatz in einem eingebetteten System mit Echtzeitanforderung geeignet. Beispielsweise führt die allgemeine Berechnung der Prädiktionsmatrizen in Gleichung 4.8 mittels Matrixalgebra auf einen unzulässig hohen numerischen Aufwand. Auch das allgemeine Optimierungsverfahren der Methode der aktiven Menge in Abschnitt 4.2.1 berücksichtigt keine spezifischen Eigenschaften des Optimierungsproblems innerhalb der modellprädiktiven Regelung. Es werden daher in diesem Kapitel Modifikationen vorgenommen, die insbesondere das Laufzeitverhalten verbessern sollen.

Um das oben genannte Ziel zu erreichen, werden verschiedene Ansätze verfolgt:

- Spezialisierung auf eine bestimmte Prozessklasse, um die Berechnung der erforderlichen Matrizen analytisch durchzuführen und somit den Rechenaufwand zu reduzieren
- Verwendung einer speziellen Zerlegung innerhalb der Methode der aktiven Menge und Darlegung derer vorteilhaften Eigenschaften, um einen Großteil der erforderlichen Rechnungen vor der eigentlichen Laufzeit durchzuführen
- Berücksichtigung der aktiven Restriktionen in der jeweiligen Iteration der Methode der aktiven Menge, um den Rechenaufwand zu senken und die numerische Genauigkeit zu erhöhen
- Darstellung der Möglichkeit zur Mehrfachaktivierung und -deaktivierung von Restriktionen im gewählten Algorithmus
- Beschleunigung der Berechnung durch ein paralleles Verfahren zur Lösung des Optimierungsproblems für die Anwendung in Mehrkernsystemen
- Beurteilung von Beobachterstrukturen innerhalb der modellprädiktiven Regelung hinsichtlich der erreichbaren Regelgüte und des notwendigen numerischen Aufwandes
- Berücksichtigung der Multiratenproblematik

## 5.1 PROZESSKLASSE

Um die Möglichkeit einer arbeitspunktabhängigen Regelung zu schaffen, muss sowohl die Modellbeschreibung (4.1) als auch die Prädiktionsmatrizen (4.9) und die Parameter des Optimierungsproblems (4.22) während des Betriebs der Regelung angepasst werden. Die Bildung der Prädiktionsmatrizen kann entsprechend der zugehörigen Bestimmungsgleichung (4.8) erfolgen, was jedoch einen hohen numerischen Aufwand

bedeuten würde. Durch eine Spezialisierung auf einzelne Prozessklassen aus dem Bereich der Regelung des Antriebsstrangs von Verbrennungsmotoren ist eine wesentliche Reduzierung des numerischen Aufwandes erreichbar.

Die hier verwendete allgemeine Prozessstruktur (siehe Abschnitt 3.4) besitzt eine Hauptstellgröße  $U_1$  (z.B. Luftmasse im Zylinder) und verschiedene Hilfsstellgrößen  $U_i$  mit  $i = 2, \dots, n_u$  (z.B. Zündwinkleingriffe, Abgasrückführung und Elektromotor). Die einzelnen Prozesspfade dieser Klasse können mittels der zeitkontinuierlichen Übertragungsmatrix

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_{n_v} \\ W_1 \\ \vdots \\ W_{n_w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{1,1} & G_{1,2} & \cdots & G_{1,n_u} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ G_{n_v,1} & G_{n_v,2} & \cdots & G_{n_v,n_u} \\ 0 & G_{aux} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & G_{aux} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_{n_u} \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

beschrieben werden. Darin ist ersichtlich, dass die Hauptregelgrößen  $V$  (z.B. Motor-drehmoment und Drehzahl) durch alle Stellgrößen beeinflusst werden. Die Hilfsstellgrößen unterstützen die Hauptstellgröße bei dynamischen Regelvorgängen. Im stationären Fall sollen jedoch alle Hilfsstellgrößen auf vorgegebene Werte eingestellt werden (z.B. optimaler Zündwinkel aus Brennverfahrenssteuerung), was durch die Regelung der Größen  $W$  erreicht wird. Die Beziehung zwischen der Hauptstellgröße und der Hauptregelgröße weist eine langsamere Dynamik im Vergleich mit den verbleibenden Subsystemen auf. Hierdurch wird die sinnfällige Unterstützung durch die Hilfsstellgrößen motiviert.

Die Übertragungsfunktion  $G_{aux}$  in (5.1) beschreibt die Dynamik der Stellgrößenumsetzung. Lassen sich diese Größen innerhalb eines Arbeitsspieles realisieren, so kann

$$G_{aux} = e^{-pT_0} \quad (5.2)$$

mit der Abtastzeit  $T_0$  gesetzt werden. Von diesem Ansatz wird im Folgenden ausgegangen, da sich hierdurch eine besonders günstige Struktur entwickeln lässt. Für den Fall, dass die Stellgrößenumsetzung nicht durch Gleichung 5.2 beschreibbar ist, sind die weiteren Betrachtungen entsprechend anzupassen.

Wie in Abschnitt 3.4 gezeigt, lassen sich die Subsysteme  $G_{ij}$  aufgrund der linearisierenden Wirkung der Transformationsfunktion und der unterlagerten Regelkreise durch einfache, lineare Modelle darstellen. Um die Dynamik der unterlagerten Regelung ausreichend gut abzubilden, werden hierzu schwingungsfähige Modelle der Form

$$G_{i,j} = \frac{K_{i,j}}{T_{i,j}^2 p^2 + 2D_{i,j} T_{i,j} p + 1} \quad (5.3)$$

angesetzt. Für die Diskretisierung von Gleichung 5.3 sind verschiedene Methoden untersucht worden. Die Erläuterungen hierzu finden sich in Anhang A. Beispielsweise

ergibt sich für die Diskretisierung mittels des expliziten Euler-Verfahrens das zeitdiskrete Zustandsraummodell

$$x_{i,j}(k+1) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & T_0 \\ -\frac{T_0}{T_{ij}^2} & 1 - \frac{2D_{ij}T_0}{T_{ij}} \end{bmatrix}}_{A_{ij}} x_{i,j}(k) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_{ij}T_0}{T_{ij}^2} \end{bmatrix}}_{B_{ij}} u_j(k) \tag{5.4a}$$

$$y_i(k) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}}_{C_{ij}} x_{i,j}(k) . \tag{5.4b}$$

Für das Gesamtmodell gilt dann

$$\begin{bmatrix} x_{1,1}(k+1) \\ \vdots \\ x_{1,n_u}(k+1) \\ \vdots \\ x_{n_v,1}(k+1) \\ \vdots \\ x_{n_v,n_u}(k+1) \\ x_{w,1}(k+1) \\ \vdots \\ x_{w,n_w}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{1,1} & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ & \ddots & & & & \vdots & & & & \vdots \\ 0 & \cdots & A_{1,n_u} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ & \vdots & & \ddots & & \vdots & & & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & A_{n_v,1} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ & \vdots & & & & \ddots & & & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{n_v,n_u} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ & \vdots & & & & \vdots & & & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1,1}(k) \\ \vdots \\ x_{1,n_u}(k) \\ \vdots \\ x_{n_v,1}(k) \\ \vdots \\ x_{n_v,n_u}(k) \\ x_{w,1}(k) \\ \vdots \\ x_{w,n_w}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{1,1} & 0 & \cdots & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & 0 & \cdots & B_{1,n_u} \\ & \vdots & & \\ B_{n_v,1} & 0 & \cdots & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & 0 & \cdots & B_{n_v,n_u} \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \\ \vdots \\ u_{n_u}(k) \end{bmatrix} \tag{5.5a}$$

$$\begin{bmatrix} y_1(k) \\ \vdots \\ y_{n_v}(k) \\ y_{n_v+1}(k) \\ \vdots \\ y_{n_v+n_w}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1,1} & \cdots & C_{1,n_u} & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ & \vdots & & & & \vdots & & & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & C_{n_v,1} & \cdots & C_{n_v,n_u} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & \vdots & & & & \vdots & & & \ddots & \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1,1}(k) \\ \vdots \\ x_{1,n_u}(k) \\ \vdots \\ x_{n_v,1}(k) \\ \vdots \\ x_{n_v,n_u}(k) \\ x_{w,1}(k) \\ \vdots \\ x_{w,n_w}(k) \end{bmatrix} \tag{5.5b}$$

Die Systemmatrix in (5.5a) ist eine Blockdiagonalmatrix mit den Systemmatrizen der Subsysteme auf der Hauptdiagonale. Aufgrund der speziellen Form der Systemmatrix

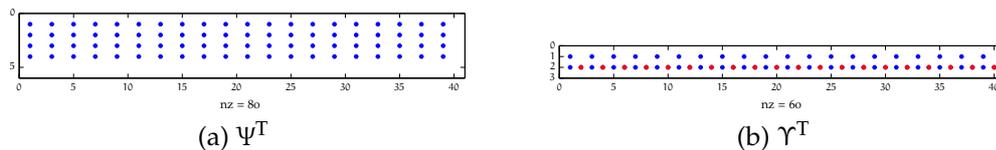


Abbildung 5.1. Besetzungsstruktur der transponierten Prädiktionsmatrizen am Beispiel eines Prozesses mit einer Hauptregelgröße, einer Hauptstellgröße und einer Hilfsstellgröße

weisen ebenfalls die Prädiktionsmatrizen eine besondere Struktur auf. Der Beitrag der Zustände zur Ausgangsgröße findet aufgrund der definierten Ausgangsmatrix in (5.4b) ausschließlich über den jeweiligen ersten Zustand der Subsysteme statt. Daher ergeben sich die Elemente der Prädiktionsmatrix  $\Psi$  in Gleichung 4.9 zu der jeweilig ersten Zeile der Subsystemmatrizen und deren Potenzen. Da die Zustände der Hilfsstellgrößen  $x_{w,i}$  mit  $i = 1, \dots, n_w$  mit Nullelementen in der Systemmatrix assoziiert sind, ergeben sich somit auch komplette Zeilen in  $\Psi$  zu null. Diesen Umstand verdeutlicht Abbildung 5.1a anhand der transponierten Prädiktionsmatrix  $\Psi$  eines Beispielprozesses. Die Darstellung der transponierten Matrizen erfolgt einzig aufgrund der optisch vorteilhafteren Präsentation. In diesem Fall ist die Matrix zu lediglich 40% besetzt, was sowohl zur effizienten Berechnung der Matrix als auch zur Berechnung des Produktes mit den Zuständen ausgenutzt werden kann. Da sich die Prädiktionsmatrix  $\mathcal{X}$  unkompliziert aus  $\Psi$  berechnen lässt, gelten für diese Matrix ähnliche Eigenschaften.

Die Abbildung 5.1b zeigt wiederum eine große Anzahl von Nullelementen in der Prädiktionsmatrix  $\Upsilon$ . Hier sind 75% der Elemente von null verschieden. Zusätzlich finden sich aufgrund (5.2), also der direkten Wirkung der Stellgröße des vorherigen Abtastschrittes auf die aktuelle Ausgangsgröße, eine Anzahl an Elementen gleich Eins in der Matrix. Diese sind in Abbildung 5.1b durch eine rote Kennzeichnung hervorgehoben und brauchen weder explizit berechnet noch im Speicher hinterlegt zu werden. Hierdurch reduziert sich in diesem Fall die Anzahl der zu berechnenden Elemente auf 50%. Bei größeren Prozessdimensionen nimmt der Besetzungsgrad weiter ab, sodass die Ausnutzung dieser Eigenschaft zu signifikant geringerer Rechenzeit führt.

Eine weitere Möglichkeit zur Optimierung der Laufzeit im Zusammenhang mit den Prädiktionsmatrizen ergibt sich durch die nähere Betrachtung der verbleibenden Elemente der Matrizen. Da es sich in (5.5) um ein zeitdiskretes Zustandsraummodell handelt und in dieser Arbeit ausschließlich stabile Prozesse betrachtet werden, liegen sämtliche Eigenwerte der zeitdiskreten Systemmatrix innerhalb des Einheitskreises. Diese Eigenschaft führt zu der Tatsache, dass mit zunehmender Potenz dieser Matrix ihre Einträge gegen null streben, also

$$\lim_{n \rightarrow \infty} A^n = 0 \quad (5.6)$$

und sie somit eine konvergente Matrix [112] darstellt. Hieraus folgt, dass die geometrische Reihe den Grenzwert

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^n A^i = (E - A)^{-1} \quad (5.7)$$



---

Algorithmus 5.1. Berechnung der Elemente von  $H$  aus  $\Upsilon$  unter Ausnutzung der Struktur in (5.8)

---

Eingabe : Matrix  $\Upsilon \in \mathfrak{R}^{(n_v+n_w)H_p \times n_u}$ , Matrix  $Q \in \mathfrak{R}^{(n_v+n_w) \times (n_v+n_w)}$ , Matrix  $R \in \mathfrak{R}^{n_u \times n_u}$ , Prädiktionshorizont  $H_p$  und Stellhorizont  $H_u$

Ausgabe : Untere Dreiecksmatrix der symmetrischen Matrix  $H \in \mathfrak{R}^{n_u H_u \times n_u H_u}$

```

1 für i ← 1, ..., n_u H_u
2   b_z ← [(i - 1) / n_u]
3   e_z ← i - b_z n_u
4   N ← H_p - b_z
5   für j ← 1, ..., i
6     b_s ← [(j - 1) / n_u]
7     e_s ← j - b_s n_u
8     H_{i,j} ← 0
9     Kumulierung der Produkte von entsprechenden Elementen in  $\Upsilon$  und Skalierung
      mit der Gewichtung der Hauptregelgrößen
10    für k ← 1, ..., n_v
11      w ← 0
12      für l ← 0, ..., N - 1
13        w ← w +  $\Upsilon_{k+l(n_v+n_w), e_z} \Upsilon_{k+(l+b_z-b_s)(n_v+n_w), e_s}$ 
14      H_{i,j} ← H_{i,j} + Q_{k,k} w
15      Gewichtung der Hilfsregelgrößen einrechnen
16      für k ← 2, ..., n_w + 1
17        wenn e_z = k und e_s = k dann
18          H_{i,j} ← H_{i,j} + N Q_{n_v+k-1, n_v+k-1}
19      Gewichtung der Differenzstellgrößen zu den Diagonalelementen addieren
20      wenn i = j dann
21        H_{i,j} ← H_{i,j} + R_{e_z, e_z}

```

---

Im Gegensatz dazu erfordern die Matrizenmultiplikationen in (4.20) unter Berücksichtigung der Diagonalstruktur der Matrizen  $\mathcal{Q}$  und  $\mathcal{R}$  und der Symmetrie des Ergebnisses einen numerischen Aufwand von

$$Z_{\text{Matrix}} = (n_u H_u)^2 (n_v + n_w) H_p + n_u H_u (2(n_v + n_w) H_p + 1). \quad (5.10)$$

Das Verhältnis beider Aufwandsberechnungen lässt sich unter der Vereinfachung, dass der quadratische Term ausschlaggebend ist, annähern als

$$R = \frac{Z_{\text{Algorithmus}}}{Z_{\text{Matrix}}} \approx \frac{(n_u H_u)^2 n_v H_p}{(n_u H_u)^2 (n_v + n_w) H_p} = \frac{n_v}{n_v + n_w} \quad (5.11)$$

und zeigt somit die bessere Eignung des Algorithmus 5.1 insbesondere bei zunehmender Anzahl an Hilfsstellgrößen. Dies ist nahe liegend, da in diesem Fall die Anzahl an Null- und Einselementen in (5.8) quadratisch ansteigt.

## 5.2 EFFIZIENTE ZERLEGUNG

Zur Lösung des Gleichungssystems (4.43) innerhalb der Methode der aktiven Menge stehen eine Vielzahl von Lösungsverfahren zur Verfügung. Hierbei wird zwischen den direkten und den iterativen Verfahren unterschieden. Durch GOLUB U. VAN LOAN [96] werden einige der Verfahren aus beiden Klassen vorgestellt. BARRETT ET AL. [17] geben eine umfangreiche Übersicht über die iterativen Verfahren. Aufgrund der Einschränkung auf niedrigdimensionale Probleme in Abschnitt 4.2.5 ist die Verwendung eines direkten Lösungsverfahrens vorteilhaft gegenüber den iterativen Verfahren, auch wenn die Koeffizientenmatrix schwach besetzt ist. Die erweiterte Koeffizientenmatrix innerhalb der Methode der aktiven Menge entsprechend (4.43)

$$\begin{bmatrix} 2H & \mathcal{A}_I^T \\ \mathcal{A}_I & 0_{n_I \times n_I} \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

ist weiterhin symmetrisch, verfügt also über lediglich reelle Eigenwerte. Allerdings ist diese Matrix aufgrund der entstehenden Nullelemente auf der Hauptdiagonalen nicht mehr positiv definit [216]. Durch BAUER U. REINSCH [19] wird die Invertierung von positiv definiten Matrizen beschrieben, jedoch hat sich gezeigt, dass das Verfahren auch für das Lösen des Gleichungssystems innerhalb der Methode der aktiven Menge nutzbar ist. Die inverse Matrix weist hierbei eine vorteilhafte Struktur auf, jedoch wird in [19] von deren Nutzung in diesem Kontext abgeraten und empfohlen stattdessen auf eine Zerlegung zurückzugreifen. Da (5.12) indefinit ist, ist eine Cholesky-Zerlegung nicht durchführbar. Eine QR-Zerlegung ist numerisch stabil, jedoch auch sehr aufwendig. Laut GOLUB U. VAN LOAN [96] werden  $\frac{4}{3}n^3$  wesentliche Operationen benötigt, um die Zerlegung zu berechnen.

Zur Lösung des Gleichungssystems (4.43) hat sich die  $LDL^T$ -Zerlegung als vorteilhaft erwiesen. Die Anwendung der  $LDL^T$ -Zerlegung für solcherart Probleme wird beispielsweise durch TUMA [241] und DE NIET [53] beschrieben. Im Falle einer positiv definiten Matrix  $H$  und einer Matrix  $\mathcal{A}_I$  mit vollem Zeilenrang, wie bereits im Abschnitt 4.2.5 gefordert, ist zudem laut BENZI ET AL. [25] keine Pivotisierung notwendig, was die Implementierung wesentlich vereinfacht und zu geringerer Rechenzeit führt. Der numerische Aufwand liegt bei  $\frac{1}{3}n^3$  Operationen, also lediglich ein Viertel der Operationen einer QR-Zerlegung. Des Weiteren weist diese Zerlegung besondere Eigenschaften bei der Änderung der Ordnung der Koeffizientenmatrix (5.12) auf. Da diese Zerlegung grundlegend für den entwickelten Algorithmus ist, wird im Folgenden detailliert auf diese Eigenschaft eingegangen.

Die  $LDL^T$ -Zerlegung zerlegt die Matrix

$$M = \begin{bmatrix} 2H & \mathcal{A}_I^T \\ \mathcal{A}_I & 0_{n_I \times n_I} \end{bmatrix} = LDL^T \quad (5.13)$$

mit  $H \in \mathfrak{R}^{n_H \times n_H}$ ,  $\mathcal{A}_I \in \mathfrak{R}^{n_I \times n_H}$  und der ergänzten Nullmatrix in eine untere normierte Dreiecksmatrix  $L \in \mathfrak{R}^{n_M \times n_M}$  und eine Diagonalmatrix  $D \in \mathfrak{R}^{n_M \times n_M}$  mit  $n_H = n_u H_u$  und  $n_M = n_H + n_I$ . Die Berechnungsvorschrift ist Algorithmus 5.2 zu entnehmen.

---

**Algorithmus 5.2. LDL<sup>T</sup>-Zerlegung**


---

Eingabe : Symmetrische, streng reguläre Matrix  $M \in \mathfrak{R}^{n_E \times n_E}$ Ausgabe : Untere Dreiecksmatrix  $L \in \mathfrak{R}^{n_M \times n_M}$  und Diagonalmatrix $D \in \mathfrak{R}^{n_M \times n_M}$  mit  $M = LDL^T$ 

```

1 für i ← 1, 2, ..., n_M
2   Zeilen von L
3   für j ← 1, 2, ..., i - 1
4     Spalten von L
5     q ← m_ij
6     für k ← 1, 2, ..., j - 1
7       q ← q - l_ik l_jk d_k
8     l_ij ← q/d_j
9   Berechnung des Diagonalelementes in D
10  r ← m_ii
11  für j ← 1, 2, ..., i - 1
12    r ← r - l_ij^2 d_j
13  d_i ← r

```

---

In der hier verwendeten Notation beträgt der numerische Aufwand für die  $i$ -te Zeile

$$Z_i = \underbrace{\frac{(i-1)i}{2}}_{\text{Additionen}} + \underbrace{i(i-1)}_{\text{Multiplikationen}} + \underbrace{i-1}_{\text{Divisionen}}, \quad (5.14)$$

sodass sich der Gesamtaufwand für die Berechnung von (5.13) zu

$$Z = \sum_{i=1}^{n_M} \frac{(i-1)i}{2} + \sum_{i=1}^{n_M} i(i-1) + \sum_{i=1}^{n_M} (i-1) \quad (5.15a)$$

$$= \frac{3}{2} \sum_{i=1}^{n_M} i^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_M} i - \sum_{i=1}^{n_M} 1 \quad (5.15b)$$

$$= \frac{3}{2} \left( \frac{n_M(n_M+1)(2n_M+1)}{6} \right) - \frac{1}{2} \frac{n_M(n_M+1)}{2} - n_M \quad (5.15c)$$

$$= \frac{1}{2} n_M^3 + \frac{1}{2} n_M^2 - n_M \quad (5.15d)$$

ergibt. Somit ist der numerische Aufwand größer als in [96] angegeben, da hier darauf verzichtet wird die Eingangsmatrix zu manipulieren. Diese ist im späteren Algorithmus zur quadratischen Optimierung nicht explizit vorhanden und somit wird die natürliche Redundanz im Algorithmus nicht ausgenutzt.

Durch das beispielhafte Aufstellen und Ausmultiplizieren der rechten Seite von (5.13) mit  $n_H = 2$  und  $n_I = 2$  sollen die besonderen Eigenschaften der Zerlegung herausge-

stellt werden. Hierbei wird zur Wahrung der Übersicht nur die untere Dreiecksmatrix des symmetrischen Produktes dargestellt.

$$\begin{bmatrix} 2h_{11} & 2h_{12} & a_{11} & a_{21} \\ 2h_{21} & 2h_{22} & a_{12} & a_{22} \\ a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 & 0 \\ l_{41} & l_{42} & l_{43} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_4 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & l_{21} & l_{31} & l_{41} \\ 0 & 1 & l_{32} & l_{42} \\ 0 & 0 & 1 & l_{43} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} d_1 & \dots & \dots & \dots \\ l_{21}d_1 & l_{21}l_{21}d_1 + d_2 & \dots & \dots \\ l_{31}d_1 & l_{31}l_{21}d_1 + l_{32}d_2 & l_{31}l_{31}d_1 + l_{32}l_{32}d_2 + d_3 & \dots \\ l_{41}d_1 & l_{41}l_{21}d_1 + l_{42}d_2 & l_{41}l_{31}d_1 + l_{42}l_{32}d_2 + l_{43}d_3 & \tilde{d} \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

$$\tilde{d} = l_{41}l_{41}d_1 + l_{42}l_{42}d_2 + l_{43}l_{43}d_3 + d_4 \quad (5.18)$$

Es zeigt sich, dass die ersten  $n_H \times n_H$  Elemente in L und D lediglich von den Elementen in 2H abhängig sind. Somit bilden die Hauptabschnittsmatrizen  $L_{n_H}$  und  $D_{n_H}$  die LDL<sup>T</sup>-Zerlegung von 2H. Diese wird zunächst als konstant angenommen, sodass dieser Teil der Zerlegung entweder bereits vor dem Einsatz zu bestimmen ist oder im Falle einer Änderung der Strecken- oder Regelparameter zuweilen neu berechnet werden muss. Die Annahme einer konstanten Matrix H erscheint lohnenswert, da oftmals eine Neuberechnung nur bei einer wesentlichen Abweichung vom Arbeitspunkt der Linearisierung erfolgt.

Werden die Zeilen der Zerlegung betrachtet, die mit den Einträgen  $a_{ij}$  korrespondieren, so sind die ersten  $n_H$  Elemente in jeder Zeile von L lediglich abhängig von der entsprechenden Zeile in  $\mathcal{A}_I$  und der bereits als konstant angenommenen Zerlegung von 2H, aber unabhängig von der jeweiligen Zeilennummer. Dies bedeutet, dass im Falle eines Zeilentausches in  $\mathcal{A}_I$  nur eine reduzierte Anzahl an Elementen der Zerlegung zeilenabhängig berechnet werden muss.

In dem folgenden Beispiel besitzt eine Matrix die Zerlegung

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{2}{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{8} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.19)$$

welche nach dem Vertauschen der Zeilen von  $\mathcal{A}_1$  unter Berücksichtigung des Zeilentausches in  $L$  zu großen Teilen identisch ist.

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Da die Koeffizientenmatrix der Nebenbedingung  $\mathcal{A}$  ebenfalls als konstant anzusehen ist, können die konstanten Elemente der Zerlegung assoziiert mit der entsprechenden Zeile von  $\mathcal{A}$  vor dem Start des Algorithmus berechnet und hinterlegt werden. Wiederum sind bei der Änderung der Regel- und Streckenparameter diese Elemente der Zerlegung komplett neu zu bilden, was aber nach der Annahme nur sporadisch vorkommt.

Zusätzlich unterscheiden sich die Zeilen der Koeffizientenmatrix assoziiert mit der oberen und unteren Grenze einer Variablen in (4.33) lediglich durch das Vorzeichen. Dieser Vorzeichenwechsel bei gleichem Betrag drückt sich im Vorzeichenwechsel der bekannten Elemente in  $L$  aus. Die bekannten Elemente weiterer Zeilen bleiben durch diese Änderung unberührt. Dies wird auch anhand des folgenden Beispiels im Vergleich mit (5.19) deutlich.

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{2}{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{8} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

Somit ist eine Berechnung beispielsweise mit den Zeilen von  $\mathcal{A}$  assoziiert mit den oberen Stellbeschränkungen ausreichend, was zu wesentlich geringerer Rechenzeit und geringerem Speicherbedarf führt. Für die entsprechenden Zeilen der unteren Stellbeschränkung ist dann lediglich der Vorzeichenwechsel notwendig.

Die weiteren Elemente  $d_i, i > n_H$  sind, wie auch im Beispiel (5.19) und (5.20) zu sehen, abhängig von der jeweiligen Zeilennummer. Somit gilt dies auch entsprechend der Bildungsvorschrift (5.17) für die Elemente  $l_{ij}, i, j > n_H$ . Unter der Vorgabe, dass lediglich diese Elemente während der Laufzeit zu berechnen sind, lässt sich der Algorithmus auf eben jene Elemente beschränken. Wird zusätzlich die innere Schleife in Zeile 6 des Algorithmus 5.2 aufgeteilt nach bekannten und unbekanntem Elementen, so lassen sich diese zu Teilen wiederum im Voraus berechnen. Weiterhin sind die Elemente der Eingangsmatrix nach (5.13) für diese Indizes gleich null. Zusammengefasst stellt sich die hier modifizierte partielle LDL<sup>T</sup>-Zerlegung entsprechend dem Algorithmus 5.3 dar.

Die Schleife in Zeile 7 von Algorithmus 5.3 verknüpft zwei bereits bekannte Zeilen von  $L$  und bekannte Diagonalelemente von  $D$  multiplikativ miteinander. Aus diesem Grund lässt sich diese Berechnung bereits vor dem Start des Algorithmus durchführen. Allerdings ist nicht bekannt welche beiden Zeilen der bekannten Zerlegung an dieser Stelle miteinander verrechnet werden müssen, sodass die Ergebnisse aller möglichen Permutationen hinterlegt werden müssen. Die Berücksichtigung eines Vorzeichenwechsels in  $\mathcal{A}$  schränkt die möglichen Kombinationen von Verknüpfungen zweier Zeilen in

---

**Algorithmus 5.3. Partielle LDL<sup>T</sup>-Zerlegung**


---

Eingabe : Partielle LDL<sup>T</sup>-Zerlegung mit  $l_{ij}, i = 1 \dots n, j \leq n_H$  und  $d_i, i \leq n_H$ ;  
 Dimension  $n_H$  der Matrix H

Ausgabe : Untere Dreiecksmatrix  $L \in \mathfrak{R}^{n_M \times n_M}$  und Diagonalmatrix  
 $D \in \mathfrak{R}^{n_M \times n_M}$  mit  $M = LDL^T$

```

1 für i ← nH + 1, ..., nM
2   | Zeilen von L
3   | für j ← nH + 1, ..., i - 1
4   |   | Spalten von L
5   |   | q ← 0
6   |   | Aufteilung in bekannte und unbekannte Elemente
7   |   | für k ← 1, 2, ..., nH
8   |   |   | q ← q - likljkdk
9   |   |   | für k ← nH + 1, ..., j - 1
10  |   |   |   | q ← q - likljkdk
11  |   |   | lij ← q/dj
12  |   | Berechnung des Diagonalelementes in D
13  |   | r ← 0
14  |   | Aufteilung in bekannte und unbekannte Elemente
15  |   | für j ← 1, 2, ..., nH
16  |   |   | r ← r - lij2dj
17  |   |   | für j ← nH + 1, ..., i - 1
18  |   |   |   | r ← r - lij2dj
19  |   | di ← r

```

---

A bereits ein (vgl. (5.21)). Da zusätzlich niemals zwei gleiche Zeilen miteinander verknüpft werden können und das Kommutativgesetz gilt, berechnet sich die Anzahl der Permutation zu

$$n_q = \binom{n_H}{2}. \quad (5.22)$$

Es ist zu erkennen, dass die Anzahl der zu hinterlegenden Daten zur Berechnung sämtlicher notwendiger Permutationen der Zeile 7 von Algorithmus 5.3 einen quadratischen Zusammenhang zu der Anzahl der Stellgrößen  $n_u$  und dem Stellhorizont  $H_u$  hat. Damit steigt der benötigte Speicherplatz rasch an.

Über die Berechnung der Schleife in Zeile 15 in Algorithmus 5.3 vor der eigentlichen Laufzeit wird die Berechnung der Diagonalelemente in D beschleunigt. Das Vorzeichen der zu verarbeitenden Elemente ist aufgrund des quadratischen Terms irrelevant, sodass insgesamt  $n_H$  Elemente abzulegen sind.

Durch die vorgestellten Maßnahmen sinkt der numerische Aufwand zur Berechnung der LDL<sup>T</sup>-Zerlegung beträchtlich. Die Berechnung erfolgt analog (5.15), aber mit der

kleineren Dimension  $n_H$ . Das Verhältnis beider Aufwandsberechnungen lässt sich unter der Vereinfachung, dass der kubische Term ausschlaggebend ist, berechnen zu

$$R = \frac{\frac{1}{2}n_H^3 + \frac{1}{2}n_H^2 - n_H}{\frac{1}{2}n_M^3 + \frac{1}{2}n_M^2 - n_M} \approx \left(\frac{n_H}{n_M}\right)^3. \quad (5.23)$$

Wie bereits in Abschnitt 4.2.5 erwähnt, ist die Regularität von (5.13) sicherzustellen und daher können höchstens  $n_I = n_H$  Restriktionen aktiv sein. Es gilt somit stets  $n_M \leq 2n_H$ . Folglich stellt sich im ungünstigsten Fall das Verhältnis als

$$R = \left(\frac{n_H}{2n_H}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} \quad (5.24)$$

dar. Der numerische Aufwand beträgt somit lediglich ein Achtel im Vergleich zu einer vollständigen Zerlegung während der Laufzeit.

Das Lösen eines Gleichungssystems (4.43) mittels der LDL<sup>T</sup>-Zerlegung erfolgt in den Schritten

$$L\xi = \begin{bmatrix} -2H\Delta U(k)^{(m)} + g(k) \\ 0_{n_I \times 1} \end{bmatrix} \quad : \text{Vorwärtseinsetzen} \quad (5.25a)$$

$$D\zeta = \xi \quad : \text{Division} \quad (5.25b)$$

$$L^T \begin{bmatrix} p^{(m)} \\ \lambda_I(k) \end{bmatrix} = \zeta \quad : \text{Rückwärtseinsetzen} \quad (5.25c)$$

und führt auf einen numerischen Aufwand

$$Z = \underbrace{n_M^2 - n_M}_{\text{Vorwärts}} + \underbrace{n_M}_{\text{Divisionen}} + \underbrace{n_M^2 - n_M}_{\text{Rückwärts}} \quad (5.26)$$

$$= 2n_M^2 - n_M. \quad (5.27)$$

Das Gleichungssystem (5.25) ist in jeder Iteration der Methode der aktiven Menge zu lösen. Dabei wird der LDL<sup>T</sup>-Zerlegung in der Regel nur eine Zeile je Iterationsschritt hinzugefügt. Die Zeilen der Matrizen L und D mit niedrigeren Indizes bleiben dabei unverändert. Daher ist unter diesen Umständen der numerische Aufwand zur eigentlichen Lösung des Gleichungssystems (5.25) ausschlaggebend. Andererseits ist bei einer eventuell erforderlichen Deaktivierung einer Restriktion, beschrieben in Abschnitt 4.2.1, eine Zeile aus (5.13) und somit auch aus der Zerlegung zu entfernen. In diesem Fall sind sämtliche Zeilen mit höheren Indizes neu zu berechnen, was aufgrund des kubischen Einflusses der Dimension auf den numerischen Aufwand zu einer hohen Rechenzeit führt. Dies ist insbesondere dann der Fall, wenn durch eine fehlerhafte Annahme der initialen aktiven Menge innerhalb eines Abtastschrittes eine Vielzahl von Restriktionen zu deaktivieren sind. Ein solcher Umstand wird in Abschnitt 5.4 näher betrachtet und ein Vorschlag mit dessen Umgang gegeben.

### 5.3 EINFLUSS AKTIVER RESTRIKTIONEN

Im Falle von aktiven Restriktionen kann bereits im Vorfeld der Lösung des Gleichungssystems (4.43) auf Elemente in  $p$  gleich null geschlossen werden. Dies wird ermöglicht,

Tabelle 5.1. Optimalitätsvergleich bei Nutzung des Wissens um den Einfluss aktiver Restriktionen

Algorithmus	Suboptimalitätsindex $S_I$	
	ohne a-priori Wissen	mit a-priori Wissen
Methode der aktiven Menge	$1,355 \times 10^{-2}$	$7,513 \times 10^{-3}$

da die Gleichheitsbedingung innerhalb dieses Gleichungssystem die entsprechenden Einträge in der Optimierungsvariable auf die Restriktionen fixiert und sie somit keine Änderung erfahren. Dies gilt aufgrund des kumulierenden Charakters der Nebenbedingung allerdings nur, wenn die Restriktion assoziiert mit der selben Stellgröße zum vorherigen Abtastzeitpunkt ebenfalls aktiv ist. Betrachtet man beispielsweise die aktiven Restriktionen

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5.28)$$

so kann man aus den Gleichungen

$$0 = p_1 + p_2 \quad (5.29)$$

$$0 = \underbrace{p_1 + p_2}_{=0} + p_3 \quad (5.30)$$

erkennen, dass sich  $p_3$  zwingend zu null ergeben muss. Da jedoch  $p_1$  weiterhin eine freie Variable ist, ist diese Aussage für  $p_2$  nicht zu treffen. Aufgrund dieses a-priori Wissens kann das Rückwärtseinsetzen in (5.25) beschleunigt werden, indem die entsprechenden Elemente nicht explizit berechnet werden.

Auch die Rechengenauigkeit lässt sich durch die Berücksichtigung dieser Eigenschaft verbessern. Die Bewertung der Methode der aktiven Menge hinsichtlich der Optimalität in Tabelle 4.1 im Abschnitt 4.2.5 zeigt eine starke Abhängigkeit zum verwendeten Zahlenformat. Dies resultiert in erster Linie aus den Rundungsfehlern, die während der Lösung des Gleichungssystems (4.43) bei Rechnung mit einfacher Genauigkeit entstehen. Durch die Nutzung des oben beschriebenen a-priori Wissens kann ein Teil der Rundungsfehler vermieden werden. Die Tabelle 5.1 zeigt, dass sich der Suboptimalitätsindex der Berechnung gegenüber dem Ergebnis in Tabelle 4.1 annähernd um den Faktor zwei unterscheidet.

#### 5.4 MEHRFACHAKTIVIERUNG UND -DEAKTIVIERUNG

In Abschnitt 4.2.1 und Abschnitt 4.2.5 ist beschrieben, dass im Falle der Methode der aktiven Menge zur Lösung des Optimierungsproblems die aktiven Restriktionen in der Lösung iterativ ermittelt werden. Daher ist die notwendige Anzahl der Iterationen, also die notwendigen Änderungen an der initialen aktiven Menge, ausschlaggebend für den

numerischen Aufwand. Hierbei wird in jeder Iteration lediglich eine einzelne Restriktion in die aktive Menge aufgenommen oder entfernt. Eine Möglichkeit zur Reduktion der notwendigen Iterationen ist in der multiplen Aktivierung oder Deaktivierung von Restriktionen zu sehen. FORSGREN U. MURRAY [77] zeigen, dass dieser Ansatz zulässig ist, solange die Koeffizientenmatrix zur aktiven Menge vollen Zeilenrang aufweist (wie bereits in Abschnitt 4.2.5 gefordert). Dieser Ansatz wird auch durch LENARD [148] diskutiert. Dort wird belegt, dass das Entfernen von mehreren Restriktionen je Iteration vorteilhafter ist. Durch BOLAND ET AL. [31] wird ein Verfahren für ein ähnlich gelagertes Problem vorgestellt, das aufgrund einer Strategie zur multiplen Aktivierung eine Laufzeitreduktion von mehreren Größenordnungen erreicht. BIRGIN U. MARTÍNEZ [26] argumentieren, dass ein solcher Ansatz besonders bei hochdimensionalen Problemen von Bedeutung ist und erreichen signifikant geringere Laufzeiten im Vergleich zu etablierten Optimierungsroutinen. MILMAN U. DAVISON [168] beschreiben ein duales Verfahren nach der Methode der aktiven Menge, das ebenfalls von einer solchen Strategie profitiert.

Durch SCHOFIELD [212] ist ein Verfahren entwickelt worden, das die Information über das unbeschränkte Optimum zur Schrittweitensteuerung verwendet und somit eine multiple Aktivierung von Restriktionen ermöglicht. Hierzu werden sämtliche freie Variablen auf den assoziierten Restriktionen beschränkt, deren Wert im unbeschränkten Optimum unzulässig in Hinblick auf die Nebenbedingung ist. Allerdings wird durch den Autor eingeräumt, dass durch diese Strategie unter Umständen eine hohe Zahl an Restriktionen unrechtmäßig aktiviert werden kann, welche anschließend wieder zu deaktivieren sind. Da die Implementierung der Methode der aktiven Menge mittels der beschriebenen Zerlegung in Abschnitt 5.2 eine Asymmetrie des numerischen Aufwandes zwischen der Aktivierung und Deaktivierung von Restriktionen aufweist, ist es nicht ratsam diese Strategie umzusetzen.

Aus diesem Grund wird im Folgenden eine neue Strategie zur multiplen Aktivierung vorgeschlagen, die konservativer als das zuvor beschriebene Verfahren vorgeht. Damit werden die oben beschriebenen Nachteile wesentlich vermindert. Im Falle eines Mehrgrößensystems mit mehreren Eingängen ist eine skalare Schrittweitensteuerung (4.48) unnötig restriktiv, da die Stellgrößen hinsichtlich der Nebenbedingung nicht verkoppelt sind. Da lediglich eine der Variablen auf eine Restriktion beschränkt wird, ist unter Umständen ein vollständiger Schritt der verbleibenden Stellgrößen zulässig. Ist dies nicht der Fall, dann kann eine multiple Aktivierung durchgeführt werden für Variablen, die über die Nebenbedingung (4.34) nicht verknüpft sind. Es wird also im Kontrast zu der Arbeit von SCHOFIELD [212] nur jeweils eine der Variablen assoziiert mit einer Stellgröße in einer Iteration aktiviert. Somit reduziert sich die Wahrscheinlichkeit mit der Restriktionen unrechtmäßig aktiviert werden.

Im folgenden Ansatz wird zunächst die Skalierung  $\alpha$  berechnet und mithilfe der Indizes

$$I_l = \{l, l + n_u, \dots, l + (H_u - 1)n_u\} \quad \text{für } l = 1, \dots, n_u \quad (5.31)$$

eine entsprechend (4.46) vektorielle Skalierung

$$\beta_l = \min_{i \in I_l \setminus I, \alpha_i^T p^{(m)} > 0} \alpha_i = -\frac{a_{r_l} \Delta U(k)^{(m)} - b_{r_l}(k)}{a_{r_l} p} \quad (5.32)$$

bestimmt. Die Indexmengen in (5.31) beschreiben die Variablen, die mit einer einzelnen Stellgröße zusammenhängen. Ist ein vollständiger Schritt  $p$  für die durch die Menge  $I_1$  gekennzeichneten Variablen unzulässig, also die Skalierung  $\beta_1$  kleiner Eins, so setzt die Schrittweitensteuerung mittels

$$\Delta u_i(k)^{(m+1)} = \Delta u_i(k)^{(m)} + \beta_1 p_i, \quad i \in I_1 \quad (5.33)$$

ein und die zugehörige Restriktion wird in die aktive Menge aufgenommen.

$$I = I \cup \{r_1\} \quad (5.34)$$

Aus (5.31) geht hervor, dass bis zu  $n_u$  Restriktionen in jeder Iteration aktiviert werden können. Der vorgestellte Ansatz ist somit insbesondere bei einer großen Anzahl von Stellgrößen geeignet und lässt signifikant geringere Iterationszahlen erwarten.

Die Funktionsweise der Aktivierungsstrategie soll an einem Beispielproblem nach (4.35) erläutert werden:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 \\ 0.9 & 1 \end{bmatrix}, \quad g(k) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad b(k) = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 8 \\ 5 \\ -1.5 \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

Die Abbildung 5.2a zeigt die Iterationen des Lösungsverfahrens, wenn keine multiple Aktivierung und somit lediglich eine skalare Schrittweitensteuerung verwendet wird. Der Schritt ausgehend vom initialen Startwert zum unbeschränkten Optimum ist unzulässig, sodass die erste Iteration der direkten Verbindung dieser beiden Punkte folgt, bis die obere Beschränkung auf  $\Delta \hat{u}_1$  erreicht ist. Diese Restriktion wird zusätzlich in die aktive Menge aufgenommen. In der zweiten Iteration wird die verbleibende freie Variable  $\Delta \hat{u}_2$  entlang der aktiven Restriktion geführt, um eine Reduzierung des Gütekriteriums zu erreichen. Auch in dieser Iteration ist kein vollständiger Schritt zulässig und auch die Restriktion zur unteren Beschränkung auf  $\Delta \hat{u}_2$  wird aktiviert. Zur weiteren Reduzierung des Gütekriteriums ist die Restriktion zur oberen Beschränkung auf  $\Delta \hat{u}_1$  wieder zu deaktivieren, was durch einen negativen LAGRANGE-Multiplikator  $\lambda_1$  als Lösung des Gleichungssystems (4.43) signalisiert wird. In der vierten und letzten Iteration wird  $\Delta \hat{u}_1$  entlang der verbleibenden aktiven Restriktion geführt und das restringierte Optimum gefunden.

Im Kontrast hierzu sind bei der multiplen Aktivierungsstrategie in Abbildung 5.2b lediglich drei Iterationen notwendig. Die vektorielle Skalierung des berechneten Schrittes zum unbeschränkten Optimum ist in Hinblick auf beide Variablen unzulässig, wodurch die Aktivierung beider Restriktionen motiviert wird. In der zweiten Iteration ist wiederum die Restriktion zur oberen Beschränkung auf  $\Delta \hat{u}_1$  zu deaktivieren und nach der dritten Iteration ist das restringierte Optimum gefunden.

Es muss jedoch eingeräumt werden, dass auch mit der oben beschriebenen Strategie zur multiplen Aktivierung es zu nachteiligen Situationen kommen kann. Ausgehend von einem anderen Startwert ist in Abbildung 5.3a zu sehen, dass die Schrittweitensteuerung die Restriktion zur unteren Beschränkung auf  $\Delta \hat{u}_2$  aktiviert und in der anschließenden Iteration die Lösung gefunden wird. Es sind somit lediglich zwei Iterationen der Methode der aktiven Menge notwendig.

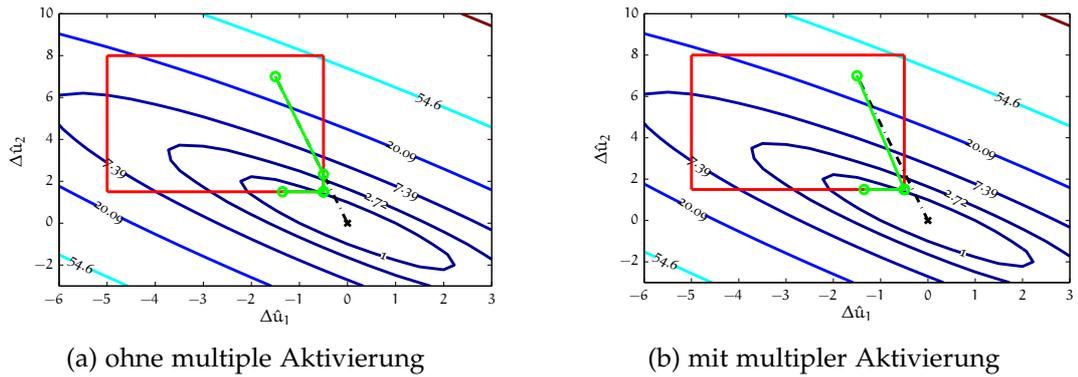


Abbildung 5.2. Vergleich der Iterationen des Verfahrens (grün) bei den verschiedenen Aktivierungsstrategien anhand eines restringierten (rot) Beispielproblems

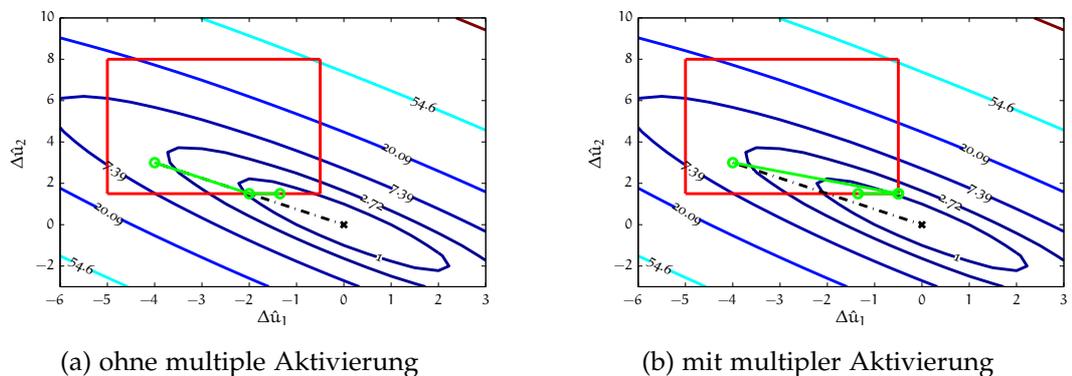


Abbildung 5.3. Darstellung des Mechanismus zur erhöhten Iterationszahl bei multipler Aktivierungsstrategie

Im Falle der multiplen Aktivierungsstrategie in Abbildung 5.3b gilt die gleich Erklärung wie zur Abbildung 5.2b und somit sind ebenfalls drei Iterationen zur Lösung des Optimierungsproblems nötig. Aufgrund der unrechtmäßigen Aktivierung der Restriktion zur oberen Beschränkung auf  $\Delta\hat{u}_1$  ist der numerische Aufwand demnach größer als bei der Strategie zur einfachen Aktivierung. Dies tritt jedoch in der Praxis nur selten auf, wie auch anhand des beispielhaften Regelungsszenarios auf Seite 82 deutlich wird.

Ein weiterer Ansatz zur multiplen Aktivierung von Restriktion ergibt sich unmittelbar aus der Problematik zeitveränderlicher Restriktionen. In diesem Fall ist der Warmstart, also die Initialisierung mit der Lösung des vorangegangenen Abtastschrittes, möglicherweise unzulässig. Dieser Umstand wird durch SCHOFIELD [211] diskutiert. Aufgrund des kumulierenden Charakters der Koeffizientenmatrix der Nebenbedingung (4.34) ist die Bestimmung eines zulässigen Startwertes unkompliziert, indem die Variablen auf die Restriktion initialisiert werden. Es ist somit kein zusätzliches lineares Optimierungsproblem zu lösen, wie beispielsweise durch NOCEDAL u. WRIGHT [175] beschrieben wird, um zulässige Startwerte zu generieren. Es stellt sich jedoch die Frage, wie mit den Variablen und den Restriktionen zu verfahren ist. Eine Möglichkeit besteht in der Aktivierung der Restriktionen, die durch die Variablen erfüllt werden.

Dieses Vorgehen ist statthaft, wenn davon ausgegangen wird, dass sich die Restriktionen nur geringfügig ändern. Ist die Annahme der aktiven Restriktionen korrekt, so ist eine signifikante Reduzierung der notwendigen Iterationen möglich. Dies wird im nachfolgenden Anwendungsbeispiel erörtert.

Zunächst sollen aber die Möglichkeiten zur multiplen Deaktivierung diskutiert werden. Die Notwendigkeit zur Deaktivierung einer größeren Anzahl an Restriktionen ergibt sich in der Regel aus einer unvorteilhaften Initialisierung. Oftmals ist dies bei Führungsgrößenwechsel, signifikanter Änderung der Stellbeschränkungen oder durch die Wirkung von Störgrößen der Fall. Während des iterativen Prozesses zur Identifizierung der aktiven Menge tritt dies erfahrungsgemäß in der Praxis kaum auf. Hieraus lässt sich direkt eine sinnfällige Strategie zur multiplen Deaktivierung ableiten. Sind sämtliche LAGRANGE-Multiplikatoren negativ, so ist die aktive Menge zu leeren. Oftmals ist jedoch lediglich eine Untermenge unrechtmäßig in der aktiven Menge enthalten. Entsprechend der Beobachtung sind dies in aller Regel die Restriktionen zu den Variablen einer einzelnen Stellgröße, also die Differenzstellgrößen über den Stellhorizont die über die Nebenbedingung (4.34) miteinander verknüpft sind. Für den Fall, dass negative LAGRANGE-Multiplikatoren auftreten, wird die folgende Vorgehensweise vorgeschlagen. Zunächst wird analog zur Darstellung in Abschnitt 4.2.1 ausgehend von der Restriktion mit dem betragsmäßig größten, negativen LAGRANGE-Multiplikator

$$\lambda_r(k) = \min_{i \in I, \lambda_i(k) < 0} \lambda_i(k) \quad (5.36)$$

alle relevanten Restriktionen über die Indexmenge

$$I_r = \begin{cases} \{i \in I \cap I_{\max} \mid \lambda_i(k) < 0, i = r \pm j n_u, j = 0, \dots, H_u - 1\} & \text{wenn } r \in I_{\max} \\ \{i \in I \cap I_{\min} \mid \lambda_i(k) < 0, i = r \pm j n_u, j = 0, \dots, H_u - 1\} & \text{wenn } r \in I_{\min} \end{cases} \quad (5.37)$$

ermittelt. Hierbei sind zur besseren Darstellung die Indexmengen der Restriktionen zur oberen Beschränkung  $I_{\max} \in \{1, \dots, n_u H_u\}$  und zur unteren Beschränkung  $I_{\min} \in \{n_u H_u + 1, \dots, 2n_u H_u\}$  eingeführt worden. Die Menge  $I_r$  kennzeichnet somit auch sämtliche weitere LAGRANGE-Multiplikatoren kleiner null, die mit der gleichen Stellgröße assoziiert sind, wie  $\lambda_r(k)$  in (5.36).

Anschließend wird die mit  $r$  indizierte Restriktion und sämtliche assoziierten Restriktionen mit negativem LAGRANGE-Multiplikator aus der aktiven Menge entfernt.

$$I = I \setminus I_r \quad (5.38)$$

Es können also unter den entsprechenden Bedingungen bis zu  $H_u$  Restriktionen in jeder Iteration deaktiviert werden.

Im Folgenden sollen die beschriebenen Strategien zur multiplen Aktivierung und Deaktivierung von Restriktionen anhand eines praktischen Beispielprozesses untersucht werden. Dieser Prozess ist in Abschnitt 3.4 näher beschrieben. An dieser Stelle dient der Beispielprozess lediglich als Benchmark. Die Ergebnisse der Untersuchung am genannten Beispiel sind in Abbildung 5.4 und Tabelle 5.2 zusammengefasst. In dem gewählten Regelungsszenario unterliegen die Stellgrößen zeitveränderlichen Beschränkungen, um eine signifikante Iterationszahl zur Lösung des Optimierungsproblems zu provozieren.

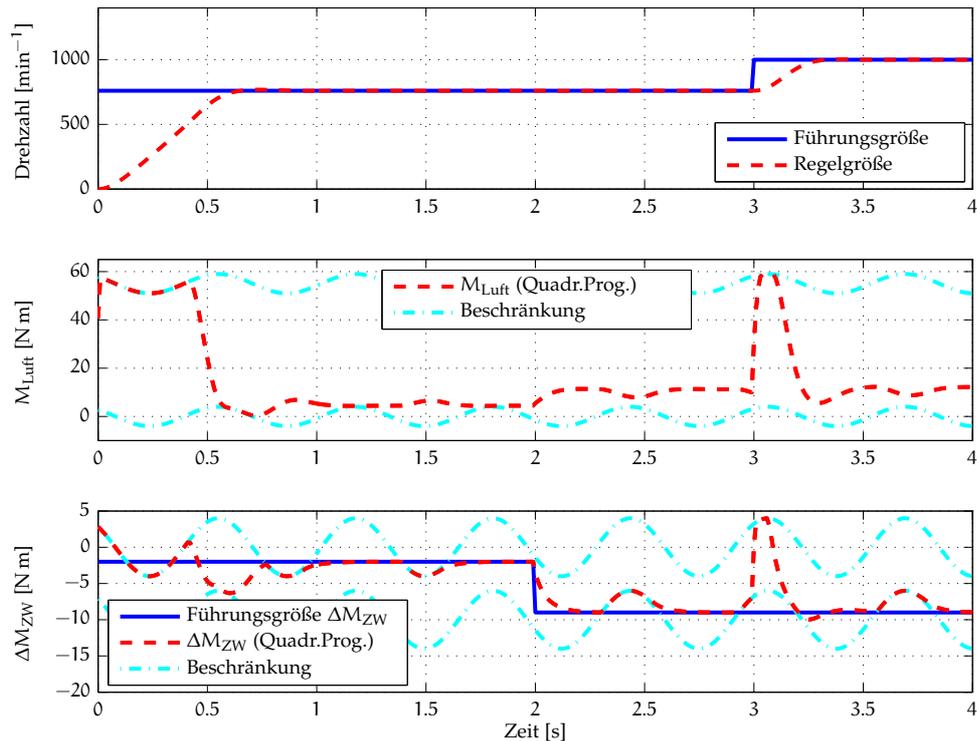


Abbildung 5.4. Regelungsszenario mit zeitveränderlichen Restriktionen

Zum anderen können aufgrund der Wahl von zeitveränderlichen Beschränkungen alle Aspekte der vorgestellten Strategie, wie beispielsweise die Auswirkungen von unzulässigen Startwerten, betrachtet werden.

Die Tabelle 5.2 zeigt, dass allein die Maßnahme zur multiplen Aktivierung von Restriktionen zu einer Reduktion der Iterationszahl von näherungsweise 15% führt. Da aufgrund der zeitveränderlichen Restriktionen die initialen Startwerte oftmals unzulässig sind, werden die ermittelten aktiven Restriktionen des vorangegangenen Abtastschrittes verworfen. Die aktiven Restriktionen sind also in jedem Abtastschritt ausgehend von einer leeren aktiven Menge erneut zu bestimmen. Es ist somit eine hohe Anzahl an Aktivierungen notwendig, weshalb die Maßnahme zur multiplen Aktivierung besonders vorteilhaft ist. Die multiple Deaktivierung von Restriktionen zeigt keinen Einfluss auf die Iterationszahl, da die Deaktivierung wie zuvor beschrieben bereits aufgrund der unzulässigen Startwerte erfolgte. Dies unterstützt die bereits getätigte Aussage, dass Deaktivierungen in der Regel aufgrund einer unvorteilhaften Initialisierung resultieren.

Die Maßnahme der initialen Aktivierung sämtlicher Restriktionen, die aufgrund der initialen Beschränkung der Variablen auf zulässige Werte stattfindet, erreicht eine Reduktion der Iterationszahl von 31%. Dies bringt zum Ausdruck, dass ein Großteil der als aktiv angenommenen Restriktionen auch tatsächlich in der Lösung aktiv ist. Das gilt allerdings nicht in jedem Fall, sodass auch Restriktionen unrechtmäßig in die aktive Menge aufgenommen werden. Hierdurch erklärt sich die niedrigere Iterationszahl, wenn zusätzlich auch die Maßnahme zur multiplen Deaktivierung eingesetzt wird. Die Kombination aller Maßnahmen erreicht eine Reduktion der Iterationszahl von 38%.

Tabelle 5.2. Einfluss der Maßnahmen zur multiplen Aktivierung und Deaktivierung auf die Iterationszahl

Initiale Aktivierung	Multiple Aktivierung	Multiple Deaktivierung	Summe der Iterationen
0	0	0	944
0	1	0	804
0	0	1	944
0	1	1	804
1	0	0	649
1	1	0	586
1	0	1	645
1	1	1	582

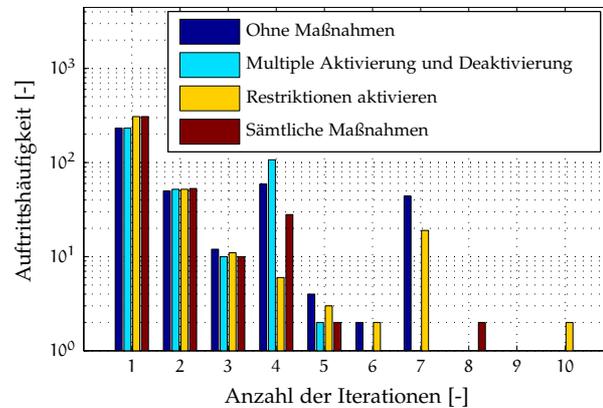


Abbildung 5.5. Auftrittshäufigkeit der Anzahl von Iterationen je Abtastschritt bei verschiedenen Maßnahmen zur multiplen Aktivierung und Deaktivierung

In Abbildung 5.5 sind die Auftrittshäufigkeiten der Iterationszahlen für das vorgestellte Regelungsszenario verzeichnet. Es wird deutlich, dass durch die unrechtmäßige Aktivierung von Restriktionen in der initialen Aktivierung größere Iterationszahlen auftreten können, als ohne die Anwendung der beschriebenen Maßnahmen. Im Vergleich zu den Maßnahmen zur multiplen Aktivierung und Deaktivierung ist die maximale Iterationszahl sogar doppelt so groß, auch wenn die Summe aller Iterationen wesentlich geringer ausfällt. Die Kombination sämtlicher Maßnahmen kann diesen Konflikt nur teilweise entschärfen. Besonders im Bereich der Echtzeitsysteme sind es aber die maximalen Laufzeiten, die über die Eignung eines Verfahrens entscheiden.

Ein weiterer Aspekt der beschriebenen Strategien ist der Einfluss auf die Regelgüte bei vorzeitigem Abbruch des Optimierungsverfahrens. Dies ist unter Umständen notwendig, um die Echtzeitfähigkeit des Verfahrens zu gewährleisten. Wird die Anzahl der Iterationen beispielsweise auf eine einzelne Iteration begrenzt, kann dies zu einem Freiheitsgradverlust führen. Das ist in Abbildung 5.6 ab dem Zeitpunkt  $t = 3\text{ s}$  zu erkennen. In Abbildung 5.6 ist außerdem zu erkennen, dass auch zu Beginn des Regelungsszenarios eine Stellgröße nicht manipuliert wird, obwohl dies für die Reduzie-

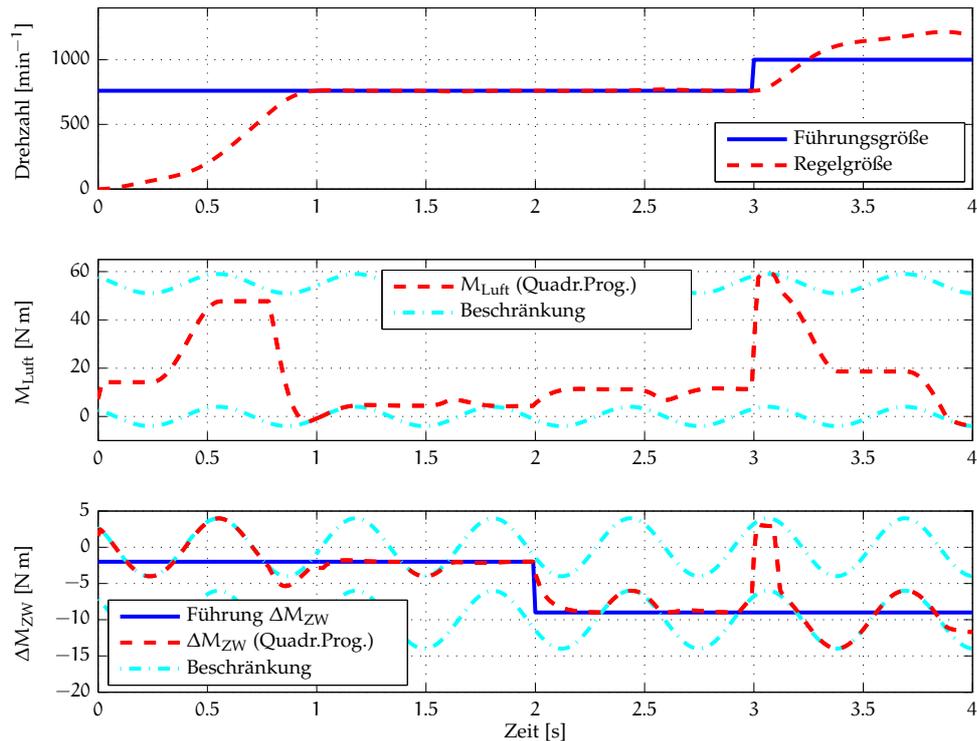


Abbildung 5.6. Regelungsszenario mit zeitveränderlichen Restriktionen bei maximal einer Iteration der Methode der aktiven Menge je Abtastschritt

nung der Regeldifferenz notwendig wäre. Ursächlich für dieses Verhalten ist die skalare Schrittweitensteuerung (4.48), die für diese Fälle eine Skalierung gleich null bestimmt. Aufgrund des negativen Anstieges der oberen Beschränkung liegt ein unzulässiger initialer Startwert vor. Dieser wird auf die Restriktion beschränkt und in der erlaubten Iteration wird diese Restriktion aktiviert. Hierzu ist aber keine Änderung der Variable notwendig. Bei der anschließenden Phase mit positivem Anstieg und somit mit zulässigem Startwert wird zumindest eine wertmäßig kleine Skalierung berechnet, sodass eine moderate Manipulation der Stellgrößen ermöglicht wird. Diese ist jedoch unzureichend zur effizienten Regelung des Prozesses, da weiterhin keine mit Abbildung 5.4 vergleichbare Manipulation der Stellgrößen erfolgt. Das starke Überschwingen am Ende des Szenarios in Abbildung 5.6 entsteht, da die Stellgröße nicht ausreichend zügig reduziert wird.

Die Aktivierung der entsprechenden Restriktionen in der beschriebenen initialen Aktivierung kann dem Verlust eines Freiheitsgrades entgegenwirken, wie es in Abbildung 5.7 dargestellt ist. Die Stellgrößen zu Beginn des Regelungsszenarios werden im Vergleich mit Abbildung 5.4 nahezu optimal genutzt. Allerdings bleibt ab dem Zeitpunkt  $t = 3\text{ s}$  eine der Stellgrößen auf die obere Beschränkung fixiert, auch wenn die Regelabweichung ein anderes Verhalten implizieren würde. Hieraus resultiert ein Überschwingen der Regelgröße. Dieses Verhalten ist wie folgt zu erklären. Wird die erwähnte Restriktion im Rahmen der initialen Aktivierung aktiviert, so erfährt die assoziierte Stellgröße keine Änderung in der einzig erlaubten Iteration. Hierdurch kommt es aufgrund des negativem Anstieges der Stellbeschränkung zu einem unzulässigen Start-

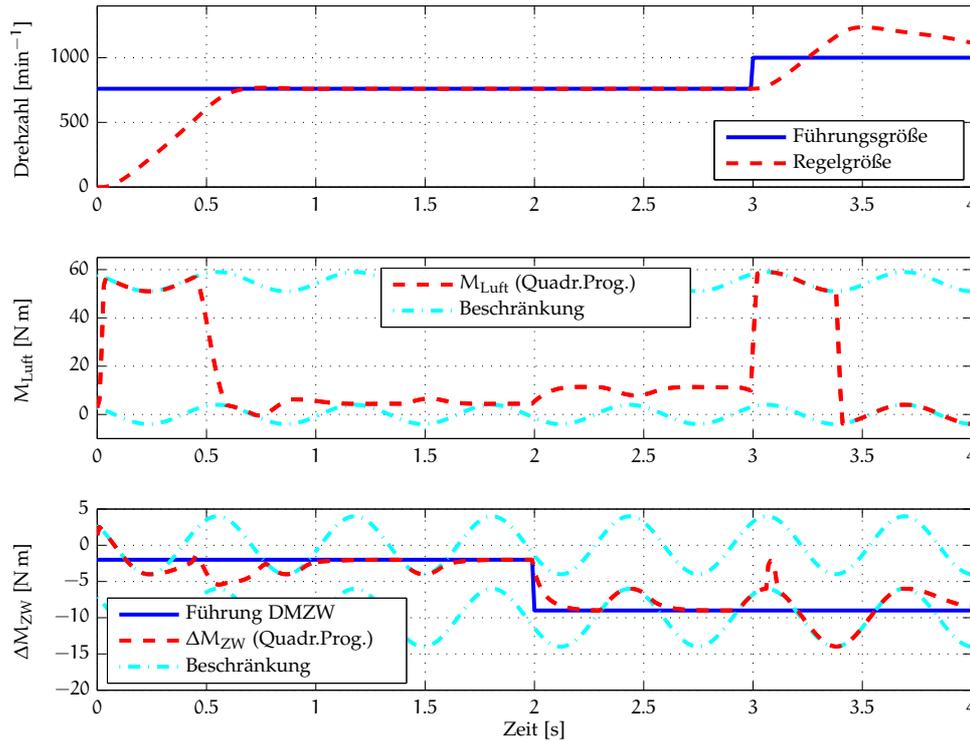


Abbildung 5.7. Regelungsszenario mit zeitveränderlichen Restriktionen bei maximal einer Iteration der Methode der aktiven Menge je Abtastschritt und initialer Aktivierung

wert im nächsten Abtastschritt. Die Stellgröße wird somit wiederum auf die Restriktion beschränkt und diese wird aktiviert. Damit erfährt die Stellgröße abermals keine Änderung. Dieser Wirkmechanismus setzt sich fort, bis ein zulässiger initialer Startwert zur Verfügung steht. Dies ist aber erst im Minimum der oberen Beschränkung nach dem Zeitpunkt  $t = 3\text{ s}$  der Fall.

Die Beurteilung der Regelgüte erfolgt mithilfe der quadratischen Regeldifferenz jeder einzelnen Regelgröße

$$e = \sum_k [w(k) - y(k)]^2 \tag{5.39}$$

und dem daraus berechneten Regelgüteindex in Prozent

$$E_I = 100 \frac{e - e^*}{e^*} . \tag{5.40}$$

Darin ist  $e^*$  die quadratische Regeldifferenz bei Konvergenz des Optimierungsverfahrens ohne vorzeitigem Abbruch. Es wird also beurteilt inwiefern die Regelgüte bei vorzeitigem Abbruch des Verfahrens der Regelgüte bei unbegrenzter Iterationszahl entspricht.

Bereits der visuelle Vergleich der Darstellungen in den Abbildungen 5.4 und 5.6 macht deutlich, dass sich die Regelgüte im Falle eines vorzeitigen Abbruchs des Optimierungsverfahrens signifikant verschlechtert hat. Dies wird auch durch den Regelgüteindex in Tabelle 5.3 bestätigt. Im Vergleich der Regelgüte weisen die beiden Regelgrößen

Tabelle 5.3. Vergleich der Regelgüte bei begrenzter Iterationszahl für die Maßnahmen zur multiplen Aktivierung und Deaktivierung

Initiale Aktivierung	Multiple Aktivierung	Multiple Deaktivierung	Regelgüteindex $E_I$ [%]		
0	0	0	153,3	/	44,5
0	1	0	3,8	/	-11,8
0	0	1	153,3	/	44,5
0	1	1	3,8	/	-11,8
1	0	0	28,2	/	-31,9
1	1	0	24,1	/	-26,9
1	0	1	28,2	/	-31,9
1	1	1	24,1	/	-26,9

Drehzahl und Differenzdrehmoment mittels des Zündpfades eine 153-prozentig beziehungsweise 45-prozentig erhöhte Regeldifferenz auf, wenn keine der Maßnahmen dieses Abschnittes zur Anwendung kommt. Bereits durch die alleinige Nutzung der multiplen Aktivierung reduziert sich der Regelgüteindex auf 4% bzw. -12%. Es wird somit ein Regelverhalten erreicht, das sich nur marginal von der Regelung bei unbegrenzter Iterationszahl unterscheidet. Die negative Prozentzahl drückt hierbei eine geringere Stellaktivität der Hilfsstellgröße aus. Die Maßnahme zur multiplen Deaktivierung zeigt analog zu den Ergebnissen in Tabelle 5.2 auch hier keinen wesentlichen Einfluss, da die Häufigkeit einer tatsächlichen multiplen Deaktivierung in diesem Regelungsszenario gering ausfällt. Obwohl die initiale Aktivierung das Potential zu einer deutlichen Reduzierung des Regelgüteindex besitzt, kommt es entsprechend der Darstellung in Abbildung 5.7 zu einer 28-prozentig erhöhten Regeldifferenz. Aufgrund des beschriebenen Wirkmechanismus ist keine der weiteren Maßnahmen in der Lage eine wesentliche Verbesserung zu bewirken.

## 5.5 PARALLELES RECHNEN

Ein weiterer Ansatz zur Beschleunigung der Berechnung besteht in der Partitionierung des sequentiellen Algorithmus, um diesen örtlich getrennt und zeitlich simultan abzuarbeiten. Eine solche Parallelisierung einer linearen prädiktiven Regelung wird durch RUANO U. DANIEL [200] beschrieben, wobei jedoch keine Stellbeschränkungen berücksichtigt werden. Der Fokus der Forschung zur parallelen Optimierung liegt auf Problemen mit einer großen Anzahl an Variablen [98] bzw. einer großen Anzahl an Nebenbedingungen [72]. Im Falle von niedrigdimensionalen Problemen, wie sie in dieser Arbeit vorkommen, ist eine Parallelisierung auf der Operationsebene oder der algebraischen Ebene oftmals aufgrund des ungünstigen Verhältnisses von Rechen- zu Kommunikationsaufwand unvorteilhaft. Dies wird beispielsweise anhand der Parallelisierung der Matrizenmultiplikation bei ALONSO ET AL. [9] deutlich und ist mithilfe der theoretischen Betrachtung der möglichen Algorithmen durch ALQADI ET AL. [10] anschau-

lich nachzuvollziehen. Ein weiteres Beispiel liefern MCGINN U. SHAW [164] anhand des Gaußschen Eliminationsverfahrens. Auch im Bereich der parallelen Optimierung ist dieser Effekt beispielsweise durch BIXBY U. MARTIN [27] und BORCHERS U. YOUNG [33] beobachtet worden, wobei dieser dort auch bei größeren Problemdimensionen auftritt.

Aus diesem Grund soll die Parallelisierung der modellprädiktiven Regelung auf einer höheren oder gröberen Granularitätsebene erfolgen, wie es auch durch CHEN ET AL. [46] oder FREEMAN U. PHILLIPS [79] empfohlen wird. Die Beschleunigung in der Berechnung soll hier durch eine Parallelisierung auf der Optimierungsebene erreicht werden. Im Folgenden wird ein neuer Ansatz vorgeschlagen, der eine solche Parallelisierung auf der Optimierungsebene realisiert.

Im Abschnitt 4.2.1 ist festgestellt worden, dass die Anzahl der Iterationen von FLETCHERS Methode von der Anzahl der notwendigen Änderungen an der Menge der aktiven Restriktionen abhängt.  $I^*$  ist die Menge der aktiven Restriktionen in der Lösung. Ist diese Menge bekannt, so wird lediglich eine einzelne Iteration benötigt. In diesem Fall kann die Lösung mit

$$\Delta \mathbf{U}(\mathbf{k})^* = \frac{1}{2} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{g}(\mathbf{k}) + \mathbf{H}^{-1} \mathcal{A}_{I^*}^T (\mathcal{A}_{I^*} \mathbf{H}^{-1} \mathcal{A}_{I^*}^T)^{-1} \left( \mathbf{b}_{I^*}(\mathbf{k}) - \frac{1}{2} \mathcal{A}_{I^*} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{g}(\mathbf{k}) \right) \quad (5.41)$$

auch analytisch berechnet werden.

Die Information über die Menge  $I^*$  ist jedoch in der Regel nicht bekannt. Aus diesem Grunde ist es notwendig, eine Schätzung von  $I^*$  vorzunehmen. Wie bereits erwähnt, kann dafür zum Beispiel die im vorherigen Abtastschritt ermittelte aktive Menge verwendet werden. Eine Schätzung ist aber auch über weitere Ansätze denkbar. Diese könnte beispielsweise mithilfe eines heuristischen Ansatzes, also eines Regelwerkes in Abhängigkeit vom aktuellen Zustand des Prozesses und der Führungsgröße, erfolgen. Hierdurch bestünde allerdings die Gefahr, dass bei nicht optimal gewählten Regeln sich der numerischen Aufwand auch vergrößern könnte. Speziell bei fälschlicherweise als aktiv angenommenen Restriktionen kann dies, wie im Abschnitt 5.2 beschrieben, zu einer hohen Laufzeit führen. Ein systematischeres Vorgehen erlaubt das hybride Verfahren von ZEILINGER ET AL. [264]. Dieses nutzt die Lösung einer approximierten expliziten MPR zur Initialisierung der Methode der aktiven Menge und erreicht somit eine Reduzierung des numerischen Aufwandes während der Laufzeit. Aufgrund der expliziten Lösung ist dieser Ansatz jedoch nicht in der Lage mögliche Änderungen des Optimierungsproblems beispielsweise in Hinblick auf die Nebenbedingung zu berücksichtigen. Diese Einschränkung kann durch den Einsatz der HILDRETH-Prozedur ausgeräumt werden. Wie in Abbildung 4.6 im Abschnitt 4.2.3 zu sehen ist, benötigt diese eine hohe Iterationszahl. Allerdings kann bereits nach einer relativ geringen Anzahl an Iterationen eine Schätzung der aktiven Menge als

$$I = \{i \in \{1 \dots 2n_u H_u\} : \lambda_i(\mathbf{k}) > 0\} \quad (5.42)$$

erfolgen, da positive LAGRANGE-Multiplikatoren mit aktiven Restriktionen korrespondieren. Durch VAN DONKELAAR [244] wird auf diese Weise eine suboptimale Lösung ermittelt. Die für eine ausreichende Schätzung maximal nötige Iterationszahl hängt vom gegebenen Regelungsproblem ab. Für den Fall, dass die geschätzte Menge in (5.42)

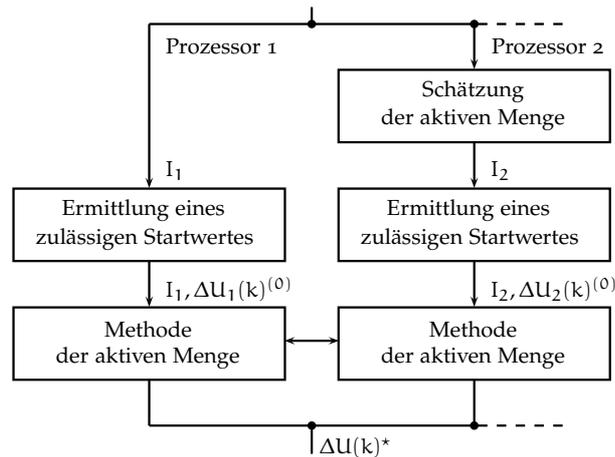


Abbildung 5.8. Struktur der parallelen Implementierung am Beispiel von zwei beteiligten Prozessoren

gleich der aktiven Menge in der Lösung  $I^*$  ist, würden weitere Iterationen der HILDRETH-Prozedur zu keiner besseren Schätzung führen. Zur Ermittlung dieser Schätzung ist jedoch ein signifikanter numerischer Aufwand notwendig. Eine Reduzierung dieses Aufwandes mit einhergehender schlechterer Qualität der Schätzung ist anhand des Gradienten des Gütekriteriums im dualen Problem (4.62) möglich. Dieser ergibt sich im Ursprung zu  $d(k)$  und würde die Schätzung von  $I^*$  mittels

$$I = \{i \in \{1 \dots 2n_u H_u\} : d_i(k) < 0\} \quad (5.43)$$

erlauben, da ein negativer Anstieg entlang einer Dimension als Indiz für eine Entwicklung des assoziierten LAGRANGE-Multiplikators zu positiven Werten gilt. Dies ist jedoch aufgrund der Nichtnegativitätsbedingung an  $\lambda(k)$  keine hinreichende Bedingung, sodass es auch in diesem Fall zu einer fehlerhaften Annahme der aktiven Restriktionen kommen kann. Vorteilhaft wirkt sich aus, dass auf die aufwendige Berechnung des Parameters  $P$  in (4.62) verzichtet werden kann.

Die parallele Verarbeitung eröffnet die Möglichkeit eine Anzahl von Prozeduren zur quadratischen Optimierung simultan mit verschiedenen Initialisierungen auszuführen. In Abbildung 5.8 ist der Ansatz beispielhaft für zwei Prozessoren dargestellt. Der erste Prozessor löst das Problem dabei in der gleichen Weise, wie die sequenzielle Variante. Daher wird die Menge der aktiven Restriktionen des vorherigen Abtastschrittes zur Initialisierung verwendet. Diese Strategie führt zumeist zu einer reduzierten Anzahl an Iterationen. Im parallelen Kontext dient diese Initialisierung als Sicherheitsmaßnahme, um zumindest die Effizienz der sequenziellen Implementierung zu gewährleisten. Die Rechenzeit des parallelen Ansatzes kann somit nicht größer ausfallen, als bei der sequenziellen Variante.

Der zweite Prozessor profitiert von der Schätzung der Menge  $I^*$ . Im Folgenden wird hierzu die HILDRETH-Prozedur eingesetzt, da diese die größtmögliche Flexibilität und Qualität der Schätzung erlaubt, da das dynamische Verhalten der Regelstrecke und auch Änderungen an den Strecken- und Regelparametern berücksichtigt werden. Mögliche weitere Prozessoren könnten mithilfe der verbleibenden vorgeschlagenen Ansätze

zur Schätzung der aktiven Menge initialisiert werden. Im Extremfall wäre die Initialisierung mit allen möglichen Permutationen der aktiven Menge denkbar, was aber aufgrund der großen Anzahl an Kombinationen praktisch nicht zu realisieren ist.

Der Prozessor, der die Berechnung zur Lösung des Optimierungsproblems zuerst abschließt, liefert die optimale Differenzstellgröße  $\Delta U(k)^*$  und unterbricht die Berechnungen aller weiteren Prozessoren. Diese Unterbrechung ist die einzig erforderliche Interaktion zwischen den Prozessoren während der parallelen Programmabarbeitung.

Für die Methode der aktiven Menge ist die Berechnung zulässiger Startwerte notwendig. Da das Verfahren mit einer initialisierten aktiven Menge zu rechnen beginnt, muss der Startwert sowohl (4.34), als auch (4.42) erfüllen. Die Berechnung der Startwerte kann mithilfe (5.41) erfolgen. Aufgrund der einfachen Struktur der Koeffizientenmatrix  $A$  der Nebenbedingung (4.33) und deren kumulativen Charakter ist die Berechnung solcher Startwerte jedoch unkompliziert.

Das Verfahren zielt auf die Anwendung von im Embedded-Control-Bereich zunehmend verfügbaren Mehrkern-Mikrocontrollern [190, 259] bzw. Mehrkern-DSPs [236] ab. Aus diesem Grund ist es auf niedrigdimensionale Probleme beschränkt, wie sie beispielsweise im Bereich der mechatronischen Systeme häufig vorkommen. Eine weitere Möglichkeit bietet die Implementierung in einen FPGA. Diese eignen sich jedoch technologiebedingt eher für eine Parallelisierung unterhalb der Optimierungsebene. Durch WILLS ET AL. [256] wird eine solche Implementierung beschrieben, die durch die konsequente Ausnutzung parallelen Rechnens und Pipelining, sowie durch die Verwendung spezieller Zahlenformate eine Laufzeit von wenigen Mikrosekunden erreicht. Weitere Publikationen zu dieser Thematik finden sich in [28, 124, 146, 156, 157, 247].

Die Eigenschaften der Parallelisierung auf der Optimierungsebene sollen anhand zweier Zielplattformen untersucht werden. Zunächst wird hierzu wiederum der Mehrkernrechner mit AMD Phenom II X4 955 Prozessor mit 3,2 GHz Taktung, 4 GB RAM, Linux Kernel 3.13.11 und GCC 4.6.4 verwendet, um ein System größerer Dimension entsprechend (5.1) mit einer Hauptregelgröße, einer Hauptstellgröße und neunzehn Hilfsstellgrößen zu regeln. Der Prädiktions- und Stellhorizont ist mit  $H_p = 20$  und  $H_u = 5$  gewählt. Bei der untersuchten Konfiguration werden vier Prozessoren genutzt, die mit den Annahmen initialisiert werden, dass

1. die aktive Menge des vorherigen Abtastschrittes gültig ist,
2. die aktive Menge leer ist,
3. das nach Gleichung (5.42) jeder positive LAGRANGE-Multiplikator mit einer aktiven Restriktion korrespondiert und
4. das nach Gleichung (5.43) jedes negative Element des Gradienten im Koordinatensprung mit einer aktiven Restriktion korrespondiert.

Für die Annahme 3 wird die HILDRETH-Prozedur zur Schätzung der aktiven Menge eingesetzt. Die Annahme 4 setzt die Berechnung des Parameters zum linearen Term des dualen Problems (4.62) voraus. Da für die HILDRETH-Prozedur der Parameter zum linearen Term des dualen Problems ebenfalls berechnet werden muss, ist der numerische Aufwand zur Schätzung der aktiven Menge mittels der Annahme 4 stets geringer als bei Annahme 3.

Tabelle 5.4. Leistungsdaten der sequentiellen Implementierung

Rechenzeit [ms]				Summe von FLETCHER- Iterationen
Start	Minimum	Maximum	Summe	
12,17	0,14	15,27	530,41	3711

Die Abbildung 5.9 zeigt die Regelung des oben beschriebenen Prozesses anhand eines beispielhaften Regelungsszenarios. Es ist gut zu erkennen, wie die Hilfsstellgrößen die dynamischen Übergangsvorgänge der Hauptregelgröße unterstützen und somit aktiv zur Reduzierung der Regeldifferenz beitragen. Hierbei wird die Nebenbedingung, dass diese vom Betrag her stets kleiner als fünf sind, zu jeder Zeit berücksichtigt. In stationären Arbeitspunkten werden die Hilfsstellgrößen auf den Sollwert von null geführt. In Abbildung 5.9 ist zu erkennen, dass besonders zu den Zeitpunkten mit den Spitzenlaufzeiten des sequentiellen Verfahrens eine signifikante Reduzierung bei Verwendung des parallelen Verfahrens erzielt wird (vgl. Tabelle 5.4 und Tabelle 5.5). Durch eine qualitativ hochwertige Schätzung der aktiven Menge in der Lösung  $I^*$  ist oftmals nur eine Iteration zur Lösung des Optimierungsproblems notwendig, sodass ein Großteil des numerischen Aufwand eingespart wird. Auch zu den verbleibenden Zeitpunkten, in denen eine iterative Rechenlast vorhanden ist, wird eine reduzierte Laufzeit erzielt. Da mittels der Annahme 1 eine identische Initialisierung im Vergleich mit dem sequentiellen Verfahren stattfindet, fällt der numerische Aufwand des parallelen Verfahrens nicht oder nur geringfügig größer aus. Des weiteren ist anhand dieser Abbildung die Asymmetrie des numerischen Aufwandes zwischen Aktivierung und Deaktivierung von Restriktionen gut zu erkennen. Während die Iterationszahlen zu den Zeitpunkten  $t = 3\text{ s}$  und  $t = 4\text{ s}$  nahezu identisch ausfallen, unterscheiden sich die Laufzeiten signifikant. Im letzteren Fall sind lediglich Restriktionen zu aktivieren, wohingegen zum Zeitpunkt  $t = 3\text{ s}$  auch eine geringe Anzahl an Restriktionen zu deaktivieren ist.

Einen Eindruck inwiefern die Prozessoren mit den vorgestellten Initialisierungsannahmen an der Berechnung der Stellgrößen teilhaben, gibt Abbildung 5.10. Es ist zu erkennen, dass zum Zeitpunkt des Führungsgrößensprunges bei  $t = 4,01\text{ s}$  die Prozessoren mit der erweiterten Initialisierung mittels der HILDRETH-Prozedur und der Auswertung des Gradienten signifikant geringere Laufzeiten aufweisen. Andererseits gilt dies zu anderen Zeitpunkten ebenso für die Initialisierung mit der oben beschriebenen Annahme 1, wie beispielsweise zum Zeitpunkt  $t = 4,06\text{ s}$ . In diesem Fall wird mit der HILDRETH-Prozedur eine Initialisierung bestimmt, die keine Verbesserung gegenüber der aktiven Menge des vorangegangenen Abtastschrittes darstellt. Der zusätzliche numerische Aufwand zur Initialisierung bewirkt hier keinen reduzierten Aufwand während der eigentlichen Optimierung.

Anhand des Ausschnittes in Abbildung 5.10 wird deutlich, dass überwiegend die Prozessoren mit den Annahmen 1 und 3 die Stellgrößen bereitstellen. Dies gilt ebenso bei der Betrachtung des gesamten Zyklus. Der Prozessor, der mit der Annahme 1 arbei-

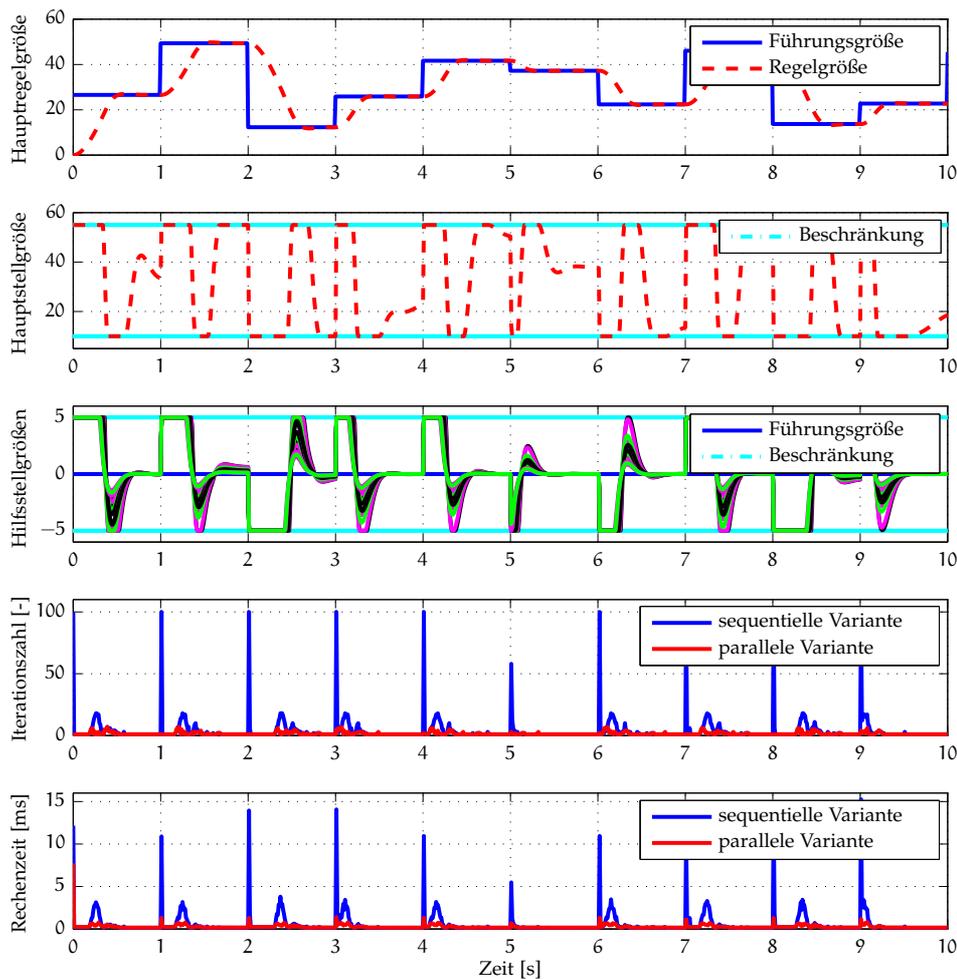


Abbildung 5.9. Vergleich der sequentiellen mit der parallelen Implementierung anhand eines beispielhaften Regelungsszenarios

tet, liefert das Ergebnis zu 44,4% und der mit der Annahme 3 initialisierte Prozessor zu 23,8% während des Beispielszenarios. Der Prozessor, der die Annahme 2 berücksichtigt, ist zu 30,6% an der Lösung beteiligt, allerdings nur in den Fällen, wenn die Stellgröße unbeschränkt und die aktive Menge in der Lösung somit tatsächlich leer ist. Hierbei ist dann allerdings nur eine Iteration notwendig, sodass der Unterschied in der Laufzeit im Vergleich zu den anderen Annahmen zur Initialisierung marginal ist. Der Prozessor, der mit der Annahme 4 arbeitet, liefert das Ergebnis zu lediglich 1,3%, da die Qualität der Schätzung der aktiven Menge oftmals unzureichend ist. In der Folge einer unzureichenden Schätzung der aktiven Menge ist eine größere Anzahl an Iterationen der Methode der aktiven Menge notwendig, sodass in der Regel eine höhere Laufzeit im Vergleich mit dem nach der Annahme 3 initialisierten Prozessor resultiert.

Die zugelassene Anzahl an HILDRETH-Iterationen hat entscheidenden Einfluss auf die Qualität der Schätzung der aktiven Restriktionen. In Abbildung 5.11 ist um den Zeitpunkt  $t = 4,1$ s zu erkennen, dass mit einer höheren Anzahl an HILDRETH-Iterationen

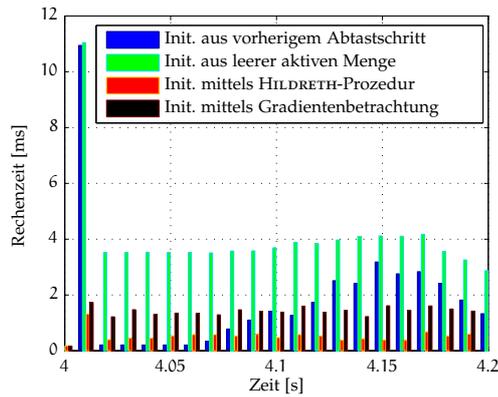


Abbildung 5.10. Laufzeiten bei Nutzung der verschiedenen Initialisierungen

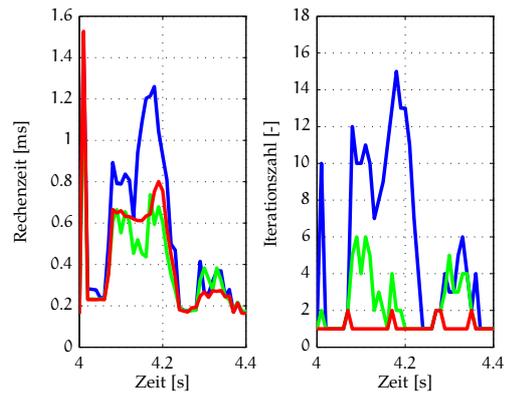


Abbildung 5.11. Vergleich bei Initialisierung mit einer (blau), drei (grün) und zehn (rot) HILDRETH-Iterationen

die notwendige Anzahl der Iterationen für die eigentliche Optimierung sinkt. Dennoch zeigt die benötigte Rechenzeit eine gegenläufige Tendenz, da der Mehraufwand zur Schätzung der aktiven Restriktionen nicht durch den Minderaufwand der eigentlichen Optimierung kompensiert wird. Bei einer weiteren Erhöhung der zugelassenen Anzahl an HILDRETH-Iterationen wird die Initialisierung so aufwendig, dass der numerische Aufwand für die Berechnung nach der Methode der aktiven Menge übertroffen werden kann. In diesem Fall wäre das Laufzeitverhalten der nach Annahme 1 oder 2 initialisierten Prozessoren vorteilhafter. Diese liefern dann die Lösung des Optimierungsproblems, auch wenn aufgrund der ungenaueren Schätzung der aktiven Menge eine größere Iterationszahl der Methode der aktiven Menge notwendig ist. Dies bestätigen die Rechenzeiten in Tabelle 5.5, die in Abhängigkeit von der gewählten Anzahl an HILDRETH-Iterationen ermittelt wurden. Die Tabelle 5.5 zeigt die Rechenzeit im ersten Abtastzeitpunkt der Simulation, sowie das Minimum, Maximum und die Summe der Rechenzeiten in den verbleibenden Abtastzeitpunkten. Der erste Abtastzeitpunkt wird hierbei getrennt betrachtet, da während dieses Abtastschrittes die Parameter des primalen Optimierungsproblems nach Abschnitt 5.1, der konstante Teil der Zerlegung nach Abschnitt 5.2 und gegebenenfalls die Parameter des dualen Optimierungsproblems nach Abschnitt 4.2.3 zu berechnen sind. Die Rechenzeit zu Beginn der Simulation steigt moderat mit der Anzahl an HILDRETH-Iterationen an, fällt jedoch stets geringer als in der sequentiellen Variante in Tabelle 5.4 aus. Im Gegensatz hierzu existiert in Hinblick auf die Rechenzeit in den verbleibenden Abtastzeitpunkten offensichtlich eine optimale Anzahl an HILDRETH-Iterationen. Wie bereits beschrieben, wird die Initialisierung bei zu hoher Anzahl an HILDRETH-Iterationen zu aufwendig, um zu einer Reduzierung der Rechenzeit beizutragen. Dies äußert sich in der Zunahme sämtlicher Leistungsdaten. Bemerkenswert ist weiterhin, dass sich die Minima der Summe der Rechenzeiten und der notwendigen Anzahl an Iterationen innerhalb der Methode der aktiven Menge (FLETCHER-Iterationen) bei einer unterschiedlichen Anzahl an HILDRETH-Iterationen einstellen. Dies ist wiederum Ausdruck der Eigenschaft, dass der numerische Aufwand einer HILDRETH-Iteration und einer FLETCHER-Iteration unterschiedlich ausfällt. Hierbei ist eine HILDRETH-Iteration im Mittel numerisch auf-

Tabelle 5.5. Leistungsdaten der parallelen Implementierung mit der Initialisierung durch die HILDRETH-Prozedur

Anzahl von HILDRETH- Iterationen	Rechenzeit [ms]				Summe von FLETCHER- Iterationen
	Start	Minimum	Maximum	Summe	
1	7,83	0,16	2,48	314,40	2535
3	7,70	0,15	1,40	259,44	1519
5	8,14	0,16	1,40	264,32	1228
10	8,12	0,15	1,55	267,30	1112
20	8,31	0,16	1,84	348,65	2294

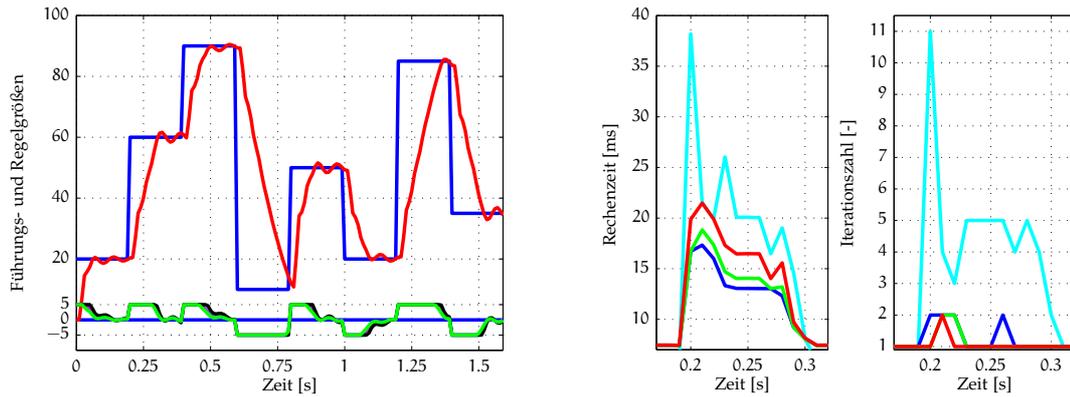
wendiger, weshalb sich das Minimum in Hinblick auf die Summenlaufzeit bei einer geringen Anzahl an HILDRETH-Iterationen einstellt.

Mithilfe der parallelen Implementierung konnte die Spitzenlaufzeit um 90% und die Laufzeit über den gesamten Zyklus um 51% reduziert werden. Dies ist eine signifikante Reduzierung, die sowohl den Einsatz in ein eingebettetes System, als auch zu simulativen Zwecken während der Funktionsentwicklung attraktiver gestaltet.

Um die Übertragbarkeit auf eingebettete Systeme zu demonstrieren, wird für die Beurteilung des vorgeschlagenen parallelen Ansatzes ein Mehrkernmikrocontroller XCore XS1-G4 der Firma XMOS [259] verwendet. Der Mikrocontroller besitzt allerdings keine hardwaremäßige Unterstützung für Gleitkommaarithmetik, sodass die im Folgenden erreichten Laufzeiten aufgrund der softwareseitigen Emulation unzureichend in Hinblick auf den Einsatz innerhalb einer Verbrennungsmotorsteuerung sind. Des weiteren besitzen die verschiedenen Kerne keinen gemeinsamen Speicher, sondern kommunizieren mittels Nachrichten über einen Bus. Auch wenn die Kommunikation zwischen den Kernen bei dem vorgestellten parallelen Ansatz gering ist, trägt dies zu einer weiteren Erhöhung der Laufzeit bei. Dennoch soll gezeigt werden, dass die zugrunde liegende Idee einer Parallelisierung auf der Optimierungsebene übertragbar ist.

Das beispielhafte Regelungsszenario, das zur Beurteilung des parallelen Verfahrens herangezogen wird, ist in Abbildung 5.12a dargestellt. Hierbei handelt es sich wieder um die Regelung eines Prozesses entsprechend (5.1) mit einer Hauptregelgröße, einer Hauptstellgröße und vier Hilfsstellgrößen. Der Prädiktions- und Stellhorizont ist mit  $H_p = 20$  und  $H_u = 3$  gewählt. Aufgrund der Erkenntnisse aus der ersten Untersuchung werden hier lediglich zwei Prozessoren genutzt, die mit den Annahmen initialisiert werden, dass

1. die aktive Menge des vorherigen Abtastschrittes gültig ist und
2. das nach Gleichung (5.42) jeder positive LAGRANGE-Multiplikator mit einer aktiven Restriktion korrespondiert.



(a) Führungsgrößen (blau), Hauptregelgrößen (rot) und Hilfsstellgrößen

(b) Vergleich der sequentiellen (zyan) mit der parallelen Implementierung bei Initialisierung mit einer (blau), zwei (grün) und drei (rot) HILDRETH-Iterationen

Abbildung 5.12. Vergleich des sequentiellen Verfahrens mit der parallelen Implementierung in einen Mehrkernmikrocontroller anhand eines beispielhaften Regelungsszenarios

Das auch auf dieser Plattform eine Reduzierung der Rechenzeit erreicht wird, zeigt Abbildung 5.12b. Des weiteren ist zu erkennen, dass bereits bei zwei HILDRETH-Iterationen der numerische Aufwand zur Initialisierung größer ausfällt, als es durch die Methode der aktiven Menge verursacht wird. Aufgrund der geringen Dimension des Optimierungsproblems ist somit eine einzelne HILDRETH-Iteration optimal zur Reduzierung der Summenlaufzeit. Dies bestätigt sich auch anhand der aufgeschlüsselten Rechenzeiten in Tabelle 5.6. Der Eintrag mit keiner HILDRETH-Iteration entspricht hierbei der sequentiellen Variante.

Auf dieser Zielplattform und anhand des beschriebenen Prozesses wird mithilfe der parallelen Implementierung die Spitzenlaufzeit um 79% und die Laufzeit über den gesamten Zyklus um 28% reduziert. Der Grund für die geringer ausfallende Reduzierung der Laufzeit ist in der geringeren Prozessdimension zu sehen. Generell ist das Potential des parallelen Verfahrens die Rechenzeit zu reduzieren eine Funktion der notwendigen Änderungen der aktiven Menge im sequentiellen Fall. Falls sich die aktive Menge in der Lösung des Optimierungsproblems  $I^*$  nur langsam ändert, würde die Initialisierung mit der Lösung des vorangegangenen Abtastzeitpunktes zu einer geringen Anzahl an Iterationen führen. In diesem Fall verliert das parallele Verfahren seine Vorzüge. Dies bedeutet, dass bei sich langsam ändernden Führungsgrößen und dem Ausbleiben von betragsmäßig großen und sprunghaftigen Störgrößen ein wesentlich geringerer Effekt durch eine Parallelisierung auf der Optimierungsebene zu erwarten ist. Des weiteren wirkt der steigende Bedarf an Speicher limitierend, da dieser in erster Näherung im gleichen Verhältnis mit der eingesetzten Anzahl an Prozessorkernen skaliert. Dieser Ansatz ist somit für hochdimensionale Optimierungsprobleme nicht geeignet, was aber im Kontext der Verbrennungsmotorsteuerung mit ihrer relativ geringen Anzahl an Freiheitsgraden kein Nachteil darstellt.

Tabelle 5.6. Vergleich der Leistungsdaten des sequentiellen Verfahrens mit der parallelen Implementierung in einen Mehrkernmikrocontroller mit der Initialisierung durch die HILDRETH-Prozedur

Anzahl von HILDRETH- Iterationen	Rechenzeit [ms]				Summe von FLETCHER- Iterationen
	Start	Minimum	Maximum	Summe	
0	54,35	5,78	131,57	2518,3	536
1	54,78	7,03	27,94	1799,4	209
2	55,81	6,19	26,85	1867,7	180
3	54,84	6,52	26,80	1986,1	179
4	54,84	6,52	28,24	2081,0	175
5	54,70	6,52	30,47	2183,8	194

## 5.6 VERWENDUNG VON BEOBACHTERSTRUKTUREN

Für die Güte der modellprädiktiven Regelung sind zwei wichtige Faktoren ausschlaggebend. Zum einen ist die Regelgüte natürlich von der Güte des verwendeten Modells der Strecke abhängig, da nur bei guter Approximation des Prozesses eine zuverlässige Prädiktion des Ausgangsgrößenverlaufes möglich ist. Zum anderen bildet, wie in (4.9) zu sehen, die genaue Kenntnis der aktuellen Zustände des Systems eine Grundvoraussetzung für die Prädiktion und somit auch für die Regelung. Durch STEINBRECHER [229] wird zur Zustandsschätzung auf ein lineares Standard-Zustandsraummodell zurückgegriffen. Dieser Ansatz weist jedoch eine geringe Konvergenzgeschwindigkeit der Schätzung beispielsweise bei fehlerhafter Annahme der Störgröße auf. Aus diesem Grund werden hier weitere Ansätze untersucht, wobei besonders deren Eignung innerhalb eingebetteter Systeme betrachtet wird.

Durch LUENBERGER [158] ist initial im Zusammenhang mit dem Zustandsregler der Zustandsbeobachter für lineare Systeme vorgestellt worden. Dieser findet seither eine breite Anwendung in der praktischen Regelungstechnik und wird in nahezu jedem Standardwerk zur Regelungstechnik behandelt.

Sind die Messungen störbehaftet beispielsweise durch normalverteiltes, weisses Rauschen überlagert, kann ein KALMAN-Filter [131] verwendet werden. Dieses ermöglicht eine Zustandsschätzung mit minimaler Auswirkung von normalverteiltem weissem Rauschen auf das Schätzergebn. Eine Voraussetzung dafür ist eine mathematische Beschreibung des Störsignals. Im Vergleich mit dem LUENBERGER-Beobachter ist der numerische Aufwand jedoch höher, da die Rückführmatrix in der Regel nicht mehr konstant ist, sondern in jedem Abtastschritt erneut berechnet werden muss [252]. Neben dem Zustandsvektor ist zusätzlich auch die zugehörige Kovarianzmatrix in jedem Abtastschritt anzupassen, was abermals einen erhöhten numerischen Aufwand bedeutet. Im Falle des stationären Kalman-Filters ist die Lösung einer Matrix-Riccati-Gleichung

notwendig, welche nicht trivial ist. Dennoch findet das KALMAN-Filter breite Anwendung im Bereich der modellprädiktiven Regelung. Durch PANNOCCHIA [179] wird das Thema im diesem Kontext diskutiert. Die Verbesserung der Konvergenzgeschwindigkeit ist durch die Schätzung der unbekanntes Kovarianzmatrix anhand von Messungen möglich. Laut ODELSON U. RAWLINGS [176] führt dies auch zu einer verbesserten Regelung. Die Anwendung eines KALMAN-Filters zur Zustandsschätzung innerhalb einer modellprädiktiven Regelung wird beispielsweise durch FAANES U. SKOGESTAD [66], KVERNLAND [144] und KARLSSON ET AL. [133] vorgestellt.

Die oben genannten Beobachteransätze berücksichtigen keine Zustands- oder Stellbeschränkungen. Die Berücksichtigung solcher Schranken könnte jedoch zu einer wesentlich verbesserten Zustandsschätzung führen. Ein Verfahren für eine Zustandsschätzung, das diese Schranken berücksichtigt, ist beispielsweise die Zustandsschätzung auf einem gleitenden Horizont (engl. Moving Horizon Estimation (MHE)). Hierbei wird der aktuelle Zustand des Prozesses ausgehend von vergangenen Zuständen über einen entsprechenden Horizont mittels des Verfahrens der kleinsten Fehlerquadrate berechnet. Die Berücksichtigung von Restriktionen führt deshalb ebenfalls auf ein quadratisches Optimierungsproblem. Dieses ist im Vorfeld der eigentlichen modellprädiktiven Regelung zu lösen und verursacht eine hohe Rechenlast. Dennoch wird dieser Ansatz häufig verwendet, da laut HASELTINE U. RAWLINGS [110] und RAO ET AL. [187] im Vergleich zum KALMAN-Filter eine verbesserte Zustandsschätzung und eine größere Robustheit gegenüber einer schlechten Initialisierung festzustellen ist. Auch bei diesem Problem wird an echtzeitfähigen Lösungsvarianten gearbeitet, wie beispielsweise durch ZAVALA ET AL. [263]. ZAVALA ET AL. [263] lösen das Optimierungsproblem indem bereits vor der eigentlichen Messung ein Großteil der Berechnung auf der Basis einer Extrapolation erfolgt und anschließend lediglich eine wenig aufwendige Korrektur notwendig ist. Das Verfahren wird nochmals detailliert durch ZAVALA [261] beschrieben. Einige Arbeiten zur Stabilität des Verfahrens finden sich beispielsweise bei RAO ET AL. [186], ZAVALA [262] und ALESSANDRI ET AL. [5].

Einen umfangreichen Überblick über die möglichen Beobachterstrukturen in modellprädiktiven Regelungen geben MUSKE [170] und FINDEISEN [73], wobei letzterer sich eingehend mit der Zustandsschätzung auf einem gleitenden Horizont beschäftigt.

Da in der vorliegenden Arbeit zunächst die Echtzeitfähigkeit im Vordergrund steht, wird im Folgenden stets von einem LUENBERGER-Beobachter ausgegangen. Dies ermöglicht einen einfachen Entwurf mittels Polvorgabe, einen geringen numerischen Aufwand je Abtastschritt und die Möglichkeit zur Neuberechnung der Rückführmatrix innerhalb der zur Verfügung stehenden Rechenzeit, wenn sich die Systembeschreibung (4.1) ändern sollte. Für die folgenden Ausführungen wird die analytische Lösung des Optimierungsproblems (4.22) betrachtet. Wie bereits in Abschnitt 4.1.2 ausgeführt, berechnet sich die unbeschränkte Lösung des Optimierungsproblems zu

$$\Delta u_{\text{opt}}(k) = \frac{1}{2} H^{-1} g(k). \quad (5.44)$$

Durch Rücksubstitution und der Prämisse, dass das Führungsverhalten betrachtet werden soll, ist die Gleichung unter der Berücksichtigung von (4.27) aufzulösen zu

$$\Delta u_{\text{opt}}(k) = \frac{1}{2} H^{-1} 2\Theta^T Q \varepsilon(k) = H^{-1} \Theta^T Q [W(k) - \Delta(k) - \Psi x(k) - \Upsilon u(k-1)]. \quad (5.45)$$

Wird die Führungsgrößentrajektorie zusätzlich als konstant angenommen, also wenn gilt  $w(k+i|k) = w(k+1|k), \forall i = 2, \dots, H_p$ , folgt

$$\Delta U_{\text{opt}}(k) = H^{-1} \Theta^T Q [\mathcal{M}(w(k+1|k) - y(k) + \hat{y}(k)) - \Psi x(k) - \Upsilon u(k-1)] \quad (5.46)$$

mit

$$\mathcal{M} = [E_{n_y}, E_{n_y}, \dots]^T \in \mathfrak{R}^{n_y H_p \times n_y} \quad (5.47)$$

und der Einheitsmatrix E. Da lediglich die Differenzstellgrößen zum aktuellen Abtastzeitpunkt von Interesse sind, können diese mittels

$$\Delta \hat{u}_{\text{opt}}(k|k) = \Theta \Delta U_{\text{opt}}(k) \quad \text{mit} \quad \Theta = [E_{n_u}, 0_{n_u \times n_u}, \dots] \in \mathfrak{R}^{n_u \times n_u H_u} \quad (5.48)$$

aus dem Vektor  $\Delta U_{\text{opt}}(k)$  ausgekoppelt werden. Somit lässt sich die Berechnung der optimalen Differenzstellgrößen abschließend als

$$\Delta \hat{u}_{\text{opt}}(k|k) = \underbrace{\Theta H^{-1} \Theta^T Q \mathcal{M}}_{\mathcal{K}_1} [w(k+1|k) - y(k) + \hat{y}(k)] - \underbrace{\Theta H^{-1} \Theta^T Q \Psi}_{\mathcal{K}_2} x(k) - \underbrace{\Theta H^{-1} \Theta^T Q \Upsilon}_{\mathcal{K}_3} u(k-1) \quad (5.49)$$

mit den Matrizen  $\mathcal{K}_1 \in \mathfrak{R}^{n_u \times n_y}$ ,  $\mathcal{K}_2 \in \mathfrak{R}^{n_u \times n_x}$  und  $\mathcal{K}_3 \in \mathfrak{R}^{n_u \times n_u}$  angeben. Eine detailliertere Darstellung und die Ausführung von verschiedenen Implementierungsvarianten werden durch STEINBRECHER [229] gegeben.

In diesem Abschnitt soll zunächst die Eignung der Methoden zur Zustandsschätzung hinsichtlich des stationären Verhaltens der Regelung untersucht werden. Hierzu wird die statische Verstärkung des geschlossenen Kreises anhand des stabilen Eingrößenprozesses

$$x(k+1) = ax(k) + bu(k) \quad (5.50a)$$

$$y(k) = x(k) \quad (5.50b)$$

ermittelt. Mit den gewählten Horizonten  $H_p = 1$  und  $H_u = 1$  ergeben sich die Prädiktions- und Reglermatrizen nach kurzer Rechnung zu

$$\Psi = a, \quad \Upsilon = b, \quad \Theta = b, \quad H = b^2q + r, \quad (5.51a)$$

$$\mathcal{K}_1 = \frac{bq}{b^2q + r}, \quad \mathcal{K}_2 = \frac{abq}{b^2q + r} \quad \text{und} \quad \mathcal{K}_3 = \frac{b^2q}{b^2q + r}. \quad (5.51b)$$

### 5.6.1 Zustandsschätzung mittels Zustandsraummodell

Ausgehend von der Bestimmungsgleichung (5.49) lassen sich die Elemente des geschlossenen Regelkreises bestehend aus dem Regler nach (5.49) ergänzt durch einen Integrator zur Ermittlung der eigentlichen Stellgröße, dem internen Modell der Strecke und der eigentlichen Strecke in einem Blockschaltbild nach Abbildung 5.13 darstellen. Es wird davon ausgegangen, dass nicht alle Zustände messbar sind. In der einfachsten Implementierungsvariante wird somit der Zustandsvektor durch ein internes Modell

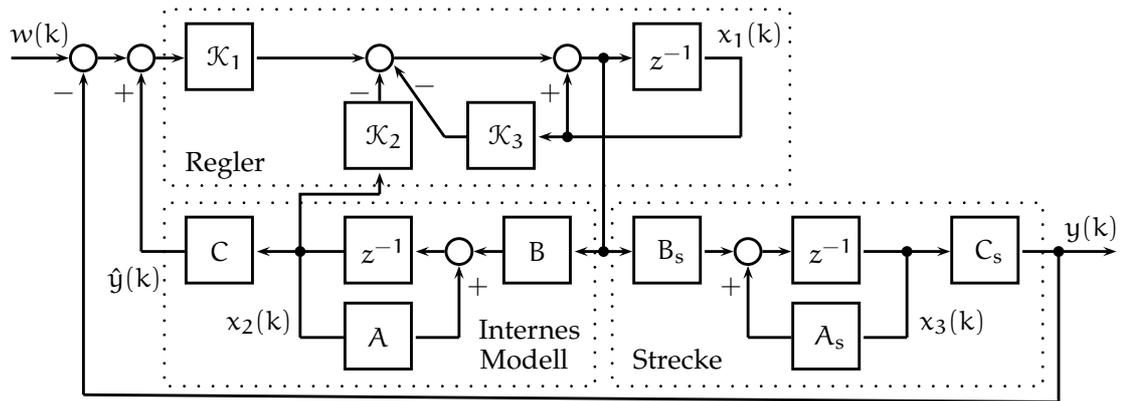


Abbildung 5.13. Blockschaltbild der unbeschränkten modellprädiktiven Regelung bei Zustands-schätzung mittels des Zustandsraummodells

der Strecke ermittelt, wobei keine Korrektur der Zustände durch einen Vergleich mit dem eigentlichen Prozess vorgenommen wird. Dieses Vorgehen ist somit auf stabile Modelle limitiert, was jedoch in dieser Arbeit keine Einschränkung darstellt. Um eine Unterscheidung des Modells und der Strecke zu ermöglichen, sind unterschiedliche Zustandsraummatrizen eingeführt worden. Es wird dabei natürlich vorausgesetzt, dass zumindest die Anzahl der Eingänge und Ausgänge bei dem Modell und der Strecke identisch sind.

Das äquivalente Zustandsraummodell zu Abbildung 5.13 kann als

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} E_{n_u} - \mathcal{K}_3 & \mathcal{K}_1 C - \mathcal{K}_2 & -\mathcal{K}_1 C_s \\ B(E_{n_u} - \mathcal{K}_3) & A + B(\mathcal{K}_1 C - \mathcal{K}_2) & -B\mathcal{K}_1 C_s \\ B_s(E_{n_u} - \mathcal{K}_3) & B_s(\mathcal{K}_1 C - \mathcal{K}_2) & A_s - B_s\mathcal{K}_1 C_s \end{bmatrix}}_{A_{ZRM}} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathcal{K}_1 \\ B\mathcal{K}_1 \\ B_s\mathcal{K}_1 \end{bmatrix}}_{B_{ZRM}} w(k) \quad (5.52a)$$

$$y(k) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0_{n_y \times n_u} & 0_{n_y \times n_x} & C_s \end{bmatrix}}_{C_{ZRM}} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} \quad (5.52b)$$

angegeben werden. Eine der grundlegenden Forderungen der Regelungstechnik ist eine verschwindende Regelabweichung. Diese Eigenschaft kann mittels der statischen Verstärkung des geschlossenen Regelkreises beurteilt werden, die bei dem zeitdiskreten Zustandsraummodell (5.52) durch

$$K_{\text{stat}} = C_{ZRM} (E_{n_x} - A_{ZRM})^{-1} B_{ZRM} = C_{ZRM} M^{-1} B_{ZRM} \quad (5.53)$$

berechnet wird. Mit der Determinanten der zu invertierenden Matrix unter Berücksichtigung von (5.50)

$$\det M = \mathcal{K}_1 (b_s - ab_s - b + ba_s) + \mathcal{K}_2 (b - ba_s) + \mathcal{K}_3 (1 - a - a_s + aa_s) \quad (5.54)$$

stellt sich die inverse Matrix als

$$M^{-1} = \frac{1}{\det M} \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ (\mathcal{K}_3 - 1)(ab_s - b_s) & b_s(\mathcal{K}_1 - \mathcal{K}_2) & \mathcal{K}_3(1 - a) + b(\mathcal{K}_2 - \mathcal{K}_1) \end{bmatrix} \quad (5.55)$$

dar. Hierbei wird lediglich die letzte Zeile der inversen Matrix berechnet, da alleinig diese aufgrund der Multiplikation der Ausgangsmatrix in (5.52) mit der inversen Matrix in die Berechnung eingeht. Das Einsetzen dieses Ergebnisses in (5.53) führt auf

$$K_{\text{stat}} = \frac{y(\infty)}{w(\infty)} = \frac{\mathcal{K}_1(b_s - ab_s)}{\det M}. \quad (5.56)$$

Mit (5.51) kann die statische Verstärkung aufgelöst werden und ergibt sich zu

$$\begin{aligned} K_{\text{stat}} &= \frac{\frac{bq}{b^2q+r}(b_s - ab_s)}{\frac{bq}{b^2q+r}(b_s - ab_s - b + ba_s) + \frac{abq}{b^2q+r}(b - ba_s) + \frac{b^2q}{b^2q+r}(1 - a - a_s + aa_s)} \\ &= \frac{b_s - ab_s}{b_s - ab_s} = 1. \end{aligned} \quad (5.57)$$

Die statische Verstärkung ist somit gleich Eins und es kommt zu keiner bleibenden Regelabweichung. Diese Eigenschaft gilt ebenso für komplexere Regelstrecken, was dann allerdings durch numerische Ermittlung der statischen Verstärkung geprüft werden sollte, und ist maßgeblich durch den Integrator innerhalb des Reglers bedingt. Durch diesen werden Modellfehler zumindest in Hinblick auf die statische Verstärkung kompensiert. Dies erlaubt jedoch keine Aussage zur Stabilität der Regelung.

### 5.6.2 Zustandsschätzung mittels Beobachter

Eine dynamischere Regelung verspricht die Nutzung eines Beobachters zur Zustandsschätzung, da hierdurch die Konvergenzgeschwindigkeit zu den wahren Zuständen des Prozesses erhöht werden kann. Es wird von einem LUENBERGER-Beobachter ausgegangen, sodass eine Struktur entsprechend Abbildung 5.14 resultiert. Der geschlossene Regelkreis kann wiederum als zeitdiskretes Zustandsraummodell durch

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{n_u} - \mathcal{K}_3 & \tilde{\mathcal{K}} & -\mathcal{K}_1 C_s \\ B(E_{n_u} - \mathcal{K}_3) & A + B\tilde{\mathcal{K}} - LC & -B\mathcal{K}_1 C_s + LC_s \\ B_s(E_{n_u} - \mathcal{K}_3) & B_s\tilde{\mathcal{K}} & A_s - B_s\mathcal{K}_1 C_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{K}_1 \\ B\mathcal{K}_1 \\ B_s\mathcal{K}_1 \end{bmatrix} w(k), \quad \tilde{\mathcal{K}} = \mathcal{K}_1 C - \mathcal{K}_2 \quad (5.58a)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0_{n_y \times n_u} & 0_{n_y \times n_x} & C_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} \quad (5.58b)$$



und zeigt das Ausbleiben einer bleibenden Regelabweichung im Falle einer exakten Modellierung. Die Verfügbarkeit eines solchen Modells ist in der Praxis jedoch ebenso unwahrscheinlich, wie jegliche weitere Parameterkombination, die (5.63) erfüllt. Eine bleibende Regelabweichung ist somit praktisch nicht zu vermeiden.

Die Ursache hierfür liegt in der Störung der optimalen Steuerung des internen Modells. Aufgrund der Verwendung eines Beobachters und unter Berücksichtigung eines Modellfehlers ist die Korrektur der Zustände über die Rückführmatrix  $L$  auch in stationären Arbeitspunkten niemals null. Dies wird deutlich, wenn die statische Verstärkung zwischen der Führungsgröße  $w(k)$  und der geschätzten Regelgröße als Ausgang des Modells  $\hat{y}(k)$  betrachtet wird. Hierbei ist lediglich die Ausgangsmatrix in (5.58) anzupassen zu

$$\hat{y}(k) = \begin{bmatrix} 0_{n_y \times n_u} & C & 0_{n_y \times n_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix}. \quad (5.64)$$

Die Berechnung der statischen Verstärkung erfolgt mittels der leicht veränderten Bestimmungsgleichung

$$K_{\text{stat}} = \frac{\hat{y}(\infty)}{w(\infty)} = \frac{b(1 - a_s) + b_s L}{b_s(1 - a) + L(b + ab_s - a_s b)}. \quad (5.65)$$

Zunächst soll der Fall  $L = 0$ , also die Zustandsschätzung mittels des Zustandsraummodells aus dem vorherigen Abschnitt, diskutiert werden. Unter dieser Annahme gibt die statische Verstärkung  $K_{\text{stat}}$  exakt den Quotienten des Modellfehlers hinsichtlich der Verstärkung des internen Modells und der Strecke wieder. Dies wird besonders deutlich, wenn zusätzlich  $a = a_s$  angenommen wird. Dann beträgt der Faktor des Verstärkungsfehlers exakt  $b \div b_s$ . Der Ausgang des Modells wird also in geeigneter Weise skaliert, sodass es in stationären Arbeitspunkten hinsichtlich des Ausgangs der Regelstrecke zu keiner bleibenden Regelabweichung kommt.

Währenddessen führt der Einsatz eines Beobachters mit  $L \neq 0$  zu einer Störung dieses Gleichgewichtes. Die Wiederherstellung dieses Gleichgewichtes ist wiederum nur unter der Bedingung (5.63) möglich. Aus diesem Grund kann ein Beobachter zur Zustandsschätzung in der hier betrachteten Struktur nicht eingesetzt werden.

### 5.6.3 Zustandsschätzung mittels Störgrößenbeobachter

Im vorherigen Abschnitt ist dargestellt worden, dass die Störung der optimalen Steuerung des internen Modells in stationären Arbeitspunkten zu einer bleibenden Regelabweichung führt. Aus diesem Grund muss erreicht werden, dass in solchen Arbeitspunkten der Einfluss auf die Zustände des Modells unterbunden wird. Dies ist nur möglich, wenn die Differenz zwischen dem Modellausgang und dem Streckenausgang statisch kompensiert wird. Hierzu kann ein Störgrößenbeobachter verwendet werden. Da sich

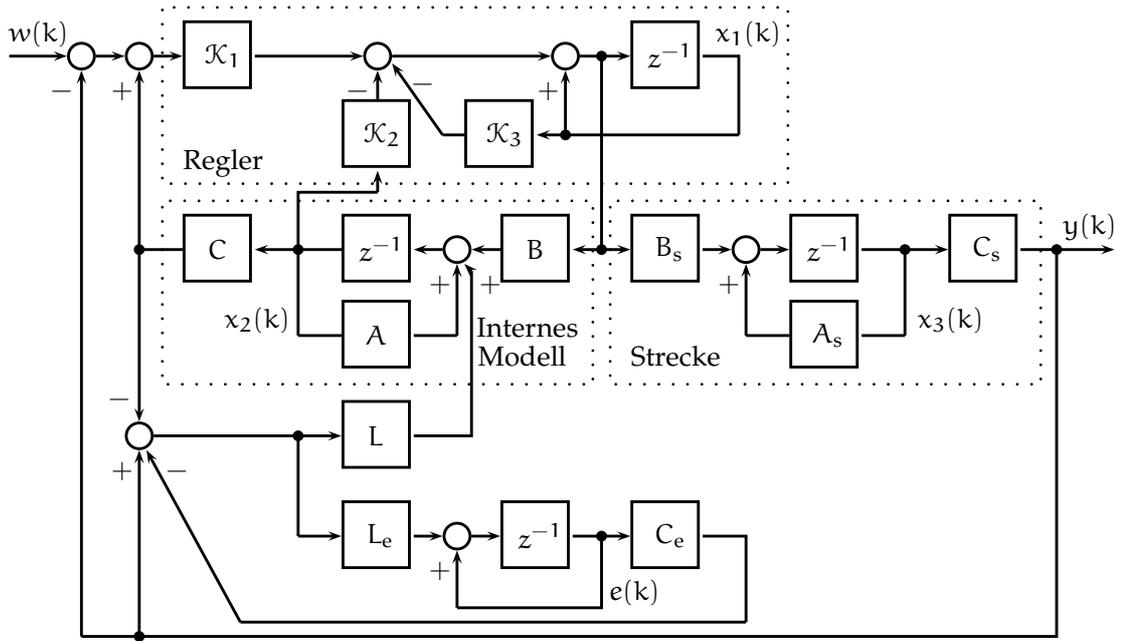


Abbildung 5.15. Blockschaltbild der unbeschränkten modellprädiktiven Regelung bei Zustands-schätzung mittels eines Störgrößenbeobachters

die Kompensation auf den Ausgang des Modells beziehen soll und die zu kompensierende Differenz im Arbeitspunkt konstant ist, wird das Modell der Form (4.1) um die Zustände der Störung mittels

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ e(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0_{n_x \times n_y} \\ 0_{n_y \times n_x} & E_{n_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ e(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0_{n_y \times n_u} \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} F \\ 0_{n_y \times n_z} \end{bmatrix} z(k) \quad (5.66a)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} C & C_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ e(k) \end{bmatrix} \quad (5.66b)$$

erweitert. Der Entwurf eines solchen Beobachters erfolgt als

$$L^* = \begin{bmatrix} L \\ L_e \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{(n_x+n_y) \times n_y}, \quad (5.67)$$

sodass bei Betrachtung des Führungsgrößenverhaltens die Struktur in Abbildung 5.15 und das zugehörige Zustandsraummodell

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \\ e(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{E} & \tilde{\mathcal{K}} & -\mathcal{K}_1 C_s & 0_{n_u \times n_y} \\ B\tilde{E} & A + B\tilde{\mathcal{K}} - LC & -B\mathcal{K}_1 C_s + LC_s & -LC_e \\ B_s \tilde{E} & B_s \tilde{\mathcal{K}} & A_s - B_s \mathcal{K}_1 C_s & 0_{n_x \times n_y} \\ 0_{n_y \times n_u} & -L_e C & L_e C_e & E_{n_y} - L_e C_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ e(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{K}_1 \\ B\mathcal{K}_1 \\ B_s \mathcal{K}_1 \\ 0_{n_y \times n_y} \end{bmatrix} w(k), \quad \tilde{\mathcal{K}} = \mathcal{K}_1 C - \mathcal{K}_2, \quad \tilde{E} = E_{n_u} - \mathcal{K}_3 \quad (5.68a)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0_{n_y \times n_u} & 0_{n_y \times n_x} & C_s & 0_{n_y \times n_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ e(k) \end{bmatrix} \quad (5.68b)$$

folgen. Aufgrund der Nullelemente in der Systemmatrix von (5.68) kann vorteilhaft der LAPLACESche Entwicklungssatz [180] zur Berechnung der Determinante herangezogen werden. Die Entwicklung nach der zweiten Zeile für den Beispielprozess in (5.50) führt dann auf

$$\det M = L_e [\mathcal{K}_1 (b_s - ab_s - b + ba_s) + \mathcal{K}_2 (b - ba_s) + \mathcal{K}_3 (1 - a - a_s + aa_s)] \quad (5.69)$$

und es ist zu erkennen, dass im Gegensatz zu (5.59) die Determinante unabhängig von der Rückführmatrix L ist. Ihr Einfluss kürzt sich aufgrund der Verwendung eines Störgrößenterms heraus. Mithilfe der Determinante gilt dies ebenso für die interessanten Elemente der inversen Matrix

$$M^{-1} = \frac{1}{\det M} \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ L_e b_s (\tilde{\mathcal{K}} - a + 1) & L_e b_s (\mathcal{K}_1 - \mathcal{K}_2) & L_e [b (\mathcal{K}_2 - \mathcal{K}_1) - \tilde{\mathcal{K}}] & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathcal{K}} = \mathcal{K}_3 (a - 1) \quad (5.70)$$

sodass sich eine statische Verstärkung zwischen der Führungs- und der Regelgröße

$$\begin{aligned} K_{\text{stat}} &= \frac{L_e}{L_e \mathcal{K}_1 (b_s - ab_s - b + ba_s) + \mathcal{K}_2 (b - ba_s) + \mathcal{K}_3 (1 - a - a_s + aa_s)} \mathcal{K}_1 (b_s - ab_s) \\ &= \frac{b_s - ab_s}{b_s - ab_s} = 1. \end{aligned} \quad (5.71)$$

analog zu (5.57) ergibt. Daher wird auch mithilfe dieser Struktur eine bleibende Regelabweichung verhindert. Eine möglicherweise fehlerhafte Modellierung hinsichtlich der Verstärkung des Prozesses wird also stationär durch den Störgrößenbeobachter kompensiert. Hierdurch wäre auch in begrenztem Maße eine Diagnose des Prozesses möglich, wenn die Störgrößenzustände  $e(k)$  über die Zeit betrachtet würden. Sollten diese regressives Verhalten aufweisen, wäre dies unter Umständen ein Indiz für eine steigende Reibung innerhalb des Systems.

## 5.6.4 Zustandsschätzung mittels modalem Störgrößenbeobachter

Da, wie im Abschnitt 5.1 beschrieben, das Prozessmodell während der Laufzeit Änderungen unterliegen kann, ist eine eventuell notwendige Neuberechnung des Störgrößenbeobachters zu berücksichtigen. Der Entwurf der Rückführmatrix  $L^*$  aus dem vorangegangenen Abschnitt kann bei großen Systemen (5.1) zu einer nicht vernachlässigbaren Rechenzeit führen. Dies gilt insbesondere bei einer großen Anzahl von Hilfsstellgrößen. Aus diesem Grund soll hier lediglich eine reduzierte Anzahl an Zuständen durch einen modalen Beobachter geschätzt werden. Dieses Vorgehen ist angelehnt an den modalen Zustandsregler, beschrieben beispielsweise durch FÖLLINGER [85], bei dem lediglich die dominanten Eigenwerte verschoben werden. LEYVA-RAMOS U. PEARSON [150] und TRINH U. ALDEEN [239] stellen einen modalen Beobachter vor, der lediglich die instabilen Zustände eines Prozesses schätzt. Durch BUCKLAND ET AL. [38] wird die Aufteilung eines Beobachters, der gemeinsam den Abgasdruck und die Drehzahl der Abgasturbine eines Abgasturboladers schätzt, in zwei Beobachter erster Ordnung vorgestellt. Hierdurch soll die Anzahl der Parameter und somit auch der Kalibrierungsaufwand verringert werden. In der Arbeit von SCHMIDT U. WALLER [210] wird ein modaler Beobachter zur Überwachung von Schwingungs- und Beanspruchungszuständen von Maschinen beschrieben. Da die Anzahl an Freiheitsgraden in diesen Fällen hoch ist, werden lediglich die niederfrequenten Eigenschwingungen beobachtet und somit erst der Entwurf eines Beobachters ermöglicht. Hierzu wird die Zustandsraumbeschreibung zunächst in Modalform überführt und anschließend nur die für das Schwingungsverhalten relevanten Eigenschwingungen beobachtet.

Dieser Gedanke wird auf die hier betrachtete Anwendung übertragen. Im Kontext der modellprädiktiven Regelung von Verbrennungsmotoren korrespondieren die interessanten Zustände eindeutig mit den Übertragungsfunktionen zwischen der Hauptstellgröße und den Hauptregelgrößen, da diese die langsamste Dynamik im Vergleich mit den verbleibenden Subsystemen aufweisen. Das Verschieben dieser Eigenwerte, ohne dass die verbleibenden Eigenwerte des Systems eine Änderung erfahren, ist möglich, da das betrachtete System (5.5) bereits in einer Form mit entkoppelten Differenzgleichungen vorliegt. Hierdurch reduziert sich der Aufwand der Berechnung aufgrund von (5.4) auf ein System dritter Ordnung für jede Hauptregelgröße der Form

$$\begin{bmatrix} x_{i,1}(k+1) \\ e_i(k+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_{i,1} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & 1 \end{bmatrix}}_{A_m} \begin{bmatrix} x_{i,1}(k) \\ e_i(k) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} B_{i,1} \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_m} u(k) \quad (5.72a)$$

$$v_i(k) = \underbrace{\begin{bmatrix} C_{i,1} & 1 \end{bmatrix}}_{C_m} \begin{bmatrix} x_{i,1}(k) \\ e_i(k) \end{bmatrix} \quad (5.72b)$$

mit den entsprechenden Parametern und Variablen aus (5.5). Die Berechnung der Rückführmatrix ist angelehnt an die Darstellung von SCHAUFELBERGER U. GLATTFELDER [208] und SCHULZ [215]. Da die Elemente in  $A_{i,1}$  abhängig vom gewählten Diskretisierungs-

verfahren in Anhang A sind, wird die analytische Berechnung der Rückführmatrix anhand eines allgemeinen Systems der Form (5.72) mit

$$A_m = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & 0 \\ a_{2,1} & a_{2,2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad C_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.73)$$

durchgeführt. Die Beobachtbarkeitsmatrix kann mit

$$Q_B = \begin{bmatrix} C_m \\ C_m A_m \\ C_m A_m^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ a_{1,1} & a_{1,2} & 1 \\ a_{1,1}^2 + a_{1,2} a_{2,1} & a_{1,2}(a_{1,1} + a_{2,2}) & 1 \end{bmatrix} \quad (5.74)$$

angegeben und die letzte Spalte der inversen Matrix zu (5.74) als

$$Q_B^{-1} = \frac{1}{\det Q_B} \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & -a_{1,2} \\ \cdot & \cdot & a_{1,1} - 1 \\ \cdot & \cdot & a_{1,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & e_3 \end{bmatrix} \quad (5.75)$$

mit

$$\det Q_B = a_{1,2} (1 - a_{1,1} - a_{2,2} + a_{1,1} a_{2,2} - a_{1,2} a_{2,1}) \quad (5.76)$$

berechnet werden. Die Transformationsmatrix auf Beobachternormalform ergibt sich damit zu

$$\begin{aligned} T &= \begin{bmatrix} e_3 & A_m e_3 & A_m^2 e_3 \end{bmatrix} \quad (5.77) \\ &= \frac{1}{\det Q_B} \begin{bmatrix} -a_{1,2} & -a_{1,2} & a_{1,2}(a_{1,1} a_{2,2} + \tilde{a} - a_{1,1} - a_{2,2}) \\ a_{1,1} - 1 & \tilde{a} + a_{2,2}(a_{1,1} - 1) & \tilde{a}(a_{2,2} + 1) + a_{2,2}^2(a_{1,1} - 1) \\ a_{1,2} & a_{1,2} & a_{1,2} \end{bmatrix}, \\ &\quad \tilde{a} = -a_{1,2} a_{2,1}. \quad (5.78) \end{aligned}$$

Da die Eigenwerte des Systems von der Normalform unabhängig sind, können die Koeffizienten der charakteristischen Gleichung aus der Beschreibung (5.73) mit

$$\alpha_S = \begin{bmatrix} a_{1,2} a_{2,1} - a_{1,1} a_{2,2} \\ a_{1,1} + a_{2,2} - a_{1,1} a_{2,2} - a_{1,2} a_{2,1} \\ -a_{1,1} - a_{2,2} - 1 \end{bmatrix} \quad (5.79)$$

ermittelt werden. Ausgehend von den Wunschpolen  $p_{0,i}, i = 1, 2, 3$  ergeben sich die Koeffizienten des Polynoms mit eben diesen Nullstellen zu

$$\alpha_B = \begin{bmatrix} -p_{0,1} p_{0,2} p_{0,3} \\ p_{0,1} p_{0,2} + p_{0,1} p_{0,3} + p_{0,2} p_{0,3} \\ -p_{0,1} - p_{0,2} - p_{0,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}, \quad (5.80)$$

sodass sich nach einiger Rechnung die Rückführmatrix  $L_m \in \mathfrak{R}^{3 \times 1}$  zu

$$L_m = T(\alpha_B - \alpha_S) \quad (5.81)$$

$$= \frac{1}{\det Q_B} \begin{bmatrix} a_{1,2}(-c_1 - c_2 - c_3(a_{1,2}a_{2,1} - a_{1,1}a_{2,2} + a_{1,1} + a_{2,2}) + \\ a_{1,2}^2(a_{2,2} - 1) + a_{2,2}^2(a_{1,1} - 1) - a_{1,2}a_{2,1}(a_{1,1} + a_{2,2} + 1) - \\ a_{1,1}a_{2,2}) \\ c_1(a_{1,1} - 1) - c_2(a_{1,2}a_{2,1} - a_{1,1}a_{2,2} + a_{2,2}) - \\ c_3(a_{1,2}a_{2,1}a_{2,2} + a_{1,2}a_{2,1} - a_{1,1}a_{2,2}^2 + a_{2,2}^2) + \\ a_{1,2}a_{2,1}(a_{1,1}a_{2,2} - a_{1,2}a_{2,1} - a_{1,1} - 2a_{2,2} - a_{2,2}^2) + \\ a_{2,2}^3(a_{1,1} - 1) \\ a_{1,2}(c_1 + c_2 + c_3 + 1) \end{bmatrix} \quad (5.82)$$

ergibt. In Anlehnung an die Notation aus dem vorangegangenen Abschnitt führt dies auf die Rückführmatrix einer einzelnen Hauptregelgröße

$$L^* = \begin{bmatrix} L \\ L_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{m,1} \\ L_{m,2} \\ 0_{2(n_u-1) \times 1} \\ L_{m,3} \end{bmatrix}. \quad (5.83)$$

Durch die Nullelemente wird in diesem Fall erreicht, dass die verbleibenden Eigenwerte nicht verschoben werden.

Die analytische Berechnung der Rückführmatrix ist trotz des relativ einfachen Systems (5.72) recht komplex. Mit steigender Systemdimension ist die analytische Berechnung zunehmend unpraktikabel, sodass die numerische Lösung herangezogen werden muss. Diese verursacht jedoch einen signifikanten numerischen Aufwand aufgrund der Matrizenmultiplikationen in (5.74) und der notwendigen Invertierung einer Matrix in (5.75). Das bedeutet, dass die Berechnung der Rückführmatrix des modalen Störgrößenbeobachters im Vergleich zum vollständigen Störgrößenbeobachter aus Abschnitt 5.6.3 wesentlich weniger Operationen benötigt. Dies unterstützt die Echtzeitfähigkeit des gesamten Algorithmus.

### 5.6.5 Vergleichende Wertung der Ansätze

Die Zustandsschätzung mittels des zeitdiskreten Zustandsraummodells ohne Korrektur der Zustände durch eine Rückführung entsprechend Abschnitt 5.6.1 hat den Vorteil einer einfachen Implementierung und kommt ohne weitere Berechnungen aus. Allerdings hängt die Konvergenzgeschwindigkeit maßgeblich von den Eigenwerten des Systems ab, wobei diese zwingend innerhalb des Einheitskreises liegen müssen. Die Konvergenz der geschätzten Zustände zu den wahren Zuständen des Systems kann demnach bei Systemen mit geringer Dynamik nur sehr langsam erfolgen, was der Regelgüte abträglich sein kann.

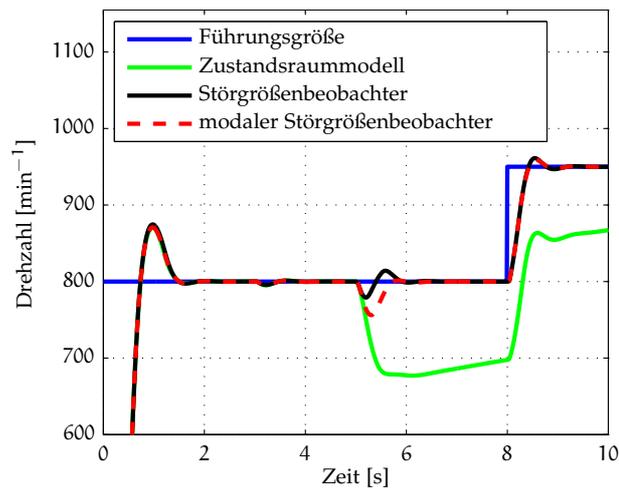


Abbildung 5.16. Vergleich der Regelgüte bei Anwendung der verschiedenen Zustandsschätzmethoden

Die Anwendung eines Beobachters nach Abschnitt 5.6.2 verursacht eine bleibende Regeldifferenz. Daher ist diese Struktur nicht zur modellprädiktiven Regelung geeignet.

Die Erweiterung des Beobachters zu einem Störgrößenbeobachter in Abschnitt 5.6.3 ermöglicht eine Regelung ohne bleibende Regeldifferenz. Mithilfe des Störgrößenbeobachters können, im Falle eines vollständig beobachtbaren Systems [159], sämtliche Eigenwerte gezielt verschoben und somit eine rasche Konvergenz erzielt werden. Aufgrund der Erweiterung des Zustandsraummodells in (5.66) wird jedoch eine Diskrepanz zwischen dem Modell und der Strecke eingeführt. Dies kann zur Folge haben, dass die Störzustände  $e(k)$  nicht nur eine fehlerhaft modellierte Verstärkung, sondern ebenso eine fehlerhaft modellierte Dynamik oder Störungen in der Regelgröße kompensieren. Dieses Verhalten wirkt sich nachteilig auf die Schätzung der verbleibenden Zustände aus. Des Weiteren wirkt sich der numerische Aufwand nachteilig aus, wenn die Rückführmatrix während der Laufzeit erneut berechnet werden muss.

Der letzte Punkt wird durch die Verwendung eines modalen Störgrößenbeobachters in Abschnitt 5.6.4 ausgeräumt. Hierbei werden lediglich bestimmte Zustände beobachtet und somit nur einige der Eigenwerte verschoben. Die verbleibenden Eigenwerte ändern sich aufgrund der Modalform von (5.5) nicht. Dies resultiert somit in einem wesentlich vereinfachten Entwurfsverfahren, sodass dieses auch während der Laufzeit durchgeführt werden kann. Allerdings verursachen die nicht verschobenen Eigenwerte, wenn sie mit einer niedrigen Dynamik korrespondieren, wiederum eine langsame Konvergenz zu den wahren Zuständen.

Das regelungstechnische Verhalten bei Anwendung der verschiedenen Zustandsschätzmethoden für einen Beispielprozess entsprechend Abschnitt 3.4 ist in Abbildung 5.16 dargestellt. Innerhalb des Regelungsszenarios wirkt ab dem Zeitpunkt  $t = 5\text{ s}$  eine sprunghafte Eingangsstörung, um auch das Störverhalten zu beurteilen. Im Falle der Zustandsschätzung mittels des Zustandsraummodells ist zu erkennen, dass diese Störung nur sehr langsam ausgeglichen wird. Dies hängt mit der fehlerhaften Zustandsschätzung zusammen, die aufgrund der geringen Konvergenzgeschwindigkeit nur langsam korrigiert wird. Der Störgrößenbeobachter hingegen ist in der Lage die

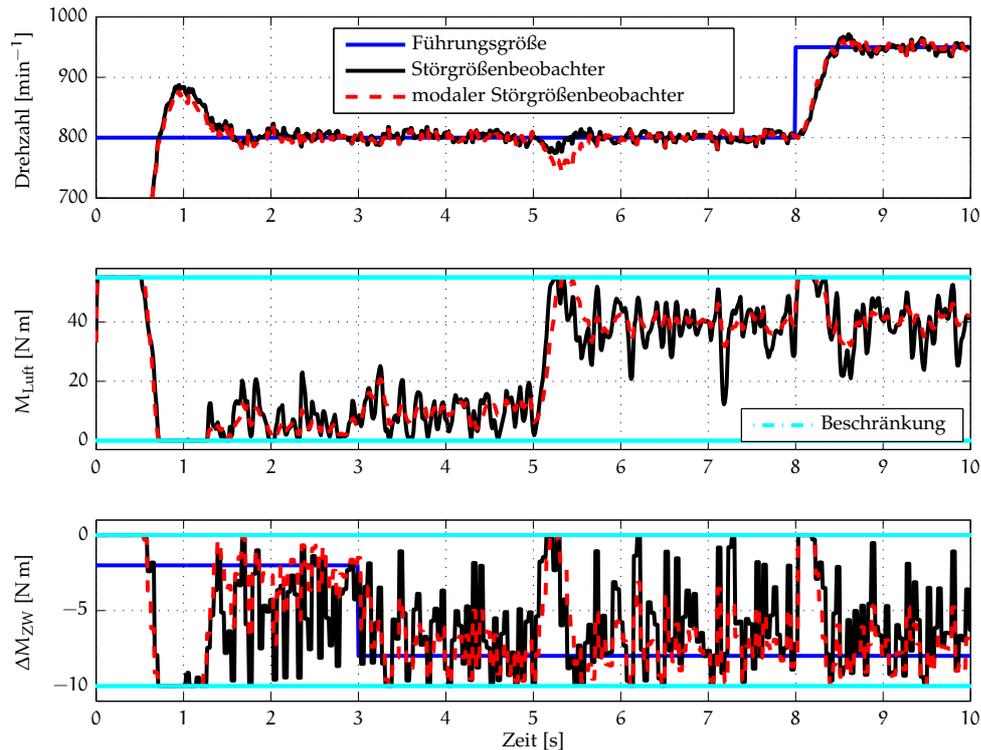


Abbildung 5.17. Darstellung der Wirkung von Messrauschen bei der Zustandsschätzung mittels Störgrößenbeobachter und modalem Störgrößenbeobachter

Zustandsschätzung und somit auch das Ausregeln der Störung zügig zu vollziehen. Bei Verwendung des modalen Störgrößenbeobachter bricht die Regelgröße stärker ein, da dieser nicht die vollständige Kontrolle über die Dynamik besitzt. Dennoch wird im Vergleich zur Zustandsschätzung mittels des Zustandsraummodells eine wesentlich bessere Regelgüte erzielt.

In Abbildung 5.17 ist das Regelungsszenario nochmals abgebildet, wobei von einer Regelgröße mit überlagertem Messrauschen ausgegangen wird. Der Störgrößenbeobachter koppelt das Messrauschen auf sämtliche Zustände ein, weswegen die Stellgrößen eine hohe Rauschleistung und somit eine hohe Aktivität aufweisen. Da der modale Störgrößenbeobachter nur auf bestimmte Zustände einwirkt, tritt hier eine Filterung des Messrauschens auf. Die Abbildung 5.17 zeigt bei Verwendung des modalen Störgrößenbeobachters einen wesentlich geringeren Stellaufwand bei nahezu identischer Regelgüte.

## 5.7 MULTIRATENPROBLEMATIK

Der Verbrennungsmotor ist ein hybrider Prozess mit zeitkontinuierlichen, wie beispielsweise der Drosselklappenregelung, und ereignisdiskreten, wie der Zündung, Bestandteilen [108]. Die resultierende ereignisdiskrete Segmentzeit ist hierbei abhängig von der Bauart des Verbrennungsmotors, der Zylinderzahl und der aktuellen Drehzahl. Bei

einem Viertaktmotor ist eine Zündung in jeder zweiten Umdrehung innerhalb eines Zylinders möglich, sodass sich speziell im Falle der Leerlaufregelung eines Vierzylindermotors mit einer angenommenen Leerlaufdrehzahl von 750 U/min eine mittlere Segmentzeit von

$$\tau_{\text{seg}} = \frac{U_{\text{Zyklus}} \cdot 60}{n \cdot n_{\text{Zylinder}}} = \frac{2 \cdot 60}{750 \cdot 4} = 40 \text{ ms} \quad (5.84)$$

ergibt. Das Rechenraster, das mit dieser drehzahlabhängigen Segmentzeit arbeitet und alle Vorgänge im Zusammenhang mit der Einspritzung und der Zündung übernimmt, wird als Synchronraster bezeichnet. Die Drosselklappenregelung und sämtliche luftbezogenen Größen werden innerhalb eines Rechenraster mit einer Abtastzeit von 10 ms berechnet.

Laut der Definition ist das Motorsteuergerät somit ein Multiraten-Abtastsystem. Diese besitzen die Eigenschaft, dass entweder (a) die Messung der Regelgrößen oder (b) die Stellgrößenumsetzung mit verschiedenen Abtastraten erfolgt. Eine solche Eigenschaft kann bei digitalen Regelungssystemen schon allein aufgrund von unterschiedlichen Wandlungszeiten der Analog-Digital- und der Digital-Analog-Wandler entstehen. Da hierdurch generell sämtliche Abtastsysteme betroffen sind, ist das Gebiet der Multiraten-Abtastsysteme von besonderer Bedeutung. In vielen praktischen Situationen der Prozessregelung kommt hinzu, dass die Messungen mit geringen oder sogar nicht-äquidistanten Abtastraten erfolgen, wohingegen die Stellgrößen relativ häufig manipuliert werden können. Zwei Beispiele für eine solche Situation ist der Einsatz von Bildverarbeitungsmethoden zur Ermittlung von Messwerten oder der Einsatz von Laboruntersuchungen.

Aufgrund der Relevanz von Multiraten-Abtastsystemen stellen diese ein aktuelles Forschungsgebiet dar. Durch WANG ET AL. [249] wird die Identifikation solcher Systeme dargestellt. Mithilfe der Lifting Methode [47] wird ausgehend vom Multiratensystem eine zeitdiskrete und zeitinvariante Beschreibung angenähert, die auf der höchsten vorkommenden Abtastrate beruht. Ausgehend von einer solchen Systembeschreibung entwickelten beispielweise FUJIMOTO [82] und FUJIMOTO U. HORI [83] eine Kombination aus einer Multiratenvorsteuerung zur Regelgrößenführung und eines Multiratenreglers zur Störgrößenkompensation, AUBRECHT U. VOULGARIS [14] präsentieren eine nichtlineare Zustandsrückführung, die verschiedene Abtastraten berücksichtigt, und QIU U. CHEN [185] beschreiben einen  $\mathcal{H}_\infty$ -optimalen Regler. Auch auf dem Gebiet der prädiktiven Regelung finden die Multiraten-Abtastsysteme zunehmend Beachtung. So zeigen LING ET AL. [155], dass eine prädiktive Regelung als Ersatz für eine kaskadierte Regelungsstruktur dienen kann, wobei der innere Kreis mit einer höheren Abtastrate arbeitet. Hierbei ist lediglich ein prädiktiver Regler zu entwerfen, der die Abtastrate der Stellgrößenumsetzung mittels einer Nebenbedingung berücksichtigt und die Zustände auch zwischen den Zeitpunkten der Messung mittels einer Zustandsschätzung auf einem gleitenden Horizont [110, 187] ermittelt. In der Arbeit von HU U. ROHANI [118] wird die niedrigere Messfrequenz bereits innerhalb der Prädiktionsmatrix berücksichtigt und die Vorteile gegenüber einer PI-Regelstruktur anhand der Regelung eines Rührkesselreaktors dargestellt. Durch GOPINATH ET AL. [99] wird eine Anwendung in der Medizintechnik vorgestellt. Von FAULWASSER ET AL. [68] stammt der Vorschlag die nichtäquidistante Abtastung gezielt zur Reduzierung des numerischen Aufwandes zu

verwenden und eine erneute Stellgrößenberechnung nur bei Überschreitung der Regeldifferenz um einen Schwellwert auszuführen.

Der überwiegende Teil der Beiträge zu diesem Thema hat gemein, dass stets von einer höheren Abtastrate der Stellgrößenumsetzung ausgegangen wird. Der umgekehrte Fall wird beispielsweise durch ROSSI u. LOVERA [199] beschrieben. Diese nutzen eine Multiratenbeschreibung in Kombination mit einer prädiktiven Regelung um die Lebensdauer des Antriebssystems eines Satelliten zu verlängern. Hierzu ist dieses nur zu periodischen Zeitpunkten genutzt und in der Zwischenzeit deaktiviert. Zu diesem Zweck wird die Prädiktionsgleichung angepasst, was identisch mit der Definition zusätzlicher Nebenbedingungen ist. Auch in der Motorsteuerung und speziell in der Leerlaufregelung ist dies nicht der Fall. Ein neuer Drehzahlmesswert steht in jedem winkelsynchronen Abtastzeitpunkt zur Verfügung, wobei dieser durch Mittelung zwischen den Abtastzeitpunkten berechnet wird. Aufgrund der verschiedenen Takte des Ottomotors ist prinzipbedingt eine Steigerung der Drehzahl während des Verbrennungstaktes und eine anschließende Abnahme zu beobachten. Die entstehende Regeldifferenz kann hierbei nicht durch regelungstechnische Eingriffe entgegengewirkt werden, was durch die Filterung des Drehzahlsignals Rechnung getragen wird. In Anbetracht der geringen Dynamik des Prozesses unter Vernachlässigung des beschriebenen Effektes hat die Abtastzeit von 40 ms keine negativen Auswirkungen, da diese eine ausreichende Überabtastung darstellt. Die Tatsache, dass die Stellgrößenumsetzung auf verschiedenen Abtastraten beruht, ist hingegen zu berücksichtigen. Während der Luftpfad mittels der Drosselklappe mit einer Abtastzeit von 10 ms arbeitet, ist eine Variation des Zündwinkels nur im Synchronraster möglich. Es werden die folgenden Varianten vorgeschlagen, um diese Eigenschaft einzubeziehen:

- A. Die Berechnung sämtlicher Stellgrößen erfolgt innerhalb des 10 ms-Rasters, wobei der Zündwinkel nur im entsprechenden Takt des Ottomotors umgesetzt wird. Die berechneten Zündwinkel in den verbleibenden Takten werden verworfen und somit entspricht diese Herangehensweise der modellprädiktiven Regelung auf einem einzelnen Raster. Zumindest im internen Modell werden die verschiedenen Abtastraten indirekt berücksichtigt, indem lediglich die realisierten Stellgrößen zur Zustandsschätzung herangezogen werden und diese zwischen den winkelsynchronen Abtastzeitpunkten als konstant angenommen werden.
- B. In dieser Variante werden die berechneten Stellgrößen über den Stellhorizont genutzt, um zumindest in der Tendenz die prädizierten optimalen Stellgrößen umzusetzen. Hierzu wird der Mittelwert des prädizierten optimalen Stellgrößenverlaufes über diejenigen Elemente gebildet, bis der nächste winkelsynchrone Abtastzeitpunkt erreicht ist. Die Anzahl dieser Elemente entspricht hierbei dem Quotienten aus der Synchronzeit und der Abtastzeit der Regelung. Im Falle der Regelung der Leerlaufdrehzahl würde also der Mittelwert der ersten vier Elemente gebildet. Hierdurch wird erreicht, dass die nicht umsetzbaren Stellgrößen bis zum nächsten winkelsynchronen Abtastzeitpunkt indirekt berücksichtigt werden.
- C. Auch eine direkte Berücksichtigung der nicht umsetzbaren Stellgrößen ist möglich. Ist die aktuell zu berechnende Stellgröße umsetzbar, wird diese also passend zum winkelsynchronen Abtastzeitpunkt berechnet, kann der Zündwinkel in den

folgenden Abtastzeitpunkten des 10 ms-Rasters bis zum nächsten winkelsynchronen Abtastzeitpunkt nicht variiert werden. Dies kann explizit über die Nebenbedingung berücksichtigt werden, indem die assoziierten Differenzstellgrößen mittels einer Gleichheitsbedingung zu null gesetzt werden. Zusätzlich wäre das Einplanen der nächstmöglichen Stellaktivität zwischen den winkelsynchronen Abtastzeitpunkten möglich, jedoch führt dieses Vorgehen laut STEINBRECHER [229] zu einer periodischen Parametrierung des Regelungssystems und hierdurch zu einer unerwünschten überlagerten Schwingung auf den Stellgrößen. Daher wird auf diese Erweiterung verzichtet.

- d. Die Umsetzung der Variante c führt zu einem Freiheitsgradverlust aufgrund der Gleichheitsbedingung. Einige der Variablen des Optimierungsproblems sind wertmäßig nicht variabel, aber werden dennoch durch das Optimierungsverfahren ermittelt. Hierauf kann verzichtet werden, indem die entsprechenden wertmäßig fixierten Differenzstellgrößen direkt in den Prädiktionsmatrizen berücksichtigt werden. Diese Berücksichtigung spiegelt sich in erster Linie in der Matrix  $\Theta$  in (4.9) wieder. Zur Illustration der notwendigen Anpassung wird von einem System mit zwei Stellgrößen und einem Stellhorizont  $H_u = 4$  ausgegangen, sodass sich der Vektor der Differenzstellgrößen als

$$\Delta U(k) = \begin{bmatrix} \Delta \hat{u}_1(k|k) \\ \Delta \hat{u}_2(k|k) \\ \Delta \hat{u}_1(k+1|k) \\ \Delta \hat{u}_2(k+1|k) = 0 \\ \Delta \hat{u}_1(k+2|k) \\ \Delta \hat{u}_2(k+2|k) = 0 \\ \Delta \hat{u}_1(k+3|k) \\ \Delta \hat{u}_2(k+3|k) = 0 \end{bmatrix} \quad (5.85)$$

darstellt. Die Nullelemente dieses Vektors können mittels der Substitution

$$\Delta U(k) = \begin{bmatrix} \Delta \hat{u}_1(k|k) \\ \Delta \hat{u}_2(k|k) \\ \Delta \hat{u}_1(k+1|k) \\ \Delta \hat{u}_2(k+1|k) = 0 \\ \Delta \hat{u}_1(k+2|k) \\ \Delta \hat{u}_2(k+2|k) = 0 \\ \Delta \hat{u}_1(k+3|k) \\ \Delta \hat{u}_2(k+3|k) = 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\Theta_1} \begin{bmatrix} \Delta \hat{u}_1(k|k) \\ \Delta \hat{u}_2(k|k) \\ \Delta \hat{u}_1(k+1|k) \\ \Delta \hat{u}_1(k+2|k) \\ \underbrace{\Delta \hat{u}_1(k+3|k)}_{\overline{\Delta U(k)}} \end{bmatrix} \quad (5.86)$$

von der weiteren Berücksichtigung ausgeschlossen werden, indem (4.9) geändert wird zu

$$Y(k) = \Psi x(k) + \Upsilon u(k-1) + \overline{\Theta \Delta U(k)} + \mathcal{X} Z(k) \quad \text{mit} \quad \overline{\Theta} = \Theta \Theta_1. \quad (5.87)$$

Diese Änderung ist dann auch bei der Gewichtung der Stellgrößenänderung (4.12) durch Anpassung der Dimension dieser Matrix unter Berücksichtigung der

nun geltenden Optimierungsvariablen  $\overline{\Delta U(k)}$  umzusetzen. Des Weiteren ist die Berechnung der Parameter des quadratischen Optimierungsproblem (4.20) und (4.21), als auch die Nebenbedingung (4.34) anzupassen. In letzterem Fall sind die Zeilen, die mit den Nullelementen in (5.85) korrespondieren, zu entfernen. Diese Vorgehensweise folgt weitgehend der Darstellung von STEINBRECHER [229], wobei hier auf die periodische Anpassung von  $\overline{\Theta}$  und  $\overline{\Delta U(k)}$  verzichtet wird.

Die vorgestellten Varianten zur Berücksichtigung der Multiratenproblematik haben unterschiedliche Eigenschaften hinsichtlich der erzielbaren Regelgüte und des Implementierungsaufwandes. Zunächst werden die Varianten bezüglich der Regelgüte anhand eines beispielhaften Regelungsszenarios in Abbildung 5.18 verglichen. Es ist zu erkennen, dass die Variante A eine Schwingungsneigung aufweist, da diese abgesehen von der Zustandsschätzung die verschiedenen Abtaststraten nicht berücksichtigt. Dies ist besonders bei einer hochdynamischen Regelung von Bedeutung, da die Schwingungsneigung dann zunimmt. Die Variante B weist eine bessere Regelgüte auf, da die nicht umsetzbaren Stellgrößen zumindest indirekt berücksichtigt werden. Diese Berücksichtigung ist in Abbildung 5.18 eindeutig zu erkennen, da die Stellgröße Differenzdrehmoment über Zündwinkel dynamischer variiert wird und auch, im Vergleich zu Variante A, früher auf ihre Führungsgröße zurückgeführt wird. Hieraus resultiert dann die geringere Schwingungsneigung. Die Varianten C und D weisen identisches Führungsverhalten auf, da die Funktionsweise der aktiven Berücksichtigung der nicht umsetzbaren Stellgrößen ebenfalls identisch ist. Es wird eine abermals geringere Regeldifferenz erzielt, wobei der Unterschied zu Variante B marginal ist.

Unter Berücksichtigung des Implementierungsaufwandes stellt die Variante B einen guten Kompromiss dar. Zur Umsetzung der Varianten C und D ist eine umfangreiche Anpassung der Implementierung des Optimierungsverfahrens notwendig. Es soll jedoch herausgestellt werden, dass die Umsetzung der Variante D zu einer reduzierten Anzahl an Variablen führt. Der numerische Aufwand zur Lösung des Optimierungsproblems während der Laufzeit würde somit geringer ausfallen.

## 5.8 ZUSAMMENFASSUNG

In diesem Kapitel sind verschiedene Ansätze verfolgt worden, um in erster Linie die Realisierbarkeit einer modellprädiktiven Regelung eines Verbrennungsmotorprozesses innerhalb eines eingebetteten Systems zu ermöglichen. Die Realisierbarkeit ist dabei hauptsächlich von der Laufzeit des Verfahrens abhängig. Die Reduzierung der Laufzeit wird beispielsweise durch eine Spezialisierung auf eine bestimmte Prozessklasse erreicht, die repräsentativ für die Drehmomentenkoordination innerhalb einer Verbrennungsmotorsteuerung ist. Aufgrund der speziellen Modellstruktur dieses Prozesses werden effiziente Bildungsvorschriften für die benötigten Prädiktionsmatrizen in Gleichung 4.9 und der Parameter des Optimierungsproblems (4.35) angegeben.

Eine weitere Optimierung der benötigten Laufzeit wird durch die geeignete Wahl und die Anpassung der numerischen Algorithmen innerhalb der Methode der aktiven Menge in Abschnitt 4.2.1 erzielt. Die wesentlichen Operationen mit hohem numerischen Aufwand sind hierbei die Bildung einer Zerlegung und die auf der Zerlegung basierende Lösung des Gleichungssystems (4.43). Als besonders geeignete Zerlegung hat sich

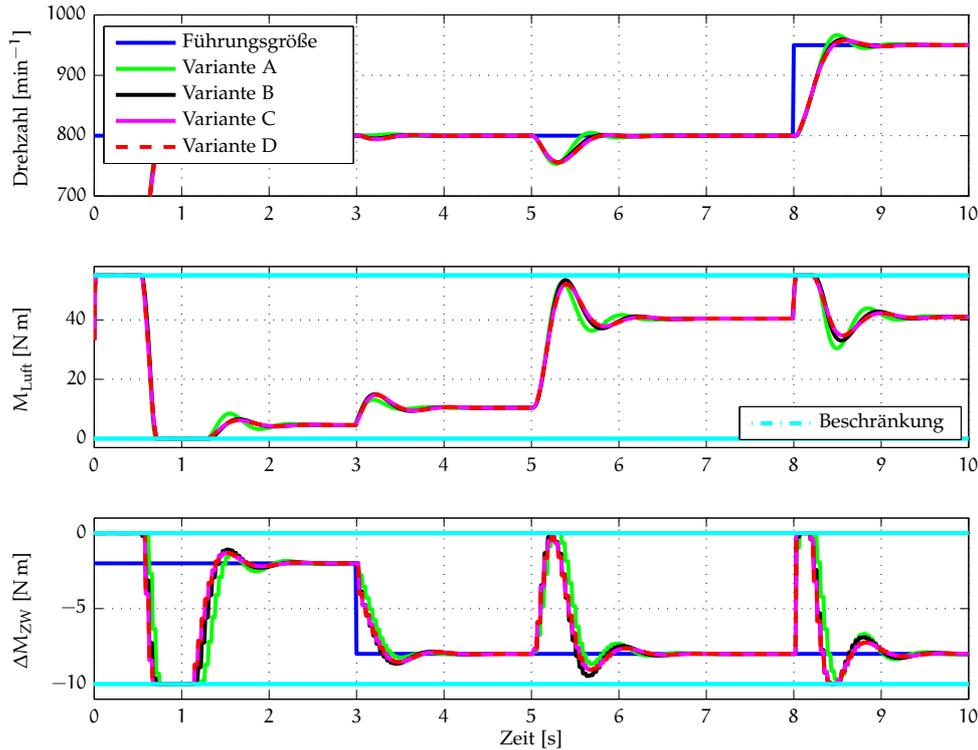


Abbildung 5.18. Darstellung der Regelgüte bei Berücksichtigung der Multiratenproblematik durch die vorgestellten Varianten

hier die  $LDL^T$ -Zerlegung erwiesen, da aufgrund der speziellen Form des Optimierungsproblems (4.35) ein wesentlicher Teil der Zerlegung bereits vor dem Einsatz berechnet werden kann. Hierdurch reduziert sich der numerische Aufwand im ungünstigsten Fall der Aktivierung sämtlicher Restriktionen um den Faktor acht.

Der numerische Aufwand zur Lösung des auf der  $LDL^T$ -Zerlegung basierenden Gleichungssystems wird durch die Berücksichtigung bindender Nebenbedingungen reduziert. Das a-priori Wissen um die Auswirkungen solcher aktiver Restriktionen auf die Lösung des Gleichungssystems (4.43) bestimmt die Wahl der notwendig zu berechnenden Elemente des Lösungsvektors. Die verbleibenden Elemente des Lösungsvektors ergeben sich entsprechend der Erklärung in Abschnitt 5.3 zu null.

Durch die Strategie zur Mehrfachaktivierung und -deaktivierung in Abschnitt 5.4 wird die Iterationszahl und somit die Anzahl der zu lösenden Gleichungssysteme reduziert. Die vorgestellte Strategie beruht hierbei auf den besonderen Eigenschaften des hier betrachteten Optimierungsproblems (4.35). Dieses Optimierungsproblem besitzt im Mehrgrößenfall eine Koeffizientenmatrix der Nebenbedingung  $\mathcal{A}$  in (4.34), die jeweils nur einige Elemente innerhalb des Lösungsvektors  $\Delta u(k)$  miteinander verknüpft. Aufgrund dieser Eigenschaft wird hier statt einer skalaren Schrittweitensteuerung (4.47) in Abschnitt 4.2.1 eine vektorielle Schrittweitensteuerung (5.32) in Abschnitt 5.4 vorgeschlagen. Durch die Anwendung der Strategie zur Mehrfachaktivierung und -deaktivierung ist für eine beispielhafte Regelung eines Verbrennungsmotorprozesses eine Reduzierung der Iterationszahl von 15% erreicht worden.

In Abschnitt 5.5 wird ein neuer Parallelisierungsansatz auf der Optimierungsebene der modellprädiktiven Regelung vorgeschlagen. Dieser Ansatz zielt auf die zunehmende Verfügbarkeit von Mehrkernmikrocontrollern in eingebetteten Systemen. Durch die konkurrierende Ausführung des Optimierungsverfahrens auf den Kernen des Mehrkernmikrocontrollers wird insbesondere die Spitzenlaufzeit im Vergleich zum sequentiellen Fall reduziert. Für einen Prozess mit für diese Arbeit relevanten Dimensionen wird mithilfe der parallelen Implementierung während eines beispielhaften Regelungsszenarios die Spitzenlaufzeit um 79% und die Laufzeit über den gesamten Zyklus um 28% reduziert.

In den Abschnitten 5.6 und 5.7 steht die Regelgüte der modellprädiktiven Regelung im Vordergrund. In Abschnitt 5.6 sind verschiedene Beobachterstrukturen hinsichtlich ihrer Eignung zur Zustandsschätzung untersucht worden. Als besonders geeignet zur Zustandsschätzung hat sich der modale Störgrößenbeobachter erwiesen, der lediglich die relevante Zustände des Teilsystems zwischen der Hauptstell- und der Hauptregelgröße schätzt. Dieses Teilsystem verfügt systembedingt über die geringste Dynamik. Die Bestimmungsgleichung des Rückführvektors des modalen Störgrößenbeobachters liegt analytisch vor, sodass im Falle einer Variation der Parameter des hier betrachteten Prozesses eine erneute Berechnung mit wenig Aufwand möglich ist. Der Abschnitt 5.7 beschreibt einige Möglichkeiten zur Berücksichtigung eines Multiraten-Abtastsystems, bei dem die Stellgrößenumsetzung auf verschiedenen Abtastraten beruht. Durch die Berücksichtigung dieser Eigenschaft innerhalb der modellprädiktiven Regelung wird eine geringere Schwingungsneigung erreicht.

## IMPLEMENTIERUNG UND PRAKTISCHE UNTERSUCHUNGEN

---

Die in den vorangegangenen Kapiteln entwickelten Ansätze für eine laufzeitoptimierte modellprädiktive Regelung werden in diesem Kapitel zur Drehmomentenkoordination und Drehzahlregelung eines Verbrennungsmotors angewendet.

Zunächst werden die Verfahren mithilfe von Simulationen typischer Regelvorgänge in Verbrennungsmotorsteuerungen untersucht. Zu den betrachteten Aspekten der Regelung gehören:

- Vergleich der Regelgüte des numerisch aufwendigen Optimierungsverfahrens mit der analytischen Lösung ohne aktive Berücksichtigung der Stellbeschränkungen
- Nutzung der Kenntnis von bekannten zukünftigen Führungsgrößenänderungen und vorhersagbaren Störgrößen, um bevorstehende Ereignisse zu berücksichtigen
- Validierung der entwickelten modellprädiktiven Regelung an einem nichtlinearen Fahrzeugmodell
- Abschätzung der Umsetzbarkeit durch eine Laufzeitmessung auf der Zielplattform

Nach der simulativen Untersuchung der Verfahren wird in Abschnitt 6.2 die Umsetzung für ein Seriensteuergerät eines Vierzylinder-Reihenottomotors im Fahrzeug beschrieben. Die praktische Anwendbarkeit wird durch die Drehmomentenkoordination des Fahrerwunsches während der Fahrt und eine Leerlaufregelung gezeigt.

### 6.1 SIMULATIVE UNTERSUCHUNGEN

Die Grundlage der simulativen Verbrennungsmotorsteuerung in diesem Abschnitt bildet eine Modellbeschreibung des Verbrennungsmotorprozesses unterschiedlichen Detaillierungsgrades zur prädiktiven Regelung und der Abbildung der unterlagerten Physik. Dieses Modell ist somit ausschlaggebend für die Qualität der Regelung und die Realitätsnähe der Simulation. Der Entwurf der modellprädiktiven Regelung basiert auf dem in Abschnitt 3.4 beschriebenen vereinfachten Motormodell

$$\begin{bmatrix} M_A \\ n \\ \Delta M_{ZW_{Ist}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{M_{Luft} \rightarrow M_A} & G_{\Delta M_{ZW} \rightarrow M_A} \\ G_{M_{Luft} \rightarrow n} & G_{\Delta M_{ZW} \rightarrow n} \\ 0 & G_{\Delta M_{ZW} \rightarrow \Delta M_{ZW}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{Luft} \\ \Delta M_{ZW_{Soll}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{M_{Last} \rightarrow M_A} \\ G_{M_{Last} \rightarrow n} \\ 0 \end{bmatrix} M_{Last} \quad (6.1)$$

Der nachfolgende Abschnitt beschäftigt sich mit den Aspekten der modellprädiktiven Regelung, die die besondere Eignung für die Verbrennungsmotorsteuerung darstellen. Zum einen ist dies die inhärente Berücksichtigung von Stellbeschränkungen, die gegebenenfalls zu einer Kompensation einer solchen Beschränkung im Sinne der Ressourcenallokation führt. Zum anderen ist die Fähigkeit zu vorausschauenden Stellaktionen bei bekannten Führungs- und Störgrößenverläufen gegeben. Durch diesen prädiktiven Charakter kann eine wesentliche Verbesserung der Regelgüte erreicht werden.

### 6.1.1 Vergleichende Untersuchung verschiedener Implementierungsvarianten

Auf der Basis des in Abschnitt 3.4 ermittelten dynamischen Prozessmodells werden in diesem Abschnitt die beiden Implementierungsvarianten

- Analytische Lösung des Optimierungsproblems entsprechend Gleichung 4.24 mit Beschränkung des Reglerausgangs, um die Zulässigkeit der Stellgröße zu gewährleisten
- Lösung des Optimierungsproblems unter Berücksichtigung der Nebenbedingung nach Gleichung 4.35 mittels der in Abschnitt 4.2.1 vorgestellten Methode der aktiven Menge

hinsichtlich der erreichbaren Regelgüte verglichen. Dieser Vergleich soll die Unterschiede dieser beiden Varianten herausstellen und die Umstände aufzeigen unter denen der erhöhte numerische Aufwand zur Lösung des Optimierungsproblems gerechtfertigt ist.

In Abbildung 6.1 können die beiden obengenannten Ansätze anhand einer Drehmomentenregelung miteinander verglichen werden, wobei zunächst keine deutlichen Unterschiede zu erkennen sind. Die verfahrensabhängigen Unterschiede treten nur zu den Zeitpunkten auf, wenn lediglich eine Stellgröße beschränkt ist und diese Beschränkung durch die verbleibende Stellgröße kompensiert werden kann. Dies ist beispielsweise in Folge der Führungsgrößenänderung des Motordrehmomentes zu den Zeitpunkten  $t = 0,5\text{ s}$  und  $t = 6\text{ s}$  der Fall. Der wirksamen Beschränkung des Zündpfades wird durch die quadratische Programmierung wirkungsvoll mittels einer dynamischeren Nutzung des Luftpfades entgegengewirkt. Diese teilweise Kompensation ist allerdings stets unter dem Gesichtspunkt eines deutlich unterschiedlichen dynamischen Verhaltens beider Stellpfade zu sehen. Durch die Berücksichtigung der Stellbeschränkung in der Regelung wird kürzere Anregelzeit erreicht als bei Nichtberücksichtigung.

Ist keine Stellgröße beschränkt, so zeigt sich auch kein Unterschied zwischen den beiden besprochenen Varianten. So findet bei Zeitpunkt  $t = 2,5\text{ s}$  eine Änderung der Drehmomentenreserve auf dem Zündpfad statt, die drehmomentenneutral hinsichtlich des Motordrehmomentes durch eine entsprechende Anpassung des Luftpfades realisiert wird. Dies wird erreicht, indem die modellprädiktive Regelung die Dynamik des Übergangs auf dem Zündpfad an die darstellbare Dynamik des Luftpfades anpasst.

Im Zeitraum  $t = 3 \dots 5\text{ s}$  ist eine sprungförmige Eingangsstörung  $M_{\text{Last}} = 40\text{ N m}$  modelliert, anhand derer gutes Störverhalten zu erkennen ist. Innerhalb eines Zeitraumes von  $60\text{ ms}$  wird die vorhandene Drehmomentenreserve des Zündpfades vollständig

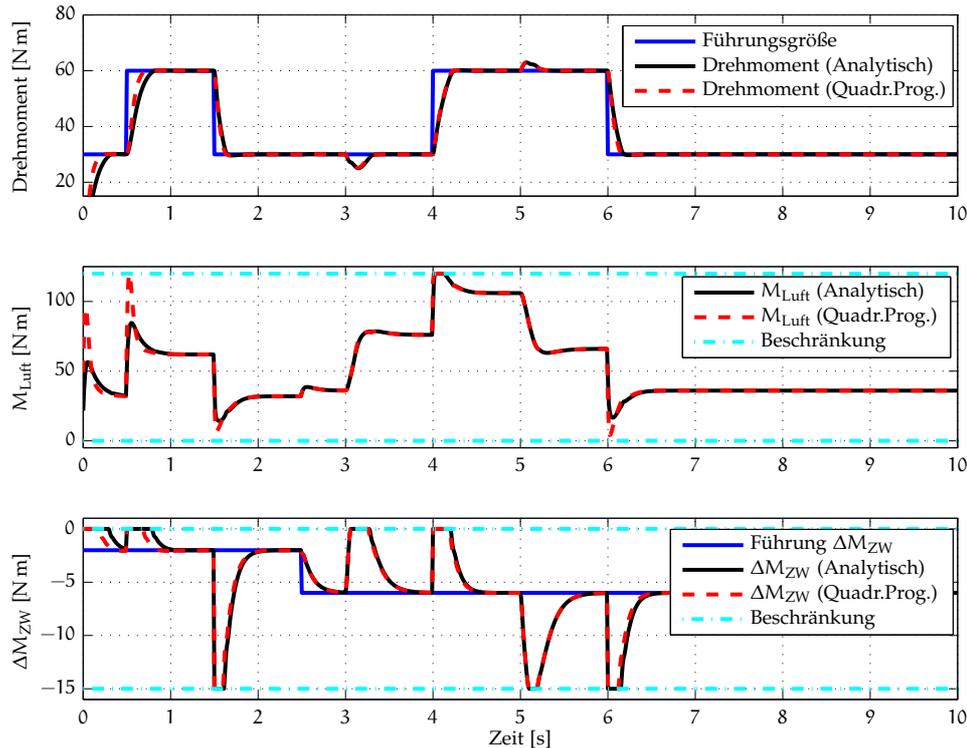


Abbildung 6.1. Vergleich der Implementierungsvarianten anhand einer Drehmomentenregelung

genutzt und zeitgleich der Luftpfad zur Umsetzung eines höheren Drehmomentes manipuliert. Aufgrund der geringen Dynamik des Luftpfades ergibt sich dennoch ein maximaler Drehmomenteneinbruch von 5 N.m. Ein deutlich verbessertes Störverhalten kann bei einer a-priori bekannten Störung erzielt werden. Dieser Sonderfall wird ausführlicher im Abschnitt 6.1.2 diskutiert.

Die Verfügbarkeit einer Drehmomentenreserve auf dem Zündpfad ist an Bedingungen gekoppelt, da mit einer Reserve stets eine Wirkungsgradverschlechterung einhergeht. Aus diesem Grund ist eine solche Reserve in der Regel nur in ausgewählten Situationen, wie beispielsweise im Leerlauf oder während einer Getriebeschaltung, gestattet. In einer regulären Fahrsituation hingegen ist die Manipulation des Zündpfades nicht erlaubt. Die Berücksichtigung einer zu fixierenden Stellgröße kann innerhalb der modellprädiktiven Regelung direkt über die Beschränkung der entsprechenden Stellgröße realisiert werden. In Abbildung 6.2 ist eine vergleichbare Situation dargestellt, in der eine konstante Drehmomentenreserve durch die Brennverfahrensteuerung ab dem Zeitpunkt  $t = 2\text{ s}$  gefordert wird. Es ist deutlich zu erkennen, dass sich die Regelungsgüte den beiden Implementierungsvarianten nun wesentlich unterscheidet. Die Änderung der Drehmomentenreserve zum Zeitpunkt  $t = 2,5\text{ s}$  kann aufgrund der geringeren Dynamik des Luftpfades nicht mehr drehmomentenneutral erfolgen. Die quadratische Programmierung ist allerdings im beschränkten Maße in der Lage mittels des Luftpfades dem Drehmomenteneinbruch entgegenzuwirken. Besonders im Falle des Störverhaltens wirkt sich die fehlende Berücksichtigung der Stellbeschränkung durch die analytische Lösung nachteilig aus. Die Stellreaktion auf dem Luftpfad fällt im Wesent-

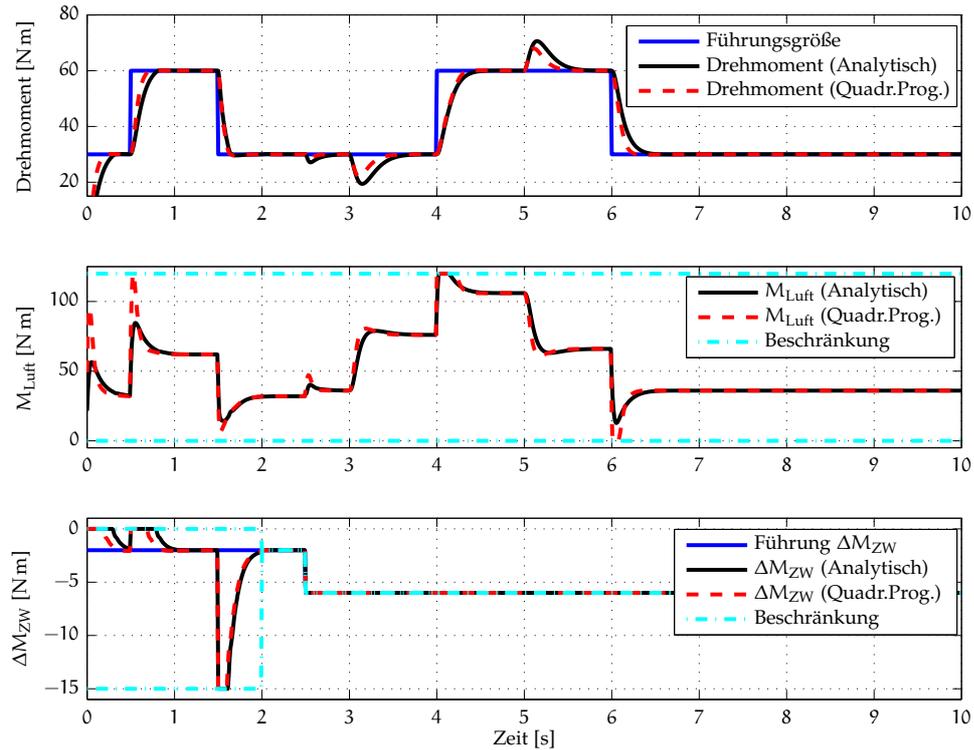


Abbildung 6.2. Vergleich der Implementierungsvarianten anhand einer Drehmomentenregelung ohne Nutzung des Zündpfades

lichen identisch zur Abbildung 6.1 aus. Hieraus resultiert ein Drehmomenteneinbruch von 10,5 N m. Im Vergleich weist die quadratische Programmierung lediglich einen Einbruch von 8 N m auf und zeigt weiterhin eine kürzere Ausregelzeit.

Bei beiden Varianten ist es möglich durch eine Änderung der Gewichtungen im Gütekriterium 4.10 ein anderes Regelungsziel zu verfolgen. Im speziellen Fall erfolgt in Abbildung 6.3 bis zum Zeitpunkt  $t = 5$  s eine Drehzahlregelung, die beispielsweise als Leerlaufregelung interpretiert werden kann. Hierzu werden die Gewichtungsmatrizen in Gleichung 4.10

$$Q(i) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, H_p \quad \text{und} \quad R(i) = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad i = 0, \dots, H_u - 1 \quad (6.2)$$

gewählt. Durch das Nullelement in  $Q_{1,1}$  zur Gewichtung der Regeldifferenz des Motordrehmomentes wird die Drehmomentenregelung de-facto deaktiviert. Die entsprechenden Differenz finden keine Berücksichtigung innerhalb des Gütekriteriums. Ab dem Zeitpunkt  $t = 5$  s werden die Gewichtungen

$$Q(i) = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, H_p \quad \text{und} \quad R(i) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad i = 0, \dots, H_u - 1 \quad (6.3)$$

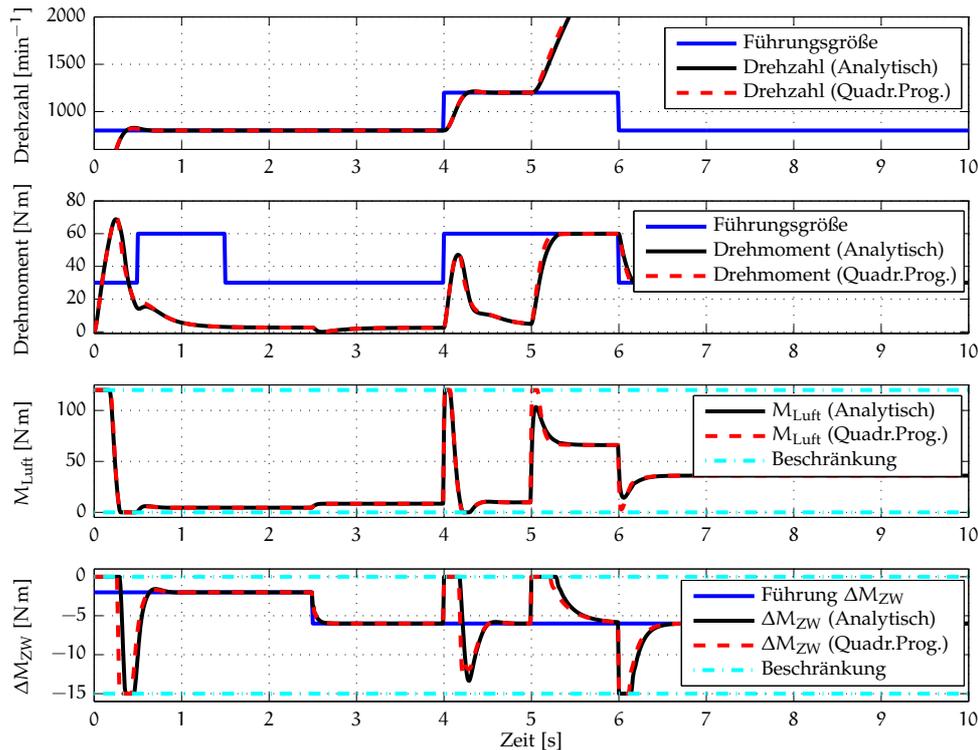


Abbildung 6.3. Vergleich der Implementierungsvarianten anhand einer Umschaltung zwischen Drehmomenten- und Drehzahlregelung

genutzt und somit eine Drehmomentenregelung etabliert, die entsprechend des Fahrerwunsches als Beschleunigungssituation angesehen werden kann. Die Stellgrößen der Regelung werden unmittelbar entsprechend des neu definierten Regelungszieles verwendet. Die Anpassung der Gewichtungsmatrizen hat allerdings einen hohen numerischen Aufwand zur Folge, da die Parameter des Optimierungsproblems neu berechnet werden müssen (vgl. Abschnitt 5.1).

Auch Abbildung 6.3 zeigt eine bessere Regelgüte bei Verwendung der Lösung des Optimierungsproblems (4.35). Es kann festgestellt werden, dass die fehlende direkte Berücksichtigung der Stellbeschränkungen in der analytische Lösung zu einer schlechteren Regelgüte führt. Durch diese fehlende Berücksichtigung findet keine Koordination der verschiedenen Stellgrößen im Sinne der Ressourcenallokation statt. Eine solche Koordination ist dann relevant, wenn nur einige der zur Verfügung stehenden Stellorgane beschränkt sind. Der Unterschied in der Regelgüte zwischen den oben genannten Implementierungsvarianten wird demnach mit steigender Anzahl an Stellgrößen zunehmend deutlicher werden.

### 6.1.2 Prädizierter Führungs- und Störgrößenverlauf

Wie im vorangegangenen Abschnitt bereits erwähnt, kann durch die prädiktive Berücksichtigung zukünftiger Ereignisse die Regelgüte verbessert werden. Aufgrund der

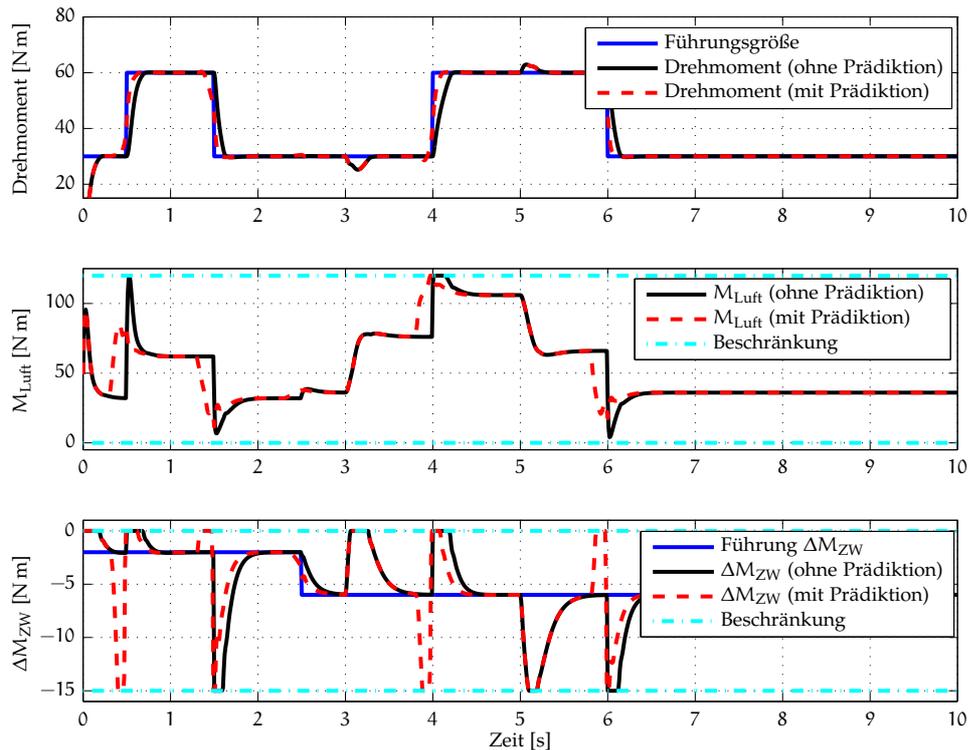


Abbildung 6.4. Drehmomentenregelung mit prädiktiver Führungsgrößenvorgabe

vorausschauenden Arbeitsweise der modellprädiktiven Regelung ist hierzu keine klassische Vorsteuerung beispielsweise eines zusätzlichen Lastmomentes oder eine anderweitige Anpassung notwendig. Im Falle einer bekannten zukünftigen Führungsgrößenänderung ist lediglich der zugehörige Vektor  $W(k)$  in Gleichung 4.28 entsprechend anzupassen. Ein Beispiel für die Verfügbarkeit einer solchen Information ist eine bevorstehende Getriebebeschaltung eines Automatikgetriebes. Dieser Vorgang wird der Motorsteuerung in der Regel im Voraus bekannt gemacht, um eine geeignete Reaktion zu ermöglichen. Die Aktivierung des Klimakompressors ist ein Beispiel für ein im Voraus bekanntes Lastmoment. Speziell im Leerlauf ist eine ausreichende Vorbereitung auf dieses Ereignis unumgänglich, da ansonsten ein deutlicher Drehzahleinbruch die Folge wäre. Innerhalb der hier vorgestellten modellprädiktiven Regelung kann die Vorbereitung über den Vektor  $Z(k)$  in der Prädiktionsgleichung 4.9 erfolgen.

In Abbildung 6.4 ist eine beispielhafte Drehmomentenregelung mit prädiktiver Führungsgrößenvorgabe dargestellt. Die Vorbereitung auf das Ereignis des Führungsgrößensprunges zum Zeitpunkt  $t = 4$  s ist hierbei deutlich zu erkennen. Während über den Luftpfad das notwendige Drehmoment aufgebaut wird, findet über den Zündpfad eine Kompensation dieses zusätzlichen Drehmomentes vor dem Zeitpunkt des Führungsgrößensprunges statt. Hierdurch wird verhindert, dass es zu einer unzulässigen Regelabweichung in Folge der Vorbereitung auf die bevorstehende Führungsgrößenänderung kommt. Diese Kompensation fällt allerdings aus verschiedenen Gründen unvollständig aus. Zum einen erfährt der Zündpfad eine Beschränkung, weshalb nicht im vollen Maße kompensiert werden kann. Daraus resultiert ein leicht erhöhtes Dreh-

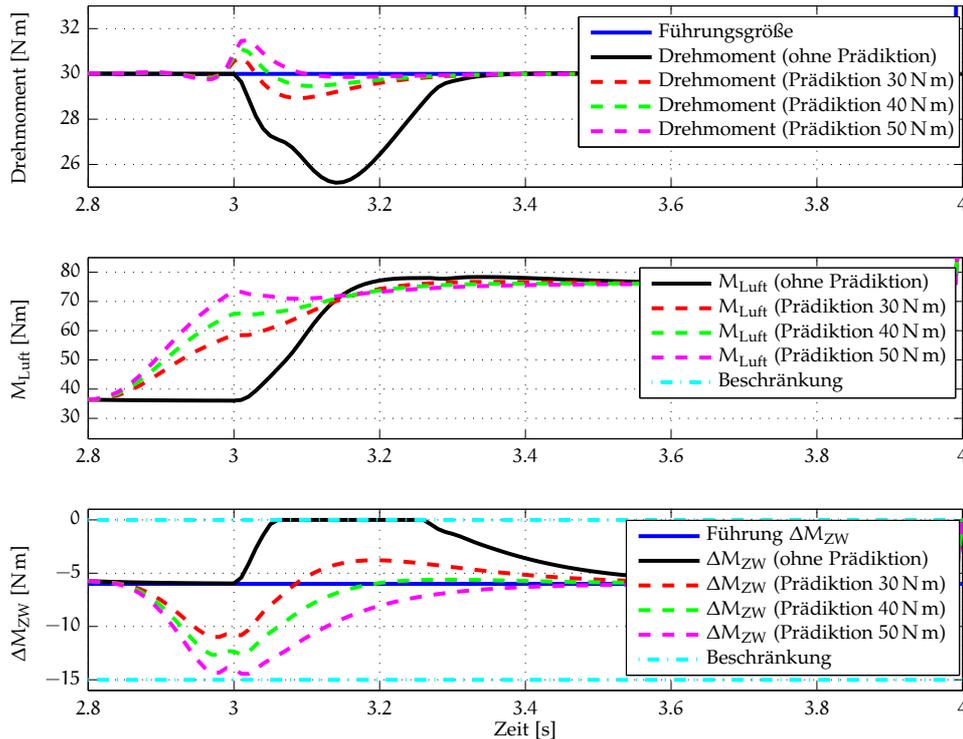


Abbildung 6.5. Drehmomentenregelung mit prädizierter Störgröße

moment noch vor dem eigentlichen Führungssprung. Diese Erhöhung ist durch das Gütekriterium und die Stellbeschränkung bedingt und muss in Kauf genommen werden. Dieses Verhalten ist noch deutlicher zum Zeitpunkt  $t = 1,5\text{ s}$  zu beobachten, da der Zündpfad dort einen wesentlich geringeren Freiheitsgrad besitzt. Eine vollständige Kompensation der Regelabweichung ist nicht möglich, weil der Zündpfad als Hilfsregelgröße sowohl einer Stellratengewichtung, als auch einer eigenen Führungsgröße unterliegt. Es ist in solchen dynamischen Übergängen nicht möglich, dass das Motordrehmoment und die Drehmomentenreserve zugleich ohne Regeldifferenz auf Sollwerte überführt werden. Aus diesem Grund wird durch die modellprädiktive Regelung ein bestmöglicher Kompromiss unter Berücksichtigung des Gütekriteriums (4.10) bestimmt. Es ist somit mit diesem Regelungsansatz nicht möglich, dass eine absolute Motordrehmomententreue erreicht wird.

Die Nutzung des Wissens um ein a-priori bekanntes Lastmoment führt ebenso zu einer verbesserten Regelgüte, wie Abbildung 6.5 zeigt. Auch in diesem Fall ist das gegenläufige Verhalten des Luft- und Zündpfades während der Vorbereitungsphase zu erkennen. Im Falle eines genau bekannten Lastmomentes von  $40\text{ N m}$  wird die zum Zeitpunkt  $t = 3\text{ s}$  auftretende Störung fast vollständig kompensiert. Aber auch bei einer fehlerhaften Annahme des Lastmomentes von mehr als zwanzig Prozent wird ein deutlich besseres Ergebnis erzielt, als es ohne die Prädiktion der Eingangsstörung des Fall ist.

In Abbildung 6.6 ist ein Fall dargestellt, in dem eine Störgröße prädiziert wird, die dann aber ausbleibt. Eine solche Situation ist denkbar, wenn die ursprüngliche Freigabe eines Nebenaggregates aus verfahrenstechnischen Gründen wieder aufgehoben wird.

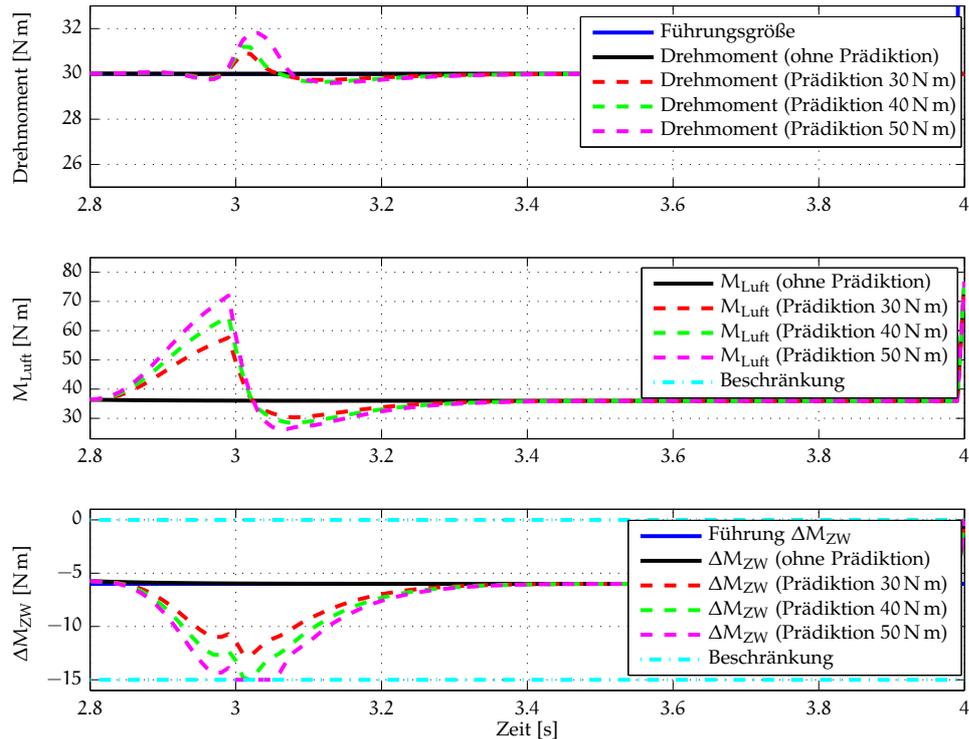


Abbildung 6.6. Drehmomentenregelung mit ausbleibender prädizierter Störgröße

Mit dem ausbleibenden Lastmoment wird in Abbildung 6.6 zum Zeitpunkt  $t = 3$  s auch die Störgrößenprädiktion entsprechend angepasst. Infolgedessen wird das überflüssige Drehmoment abgebaut, bis das Regelungsziel wieder erreicht ist. Im Falle der Prädiktion eines Lastmomentes von  $50 \text{ N m}$  erfährt der Zündpfad eine Beschränkung, weshalb der Drehmomentenabbau an die Dynamik des Luftpfades gekoppelt ist. Eine ausgeprägte Drehmomentenüberhöhung für nahezu  $100 \text{ ms}$  ist die Folge.

Die Prädiktion des Lastmomentes wirkt sich auch auf die Drehzahlregelung in Abbildung 6.7 positiv aus. Erwähnenswert ist, dass der Luft- und Zündpfad während der Vorbereitungsphase nicht mehr gegenläufig eingesetzt werden. Aufgrund der geringen Dynamik dieses Prozesses und der vergleichsweise kurzen Vorbereitungszeit ist der Zündpfad nicht in der Lage in dieser Zeitspanne eine wirkungsvolle Kompensation des Luftpfades zu bewirken. Stattdessen werden beide Stellorgane eingesetzt, um dem bevorstehenden Lastmoment entgegenzuwirken.

### 6.1.3 Validierung am nichtlinearen Fahrzeugmodell

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt die vorgestellte modellprädiktive Regelung anhand eines linearen Prozessmodells evaluiert worden ist, wird in diesem Abschnitt das Regelungskonzept anhand einer komplexen Simulation des Gesamtfahrzeuges demonstriert [106]. Ein Strukturbild dieses Simulationsmodells zeigt Abbildung 6.8. Dieses Fahrzeug besteht aus einem direkt einspritzenden V6-Ottomotor mit Kompressoraufl-

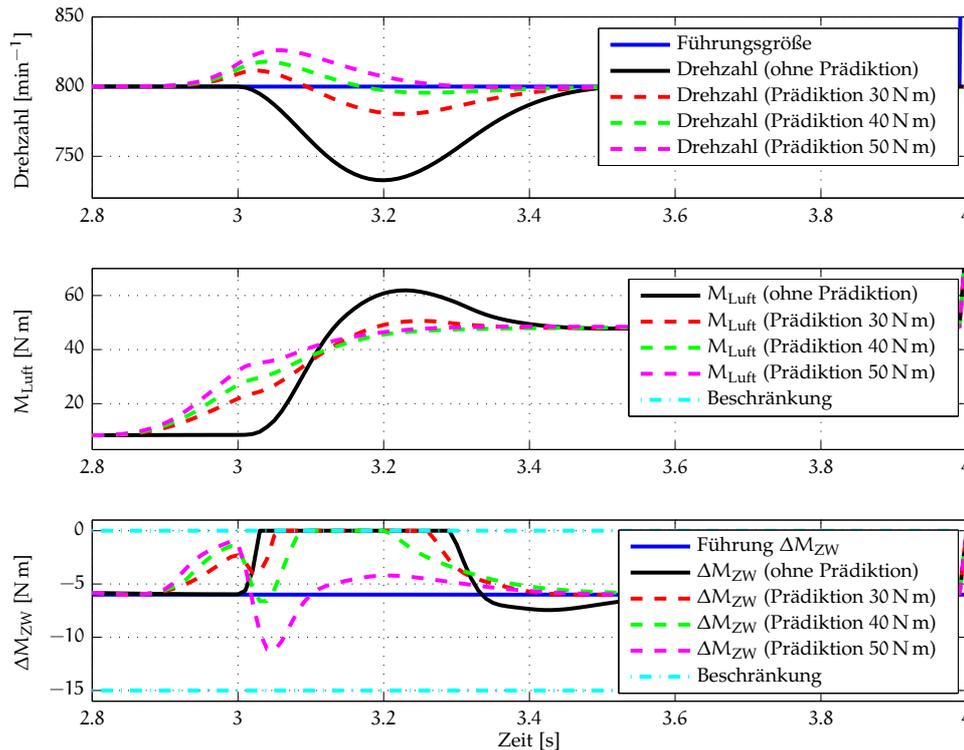


Abbildung 6.7. Drehzahlregelung mit prädizierter Störgröße

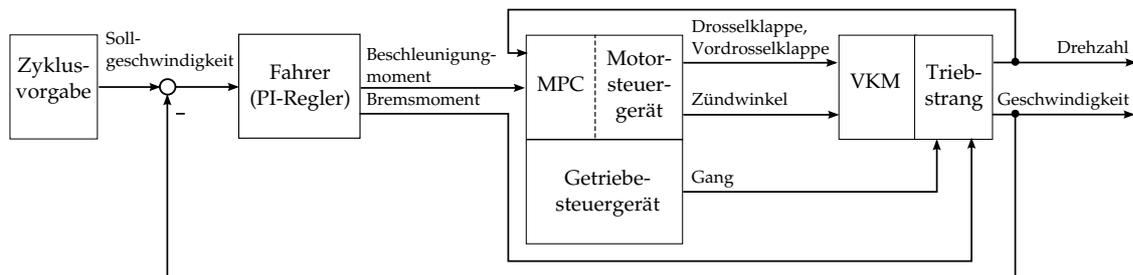


Abbildung 6.8. Die Struktur der komplexen Simulation des Gesamtfahrzeuges

ladung und einem Antriebsstrang mit Automatikgetriebe. Die Geschwindigkeit des Fahrzeugmodells wird zurückgeführt und mit einer Wunschtrajektorie verglichen, die durch ein Fahrermodell in Form eines einfachen PI-Reglers eingestellt wird. Als Stellgröße dient dem Fahrermodell das Fahrerwunschloment, das durch eine Motorsteuerung umgesetzt wird. Die Motorsteuerung besteht hierbei nur aus einer Teilmenge der in Abschnitt 3.2 beschriebenen Funktionen. Zum einen wird der Luftpfad mit der nichtlinearen Abbildung des gewünschten Motordrehmomentes auf den entsprechenden Drosselklappen- und Vordrosselklappenwinkel und das zugehörige Saugrohrspeicherdruckmodell abgebildet. Zum anderen wird die nichtlineare Zündwinkelwirkungsgradkennlinie berücksichtigt, die eine Variation des Motordrehmomentes durch die Wahl des Zündwinkels abbildet. Die Koordination des Luft- und Zündpfades erfolgt durch eine modellprädiktive Regelung mit einem vereinfachten Prozessmodell (6.1).

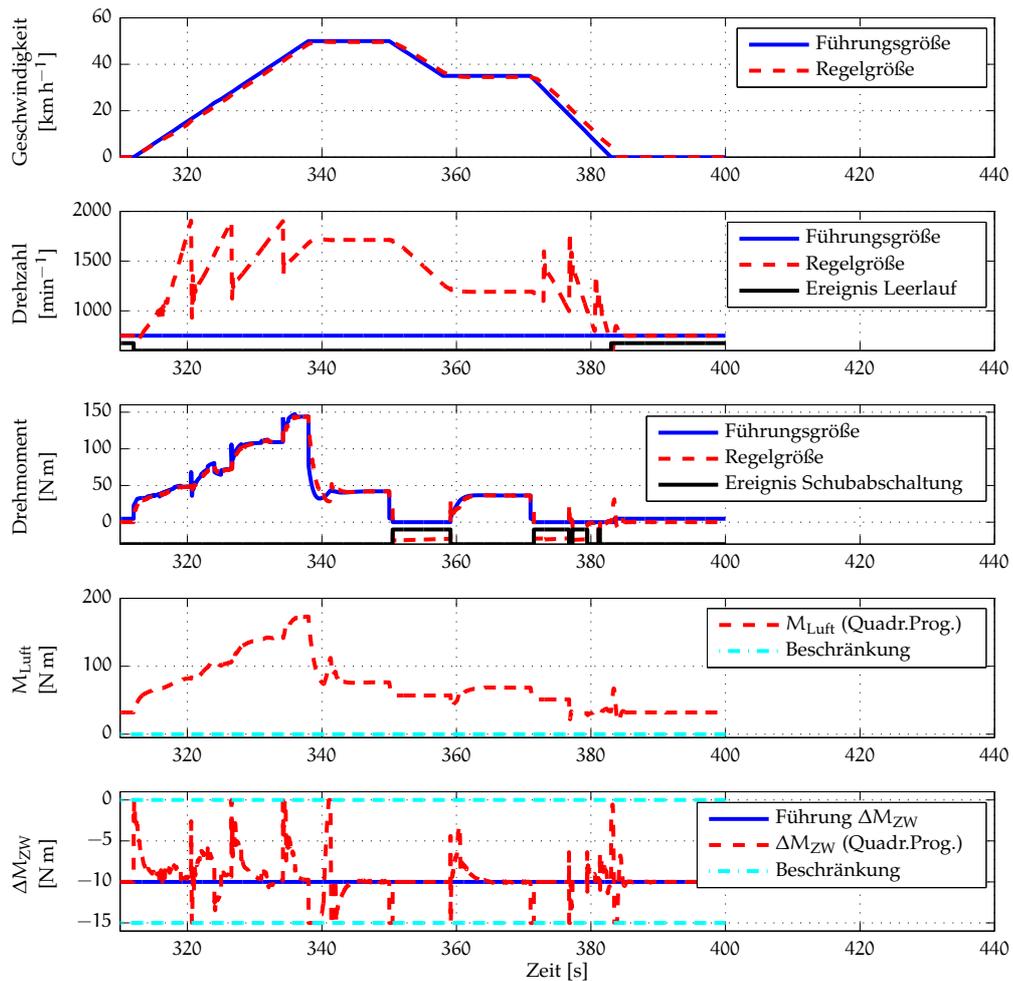


Abbildung 6.9. Drehmomenten- und Drehzahlregelung anhand eines Ausschnittes aus dem Stadtfahrzyklus des NEFZ

Die Vorgabe eines Geschwindigkeitsverlaufes ermöglicht beispielsweise die Abbildung des zulassungsrelevanten Neuen Europäischen Fahrzyklus (NEFZ) [54, 65]. Dieser Fahrzyklus dient als Grundlage der verpflichtenden Herstellerangaben zu dem Kraftstoffverbrauch und den Schadstoffemissionen neu zugelassener Fahrzeuge innerhalb der europäischen Union.

Die Abbildung 6.9 zeigt die Funktion der modellprädiktiven Drehmomentenkoordination anhand eines Ausschnittes aus dem Stadtfahrzyklus des NEFZ. Zu Beginn der Darstellung erfolgt eine Beschleunigungsphase inklusive der notwendigen Getriebebeschaltungen. Die Eingriffe auf dem Zündpfad dienen hierbei dem Instationärausgleich des Fahrerwunschlages, das infolge der großen Drehzahlgradienten ein ebenso sprunghaftes Verhalten aufweist. Zwischen den Schaltvorgängen hingegen stellt der Zündpfad die stationär geforderte Drehmomentenreserve ein, um diese als Freiheitsgrad wieder einsetzen zu können. Mit dem Ende der Beschleunigungsphase um den Zeitpunkt  $t = 340\text{ s}$  wird das Motordrehmoment reduziert, um bei konstanter Geschwindigkeit lediglich das Reibmoment, das Lastmoment und die Widerstandskraft der Luftströ-

mung zu kompensieren. Die anschließende Phase mit fallender Geschwindigkeit ist durch eine Schubabschaltung gekennzeichnet (vgl. Abschnitt 3.2). Hierbei wird in der Regel durch den Fahrer nicht das Bremspedal betätigt, sondern die Geschwindigkeitsreduzierung allein durch die Reibung und die Luftströmung erreicht. In dieser Phase wird aufgrund des fehlenden Wunschmomentes in der Praxis auch gezielt auf die Kraftstoffeinspritzung verzichtet. Durch die Simulationsumgebung wird dieser Umstand berücksichtigt, indem ein positiver Drehmomentenbeitrag durch den Verbrennungsmotor nicht länger gegeben ist und lediglich das Verlustmoment mit negativem Vorzeichen abgebildet wird. Die Drehmomentenkoordination hat als Konsequenz keinen Durchgriff auf den Prozess. Innerhalb der modellprädiktiven Regelung wird in diesem Sonderfall mit der faktischen Deaktivierung der Drehmomentenregelung reagiert, indem die Gewichtungsmatrizen zu

$$Q(i) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,05 \end{bmatrix}, i = 1, \dots, H_p \quad \text{und} \quad R(i) = \begin{bmatrix} 25 & 0 \\ 0 & 0,05 \end{bmatrix}, i = 0, \dots, H_u - 1 \quad (6.4)$$

gewählt werden. Das Regelungsziel besteht hier in dem Vorhalt einer geforderten Drehmomentenreserve auf dem Zündpfad. Der Luftpfad erfährt daher in diesem Bereich keine Veränderung und bleibt konstant. Im Anschluss an die Schubabschaltung um den Zeitpunkt  $t = 360$  s ist zunächst eine Drehmomentenüberhöhung zu erkennen, da sich das Reibmoment aufgrund der geringeren Drehzahl reduziert hat. Eine Initialisierung der Regelung mit dem Wiedereinsetzen des Verbrennungsmotors auf das dann vorliegende Reib- und Lastmoment wäre denkbar, um eine solche Entwicklung zu vermeiden.

Während der Simulation wird innerhalb der modellprädiktiven Regelung lediglich ein lineares Modell für einen einzigen leerlaufnahen Arbeitspunkt verwendet. Dennoch ist die Regelung auch in einem davon abweichenden Arbeitsbereich in der Lage den Prozess vergleichsweise gut zu führen, was einen Eindruck über die Robustheit des Verfahrens vermittelt.

#### 6.1.4 Simulation auf der Zielplattform

Nachdem in den vorangegangenen Abschnitten die regelungstechnischen Eigenschaften des vorgestellten Verfahrens im Vordergrund standen, wird in diesem Abschnitt der numerische Aufwand untersucht. Hierzu ist die modellprädiktive Regelung auf eine Entwicklungsplattform mit dem Mikrocontroller TriCore TC1796 der Firma INFINEON TECHNOLOGIES AG [120] portiert worden. Dieser Mikrocontrollertyp ist in diesem Kontext besonders relevant, da er eine große Verbreitung innerhalb aktueller Motorsteuergeräte aufweist. Dies ist auch durch die Ausstattungsmerkmale einer integrierten Fließkommaeinheit (FPU), eines digitalen Signalprozessors (DSP) zur schnellen Signalverarbeitung und eines Peripheriecontrollers (PCP) begründet. Mit einer Taktrate von 150 MHz liefert er die nötige Rechenleistung, die moderne Motorsteuerungen erfordern. Als Entwicklungsumgebung kommt das TASKING TriCore-PCP VX-toolset v2.5r1 der Firma ALTIUM LIMITED [11] zum Einsatz. Diese beinhaltet auch einen speziell angepassten C-Compiler und Linker für die Programmerstellung.

Zur möglichst realitätsnahen Evaluierung der modellprädiktiven Regelung wurde eine Interruptserviceroutine eingerichtet, die mit einer Abtastzeit von 10 ms der Taktrate einer üblichen Drehmomentenkoordination entspricht. Diese Routine dient dem zyklischen Aufruf der Regelung. Die gewählten Prädiktions- und Stellhorizonte sind experimentell ermittelt worden und weisen mit zwanzig beziehungsweise drei Abtastschritten eine Größenordnung auf, die eine Anwendung der modellprädiktiven Regelung in einem eingebetteten System gestattet. Die hieraus resultierende Dimension des Optimierungsproblems führt in diesem Fall auf einen Speicherbedarf für Daten von 1,9 kB LDRAM. Zu diesen Daten gehören beispielsweise die Prädiktionsmatrizen in Gleichung 4.9 und die Zerlegung aus Abschnitt 5.2. In Bezug auf den genutzten Arbeitsspeicher nehmen diese Variablen den größten Speicherbereich ein.

Der notwendige Programmspeicher für den Algorithmus kann mit 6,4 kB des prozessornahen SPRAMS angegeben werden. Es sind dabei nur die hier entwickelten Programmteile berücksichtigt, also ist beispielsweise die Fließkommabibliothek ausgeklammert. Diese Bibliothek kann in dem größeren Softwareprojekt einer Gesamtmotorsteuerung als bereits integriert angesehen werden. Die prozessornahen Speicherbereiche sind gewählt worden, um die minimal erreichbaren Laufzeiten zu ermitteln.

Die Abbildung 6.10 zeigt die kombinierte Drehmomenten- und Drehzahlregelung in der Simulation. Die Reaktion auf die berechneten Stellsignale wird hierbei mithilfe des verwendeten Prozessmodells (6.1) abgebildet. Da in dieser Simulation ebenfalls mit einer Fließkommaarithmetik in einfacher Genauigkeit gearbeitet wird, ist kein elementarer Unterschied zu den Simulationsergebnissen der vorangegangenen Abschnitte zu erkennen.

Zu Beginn der Simulation sind zunächst die Prozess- und Regelparameter festzulegen, da diese entsprechend der getätigten Annahme als variabel gelten. Hierdurch kommt es zu einem hohen numerischen Aufwand, weil das Zustandsraummodell (4.1), die Prädiktionsmatrizen (4.9) und die Zerlegung entsprechend Abschnitt 5.2 initial zu berechnen sind. Zusätzlich kommt es zu einer größeren Anzahl an Iterationen der Methode der aktiven Menge. Wie im unteren Teil der Abbildung zu sehen, sind zum Zeitpunkt  $t = 0$  s drei Restriktionen zu aktivieren. Dies resultiert aus der Beschränkung des Zündpfades über den Stellhorizont. Durch numerischen Aufwand zur Initialisierung und der Optimierung beträgt die Gesamtlaufzeit im ersten Abtastschritt 174  $\mu$ s. Dieser Wert ist signifikant größer, als die Laufzeiten während der verbleibenden Simulationszeit. Eine mögliche Maßnahme zur Reduzierung dieser Spitzenlaufzeit ist die Begrenzung der Anzahl an Iterationen im Falle einer Initialisierung. Hierdurch würde es während eines Abtastschrittes zu einer suboptimalen Lösung kommen. Die in diesem Fall erreichbare Reduzierung der Rechenlaufzeit kann in Abbildung 6.10 im Abtastzeitpunkt  $t = 9$  s ermittelt werden. Zum Zeitpunkt  $t = 9$  s wurde eine zweite Initialisierung durchgeführt, was zu einer erhöhten Rechenzeit führte. Im Vergleich mit der Initialisierung zum Zeitpunkt  $t = 0$  s ist die Laufzeit um 30% reduziert, da zusätzlich zur Initialisierung im Zeitpunkt  $t = 9$  s keine weiteren Iterationen zur Lösung des Optimierungsproblems notwendig waren.

Im Anschluss an die Initialisierung zu Beginn der Simulation bleibt die Beschränkung des Zündpfades zunächst aktiv. Dies führt allerdings zu keiner erhöhten Laufzeit, da die aktive Menge nicht manipuliert werden muss. Als Konsequenz wird daher auch nur

eine einzelne Iteration zur Berechnung der Stellgrößen benötigt. Erst mit dem Ausregelvorgang in Bezug auf das Motordrehmoment wird die Beschränkung des Zündpfades aufgehoben. Dies geschieht allerdings nicht innerhalb eines einzigen Abtastschrittes, sondern findet über mehrere Abtastschritte verteilt statt. Die Deaktivierung der Restriktionen beginnt in der Regel mit der letzten, also mit der am weitesten in der Zukunft liegenden Differenzstellgröße. Hierdurch erklärt sich, weshalb der numerische Aufwand nur moderat steigt.

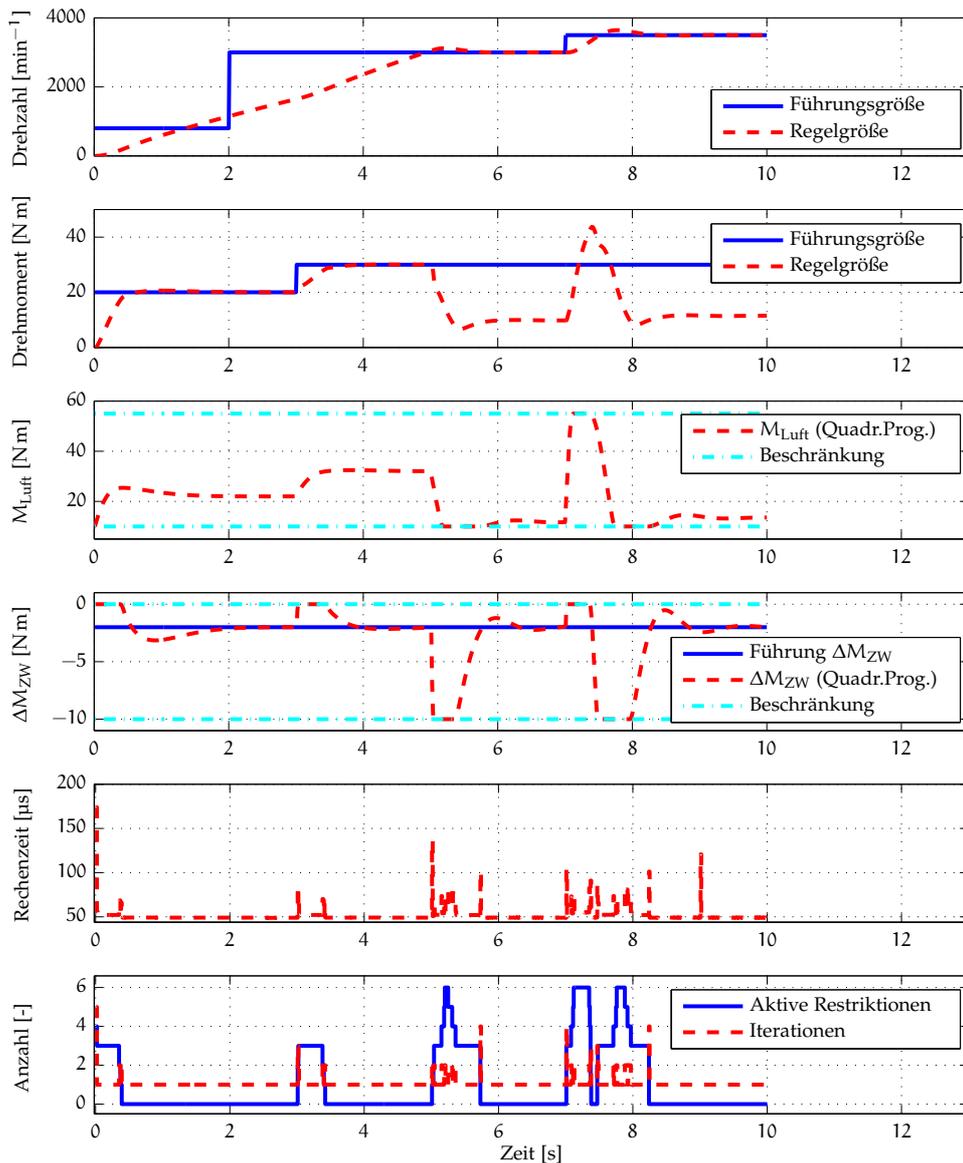


Abbildung 6.10. Drehmomenten- und Drehzahlregelung einer Hardware in the Loop Simulation

Die hohe Rechenlaufzeit zum Zeitpunkt  $t = 5$  s resultiert aus der Änderung des Regelungszieles zu einer Drehzahlregelung. Hierbei ist wie zum Zeitpunkt  $t = 0$  s eine Berechnung der beteiligten Matrizen notwendig. Infolge des neuen Regelungszieles

kommt es zur Beschränkung sämtlicher an der Optimierung beteiligten Stellgrößen. Dies wird anhand der Anzahl der aktiven Restriktionen deutlich. Dennoch kommt es wiederum zu keinem übermäßigen Anstieg der Laufzeit, da die Restriktionen wieder zeitversetzt aktiviert werden. Das die beiden Stellpfade mit unterschiedlicher Dynamik manipuliert werden, ist in diesem Kontext vorteilhaft. Dabei ist nicht nur die Parametrierung der Regelung, sondern auch die mittels des Modells hinterlegte Dynamik für dieses Verhalten verantwortlich. Erwähnenswert ist auch, dass die Differenzstellgrößen des Luftpfades stets innerhalb eines einzelnen Abtastschrittes deaktiviert werden. Die geringe Dynamik dieses Stellpfades im Vergleich zu der gewählten Abtastzeit ermöglicht keine differenzierte Stellgrößenvariation.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass eine Implementierung der vorgestellten modellprädiktiven Regelung für den Mikrocontroller TC1796 in Hinblick auf die Rechenzeit und den Speicherbedarf realisierbar ist. Die präsentierten Laufzeiten unterschreiten deutlich die Anforderung und ermöglichen somit eine Integration in eine Motorsteuerung unter Berücksichtigung der Ressourcen weiterer Funktionsumfänge.

## 6.2 FAHRZEUGTEST

In diesem Abschnitt wird die Integration der entwickelten modellprädiktiven Regelung als Drehmomentenkoordination in eine Serienmotorsteuerung erläutert. Hierzu stand ein Fahrzeug mit einem abgasturboaufgeladenen Vierzylinder-Reihenottomotor mit einem Hubraum von 1984 cm<sup>3</sup> zur Verfügung. Die notwendige Modellbildung dieses Motorentyps erfolgte bereits in Abschnitt 3.4. Das Führungsverhalten der im Fahrzeug umgesetzten Regelung wird anhand einer Fahrsituation auf einer Teststrecke dargestellt. Das Störverhalten als Reaktion auf ein zusätzliches Lastmoment in Form eines Verbrauchers wird mit der Serienlösung verglichen.

### 6.2.1 *Integration in bestehende Motorsteuerung*

Die Erweiterung einer bestehenden Motorsteuerung um zusätzliche Funktionalität wird im Automobilbereich oftmals mithilfe der No-Hooks-Technik [51, 198] der Firma ACCURATE TECHNOLOGIES [1] durchgeführt. Hierbei ist keine softwareseitige Änderung des Quellcodes der Motorsteuerung notwendig, wobei dieser auch nicht zur Verfügung steht. Es wird lediglich eine Beschreibungsdatei und die zugehörige Binärdatei eines bestehenden Programmstandes benötigt, die in der Automobilbranche in der Regel verfügbar sind. Die No-Hooks-Technik gestattet die Einrichtung eines internen Bypasses, der ausgewählte Variablen lesen und beschreiben kann.

Im Kontext der hier vorgestellten modellprädiktiven Regelung wurde ein Bypass zur Drehmomentenkoordination innerhalb der Drehmomentenstruktur ohne nennenswerte Verzögerungen implementiert, der eine Manipulation der Drehmomente über den Luftpfad und den Zündpfad ermöglicht. Diese beiden Größen stehen in einer drehmomentenbasierten Motorsteuerung als Schnittstellen zu unterlagerten Funktionen bereits zur Verfügung, wie auch in Abschnitt 3.2 erläutert wurde. Das Drehmoment über

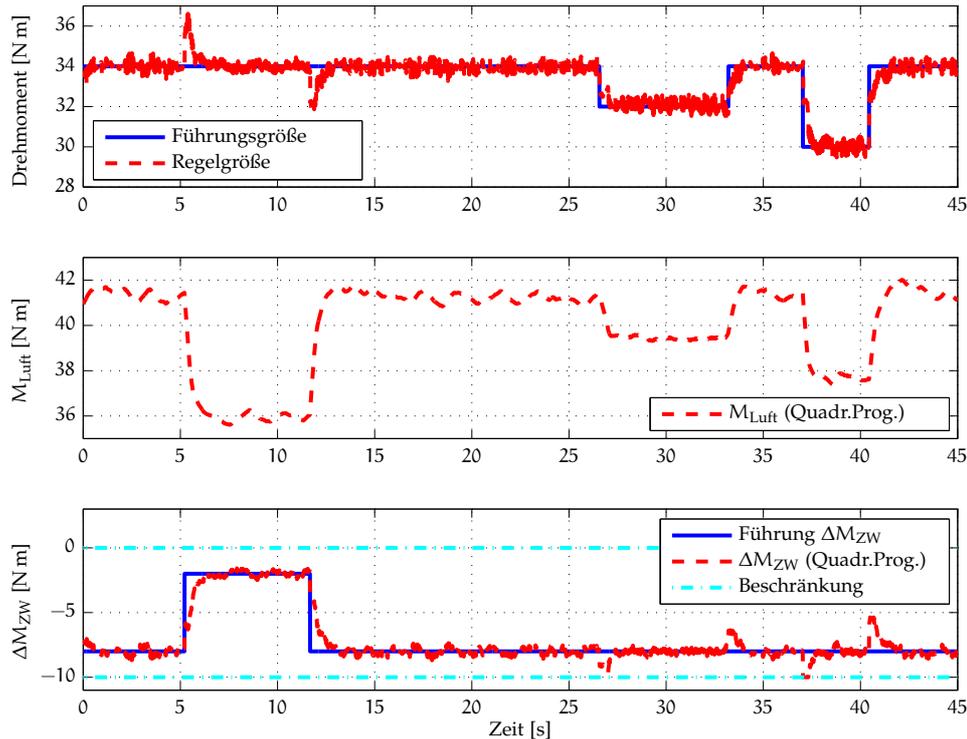


Abbildung 6.11. Drehmomentenregelung im Fahrzeug bei geöffneter Kupplung

den Zündpfad wird hierbei mittels der Addition des arbeitspunktabhängigen Maximaldrehmomentes bei Optimalzündwinkel und des Differenzdrehmomentes  $\Delta M_{ZW}$  berechnet. Als Regelgrößen dienen die gemessene Drehzahl und das modellierte Motordrehmoment. Eine Messung des Motordrehmomentes ist derzeit aufgrund hoher Kosten nicht Stand der Technik. Die Führungsgröße der Drehmomentenregelung ist linear mit der Gaspedalstellung verknüpft. Es wird dabei bewusst auf Zusatzfunktionen, wie beispielsweise eine Lastschlagdämpfung, verzichtet, um eine Manipulation des Fahrerwunschkomentes durch die bestehende Leerlaufregelung zu vermeiden. Diese ist bereits in der Drehmomentenanforderung berücksichtigt (siehe Abschnitt 3.2), was aber im vorliegenden Anwendungsfall unvorteilhaft ist. Die Leerlaufregelung soll in der hier vorgestellten Struktur ebenfalls durch die modellprädiktive Regelung erfolgen.

Die Verstellung solcher Parameter während der Laufzeit gestattet das Mess- und Kalibriersystem INCA der ETAS GMBH [64]. Dieses wird auch zur Erfassung der Messgrößen und der berechneten Variablen der Motorsteuerung verwendet.

### 6.2.2 Anwendung zur Führungsregelung

Das Führungsverhalten der modellprädiktiven Drehmomentenkoordination im Fahrzeug ist in Abbildung 6.11 anhand einer Drehmomentenregelung im Leerlauf dargestellt. Zu Beginn der dargestellten Messung ist eine sprungförmige Änderung der ge-

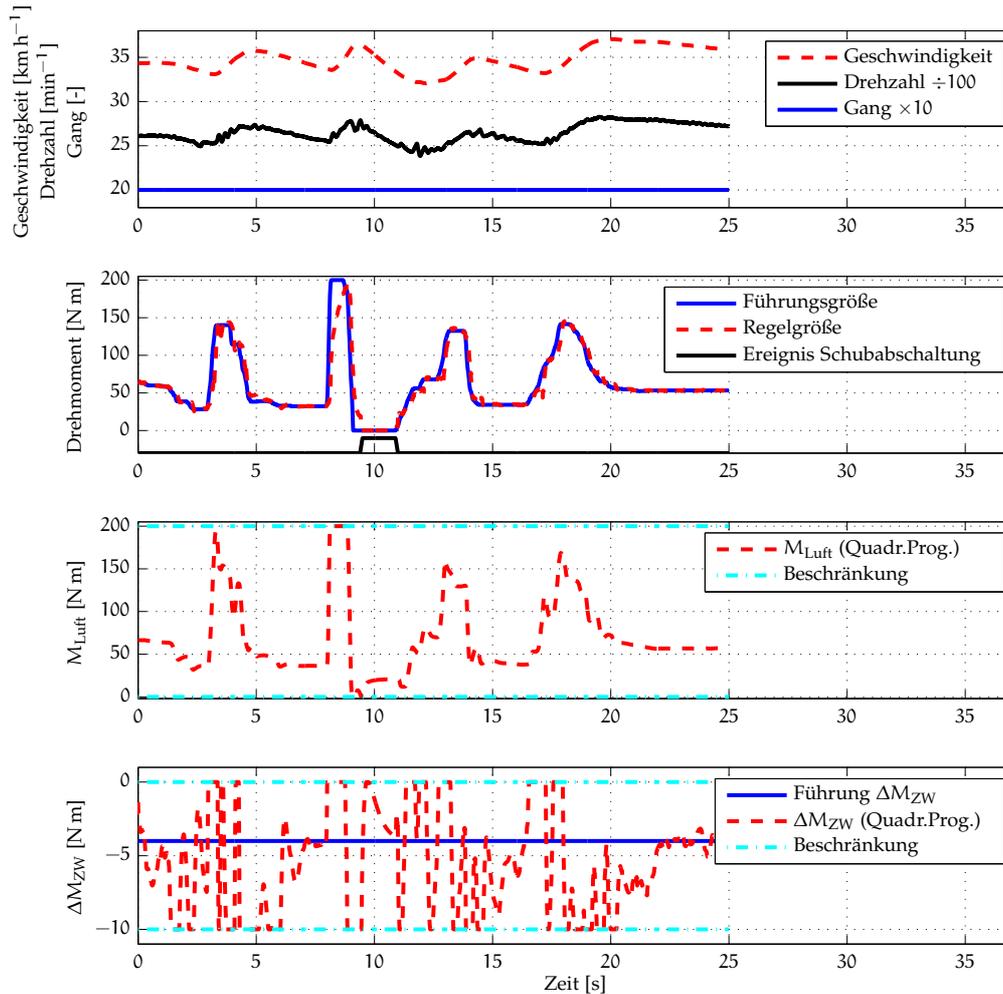


Abbildung 6.12. Drehmomentenregelung im Fahrzeug während einer Testfahrt im zweiten Gang

forderten Drehmomentenreserve mittels des Zündpfades zu erkennen, die in Hinblick auf das Motordrehmoment nicht neutral ausgeführt wird. Dies liegt daran, dass die Gewichtungsmatrizen hier so gewählt wurden, dass eine transiente Störung des Motordrehmomentes toleriert wird. Aufgrund des hochfrequenten überlagerten Messrauschens auf dem Motordrehmoment ist eine hochdynamische Regelung nicht realisierbar, da es dann zu einer unerwünschten Anregung durch das Messrauschen kommen würde. Aus diesem Grund ist eine Parametrierung gewählt, die eine moderate Verstellschwindigkeit zur Folge hat. Die Kompensation durch den Luftpfad erzielt dennoch eine reduzierte Auslenkung des Motordrehmomentes von etwa 2 N m, während die Änderung der Drehmomentenreserve 6 N m beträgt.

Die Führungsgrößenänderungen des Motordrehmomentes gegen Ende der Messung in Abbildung 6.11 werden mittels des Luftpfades korrekt abgebildet. Eine signifikante Manipulation des Zündpfades tritt hierbei nicht auf, da die betragsmäßig kleinen Änderungen dies nicht bedingen.

Eine praxisnahe Anwendung der Drehmomentenkoordination ist in Abbildung 6.12 dargestellt. Hierbei handelt es sich um eine Fahrt auf einer Teststrecke mit einer Geschwindigkeit von  $35 \text{ km h}^{-1}$  im zweiten Gang. Mit dem ersten Gaspedalstoß um den Zeitpunkt  $t = 3 \text{ s}$  wird der Luftpfad dynamisch verstellt, wobei das geforderte Drehmoment kurzzeitig deutlich über dem Zieldrehmoment liegt. Hierdurch wird ein rascher Drehmomentenaufbau erreicht, der zusätzlich durch den Zündpfad im Rahmen dessen Stellbeschränkung unterstützt wird. Mittels des Zündpfades wird das resultierende Drehmoment auch wieder abgebaut, sodass es zu keinem deutlichen Überschwingen kommt.

Der Führungssprung um den Zeitpunkt  $t = 8 \text{ s}$  weist eine deutliche dynamische Regelabweichung auf. Der Drehmomentenaufbau wird nicht entsprechend des Fahrerwunsches umgesetzt, was aber nicht an dem beschränkten Luftpfad liegt. In diesem Fall ist die Luftpfaddynamik ausschlaggebend, die eine absolute Grenze für den Füllungsaufbau bildet. Eine Steigerung dieser Dynamik ist nur mithilfe technischer Zusatzausrüstung, wie einem Kompressor, möglich.

Im Anschluß an den zweiten Gaspedalstoß wird um den Zeitpunkt  $t = 9 \text{ s}$  das Gaspedal nicht weiter betätigt und somit ein Nulldrehmoment gefordert. Dies ist eine Bedingung für eine Schubabschaltung, die kurz darauf von der Motorsteuerung initiiert wird. Durch die ausbleibende Kraftstoffeinspritzung wird das modellierte Motordrehmoment ebenfalls zu null. Da es nun keine Regeldifferenz durch die modellprädiktive Regelung auszugleichen gilt, bleibt das geforderte Drehmoment auf dem Luftpfad konstant und die Drehmomentenreserve wird auf ihren Sollwert geführt. Es ist somit keine Anpassung der Gewichtung notwendig, wie noch in Abschnitt 6.1.3 beschrieben.

Der Zündpfad wird auch im Anschluss hochdynamisch zur Regelung des Motordrehmomentes genutzt, wobei die strategische Forderung nach einem möglichst hohen Wirkungsgrad hier nicht berücksichtigt wird. Im Normalfall würde es in einer solchen Fahrsituation keine Freigabe zur Zündwinkelverstellung geben, was hier zugunsten der Bewertung der Drehmomentenkoordination unberücksichtigt bleibt. Erst gegen Ende der Messung wird bei konstantem Drehmomentenwunsch die geforderte Drehmomentenreserve mittels des Zündpfades wieder eingestellt.

Eine weitere Fahrsituation zeigt Abbildung 6.13. Es handelt sich hierbei um eine Beschleunigungsfahrt von  $25 \text{ km h}^{-1}$  auf  $65 \text{ km h}^{-1}$ . Da das Motordrehmoment dem Fahrerwunsch naheilt, wird im Zeitraum zwischen  $t = 9 \text{ s}$  und  $t = 16 \text{ s}$  die Drehmomentenreserve des Zündpfades nahezu durchgängig eingesetzt. Hierdurch wird automatisch ein wirkungsgradoptimaler Betrieb realisiert. Durch die steigende Drehzahl wird ab dem Zeitpunkt  $t = 18 \text{ s}$  ein Gangwechsel durchgeführt, was auch gut anhand des Drehzahlverlaufes zu erkennen ist. Der Drehmomentenaufbau im Anschluss an die Schaltung ist wiederum durch die Dynamik des Luftpfades geprägt. Aus der Sicht der modellprädiktiven Regelung wird aber das zur Verfügung stehende Potential ausgeschöpft.

Die Messung in Abbildung 6.13 verdeutlicht weiterhin die Robustheit des Ansatzes. Obwohl das genutzte Modell (3.11) in einem leerlaufnahen Arbeitspunkt mit ausgekuppeltem Antriebsstrang ermittelt worden ist, verläuft die Drehmomentenregelung zufriedenstellend. Es wird hierbei ein breites Spektrum an Arbeitspunkten hinsichtlich

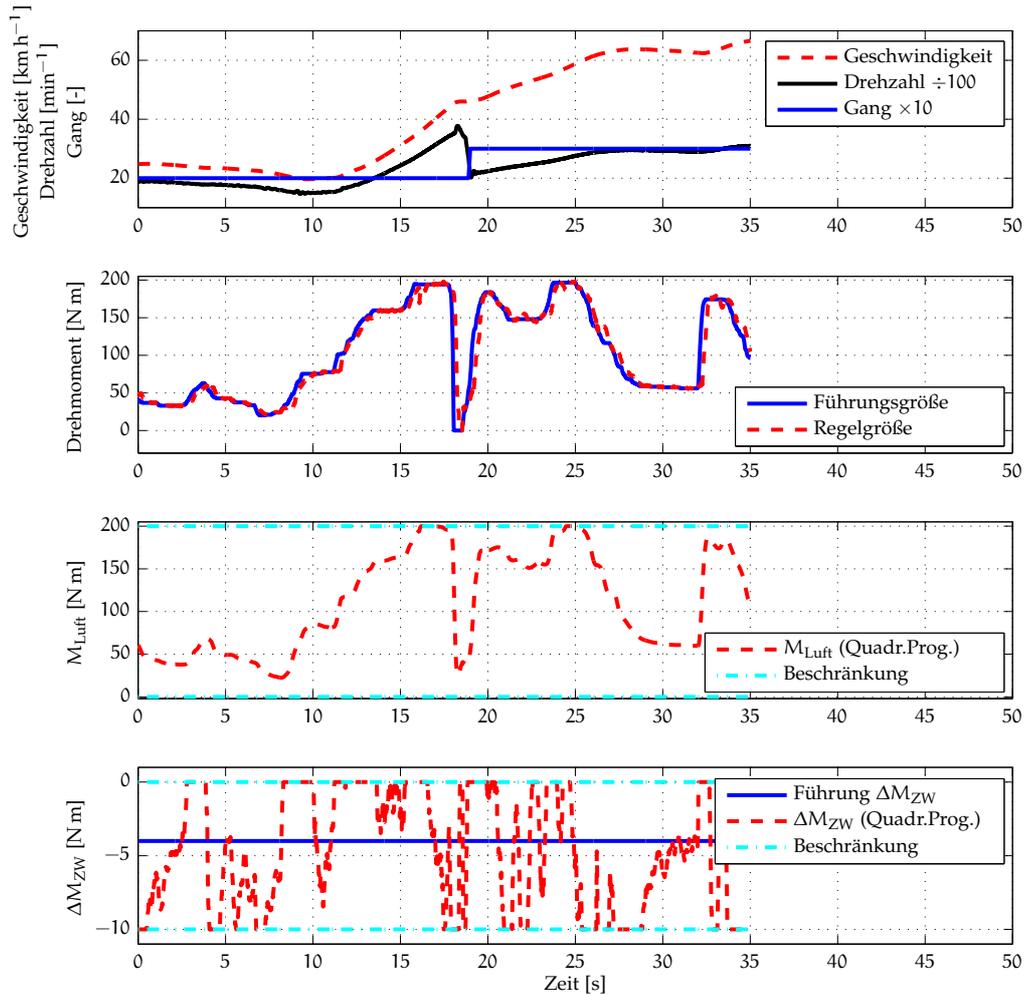


Abbildung 6.13. Drehmomentenregelung im Fahrzeug während einer Testfahrt mit Gangwechsel

des Motordrehmomentes und der Drehzahl überstrichen. Einschränkend muss allerdings erwähnt werden, dass die Verstärkung des Drehmomentenpfades unabhängig vom eingelegten Gang stets gleich Eins ist. Dies wird durch die motorsteuerungsseitige Transformationsfunktion gewährleistet. Es ist demnach lediglich die Dynamik des Prozesses arbeitspunktabhängig.

Eine Drehzahlregelung im Fahrzeug zeigt die Abbildung 6.14. Den drei Führungsgrößen sprüngen liegen hierbei verschiedene Parametrierungen der modellprädiktiven Regelung zugrunde, die während des Motorbetriebs verändert werden. Für den ersten Führungsgrößenprung um den Zeitpunkt  $t = 5$  s sind Gewichtungsmatrizen gewählt, die eine moderate Nutzung der Stellglieder realisiert. Hierdurch wird eine geringe Überschwingweite von 5% auf Kosten einer hohen Anregelzeit von 3,4 s erreicht. Es ist allerdings deutlich zu erkennen, dass der Ausregelvorgang sowohl in Bezug auf die Drehzahl als auch auf die Drehmomentenreserve nicht in angemessener Zeit abgeschlossen wird.

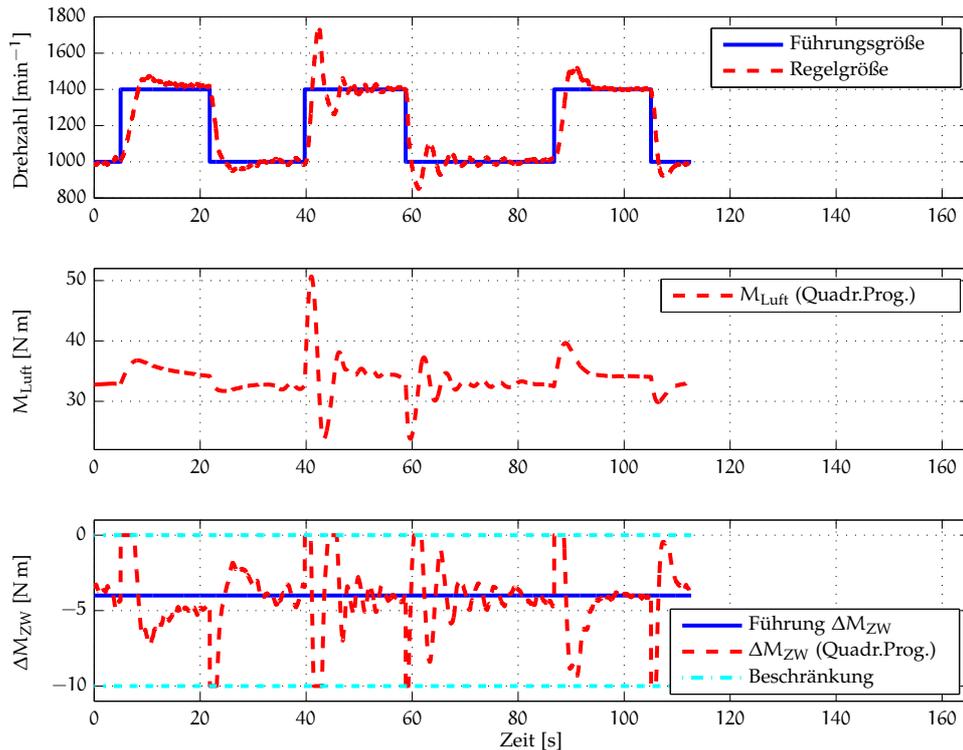


Abbildung 6.14. Drehzahlregelung im Fahrzeug bei geöffneter Kupplung unter Variation der Reglerparametrierung

Die Wahl einer aggressiveren Parametrierung während des zweiten Führungsgrößen-sprunges um den Zeitpunkt  $t = 40$  s führt zu einer schwach gedämpften Sprungantwort. Die Anregelzeit beträgt lediglich 1,4 s. Aufgrund der erhöhten Überschwingweite von 25 % ist dieses Ergebnis allerdings unverhältnismäßig. Des Weiteren weisen die Stellgrößen eine deutliche Schwingungsneigung auf, was zu einer unnötigen mechanischen Belastung der Stellglieder führt.

Ein Kompromiss aus Anregelzeit, Überschwingweite und Stellaktivität ist anhand des dritten Führungsgrößen-sprunges dargestellt. Der Luftpfad wird hierbei dynamisch zur Regelung eingesetzt, wodurch eine Anregelzeit von 2,3 s erreicht wird. Nach einem ersten Überschwingen mit einer Überschwingweite von 8,6 % wird die Führungsgröße zügig eingeregelt. Der Zündpfad unterstützt diesen Regelvorgang, wobei die geforderte Drehmomentenreserve anschließend simultan zur Drehzahl eingestellt wird.

### 6.2.3 Anwendung zur Störungsregelung

Neben der Führungsregelung als Reaktion auf den Fahrerwunsch ist speziell im Falle der Leerlaufregelung ein zufriedenstellendes Störverhalten ausschlaggebend für die Wahl des Regelungsverfahrens. Wie bereits in Abschnitt 3.3 dargestellt, werden in aktuellen Motorsteuerungen die auftretenden Lastmomente gemessen beziehungsweise

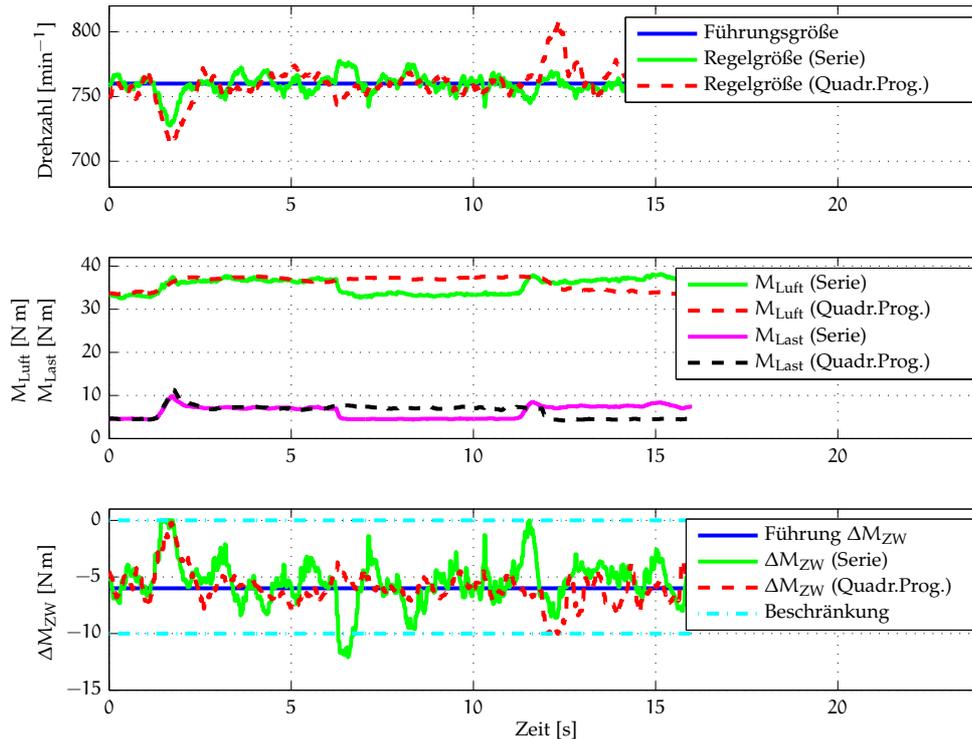


Abbildung 6.15. Drehzahlregelung im Fahrzeug bei einer Störung durch die Heckscheibenheizung

modelliert. Diese Größen werden anschließend zur Vorsteuerung des Luft- und Zündpfades verwendet.

Eine solche Serienregelung mit Vorsteuerung ist in Abbildung 6.15 beispielhaft anhand einer zugeschalteten Heckscheibenheizung dargestellt. Es ist zu erkennen, dass zeitnah mit dem erhöhten Lastmoment der Luftpfad manipuliert wird. Trotz des zusätzlichen Eingriffs über den Zündpfad kommt es dennoch zu einem Drehzahleinbruch, da die Kompensation des Lastmomentes unvollständig ausfällt. Mit dem Abschalten der Heckscheibenheizung um den Zeitpunkt  $t = 6$  s ist die Serienregelung in der Lage das Drehmoment über den Luft- und Zündpfad zügig abzubauen, sodass eine Reaktion der Drehzahl kaum zu erkennen ist. Der Zündpfad wird während dieses Vorgangs hochdynamisch eingesetzt und verletzt die dargestellte Stellbeschränkung, die allerdings ausschließlich während der modellprädiktiven Regelung berücksichtigt wird. Die erneute Aktivierung der Heckscheibenheizung um den Zeitpunkt  $t = 11$  s vermittelt einen Eindruck über die Stochastik dieses Prozesses. Zu diesem Zeitpunkt ist die serienmäßige Drehzahlregelung durch eine geeignete Vorsteuerung in der Lage das Lastmoment nahezu vollständig dynamisch zu kompensieren.

Die modellprädiktive Regelung nutzt in diesem Szenario die Information über das Lastmoment (vgl. Abschnitt 6.1.2), wobei zum einen aufgrund des vergleichsweise kurzen Prädiktionshorizontes von zweihundert Millisekunden die Kompensation der Wirkung des Lastmomentes unzureichend ist. Zum anderen erfolgen im Vergleich zu Abschnitt 6.1.2 in Abbildung 6.15 keine vorausschauenden Stellaktionen, da die Akti-

vierung der Heckscheibenheizung zuvor nicht bekannt ist. Dennoch ist die Regelung in der Lage mittels des Luft- und Zündpfades lediglich einen Drehzahleinbruch von ca.  $50 \text{ min}^{-1}$  zu erreichen. Die Ausregelzeit ist aufgrund der verschiedenen Dynamik des Stellgrößeneinsatzes deutlich größer im Vergleich mit der Serienregelung. Gleiches gilt für das Abschalten der Heckscheibenheizung um den Zeitpunkt  $t = 12 \text{ s}$ . Da das Lastmoment nahezu sprunghaft reduziert wird, bewirkt das erhöhte Summendrehmoment einen Drehzahlanstieg. Diese ausgeprägte Auslenkung wird auch durch die wirksame Stellbeschränkung des Zündpfades verursacht, da die modellprädiktive Regelung die geforderten Beschränkungen in jedem Fall umsetzt.

### 6.3 ZUSAMMENFASSUNG

In diesem Kapitel ist gezeigt worden, dass die modellprädiktive Regelung insbesondere aufgrund der inhärenten Berücksichtigung von Stellbeschränkungen zur Drehmomentenkoordination geeignet ist. Eine herausragende Rolle spielt hierbei die Möglichkeit auch Informationen über bevorstehende Ereignisse, wie beispielsweise Führungsgrößenänderungen und Störgrößen, zu berücksichtigen. Hierzu ist allerdings keine gesonderte Instanz zur Vorsteuerung notwendig, sondern diese Möglichkeit ergibt sich in strukturierter Weise aus der Formulierung des Optimalsteuerungsproblems und ist somit ein direkter Bestandteil der Regelung.

Die Echtzeitfähigkeit des vorgestellten Verfahrens ist anhand einer Anwendung innerhalb eines aktuellen Motorsteuergerätes demonstriert worden. Eine Fahrt in einem Fahrzeug hat gezeigt, dass die modellprädiktive Regelung auch in der Praxis ein gutes Ergebnis erzielt. Die Tatsache, dass über einen weiten Arbeitsbereich mit lediglich einem einzelnen linearen Modell gearbeitet werden kann, spricht für die Robustheit des Verfahrens.

Hinsichtlich des Störverhaltens der modellprädiktiven Regelung ist gezeigt worden, dass zusätzliche Lastmomente wie beispielsweise der Betrieb der Heckscheibenheizung mithilfe der zur Verfügung stehenden Stellorgane in kurzer Zeit kompensiert werden konnten. Im Vergleich mit der serienmäßigen Leerlaufregelung fällt die Regelgüte der modellprädiktiven Regelung geringer aus, da die Serienlösung von einer Vorsteuerung des auftretenden Lastmomentes profitiert. Aufgrund des kurzen Prädiktionshorizontes von zweihundert Millisekunden wird die Wirkung des Lastmomentes innerhalb des Gütekriteriums (4.10) unzureichend berücksichtigt. Eine Erhöhung des Prädiktionshorizontes war aufgrund der begrenzten Ressourcen des Motorsteuergerätes nicht möglich.



## ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

---

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Anwendbarkeit einer modellprädiktiven Regelung zur Drehmomentenkoordination eines Verbrennungsmotors. Den Ausgangspunkt für die Mehrgrößenregelung der verfügbaren Stellorgane eines Ottomotors bildete der drehmomentenbasierte Steuerungsansatz nach STEINBRECHER [229]. Im Gegensatz zur Arbeit von STEINBRECHER war es das Ziel dieser Arbeit eine Drehmomentenkoordination umzusetzen, die Stellbeschränkungen des Prozesses inhärent berücksichtigt. Eine solche Berücksichtigung ermöglicht eine Koordination im Sinne der Ressourcenallokation.

Die erwähnte inhärente Berücksichtigung von Stellbeschränkungen durch die modellprädiktive Regelung bedingt die Lösung eines Optimierungsproblems unter Nebenbedingungen (vgl. Abschnitt 4.1.2 und 4.1.3). Die Lösung eines solchen Optimierungsproblems wird angesichts einer geplanten Anwendung in einem eingebetteten System mit beschränkten Ressourcen als schwierig betrachtet, da die notwendige Rechenzeit in der Regel hoch ist. Des Weiteren ist auch der Speicherbedarf der Implementierung Einschränkungen unterworfen. Angesichts der Anforderungen an eine möglichst geringe Laufzeit und geringen Speicherbedarf sind die folgenden Lösungsverfahren hinsichtlich ihrer Eignung verglichen worden:

- Methode der aktiven Menge
- Verfahren der inneren Punkte
- HILDRETH-Prozedur
- Explizite modellprädiktive Regelung

Die explizite modellprädiktive Regelung weist die geringste Laufzeit der betrachteten Lösungsverfahren auf, da das zugrunde liegende Optimierungsproblem bereits vor dem Einsatz berechnet und die Lösung in Form von Tabellen hinterlegt wird. Als Folge dieses Vorgehens ist der Speicherbedarf überdurchschnittlich hoch, was die Anwendung dieses Verfahrens in eingebetteten Systemen erschwert. Eine Ausnahme bildet Spezialhardware die ausschließlich für die explizite modellprädiktive Regelung konzipiert ist. Ein zweiter wesentlicher Nachteil ergibt sich aus der Einschränkung, dass die Stellbeschränkungen nicht während des Einsatzes manipuliert werden können. Eine Anpassung der Stellbeschränkungen durch die Brennverfahrenssteuerung ist aber unbedingt zu gewährleisten.

Die Methode der aktiven Menge, das Verfahren der inneren Punkte und die HILDRETH-Prozedur erlauben als iterative Verfahren eine Anpassung der Stellbeschränkung in jedem Abtastschritt. Im direkten Vergleich dieser Verfahren zeigte sich, dass die Methode der aktiven Menge bei den in dieser Arbeit relevanten Problemgrößen und aufgrund

der Möglichkeit zum Warmstart zu favorisieren ist. Diese Bewertung basiert in erster Linie auf der Laufzeit des Verfahrens, die im Kontext der Motorsteuerung als besonders kritisch angesehen wird.

Die Reduzierung der Rechenlaufzeit der modellprädiktiven Regelung, um die Anwendung in einer Motorsteuerung zu ermöglichen, wurde in Kapitel 5 beschrieben. Zunächst wurde der Fall einer arbeitspunktabhängigen Beschreibung des Regelungsprozesses betrachtet. Eine solche Beschreibung ist notwendig, um den nichtlinearen Verbrennungsmotorprozess im Rahmen eines Multi-Modells darstellen zu können. Die Konsequenz eines sich ändernden Prozessmodells ist die Neuberechnung der an der Prädiktion beteiligten Matrizen und der Parameter des Optimierungsproblems. Ein solcher Vorgang ist in aller Regel mit einem hohen Rechenaufwand verbunden, der eine Anwendung erschweren oder verhindern würde. Um dennoch eine modellprädiktive Regelung mit einem arbeitspunktabhängigen Prozessmodell zu ermöglichen, wurde sich in der vorliegenden Arbeit auf eine häufig vorkommende Prozessklasse aus dem Bereich der Regelung des Antriebsstrangs von Verbrennungsmotoren spezialisiert. Die Festlegung auf eine bestimmte Struktur des damit einhergehenden Zustandsraummodells erlaubte die Formulierung optimierter Berechnungsvorschriften. Eine Anpassung des Prozessmodells bleibt weiterhin numerisch aufwendig (vgl. Abschnitt 6.1.4), aber die erreichte Laufzeit ermöglicht die Durchführung der modellprädiktiven Regelung mit einem arbeitspunktabhängigen Prozessmodell auf relevanter Hardware.

Das Optimierungsverfahren der Methode der aktiven Menge in der in Abschnitt 4.2.1 beschriebenen allgemeinen Form berücksichtigt keine spezifischen Eigenschaften des in dieser Arbeit formulierten Optimierungsproblems. Aus diesem Grund bestand weiteres Optimierungspotenzial beispielsweise die Wahl eines geeigneten Lösungsverfahrens für ein Gleichungssystem oder die Möglichkeit zur Mehrfachaktivierung und -deaktivierung von Restriktionen. Es wurde gezeigt, dass die Anwendung der  $LDL^T$ -Zerlegung zur Lösung des Gleichungssystems besonders vorteilhaft ist, da ein Großteil der durchzuführenden Berechnungen im Voraus stattfinden kann. Diese Eigenschaft ist dann von Vorteil, wenn das Prozessmodell über einen verhältnismäßig langen Zeitraum unverändert bleibt. Dies ist beispielsweise im Falle der Leerlaufregelung gegeben. Die Mehrfachaktivierung und -deaktivierung von Restriktionen zeigte großes Potenzial zur Reduzierung der Iterationszahl der Methode der aktiven Menge. Es wurde anhand einer beispielhaften Regelung eine Reduzierung der Iterationszahl um 38% erreicht. Ein weiteres wesentliches Ergebnis war, dass bei Verwendung der Mehrfachaktivierung und -deaktivierung bereits eine einzelne Iteration des Optimierungsverfahrens ausreichte, um eine vergleichbare Regelgüte zum unbegrenzten Fall zu erzielen.

Die zunehmende Verfügbarkeit von Mehrkernmikrocontrollern eröffnet die Möglichkeit einer weiteren Beschleunigung des Optimierungsverfahrens mittels Parallelisierung. Im Gegensatz zu der in der Literatur oftmals betrachteten Parallelisierung auf der algebraischen Ebene wurde in Abschnitt 5.5 einer Parallelisierung auf der Optimierungsebene vorgeschlagen. Hierbei werden verschiedene Instanzen der Methode der aktiven Menge parallel gerechnet, die sich ausschließlich durch die Initialisierung unterscheiden. Es werden verschiedene Ansätze zur Bestimmung von Initialwerten vorgeschlagen, wie beispielsweise der Initialisierung mit der Lösung des vorangegangenen Abtastschrittes oder mithilfe der HILDRETH-Prozedur. Da die notwendige Iterationszahl

der Methode der aktiven Menge sehr sensitiv hinsichtlich der Initialisierung ist, konnte durch diesen Ansatz während einer beispielhaften Regelung die Spitzenlaufzeit um 79% und die Laufzeit über den gesamten Regelungszyklus um 28% reduziert werden. Einschränkend muss angemerkt werden, dass bei dem vorgestellten Parallelisierungsansatz der Bedarf an Speicher mit der eingesetzten Anzahl an Prozessorkernen skaliert. Des Weiteren liefert lediglich einer der verwendeten Prozessorkerne das Ergebnis der Optimierung, was aus energetischer Sicht nachteilig ist.

Die erreichbare Regelgüte einer modellprädiktiven Regelung ist eng verknüpft mit der Modellgüte und der Qualität der Zustandsschätzung. Zur Steigerung der Regelgüte wurde daher in Abschnitt 5.6 ein modaler Störgrößenbeobachter vorgestellt, der eine wesentlich höhere Konvergenzgeschwindigkeit als das oftmals verwendete Zustandsraummodell aufweist. Durch den Einsatz dieses modalen Störgrößenbeobachters wird insbesondere das Störverhalten verbessert. Im Vergleich mit einem regulären Störgrößenbeobachter werden nur ausgewählte Zustände ermittelt, was auf eine deutlich einfachere Berechnungsvorschrift führt. Diese Berechnungsvorschrift für den modalen Störgrößenbeobachter erlaubt eine erneute Berechnung im Falle eines sich ändernden Prozessmodells.

Die Validierung der vorgestellten modellprädiktiven Regelung anhand simulativer Untersuchungen bestätigte die besondere Eignung zur Koordination mehrerer Stellorgane mit unterschiedlicher Dynamik. Die Ressourcenallokation des Luft- und Zündpfades wird insbesondere dann deutlich, wenn eines der Stellorgane beschränkt ist. In der Regel ist der Zündpfad aufgrund eines möglichst wirkungsgradoptimalen Betriebs von der Beschränkung betroffen, sodass in diesem Fall der Luftpfad deutlich dynamischer zur Regelung eingesetzt wird. Auch die Möglichkeit während des Betriebs das Regelungsziel mittels einer Parametrierungsänderung beispielsweise von einer Drehmomentenregelung zu einer Drehzahlregelung zu ändern ist bemerkenswert. Durch diese Eigenschaft kann prinzipiell der separate Leerlaufregler im Motorsteuergerät entfallen.

Im Falle von bekannten zukünftigen Ereignissen ist die modellprädiktive Regelung in der Lage vorausschauende Stellaktionen zu tätigen. Die simulativen Untersuchungen haben gezeigt, dass prädierte Störungen nahezu vollständig dynamisch kompensiert werden können. Die modellprädiktive Drehmomentenregelung baut zu diesem Zweck selbsttätig eine Drehmomentenreserve mittels des Luftpfades auf und kompensiert diese Reserve durch den Zündpfad. Aufgrund der hohen Dynamik des Zündpfades wird diese Reserve zeitgleich mit der auftretenden Störung aufgelöst und somit die Wirkung der Störung kompensiert. Das Zuschalten von Verbrauchern im Fahrzeug, wie beispielsweise der Heckscheibenheizung, der elektrischen Fensterheber oder des Klimakompressors, kann auf diese Weise für den Fahrer neutral erfolgen, wenn der modellprädiktiven Regelung die notwendige Vorbereitungszeit eingeräumt wird.

Die modellprädiktive Drehmomentenkoordination erwies sich während des praktischen Einsatzes im Fahrzeug als sehr robust. Obwohl das der Regelung zugrunde liegende Prozessmodell und die Reglerparametrierung (Gl. 4.11 und 4.12) in einem leerlaufnahen Arbeitspunkt mit ausgekuppeltem Antriebsstrang ermittelt worden sind, verlief die Drehmomentenkoordination während einer Beschleunigungsfahrt von  $25 \text{ km h}^{-1}$  auf  $65 \text{ km h}^{-1}$  inklusive eines Gangwechsels zufriedenstellend. Eine abschließende Beurteilung, ob mithilfe eines Multi-Modells die Qualität der Regelung wesentlich gesteigert

gert werden kann, steht noch aus. Bei der Verwendung eines Multi-Modells wird die Arbeitspunktabhängigkeit bereits während der Prädiktion der Regelgrößen berücksichtigt. Es wäre denkbar, dass dann eine arbeitspunktabhängige Anpassung der Reglerparameter nicht zwingend notwendig ist. Durch eine konstante Reglerparametrierung würde der zeitliche Aufwand für den Entwurf eines solchen Prädiktivreglers deutlich reduziert werden.

In einer weiterführenden Arbeit wäre zu untersuchen, wie weitere Stellorgane entsprechend der Struktur in Abschnitt 3.4 in eine modellprädiktive Drehmomentenkoordination integriert werden können. Vorstellbar wäre beispielsweise die Berücksichtigung eines Elektromotors innerhalb eines Hybridverbundes. Durch hochdynamische Eingriffe des Elektromotors könnten Zündwinkelingriffe reduziert und somit der Wirkungsgrad des Gesamtverbundes gesteigert werden. Eine solche Priorisierung von Stellorganen kann beispielsweise mithilfe der Formulierung eines einfachen Wirkungsgradmodells erreicht werden, wodurch der Wirkungsgrad simultan zum gewünschten Drehmoment eingestellt werden könnte. Ein weiteres Beispiel wäre die Integration einer internen und externen Abgasrückführung in die Drehmomentenkoordination. Sowohl mithilfe einer internen AGR durch geeignete Wahl der Nockenwellenphasenlage, als auch durch eine externe AGR lässt sich das Drehmoment des Verbrennungsmotors beeinflussen (vgl. Abschnitt 3.1). Durch die Formulierung eines Modells für die Gesamtrestgasmasse im Zylinder könnte die interne und externe Abgasrückführung koordiniert werden. Der Prädiktivregler würde dann die beiden verschiedenen dynamischen Stellpfade geeignet einsetzen, um die Gesamtrestgasmasse im Zylinder simultan zum gewünschten Drehmoment einzustellen. Die teilweise Überbestimmtheit des Verbrennungsmotorprozesses ließe sich demnach durch die Integration weiterer Zustandsgrößen kompensieren.

## ZEITDISKRETISIERUNG IM ZUSTANDSRAUM

Die Vorstellung und Realisierung der modellprädiktiven Regelung erfolgt mithilfe einer zeitdiskreten Prozessbeschreibung im Zustandsraum entsprechend Gleichung 4.1. Dieses Zustandsraummodell wird in der Regel aus seinem zeitkontinuierlichen Pendant gewonnen, weshalb in diesem Anhang die notwendige Transformation kurz erörtert wird. Des Weiteren werden die Näherungsverfahren vorgestellt, die hinsichtlich ihrer numerischen Komplexität vorteilhaft sind. Diese werden analytisch anhand eines Referenzmodells gelöst und anschließend diskutiert.

Wie bereits in Abschnitt 5.1 vorgestellt, werden in der vorliegenden Arbeit schwingungsfähige Modelle der Form

$$G(p) = \frac{K}{T^2 p^2 + 2DTp + 1} \quad (\text{A.1})$$

angesetzt. Diese Übertragungsfunktion lässt sich in das äquivalente zeitkontinuierliche Zustandsraummodell

$$\dot{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{T^2} & -\frac{2D}{T} \end{bmatrix}}_{A_c} x + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K}{T^2} \end{bmatrix}}_{B_c} u \quad (\text{A.2a})$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}}_{C_c} x + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}}_{D_c} u \quad (\text{A.2b})$$

überführen. Es wird diese Darstellung gewählt, da die Ausgangsmatrix unabhängig von den Modellparametern ist. Eine Adaption des Prozessverhaltens im Rahmen eines Multi-Modells [125] führt daher zu keinem ausgangsseitigen Sprung in der Regelgröße.

## A.1 EXAKTE TRANSFORMATION

Die exakte Transformation des zeitkontinuierlichen Zustandsraummodells (A.2) kann mithilfe der Abtastzeit  $T_0$  und der Einheitsmatrix  $E$  als

$$A = e^{A_c T_0} \quad (\text{A.3a})$$

$$B = A_c^{-1} (e^{A_c T_0} - E_2) B_c \quad (\text{A.3b})$$

$$C = C_c \quad (\text{A.3c})$$

$$D = D_c \quad (\text{A.3d})$$

angegeben werden [159]. Die Voraussetzung hierfür ist, dass die Systemmatrix  $A_c$  regulär ist. Diese Bedingung ist für sinnvolle Parameter in Gleichung A.2 erfüllt. Zur Lösung der Matrixexponentialfunktion sind zunächst die Eigenwerte des Exponenten zu bestimmen. Die Eigenwerte werden in diesem Anhang mit dem dafür gebräuchlichen Symbol  $\lambda$  bezeichnet und folgen aus der Bestimmungsgleichung des charakteristischen Polynoms

$$\det(A_c T_0 - \lambda E_2) = \lambda^2 + \frac{2DT_0}{T}\lambda + \frac{T_0^2}{T^2} = 0 \quad (\text{A.4})$$

als

$$\lambda_{1,2} = -\frac{DT_0}{T} \pm \frac{T_0}{T} \sqrt{D^2 - 1}. \quad (\text{A.5})$$

Die zugehörigen Eigenvektoren sind

$$v_1 = \begin{bmatrix} \frac{T_0}{\lambda_1} \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad v_2 = \begin{bmatrix} \frac{T_0}{\lambda_2} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.6})$$

Somit folgt die Matrixexponentialfunktion

$$e^{A_c T_0} = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{\lambda_1} & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 & v_2 \end{bmatrix}^{-1} \quad (\text{A.7})$$

$$= \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \begin{bmatrix} e^{\lambda_1} \lambda_2 - e^{\lambda_2} \lambda_1 & T_0 (e^{\lambda_2} - e^{\lambda_1}) \\ \frac{1}{T_0} \lambda_1 \lambda_2 (e^{\lambda_1} - e^{\lambda_2}) & e^{\lambda_2} \lambda_2 - e^{\lambda_1} \lambda_1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

und bereits in dieser Darstellung wird deutlich, dass im Falle identischer Eigenwerte beziehungsweise einer Dämpfung gleich Eins eine Unstetigkeitsstelle vorliegt. Durch das Einsetzen von Gleichung A.5 in Gleichung A.8 und unter Berücksichtigung der Unstetigkeitsstelle können die Elemente der zeitdiskreten Systemmatrix nach einiger Rechnung als

$$A_{1,1} = \begin{cases} e^{-\frac{DT_0}{T}} \left[ \cos\left(\sqrt{|D^2 - 1|} \frac{T_0}{T}\right) + \frac{D}{\sqrt{|D^2 - 1|}} \sin\left(\sqrt{|D^2 - 1|} \frac{T_0}{T}\right) \right] & \text{wenn } D < 1, \\ e^{-\frac{DT_0}{T}} \left[ \cosh\left(\sqrt{D^2 - 1} \frac{T_0}{T}\right) + \frac{D}{\sqrt{D^2 - 1}} \sinh\left(\sqrt{D^2 - 1} \frac{T_0}{T}\right) \right] & \text{wenn } D > 1, \\ \frac{T + T_0}{T} e^{-\frac{T_0}{T}} & \text{wenn } D = 1. \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

$$A_{1,2} = \begin{cases} e^{-\frac{DT_0}{T}} \frac{T}{\sqrt{|D^2 - 1|}} \sin\left(\sqrt{|D^2 - 1|} \frac{T_0}{T}\right) & \text{wenn } D < 1, \\ e^{-\frac{DT_0}{T}} \frac{T}{\sqrt{D^2 - 1}} \sinh\left(\sqrt{D^2 - 1} \frac{T_0}{T}\right) & \text{wenn } D > 1, \\ T_0 e^{-\frac{T_0}{T}} & \text{wenn } D = 1. \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

$$A_{2,1} = \begin{cases} -e^{-\frac{DT_0}{T}} \frac{1}{T \sqrt{|D^2 - 1|}} \sin\left(\sqrt{|D^2 - 1|} \frac{T_0}{T}\right) & \text{wenn } D < 1, \\ -e^{-\frac{DT_0}{T}} \frac{1}{T \sqrt{D^2 - 1}} \sinh\left(\sqrt{D^2 - 1} \frac{T_0}{T}\right) & \text{wenn } D > 1, \\ -\frac{T_0}{T^2} e^{-\frac{T_0}{T}} & \text{wenn } D = 1. \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

$$A_{2,2} = \begin{cases} e^{-\frac{D T_0}{T}} \left[ \cos \left( \sqrt{|D^2 - 1|} \frac{T_0}{T} \right) - \frac{D}{\sqrt{|D^2 - 1|}} \sin \left( \sqrt{|D^2 - 1|} \frac{T_0}{T} \right) \right] & \text{wenn } D < 1, \\ e^{-\frac{D T_0}{T}} \left[ \cosh \left( \sqrt{D^2 - 1} \frac{T_0}{T} \right) - \frac{D}{\sqrt{D^2 - 1}} \sinh \left( \sqrt{D^2 - 1} \frac{T_0}{T} \right) \right] & \text{wenn } D > 1, \\ \frac{T - T_0}{T} e^{-\frac{T_0}{T}} & \text{wenn } D = 1. \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

angegeben werden. Mithilfe dieses Ergebnisses kann entsprechend Gleichung A.3b auch die zeitdiskrete Eingangsmatrix

$$B_{1,1} = \begin{cases} K - K e^{-\frac{D T_0}{T}} \left[ \cos \left( \sqrt{|D^2 - 1|} \frac{T_0}{T} \right) - \frac{D}{\sqrt{|D^2 - 1|}} \sin \left( \sqrt{|D^2 - 1|} \frac{T_0}{T} \right) \right] & \text{wenn } D < 1, \\ K - K e^{-\frac{D T_0}{T}} \left[ \cosh \left( \sqrt{D^2 - 1} \frac{T_0}{T} \right) - \frac{D}{\sqrt{D^2 - 1}} \sinh \left( \sqrt{D^2 - 1} \frac{T_0}{T} \right) \right] & \text{wenn } D > 1, \\ K - K \frac{T + T_0}{T} e^{-\frac{T_0}{T}} & \text{wenn } D = 1. \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

$$B_{2,1} = \begin{cases} K e^{-\frac{D T_0}{T}} \frac{1}{T \sqrt{|D^2 - 1|}} \sin \left( \sqrt{|D^2 - 1|} \frac{T_0}{T} \right) & \text{wenn } D < 1, \\ K e^{-\frac{D T_0}{T}} \frac{1}{T \sqrt{D^2 - 1}} \sinh \left( \sqrt{D^2 - 1} \frac{T_0}{T} \right) & \text{wenn } D > 1, \\ K \frac{T_0}{T^2} e^{-\frac{T_0}{T}} & \text{wenn } D = 1. \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

bestimmt werden. Trotz der sich wiederholenden Terme in diesen Bestimmungsgleichungen ist deren Berechnung in einem eingebetteten System mit begrenzten Systemressourcen aufgrund der trigonometrischen Funktionen numerisch aufwendig. Aus diesem Grund werden im Folgenden verschiedene Näherungslösungen vorgestellt.

#### A.2 NUMERISCHE APPROXIMATION DER MATRIXEXPONENTIALFUNKTION

Eine Alternative zur exakten Transformation unter Beibehaltung der Ausgangs- und Durchgriffsmatrix in Gleichung A.3 bietet eine näherungsweise Berechnung der Matrixexponentialfunktion in Gleichung A.3a und deren Substitution in Gleichung A.3b. Eine solche Näherung beruht in der Regel auf der Auswertung der zugehörigen Taylorreihenentwicklung

$$e^{A_c T_0} = E_2 + A_c T_0 + \frac{A_c^2 T_0^2}{2!} + \frac{A_c^3 T_0^3}{3!} + \dots + \frac{A_c^n T_0^n}{n!} + \dots \quad (\text{A.15})$$

bis zu einem gewählten Grad  $n$ .

VARIANTE A Beispielsweise führt die Wahl von  $n = 1$  auf das explizite Euler-Verfahren, das sich unter Berücksichtigung des hier betrachteten Prozesses (A.2) zu

$$A = (E_2 + A_c T_0) = \begin{bmatrix} 1 & T_0 \\ -\frac{T_0}{T^2} & 1 - \frac{2D T_0}{T} \end{bmatrix} \quad (\text{A.16a})$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K T_0}{T^2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.16b})$$

ergibt. Aufgrund der einfachen Rechenvorschrift eignet sich diese Näherung besonders für eine Implementierung in ein eingebettetes System. Nachteilig wirkt sich hingegen aus, dass die Stabilität des diskretisierten Prozesses nicht garantiert ist.

VARIANTE B Eine weitere Möglichkeit bietet die Näherung mittels der inversen Matrix-exponentialfunktion. Hiermit folgt für den Beispielprozess

$$A = (E_2 - A_c T_0)^{-1} = \frac{T^2}{T^2 + 2DTT_0 + T_0^2} \begin{bmatrix} \frac{T+2DT_0}{T} & T_0 \\ -\frac{T_0}{T^2} & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.17a})$$

$$B = \frac{1}{T^2 + 2DTT_0 + T_0^2} \begin{bmatrix} KT_0^2 \\ KT_0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.17b})$$

Es besteht eine Ähnlichkeit zum impliziten Euler-Verfahren. Diese Näherung führt stets auf eine stabile Prozessbeschreibung. Dies gilt natürlich nur solange auch der kontinuierliche Prozess (A.2) stabil ist.

VARIANTE C Die dritte vorgestellte Variante beruht auf einer Umformung der Berechnungsvorschrift (A.3a) mittels

$$A = e^{A_c T_0} = \frac{e^{\frac{A_c T_0}{2}}}{e^{-\frac{A_c T_0}{2}}}. \quad (\text{A.18})$$

Die näherungsweise Berechnung des Zählers und des Nenners mittels einer Taylorreihenentwicklung bis zum linearen Term folgt als

$$A = (2E_2 + A_c T_0) (2E_2 - A_c T_0)^{-1} \quad (\text{A.19a})$$

$$= \frac{1}{4T^2 + 4DTT_0 + T_0^2} \begin{bmatrix} 4T^2 + 4DTT_0 - T_0^2 & 4T^2 T_0 \\ -4T_0 & 4T^2 - 4DTT_0 - T_0^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.19b})$$

$$B = \frac{1}{4T^2 + 4DTT_0 + T_0^2} \begin{bmatrix} 2KT_0^2 \\ 4KT_0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.19c})$$

Auch diese Transformationsvorschrift bewirkt, dass sämtliche Eigenwerte in der linken Halbebene des Frequenzbereiches in den Einheitskreis transformiert werden. Ein stabiles System im zeitkontinuierlichen Bereich wird somit durch ein stabiles System im zeitdiskreten Bereich approximiert. Aufgrund eines ähnlich gelagerten Ansatzes stimmt die Systemmatrix mit der bilinearen Transformation überein, die im folgenden Abschnitt dargestellt wird.

### A.3 BILINEARTRANSFORMATION

Die Bilineartransformation oder Tustin-Transformation bestimmt eine näherungsweise Z-Transformation mittels einer Taylorreihenentwicklung bis zum linearen Glied als

$$z = e^{pT_0} = \frac{e^{\frac{pT_0}{2}}}{e^{-\frac{pT_0}{2}}} \approx \frac{2 + pT_0}{2 - pT_0}. \quad (\text{A.20})$$

Durch WOBBE [257] wird gezeigt, dass eine solche Transformation in einer Zustandsraumdarstellung mit einem parameterabhängigen direkten Durchgriff resultiert. Dies ist allerdings im Kontext einer Nutzung innerhalb eines Multi-Modells ungünstig, wie bereits zu Beginn dieses Kapitels erwähnt worden ist. Dennoch soll das korrespondierende Modell

$$A = (2E_2 + A_c T_0) (2E_2 - A_c T_0)^{-1} \quad (\text{A.21a})$$

$$B = (A + E_2) (2E_2 - A_c T_0)^{-1} B_c T_0 \quad (\text{A.21b})$$

$$C = C_c \quad (\text{A.21c})$$

$$D = C_c (2E_2 - A_c T_0)^{-1} B_c T_0 + D_c \quad (\text{A.21d})$$

hinsichtlich seiner Eigenschaften betrachtet werden. Vorteilhaft wirkt sich beispielsweise aus, dass durch diese Transformation die imaginäre Achse des Frequenzbereiches auf den Einheitskreis abgebildet wird.

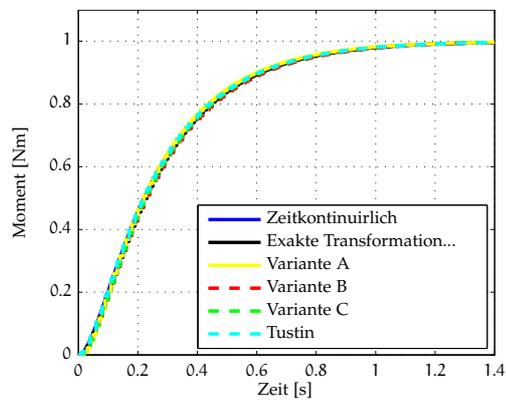
#### A.4 VERGLEICHENDE WERTUNG

Die in diesem Anhang vorgestellten Näherungsverfahren für die exakte Transformation des zeitkontinuierlichen Zustandsraummodells (A.2) in ein zeitdiskretes Zustandsraummodell werden anhand der in dieser Arbeit relevanten Prozessdynamik (3.11) bewertet. Da ein wesentlicher Unterschied zwischen den Näherungsverfahren insbesondere bei Teilprozessen mit hoher Dynamik zu erwarten ist, werden hier die zeitkontinuierlichen Übertragungsfunktionen im Zusammenhang mit dem Motormoment

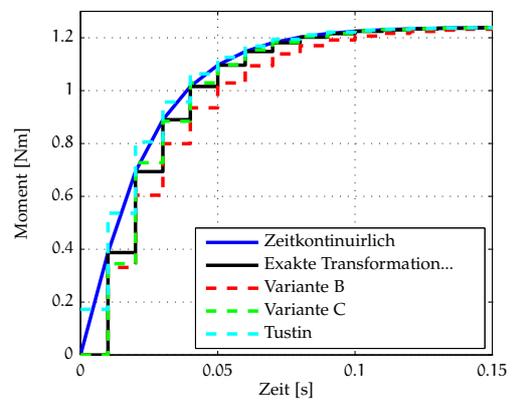
$$M_A = \begin{bmatrix} \frac{0,96}{0,021p^2+0,284p+1} & \frac{1,24}{3,46 \times 10^{-5}p^2+0,024p+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{\text{Luft}} \\ \Delta M_{\text{ZW}_{\text{Soll}}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.22})$$

betrachtet.

Da die zeitdiskrete Prozessbeschreibung in dieser Arbeit in erster Linie zur Prädiktion des Ausgangsverhaltens im Zeitbereich verwendet wird, zeigt Abbildung A.1 die Sprungantworten der beiden Teilprozesse in (A.22). Die Sprungantwort des Luftpfades in Abbildung A.1a weist keinen wesentlichen quantitativen Unterschied zwischen den Diskretisierungsverfahren auf, da die Prozessdynamik in Relation zur Abtastzeit  $T_0 = 10 \text{ ms}$  vergleichsweise gering ist. Die Dynamik des Zündpfades in Abbildung A.1b ist im Vergleich zum Luftpfad deutlich höher. Die Zeitdiskretisierung mittels der vorgestellten Variante A (explizites Euler-Verfahren) resultiert in diesem Fall in einem instabilen zeitdiskreten Zustandsraummodell, da ein Eigenwert außerhalb des Einheitskreises abgebildet wird. Das nach Variante C diskretisierte Prozessmodell zeigt die beste Übereinstimmung mit der exakten Transformation des zeitkontinuierlichen Zustandsraummodells (A.2).



(a) Luftpfad



(b) Zündpfad

Abbildung A.1. Sprungantworten der Teilprozesse zum Momentenbeitrag

## LITERATURVERZEICHNIS

---

- [1] ACCURATE TECHNOLOGIES: *No-Hooks Software*. [http://www. accuratetechnologies.com/content/view/246/243](http://www accuratetechnologies.com/content/view/246/243). Version: 2013 (Zitiert auf Seite 128.)
- [2] ALBERSMEYER, J. ; BEIGEL, D. ; KIRCHES, C. ; WIRSCHING, L. ; BOCK, H.G. ; SCHLÖDER, J.P.: Fast Nonlinear Model Predictive Control with an Application in Automotive Engineering. In: MAGNI, L. (Hrsg.) ; RAIMONDO, D.M. (Hrsg.) ; ALLGÖWER, F. (Hrsg.): *Nonlinear Model Predictive Control: Towards New Challenging Applications*. Springer, 2009, S. 471–480 (Zitiert auf Seite 10.)
- [3] ALBIN, T. ; FRANK, F. ; RITTER, D. ; ABEL, D. ; QUIRYNEN, R. ; DIEHL, M.: Nonlinear MPC for Combustion Engine Control: A Parameter Study for Realizing Real-Time Feasibility. In: *Proceedings of the IEEE Multi-Conference on Systems and Control*, 2016 (Zitiert auf Seite 10.)
- [4] ALBIN, T. ; RITTER, D. ; LIBERDA, N. ; ABEL, D.: Boost Pressure Control Strategy to Account for Transient Behavior and Pumping Losses in a Two-Stage Turbocharged Air Path Concept. In: *Energies* 9 (2016), Nr. 7 (Zitiert auf Seite 9.)
- [5] ALESSANDRI, A. ; BAGLIETTO, M. ; BATTISTELLI, G. ; ZAVALA, V.: Advances in moving horizon estimation for nonlinear systems. In: *Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision and Control*, 2010, S. 5681–5688 (Zitiert auf Seite 96.)
- [6] ALESSIO, A. ; BEMPORAD, A.: A survey on explicit model predictive control. In: RAIMONDO, D.M. (Hrsg.) ; MAGNI, L. (Hrsg.) ; ALLGÖWER, F. (Hrsg.): *Nonlinear Model Predictive Control: Towards New Challenging Applications* Bd. 384. Springer-Verlag, 2009, S. 345–369 (Zitiert auf Seite 12.)
- [7] ALI, A.: *Application of Local Model Networks to Nonlinear System Identification and Control*, Ruhr-Universität Bochum, Diss., 2003 (Zitiert auf Seite 10.)
- [8] ALI, A. ; BLATH, J.P.: Application of modern techniques to SI-engine torque control. In: *IEEE International Conference on Control Applications*, 2006, S. 2405–2410 (Zitiert auf Seite 4.)
- [9] ALONSO, P. ; REDDY, R. ; LASTOVETSKY, A.: Experimental Study of Six Different Parallel Matrix-Matrix Multiplication Applications for Heterogeneous Computational Clusters of Multicore Processors / School of Computer Science and Informatics, University College Dublin. 2009. – Forschungsbericht. – UCD-CSI-2009-2 (Zitiert auf Seite 86.)
- [10] ALQADI, Z.A.A. ; AQEL, M. ; EL EMARY, I.M.M.: Performance Analysis and Evaluation of Parallel Matrix Multiplication Algorithms. In: *World Applied Sciences Journal* 5 (2008), Nr. 2, S. 211–214 (Zitiert auf Seite 86.)

- [11] ALTIUM LIMITED: *TASKING TriCore Software Development Toolset*. <http://www.tasking.com/tricore/>, 14. Januar 2009 (Zitiert auf Seite 125.)
- [12] ARCE, A. ; DEL REAL, A. J. ; BORDONS, C. ; RAMIREZ, D.R.: Real-Time Implementation of a Constrained MPC for Efficient Airflow Control in a PEM Fuel Cell. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 57 (2010), Nr. 6, S. 1892–1905 (Zitiert auf den Seiten 12 und 58.)
- [13] ARNOLD, M. ; NEGENBORN, R.R. ; ANDERSSON, G. ; DE SCHUTTER, B.: Model-based predictive control applied to multi-carrier energy systems. In: *Proceedings of the IEEE Power & Energy Society General Meeting*, 2009 (Zitiert auf Seite 8.)
- [14] AUBRECHT, J. ; VOULGARIS, P.G.:  $\ell^1$ -optimal control for multirate systems under full state feedback. In: *Kybernetika* 35 (1999), Nr. 5, S. 555–586 (Zitiert auf Seite 109.)
- [15] BACK, M.: *Prädiktive Antriebsregelung zum energieoptimalen Betrieb von Hybridfahrzeugen*, Universität Karlsruhe, Diss., 2005 (Zitiert auf Seite 14.)
- [16] BARIC, M. ; BAOTIC, M. ; MORARI, M.: On-line Tuning of the Explicit Solution to Model Predictive Control / ETH Zurich, Automatic Control Laboratory. 2005 (AUT05-10). – Forschungsbericht (Zitiert auf Seite 59.)
- [17] BARRETT, R. ; BERRY, M. ; CHAN, T.F. ; DEMMEL, J. ; DONATO, J. ; DONGARRA, J. ; EIJKHOUT, V. ; POZO, R. ; ROMINE, C. ; VAN DER VORST, H.: *Templates for the Solution of Linear Systems: Building Blocks for Iterative Methods*. 2. Auflage. Society for Industrial Mathematics, 1994 (Zitiert auf Seite 71.)
- [18] BARTLETT, R.A. ; WÄCHTER, A. ; BIEGLER, L.T.: Active Set vs. Interior Point Strategies for Model Predictive Control. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 2000, S. 4229–4233 (Zitiert auf den Seiten 11 und 60.)
- [19] BAUER, F.L. ; REINSCH, C.: Inversion of Positive Definite Matrices by the Gauss-Jordan Method. In: BAUER, F.L. (Hrsg.) ; HOUSEHOLDER, A.S. (Hrsg.) ; OLVER, F.W.J. (Hrsg.) ; RUTISHAUER, H. (Hrsg.) ; SAMELSON, K. (Hrsg.) ; E.STIEFEL (Hrsg.): *Linear Algebra* Bd. 2. Springer-Verlag, 1971 (Zitiert auf Seite 71.)
- [20] BECK, R. ; SAENGER, S. ; RICHERT, F. ; BOLLIG, A. ; NEISS, K. ; SCHOLT, T. ; NOREIKAT, K.-E. ; ABEL, D.: Model Predictive Control of a Parallel Hybrid Vehicle Drivetrain. In: *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control and the European Control Conference*, 2005, S. 2670–2675 (Zitiert auf Seite 9.)
- [21] BEHRENDT, H.: *Modellbasierte prädiktive Regelung von Antriebsstrangschwingungen unter Berücksichtigung diskret wechselnder Zustände*, Leibniz Universität Hannover, Diplomarbeit, 2008 (Zitiert auf Seite 9.)
- [22] BEMPORAD, A.: Model-based predictive control design: New trends and tools. In: *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision & Control*, 2006, S. 6678–6683 (Zitiert auf den Seiten 12 und 58.)
- [23] BEMPORAD, A. ; FILIPPI, C.: Suboptimal Explicit Receding Horizon Control via Approximate Multiparametric Quadratic Programming. In: *Journal of Optimization Theory and Applications* 117 (2003), Nr. 1, S. 9–38 (Zitiert auf Seite 12.)

- [24] BEMPORAD, A. ; MORARI, M. ; DUA, V. ; PISTIKOPOULOS, E.N.: The explicit linear quadratic regulator for constrained systems. In: *Automatica* Bd. 38, 2002, S. 3–20 (Zitiert auf den Seiten 12 und 57.)
- [25] BENZI, M. ; GOLUB, G.H. ; LIESEN, J.: Numerical solution of saddle point problems. In: *Acta Numerica* 14 (2005), S. 1–137 (Zitiert auf Seite 71.)
- [26] BIRGIN, E.G. ; MARTÍNEZ, J.M.: Large-Scale Active-Set Box-Constrained Optimization Method with Spectral Projected Gradients. In: *Computational Optimization and Applications* 22 (2002), Nr. 1, S. 101–125 (Zitiert auf Seite 78.)
- [27] BIXBY, R.E. ; MARTIN, A.: Parallelizing the Dual Simplex Method. In: *Journal on Computing* 12 (2000), Nr. 1, S. 45–56 (Zitiert auf Seite 87.)
- [28] BLERIS, L.G. ; VOUZIS, P.D. ; ARNOLD, M.G. ; KOTHARE, M.V.: A Co-Processor FPGA Platform for the Implementation of Real-Time Model Predictive Control. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 2006, S. 1912–1917 (Zitiert auf Seite 89.)
- [29] BOEHME, T.J. ; HELD, F. ; SCHULTALBERS, M. ; LAMPE, B.: Trip-Based Energy Management for Electric Vehicles: An Optimal Control Approach. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 2013 (Zitiert auf Seite 13.)
- [30] BOHN, M. ; SCHNEIDER, J. ; ELTGES, C. ; RÖSSGER, R.: Migration von AUTOSAR-basierten Echtzeitanwendungen auf Multicore-Systeme. In: *4. Workshop „Entwicklung zuverlässiger Software-Systeme“*. Dept. of Computer Science, Trier University of Applied Sciences, Trier, Germany, 2011 (Zitiert auf Seite 13.)
- [31] BOLAND, N.L. ; ERNST, A.T. ; GOH, C.J. ; MEES, A.I.: A Faster Version of the ASG Algorithm. In: *Appl. Math. Lett.* 7 (1994), Nr. 5, S. 23–27 (Zitiert auf Seite 78.)
- [32] BOLOGNANI, S. ; BOLOGNANI, S. ; PERETTI, L. ; ZIGLIOTTO, M.: Design and Implementation of Model Predictive Control for Electrical Motor Drives. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 56 (2009), Nr. 6, S. 1925–1936 (Zitiert auf Seite 8.)
- [33] BORCHERS, B. ; YOUNG, J.G.: Implementation of a primal-dual method for SDP on a shared memory parallel architecture. In: *Computational Optimization and Applications* 37 (2007), Nr. 3, S. 355–369 (Zitiert auf Seite 87.)
- [34] BORRELLI, F. ; BAOTIĆ, M. ; BEMPORAD, A. ; MORARI, M.: Efficient On-Line Computation of Constrained Optimal Control. In: *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, 2001, S. 1187–1192 (Zitiert auf Seite 12.)
- [35] BORRELLI, F. ; BAOTIĆ, M. ; PEKAR, J. ; STEWART, G.: On the computation of linear model predictive control laws. In: *Automatica* 46 (2010), Nr. 6, S. 1035–1041 (Zitiert auf Seite 12.)
- [36] BOYD, S.P.: *Convex Optimization*. Cambridge University Press, 2004 (Zitiert auf Seite 11.)

- [37] BOÉCHAT, M.-A. ; LIU, J. ; PEYRL, H. ; ZANARINI, A. ; BESSELMANN, T.: An Architecture for Solving Quadratic Programs with the Fast Gradient Method on a Field Programmable Gate Array. In: *Proceedings of 21st Mediterranean Conference on Control & Automation*, 2013, S. 1557–1562 (Zitiert auf Seite 12.)
- [38] BUCKLAND, J.H. ; FREUDENBERG, J. ; GRIZZLE, J.W. ; JANKOVIC, M.: Practical Observers for Unmeasured States in Turbocharged Gasoline Engines. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 2009, S. 2714–2719 (Zitiert auf Seite 104.)
- [39] BUNZEL, S.: AUTOSAR - the Standardized Software Architecture. In: *Informatik-Spektrum* 34 (2011), Nr. 1, S. 79–83 (Zitiert auf Seite 13.)
- [40] BYRD, R.H. ; NOCEDAL, J.: Active Set and Interior Methods for Nonlinear Optimization. In: *Doc.Math.J.DMV Extra Volume ICM III (1998)*, S. 667–686 (Zitiert auf Seite 11.)
- [41] BÄCHLE, T. ; GRAICHEN, K. ; BUCHHOLZ, M. ; DIETMAYER, K.: Slip-Constrained Model Predictive Control Allocation for an All-Wheel Driven Electric Vehicle. In: *Proceedings of the 19th IFAC World Congress*, 2014, S. 12042–12047 (Zitiert auf Seite 9.)
- [42] BÖHME, T. ; RABBA, H.: Anwendung des Pontryaginschen Maximumprinzips zur Verbrauchsreduzierung am Beispiel eines Parallel-Hybridfahrzeugs. In: *Beiträge zum 5. ASIM-Workshop*, 2011 (Zitiert auf Seite 13.)
- [43] CAFIERI, S.: *On the application of iterative solvers to KKT systems in Interior Point methods for Large-Scale Quadratic Programming problems*, Università degli Studi di Napoli Federico II, Diss., 2006 (Zitiert auf Seite 11.)
- [44] CAMANCHO, E.F. ; BORDONS, C.: *Model Predictive Control*. Springer, 2004 (Zitiert auf Seite 7.)
- [45] CENSOR, Y. ; LENT, A.: An Iterative Row-Action Method for Interval Convex Programming. In: *Journal of Optimization Theory and Applications* 34 (1981), Nr. 3, S. 321–353 (Zitiert auf Seite 11.)
- [46] CHEN, D.-K. ; SU, H.-M. ; YEW, P.-C.: The impact of synchronization and granularity on parallel systems. In: *Proceedings 17th Annual International Symposium on Computer Architecture*, 1990, S. 239–248 (Zitiert auf Seite 87.)
- [47] CHEN, T. ; FRANCIS, B.A.: *Optimal Sampled-Data Control Systems*. Springer, 1996 (Zitiert auf Seite 109.)
- [48] CHEVALIER, A. ; MÜLLER, M. ; HENDRICKS, E.: *On the Validity of Mean Value Engine Models During Transient Operation*. SAE Technical Paper 2000-01-1261, 2000 (Zitiert auf Seite 21.)
- [49] CHU, D. ; FORBES, M. ; BACKSTRÖM, J. ; GHEORGHE, C. ; CHU, S.: Model Predictive Control and Optimization for Papermaking Processes. In: ZHENG, T. (Hrsg.): *Advanced Model Predictive Control*. InTech, 2011, S. 309–342 (Zitiert auf Seite 7.)

- [50] CORONA, D. ; DE SCHUTTER, B.: Adaptive cruise control for a SMART car: A comparison benchmark for MPC-PWA control methods. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 16 (2008), Nr. 2, S. 365–372 (Zitiert auf den Seiten 8 und 9.)
- [51] CORREA, C. ; BALASUBRAMANIAM, R.: *Bypass Rapid Prototyping without ECU Code Changes*. SAE Technical Paper 2003-01-0134, 2003 (Zitiert auf Seite 128.)
- [52] CURTIS, F. ; NOCEDAL, J.: Steplength selection in interior-point methods for quadratic programming. In: *Applied Mathematics Letters* 20 (2007), Mai, Nr. 5, S. 516–523 (Zitiert auf Seite 11.)
- [53] DE NIET, A.C.: *Solving Large Linear Systems in an Implicit Thermohaline Ocean Model*, Universität Groningen, Diss., 2007 (Zitiert auf Seite 71.)
- [54] DER RAT DER EUROPÄISCHEN GEMEINSCHAFTEN: *Richtlinie 91/441/EWG des Rates vom 26. Juni 1991 zur Änderung der Richtlinie 70/220/EWG zur Angleichung der Rechtsvorschriften der Mitgliedstaaten über Maßnahmen gegen die Verunreinigung der Luft durch Emissionen von Kraftfahrzeugen* (Zitiert auf den Seiten 18 und 124.)
- [55] DESHPANDE, S. ; NANDOLA, N. ; RIVERA, D.E. ; YOUNGER, J.: A Control Engineering Approach for Designing an Optimized Treatment Plan for Fibromyalgia. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 2011 (Zitiert auf Seite 8.)
- [56] DEVOLDER, O. ; GLINEUR, F. ; NESTEROV, Y.: First-order Methods of Smooth Convex Optimization with Inexact Oracle. In: *Mathematical Programming* (2011). [http://www.optimization-online.org/DB\\_FILE/2010/12/2865.pdf](http://www.optimization-online.org/DB_FILE/2010/12/2865.pdf). – eingereicht (Zitiert auf Seite 12.)
- [57] DI CAIRANO, S. ; YANAKIEV, D. ; BEMPORAD, A. ; KOLMANOVSKY, I.V. ; HROVAT, D.: An MPC design flow for automotive control and applications to idle speed regulation. In: *Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*, 2008, S. 5686–5691 (Zitiert auf Seite 9.)
- [58] DIEHL, M.: *Real-Time Optimization for Large Scale Nonlinear Processes*, Ruprecht-Karls-Universität, Diss., 2001 (Zitiert auf Seite 10.)
- [59] DIEHL, M. ; FERREAU, H.J. ; HAVERBEKE, N.: Efficient Numerical Methods for Nonlinear MPC and Moving Horizon Estimation. In: MAGNI, L. (Hrsg.) ; RAIMONDO, D.M. (Hrsg.) ; ALLGÖWER, F. (Hrsg.): *Nonlinear Model Predictive Control: Towards New Challenging Applications*. Springer, 2009, S. 391–417 (Zitiert auf Seite 10.)
- [60] DIMITROV, D. ; WIEBER, P.-B. ; STASSE, O. ; FERREAU, H.J. ; DIEDAM, H.: An Optimized Linear Model Predictive Control Solver for Online Walking Motion Generation. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2009, S. 1171–1176 (Zitiert auf Seite 11.)
- [61] DITTMAR, R. ; PFEIFFER, B.-M.: Modellbasierte prädiktive Regelung in der industriellen Praxis. In: *at - Automatisierungstechnik* 54 (2006), Nr. 12, S. 590–601 (Zitiert auf Seite 7.)

- [62] DUSEMUND, S. ; LANGEHEINECKE, K.-J. ; HORN, A.: Modellgestützte Entwicklung von Motorsteuererätefunktionen unter Nutzung eines „virtuellen Abgasnachbehandlungsprüfstands“. In: *Beiträge zum 5. ASIM-Workshop*, 2011 (Zitiert auf Seite 3.)
- [63] DÜNOW, H.P. ; LEKHADIA, K.N. ; KÖLLER, M. ; JEINSCH, T.: Model Based Predictive Control of Sparc Ignition Engine Processes. In: *Proceedings of the 11th IEEE Conference on Methods and Models in Automation and Robotics*, 2005 (Zitiert auf Seite 49.)
- [64] ETAS GMBH: *INCA-Basisprodukt*. <http://www.etas.com/de/products/inca.php>. Version: 2013 (Zitiert auf Seite 129.)
- [65] EUROPÄISCHES PARLAMENT UND RAT DER EUROPÄISCHEN UNION: *Verordnung (EG) Nr. 715/2007 des Europäischen Parlaments und des Rates vom 20. Juni 2007 über die Typgenehmigung von Kraftfahrzeugen hinsichtlich der Emissionen von leichten Personenkraftwagen und Nutzfahrzeugen (Euro 5 und Euro 6) und über den Zugang zu Reparatur- und Wartungsinformationen für Fahrzeuge* (Zitiert auf den Seiten 18 und 124.)
- [66] FAANES, A. ; SKOGESTAD, S.: Offset-Free Tracking of Model Predictive Control with Model Mismatch: Experimental Results. In: *Ind. Eng. Chem. Res.* 44 (2005), Nr. 11, S. 3966–3972 (Zitiert auf Seite 96.)
- [67] FADEL, M. ; LLOR, A.: Comparison of Different Solutions in Predictive Control for Two PMSM in Parallel. In: *Proceedings of the 19th IFAC World Congress*, 2014, S. 11962–11967 (Zitiert auf Seite 8.)
- [68] FAULWASSER, T. ; KERN, B. ; VARUTTI, P. ; FINDEISEN, R.: Prädiktive Regelung nichtlinearer Systeme unter asynchronen Mess- und Stellsignalen. In: *at - Automatisierungstechnik* 57 (2009), Nr. 6, S. 279–286 (Zitiert auf Seite 109.)
- [69] FEKRI, S. ; ASSADIAN, F.: Fast Model Predictive Control and its Application to Energy Management of Hybrid Electric Vehicles. In: ZHENG, T. (Hrsg.): *Advanced Model Predictive Control*. InTech, 2011, S. 3–28 (Zitiert auf Seite 9.)
- [70] FERREAU, H.J.: *Model Predictive Control Algorithms for Applications with Millisecond Timescales*, Katholieke Universiteit Leuven, Diss., 2011 (Zitiert auf Seite 10.)
- [71] FERREAU, H.J. ; ORTNER, P. ; LANGTHALER, P. ; DEL RE, L. ; DIEHL, M.: Predictive control of a real-world Diesel engine using an extended online active set strategy. In: *Annual Reviews in Control* 31 (2007), Nr. 2, S. 293–301 (Zitiert auf Seite 9.)
- [72] FERRIS, M.C.: Parallel Constraint Distribution in Convex Quadratic Programming. In: *Mathematics of Operation Research* 19 (1994), Nr. 3, S. 645–658 (Zitiert auf Seite 86.)
- [73] FINDEISEN, P.K.: *Moving Horizon State Estimation of Discrete Time Systems*, University of Wisconsin-Madison, Master's Thesis, 1997 (Zitiert auf Seite 96.)
- [74] FLETCHER, R.: *Practical Methods of Optimization*. Bd. 2: Constrained Optimization. John Wiley & Sons, 1981 (Zitiert auf den Seiten 10 und 50.)

- [75] FORBES, M.G. ; GOUGH, B.: Model Predictive Control of SAG Mills and Flotation Circuits / Andritz Automation Ltd. Version: 2009. <http://www.andritzautomation.com/index.php?page=document&id=755cefvmxhx&doctype=dd>. 2009. – Technical Paper (Zitiert auf Seite 7.)
- [76] FORSGREN, A. ; GILL, P.E. ; GRIFFIN, J.D.: Iterative solution of augmented systems arising in interior methods. In: *SIAM Journal on Optimization* 18 (2007), S. 666–690 (Zitiert auf Seite 11.)
- [77] FORSGREN, A. ; MURRAY, W.: Newton Methods for Large-Scale Linear Inequality-Constrained Minimization. In: *SIAM J. Optim.* 7 (1997), Nr. 1, S. 162–176 (Zitiert auf Seite 78.)
- [78] FOSS, B.A. ; JOHANSEN, T.A. ; SØRENSEN, A.V.: Nonlinear predictive control using local models — applied to a batch fermentation process. In: *Control Engineering Practice* 3 (1995), S. 389–396 (Zitiert auf Seite 10.)
- [79] FREEMAN, T.L. ; PHILLIPS, C.: *Parallel Numerical Algorithms*. Prentice Hall, 1992 (Zitiert auf Seite 87.)
- [80] FRITZSCHE, C. ; DÜNOW, H.-P. ; LAMPE, B.: Simulationsbasierte Entwicklung von Motorsteuerungsfunktionen am Beispiel der Momentenregelung. In: *Tagungsband des 4. ASIM Workshops, ARGESIM Report (ASIM-Mitteilungen AM 117)*, 2008, S. 145–154 (Zitiert auf Seite 49.)
- [81] FUCHS, A.N. ; JONES, C.N. ; MORARI, M.: Optimized Decision Trees for Point Location in Polytopic Data Sets - Application to Explicit MPC. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 2010 (Zitiert auf Seite 12.)
- [82] FUJIMOTO, H.: *General Framework of Multirate Sampling Control and Applications to Motion Control Systems*, University of Tokyo, Diss., 2000 (Zitiert auf Seite 109.)
- [83] FUJIMOTO, H. ; HORI, Y.: Advanced digital motion control based on multirate sampling control. In: *Proceedings of the 15th IFAC World Congress*, 2002 (Zitiert auf Seite 109.)
- [84] FUKUSHIMA, H. ; KON, K. ; MATSUNO, F.: Distributed Model Predictive Control for Multi-Vehicle Formation with Collision Avoidance Constraints. In: *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control and the European Control Conference*, 2005, S. 5480–5485 (Zitiert auf Seite 9.)
- [85] FÖLLINGER, O.: *Regelungstechnik*. Bd. 7. Auflage. Hüthig Buch Verlag, 1992 (Zitiert auf Seite 104.)
- [86] FÜRST, S.: AUTOSAR - A Worldwide Standard is on the road. In: *Proceedings of the 14th International VDI Congress Electronic Systems for Vehicles*, 2009 (Zitiert auf Seite 13.)
- [87] GALLA, T.M. ; PALLIERER, R.: AUTOSAR - challenges and solutions from a software vendor's perspective. In: *e & i Elektrotechnik und Informationstechnik* 128 (2011), Nr. 6, S. 234–239 (Zitiert auf Seite 13.)

- [88] GAMBINO, G. ; VERRILLI, F. ; MEOLA, D. ; HIMANKA, M. ; PALMIERI, G. ; DEL VECCHIO, C. ; GLIELMO, L.: Model predictive control for optimization of combined heat and electric power microgrid. In: *Proceedings of the 19th IFAC World Congress*, 2014, S. 2201–2206 (Zitiert auf Seite 8.)
- [89] GEBHARDT, T.: *Optimierung und Validierung einer Betriebsstrategie für ein Parallelhybridfahrzeug*, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Diplomarbeit, 2007 (Zitiert auf Seite 9.)
- [90] GELSO, E.R. ; LINDBERG, J.: Air-Path Model Predictive Control of a Heavy-Duty Diesel Engine with Variable Valve Actuation. In: *Proceedings of the 19th IFAC World Congress*, 2014, S. 3012–3017 (Zitiert auf Seite 9.)
- [91] GEVATTER, H.-J. (Hrsg.) ; GRÜNHaupt, U. (Hrsg.): *Handbuch der Mess- und Automatisierungstechnik im Automobil*. 2. Auflage. Springer, 2006 (Zitiert auf den Seiten 2 und 13.)
- [92] GEYER, T. ; PAPAFOU, G. ; MORARI, M.: Model Predictive Control in Power Electronics: A Hybrid Systems Approach. In: *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control and the European Control Conference*, 2005, S. 5606–5611 (Zitiert auf Seite 8.)
- [93] GHAFARI, A. ; SHAMEKHI, A.H. ; SAKI, A. ; KAMRANI, E.: Adaptive fuzzy control for air-fuel ratio of automobile spark ignition engine. In: *World Academy of Science, Engineering and Technology* 48 (2008), S. 284–292 (Zitiert auf Seite 4.)
- [94] GIOVANINI, L. ; ORDYS, A.W. ; GRIMBLE, M.J.: Adaptive Predictive Control using Multiple Models, Switching and Tuning. In: *International Journal of Control, Automation and Systems* 4 (2006), Nr. 6, S. 669–681 (Zitiert auf Seite 10.)
- [95] GOLDFARB, D. ; IDNANI, A.: A numerically stable dual method for solving strictly convex quadratic programs. In: *Mathematical Programming* 27 (1983), S. 1–33 (Zitiert auf Seite 11.)
- [96] GOLUB, G.H. ; VAN LOAN, C.F.: *Matrix Computations*. 3. Auflage. The Johns Hopkins University Press, 1996 (Zitiert auf den Seiten 47, 71 und 72.)
- [97] GONDZIO, J.: Interior point methods 25 years later / School of Mathematics, University of Edinburgh. 2011. – Technical Report ERGO-2011-003 (Zitiert auf Seite 11.)
- [98] GONDZIO, J. ; GROTHEY, A.: A New Unblocking Technique to Warmstart Interior Point Methods based on Sensitivity Analysis / School of Mathematics, University of Edinburgh. 2006. – Technical Report MS-06-005 (Zitiert auf den Seiten 61 und 86.)
- [99] GOPINATH, R. ; BEQUETTE, B.W. ; ROY, R.J. ; KAUFMAN, H. ; YU, C.: Issues in the Design of a Multirate Model-Based Controller for a Nonlinear Drug Infusion System. In: *Biotechnol. Prog.* 11 (1995), Nr. 3, S. 318–332 (Zitiert auf Seite 109.)
- [100] GOUGH, B.: BrainWave®: Model Predictive Control for the Process Industries. In: ZHENG, Tao (Hrsg.): *Advanced Model Predictive Control*. InTech, 2011, S. 393–418 (Zitiert auf Seite 7.)

- [101] GOULD, N.I.M.: Some Reflections on the Current State of Active-Set and Interior-Point Methods for Constrained Optimization / RAL Numerical Analysis Group. Rutherford Appleton Laboratory, Chilton, England, April 2003. – Internal Report 2003-1 (Zitiert auf Seite 11.)
- [102] GOULD, N.I.M. ; TOINT, P.L.: Preprocessing for quadratic programming / RAL Numerical Analysis Group. Rutherford Appleton Laboratory, Chilton, England, Januar 2002. – RAL-TR-2002-001 (Zitiert auf Seite 11.)
- [103] GOULD, N.I.M. ; TOINT, P.L.: A Quadratic Programming Bibliography / RAL Numerical Analysis Group. Rutherford Appleton Laboratory, Chilton, England, März 2010. – Internal Report 2000-1 (Zitiert auf Seite 10.)
- [104] GRANCHAROVA, A. ; JOHANSEN, T.A.: Approximate Explicit Model Predictive Control Incorporating Heuristics. In: *Proceedings of the IEEE International Symposium on Computer Aided Control System Design*, 2002, S. 92–97 (Zitiert auf Seite 12.)
- [105] GRANCHAROVA, A. ; JOHANSEN, T.A. ; KOCIJAN, J.: Explicit model predictive control of gas-liquid separation plant. In: *Proceedings of the European Control Conference*, 2003 (Zitiert auf Seite 7.)
- [106] GUHL, A.: *Entwicklung eines Hybrid-Simulationsmodells für ein Kompressor-Aggregat*, Hochschule Wismar, Master Thesis, 2008 (Zitiert auf Seite 122.)
- [107] GUPTA, H.N.: *Fundamentals of Internal Combustion Engines*. Prentice Hall, 2006 (Zitiert auf Seite 1.)
- [108] GUZZELLA, L. ; ONDER, C.H.: *Introduction to Modeling and Control of Internal Combustion Engine Systems*. Springer, 2004 (Zitiert auf den Seiten 21, 22 und 108.)
- [109] HAMMEL, C. ; JESSEN, H. ; BOSS, B. ; TRAUB, A. ; TISCHER, C. ; HÖNNINGER, H.: A Common Software Architecture for Diesel and Gasoline Engine Control Systems of the New Generation EDC/ME(D)17. (2003). – SAE Paper 2003-01-1048 (Zitiert auf Seite 13.)
- [110] HASELTINE, E.L. ; RAWLINGS, J.B.: Critical Evaluation of Extended Kalman Filtering and Moving-Horizon Estimation. In: *Ind. Eng. Chem. Res.* 44 (2005), Nr. 8, S. 2541–2460 (Zitiert auf den Seiten 96 und 109.)
- [111] HEGYI, A.: *Model Predictive Control for Integrating Traffic Control Measures*, Delft University of Technology, Diss., 2004 (Zitiert auf Seite 8.)
- [112] HERMANN, M.: *Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen*. Oldenbourg, 2001 (Zitiert auf Seite 68.)
- [113] HERMANS, R.M. ; LAZAR, M. ; DI CAIRANO, S. ; KOLMANOVSKY, I.V.: Low complexity model predictive control of electromagnetic actuators with a stability guarantee. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 2009, S. 2708–2713 (Zitiert auf Seite 8.)
- [114] HILDRETH, C.: A quadratic programming procedure. In: *Naval Research Logistics Quarterly* 4 (1957), Nr. 1, S. 79–85 (Zitiert auf den Seiten 11 und 55.)

- [115] HOFFMANN, K.: *Non-linear Model-based Predictive Control of a Low-Temperature Gasoline Combustion Engine*, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Diss., 2010 (Zitiert auf Seite 14.)
- [116] HOLKAR, K.S. ; WAGHMARE, L.M.: An Overview of Model Predictive Control. In: *International Journal of Control and Automation* 3 (2010), Nr. 4, S. 47–63 (Zitiert auf Seite 7.)
- [117] HOUSKA, B. ; FERREAU, H.J. ; DIEHL, M.: An Auto-Generated Real-Time Iteration Algorithm for Nonlinear MPC in the Microsecond Range. In: *Automatica* 47 (2011), Nr. 10, S. 2279–2285 (Zitiert auf Seite 10.)
- [118] HU, Q. ; ROHANI, S.: Multirate Constrained Predictive Control: Algorithm and Experimental Results. In: *Chemical Product and Process Modeling* 2 (2007), Nr. 3. – Article 13 (Zitiert auf Seite 109.)
- [119] HU, Y. ; CHMIELEWSKI, D.J.: Nonlinear Multivariable Predictive Control of an Autothermal Reforming Reactor for Fuel Cell Applications. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 2009, S. 659–664 (Zitiert auf Seite 7.)
- [120] INFINEON TECHNOLOGIES AG: TC1796 (*Audo-NextGeneration*). <http://www.infineon.com>, 2010 (Zitiert auf Seite 125.)
- [121] INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS: *IEEE 754-2008 Standard for Floating-Point Arithmetic*. 29. August 2008 (Zitiert auf Seite 62.)
- [122] IONESCU, C. ; DE KEYSER, R.: EPSAC Predictive Control of Blood Glucose Level in Type I Diabetic Patients. In: *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control and the European Control Conference*, 2005, S. 4845–4950 (Zitiert auf Seite 8.)
- [123] IUSEM, A.N. ; DE PIERRO, A.R.: On the convergence properties of Hildreths Quadratic Programming Algorithm. In: *Mathematical Programming* 47 (1990), Nr. 1-3, S. 37–51 (Zitiert auf Seite 11.)
- [124] JEREZ, J.L. ; CONSTANTINIDES, G.A. ; KERRIGAN, E.C.: An FPGA implementation of a sparse quadratic programming solver for constrained predictive control. In: *Proceedings of the 19th ACM/SIGDA International Symposium on Field Programmable Gate Arrays*, 2011, S. 209–218 (Zitiert auf Seite 89.)
- [125] JOHANSEN, T.A.: *Operating Regime based Process Modeling and Identification*, University of Trondheim, Diss., 1994. – Report 94-109-W (Zitiert auf den Seiten 10 und 141.)
- [126] JOHANSEN, T.A. ; MURRAY-SMITH, R.: The Operating Regime Approach to Non-linear Modelling and Control. In: JOHANSEN, T.A. (Hrsg.) ; MURRAY-SMITH, R. (Hrsg.): *Multiple Model Approaches to Modelling and Control*. Taylor & Francis, 1997, S. 3–72 (Zitiert auf Seite 10.)
- [127] JOHN, E. ; YILDIRIM, E.A.: Implementation of warm-start strategies in interior-point methods for linear programming in fixed dimension. In: *Computational Optimization and Applications* 41 (2008), Nr. 2, S. 151–183 (Zitiert auf Seite 61.)

- [128] JOSEVSKI, M. ; ABEL, D.: Flatness-Based Model Predictive Control for the Fuel Optimization of Hybrid Electric Vehicles. In: *Proceedings of the 5th IFAC Conference on Nonlinear Model Predictive Control*, 2015, S. 465–471 (Zitiert auf Seite 9.)
- [129] JOŠEVSKI, M. ; ABEL, D.: Energy Management of Parallel Hybrid Electric Vehicles based on Stochastic Model Predictive Control. In: *Proceedings of the 19th IFAC World Congress*, 2014, S. 2132–2137 (Zitiert auf Seite 13.)
- [130] KADUNIC, S. ; SCHERER, F. ; BAAR, R. ; ZEGENHAGEN, T.: Ladeluftkühlung mittels Abgasenergienutzung zur Wirkungsgradsteigerung von Ottomotoren. In: *MTZ - Motortechnische Zeitschrift* (2014), Januar, S. 80–87 (Zitiert auf Seite 18.)
- [131] KALMAN, R.E.: A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. In: *Transactions of the ASME - Journal of Basic Engineering* 82 (1960), Nr. Series D, S. 35–45 (Zitiert auf Seite 95.)
- [132] KANO, M. ; OGAWA, M.: The state of the art in advanced chemical process control in Japan. In: *Journal of Process Control* 20 (2010), Nr. 9, S. 969–982 (Zitiert auf Seite 7.)
- [133] KARLSSON, M. ; EKHOLM, K. ; STRANDH, P. ; JOHANSSON, R. ; TUNESTAL, P.: Multiple-Input Multiple-Output Model Predictive Control of a Diesel Engine. In: *Proceedings of the 6th IFAC Symposium Advances in Automotive Control*, 2010 (Zitiert auf den Seiten 9 und 96.)
- [134] KARMARKAR, N.: A new polynomial-time Algorithm for Linear Programming. In: *Combinatorica* 4 (1984), S. 373–395 (Zitiert auf Seite 11.)
- [135] KLEIMAIER, A.: *Optimale Betriebsführung von Hybridfahrzeugen*, Technische Universität München, Diss., 2003 (Zitiert auf Seite 13.)
- [136] KOPAČKA, M. ; ŠIMONČIČ, P. ; CSAMBAL, J. ; HONEK, M. ; WOJNAR, S. ; POLÓNI, T. ; ROHAL'-ILKIV, B.: Real-time Air/Fuel Ratio Model Predictive Control of a Spark Ignition Engine. In: *Proceedings of the 18th International Conference on Process Control*, 2011, S. 457–462 (Zitiert auf Seite 4.)
- [137] KOSTINA, E. ; KOSTYUKOVA, O.: *A Primal-Dual Active-Set Method for Convex Quadratic Programming*. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.5.3819&rep=rep1&type=pdf>. Version: 2003 (Zitiert auf Seite 11.)
- [138] KUURE-KINSEY, M. ; BEQUETTE, B.W.: Multiple Model Predictive Control of Nonlinear Systems. In: MAGNI, L. (Hrsg.) ; RAIMONDO, D.M. (Hrsg.) ; ALLGÖWER, F. (Hrsg.): *Nonlinear Model Predictive Control*. Springer, 2009, S. 153–165. – LNCIS 384 (Zitiert auf Seite 10.)
- [139] KVASNICA, M.: Multi-Parametric Toolbox. In: HUBA, M. (Hrsg.) ; SKOGESTAD, S. (Hrsg.) ; FIKAR, M. (Hrsg.) ; HOVD, M. (Hrsg.) ; JOHANSEN, T.A. (Hrsg.) ; ROHAL'-ILKIV, B. (Hrsg.): *Selected Topics on Constrained and Nonlinear Control. Workbook*. STU Bratislava - NTNU Trondheim, 2011, S. 101–170 (Zitiert auf Seite 58.)
- [140] KVASNICA, M. ; FIKAR, M.: Performance-Lossless Complexity Reduction in Explicit MPC. In: *Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision and Control*, 2010, 5270–5275 (Zitiert auf Seite 12.)

- [141] KVASNICA, M. ; FIKAR, M. ; ČIRKA, L. ; HERCEG, M.: Complexity Reduction in Explicit Model Predictive Control. In: HUBA, M. (Hrsg.) ; SKOGESTAD, S. (Hrsg.) ; FIKAR, M. (Hrsg.) ; HOVD, M. (Hrsg.) ; JOHANSEN, T.A. (Hrsg.) ; ROHAL'-ILKIV, B. (Hrsg.): *Selected Topics on Constrained and Nonlinear Control. Textbook*. STU Bratislava - NTNU Trondheim, 2011, S. 241–288 (Zitiert auf Seite 12.)
- [142] KVASNICA, M. ; RAUOVÁ, I. ; FIKAR, M.: Real-Time Implementation of Model Predictive Control Using Automatic Code Generation. In: *Selected Topics on Constrained and Nonlinear Control. Preprints*, STU Bratislava - NTNU Trondheim, 2011, 311–316 (Zitiert auf Seite 58.)
- [143] KVASNICA, M. ; RAUOVÁ, I. ; FIKAR, M.: Separation Functions used in Simplification of Explicit MPC Feedback Laws. In: *Selected Topics on Constrained and Nonlinear Control. Preprints*, STU Bratislava - NTNU Trondheim, 2011, 303–308 (Zitiert auf Seite 12.)
- [144] KVERNLAND, M.K.: *Model predictive control of a Kaibel distillation column*, Norwegian University of Science and Technology, Master's Thesis, 2009 (Zitiert auf Seite 96.)
- [145] KÖGEL, M. ; FINDEISEN, R.: A Fast Gradient method for embedded linear predictive control. In: *Proceedings of the 18th IFAC World Congress*, 2011, S. 1362–1367 (Zitiert auf Seite 12.)
- [146] LAU, M.S.K. ; YUE, S.P. ; LING, K.V. ; MACIEJOWSKI, J.M.: A Comparison of Interior Point and Active Set Methods for FPGA Implementation of Model Predictive Control. In: *Proceedings of the European Control Conference*, 2009, S. 156–161 (Zitiert auf den Seiten 11 und 89.)
- [147] LEIRENS, S. ; ZAMORA, C. ; NEGENBORN, R.R. ; ; DE SCHUTTER, B.: Coordination in urban water supply networks using distributed model predictive control. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 2010, S. 3957–3962 (Zitiert auf Seite 8.)
- [148] LENARD, M.L.: A computational study of active set strategies in nonlinear programming with linear constraints. In: *Mathematical Programming* 16 (1979), Nr. 1, S. 81–97 (Zitiert auf Seite 78.)
- [149] LENT, A. ; CENSOR, Y.: Extensions of Hildreth's Row-Action Method for Quadratic Programming. In: *SIAM J. on Control and Optimization* 18 (1980), Nr. 4, S. 444–454 (Zitiert auf Seite 11.)
- [150] LEYVA-RAMOS, J. ; PEARSON, A.E.: An Asymptotic Modal Observer for Linear Autonomous Time Lag Systems. In: *IEEE Transactions On Automatic Control* 40 (1995), Nr. 7, S. 1291–1294 (Zitiert auf Seite 104.)
- [151] LI, S. ; CHEN, H. ; MA, M.: Model Predictive Control Based on Linear Programming for Engine Idle Speed Control. In: *Proceeding of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, 2009, S. 1167–1172 (Zitiert auf Seite 9.)
- [152] LIN, S.: *Efficient model predictive control for large-scale urban traffic networks*, Delft University of Technology, Diss., 2011 (Zitiert auf Seite 8.)

- [153] LINDER, A. ; KENNEL, R.: Model Predictive Control for Electrical Drives. In: *Proceedings of the IEEE 36th Power Electronics Specialists Conference, 2005*, S. 1793–1799 (Zitiert auf Seite 8.)
- [154] LINDGREN, T. ; GUSTAFSSON, T. ; FORSGREN, H. ; JOHANSSON, D. ; ÖSTENSSON, J.: Model predictive control of the chip level in a continuous pulp digester, a case study. In: *Pulp & Paper Canada* 106 (2005), Nr. 11, S. 45–51 (Zitiert auf Seite 7.)
- [155] LING, K.V. ; BINGFANG, W. ; MINGHUA, H. ; YU, Z.: A Model Predictive Controller for Multirate Cascade Systems. In: *Proceeding of the American Control Conference, 2004*, S. 1575–1579 (Zitiert auf Seite 109.)
- [156] LING, K.V. ; WU, B.F. ; MACIEJOWSKI, J.M.: Embedded Model Predictive Control (MPC) using a FPGA. In: *Proceedings of the 17th IFAC World Congress, 2008*, S. 15250–15255 (Zitiert auf Seite 89.)
- [157] LING, K.V. ; YUE, S.P. ; MACIEJOWSKI, J.M.: A FPGA implementation of model predictive control. In: *Proceedings of the American Control Conference, 2006* (Zitiert auf Seite 89.)
- [158] LUENBERGER, D.G.: Observing the state of a linear system. In: *IEEE Transactions On Military Electronics* 8 (1964), Nr. 2, S. 74–80 (Zitiert auf Seite 95.)
- [159] LUNZE, J.: *Regelungstechnik*. Bd. 2. 5. Auflage. Springer, 2008 (Zitiert auf den Seiten 107 und 142.)
- [160] MACIEJOWSKI, J.M.: *Predictive Control with Constraints*. Pearson Education Limited, 2002 (Zitiert auf den Seiten 7 und 48.)
- [161] MAJECKI, P. ; VAN DER MOLEN, G.M. ; GRIMBLE, M.J. ; HASKARA, I. ; HU, Y. ; CHANG, C.-F.: Real-Time Predictive Control for SI Engines Using Linear Parameter-Varying Models. In: *Proceedings of the 5th IFAC Conference on Nonlinear Model Predictive Control, 2015*, S. 94–101 (Zitiert auf Seite 9.)
- [162] MANZ, P.-W. ; THIEMANN, W.: Möglichkeiten der motorischen Prozess-Simulation am Beispiel des Verbrennungsablaufs. In: *Beiträge zum 5. ASIM-Workshop, 2011* (Zitiert auf Seite 1.)
- [163] McDONALD, R. ; CRAMMER, K. ; PEREIRA, F.: Online Large-Margin Training of Dependency Parsers. In: *Proceedings of the 43rd Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics, 2005* (Zitiert auf Seite 11.)
- [164] MCGINN, S.F. ; SHAW, R.E.: Parallel Gaussian elimination using OpenMP and MPI. In: *Proceedings of the 16th Annual International Symposium on High Performance Computing Systems and Applications, 2002*, S. 169–173 (Zitiert auf Seite 87.)
- [165] MERKER, G.P. (Hrsg.) ; SCHWARZ, C. (Hrsg.): *Grundlagen Verbrennungsmotoren - Simulation der Gemischbildung, Verbrennung, Schadstoffbildung und Aufladung*. 4. Auflage. Vieweg +Teubner, 2009 (Zitiert auf Seite 22.)
- [166] MIER, D. ; MÖLLENBRUCK, F. ; JOST, M. ; GROTE, W. ; MÖNNIGMANN, M.: Model predictive control of the stem cycle in a solar power plant. In: *Proceedings of the*

- 9th IFAC Dymposium on Advanced Control of Chemical Processes, 2015, S. 710–715 (Zitiert auf Seite 8.)
- [167] MILMAN, R. ; DAVISON, E.J.: Guaranteed bounds on the performance cost of a fast real-time suboptimal constrained MPC controller. In: *Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control* Bd. 2, 2004, S. 2035–2040 (Zitiert auf Seite 11.)
- [168] MILMAN, R. ; DAVISON, E.J.: A Fast MPC Algorithm Using Nonfeasible Active Set Methods. In: *Journal of Optimization Theory and Applications* 139 (2008), Nr. 3, S. 591–616 (Zitiert auf den Seiten 11 und 78.)
- [169] MÅRTENSSON, J. ; FLÄRDH, O.: *Modeling the Effect of Variable Cam Phasing on Volumetric Efficiency, Scavenging and Torque Generation*. SAE Technical Paper 2010-01-1190, 2010 (Zitiert auf Seite 22.)
- [170] MUSKE, K.R.: *Linear Model Predictive Control of Chemical Processes*, University of Texas at Austin, Diss., 1995 (Zitiert auf Seite 96.)
- [171] NANDOLA, N.N. ; RIVERA, D.E.: Hybrid Model Predictive Control Applied to Production-Inventory Systems. In: *Proceedings of the 18th IFAC World Congress*, 2011 (Zitiert auf Seite 7.)
- [172] NEGENBORN, R.R. ; VAN OVERLOOP, P.-J. ; DE SCHUTTER, B.: Coordinated distributed model predictive reach control of irrigation canals. In: *Proceedings of the European Control Conference*, 2009, S. 1420–1425 (Zitiert auf Seite 8.)
- [173] NESTEROV, Y.: A method of solving a convex programming problem with convergence rate  $O(1/k^2)$ . In: *Soviet Mathematics Doklady* 27 (1983), Nr. 2, S. 372–376 (Zitiert auf Seite 11.)
- [174] NIEBERDING, R.-G.: *Die Kompressionszündung magerer Gemische als motorisches Brennverfahren*, Universität Siegen, Diss., 2001 (Zitiert auf Seite 14.)
- [175] NOCEDAL, J. ; WRIGHT, S.J.: *Numerical Optimization*. Second Edition. Springer, 2006 (Zitiert auf den Seiten 11, 48 und 80.)
- [176] ODELSON, B.J. ; RAWLINGS, J.B.: Online monitoring of MPC disturbance models using closed-loop data. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 2003, S. 2714–2719 (Zitiert auf Seite 96.)
- [177] OHTSUKA, T. ; OZAKI, K.: Practical Issues in Nonlinear Model Predictive Control: Real-Time Optimization and Systematic Tuning. In: MAGNI, L. (Hrsg.) ; RAIMONDO, D.M. (Hrsg.) ; ALLGÖWER, F. (Hrsg.): *Nonlinear Model Predictive Control: Towards New Challenging Applications*. Springer, 2009, S. 447–460 (Zitiert auf Seite 10.)
- [178] ORTNER, P. ; LANGTHALER, P. ; ORTIZ, J.V.G. ; DEL RE, L.: MPC for a Diesel Engine Air Path using an Explicit Approach for Constraint Systems. In: *Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Control Applications*, 2006, S. 2760–2765 (Zitiert auf den Seiten 12 und 58.)
- [179] PANNOCCHIA, G.: *Strategies for Robust Multivariable Model-Based Control*, University of Pisa, Diss., 2001 (Zitiert auf Seite 96.)

- [180] PAPULA, L.: *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. Bd. 2. 11. Auflage. Vieweg, 2007 (Zitiert auf Seite 103.)
- [181] PEYRL, H. ; FERREAU, H.J. ; KOUZOUPIS, D.: A Hybrid Hardware Implementation for Nonlinear Model Predictive Control. In: *Proceedings of the 5th IFAC Conference on Nonlinear Model Predictive Control*, 2015, S. 87–93 (Zitiert auf Seite 10.)
- [182] PEÑA, J.: Two properties of condition numbers for convex programs via implicitly defined barrier functions. In: *Mathematical Programming* 93 (2002), Nr. 1, S. 55–75 (Zitiert auf Seite 61.)
- [183] PORSCHE ENGINEERING GROUP GMBH (Hrsg.): *Porsche Engineering Magazin*. 2008 (2) (Zitiert auf Seite 29.)
- [184] QIN, S.J. ; BADGWELL, T.A.: A survey of industrial model predictive control technology. In: *Control Engineering Practice* 11 (2003), S. 733–764 (Zitiert auf Seite 7.)
- [185] QIU, L. ; CHEN, T.: *Multirate Sampled-Data Systems: All  $\mathcal{H}_\infty$  Suboptimal Controllers and the Minimum Entropy Controller*. 1997 (Zitiert auf Seite 109.)
- [186] RAO, C.V. ; RAWLINGS, J.B. ; LEE, J.H.: Stability of constrained linear moving horizon estimation. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 1999, S. 3387–3391 (Zitiert auf Seite 96.)
- [187] RAO, C.V. ; RAWLINGS, J.B. ; MAYNE, D.Q.: Constrained State Estimation for Nonlinear Discrete-Time Systems: Stability and Moving Horizon Approximations. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 48 (2003), Nr. 2, S. 246–258 (Zitiert auf den Seiten 96 und 109.)
- [188] RAUOVÁ, I. ; VALO, R. ; KVASNICA, M. ; FIKAR, M.: Real-Time Model Predictive Control of a Fan Heater via PLC. In: *Proceedings of the 18th International Conference on Process Control*, 2011, S. 388–393 (Zitiert auf Seite 58.)
- [189] REIF, K. (Hrsg.): *Bosch Autoelektrik und Autoelektronik*. Vieweg +Teubner, 2011 (Zitiert auf den Seiten 2 und 13.)
- [190] RENESAS ELECTRONICS CORP.: SH7205. [http://www.renesas.com/products/mpumcu/superh/sh7200/sh7205/sh7205\\_root.jsp](http://www.renesas.com/products/mpumcu/superh/sh7200/sh7205/sh7205_root.jsp). Version: 15. August 2011 (Zitiert auf Seite 89.)
- [191] RICHALET, J. ; O'DONOVAN, D.: *Predictive Functional Control*. Springer-Verlag, 2009 (Zitiert auf Seite 7.)
- [192] RICHERT, F.: *Objektorientierte Modellbildung und Nichtlineare Prädiktive Regelung von Dieselmotoren*, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Diss., 2005 (Zitiert auf Seite 9.)
- [193] RICHTER, S. ; JONES, C.N. ; MORARI, M.: Real-Time Input-Constrained MPC Using Fast Gradient Methods. In: *Proceedings of the Conference on Decision and Control*, 2009, S. 7387–7393 (Zitiert auf Seite 10.)

- [194] RICHTER, S. ; JONES, C.N. ; MORARI, M.: Computational Complexity Certification for Real-Time MPC With Input Constraints Based on the Fast Gradient Method. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 57 (2012), Nr. 6, S. 1391–1403 (Zitiert auf Seite 12.)
- [195] RICHTER, S. ; MARIÉTHOZ, S. ; MORARI, M.: High-Speed Online MPC Based on a Fast Gradient Method Applied to Power Converter Control. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 2010, S. 4737–4743 (Zitiert auf Seite 10.)
- [196] RITTER, D. ; ABEL, D. ; ALBIN, T. ; LEHRHEUER, B. ; WICK, M. ; ANDERT, J. ; PISCHINGER, S.: Model Based Control of Gasoline Controlled Auto Ignition. In: *Proceedings of the SCC Symposium for Combustion Control*, 2016, S. 41–52 (Zitiert auf Seite 9.)
- [197] ROBERT BOSCH GMBH (Hrsg.): *Ottomotor-Management*. 3. Auflage. Vieweg, 2005 (Zitiert auf den Seiten 2, 23 und 171.)
- [198] ROGERS, D. ; CHURCH, M. ; PATEL, U. ; MENON, C.: *The Evolution of Rapid Prototyping*. SAE Technical Paper 2013-26-0082, 2013 (Zitiert auf Seite 128.)
- [199] ROSSI, M. ; LOVERA, M.: A multirate predictive approach to orbit control of small spacecraft. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 2002, S. 1843–1848 (Zitiert auf Seite 110.)
- [200] RUANO, A.E.B. ; DANIEL, H.A.: Parallel implementation of an adaptive generalized predictive control algorithm. In: *Proceedings of the European Control Conference*. Brussels, Juli 1997 (Zitiert auf Seite 86.)
- [201] RUEDA, A. ; CRISTEA, S. ; DE PRADA, C. ; DE KEYSER, R.: Non-linear Predictive Control for a Distillation Column. In: *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control and the European Control Conference*, 2005, S. 5156–5161 (Zitiert auf Seite 7.)
- [202] RUEGER, J.-J. ; WERNET, A. ; KECECI, H.-F. ; THIEL, T.: MDG1: The New, Scalable, and Powerful ECU Platform from Bosch. In: *Proceedings of the FISITA 2012 World Automotive Congress*, Bd. 6: Vehicle Electronics, Springer, 2013, S. 417–425 (Zitiert auf Seite 13.)
- [203] RÜCKERT, J. ; RICHERT, F. ; ABEL, D. ; HERRMANN, O.E. ; PFEIFER, A. ; SCHLOSSER, A. ; PISCHINGER, S.: Ein Modellgestützter Prädiktiver Ansatz zur Regelung von Ladedruck und AGR-Rate beim Nutzfahrzeug-Dieselmotor. In: *at - Automatisierungstechnik* 53 (2005), Nr. 2, S. 79–86 (Zitiert auf Seite 9.)
- [204] SAERENS, B. ; DIEHL, M. ; SWEVERS, J. ; VAN DEN BULCK, E.: Model Predictive Control of Automotive Powertrains - First Experimental Results. In: *Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*, 2008, S. 5692–5697 (Zitiert auf Seite 9.)
- [205] SANDOU, G. ; FONT, S. ; TEBBANI, S. ; HIRET, A. ; MONDON, C.: Predictive Control of a Complex District Heating Network. In: *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control and the European Control Conference*, 2005, S. 7372–7377 (Zitiert auf Seite 8.)

- [206] SAUNDERS, M.A. ; TOMLIN, J.A.: Stable Reduction to KKT Systems in Barrier Methods for Linear and Quadratic Programming. 2000. – Forschungsbericht. – IBM Almaden Research Report RJ 10039 and Stanford Report SOL 96-3 (Zitiert auf den Seiten 11 und 60.)
- [207] SAUTER, W. ; HENSEL, S. ; SPICHER, U. ; SCHUBERT, A. ; SCHIESSL, R. ; MAAS, U.: Reduzierung der Motoremissionen durch kontrollierte Selbstzündung im Ottomotor. In: *MTZ* 69 (2008), Nr. 1, S. 60–67 (Zitiert auf Seite 14.)
- [208] SCHAUFELBERGER, W. ; GLATTFELDER, A.H.: *Lineare Regelsysteme*. Vdf Hochschulverlag, 1996 (Zitiert auf Seite 104.)
- [209] SCHERNEWSKI, R.: *Modellbasierte Regelung ausgewählter Antriebssystemkomponenten im Kraftfahrzeug*, Universität Fridericiana zu Karlsruhe, Diss., 1999 (Zitiert auf Seite 4.)
- [210] SCHMIDT, R. ; WALLER, H.: Zur Anwendung von Zustandsbetrachtern in der Strukturdynamik. In: *Z. angew. Math. Mech.* 70 (1990), S. T158–T160 (Zitiert auf Seite 104.)
- [211] SCHOFIELD, B.: *Vehicle Dynamics Control for Rollover Prevention*, Department of Automatic Control, Lund University, Licentiate Thesis, 2006. – ISRN LUTFD2/TFRT-3241-SE (Zitiert auf Seite 80.)
- [212] SCHOFIELD, B.: On active set algorithms for solving bound-constrained least squares control allocation problems. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 2008, S. 2597–2602 (Zitiert auf Seite 78.)
- [213] SCHORI, M. ; BOEHME, T.J. ; FRANK, B. ; LAMPE, B.: Optimal Calibration of Map-Based Energy Management for Plug-In Parallel Hybrid Configurations: A Hybrid Optimal Control Approach. In: *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 64 (2015), Nr. 9, S. 3897–3907 (Zitiert auf Seite 3.)
- [214] SCHREINER, K.: *Basiswissen Verbrennungsmotor*. Vieweg + Teubner, 2011 (Zitiert auf Seite 22.)
- [215] SCHULZ, G.: *Regelungstechnik: Mehrgrößenregelung – Digitale Regelungstechnik – Fuzzy-Regelung*. Oldenbourg, 2002 (Zitiert auf Seite 104.)
- [216] SCHWARZ, H.R. ; KÖCKLER, N.: *Numerische Mathematik*. 6. Auflage. Teubner Verlag, 2006 (Zitiert auf Seite 71.)
- [217] SCHÄUFFELE, J. ; ZURAWKA, T.: *Automotive Software Engineering*. Vieweg, 2003 (Zitiert auf Seite 31.)
- [218] SETZ, C. ; HEINRICH, A. ; ROSTALSKI, P. ; PAPAFOTIU, G. ; MORARI, M.: Application of model predictive control to a cascade of river power plants. In: *Proceedings of the 17th IFAC World Congress*, 2008, S. 11978–11983 (Zitiert auf Seite 8.)
- [219] SHAHZAD, A. ; GOULART, P.J.: A New Hot-start Interior-point Method for Model Predictive Control. In: *Proceedings of the 18th IFAC World Congress*, 2011, S. 2470–2475 (Zitiert auf Seite 61.)

- [220] SHAHZAD, A. ; KERRIGAN, E.C. ; CONSTANTINIDES, G.A.: A fast well-conditioned interior point method for predictive control. In: *Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision and Control*, 2010, S. 508–513 (Zitiert auf Seite 11.)
- [221] SHAHZAD, A. ; KERRIGAN, E.C. ; CONSTANTINIDES, G.A.: Preconditioners for Inexact Interior Point Methods for Predictive Control. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 2010 (Zitiert auf Seite 11.)
- [222] SHAHZAD, A. ; KERRIGAN, E.C. ; CONSTANTINIDES, G.A.: A Warm-start Interior-point Method for Predictive Control. In: *Proceedings of the UKACC International Conference on Control*, 2010 (Zitiert auf Seite 61.)
- [223] SIMANSKI, O. ; KÄHLER, R. ; HOFMOCKEL, R. ; POHL, B. ; LAMPE, B.P.: Messung und Regelung der neuromuskulären Blockade. In: *at - Automatisierungstechnik* 52 (2004), Nr. 6, S. 247–254 (Zitiert auf Seite 8.)
- [224] SOWMAN, J. ; LAILA, D.S. ; CRUDEN, A.J. ; FUSSEY, P.: Nonlinear Model Predictive Control for Cold Start Selective Catalytic Reduction. In: *Proceedings of the 5th IFAC Conference on Nonlinear Model Predictive Control*, 2015, S. 471–476 (Zitiert auf Seite 9.)
- [225] SPICHER, U. ; VAN BASSHUYSEN, R. (Hrsg.): *Ottomotor mit Direkteinspritzung*. 1. Auflage. Vieweg, 2007 (Zitiert auf den Seiten 1 und 20.)
- [226] SPUDIC, V. ; JELAVIĆ, M. ; BAOTIC, M.: Wind turbine power control for coordinated control of wind farms. In: *Proceedings of the 18th International Conference on Process Control*, 2011, S. 463–468 (Zitiert auf Seite 8.)
- [227] STAN, C.: *Alternative Antriebe für Automobile*. Springer, 2005 (Zitiert auf Seite 13.)
- [228] STAPF, K.G. ; SEEBACH, D. ; PISCHINGER, S. ; HOFFMANN, K. ; ABEL, D.: Aspekte der ottomotorischen Selbstzündung. In: *MTZ* 70 (2009), Nr. 4, S. 294–301 (Zitiert auf Seite 14.)
- [229] STEINBRECHER, C.: *Ein Beitrag zur prädiktiven Regelung verbrennungsmotorischer Prozesse*, Universität Rostock, Diss., 2011. – ARGESIM Report AR 68 (Zitiert auf den Seiten 4, 9, 16, 34, 35, 36, 39, 95, 97, 111, 112, 137 und 171.)
- [230] STEWART, G. ; BORRELLI, F.: A Model Predictive Control Framework for Industrial Turbodiesel Engine Control. In: *Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*, 2008, S. 5704–5711 (Zitiert auf den Seiten 9 und 58.)
- [231] STOJANOVSKI, G. ; STANKOVSKI, M. ; DIMIROVSKI, G.: Multiple-Model Model Predictive Control for High Consumption Industrial Furnaces. In: *Facta Universitatis* 9 (2010), Nr. 1, S. 131–139 (Zitiert auf Seite 10.)
- [232] SUMMERS, S. ; JONES, C.N. ; LYGEROS, J. ; MORARI, M.: A Multiscale Approximation Scheme for Explicit Model Predictive Control with Stability, Feasibility, and Performance Guarantees. In: *Proceedings of the Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference*, 2009, S. 6327–6332 (Zitiert auf Seite 12.)

- [233] SUÁREZ, L.A.P. ; GEORGIEVA, P. ; DE AZEVEDO, S.F.: Model Predictive Control Strategies for Batch Sugar Crystallization Process. In: ZHENG, T. (Hrsg.): *Advanced Model Predictive Control*. InTech, 2011, S. 225–245 (Zitiert auf Seite 7.)
- [234] SZTYBER, K. ; TATJEWSKI, P.: Robust MPC algorithm with fast on-line model selection. In: *Proceedings of the International Control Conference*, 2006 (Zitiert auf Seite 10.)
- [235] TARAU, A.N.: *Model-Based Control for Postal Automation and Baggage Handling*, Delft University of Technology, Diss., 2010 (Zitiert auf Seite 8.)
- [236] TEXAS INSTRUMENTS INC.: *C6000 Hochleistungs Multicore DSPs*. [http://www.ti.com/w/de/multicore\\_ovw.html](http://www.ti.com/w/de/multicore_ovw.html). Version: 15. August 2011 (Zitiert auf Seite 89.)
- [237] THORSTEINSSON, S.: *Control of Urea Injection for an Automotive SCR Application*, Technical University of Denmark, Diplomarbeit, 2011 (Zitiert auf Seite 9.)
- [238] TOMFORDE, M. ; DREWELOW, W. ; SCHULTALBERS, M.: Air-Fuel Ratio Control with Respect to Oxygen Storage Dynamics. In: *Proceedings of the 16th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics*, 2011 (Zitiert auf Seite 4.)
- [239] TRINH, H. ; ALDEEN, M.: Comments on „An Asymptotic Modal Observer for Linear Autonomous Time Lag Systems“. In: *IEEE Transactions On Automatic Control* 42 (1997), Nr. 5, S. 742–745 (Zitiert auf Seite 104.)
- [240] TSENG, P.: On Accelerated Proximal Gradient Methods for Convex-Concave Optimization. In: *SIAM Journal on Optimization* (2008). <http://www.math.washington.edu/~tseng/papers/apgm.pdf>. – eingereicht (Zitiert auf Seite 12.)
- [241] TUMA, M.: A Note On The  $LDL^T$  Decomposition Of Matrices From Saddle-Point Problems. In: *SIAM. J. Matrix Anal. & Appl.* 23 (2002), S. 903–915 (Zitiert auf Seite 71.)
- [242] TØNDEL, P. ; JOHANSEN, T.A. ; BEMPORAD, A.: Evaluation of piecewise affine control via binary search tree. In: *Automatica* 39 (2003), S. 945–950 (Zitiert auf Seite 12.)
- [243] TØNDEL, Petter ; JOHANSEN, Tor A. ; BEMPORAD, Alberto: An algorithm for multi-parametric quadratic programming and explicit MPC solutions. In: *Automatica* 39 (2003), S. 489–497 (Zitiert auf Seite 12.)
- [244] VAN DONKELAAR, E.T.: *Improvement of efficiency in identification and model predictive control of industrial processes*, Delft University of Technology, Diss., 2000 (Zitiert auf Seite 87.)
- [245] VAN DUIJKEREN, N. ; KEVICZKY, T. ; NILSSON, P. ; LAINE, L.: Real-Time NMPC for Semi-Automated Highway Driving of Long Heavy Vehicle Combinations. In: *Proceedings of the 5th IFAC Conference on Nonlinear Model Predictive Control*, 2015, S. 39–46 (Zitiert auf Seite 9.)

- [246] VANDERBEI, R.J.: *Linear Programming: Foundations and Extensions*. Zweite Auflage. Springer Netherlands, 2001 (International Series in Operations Research & Management Science). <http://www.princeton.edu/~rvdb/LPbook/> (Zitiert auf den Seiten 53 und 54.)
- [247] VOUZIS, P.D. ; KOTHARE, M.V. ; BLERIS, L.G. ; ARNOLD, M.G.: A System-on-a-Chip Implementation for Embedded Real-Time Model Predictive Control. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 17 (2009), Nr. 5, S. 1006–1017 (Zitiert auf Seite 89.)
- [248] WALLENTOWITZ, H. ; REIF, K. (Hrsg.): *Handbuch Kraftfahrzeugelektronik*. Vieweg, 2006 (Zitiert auf Seite 2.)
- [249] WANG, J. ; CHEN, T. ; HUANG, B.: Multirate sampled-data systems: computing fast-rate models. In: *Journal of Process Control* 14 (2004), Nr. 1, S. 79–88 (Zitiert auf Seite 109.)
- [250] WANG, L.: *Model Predictive Control System and Implementation using MATLAB*. Springer, 2009 (Zitiert auf Seite 7.)
- [251] WANG, Y. ; BOYD, S.: Fast Model Predictive Control Using Online Optimization. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 18 (2010), Nr. 2, S. 267–278 (Zitiert auf Seite 11.)
- [252] WELCH, G. ; BISHOP, G.: An Introduction to the Kalman Filter / University of North Carolina at Chapel Hill, Department of Computer Science. 2006. – Forschungsbericht. – TR 95-041 (Zitiert auf Seite 95.)
- [253] WELLER, F.: *Numerische Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. Vieweg, 1996 (Zitiert auf Seite 54.)
- [254] WILCUTTS, M.A. ; HEDRICK, J.K.: Model-based control for automotive cold start applications. In: *Vehicle System Dynamics* 45 (2007), Nr. 5, S. 399–411 (Zitiert auf Seite 4.)
- [255] WILLS, A.: *QPC - Quadratic Programming in C*. <http://sigpromu.org/quadprog/index.html>. Version: 12. April 2010 (Zitiert auf Seite 60.)
- [256] WILLS, A.G. ; KNAGGE, G. ; NINNESS, B.: Fast Linear Model Predictive Control Via Custom Integrated Circuit Architecture. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 20 (2012), Nr. 1, S. 59–71 (Zitiert auf den Seiten 10 und 89.)
- [257] WOBBE, F.: *Holistische Regelung stellgrößenbeschränkter mechatronischer Systeme*, Technische Universität Carolo-Wilhelmina, Diss., 2011 (Zitiert auf Seite 145.)
- [258] WRIGHT, M.H.: The interior-point revolution in optimization: History, recent developments, and lasting consequences. In: *Bull. Amer. Math. Soc.* 42 (2005), Nr. 1, S. 39–56 (Zitiert auf Seite 11.)
- [259] XMOS LTD.: *XS1-G4: 4-core processor*. <http://www.xmos.com/products/silicon>. Version: 15. August 2011 (Zitiert auf den Seiten 89 und 93.)

- [260] ZANNI, L. ; SERAFINI, T. ; ZANGHIRATI, G.: Parallel Software for Training Large Scale Support Vector Machines on Multiprocessor Systems. In: *Journal of Machine Learning Research* 7 (2006), Nr. 7, S. 1467–1492 (Zitiert auf Seite 11.)
- [261] ZAVALA, V.M.: *Computational Strategies for the Optimal Operation of Large-Scale Chemical Processes*, Carnegie Mellon University, Diss., 2008 (Zitiert auf Seite 96.)
- [262] ZAVALA, V.M.: Stability analysis of an approximate scheme for moving horizon estimation. In: *Computers & Chemical Engineering* 34 (2010), Nr. 10, S. 1662–1670 (Zitiert auf Seite 96.)
- [263] ZAVALA, V.M. ; LAIRD, C.D. ; BIEGLER, L.T.: A fast moving horizon estimation algorithm based on nonlinear programming sensitivity. In: *Journal of Process Control* 18 (2008), Nr. 9, S. 876–884 (Zitiert auf Seite 96.)
- [264] ZEILINGER, M.N. ; JONES, C.N. ; MORARI, M.: Real-Time Suboptimal Model Predictive Control Using a Combination of Explicit MPC and Online Optimization. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 56 (2011), Nr. 7, S. 1524–1534 (Zitiert auf Seite 87.)
- [265] ZETINA, S.S. ; SCHOLT, T. ; NEISS, K.: Regelung ausgewählter Hybridtopologien: parallel und leistungsverzweigt. In: ISERMANN, R. (Hrsg.): *Elektronisches Management motorischer Fahrzeugantriebe*. Vieweg+Teubner, 2010, Kapitel 15 (Zitiert auf Seite 13.)
- [266] ZHAO, D. ; LIU, C. ; STOBART, R. ; DENG, J. ; WINWARD, E.: Explicit Model Predictive Control on the Air Path of Turbocharged Diesel Engines. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 2013, S. 5220–5225 (Zitiert auf Seite 9.)



## VERÖFFENTLICHUNGEN

---

Einige der Ideen und Ergebnisse dieser Arbeit sind bereits in den folgenden Veröffentlichungen publiziert worden:

- 2011 BEHRENDT, S. ; DÜNOW, P. ; LAMPE, B.P.: An Application of Model Predictive Control to a Gasoline Engine, In: *Proceedings of the 18th International Conference on Process Control*, Tatranska Lomnica, Slowakische Republik
- BEHRENDT, S. ; DÜNOW, P. ; LAMPE, B.P.: Praktische Umsetzung einer modellprädiktiven Momenten- und Drehzahlregelung im Fahrzeug, In: *Tagungsband des 5. ASIM-Workshops*, Wismar, Deutschland
- BEHRENDT, S. ; DÜNOW, P. ; STEINBRECHER, C. ; LAMPE, B.P.: Paralleles Rechnen von modellprädiktiven Regelungen auf der Optimierungsebene, In: *at – Automatisierungstechnik* 59(5), 280–288. DOI 10.1524/auto.2011.0923
- 2010 BEHRENDT, S. ; DÜNOW, P. ; STEINBRECHER, C.: Ein Verfahren zur schnellen modellprädiktiven Regelung in eingebetteten Systemen, In: *Tagungsband des 13. Symposium Maritime Elektrotechnik, Elektronik und Informationstechnik*, Rostock, Deutschland
- BEHRENDT, S. ; DÜNOW, P. ; LAMPE, B.: Simulation study of parallel model predictive control, In: *Proceedings of 7th EUROSIM Congress on Modelling and Simulation*, Prag, Tschechische Republik
- 2009 FRITZSCHE, C. ; DÜNOW, P. ; BEHRENDT, S. ; SEEMANN, P. ; SCHNAUBELT, M. ; SCHULTALBERS, M.: Prädiktive Drehzahl- und Momentenregelung, In: *7. Symposium „Steuerungssysteme für den Antriebsstrang“*, Berlin, Deutschland
- BEHRENDT, S. ; FRITZSCHE, C. ; DÜNOW, P. ; LAMPE, B.: Real-time Model Predictive Gasoline Engine Control, In: *Proceedings of the 14th International IEEE/IFAC Conference on Methods and Models in Automation and Robotics*, Miedzyzdroje, Polen
- 2008 FRITZSCHE, C. ; BEHRENDT, S. ; DÜNOW, P. ; RÖPKE, M. ; DREWELOW, W.: Antriebsregelung von Ottomotoren, In: *5th International Symposium on Automatic Control*, Wismar, Deutschland
- BEHRENDT, S. ; DÜNOW, P. ; FRITZSCHE, C. ; LAMPE, B.: Improvement of Model Predictive Control Algorithms for Real-Time Application, In: *Proceedings of X. International OWD PhD Workshop*, Wisla, Polen



## ABBILDUNGSVERZEICHNIS

---

Abbildung 1.1	Drehmomentbasierte Systemstruktur [197] . . . . .	2
Abbildung 3.1	Komponenten eines modernen Verbrennungsmotors [229] . . . . .	16
Abbildung 3.2	Systemstruktur der Verbrennungsmotorsteuerung [197] . . . . .	23
Abbildung 3.3	Struktur der Leerlaufregelung in aktuellen Motorsteuerungen . . . . .	33
Abbildung 3.4	Prozess mit Eingangsstörung . . . . .	33
Abbildung 3.5	Die Sicht der überlagerten Drehmomentensteuerung [229] . . . . .	35
Abbildung 3.6	Prozessstruktur an einem Beispiel . . . . .	35
Abbildung 3.7	Regelungsstruktur [229] . . . . .	36
Abbildung 3.8	Regelungsstruktur und vereinfachtes Prozessmodell . . . . .	37
Abbildung 3.9	Experimentelle Modellbildung im Fahrzeug . . . . .	38
Abbildung 4.1	Darstellung des Prinzips des gleitenden Horizontes in modellprädiktiven Regelungen . . . . .	42
Abbildung 4.2	Darstellung des Prinzips des gleitenden Horizontes in modellprädiktiven Regelungen bei fortschreitender Zeit . . . . .	42
Abbildung 4.3	Kategorisierung der Algorithmen zur Lösung des Optimierungsproblems . . . . .	51
Abbildung 4.4	Grafische Darstellung der Iterationen der Methode der aktiven Menge . . . . .	53
Abbildung 4.5	Konvergenz zur Lösung eines quadratischen Optimierungsproblems mit aktiver Restriktion . . . . .	55
Abbildung 4.6	Konvergenzverhalten der HILDRETH-Prozedur zur Lösung eines quadratischen Optimierungsproblems mit aktiven Restriktionen . . . . .	56
Abbildung 4.7	Unterteilung des Zustandsraumes in Regionen mit identischem Stellgesetz für die explizite modellprädiktive Regelung . . . . .	58
Abbildung 4.8	Benötigte Rechenzeit zur Lösung quadratischer Optimierungen verschiedener Dimensionen . . . . .	60
Abbildung 4.9	Vergleich der notwendigen Iterationen der Optimierungsverfahren anhand eines Regelungsszenarios . . . . .	61
Abbildung 5.1	Besetzungsstruktur der transponierten Prädiktionsmatrizen am Beispiel eines Prozesses mit einer Hauptregelgröße, einer Hauptstellgröße und einer Hilfsstellgröße . . . . .	68
Abbildung 5.2	Vergleich der Iterationen des Verfahrens (grün) bei den verschiedenen Aktivierungsstrategien anhand eines restringierten (rot) Beispielproblems . . . . .	80
Abbildung 5.3	Darstellung des Mechanismus zur erhöhten Iterationszahl bei multipler Aktivierungsstrategie . . . . .	80
Abbildung 5.4	Regelungsszenario mit zeitveränderlichen Restriktionen . . . . .	82
Abbildung 5.5	Auftrittshäufigkeit der Anzahl von Iterationen je Abtastschritt bei verschiedenen Maßnahmen zur multiplen Aktivierung und Deaktivierung . . . . .	83

Abbildung 5.6	Regelungsszenario mit zeitveränderlichen Restriktionen bei maximal einer Iteration der Methode der aktiven Menge je Abtastschritt . . . . .	84
Abbildung 5.7	Regelungsszenario mit zeitveränderlichen Restriktionen bei maximal einer Iteration der Methode der aktiven Menge je Abtastschritt und initialer Aktivierung . . . . .	85
Abbildung 5.8	Struktur der parallelen Implementierung am Beispiel von zwei beteiligten Prozessoren . . . . .	88
Abbildung 5.9	Vergleich der sequentiellen mit der parallelen Implementierung anhand eines beispielhaften Regelungsszenarios . . . . .	91
Abbildung 5.10	Laufzeiten bei Nutzung der verschiedenen Initialisierungen . . . . .	92
Abbildung 5.11	Vergleich bei Initialisierung mit einer (blau), drei (grün) und zehn (rot) HILDRETH-Iterationen . . . . .	92
Abbildung 5.12	Vergleich des sequentiellen Verfahrens mit der parallelen Implementierung in einen Mehrkernmikrocontroller anhand eines beispielhaften Regelungsszenarios . . . . .	94
Abbildung 5.13	Blockschaltbild der unbeschränkten modellprädiktiven Regelung bei Zustandsschätzung mittels des Zustandsraummodells . . . . .	98
Abbildung 5.14	Blockschaltbild der unbeschränkten modellprädiktiven Regelung bei Zustandsschätzung mittels eines Beobachters . . . . .	100
Abbildung 5.15	Blockschaltbild der unbeschränkten modellprädiktiven Regelung bei Zustandsschätzung mittels eines Störgrößenbeobachters . . . . .	102
Abbildung 5.16	Vergleich der Regelgüte bei Anwendung der verschiedenen Zustandsschätzmethoden . . . . .	107
Abbildung 5.17	Darstellung der Wirkung von Messrauschen bei der Zustandsschätzung mittels Störgrößenbeobachter und modalem Störgrößenbeobachter . . . . .	108
Abbildung 5.18	Darstellung der Regelgüte bei Berücksichtigung der Multiratenproblematik durch die vorgestellten Varianten . . . . .	113
Abbildung 6.1	Vergleich der Implementierungsvarianten anhand einer Drehmomentenregelung . . . . .	117
Abbildung 6.2	Vergleich der Implementierungsvarianten anhand einer Drehmomentenregelung ohne Nutzung des Zündpfades . . . . .	118
Abbildung 6.3	Vergleich der Implementierungsvarianten anhand einer Umschaltung zwischen Drehmomenten- und Drehzahlregelung . . . . .	119
Abbildung 6.4	Drehmomentenregelung mit prädiktiver Führungsgrößenvorgabe . . . . .	120
Abbildung 6.5	Drehmomentenregelung mit prädizierter Störgröße . . . . .	121
Abbildung 6.6	Drehmomentenregelung mit ausbleibender prädizierter Störgröße . . . . .	122
Abbildung 6.7	Drehzahlregelung mit prädizierter Störgröße . . . . .	123
Abbildung 6.8	Die Struktur der komplexen Simulation des Gesamtfahrzeuges . . . . .	123
Abbildung 6.9	Drehmomenten- und Drehzahlregelung anhand eines Ausschnittes aus dem Stadtfahrzyklus des NEFZ . . . . .	124
Abbildung 6.10	Drehmomenten- und Drehzahlregelung einer Hardware in the Loop Simulation . . . . .	127
Abbildung 6.11	Drehmomentenregelung im Fahrzeug bei geöffneter Kupplung . . . . .	129

Abbildung 6.12	Drehmomentenregelung im Fahrzeug während einer Testfahrt im zweiten Gang . . . . .	130
Abbildung 6.13	Drehmomentenregelung im Fahrzeug während einer Testfahrt mit Gangwechsel . . . . .	132
Abbildung 6.14	Drehzahlregelung im Fahrzeug bei geöffneter Kupplung unter Variation der Reglerparametrierung . . . . .	133
Abbildung 6.15	Drehzahlregelung im Fahrzeug bei einer Störung durch die Heckscheibenheizung . . . . .	134
Abbildung A.1	Sprungantworten der Teilprozesse zum Momentenbeitrag . . . . .	146

## TABELLENVERZEICHNIS

---

Tabelle 3.1	Einflussbezogener Überblick über die Stelleinrichtungen in modernen Verbrennungsmotoren . . . . .	16
Tabelle 4.1	Optimalitätsvergleich der betrachteten Algorithmen . . . . .	62
Tabelle 5.1	Optimalitätsvergleich bei Nutzung des Wissens um den Einfluss aktiver Restriktionen . . . . .	77
Tabelle 5.2	Einfluss der Maßnahmen zur multiplen Aktivierung und Deaktivierung auf die Iterationszahl . . . . .	83
Tabelle 5.3	Vergleich der Regelgüte bei begrenzter Iterationszahl für die Maßnahmen zur multiplen Aktivierung und Deaktivierung . . . . .	86
Tabelle 5.4	Leistungsdaten der sequentiellen Implementierung . . . . .	90
Tabelle 5.5	Leistungsdaten der parallelen Implementierung mit der Initialisierung durch die HILDRETH-Prozedur . . . . .	93
Tabelle 5.6	Vergleich der Leistungsdaten des sequentiellen Verfahrens mit der parallelen Implementierung in einen Mehrkernmikrocontroller mit der Initialisierung durch die HILDRETH-Prozedur . . . . .	95

## ALGORITHMENVERZEICHNIS

---

Algorithmus 4.1	Modifiziertes Gauß-Seidel-Verfahren mit Nichtnegativitätsbedingung . . . . .	57
Algorithmus 5.1	Berechnung der Elemente von H aus $\Upsilon$ unter Ausnutzung der Struktur in (5.8) . . . . .	70
Algorithmus 5.2	LDL <sup>T</sup> -Zerlegung . . . . .	72

## ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS

---

AGR	Abgasrückführung
CAI	Controlled Auto Ignition
DSP	Digitaler Signalprozessor
E-Gas	elektronisches Gaspedal
FPU	Floating Point Unit
FPGA	Field Programmable Gate Array
LBK	Ladungsbewegungsklappe
LDRAM	Local data Random-Access Memory
LPV	Linear Parametervariant
MHE	Moving Horizon Estimation
MPC	Model Predictive Control
MPR	Modellprädiktive Regelung
MPT	Multi-Parametric Toolbox
NEFZ	Neuer Europäischer Fahrzyklus
PCP	Peripheral Control Processor
PFC	Predictive Functional Control
SPRAM	Scratch-Pad Random-Access Memory
SPS	speicherprogrammierbare Steuerung
VKM	Verbrennungskraftmaschine
VTG	Variable Turbinengeometrie

## SYMBOLVERZEICHNIS

---

$0_{m \times n}$	Nullmatrix $\in \mathfrak{R}^{m \times n}$
$\alpha$	Zulässige Skalierung des berechneten Schrittes
$A$	Systemmatrix des Zustandsraummodells
$\mathcal{A}$	Koeffizientenmatrix der Nebenbedingung zur quadratischen Optimierung
$\mathcal{A}_I$	Koeffizientenmatrix der Nebenbedingung zur quadratischen Optimierung für die aktive Menge der Restriktionen
$b$	Lösungsvektor der Nebenbedingung zur quadratischen Optimierung
$b_I$	Lösungsvektor der Nebenbedingung zur quadratischen Optimierung für die aktive Menge der Restriktionen
$B$	Eingangsmatrix des Zustandsraummodells
$C$	Ausgangsmatrix des Zustandsraummodells
$d$	Koeffizientenvektor des linearen Terms des dualen Optimierungsproblems
$\delta$	Entwurfparameter zur Reduzierung des Barriereparameters innerhalb des Verfahrens der inneren Punkte
$D$	Diagonalmatrix aus der LDL <sup>T</sup> -Zerlegung
$D_{i,j}$	Dämpfung des Subsystems zweiter Ordnung zwischen dem i-ten Ausgang und dem j-ten Eingang
$\Delta M_\lambda$	Differenzdrehmoment mittels des Kraftstoffpfades [N m]
$\Delta M_{ZW}$	Differenzdrehmoment mittels des Zündpfades [N m]
$\Delta \hat{u}(k+1 k)$	Prädizierter Differenzeingangsvektor zum Zeitpunkt $k+1$ ausgehend vom Zeitpunkt $k$
$\Delta \hat{u}_{opt}(k k)$	Optimaler Differenzeingangsvektor zum Zeitpunkt $k$ durch die Minimierung des Gütefunktional
$\Delta U$	Prädizierter Differenzeingangsvektorverlauf über den Stellhorizont
$\Delta U_{opt}$	Optimaler Differenzeingangsvektorverlauf durch die Minimierung des Gütefunktional (4.10)
$\Delta U^*$	Optimaler Differenzeingangsvektorverlauf als Lösung des Optimierungsproblems mit Nebenbedingung (4.35)
$\varepsilon$	Regeldifferenz über den Prädiktionshorizont
$E_n$	Einheitsmatrix $\in \mathfrak{R}^{n \times n}$
$E_I$	Regelgüteindex zum Vergleich der Optimierungsverfahren
$F$	Störeingangsmatrix des Zustandsraummodells
$F_i$	Zustandsreglermatrix in der i-ten Region der expliziten modellprädiktiven Regelung

$F_\mu$	Funktionalmatrix des Newton-Verfahrens
$g$	Koeffizientenvektor des linearen Terms des Gütefunktional
$G_i$	Zustandsreglervektor in der $i$ -ten Region der expliziten modellprädiktiven Regelung
$H$	Koeffizientenmatrix des quadratischen Terms des Gütefunktional
$H_i$	Koeffizientenmatrix der Zustandsgleichung zur Definition der $i$ -ten Region der expliziten modellprädiktiven Regelung
$H_p$	Prädiktionshorizont
$H_u$	Stellhorizont
$I$	Aktive Menge der Restriktionen
$J_M$	Motormassenträgheitsmoment [ $\text{kgm}^2$ ] in Abschnitt 3.1
$J$	Gütefunktional
$J^*$	Gütefunktional in der Lösung des Optimierungsproblems mit Nebenbedingung (4.35)
$J_\mu$	JACOBI-Matrix des Newton-Verfahrens
$K_i$	Lösungsvektor der Zustandsgleichung zur Definition der $i$ -ten Region der expliziten modellprädiktiven Regelung
$K_{i,j}$	Verstärkung des Subsystems zweiter Ordnung zwischen dem $i$ -ten Ausgang und dem $j$ -ten Eingang
$\lambda$	LAGRANGE-Multiplikator
$\lambda_I$	LAGRANGE-Multiplikator der aktiven Menge der Restriktionen
$\lambda^*$	LAGRANGE-Multiplikator der aktiven Menge der Restriktionen in der Lösung der Optimierungsproblems
$\Lambda$	Diagonalmatrix des LAGRANGE-Multiplikators
$L$	LAGRANGE-Funktion
$L$	Untere normierte Dreiecksmatrix aus der $\text{LDL}^T$ -Zerlegung
$\mu$	Barriereparameter im Verfahren der inneren Punkte
$\dot{m}$	Massenstrom [ $\text{kg h}^{-1}$ ] in Abschnitt 3.1
$M_A$	Antriebsdrehmoment [ $\text{N m}$ ]
$M_{\text{Last}}$	Lastdrehmoment [ $\text{N m}$ ]
$M_{\text{Luft}}$	Motordrehmoment mittels des Luftpfades [ $\text{N m}$ ]
$M_{\text{ZW}}$	Motordrehmoment mittels des Zündpfades [ $\text{N m}$ ]
$n$	Motordrehzahl [ $\text{min}^{-1}$ ]
$n_I$	Anzahl der aktiven Restriktionen
$n_u$	Dimension des Eingangsvektors
$n_v$	Anzahl der Hauptregelgrößen in Abschnitt 5.1
$n_w$	Anzahl der Hilfsregelgrößen in Abschnitt 5.1
$n_x$	Dimension des Zustandsvektors
$n_y$	Dimension des Ausgangsvektors
$n_z$	Dimension des Störgrößenvektors

$n_{\text{Zylinder}}$	Zylinderzahl
$p$	Druck [Pa] in Abschnitt 3.1
$p$	Schritt in Richtung des Minimums in der Methode der aktiven Menge
$P$	Koeffizientenmatrix des quadratischen Terms des dualen Optimierungsproblems
$\Psi$	Prädiktionsmatrix zum akt. Zustandsvektor
$q_{\text{HV}}$	Heizwert [ $\text{kWh kg}^{-1}$ ] in Abschnitt 3.1
$Q$	Gewichtungsmatrix der Regeldifferenz
$\mathcal{R}$	Gewichtungsmatrix der Differenzstellgröße
$r$	Entwurfsparameter zur Dämpfung der Schrittweite innerhalb des Verfahrens der inneren Punkte
$R_i$	$i$ -te Region der expliziten modellprädiktiven Regelung
$R_{\text{Luft}}$	Spezifische Gaskonstante von Luft [ $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ ] in Abschnitt 3.1
$s$	Schlupfvariable
$S$	Diagonalmatrix der Schlupfvariable
$S_I$	Suboptimalitätsindex zum Vergleich von Optimierungsverfahren
$\tau$	Führungsgrößenvektor mit Ausgangsrückführung zur Kompensation von Verstärkungsfehlern
$\tau_{\text{seg}}$	Segmentzeit
$\Theta$	Prädiktionsmatrix zum Differenzeingangsvektorverlauf
$T$	Temperatur [K] in Abschnitt 3.1
$T_0$	Abtastzeit [s]
$T_{i,j}$	Zeitkonstante des Subsystems zweiter Ordnung zwischen dem $i$ -ten Ausgang und dem $j$ -ten Eingang
$u$	Eingangsvektor des Zustandsraummodells
$u_{\text{max}}$	Obere Beschränkung der Stellgröße
$u_{\text{min}}$	Untere Beschränkung der Stellgröße
$u_{\text{opt}}$	Optimaler Eingangsvektor durch die Minimierung des Gütefunktions (4.10)
$u^*$	Optimaler Eingangsvektor als Lösung des Optimierungsproblems mit Nebenbedingung (4.35)
$\hat{u}(k+1 k)$	Prädizierter Eingangsvektor zum Zeitpunkt $k+1$ ausgehend vom Zeitpunkt $k$
$V$	Volumen [ $\text{m}^3$ ] in Abschnitt 3.1
$w$	Führungsgrößenvektor
$w(k+1 k)$	Prädizierter Führungsgrößenvektor zum Zeitpunkt $k+1$ ausgehend vom Zeitpunkt $k$
$W$	Prädizierter Führungsgrößenverlauf über den Prädiktionshorizont
$x$	Zustandsvektor des Zustandsraummodells
$\hat{x}(k+1 k)$	Prädizierter Zustandsvektor zum Zeitpunkt $k+1$ ausgehend vom Zeitpunkt $k$

$\mathcal{X}$	Prädiktionsmatrix zum Störgrößenverlauf
$y$	Ausgangsvektor des Zustandsraummodells
$\hat{y}(k+1 k)$	Prädizierter Ausgangsvektor zum Zeitpunkt $k+1$ ausgehend vom Zeitpunkt $k$
$Y$	Prädizierter Ausgangsgrößenverlauf über den Prädiktionshorizont
$\Upsilon$	Prädiktionsmatrix zum Eingangsvektor des vorangegangenen Abtastschrittes
$z$	Störgrößenvektor des Zustandsraummodells
$\hat{z}(k+1 k)$	Prädizierter Störgrößenvektor zum Zeitpunkt $k+1$ ausgehend vom Zeitpunkt $k$
$Z$	Prädizierter Störgrößenverlauf über den Prädiktionshorizont

## SELBSTSTÄNDIGKEITSERKLÄRUNG

---

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Dissertation selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst, andere als die von mir angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt und die den benutzten Werken wörtlich oder inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Ein Verfahren zur Erlangung des akademischen Grades Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.) wurde bisher an keiner anderen Fakultät beantragt.

*Braunschweig, 21. Februar 2018*

---



1. Aufgrund der steigenden Komplexität moderner Verbrennungsmotoren wird die traditionelle Anwendung einschleifiger Regelkreise zur Motorsteuerung zunehmend problematisch. Das Erreichen aktueller Verbrauchs- und Emissionsziele wird durch diese Regelstruktur erschwert.
2. Die Berücksichtigung der ausgeprägten Querabhängigkeiten der verschiedenen Wirkpfade eines Verbrennungsmotors sind für eine effiziente Führung des Gesamtsystems wesentlich.
3. Der modellprädiktive Regelungsansatz ist durch die prinzipbedingte Koordination der Einzeldynamiken eines Mehrgrößensystems und der inhärenten Berücksichtigung von formulierten Nebenbedingungen zur Verbrennungsmotorsteuerung geeignet.
4. Die Linearisierung des Motorprozesses durch unterlagerte Regelkreise und die Transformation der unterschiedlichen Wirkpfade auf eine gemeinsame physikalische Interpretation ermöglichen den Einsatz eines linearen Frameworks für die Regelung.
5. Innerhalb des linearen Frameworks kann ein linearer modellprädiktiver Regler eingesetzt werden. Der Einsatz dieses linearen Reglers ist dann in einem weiten Arbeitsbereich möglich.
6. Im Falle bekannter zukünftiger Führungs- und Störgrößenänderung generiert die modellprädiktive Regelung vorbereitende geeignete Stellgrößenverläufe. Eine vollständige Kompensation von Störungen ist allerdings nicht möglich.
7. Die Methode der aktiven Menge ist insbesondere für niedrigdimensionale quadratische Optimierungsprobleme geeignet.
8. Die Verwendung einer geeigneten Zerlegung innerhalb der Methode der aktiven Menge erlaubt im Falle eines sich nicht oder nur niederfrequent ändernden Prozessmodells eine Berechnung sich wiederholender Terme im Voraus. Dieser Ansatz verkürzt die Ausführungszeit deutlich.
9. Die Rechenzeit der Methode der aktiven Menge ist im Wesentlichen abhängig von der initialen Schätzung der aktiven Menge der Restriktionen in der Lösung des Optimierungsproblems.
10. Eine Beschleunigung des Optimierungsverfahrens ist durch zeitlich simultan ablaufende Optimierungen möglich, die sich lediglich durch die Wahl des initialen Startwertes unterscheiden.
11. Eine lineare modellprädiktive Regelung ist in modernen Motorsteuergeräten lauffähig. Die nichtlineare modellprädiktive Regelung mit einer Optimierung während der Laufzeit ist derzeit aufgrund des hohen numerischen Aufwandes in Serienmotorsteuergeräten nicht einsetzbar.