

Optische Superkontinua in Glasfasern: Untersuchungen zu Mechanismen der Entstehung mit und ohne Rückkopplung

Dissertation zur
Erlangung des akademischen Grades
doctor rerum naturalium (Dr. rer. nat.)
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität Rostock

vorgelegt von

Christoph Mahnke

geboren am 25.11.1982 in Schwerin
aus Rostock.

Rostock, September 2014.

Gutachter

1. Prof. Dr. Fedor Mitschke,
Institut für Physik,
Universität Rostock
2. Prof. Dr. Carsten Fallnich,
Fachbereich Physik,
Westfälische Wilhelms-Universität Münster

Datum der Einreichung: 26. September 2014

Datum der Verteidigung: 14. Januar 2015

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Physikalische Grundlagen	3
2.1. Grundlegendes zu Glasfasern	3
2.2. Aufbau konventioneller Glasfasern	3
2.3. Verluste	5
2.4. Dispersion	5
2.5. Nichtlineare Effekte in Glasfasern	7
2.6. Aufbau mikrostrukturierter Glasfasern	10
2.7. Nichtlineare Schrödingergleichung (NLSE)	11
2.8. Inverse Streutheorie	14
2.9. Solitonen	15
2.9.1. Helle Solitonen	16
2.9.2. Dunkelsolitonen	18
2.10. Die Dauerstrichlösung und daraus abgeleitete Lösungen	19
2.10.1. Modulationsinstabilität	19
2.10.2. Akhmediev-Breather, Peregrine-Solitonen und Kuznetsov-Ma-Soliton	20
2.11. Erweiterung der NLSE	22
2.12. Numerische Integration	23
3. Diskussion spezieller nichtlinearer Prozesse in Glasfasern	25
3.1. Selbstphasenmodulation	25
3.2. Kreuzphasenmodulation	26
3.3. Vierwellenmischung	28
3.4. Erzeugung von Cherenkov-Strahlung	30
3.5. Raman-Effekt	31
4. Ensembles von Solitonen in nichtlinearen Glasfasern	35
4.1. Aufspaltung von Solitonen höherer Ordnung	35
4.2. Bildung von Solitonen aus der Modulationsinstabilität	36
4.2.1. Analyse der Pulsformen	39
4.2.2. Analyse eines Akhmediev-Breathers mit zusätzlichem Rauschen	41
4.2.3. Analyse des Akhmediev-Breathers mit der direkten Streutransformation	43
4.2.4. Aufspaltung des Akhmediev Breathers durch den Raman-Effekt	46
4.3. Extremereignisse in Glasfasern: <i>rogue waves</i>	47
4.4. Superkontinua	49
4.5. Vergleich typischer Längenskalen	50

5. Vorstellung des Messaufbaus	55
5.1. Lasersystem	55
5.2. Mikrostrukturierte Glasfaser NL-1050-ZERO-2	60
5.2.1. Geometrie der Faser	60
5.2.2. Dispersionseigenschaften	61
5.2.3. Fasermode und Nichtlinearität	65
5.3. Glasfaser-Ringresonator	66
5.3.1. Optimierung des Rückkoppelsystems	67
5.3.2. Bestimmung des Rückkoppelgrads	69
5.3.3. Einordnung der erreichten Rückkoppeleffizienz	71
6. Erzeugung von Superkontinua in einem Ringresonator	73
6.1. Superkontinuumserzeugung beim Einfachdurchlauf	73
6.1.1. Überblick über experimentelle Spektren	74
6.1.2. Identifikation der ablaufenden Prozesse	75
6.1.3. Einfluss des Raman-Effekts	82
6.1.4. Zeitliche Struktur und Kohärenz der erzeugten Felder	84
6.2. Superkontinuumserzeugung mit Rückkopplung	85
6.2.1. Experimentell erhaltene Spektren	85
6.2.2. Numerisch erhaltene Spektren	87
6.2.3. Effekt der Rückkopplung im Detail	88
6.2.4. Einsetzen des Rückkoppeleffekts - kleine Leistungen	93
6.2.5. Einfluss der Resonatorphase	94
6.2.6. Effekt für hohe Leistungen	95
6.2.7. Einordnung der Ergebnisse mit Rückkopplung	96
7. Zusammenfassung	99
Anhang A: Fouriertransformation	101
A.1. Kontinuierliche Fourier-Transformation	101
A.1.1. Einige Eigenschaften der Fourier-Transformation	102
A.1.2. Spektrum des elektrischen Felds	104
A.2. Diskrete Fourier-Transformation	105
A.2.1. Diskretisierung von Signalen	105
A.2.2. Definition der diskreten Fourier-Transformation	106
Anhang B: Sekans-Hyperbolicus und Gauß-Pulse	107
Anhang C: Gauß-Strahlen und der ABCD-Formalismus	111
C.1. Gauß-Strahlen	111
C.2. Experimentelle Bestimmung der Strahlparameter	112
C.3. Strahlausbreitung mit dem ABCD-Formalismus	113
C.4. Resonatorstabilität und Grundmode	114
Anhang D: Programm zur Berechnung der direkten Streutransformation	115
D.1. C-Bibliothek	115
D.2. Python Benutzerschnittstelle	117

Anhang E: Programm zur Integration der GNLSE	119
Anhang F: Datenblatt: Laser-Pumpmodul	123
Anhang G: Datenblatt: NL-1050-ZERO-2	129
Anhang H: Veröffentlichungsliste	131
Literaturverzeichnis	133

1. Einleitung

Obwohl die Optik ein sehr altes Forschungsfeld ist, sind dort gerade in den letzten Jahrzehnten enorme Fortschritte gemacht worden, die sich auch in unserem Alltagsleben bemerkbar machen. Ein prominentes Beispiel sind die Glasfaserübertragungstrecken, die das Rückgrat des Internets bilden und somit die heutige "Informationsgesellschaft" ermöglichen[1]. Für die Forschung spielt insbesondere die Erfindung des Lasers eine nicht zu unterschätzende Rolle: Er ermöglicht die Erzeugung von Licht, welches sich z.B. in Hinblick auf die erreichbare Intensität oder die Kohärenz deutlich von dem aus anderen Quellen wie Glühlampen unterscheidet[2].

Bei der Wechselwirkung zwischen intensivem Laserlicht und Materialien kann eine Vielzahl nichtlinearer Prozesse auftreten[3]. Einige davon führen zu einer deutlichen spektralen Verbreiterung des Laserlichts; die dabei erzeugten Spektren werden als Superkontinua bezeichnet[4]. Für viele technische Anwendungen sind Superkontinua interessant, da sie einige Eigenschaften des Lasers (hohe Intensität) mit denen herkömmlicher Lichtquellen (breites Spektrum) kombinieren. Besondere Aufmerksamkeit wurde in den letzten Jahren der Erzeugung von Superkontinua in mikrostrukturierten Glasfasern gewidmet[5]. Dabei können die Eigenschaften dieser besonderen Fasern über Variation ihrer Mikrostruktur stark variiert und an verschiedene Anwendungsfälle angepasst werden[6].

Gegenstand dieser Arbeit ist die Untersuchung der Prozesse, die bei der Erzeugung von Superkontinua in Glasfasern beteiligt sind. Insbesondere geht es hierbei um die Frage, inwiefern sich das Vorhandensein einer Rückkopplung auf die Superkontinua auswirkt. Hierfür wurde ein Parameterregime betrachtet, das im Rahmen der Superkontinuumserzeugung als "long pulse"- bzw. "quasi-cw"-Regime bezeichnet wird.

Die experimentellen Untersuchungen wurden mit einem Pikosekundenlaser und einer mikrostrukturierte Glaserfaser durchgeführt. Die Rückkopplung in diesem System ist dabei durch einen Ringresonator realisiert, welcher die Glasfaser enthält.

Die Arbeit ist wie folgt gegliedert: In Kapitel 2 werden grundlegende Eigenschaften von Glasfasern sowie die darin auftretenden linearen und nichtlinearen Prozesse erörtert. In Kapitel 3 findet eine Vorstellung verschiedener Mechanismen statt, die zur spektralen Verbreiterung bzw. zur Bildung neuer Spektralkomponenten in Glasfasern führen können. Dabei spielen optische Solitonen, eine besondere Form von Lichtpulsen, eine entscheidende Rolle. In Kapitel 4 werden einige Fälle diskutiert, in denen man die Wechselwirkung ganzer Ensembles von Solitonen in Glasfasern beobachten kann. Der verwendete Messaufbau wird in Kapitel 5 vorgestellt. Hierbei wird auf das verwendete Lasersystem, die mikrostrukturierte Glasfaser und den Ringresonator eingegangen. Besonderes Augenmerk wird dabei auf die Eigenschaften der Glasfaser gelegt: Diese beeinflussen maßgeblich die Form der erzeugten Superkontinua. Die Ergebnisse des Experiments finden sich in Kapitel 6. Hier werden die erhaltenen Spektren präsentiert und mit Simulationsergebnissen verglichen. Dabei wird sowohl auf den Fall ohne als auch auf den Fall mit Rückkopplung eingegangen und es werden die jeweils beteiligten Prozesse detailliert erörtert. Den Abschluss dieser Arbeit bildet Kapitel 7, in dem die Ergebnisse kurz zusammengefasst werden.

2. Physikalische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die grundlegenden Eigenschaften von Glasfasern erörtert. Dabei wird auf den Mechanismus der Lichtleitung sowie auf die auftretenden linearen und nicht-linearen Effekte eingegangen. Der zweite Teil des Kapitels behandelt die mathematische Beschreibung der Lichtausbreitung in Glasfasern im Rahmen der sogenannten Nichtlinearen Schrödingergleichung. Hierbei werden einige wichtige Lösungen dieser Gleichung vorgestellt. Im Abschluss des Kapitels wird dargestellt, wie die Nichtlineare Schrödingergleichung numerisch integriert werden kann.

2.1. Grundlegendes zu Glasfasern

Glasfasern sind Lichtwellenleiter und erlauben somit optische Datenübertragung. Sie finden heutzutage breite Anwendung in der Telekommunikation, wo sie die bisher verwendeten elektrischen Leiter im Bereich der Mittel- und Fernstrecken weitgehend ersetzt haben. Im Vergleich zu den zuvor eingesetzten Kupferleitungen besitzen Glasfasern deutlich günstigere Eigenschaften bezüglich der maximalen Übertragungskapazität, der Signaldämpfung und der Kosten[1]. Auch in der Sensortechnik finden sich für Glasfasern vielfältige Anwendungen. So ist es beispielsweise möglich, auf Glasfasern basierende Druck-, Temperatur-, Magnetfeld- oder auch Drehratensensoren zu realisieren[7].

Über die genannten technischen Anwendungen hinaus sind Glasfasern für die Untersuchung grundlegender physikalischer Effekte interessant. Die in ihnen geführte Lichtleistung ist üblicherweise auf eine Querschnittsfläche von nur wenigen Quadratmikrometern konzentriert, sodass hohe Intensitäten erzeugt werden können. Im Zusammenspiel mit den niedrigen Verlusten der Glasfasern treten dabei große Wechselwirkungslängen für nichtlineare Phänomene auf. Diese begünstigen die Beobachtbarkeit nichtlinearer Effekte, z.B. des optischen Kerr-Effekts.

2.2. Aufbau konventioneller Glasfasern

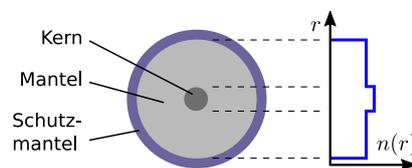


Abbildung 2.1.: Schematischer Aufbau einer Stufenindexglasfaser im Querschnitt. Rechts im Bild der radiale Verlauf des Brechungsindex $n(r)$.

Abb. 2.1 zeigt schematisch die einfachste Form einer Glasfaser im Querschnitt: die Stufenindexglasfaser. Sie besteht aus einem zylinderförmigen Kern, der von einem Man-

2. Physikalische Grundlagen

telbereich umschlossen ist. Zur Abschottung gegen äußere Einflüsse ist die Glasfaser in der Regel mit einem Schutzmantel aus Kunststoff umgeben.

Die für die Lichtleitung relevanten Bereiche Kern und Mantel bestehen in der Regel aus Quarzglas (Siliziumdioxid, SiO_2). Damit Licht in der Faser geführt wird, muss der Brechungsindex des Kerns höher sein als der des Mantels. Dieses wird durch Dotierung des Glases mit Materialien wie beispielsweise Germanium, Bor oder Fluor erreicht[1].

Der Mechanismus der Lichtleitung kann vereinfacht mit der Strahlenoptik erklärt werden: am Übergang von einem optisch dichteren zu einem optisch dünneren Material kann ein Lichtstrahl vollständig reflektiert werden, wenn der Winkel des Strahls zur Normale der Grenzfläche größer als

$$\alpha_{\max} = \sin^{-1} \left(\frac{n_2}{n_1} \right) \quad \text{mit } n_1 > n_2 \quad (2.1)$$

ist. Die physikalische Ursache für diese innere Totalreflexion sind Stetigkeitsbedingung für das elektromagnetische Feld an Grenzflächen[8].

Diese strahlenoptische Beschreibung ist jedoch nur zulässig, wenn die Wellenlänge λ des Lichts deutlich kleiner als der Durchmesser des Kerns ist. Im Allgemeinen muss daher die Wellennatur des Lichtes berücksichtigt werden. Dabei findet man, dass in Stufenindexglasfasern nur bestimmte, von der Fasergeometrie und der Lichtwellenlänge abhängige Feldverteilungen geleitet werden können. Diese transversalen Moden können mathematisch durch Kombinationen aus Besselfunktionen beschrieben werden und erstrecken sich –anders als bei der strahlenoptischen Behandlung– auch in den Mantelbereich der Faser hinein. Ausführliche Erörterungen zur wellenoptischen Betrachtung findet man z.B. in [1] oder [9].

Abhängig von der Anzahl der geführten Moden unterscheidet man zwischen Einmoden- und Mehrmodenfasern. Eine Faser führt nur die sogenannte Grundmode (d.h. sie ist einmodig), wenn die Bedingung

$$\frac{2\pi}{\lambda} a \sqrt{n_K^2 - n_M^2} < 2,405 \quad (2.2)$$

erfüllt ist[1]. Hierbei ist zu beachten, dass die Grundmode in zwei zueinander orthogonalen Polarisationsrichtungen auftreten kann.

Die in der Telekommunikation eingesetzten Einmodenfasern haben einen Kerndurchmesser von ca. $(8 - 10) \mu\text{m}$ und werden im Wellenlängenbereich um $1,5 \mu\text{m}$ betrieben. Mehrmodenfasern haben im Unterschied dazu einen größeren Kerndurchmesser von etwa $(50 - 63) \mu\text{m}$. In der Regel beträgt der Manteldurchmesser für beide Typen $125 \mu\text{m}$. Es sei darauf hingewiesen, dass im weiteren Verlauf dieser Arbeit ausschließlich Einmodenfasern behandelt werden.

Neben der Stufenindexform gibt es noch viele andere Varianten der Glasfaser, z.B. solche mit komplexeren Brechzahlprofilen oder auch polarisationserhaltende Fasern. Bei letzteren weicht der transversale Aufbau der Faser von der Radialsymmetrie ab, wodurch künstlich eine Doppelbrechung erzeugt wird. In den letzten Jahren sind die sogenannten mikrostrukturierten Glasfasern ein populäres Forschungsobjekt geworden. Sie eignen sich zwar weniger gut zur Datenübertragung, können aber z.B. in ihren nichtlinearen Eigenschaften deutlich stärker als konventionelle Fasern variiert werden. Sie werden im Abschnitt 2.6 vorgestellt.

2.3. Verluste

Eine Besonderheit von Glasfasern sind die geringen Verluste, die sie zum Einsatz für die Langstreckendatenübertragung attraktiv machen. Die grundlegenden Verlustmechanismen wurden bereits 1966 in einer Arbeit von Charles K. Kao diskutiert[10]. Seine Überlegungen und Vorhersagen führten zu einer beschleunigten Entwicklung der Glasfaser als Lichtwellenleiter; er wurde hierfür im Jahre 2009 mit dem Nobelpreis für Physik ausgezeichnet[11].

Verunreinigungen sind der Hauptgrund dafür, dass z.B. Fensterglas deutlich höhere Verluste als das Glas in Glasfasern hat. In reinem Quarzglas findet man ein Transmissionsfenster im Wellenlängenbereich von etwa 800 nm bis 1,8 μm mit einer Dämpfung von nur wenigen dB/km[1], wobei die Rayleigh-Streuung der wesentliche Verlustmechanismus ist. An den Rändern dieses Bereichs steigt die Dämpfung aufgrund von elektronischen Resonanzen im Ultravioletten und Molekülschwingungsresonanzen im Infraroten. Die geringsten Verluste findet man bei Wellenlängen um 1,5 μm . Der Rekord für die Faser mit der geringsten Dämpfung liegt momentan (2014) bei 0,1484 dB/km[12].

Neben den materialbedingten Verlusten können auch Biegeverluste auftreten. Diese entstehen, weil sich durch Abweichung von der idealen Zylindergeometrie die Wellenleitereigenschaften der Faser ändern. Mit abnehmendem Krümmungsradius wachsen diese Biegeverluste exponentiell an[13].

2.4. Dispersion

Der Begriff “Dispersion” stammt vom lateinischen Verb *dispergere* für “zerstreuen” bzw. “ausbreiten” und spielt in verschiedenen Bereichen der Physik eine wichtige Rolle. Im Bereich der (Glasfaser-) Optik ist damit die Frequenzabhängigkeit des Brechungsindex eines Materials gemeint.

Im Vakuum bewegen sich elektromagnetische Wellen mit der Lichtgeschwindigkeit, die für alle Frequenzen den Wert $c = 2,99792458 \cdot 10^8$ m/s[14] hat. Im Gegensatz dazu findet man in Materialien unterschiedliche Phasengeschwindigkeiten v_{ph} für verschiedene Frequenzen. Diese Frequenzabhängigkeit wird durch die Dispersionsrelation

$$v_{\text{ph}} = \frac{\omega}{\beta} \quad (2.3)$$

beschrieben, in die die optische Kreisfrequenz ω und die Wellenzahl

$$\beta = \frac{n(\omega)\omega}{c} \quad (2.4)$$

eingehen. Ein optisches Signal, welches aus mehreren Frequenzkomponenten besteht, bewegt sich mit der Gruppengeschwindigkeit

$$v_{\text{gr}} = \frac{d\omega}{d\beta}. \quad (2.5)$$

Auch die Gruppengeschwindigkeit ist im Allgemeinen eine Funktion der Frequenz, was “Dispersion der Gruppengeschwindigkeit” (engl. *group-velocity dispersion*, kurz GVD) genannt wird. Die Gruppengeschwindigkeitsdispersion wiederum weist in der Regel ebenfalls

2. Physikalische Grundlagen

eine Frequenzabhängigkeit auf. Eine gängige Form für die Beschreibung der Dispersion ist die Entwicklung von $\beta(\omega)$ um eine Mittenfrequenz ω_0 :

$$\beta(\omega) = \sum_{k=0}^N \frac{1}{k!} (\omega - \omega_0)^k \left. \frac{d^k \beta}{d\omega^k} \right|_{\omega=\omega_0} \quad (2.6)$$

$$= \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{\beta_2}{2}(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\beta_3}{6}(\omega - \omega_0)^3 + \dots \quad (2.7)$$

Hierbei ist β_1 ein Maß für die Gruppengeschwindigkeit $v_{\text{gr}} = \beta_1^{-1}$. Der Parameter β_2 gibt an, wie hoch die Gruppengeschwindigkeitsdispersion ist¹. Historisch unterscheidet man zwischen “normaler Dispersion” ($\beta_2 > 0$) und “anomaler Dispersion” ($\beta_2 < 0$). Bei normaler Gruppengeschwindigkeitsdispersion bewegen sich die roten Spektralkomponenten mit größerer Gruppengeschwindigkeit als die blauen, bei anomaler GVD ist es umgekehrt.

Die Gruppengeschwindigkeitsdispersion wirkt sich auf die Ausbreitung zeitlich kurzer Signale aus. Die spektralen Komponenten eines Signals bewegen sich mit unterschiedlichen Gruppengeschwindigkeiten, was in der Regel zu einer zeitlichen Verbreiterung des Signals führt. Abb. 2.2 a) zeigt die simulierte Ausbreitung eines kurzen Pulses (Halbwertsbreite 166 fs) in einer Glasfaser mit $\beta_2 = -10 \text{ ps}^2/\text{km}$. Die Dispersion bewirkt eine deutliche Verbreiterung des Pulses bei gleichzeitigem Absinken der Spitzenleistung, wie man beim Vergleich von Eingangs- und Ausgangspulsform in Teilabb. b) erkennen kann.

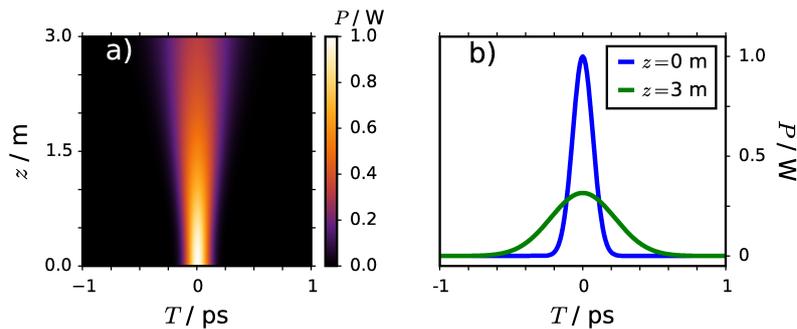


Abbildung 2.2.: Auswirkung der Gruppengeschwindigkeitsdispersion: Teilabb. a): Simulierte Ausbreitung eines Pulses in einer Glasfaser mit $\beta_2 = -10 \text{ ps}^2/\text{km}$. Gezeigt ist die Entwicklung des Leistungsverlaufes $P(T)$ mit dem Ort z . Teilabb. b): Leistungsprofil des Pulses aus a) am Anfang und am Ende der Faser.

In Wellenleitern wie z.B. Glasfasern setzt sich die wirksame Gesamtdispersion aus verschiedenen Anteilen zusammen: der Materialdispersion, der Wellenleiterdispersion und der Profildispersion.

Materialdispersion

Der mikroskopische Aufbau eines Materials ist verantwortlich für die Materialdispersion. Über die Kramers-Kronig-Relation[15,16] kann man bei Kenntnis der Verlustmechanismen, z.B. der materialspezifischen Schwingungsresonanzen, den Brechzahlverlauf $n(\omega)$

¹Oftmals findet man auch die Angabe der Gruppengeschwindigkeitsdispersion in der Wellenlängendarstellung mit dem Koeffizienten $D = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2}$. Die Umrechnung in die hier verwendete Frequenzdarstellung kann mit der Beziehung $\beta_2 = -\frac{\lambda}{\omega} D$ erfolgen.

bzw. $n(\lambda)$ berechnen[8]. Dieser grundlegende Zusammenhang zeigt sich auch anhand der mathematischen Form der Sellmeier-Gleichung[17]

$$n^2(\lambda) = 1 + \sum_{i=1}^3 \frac{B_i \lambda^2}{\lambda^2 - C_i}, \quad (2.8)$$

welche häufig für die Berechnung des Materialindexes benutzt wird. Die Koeffizienten B_i und C_i können dabei als Stärken und Wellenlängen der Resonanzen interpretiert werden. In Tabellenwerken wie z.B. [18] findet man die empirisch bestimmten Werte B_i und C_i für verschiedenste Materialien aufgelistet.

Wellenleiterdispersion

Abhängig von der Wellenlänge ändert sich auch die geometrische Ausdehnung einer Fasermode, was Ursache für die sogenannte Wellenleiterdispersion ist. So erstreckt sich beispielsweise bei der Stufenindexfaser das transversale Feld bei großen Wellenlängen weiter in den Mantelbereich hinein als bei kleineren. Dadurch steigt auch der Einfluss des Mantelindex im Vergleich zum Kernindex, sodass der effektive Brechungsindex für die Mode sinkt.

Profildispersion

In der Regel unterscheiden sich die Brechzahlverläufe von Kern und Mantel nicht nur um eine Konstante, sondern in ihren Ableitungen nach der Frequenz (bzw. der Wellenlänge). Diese Frequenzabhängigkeit der Brechzahldifferenz $n_K(\omega) - n_M(\omega)$ führt auf einen Dispersionsanteil, der Profildispersion genannt wird. Vom Betrag her ist die Profildispersion deutlich geringer als die Material- oder die Wellenleiterdispersion[1].

2.5. Nichtlineare Effekte in Glasfasern

Dringt ein elektrisches Feld \vec{E} in ein dielektrisches Medium ein, so resultiert daraus eine Polarisierung \vec{P} des Materials. Anschaulich gesprochen werden die Elektronenorbitale im Material durch das äußere Feld gegen die Atomkerne verschoben und verformt, wodurch sich ein lokales Feld bildet. Der Zusammenhang zwischen der angelegten Feldstärke und der resultierenden Polarisierung wird durch die Suszeptibilität χ beschrieben:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}, \quad (2.9)$$

wobei ε_0 die elektrische Feldkonstante² ist. Im Kontext der linearen Optik betrachtet man χ als unabhängig von der anliegenden Feldstärke, sodass der Betrag von \vec{P} proportional zum Betrag von \vec{E} ist. Dieses stellt jedoch nur eine Näherung für kleine Feldstärken dar und im Allgemeinen ist ein nichtlinearer Zusammenhang anzunehmen. Formal entwickelt man die Polarisierung nach Potenzen der elektrischen Feldstärke[3]:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \left(\chi^{(1)} \vec{E} + \chi^{(2)} \vec{E}^2 + \chi^{(3)} \vec{E}^3 + \dots \right). \quad (2.10)$$

² $\varepsilon_0 = (\mu_0 c^2)^{-1} = \frac{10^7}{4\pi (299792458)^2} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$.

2. Physikalische Grundlagen

Die verschiedenen Ordnungen der Suszeptibilität $\chi^{(n)}$ sind dabei Tensoren der $(n+1)$ -ten Stufe. Für Materialien wie Quarzglas, die isotrop und homogen sind, reduzieren sich die Tensoren auf einfache Skalare. Der Betrag von $\chi^{(1)}$ hat für Festkörper die Größenordnung von 1. Die Beträge der höheren Ordnungen sind im Vergleich dazu deutlich kleiner und skalieren wie

$$|\chi^{(n)}| \approx \frac{|\chi^{(1)}|}{(E_{\text{atom}})^{n-1}}. \quad (2.11)$$

Dabei ist $E_{\text{atom}} \approx 5 \cdot 10^{11}$ V/m die typische inneratomare Feldstärke[19]. Die durch $\chi^{(n)}$ vermittelten nichtlinearen Prozesse gewinnen demnach nur bei sehr hohen Feldstärken an Bedeutung und konnten daher auch erst nach Erfindung des Lasers beobachtet werden.

Die erste nichtlineare Korrektur zur linearen Suszeptibilität stellt $\chi^{(2)}$ dar. Sie verursacht Effekte wie die Frequenzverdopplung[20] (engl. *second harmonic generation*, kurz SHG) oder die Differenz- und Summenfrequenzerzeugung (DFG, SFG)[21]. Auf $\chi^{(2)}$ basierende Effekte findet man in Materialien, deren mikroskopische Struktur keine Inversionssymmetrie besitzt, z.B. in Kristallen wie Lithiumniobat LiNbO_3 oder Beta-Bariumborat $\beta\text{-BaB}_2\text{O}_4$.

Amorphe Materialien wie Quarzglas weisen eine Inversionssymmetrie auf, sodass hier $\chi^{(2)} \approx 0$ wird[22]. Die dritte Ordnung $\chi^{(3)}$ ist dann der dominante nichtlineare Anteil. Im Folgenden sind die wichtigsten nichtlinearen Prozesse in Glasfasern kurz erläutert.

Kerr-Effekt

Der Brechungsindex eines Materials hängt direkt mit seiner Suszeptibilität zusammen, bei Materialien mit vernachlässigbar geringen Verlusten ist $1 + \chi = n^2$. Berücksichtigt man die Suszeptibilität dritter Ordnung, so erhält man

$$n = n_0 + n_2 I \quad (2.12)$$

als Ausdruck für den Brechungsindex[1], wobei I die Intensität mit $I \propto |E|^2$ ist. Neben dem linearen Brechungsindex n_0 , den man bei niedrigen Feldstärken misst, tritt hier eine zur Intensität proportionale Komponente auf. Dieses Verhalten wird als optischer Kerr-Effekt bezeichnet.

Der Parameter n_2 hat für Quarzglas im nahen Infraroten einen Wert von $n_2 \approx 2,8 \cdot 10^{-20} \text{ W}^{-1}\text{m}^2$ und ist dort nur schwach frequenzabhängig. Messwerte für n_2 aus verschiedenen Experimenten bei unterschiedlichen Wellenlängen sind in [23] zusammengefasst. Der Kerr-Effekt tritt im Vergleich zur optischen Schwingungsperiode sehr schnell ein (in etwa 10^{-16} s)[24], sodass er als quasi-instantan angesehen werden kann.

Aufgrund des Kerr-Effekts erhöht sich für leistungsstarke Signale die optische Weglänge. Für eine Fasermode mit der Leistung P führt dies nach einer Ausbreitungsstrecke L auf eine zusätzliche nichtlineare Phasendrehung

$$\Delta\phi_{\text{NL}}(T, z) = \frac{\omega n_2}{c A_{\text{eff}}} PL. \quad (2.13)$$

Dabei ist ω die optischen Kreisfrequenz und A_{eff} die effektiv wirksame Querschnittsfläche

der Mode

$$A_{\text{eff}} = \frac{\left(\int_{-\infty}^{\infty} dx dy |E(x, y)|^2 \right)^2}{\int_{-\infty}^{\infty} dx dy |E(x, y)|^4}. \quad (2.14)$$

Für schmalbandige Signale kann man den Quotienten in Gl. (2.13) als konstant ansehen und fasst die Größen im sogenannten Nichtlinearitätskoeffizienten

$$\gamma = \frac{n_2 \omega}{c A_{\text{eff}}} \quad (2.15)$$

zusammen. Die nichtlineare Phasendrehung berechnet sich dann einfach als $\Delta\phi_{\text{NL}} = \gamma LP$.

Der Kerr-Effekt ist die Ursache für nichtlineare Prozesse wie die Selbst- oder die Kreuzphasenmodulation, welche in den Abschnitten 3.2 und 3.1 erläutert werden.

Inelastische Streuprozesse: Brillouin- und Ramanstreuung

Bei der Interaktion zwischen Lichtwellen und Medien treten neben elastischen (z.B. Rayleighstreuung) auch inelastische Streuprozesse auf. Ein wichtiger über $\chi^{(3)}$ vermittelter Mechanismus ist die Streuung von Photonen an Phononen[22], den Quasiteilchen der Gitterschwingung.

Während der Streuung findet ein Energietransfer zwischen Photonen und Phononen statt, wobei sich die Mittenfrequenz des Photons ändert. In der Regel wird Energie an ein Phonon abgegeben, sodass die optische Frequenz des gestreuten Photons geringer wird. Die hierbei entstehende niederfrequenter Teilwelle nennt man Stokes-Welle. Der Transfer kann aber auch in umgekehrter Richtung vom Phonon zum Photon stattfinden, wobei eine (höherfrequenter) Anti-Stokes-Welle gebildet wird.

Im Vergleich zum Kerr-Effekt laufen diese Photon-Phonon-Streuprozesse mit typischen Zeitskalen von etwa einer Pikosekunde (10^{-12} s) deutlich langsamer ab. Dies liegt darin begründet, dass bei Gitterschwingungen neben den Elektronen auch die deutlich masse-reicheren Atomkerne im Material beschleunigt werden müssen[24].

Man unterscheidet zwischen der Streuung an akustischen und optischen Phononen: Diese zwei Varianten werden als Brillouin- und als Ramanstreuung bezeichnet. Bei der Brillouinstreuung ist die Frequenzänderung in der Größenordnung von 10 GHz zu finden, während bei der Ramanstreuung der Energieübertrag größer ist und sich die Frequenz um mehrere 10 THz ändern kann.

Neben der spontanen Streuung findet man jeweils auch den stimulierten Prozess[25,26]. Hierbei wächst die Streuwahrscheinlichkeit mit der Anzahl der bereits in der Stokes- (bzw. Anti-Stokes-Welle) enthaltenen Photonen, was zu einer exponentiellen Verstärkung dieser Welle führen kann.

Die stimulierte Brillouin- (*stimulated Brillouin scattering*, kurz SBS) und die stimulierte Ramanstreuung (*stimulated Raman scattering*, kurz SRS) setzen bei unterschiedlichen Schwellintensitäten ein[27]. Auch die zeitliche Form des Pumpsignals beeinflusst, ob die SBS oder die SRS dominiert: Aufgrund einer deutlich geringeren Verstärkungsbandbreite überwiegt die Brillouinstreuung bei Dauerstrichsignalen. Für kurze Signale mit Dauern unter einer Nanosekunde dominiert die stimulierte Ramanstreuung[22]. Die stimulierte Raman-Streuung, im Folgenden Raman-Effekt genannt, löst verschiedene Prozesse aus, die für diese Arbeit von Wichtigkeit sind. Sie werden im Abschnitt 3.5 näher beschrieben.

2.6. Aufbau mikrostrukturierter Glasfasern

Die Eigenschaften von herkömmlichen Glasfasern mit Glas als Kern- und Mantelmaterial können über Fasergeometrie und Dotierungen nur in einem relativ kleinen Bereich variiert werden. Ein anderer Ansatz ist es, die Glasfaser mit einer Mikrostruktur zu versehen. Diese besteht aus Luftkanälen (“Löchern”), welche die Faser durchziehen und eine Wellenleiterstruktur bilden. Die grundlegenden Ideen hierfür wurden bereits in den 1970er Jahren diskutiert[28], jedoch ist die Herstellung der sogenannten mikrostrukturierten Glasfasern (engl. *microstructured optical fibers*, kurz MOF) aufwendiger als bei konventionellen Fasern. Die technischen Schwierigkeiten erlaubten eine routinemäßige Herstellung erst ab Mitte der 1990er Jahre. Übersichten über die Entwicklung dieses Fasertyps findet man in [6] und [29].

Mit Hilfe der Mikrostruktur kann der Verlauf der Wellenleiterdispersion stark variiert werden, was Fasern mit ungewöhnlichen Dispersionsprofilen möglich macht[30–33]. In Hinblick auf die nichtlinearen Eigenschaften sind sowohl Fasern mit sehr kleinen als auch mit sehr großen Kerndurchmessern möglich[34,35]. Zudem können Fasern hergestellt werden, die über einen großen Wellenlängenbereich ausschließlich die Grundmode führen (*‘endlessly single-mode fiber’*, [36,37]).

Durch geeignete Wahl der Mikrostruktur kann sogar erreicht werden, dass die Lichtleitung in einem der Luftkanäle stattfindet[38]. Dies ermöglicht das Führen von Lichtleistungen, die über der Zerstörschwelle konventioneller Fasern liegen. Diese hohlen Fasern können aber auch zur Untersuchung von Nanopartikeln[39] oder Gasen[40] benutzt werden.

Die mikrostrukturierten Glasfasern lassen sich anhand der Lichtleitungsmechanismen grundsätzlich in zwei Klassen einteilen:

- Die Glasfasern mit Indexführung (engl. *index-guided fibers*): hier wird die Mikrostruktur dazu verwendet, um über die Löcher den effektiven Brechungsindex in einem Bereich abzusenken, welcher dann den Mantel bildet. Die Lichtleitung kann dann näherungsweise mit der klassischen Theorie für Stufenindexglasfasern behandelt werden[41]. In [MM09] wurde untersucht, wie sich der Verlauf des effektiven Mantelindex in Abhängigkeit von der Geometrie der Faser ändert. Dabei konnte gezeigt werden, dass die wesentlichen Faktoren der relative Anteil der Löcher an der Querschnittsfläche und die typische auftretende Strukturgröße sind. Details der Struktur, wie z.B. die genaue Form der Luftkanäle, beeinflussen den Verlauf des Brechungsindex nur geringfügig.
- Die *photonic crystal fibers*, kurz PCFs. Bei diesen Fasern basiert die Lichtleitung auf dem Vorhandensein einer Bandlücke in einem “photonischen Kristall”[3,42]. Sie werden deswegen auch als *photonic bandgap fibers* bezeichnet. Ihre Mikrostruktur aus Luftkanälen und Glasstegen bildet ein periodisches Gitter (den “Kristall”), an dem Mehrfachreflexionen auftreten können. Für bestimmte Wellenlängen kann das Licht die Kernregion nicht verlassen, weil alle nach außen laufenden Teilwellen destruktiv interferieren. Als historischer Vorläufer dieser Fasern sind die *Bragg fibers*[43,44] zu nennen, bei denen der Interferenzeffekt durch eine Struktur aus vielen Ringen unterschiedlicher Brechungsindizes um den Faserkern hervorgerufen wurde.

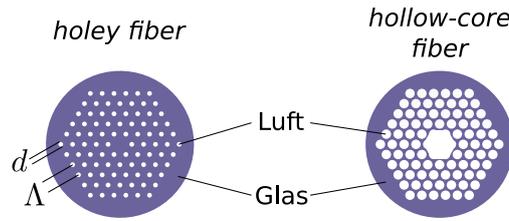


Abbildung 2.3.: Faserquerschnitte verschiedener mikrostrukturierter Glasfasern. Für die hier gezeigte hexagonale Geometrie sind der Kanaldurchmesser d sowie der Kanalabstand Λ typische Kenngrößen.

Die mikrostrukturierten Glasfasern werden in der Literatur oft auch anhand ihres spezifischen geometrischen Aufbaus unterschieden. Zwei wichtige Vertreter sind:

- Die *holey fibers* (“Löchrige Fasern”), auch *solid-core PCFs* genannt, besitzen einen Glaskern, der von einer löchrigen Mantelstruktur umgeben ist (Abb. 2.3 links). In diesen Fasern beruht die Lichtleitung auf der Indexführung. Obwohl hier keine photonische Bandlücke zur Lichtleitung beiträgt, findet man für diesen Typ oft die Bezeichnung “PCF”.
- Die *hollow core fibers* (“Hohlkernfasern”). Sie besitzen ebenfalls eine Anordnung von Luftkanälen, wobei diesmal in der Mitte ein größeres Loch statt eines soliden Kerns vorhanden ist (Abb. 2.3 rechts). Bei diesem Fasertyp ist der Luftanteil üblicherweise deutlich größer als bei den *holey fibers*. Die verbleibenden dünnen Glasstege bilden dann einen photonischen “Kristall”, welcher die Lichtleitung ermöglicht.

Eine verbreitete Form der Mikrostruktur ist die eines hexagonalen Gitters aus kreisrunden Luftkanälen, wie sie in Abb. 2.3 gezeigt ist. Die typischen Kenngrößen sind hier der Lochdurchmesser d und der Lochabstand Λ . Es gibt auch Fasern mit deutlich komplexeren Lochstrukturen (siehe z.B. [6]), diese sind in der Regel jedoch auch aufwendiger in der Herstellung.

2.7. Nichtlineare Schrödingergleichung (NLSE)

Grundlage für die mathematische Beschreibung der Lichtausbreitung in Medien bilden die Maxwell-Gleichungen[8]. Da in Glas keine freien Ladungen (und damit Ströme) vorhanden sind und auch keine Magnetisierung auftritt, kann man separate Wellengleichungen für das elektrische und das magnetische Feld aufstellen[1]. Danach reicht es aus, sich bei der Beschreibung auf das elektrische Feld $E(x, y, z, t)$ zu beschränken, aus dem bei Bedarf auch das magnetische berechnet werden kann. Unter Berücksichtigung der Zylindergeometrie der Glasfaser findet man eine allgemeine Lösung der Form

$$\vec{E}(x, y, z, t) = M(x, y) \cdot \hat{E}(t, z) \vec{e}, \quad (2.16)$$

bei dem das elektrische Feld aus einem transversalen und einem zeitlichen-longitudinalen Term besteht. Der Einheitsvektor \vec{e} gibt die Schwingungsrichtung des Feldes an.

Der transversale Anteil $M(x, y)$ beschreibt die Feldverteilung im Querschnitt der Faser. Für Stufenindexglasfasern existieren analytische, aus Besselfunktionen zusammengesetzte

2. Physikalische Grundlagen

Lösungen[3,9]. Für diese Fasern kann man auch explizit die Anzahl der geführten Moden aus der Wellenlänge des Lichts und der Fasergeometrie berechnen. Für kompliziertere Strukturen, wie sie z.B. in mikrostrukturierten Glasfasern auftreten, können die transversalen Anteile numerisch berechnet werden[45].

Der zweite Term in Gl. (2.16) beschreibt die Entwicklung des Feldes in Ort und Zeit. Man kann ihn als Produkt einer komplexen Einhüllenden $A(t, z)$ und der schnellen Oszillation mit der Mittenkreisfrequenz ω_0 als

$$\hat{E}(t, z) = \frac{1}{2} \left[\underbrace{|A(t, z)| \exp[i\phi(t, z)]}_{A(t, z)} \cdot \exp(-i\omega_0 t) + \text{c.c.} \right] \quad (2.17)$$

schreiben. Das “c.c.” in Gl. (2.17) symbolisiert dabei das konjugiert-Komplexe zum ersten Term in der Klammer. Das Betragsquadrat der Einhüllenden ist dabei so skaliert, dass es der momentan im Faserquerschnitt geführten Leistung entspricht: $|A(t, z)|^2 = P(t, z)$. Die Einhüllende enthält zudem über den Phasenverlauf $\phi(t, z)$ Informationen zur momentanen Frequenz. Die Abweichung zur Mittenfrequenz ist über den Verschiebesatz der Fouriertransformation (Anhang A) als

$$\Delta\omega_{\text{inst}} = -\frac{d\phi}{dt} \quad (2.18)$$

gegeben³. Für Pulse, die deutlich länger als eine Oszillationsperiode sind, kann der schnell oszillierende Term abgespalten werden. Diese Näherung wird als *slowly varying envelope approximation* (SVEA) bezeichnet[22]. In Abb. 2.4 ist diese Vereinfachung skizziert: Teilabb. a) zeigt den Realteil des elektrischen Feldes für einen Lichtpuls, dessen Frequenz linear mit der Zeit ansteigt. In Teilabb. b) sind die Amplitude und die Phase der Einhüllenden desselben Pulses gezeigt. Der lineare Frequenzanstieg findet sich im parabelförmigen Verlauf der Phase wieder.

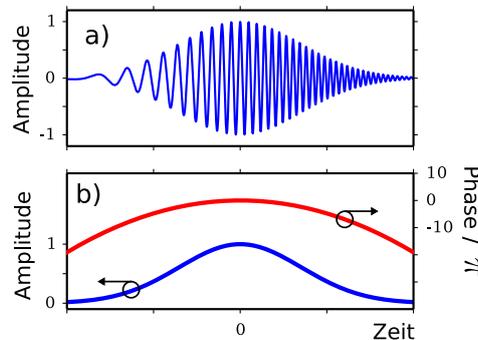


Abbildung 2.4.: Ein Lichtpuls mit linear ansteigender Frequenz: Teilabb. a) zeigt Realteil des elektrischen Feldes und Teilabb. b) die SVEA-Darstellung der Einhüllenden mit Betrag und Phase.

Für die mathematische Beschreibung einer Signalausbreitung bietet es sich an, in das Bezugssystem zu wechseln, welches sich mit der Gruppengeschwindigkeit des Signals mit-

³In einigen Arbeiten findet man auch die gespiegelte Version, $\omega_{\text{inst}} = +d\phi/dt$. Das Vorzeichen hängt von der Definition der benutzten Fouriertransformation ab.

bewegt. Dazu führt man eine Transformation der Zeitvariablen $t \rightarrow T$ durch:

$$T = t - \frac{z}{v_{\text{gr}}} = t - \beta_1(\omega_0)z. \quad (2.19)$$

In einer idealisierten Glasfaser lautet die Bewegungsgleichung für die Einhüllende des elektrischen Feldes dann:

$$\frac{\partial}{\partial z}A = -i\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2}{\partial T^2}A + i\gamma|A|^2A. \quad (2.20)$$

Hierbei wird davon ausgegangen, dass die Gruppengeschwindigkeitsdispersion und der Kerr-Effekt die dominierenden Effekte sind. Gl. (2.20) wird als Nichtlineare Schrödingergleichung (*nonlinear Schrödinger equation*, NLSE) bezeichnet[22], wobei der Name von der Ähnlichkeit mit der quantenmechanischen Schrödingergleichung (QMS)[46]

$$\frac{\partial}{\partial t}\psi(\vec{r}, t) = i\frac{\hbar}{2m}\frac{\partial^2}{\partial \vec{r}^2}\psi(\vec{r}, t) - \frac{i}{\hbar}V(\vec{r})\psi(\vec{r}, t) \quad (2.21)$$

stammt. Die Konstante \hbar in der QMS ist das reduzierte Planck'sche Wirkungsquantum⁴ und m die Masse des zur Wellenfunktion ψ gehörigen Teilchens.

Formal sind in der NLSE Orts- und Zeitkoordinaten im Vergleich zur QMS vertauscht: Man berechnet hier den zeitlichen Verlauf der Einhüllenden A mit fortschreitendem Ort z (statt der zeitlichen Entwicklung der räumlich ausgedehnten Wellenfunktion ψ). Bemerkenswert an der Nichtlinearen Schrödingergleichung ist ihr nichtlinearer Anteil: Die Rolle des Potentials V in Gl. (2.21) übernimmt hier der Term mit der Feldleistung $|A|^2$ – das Feld bildet also sein eigenes Potenzial.

Abhängig von den Faserparametern β_2 und γ sowie der Leistung und der Dauer des elektrischen Feldes kann entweder die Gruppengeschwindigkeitsdispersion oder die Kerr-Nichtlinearität dominieren. Als Maß für die Stärke der Effekte ist es sinnvoll, charakteristische Längen einzuführen[22]:

- Die **Dispersionslänge** L_D gibt an, wie stark die Gruppengeschwindigkeitsdispersion auf ein Signal der Dauer T_0 wirkt:

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}. \quad (2.22)$$

So ist L_D z.B. diejenige Strecke, nach der sich die Dauer eines Gauß-Pulses $A(T, 0) = A_0 \cdot \exp(-0.5T^2/T_0^2)$ um den Faktor $\sqrt{2}$ erhöht hat.

- Die **nichtlineare Länge** L_{NL} ist ein Maß für die Rate der nichtlinearen Phasenverschiebung:

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma P}. \quad (2.23)$$

Bei Ausbreitung über eine nichtlineare Länge entwickelt sich die Phase im Leistungsmaximum eines Signals aufgrund des Kerr-Effekts um ein Radiant weiter.

⁴ $\hbar = h/(2\pi) \approx 1,0546 \cdot 10^{-34}$ Js.

2. Physikalische Grundlagen

Die Lösung der Bewegungsgleichung vereinfacht sich erheblich, wenn einer der Terme auf der rechten Seite von Gl. (2.20) Null wird. Ist z.B. die Nichtlinearität zu vernachlässigen ($\gamma = 0$ bzw. $L_{\text{NL}} \gg L_{\text{D}}$), so reduziert sich die NLSE auf

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2}. \quad (2.24)$$

Wird diese in den Spektralraum transformiert, so stellt sie eine einfache algebraische Gleichung dar. Man erhält als allgemeine Lösung:

$$A(T, z) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F}\{A(T, 0)\} \cdot \exp \left(i \frac{\beta_2}{2} \omega^2 z \right) \right\}. \quad (2.25)$$

\mathcal{F} und \mathcal{F}^{-1} sind dabei die Fourier- bzw. die inverse Fouriertransformation. Eine kurze Herleitung für diese Lösung ist im Anhang A.1.1 dargestellt. Der entgegengesetzte Fall ist derjenige mit dominierender Kerr-Nichtlinearität ($\beta_2 = 0$ bzw. $L_{\text{D}} \gg L_{\text{NL}}$). Die resultierende Differenzialgleichung

$$\frac{\partial A}{\partial z} = i\gamma |A|^2 A \quad (2.26)$$

kann hier direkt durch Integration gelöst werden. Man erhält dann die Feldeinhüllende

$$A(T, z) = A(T, 0) \exp(i\gamma |A(T, 0)|^2 z). \quad (2.27)$$

2.8. Inverse Streutheorie

Eine analytische Lösungsmethode für nichtlineare Differenzialgleichungen wie die NLSE findet sich im Rahmen der sogenannten Inversen Streutheorie (*inverse scattering theory*, IST)[47–49]. Die Bezeichnung ‘‘Streutheorie’’ beruht auf der Ähnlichkeit des Verfahrens zur Auswertung von Streuspektren, die z.B. an Atomkernen gewonnen werden. In beiden Fällen wird versucht, aus dem Streuspektrum Informationen über das streuende Potenzial zu gewinnen. Bei Atomen ist dies das Coulomb-Potenzial, bei der NLSE das durch das elektrische Feld selbst verursachte nichtlineare Potenzial $\gamma|A|^2$.

Mit der IST wurde gezeigt, dass es für viele nichtlineare Bewegungsgleichungen spezielle Lösungen gibt, die sogenannten Solitonen. Die Bezeichnung ‘‘Solitonen’’ wurde aufgrund ihrer besonderen Eigenschaften gewählt: Solitonen stellen nichtlineare Wellenpakete dar, die elastisch (d.h. ohne Änderung ihrer Eigenschaften) miteinander kollidieren können[50]. Solitonen können in einer Vielzahl von physikalischen Systemen wie z.B. Wasserwellen[51, 52], Plasmen[50,53] oder auch Bose-Einstein-Kondensaten[54] auftreten. Übersichten zu optischen Solitonen finden sich z.B. in [55] und [56].

Die Lösung von Bewegungsgleichungen durch die IST beruht auf einer Transformation des Problems in einen Bildraum, in dem die ursprünglich nichtlineare Ausgangsgleichung durch ein System von linearen Differenzialgleichungen repräsentiert wird. Hierfür wird die sogenannte direkte Streutransformation (*direct scattering transform*, DST) verwendet, die als nichtlineare Erweiterung der Fouriertransformation angesehen werden kann. Die Bewegungsgleichungen können im Bildraum integriert und die Lösungen dann in den Ursprungsraum zurücktransformiert werden.

Ausgehend von einem Anfangsfeld $A(T, z_0)$ und den Parametern β_2 und γ kann man

für die NLSE mit der DST das Streuspektrum

$$r(\zeta, z_0) = \frac{b(\zeta, z_0)}{a(\zeta, z_0)} = \text{DST}[A(T, z_0), \beta_2, \gamma] \quad (2.28)$$

berechnen. Man erhält so den Reflexionskoeffizienten $a(\zeta, z_0)$ und den Transmissionskoeffizienten $b(\zeta, z_0)$. Die komplexe Koordinate $\zeta = \xi + i\eta$ spielt hierbei die Rolle einer generalisierten Frequenz: Ihrem Realteil ξ kann eine (Fourier-)Frequenz zugewiesen werden, ihr Imaginärteil η entspricht einer Energie. Das aus dem Anfangsfeld erhaltene Streuspektrum kann bis zu einem beliebigen Ort entwickelt werden. Dabei ist der Reflexionskoeffizient konstant

$$a(\zeta, z) = a(\zeta, z_0), \quad (2.29)$$

und der Transmissionskoeffizient erfährt eine lineare Phasenentwicklung mit dem Ort:

$$b(\zeta, z) = b(\zeta, z_0) \exp\left(-4i\zeta^2 \frac{z|\beta_2|}{\tau_0^2}\right). \quad (2.30)$$

τ_0 ist hierbei eine Normierungskonstante, die man vor Anwendung der DST festlegt. Das Feld am Ort z erhält man dann durch die sogenannte inverse Streutransformation des Streuspektrums $r(\zeta, z)$.

Das Streuspektrum eines Feldes setzt sich im Allgemeinen aus einem diskreten und einem kontinuierlichen Anteil zusammen. Der diskrete Anteil wird durch die Eigenwerte ζ_k mit $\text{Im}(\zeta_k) > 0$ gebildet, bei denen der Reflexionskoeffizient verschwindet: $a(\zeta_k) = 0$. Diesen Eigenwerten können die sogenannten Solitonen zugeordnet werden, welche die Eigenfunktionen des Streuproblems darstellen. Die Solitonen weisen als nichtlineare Lösungen der NLSE einige bemerkenswerte Eigenschaften auf, die weiter unten in Abschnitt 2.9 diskutiert werden.

Der zweite, kontinuierliche Anteil des Streuspektrums wird auch "Strahlungsanteil" oder linearer Anteil genannt und findet sich für $\text{Im}(\zeta_k) = 0$. Dieser Anteil verhält sich fundamental anders als die Solitonen; seine Ausbreitung ist im Wesentlichen durch die dispersive Verbreiterung aufgrund der Gruppengeschwindigkeitsdispersion bestimmt.

Die direkte Streutransformation als Methode der IST stellt ein nützliches Werkzeug dar, um den Solitonengehalt eines Anfangsfeldes zu bestimmen. In [57] wurde ein Algorithmus vorgestellt, mit dem man das Streuspektrum für beliebige Felder numerisch berechnen kann. Dieser Algorithmus wurde vom Autor implementiert und für einige in dieser Arbeit vorgestellten Analysen verwendet. Der Quelltext des Programms ist in Anhang D zu finden.

2.9. Solitonen

Abhängig vom Vorzeichen der Gruppengeschwindigkeitsdispersion existieren in Glasfasern zwei Typen von Solitonen: Die hellen und die dunklen Solitonen (siehe nächster Abschnitt). Die Existenz von Solitonen in Glasfasern wurde Anfang der 1970er Jahre theoretisch vorhergesagt [48, 58, 59]. Der experimentelle Nachweis gelang 1980 (helle Solitonen) bzw. 1987 (dunkle Solitonen) [60, 61].

2.9.1. Helle Solitonen

Das Fundamentale Soliton

Weist das Streuspektrum eines Feldes genau einen Eigenwert ζ_S und einen verschwindenden Strahlungsanteil auf, so liegt ein sogenanntes fundamentales Soliton (Fundamentalsoliton) vor. Seine Energie und seine Mittenfrequenz sind durch den Imaginärteil und den Realteil des Eigenwerts ζ_S festgelegt. Das Feld des Solitons besitzt eine Sekans-Hyperbolicus⁵-förmige Einhüllende, welche im Bezugssystem des Solitons die Form

$$A(T, z) = \sqrt{\hat{P}_1} \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_0}\right) \exp\left(\frac{i}{2}\gamma \hat{P}_1 z\right) \quad (2.31)$$

hat⁶. Die Spitzenleistung \hat{P}_1 und die Dauer T_0 des Solitons sind dabei nicht unabhängig voneinander; vielmehr muss die Solitonenbeziehung

$$\hat{P}_1 T_0^2 = \frac{|\beta_2|}{\gamma} \quad (2.34)$$

erfüllt sein. In diese gehen die Faserparameter β_2 und γ ein. Die Solitonenbeziehung sagt aus, dass in einer gegebenen Faser fundamentale Solitonen mit unterschiedlichen Dauern bzw. Spitzenleistungen existieren können. Die Eigenschaften eines Solitons sind jedoch vollständig durch Angabe eines Parameters (der Spitzenleistung, der Dauer oder der Energie $E = 2\hat{P}_1 T_0$) bestimmt.

Eine bemerkenswerte Eigenschaft des fundamentalen Solitons ist seine Fähigkeit, sich ohne Formänderung durch die Faser fortzubewegen. Sein Absolutbetrag $|A(T, z)| = \sqrt{\hat{P}_1} \operatorname{sech}(T/T_0)$ weist keinerlei Ortsabhängigkeit auf. Lediglich sein Phasenverlauf entwickelt sich während der Ausbreitung mit der Rate $\gamma\hat{P}_1/2$. In Abb. 2.5 a1) und a2) ist beispielhaft die Propagation eines Solitons gezeigt. Hier ist deutlich die Konstanz der Einhüllenden im Zeit- und im Spektralbereich zu erkennen.

Beim fundamentalen Soliton heben sich die Effekte der Gruppengeschwindigkeitsdispersion und der Kerr-Nichtlinearität kontinuierlich gegenseitig auf. Dies ermöglicht zum einen die formstabile Ausbreitung, darüber hinaus erhält es dadurch auch eine dynamische Stabilität: Wirken Störeinflüsse wie z.B. Dispersion höherer Ordnung oder Verluste auf das Soliton ein, so kann es in gewissen Grenzen seine Parameter an die veränderte Situation anpassen[58,63]. Diese Robustheit macht Solitonen zu geeigneten Informationsträgern in der optischen Telekommunikation[64].

⁵Sekans-Hyperbolicus: $\operatorname{sech}(x) = 1/\cosh(x) = 2/[\exp(x) + \exp(-x)]$.

⁶Die allgemeine Gleichung für die Einhüllende eines fundamentalen Solitons lautet[62]

$$A(T, z) = \sqrt{\hat{P}_1} \operatorname{sech}\left[\frac{(T - T_m) - \Delta\omega\beta_2(z - z_0)}{T_0}\right] \quad (2.32)$$

$$\times \exp\left\{\frac{i}{2}\left[(z - z_0)(\gamma\hat{P}_1 + (\Delta\omega)^2\beta_2) - 2\Delta\omega(T - T_m)\right] + i\phi_0\right\}. \quad (2.33)$$

Die hier auftretenden Parameter sind: die Spitzenleistung \hat{P}_1 , die Dauer T_0 , die Abweichung zur Mittenkreisfrequenz des Bezugssystems $\Delta\omega$, die (zeitliche) Startposition T_m , der Startort z_0 und der Startwert der Phase ϕ_0 . Im Bezugssystem des Solitons sind $\Delta\omega = 0$, $T_m = 0$, $z_0 = 0$ sowie $\phi_0 = 0$.

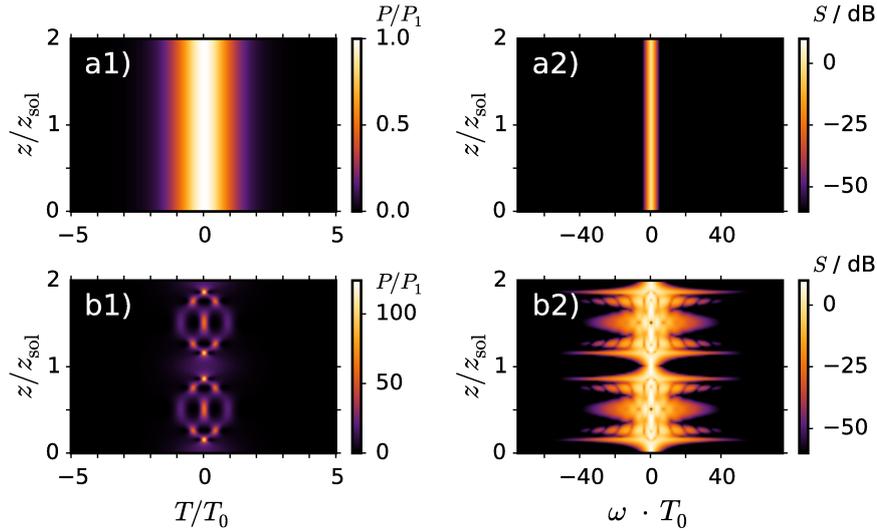


Abbildung 2.5.: Ausbreitung von Solitonen: Beim fundamentalen Soliton ändern sich weder der zeitliche Leistungsverlauf (Teilabb. a1)) noch die spektrale Leistungsdichte (Teilabb. a2)) mit dem Ort. Im Gegensatz dazu zeigt ein $N = 4$ -Soliton der gleichen Anfangsdauer T_0 sowohl im Zeitbereich (Teilabb. b1)) als auch im Spektrum (b2)) ein zyklisches Verhalten. Die Anfangsform wird jeweils nach einer Solitonenperiode z_{sol} wieder hergestellt.

Solitonen höherer Ordnung

Die Solitonen höherer Ordnung (*higher-order solitons*, kurz HOS)[48,58,60] sind Überlagerungen von Fundamentalsolitonen der gleichen Mittenfrequenz. Sie können mit dem Startfeld

$$A(T, z) = \underbrace{N \cdot \sqrt{\hat{P}_1}}_{\sqrt{\hat{P}}} \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_0}\right) \quad (2.35)$$

angeregt werden, wobei N die sogenannte Solitonenordnung

$$N = \sqrt{\frac{L_D}{L_{NL}}} = \sqrt{\frac{T_0^2 \gamma \hat{P}}{|\beta_2|}} \quad (2.36)$$

ist. Man findet im Streuspektrum des Feldes (2.35) mehr als einen Eigenwert, sobald $N > 3/2$ wird. Die Gesamtzahl der enthaltenen Fundamentalsolitonen ist dann⁷

$$\left\lfloor N + \frac{1}{2} \right\rfloor. \quad (2.37)$$

⁷Hierbei wird die Abrundungsfunktion (engl. *floor*) verwendet: $\lfloor x \rfloor = \max\{k \in \mathbb{Z}\}$ mit $k \leq x$.

2. Physikalische Grundlagen

Ist N eine natürliche Zahl $N \in \mathbb{N}$, so besteht das Feld ausschließlich aus Solitonen. In allen anderen Fällen enthält es auch einen Anteil an linearer Strahlung mit der Energie

$$E_{\text{rad}} = [N^2 - (2N - 1)] \cdot E_{N=1}. \quad (2.38)$$

Die in einem Soliton höherer Ordnung enthaltenen Fundamentalsolitonen besitzen alle unterschiedliche Energien. Abhängig von der Solitonenordnung N ist die Energie des i -ten Solitons

$$E_i = (2i - 1)E_{N=1} \quad \text{mit} \quad i = 1 \dots N. \quad (2.39)$$

Im Gegensatz zum fundamentalen Soliton ändert sich das zeitliche Leistungsprofil der Solitonen höherer Ordnung während der Ausbreitung. Die Ursache für dieses Verhalten sind die unterschiedlichen Energien bzw. Spitzenleistungen der beteiligten fundamentalen Solitonen. Aufgrund der damit verbundenen unterschiedlichen Phasenentwicklungen treten während der Ausbreitung Interferenzeffekte auf, welche die Form der Einhüllenden ändern. Diese Änderung ist jedoch zyklisch, sodass die Ausgangsform (Gl. (2.35)) jeweils nach einer Solitonenperiode

$$z_{\text{sol}} = \frac{\pi}{2}L_D \quad (2.40)$$

wieder hergestellt wird[65]. In Abb. 2.5 b1) und b2) ist dieses Verhalten am Beispiel eines $N = 4$ -Solitons dargestellt. Die Teilabbildungen zeigen die Entwicklung der Leistungseinhüllenden und der spektralen Leistungsdichte während der Ausbreitung. Typisch für Solitonen höherer Ordnung ist die starke zeitliche Kompression des Anfangszustandes[60], die hier etwa bei $z = 0,25 z_{\text{sol}}$ erkennbar ist. Dabei treten Spitzenleistungen auf, die deutlich höher als die Anfangsleistung bei $z = 0$ sind. Im Frequenzraum stellen die Kompressionspunkte die Orte der größten spektralen Breite dar.

Die inverse Streutheorie liefert prinzipiell auch die analytische Form $A(T, z)$ für Solitonen höherer Ordnung, diese wird jedoch mit wachsendem N immer umfangreicher. In [66] findet man die vollständigen Einhüllenden $A(T, z)$ für die Solitonen mit $N = 2$ und $N = 3$.

Anders als Fundamentalsolitonen sind Solitonen höherer Ordnung instabil: bereits bei geringsten Störungen tendieren sie dazu, sich in Fundamentalsolitonen aufzuspalten. Durch diesen *soliton fission*[67] genannten Prozess entwickeln sich die enthaltenen Fundamentalsolitonen in getrennte Pulse. Die Aufspaltung von Solitonen höherer Ordnung wird in Abschnitt 4.1 näher dargestellt.

2.9.2. Dunkelsolitonen

Auch im Bereich normaler Dispersion können Solitonenlösungen existieren: die sogenannten dunklen Solitonen (Dunkelsolitonen, engl. *dark solitons*)[59,68,69]. Die Form ihrer Feldeinhüllenden ist durch die Summe einer komplexen Konstante und eines Tangens-Hyperbolicus gegeben. Das Leistungsprofil der Dunkelsolitonen entspricht deshalb einem Dauerstrichsignal mit einem charakteristischen Leistungseinbruch.

Obwohl auch bei Dunkelsolitonen interessante nichtlineare Effekte auftreten[70], spielen sie für die im Rahmen dieser Arbeit angestellten Untersuchungen eine untergeordnete Rolle. Deshalb wird hier auf ihre Eigenschaften nicht weiter eingegangen und es sei stattdessen auf umfangreiche Übersichtsartikel wie [71] verwiesen.

2.10. Die Dauerstrichlösung und daraus abgeleitete Lösungen

Sowohl für normale auch für anomale Gruppengeschwindigkeitsdispersion stellt das Dauerstrichsignal

$$A(T, z) = \sqrt{P_0} \exp(i\gamma P_0 z) \quad (2.41)$$

eine Lösung der NLSE dar. Mathematisch gesehen ist die Dauerstrichlösung eine monochromatische Welle, demnach entspricht ihr Spektrum einer Dirac- δ -Distribution⁸. Dies ist der Grund dafür, dass ihre Entwicklung durch die Dispersion der Faser nicht beeinflusst wird.

2.10.1. Modulationsinstabilität

Im Fall anomaler Dispersion ist die Dauerstrichlösung instabil: Sobald eine kleine Störung (Modulation) der Einhüllenden Gl. (2.41) vorliegt, beobachtet man ein Anwachsen dieser Störung mit der Ausbreitung. Diese Eigenschaft der Dauerstrichlösung nennt man Modulationsinstabilität (*modulation instability* oder auch *modulational instability*, abgekürzt MI) [72–77]. Die Modulationsinstabilität tritt auch in anderen nichtlinearen Systemen auf. Entdeckt wurde sie im Kontext der Fluidynamik, dort ist sie nach den Entdeckern T. Brooke Benjamin und Jim E. Feir als “Benjamin-Feir-Instabilität” benannt[77].

Die Ursache der Modulationsinstabilität in Glasfasern ist das Vorhandensein einer Phasen Anpassung, welche über den Kerr-Effekt vermittelt wird. Dadurch können Frequenzkomponenten im Bereich von

$$-\omega_c \leq \Delta\omega \leq \omega_c \quad \text{mit} \quad \omega_c = \sqrt{\frac{4\gamma P_0}{|\beta_2|}} \quad (2.42)$$

um die Trägerfrequenz verstärkt werden[22]. Die maximale Verstärkung hat den Wert

$$g = 2\gamma P_0 \quad (2.43)$$

und tritt für die Frequenzen

$$\omega_{\text{MI}} = \pm \frac{\omega_c}{\sqrt{2}} \quad (2.44)$$

auf. Reale, durch Laser erzeugte Dauerstrichsignale enthalten immer einen unvermeidlichen Rauschanteil. Dieser ist zum einen durch technische Gegebenheiten wie z.B. die Stromversorgung des Lasers bedingt. Zum anderen gibt es einen fundamentalen Anteil, der durch die Quantennatur des Lichts[78] verursacht wird. Somit wird jedes reale Dauerstrichsignal in einer Glasfaser bei anomaler Dispersion durch die Modulationsinstabilität beeinflusst.

Abb. 2.6 zeigt beispielhaft anhand einer Simulation, wie sich ein solches verrauschtes Dauerstrichsignal in einer Glasfaser entwickelt. In Teilabb. a) ist der zeitliche Leistungsverlauf des Feldes vor und nach einer Ausbreitungsstrecke von $4,5 L_{\text{NL}}$ dargestellt. Hier ist zu erkennen, dass sich eine Modulation aus dem Anfangsrauschen gebildet hat. In Teilabb. b) sind die dazu gehörigen Spektren sowie die MI-Verstärkungskurve $g(\omega)$ gezeigt. Das

⁸Dies ist eine Distribution, die nur für genau eine Frequenz einen von Null verschiedenen Wert hat.

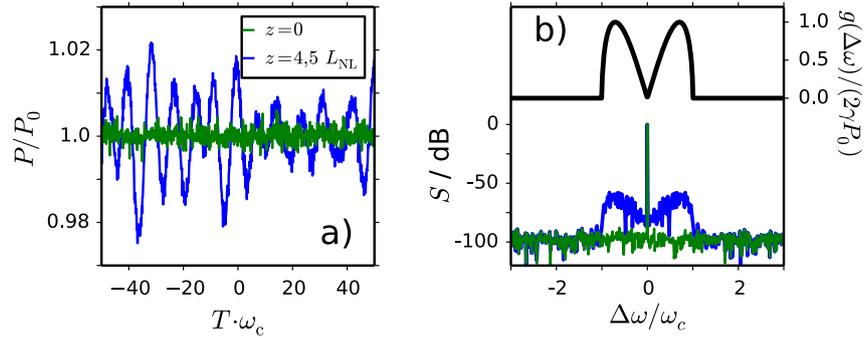


Abbildung 2.6.: Beispiel für das Anwachsen von pulsartigen Strukturen aufgrund der Modulationsinstabilität. Teilabb. a): Leistungsprofil eines verrauschten Dauerstrichsignals bei $z = 0$ und $z = 4,5 L_{\text{NL}}$. Teilabb. b): Verstärkungskurve für die Modulationsinstabilität $g(\Delta\omega)$ sowie die Spektren zu den in a) gezeigten Leistungsverläufen.

Ausgangsspektrum weist Modulationsseitenbänder auf, die gemäß der Verstärkungskurve durch die Trägerkomponente aus dem Anfangsrauschen verstärkt wurden.

Die Modulationsinstabilität ist ein typischer Startprozess bei der Entstehung von Superkontinua (siehe Abschnitt 4.4)[67]. Sie dominiert dabei die anfängliche Dynamik bei schmalbandigen Eingangssignalen, also Dauerstrichsignalen oder langen Pulsen. Dies ist auch für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen an einer mikrostrukturierten Glasfaser der Fall: Die Modulationsinstabilität konnte als maßgeblicher Prozess bei der dort beobachteten Erzeugung von Superkontinuum identifiziert werden (siehe Kapitel 6).

2.10.2. Akhmediev-Breather, Peregrine-Solitonen und Kuznetsov-Ma-Soliton

Im Fall der oben beschriebenen Modulationsinstabilität werden Seitenbänder aus einem Rauschuntergrund verstärkt. Eine besondere Klasse von Lösungen der nichtlinearen Schrödingergleichung erhält man ausgehend vom Dauerstrichsignal, wenn man statt des Rauschens eine definierte Anfangsmodulation vorgibt. Diese Lösungen sind die sogenannten Akhmediev-Breather[75], das Peregrine-Soliton[79] sowie die Kuznetsov-Ma-Solitonen[80, 81]. Obwohl sie in ihrer mathematischen Form schon seit den 1970er bzw. 1980er Jahren bekannt waren, wurden sie experimentell teilweise erst vor wenigen Jahren nachgewiesen[82–86].

Die Feldamplitude der Lösungen hat die allgemeine Form

$$A(a, T, Z) = \sqrt{P_0} \left[1 + M(a, T, Z) \right] \exp(iZ). \quad (2.45)$$

Dabei ist P_0 die Leistung des Dauerstrichsignals und $Z = z/L_{\text{NL}}$ die auf die nichtlineare Länge normierte Ortskoordinate. Der Unterschied zwischen den drei Lösungen findet sich

im jeweiligen Modulationsteil $M(a, T, Z)$:

$$M(a, T, Z) = \begin{cases} \frac{2(1-2a) \cosh(bZ) + ib \sinh(bZ)}{\sqrt{2a} \cos(\omega_{\text{mod}} T) - \cosh(bZ)} & : 0 < a < \frac{1}{2} \quad (\text{Akhmediev-Breather}) \\ -\frac{4(1+2iZ)}{1 + \omega_c^2 T^2 + 4Z^2} & : a = \frac{1}{2} \quad (\text{Peregrine-Soliton}) \\ \frac{2(1-2a) \cos(|b|Z) - i|b| \sin(bZ)}{\sqrt{2a} \cosh(|\omega_{\text{mod}}|T) - \cos(|b|Z)} & : a > \frac{1}{2} \quad (\text{Kuznetsov-Ma-Soliton}) \end{cases} \quad (2.46)$$

$$(2.47)$$

Hierbei ist a der sogenannte Modulationsparameter, der den Modulationsteil festlegt. Bei $0 < a < 1/2$ erhält man einen Akhmediev-Breather, bei $a > 1/2$ ein Kuznetsov-Ma-Soliton. Für $a \rightarrow 1/2$ gehen beide Lösungen in das Peregrine-Soliton über. Der Verlauf der jeweiligen Lösung im Zeitbereich wird durch die von a abhängige Modulationsfrequenz ω_{mod} festgelegt

$$\omega_{\text{mod}} = \sqrt{1-2a} \omega_c \quad \text{mit} \quad \omega_c = \sqrt{\frac{4\gamma P_0}{|\beta_2|}}, \quad (2.48)$$

die Entwicklung mit dem Ort durch den Wachstumsparameter $b = \sqrt{8a - 16a^2}$. Die charakteristische Kreisfrequenz ω_c aus Gl. (2.48) trat bereits weiter oben bei der Einführung der Modulationsinstabilität auf (vgl. Gl. (2.44)). Der Zusammenhang zwischen dem Akhmediev-Breather und der Modulationsinstabilität wird in Abschnitt 4.2 näher diskutiert.

Während der Ausbreitung treten bei allen drei Lösungstypen charakteristische Leistungsspitzen auf, die jeweils unterschiedliche räumliche und zeitliche Periodizitäten besitzen (siehe Abb. 2.7).

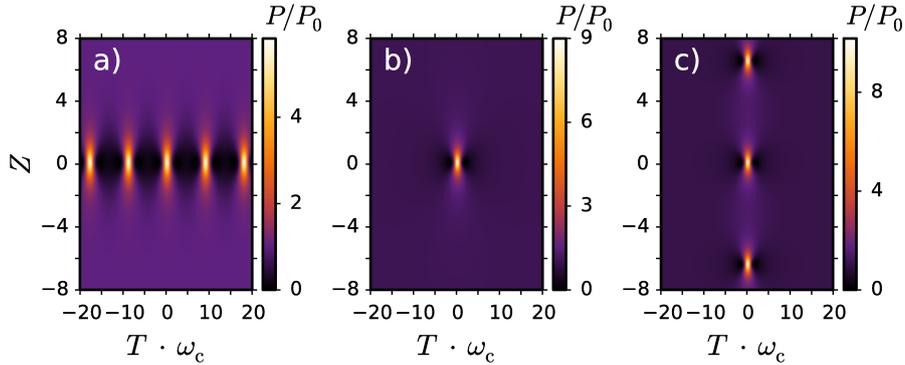


Abbildung 2.7.: Ausbreitung von Vertretern der Lösungsfamilie aus Gl. (2.45): a) Akhmediev-Breather ($a = 0,25$), b) Peregrine-Soliton ($a = 0,5$) und c) Kuznetsov-Ma-Soliton ($a = 0,6$). Gezeigt ist jeweils die Entwicklung der Leistungseinhüllenden mit dem Ort $Z = z/L_{\text{NL}}$.

Der Akhmediev-Breather (Teilabb. 2.7 a)) entwickelt sich aus einem Dauerstrichsignal bei $Z = -\infty$ zu einer zeitlich periodischen Modulation bei $Z = 0$. Diese klingt für $Z \rightarrow \infty$

wieder in ein Dauerstrichsignal ab. Beim Kuznetsov-Ma-Soliton (Teilabb. 2.7 b)) findet man hingegen eine pulsartige Modulation um $T = 0$ vor, die periodisch mit dem Ort Z ist. Den Grenzfall dazwischen stellt das Peregrine-Soliton (Teilabb. 2.7 c)) dar, bei dem man eine singuläre Leistungsspitze um $T = 0$ und $Z = 0$ vorfindet.

Es sei hier noch ein Hinweis zur Nomenklatur angebracht: Obwohl die Peregrine- und auch die Kuznetsov-Ma-Lösungen die Bezeichnung “Soliton(en)” tragen, sind sie nicht mit den fundamentalen Solitonen aus Abschnitt 2.9 zu verwechseln. Der in allen Fällen vorhandene Dauerstrichanteil ist ein nicht zu vernachlässigender Teil der Lösung, auch wenn z.B. das Peregrine-Soliton als “localized soliton on a finite background” [86] bezeichnet wird. Ähnlich wie bei den hellen Solitonen höherer Ordnung gibt es auch für Felder der in Gl. (2.45) gezeigten Form Lösungen höherer Ordnung, die mit Hilfe der sogenannten Darboux-Transformation gewonnen werden können [87]. So wurde z.B. in [88] und in [89] gezeigt, dass nichtlineare Überlagerungen aus mehreren Akhmediev Brethern oder mehreren Peregrine-Solitonen existieren können.

2.11. Erweiterung der NLSE

Die Nichtlineare Schrödingergleichung (2.20) bildet die Bewegungsgleichung für ein schmalbandiges Signal in einer idealisierten Faser. In realen Fasern treten aber weitere Effekte wie z.B. Verluste, Dispersion höherer Ordnung oder die Ramanstreuung auf. Insbesondere bei breitbandigen Pulsen reicht es nicht aus, nur die Gruppengeschwindigkeitsdispersion mit einzubeziehen. Neben der komplexeren Dispersionskurve wird z.B. auch die Frequenzabhängigkeit des Nichtlinearitätskoeffizienten wirksam. Eine erweiterte Variante der NLSE ist die generalisierte Nichtlineare Schrödingergleichung (GNLSE) [67]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial z} = & -\frac{\alpha}{2} A \\ & + \sum_{k \geq 2} \frac{i^{k+1}}{k!} \beta_k \frac{\partial^k A}{\partial T^k} \\ & + i\gamma \left(1 + i \frac{1}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial T} \right) \left(A \int_{-\infty}^{\infty} dT' R(T') |A(T - T', z)|^2 \right). \end{aligned} \quad (2.49)$$

Faserverluste werden in dieser Gleichung über den Beer’schen Verlustkoeffizienten α berücksichtigt. Der Dispersionsanteil (zweite Zeile) enthält neben dem Parameter der Gruppengeschwindigkeitsdispersion β_2 noch höhere Ordnungen mit den Entwicklungskoeffizienten $\beta_3, \beta_4, \text{etc.}$. Die in Glasfasern wichtigen nichtlinearen Effekte sind in der letzten Zeile von Gl.(2.49) zusammengefasst:

- Die Frequenzabhängigkeit des Nichtlinearitätskoeffizienten γ wird hier durch den Term $\left(1 + i \frac{1}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial T} \right)$ angenähert [22]. In [90] wurde gezeigt, dass damit der Gültigkeitsbereich der *slowly varying envelope approximation* erweitert wird. So kann die Pulsausbreitung sehr kurzer Signale beschrieben werden, auch wenn deren Dauer nur noch wenige Perioden der optischen Frequenz beträgt.
- Das Zeitintegral $(\int dT' \dots)$ stellt eine Faltung der Feldleistung mit der “Antwort-

funktion" (engl. *response function*) des Materials

$$R(T') = (1 - f_R)\delta(T') + f_R h_R(T') \quad (2.50)$$

dar. Sie enthält Informationen über den zeitlichen Verlauf der nichtlinearen Polarisierung des Mediums, auf das ein äußeres Feld einwirkt. Dabei beschreibt $R(T')$ neben dem quasi-instantanen Kerr-Effekt auch den zeitlich verzögert ablaufenden Raman-Effekt. Mit dem Skalar f_R gewichtet man beide Anteile, für gewöhnlich benutzt man $f_R = 0,18$ [67]. Zur Modellierung des Raman-Effekts verwendet man die Funktion $h_R(T)$, die man aus dem spektralen Raman-Verstärkungsprofil erhält[91,92]. Für Simulationen kann man statt einer gemessenen Kurve auch einfache analytische Modelle für $h_R(T)$ benutzen, wie z.B. die in [92–94] vorgestellten.

2.12. Numerische Integration

Im Gegensatz zur Nichtlinearen Schrödingergleichung kann die erweiterte NLSE nicht analytisch mit der inversen Streutheorie gelöst werden. Es gibt jedoch in beiden Fällen die Möglichkeit, die Bewegungsgleichung numerisch zu lösen. Um diese Integration mit Hilfe eines Computers durchzuführen, ist es notwendig, das Feld zu diskretisieren. Man geht dabei von der kontinuierlichen Darstellung der Einhüllenden $A(T)$ zu einer diskretisierten Form $[A(T_1), A(T_2) \dots A(T_N)]$ über, bei der das Feld durch N Abtastpunkte repräsentiert wird. Details zum Verfahren der Diskretisierung finden sich in Anhang A.2.1.

Die eigentliche Integration der (G)NLSE in z -Richtung erfolgt ebenfalls in diskreten Schritten, wobei es einige unterschiedliche Ansätze gibt. Eine wichtige Variante ist die sogenannte "Split-Step-Fourier-Methode" (*split-step Fourier method*, SSFM)[22,95,96]. Hier wird die Annahme gemacht, dass lineare und nichtlineare Effekte voneinander unabhängig werden, wenn die Schrittweite h sehr klein wird (im mathematischen Sinne gegen Null geht). Eine genäherte Lösung erhält man demnach, wenn man beide Terme unabhängig voneinander integriert. Bei der SSFM erfolgt die Auswertung des nichtlinearen Operators

$$\hat{N} = i\gamma|A|^2 \quad (2.51)$$

im Zeitbereich und die des linearen Operators

$$\hat{D} = -\frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} \quad (2.52)$$

im Frequenzbereich. Hierbei macht man sich die einfache Integrierbarkeit der Terme im jeweiligen Bereich zu nutze (siehe Abschnitt 2.7). Zwischen den Teilschritten muss das Feld mit der diskreten Fourier-Transformation (Anhang A.2) hin- und hertransformiert werden, was namensgebend für das Verfahren ist. Für die symmetrisierte Variante der Split-Step-Fourier-Methode[22,97] erhält man die genäherte Lösung

$$A(T, z + h) \approx \exp\left[\frac{h}{2}\hat{D}\right] \exp\left[\int_z^{z+h} dz' \hat{N}(z')\right] \exp\left[\frac{h}{2}\hat{D}\right] A(T, z). \quad (2.53)$$

Die Abweichung zur exakten Lösung ist dabei proportional zur dritten Potenz der Schrittweite h . Je nach Bedarf können die Operatoren \hat{D} und \hat{N} um Terme für Verluste, Di-

2. Physikalische Grundlagen

spersion höherer Ordnung oder den Raman-Effekt erweitert werden, ohne dass sich am grundsätzlichen Schema etwas ändert.

Eine mit der Split-Step-Fourier-Methode verwandte Variante ist die Lösung im sogenannten Wechselwirkungsbild (*interaction picture*, IP), die in [98] vorgestellt wurde. Hierbei führt man die Feldeinhüllende

$$A_{\text{IP}}(T, z) = \exp \left[-z \hat{D} \right] A(T, z) \quad (2.54)$$

und den nichtlinearen Operator

$$\hat{N}_{\text{IP}} = \exp \left[-\hat{D}z \right] \hat{N} \exp \left[\hat{D}z \right] \quad (2.55)$$

ein. Damit erhält man die Bewegungsgleichung

$$\frac{\partial}{\partial z} A_{\text{IP}}(T, z) = N_{\text{IP}} A_{\text{I}}. \quad (2.56)$$

Diese funktionale Form von Gl. (2.56) reduziert die ‘‘Steifheit’’ der Differenzialgleichung, eine Eigenschaft, welche bei der numerischen Integration zu Instabilitäten führen kann[99]. In [5] wurde ausgeführt, dass es von Vorteil ist, Gl. 2.56 im Spektralraum zu lösen. Dadurch kann die Frequenzabhängigkeit z.B. der Verluste $\tilde{\alpha}(\omega)$ oder des Nichtlinearitätskoeffizienten $\tilde{\gamma}(\omega)$ explizit berücksichtigt werden. Dies ist insbesondere dann von Bedeutung, wenn die Propagation breitbandiger Ereignisse wie z.B. kurzer Pulse berechnet werden soll.

Für die im Rahmen dieser Arbeit entstandenen Simulationen der Signalausbreitung in Glasfasern fanden verschiedene Programme Anwendung. Das Programm *propulse* basiert auf dem Split-Step-Fourier-Algorithmus und wurde vom ehemaligen Mitglied der Arbeitsgruppe Dr. Haldor Hartwig erstellt. Eine Beispielimplementation zur oben beschriebenen Lösung im Wechselwirkungsbild ist in [5] zu finden. Diese wurde durch den Autor in die Programmiersprache Python[100] übertragen und erweitert. Die Kernfunktionen des Programms finden sich als Quelltext im Anhang E.

Es sei darauf hingewiesen, dass es eine Vielzahl weiterer Methoden zur Lösung der Nichtlinearen Schrödingergleichung und ihrer Erweiterungen gibt (siehe z.B. die Übersicht in [5]). Darüber hinaus gibt es auch Ansätze, die auf bestimmte Näherungen wie die SVEA verzichten[101–103] oder aber die Maxwell-Gleichungen direkt lösen[104–106].

3. Diskussion spezieller nichtlinearer Prozesse in Glasfasern

In diesem Kapitel werden einige in Glasfasern auftretende nichtlineare Prozesse beschrieben. Hierbei soll das Augenmerk insbesondere auf solche Mechanismen gelegt werden, die zur spektralen Verbreiterung führen bzw. über die neue spektrale Komponenten erzeugt werden können. Die Form der im experimentellen Teil dieser Arbeit erzeugten Spektren kann durch eine Kombination einiger der hier diskutierten Prozesse erklärt werden.

3.1. Selbstphasenmodulation

Ein bedeutender nichtlinearer Prozess ist die sogenannte Selbstphasenmodulation (engl.: *self-phase modulation*, kurz SPM). Sie wurde erstmals in Flüssigkeiten beobachtet[107], später dann in Kristallen[108], in flüssigkeitsgefüllten Lichtleitern[109] und im Jahr 1977 schließlich in Glasfasern[110]. Die Selbstphasenmodulation ist eine direkte Folge des Kerr-Effekts. Treten neben der Selbstphasenmodulation keine weiteren Effekte auf, so bleibt gemäß Gl. (2.27) das zeitliche Leistungsprofil des Signals unverändert, während eine dem Leistungsprofil folgende nichtlineare Phasendrehung auftritt. Für alle Signale mit nicht-

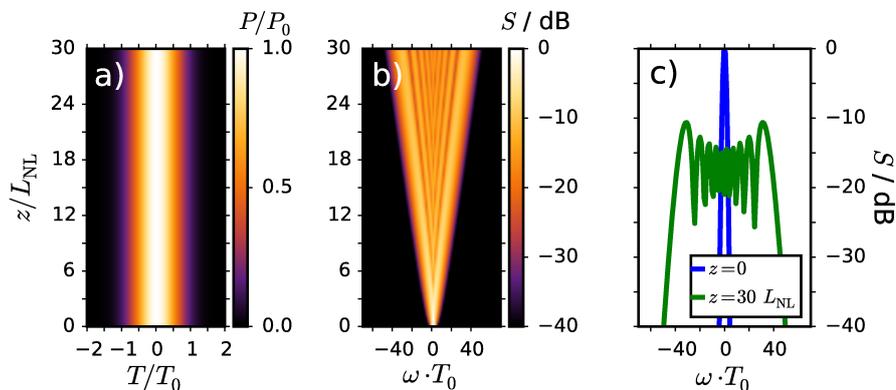


Abbildung 3.1.: Simulation zur Selbstphasenmodulation, hier in einer dispersions- und verlustfreien Faser. Teilabb. a): Während das Leistungsprofil im Zeitbereich bei der Ausbreitung konstant bleibt, ist im Spektrum (Teilabb. b)) eine stetige Verbreiterung zu erkennen. Teilabb. c) zeigt das Eingangs- und das Ausgangsspektrum im Vergleich.

konstantem Leistungsverlauf beobachtet man die Entstehung neuer spektraler Komponenten, da bei ihnen die Ableitung der Phasenfunktion (und damit die momentane Frequenz, siehe Gl. (2.18)) über den Pulsverlauf variiert.

Die genaue Form des durch Selbstphasenmodulation verbreiterten Spektrums hängt von der Ausbreitungsstrecke und der zeitlichen Pulsform ab. Eine Abschätzung für die Breite

3. Diskussion spezieller nichtlinearer Prozesse in Glasfasern

des erzeugten Spektrums kann man nach Gl. (2.18) aus den Maxima und Minima der Ableitung des nichtlinearen Phasenverlaufs erhalten. Bei vernachlässigbar kleiner Dispersion und Abwesenheit anderer Effekte beobachtet man ein lineares Anwachsen der spektralen Breite.

Die typische Entwicklung eines Gauß-Pulses unter Einfluss der Selbstphasenmodulation zeigt Abb. 3.1. Da hier eine verschwindende Dispersion angenommen wurde, bleibt das Leistungsprofil des Pulses während der Ausbreitung unverändert (Teilabb. 3.1 a)). Im Spektrum (Teilabb. 3.1 b)) ist hingegen zu erkennen, dass stetig neue Spektralkomponenten gebildet werden und die spektrale Breite linear mit der Ausbreitungsstrecke anwächst. Teilabb. 3.1 c) zeigt die Spektren vor und nach der Ausbreitung über 30 nichtlineare Längen im Vergleich.

Für reale Fasern wird die Verbreiterung des Spektrums aufgrund der Selbstphasenmodulation durch andere Effekte verlangsamt bzw. gestoppt. So verringern beispielsweise Verluste oder die Gruppengeschwindigkeitsdispersion die Spitzenleistung eines Signals und senken so die Rate der nichtlinearen Phasendrehung ab.

3.2. Kreuzphasenmodulation

Erzeugt ein leistungsstarker Puls über den Kerr-Effekt eine nichtlineare Brechzahländerung, so werden auch kopropagierende Signale davon beeinflusst. Deren Phasenverläufe können dabei deutliche nichtlineare Modulationen erhalten, selbst wenn ihre eigene Spitzenleistung dafür zu gering ist[22,111]. Diesen Prozess nennt man Kreuzphasenmodulation, abgekürzt XPM (oder seltener CPM), für *cross-phase modulation*. Die Kreuzphasenmodulation ermöglicht die Wechselwirkung von Lichtsignalen unterschiedlicher Mittenfrequenzen und auch unterschiedlicher Polarisierungen, sofern zwischen ihnen ein zeitlicher Überlapp besteht[22].

Ähnlich wie die Selbstphasenmodulation kann auch die Kreuzphasenmodulation eine spektrale Verbreiterung auslösen[111]. Dieses kann z.B. benutzt werden, um derart modulierte Pulse anschließend zeitlich zu komprimieren[112,113]. Die durch einen leistungsstarken Puls ausgelöste Phasenmodulation kann auch, ähnlich wie beim fundamentalen Soliton, die dispersive Verbreiterung eines schwächeren Pulses kompensieren[114].

Einfangen von Pulsen

Über die Kreuzphasenmodulation kann die Phase eines leistungsschwächeren Pulses unter bestimmten Umständen auch so moduliert werden, dass sich seine Mittenfrequenz verschiebt[115]. Dies ist Voraussetzung für den Effekt des Pulseinfangs (*pulse trapping* oder *soliton trapping*), bei denen Lichtsignale durch leistungsstarke, kopropagierende Pulse über die Kreuzphasenmodulation "eingefangen" werden. Die Bindung der Pulse erfolgt über eine Verschiebung der Mittenfrequenzen und eine daraus folgende Angleichung der Gruppengeschwindigkeiten. In doppelbrechenden Fasern wurden so Pulspaare aus zwei hellen Solitonen sowie Paare aus hellen und dunklen Solitonen gefunden[116–118].

Im Bereich der Superkontinuumserzeugung wurde das Einfangen dispersiver Strahlung durch Solitonen beobachtet, während diese durch den Raman-Streuung rotverschoben wurden[119]. Die dispersiven Wellen erfahren dabei eine Blauverschiebung[120], wodurch die spektrale Breite des Superkontinuums deutlich vergrößert werden kann[121,122].

Optischer Ereignishorizont

Ein mit dem Einfangen von Pulsen verwandter Effekt ist das Auftreten eines optischen Ereignishorizonts (*optical event horizon*)[123]. Die Bezeichnung stammt von der Analogie eines kosmologischen Ereignishorizonts[124], wie er z.B. bei schwarzen Löchern zu finden ist. Vereinfacht gesprochen stellt ein Ereignishorizont eine Barriere dar, die weder von Materie noch von Licht durchdrungen werden kann.

In Glasfasern kann ein Soliton einen optischen Ereignishorizont für kopropagierende dispersive Wellen darstellen. Dafür ist es notwendig, dass beide Signale nur geringfügig unterschiedliche Gruppengeschwindigkeiten aufweisen. Bei einer Kollision kann die durch das Soliton verursachte nichtlineare Brechzahländerung die Gruppengeschwindigkeit der Strahlung so erhöhen bzw. reduzieren, dass dispersive Welle und Soliton einander nicht durchdringen können.

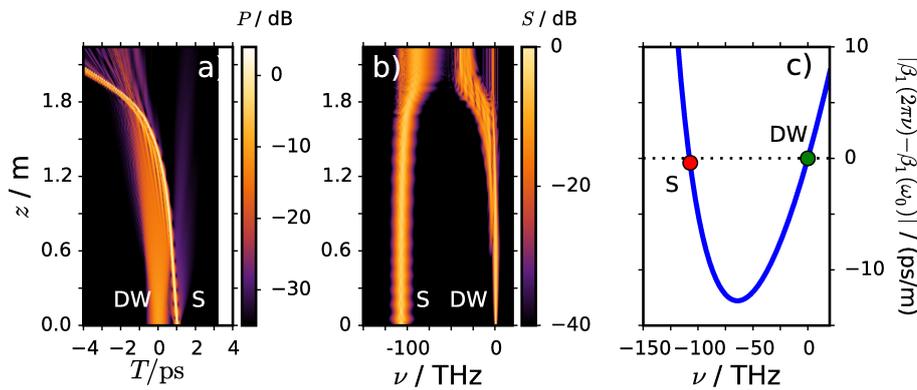


Abbildung 3.2.: Simulation eines optischen Ereignishorizonts. Teilabb. a): Zeitentwicklung mit logarithmischer Darstellung des Leistungsverlaufs. Eine dispersive Welle (DW) wird von einem Soliton (S) mit leicht höherer Geschwindigkeit eingeholt. Die Pulse durchdringen einander nicht, stattdessen krümmen sich ihre Trajektorien. Teilabb. b): Im Spektrum ist erkennbar, dass beide Pulse ihre Mittenfrequenz ändern. Teilabb. c) zeigt den Verlauf von $\beta_1(\omega) - \beta_1(\omega_0)$. Dabei ist $\beta_1(\omega)$ das Inverse der Gruppengeschwindigkeit.

Bemerkenswert an dieser Situation ist der Umstand, dass beide beteiligten Pulse signifikante Änderungen ihrer Mittenfrequenz erfahren können. Dies führt zu der ungewöhnlichen Situation, in der ein leistungsschwaches lineares Signal einen leistungsstarken, nicht-linearen Puls beeinflussen kann. In [125] wurde deshalb auch der Begriff des “optischen Transistors” für dieses Phänomen verwendet.

Abb. 3.2 zeigt beispielhaft die simulierte Kollision eines Solitons (S) mit einer dispersiven Welle (DW). Hierbei beträgt deren Spitzenleistung nur 10% der Solitonenleistung. Das Soliton hat in dem gezeigten Fall die leicht höhere Gruppengeschwindigkeit. Im Zeitbereich (Teilabb. 3.2 a)) ist zunächst die Kollision beider Pulse erkennbar, wobei Soliton und dispersive Welle einander nicht durchdringen. Stattdessen beobachtet man eine Krümmung der Trajektorien. Diese wird durch Verschiebung der Mittenfrequenzen beider Pulse verursacht, wie sie im Spektrum (Teilabb. 3.2 b)) zu erkennen ist. Teilabb. c) zeigt den Verlauf der inversen Gruppengeschwindigkeit $\beta_1(\omega)$, wobei die Startwerte für Soliton und dispersive Welle durch die farbigen Kreise markiert sind.

Abhängig vom Dispersionsprofil der Faser kann der Ereignishorizont auch nach der

anfänglichen Frequenzverschiebung weiter aufrecht erhalten werden, was den Effekt verstärkt und zur Bildung breiter Ausgangsspektren beiträgt[126,127]. In [DABMMS12] konnte zudem gezeigt werden, dass der optische Ereignishorizont eine Ursache für das Auftreten der sogenannten *rogue waves* sein kann. Hierbei handelt es sich um überdurchschnittlich leistungsstarke Pulsstrukturen, die unter bestimmten Bedingungen beobachtet werden können. Sie werden im Abschnitt 4.3 näher beschrieben.

3.3. Vierwellenmischung

Die Vierwellenmischung (*four-wave mixing*, abgekürzt FWM) ist ein Prozess, bei dem Energie zwischen verschiedenen Frequenzkomponenten ausgetauscht werden kann[22]. Die Vierwellenmischung beruht auf der dritten Ordnung der Suszeptibilität $\chi^{(3)}$ und kann somit in Glasfasern beobachtet werden[128–131].

Ein Vierwellenmischungsprozess ist beispielsweise die Umwandlung von zwei Pumpphotonen der Frequenzen ω_1 und ω_2 in zwei andere Photonen (ω_3, ω_4). Dabei müssen sowohl die Energieerhaltung

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4 \quad (3.1)$$

als auch die Phasenanpassungsbedingung

$$\Delta k = k(\omega_4) + k(\omega_3) - k(\omega_1) - k(\omega_2) \approx 0 \quad (3.2)$$

erfüllt sein[22].

Entartete Vierwellenmischung

Ein wichtiger Spezialfall ist die entartete Vierwellenmischung (*degenerated FWM*), bei der die beiden Pumpfrequenzen zusammenfallen: $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$. Hierbei überträgt ein starkes Pumpsignal Energie auf zwei zunächst schwache Frequenzkomponenten. Aufgrund der Energieerhaltung müssen die Frequenzen ω_3 und ω_4 symmetrisch um die Pumpfrequenz ω_0 liegen. Üblicherweise wählt man die Pumpfrequenz als Referenz, sodass $\omega_0 = 0$ und $\beta(\omega_0) = 0$ gilt. Die Frequenzen der verstärkten Wellen sind dann $\omega_{3/4} = \pm\Delta\omega$. Wenn die Leistungsdichte bei der Pumpfrequenz deutlich höher als diejenige bei den Frequenzen $\pm\Delta\omega$ ist, so kann man die parametrische Verstärkung (der Leistungsdichten) als

$$g(\Delta\omega) = 2\sqrt{(\gamma P_0)^2 - \left(\gamma P_0 + \frac{1}{2}[\beta(\Delta\omega) + \beta(-\Delta\omega)]\right)^2}. \quad (3.3)$$

angeben[22]. Diejenigen Frequenzkomponenten mit reellen Werten für $g(\Delta\omega)$ werden dann exponentiell verstärkt. Sind höhere Dispersionsterme als β_2 zu vernachlässigen, so erhält man die Verstärkungskurve für die Modulationsinstabilität (siehe Abschnitt 2.10.1). Modulationsinstabilität und Vierwellenmischung können in diesem Fall als Beschreibung desselben Prozesses im Zeit- bzw. im Frequenzbereich aufgefasst werden.

Entartete Vierwellenmischung mit Dispersion höherer Ordnung

Je nach Form der Dispersionskurve können durch die entartete Vierwellenmischung auch mehr als zwei Seitenbänder verstärkt werden. Die Frequenzen maximaler Verstärkung aus

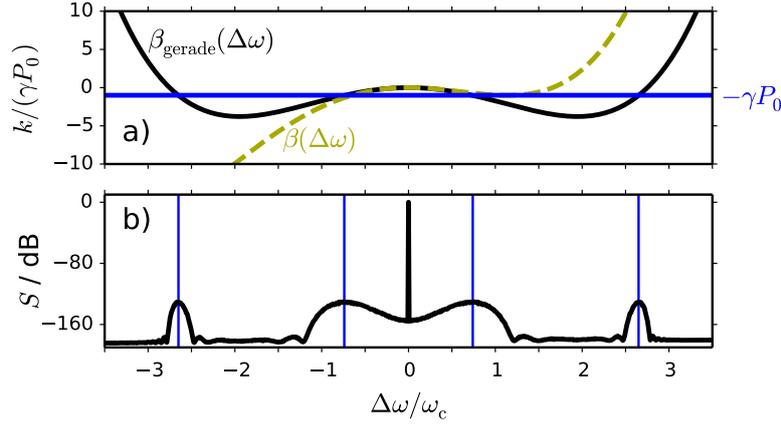


Abbildung 3.3.: Beispiel für eine Phasen Anpassung bei entarteter Vierwellenmischung und Dispersion höherer Ordnung. Teilabb. a): Die Dispersionskurve $\beta(\Delta\omega)$ (gestrichelt), die Dispersionskurve $\beta_{\text{gerade}}(\Delta\omega)$ (durchgezogen) sowie die Konstante $-\gamma P$ (blau). Teilabb. b): Mittel aus 200 simulierten Spektren (schwarz). Die maximal verstärkten Frequenzkomponenten fallen auf die Positionen der optimalen Phasen Anpassung (senkrechte Linien). $\Delta\omega = 0$ entspricht der Pumpfrequenz.

Gl. (3.3) sind durch die Schnittpunkte der Gerade $-\gamma P_0$ mit der modifizierten Dispersionskurve $\beta_{\text{gerade}}(\omega)$ gegeben[67]:

$$-\gamma P \stackrel{!}{=} \beta_{\text{gerade}} = \sum_{i=1} \frac{\beta_{2i}(\omega)}{(2i)!} (\Delta\omega)^{(2i)}. \quad (3.4)$$

Dieser Zusammenhang folgt aus der Phasen Anpassungsgleichung (3.2), welche bei der entarteten Vierwellenmischung immer den Term

$$\begin{aligned} \beta(-\Delta\omega) + \beta(\Delta\omega) &= \left[\frac{\beta_2}{2!} (-\Delta\omega)^2 + \frac{\beta_3}{3!} (-\Delta\omega)^3 + \frac{\beta_4}{4!} (-\Delta\omega)^4 + \dots \right] \\ &\quad + \left[\frac{\beta_2}{2!} (\Delta\omega)^2 + \frac{\beta_3}{3!} (\Delta\omega)^3 + \frac{\beta_4}{4!} (\Delta\omega)^4 + \dots \right] \\ &= 2 \left[\frac{\beta_2}{2!} (\Delta\omega)^2 + \frac{\beta_4}{4!} (\Delta\omega)^4 + \frac{\beta_6}{6!} (\Delta\omega)^6 + \dots \right] \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$= 2\beta_{\text{gerade}}(\Delta\omega) \quad (3.6)$$

enthält.

Abb. 3.3 a) zeigt eine einfache Dispersionskurve $\beta(\omega)$ mit β_2, β_3 und β_4 . Dargestellt ist auch die dazugehörige Kurve $\beta_{\text{gerade}}(\omega)$ sowie die Gerade $-\gamma P = \text{const}$. Teilabb. 3.3 b) zeigt das Mittel aus 200 Spektren, die durch Simulationen der Ausbreitung in dieser Faser erzeugt wurden. Hierfür wurde jeweils ein normalverteiltes Rauschen auf das Eingangsfeld addiert, aus dem über die Vierwellenmischung Komponenten verstärkt wurden. Die Frequenzen mit der höchsten Verstärkung finden sich bei den vorausgesagten Schnittpunkten $-\gamma P = \beta_{\text{gerade}}(\Delta\omega)$, in der Abbildung sind diese durch die senkrechten blauen Linien markiert.

3.4. Erzeugung von Cherenkov-Strahlung

Solitonen können nicht nur bei konstanter Gruppengeschwindigkeitsdispersion, sondern auch an den Rändern des anomalen Bereichs existieren[132]. Die Dispersion höherer Ordnung stellt jedoch eine Störung für ein Soliton dar, die mit Annäherung an die Nullstelle zunimmt. Überlappt das Spektrum eines Solitons mit dem Bereich normaler Dispersion, so beobachtet man, dass das Soliton einen Teil seiner Energie an neue Frequenzkomponenten abgibt[133]. Da in der Regel die Gruppengeschwindigkeit der erzeugten Strahlung von derjenigen des Solitons abweicht, beobachtet man im Zeitbereich einen charakteristischen Abstrahlwinkel. Aus diesem Grund wird der beschriebene Prozess auch als “Bildung von Cherenkov-Strahlung” (*Cherenkov radiation*[134]) bezeichnet. Dies hat seinen Ursprung in der Analogie zur Cherenkov-Strahlung[8], welche durch Teilchen mit relativistischen Geschwindigkeiten in Materie ausgelöst werden kann.

Zusammen mit der Abstrahlung tritt in der Regel auch eine Frequenzänderung des Solitons auf[134,135]. Seine Mittenfrequenz entfernt sich dabei von der Dispersionsnullstelle, was als *spectral recoil*-Effekt (“spektrale Abstoßung”) bezeichnet wird. Voraussetzung für die Erzeugung von Cherenkov-Strahlung ist eine Phasenanpassung zwischen dem Soliton und einer dispersiver Welle[134]. Dispersive Wellen entwickeln sich ausschließlich linear, d.h. ihre Phasenentwicklung ist durch den Dispersionsverlauf $\beta(\omega)$ vorgegebenen. Beim Soliton kommt zusätzlich noch die nichtlineare Phasendrehung mit der Rate $\gamma\hat{P}$ durch den Kerr-Effekt hinzu. Ein effizienter Energieübertrag kann nur stattfinden, wenn die Differenz der Phasenentwicklungen

$$\Delta\beta = (\beta(\omega_S) + \gamma\hat{P}) - \beta(\omega_{DW}) \quad (3.7)$$

klein ist. ω_S und ω_{DW} sind hier die Mittenfrequenzen von Soliton bzw. dispersiver Welle. Im Bezugssystem des Solitons ($\omega_S = 0$) führt dies auf die Bedingung

$$\beta(\Delta\omega) = \gamma\hat{P} \quad (3.8)$$

mit $\Delta\omega = \omega_S - \omega_{DW}$. Zur Phasenanpassung trägt nur die quasi-instantane nichtlineare Brechzahlerhöhung bei: Wird die generalisierte nichtlineare Schrödingergleichung (2.49) benutzt, so ist $(1 - f_R)\gamma$ anstatt γ in den Gln. (3.7) und (3.8) zu verwenden[67]. Die Effizienz der Abstrahlung ist proportional zur Leistung des Solitons und zum spektralen Überlapp mit der neu gebildeten Frequenzkomponente[134].

Abb. 3.4 zeigt die Ergebnisse einer einfachen Beispielsimulation. Ein fundamentales Soliton der Dauer T_0 breitet sich in einer Faser mit einer zusätzlichen Dispersionskomponente $\beta_3 = 0,44 \cdot (\beta_2 T_0)$ über vier Solitonenperioden aus. Teilabb. 3.4 a) zeigt die Entwicklung im Zeitbereich mit einer logarithmischen Leistungsskala, wobei die Abstrahlung mit dem charakteristischen Abstrahlwinkel sichtbar ist. In Teilabb. 3.4 b) sind die Phasenentwicklungsraten der dispersiven Welle (Dispersionskurve) sowie des Solitons ($\gamma\hat{P}$) dargestellt. Der Schnittpunkt bei etwa $\omega \approx 7,1/T_0$ markiert die Frequenz der geringsten Phasenfehlanpassung. An dem in Teilabb. 3.4 c) gezeigten Ausgangsspektrum ist ersichtlich, dass bei dieser Frequenz eine neue Frequenzkomponente gebildet wurde.

In konventionellen Glasfasern ist die Effizienz der Cherenkov-Abstrahlung gering und stellt in der Regel nur eine kleine Störung des Solitons dar[134,136]. Anders verhält es sich in mikrostrukturierten Glasfasern. Hier kann der Überlapp des Solitonenspektrums mit

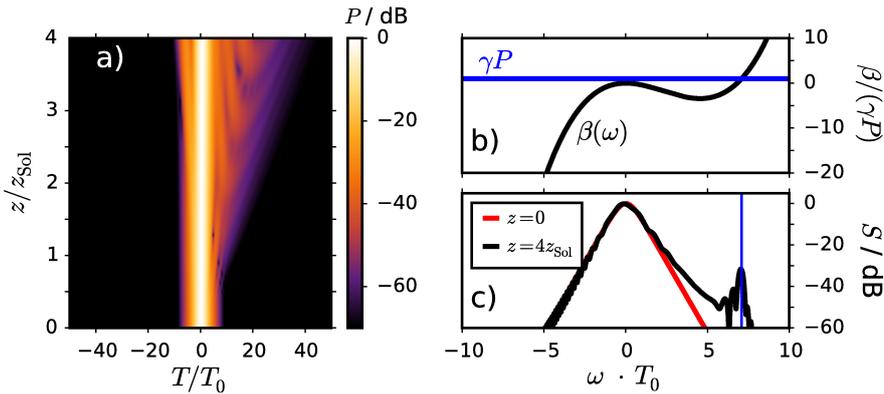


Abbildung 3.4.: Erzeugung dispersiver Wellen (Cherenkov-Strahlung) durch ein Soliton in der Nähe einer Dispersionsnullstelle. Teilabb. a): Im Zeitbereich ist der charakteristische Abstrahlwinkel sichtbar, mit dem sich die erzeugten dispersiven Wellen vom Soliton entfernen. Teilabb. b): Phasenentwicklungsraten des Solitons (Konstante γP) und der dispersiven Welle ($\beta(\omega)$). Teilabb. c): Eingangs- und Ausgangsspektrum. Die senkrechte blaue Linie zeigt die Frequenz der geringsten Phasenfehlانpassung an (Schnittpunkt der Kurven aus b)).

Bereichen normaler Dispersion deutlich größer werden, was wiederum zu einer verstärkten Abstrahlung führt[137]. Die Effizienz dieser Abstrahlung kann weiter gesteigert werden, wenn ein Soliton z.B. durch den Raman-Effekt permanent in Richtung der Nullstelle verschoben wird[138] (siehe auch Abschnitt 3.5).

Generell ist die Erzeugung von Cherenkov-Strahlung nicht auf Fundamentalsolitonen beschränkt[139]. Auch andere leistungsstarke Signale bzw. Ereignisse wie Akhmediev-Breather[140], Puls-kollisionen[141,142] oder auch komprimierte Solitonen höherer Ordnung[143] können diesen Prozess auslösen.

3.5. Raman-Effekt

Wie in Abschnitt 2.5 beschrieben, wird der Raman-Effekt durch inelastische Streuung von Photonen an Phononen hervorgerufen. Ein leistungsstarkes Pumpsignal kann über den Raman-Effekt entweder neue Frequenzkomponenten erzeugen oder aber bereits vorhandene verstärken. In Quarzglas findet man hierfür ein breites Verstärkungsspektrum vor, dessen Maximum bei einer Frequenzverschiebung von etwa 13 THz liegt. Dies kann benutzt werden, um Raman-Faserverstärker[144–147] oder Raman-Faserlaser[148–150] zu betreiben. Über die in diesem Abschnitt beschriebenen Prozesse hinaus hat der Raman-Effekt große Bedeutung für die Aufspaltung von Solitonen höherer Ordnung, wie sie in Abschnitt 4.1 beschrieben wird.

Solitonen-Selbstfrequenzverschiebung

Insbesondere kurze Pulse mit entsprechend breiten Spektren werden während ihrer Ausbreitung durch den Raman-Effekt beeinflusst. Handelt es sich hierbei um Solitonen, so erfahren diese durch den Raman-Effekt eine zur Ausbreitungsstrecke proportionale Verringerung der Pulsmittelfrequenz[151,152]. Dabei verstärken die hochfrequenten Kompo-

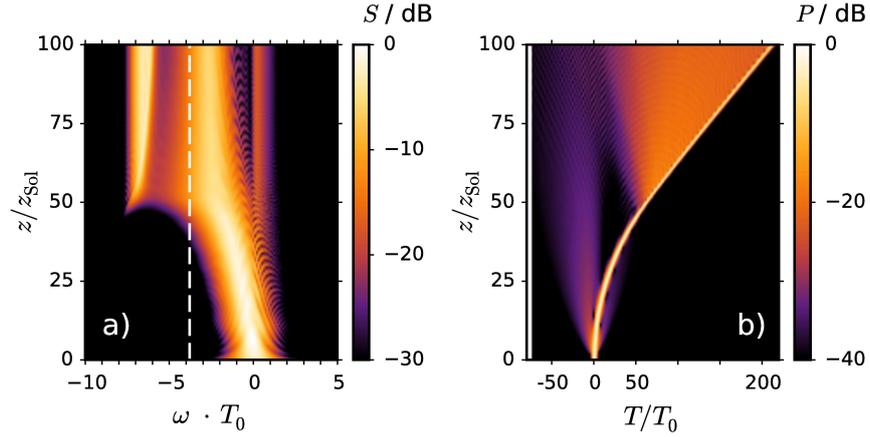


Abbildung 3.5.: Beispiel für das Stoppen der Solitonen-Selbstfrequenzverschiebung. Teilabb. a): Rotverschiebung eines Solitons im Spektrum mit anschließendem Stoppen an der Dispersionsnullstelle (senkrechte gestrichelte Linie). Erkennbar ist auch die Bildung neuer Frequenzkomponenten im Bereich normaler Dispersion. Teilabb. b): Ausbreitung im Zeitbereich. Die anfängliche Krümmung der Solitontrajektorie stammt von der Rotverschiebung des Solitons durch den Raman-Effekt. Bei Erreichen der Dispersionsnullstelle ($z \approx 50 z_{\text{Sol}}$) erfolgt eine starke Abstrahlung dispersiver Wellen.

nennten eines Solitons kontinuierlich seinen niederfrequenten Anteil[153]. Da die Rotverschiebung durch das Soliton selbst hervorgerufen wird, nennt man diesen Effekt *soliton self-frequency shift* (Solitonen-Selbstfrequenzverschiebung). Die Rate der Frequenzänderung skaliert dabei mit der vierten Potenz der inversen Pulsdauer, in [22] ist

$$\frac{\Delta\omega_{\text{R}}}{\Delta z} = -\frac{8T_{\text{R}}|\beta_2|}{15T_0^4} \quad \text{mit } T_{\text{R}} = 3 \text{ fs} \quad (3.9)$$

angegeben. Die Raman-Zeit T_{R} stammt dabei aus einer linearisierten Näherung der Raman-Verstärkung, die für Pulse mit Bandbreiten kleiner als 5 THz (Dauern über 60 fs) zulässig ist[154]. Die Solitonen-Selbstfrequenzverschiebung kann z.B. verwendet werden, um Lichtpulse mit einstellbaren Mittenfrequenzen zu erzeugen[155–157].

Stoppen der Solitonen-Selbstfrequenzverschiebung an Dispersionsnullstellen

Ein interessantes Phänomen tritt auf, wenn ein Soliton durch die Selbstfrequenzverschiebung bis an eine Dispersionsnullstelle verschoben wird. Da das Soliton nicht im Bereich normaler Gruppengeschwindigkeitsdispersion existieren kann, wird die Rotverschiebung über den *spectral recoil*-Effekt gestoppt. Das Soliton gibt dabei Energie in Form von Cherenkov-Strahlung (siehe Abschnitt 3.4) ab.

Dieses Kompensation der Selbstfrequenzverschiebung durch die Cherenkov-Abstrahlung wird *soliton self-frequency shift cancellation* (SSFSC)[138] genannt und kann dazu führen, dass das Soliton einen signifikanten Teil seiner Energie in den Bereich normaler Dispersion abstrahlt. Voraussetzung für das Auftreten der SSFSC ist ein passendes Dispersionsprofil: hierbei muss sich ein Bereich normaler Gruppengeschwindigkeitsdispersion auf der niederfrequenten Seite einer Dispersionsnullstelle befinden. Solch ein ungewöhnliches Di-

persionsprofil kann durch die Verwendung von mikrostrukturierten Glasfasern¹ erreicht werden[138].

Abb. 3.5 zeigt die Ergebnisse einer Beispielsimulation, die an [138] angelehnt ist. In Teilabb. 3.5 a) ist die Entwicklung des Spektrums eines Fundamentalsolitons dargestellt. Zu Beginn der Ausbreitung ist die lineare Abnahme der Mittenfrequenz erkennbar. Bei Annäherung an die Dispersionsnullstelle (gestrichelte senkrechte Linie) wird die Rotverschiebung verlangsamt und schließlich gestoppt. Gleichzeitig werden Frequenzkomponenten über die Cherenkov-Abstrahlung im Bereich normaler Dispersion gebildet. Teilabb. 3.5 b) zeigt die dazugehörige Entwicklung im Zeitbereich. Anfänglich ist die Trajektorie des Solitons gekrümmt, was durch die permanente Rotverschiebung und die sich dadurch ändernde Gruppengeschwindigkeit verursacht wird. Sobald im Spektrum die Dispersionsnullstelle erreicht ist (bei $z \approx 50 z_{\text{Sol}}$), gibt das Soliton Energie in Form von Cherenkov-Strahlung ab. Sobald die Rotverschiebung des Solitons gestoppt ist, weist es im Zeitbereich wieder eine lineare Trajektorie auf.

¹In konventionellen Glasfasern findet man genau den umgekehrten Fall vor. Im typischerweise für Experimente verwendeten Wellenlängenbereich (800 nm bis 1700 nm) existiert genau eine Dispersionsnullstelle bei ca. $1,2 \mu\text{m}$ (250 THz). Dabei liegt die Region mit anomaler Gruppengeschwindigkeitsdispersion auf der langwelligen (niederfrequenten) Seite dieser Nullstelle.

4. Ensembles von Solitonen in nichtlinearen Glasfasern

Insbesondere wenn statt eines einzelnen Solitons ganze Ensembles von Solitonen in Glasfasern propagieren, können interessante nichtlineare Dynamiken auftreten. In diesem Kapitel sollen verschiedene Fälle diskutiert werden, in denen eine solche Situation vorliegt. Zunächst wird dabei die sogenannte Solitonen-Aufspaltung erörtert. Darauf folgen die Ergebnisse einer Untersuchung, die zur Bildung von Solitonen aus dem Prozess der Modulationsinstabilität angestellt wurde. In Abschnitt 4.3 werden Extremereignisse in Glasfasern, die sogenannten *rogue waves* vorgestellt. Dabei wird auf einen Mechanismus eingegangen, durch den solche Extremereignisse im Zusammenhang mit Solitonen auftreten können. Die Definition und die Eigenschaften der sogenannten Superkontinua werden in Abschnitt 4.4 behandelt. Den Abschluss des Kapitels bildet Abschnitt 4.5. Hier werden Überlegungen zu einigen charakteristischen Längenskalen ausgeführt, die bei der nichtlinearen Dynamik in Glasfasern auftreten.

4.1. Aufspaltung von Solitonen höherer Ordnung

Aus der Inversen Streutheorie weiß man, dass Solitonen höherer Ordnung (Abschnitt 2.9.1) als nichtlineare Überlagerung von Fundamentalsolitonen der gleichen Mittenfrequenz zu verstehen sind. Obwohl die Solitonen höherer Ordnung teilweise als *bound state* [158,159] bezeichnet werden, gibt es keinen Bindungsmechanismus zwischen den beteiligten Fundamentalsolitonen. Stattdessen beobachtet man, dass sich ein Soliton höherer Ordnung bei geringsten Störungen aufspaltet. Dieser Prozess wird als *soliton fission* („Solitonen-Aufspaltung“) bezeichnet. Es wurde gezeigt, dass der Raman-Effekt [63,160,161], die Dispersion höherer Ordnung [132] und andere Effekte wie die Kreuzphasenmodulation [159] die *soliton fission* auslösen können. Wie im Abschnitt 2.9.1 beschrieben, erfährt die Einhüllende eines Solitons höherer Ordnung bei ihrer Ausbreitung periodische Kontraktionen und Expansionen im Zeit- und im Frequenzbereich (siehe z.B. Abb. 2.5 b1) und b2)). Die *soliton fission* tritt typischerweise am Punkt der maximalen Kontraktion (und damit bei der größten spektralen Breite) auf [67].

Mit Hilfe der direkten Streutransformation hat man das Verhalten der Solitonen während der Aufspaltung untersucht und dabei festgestellt, dass die einzelnen Fundamentalsolitonen bei Störungen zunächst unterschiedliche Mittenfrequenzen entwickeln. Hierbei treten sowohl Rot- als auch Blauverschiebungen [161,162] auf. Wenn die Störung als klein angesehen werden kann, bleiben die Energien der beteiligten Fundamentalsolitonen bei diesem Prozess in etwa konstant. Aufgrund der Frequenzverschiebung führt die Gruppengeschwindigkeitsdispersion zu einer Trennung der Solitonen im Zeitbereich. Hierbei beobachtet man, dass die Fundamentalsolitonen, beginnend mit dem energiereichsten, nach und nach aus dem Verbund austreten [161].

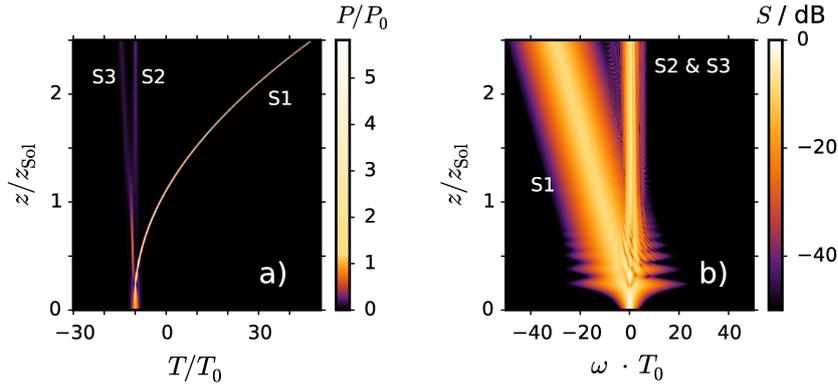


Abbildung 4.1.: Solitonen-Aufspaltung eines $N = 3$ -Solitons durch den Raman-Effekt. Teilabb. a): Die Aufspaltung im Zeitbereich erfolgt nach einer Ausbreitungsstrecke von etwa 0,3 Solitonenperioden. Am Ende der Faser liegen drei getrennte Fundamentalsolitonen vor (S1, S2 und S3). Teilabb. b): Der Aufspaltungspunkt fällt im Spektrum mit dem Ort der maximalen spektralen Breite zusammen. Danach ist die starke Raman-Frequenzverschiebung des Solitons S1 sichtbar.

Dieses Verhalten geben auch die Ergebnisse einer Simulation wieder, die in Abb. 4.1 gezeigt sind. Es wurde die Ausbreitung eines $N = 3$ -Solitons unter Einfluss des Raman-Effekts in einer Faser mit konstanter anomaler Gruppengeschwindigkeitsdispersion simuliert. Im Zeitbereich (Teilabb. 4.1 a)) ist deutlich die Abspaltung eines leistungsstarken Pulses (S1) nach etwa 0,3 Solitonenperioden erkennbar. Nach etwas längerer Ausbreitungsstrecke hat sich auch das verbliebene Feld in zwei Pulse (S2 und S3) aufgetrennt. Die Analyse des Ausgangsfeldes zeigt, dass alle drei Pulse (S1, S2 und S3) Fundamentalsolitonen sind, wobei S1 das kürzeste und leistungsstärkste ist.

In Teilabb. 4.1 b) ist die dazugehörige Entwicklung im Spektralbereich gezeigt. Die *soliton fission* erfolgt, nachdem das $N = 3$ -Soliton das erste Mal seine maximale spektrale Breite erlangt hat. Deutlich sichtbar ist hier auch die folgende, kontinuierliche Rotverschiebung des Solitons S1 durch die Raman-Selbstfrequenzverschiebung. Die beiden leistungsschwächeren Solitonen S2 und S3 erfahren auf der gezeigten Ausbreitungsstrecke keine nennenswerten Frequenzverschiebungen durch den Raman-Effekt, da ihre Dauern zu groß (ihre spektralen Breiten zu gering) sind. Beim Prozess der Aufspaltung hat sich die Frequenz von S3 jedoch leicht ins Blaue verschoben, sodass es sich gegenüber S2 etwas schneller bewegt. Dies ist die Ursache für die in Teilabb. 4.1 a) sichtbare Trennung zwischen S2 und S3.

4.2. Bildung von Solitonen aus der Modulationsinstabilität

Die Modulationsinstabilität (MI) wurde in einigen Veröffentlichungen mit der Entstehung von Solitonen in Verbindung gebracht. Einige frühe Beobachtungen gingen sogar davon aus, dass der durch die Modulationsinstabilität gebildete Pulszug direkt als Folge von Solitonen angesehen werden kann. So lautete beispielsweise der Titel einer Veröffentlichung[163] von 1984: “Generation of a train of soliton pulses by induced modulational instability in optical fibers”. In späteren Arbeiten wurde von “soliton-like structures” gesprochen[164]. Dort und z.B. in [165] wurde aber schon angemerkt, dass bei der Erzeugung

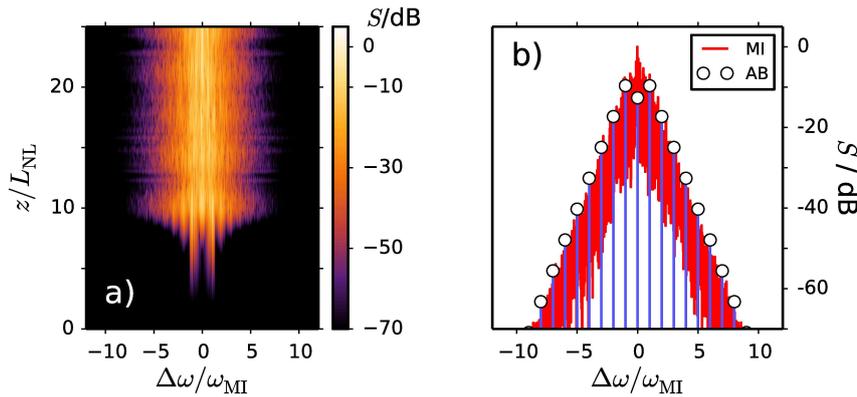


Abbildung 4.2.: Teilabb a): Entwicklung der spektralen Leistungsdichte aus der Modulationsinstabilität mit dem Ort. Teilabb. b): Ausgangsspektrum für a) im Vergleich zum diskreten Spektrum eines Akhmediev-Breathers am Kulminationspunkt ($a = 1/4$, $z = 0$).

des Pulszuges auch ein Untergrundanteil (“dc component” bzw. “pedestal”) gebildet wird.

In diesem Abschnitt soll genauer untersucht werden, ob und wie Solitonen aus der Modulationsinstabilität gebildet werden können. Diese Frage ist auch für die in Kapitel 6 beschriebene Erzeugung von Superkontinua in einem Ringresonator von Relevanz, da dort die Modulationsinstabilität der dominierende Prozess ist. Die wesentlichen Ergebnisse aus diesem Abschnitt wurden bereits in [MM12] veröffentlicht.

Modulationsinstabilität und Akhmediev-Breather

Zwischen der Modulationsinstabilität und dem Akhmediev-Breather besteht ein enger Zusammenhang, wie bereits in [83,84,166] gezeigt wurde. In beiden Fällen bildet sich durch den Prozess der Vierwellenmischung ein zeitlich modulierte Leistungsprofil aus einem Dauerstrichsignal. Weist das Anfangsfeld z.B. ein Amplitudenrauschen auf, so beobachtet man das Auftreten der Modulationsinstabilität. Im Spektralraum wird dann die Leistungsdichte vieler Frequenzkomponenten des Rauschens gemäß Gl. (3.3) verstärkt, sodass neben dem Trägersignal zwei Seitenbänder anwachsen. Eine andere Situation erhält man, wenn das Dauerstrichsignal statt eines Rauschens eine harmonische Modulation aufweist. Hier beobachtet man, dass im Spektralraum ein diskretes Frequenzspektrum verstärkt wird, wobei die zeitliche und spektrale Dynamik in sehr guter Übereinstimmung mit der Entwicklung eines Akhmediev-Breathers beschrieben werden kann [82–84]. Das Auftreten der Modulationsinstabilität bzw. eines Akhmediev-Breathers ist dabei nicht auf Dauerstrichsignale beschränkt, sondern kann auch für “lange” Laserpulse¹ beobachtet werden [22,67,167].

Die Verwandtschaft zwischen der Modulationsinstabilität und dem Akhmediev-Breather zeigt sich sowohl im Spektrum als auch im Zeitbereich. In Abb. 4.2 a) ist die simulierte

¹In der Regel weisen Laserpulse aus dem “long pulse”- oder “quasi-CW”-Regime Dauern von einigen Nano- oder Pikosekunden auf. Entscheidender als die Dauer ist jedoch die Solitonenordnung N . Die Modulationsinstabilität dominiert die Pulsausbreitung für $N \gtrsim 16$, wie man anhand von Skalenüberlegungen feststellen kann (siehe Abschnitt 4.5).

Entwicklung der spektralen Leistungsdichte eines Dauerstrichsignals unter Einfluss der Modulationsinstabilität zu sehen. In der Anfangsphase ist hier zunächst das Anwachsen der typischen Seitenbänder um die Frequenz der maximalen Verstärkung $\pm\omega_{\text{MI}}$ (Gl. (2.44)) erkennbar. Daraufhin bilden sich sekundäre Seitenbänder und schließlich geht das Spektrum in eine Art Gleichgewichtszustand über, in dem im Mittel keine wesentliche spektrale Verbreiterung mehr erkennbar ist [168]. Die spektrale Leistungsdichte des Ausgangsspektrums aus Teilabb. 4.2 a) ist in Teilabb. b) gezeigt. In der logarithmischen Darstellung ist das typische lineare Abfallen der Flanken erkennbar. Ebenfalls eingezeichnet ist das diskrete Spektrum eines Akhmediev-Breathers mit dem Modulationsparameter $a = 1/4$, dessen Modulationsfrequenz mit der Frequenz der maximalen MI-Verstärkung zusammenfällt: $\omega_{\text{mod}} = \omega_{\text{MI}}$. Bereits in [83] wurde aufgezeigt, dass sich die spektralen Einhüllenden des Akhmediev-Breathers und des Felds aus der Modulationsinstabilität stark ähneln, wenn man von dem Unterschied zwischen kontinuierlichem und diskreten Verlauf absieht. Aus dem analytischen Feld für den Akhmediev-Breather erhält man die Steigung der linearen Flanken im Spektrum: Die Leistungsdichte sinkt mit zunehmenden Abstand zur Mittenfrequenz um $10 \cdot \log[(\sqrt{2} + 1)^2] \approx 7,65$ dB pro Frequenzintervall der Breite $\Delta\omega = \omega_{\text{MI}}$ [83].

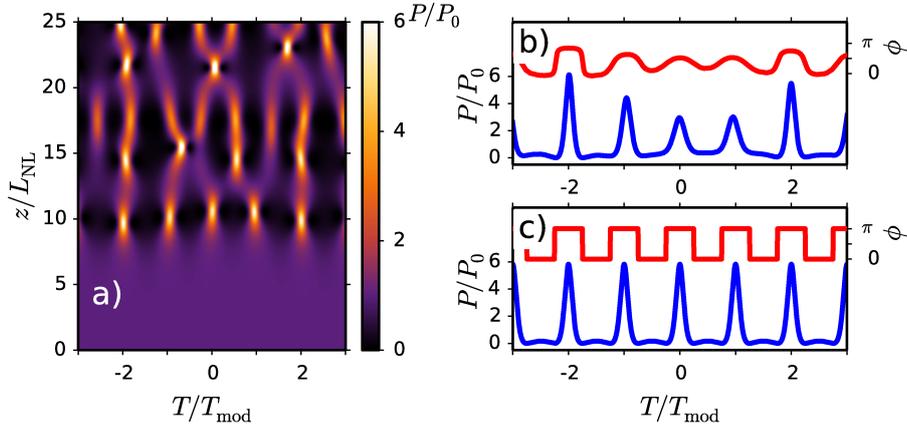


Abbildung 4.3.: Teilabb. a): Entwicklung der Modulationsinstabilität im Zeitbereich. Teilabb. b): Leistungs- und Phasenprofil zu a) beim Kulminationspunkt $z = 10$. Teilabb. c): Leistungs- und Phasenprofil eines Akhmediev-Breathers mit $a = 1/4$ und $\omega_{\text{mod}} = \omega_{\text{MI}}$.

Auch im Zeitbereich sind deutliche Ähnlichkeiten zu erkennen: Abb 4.3 a) zeigt die Entwicklung des Leistungsverlaufs während der Ausbreitung im Fall der Modulationsinstabilität. Ausgehend von dem verrauschten Dauerstrichsignal beobachtet man das Anwachsen einer Modulation, die schließlich einen ersten Kulminationspunkt erreicht (bei etwa $z = 10 L_{\text{NL}}$). Teilabb. 4.3 b) zeigt das Phasen- und das Leistungsprofil des simulierten Feldes an diesem Punkt, Teilabb. c) den Phasen- und den Leistungsverlauf des analytischen Akhmediev-Breathers bei $z = 0$. Hierbei wurde der Modulationsparameter des Akhmediev-Breathers wieder als $a = 1/4$ gewählt. Beide Felder besitzen einen Leistungsverlauf in Form eines Pulszuges, wobei ein gewisser Untergrund zwischen den dominanten Leistungsspitzen zu finden ist. Charakteristisch sind auch die Phasensprünge von π , die an den Flanken der Hauptpulse auftreten. Die durch die Modulationsinstabilität gebildete Struktur weist im Vergleich zum analytischen Akhmediev-Breather Unregelmäßigkeiten

im Verlauf auf, so z.B. eine Streuung der Pulsspitzenleistungen.

Im Unterschied zum analytischen Akhmediev-Breather bildet sich die Modulation des MI-Feldes nach Erreichen des Kulminationspunktes nicht wieder vollständig zurück (vgl. Abb.2.7 a)). Stattdessen ist ein komplexes Ausbreitungsverhalten sichtbar, bei dem sich immer wieder pulsartige Leistungsspitzen aufsteilen und anschließend wieder zurückbilden. Ein sehr ähnliches Verhalten kann man auch bei Akhmediev-Breathern beobachten, sobald deren Feldeinhüllende auch nur geringfügig von der analytischen Form (Gl. (2.45)) abweicht[166].

Derartige, näherungsweise periodisch auftretende Strukturbildungen findet man in vielen nichtlinearen Systemen[50,82,140]. Oft wird hierfür der Oberbegriff “Fermi-Pasta-Ulam-Phänomen” bzw. “FPU recurrence” verwendet².

Insgesamt legen die angestellten Vergleiche nahe, dass die aus der Modulationsinstabilität erzeugten Feldstrukturen als Überlagerung mehrerer Akhmediev-Breather verstanden werden können. So wird in [83] folgende Interpretation vorgeschlagen: “... spontaneous MI leads to the development of a very large number of temporal breathers with different initial amplitudes and transverse frequencies within the bandwidth over which MI gain is observed.”. Aufgrund des Verlaufs der Verstärkungskurve für die Modulationsinstabilität (Gl. (3.3)) erfährt der Akhmediev-Breather mit $\omega_{\text{mod}} = \omega_{\text{MI}}$ die größte Verstärkung bei diesem Prozess. Er dominiert dann die Charakteristika der erzeugten Felder, beispielsweise den Zeitverlauf (vgl. Abb. 4.3 b) und c)).

Im Folgenden wird aufgrund dieser Schlüsse untersucht, ob und wie Solitonen aus einem Akhmediev-Breather entstehen können, da dieser als eine idealisierte Form des aus der Modulationsinstabilität gebildeten Feldes angesehen werden kann.

4.2.1. Analyse der Pulsformen

Hier soll zunächst ein Vergleich zwischen der analytischen Pulsform eines Akhmediev-Breathers und der eines Solitons angestellt werden. Es wird dafür der Akhmediev-Breather mit $a = 1/4$ untersucht, da dieser die größte Ähnlichkeit zur aus der Modulationsinstabilität entstehenden Feldstruktur besitzt. Seine Feldeinhüllende am Kulminationspunkt $z = 0$ ist nach Gl. (2.46)

$$A(T, 0) = \sqrt{P_0} \left[1 + \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} \cos(\omega_{\text{mod}} T) - 1}} \right], \quad (4.1)$$

wobei die Spitzenleistung

$$P_{\text{max}} = |A(0, 0)|^2 = (3 + \sqrt{8})P_0 \approx 5,82843 P_0 \quad (4.2)$$

²Nach einem 1953 in Los Alamos durch Enrico Fermi, John R. Pasta, Stanislaw Ulam und Mary Tsingou durchgeführten numerischen Experiment. Dabei wurde das Schwingungsverhalten einer Kette von nichtlinear gekoppelten Oszillatoren untersucht[169]. Die Erwartung war hierbei, dass sich die anfangs in das System gegebene Energie nach und nach in etwa gleichmäßig auf alle Schwingungsmoden verteilt, also eine “Thermalisierung” auftritt. Stattdessen beobachtete man wiederkehrend eine Konzentration der Gesamtenergie auf jeweils eine geringe Anzahl von Moden.

4. Ensembles von Solitonen in nichtlinearen Glasfasern

auftritt. Eine Modulationsperiode des Pulszuges hat die Dauer

$$T_{\text{mod}} = \frac{2\pi}{\omega_{\text{mod}}} = 2\pi \sqrt{\frac{|\beta_2|}{2\gamma P_0}} \quad (4.3)$$

und enthält die Energie

$$E_{\text{AB}} = P_0 T_{\text{mod}} = \pi \sqrt{\frac{2|\beta_2|P_0}{\gamma}}. \quad (4.4)$$

Geht man von der Hypothese aus, dass pro Modulationsperiode genau ein Soliton entsteht, so hätte seine Energie maximal den Wert E_{AB} . Zusammen mit der Solitonenbeziehung Gl. (2.34) kann man daraus die Spitzenleistung berechnen:

$$E_{\text{sol}} = 2\hat{P}T_0 \stackrel{!}{=} E_{\text{AB}} \quad (4.5)$$

$$\Leftrightarrow \hat{P} = \frac{\pi^2}{2} P_0 \approx 4,9348 P_0. \quad (4.6)$$

Dieser Wert entspricht etwa 85% der Spitzenleistung des Akhmediev-Breathers. Für die Dauer des resultierenden Solitons ergibt sich

$$T_0 = \frac{E_{\text{AB}}}{2\hat{P}} = \frac{T_{\text{mod}}}{\pi^2} \approx 0,10132 T_{\text{mod}}. \quad (4.7)$$

Abb. 4.4 zeigt das hypothetisch entstehende Soliton im Vergleich zum Pulszug des

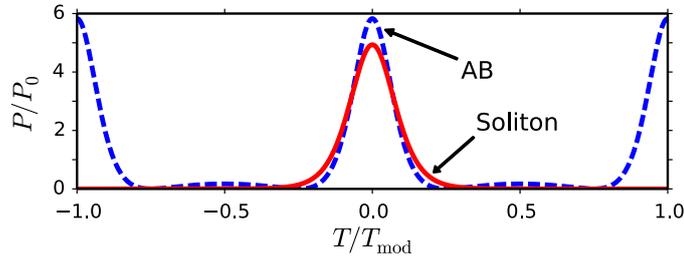


Abbildung 4.4.: Leistungsverlauf eines Akhmediev-Breathers ($a = 1/4$, $z = 0$) im Vergleich zu einem Soliton mit der Energie $E_{\text{sol}} = E_{\text{AB}}$.

Akhmediev-Breathers. Während die Halbwertsbreiten beider Pulse ähnlich sind, ist deutlich der Unterschied in den Spitzenleistungen erkennbar. Noch stärkere Unterschiede gibt es im Phasenverlauf. Ein Soliton zeichnet sich über eine Phase mit konstanter Steigung über den gesamten Pulsverlauf aus, während der Akhmediev-Breather eine Reihe von Phasensprüngen mit Phasendifferenzen von jeweils π aufweist (vgl. Abb. 4.3c)). Dabei treten pro Periode zwei dieser Sprünge bei den Zeiten

$$T = \left(\frac{1}{4} + \frac{n}{2}\right) T_{\text{mod}} \quad \text{mit } n \in \mathcal{Z} \quad (4.8)$$

auf. Nimmt man daher eher an, dass nur die Region konstanter Phase um eines der Leistungsmaxima des Akhmediev-Breathers zum Soliton beiträgt, so erhält man eine So-

litonenenergie von

$$E_{\text{sol}} \stackrel{!}{=} E_{\text{peak}} = \int_{-T_{\text{mod}}/4}^{+T_{\text{mod}}/4} dT \left| \frac{\cos\left(\frac{2\pi T}{T_{\text{mod}}}\right)}{\cos\left(\frac{2\pi T}{T_{\text{mod}}}\right) - \sqrt{2}} \right|^2 \approx 0,95016 E_{\text{AB}}. \quad (4.9)$$

Die restliche Feldenergie mit dem Betrag von etwa $0,05 E_{\text{AB}}$ ist in den Nebenmaxima des Akhmediev-Breathers enthalten. Eine noch konservativere Abschätzung erhält man, wenn berücksichtigt, dass die Nebenmaxima zwischen den dominierenden Leistungsspitzen zu diesen in Gegenphase sind. Wenn Haupt- und Nebenmaxima destruktiv miteinander interferieren, bleibt eine Energie von etwa

$$E_{\text{diff}} = 0,90032 E_{\text{AB}} \quad (4.10)$$

für die Bildung eines Solitons übrig. Aus numerischen Untersuchungen mit der direkten Streutransformation zeigt sich, dass dieser Wert für E_{diff} tatsächlich mit der Maximalenergie eines im Akhmediev-Breather enthaltenen Solitons übereinstimmt (siehe dazu Abschnitt 4.2.3).

4.2.2. Analyse eines Akhmediev-Breathers mit zusätzlichem Rauschen

Aus dem Vergleich der Pulsformen lässt sich nicht direkt schließen, ob und in welcher Weise Solitonen aus dem Akhmediev-Breather entstehen können. Zwar weisen die Einhüllenden der Hauptmaxima des Akhmediev-Breathers Ähnlichkeiten zum Soliton auf, jedoch gibt es auch deutliche Unterschiede wie z.B. die beschriebenen Phasensprünge. Zudem hat der analytische Akhmediev-Breather die Eigenschaft, sich für $z \rightarrow \infty$ wieder zurück zu einem Dauerstrichsignal zu entwickeln. Die Ursache für dieses Verhalten ist seine vollständige Kohärenz: Das Feld des Akhmediev-Breathers besitzt für alle Orte z und Zeiten T einen wohldefinierten Phasenverlauf (vgl. Gl. (2.46)). Nach Erreichen des Kulminationspunktes bei $z = 0$ sind die Phasenunterschiede zwischen den Spektralkomponenten des Akhmediev Breathers dergestalt, dass über die Vierwellenmischung für $z \rightarrow \infty$ wieder sämtliche Energie aus den Seitenbändern zurück in das Trägerband übertragen wird.

Eine Möglichkeit, die Kohärenz des Akhmediev-Breather zu verringern, ist das Addieren eines Rauschfeldes. Um zu untersuchen, ob sich aus einem so präparierten Anfangsfeld Solitonen bilden können, wurden Simulationsrechnungen angestellt. Dabei wurden zehn Simulationen durchgeführt, wobei sich die Zeitfenster jeweils über 40 Modulationsperioden erstreckten. Die verwendeten Startfelder entsprachen dem Feld des analytischen Akhmediev-Breathers mit $a = 1/4$ bei einem Startpunkt $z = -10 L_{\text{NL}}$. Für jede Simulation wurde ein normalverteilter Rauschanteil ($\sigma = 10^{-3} \sqrt{P_0}$) erzeugt und auf das analytische Feld addiert. Die Phasenwerte des Rauschanteils waren dabei zufällig und gleichverteilt aus einem Bereich zwischen 0 und 2π . Bei der Ausbreitung der so präparierten Anfangsfelder bilden sich Strukturen, die den in Abb. 4.3 a) und b) gezeigten stark ähneln.

An zwei Orten der Ausbreitung ($z = 0$ und $z = 25 L_{\text{NL}}$) wurden die in den simulierten Feldern auftretenden Pulsstrukturen numerisch analysiert. Neben den Spitzenleistungen wurden aus den Krümmungen der Leistungsverläufe in den Maxima die Pulsdauern bestimmt. Dieses Verfahren kann auf beide Pulsformen angewendet werden, da sowohl das

4. Ensembles von Solitonen in nichtlinearen Glasfasern

Leistungsprofil des Solitons als auch das des Akhmediev-Breather einen quadratischen Verlauf um die Pulsspitze aufweisen. Den Verlauf eines sech^2 -Pulses (Solitons) kann man um $T = 0$ als

$$\hat{P} \text{sech}^2 \left(\frac{T}{T_0} \right) \approx \hat{P} \left\{ 1 - \left(\frac{T}{T_0} \right)^2 + \mathcal{O} \left[\left(\frac{T}{T_0} \right)^4 \right] \right\} \quad (4.11)$$

entwickeln. Für den Akhmediev-Breather erhält man analog dazu

$$P(T, 0) = |A(T, 0)|^2 \approx P_{\max} \left\{ 1 - \left(\frac{T}{T_{0,AB}} \right)^2 + \mathcal{O} \left[\left(\frac{T}{T_{0,AB}} \right)^4 \right] \right\} \quad (4.12)$$

mit der natürlichen Dauer

$$T_{0,AB} = \frac{T_{\text{mod}}}{2\pi} \sqrt{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} \quad (4.13)$$

$$\approx 0,0861340 T_{\text{mod}}. \quad (4.14)$$

Die Abbildungen 4.5 a) und b) zeigen die Ergebnisse der Pulsanalyse nach Ausbreitungs-

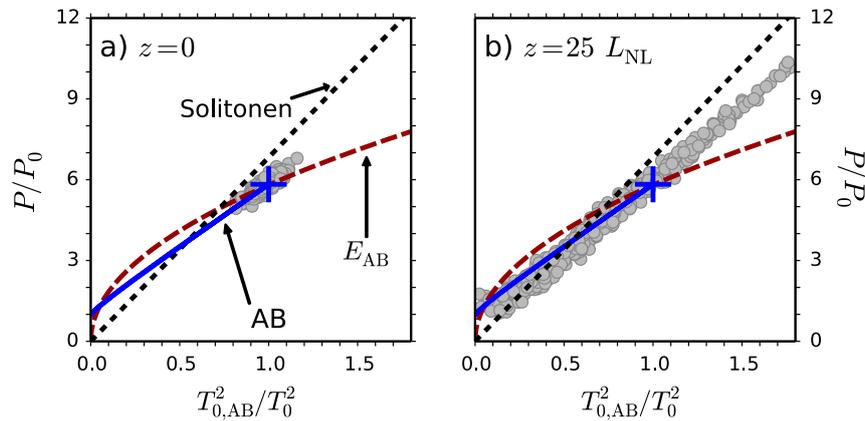


Abbildung 4.5.: Pulsparameter der Substrukturen, die bei der Ausbreitung eines Akhmediev-Breathers mit zusätzlichem Rauschen auftreten. Die grauen Kreise entsprechen den Datenpunkten für $z = 0$ (Teilabb. a) und $z = 25 L_{\text{NL}}$ (Teilabb. b)). Die Beschreibung der eingezeichneten Hilfslinien erfolgt im Text.

strecken von $10 L_{\text{NL}}$ (bei $z = 0$) und $35 L_{\text{NL}}$ (bei $z = 25 L_{\text{NL}}$). Hierbei sind die Leistungen der identifizierten Pulsstrukturen gegen die Quadrate ihrer inversen Pulsdauern als graue Kreise aufgetragen. Die Leistungen wurden dabei auf P_0 und die Dauern auf $T_{0,AB}$ normiert.

Zusätzlich sind drei jeweils analytische Kurven eingezeichnet: Zum einen die mit “Solitonen” bezeichnete Ursprungsgerade, welche die Solitonenbeziehung nach Gl. (2.34) darstellt. Die zweite Kurve (“AB”) ist diejenige Trajektorie, welche die Leistungsmaxima des analytischen Akhmediev Breathers während der Ausbreitung von $z = -\infty$ bis $z = +\infty$ durchlaufen. Hierbei ist der Kulminationspunkt ($z = 0$) durch ein Kreuz bei $T_{0,AB}^2/T_0^2 = 1$ und $P = (3 + \sqrt{8}) P_0$ gekennzeichnet. Die dritte Kurve (“ E_{AB} ”) markiert die Dauern und

Leistungen aller sech^2 -Pulse, deren Energie gleich der Energie in einer Modulationsperiode des Akhmediev-Breathers ist.

Teilabb. 4.5 a) zeigt die Pulsparameter nach einer Ausbreitung von $10 L_{\text{NL}}$ bei $z = 0$, was dem Kulminationspunkt für den ungestörten Akhmediev-Breather entspricht. Hier findet man eine gewisse Streuung der Dauern und Leistungen vor. Es ist jedoch klar erkennbar, dass diese Streuung dicht um den analytischen Kulminationswert (blaues Kreuz) erfolgt. Eine Ausbreitung um weitere $25 L_{\text{NL}}$ (Teilabb. b)) führt zu ausgedehnteren Verteilung der $P-T_0^{-2}$ -Paare. Dabei zeigt die Verteilung deutlich einen linearen Zusammenhang zwischen den Spitzenleistungen und den Quadraten den inversen Pulsdauern. Dieser lineare Trend weicht erkennbar von der Solitonen-Linie ab: Insbesondere für kleine Pulsdauern T_0 ist die Leistung der gefundenen Pulse zu gering, um als Solitonen identifiziert zu werden. Die Steigung ist auch nicht die gleiche wie diejenige der AB-Trajektorie, stattdessen besitzt sie einen Wert zwischen beiden Fällen. Daraus kann man folgern, dass bei $z = 25 L_{\text{NL}}$ sich zwar keine Solitonen gebildet haben, aber auch kein Akhmediev-Breather mehr vorliegt. Auch bei noch längeren Ausbreitungsstrecken zeigt sich in den Simulationen keine Konvergenz der Verteilung in Richtung der Solitonenlinie, was gegen eine Bildung von Solitonen spricht.

Es sei darauf hingewiesen, dass eine sehr ähnliche $P-T_0^{-2}$ -Verteilung bereits in früheren numerischen Experimenten beobachtet wurde. In [170] wurde das Verhalten der dort als "Solitonen-Gas" bezeichneten Struktur untersucht, die in einem Faser-Ringresonator erzeugt wurde. Die Vermessung der dort gefundenen Pulse ergab ebenfalls einen linearen Trend für die $P-T_0^{-2}$ -Verteilung; auch dort mit einer im Vergleich zur Solitonen-Linie etwas geringeren Steigung.

4.2.3. Analyse des Akhmediev-Breathers mit der direkten Streutransformation

Einen anderen Ansatz zur Untersuchung des Akhmediev-Breathers auf seinen Solitonengehalt stellt die direkte Streutransformation (DST, siehe Abschnitt 2.8) dar. Dieses Verfahren kann im Allgemeinen nur auf Felder angewendet werden, bei denen die Feldamplitude an den Rändern des betrachteten Zeitbereichs auf Null abgeklungen ist[57]. Um trotzdem Informationen zum Solitonengehalt des unendlich ausgedehnten Akhmediev-Breathers zu erhalten, wurde dieser mit einer zeitlich begrenzten Fensterfunktion multipliziert. Auf diesem Weg erhält man ein lokalisiertes Feld, das im Folgenden als "Teilfeld" bezeichnet wird und dessen Streuspektrum man berechnen kann. Bei Variation der Breite der Fensterfunktion kann man jeweils das Streuspektrum analysieren und Schlussfolgerungen für den Fall einer gegen unendlich gehenden Breite ziehen. Für die hier vorgestellte Analyse wurde ein Rechteckfenster der Form

$$\text{rect}(T, m, w) = \begin{cases} 1 & : |T| < m + \frac{w}{2} \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases} \quad (4.15)$$

verwendet. Dabei ist w die Breite und m die Mittenposition des Fensters.

Abb. 4.6 illustriert diese Vorgehensweise. Die grau gestrichelte Kurve stellt den analytischen Leistungsverlauf des Feldes des Akhmediev-Breathers dar. Dieses wird mit einer Rechteck-Fensterfunktion (rot) multipliziert, sodass man ein reduziertes Teilfeld erhält. Das Teilfeld erfüllt die für die Streutransformation notwendige Bedingung, an den Rän-

4. Ensembles von Solitonen in nichtlinearen Glasfasern

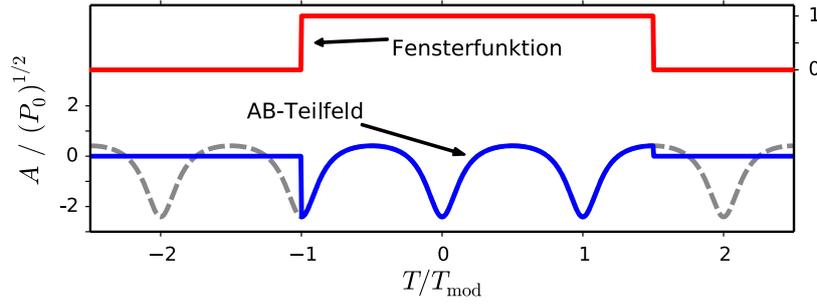


Abbildung 4.6.: Anwendung der Fensterfunktion. Durch Multiplikation mit einer Fensterfunktion (rot) kann man aus einem unendlich ausgedehnten Akhmediev-Breather-Feld (grau, gestrichelt) ein zeitlich lokalisiertes Feld (blau) erhalten.

dern des Zeitbereichs zu verschwinden.

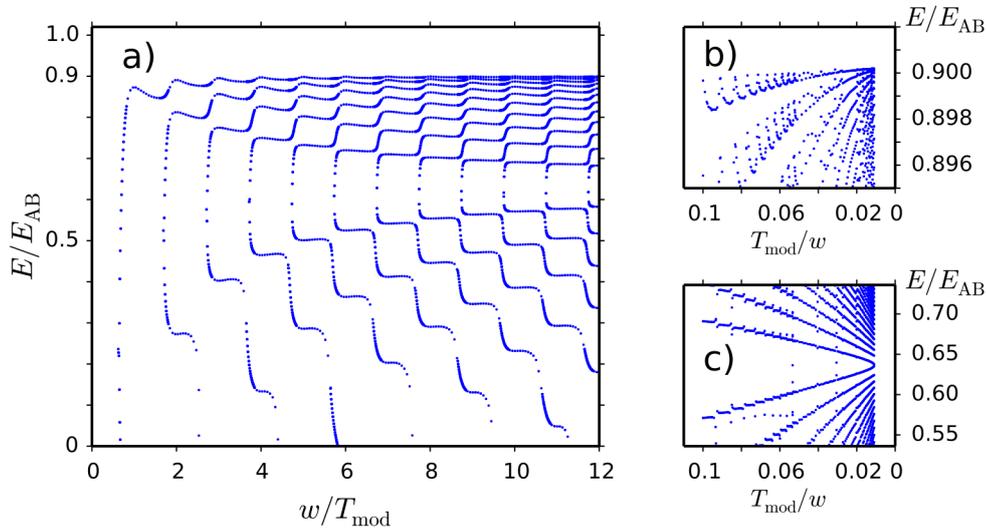


Abbildung 4.7.: Energiewerte der im Akhmediev-Breather enthaltenen Solitonen (blaue Punkte). Teilabb. a): Solitonenenergien für verschiedene Fensterbreiten w . Teilabb. b): Energiewerte nahe der Maximalenergie. Man beachte, dass die Skalierung der Abszissenachse invers zu a) ist. Teilabb. c): Energiewerte nahe der ‘Energiespalte’, Skalierung wie in b).

Mit dem beschriebenen Verfahren wurde das Akhmediev-Breather-Feld mit ($a = 1/4$, $z = 0$) untersucht, wobei die Fenstermitteposition als $m = 1/4 T_{\text{mod}}$ gewählt wurde. Die Wahl dieser Position stellt sicher, dass bei Verbreiterung des Fensters nur jeweils ein Leistungsmaximum des Akhmediev-Breathers ‘angeschnitten’ wird. Mit Hilfe des in [57] vorgestellten numerischen Algorithmus wurden die Streuspektren der Teilfelder berechnet. Dabei zeigte sich, dass die Teilfelder für Fensterbreiten $w \gtrsim 0,6 T_{\text{mod}}$ Solitonen enthalten, wobei diese alle dieselbe Mittenfrequenz besitzen. Die Energien der gefundenen Solitonen sind in Abb. 4.7 a) dargestellt, wobei sie auf die in einer Modulationsperiode enthaltene Energie E_{AB} aus Gl. (4.4) normiert wurden. Man findet, dass die Anzahl der Solitonen mit zunehmender Fensterbreite anwächst.

Die Solitonen werden immer paarweise an einer Art Energiespalte bei etwa $E_{\text{Luecke}} \approx$

$0,64 E_{AB}$ gebildet. Diese teilt die Gesamtheit der enthaltenen Solitonen in zwei Gruppen. Für Energien größer als E_{Luecke} wächst die Energie der Solitonen mit wachsender Breite w , um sich asymptotisch einem Grenzwert von etwa $E_{grenz} \approx 0,90 E_{AB}$ anzunähern. Die Solitonen unterhalb der Lücke verlieren mit wachsender Fensterbreite an Energie und verschwinden schließlich. Die Anzahl der Solitonen in dieser Gruppe nimmt aber trotzdem zu, da die Rate der Neubildung größer als die des Energieverlustes ist.

In den Teilabbildungen 4.7 b) und c) sind für Werte bis $w = 100 T_{mod}$ die Energien gegen das Inverse der Fensterbreite aufgetragen. Hier lässt sich der Trend für eine gegen unendlich strebende Fensterbreite (d.h. $T_{mod}/w \rightarrow 0$) erkennen. Aus den in Teilabb. 4.7 b) gezeigten Daten kann man extrapolieren, dass die Grenzwertenergie einen Wert von

$$E_{grenz} = (0,9003 \pm 0,0020) E_{AB}. \quad (4.16)$$

für $w \rightarrow \infty$ annimmt. Für die Energie der Lücke (Teilabb. 4.7 c)) findet man einen Wert von

$$E_{Luecke} = (0,636 \pm 0,010) E_{AB}. \quad (4.17)$$

Die Gesamtzahl n_{sol} der Solitonen wurde aus den vorhandenen Daten als $n_{sol} = (1,413 \pm 0,013)$ pro Periode des Akhmediev-Breathers bestimmt. Davon findet sich im Mittel ein Soliton oberhalb der Energielücke, der Rest darunter. Neben den Solitonen wird auch ein Anteil von linearer (nicht-solitonischer) Strahlung gebildet, der jedoch für $w \rightarrow \infty$ gegen Null konvergiert. Mit wachsender Fensterbreite wird demnach mehr und mehr der Gesamtenergie auf die Solitonen verteilt.

Zusammengefasst erhält man folgende Ergebnisse aus der Analyse mit der direkten Streutransformation:

- Der analytische Akhmediev-Breather ($a = 1/4, z = 0$) kann als nichtlineare Überlagerung von Solitonen angesehen werden.
- Alle enthaltenen Solitonen haben dieselbe Mittenfrequenz, aber unterschiedliche Energien. Aus den unterschiedlichen Energien folgen auch unterschiedliche Spitzenleistungen für die Solitonen.
- Die Leistungsmaxima des Akhmediev-Breathers bei $Z = 0$ weisen hingegen alle dieselbe Spitzenleistung auf. Sie können deshalb nicht direkt als Solitonen identifiziert werden.
- Es existiert eine Maximalenergie der Solitonen von $E_{grenz} = 0,9003 E_A$. Innerhalb der numerischen Genauigkeit stimmt dieser Wert mit dem aus Gl. (4.10) überein.
- Die Anzahl der enthaltenen Solitonen ist $n_{sol} = 1,413$ pro Modulationsperiode des Akhmediev-Breathers.
- Es fällt auf, dass sowohl das Verhältnis der Energien $E_{grenz}/E_{Luecke} \approx 1,416$ als auch das Anzahldichte (Solitonen/Modulationsperiode) näherungsweise den Wert $\sqrt{2}$ besitzen.

4.2.4. Aufspaltung des Akhmediev Breathers durch den Raman-Effekt

Die im vorigen Abschnitt vorgestellte Analyse hat gezeigt, dass man den Akhmediev-Breather als eine nichtlineare Überlagerung von Solitonen derselben Mittenfrequenz ansehen kann. Der Grund dafür, dass man keinen Zerfall des AB während der Ausbreitung im Rahmen der Nichtlinearen Schrödingergleichung beobachtet, ist die Erhaltung der Solitonen-eigenwerte[48]. Die Energien und die Mittenfrequenzen der Solitonen bleiben konstant, solange nur die Gruppengeschwindigkeitsdispersion und die Kerr-Nichtlinearität wirken.

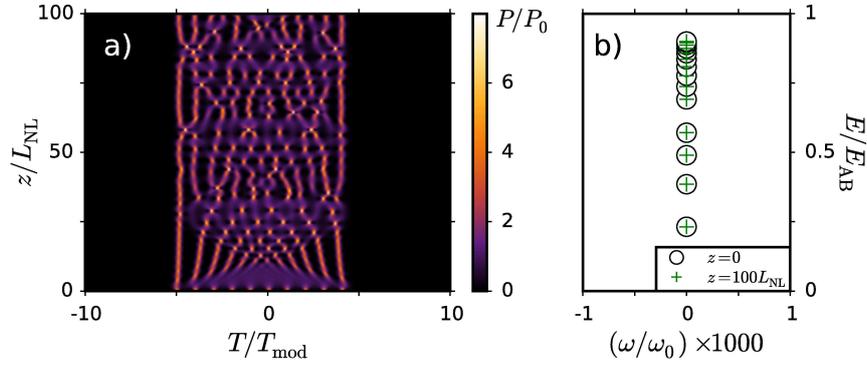


Abbildung 4.8.: Teilabb. a): Ausbreitung eines mit einer Fensterfunktion multiplizierten Akhmediev-Breathers. Teilabb. b): Energien und Frequenzen der beteiligten Fundamentalsolitonen vor und nach der Ausbreitung.

Diesen Umstand findet man auch dann vor, wenn man statt des analytischen Feldes ein AB-Teilfeld numerisch ausbreitet. In Abb. 4.8 a) ist die Entwicklung eines solchen Teilfeldes über $100 L_{NL}$ gezeigt, wobei die Parameter der Fensterfunktion $w = 10 T_{mod}$ und $m = 1/4 T_{mod}$ waren. Insgesamt ist während der Ausbreitung keine nennenswerte zeitliche Verbreiterung oder das Entstehen isolierter Pulsstrukturen erkennbar. Stattdessen zeigt sich eine gewisse Ähnlichkeit zur Feldentwicklung, wie sie typischerweise bei der Modulationsinstabilität zu beobachten ist (vgl. Abb. 4.3). Es treten zwar immer wieder pulsartige Strukturen auf, die sich jedoch mit weiterer Ausbreitung auch wieder zurückbilden.

Bei Untersuchung des Streuspektrums des Eingangsfeldes und des Ausgangsfeldes findet man, dass sich die Energien und die Mittenfrequenzen der beteiligten 14 Solitonen nicht verändert haben (Teilabb. 4.8 b)). Das komplexe Ausbreitungsverhalten in Teilabb. a) ist demnach als Interferenzerscheinung aufzufassen. Ähnlich wie bei Solitonen höherer Ordnung besitzen die einzelnen Fundamentalsolitonen unterschiedliche Phasenentwicklungsraten, was die ständige Veränderung der Gesamtpulseinhüllenden zur Folge hat.

Aus der Untersuchung der *soliton fission* ist bekannt, dass der Raman-Effekt zu unterschiedlichen Frequenzänderungen bei den Fundamentalsolitonen eines Solitons höherer Ordnung führt. Über die Gruppengeschwindigkeitsdispersion resultiert dies schließlich in einer zeitlichen Aufspaltung. Auch für die Modulationsinstabilität wurde bereits in [171] vorgeschlagen, den Raman-Effekt zur Trennung von ‘Pulsen’ und ‘Untergrund’ einzusetzen. Um zu untersuchen, ob er zu einer Auftrennung des Akhmediev-Breathers in Solitonen führt, wurde eine zweite Simulation unter Einbeziehung des Raman-Effekts durchgeführt. Die Parameter des Eingangsfeldes waren dabei die gleichen wie oben (Fensterbreite $w = 10 T_{mod}$, $a = 1/4$); die Ergebnisse der Simulation sind in Abb. 4.9 dargestellt. Teilabb. a) zeigt die Entwicklung des Leistungsprofils mit dem Ort. Diesmal ist zu erkennen, dass

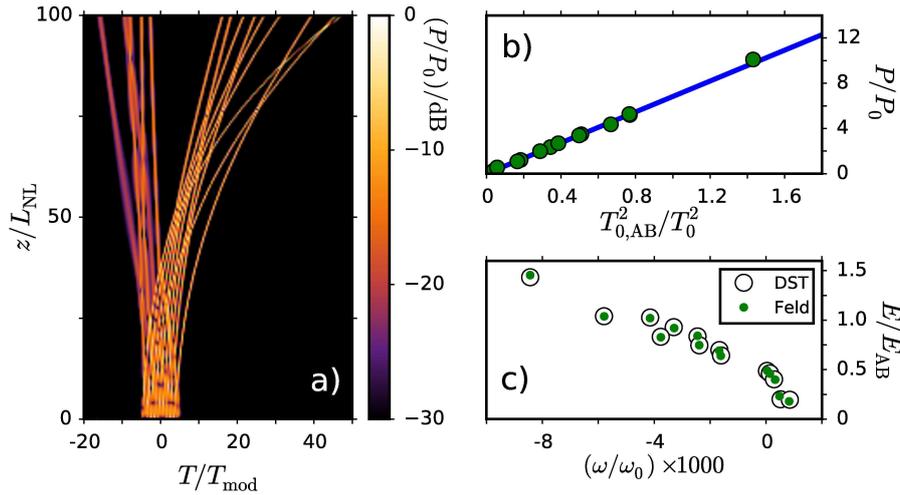


Abbildung 4.9.: Ausbreitung eines mit einer Fensterfunktion multiplizierten Akhmediev-Breathers unter Einbeziehung des Raman-Effekts. Teilabb. a): Ausbreitung im Zeitbereich. Teilabb. b): Parameter der einzelnen Pulse des Ausgangsfeldes im $P-T_0^{-2}$ -Diagramm. Die blaue Linie stellt die Solitonenbeziehung (Gl.(2.34)) dar. Teilabb. c): Energien und Mittenfrequenzen mit der DST gefundenen Solitonen (Kreise) sowie der numerisch analysierten Ausgangspulse (Punkte).

sich das Feld in eine Reihe von zeitlich getrennten Pulsen entwickelt. Man beachte, dass hier eine logarithmische Darstellung der Leistung gewählt wurde, um auch die leistungsschwachen Pulse sichtbar zu machen.

Numerisch wurden die Spitzenleistungen, die Mittenfrequenzen, die Dauern und die Energien der Einzelpulse direkt aus dem Leistungs- bzw. Phasenprofil des Ausgangsfeldes bestimmt. Teilabb. 4.9 b) zeigt die gefundenen Dauern und Leistungen in einem $P-T_0^{-2}$ -Diagramm. Die Parameter der erzeugten Pulse liegen sehr nahe der Solitonenlinie, die durch Gl. (2.34) festgelegt ist.

Zusätzlich zur Vermessung des Ausgangsfeldes wurde sein Streuspektrum numerisch berechnet. Hierbei fanden sich 14 Solitonen. Energien und Frequenzen der mit beiden Methoden gefundenen Pulse sind in Teilabb. 4.9 c) dargestellt. Aus der guten Übereinstimmung wird deutlich, dass sich die Pulsstrukturen des Ausgangsfeldes direkt mit Solitonen identifizieren lassen. Im Vergleich zu den Solitonenparametern des Eingangsfeldes (vgl. Abb. 4.8b)) haben sich nicht nur die Mittenfrequenzen, sondern auch die Energien der Solitonen geändert. Dies ist dem Raman-Effekt zuzuschreiben, der über sein Verstärkungsprofil Energieaustausch zwischen mehreren Solitonen zulässt.

4.3. Extremereignisse in Glasfasern: *rogue waves*

In der Geschichte der Seefahrt gab es immer wieder Berichte über abnormal hohe Wellen, die plötzlich im Ozean entstehen können. Diese “Monsterwellen” (auch bekannt als “Riesenwellen” oder “Kaventsmänner”, im Englischen “freak waves” oder “rogue waves”) wurden für das spurlose Verschwinden von Schiffen verantwortlich gemacht, galten aber lange als “Seemannsgarn”. Systematische Messungen mit Satelliten und z.B. an Ölbohrin-

4. Ensembles von Solitonen in nichtlinearen Glasfasern

seln haben ab Mitte der 1990er Jahre jedoch gezeigt, dass solche Riesenwellen tatsächlich existieren[172]. Die extremen Wellenereignisse zeichnet zum einen ihre überdurchschnittliche Wellenhöhe, zum anderen die Unvorhersagbarkeit ihres Erscheinens aus. Es besteht eine gewisse Schwierigkeit darin, eine allgemeine Definition für *rogue waves* zu finden. In [173] wurde vorgeschlagen, dass ein Extremereignis folgende Bedingungen erfüllen muss:

1. Die Wellenhöhe ist mehr als doppelt so groß wie die signifikante Wellenhöhe³.
2. Das Extremereignis tritt auf unvorhersehbare Weise auf und verschwindet danach auch wieder spurlos⁴.
3. Die Gesamtheit der betrachteten Wellenereignisse weist eine von der Normalverteilung abweichende Statistik auf: Die extremen Wellenhöhen treten dabei häufiger auf, als es bei der Normalverteilung der Fall wäre.

In einer Arbeit[174] von 2007 wurde durch Solli *et al.* experimentell nachgewiesen, dass auch in Glasfasern Extremereignisse in Form von kurzen Leistungsspitzen auftreten können. Die Beobachtung erfolgte bei der Erzeugung eines Superkontinuums in einer mikrostrukturierten Glasfaser. Die *rogue waves* wurden im niederfrequenten Teil des Spektrum ausgemacht; die Autoren identifizierten diese mit durch den Raman-Effekt rotverschobene Solitonen.

In [175] wurde anhand numerischer Simulationen gezeigt, dass Extremereignisse im Rahmen der Modulationsinstabilität auftreten können. Die Unvorhersehbarkeit des Auftretens der Extremereignisse entsteht dabei aus der Eigenschaft der Modulationsinstabilität, Frequenzen aus einem Rauschuntergrund heraus zu verstärken. Für das Auftreten von *rogue waves* in Glasfasern scheint es notwendig zu sein, dass Dispersion höherer Ordnung und/oder der Raman-Effekt vorhanden sind[175]. Mittlerweile wurden verschiedene Mechanismen aufgezeigt, die für optischen Monsterwellen verantwortlich sein können. Bedeutende Rollen spielen dabei die nichtlinearen Lösungen der NLSE. So können Extremereignisse z.B. durch Kollision von Solitonen[141] oder auch Kollision von Akhmediev-Breathern bzw. Breathern höherer Ordnung hervorgerufen werden[88,176,177].

In [DABMMS12] konnte unter Mitwirkung des Autors nachgewiesen werden, dass auch über der Effekt des optischen Ereignishorizonts (Abschnitt 3.2) Extremereignisse entstehen können. Voraussetzung ist hierbei lediglich das Vorhandensein der Kerr-Nichtlinearität und eines passenden Dispersionsprofils, bei dem es Frequenzpaare mit ähnlicher Gruppengeschwindigkeit gibt (wie in Abb. 3.2c)).

Ausgelöst durch Prozesse wie die Solitonen-Aufspaltung können in einer solchen Faser Fundamentalsolitonen und kopropagierende dispersive Strahlung entstehen, was das Auftreten eines Ereignishorizonts ermöglicht. Es wurde weiterhin gezeigt, dass bei einem solchen Ereignishorizont das beteiligte Soliton in Bereiche geringerer Gruppengeschwindigkeitsdispersion verschoben werden kann. Dieser Effekt kann näherungsweise elastisch vonstatten gehen und dabei zu einem drastischen Anstieg der Spitzenleistung des Solitons führen. Die Aufsteilung findet ein Ende, sobald sich das Soliton hinreichend an die Dispersionsnullstelle angenähert hat und dann Energie über die Cherenkov-Abstrahlung verliert.

³Die signifikante Wellenhöhe ist das arithmetische Mittel des oberen Drittels der in einer Messreihe bestimmten Wellenhöhen.

⁴„Spurlos“ bezieht sich hierbei auf die Wasseroberfläche. *Rogue waves* können katastrophale Beschädigungen an Schiffen hervorrufen, wie in [172] illustriert ist.

4.4. Superkontinua

Das von Lasern erzeugte Licht unterscheidet sich in vielfacher Hinsicht vom Licht anderer Lichtquellen wie z.B. Glühlampen. So können zum einen erheblich größere spektrale Leistungsdichten erzeugt werden, zum anderen zeichnet sich Laserlicht durch eine hohe (räumliche und zeitliche) Kohärenz aus[3]. Für die Erzeugung von Laserlicht wird der Effekt der stimulierten Emission ausgenutzt, der auf Übergängen zwischen diskreten Energieniveaus in Atomen bzw. Molekülen basiert[2]. Dieser Entstehungsprozess hat zur Folge, dass Laserlicht in der Regel ein relativ schmales Spektrum besitzt.

Ein sogenanntes Superkontinuum (engl. *supercontinuum*, SC) ist eine besondere Form des Lichts, das durch Ausnutzung nichtlinearer Effekte aus Laserlicht erzeugt werden kann[4]. Die namensgebende Eigenschaft der Superkontinua ist ihre große spektrale Breite, die in der Größenordnung einer Oktave der optischen Frequenz (oder sogar mehr) liegt[67]. Im Vergleich zum Licht z.B. einer Glühlampe besitzen die Superkontinua jedoch immer noch einige Eigenschaften von Laserlicht, wie die hohe spektrale Leistungsdichte oder die hohe räumliche Kohärenz.

Superkontinua können durch Fokussierung intensiver Laserstrahlung in verschiedenen Materialien (Festkörpern, Flüssigkeiten und Gasen[108]) erzeugt werden. Besonders vorteilhaft ist jedoch die Verwendung von mikrostrukturierten Glasfasern[5]. Durch die Eigenschaft der Fasern als Wellenleiter erreicht man zum einen hohe nichtlineare Wechselwirkungslängen, zum anderen können über die geometrische Struktur Eigenschaften wie die Dispersion der Glasfaser für den jeweiligen Anwendungsfall angepasst werden.

Abhängig von der bei der Lasermittelfrequenz vorherrschenden Gruppengeschwindigkeitsdispersion dominieren unterschiedliche Effekte die Entstehung von Superkontinua in Glasfasern. Im Bereich normaler Dispersion ist der wesentliche Mechanismus der spektralen Verbreiterung die Selbstphasenmodulation[178,179].

Deutlich komplexere Prozesse treten auf, wenn die Pumpwellenlänge im anomalen Bereich liegt. Die anfängliche Ausbreitungsdynamik wird hier typischerweise durch die Modulationsinstabilität[83,180–183] oder durch die Solitonen-Aufspaltung[67,101,184,185] bestimmt. Welches der beiden Regime vorherrscht, kann durch einen Vergleich der typischen Längenskalen (Abschnitt 4.5) abgeschätzt werden. In beiden Fällen kann man in der Regel nach der anfänglichen spektralen Verbreiterung eine komplexe Überlagerung verschiedener nichtlinearer Prozesse beobachten. Insbesondere die Solitonendynamik spielt hierbei eine wichtige Rolle bei der Formung des Superkontinuums[186]. So sind bereits in Kapitel 3 beschriebene Effekte wie die Solitonen-Selbstfrequenzverschiebung, die Bildung von Cherenkov-Strahlung oder der Pulseinfall über die Kreuzphasenmodulation prägend für die spektralen Verläufe vieler Superkontinua.

Auf der Seite der jeweils eingesetzten Glasfaser hat neben dem Nichtlinearitätskoeffizienten und dem bloßen Vorzeichen der Gruppengeschwindigkeitsdispersion der genaue Verlauf der Dispersionskurve entscheidenden Einfluss auf das erzeugte Spektrum. So bestimmt dieser diejenigen Frequenzen, bei denen über Vierwellenmischung oder die Cherenkov-Abstrahlung neue Spektralkomponenten gebildet werden können. Weiterhin kann beispielsweise die Lage der Dispersionsnullstellen der Faser beeinflussen, wie weit das Spektrum eines Solitons durch den Raman-Effekt rotverschoben werden kann. Die Optimierung der zur Superkontinuumserzeugung eingesetzten Glasfasern ist weiterhin Gegenstand aktueller Forschung. Einige Untersuchungen haben beispielsweise gezeigt, dass es von Vorteil sein kann, Superkontinua in Glasfasern mit abnehmendem Durchmesser (engl.

tapered fibers) zu erzeugen[187–189]. Zudem ergeben sich zusätzliche interessante Effekte, wenn z.B. die Lochstrukturen von mikrostrukturierten Glasfasern nicht einfach nur mit Luft sondern mit Edelgasen bei verschiedenen Drücken[190] oder mit Flüssigkeiten [191] gefüllt werden.

Breite Anwendung finden Superkontinua aufgrund ihrer besonderen Eigenschaften in Forschung und Technik. So wird das Licht aus der Superkontinuumserzeugung z.B. in der Spektroskopie[192,193], der Mikroskopie[194], der Kohärenztomografie[195] und der Metrologie[196–199] verwendet.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde der Einfluss von Rückkopplung auf die Erzeugung von Superkontinua untersucht. Die Ergebnisse hierzu finden sich in Abschnitt 6.

4.5. Vergleich typischer Längenskalen

In diesem und den vorangegangenen Kapiteln wurden vielfältige Prozesse vorgestellt, in denen die Dynamik von Solitonen, aber auch diejenige der Modulationsinstabilität wichtige Rollen spielen. Speziell in Hinblick auf die Erzeugung von Superkontinua stellt sich oft die Frage, welches der dominierende Prozess für ein gegebenes System ist. Unabhängig von Details wie dem konkreten Dispersionsverlauf der Faser kann man eine Einschätzung der Situation erhalten, wenn man charakteristische Längenskalen miteinander vergleicht. Für folgende Betrachtungen sei ein Eingangsfeld der Form

$$A(T, z) = \sqrt{P} \operatorname{sech} \left(\frac{T}{T_0} \right) \quad (4.18)$$

angenommen, die Überlegungen sind jedoch auf andere Pulsformen übertragbar. Es sei von einer Faser ausgegangen, die anomale Gruppengeschwindigkeit aufweist und zudem vernachlässigbar kleine Verluste besitzt. Letztere Bedingung ist gleichbedeutend damit, dass die charakteristische Länge für die Faserverluste ($L_\alpha = 1/\alpha$) deutlich größer als alle sonst auftretenden Längen ist.

Bereits in Gl. (2.22) wurde die Dispersionslänge $L_D = T_0^2/|\beta_2|$ definiert, die ein Maß für die Einfluss der Gruppengeschwindigkeitsdispersion auf einen Lichtpuls der Dauer T_0 ist. Die Wirksamkeit des Kerr-Effekts kann über die nichtlineare Länge (Gl. (2.23)) abgeschätzt werden. Unter Zuhilfenahme der Solitonenordnung $N = \sqrt{L_D/L_{NL}}$ aus Gl. (2.36) kann man die nichtlineare Länge auch als

$$L_{NL} = \frac{L_D}{N^2} \quad (4.19)$$

schreiben. Die Superkontinuumsdynamik für Pulse mit $L_D > L_{NL}$ bei anomaler Dispersion wird anfänglich typischerweise durch die Solitonen-Aufspaltung und/oder die Modulationsinstabilität dominiert. Auch hierfür kann man charakteristische Längen definieren:

- Die Solitonen-Aufspaltung erfolgt üblicherweise bei der ersten Kontraktion eines Solitons höherer Ordnung, d.h. am Ort seiner maximalen spektralen Breite. Für die Position dieses Ortes gibt es verschiedene empirische Relationen, die sich jedoch nur unwesentlich unterscheiden (vgl. [67],[200] und [201]). Allen gemein ist, dass die Strecke zum Aufspaltungspunkt proportional zum Quotienten aus Dispersionslänge

und der Solitonenordnung ist. Eine konservative Abschätzung findet man in [200]:

$$L_{\text{fiss}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{L_D}{N}. \quad (4.20)$$

- Bei einer Definition der charakteristischen Länge für das Auftreten der Modulationsinstabilität ist es sinnvoll, sich an den primären Seitenbändern um $\pm\omega_{\text{MI}}$ (Gl. (2.44)) zu orientieren, da diese die maximal auftretende Verstärkung $g = 2\gamma P_0$ nach Gl. (3.3) erfahren. Die Strukturbildung aus der Modulationsinstabilität kann als abgeschlossen gelten, sobald die Leistungsdichte dieser Seitenbänder vom Rauschuntergrund S_{noise} in etwa auf die Größenordnung der Pumpkomponente S_{pump} verstärkt wurde. Vernachlässigt man die Leistungsabnahme bei der Pumpfrequenz, so erhält man [202]:

$$S_{\text{MI}}(L_{\text{MI}}) = S_{\text{noise}} \exp(2\gamma P L_{\text{MI}}) \stackrel{!}{=} S_{\text{pump}} \quad (4.21)$$

$$\Leftrightarrow L_{\text{MI}} = \frac{1}{2\gamma P} \ln \left(\frac{S_{\text{pump}}}{S_{\text{noise}}} \right) \quad (4.22)$$

$$= \frac{L_D}{2N^2} \ln \left(\frac{S_{\text{pump}}}{S_{\text{noise}}} \right) \quad (4.23)$$

$$(4.24)$$

Der Ausdruck beinhaltet das Verhältnis der Leistungsdichten von Pumpwelle und Rauschuntergrund in logarithmischer Form, d.h. es gibt hier nur eine schwache Abhängigkeit. Bei einem in etwa realistischen Signal-zu-Rausch-Verhältnis von 100 dB erhält man die Abschätzung

$$L_{\text{MI}} \approx 11,5 \cdot \frac{L_D}{N^2}. \quad (4.25)$$

Eine weitere wichtige Längenskala ergibt sich für Rückkopplungssysteme, wie z.B. für den in Kapitel 5 vorgestellten Faser-Ringresonator. Hierbei berücksichtigt man eventuell auftretende Interferenzen zwischen Licht, welches die Glasfaser bereits durchlaufen hat und solchem, das vom Laser kommt. Werden bei einfachen Durchlauf über den Kerr-Effekt nichtlineare Phasenmodulationen erzeugt, so können diese durch Interferenz bei der Rückkopplung in Amplitudenmodulationen umgesetzt werden. Die somit erreichte Leistungssteigerung kann zu einer Beschleunigung der Superkontinuumserzeugung führen. Deutliche Interferenzerscheinungen sind zu erwarten, wenn die nichtlineare Phasendrehung in etwa den Wert π erreicht. Mit Gl. (2.13) kann man demnach die Interferenzlänge

$$L_{\pi} = \pi L_{\text{NL}} = \pi \frac{L_D}{N^2} \quad (4.26)$$

definieren.

Bei der Erzeugung von Superkontinua wird in der Regel zwischen dem Dauerstrich- bzw. Pikosekundenregime ("lange Pulse") und dem Femtosekundenregime ("kurze Pulse") unterschieden[67]. Pulse der Kategorie "lang" besitzen Spitzenleistungen von einigen hundert Watt und können z.B. mit Faserlasern oder mit dem im Experiment vorhandenen modengekoppelten Nd:YAG-Laser erzeugt werden. Für die Erzeugung von Femtosekundenpul-

4. Ensembles von Solitonen in nichtlinearen Glasfasern

sen (“kurz”) mit einigen kW Spitzenleistung benutzt man in der Regel modengekoppelte Titan-Saphir-Laser.

Tabelle 4.1.: Charakteristische Längen in einer Faser mit $\beta_2 = -4 \text{ ps}^2/\text{km}$ und $\gamma = 40 \text{ (W km)}^{-1}$ für typische Piko- und Femtosekunden-Laserpulse.

		“lang”	“kurz”
	T_0	7 ps	30 fs
	P	200 W	10 kW
Dispersionslänge	L_D	12,2 km	0,225 m
nichtlineare Länge	L_{NL}	12,5 cm	0,25 cm
Solitonenordnung	N	313	9,5
Solitonen-Aufspaltung	L_{fiss}	27,7 m	1,68 cm
Modulationsinstabilität	L_{MI}	1,44 m	2,9 cm
Interferenzlänge	L_π	39,2 cm	0,79 cm

In Tabelle 4.1 sind die charakteristischen Längen für typische Pulse aus den zwei Regimen in einer mikrostrukturierten Glasfaser aufgelistet. Diese hat dabei mit $\beta_2 = -4 \text{ ps}^2/\text{km}$ und $\gamma = 40 \text{ (W km)}^{-1}$ in etwa die Parameter der im Experiment vorhandenen Glasfaser (vgl. Kap. 5).

Bei den gezeigten Beispielen ist die nichtlineare Länge jeweils deutlich kürzer als die Dispersionslänge, sodass nichtlineare Effekte überwiegen. Man findet Solitonenordnungen von etwa 300 und 10 vor. Vergleicht man die Skalenlängen für die Solitonen-Aufspaltung und der Modulationsinstabilität so zeigen sich deutliche Unterschiede: Für die langen Pulse ist die Modulationsinstabilität der dominierende Effekt, da hier die charakteristische Länge kürzer ist. Für die kurzen Pulse liegt die umgekehrte Situation vor: hier ist das Auftreten der Solitonen-Aufspaltung zu erwarten.

In Abb. 4.10 ist die Abhängigkeit der charakteristischen Längen von der Solitonenordnung dargestellt. In der doppelt-logarithmischen Darstellung zeigen sich die unterschiedlichen Skalierungsverhalten deutlich an den Steigungen der Geraden. Solitonen höherer Ordnung erhält man für $N \geq 1,5$ (vgl. Abschnitt 2.9.1). Die Solitonen-Aufspaltung dominiert die Anfangsphase für Solitonenordnungen kleiner als etwa 16, für größere Werte ist ein Dominieren der Modulationsinstabilität zu erwarten:

$$L_{\text{fiss}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{L_D}{N} \stackrel{!}{=} L_{MI} = 11,5 \frac{L_D}{N^2} \quad (4.27)$$

$$\Leftrightarrow N = \sqrt{2} \cdot 11,5 \approx 16,3. \quad (4.28)$$

Diese Abschätzung ist mit den in [203] vorgestellten Untersuchungen konsistent. Dort wurden Merkmale von beiden Prozessen bei Solitonen mit $N \approx 14$ beobachtet, während für kleinere Werte von N lediglich die Solitonen-Aufspaltung auftrat.

An Abb. 4.10 ist erkennbar, dass die Interferenzlänge für alle Werte von N geringer als die MI-Länge ist. Für Solitonenordnungen von $N > \sqrt{2}\pi \approx 4,4$ ist sie auch kleiner als die

Aufspaltungs-Länge:

$$L_{\text{pi}} = \pi \frac{L_{\text{D}}}{N^2} \stackrel{!}{=} L_{\text{fiss}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{L_{\text{D}}}{N} \quad (4.29)$$

$$\Leftrightarrow N = \sqrt{2} \pi \approx 4,4. \quad (4.30)$$

Demnach sollte das Vorhandensein einer Rückkopplung für Solitonenordnungen ab $N \approx 4,4$ deutliche Auswirkungen auf die Dynamik des Systems haben, sobald die verwendete Faserlänge in etwa L_{π} beträgt.

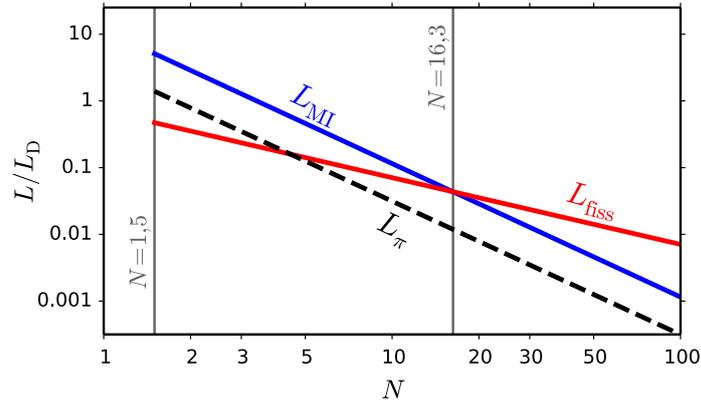


Abbildung 4.10.: Skalierungsverhalten der charakteristischen Längen für Pulse der Solitonenordnung N . Senkrechte Linien: Beginn des Existenzbereich von Solitonen höherer Ordnung ($N = 1,5$) und Übergang vom Bereich dominanter Solitonen-Aufspaltung zum Bereich der Modulationsinstabilität ($N = 16,3$).

5. Vorstellung des Messaufbaus

In diesem Kapitel soll das bestehende Experiment zur Erzeugung von Superkontinua vorgestellt werden. Zunächst wird dafür auf das verwendete Lasersystem eingegangen. Im zweiten Teil des Kapitels werden der Aufbau und die Eigenschaften der verwendeten mikrostrukturierten Glasfaser vorgestellt. Hierbei werden die Ergebnisse detaillierter Untersuchungen beschrieben, die zum Dispersionsverlauf der Faser angestellt wurden. Der abschließende Teil dieses Kapitels behandelt den Aufbau Ringresonators, welcher die mikrostrukturierte Glasfaser enthält. Dabei wird insbesondere auf die Optimierung der Rückkoppleffizienz sowie deren quantitative Bestimmung eingegangen.

5.1. Lasersystem

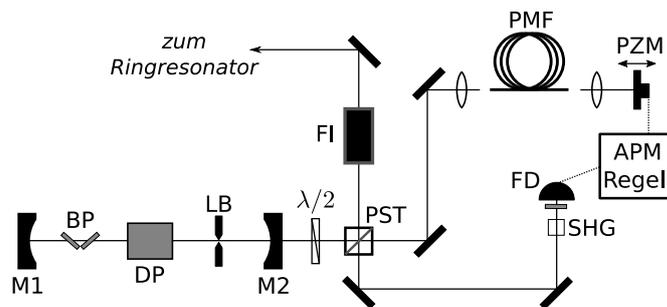


Abbildung 5.1.: Schematische Darstellung des verwendeten Lasersystems. Der Hauptresonator wird durch die beiden Spiegel M1 und M2 begrenzt; er enthält neben einem Dioden-Pumpmodul (DP) zwei Glasplättchen (BP) und eine Lochblende (LB). Zur Modenkopplung wird ein Hilfsresonator verwendet, in dem sich eine polarisationserhaltende Glasfaser (PMF) befindet.

Das verwendete Lasersystem ist schematisch in Abbildung 5.1 gezeigt. Es basiert im Wesentlichen auf dem in [204] vorgestellten Aufbau und besteht aus zwei gekoppelten Resonatoren. Zur Erzeugung des Laserlichts dient ein Hauptresonator, zudem ist ein Hilfsresonator zur Modenkopplung (Pulserzeugung) vorhanden.

Der Hauptresonator wird durch die beiden Endspiegel M1 und M2 begrenzt und enthält ein Laserdioden-Pumpmodul (DP) des Herstellers Cutting Edge Optotronics[205]. Im Pumpmodul befinden sich als optisch aktives Medium ein Nd:YAG-Kristall¹ und einige leistungsstarke Laserdioden. Mit diesen Pumpdioden, welche Licht bei etwa 808 nm generieren, wird die für den Laserprozess notwendige Besetzungsinversion im Kristall erzeugt. Der Laserübergang selbst findet dann zwischen den Niveaus ${}^4F_{3/2}$ und ${}^4I_{11/2}$ des Neodyms statt, wobei sich die Emissionswellenlänge 1064 nm ($\nu = 281,8$ THz) ergibt[2].

¹Mit Neodym dotierter Yttrium-Aluminium-Granat, chemisch $\text{Nd:Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$.

Im Rahmen der Anfertigung dieser Arbeit wurde das Lasersystem durch den Autor einer Modernisierung unterzogen. Dabei wurde der zuvor vorhandene, mit einer Gasentladungslampe gepumpte Laserkopf ersetzt. Das neue diodengepumpte System bietet diverse Vorteile. So besitzt es neben einer höheren Laufruhe auch einen deutlich geringeren Wartungsaufwand. Der Austausch des Lasermoduls machte jedoch noch weitere Modifikationen notwendig. Zum einen weist der neue Laserkristall geringere geometrische Abmaße auf, zum anderen tritt im Vergleich zum alten System eine veränderte thermische Linse² auf. Beides führt zu einer veränderten Strahlgeometrie innerhalb des Hauptresonators. Durch Verwendung neuer Endspiegel wurde ein stabiler Resonator realisiert, wobei die Resonatorlänge (und damit die Wiederholfrequenz) des alten System beibehalten werden konnte. Insgesamt wurden für den Umbau umfangreiche Stabilitäts- und Strahlverlaufsrechnungen mit dem sogenannten ABCD-Formalismus (Anhang C) angestellt, die hier ob ihrer technischen Natur nicht weiter ausgeführt werden sollen. Die wichtigsten Parameter des Resonators in seinem jetzigen Zustand finden sich in Tab. 5.1.

Im Hauptresonator befinden sich neben dem diodengepumpten Lasermodul noch zwei Glasplättchen (BP) sowie eine Lochblende (LB). Die im Brewsterwinkel zum Strahlverlauf orientierten Glasplättchen erzeugen für eine der beiden Polarisationsrichtungen deutliche Verluste. Dadurch wird die Verstärkung für diese Polarisationsrichtung unterdrückt und es kann insgesamt eine lineare Ausgangspolarisation erhalten werden. Die Lochblende wird dazu benutzt, das Anschwingen höherer Moden als der TEM₀₀-Grundmode zu verhindern. Hierbei wird ausgenutzt, dass diese Moden größere transversale Ausdehnungen als die Grundmode aufweisen, und somit an der Blende auch stärkere Dämpfungen erfahren.

Direkt an den Hauptresonator schließt sich ein Hilfsresonator an. Er enthält eine $\lambda/2$ -Wellenplatte, einen Polarisationsstrahlteilerwürfel (PST) sowie eine polarisationserhaltende Glasfaser (PMF) mit einer Ein- und einer Auskoppellinse. Das Ende des Hilfsresonators bildet ein Spiegel (PZM), der an einem Piezokristall befestigt ist.

Mit Hilfe der $\lambda/2$ -Platte kann die Polarisation des aus dem Hauptresonator kommenden Laserlichts stufenlos gedreht werden. Dies ermöglicht die einstellbare Aufteilung der Leistung am Polarisationsstrahlteilerwürfel. Hier wird einerseits Licht in Richtung der polarisationserhaltenden Glasfaser transmittiert, andererseits Leistung zum eigentlichen Experiment (Ringresonator) reflektiert. Eventuell beim Experiment auftretende Rückreflexionen werden durch einen Faraday-Isolator (FI) am Wiedereintritt in den Laser gehindert.

Der Hilfsresonator wird verwendet, um den Laser vom Dauerstrich- in einen Pulsbetrieb zu versetzen. Dies kann mit einer Modenkopplung erreicht werden: Man erhält den Pulsbetrieb durch die Herstellung einer festen Phasenbeziehung zwischen den verschiedenen transversalen Moden des Laserresonators[2]. Im Experiment erfolgt dies mit der Technik des *additive pulse-modelocking* (APM)[207]. Der APM-Mechanismus beruht dabei auf dem Kerr-Effekt (Abschnitt 2.5), der in der Glasfaser des Hilfsresonators eine leistungsabhängige Phasendrehung erzeugt.

Zum Starten der Modenkopplung reichen zufällige Intensitätsfluktuationen aus, wie sie z.B. durch das technisch bedingte Rauschen im Dauerstrichbetrieb auftreten. Durchläuft solch ein zufällig erzeugtes pulsartiges Signal die Glasfaser, so wird über den Kerr-Effekt ein Phasenunterschied zwischen seiner Pulspitze und seinen Flanken erzeugt. Entschei-

²Diese entsteht, wenn der Laserkristall durch das Einwirken des Pumplichts erwärmt wird und sich dabei ein Brechzahlgradient ausbildet. Der Kristall wirkt dann effektiv wie eine Sammellinse[2,206].

dend für den Modenkopplungsmechanismus ist die Rückkopplung des Feldes aus dem Hilfs- zurück in den Hauptresonator: Hier kommt es zur Interferenz mit dem dort umlaufenden Feld. Bei passenden linearen und nichtlinearen Phasendrehungen kann so ein Prozess ausgelöst werden, bei dem bereits vorhandene Pulsspitzen konstruktiv miteinander interferieren, während sich die Pulsflanken über destruktive Interferenz auslöschen[207]. Effektiv führt dieses auf eine Verkürzung der umlaufenden Pulse bei gleichzeitiger Unterdrückung des Dauerstrichanteils. Dem Effekt der Verkürzung der Pulsdauer wirken die Dispersionsbeiträge der Glasfaser und der Resonatorelemente entgegen, sodass sich ein Gleichgewicht mit einer konstanten Pulsdauer einstellt. Eine Grenze für die erreichbare Mindestpulsdauer ist dabei durch die endliche Verstärkungsbandbreite des Laserkristalls gegeben. Für Nd:YAG beträgt diese etwa 0,2 THz[208], sodass Pulsdauern von etwa 5 ps ($= (0,2 \text{ THz})^{-1}$) erreicht werden können. In [204,209] wurde Dauern von etwa 6 ps realisiert.

Die in der Glasfaser auftretende nichtlineare Phasendrehung wird über die eingekoppelte Leistung eingestellt, während der lineare Phasenanteil durch Längenänderung des Hilfsresonators variiert werden kann. Für die Modenkopplung ist eine aktive Phasenstabilisierung erforderlich, um z.B. thermisch bedingte Längenänderungen auszugleichen. Dies macht die Verwendung einer elektronischen Regelschleife notwendig. Für die Erzeugung des Regelsignals wird dafür ein Teil des aus dem Hilfsresonator zurücklaufenden Signals am PST abgezweigt und in einem nichtlinearen Kristall (Lithiumiodat, LiIO_3) über den nichtlinearen Prozess der *second-harmonic generation* (SHG) frequenzverdoppelt. Da die Leistung des frequenzverdoppelten Lichts proportional zum Quadrat der einlaufenden Spitzenleistung ist[3], kann eine gute Diskriminierung zwischen Dauerstrich- und Pulsbetrieb erreicht werden[204,210]. Das eigentliche Regelsignal ist die zur SHG-Leistung proportionale Spannung auf dem Fotodetektor FD. Vor dem Detektor ist dabei ein Sperrfilter für die Wellenlänge 1064 nm positioniert, sodass nur das frequenzverdoppelte Licht detektiert wird. An einer Regelungselektronik (APM Regel.) kann eine Soll-Spannung und damit eine Soll-Spitzenleistung der Pulse eingestellt werden. Bei Abweichung zwischen dieser und der gemessenen Fotospannung wird über den Piezo-Kristall eine Längenänderung des Hilfsresonators vorgenommen.

Ein stabiler Pulsbetrieb kann mit dem bestehenden Aufbau erreicht werden, wenn die mittlere Leistung im Hilfsresonator mit der $\lambda/2$ -Platte auf etwa 2,5 W eingestellt wird. Bei einer typischerweise erreichten Einkoppeleffizienz von 60% entspricht dies einer Leistung von 1,5 W in der polarisationserhaltenden Glasfaser.

Untersuchungen sowohl der spektralen Pulsform als auch der Autokorrelationsspur zeigen, dass die erzeugten Laserpulse näherungsweise eine Sekans-Hyperbolicus-förmige (sech^2) Leistungseinhüllende besitzen, wie dies auch im ursprünglichen Aufbau (vor Tausch des Lasermoduls) der Fall war (vgl. [204]). Die Dauer (volle Breite bei halben Maximum) der Intensitäts-Autokorrelation ist typischerweise $\tau_{AC} = 18,5 \text{ ps}$, wobei die Ablesegenauigkeit auf etwa 1 ps abgeschätzt werden kann. Mit den Eigenschaften des Sekans Hyperbolicus (Anhang B) ergibt sich daraus für die Halbwertsbreite des Leistungsprofils ein Wert von $\tau = 12 \text{ ps}$ und für die natürliche Dauer $T_0 = \tau / (2 \operatorname{arccosh}(\sqrt{2})) \approx 6,8 \text{ ps}$. Nach Einstellen der Regelung ist für gewöhnlich ein stabiler Pulsbetrieb für die Dauer von etwa 30 - 60 Minuten möglich, bevor eine Nachjustage erforderlich ist. In der Regel beobachtet man innerhalb dieser Zeitspanne leichte Drifts in den Pulsparametern, typischerweise nimmt die Pulsdauer dabei um wenige Prozent zu.

Für das Experiment stehen nach Abzug der für die Pulserzeugung benötigten Leistung

5. Vorstellung des Messaufbaus

noch etwa 8,5 W zur Verfügung. In der Regel wird jedoch weit weniger benötigt; mit einer Wellenplatte und einem Strahlteilerwürfel kann die Leistung vor dem Ringresonator weiter reduziert werden. Die Spitzenleistung \hat{P} der Pulse bei einer mittleren Leistung \bar{P} kann aus der Pulswiederholfrequenz ν_{rep} und der Pulsdauer bestimmt werden. Dabei erhält man über die Energie eines einzelnen Pulses:

$$E_{\text{puls}} = \frac{\bar{P}}{\nu_{\text{rep}}} \stackrel{!}{=} 2\hat{P}T_0 \quad (5.1)$$

$$\Leftrightarrow \hat{P} = \frac{\bar{P}}{2\nu_{\text{rep}}T_0} \approx \frac{\bar{P}}{2 \cdot 83,3 \text{ MHz} \cdot 6,8 \text{ ps}} \approx 883 \cdot \bar{P} \quad (5.2)$$

Es sei angemerkt, dass die Verwendung der (passiven) APM-Technik Vorteile gegenüber der sonst üblichen aktiven Modenkopplung bietet. Bei letzterer werden z.B. mit akustooptischen Modulatoren innerhalb des Laserresonators periodisch künstliche Verluste erzeugt, die zur Modenkopplung führen[2]. Mit einer aktiven Modenkopplung können nur relativ lange Pulse mit Dauern von etwa 100 ps erzeugt werden[211]. Im Vergleich zur APM-Technik resultiert dies (bei etwa derselben Resonatorlänge) nach Gl. (5.2) auch in deutlich geringeren Pulspitzenleistungen.

Eine Übersicht mit einigen weiteren Kenndaten des verwendeten Lasersystems findet sich in Tab. 5.1.

Tabelle 5.1.: Einige Kenndaten des verwendeten Lasersystems

Pump-Modul	Typenbezeichnung	RBA20-1C2-WA1
	Hersteller	Northrop Grumman Corporation, Cutting Edge Optronics
	Pumpstrom, -Spannung	22 A, 15,7 V
Laserkristall	Material	Nd:YAG mit 0,6% Anteil Nd
	thermische Linse	Brennweite 0,23 m
	Geometrie	zylindrisch Länge 63 mm Durchmesser 2 mm Endflächen 2° Grad angeschrägt
Resonator	Endspiegel	Krümmungsradius 0,75 m, Reflektivität > 99,9%
	Auskoppelspiegel	Krümmungsradius 0,75 m, Reflektivität (85 ± 2)%
	Wiederholfrequenz	83,28332 MHz
	(optische) Länge	1,799835 m
	typische Ausgangsleistung	11 W
APM-System	nichtlineare Glasfaser (PMF)	Thorlabs PM980-XP (polarisationserhaltend)
	Länge der PMF	40 cm
	Nichtlinearitätskoeffizient	$\gamma = 5,2 \text{ (W km)}^{-1}$
	Einkoppeleffizienz	60%
	typische Leistung in der PMF	1,5 W
	zeitliche Pulsform	sech ²
	Pulsdauer (fwhm)	12 ps

5.2. Mikrostrukturierte Glasfaser NL-1050-ZERO-2

Im Experiment wurde die Superkontinuumserzeugung in einer mikrostrukturierten Glasfaser des Typs NL-1050-ZERO-2 des Herstellers Crystal Fibre[212] untersucht. Diese Faser wurde vom Hersteller in Hinblick auf Nichtlinearität und Dispersion speziell für die Einsatz mit Nd:YAG Lasern (Wellenlänge 1064 nm) entworfen und weist neben einer hohen Nichtlinearität ein Dispersionsprofil mit zwei Nullstellen der Gruppengeschwindigkeitsdispersion auf. Im Folgenden sind die Ergebnisse einiger Untersuchungen zu den Eigenschaften der Faser dargestellt, die für das Verständnis der auftretenden Prozesse von Bedeutung sind.

5.2.1. Geometrie der Faser

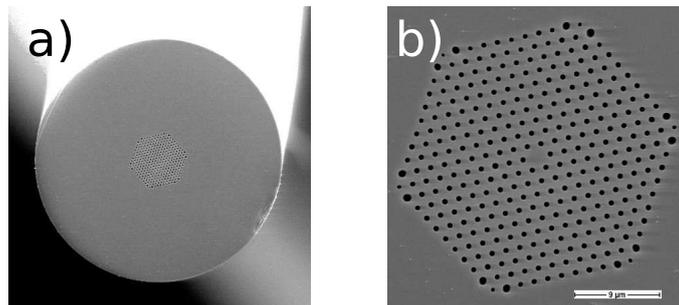


Abbildung 5.2.: Elektronenmikroskopaufnahmen der verwendeten Glasfaser NL-1050-ZERO-2. Teilabb. a): Stirnfläche der Faser. Teilabb. b): vergrößelter Ausschnitt des Kernbereichs. Bilder: Maria Kaupsch.

Zunächst sei die Geometrie der Faser betrachtet, welche die Lichtleitungseigenschaften der Faser bestimmt. In Abb. 5.2 sind Elektronenmikroskopaufnahmen der Stirnfläche der Faser dargestellt. Sie wurden von dem ehemaligen Arbeitsgruppenmitglied Maria Kaupsch im Rahmen ihrer Bachelorarbeit angefertigt und freundlicherweise zur Verfügung gestellt. Teilabb. 5.2 a) zeigt die gesamte Stirnfläche der Faser, Teilabb. b) einen vergrößerten Ausschnitt der lichtleitenden Mikrostruktur. Diese wird durch ein hexagonales Gitter aus kreisrunden Löchern gebildet. Eines der Löcher ist dabei ausgespart, wodurch eine Kernregion entsteht. Es handelt sich bei der Glasfaser um eine *holey fiber*, in der die Lichtleitung auf dem Prozess der Indexführung basiert (vgl. Abschnitt 2.6).

Anhand der vorliegenden Elektronenmikroskopaufnahmen konnte die Struktur der Faser vermessen werden. Aus einer Nahaufnahme des mikrostrukturierten Bereichs (mit etwa 120 sichtbaren Löchern um den Kern) wurden numerisch die Lochradien- und die Koordinaten der Lochmittelpunkte bestimmt. Für den Lochabstand Λ und den Lochdurchmesser d wurden dabei die Werte

$$\Lambda = (1,51 \pm 0,03) \mu\text{m} \quad \text{und} \quad d = (0,62 \pm 0,03) \mu\text{m}. \quad (5.3)$$

ermittelt. Die dabei angegebenen Unsicherheiten setzen sich aus den ermittelten Standardabweichungen $\sigma_{\Lambda} = 11 \text{ nm}$ und $\sigma_d = 19 \text{ nm}$ sowie einer abgeschätzten relativen Unsicherheit des Kalibriermastabs von 1,25% zusammen. Für die relative Lochgröße ergibt sich $d/\Lambda = 0,41 \pm 0,03$, dies liegt an der Grenze des Bereichs, in dem eine mikrostrukturierte

Tabelle 5.2.: Kenngrößen der verwendeten mikrostrukturierten Glasfaser NL-1050-ZERO-2, entnommen aus dem Datenblatt (siehe Anhang G).

Material	Siliziumdioxid SiO ₂
Durchmesser	125 μm
Kerndurchmesser	(2,3 \pm 0,3) μm
Dämpfung*	30 dB/km
Numerische Apertur NA*	0,37
Modenfelddurchmesser*	(2,3 \pm 0,5) μm
Nichtlinearitätskoeffizient*	$\gamma = 37 \text{ (Wkm)}^{-1}$
	* jeweils bei $\lambda = 1064 \text{ nm}$

rierte Glasfaser für alle Wellenlängen einmodig ist. In [37] wird die Bedingung für dieses *endlessly single-mode*-Regime als $d/\Lambda > 0,406$ angegeben.

Bei dem Material der Faser handelt es sich nach Angaben des Herstellers um reines Quarzglas. Im Vergleich zu konventionellen Glasfasern ist der Nichtlinearitätskoeffizient der Faser mit $\gamma = 37 \text{ (W km)}^{-1}$ etwa einen Faktor 10 höher. Einige weitere Eigenschaften der Faser finden sich in Tab. 5.2, sie wurden aus dem Datenblatt des Herstellers entnommen, welches im Anhang G wiedergegeben ist.

5.2.2. Dispersionseigenschaften

Die verwendete Glasfaser weist mit zwei Nullstellen der Gruppengeschwindigkeit ein ungewöhnliches Dispersionsprofil auf. Hierbei existiert ein Bereich mit geringer anomaler Dispersion um die Wellenlänge 1064 nm. Für ein Stück der Faser liegen Dispersionsmessdaten vor, die mit Hilfe eines Weißlichtinterferometers[213] gewonnen wurden. Aus den Messdaten wurden die in Tab. 5.3 aufgelisteten Dispersionskoeffizienten für eine Mittenfrequenz von 281,76 THz bestimmt. Die verwendeten Lichtquellen deckten zusammen genommen den Frequenzbereich von etwa 200 THz bis 350 THz ab, sodass dies auch den Gültigkeitsbereich der Entwicklungsparameter darstellt.

Auch andere Arbeitsgruppen führten Untersuchungen am selben Fasertyp durch, wobei die Dispersion sowohl experimentell als auch numerisch bestimmt wurde. Abb. 5.3 zeigt die Dispersionskurven aus verschiedenen Quellen im Vergleich. Eine Übersicht gibt Teilabb. a); in Teilabb. b) ist der für die Superkontinuumserzeugung wichtige Bereich um die Dispersionsnullstellen in einem vergrößerten Maßstab dargestellt.

Neben der aus dem eigenen Experiment erhaltenen Messkurve sind die aus dem Datenblatt (Anhang G) und die aus den Veröffentlichungen [214–216] entnommenen³ Dispersionsverläufe dargestellt. In den Gruppen von Wang *et al.*[214] und Cui *et al.*[216] wurden die Dispersionsmessungen ebenfalls mit Weißlichtinterferometern durchgeführt. Die in [215] von Moselund *et al.* gezeigte Kurve basiert auf einer numerischen Berechnung der Dispersion auf Basis von Elektronenmikroskopaufnahmen der Faser. Beim Betrachten der Dispersionsverläufe in Abb. 5.3 fällt (insbesondere in Teilabb. b)) auf, dass die Kurve

³Die Kurvenverläufe bzw. Messpunkte konnten aus den elektronischen Versionen der Veröffentlichungen extrahiert werden. Sie wurden danach von der Wellenlängendarstellung (Parameter D) in die Frequenzdarstellung (Parameter β_2) umgerechnet.

5. Vorstellung des Messaufbaus

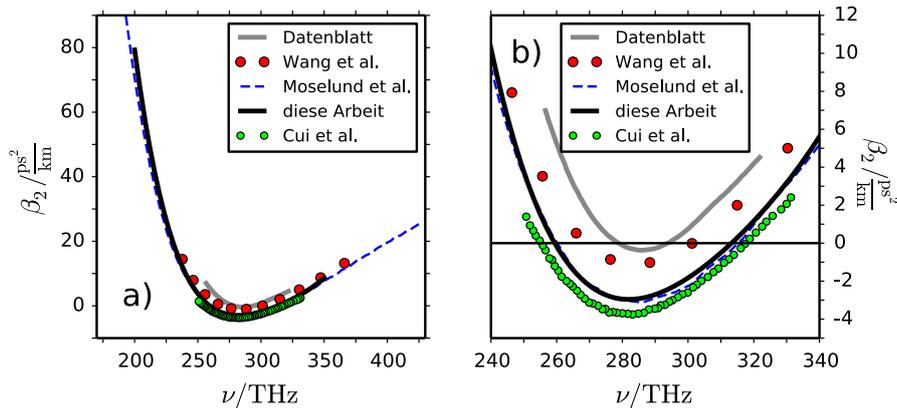


Abbildung 5.3.: Teilabb. a): Dispersionsverläufe für die im Experiment verwendete Glasfaser aus verschiedenen Quellen. Neben einer in der Arbeitsgruppe des Autors vorgenommenen Messung und dem vom Hersteller angegebenen Verlauf sind die Daten aus den Veröffentlichungen [214–216] dargestellt. Teilabb. b): Region um die Dispersionsnullstellen aus a) in einem vergrößerten Maßstab.

aus dem Datenblatt gegenüber allen anderen deutlich verschoben ist. Der in der Arbeitsgruppe erhaltene Dispersionsverlauf findet sich in guter Übereinstimmung mit den von Moselund und Ciu ermittelten, größere Abweichungen treten zu den Messdaten von Wang auf. Der Hersteller wies in einer älteren Version des Datenblattes selbst noch darauf hin, dass eine gewisse Varianz des Dispersionsverlaufs zu erwarten ist⁴.

Eine Ursache für die auftretenden Unterschiede ist möglicherweise die große Sensibilität der Dispersionseigenschaften auf kleine Variationen in der Fasergeometrie. Schon geringe Abweichungen von der Soll-Geometrie bei der Herstellung können die Dispersionseigenschaften verändern, wie Abb. 5.4 a) illustriert. Dort sind die nach[32] berechneten Wellenleiterbeiträge zur Gruppengeschwindigkeitsdispersion für die relativen Lochgrößen $d = 0,40\Lambda$, $d = 0,41\Lambda$ und $d = 0,42\Lambda$ bei $\Lambda = 1,51 \mu\text{m}$ zusammen mit dem Materialbeitrag von Quarzglas (nach [217]) gezeigt. Bereits bei Variationen der relativen Lochgröße d/Λ um wenige Prozent ist eine deutliche Verschiebung der Wellenleiterdispersion erkennbar. Auch der exakte Wert der Strukturgröße Λ hat großen Einfluss, da sich der Wellenleiterbeitrag mit Variation von Λ gegenüber der (feststehenden) Materialdispersion verschiebt bzw. entlang der Frequenzachse gestreckt wird.

Zusammen ergeben die Wellenleiter- und die Materialdispersion die Gesamtdispersion der mikrostrukturierten Glasfaser. Bei der vorliegenden Faser ist die Geometrie dabei so gewählt, dass sich Material- und Wellenleiterdispersion um die Frequenz 282 THz fast vollständig aufheben und so ein Bereich geringer anomaler Gruppengeschwindigkeitsdispersion entsteht. Teilabb. 5.4 b) zeigt die (ebenfalls nach nach[32]) berechnete Gesamtdispersion für verschiedene Geometrien zusammen mit der experimentell bestimmten Kurve. Auch hier wird sichtbar, dass selbst geringe Strukturänderungen den Dispersionsverlauf beeinflussen. So verschwindet beispielsweise für $d/\Lambda = 0,400$ und $\Lambda = 1,51 \mu\text{m}$ der Bereich anomaler Dispersion um die Nd:YAG-Laserfrequenz von 282 THz und tritt erst bei leicht

⁴In der mit “NL-1050-ZERO-2 Rev 1.1 May 2006” gekennzeichneten Version, die dem Autor in elektronischer Form vorliegt, heißt es noch: “Please note that due to the extremely flat dispersion of this fiber, the zero dispersion wavelength may vary up to $\pm 50 \text{ nm}$ ”. Später fehlte dieser Hinweis. Bei 1064 nm entsprechen 50 nm etwa 13 THz.

höheren Werten von d bzw. Λ wieder auf. Eine gute Annäherung an die experimentell erhaltene Kurve findet sich für $\Lambda = 1,52 \mu\text{m}$ und $d/\Lambda = 0,415$ (d.h. $d = 0,631 \mu\text{m}$). Diese Werte sind innerhalb der Unsicherheiten in guter Übereinstimmung mit den aus der Elektronenmikroskopaufnahme bestimmten Parametern.

Gegenüber der experimentell bestimmten Dispersionskurve bietet die mit $\Lambda = 1,52 \mu\text{m}$ und $d/\Lambda = 0,415$ nach [32] berechnete Kurve den Vorteil, über einen größeren Frequenzbereich einen physikalisch sinnvollen Verlauf zu besitzen. Dies zeigte sich auch bei Simulationen der Pulsausbreitung in der vorhandenen Faser: Bei Verwendung der aus der Geometrie berechneten Dispersionskurve konnte eine bessere Übereinstimmung mit den im Experiment erhaltenen Spektren erreicht werden. Für die in Kapitel 6.1 beschriebenen Simulationen wurden deshalb die in Tab. 5.3 aufgelisteten Dispersionskoeffizienten verwendet.

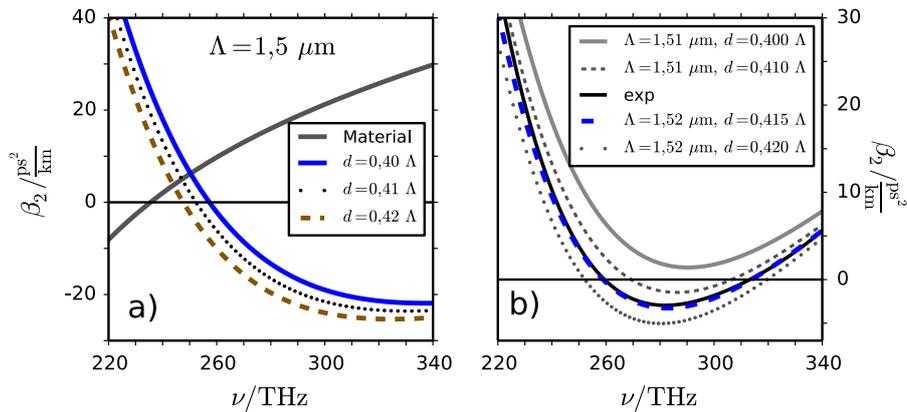


Abbildung 5.4.: Dispersionseigenschaften einer mikrostrukturierten Glasfaser für verschiedene Geometrien. Teilabb a): Materialverlauf der Gruppengeschwindigkeitsdispersion von SiO_2 sowie die Wellenleiterbeiträge bei Variation des relativen Lochdurchmessers für $\Lambda = 1,51 \mu\text{m}$. Teilabb. b): Gesamtdispersion für verschiedene Geometrien im Vergleich zum experimentell bestimmten Dispersionsverlauf.

Tabelle 5.3.: Dispersionskoeffizienten für die Faser NL-1050-ZERO-2 bei $\nu = 281,76$ THz.

	Experiment*	empirisch†	
β_2	$-2,961 \cdot 10^{-27}$	$-3,723 \cdot 10^{-27}$	s^2/m
β_3	$-2,833 \cdot 10^{-43}$	$-1,502 \cdot 10^{-42}$	s^3/m
β_4	$2,212 \cdot 10^{-55}$	$2,518 \cdot 10^{-55}$	s^4/m
β_5	$-1,351 \cdot 10^{-69}$	$-1,032 \cdot 10^{-69}$	s^5/m
β_6	$7,042 \cdot 10^{-84}$	$2,534 \cdot 10^{-84}$	s^6/m
β_7	$-6,585 \cdot 10^{-99}$	$-1,876 \cdot 10^{-98}$	s^7/m
β_8	—	$1,821 \cdot 10^{-112}$	s^8/m
β_9	—	$4,753 \cdot 10^{-127}$	s^9/m
β_{10}	—	$-1,670 \cdot 10^{-140}$	s^{10}/m
β_{11}	—	$7,218 \cdot 10^{-155}$	s^{11}/m

* Messung mit einem Weißlichtinterferometer
† nach [32] mit $d/\Lambda = 0,415$ und $\Lambda = 1,52 \mu\text{m}$

5.2.3. Fasermode und Nichtlinearität

Aus der Kenntnis der Geometrie der Faser kann man numerisch die Struktur der geführten Moden berechnen[45]. Für die vorhandene Faser wurde dies mit dem frei erhältlichen Programm⁵ “MIT Photonic Bands” vorgenommen, dessen Funktionsweise in [218] und [42] beschrieben ist. Die Lösung der Maxwell-Gleichungen wird dabei auf ein Eigenwertproblem zurückgeführt. Das Programm berechnet für eine gegebene Struktur die Eigenfunktionen (Fasermode) als Superposition ebener Wellen in einem iterativen Prozess.

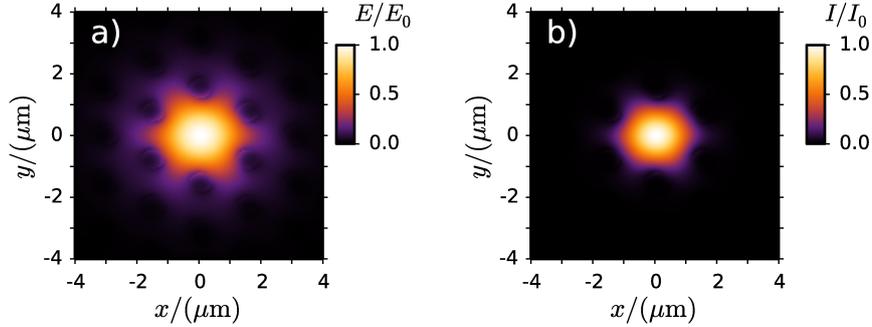


Abbildung 5.5.: Berechnetes Modenprofil für die nichtlineare Glasfaser bei 1064 nm. Teilabb. a): Feldstärke, Teilabb. b): Intensität.

Die Berechnung für die im Experiment vorhandene Faser (mit $\Lambda = 1,52 \mu\text{m}$ und $d/\Lambda = 0,415$) ergibt, dass lediglich die Grundmode geführt wird und keine höheren (lokalisierten) Moden auftreten. Dabei ist die Grundmode in ihrer Polarisation entartet: sie kann in x - oder in y -Richtung polarisiert sein, jeweils mit einem über den Faserquerschnitt konstanten Phasenterm. In Abb. 5.5 ist die Struktur der Grundmode bei einer Wellenlänge von 1064 nm dargestellt. Teilabb. a) zeigt den berechneten Betrag des Feldes und Teilabb. b) das Intensitätsprofil, wobei jeweils auf den auftretenden Maximalwert normiert wurde. Insbesondere beim Feldbetrag ist zu erkennen, dass die hexagonale Lochstruktur die Feldverteilung beeinflusst. Trotzdem weist die Fasermode eine große Ähnlichkeit mit einem Gauß-Profil der Form

$$E(x, y) = E_0 \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w^2}\right) \quad (5.4)$$

auf. Quantifizieren kann man die Ähnlichkeit zweier Fasermode $E_1(x, y)$ und $E_2(x, y)$ mit dem Überlappintegral[219]

$$\eta = \frac{\int_A dA |E_1 E_2^*|^2}{\left(\int_A dA |E_1 E_1^*|^2\right) \cdot \left(\int_A dA |E_2 E_2^*|^2\right)}. \quad (5.5)$$

Der Wert von η gibt dabei an, welcher Anteil der Gesamtleistung der Mode E_1 in die Mode E_2 gekoppelt werden kann. Einen optimalen Überlapp zwischen der Fasermode und einem Gauß-Profil findet man für $w = 1,31 \mu\text{m}$ mit $\eta = 0,983$. Der effektive Modendurchmesser beträgt demnach etwa $2,6 \mu\text{m}$ und ist mit dem im Datenblatt angegebenen

⁵Zu beziehen im Quelltext unter der Internetadresse <http://ab-initio.mit.edu/mpb>.

5. Vorstellung des Messaufbaus

Wert $(2,3 \pm 0,3) \mu\text{m}$ konsistent.

Aus dem transversalen Feldprofil kann zudem mit den Gln. (2.14) und (2.15) der Nichtlinearitätskoeffizient γ berechnet werden. Für eine Wellenlänge von 1064 nm erhält man einen Wert von $\gamma = 32 (\text{W km})^{-1}$, wenn man $n_2 = 2,8 \cdot 10^{-20} \text{ W}^{-1}\text{m}^2$ [23] annimmt. Im Datenblatt (vgl. Tab. 5.2) findet sich ein höherer Wert von $\gamma = 37 (\text{W km})^{-1}$, was aus dem dort angegebenen, kleineren Modenfeldradius resultiert. Tatsächlich zeigte sich bei numerischen Simulationen für die gegebene Faser, dass der Wert $37 (\text{W km})^{-1}$ eine bessere Übereinstimmung mit den experimentellen Spektren ergibt, weshalb er im weiteren Verlauf dieser Arbeit verwendet wurde.

5.3. Glasfaser-Ringresonator

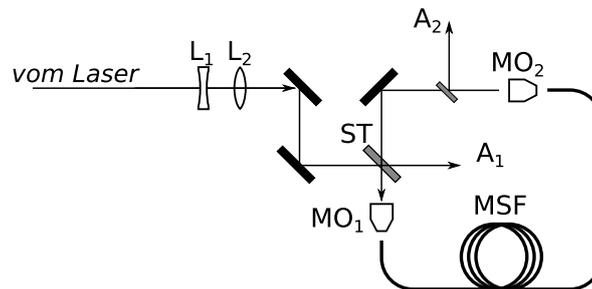


Abbildung 5.6.: Aufbau des Glasfaser-Ringresonators. Wesentliche Bestandteile sind der Strahlteiler ST, die Mikroskopobjektive MO_1 und MO_2 und die mikrostrukturierte Glasfaser MSF.

Abb. 5.6 zeigt schematisch den Aufbau des im Experiment verwendeten Faser-Ringresonators. Vor dem eigentlichen Eingang des Rings befinden sich die Linsen L_1 und L_2 . Sie bilden ein Galilei-Teleskop, mit dem der Laserstrahl in seinen Parametern (Strahlbreite, Divergenz) verändert werden kann. Dies ist –wie später diskutiert– notwendig, um die Rückkopplung zu optimieren (Abschnitt 5.3.1). Das Laserlicht wird über einen Strahlteiler ST in den Resonator geleitet und mit Hilfe eines Mikroskopobjektivs MO_1 in die mikrostrukturierte Glasfaser (MSF) eingekoppelt. Das Mikroskopobjektiv ist dabei ein Apochromat vom Typ “N-20X-APO-IR” mit 20-facher Vergrößerung des Herstellers Nacet Vision [220]. Es ist für den Infrarotbereich optimiert und weist mit $\text{NA} = 0,35$ eine ähnliche numerische Apertur wie die verwendete Glasfaser auf. Ein baugleiches Objektiv MO_2 wird bei der Auskopplung verwendet. Der hierbei austretende Strahl wird über einen Spiegel wieder in Richtung des Strahlteilers reflektiert.

Für den Pulsbetrieb muss der Ringresonator mit dem Laserresonator synchronisiert werden: Die vom Laser kommenden Lichtpulse sollen zeitgleich mit denjenigen, die den Ring bereits durchlaufen haben, am Strahlteiler zusammentreffen. Dafür muss die Gesamtlänge des Ringresonators an die des Laserresonators angepasst werden, wozu die Faserhalterung und das MO_2 auf einem Verschiebeschlitten montiert sind. Als Abschätzung für die zu erreichende Genauigkeit des Längenabgleichs kann man sich an der Pulsdauer orientieren: die Halbwertsbreite von 10 ps entspricht einem Lichtweg von etwa 3 mm. Im Experiment hat sich der Einsatz einer schnellen Fotodiode als praktikabel erwiesen, um Ring und Laser zu synchronisieren. Mit ihr wurden die vom Laser kommenden und die durch den

Ring gelaufenen Pulse zusammen aufgenommen; an einem Oszilloskop konnte dann der Laufzeitunterschied bestimmt werden.

Von der Glasfaser selbst sind zwei Segmente in unterschiedlichen Längen vorhanden, die wahlweise im Resonator verwendet werden können. Dabei gibt es ein kürzeres Stück der Länge 1,865 m und ein längeres mit 11,94 m. Aus der Wiederholrate des Lasers wurde die optische Länge des Laserresonators zu etwa 1,80 m bestimmt (vgl. Tab. 5.1). Demnach ist der geometrische Abstand zwischen zwei aufeinander folgenden Laserpulsen 3,60 m. Für die kurze Faser muss der Luftweg also auf $d_{\text{Luft}} \approx 3,60 \text{ m} - n_{\text{SiO}_2} \cdot 1,865 = 89,6 \text{ cm}$ eingestellt werden, um den Ringresonator mit dem Laser zu synchronisieren. Dabei ist $n_{\text{SiO}_2} \approx 1,45$ der Brechungsindex von SiO₂ bei 1064 nm. Für das lange Faserstück wird der Ring auf das Zehnfache der Laser-Resonatorlänge angepasst, hier ist $d_{\text{Luft}} = 68,7 \text{ cm}$ erforderlich.

Neben der Länge des Ringresonators muss auch die Polarisation des umlaufenden Lichts beachtet werden, um später eine optimale Rückkopplung zu gewährleisten. So sollten sowohl das Laser- als auch das rückgekoppelte Feld linear polarisiert sein und dabei dieselbe Polarisationsrichtung aufweisen. Mikrostrukturierte Glasfasern mit einer hexagonalen Lochstruktur weisen *per se* zwar keine Doppelbrechung auf[221], diese kann jedoch –wie bei konventionellen Glasfasern auch– durch mechanische Einflüsse wie z.B. Biegungen der Faser hervorgerufen werden[222]. Im Experiment hat sich tatsächlich gezeigt, dass die vorhandene Glasfaser die Polarisation des eingekoppelten Laserlichts ändert. Durch Drehungen der Faserhalterungen an der Ein- und der Auskoppelstation konnten jedoch Konfigurationen erhalten werden, in denen am Faserausgang wieder linear polarisiertes Licht der gewünschten Polarisationsrichtung vorhanden war.

Um Licht zur weiteren Untersuchung aus dem Ringresonator (z.B. in Richtung eines Spektrometers) auszukoppeln, sind zwei Ausgänge vorhanden. Der Ausgang A₁ befindet sich auf der ungenutzten Seite des Strahlteilers ST, der zweite Ausgang A₂ hinter dem zweiten Mikroskopobjektiv. Hier kann ein schwenkbares Glasplättchen in den Strahlengang gebracht werden, um einen kleinen Teil der Leistung auszukoppeln.

5.3.1. Optimierung des Rückkopplensystems

Um die Rückkopplung im Ringresonator zu optimieren, muss man die Strahlparameter des vom Laser erzeugten und des Strahls zwischen den beiden Mikroskopobjektiven MO₁ und MO₂ berücksichtigen. Im Experiment hat sich gezeigt, dass beide Strahlen in guter Näherung als Gauß-Strahlen (siehe Anhang C) anzusehen sind: Ihr transversales Intensitätsprofil entspricht jeweils einer Gauß-Glocke und die Strahlbreite vergrößert sich mit zunehmender Entfernung von einer Strahltaile gemäß Gl. (C.2).

Eine optimale Rückkopplung des aus der Faser abgekoppelten Strahls ist zu erwarten, wenn der Strahlverlauf zwischen MO₂ und MO₁ symmetrisch ist, d.h. wenn die Strahltaile genau auf der halben Strecke zwischen den Mikroskopobjektiven liegt. Da zwei baugleiche Mikroskopobjektive verwendet werden, sollte der durch MO₁ fokussierte Strahl im Idealfall genau die gleichen Parameter wie der aus der Faser austretende Strahl besitzen, was theoretisch eine optimale (Wieder-)Einkopplung ermöglicht. Der Strahlverlauf zwischen den Mikroskopobjektiven kann variiert werden, indem man den Abstand zwischen Faserausgang und MO₂ ändert.

Abb. 5.7 a) zeigt die Verläufe der Strahlradien $w(z)$ des Laserstrahls (zunächst ohne das Teleskop aus L₁ und L₂) sowie des Strahls zwischen den beiden Mikroskopobjekti-

5. Vorstellung des Messaufbaus

ven. Die Position des Objektivs MO_1 wurde als Referenz für $z = 0$ gewählt. Die Kreise stellen Messwerte dar, die mit Hilfe der sogenannten Rasierklingenmethode (Abschnitt C.2) ermittelt wurden; die durchgezogenen Linien sind die durch Regression gewonnenen Verläufe. Es ist zu erkennen, dass der Laser- und der rückzukoppelnde Strahl am Ort des MO_1 unterschiedliche Radien und Divergenzen aufweisen. Aufgrund dieser Unterschiede ist auch ein jeweils anderes Fokussierungsverhalten zu erwarten. In Teilabb. 5.7 b) sind die berechneten Strahlverläufe für den (stark vereinfachten) Fall gezeigt, in dem das Mikroskopobjektiv als ideale Linse der Brennweite $f = 8$ mm angenommen wird. Es ergeben sich zwei Strahltaillen, die sich in den z -Positionen um etwa $150 \mu\text{m}$ unterscheiden. Dabei ist die Rayleigh-Länge (d.h. die Länge, in der sich die Strahlbreite um weniger als einen Faktor $\sqrt{2}$ ändert) nur wenige Mikrometer lang. Da für eine optimale Einkopplung die Strahlbreite in etwa dem Modenfeldradius der Faser entsprechen muss, ist eine gleichzeitige effiziente Einkopplung beider Strahlen zunächst einmal nicht möglich. Im Experiment konnten entsprechend mit dem Aufbau ohne Teleskop lediglich geringe Rückkopplungsgrade von etwa 1% der Feldstärke (0,01% der Leistung) erreicht werden.

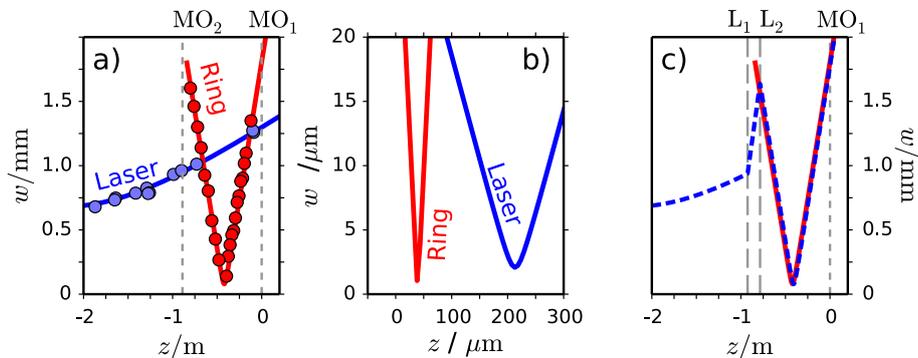


Abbildung 5.7.: Teilabb. a): Strahlverläufe von Laserstrahl und dem Strahl im Ringresonator. Die senkrechten Linien zeigen die Positionen der Mikroskopobjektive an. Teilabb. b): Berechnete Strahlverläufe hinter dem Mikroskopobjektiv MO_1 , wobei sich $z = 0$ auf den Fokuspunkt bei 8 mm bezieht. Teilabb. c): Mit Hilfe eines aus zwei Linsen L_1 und L_2 bestehenden Galilei-Teleskops kann der Laserstrahl dem Ring-Strahl angeglichen werden. Senkrechten Linien: Positionen der Linsen und des MO_1 .

Einen Ausweg aus dieser Situation bietet die Verwendung eines Galilei-Teleskops, mit dem die Strahlparameter des Laserstrahls vor dem Ringresonator verändert werden können. Um den Strahl in seinen beiden Freiheitsgraden (Strahlradius und Divergenz bzw. Krümmungsradius der Wellenfronten) zu ändern, sind zwei Linsen im Teleskop notwendig. Durch numerische Berechnungen mit dem ABCD-Formalismus (siehe Anhang C.3) wurden mögliche Konfigurationen des Teleskops ermittelt. Als eine im Experiment realisierbare Variante hat sich der Einsatz von Linsen der Brennweiten $f_1 = -200$ mm und $f_2 = 175$ mm in einem Abstand von etwa 13 cm zueinander erwiesen. In Abb. 5.7 c) ist der berechnete Strahlverlauf für die Linsenpositionen $z_1 = -92$ cm und $z_2 = -79$ cm gezeigt, wobei die Parameter des Laserstrahls hier gut mit denen des Strahls zwischen den Mikroskopobjektiven übereinstimmen. Insgesamt wurde durch den Einsatz des Teleskops eine Steigerung der Rückkopplung für die Feldstärke um etwa anderthalb Größenordnungen erreicht.

5.3.2. Bestimmung des Rückkoppelgrads

Eine gewisse experimentelle Schwierigkeit stellt die quantitative Bestimmung des Rückkoppelgrads dar, weil das Einbringen von Messinstrumenten in den Ring zur Unterbrechung der Rückkopplung führt. Eine qualitative Aussage kann man relativ schnell erhalten, indem man den Strahlengang im Ring z.B. mit einer geschlitzten, rotierenden Kreisscheibe (einen *chopper*, englisch für "Zerhacker") periodisch unterbricht und an einem der Ausgänge A_1 oder A_2 die (zur Gesamtleistung proportionale) Fotospannung mit einem Detektor aufnimmt. Bei dieser "Unterbrechungs"-Methode vernachlässigt man jedoch, dass im Ringresonator kohärente Felder vorliegen und somit phasenabhängige Interferenzeffekte auftreten.

Eine angemessenere Methode ist die sogenannte Gütemessung[3], da diese die Phasenabhängigkeit der auftretenden Vielstrahlinterferenz berücksichtigt. Hierbei wird ebenfalls die Ausgangsleistung aufgenommen, jedoch geschieht dies bei systematischer Variation der im Resonator auftretenden linearen Phasendrehung. Das Gesamtfeld ergibt sich durch Addition aller Teilfelder unter Berücksichtigung ihrer Phasenwerte. Direkt vor dem Mikroskopobjektiv MO_1 findet man die Felder E_n , welche den Resonator jeweils n -mal durchlaufen haben:

$$E_0 = r_{ST} \cdot E_L \quad (5.6)$$

$$E_1 = r_{ST} \cdot E_L \cdot t_{res} \cdot \exp(i\Delta\phi_{res}) \cdot t_{ST} \quad (5.7)$$

$$E_2 = r_{ST} \cdot E_L \cdot [t_{res} \cdot \exp(i\Delta\phi_{res}) \cdot t_{ST}]^2 \quad (5.8)$$

...

$$E_n = r_{ST} \cdot E_L \cdot [t_{res} \cdot \exp(i\Delta\phi_{res}) \cdot t_{ST}]^n. \quad (5.9)$$

Hierbei ist E_L die Feldstärke des Laserfeldes außerhalb des Ringresonators und r_{ST} der (Feld)-Reflexionsgrad des Strahlteilers. Der Resonator-Transmissionsgrad t_{res} berücksichtigt die z.B. bei der Einkopplung in die Faser auftretende Verluste, der Strahlteiler-Transmissionsgrad t_{ST} die Amplitudenverringerng am Strahlteiler. Die lineare Phasenverschiebung gegenüber dem Laserstrahl pro Ringumlauf ist hier $\Delta\phi_{res}$. Für das Gesamtfeld ergibt sich

$$E = \sum_{k=0}^{\infty} E_k = E'_0 \sum_{k=0}^{\infty} t_{eff}^k \exp(ik\Delta\phi_{res}) = E'_0 \frac{1}{1 - t_{eff} \exp(i\Delta\phi_{res})} \quad (5.10)$$

mit den effektiven Feld-Transmissionskoeffizienten $t_{eff} = t_{res}t_{ST}$ und der Amplitude $E'_0 = r_{ST}E_L$. Die Summe kann dabei als geometrische Reihe ausgewertet werden, weil der Faktor $t_{eff} \exp(i\Delta\phi_{res})$ vom Betrag her immer kleiner als eins ist. Die Leistung bzw. Intensität ist proportional zum Betragsquadrat der Feldamplitude:

$$I \propto \left| \frac{1}{1 - t_{eff} \exp(i\Delta\phi_{res})} \right|^2 = \frac{1}{1 - 2t_{eff} \cos(\Delta\phi_{res}) + t_{eff}^2} = \frac{1}{(1 - t_{eff})^2 + 4t_{eff} \sin^2(\Delta\phi_{res}/2)}, \quad (5.11)$$

5. Vorstellung des Messaufbaus

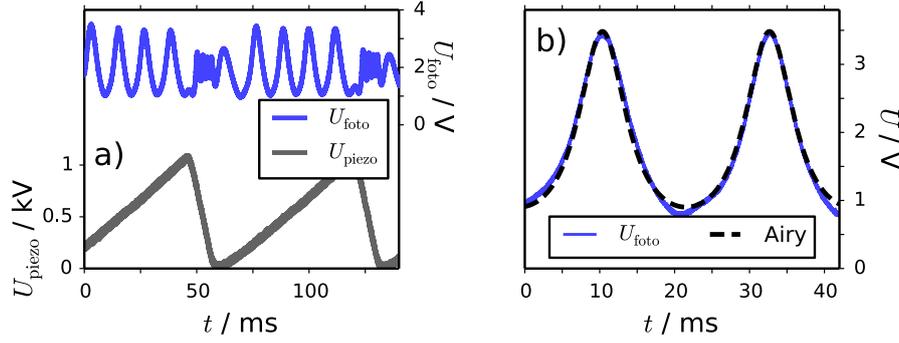


Abbildung 5.8.: Messdaten zur Bestimmung der Rückkoppleffizienz. Teilabb. a): Fotospannung auf dem Detektor und Verlauf der Steuerspannung des Piezokristalls. Teilabb. b): Die Airy-Funktion der höchsten experimentell erreichten Rückkoppleffizienz mit theoretischer Ausgleichskurve.

für die relative Intensität erhält man daraus die als Airy-Funktion[3] bekannte Form

$$\frac{I}{I_{\max}} = \frac{1}{1 + F \sin^2(\Delta\phi_{\text{res}}/2)} \quad \text{mit dem Finessekoeffizienten } F = \frac{4t_{\text{eff}}}{(1 - t_{\text{eff}})^2}. \quad (5.12)$$

Es sei darauf hingewiesen, dass der Finessekoeffizient hier *Feld*transmissivität t_{eff} enthält, was aus dem Aufbau als Ringresonator resultiert. In anderen Zusammenhängen (z.B. dem Fabry-Pérot-Interferometer) enthält der Finessekoeffizient oft die *Leistung*transmissivität (bzw. -reflektivität).

Im Experiment wurde die Variation der Resonatorphase durch Einsatz eines Piezokristalls realisiert. Durch Anlegen einer Hochspannung ändert dieser seine Ausdehnung und erzeugt somit eine Änderung der Länge des Ringresonators. Am Ausgang A_2 wurde mit einem Fotodetektor eine zur im Ring vorliegenden Leistung proportionale Fotospannung aufgenommen. Abb. 5.8 a) zeigt beispielhaft den Verlauf dieser Fotospannung bei Rückkopplung, zusammen mit der an den Piezokristall angelegten Steuerspannung. Es ist zu erkennen, dass über den Verlauf der linear ansteigenden Flanke der Steuerspannung etwa vier Perioden der Airy-Funktion auftreten. Nach Erreichen des Maximalwerts fällt die Spannung wieder auf den Ausgangswert zurück und der Piezokristall relaxiert.

Teilabb. 5.8 b) zeigt die aufgenommene Kurve für die höchste im Experiment realisierte Rückkopplungseffizienz, zusammen mit einer durch Ausgleichsrechnung daran angepassten Airy-Kurve. Man erhält in diesem Fall den Wert $F = 2,864$ für den Finessekoeffizienten, was einer Rückkoppleffizienz von

$$t_{\text{eff}} = 0,326 \quad (5.13)$$

für das Feld bzw.

$$T_{\text{eff}} = t_{\text{eff}}^2 = 0,106 \quad (5.14)$$

für die Leistung entspricht. Ein weiterer, häufig verwendeter Kennwert ist die Finesse F^* , die das Verhältnis zwischen dem Abstand der Maxima der Airyfunktion und deren (voller)

Tabelle 5.4.: Leistungstransmissionen der verschiedenen Elemente im Ringresonator.

Element	Leistungstransmission
Strahlteiler*	55%
Fasereinkopplung*	65%
2× Fresnel-Reflexe (Faserenden), je Reflexion am Spiegel†	96,5%
2× Fresnel-Reflexe (Glasplättchen, A ₂), je	97,2%
2× Mikroskopobjektive*, je	96,0%
	97,5%
gesamt	28,4%

* eigene Messung † Herstellerangaben

Halbwertsbreite angibt.[2]. Mit dem Finessekoeffizienten kann man ihren Wert als

$$F^* = \frac{\pi\sqrt{t_{\text{eff}}}}{1 - t_{\text{eff}}} \quad (5.15)$$

berechnen[3], was im vorliegenden Fall $F^* = 2,66$ ergibt. Gl. (5.15) ist jedoch nur für hohe Rückkoppelkoeffizienten gültig. Numerisch wurde aus den Halbwertsbreiten der Airy-Maxima ein etwas geringerer Wert von $F^* = 2,49$ für $t_{\text{eff}} = 0,326$ bestimmt.

5.3.3. Einordnung der erreichten Rückkoppelkoeffizienz

Die Gütemessung am Ringresonator hat gezeigt, dass im besten Falle eine Leistungsrückkopplung von nur etwa 10% erreicht wurde. Hier soll kurz diskutiert werden, wie dieser niedrige Wert einzuordnen ist. Betrachtet man die Abschwächungen für alle im Resonator vorhandenen Elemente (Tab. 5.4), so erhält man einen theoretischen Maximalwert für die Leistungsrückkopplung von etwa 29%, was 53% der Feldamplitude entspricht.

Die bedeutendsten Abschwächungen können in Tab. 5.4 als die Transmission am Strahlteiler und die Einkoppelverluste in die Glasfaser identifiziert werden. Grundsätzlich kann man über Verwendung eines anderen Strahlteilers mit höherer Transmissivität die Rückkopplungseffizienz steigern, allerdings würde dabei auch ein größerer Anteil der Pumpleistung ungenutzt verloren gehen. Der zweite wichtige Anteil, die Einkopplung in die Glasfaser, bietet weniger Optimierungsmöglichkeiten. Zwar zeigt sich aus Betrachtungen der Form der Fasermode, dass diese einen guten Überlapp mit einem passenden Gauß-Strahl besitzt (etwa 98%, siehe Abschnitt 5.2.3), jedoch konnte dieser Wert im Experiment bei weitem nicht erreicht werden. Routinemäßig liegt der Einkopplungsgrad bei etwa 65% der Leistung, was bereits ein vergleichsweise hoher Wert ist. In [214] und in [215] wird jeweils ein Wert von erreichten 50% für diesen Fasertyp angegeben.

Im Vergleich zur theoretisch erreichbaren Rückkoppelkoeffizienz wurden im Experiment für das Feld etwa 61% und für die Leistung etwa ein Drittel des jeweiligen Maximalwerts erreicht. Obwohl umfangreiche Optimierungsversuche durchgeführt wurden, konnten keine höheren Werte erreicht werden. Eine mögliche Ursache hierfür ist, dass die Polarisation des rückgekoppelten Strahls nicht mit derjenigen des Lasers übereinstimmt. Hierauf wurde jedoch in den Experimenten besonderes Augenmerk gelegt, sodass Abweichungen der

Polarisationsrichtung von mehr als 10 Grad ausgeschlossen werden können. Ein zweiter, ebenfalls als unwesentlich einzuschätzender Faktor ist die Abweichung der ausgekoppelten Fasermode von der eines Gauß-Strahls.

Deutlich größeren Einfluss hat vermutlich der bereits in Abschnitt 5.3.1 diskutierte Fakt, dass zwei Strahlen gleichzeitig durch ein Mikroskopobjektiv in die Faser eingekoppelt werden. Selbst wenn man ein ideales Linsensystem annimmt, so führen bereits geringe Abweichungen zwischen den Parametern der beiden Strahlen zu verschiedenen Foki und somit zu unterschiedlichen Einkoppeleffizienzen. Als experimentelle Schwierigkeit hat sich zudem herausgestellt, dass die beiden Einkopplungen nicht unabhängig voneinander sind. Wird z.B. eine Feinjustage am Mikroskopobjektiv zur Optimierung der Rückkopplung vorgenommen, ändert sich auch immer die Einkopplung des Laserstrahls, was zu zeitaufwendigen Nachjustagen führt.

Auch in vergleichbaren Experimenten zeigen sich ähnlich niedrige Rückkoppeleffizienzen: Brauckmann *et al.*[223] erreichten in einem Ringresonator mit einer mikrostrukturierten Glasfaser 20% Leistungsrückkopplung, wobei die Strahlteilertransmissivität mit $T_{\text{ST}} = 0,88$ relativ hoch war. In einem Ringresonator mit einer konventionellen Glasfaser wurde durch Steinmeyer *et al.*[224] eine Finesse von $F^* = 3,5$ mit $T_{\text{ST}} = 0,7$ erreicht, was einer Resonatortransmissivität von etwa 17%-18% (Leistung) entspricht. Moselund *et al.*[215] benutzten einen linearen Resonator mit zwei Spiegeln, in dem sich eine mikrostrukturierte Glasfaser befand. Hier sind die Leistungsverluste pro Umlauf als 8 dB angegeben (15% Leistungsrückkopplung).

6. Erzeugung von Superkontinua in einem Ringresonator

In diesem Kapitel werden experimentelle Ergebnisse zur Erzeugung von Superkontinua mit dem bestehenden Aufbau vorgestellt und diskutiert. Im ersten Teil wird zunächst auf das Verhalten beim Einfachdurchlauf, d.h. ohne Rückkopplung, eingegangen. Hierbei werden die experimentellen Spektren mit Simulationsrechnungen verglichen und es werden die wesentlichen beteiligten Prozesse identifiziert. Im zweiten Teil des Kapitels werden die Ergebnisse zum Fall mit vorhandener Rückkopplung dargestellt. Auch hier werden die Daten aus Experiment und Simulation gegenübergestellt und es wird auf die Besonderheiten des Rückkoppelfalls eingegangen.

6.1. Superkontinuumserzeugung beim Einfachdurchlauf

Bereits beim einfachen Durchlauf durch die Glasfaser können mit dem vorhandenen Aufbau Superkontinua erzeugt werden, sofern der Laser im Pulsbetrieb läuft. Zur Aufnahme der erzeugten Spektren wurde dabei ein optischer Spektralanalysator (*optical spectrum analyzer*, OSA) vom Typ “MS9710B” des Herstellers Anritsu[225] verwendet. Die Auskopplung von Licht aus dem Ringresonator in Richtung Spektrometer erfolgte dabei am Ringausgang A_2 .

Vor der Diskussion der Messergebnisse seien noch einige Hinweise zur Verarbeitung, Normierung und Darstellung der Spektren gegeben:

- Das Spektrometer gibt Tabellen mit Wellenlängen und den dazugehörigen Leistungsdichten (λ , $S(\lambda)$) aus. Dabei wird die Wellenlängendarstellung verwendet, d.h. die spektrale Leistungsdichte hat die Einheit W/m. Hier soll aber einheitlich die Frequenzdarstellung benutzt werden; die gemessenen Spektren wurden deshalb mit Gl. (A.28) aus Anhang A.1.2 entsprechend umgerechnet.
- Die verschiedenen Messungen wurden z.T. mit größerem zeitlichen Abstand durchgeführt, wobei Schwankungen bei der Leistungseinkopplung in das Spektrometer auftraten. Um eine Vergleichbarkeit der experimentellen Spektren untereinander und mit den simulierten Spektren zu erhalten, wurden Normierungen vorgenommen. Als Referenz wurde die jeweils vom Laser in die Faser eingekoppelte mittlere Leistung verwendet.
- Die Spektren sind in der Regel in einer logarithmischen Darstellung gezeigt. Wenn nicht anders vermerkt, bezieht sich die dargestellte Leistungsdichte ($S(\nu)$ in dB) auf einen Referenzwert von $S_0 = 1$ W/Hz. Demnach entspricht z.B. ein Wert von -120 dB einer Leistungsdichte von 1 W/THz.

6.1.1. Überblick über experimentelle Spektren

Abbildung 6.1 gibt einen Überblick über die beim Einfachdurchlauf erzeugten Spektren, wobei Teilabb. a) die im kurzen Fasersegment erzeugten und b) die aus dem langen Segment zeigt. Das Spektrum mit 10 mW mittlerer Leistung in a) entspricht im Wesentlichen dem unveränderten Laserspektrum. Ebenfalls zu erkennen ist der Rauschuntergrund des Spektrometers, der eine charakteristische “Stufe” bei etwa 310 THz aufweist. Diese ist vermutlich durch die Verwendung unterschiedlicher Fotodetektoren für die verschiedenen Frequenzbereiche verursacht¹.

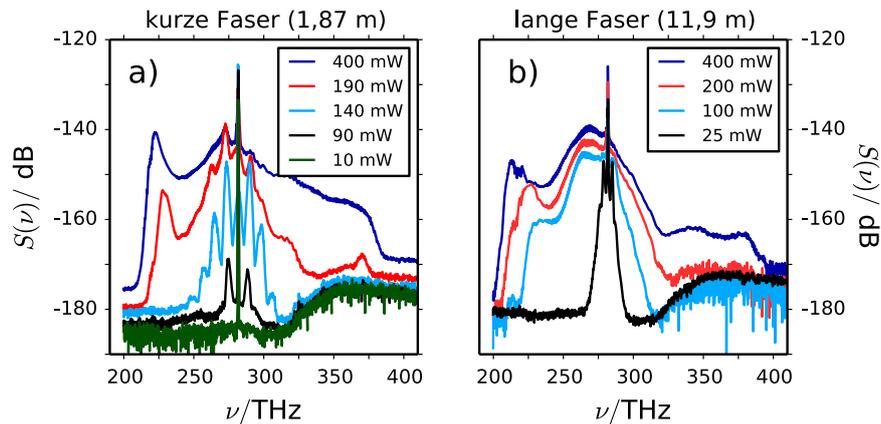


Abbildung 6.1.: Beim Einfachdurchlauf (d.h. ohne Rückkopplung) im Experiment erhaltene Spektren für a) die kurze und b) die lange Faser.

Erste sichtbare Veränderungen des Spektrums durch die Glasfaser treten im kurzen Segment ab etwa 50 mW mittlerer Leistung auf. Hierbei beobachtet man die Bildung zweier Seitenbänder bei Frequenzen unter- und oberhalb der Laserfrequenz. In Abb. 6.1 a) sind diese Bänder für 90 mW gut zu erkennen, da ihre Leistungsdichte bereits etwa 10 dB über dem Rauschuntergrund liegt. Bei Erhöhung der Leistung entstehen zusätzliche Seitenbänder, wie am Spektrum für 140 mW sichtbar ist.

Für noch größere Leistungen (190 mW) beobachtet man das Entstehen und Anwachsen von spektralen Komponenten bei etwa 220 THz und 370 THz. Bei 400 mW findet man ein plateauförmiges Spektrum vor, dessen Leistungsdichte an den Rändern bei etwa 210 THz und 380 THz abrupt absinkt, dazwischen aber um weniger als 20 dB variiert. Es wurde eine gewisse Stagnation der spektralen Verbreiterung bei weiterer Steigerung der eingekoppelten Leistung beobachtet: eine Erhöhung führte nur noch zu einem Anwachsen der Leistungsdichte innerhalb des genannten Spektralbereichs. Die maximal in die Faser eingekoppelte Leistung lag bei etwa 600 mW. Der Laser selbst ermöglicht zwar problemlos noch höhere Leistungen, es wurde aber auf eine weitere Leistungserhöhung verzichtet, um Beschädigungen der Faser zu vermeiden.

Bei der langen Faser (Abb 6.1 b) beobachtet man ein ähnliches Verhalten wie bei dem kurzen Segment. Im Unterschied zur kurzen Faser setzt die spektrale Verbreiterung jedoch deutlich früher ein: die Entstehung der beiden Seitenbändern ist bereits bei geringen Leis-

¹Aus den Herstellerangaben (Datenblatt) konnte nicht entnommen werden, welche Detektoren im Spektrometer verbaut sind. Typischerweise werden Indium-Gallium-Arsenid-Detektoren (InGaAs) für den Bereich von etwa 180 THz bis 300 THz und Siliziumdetektoren für höhere Frequenzen verwendet.

tungen (25 mW) erkennbar. Die weitere spektrale Verbreiterung bei höheren Leistungen ähnelt derjenigen, die bei der kurzen Faser beobachtet werden kann. Es fällt jedoch auf, dass die spektrale Leistungsdichte im hochfrequenten Teil bei der langen Faser insgesamt geringer ist. Eine mögliche Erklärung hierfür ist, dass in der Glasfaser frequenzabhängige Verluste auftreten, die sich in der längeren Glasfaser stärker auswirken. Das Datenblatt der Faser (Anhang G) zeigt tatsächlich eine Verlustkurve, die für kleinere Wellenlängen ansteigt. Jedoch ist der dort abzulesende Unterschied von etwa 26 dB/km bei der Laserfrequenz zu etwa 32 dB/km bei 350 THz (850 nm) zu gering, um die Beobachtung vollständig zu erklären.

Es ist erkennbar, dass auch in der langen Faser bei einer mittleren Leistung von 400 mW die spektrale Verbreiterung in eine Art Sättigung geht. Hier ist, wie in der kurzen Faser, der spektrale Umfang des erzeugten Superkontinuums auf etwa 210 THz bis 380 THz beschränkt.

6.1.2. Identifikation der ablaufenden Prozesse

Die Superkontinuumserzeugung mit den vorhandenen Faser- und Pulsparametern findet eindeutig im Regime der Modulationsinstabilität statt. Bereits bei einer mittleren Leistung von 25 mW erhält man eine Pulsspitzenleistung von etwa 22 W. Zusammen mit der Pulsdauer von $T_0 \approx 6,8$ ps und den Faserparametern bei der Laserfrequenz ($\beta_2 = -3,7$ ps²/km und $\gamma = 37$ (W km)⁻¹) ergibt sich nach Gl. (2.36) eine Solitonenordnung von etwa $N \approx 100$. Generell kann man drei Phasen der spektralen Verbreiterung beobachten:

1. Die Anfangsphase der Superkontinuumsbildung: hier dominiert das Anwachsen der Modulationsinstabilität.
2. In der Wellenmisch - bzw. Cherenkov-Phase entstehen durch phasenangepasste Prozesse weiter von der Laserfrequenz entfernte Frequenzkomponenten.
3. Sättigungsphase: für hohe Leistungen und ab einer bestimmten Ausbreitungslänge beobachtet man, dass die spektrale Verbreiterung stagniert.

Für die vorliegenden experimentellen Spektren wurden numerische Simulationen der Ausbreitung angefertigt. Hierfür wurden die in Abschnitt 2.12 beschriebenen Programme verwendet. Sofern nicht anders vermerkt wurde die generalisierte nichtlineare Schrödingergleichung inklusive aller Terme wie Dispersion höherer Ordnung, Self-Steepening und Raman-Effekt gelöst. Für die Dispersion der Faser wurde der aus [32] berechnete Verlauf (mit $d/\lambda = 0,415$ und $\Lambda = 1,52$ μm) verwendet, der gut mit dem experimentell erhaltenen Dispersionsverlauf übereinstimmt. Die dazu gehörigen Dispersionskoeffizienten sind in Tab. 5.3 aufgelistet.

Wie bei der Vorstellung der Modulationsinstabilität (Abschnitt 2.10.1) bereits erwähnt, beruht die Entstehung neuer Spektralkomponenten bei diesem Prozess auf der Verstärkung eines bereits vorhandenen Rauschuntergrunds. Dieser muss demnach auch in der Numerik modelliert werden, um realistische Simulationen zu ermöglichen. Hierfür gibt es z.T. aufwendige Modelle wie das in [226] vorgestellte, bei denen Merkmale des Lasers wie die Linienbreite in die Modellierung mit eingehen. Für die vorliegenden Gegebenheiten hat sich jedoch gezeigt, dass bereits mit dem simplen heuristischen Modell des "one-photon-per-mode"-Rauschens[67] eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten erreicht werden kann. Bei diesem Ansatz wird zur Erzeugung des Rauschens

6. Erzeugung von Superkontinua in einem Ringresonator

im Frequenzraum in jedes der diskreten Frequenzintervalle des Anfangsfeldes ein Photon mit einem zufälligen Phasenwert addiert. Die Phasen für die Rauschphotonen sind dabei unkorreliert und ihre Werte im Intervall von Null bis 2π gleichverteilt².

Anfangsphase

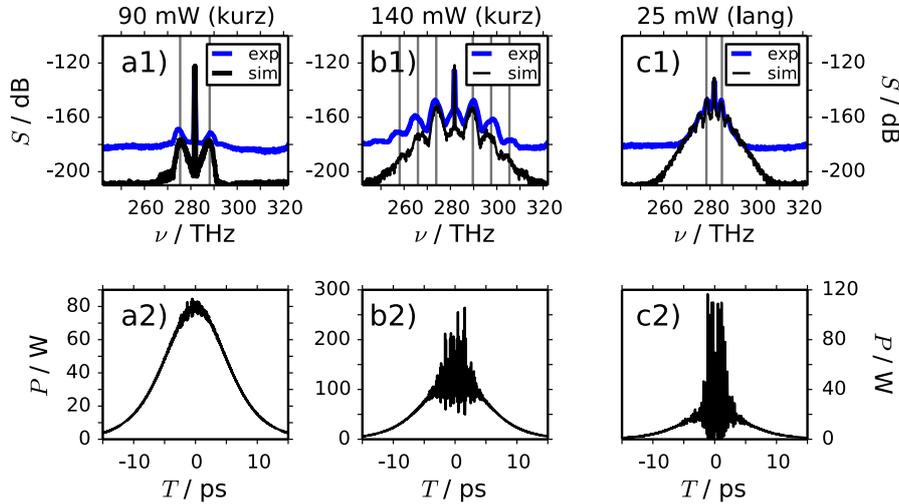


Abbildung 6.2.: Teilabb. a1)-c1): Experimentell und numerisch erhaltene Spektren für niedrige Leistungen im Vergleich. Die grauen senkrechten Linien zeigen jeweils die theoretisch berechneten Frequenzen maximaler Verstärkung durch die Modulationsinstabilität (Gl. 2.44) bzw. in b1) auch deren Vielfache an. “kurz” bzw. “lang” bezieht sich auf die kurze bzw. die lange Faser. Teilabb. a2)-c2): simulierte Leistungsverläufe für a1)-c1), jeweils am Ende der Faser.

Für geringe Pulsleistungen zeigen die erzeugten Spektren die typischen Merkmale der Anfangsphase der Modulationsinstabilität, also das Auftreten der typischen Seitenbänder in mehr oder weniger fortgeschrittenem Zustand.

Darauf folgt das Auftreten von Seitenbändern höherer Ordnung, welche durch Vierwellenmischungsprozesse zwischen den primären Seitenbändern und der Pumpkomponente erzeugt werden [72,227,228]. Diese Seitenbänder befinden sich dann bei ganzzahligen Vielfachen des Frequenzabstandes zwischen Pumpe und primären Seitenbändern.

Abb. 6.2 a1)-c1) zeigt drei aus Simulationen erhaltene Spektren, jeweils im Vergleich zu den experimentellen Ergebnissen. Als graue senkrechte Linien sind die nach Gl. 2.44 erwarteten Positionen der MI-Seitenbänder eingezeichnet. Generell zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen experimentellen und simulierten Spektren sowie den theoretischen Positionen der Seitenbänder. In Teilabb. 6.2 a1) und b1) sind quantitative Unterschiede der erhaltenen Leistungsdichten zu erkennen. Einerseits kann dies auf mögliche Unsicherheiten bei der Bestimmung der Leistung zurückzuführen sein: Diese hat über die

²Streng genommen wird dabei die Energie des Signals verändert, jedoch ist dieser Effekt zu vernachlässigen: schon bei einer geringen mittleren Leistung von 25 mW besitzt jeder der Laserpulse eine Energie von etwa 300 pJ und enthält rund $1,6 \cdot 10^9$ Photonen. Typischerweise verwendet man in den Simulationen Frequenzraaster mit $2^{17} \approx 1,3 \cdot 10^5$ Intervallen, was dann der Anzahl der Rauschphotonen entspricht.

exponentielle Verstärkung der Seitenbänder großen Einfluss auf die am Ende der Faser auftretende Leistungsdichte. Zudem treten im Experiment noch weitere Rauschquellen wie das Detektorrauschen im Spektrometer auf, welche sich auf die Messwerte addieren.

Die zweite Zeile von Abb. 6.2 zeigt die zeitlichen Leistungsverläufe für die in den Teilabbn. a1) - c1) dargestellten simulierten Spektren. Die drei Fälle a)-c) können als unterschiedliche Stadien der Anfangsphase aufgefasst werden. Bei der mittleren Leistung von 90 mW werden über die Faserstrecke lediglich die primären Seitenbänder verstärkt. Hierbei ist deren Leistungsdichte noch vergleichsweise gering: Sie liegt etwa 40 dB unter derjenigen bei der Pumpfrequenz. Im Zeitbereich äußert sich dies als eine leichte Modulation des Leistungsverlaufs (Teilabb. 6.2 a2)). Bei etwas höherer Leistung (140 mW) können die Seitenbänder innerhalb der Faserstrecke stärker anwachsen (Teilabb. b1)), zudem bilden sich sekundäre Seitenbänder. Der dazugehörige Leistungsverlauf (Teilabb. b2)) weist entsprechend eine stärkere Modulation auf. Die dritte Spalte von Abb. 6.2 zeigt den Fall einer mittleren Leistung von 25 mW, hier jedoch in dem langen Fasersegment. Durch die längere Ausbreitungsstrecke ist die Modulationsinstabilität am weitesten entwickelt. Hier ist das zeitliche Leistungsprofil sehr stark durchmoduliert. Im Vergleich zum deutlich längeren Anfangspuls (Dauer 6,8 ps, Spitzenleistung etwa 22 W) hat sich eine Vielzahl von kurzen, leistungsstarken Strukturen gebildet.

Die Ergebnisse aus Experiment und Simulationen befinden sich in guter Übereinstimmung mit den Skalenüberlegungen aus Abschnitt 4.5. Für die vorliegenden Solitonenordnungen ($N \geq 100$) dominiert die Modulationsinstabilität, die abhängig von der Faserlänge und der Eingangsleistung unterschiedliche entwickelt sein kann. Bei 90 mW mittlerer Leistung (80 W Spitzenleistung) ist die charakteristische Länge der Modulationsinstabilität nach Gl. 4.21 mit 3,80 m noch etwa doppelt so lang wie das kurze Fasersegment, bei 140 mW ist liegt mit $L_{MI} = 2,5$ m bereits in derselben Größenordnung. Beim langen Fasersegment tritt für etwa 30 mW der Fall ein, dass Faser- und Modulationsinstabilitätslänge in etwa gleich sind. In Teilabb. c1) findet man tatsächlich, dass das Spektrum (für 25 mW) die typischen, im Logarithmischen linear abfallenden Flanken aufweist, die man bei in den durch MI gebildeten Gleichgewichtsspektren (vgl. Abb. 4.2 b)) findet.

Wellenmischungsphase

Ab einer mittleren Leistung von etwa 150 mW treten in der kurzen Faser Spektren auf, deren Form nicht mehr allein durch die Modulationsinstabilität zu erklären ist. Grundsätzlich kann man dies durch das Vorhandensein von Dispersion höherer Ordnung erklären, die für die in diesem Leistungsregime erzeugten spektralen Breiten nicht mehr vernachlässigt werden kann. Abb. 6.3 zeigt die Ergebnisse von Beispielsimulationen, die in dieser Frage angestellt wurden. Simuliert wurde die Ausbreitung für mittlere Leistungen von 190 mW und 400 mW über die Strecke des kurzen Fasersegments. Dabei wurde jeweils einmal die Dispersion höherer Ordnung ignoriert bzw. berücksichtigt; in allen Fällen wurde der Raman-Effekt und das Self-Steepening einbezogen. Ist lediglich eine konstante Gruppengeschwindigkeitsdispersion ($\beta_2 = const$) vorhanden, so erhält man die typischen Spektren der Modulationsinstabilität. Wird auch die Dispersion höherer Ordnung mit einbezogen, so entstehen weitere spektrale Komponenten.

Die zusätzlichen spektralen Merkmale können durch phasenangepasste Prozesse wie die Vierwellenmischung (mit Dispersionstermen höherer Ordnung) und durch die Bildung von Cherenkov-Strahlung (CR) erklärt werden. Als Beispiel sei hier eine mittlere Leistung von

6. Erzeugung von Superkontinua in einem Ringresonator

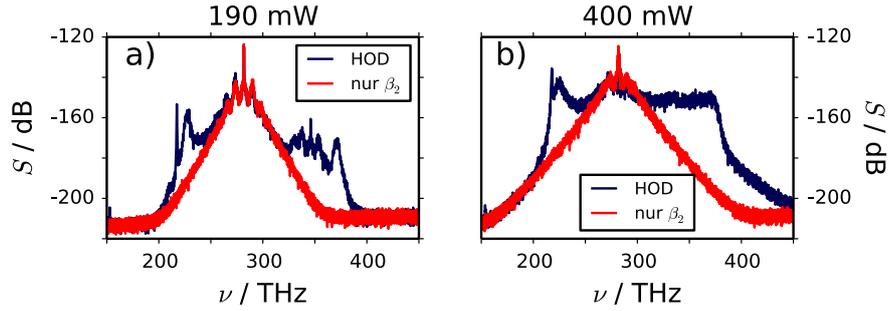


Abbildung 6.3.: Simulierte Superkontinua für zwei verschiedene Leistungen. Gezeigt sind die Spektren, die man bei Vernachlässigung (nur β_2) und unter Einbeziehung (HOD) der Dispersion höherer Ordnung erhält.

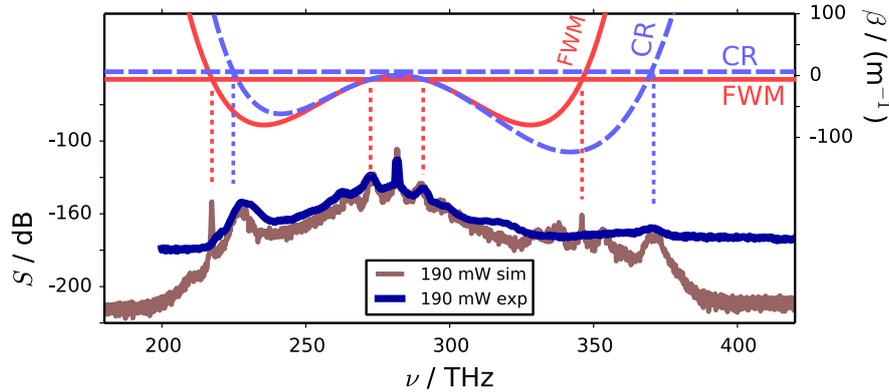


Abbildung 6.4.: Oberer Teil: Phasen Anpassungsbedingungen für die Vierwellenmischung sowie für die Erzeugung von Cherenkov-Strahlung in grafischer Form. Optimal phasenangepasste Frequenzen finden sich an den Schnittpunkten der Dispersionskurven mit den Konstanten $\gamma\hat{P}$ bzw. $-\gamma\hat{P}$. Unten: simuliertes und experimentell erhaltenes Spektrum für eine mittlere Leistung von 190 mW (kurze Faser).

190 mW im kurzen Fasersegment betrachtet: Abb. 6.4 zeigt das experimentell erhaltene Spektrum im Vergleich mit dem Ergebnis einer Simulation. Zusätzlich dazu sind in der Abbildung die Phasen Anpassungsbedingungen für die zu erwartenden Entstehungsprozesse in grafischer Form gezeigt.

Für die Vierwellenmischung (FWM) muss die Bedingung $-\gamma\hat{P} = \beta_{\text{gerade}}(\omega)$ erfüllt sein, wobei β_{gerade} nur die geraden Terme der Dispersionskurve enthält (vgl. Abschnitt 3.3). Für die Erzeugung von Cherenkov-Strahlung sind diejenigen Frequenzen phasenangepasst, für die die Bedingung $\gamma\hat{P} = \beta(\omega)$ gegeben ist (vgl. Abschnitt 3.4). Als \hat{P} wurde in den gezeigten Fällen jeweils $\hat{P} = 167$ W angenommen, was nach Gl. (5.2) der Spitzenleistung für eine mittlere Leistung von 190 mW entspricht. Der exakte Wert von \hat{P} spielt jedoch eine untergeordnete Rolle, da das Produkt $\gamma\hat{P}$ für die auftretenden Leistungen in jedem Fall klein gegen die Werte der Dispersionskurven β bzw. β_{gerade} ist. Damit sind auch die Frequenzen der optimalen Phasen Anpassung nur schwach leistungsabhängig.

Beim experimentell erhaltenen Spektrum ist der Bereich um die Laserfrequenz noch durch den den typischen Verlauf dominiert, der durch die Modulationsinstabilität gebildet wird. An den Rändern besitzt es zusätzlich dazu zwei charakteristische ‘Schultern’

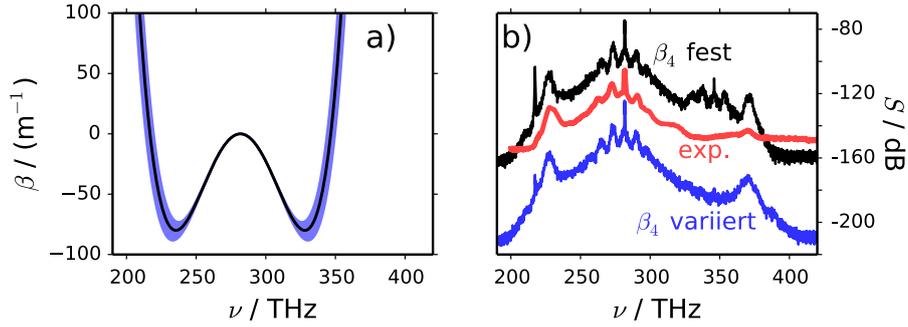


Abbildung 6.5.: Ausbildung von Strukturen der Vierwellenmischung bei zufälliger Variation der Dispersion. Teilabb. a): Gerader Anteil der Dispersionskurve β_{gerade} (schwarz), die Variation findet im hellblauen Bereich statt. Teilabb. b): Experimentelles Spektrum im Vergleich zum Fall mit und ohne Dispersionsvariation. Das experimentelle Spektrum ist um 25 dB, das simulierte mit festem β_4 um 50 dB nach oben verschoben.

bei etwa 230 THz und 370 THz, deren Positionen mit den Frequenzen der phasenangepassten Cherenkov-Strahlung übereinstimmen. Die grundlegenden Charakteristika finden sich ebenso im numerisch erhaltenen Spektrum, dieses weist jedoch zusätzlich die scharf begrenzte Frequenzkomponenten bei den Positionen der Vierwellenmischung (217 THz und 345 THz) auf.

Der Grund für das Fehlen der Vierwellenmischungskomponenten im Experiment ist zunächst unklar. Anhand des numerisch erhaltenen Spektrums kann man jedoch bereits erkennen, dass die Phasen Anpassung hier deutlich kritischer als für die Bildung von Cherenkov-Strahlung ist: die durch Vierwellenmischung erzeugten Frequenzkomponenten weisen jeweils nur eine geringe spektrale Breite auf. Eine mögliche Erklärung für das Fehlen der Komponenten der Vierwellenmischung stellt eine über den Faserverlauf variierende Dispersion dar. In [216] wurde experimentell nachgewiesen, dass zumindest für das dort verwendete Faserstück des Typs NL-1050-ZERO-2 eine solche Variation vorliegt. Aus der Datenübertragungstechnik ist bekannt, dass eine variierende Dispersion die Effizienz der Vierwellenmischung stark verringern kann[229]. Für mikrostrukturierte Glasfasern mit Geometrievariationen über den Faserverlauf ist ähnliches zu erwarten, wie unter anderem in [230–232] diskutiert wurde.

Mit einer Testsimulation wurde diese Hypothese qualitativ überprüft. Dafür wurde die Ausbreitungsstrecke von 1,9 m in Abschnitte mit je einem Zentimeter Länge unterteilt, wobei jeweils eine leicht unterschiedliche Dispersion vorlag. Konkret wurde für jedes Teilstück ein zufälliger Wert für β_4 berechnet, wobei die Zufallswerte mit maximalen Abweichungen von 10% um den sonst verwendeten Wert gleichverteilt waren. Abb. 6.5 a) zeigt den geraden Anteil der Dispersionskurve β_{gerade} und sowie Variationsbereich.

In Teilabb. b) sind die numerischen Spektren (mit und ohne zufälliger Variation) zusammen mit dem experimentell erhaltenen gezeigt. Es ist erkennbar, dass die Variation der Dispersion zu einer deutlichen Unterdrückung der Vierwellenmischungsanteile bei 217 THz und 345 THz führt, während der Cherenkov-Anteil relativ unverändert ist. Ebenfalls unterdrückt ist bei der Dispersionsvariation die Ausbildung der Strukturen, die bei festem β_4 in der Umgebung von 345 THz auftreten. Diese sind offenbar Sekundärstrukturen der

6. Erzeugung von Superkontinua in einem Ringresonator

Vierwellenmischung, sie fehlen auch in den experimentellen Spektren.

Sättigungsphase

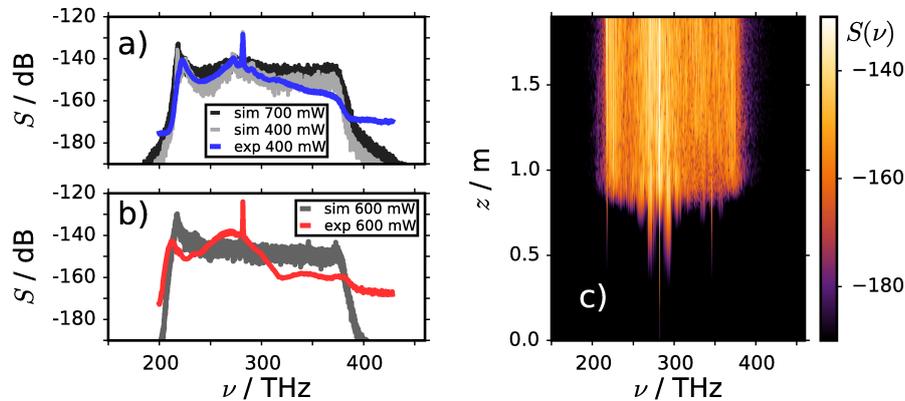


Abbildung 6.6.: Einfachdurchlauf durch die Faser bei hohen Leistungen. Teilabb. a): Spektren aus Simulation und Experiment für das kurze Fasersegment. Teilabb. b): Spektren für das lange Fasersegment. Teilabb. c): Entwicklung der Leistungsdichte mit dem Ort in der Faser für eine mittlere Leistung von 400 mW.

Die dritte Phase der Superkontinuumserzeugung beobachtet man bei Spitzenleistungen von einigen hundert Watt. Die erzeugten Spektren zeichnen sich durch ein Plateau um die Laserfrequenz aus, über dessen Breite die spektrale Leistungsdichte nur um wenige Dezibel variiert. An den Rändern dieses Plateaus beobachtet man einen starken Abfall der Leistungsdichte. Diese steil abfallenden Flanken finden sich sowohl für die kurze als auch für die lange Faser in den numerischen und experimentellen Spektren (Abb. 6.6 a) und b)). Auffällig ist dabei, dass eine gewisse Stagnation der spektralen Verbreiterung auftritt. Simulationen für die kurze Faser zeigen, dass eine Erhöhung der mittleren Leistung von 400 mW auf 700 mW keine nennenswerte spektrale Verbreiterung mehr ergibt, wie in Abbildung 6.6 a) zu erkennen ist. Die Region erzeugter spektraler Leistungsdichte bleibt auf einen Bereich von etwa 210 THz bis 380 THz beschränkt. Auch beim langen Faserstück findet sich diese Begrenzung (Teilabb. b)).

Abb. 6.6 c) zeigt anhand von Simulationsdaten, wie die spektrale Entwicklung eines Pulses mit 353 W Spitzenleistung (400 mW mittlerer Leistung) in der kurzen Faser vonstatten geht. Bis zu einer Ausbreitungsstrecke von etwa 0,5 m dominiert klar die Modulationsinstabilität mit den prominenten, exponentiell anwachsenden Seitenbändern bei etwa 270 THz und 292 THz. Ab 0,5 m treten bei etwa 210 THz und 350 THz zusätzlich Vierwellenmischungsanteile auf. Nach einer Ausbreitungsstrecke von 0,9 m haben sich neben den primären MI-Seitenbändern auch die sekundären ausgebildet, zusätzlich treten die Komponenten der Cherenkov-Strahlung auf. Im anschließenden Verlauf ab etwa $z = 1,0$ geht das Spektrum in einen quasi-statischen Zustand über, bei dem keine neuen Komponenten mehr gebildet werden.

Eine solche Beschränktheit des Spektrums ist typisch für mikrostrukturierte Glasfasern, welche einem Bereich anomaler Dispersion zwischen zwei Dispersionsnullstellen besitzen, und wurde bereits früher beobachtet [233–236]. Die Ausdehnung des erzeugten Superkontinuums ist dabei stark von der Form der Dispersionskurve abhängig. Diese legt im

Wesentlichen fest, welche Frequenzen für Prozesse wie die Vierwellenmischung und die Bildung von Cherenkov-Strahlung phasenangepasst sind. Der nichtlineare Anteil der Phasen Anpassung ($\gamma\hat{P}$) ist dabei in der Regel selbst für sehr hohe Leistungen klein gegenüber dem linearen Anteil $\beta(\nu)$ bzw. $\beta_{\text{gerade}}(\nu)$ (vgl. Abb. 6.4).

Zu einem ähnlichen Schluss führen auch die theoretischen Überlegungen, die in [237–239] vorgestellt wurden. Die Superkontinuumserzeugung wird dabei als Thermalisierungsprozess eines turbulenten Wellenfeldes betrachtet, wobei dieser Prozess im Wesentlichen auf der Vierwellenmischung basiert. Innerhalb dieser “thermodynamischen” Beschreibung werden für das betrachtete Feld die Äquivalente thermodynamischer Größen wie Masse, Energie, Impuls und Entropie definiert. Der Thermalisierungsprozess entspricht der Entwicklung des Feldes in einen Zustand, in dem die Entropie ein Maximum einnimmt. Das dabei entstehende Gleichgewichtsspektrum hat –unabhängig von den Details der Ausbreitung– die Form

$$S(\omega) = \frac{T}{\beta(\omega) + \lambda\omega - \mu}, \quad (6.1)$$

wobei T, λ und μ einfache Skalare sind, die aus den Erhaltungsgrößen des Systems bestimmt werden können. Der spektrale Verlauf ist demnach im Wesentlichen durch die Form der Dispersionskurve $\beta(\omega)$ bestimmt. In [240] wurde gezeigt, dass im Rahmen dieser Theorie die plateauartige Spektren mit abrupt abfallenden Kanten erklärt werden können. Innerhalb eines bestimmten Frequenzintervalls haben die Gleichgewichtsspektren die in Gl. (6.1) beschriebene Form, außerhalb fällt die Leistungsdichte rapide ab. Die Grenzfrequenzen geben den Wirkungsbereich der Vierwellenmischung an und sind durch die Entwicklungsparameter der Dispersionskurve gegeben:

$$\omega_{\pm} = -\frac{\beta_3}{\beta_4} \pm \sqrt{14} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\beta_3}{\beta_4}\right)^2 + \frac{|\beta_2|}{\beta_4}}. \quad (6.2)$$

Mit den experimentellen Parametern wurde numerisch untersucht, ob die thermodynamische Beschreibung auf das vorliegende System anwendbar ist. Dabei zeigte sich, dass zumindest eine qualitative Übereinstimmung auftritt, die experimentellen Spektren jedoch nicht ausschließlich durch diese Theorie erklärt werden können. Nach Gl. (6.2) sollte für die vorhandene Faser ein Spektrum entstehen, das abrupte Kanten bei etwa 210 THz und 355 THz besitzt. Dies findet sich in guter Übereinstimmung mit der niederfrequenten Kante des experimentell bestimmten Gleichgewichtsspektrums, jedoch wird die höherfrequentere unterschätzt. Die erwartete spektrale Form nach Gl. (6.1) innerhalb dieser Grenzen konnte numerisch nur qualitativ erhalten werden. Selbst nach deutlich längeren Ausbreitungsstrecken als der experimentell vorhandenen Faserlänge war die Pumpkomponente immer noch vorhanden, obwohl sich deren Energie innerhalb des thermodynamischen Ansatzes vollständig auf das Gleichgewichtsspektrum verteilen sollte.

Jedoch ist festzuhalten, dass das in Gl. (6.2) angegebene Frequenzintervall zumindest eine gute Abschätzung für die zu erwartende spektrale Breite eines Superkontinuums liefert. Dies ist vor allem deshalb bemerkenswert, weil die Theorie Effekte wie das Self-Steepening und den Raman-Effekt nicht beinhaltet und Gl. (6.2) zudem alle Dispersionsterme höherer Ordnung als β_4 vernachlässigt.

6.1.3. Einfluss des Raman-Effekts

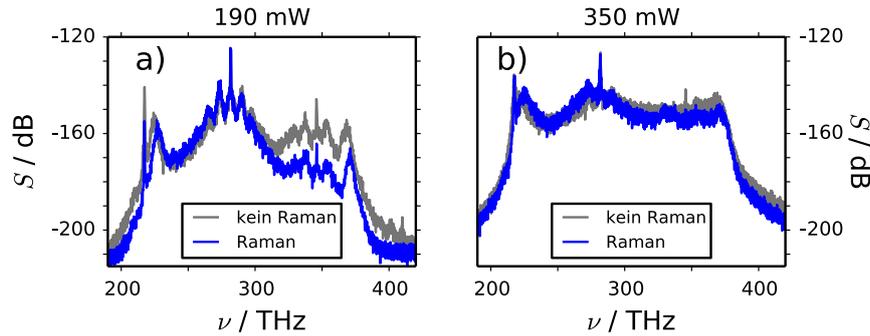


Abbildung 6.7.: Einfluss des Raman-Effekts auf die Spektren in der kurzen Faser. a) bei 190 mW mittlerer Leistung und b) bei 350 mW.

In vielen Experimenten zur Erzeugung von Superkontinua spielt der Raman-Effekt eine bedeutende Rolle[67], insbesondere wenn Solitonen involviert sind. Diese tragen dann in der Regel über die Solitonen-Selbstfrequenzverschiebung (vgl. Abschnitt 3.5) zur Erweiterung des niederfrequenten Teils des Spektrums bei. Für die vorhandene Faser NL-1050-ZERO-2 scheint der Raman-Effekt jedoch nur einen geringen Einfluss auf die Form des erzeugten Spektrums zu haben. Abb. 6.7 zeigt die aus Simulationsrechnungen erhaltenen Spektren für die kurze Faser, jeweils mit und ohne Einbeziehung des Raman-Effekts. Bei einer mittleren Leistung von 190 mW (Teilabb. a)) ist zwar zu erkennen, dass durch den Raman-Effekt die Ausbildung der spektralen Merkmale um 350 THz gedämpft wird. Bei höheren Leistungen (350 mW, Teilabb. b)) ist jedoch kaum noch ein Unterschied zu erkennen. Im Fall ohne den Raman-Effekt ist die Leistungsdichte im hochfrequenten Teil des Superkontinuums nur wenige dB höher. In den betrachteten Fällen ist jedoch keine signifikante Erweiterung des Spektrums hin zu niedrigeren Frequenzen durch den Raman-Effekt erkennbar, wie man sie sonst typischerweise erwarten würde.

Als Ursache für dieses Verhalten kann die flache Dispersion der Faser mit ihren zwei Nullstellen angesehen werden. Aufgrund des vergleichsweise geringen Abstands der Dispersionsnullstellen überlappt das durch die Modulationsinstabilität gebildete Spektrum stark mit Regionen normaler Dispersion.

Die durch die Modulationsinstabilität gebildeten Pulsstrukturen geben aufgrund dieses Überlapps Energie über Cherenkov-Strahlung ab. Dabei wird eine Rotverschiebung über den *spectral recoil*-Effekt (siehe Abschnitte 3.4, 3.5) verhindert. Den Pulsen fehlt anschaulich gesprochen die "Bewegungsfreiheit" im Spektrum, da diese durch die beiden Dispersionsnullstellen beschränkt wird. Um diese Hypothese zu untersuchen, wurden Simulationen mit einer hypothetischen Vergleichsfaser angestellt. Hierfür wurde mit den [32] angegebenen Formeln eine Fasergeometrie gesucht, bei der die Nullstellen weiter voneinander entfernt sind. Eine geeignete Geometrie findet sich für eine Faser mit $d/\Lambda = 0,32$ und $\Lambda = 1,8 \mu\text{m}$. Hier fällt die höherfrequente Nullstelle mit derjenigen der im Labor vorhandenen Faser zusammen. Die niederfrequente Dispersionsnullstelle befindet sich jedoch im deutlich größerem Abstand zur Laserfrequenz. Abb. 6.8 a) zeigt die Dispersionskurven im Vergleich. Für beide Fasern wurde eine Ausbreitung von sech^2 -Pulsen der Dauer 12 ps (fwhm) über eine Strecke von 4 m unter Einbeziehung des Raman-Effekts simuliert. Die Teilabbn. b1) und c1) zeigen die Entwicklung des Spektrums und des Leistungsverlaufes

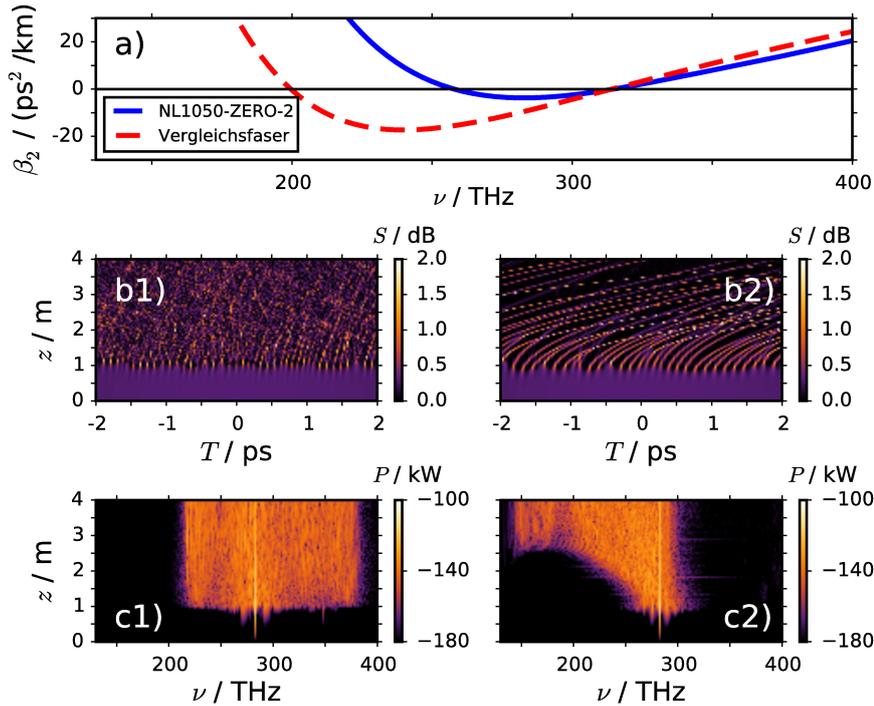


Abbildung 6.8.: Einfluss des Raman-Effekts auf die Ausbreitung in der Glasfaser NL-1050-ZERO-2 sowie einer Vergleichsfaser. Teilabb. a): Dispersionskurven der beiden Fasern. Teilabb. b1) und c1): Entwicklung der spektralen Leistungsdichte und des zeitlichen Leistungsprofils für die Faser NL-1050-ZERO-2 . Teilabb. b2) und c2): Entwicklung im Zeit- und Frequenzbereich für die Vergleichsfaser.

für die im Labor vorhandene Faser NL-1050-ZERO-2 , die Teilabbn. b2) und c2) diejenigen für die Vergleichsfaser. Die Darstellung des Zeitbereichs beschränkt sich dabei auf einen Ausschnitt um die Pulsspitze.

In beiden Fasern ist auf dem ersten Meter der Ausbreitung ein Anwachsen von Pulsstrukturen aufgrund der Modulationsinstabilität erkennbar, danach beobachtet man jedoch ein unterschiedliches Verhalten. Für die Faser NL-1050-ZERO-2 tritt unmittelbar nach der Ausbildung der Pulsstrukturen ein chaotisches Verhalten ohne durchgängige Pulstrajektorien auf. Dies kann mit der sofort einsetzenden, effizienten Bildung linearer Strahlung erklärt werden: Diese überlagert sich mit den nichtlinearen Pulsstrukturen und erzeugt somit das komplexe Interferenzbild. Im Gegensatz dazu erkennt man bei der Vergleichsfaser die Ausbildung von durchgängigen, sich krümmenden Trajektorien, wie sie für Solitonen unter Einfluss des Raman-Effekts typisch sind.

Das unterschiedliche Verhalten zeigt sich auch im Spektralraum. Bei der im Experiment vorhandenen Faser (Teilabb. 6.8 c1)) bildet sich das typische scharf begrenzte Spektrum aus, dessen Grenzen im Wesentlichen nach einer Ausbreitungsstrecke von etwa einem Meter festgelegt sind. Bei der Testfaser hingegen beobachtet man auf den ersten etwa 2,5 m der Ausbreitung eine stetige Erweiterung des Spektrums hin zu kleinen Frequenzen (Teilabb. c2)). Erst wenn die spektralen Komponenten an die Dispersionsnullstelle bei etwa 190 THz stoßen, wird diese Verbreiterung gestoppt. Daraufhin beobachtet man die typische die Bildung eines Bands aus Cherenkov-Strahlung (hier bei etwa 150 THz), wie

sie beim Stoppen der Solitonen-Selbstfrequenzverschiebung an einer Dispersionsnullstelle (vgl. Abschnitt 3.5) auftritt.

6.1.4. Zeitliche Struktur und Kohärenz der erzeugten Felder

Im Rahmen der Superkontinuumserzeugung werden im Zeitbereich Strukturen erzeugt, die im Vergleich zur Dauer des Laserpulses deutlich kürzer sind. Je nach Stadium des Fortschreitens der Modulationsinstabilität findet man dabei Spitzenleistungen vor, die ein Vielfaches der Eingangsspitzenleistung betragen. Abb. 6.9 a) zeigt den Leistungsverlauf aus einer Simulation für die kurze Faser bei einer mittleren Leistung von 190 mW. Charakteristisch dabei ist, dass die starken Modulationen im Wesentlichen um die (ehemalige) Pulsmitte auftreten. Teilabb. 6.9 b) zeigt einen vergrößerten Ausschnitt von Teilabb. a). Hier ist gut zu erkennen, dass die einzelnen Strukturen Unregelmäßigkeiten aufweisen, was ihre Dauern und Leistungen betrifft. Lediglich in den Pulsabständen ist hier noch eine gewisse Regelmäßigkeit zu erkennen. Der typische Abstand (von etwa 0,1 ps) korrespondiert gut zu dem Inversen der Modulationsfrequenz, die in diesem Fall $9,22 \text{ THz} = (0,109 \text{ ps})^{-1}$ ist. Betrachtet man den ebenfalls in Teilabb. 6.9 b) dargestellten zeitlichen Phasenverlauf, so findet man, dass auch dieser Unregelmäßigkeiten aufweist; gegenüber dem Anfangsfeld hat die zeitliche Kohärenz des Feldes abgenommen.

Eine solche Abnahme der Kohärenz tritt generell bei der Superkontinuumserzeugung im Bereich anomaler Dispersion[67] auf. Man beobachtet sie dabei sowohl bei der Solitonen-Aufspaltung als auch im Regime der Modulationsinstabilität, wobei die Abnahme der Kohärenz bei letzterem in der Regel deutlich stärker ausgeprägt ist. Die wesentliche Ursache hierfür ist, dass die Modulationsinstabilität aus einem inkohärenten Rauschuntergrund startet und diesen im Verlauf der Ausbreitung verstärkt[241]. Dies führt dazu, dass mit fortschreitender Entwicklung der Modulationsinstabilität im Wesentlichen zeitlich inkohärente Felder vorliegen[67].

Im Gegensatz dazu ist bei der Superkontinuumserzeugung im Bereich normaler Gruppengeschwindigkeitsdispersion die Modulationsinstabilität aufgrund einer fehlenden Phasen Anpassung unterdrückt: die hier erzeugten Spektren weisen in der Regel eine deutlich höhere zeitliche Kohärenz auf[67,242].

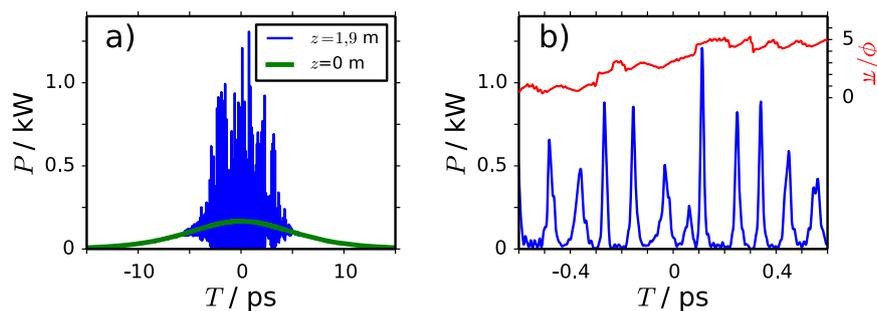


Abbildung 6.9.: Zeitliche Struktur der Felder aus der Superkontinuumserzeugung. Teilabb. a): Leistungsverlauf des Feldes bei einer mittleren Leistung von 190 mW nach einer Ausbreitungsstrecke von 1,9 m. Teilabb. b): Vergrößerter Ausschnitt aus a), zusätzlich ist der Phasenverlauf des Feldes gezeigt.

6.2. Superkontinuumserzeugung mit Rückkopplung

Bei Rückkopplungssystemen beobachtet man interessante Phänomene, sobald eine Form von Nichtlinearität involviert ist. Typischerweise treten dabei Effekte wie Bi- und Multistabilität, chaotisches Verhalten und nichtlineare Strukturbildungen auf [243–245]. Auch in Glasfaser-Ringresonatoren wurden diese Effekte beobachtet [170,224,246].

In der Literatur finden sich mehrere Arbeiten, welche den Einfluss von Rückkopplung auf die Erzeugung von Superkontinuum untersuchen. In [223,247–249] wurde ein Ringresonator mit einer mikrostrukturierten Glasfaser verwendet, wobei als Pumpquelle ein Femtosekundenlaser eingesetzt wurde. Aus den in den Arbeiten angegebenen Parametern kann geschlossen werden, dass dort das Regime der Solitonen-Aufspaltung vorlag (vgl. Abschnitt 4.5). Die Rückkopplung in diesem System führte unter anderem zum Auftreten von Bi- und Multistabilitäten [247,248]. Weiterhin konnte gezeigt werden, dass die Rückkopplung sich positiv auf die Stabilität des erzeugten Superkontinuums auswirken kann [249].

Systeme, in denen die Modulationsinstabilität der dominierende Effekt ist, wurden in [215,250] diskutiert. In [250] wurden theoretische Untersuchungen an einem idealisierten Ringresonator angestellt. Dabei wurde gezeigt, dass im Fall von Rückkopplung und für bestimmte Dispersionsparameter das Auftreten der Modulationsinstabilität unterdrückt werden kann. Aufgrund der starken Idealisierung sind die dort angestellten Überlegungen aber nur bedingt auf das in dieser Arbeit verwendete System zu übertragen. Moselund *et al.* [215] haben Experimente zur Rückkopplung am selben Fasertyp durchgeführt, wie er auch im Rahmen dieser Arbeit verwendet wird. Dabei lag der Schwerpunkt auf dem selektiven Rückkoppeln einzelner Frequenzbänder, wobei im Wesentlichen eine Verstärkung von Vierwellenmischungskomponenten im Ausgangsspektrum erreicht werden konnte.

Im Unterschied zu [215] wird bei den hier angestellten Untersuchungen das gesamte Spektrum mit allen erzeugten Frequenzkomponenten in die Faser zurückgekoppelt. Es soll untersucht werden, inwiefern dadurch eine spektrale Verbreiterung und/oder eine Erhöhung der spektralen Leistungsdichte erreicht werden kann.

Es sei angemerkt, dass sich die hier dargestellten Ergebnisse auf den Fall des optimal synchronisierten Ringresonators beziehen, dessen Umlaufzeit mit dem Inversen der Laserwiederholrate übereinstimmt. Eine detaillierte Untersuchung des Einflusses einer Ringlängenänderung steht jedoch noch aus. Grobe Voruntersuchungen zeigen, dass dabei lediglich eine Abnahme des Einflusses der Rückkopplung zu beobachten ist.

6.2.1. Experimentell erhaltene Spektren

Ein Überblick über die im Experiment erhaltenen Spektren mit und ohne Rückkopplung für die kurze Faser ist in Abb. 6.10 zu finden. Bereits bei geringen Leistungen von etwa 60 mW (Teilabb. 6.10 a)) treten im Fall mit Rückkopplung zwei Seitenbänder im Spektrum auf, die beim Einfachdurchlauf noch fehlen. Deutlicher ist der Unterschied jedoch bei 100 mW (Teilabb. 6.10 b)). Während ohne Rückkopplung lediglich die zwei Seitenbänder der Modulationsinstabilität auftreten, so ist im Rückkopplungsfall ein bereits fortgeschrittenes Stadium der Superkontinuumserzeugung sichtbar. Das dabei erzeugte Spektrum weist Komponenten im Bereich von etwa 220 THz bis 320 THz auf. Bei weiterer Erhöhung der Leistung nimmt der Einfluss der Rückkopplung jedoch wieder ab. Tritt für den Fall von 190 mW (Teilabb. 6.10 c)) noch eine deutliche Steigerung der Leistungsdichte vor allem

6. Erzeugung von Superkontinua in einem Ringresonator

an den ‘‘Schultern’’ des Superkontinuums um 220 THz und 370 THz auf, so ist der erzielte Effekt bei 400 mW (Teilabb. 6.10 d)) nur noch gering.

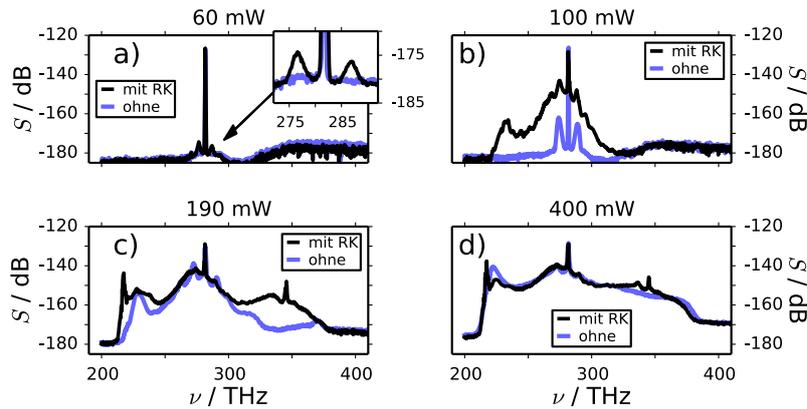


Abbildung 6.10.: Experimentell erhaltene Spektren mit und ohne Rückkopplung in der kurzen Faser.

Die bei Rückkopplung erzeugten Superkontinua gleichen im Wesentlichen denen des Einfachdurchlaufs, nur dass sie bereits bei geringeren mittleren Leistungen auftreten. Ein Unterschied im Detail ist jedoch bei den höheren Leistungen (Teilabb. 6.10 c) und d)) zu erkennen: hier treten scharf begrenzte Leistungsdichtespitzen bei etwa 217 THz und 345 THz auf, welche beim Einfachdurchlauf fehlen. Diese Frequenzkomponenten finden sich an den Positionen, bei denen die Phasen Anpassung für die Vierwellenmischung gegeben ist (vgl. die Diskussion in Abschnitt 6.1.2). Da die Spektren mit und ohne Rückkopplung in Abb. 6.10 c) und d) jeweils unmittelbar aufeinander folgend aufgenommen wurden, ist das Auftreten der Vierwellenmischungs-Komponenten der Rückkopplung zuzuschreiben.

Während bei dem kurzen Fasersegment die Rückkopplung auch bei relativ hohen mittleren Leistungen von 400 mW noch einen erkennbaren Effekt hat, liegt bei der langen Faser eine unterschiedliche Situation vor. In Abb. 6.11 zeigt sich lediglich für 25 mW ein klarer Einfluss der Rückkopplung. Bereits bei einer Erhöhung auf 60 mW erhält man mit und ohne Rückkopplung in etwa das gleiche Spektrum. Dieses Verhalten bleibt auch bei noch höheren mittleren Leistungen bestehen, wie z.B. für den in Teilabb. 6.11 c) gezeigten Fall von 400 mW.

Im Weiteren sollen die Ursachen für das beobachtete Verhalten näher untersucht werden.

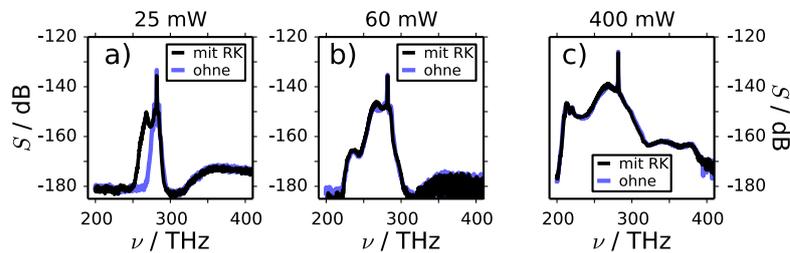


Abbildung 6.11.: Experimentell erhaltene Spektren mit und ohne Rückkopplung in der langen Faser.

6.2.2. Numerisch erhaltene Spektren

Analog zum Einfachdurchlauf wurden auch für die Fälle mit Rückkopplung numerische Simulationen angestellt. Die Rückkopplung wurde dabei so modelliert, dass das mit dem Transmissionsfaktor abgeschwächte Feld aus dem vorherigen Umlauf auf das jeweils neu generierte Laserfeld addiert wurde. Dabei wurde für die effektive Abschwächung durch Transmission am Strahlteiler, Einkoppelverluste, etc. der Faktor von $T = 0,1$ (für die Leistung) angenommen. Dieser stimmt in etwa mit dem im Experiment ermittelten überein (vgl. Abschnitt 5.3.2).

Für die untersuchten Leistungswerte stellte sich bereits nach wenigen Umläufen eine Art Gleichgewichtszustand ein, wobei dieser für höhere Leistungen schneller erreicht wurde als für niedrige. Bei diesem Gleichgewichtszustand waren Feld- und Spektrenverläufe zwar von Umlauf zu Umlauf in den Details unterschiedlich, glichen sich aber im allgemeinen Verlauf.

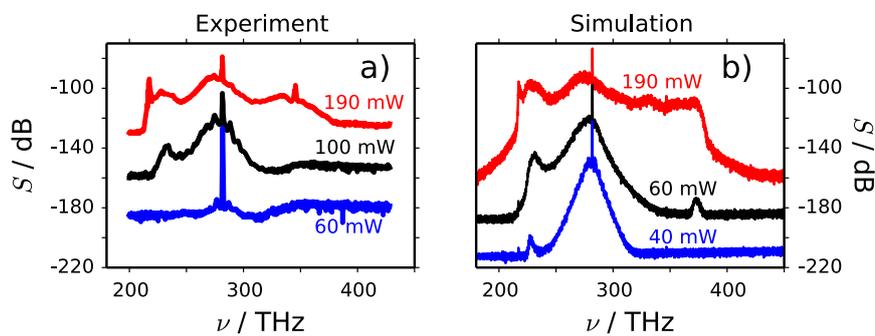


Abbildung 6.12.: Einfluss der Rückkopplung in der kurzen Faser. Gezeigt sind experimentelle Spektren (Teilabb. a)) im Vergleich zu numerisch erhaltenen (Teilabb. b)). Die beiden oberen Spektren sind dabei jeweils 25 dB bzw. 50 dB gegenüber dem (unverschobenen) untersten Spektrum verschoben.

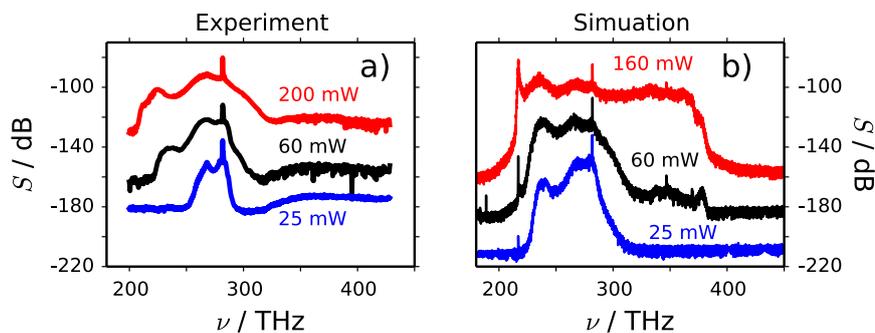


Abbildung 6.13.: Einfluss der Rückkopplung in der langen Faser. Teilabb. a): experimentelle Spektren. Teilabb. b): numerische erhaltene Spektren. Die beiden oberen Spektren sind jeweils 25 dB bzw. 50 dB gegenüber dem (unverschobenen) untersten Spektrum verschoben.

In Abb. 6.12 sind für Fall der kurzen Faser drei experimentelle Spektren (Teilabb. a)) und in Teilabb. b) entsprechende Simulationen dargestellt. Beim Vergleich zwischen

6. Erzeugung von Superkontinua in einem Ringresonator

Simulation und Experiment zeigt sich, dass für gleiche Leistungswerte die simulierten Spektren vor allem für geringe Leistungswerte jeweils weiter entwickelt sind. Jedoch kann eine qualitative Übereinstimmung erhalten werden, wenn die Leistung in der Simulation abgesenkt wird. Für Teilabb. 6.12 b) wurden deshalb numerische Spektren ausgewählt, welche in etwa die experimentellen Resultate nachbilden. Während man für 190 mW noch eine relativ gute Übereinstimmung vorfindet, so wird die spektrale Form von 100 mW aus dem Experiment in der Numerik schon bei etwa 60 mW erzeugt. Bei einer mittleren Leistung von 60 mW weist das experimentelle Spektrum lediglich zwei Seitenbänder um die Laserfrequenz auf (vgl. Abb. 6.10 a)). In der Simulation zeigte sich jedoch, dass bereits bei 40 mW ein ausgeprägtes Kontinuum auftritt.

Für die lange Faser (Abb. 6.13) findet sich eine bessere Übereinstimmung für die geringeren Leistungen, jedoch ist hier das numerische Spektrum bei 160 mW weiter entwickelt als das experimentelle bei 200 mW.

Eine mögliche Ursache für die Abweichungen zwischen Simulation und Experiment liegt in der unterschiedlichen Art, wie experimentelle und numerische Spektren erhalten werden. Für die Aufnahme eines der gezeigten experimentellen Spektren benötigt das Spektrometer Zeit in der Größenordnung von 10 s bis 60 s, je nach eingestellter Frequenzschrittweite. Für die Aufnahme der Leistungsdichte in einem Frequenzintervall wird demnach jeweils über mehrere 10^5 Umläufe gemittelt. Es ist nicht auszuschließen, dass Systemparameter wie die Resonatorphase, die Rückkoppleffizienz oder die Parameter der Laserpulse auf jeweils kleineren Zeitskalen schwanken.

Zudem ist anzunehmen, dass sich bereits kleine Änderungen der Pulsspitzenleistung auf die Effizienz der Superkontinuumserzeugung auswirken. Nach dem anfänglichen Einstellen der Regelung für den Pulsbetrieb wurde typischerweise eine Verlängerung der Pulsdauer um einige Prozent über Zeitskalen von 30 Minuten beobachtet. Nach Gl. 5.2 folgt daraus auch eine graduelle Abnahme der Pulsspitzenleistung um einige Prozent über diesen Zeitraum.

Bei den Simulationen wurden hingegen jeweils konstante Parameter für Dauer und Spitzenleistung angenommen. Aufgrund des erforderlichen Rechenaufwands ist es zudem nur möglich, maximal einige tausend Umläufe in vertretbarer Zeit zu simulieren. Diese Anzahl an Umläufen entspricht im Experiment nur einer Dauer von wenigen Mikrosekunden.

6.2.3. Effekt der Rückkopplung im Detail

Sowohl im Experiment als auch in den numerischen Simulationen wurde festgestellt, dass die Rückkopplung zum Teil deutlichen Einfluss auf die Form des erzeugten Spektrums hat. Dabei entstehen keine grundsätzlich neuen spektralen Strukturen, stattdessen scheint die Rückkopplung die Schwelle für die benötigte Leistung abzusenken.

Grundsätzlich sind mehrere Ursachen hierfür denkbar: Zum einen ist durch die Interferenz eine Leistungserhöhung der Pulse am Fasereingang gegenüber dem Einfachdurchlauf zu erwarten, was z.B. die Verstärkung für die Modulationsinstabilität erhöhen würde.

Ein weiterer denkbarer Effekt ist die Rückkopplung von bereits verstärkten Frequenzkomponenten, wie er in [215] demonstriert wurde. So zeigte sich bereits bei der Untersuchung des Einfachdurchlaufs, dass z.B. die Seitenbänder der Modulationsinstabilität um einige zehn dB verstärkt werden können. Da die Verluste im Ringresonator in etwa 10 dB pro Umlauf betragen, sollten diese durch die Verstärkung mehr als kompensiert werden können. Somit ist im Prinzip ein sukzessives Anwachsen z.B. der MI-Seitenbänder von

Umlauf zu Umlauf zu erwarten.

Ringumlauf bei 100 mW

Hier soll beispielhaft die im Faserring auftretende Dynamik für eine mittlere Leistung von 100 mW (88,3 W Spitzenleistung) diskutiert werden. Dieser Wert wurde ausgewählt, da hier zum einen das Spektrum mit Rückkopplung deutlich mehr spektrale Komponenten als das vom Einfachdurchlauf aufweist. Des Weiteren sind für diese Parameter sowohl die Einflüsse der Interferenz als auch diejenigen der Rückkopplung neu erzeugter Spektralkomponenten sichtbar.

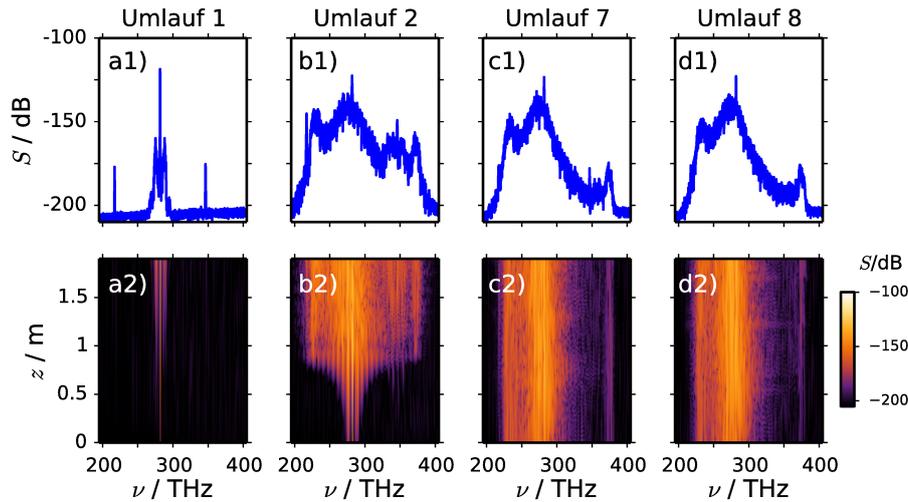


Abbildung 6.14.: Entwicklung der spektralen Leistungsdichte für eine mittlere Leistung von 100 mW. Teilabb. a1) - d1): Ausgangsspektren nach dem 1., 2., 7. und 8. Umlauf. Teilabb. a2) bis d2): Entwicklung der Leistungsdichte zu a1)-d1) innerhalb der Faser.

In Abb. 6.14 sind beispielhaft die Ausgangsspektren (Teilabbn. a1)-d1)) sowie die Entwicklung der Leistungsdichte innerhalb der Faser (a2)-d2)) für den ersten, den zweiten sowie für den 7. und 8. Umlauf gezeigt. Der signifikanteste Unterschied tritt zwischen dem ersten und dem zweiten Umlauf auf: Beim Einfachdurchlauf werden über die Faserstrecke im Wesentlichen nur die Seitenbänder der Modulationsinstabilität (275 THz und 289 THz) sowie zwei Komponenten der Vierwellenmischung (bei 217 THz und 345 THz) erzeugt. Im zweiten Umlauf hingegen beobachtet man, dass eine deutliche spektrale Verbreiterung auftritt: Anfänglich ist hier das Entstehen der typischen Kaskade von Seitenbändern der Modulationsinstabilität zu erkennen, ab etwa der Hälfte der Faser tritt nahezu schlagartig eine Sättigung der spektralen Breite auf.

Für die weiteren Umläufe stellt sich eine Art Gleichgewichtszustand ein. Hier sind lediglich Unterschiede im Bereich um 246 THz zu erkennen: mit zunehmender Anzahl an Umläufen sinkt die Leistungsdichte in diesem Bereich ab. Das Ausgangsspektrum von Umlauf 8 entspricht im Wesentlichen dem Gleichgewichtsspektrum, das sich bei weiteren Umläufen einstellt. Für den gezeigten Fall wurden noch 22 weitere Umläufe simuliert, wobei keine grundsätzlich anderen Ausgangsspektren beobachtet wurden.

Einfluss der Interferenzüberhöhung

Für das hier diskutierte Beispiel von 100 mW tritt in den ersten Umläufen ein anderes Verhalten als bei den späteren auf. Abb. 6.15 zeigt den Leistungsverlauf vor und nach

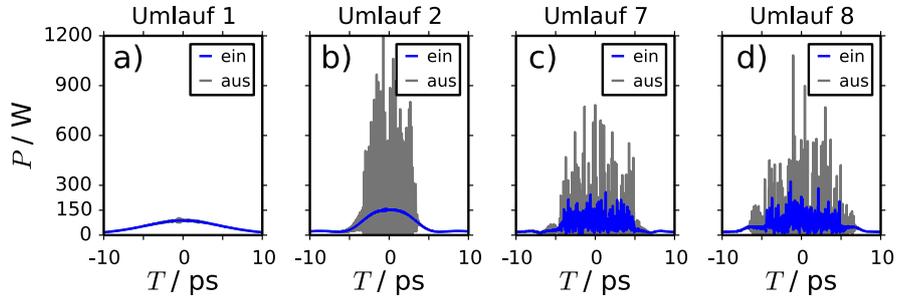


Abbildung 6.15.: Felder am Eingang (ein) und am Ausgang (aus) der Faser für eine mittlere Leistung von 100 mW. Gezeigt ist der 1., 2., 7. und 8. Umlauf.

dem Durchlaufen der Faser, jeweils für den ersten, den zweiten sowie den 7. und 8. Umlauf. Für den ersten Umlauf (Teilabb. a)) ist noch keine rückgekoppeltes Feld vorhanden und das Eingangsfeld entspricht dem Laserpuls. Dieser erfährt während der Ausbreitung im Wesentlichen eine Änderung des Phasenverlaufs über die Selbstphasenmodulation. Der Leistungsverlauf bleibt dabei bis auf geringe Modulationen um die Pulsspitze unverändert. Für die Pulsmitte (Spitzenleistung $\hat{P} = 88,3 \text{ W}$) ergibt sich nach Gl. (2.13) eine nicht-lineare Phasenverschiebung von etwa 2π . Für die Phasendrehung des Resonators $\Delta\phi_{\text{res}}$, welche den Unterschied der linearen Phase zwischen Laserpuls und rückgekoppeltem Feld angibt, wurde hier der Wert Null angenommen. Dadurch erhält man die Situation, dass der zurückgekoppelte Puls und der Laserpuls in der Pulsmitte gleichphasig sind und somit konstruktiv interferieren.

Durch die Interferenzüberhöhung besitzt der eingekoppelte Puls am Anfang des zweiten Umlaufs (Teilabb. 6.15b) eine Spitzenleistung von etwa $(\sqrt{88,3 \text{ W}} + \sqrt{8,83 \text{ W}})^2 \approx 153 \text{ W}$. Dadurch kann im Vergleich zum ersten Umlauf ein deutlich weiter entwickeltes Superkontinuum erzeugt werden. Die ablaufenden Prozesse entsprechen denen beim Einfachdurchlauf, d.h. es tritt zunächst die Modulationsinstabilität auf, welche dann von verschiedenen Wellenmischungsprozessen gefolgt wird. Im Zeitbereich entsteht dabei eine Feldstruktur mit einer Vielzahl von kurzen Leistungsspitzen. Wie in Abschnitt 6.1.4 diskutiert, findet hierbei eine Verminderung der Kohärenz gegenüber dem Eingangsfeld statt.

Dieses führt dazu, dass in den folgenden Umläufen das Feld am Fasereingang zwar teilweise höhere Leistungen als beim zweiten Umlauf besitzt, jedoch keine so deutliche Interferenzüberhöhung auftritt. So ist die mittlere Spitzenleistung in einem Bereich von $\pm 2 \text{ ps}$ um $T = 0$ für den ersten Umlauf noch etwa 86 W und steigert sich dann auf 146 W im zweiten Umlauf. Ab dem achten Umlauf stellt sich hierfür ein Wert von etwa 91 W ein. Ähnlich ist es mit den Energien der Eingangspulse: diese beträgt für den ersten Umlauf etwa 1,20 nJ, für den zweiten 1,50 nJ und ab dem achten Umlauf findet man Energien um 1,32 nJ vor. Der letztere Wert entspricht dabei im Wesentlichen einer inkohärenten Überlagerung des Laserfelds mit dem rückgekoppelten Signal: $1,32 \text{ nJ} = (1+0,1) \cdot 1,20 \text{ nJ}$.

Effektive Verstärkung von Spektralkomponenten

Im vorangegangenen Abschnitt wurde gezeigt, dass der Effekt der Leistungsüberhöhung durch Interferenz lediglich für die ersten Umläufe von Bedeutung ist. Trotzdem stellt sich für die späteren Umläufe ein Gleichgewichtsspektrum ein, das gegenüber dem Einfachdurchlauf noch deutlich weiter entwickelt ist. Die Ursache hierfür liegt im Auftreten einer effektiven Verstärkung von Spektralkomponenten für jeden Umlauf.

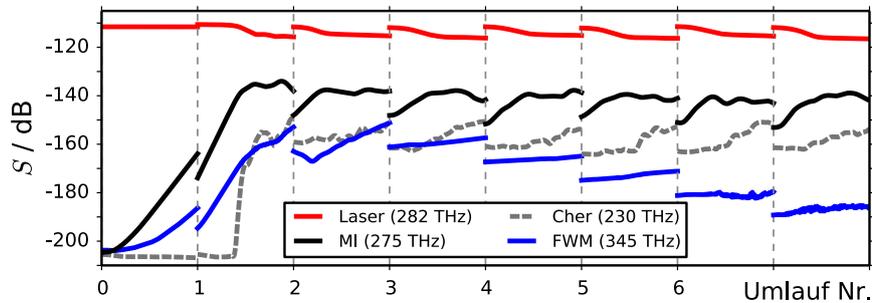


Abbildung 6.16.: Entwicklung der Leistungsdichte einiger Spektralkomponenten aus Abb. 6.14. Gezeigt sind die Leistungsdichten bei der Laserfrequenz um 282 THz, ein MI-Seitenband (275 THz), eine Cherenkov-Komponente (230 THz) und ein Seitenband der Vierwellenmischung (345 THz).

Um diesen Umstand zu illustrieren, soll hier die Entwicklung einiger ausgewählter Frequenzkomponenten über mehrere Ringumläufe betrachtet werden. Hierfür wurden die entsprechenden Leistungsdichten aus den Daten entnommen, die zum Teil bereits in Abb. 6.14 dargestellt sind. Abb. 6.16 zeigt die Verläufe der Leistungsdichten für die Laserfrequenz bei 282 THz, ein Seitenband der Modulationsinstabilität (275 THz), ein Cherenkov-Band (230 THz) und eine durch Vierwellenmischung erzeugte Komponente (345 THz). Durch Selbstphasenmodulation verbreitert sich das Spektrum um die Laserfrequenz während der Ausbreitung. Dadurch sinkt die Leistungsdichte für 282 THz ab, auch wenn vernachlässigbar wenig Energie in andere Frequenzbänder (z.B. in ein MI-Seitenband) übertragen wird. Um trotzdem einen sinnvollen Verlauf für diese Komponente zu erhalten, ist in Abb. 6.16 die summierte Leistungsdichte in einem Intervall von $\pm 0,2$ THz um 282 THz gezeigt. Für die anderen Frequenzkomponenten ist jeweils die mittlere Leistungsdichte über ein Frequenzintervall von einem THz um die jeweilige Frequenz dargestellt.

Für den ersten Umlauf ist die **Leistungsdichte bei der Laserfrequenz** noch konstant, danach tritt relativ schnell ein zyklisches Verhalten auf: Mit jedem neuen Laserpuls steigt die Leistungsdichte jeweils am Anfang eines Umlaufs sprunghaft an. Darauf folgt eine Phase, in der Energie in andere Frequenzbereiche abgegeben wird und somit die Leistungsdichte sinkt. Ab jeweils etwa der Hälfte des Umlaufs stellt sich eine konstante Leistungsdichte ein. Die Differenz zwischen der Leistungsdichte am Anfang und am Ende der Faser ist ein Maß dafür, wie viel Energie von der Laserfrequenz in andere Frequenzbereiche umverteilt wurde.

Das **Seitenband der Modulationsinstabilität** bei 275 THz erfährt im ersten Umlauf die größte Verstärkung aller in Abb. 6.16 gezeigten Komponenten. Dabei tritt diese nicht sofort auf, sondern setzt erst ab etwa 0,2 Ringlängen (etwa 40 cm) ein. Dies kann den zufälligen Phasenwerten der Photonen des Rauschuntergrunds zugeschrieben werden: Die Effektivität der Modulationsinstabilität bzw. der Vierwellenmischung hängt

6. Erzeugung von Superkontinua in einem Ringresonator

stark von der relativen Phase zwischen Pumpfrequenz und der zu verstärkenden Komponente ab [22,251,252]. Bei bestimmten Phasendifferenzen beobachtet man sogar, dass Energie wieder zurück auf die Pumpkomponente übertragen wird.

Generell muss man beachten, dass für pulsartige Signale die bei der Modulationsinstabilität auftretende Verstärkung geringer als für Dauerstrichsignale bei gleicher (Spitzen-) Leistung sein kann. Eine Überprüfung des in [253] angegebenen Korrekturfaktors hat jedoch ergeben, dass für diesen Effekt für die hier gegebenen Laserpulse und Dispersionsparameter zu vernachlässigen ist. Demnach kann man nach Gl. (2.43) eine differenzielle Verstärkung von

$$g = 2\gamma\hat{P} = 2 \cdot 0,037 \text{ (Wm)}^{-1} \cdot 88,3 \text{ W} \approx 6,53 \text{ m}^{-1} \quad (6.3)$$

annehmen, was einer Verstärkung von etwa 28 dB/m bzw. 54 dB pro Faserdurchlauf entspricht. Für die Simulation erhält man aus dem linearen Teil des Anstiegs der Leistungsdichte einen nur leicht geringeren Wert von 27 dB/m. Die bestimmte Gesamtverstärkung für den ersten Umlauf ist 41 dB, was mit der verzögert einsetzenden Verstärkung ab etwa 0,2 Ringlängen zu erklären ist. Da die pro Umlauf auftretende Dämpfung von -10 dB ($T = 0,1$) mehr als kompensiert wird, kann das MI-Seitenband um etwa 30 dB pro Umlauf anwachsen.

Im zweiten Umlauf wächst das MI-Seitenband sogar mit einer größeren Rate als im ersten Umlauf an. Dies ist der Leistungsüberhöhung durch die Interferenz zuzuschreiben. Für 153 W erhält man nach Gl. (2.43) einen theoretischen Wert von 49 dB/m. In den Daten des zweiten Umlaufs findet man den niedrigeren Wert von 42 dB/m. Man muss jedoch beachten, dass sich die Frequenz maximaler Verstärkung (Gl. (2.44)) auf 273 THz verschiebt, hier findet man einen Wert von 45 dB/m.

Innerhalb des zweiten Umlaufs tritt bei einem Wert von etwa -140 dB eine Sättigung des MI-Seitenbands auf. Dieser wird auch in den folgenden Umläufen erreicht; die effektive Verstärkung dieses Bandes gleicht demnach gerade die Verluste aus.

Das **Cherenkov-Seitenband bei 230 THz** wird erst im zweitem Umlauf gebildet, wächst dann aber sehr abrupt um 40 dB an. Der Ort dieses Anwachsens fällt mit der Position in der Faser zusammen, an denen das MI-Spektrum seine maximale Ausdehnung hat. Die Leistungsdichte dieses Seitenbands am Ausgang der Faser wird auch in den folgenden Umläufen beibehalten und hat dort jeweils einen Wert von etwa -150 dB.

Eine Besonderheit stellt das **Seitenband der Vierwellenmischung bei 345 THz** dar. Für den ersten und zweiten Umlauf beobachtet man bis auf den Verlust bei der Rückkopplung ein kontinuierliches Anwachsen. Im dritten Umlauf ist zunächst Absinken der Leistungsdichte sichtbar, die aber von einer erneuten Verstärkung gefolgt wird. In den folgenden Umläufen (ab dem vierten) ist zwar erkennbar, dass teils noch eine geringe Verstärkung pro Umlauf vorhanden ist, diese die Verluste jedoch nicht kompensiert. Ab etwa dem achten Umlauf besitzt es am Faserausgang eine Leistungsdichte bei etwa -185 dB, die auch in den folgenden Umläufen zu finden ist.

Für die bisherige Diskussion wurde eine Resonatorphase $\Delta\phi_{\text{res}} = 0$ angenommen. Dieser Fall stellt eine Besonderheit dar, da der Laserpuls im ersten Durchlauf durch die Faser in der Pulsmitte eine nichtlineare Phasenverschiebung von 2π erfährt. Die daraus resultierende Interferenzüberhöhung ist Ursache für die anfänglich hohe Leistungsdichte des Seitenbands der Vierwellenmischung bei 345 THz.

Untersuchungen für andere Werte von $\Delta\phi_{\text{res}}$ zeigen, dass sich dort im Wesentlichen

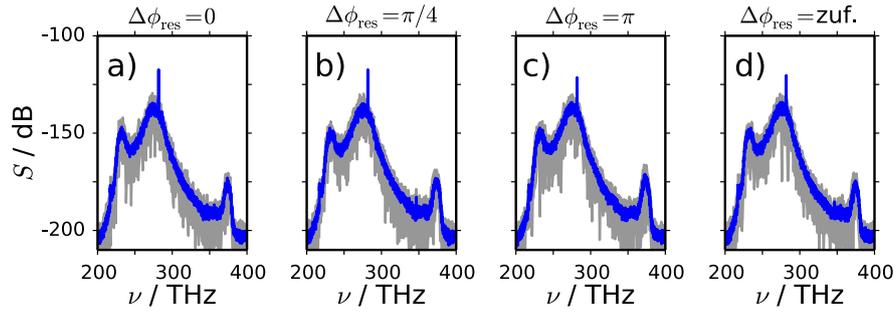


Abbildung 6.17.: Gleichgewichtsspektren bei 100 mW für verschiedene Resonatorphasen. Gezeigt ist das mittlere Spektrum (blau), welches jeweils mit allen Einzelspektren (grau) hinterlegt ist. Für Teilabb. d) wurde für jeden Umlauf eine zufällige Resonatorphase $\Delta\phi_{\text{res}}$ gewählt.

dasselbe Gleichgewichtsspektrum wie für $\Delta\phi_{\text{res}} = 0$ einstellt. Die beschriebene effektive Verstärkung von rückgekoppelten Frequenzkomponenten ist dabei die maßgebliche Ursache für das sich einstellende Gleichgewichtsspektrum. Mit zunehmender Zahl an Umläufen geht das System in einen Zustand über, der unabhängig von Details der ersten Umläufe ist. Dabei erfolgt die Konvergenz relativ schnell: Für die untersuchten Fälle lag der Gleichgewichtszustand spätestens nach dem zehnten Umlauf vor. Abb. 6.17 zeigt beispielhaft Simulationsergebnisse für verschiedene Werte von $\Delta\phi_{\text{res}}$. Die blaue Kurve entspricht dabei jeweils dem mittleren Spektrum aus den Umläufen 15 bis 30, welches mit den Einzelspektren (grau) hinterlegt ist. Für die dargestellten Fälle zeigt sich nur eine geringe Variation der spektralen Form. Selbst wenn die Resonatorphase von Umlauf zu Umlauf zufällig (gleichverteilt aus dem Bereich Null bis 2π) variiert wird, stellt sich das Gleichgewichtsspektrum ein (Abb.6.17 d)).

6.2.4. Einsetzen des Rückkoppeleffekts - kleine Leistungen

Das Vorhandensein einer Rückkopplung hat einen tiefen Effekt auf die Ausgangsspektren, sobald die Verluste pro Resonatorumlauf durch die Verstärkung in der Faser mindestens kompensiert werden. Betrachtet man die Seitenbänder der Modulationsinstabilität, so erhält man bei Verlusten von 10 dB pro Umlauf in der kurzen Faser für die mindestens erforderliche Spitzenleistung:

$$g = \exp(2\gamma\hat{P}L) \stackrel{!}{=} 10 \text{ dB} \quad (6.4)$$

$$\Leftrightarrow \hat{P} = 16,4 \text{ W}, \quad (6.5)$$

was einer mittleren Leistung von etwa 18,5 mW entspricht.

Für verschiedene Werte der mittleren Leistung wurde untersucht, wann der Effekt der Rückkopplung wirksam wird. Abb. 6.18 zeigt die Ergebnisse für Simulationen mit 20 mW, 30 mW und 40 mW. Dargestellt sind jeweils die gemittelten Spektren der Umläufe Nr. 1300 bis 1500, die Einzelspektren sind grau hinterlegt. Die relativ hohe Zahl an Umläufen wurde gewählt, um sicherzustellen, dass das System komplett auskonvergiert ist. Für 20 mW (Teilabb. 6.18 a)) und 30 mW (Teilabb. b)) treten selbst nach 1300 Iterationen keine Abweichungen von den Spektren des Einzeldurchlaufs auf. Durch Ausmessung der

6. Erzeugung von Superkontinua in einem Ringresonator

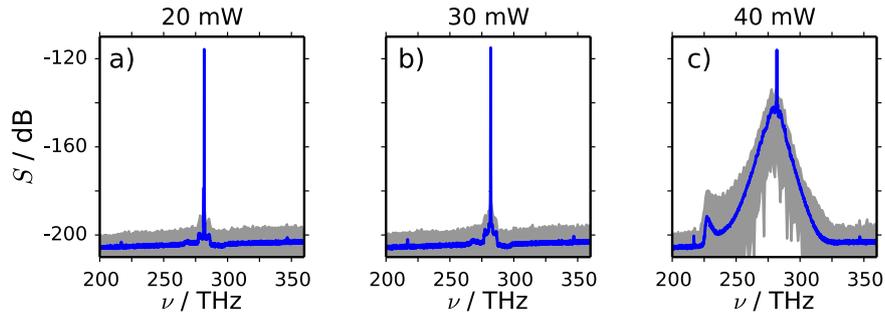


Abbildung 6.18.: Mittlere Spektren vom Umlauf Nr. 1300 bis 1500 für verschiedene Leistungen. Grau hinterlegt: die zur Mittlung beitragenden Einzelspektren.

Seitenbänder der Modulationsinstabilität wurde für 20 mW eine mittlere Verstärkung von etwa 4,5 dB und für 30 mW von etwa 6 dB pro Faserdurchlauf bestimmt. Im Vergleich zu den theoretischen Werten sind diese kleiner, insbesondere kleiner als die zum Ausgleich der Verluste (10 dB) nötige Verstärkung. Die Abweichung von den theoretischen Verstärkungswerten nach Gl. (2.43) kann, wie bereits weiter oben diskutiert, mit der zufälligen Phasenbeziehung zwischen der Pumpkomponente und dem Rauschuntergrund erklärt werden.

Die lineare Phasenverschiebung $\Delta\phi_{\text{res}}$ des Resonators war in den in Teilabb. 6.18 a) und b) gezeigten Fällen Null. Es wurden jedoch auch andere Phasenwerte untersucht, wobei sich keine wesentliche Änderung der Ausgangsspektren zeigte.

Ein deutlicher Unterschied in der spektralen Form tritt bei der Erhöhung der mittleren Leistung auf 40 mW auf. Hier beobachtet man eine sukzessive Steigerung der Leistungsdichte in den etwa 50 ersten Umläufen, bis sich das in Abb. 6.18 c) gezeigte Spektrum gebildet hat. Dieses hat im Wesentlichen die Form eines durch Modulationsinstabilität erzeugten Spektrums mit einer zusätzlichen Cherenkov-Komponente bei etwa 227 THz.

Bei 60 mW zeigte sich im Experiment (in der kurzen Faser) eine Situation, bei der durch die Rückkopplung die Seitenbänder der Modulationsinstabilität verstärkt werden, sich aber noch kein kontinuierliches Spektrum ausbildet (vgl. Abb. 6.10 a)). Ein solches Verhalten konnte in den Simulationen nicht gefunden werden: Sobald die effektive Verstärkung der MI-Seitenbänder die Verluste mehr als kompensierte, trat ein sukzessives Anwachsen der primären Seitenbänder auf. Dies wurde begleitet von der Bildung sekundärer Seitenbänder und schließlich der Ausbildung eines Kontinuums.

6.2.5. Einfluss der Resonatorphase

In den bisher betrachteten Fällen zeigte sich eine geringe (bis verschwindende) Abhängigkeit der Ausgangsspektren von der Resonatorphase. Diese sollte den stärksten Einfluss auf das System haben, wenn die Faserlänge des Resonators gleich der Interferenzlänge L_π ist. Man findet diesen Fall bei einer Spitzenleistung von etwa 45 W (51 mW mittlerer Leistung) vor:

$$L_\pi = \frac{\pi}{\gamma \hat{P}} \stackrel{!}{=} L_{\text{faser}} = 1,9 \text{ m} \quad (6.6)$$

$$\Leftrightarrow \hat{P} = \frac{\pi}{0,037 \text{ (Wm)}^{-1} \cdot 1,9 \text{ m}} \approx 44,7 \text{ W}. \quad (6.7)$$

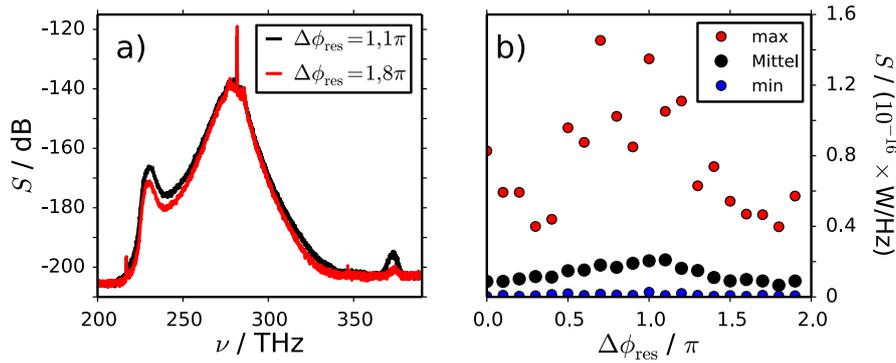


Abbildung 6.19.: Teilabb. a): Mittlere Spektren für Resonatorphasen von $\Delta\phi_{\text{res}} = 1,1\pi$ und $\Delta\phi_{\text{res}} = 1,8\pi$. Teilabb. b): Spektrale Leistungsdichte bei 230 THz für verschiedene Resonatorphasen. Gezeigt ist jeweils der Mittelwert sowie der Minimal- und Maximalwert der Leistungsdichte aus den Umläufen Nr. 150 bis 250.

Für diesen Leistungswert wurden Simulationsreihen für verschiedene Resonatorphasen $\Delta\phi_{\text{res}}$ durchgeführt. Dabei stellte sich jeweils nach spätestens etwa 50 Umläufen ein Gleichgewichtsspektrum ein. Die Form der Ausgangsspektren weist entgegen der ursprünglichen Annahme nur eine schwache Abhängigkeit von der Resonatorphase auf. Als Beispiel hierfür sind in Abb. 6.19 a) zwei Spektren dargestellt, die jeweils dem Mittel aus den Umläufen Nr. 150 bis 250 entsprechen. Die Resonatorphasen für die gezeigten Fälle waren dabei $\Delta\phi_{\text{res}} = 1,1\pi$ und $\Delta\phi_{\text{res}} = 1,8\pi$. Die spektrale Form war für alle untersuchten Werte für $\Delta\phi_{\text{res}}$ sehr ähnlich, geringfügige Unterschiede traten für die Cherenkov-Seitenbänder bei etwa 230 THz und 370 THz auf.

Abb. 6.19 b) zeigt die Abhängigkeit der Leistungsdichte bei der niederfrequenten Cherenkov-Komponente (230 THz). Für die Umläufe Nr. 150 bis 250 wurde die Leistungsdichte jeweils im Frequenzbereich von (230 ± 1) THz gemittelt. Die Abbildung zeigt die Mittelwerte dieser pro Umlauf gewonnenen mittleren Leistungsdichte für Resonatorphasen zwischen Null und 2π im linearen Maßstab. Die Leistungsdichten zeigten für die betrachteten Resonatorphasen Schwankungen von Umlauf zu Umlauf, wobei keinerlei Periodizität festgestellt werden konnte. Die statistische Verteilung der Leistungsdichten war dabei stark asymmetrisch: Abweichungen vom Mittelwert hin zu großen Werten waren seltener als zu kleineren. In Teilabb. 6.19 b) sind deshalb neben den Mittelwerten auch jeweils die minimalen und die maximalen Leistungsdichten dargestellt.

Insgesamt findet man die schwache Abhängigkeit der Ausgangsspektren von der Resonatorphase auch in diesem Fall. Es zeigt sich zwar, dass die mittlere Leistungsdichte der Cherenkov-Komponente für Resonatorphasen um $1,1\pi$ etwa drei mal so groß wie für die Werte um Null bzw. 2π ist, was in der logarithmischen Darstellung einen Unterschied von 5 dB bedeutet. Im Vergleich zum gesamten Dynamikbereich des erzeugten Spektrums (etwa 60 dB über dem Rauschuntergrund) sind diese Unterschiede jedoch gering.

6.2.6. Effekt für hohe Leistungen

Im Experiment findet man, dass die Rückkopplung für hohe Leistungen (kurze Faser, Abb. 6.10 d)) bzw. bei hinreichend langen Ausbreitungstrecken (lange Faser, Abb. 6.11 b) und c)) keine deutliche Auswirkung auf das Ausgangsspektrum mehr hat. Dies kann dadurch erklärt werden, dass die Ausbildung des Spektrums bei hohen Leistungen im Wesentlichen

6. Erzeugung von Superkontinua in einem Ringresonator

bereits innerhalb der Faserlänge abgeschlossen ist und sich ein Gleichgewichtsspektrum einstellt (vgl. Abschnitt 6.1.2). Eine Rückkopplung hat dann lediglich den Effekt, dass die spektrale Sättigung etwas früher in der Faser auftritt.

Auch in den durchgeführten Simulationen zeigt sich dieses Verhalten. In Abb. 6.20 sind die numerisch erhaltenen Ausgangsspektren für mittlere Leistungen von 190 mW und 400 mW jeweils für den ersten, zweiten und fünften Umlauf dargestellt. Bei einer mittleren Leistung von 190 mW (168 W Spitzenleistung, Teilabb. 6.20 a)) ist noch eine gewisse Änderung der spektralen Form vom ersten zum zweiten Umlauf zu erkennen. Ab dem fünften Umlauf finden sich keine wesentlichen Änderungen mehr. Bei noch höheren Leistungen (400 mW, Teilabb. 6.20 b)) ist das Superkontinuum bereits innerhalb des einfachen Durchlaufs voll entwickelt. Die folgenden Umläufe zeigen keine weiteren Veränderungen der spektralen Form und reproduzieren im Wesentlichen das Ausgangsspektrum des ersten Umlaufs.

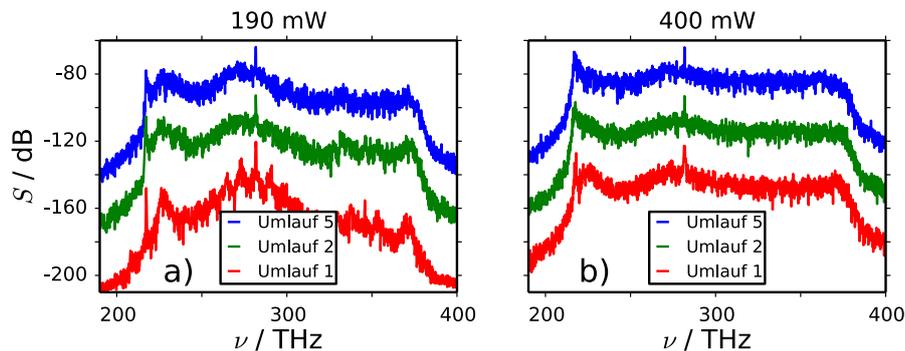


Abbildung 6.20.: Einfluss der Rückkopplung für hohe Leistungen. Teilabb. a): für eine mittlere Leistung von 190 mW ist noch eine Änderung der spektralen Form erkennbar. Teilabb. b): Für 400 mW ist die spektrale Form im Wesentlichen durch den ersten Umlauf festgelegt. Die jeweils oberen beiden Spektren sind gegenüber dem untersten um 30 dB bzw. 60 dB nach oben verschoben.

Weiteren Einblick über die Entwicklung der Superkontinua bei hohen Leistungen liefert wieder die Betrachtung der Leistungsdichte für einzelne Frequenzbänder. In Abb. 6.21 ist dies für die charakteristischen “Schultern” des Superkontinuums (230 THz und 370 THz) für 190 mW und 400 mW dargestellt. Für beide Leistungen zeigte sich, dass die Entwicklung der Spektralkomponenten wie schon im Fall vom 100 mW (vgl. Abschnitt 6.2.3) unabhängig von der Resonatorphase ist. Dargestellt sind hier die Ergebnisse für $\Delta\phi_{\text{res}} = 0$.

Bei 190 mW mittlerer Leistung ist die spektrale Entwicklung in der Regel am Ende eines jeden Umlaufs noch nicht abgeschlossen. Für beide Frequenzbänder zeigt der Verlauf der Leistungsdichte am Ende des Umlaufs noch eine positive Steigung. Für größere Faserlängen würde demnach ein weiteres Anwachsen innerhalb des Umlaufs auftreten. Ein anderer Fall liegt bei einer mittleren Leistung von 400 mW vor (Teilabb. 6.21 b)). Beide Komponenten erreichen hier bereits innerhalb von etwa 0,3 Faserlängen einen Sättigungswert, der für den Rest des Umlaufs bestehen bleibt.

6.2.7. Einordnung der Ergebnisse mit Rückkopplung

In diesem Kapitel wurde anhand experimenteller und numerischer Daten gezeigt, dass das Vorhandensein einer Rückkopplung tatsächlich in einem gewissen Parameterbereich zu ei-

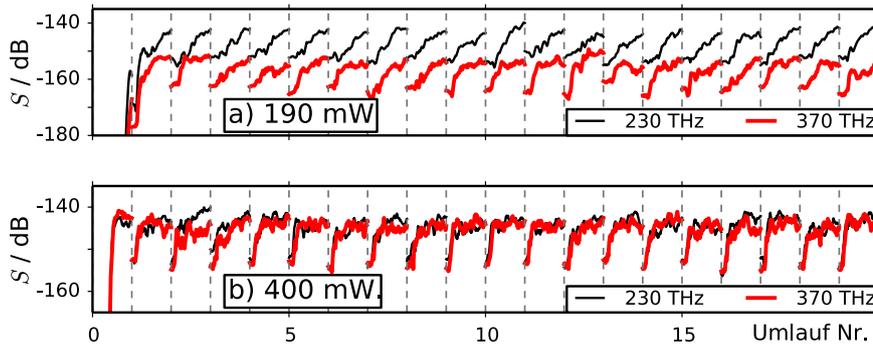


Abbildung 6.21.: Entwicklung der Seitenbänder bei 230 THz und 370 THz, jeweils für mittlere Leistungen von 190 mW (Teilabb. a)) und 400 mW (Teilabb. b)).

ner stärkeren Ausprägung des erzeugten Superkontinuums führen kann. Durch detaillierte Untersuchungen wurde die effektive Verstärkung von bereits erzeugten Spektralkomponenten pro Ringumlauf als der wesentliche Mechanismus hierfür identifiziert. Effekte wie die Leistungsüberhöhung durch Interferenz spielen allenfalls in der ersten Umläufen eine Rolle. Bei zunehmender Zahl an Umläufen geht das System in einen quasi-statischen Zustand über. Dieser tritt auf, sobald sich die Verluste bei der Rückkopplung und die in der Faser auftretenden Verstärkungen gegenseitig kompensieren.

Die beobachtete Unempfindlichkeit des Systems auf Variationen der linearen Resonatorphase ist im Wesentlichen in der Struktur der erzeugten Ausgangsfelder begründet: Durch die Verstärkung eines Rauschuntergrunds im Rahmen der Modulationsinstabilität sind die erzeugten Felder größtenteils zeitlich inkohärent, sodass in der Regel keine Effekte durch Interferenzüberhöhung auftreten.

Grundsätzlich treten mit Rückkopplung keine anderen spektralen Strukturen als im Fall ohne auf. Stattdessen beobachtet man eine beschleunigte Entwicklung der Superkontinua. Ähnlich wie beim Einfachdurchlauf zeigt sich, dass die spektrale Breite der erzeugten Superkontinua bei hohen Pumpleistungen in eine gewisse Sättigung geht. Dieses kann mit dem besonderen Dispersionsverlauf der verwendeten Glasfaser begründet werden, welcher einen Bereich anomaler Gruppengeschwindigkeitsdispersion zwischen zwei Dispersionsnullstellen aufweist (vgl. Abschnitt 6.1.2). In dem Auftreten des Sättigungszustand findet sich eine interessante Analogie zu dem in Abschnitt 6.1.2 kurz vorgestellten Ansatz zur “thermodynamischen” Beschreibung der Erzeugung von Superkontinua: Die Einbeziehung der Rückkopplung führt zwar bereits bei geringeren Leistungen zum Erreichen eines Gleichgewichtszustands, ändert aber dessen Eigenschaften nur schwach.

In diesem Kapitel wurde auch gezeigt, dass der Einfluss der Superkontinuumserzeugung auf ein gewisses Leistungsregime beschränkt ist: Für hohe Leistungen tritt bereits innerhalb des Einzeldurchlaufs eine volle Entwicklung des Spektrums auf, das durch die Rückkopplung nicht mehr wesentlich verändert wird. Dies erklärt auch den im Experiment beobachteten Effekt, dass im Vergleich zur kurzen Faser der Einfluss der Rückkopplung für die lange Faser bereits bei kleineren Leistungen verschwindet. In letzterer steht eine größere Strecke zur Ausbildung des Gleichgewichtsspektrums zur Verfügung.

In Hinblick auf die Effizienz der Superkontinuumserzeugung (bezogen auf die notwendige Laserleistung) ist zu bedenken, dass die angestellten Überlegungen sich auf den Referenzwert der mittleren Leistung *am Eingang* der Faser beziehen. Die Verluste der

6. Erzeugung von Superkontinua in einem Ringresonator

Laserpulse durch die Einkopplung in den Ring sind dabei nicht berücksichtigt. Dieses mindert den Effizienzgewinn des Rückkoppelsystems gegenüber einem Aufbau mit einfachem Durchlaufen der Faser (d.h. ohne Strahlteiler). Jedoch ließe sich dieser Nachteil durch eine weitere Verringerung der im Ringresonator auftretenden Verluste minimieren. Zumindest theoretisch lässt sich für den vorhandenen Aufbau noch eine deutliche Steigerung der Rückkoppelleffizienz erreichen (vgl. Abschnitt 5.3.3).

7. Zusammenfassung

Der Schwerpunkt dieser Arbeit lag in der Untersuchung von breitbandigen Laserspektren, den sogenannten Superkontinua. Hierfür wurde ein Messaufbau verwendet, der aus einem gepulsten Lasersystem und einem Glasfaser-Ringresonator besteht. Die Besonderheit des Aufbaus liegt in seiner Eigenschaft als Rückkoppelsystem. Es wurde untersucht, inwiefern sich die Rückkopplung auf die Entstehung und die Eigenschaften wie z.B. die spektrale Breite der erzeugten Spektren auswirkt.

Die Erzeugung von Superkontinua in Glasfasern stellt ein komplexes Wechselspiel zwischen linearen und nichtlinearen Prozessen dar. Die dabei zugrunde liegende Ausbreitung kurzer Lichtpulse kann mit der sogenannten nichtlinearen Schrödingergleichung (NLSE) beschrieben werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurde das Verhalten von Lösungen der NLSE untersucht, die für die Entstehung von Superkontinua von Bedeutung sind. Dabei wurden sowohl die sogenannten Solitonen als auch exotischere Lösungen wie der Akhmediev-Breather betrachtet. Unter Mitwirkung des Autors konnte dabei auch ein Entstehungsmechanismus für Extremereignisse in Glasfasern, den optischen *rogue waves*, identifiziert werden. Dieser beruht auf dem Phänomen des optischen Ereignishorizonts, bei dem Solitonen mit linearer Strahlung wechselwirken.

Die Erzeugung von Superkontinua findet typischerweise in zwei verschiedenen Regimen statt: Für "kurze" Laserpulse dominiert der Prozess der Solitonen-Aufspaltung die anfängliche Dynamik, für "lange" Pulse die sogenannte Modulationsinstabilität. Anhand eines Vergleichs charakteristischer Längenskalen kann man eine quantitative Aussage treffen, wann welches Regime vorliegt. Bei den dazu angestellten Überlegungen zeigte sich zudem, dass das Vorhandensein von Rückkopplung bei geeigneten Faserlängen für beide Regime von Bedeutung ist.

Ein Schwerpunkt dieser Arbeit lag auf der Untersuchung der Modulationsinstabilität, da sich die Dynamik des verwendeten Messaufbaus eindeutig in diesem Regime abspielt. Im Rahmen dieser Arbeit wurden eine Betrachtung zur bisher ungeklärten Frage angestellt, ob und auf welche Weise sich Solitonen aus der Modulationsinstabilität bilden können. Dafür wurde der Akhmediev-Breather analysiert, welcher eine idealisierte Form der durch Modulationsinstabilität gebildeten Feldstruktur darstellt. Durch Verwendung der sogenannten direkten Streutransformation wurde gezeigt, dass ein Akhmediev-Breather als eine Überlagerung von Solitonen angesehen werden kann. Die Ergebnisse zeigen jedoch auch, dass die Leistungsmaxima des Akhmediev-Breathers –entgegen früherer Annahmen– nicht direkt als Solitonen identifiziert werden können. In Analogie zur sogenannten Solitonen-Aufspaltung trennt sich ein Akhmediev-Breather nur dann in einzelne Solitonen auf, wenn zusätzlich zur Gruppengeschwindigkeitsdispersion und zur Kerr-Nichtlinearität weitere Effekte wie z.B. der Raman-Effekt auftreten.

Für die experimentellen Untersuchungen stand ein Nd:YAG-Lasersystem zur Verfügung, an dem im Rahmen dieser Arbeit durch den Autor eine umfangreiche Modernisierung durchgeführt wurde. Neben dem Lasersystem ist ein Glasfaser-Ringresonator essentieller Bestandteil des Messaufbaus. Dabei wird eine mikrostrukturierte Glasfaser verwendet, die

7. Zusammenfassung

durch den Hersteller speziell für die Erzeugung von Superkontinua entworfen wurde. Insbesondere zum Dispersionsverlauf der Faser wurden detaillierte Untersuchungen angestellt, da dieser maßgeblich für die Eigenschaften der erzeugten Superkontinua verantwortlich ist.

Im Experiment und mit begleitenden Simulationen wurde zunächst der Einfachdurchlauf (ohne Rückkopplung) durch die verwendete Glasfaser untersucht. Dabei konnten die grundlegenden Effekte identifiziert werden, die zur Ausbildung der beobachteten Superkontinua führen. Die anfängliche Dynamik ist dabei durch die Modulationsinstabilität dominiert. Dabei entstehen Spektren charakteristischer Form. In einem fortgeschrittenen Stadium können Spektralkomponenten auftreten, die den Prozessen der Cherenkov-Abstrahlung sowie der Vierwellenmischung zugeschrieben werden. Insgesamt zeigt sich, dass die erreichbare spektrale Breite des Superkontinuums in der vorhandenen Faser beschränkt ist. Dieses kann mit dem speziellen Dispersionsverlauf der Faser begründet werden.

Im Fall mit Rückkopplung zeigte sich sowohl in den Experimenten als auch in den angestellten Simulationen, dass bei gleicher Leistung in der Faser deutlich weiter entwickelte Superkontinua erzeugt werden können. Der maßgebliche Effekt ist hierbei, dass bereits beim Einfachdurchlauf erzeugte Frequenzkomponenten in den folgenden Umläufen weiter verstärkt werden. Typischerweise beobachtet man das Auftreten von Gleichgewichtsspektren, deren spektrale Form nach einigen Umläufen im Wesentlichen feststeht.

Dabei wurde gezeigt, dass Effekte wie Interferenzüberhöhungen bei der Rückkopplung nur in der Anfangsphase von Bedeutung sind und auf die Form der Gleichgewichtsspektren keinen Einfluss haben. Dieses Verhalten kann –wie auch die beobachtete Unempfindlichkeit gegenüber Änderungen der Resonatorphase– mit der zeitlichen Struktur der erzeugten Superkontinua erklärt werden. Aufgrund der dominierenden Modulationsinstabilität weisen die Felder nur eine geringe zeitliche Kohärenz auf. Es hat sich auch gezeigt, dass der Effekt der Rückkopplung für hohe Leistungen wieder verschwindet. Hier tritt bereits beim ersten Umlauf durch die Faser eine Konvergenz der erzeugten spektralen Form auf, an der die Rückkopplung keine wesentlichen Änderungen mehr hervorruft.

Insgesamt wurde eine detaillierte Charakterisierung der Erzeugung von Superkontinua in einem Faser-Ringresonator angestellt. Die dabei gewonnenen Erkenntnisse können zur Entwicklung von Superkontinuumsquellen beitragen, welche den Effekt der Rückkopplung ausnutzen.

So ist beispielsweise ein kompakter Ringaufbau denkbar, der ausschließlich aus Elementen der Fasertechnologie besteht. Die geringeren Verluste in einem solchen integrierten Aufbau hätten eine Effizienzsteigerung zur Folge. Dies könnte den Mehraufwand rechtfertigen, welcher durch die Ausführung als Rückkoppelsystem entsteht. Die neben der mikrostrukturierten Glasfaser dafür benötigten Elemente wie z.B. Laserdioden oder Faserkoppler sind bereits heute verfügbar und werden in der Telekommunikationstechnik eingesetzt.

Anhang A.

Fouriertransformation

Die Fourier-Transformation ist ein mathematisches Verfahren, um aus dem Zeitverlauf eines Signals $S(t)$ sein Spektrum, d.h. seine Zusammensetzung im Frequenzraum, zu berechnen.

A.1. Kontinuierliche Fourier-Transformation

Unter der Fourier-Transformation eines Zeitsignals $S(t)$ versteht man

$$\mathcal{F}[S(t)] = \tilde{S}(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} dt S(t) \exp(-2\pi i \nu t). \quad (\text{A.1})$$

Die dazugehörige Umkehrfunktion ist die Rücktransformation der spektralen Funktion $\tilde{S}(\nu)$ in den Zeitbereich:

$$\mathcal{F}^{-1}[\tilde{S}(\nu)] = S(t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\nu \tilde{S}(\nu) \exp(2\pi i \nu t). \quad (\text{A.2})$$

Wendet man die Hin- und die Rücktransformation nacheinander auf ein Signal an, so erhält man wieder das Ausgangssignal:

$$\mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}[S(t)]\} = S(t). \quad (\text{A.3})$$

Es sei darauf hingewiesen, dass es neben der oben dargestellten Form von Hin- und Rücktransformation noch einige weitere Varianten für die Fourier-Transformation gibt. So wird oft die Kreisfrequenz ω statt der Frequenz ν als spektrale Variable verwendet. Dadurch bedingt findet man je nach Definition verschiedene Skalierungsfaktoren vor den Integralen. Zudem gibt es keine einheitliche Konvention darüber, in welchem der Integrale (Hin- oder Rücktransformation) der Faktor -1 im Exponenten zu platzieren ist.

Die oben verwendete Form hat neben der einfach zu merkenden Symmetrie Vorteile in Hinblick auf ihre physikalische Bedeutung. Zum einen handelt es sich bei der Zeit- und der Frequenzvariablen um physikalisch messbare Größen mit den Einheiten Sekunde und Hertz ($=\text{s}^{-1}$). Zum anderen ist mit den Gln. (A.1) und (A.2) automatisch das Parseval'sche Theorem[254] erfüllt. Es besagt, dass Gesamtenergie eines Signals im Zeit- und

im Spektralbereich übereinstimmt:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dT |S(T)|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} d\nu |\tilde{S}(\nu)|^2. \quad (\text{A.4})$$

A.1.1. Einige Eigenschaften der Fourier-Transformation

Umfassende Informationen über die Eigenschaften der Fourier-Transformation finden sich in Lehrbüchern wie [254,255] oder in mathematischen Nachschlagewerken wie [256]. In diesem Abschnitt seien kurz einige wichtige Eigenschaften aufgeführt, die im Rahmen dieser Arbeit Anwendung fanden.

1. **Verschiebungssatz:** Berechnet man die Fourier-Transformation einer gegenüber dem Nullpunkt um Δt verschoben Funktion $S(t + \Delta t)$, so erhält man das Spektrum der unverschobenen Funktion $S(t)$, versehen mit einem zusätzlichen linearen Phasenterm $2\pi i \nu \Delta t$:

$$\mathcal{F}[S(t + \Delta t)] = \int_{-\infty}^{\infty} dt S(t + \Delta t) \exp(-i2\pi \nu t) \quad (\text{A.5})$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} d(t + \Delta t) S(t + \Delta t) \exp[-i2\pi \nu(t + \Delta t)] \cdot \exp[-i2\pi \nu(-\Delta t)] \quad (\text{A.6})$$

$$= \mathcal{F}[S(t)] \cdot \exp(2\pi i \nu \Delta t). \quad (\text{A.7})$$

Für die Umkehrfunktion gilt analog: eine Verschiebung des Spektrums $\tilde{S}(\nu)$ entlang der Frequenzachse führt bei Anwendung der Rücktransformation auf eine gekippte Phase im Zeitbereich.

2. **Faltungssatz:** Die Faltung zweier Funktionen $S_1(t)$ und $S_2(t)$ ist definiert als

$$S_1(t) * S_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau S_1(t) \cdot S_2(t + \tau). \quad (\text{A.8})$$

Der Faltungssatz besagt, dass die Fourier-Transformierte der Faltung zweier Funktionen gleich dem Produkt der Fourier-Transformierten ist:

$$\mathcal{F}[S_1(t) * S_2(t)] = \mathcal{F}[S_1(t)] \cdot \mathcal{F}[S_2(t)]. \quad (\text{A.9})$$

Wird eine Funktion mit sich selbst gefaltet, so erhält man die (unnormierte) Autokorrelationsfunktion (AKF):

$$\text{AKF}[S(t)] = S(t) * S(t). \quad (\text{A.10})$$

Aus dem Faltungssatz folgt direkt das Wiener-Chintschin¹-Theorem: Die Fourier-Transformierte der AKF einer Funktion ist bis auf einen Skalenfaktor gleich dem Leistungsspektrum der Funktion:

$$\mathcal{F}\{\text{AKF}[S_1(t)]\} = \mathcal{F}[S_1(t) * S_1(t)] = \mathcal{F}\{S_1(t)\} \cdot \mathcal{F}[S_1(t)] = |\mathcal{F}\{S_1(t)\}|^2. \quad (\text{A.11})$$

3. **Ableitung mit Hilfe der Fourier-Transformation:** Transformiert man die Ableitung einer Funktion nach der Zeit in den Spektralraum, so erhält man

$$\mathcal{F}\left[\frac{d}{dt}S(t)\right] = \int_{-\infty}^{\infty} dt \left[\frac{d}{dt}S(t)\right] \exp(-2\pi i \nu t) \quad (\text{A.12})$$

$$= \underbrace{[S(t) \exp(-2\pi i \nu t)]_{-\infty}^{\infty}}_{=0} - \int_{-\infty}^{\infty} dt S(t) (-2\pi i \nu) \exp(-2\pi i \nu t) \quad (\text{A.13})$$

$$= (2\pi i \nu) \tilde{S}(\nu) \quad (\text{A.14})$$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dt}S(t) = \mathcal{F}^{-1}\left[(2\pi i \nu) \tilde{S}(\nu)\right]. \quad (\text{A.15})$$

Die Differenziation kann demnach mit einer Fourier-Transformation, einer einfachen Multiplikation im Spektralbereich und der anschließenden Rücktransformation ausgeführt werden. Für die n -te Ableitung nach der Zeit folgt analog:

$$\frac{d^n}{dt^n}S(t) = \mathcal{F}^{-1}\left[(2\pi i \nu)^n \tilde{S}(\nu)\right]. \quad (\text{A.16})$$

Diese Eigenschaft kann benutzt werden, um einige Differenzialgleichungen zu lösen. So hat die Nichtlineare Schrödingergleichung im Fall verschwindender Nichtlinearität

$$\frac{\partial}{\partial z}A(T, z) = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial T^2}A(T, z) \quad (\text{A.17})$$

im Spektralraum die Form:

$$\frac{\partial}{\partial z}\tilde{A}(\nu, z) = \mathcal{F}\left[-i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial T^2}A(T, z)\right] \quad (\text{A.18})$$

$$= -i \frac{\beta_2}{2} (2\pi i \nu)^2 \tilde{A}(\nu). \quad (\text{A.19})$$

¹ Ebenfalls bekannt als: Chintschin-Kolmogorow-Theorem oder Wiener-Chintschin-Einstein-Theorem. Die englische Schreibweise des Autoren Chintschin ist "Khinchin".

Durch Integration erhält man daraus:

$$\frac{\partial \tilde{A}(\nu, z)}{\tilde{A}(\nu, z)} = -i \frac{\beta_2}{2} (2\pi i \nu)^2 \partial z \quad (\text{A.20})$$

$$\Leftrightarrow \tilde{A}(\nu, z) = \tilde{A}(\nu, 0) \cdot \exp\left(i \frac{\beta_2}{2} (2\pi \nu)^2 z\right) \quad (\text{A.21})$$

$$\Leftrightarrow A(T, z) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F}[A(T, 0)] \cdot \exp\left(i \frac{\beta_2}{2} (2\pi \nu)^2 z\right) \right\}. \quad (\text{A.22})$$

Die Auswirkung der Gruppengeschwindigkeitsdispersion ist also ein parabolisches Profil des spektralen Phasenverlaufs. Über den Verschiebesatz folgt daraus, dass sich die unterschiedlichen spektralen Komponenten im Zeitbereich auseinanderbewegen.

A.1.2. Spektrum des elektrischen Felds

Das elektrische Feld in Glasfasern kann man über die eindimensionale komplexe Einhüllende $A(T, z)$ darstellen, welche sich mit dem Ort z entwickelt (siehe Abschnitt 2.7). A ist dabei so skaliert, dass der Absolutbetrag $|A(T, z)|^2$ der momentan in der Faser geführten Leistung entspricht.

Wenn vom ‘‘Spektrum’’ des Feldes gesprochen wird so können je nach Kontext unterschiedliche Dinge gemeint sein:

- **die spektrale Feldamplitude**

$$\tilde{A}(\nu) = \mathcal{F}[A(T)] = \int_{-\infty}^{+\infty} dT A(T) \exp(-2\pi i \nu T), \quad (\text{A.23})$$

diese wird auch ‘‘spektrales Feld’’ genannt.

- Das Betragsquadrat der spektralen Feldamplitude ist die **spektrale Energiedichte**

$$|\tilde{A}(\nu)|^2 = |\mathcal{F}[A(T)]|^2, \quad (\text{A.24})$$

mit der Einheit $\text{J/Hz} = \text{Js}$. Das Integral über den gesamten Frequenzbereich liefert dabei die Gesamtenergie. Diese stimmt mit der Energie im Zeitbereich überein:

$$E_{\text{tot}} = \int_{-\infty}^{\infty} d\nu |\tilde{A}(\nu)|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} dT P(T). \quad (\text{A.25})$$

- Die Ausgabe eines Spektrums durch Messinstrumente (Spektrometer) erfolgt üblicherweise in Form der **spektrale Leistungsdichte** (*power spectral density*, kurz PSD). Diese entspricht der auf ein Messintervall² T_M normierten spektralen Ener-

²In realen Experimenten ist T_M immer eine endliche Zeitspanne. Den Übergang zur mathematischen spektralen Leistungsdichte erhält man für $T_M \rightarrow \infty$.

giedichte:

$$S(\nu) = \frac{1}{T_M} \left| \int_{-T_M/2}^{+T_M/2} dT A(T) \exp(-2\pi i\nu T) \right|^2. \quad (\text{A.26})$$

Die spektrale Leistungsdichte hat die Einheit $\text{W/Hz} = \text{Js/s} = \text{J}$. Das Integral über alle Frequenzkomponenten ergibt die mittlere Leistung im betrachteten Zeitintervall:

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\nu S(\nu) = \bar{P} = \frac{1}{T_M} \int_{-T_M/2}^{+T_M/2} dT P(T). \quad (\text{A.27})$$

Neben der Frequenzdarstellung ist auch die Angabe der spektralen Leistungsdichte mit Bezug auf Wellenlängenintervalle üblich, also z.B. $S(\lambda)$ mit der Einheit mW/nm . Die Umrechnung zwischen den Darstellungen erfolgt mit

$$S(\nu) = S(\lambda) \left| \frac{\partial \lambda}{\partial \nu} \right| = S(\lambda) \frac{\lambda^2}{c} \quad (\text{A.28})$$

$$\text{bzw. mit} \quad S(\lambda) = S(\nu) \left| \frac{\partial \nu}{\partial \lambda} \right| = S(\nu) \frac{\nu^2}{c}. \quad (\text{A.29})$$

Oft wird auch das Verhältnis zwischen der spektralen Leistungsdichte und einer Referenzleistungsdichte S_0 in Dezibel angegeben:

$$S_{\text{dB}}(\nu) = 10 \log \left(\frac{S(\nu)}{S_0} \right). \quad (\text{A.30})$$

A.2. Diskrete Fourier-Transformation

In vielen Fällen kann man die Fourier-Transformation eines Signals nicht analytisch nach Gl. (A.1) berechnen, da (z.B. bei der Auswertung von Messsignalen) die analytische Form des Signals nicht bekannt ist. Es gibt mit der diskreten Fourier-Transformation jedoch die Möglichkeit, eine numerische Annäherung an das Spektrum eines Signals zu berechnen. Hierfür ist es notwendig, dass das zu untersuchende Signal in einer diskretisierten Form vorliegt. Daraus kann, wie weiter unten in Abschnitt A.2.2 beschrieben, die diskrete Fourier-Transformation berechnet werden.

A.2.1. Diskretisierung von Signalen

Der Prozess der Diskretisierung bedeutet die Überführung eines kontinuierlichen Signals $S(t)$ in eine Menge von N Abtastpunkten $S_k = S(t_k)$ mit $k = 0 \dots (N-1)$. Als Stützstellen für die Abtastung (engl. *sampling*) verwendet man ein ebenfalls diskretes Zeitraster $[t_0, t_1, \dots, t_{N-1}]$. Üblicherweise benutzt man eine konstante Zeitschrittweite Δt , sodass sich das äquidistante Zeitraster $t_k = k\Delta t$ ergibt. Für einige numerische Algorithmen es von Vorteil, wenn die Gesamtanzahl der Abtastpunkte eine Potenz von zwei ist: $N = 2^n$ mit $n \in \mathbb{N}$.

Für die Wahl der Zeitschrittweite ist es zweckmäßig, sich am Nyquist-Shannon-Abtasttheorem³[257,258] zu orientieren. Man benutzt dabei eine Abtastfrequenz ν_{samp} , die mindestens gleich dem Doppelten der maximal auftretenden Frequenz ν_{max} entspricht:

$$\frac{1}{\Delta t} = \nu_{\text{samp}} \geq 2\nu_{\text{max}}. \quad (\text{A.31})$$

Dadurch ist sichergestellt, dass die Funktion $\sin(2\pi\nu_{\text{max}}t)$ noch mit zwei Stützstellen pro Periode abgetastet wird. Aus einem so erzeugtem Zeitraster ergibt sich ein automatisch ein Frequenzraster

$$\nu_l = \frac{l}{N\Delta t} \quad \text{mit} \quad l = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2}. \quad (\text{A.32})$$

A.2.2. Definition der diskreten Fourier-Transformation

Liegt ein Signal in der diskretisierten Form als Vektor $(S_0, S_1, \dots, S_{N-1})$ vor, so berechnet sich die diskrete Fourier-Transformation (DFT) als

$$\text{DFT}[(S_0, S_1, \dots, S_{N-1})] = \tilde{S}_n = \sum_{k=0}^{N-1} S_k \exp(-2\pi i t_k \nu_n) \quad (\text{A.33})$$

$$= \sum_{k=0}^{N-1} S_k \exp\left(-2\pi i \frac{kn}{N}\right). \quad (\text{A.34})$$

Man kann so die spektralen Amplituden für die diskreten Frequenzwerte ν_n berechnen und erhält das Spektrum des Eingangssignals in Form eines Vektors $(\tilde{S}_0, \tilde{S}_1, \dots, \tilde{S}_{N-1})$. Um eine Näherung für die analytische Fourier-Transformation zu bekommen, muss man noch mit Δt multiplizieren:

$$\tilde{S}(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} dt S(t) \exp(-2\pi i \nu t) \approx \tilde{S}(\nu_n) \Delta t = \Delta t \cdot \text{DFT}(S_k). \quad (\text{A.35})$$

Analog zur kontinuierlichen Fourier-Transformation kann man eine diskretisierte inverse Fouriertransformation definieren⁴:

$$\text{DFT}^{-1}(\tilde{S}_n) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{S}_n \exp\left(2\pi i \frac{kn}{N}\right). \quad (\text{A.36})$$

Die diskrete Fourier-Transformation kann effizient mit Hilfe von Computern berechnet werden. Ein häufig dafür benutzter Algorithmus ist die Schnelle Fourier-Transformation (*fast Fourier transform*, FFT)[259]. Die FFT ist für verschiedenste Programmiersprachen als vorgefertigte Programmbibliothek erhältlich. Eine Referenzimplementierung in der Programmiersprache C findet sich in [260].

³Teilweise wird dieses heute auch als WKS-Abtasttheorem bezeichnet, da auch die Autoren Whittaker und Kotelnikow es unabhängig von Shannon formulierten.

⁴Ähnlich wie bei der kontinuierlichen Fourier-Transformation gibt es auch bei der diskreten Form unterschiedliche Konventionen darüber, ob der Faktor $-i$ im Exponenten der Hin- oder der Rücktransformation zu verwenden ist.

Anhang B.

Sekans-Hyperbolicus und Gauß-Pulse

Abb. B.1 zeigt die Leistungsverläufe der häufig z.B. bei Lasern auftretenden Pulsformen “sech²” (Sekans-Hyperbolicus) und “Gauß”. In der Literatur wird keine einheitliche Definition für die Gauß-Pulse verwendet. Die üblichen Varianten sind hier als “Gauß A” und “Gauß B” bezeichnet; sie unterscheiden sich durch die Definition der natürlichen Pulsdauer T_0 . Die Variante “Gauß B” bietet den Vorteil, dass sie konsistenter mit der Definition der (räumlichen) Gauß-Strahlen ist (vgl. Anhang C). Wichtige Eigenschaften der sech²-Pulse sind in Tab. B.1 aufgelistet. In Tab. B.2 findet man diese für die beiden Varianten der Gauß-Pulse.

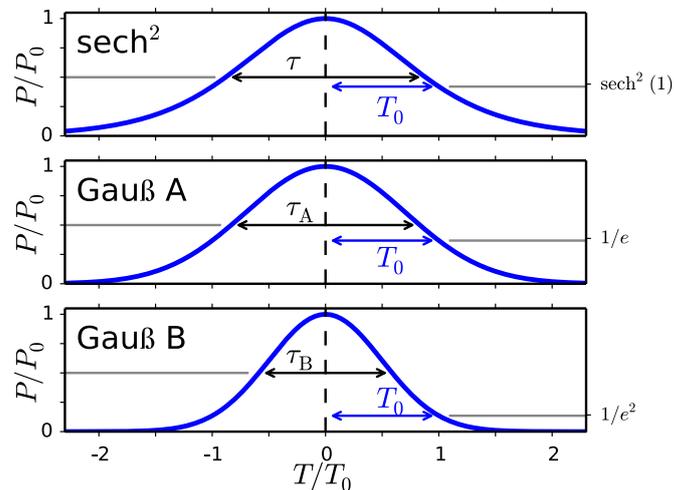


Abbildung B.1.: Leistungsverläufe für die Pulsformen sech², Gauß A und Gauß B. Es ist jeweils die volle Halbwertsbreite τ sowie die natürliche Dauer T_0 markiert.

Tabelle B.1.: Eigenschaften der sech^2 -Pulsform.

	sech^2
Einhüllende	$A(T) = \sqrt{P_0} \text{sech} \left(\frac{T}{T_0} \right)$
Leistung	$P(T) = P_0 \text{sech}^2 \left(\frac{T}{T_0} \right)$
natürliche Dauer	T_0
Breitenfaktor	$\mathcal{Z} = \text{arccosh}(\sqrt{2}) \approx 0,8814$
Halbwertsbreite* des Leistungsprofils	$\tau = 2\mathcal{Z}T_0$
Energie	$E = 2T_0P_0$
spektrale Einhüllende	$\tilde{A}(\nu) = \pi\sqrt{P_0}T_0 \text{sech} [\pi^2T_0(\nu - \nu_0)]$
Zeit-Bandbreite-Produkt	$\Delta\nu \cdot \tau = \frac{4}{\pi^2}\mathcal{Z}^2 \approx 0,3148$
Halbwertsbreite* der Intensitäts-Autokorrelation	$\tau_{\text{AC}} \approx 1,543 \tau$

* volle Breite bei halben Maximum (*full width at half maximum*)

Tabelle B.2.: Eigenschaften der Pulsformen Gauß A und Gauß B.
Gauß A **Gauß B**

Einhüllende	$A(T) = \sqrt{P_0} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{T}{T_0} \right)^2 \right]$	$A(T) = \sqrt{P_0} \exp \left[-\left(\frac{T}{T_0} \right)^2 \right]$
Leistung	$P(T) = P_0 \exp \left[-\left(\frac{T}{T_0} \right)^2 \right]$	$P(T) = P_0 \exp \left[-2 \left(\frac{T}{T_0} \right)^2 \right]$
natürliche Dauer	T_0	T_0
Breitenfaktor	$\mathcal{G}_A = \sqrt{\ln(2)} \approx 0,8326$	$\mathcal{G}_B = \sqrt{\ln(\sqrt{2})} \approx 0,5887$
Halbwertsbreite* des Leistungsprofils	$\tau_A = 2 \mathcal{G}_A T_0$	$\tau_B = 2 \mathcal{G}_B T_0$
Energie	$E_A = \sqrt{\pi} P_0 T_0$	$E_B = \sqrt{\pi/2} P_0 T_0$
spektrale Einhüllende	$\tilde{A}(\nu) = \sqrt{2\pi P_0} T_0 \exp \left[-2\pi^2 T_0^2 (\nu - \nu_0)^2 \right]$	$\tilde{A}(\nu) = \sqrt{\pi P_0} T_0 \exp \left[-\pi^2 T_0^2 (\nu - \nu_0)^2 \right]$
Zeit-Bandbreite-Produkt	$\Delta\nu \cdot \tau_A = \frac{2}{\pi} \mathcal{G}_A^2 \approx 0,4413$	$\Delta\nu \cdot \tau_B = \frac{4}{\pi} \mathcal{G}_B^2 \approx 0,4413$
Halbwertsbreite* der Intensitäts-Autokorrelation	$\tau_{AC} = \sqrt{2} \tau_A$	$\tau_{AC} = \sqrt{2} \tau_B$

* volle Breite bei halben Maximum (*full width at half maximum*)

Anhang C.

Gauß-Strahlen und der ABCD-Formalismus

Die sogenannten Gauß-Strahlen stellen eine mathematische Beschreibung für die Feldausbreitung der Grundmode vieler Laser dar. Auch für die in dieser Arbeit verwendeten Lasersysteme zeigen die Strahlen eine Gauß-Charakteristik. Mit Hilfe des in Abschnitt C.3 beschriebenen ABCD-Formalismus kann die Propagation von Gauß-Strahlen auch durch komplexe optische Systeme beschrieben werden. Zudem stellt er ein wichtiges Werkzeug dar, um Laserresonatoren auf ihre Stabilität und die Form ihrer Moden zu untersuchen.

C.1. Gauß-Strahlen

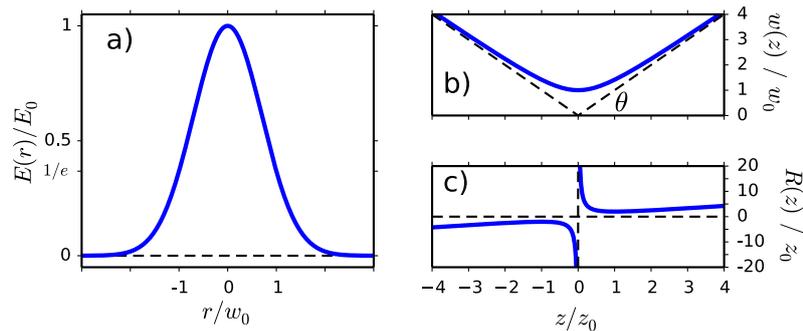


Abbildung C.1.: Parameter eines Gauß-Strahls. Teilabb. a): Transversaler Verlauf der Feldstärke. Teilabb. b): Verlauf der Strahltaile $w(z)$. Für $|z| \gg z_0$ erhöht sich der Strahlradius linear mit z , der Strahl hat die Divergenz θ . Teilabb. c): Krümmungsradius $R(z)$ der Wellenfronten.

Untersucht man die Maxwell-Gleichungen nach Lösungen in Form von “Lichtstrahlen” bzw. “Lichtbündeln”, so findet man unter anderem die wichtige Lösung der Gauß-Strahlen[3]. Das komplexe elektrische Feld der Gauß-Strahlen hat die Form

$$E(r, z) = \underbrace{E_0 \frac{w_0}{w(z)}}_{\text{Feldamplitude}} \underbrace{\exp\left(-\frac{r^2}{w^2(z)}\right)}_{\text{transversale Feldverteilung}} \underbrace{\exp\left(-ik\frac{r^2}{2R(z)}\right) \exp\left(i\left[\arctan\left(\frac{z}{z_0}\right) - kz\right]\right)}_{\text{Phasenterm}}. \quad (\text{C.1})$$

Zwei charakteristische Eigenschaften eines Gauß-Strahls sind der Strahlradius und der Krümmungsradius der Wellenfronten. Der Strahlradius w ist derjenige Abstand von der

optischen Achse, bei der die elektrische Feldstärke auf $1/e$ ihres Maximalwertes abgefallen ist. Er hat den Minimalwert w_0 bei der sogenannten Strahltaille (engl. *waist*). Der Strahlradius ändert sich wie folgt mit Abstand z von der Strahltaille:

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2}. \quad (\text{C.2})$$

Der Parameter

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_0}{z}\right)^2\right] \quad (\text{C.3})$$

beschreibt die Krümmung der Flächen gleicher Phase in Abhängigkeit vom Ort. In beide Größen geht die sogenannte Rayleigh-Länge

$$z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (\text{C.4})$$

ein. Sie ist ein Maß für die Divergenz des Strahls. Für Orte, die sich weit entfernt von der Strahltaille befinden ($z \gg z_0$), wachsen Strahlradius und Krümmungsradius linear mit z . Hier hat der Strahl einen Divergenzwinkel θ bezüglich der optischen Achse:

$$\theta = \arctan\left(\frac{w_0}{z_0}\right). \quad (\text{C.5})$$

Die transversale Feldverteilung ist in Abb. C.1 a), die longitudinalen Verläufe von Strahlradius und Krümmungsradius sind den Teilabbildungen C.1 b) und c) gezeigt.

Reale Strahlen sind in der Regel nur näherungsweise als Gauß-Strahlen zu betrachten. Die Güte dieser Näherung kann mit der Beugungsmaßzahl M^2 aus dem Strahlparameterprodukt

$$\theta w_0 = M^2 \frac{\lambda}{\pi} \quad (\text{C.6})$$

bestimmt werden. Für ideale Gauß-Strahlen ist $M = 1$, für reale Strahlen findet man [2] $M > 1$.

C.2. Experimentelle Bestimmung der Strahlparameter

Für die experimentelle Bestimmung der Parameter eines Gauß-Strahls ist in der Regel nur das Intensitätsprofil des Strahls zugänglich:

$$I(x, y) = I_0 \cdot \exp\left(-2\frac{x^2 + y^2}{w^2}\right). \quad (\text{C.7})$$

Die Konstante I_0 ist dabei so normiert, dass die integrierte Intensität der Gesamtleistung des Strahls entspricht. Eine einfache Methode, um aus einem solchen Profil die Strahlbreite w zu bestimmen, ist die sogenannte "Rasierklingenmethode". Dabei wird die transmittierte Gesamtleistung des Strahls vermessen, während eine Rasierklinge schrittweise in den Strahlengang geschoben wird. Ist die Vorschubrichtung z.B. die x -Achse, so erhält man

den Leistungsverlauf

$$P(x') = \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{x'}^{\infty} dx I(x, y) \quad (\text{C.8})$$

$$= I_0 \int_{-\infty}^{\infty} dy \exp\left(-2\frac{y^2}{w^2}\right) \int_{x'}^{\infty} dx \exp\left(-2\frac{x^2}{w^2}\right) \quad (\text{C.9})$$

$$= I_0 \frac{\pi}{4} w^2 \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}x'}{w}\right) \right] \quad (\text{C.10})$$

Der Ausdruck $\operatorname{erf}(x)$ ist hierbei die Gauß'sche Fehlerfunktion. Abb. C.2 zeigt beispielhaft eine mit der Rasierklingenmethode aufgenommene Messkurve. An diese wurde der Verlauf einer erf-Funktion der Form Gl. (C.10) durch Regression angepasst, wobei man für den gezeigten Fall $w = 0,619$ mm erhält. Durch Wiederholung der Messung an verschiedenen Positionen kann man somit den Verlauf $w(z)$ und daraus Parameter wie die Divergenz oder die Strahltaile w_0 bestimmen.

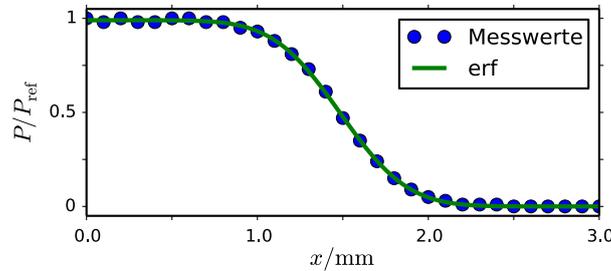


Abbildung C.2.: Beispiel für die (normierte) gemessene Leistung bei der Bestimmung der Strahlbreite mit der Rasierklingenmethode. Aus der Regressionskurve (erf) erhält man $w = 0,619$ mm.

C.3. Strahlausbreitung mit dem ABCD-Formalismus

Der ABCD-Formalismus (auch “Matrizenoptik” [3] genannt) ermöglicht es, die Parameter eines Gauß-Strahls bei der Ausbreitung durch verschiedene optische Elemente zu berechnen. In diesem Formalismus werden Spiegel, Linsen usw. durch Matrizen der Form

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad (\text{C.11})$$

repräsentiert. Tabelle C.1 führt beispielhaft die Matrizen einiger einfacher Elemente auf. Ein System aus mehreren aufeinanderfolgenden Elementen mit den Matrizen M_i ($i = 1 \dots N$) kann als eine Gesamtmatrix dargestellt werden:

$$M_{\text{tot}} = \begin{pmatrix} A_{\text{tot}} & B_{\text{tot}} \\ C_{\text{tot}} & D_{\text{tot}} \end{pmatrix} = M_N \cdot M_{N-1} \cdot \dots \cdot M_2 \cdot M_1. \quad (\text{C.12})$$

Ein Gauß-Strahl wird im ABCD-Formalismus durch eine einzelne komplexe Zahl q dargestellt:

$$q(w, R) = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{i\lambda}{\pi w^2}} \quad (\text{C.13})$$

$$\Leftrightarrow w(q) = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi} \frac{|q^2|}{\text{Im}(q)}} \quad \text{und} \quad R(q) = \frac{|q^2|}{\text{Re}(q)}. \quad (\text{C.14})$$

q enthält die Information zu Strahlradius und Krümmungsradius der Wellenfronten an einem bestimmten Ort. Die Änderung des Strahlparameters bei Ausbreitung $q \rightarrow q'$ kann dann mit der Gesamtpropagationsmatrix M_{tot} berechnet werden:

$$q' = \frac{A_{\text{tot}}q + B_{\text{tot}}}{C_{\text{tot}}q + D_{\text{tot}}}. \quad (\text{C.15})$$

Freistrahl	$\begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	dünne Linse (Brennweite f)	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$
spärischer Spiegel (Radius ϱ)	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{\varrho} & 1 \end{pmatrix}$	plane Grenzfläche (Brechungsindizes n_1 und n_2)	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}$

Tabelle C.1.: ABCD-Matrizen einiger optischer Elemente.

C.4. Resonatorstabilität und Grundmode

Eine wichtige Anwendung des ABCD-Formalismus ist die Bestimmung der Stabilität eines Laserresonators und gegebenenfalls die Berechnung der Grundmode[206]. Das Feld der Mode eines Lasers muss den Resonator vielfach durchlaufen, um durch den Laserprozess verstärkt zu werden. Der Resonator muss dabei so beschaffen sein, dass z.B. die transversale Feldverteilung nach jedem Umlauf –bis auf eine eventuelle Erhöhung der Feldstärke– dieselbe ist, also die gleichen Parameter (Strahlradius, Krümmungsradius) aufweist. Mathematisch kann man dies als Eigenwertproblem für die Propagationsmatrix M_{Res} eines Resonatorumlaufs formulieren:

$$M_{\text{Res}} \cdot \begin{pmatrix} q_{\text{Res}} \\ 1 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} q_{\text{Res}} \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{C.16})$$

Hierbei ist q_{Res} der q -Parameter der Resonatormode, λ ist ein Eigenwert der Matrix (ein Skalar). Die Stabilität des Resonators hängt von den Eigenschaften der Resonatormatrix M_{Res} ab: er ist stabil, wenn die Bedingung

$$-1 < \frac{A_{\text{Res}} + D_{\text{Res}}}{2} < 1 \quad (\text{C.17})$$

erfüllt ist[206].

Anhang D.

Programm zur Berechnung der direkten Streutransformation

Das hier abgedruckte Programm ermöglicht die numerische Berechnung der direkten Streutransformation (bzw. der Koeffizienten $a(\zeta)$ und $b(\zeta)$) nach dem in [57] angegebenen Algorithmus. Da die Berechnung eine Vielzahl von Matrixmultiplikationen erfordert, wurde hierfür aus Gründen der Rechenschwindigkeit eine Implementation in der Programmiersprache C[260] erstellt. Des weiteren steht eine Benutzerschnittstelle für die Programmiersprache Python¹[100] zur Verfügung, die eine bequeme Berechnung der Streutransformation (mit automatischer Normierung) ermöglicht.

D.1. C-Bibliothek

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <complex.h>
3 #include <math.h>
4
5 void multiply_matrices( double complex A[2][2],
6                        double complex B[2][2],
7                        double complex C[2][2])
8 { C[0][0] = A[0][0] * B[0][0] + A[0][1] * B[1][0];
9   C[0][1] = A[0][0] * B[0][1] + A[0][1] * B[1][1];
10  C[1][0] = A[1][0] * B[0][0] + A[1][1] * B[1][0];
11  C[1][1] = A[1][0] * B[0][1] + A[1][1] * B[1][1];}
12
13 void dst_Matrix_U(double dx,
14                  double complex qi,
15                  double complex zeta,
16                  double complex U[2][2])
17 { double complex k = csqrt( - cabs(qi)*cabs(qi) - zeta * zeta );
18   double complex coshkdx = ccosh( k * dx );
19   double complex sinhkdxd = csinh( k * dx );
20   U[0][0] = coshkdx - 1.0*I*zeta / k * sinhkdxd;
21   U[0][1] = qi/k * sinhkdxd;
22   U[1][0] = -1.0 * conj(qi) / k * sinhkdxd;
23   U[1][1] = coshkdx + 1.0 * I * zeta / k * sinhkdxd;}
24
25 void dst_Matrix_Sigma( double dx,
26                       double complex *q,
```

¹Frei erhältlich für alle gängigen Betriebssysteme unter <https://www.python.org>.

```

27         int qlength ,
28         double complex zeta ,
29         double complex S[2][2])
30 { int i;
31   double complex U[2][2];
32   double complex temporary_S[2][2];
33   S[0][0] = 1.0; S[0][1] = 0.0; S[1][0] = 0.0; S[1][1] = 1.0;
34   for (i = qlength - 2; i >= 0; i--)
35     { temporary_S[0][0] = S[0][0];
36       temporary_S[0][1] = S[0][1];
37       temporary_S[1][0] = S[1][0];
38       temporary_S[1][1] = S[1][1];
39       dst_Matrix_U( dx, q[i], zeta, U);
40       multiply_matrices( temporary_S, U, S);}
41
42 void calc_single_ab( double dx,
43                    double L,
44                    double complex *q,
45                    int qlength,
46                    double complex zeta,
47                    double complex *a,
48                    double complex *b)
49 {double complex S[2][2];
50   dst_Matrix_Sigma( dx, &q[0], qlength, zeta, S);
51   *a = S[0][0] * cexp( 2.0*I * zeta * L );
52   *b = S[1][0];}
53
54 void calc_ab_vector( double dx,
55                    double L,
56                    int qlength,
57                    double *qreal,
58                    double *qimag,
59                    int zetalength,
60                    double *zetareal,
61                    double *zetaimag,
62                    double *aneureal,
63                    double *aneuimag,
64                    double *bneureal,
65                    double *bneuimag)
66 { int i;
67   double complex q[qlength];
68   double complex zeta[zetalength];
69   double complex a[zetalength];
70   double complex b[zetalength];
71   for (i=0;i<qlength;i++){ q[i] = qreal[i] + 1.0*I*qimag[i]; }
72   for (i=0;i<zetalength;i++)
73     {zeta[i] = zetareal[i] + 1.0*I* zetaimag[i];
74     a[i] = 0.0;
75     b[i] = 0.0;
76     calc_single_ab(dx, L, q, qlength, zeta[i], &a[i], &b[i]);
77     aneureal[i] = creal(a[i]);
78     aneuimag[i] = cimag(a[i]);
79     bneureal[i] = creal(b[i]);

```

```
80     bneuimag[i] = cimag(b[i]);}    }
```

D.2. Python Benutzerschnittstelle

```
1  import numpy as np
2  import ctypes
3
4  class DSTObj():
5      def __init__(self, field, tvec, b2, gamm):
6          dt = tvec[1]-tvec[0]
7          npoints = len(tvec)
8          t0scale = dt;
9          p0scale = np.sqrt( t0scale * t0scale * gamm / np.abs(b2))
10         self.xvec = tvec / t0scale
11         self.dx = self.xvec[1] - self.xvec[0]
12         self.L = np.max(self.xvec)
13         self.q = field * p0scale
14         self.unscaled_energy = np.sum( np.abs(field)**2 * dt)
15         self.scaled_energy = np.sum( np.abs(self.q)**2 * self.dx)
16         self.energyfactor = p0scale * np.sqrt(gamm/np.abs(b2))
17         self.zetamax = self.scaled_energy / 4.
18         self.scaled_dom = np.pi / (2 * self.L)
19         self.ommax = np.floor( npoints / 2. ) * self.scaled_dom
20
21     def calc_ab(self, zetas):
22         c_dst_lib = ctypes.cdll.LoadLibrary("libdst2.so") #non-local
23     #         c_dst_lib = ctypes.cdll.LoadLibrary("./libdst2.so") #local
24         zeta_pts = len(zetas)
25         c_dx = ctypes.c_double(self.dx)
26         c_qlaenge = ctypes.c_int(len(self.xvec))
27         c_L = ctypes.c_double(self.L)
28         c_qreal = self._vector_to_c_array( np.real(self.q) )
29         c_qimag = self._vector_to_c_array( np.imag(self.q) )
30         c_areal = self._vector_to_c_array( np.zeros(zeta_pts) )
31         c_aimag = self._vector_to_c_array( np.zeros(zeta_pts) )
32         c_breal = self._vector_to_c_array( np.zeros(zeta_pts) )
33         c_bimag = self._vector_to_c_array( np.zeros(zeta_pts) )
34         c_zetareal = self._vector_to_c_array( np.real( zetas ) )
35         c_zetaimag = self._vector_to_c_array( np.imag(zetas) )
36         c_zetalaenge = ctypes.c_int( len(zetas) )
37         c_dst_lib.calc_ab_vector( c_dx, c_L, c_qlaenge, c_qreal,
38                                 c_qimag, c_zetalaenge, c_zetareal,
39                                 c_zetaimag, c_areal, c_aimag,
40                                 c_breal, c_bimag)
41         pya = (self._c_array_to_vector( c_areal, zeta_pts )
42               + 1.0j * self._c_array_to_vector( c_aimag, zeta_pts ) )
43         pyb = (self._c_array_to_vector( c_breal, zeta_pts )
44               + 1.0j * self._c_array_to_vector( c_bimag, zeta_pts ))
45         return pya, pyb
46
47     def _vector_to_c_array(self, vector):
48         L = len(vector)
49         c_arr = (ctypes.c_double * L)()
```

Anhang D. Programm zur Berechnung der direkten Streutransformation

```
50     for index, value in enumerate(vector):
51         c_arr[index] = value
52     return c_arr
53
54     def _c_array_to_vector(self, c_arr, L):
55         vec = np.zeros(L)
56         for i in range(L):
57             vec[i] = c_arr[i]
58     return vec
```

Anhang E.

Programm zur Integration der generalisierten nichtlinearen Schrödingergleichung

In [5] wurde ein Programmbeispiel zur Lösung der generalisierten nichtlinearen Schrödingergleichung angegeben, wobei die Integration im sogenannten Wechselwirkungsbild[98] erfolgt. Das Programm wurde vom Autor in die Programmiersprache Python[100] übertragen und erweitert. Für die eigentliche Integration werden vorgefertigte Algorithmen zur Lösung von Differenzialgleichungen eingesetzt, die im Programmpaket “SciPy”¹ enthalten sind. So steht beispielsweise der “DOPRI5”-Algorithmus (nach den Autoren Dormand und Prince[261]) zur Verfügung, mit dem eine Runge-Kutta-Integration[256] mit variabler Schrittweite bei vorgegebener Genauigkeit durchgeführt werden kann.

```
1 # import required libraries :
2 import numpy as np
3 from functools import partial as funcpartial
4 from scipy.misc import factorial
5 from scipy.integrate import complex_ode
6 from time import time
7
8 # -----
9 # 1. FUNCTIONS TO SET PARAMETERS AND PERFORM CALCULATION
10 # -----
11 def prepare_sim_params( alpha, betas, centerwavelength, gamma,
12                        length, N, tempspread=1.0, raman = False,
13                        ramantype = 'blowwood', fr=0.18,
14                        shock = False, nsteps = 500, reltol = 1e-6,
15                        abstol = 1e-9, integratortype = 'dopri5',
16                        zpoints = 256):
17     """
18     creates a dict containing all information necessary for
19     simulation.
20     """
21     # COMPUTATION GRID
22     dt0 = centerwavelength / ( 2.0 * 2.99792458e8) #nyquist
23     om0 = 2.0 * np.pi * 2.99792458e8 / centerwavelength
24     dt = tempspread * dt0
25     points = 2**N
26     tvec = np.arange( -points/2, points/2) * dt
27     relomvec = 2 * np.pi * np.arange( -points/2, points/2)/(points * dt)
```

¹Frei erhältlich unter <http://scipy.org>.

```

28     omvec = relomvec + om0
29     dz = 1.0*length/zpoints
30     # LINEAR OPERATOR: dispersion and losses
31     if len(betas) == points: # dispersion curve as vector
32         linop = 1.0j * betas
33         bk = betas
34     else: # dispersion via taylor coefficients
35         bk = beta0_curve( relomvec, 0, betas)
36         linop = 1.0j * bk
37     linop += alpha/2.
38     linop = np.fft.fftshift(linop)
39     # SHOCK TERM: self-steepening
40     if shock==False: # self-steepening off
41         W = 1.0
42     else: # self-steepening on
43         W = omvec / om0
44         W = np.fft.fftshift(W)
45     # Raman response function
46     if raman==True:
47         if ramatype=='blowwood':
48             RT=raman_blowwood(tvec)
49         else:
50             RT=0
51     RW = points*np.fft.ifft(np.fft.fftshift(RT))
52     # PREPARE OUTPUT DICTIONARY
53     Retval = {}
54     Retval['dt']=dt
55     Retval['points']=points
56     Retval['tvec']=tvec
57     Retval['relomvec']=relomvec
58     Retval['om0'] = om0
59     Retval['omvec']=omvec
60     Retval['dom'] = omvec[2] - omvec[1]
61     Retval['raman']=raman
62     Retval['fr']=fr
63     Retval['RW'] = RW
64     Retval['shock']=shock
65     Retval['gamma']=gamma
66     Retval['linop']=linop
67     Retval['betacurve'] = bk
68     Retval['length']=1.0 * length
69     Retval['W'] = W
70     Retval['dz']=dz
71     Retval['zpoints']=zpoints
72     Retval['reltol']=reltol
73     Retval['abstol']=abstol
74     Retval['nsteps']=nsteps
75     Retval['integratortype']=integratortype
76     return Retval
77
78
79 def perform_simulation( simparameters, inifield):
80     """

```

```

81     integrate the propagation using a scipy ode solver
82     """
83     integr = prepare_integrator( simparameters , inifield )
84     zvec = []
85     freqfieldlist = []
86     freqfieldlist2 = []
87     startingtime = time()
88     slength = simparameters['length']
89     zvec.append(0)
90     freqfieldlist.append(np.fft.ifft( inifield ))
91     scalefak = np.sqrt( simparameters['dt'] / simparameters['dom']
92                       * simparameters['points'] )
93     freqfieldlist2.append(np.fft.fftshift( np.fft.ifft( inifield )
94                                           * scalefak ))
95     for i in range(simparameters['zpoints']):
96         print("Integrator: Step %d/%d"%(i, simparameters['zpoints']))
97         integr.integrate(integr.t + simparameters['dz'])
98         zvec.append(integr.t)
99         freqfield = np.multiply( integr.y ,
100                                np.exp(simparameters['linop']
101                                       * (integr.t) ) )
102         freqfieldlist.append(freqfield)
103         freqfieldlist2.append(np.fft.fftshift(freqfield) * scalefak)
104         timefieldarray =np.fft.fft(freqfieldlist)
105     return timefieldarray , np.array(freqfieldlist2) ,zvec
106
107 # -----
108 # 2. CORE SIMULATION
109 # -----
110
111 def prepare_integrator(simparameters , inifield):
112     """
113     prepare an integrator scipy can understand
114     """
115     simpsub = dict( (k, simparameters[k]) for k in ('gamma','raman',
116                                                       'linop','W','dz','dt','RW','fr'))
117     # the line below creates a new function handle the scipy
118     # integrator understands
119     GNLSE_RHS2 = funcpartial( GNLSE_RHS, simp=simpsub)
120     integrator = complex_ode(GNLSE_RHS2)
121     # available types dop853 dopri5 lsoda vode
122     integrator.set_integrator(simparameters['integratortype'] ,
123                              atol=simparameters['abstol'] ,
124                              rtol=simparameters['reltol'] ,
125                              nsteps=simparameters['nsteps'] )
126     integrator.set_initial_value(np.fft.ifft( inifield ))
127     return integrator
128
129
130 def GNLSE_RHS( z , AW, simp):
131     """
132     solve the generalized Nonlinear Schroedinger equation
133     """

```

```

134 AT = np.fft.fft( np.multiply( AW , np.exp( simp[ 'linop' ] * z)))
135 IT = np.abs(AT)**2
136 if simp[ 'raman' ] == True:
137     RS = simp[ 'dt' ] * np.fft.fft( np.multiply( np.fft.ifft( IT),
138                                                    simp[ 'RW' ] ))
139     M = np.fft.ifft( np.multiply( AT,
140                                ( (1-simp[ 'fr' ])*IT +simp[ 'fr' ]*RS )))
141 else:
142     M = np.fft.ifft( np.multiply( AT, IT))
143 return 1.0j * simp[ 'gamma' ] * np.multiply( simp[ 'W' ],
144                                               np.multiply( M, np.exp( -simp[ 'linop' ] * z) ) )
145
146
147 # -----
148 # 3. AUXILARY FUNCTIONS
149 # -----
150 def raman_blowwood( tvec ):
151     """
152     Raman response function for silica fiber (single Lorentzian)
153     with the model from
154     K. J. Blow and D. Wood, IEE J. of Quant. Elec. 25, 2665 (1989)
155     """
156     tau1 = 12.2e-15
157     tau2 = 32.0e-15
158     tvec2 = np.multiply( tvec , tvec >=0) # prevents issues with exp
159     rt = (tau1**2 + tau2**2)/(tau1 * tau2**2) *np.multiply(
160         np.exp(-tvec2/tau2), np.sin(tvec2/tau1))
161     rt = np.multiply( rt , tvec >=0)
162     return rt
163
164
165 def beta0_curve(omvec, om0, betas):
166     """
167     calculate the dispersion curve via Taylor coefficients
168     """
169     bc = np.zeros( len(omvec))
170     for i in range( len(betas)):
171         bc = bc + betas[i]/factorial(i) * (omvec-om0)**i
172     return bc

```

Anhang F.

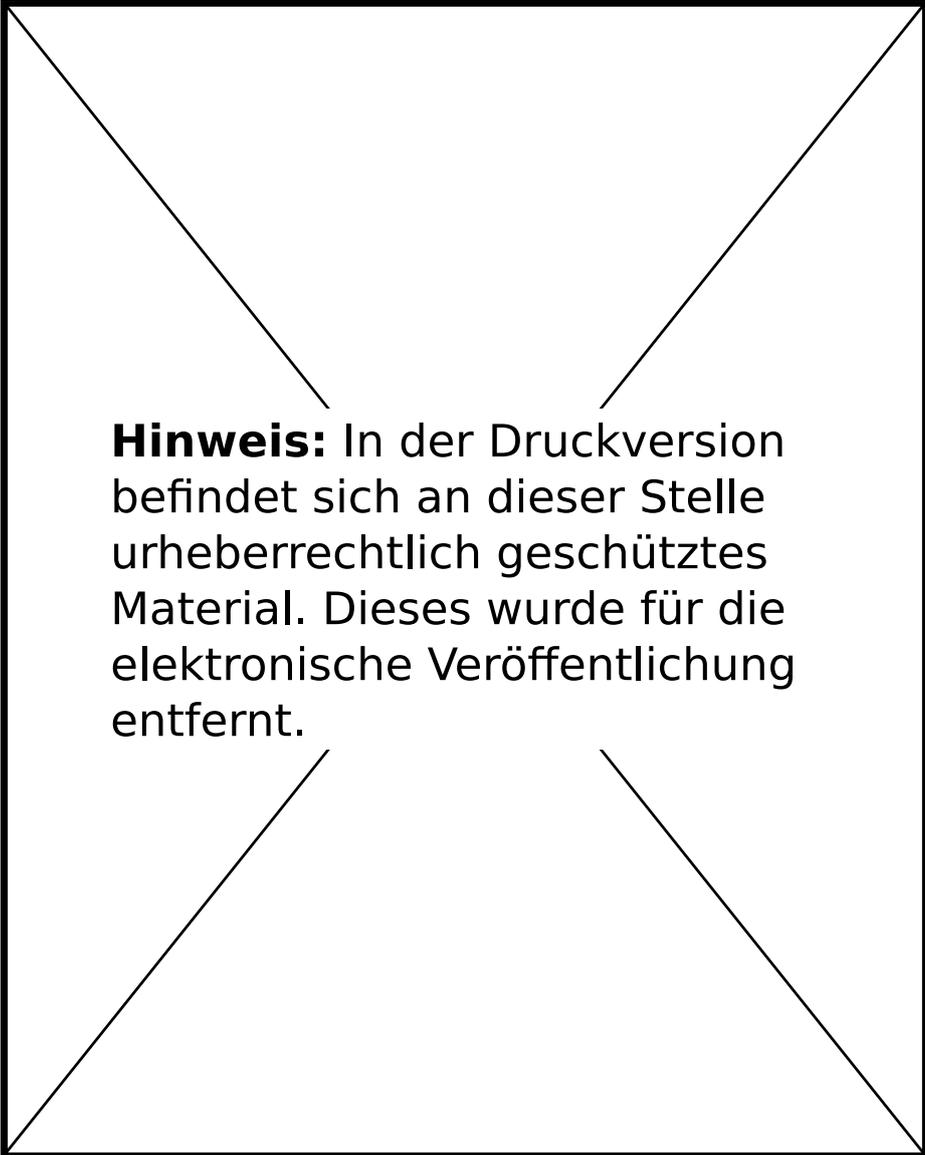
Datenblatt: Laser-Pumpmodul

Im Folgenden sind auszugsweise vier Seiten mit einigen Kenndaten aus dem Benutzerhandbuch des verwendeten Lasermoduls wiedergegeben (“RB Plus Diode-Pumped Nd:YAG Rod Laser Modules”). Diese wurden aus der elektronischen Version entnommen, die am 09.06.2014. von der Webseite des Herstellers unter der Adresse

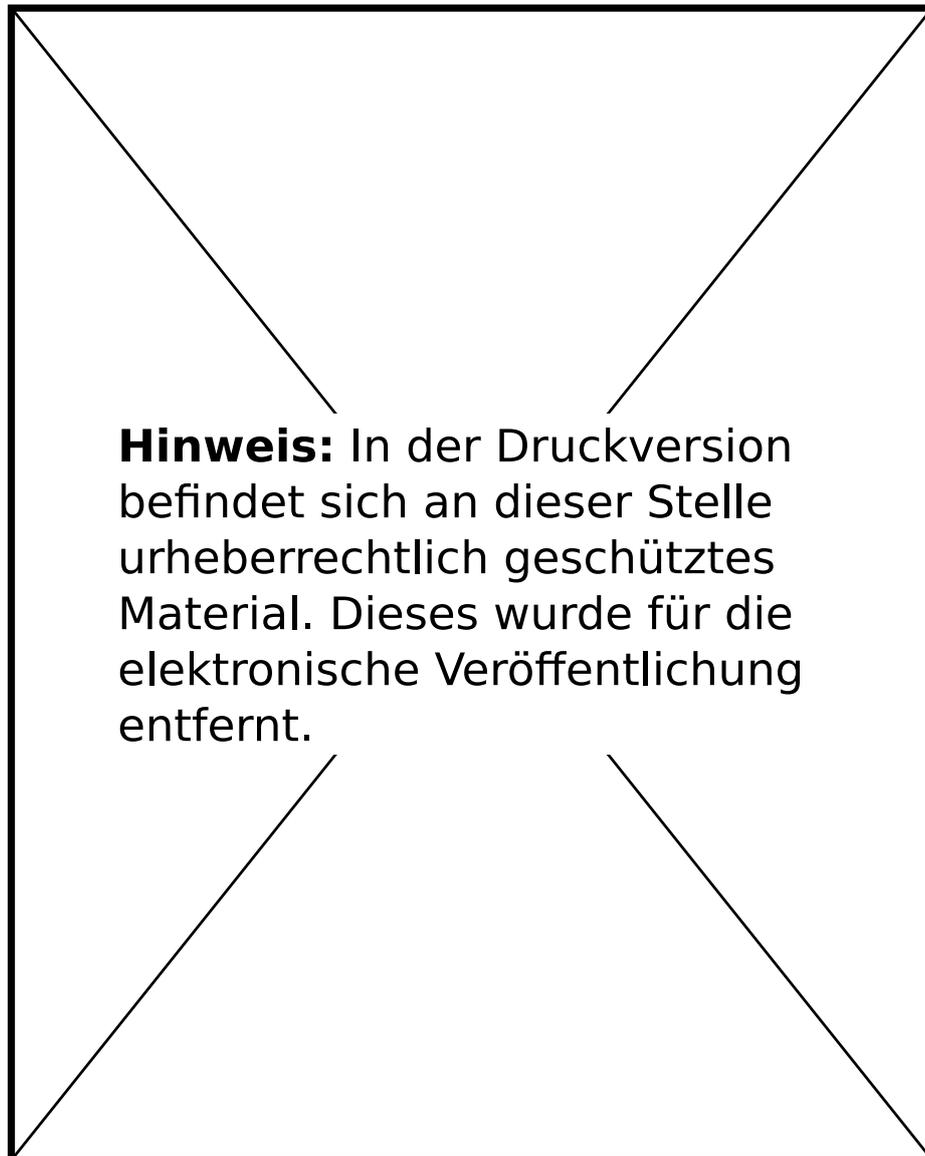
`http://catalog.cuttingedgeoptronics.com/item/rba-laser-modules/\[...\]
rba-laser-modules-cw-pumped`

abgerufen wurde. In den dargestellten Tabellen finden sich verschiedene Varianten des Lasermoduls. Die im Experiment vorhandene ist **RBA20-1C2-WA1**.





Hinweis: In der Druckversion befindet sich an dieser Stelle urheberrechtlich geschütztes Material. Dieses wurde für die elektronische Veröffentlichung entfernt.





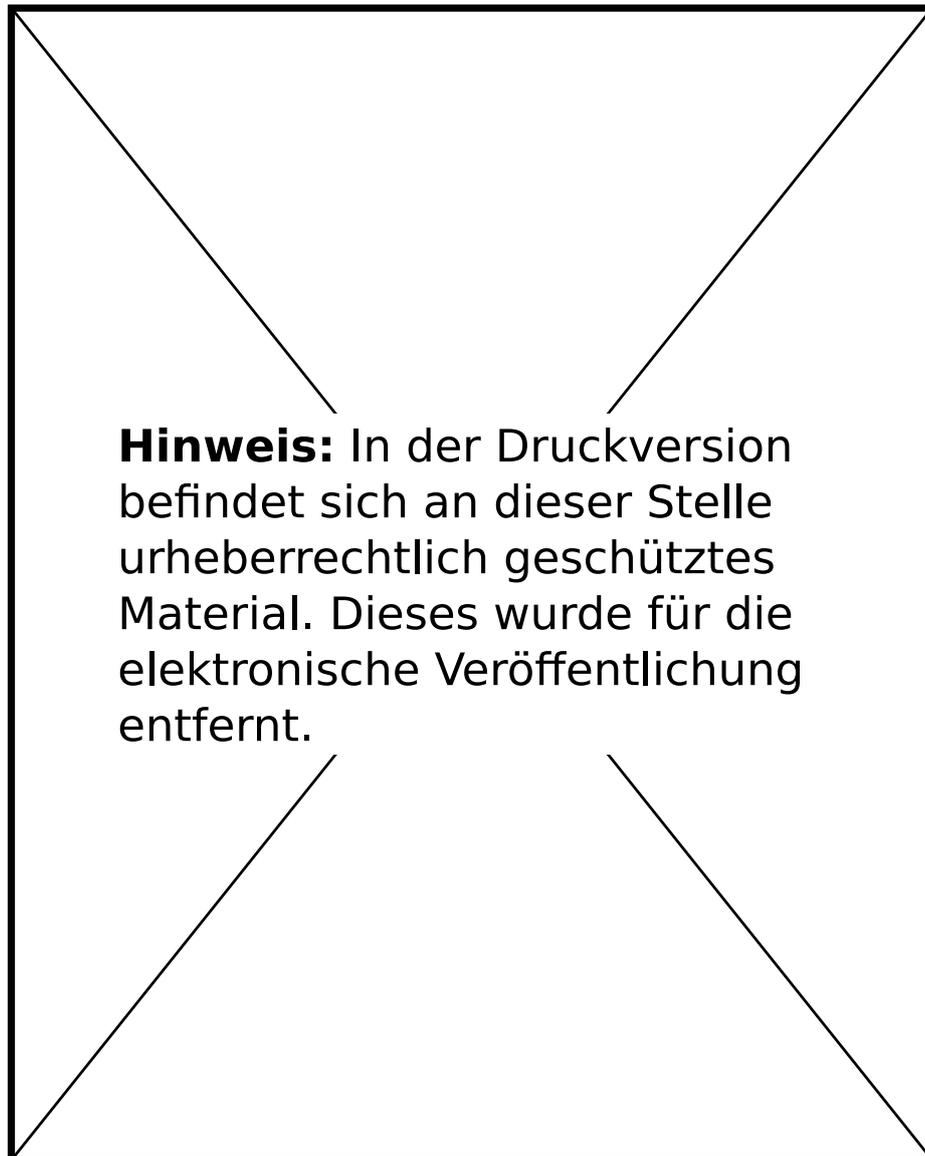
Hinweis: In der Druckversion befindet sich an dieser Stelle urheberrechtlich geschütztes Material. Dieses wurde für die elektronische Veröffentlichung entfernt.

Anhang G.

Datenblatt: NL-1050-ZERO-2

Auf der folgenden Seite ist das Datenblatt für die im Experiment verwendete mikrostrukturierte Glasfaser NL-1050-ZERO-2 wiedergegeben. Die gezeigte Version stammt von der Webseite des Herstellers und wurde von dort am 06.09.2014 von der Adresse

`http://www.nktphotonics.com/nonlinearfibers-specifications`
abgerufen.



Anhang H.

Veröffentlichungsliste

Begutachtete Beiträge in Zeitschriften

- [MM09] **Ch. Mahnke**, F. Mitschke: “A useful approximation for the cladding index of holey fibers”. Applied Physics B **99**, 241 (2010).
- [MM12] **Ch. Mahnke**, F. Mitschke: “Possibility of an Akhmediev breather decaying into solitons”. Physical Review A **85**, 033808 (2012).
- [MM13] **Ch. Mahnke**, F. Mitschke: “Ultrashort light pulses generated from modulation instability: background removal and soliton content”. Applied Physics B **116**, 15 (2014).
- [MHMR12] F. Mitschke, A. Hause, **Ch. Mahnke**, P. Rohrmann: “Recent Insights about Solitons in Optical Fibers”. Nonlinear Phenomena in Complex Systems **15**, 369 (2012).
- [DABMMS12] A. Demircan, S. Amiranashvili, C. Brée, **Ch. Mahnke**, F. Mitschke, G. Steinmeyer: “Rogue events in the group velocity horizon”. Scientific Reports **2**, 850 (2012).
- [DABMMS13] A. Demircan, Sh. Amiranashvili, C. Brée, **Ch. Mahnke**, F. Mitschke, G. Steinmeyer: “Rogue wave formation by accelerated solitons at an optical event horizon”. Applied Physics B **115**, 343 (2014).

Begutachtete Konferenzbeiträge

- [K1] A. Hause, H. Hartwig, **Ch. Mahnke**, M. Böhm, F. Mitschke: “Soliton Interaction in Dispersion-Managed Fibers: Formation of the Soliton Molecule”. Conference on Lasers & Electro-Optics 2009, Baltimore (USA), IME3 (Vortrag).
- [K2] **Ch. Mahnke**, F. Mitschke: “How can modulational instability generate Solitons?”. Conference on Lasers & Electro-Optics 2012, San Jose (USA), JW4A.42 (Poster).
- [K3] A. Demircan, Sh. Amiranashvili, C. Brée, **Ch. Mahnke**, F. Mitschke, G. Steinmeyer: “Generation of optical rogue waves by event horizons”. Conference on Lasers & Electro-Optics 2012, San Jose (USA), JW4A.56 (Poster).
- [K4] **Ch. Mahnke**, F. Mitschke: “Do solitons arise from modulational instability?”. Nonlinear Photonics 2012, Colorado Springs (USA), NM2C.2 (Vortrag).

- [K5] A. Demircan, Sh. Amiranashvili, C. Brée, **Ch. Mahnke**, F. Mitschke, G. Steinmeyer: “Rogue incidents in the optical event horizon”. Conference on Lasers & Electro-Optics Europe 2013, München (D), IG-5.1 (Vortrag)

Sonstige Konferenzbeiträge

- [K6] **Ch. Mahnke**, F. Mitschke “Eine einfache Beschreibung der Dispersionsrelation für die *fundamental space-filling mode* in Photonischen Kristallfasern”. DPG Frühjahrstagung 2010, Hannover (D), Q53.7 (Vortrag).
- [K7] **Ch. Mahnke**, F. Mitschke: “Wie können Solitonen aus der Modulationsinstabilität gebildet werden?”. DPG Frühjahrstagung 2012, Stuttgart (D), Q 66.8 (Vortrag).
- [K8] **Ch. Mahnke**, F. Mitschke: “On the possible creation of short intense pulses from a family of solutions of the NLSE”. DPG Frühjahrstagung 2013, Hannover (D), Q 16.6 (Vortrag).
- [K9] **Ch. Mahnke**, F. Mitschke: “Supercontinuum generation in optical fibers: considerations about the spectral shape”. DPG Frühjahrstagung 2014, Berlin (D), Q30.19 (Poster).

Literaturverzeichnis

- [1] F. M. Mitschke: *Glasfasern. Physik und Technologie*. Spektrum Akademischer Verlag (Elsevier), erste Auflage (2005).
- [2] J. Eichler, H. J. Eichler: *Laser: Bauformen, Strahlführung, Anwendungen*. Springer-Verlag, 7. Auflage (2012).
- [3] B. E. A. Saleh, M. C. Teich: *Fundamentals of Photonics*. John Wiley & Sons, zweite Auflage (2007).
- [4] R. R. Alfano (Hrsg.): *The Supercontinuum Laser Source - Fundamentals with Updated References*. Springer-Verlag, zweite Auflage (2006).
- [5] J. M. Dudley, R. Taylor (Hrsg.): *Supercontinuum Generation in Optical Fibers*. Cambridge University Press, erste Auflage (2010).
- [6] P. S. J. Russell: "Photonic Crystal Fibers". *Science* **299**, 358 (2003).
- [7] M. Löffler-Mang: *Optische Sensorik*. Vieweg+Teubner Verlag (Springer Fachmedien Wiesbaden), erste Auflage (2012).
- [8] J. D. Jackson: *Classical Electrodynamics*. John Wiley & Sons, dritte Auflage (1999).
- [9] D. Marcuse: *Theory of dielectric optical waveguides*. Academic Press, erste Auflage (1974).
- [10] K. C. Kao, G. A. Hockham: "Dielectric-fibre surface waveguides for optical frequencies". *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers* **113**, 1151 (1966).
- [11] "The Nobel Prize in Physics 2009". Nobelprize.org. Nobel Media AB 2013. Web. 14 (2014) http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2009/.
- [12] K. Nagayama, M. Kakui, M. Matsui, T. Saitoh, Y. Chigusa: "Ultra-low-loss (0.1484 dB/km) pure silica core fibre and extension of transmission distance". *Electronics Letters* **38**, 1168 (2002).
- [13] D. Marcuse: "Curvature loss formula for optical fibers". *Journal of the Optical Society of America* **66**, 216 (1976).
- [14] Tagungsbericht des Internationalen Büros für Maß und Gewicht (*Bureau International des Poids et Mesures*): "Comptes Rendus de la 17e Conférence Générale des Poids et Mesures CGPM (1983)". 1984, S. 97.
- [15] R. de L. Kronig "On the theory of the dispersion of X-rays". *Journal of the Optical Society of America* **12**, 547 (1926).

- [16] H.A. Kramers: “La diffusion de la lumiere par les atomes”. Atti Cong. Intern. Fisici, (Transactions of Volta Centenary Congress) Como 2, 545 (1927).
- [17] W. Sellmeier: “Zur Erklärung der abnormen Farbenfolge im Spectrum einiger Substanzen”. Annalen der Physik und Chemie **219**, 272 (1871).
- [18] Schott AG (Mainz) “Optical Glass - Datasheets”, erhältlich von der Webseite http://www.schott.com/advanced_optics/english/download/index.html, abgerufen am 26.06.2014.
- [19] R. W. Boyd: *Nonlinear Optics*. Academic Press, dritte Auflage (2008).
- [20] P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters, G. Weinreich: “Generation of Optical Harmonics”. Physical Review Letters **7**, 118 (1961).
- [21] M. Bass, P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters, G. Weinreich: “Optical Mixing”. Physical Review Letters **8**, 18 (1962).
- [22] G. P. Agrawal: *Nonlinear Fiber Optics*. Academic Press, fünfte Auflage (2013).
- [23] D. Milam: “Review and Assessment of Measured Values of the Nonlinear Refractive-Index Coefficient of Fused Silica”. Applied Optics **37**, 546 (1998).
- [24] R. Hellwarth: “Origin and frequency dependence of nonlinear optical susceptibilities of glasses”. Physical Review B **11**, 964 (1975).
- [25] R. H. Stolen, E. P. Ippen, A. R. Tynes: “Raman Oscillation in Glass Optical Waveguide”. Applied Physics Letters **20**, 62 (1972).
- [26] E. P. Ippen, R. H. Stolen: “Stimulated Brillouin scattering in optical fibers”. Applied Physics Letters **21**, 539 (1972).
- [27] R. G. Smith: “Optical Power Handling Capacity of Low Loss Optical Fibers as Determined by Stimulated Raman and Brillouin Scattering”. Applied Optics **11**, 2489 (1972).
- [28] P. Kaiser, H. W. Astle: “Low-Loss Single-Material Fibers Made From Pure Fused Silica”. Bell System Technical Journal **53**, 1021 (1974).
- [29] P. S. J. Russell: “Photonic Crystal Fibers: A Historical Account”. IEEE Lasers & Electro-Optics Society Newsletter **21**, 11 (2007).
- [30] R. K. Sinha, S. K. Varshney: “Dispersion properties of photonic crystal fibers”. Microwave and Optical Technology Letters **37**, 129 (2003).
- [31] A. Ferrando, E. Silvestre, J. J. Miret, P. Andrés: “Nearly zero ultraflattened dispersion in photonic crystal fibers”. Optics Letters **25**, 790 (2000).
- [32] K. Saitoh, M. Koshiba: “Empirical relations for simple design of photonic crystal fibers”. Optics Express **13**, 267 (2005).
- [33] K. M. Hilligsøe, T. V. Andersen, H. N. Paulsen, C. K. Nielsen, K. Mølmer, S. Keiding, R. Kristiansen, K. P. Hansen, J. J. Larsen: “Supercontinuum generation in a photonic crystal fiber with two zero dispersion wavelengths”. Optics Express **12**, 1045 (2004).

- [34] J. C. Knight, T. A. Birks, R. F. Cregan, P. S. J. Russell, J. P. De Sandro: “Large mode area photonic crystal fibre”. *Electronics Letters* **34**, 1347 (1998).
- [35] N. G. R. Broderick, T. M. Monro, P. J. Bennett, D. J. Richardson: “Nonlinearity in holey optical fibers: measurement and future opportunities”. *Optics Letters* **24**, 1395 (1999).
- [36] T. A. Birks, J. C. Knight, P. S. J. Russell: “Endlessly single-mode photonic crystal fiber”. *Optics Letters* **22**, 961 (1997).
- [37] B. T. Kuhlmeiy, R. C. McPhedran, C. M. de Sterke: “Modal cutoff in microstructured optical fibers”. *Optics Letters* **27**, 1684 (2002).
- [38] R. F. Cregan, B. J. Mangan, J. C. Knight, T. A. Birks, P. S. J. Russel, P. J. Roberts, D. C. Allan: “Single-Mode Photonic Band Gap Guidance of Light in Air”. *Science* **285**, 1537 (1999).
- [39] J. Irizar, J. Dinglasan, J. B. Goh, A. Khetani, H. Anis, D. Anderson, C. Goh, A. S. Helmy: “Raman Spectroscopy of Nanoparticles Using Hollow-Core Photonic Crystal Fibers”. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* **14**, 1214 (2008).
- [40] F. Benabid, G. Bouwmans, J. C. Knight, P. S. J. Russell, F. Couny: “Ultrahigh Efficiency Laser Wavelength Conversion in a Gas-Filled Hollow Core Photonic Crystal Fiber by Pure Stimulated Rotational Raman Scattering in Molecular Hydrogen”. *Physical Review Letters* **93**, 123903 (2004).
- [41] M. Koshiba, K. Saitoh: “Applicability of classical optical fiber theories to holey fibers”. *Optics Letters* **29**, 1739 (2004).
- [42] J. D. Joannopoulos, S. G. Johnson, J. N. Winn, R. D. Meade: *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light*. Princeton University Press, zweite Auflage (2008).
- [43] P. Yeh, A. Yariv: “Bragg reflection waveguides”. *Optics Communications* **19**, 427 (1976).
- [44] A. Y. Cho, A. Yariv, P. Yeh: “Observation of confined propagation in Bragg waveguides”. *Applied Physics Letters* **30**, 471 (1977).
- [45] M. Szpulak, W. Urbanczyk, E. Serebryannikov, A. Zheltikov, A. Hochman, Y. Leviatan, R. Kotynski, K. Panajotov: “Comparison of different methods for rigorous modeling of photonic crystal fibers”. *Optics Express* **14**, 5699 (2006).
- [46] W. Nolting: *Grundkurs Theoretische Physik. Band 5-1 Quantenmechanik (Grundlagen)*. Springer-Verlag, fünfte Auflage (2002).
- [47] C. S. Gardner, J. M. Greene, M. D. Kruskal, R. M. Miura: “Method for Solving the Korteweg-deVries Equation”. *Physical Review Letters* **19**, 1095 (1967).
- [48] V. E. Zakharov, A. B. Shabat: “Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media”. *Journal of Experimental and Theoretical Physics* **34**, 62 (1972).

- [49] M. J. Ablowitz, P. A. Clarkson: *Solitons, Nonlinear Evolution Equations and Inverse Scattering*. Cambridge University Press, erste Auflage (1991).
- [50] N. J. Zabusky, M. D. Kruskal: "Interaction of 'Solitons' in a Collisionless Plasma and the Recurrence of Initial States". *Physical Review Letters* **15**, 240 (1965).
- [51] J. S. Russell: "Report on Waves". Report on the Fourteenth Meeting of the British Association for the Advancement of Science (1844).
- [52] D. J. Korteweg, G. de Vries: "On the Change of Form of Long Waves advancing in a Rectangular Canal and on a New Type of Long Stationary Waves". *Philosophical Magazine* **39**, 422 (1895).
- [53] M. Q. Tran: "Ion Acoustic Solitons in a Plasma: A Review of their Experimental Properties and Related Theories". *Physica Scripta* **20**, 317 (1979).
- [54] C. Becker, S. Stellmer, P. Soltan-Panahi, S. Dörscher, M. Baumert, E.-M. Richter, J. Kronjäger, K. Bongs, K. Sengstock: "Oscillations and interactions of dark and dark-bright solitons in Bose-Einstein condensates". *Nature Physics* **4**, 496 (2008).
- [55] O. Descalzi, M. Clerc, S. Residori, G. Assanto (Hrsg.): *Localized States in Physics: Solitons and Patterns*. Springer-Verlag, erste Auflage (2011).
- [56] Y. S. Kivshar, G. P. Agrawal: *Optical Solitons: From Fibers to Photonic Crystals*. Academic Press, erste Auflage (2003).
- [57] G. Boffetta, A. Osborne: "Computation of the direct scattering transform for the nonlinear Schroedinger equation". *Journal of Computational Physics* **102**, 252 (1992).
- [58] A. Hasegawa, F. Tappert: "Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion". *Applied Physics Letters* **23**, 142 (1973).
- [59] A. Hasegawa, F. Tappert: "Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. II. Normal dispersion". *Applied Physics Letters* **23**, 171 (1973).
- [60] L. F. Mollenauer, R. H. Stolen, J. P. Gordon: "Experimental Observation of Picosecond Pulse Narrowing and Solitons in Optical Fibers". *Physical Review Letters* **45**, 1095 (1980).
- [61] P. Emplit, J. P. Hamaide, F. Reynaud, C. Froehly, A. Barthelemy: "Picosecond steps and dark pulses through nonlinear single mode fibers". *Optics Communications* **62**, 374 (1987).
- [62] M. Böhm: *Einfluß der Dispersion auf die nichtlineare Ausbreitung von Lichtimpulsen*. Dissertation an der Universität Rostock (2003).
- [63] Y. Kodama, A. Hasegawa: "Nonlinear pulse propagation in a monomode dielectric guide". *IEEE Journal of Quantum Electronics* **23**, 510 (1987).
- [64] A. Hasegawa, Y. Kodama: "Signal transmission by optical solitons in monomode fiber". *Proceedings of the IEEE* **69**, 1145 (1981).

- [65] R. H. Stolen, L. F. Mollenauer, W. J. Tomlinson: "Observation of pulse restoration at the soliton period in optical fibers". *Optics Letters* **8**, 186 (1983).
- [66] D. Schrader: "Explicit calculation of N-soliton solutions of the nonlinear Schroedinger equation". *IEEE Journal of Quantum Electronics* **31**, 2221 (1995).
- [67] J. M. Dudley, G. Genty, S. Coen: "Supercontinuum generation in photonic crystal fiber". *Reviews of Modern Physics* **78**, 1135 (2006).
- [68] D. Krökel, N. J. Halas, G. Giuliani, D. Grischkowsky: "Dark-Pulse Propagation in Optical Fibers". *Physical Review Letters* **60**, 29 (1988).
- [69] A. M. Weiner, J. P. Heritage, R. J. Hawkins, R. N. Thurston, E. M. Kirschner, D. E. Leaird, W. J. Tomlinson: "Experimental Observation of the Fundamental Dark Soliton in Optical Fibers". *Physical Review Letters* , **61**, 2445 (1988).
- [70] C. Milián, D. V. Skryabin, A. Ferrando: "Continuum generation by dark solitons". *Optics Letters* **34**, 2096 (2009).
- [71] Y. S. Kivshar, B. Luther-Davies: "Dark optical solitons: physics and applications". *Physics Reports* **298**, 81 (1998).
- [72] A. Hasegawa, W. Brinkman: "Tunable coherent IR and FIR sources utilizing modulational instability". *IEEE Journal of Quantum Electronics* **16**, 694 (1980).
- [73] C. Lin, W. A. Reed, H.-T. Shang, A. D. Pearson: "Phase matching in the minimum-chromatic-dispersion region of single-mode fibers for stimulated four-photon mixing". *Optics Letters* **6**, 493 (1981).
- [74] K. Tai, A. Hasegawa, A. Tomita: "Observation of modulational instability in optical fibers". *Physical Review Letters* **56**, 135 (1986).
- [75] N. Akhmediev, V. I. Korneeov: "Modulation instability and periodic solutions of the nonlinear Schrödinger equation". *Theoretical and Mathematical Physics* **69**, 1089 (1986).
- [76] H. Itoh, G. M. Davis, S. Sudo: "Continuous-wave-pumped modulational instability in an optical fiber". *Optics Letters* **14**, 1368 (1989).
- [77] V. Zakharov, L. Ostrovsky: "Modulation instability: The beginning". *Physica D* **238**, 540 (2009).
- [78] M. Fox: *Quantum Optics*. Oxford University Press, erste Auflage (2006).
- [79] D. H. Peregrine: "Water waves, nonlinear Schrödinger equations and their solutions". *Journal of the Australian Mathematical Society B* **25**, 16 (1983).
- [80] E. Kuznetsov: "Solitons in a parametrically unstable plasma". *Soviet Physics-Doklady* **22**, 507 (1977).
- [81] Y. C. Ma: "The perturbed plane-wave solutions of the cubic Schrödinger equation". *Studies in Applied Mathematics* **60**, 43 (1979).

- [82] G. Van Simaey, P. Emplit, M. Haelterman: “Experimental study of the reversible behavior of modulational instability in optical fibers”. *Journal of the Optical Society of America B* **19**, 477 (2002).
- [83] J. M. Dudley, G. Genty, F. Dias, B. Kibler, N. Akhmediev: “Modulation instability, Akhmediev Breathers and continuous wave supercontinuum generation”. *Optics Express* **17**, 21497 (2009).
- [84] K. Hammani, B. Wetzel, B. Kibler, J. Fatome, C. Finot, G. Millot, N. Akhmediev, J. M. Dudley: “Spectral dynamics of modulation instability described using Akhmediev breather theory”. *Optics Letters* **36**, 2140 (2011).
- [85] B. Kibler, J. Fatome, C. Finot, G. Millot, F. Dias, G. Genty, N. Akhmediev, J. M. Dudley: “The Peregrine soliton in nonlinear fibre optics”. *Nature Physics* **6**, 790 (2010).
- [86] B. Kibler, J. Fatome, C. Finot, G. Millot, G. Genty, B. Wetzel, N. Akhmediev, F. Dias, J. M. Dudley: “Observation of Kuznetsov-Ma soliton dynamics in optical fibre”. *Scientific Reports* **2**, 463 (2012).
- [87] V. B. Matveev, M. A. Salle: *Darboux Transformations and Solitons*. Springer-Verlag, erste Auflage (1991).
- [88] N. Akhmediev, J. M. Soto-Crespo, A. Ankiewicz: “Extreme waves that appear from nowhere: On the nature of rogue waves”. *Physics Letters A* **373**, 2137 (2009).
- [89] M. Erkintalo, K. Hammani, B. Kibler, C. Finot, N. Akhmediev, J. M. Dudley, G. Genty: “Higher-Order Modulation Instability in Nonlinear Fiber Optics”. *Physical Review Letters* **107**, 253901 (2011).
- [90] T. Brabec, F. Krausz: “Nonlinear Optical Pulse Propagation in the Single-Cycle Regime”. *Physical Review Letters* **78**, 3282 (1997).
- [91] R. H. Stolen, J. P. Gordon, W. J. Tomlinson, H. A. Haus: “Raman response function of silica-core fibers”. *Journal of the Optical Society of America B* **6**, 1159 (1989).
- [92] K. J. Blow, D. Wood: “Theoretical description of transient stimulated Raman scattering in optical fibers”. *IEEE Journal of Quantum Electronics* **25**, 2665 (1989).
- [93] D. Hollenbeck, C. D. Cantrell: “Multiple-vibrational-mode model for fiber-optic Raman gain spectrum and response function”. *Journal of the Optical Society of America B* **19**, 2886 (2002).
- [94] Q. Lin, G. P. Agrawal: “Raman response function for silica fibers”. *Optics Letters* **31**, 3086 (2006).
- [95] R. H. Hardin: “Application of the split-step Fourier method to the numerical solution of nonlinear and variable coefficient wave equations”. *Society for Industrial and Applied Mathematics Review* **15**, 423 (1973).
- [96] R. A. Fisher, W. K. Bischel: “Numerical studies of the interplay between self-phase modulation and dispersion for intense plane-wave laser pulses”. *Journal of Applied Physics* **46**, 4921 (1975).

- [97] J. A. F. Fleck, J. R. Morris, M. D. Feit: "Time-dependent propagation of high energy laser beams through the atmosphere", *Applied Physics* **10**, 129 (1976).
- [98] J. Hult: "A Fourth-Order Runge-Kutta in the Interaction Picture Method for Simulating Supercontinuum Generation in Optical Fibers". *Journal of Lightwave Technology* **25**, 3770 (2007).
- [99] E. Hairer, G. Wanner: *Solving Ordinary Differential Equations II: Stiff and Differential-Algebraic Problems*. Springer-Verlag, zweite Auflage (2010).
- [100] H. P. Langtangen: *A Primer on Scientific Programming with Python*. Springer-Verlag, erste Auflage (2012).
- [101] A. V. Husakou, J. Herrmann: "Supercontinuum Generation of Higher-Order Solitons by Fission in Photonic Crystal Fibers". *Physical Review Letters* **87**, 203901 (2001).
- [102] M. Kolesik, J. V. Moloney, M. Mlejnek: "Unidirectional Optical Pulse Propagation Equation". *Physical Review Letters* **89**, 283902 (2002).
- [103] S. Amiranashvili, A. Demircan: "Hamiltonian structure of propagation equations for ultrashort optical pulses", *Physical Review A* **82**, 013812 (2010).
- [104] C. V. Hile, W. L. Kath: "Numerical solutions of Maxwell's equations for nonlinear-optical pulse propagation". *Journal of the Optical Society of America B* **13**, 1135 (1996).
- [105] R. M. Joseph, A. Taflove: "FDTD Maxwell's equations models for nonlinear electrodynamics and optics". *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* **45**, 364 (1997).
- [106] J. Andreasen, M. Kolesik: "Nonlinear propagation of light in structured media: Generalized unidirectional pulse propagation equations". *Physical Review E* **86**, 036706 (2012).
- [107] F. Shimizu: "Frequency Broadening in Liquids by a Short Light Pulse". *Physical Review Letters* **19**, 1097 (1967).
- [108] R. R. Alfano, S. L. Shapiro: "Observation of Self-Phase Modulation and Small-Scale Filaments in Crystals and Glasses". *Physical Review Letters* **24**, 592 (1970).
- [109] E. P. Ippen, C. V. Shank, T. K. Gustafson: "Self-phase modulation of picosecond pulses in optical fibers". *Applied Physics Letters* **24**, 190 (1974).
- [110] R. H. Stolen, C. Lin: "Self-phase-modulation in silica optical fibers". *Physical Review A* **17**, 1448 (1978).
- [111] M. N. Islam, J. R. Simpson, H. T. Shang, L. F. Mollenauer, R. H. Stolen: "Cross-phase modulation in optical fibers". *Optics Letters* **12**, 625 (1987).
- [112] J. T. Manassah: "Pulse compression of an induced-phase-modulated weak signal". *Optics Letters* **13**, 755 (1988).

- [113] E. M. Dianov, P. V. Mamyshv, A. M. Prokhorov, S. V. Chernikov: "Compression of laser pulses based on the phase cross-modulation effect in fiber waveguides". Soviet Journal of Quantum Electronics **18**, 1211 (1988).
- [114] S. Trillo, E. M. Wright, G. I. Stegeman, S. Wabnitz: "Optical solitary waves induced by cross-phase modulation". Optics Letters **13**, 871 (1988).
- [115] P. L. Baldeck, R. R. Alfano, G. P. Agrawal: "Induced-frequency shift of copropagating ultrafast optical pulses". Applied Physics Letters **52**, 1939 (1988).
- [116] C. R. Menyuk: "Stability of solitons in birefringent optical fibers. I: Equal propagation amplitudes". Optics Letters **12**, 614 (1987).
- [117] M. N. Islam, C. D. Poole, J. P. Gordon: "Soliton trapping in birefringent optical fibers". Optics Letters **14**, 1011 (1989).
- [118] S. Kumar, A. Selvarajan, G. V. Anand: "Nonlinear copropagation of two optical pulses of different frequencies in birefringent fibers". Journal of the Optical Society of America B **11**, 810 (1994).
- [119] N. Nishizawa, T. Goto: "Pulse trapping by ultrashort soliton pulses in optical fibers across zero-dispersion wavelength". Optics Letters **27**, 152 (2002).
- [120] A. Choudhary, F. König: "Efficient frequency shifting of dispersive waves at solitons". Optics Express **20**, 5538 (2012).
- [121] G. Genty, M. Lehtonen, H. Ludvigsen: "Effect of cross-phase modulation on supercontinuum generated in microstructured fibers with sub-30 fs pulses". Optics Express **12**, 4614 (2004).
- [122] G. Genty, M. Lehtonen, H. Ludvigsen: "Route to broadband blue-light generation in microstructured fibers". Optics Letters **30**, 756 (2005).
- [123] T. G. Philbin, C. Kuklewicz, S. Robertson, S. Hill, F. König, U. Leonhardt: "Fiber-Optical Analog of the Event Horizon". Science **319**, 1367 (2008).
- [124] T. Fließbach: *Allgemeine Relativitätstheorie*. Springer-Verlag, 6. Auflage (2012).
- [125] A. Demircan, S. Amiranashvili, G. Steinmeyer: "Controlling Light by Light with an Optical Event Horizon". Physical Review Letters **106**, 163901 (2011).
- [126] A. Demircan, S. Amiranashvili, C. Brée, G. Steinmeyer: "Compressible Octave Spanning Supercontinuum Generation by Two-Pulse Collisions". Physical Review Letters **110**, 233901 (2013).
- [127] A. Demircan, S. Amiranashvili, C. Brée, U. Morgner, G. Steinmeyer: "Supercontinuum generation by multiple scatterings at a group velocity horizon". Optics Express **22**, 3866 (2014).
- [128] R. H. Stolen: "Phase-matched-stimulated four-photon mixing in silica-fiber waveguides". IEEE Journal of Quantum Electronics **11**, 100 (1975).

- [129] K. O. Hill, D. C. Johnson, B. S. Kawasaki, R. I. MacDonald: “cw three-wave mixing in single-mode optical fibers”. *Journal of Applied Physics* **49**, 5098 (1978).
- [130] K. O. Hill, D. C. Johnson, B. S. Kawasaki: “Efficient conversion of light over a wide spectral range by four-photon mixing in a multimode graded-index fiber”. *Applied Optics* **20**, 1075 (1981).
- [131] R. H. Stolen, J. E. Bjorkholm: “Parametric amplification and frequency conversion in optical fibers”. *IEEE Journal of Quantum Electronics* **18**, 1062 (1982).
- [132] P. K. A. Wai, C. R. Menyuk, Y. C. Lee, H. H. Chen: “Nonlinear pulse propagation in the neighborhood of the zero-dispersion wavelength of monomode optical fibers”. *Optics Letters* **11**, 464 (1986).
- [133] V. I. Karpman: “Radiation by solitons due to higher-order dispersion”. *Physical Review E* **47**, 2073 (1993).
- [134] N. Akhmediev, M. Karlsson: “Cherenkov radiation emitted by solitons in optical fibers”. *Physical Review A* **51**, 2602 (1995).
- [135] A. Hasegawa, M. Matsumoto: *Optical Solitons in Fibers*. Springer-Verlag, dritte Auflage (2003).
- [136] P. K. A. Wai, H. H. Chen, Y. C. Lee: “Radiations by ‘solitons’ at the zero group-dispersion wavelength of single-mode optical fibers”. *Physical Review A* **41**, 426 (1990).
- [137] I. Cristiani, R. Tediosi, L. Tartara, V. Degiorgio: “Dispersive wave generation by solitons in microstructured optical fibers”. *Optics Express* **12**, 124 (2004).
- [138] D. V. Skryabin, F. Luan, J. C. Knight, P. S. J. Russell: “Soliton Self-Frequency Shift Cancellation in Photonic Crystal Fibers”. *Science* **301**, 1705 (2003).
- [139] K. E. Webb, Y. Q. Xu, M. Erkintalo, S. G. Murdoch: “Generalized dispersive wave emission in nonlinear fiber optics”. *Optics Letters* **38**, 151 (2013).
- [140] J. M. Soto-Crespo, A. Ankiewicz, N. Devine, N. Akhmediev: “Modulation instability, Cherenkov radiation, and Fermi-Pasta-Ulam recurrence”. *Journal of the Optical Society of America B* **29**, 1930 (2012).
- [141] M. Erkintalo, G. Genty, J. M. Dudley: “Giant dispersive wave generation through soliton collision”. *Optics Letters* **35**, 658 (2010).
- [142] M. Erkintalo, G. Genty, J. M. Dudley: “Experimental signatures of dispersive waves emitted during soliton collisions”. *Optics Express* **18**, 13379 (2010).
- [143] D. R. Austin, C. M. de Sterke, B. J. Eggleton, T. G. Brown: “Dispersive wave blue-shift in supercontinuum generation”. *Optics Express* **14**, 11997 (2006).
- [144] C. Lin, R. H. Stolen: “Backward Raman amplification and pulse steepening in silica fibers”. *Applied Physics Letters* **29**, 428 (1976).

- [145] M. Ikeda: “Stimulated Raman amplification characteristics in long span single-mode silica fibers”. *Optics Communications* **39**, 148 (1981).
- [146] Y. Aoki, S. Kishida, H. Honmou, K. Washio, M. Sugimoto: “Efficient backward and forward pumping CW Raman amplification for InGaAsP laser light in silica fibres”. *Electronics Letters* **19**, 620 (1983).
- [147] L. F. Mollenauer, K. Smith: “Demonstration of soliton transmission over more than 4000 km in fiber with loss periodically compensated by Raman gain”. *Optics Letters* **13**, 675 (1988).
- [148] R. K. Jain, C. Lin, R. H. Stolen, W. Pleibel, P. Kaiser: “A high-efficiency tunable cw Raman oscillator”. *Applied Physics Letters* **30**, 162 (1977).
- [149] D. C. Johnson, K. O. Hill, B. S. Kawasaki, D. Kato: “Tunable Raman fibre-optic laser”. *Electronics Letters* **13**, 53 (1977).
- [150] C. Lin, R. H. Stolen, L. G. Cohen: “A tunable 1.1- μm fiber Raman oscillator”. *Applied Physics Letters* **31**, 97 (1977).
- [151] F. M. Mitschke, L. F. Mollenauer: “Discovery of the soliton self-frequency shift”. *Optics Letters* **11**, 659 (1986).
- [152] E. Dianov, A. Y. Karasik, P. Mamyshev, A. Prokhorov, V. Serkin, M. Stel’Makh, A. Fomichev: “Stimulated-Raman conversion of multisoliton pulses in quartz optical fibers”. *Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters* **41**, 242 (1985).
- [153] J. P. Gordon: “Theory of the soliton self-frequency shift”. *Optics Letters* **11**, 662 (1986).
- [154] M. Erkintalo, G. Genty, B. Wetzel, J. M. Dudley: “Limitations of the linear Raman gain approximation in modeling broadband nonlinear propagation in optical fibers”. *Optics Express* **18**, 25449 (2010).
- [155] N. Nishizawa, T. Goto: “Widely wavelength-tunable ultrashort pulse generation using polarization maintaining optical fibers”. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* **7**, 518 (2001).
- [156] K. S. Abedin, F. Kubota: “Widely tunable femtosecond soliton pulse generation at a 10-GHz repetition rate by use of the soliton self-frequency shift in photonic crystal fiber”. *Optics Letters* **28**, 1760 (2003).
- [157] E. R. Andresen, V. Birkedal, J. Thøgersen, S. R. Keiding: “Tunable light source for coherent anti-Stokes Raman scattering microspectroscopy based on the soliton self-frequency shift”. *Optics Letters* **31**, 1328 (2006).
- [158] J. Satsuma, N. Yajima: “Initial Value Problems of One-Dimensional Self-Modulation of Nonlinear Waves in Dispersive Media”. *Progress of Theoretical Physics, Supplements* **55**, 284 (1974).
- [159] S. R. Friberg, K. W. DeLong: “Breakup of bound higher-order solitons”. *Optics Letters* **17**, 979 (1992).

- [160] E. A. Golovchenko, E. M. Dianov, A. M. Prokhorov, V. N. Serkin: “Decay of optical solitons”. *Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters* **42**, 87 (1985).
- [161] K. Tai, A. Hasegawa, N. Bekki: “Fission of optical solitons induced by stimulated Raman effect”. *Optics Letters* **13**, 392 (1988).
- [162] M. Gölles, I. M. Uzunov, F. Lederer: “Break up of N-soliton bound states due to intrapulse Raman scattering and third-order dispersion — an eigenvalue analysis”. *Physics Letters A* **231**, 195 (1997).
- [163] A. Hasegawa: “Generation of a train of soliton pulses by induced modulational instability in optical fibers”. *Optics Letters* **9**, 288 (1984).
- [164] E. J. Greer, D. M. Patrick, P. G. J. Wigley, J. R. Taylor: “Generation of 2 THz repetition rate pulse trains through induced modulational instability”. *Electronics Letters* **25**, 1246 (1989).
- [165] S. Sudo, H. Itoh, K. Okamoto, K. Kubodera: “Generation of 5 THz repetition optical pulses by modulation instability in optical fibers”. *Applied Physics Letters* **54**, 993 (1989).
- [166] N. Akhmediev, A. Ankiewicz, J. M. Soto-Crespo, J. M. Dudley: “Universal triangular spectra in parametrically-driven systems”. *Physics Letters A* **375**, 775 (2011).
- [167] M. Erkintalo, G. Genty, B. Wetzel, J. M. Dudley: “Akhmediev breather evolution in optical fiber for realistic initial conditions”. *Physics Letters A* **375**, 2029 (2011).
- [168] S. Wabnitz, B. Wetzel “Instability and noise-induced thermalization of Fermi–Pasta–Ulam recurrence in the nonlinear Schrödinger equation”. *Physics Letters A* , bisher nur online: DOI:10.1016/j.physleta.2014.07.018 (2014).
- [169] E. Fermi, J. Pasta, and H. C. Ulam: “Studies of non linear Problems”, Nachdruck in: E. Segrè (Hrsg.): *Collected Papers of Enrico Fermi*. University of Chicago Press **2**, 977 (1965).
- [170] A. Schwache, F. M. Mitschke: “Properties of an optical soliton gas”. *Physical Review E* **55**, 7720 (1997).
- [171] P. V. Mamyshev, S. V. Chernikov, E. M. Dianov, A. M. Prokhorov: “Generation of a high-repetition-rate train of practically noninteracting solitons by using the induced modulational instability and Raman self-scattering effects”. *Optics Letters* **15**, 1365 (1990).
- [172] C. Kharif, E. Pelinovsky, A. Slunyaev: *Rogue Waves in the Ocean*. Springer-Verlag, 2009.
- [173] N. Akhmediev , E. Pelinovsky: “Editorial – Introductory remarks on ‘Discussion & Debate: Rogue Waves – Towards a Unifying Concept?’ ”. *The European Physical Journal - Special Topics* **185**, 1 (2010).
- [174] D. R. Solli, C. Ropers, P. Koonath, B. Jalali: “Optical rogue waves”. *Nature* **450**, 1054 (2007).

- [175] G. Genty, C. M. de Sterke, O. Bang, F. Dias, N. Akhmediev, J. M. Dudley: “Collisions and turbulence in optical rogue wave formation”. *Physics Letters A* **374**, 989 (2010).
- [176] N. Akhmediev, J. M. Soto-Crespo, A. Ankiewicz: “How to excite a rogue wave”. *Physical Review A* **80**, 043818 (2009).
- [177] N. Akhmediev, A. Ankiewicz, J. M. Soto-Crespo: “Rogue waves and rational solutions of the nonlinear Schrödinger equation”. *Physical Review E* **80**, 026601 (2009).
- [178] N. Nishizawa, J. Takayanagi: “Octave spanning high-quality supercontinuum generation in all-fiber system”. *Journal of the Optical Society of America B* **24**, 1786 (2007).
- [179] A. Hartung, A. M. Heidt, H. Bartelt: “Design of all-normal dispersion microstructured optical fibers for pulse-preserving supercontinuum generation”. *Optics Express* **19**, 7742 (2011).
- [180] W. Wadsworth, N. Joly, J. C. Knight, T. A. Birks, F. Biancalà, P. S. J. Russell: “Supercontinuum and four-wave mixing with Q-switched pulses in endlessly single-mode photonic crystal fibres”. *Optics Express* **12**, 299 (2004).
- [181] A. Demircan, U. Bandelow: “Supercontinuum generation by the modulation instability”. *Optics Communications* **244**, 181 (2005).
- [182] J. N. Kutz, C. Lyngå, B. Eggleton: “Enhanced Supercontinuum Generation through Dispersion-Management”. *Optics Express* **13**, 3989 (2005).
- [183] J. M. Dudley, G. Genty, B. J. Eggleton: “Harnessing and control of optical rogue waves in supercontinuum generation”. *Optics Express* **16**, 3644 (2008).
- [184] J. Herrmann, U. Griebner, N. Zhavoronkov, A. Husakou, D. Nickel, J. C. Knight, W. J. Wadsworth, P. S. J. Russell, G. Korn: “Experimental Evidence for Supercontinuum Generation by Fission of Higher-Order Solitons in Photonic Fibers”. *Physical Review Letters* **88**, 173901 (2002).
- [185] L. Tartara, I. Cristiani, V. Degiorgio: “Blue light and infrared continuum generation by soliton fission in a microstructured fiber”. *Applied Physics B* **77**, 307 (2003).
- [186] D. V. Skryabin, A. V. Gorbach: “Looking at a soliton through the prism of optical supercontinuum”. *Reviews of Modern Physics* **82**, 1287 (2010).
- [187] J. Teipel, K. Franke, D. Türke, F. Warken, D. Meiser, M. Leuschner, H. Giessen: “Characteristics of supercontinuum generation in tapered fibers using femtosecond laser pulses”. *Applied Physics B* **77**, 245 (2003).
- [188] S. P. Stark, A. Podlipensky, P. S. J. Russell: “Soliton Blueshift in Tapered Photonic Crystal Fibers”. *Physical Review Letters* **106**, 083903 (2011).
- [189] C. Milián, A. Ferrando, D. V. Skryabin: “Polychromatic Cherenkov radiation and supercontinuum in tapered optical fibers”. *Journal of the Optical Society of America B* **29**, 589 (2012).

- [190] P. Hölzer, W. Chang, J. C. Travers, A. Nazarkin, J. Nold, N. Y. Joly, M. F. Saleh, F. Biancalana P. St. J. Russell: “Femtosecond Nonlinear Fiber Optics in the Ionization Regime”. *Physical Review Letters* **107**, 203901 (2011).
- [191] J. Bethge, A. Husakou, F. Mitschke, F. Noack, U. Griebner, G. Steinmeyer, J. Herrmann: “Two-octave supercontinuum generation in a water-filled photonic crystal fiber”. *Optics Express* **18**, 6230 (2010).
- [192] A. B. Fedotov, A. M. Zheltikov, A. A. Ivanov, M. V. Alfimov, D. Chorvat, D. Chorvat, Jr., V. I. Beloglazov, L. A. Mel’nikov, N. B. Skibi: “Supercontinuum-Generating Holey Fibers as New Broadband Sources for Spectroscopic Applications”. *Laser Physics* **10**, 723 (2000).
- [193] P. Klarskov, A. Isomäki, K. P. Hansen, P. E. Andersen: “Supercontinuum generation for coherent anti-Stokes Raman scattering microscopy with photonic crystal fibers”. *Optics Express* **19**, 26672 (2011).
- [194] K. Shi, P. Li, S. Yin, Z. Liu: “Chromatic confocal microscopy using supercontinuum light”. *Optics Express* **12**, 2096 (2004).
- [195] J. G. Fujimoto: “Optical coherence tomography for ultrahigh resolution in vivo imaging”. *Nature Biotechnology* **21**, 1361 (2003).
- [196] I. Hartl, X. D. Li, C. Chudoba, R. K. Ghanta, T. H. Ko, J. G. Fujimoto, J. K. Ranka, R. S. Windeler: “Ultrahigh-resolution optical coherence tomography using continuum generation in an air-silica microstructure optical fiber”. *Optics Letters* **26**, 608 (2001).
- [197] M. Bellini, T. W. Hänsch: “Phase-locked white-light continuum pulses: toward a universal optical frequency-comb synthesizer”. *Optics Letters* **25**, 1049 (2000).
- [198] R. Holzwarth, M. Zimmermann, T. Udem, T. W. Hansch: “Optical clockworks and the measurement of laser frequencies with a mode-locked frequency comb”. *IEEE Journal of Quantum Electronics* **37**, 1493 (2001).
- [199] D. J. Jones, S. A. Diddams, J. K. Ranka, A. Stentz, R. S. Windeler, J. L. Hall, S. T. Cundiff: “Carrier-Envelope Phase Control of Femtosecond Mode-Locked Lasers and Direct Optical Frequency Synthesis”. *Science* **288**, 635 (2000).
- [200] C.-M. Chen, P. L. Kelley: “Nonlinear pulse compression in optical fibers: scaling laws and numerical analysis”. *Journal of the Optical Society of America B* **19**, 1961 (2002).
- [201] E. M. Dianov, Z. S. Nikonova, A. M. Prokhorov, V. N. Serkin: “Optimal compression of multisoliton pulses in optical fibers”, *Soviet Technical Physics Letters* **12**, 311 (1986).
- [202] S. M. Kobtsev, S. V. Smirnov: “Coherent properties of super-continuum containing clearly defined solitons”. *Optics Express* **14**, 3968 (2006).

- [203] A. Demircan, U. Bandelow: “Analysis of the interplay between soliton fission and modulation instability in supercontinuum generation”. *Applied Physics B* **86**, 31 (2007).
- [204] F. M. Mitschke, G. Steinmeyer, M. Ostermeyer, C. Fallnich, H. Welling: “Additive pulse mode-locked Nd:YAG laser”. *Applied Physics B* **56**, 335 (1993).
- [205] Northrop Grumman / Cutting Edge Optronics. Adresse: 20 Point West Boulevard, St. Charles MO 63301, USA.
- [206] N. Hodgson, H. Weber: *Optical Resonators: Fundamentals, Advanced Concepts, Applications*. Springer-Verlag, zweite Auflage (2005).
- [207] E. P. Ippen, H. A. Haus, L. Y. Liu: “Additive pulse mode locking”. *Journal of the Optical Society of America B* **6**, 1736 (1989).
- [208] J. E. Geusic, H. M. Marcos, L. G. V. Uitert: “Laser oscillations in Nd-doped Yttrium Aluminum, Yttrium Gallium and Gadolinium Garnets”. *Applied Physics Letters* **4**, 182 (1964).
- [209] L. Y. Liu, J. M. Huxley, E. P. Ippen, H. A. Haus: “A. Self-starting additive-pulse mode locking of a Nd:YAG laser”. *Optics Letters* **15**, 553 (1990).
- [210] G. Sucha: “Self-starting of an additive-pulse mode-locked color-center laser”. *Optics Letters* **16**, 922 (1991).
- [211] F. Träger (Hrsg.): *Springer Handbook of Lasers and Optics*. Springer-Verlag, erste Auflage (2007).
- [212] NKT Photonics A/S (ehemals Crystal Fibre A/S). Adresse: Blokken 84, DK-3460 Birkerød, Dänemark.
- [213] S. Diddams, J.-C. Diels: “Dispersion measurements with white-light interferometry”. *Journal of the Optical Society of America B* **13**, 1120 (1996).
- [214] H. Wang, A. M. Rollins: “Optimization of dual-band continuum light source for ultrahigh-resolution optical coherence tomography”. *Applied Optics* **46**, 1787 (2007).
- [215] P. M. Moselund, M. H. Frosz, C. L. Thomsen, O. Bang: “Back-seeding of higher order gain processes in picosecond supercontinuumgeneration”. *Optics Express* **16**, 11954 (2008).
- [216] L. Cui, X. Li, N. Zhao: “Spectral properties of photon pairs generated by spontaneous four-wave mixing in inhomogeneous photonic crystal fibers”. *Physical Review A* **85**, 023825 (2012).
- [217] I. H. Malitson: “Interspecimen Comparison of the Refractive Index of Fused Silica”. *Journal of the Optical Society of America* **55**, 1205 (1965).
- [218] S. G. Johnson, J. D. Joannopoulos: “Block-iterative frequency-domain methods for Maxwell’s equations in a planewave basis”. *Optics Express* **8**, 173 (2001).

- [219] E.-G. Neumann: *Single-Mode Fibers*. Springer-Verlag, erste Auflage (1988).
- [220] Nacet Vision (insolvent seit 2010). Ehemalige Adresse: 7 Rue Ernest Chaput, 21000 Dijon, Frankreich.
- [221] M. J. Steel, T. P. White, C. M. de Sterke, R. C. McPhedran, L. C. Botten: "Symmetry and degeneracy in microstructured optical fibers". *Optics Letters* **26**, 488 (2001).
- [222] Z. Zhu, T. G. Brown: "Stress-induced birefringence in microstructured optical fibers". *Optics Letters* **28**, 2306 (2003).
- [223] N. Brauckmann, M. Kues, P. Groß, C. Fallnich: "Adjustment of supercontinua via the optical feedback phase - experimental verifications". *Optics Express* **18**, 24611 (2010).
- [224] G. Steinmeyer, A. Buchholz, M. Hänsel, M. Heuer, A. Schwache, F. Mitschke: "Dynamical pulse shaping in a nonlinear resonator". *Physical Review A* **52**, 830 (1995).
- [225] Anritsu GmbH. Adresse: Investor Relations 5-1-1 Onna, Atsugi-shi, Kanagawa 243-8555, Japan.
- [226] M. H. Frosz: "Validation of input-noise model for simulations of supercontinuum generation and rogue waves". *Optics Express* **18**, 14778 (2010).
- [227] J. R. Thompson, R. Roy: "Nonlinear dynamics of multiple four-wave mixing processes in a single-mode fiber". *Physical Review A* **43**, 4987 (1991).
- [228] D. L. Hart, A. F. Judy, R. Roy, J. W. Beletic: "Dynamical evolution of multiple four-wave-mixing processes in an optical fiber". *Physical Review E* **57**, 4774 (1998).
- [229] K. Nakajima, C. Ohashi, Y. Miyajima: "Four-wave-mixing suppression effect of dispersion varying fiber". *IEEE Photonics Technology Letters* **10**, 537 (1998).
- [230] K. Reichenbach, C. Xu: "The effects of randomly occurring nonuniformities on propagation in photonic crystal fibers". *Optics Express* **13**, 2799 (2005).
- [231] J. Liu, L. Xue, Y. Wang, G. Kai, X. Dong: "Impacts of imperfect geometry structure on the nonlinear and chromatic dispersion properties of a microstructure fiber". *Applied Optics* **46**, 7771 (2007).
- [232] J. S. Y. Chen, S. G. Murdoch, R. Leonhardt, J. D. Harvey: "Effect of dispersion fluctuations on widely tunable optical parametric amplification in photonic crystal fibers". *Optics Express* **14**, 9491 (2006).
- [233] A. Mussot, M. Beaugeois, M. Bouazaoui, T. Sylvestre: "Tailoring CW supercontinuum generation in microstructured fibers with two-zero dispersion wavelengths". *Optics Express* **15**, 11553 (2007).
- [234] S. Martin-Lopez, L. Abrardi, P. Corredera, M. Gonzalez-Herraez, A. Mussot: "Spectrally-bounded continuous-wave supercontinuum generation in a fiber with two zero-dispersion wavelengths". *Optics Express* **16**, 6745 (2008).

- [235] B. A. Cumberland, J. C. Travers, S. V. Popov, J. R. Taylor: “29 W High power CW supercontinuum source”. *Optics Express* **16**, 5954 (2008).
- [236] A. Kudlinski, G. Bouwmans, Y. Quiquempois, A. Mussot: “Experimental demonstration of multiwatt continuous-wave supercontinuum tailoring in photonic crystal fibers”. *Applied Physics Letters* **92**, 141103 (2008).
- [237] B. Barviau, B. Kibler, S. Coen, A. Picozzi: “Toward a thermodynamic description of supercontinuum generation”. *Optics Letters* **33**, 2833 (2008).
- [238] B. Barviau, B. Kibler, A. Kudlinski, A. Mussot, G. Milot, A. Picozzi: “Experimental signature of optical wave thermalization through supercontinuum generation in photonic crystal fiber”. *Optics Express* **17**, 7392 (2009).
- [239] A. Picozzi, B. Barviau, B. Kibler, S. Rica: “Thermalization of incoherent nonlinear waves”. *The European Physical Journal - Special Topics* **173**, 313 (2009).
- [240] B. Barviau, J. Garnier, G. Xu, B. Kibler, G. Millot, A. Picozzi: “Truncated thermalization of incoherent optical waves through supercontinuum generation in photonic crystal fibers”. *Physical Review A* **87**, 035803 (2013).
- [241] S. B. Cavalcanti, G. P. Agrawal, M. Yu: “Noise amplification in dispersive nonlinear media”. *Physical Review A* **51**, 4086 (1995).
- [242] M. Klimczak, B. Siwicki, P. Skibiński, D. Pysz, R. Stępień, A. Heidt, C. Radzweicz, R. Buczyński: “Coherent supercontinuum generation up to 2.3 μm in all-solid soft-glass photonic crystal fibers with flat all-normal dispersion”. *Optics Express* **22**, 18824 (2014).
- [243] K. Ikeda: “Multiple-valued stationary state and its instability of the transmitted light by a ring cavity system”. *Optics Communications* **30**, 257 (1979).
- [244] K. Ikeda, H. Daido, O. Akimoto: “Optical Turbulence: Chaotic Behavior of Transmitted Light from a Ring Cavity”. *Physical Review Letters* **45**, 709 (1980).
- [245] L. A. Lugiato, R. Lefever: “Spatial Dissipative Structures in Passive Optical Systems”. *Physical Review Letters* **58**, 2209 (1987).
- [246] G. Steinmeyer, F. Mitschke: “Longitudinal structure formation in a nonlinear resonator”. *Applied Physics B* **62**, 367 (1996).
- [247] N. Brauckmann, M. Kues, T. Walbaum, P. Groß, C. Fallnich: “Experimental investigations on nonlinear dynamics in supercontinuum generation with feedback”. *Optics Express* **18**, 7190 (2010).
- [248] M. Kues, N. Brauckmann, T. Walbaum, P. Groß, C. Fallnich: “Nonlinear dynamics of femtosecond supercontinuum generation with feedback”. *Optics Express* **17**, 15827 (2009).
- [249] N. Brauckmann, M. Kues, P. Groß, C. Fallnich: “Noise reduction of supercontinua via optical feedback”. *Optics Express* **19**, 14763 (2011).

- [250] M. Tlidi, A. Mussot, E. Louvergneaux, G. Kozyreff, A. G. Vladimirov, M. Taki: “Control and removal of modulational instabilities in low-dispersion photonic crystal fiber cavities”. *Optics Letters* **32**, 662 (2007).
- [251] M. Brinkmann, M. Kues, C. Fallnich: “Phase-dependent spectral control of pulsed modulation instability via dichromatic seed fields”. *Applied Physics B* **116**, 763 (2014).
- [252] Y. Chen, A. W. Snyder: “Four-photon parametric mixing in optical fibers: effect of pump depletion”. *Optics Letters* **14**, 87 (1989).
- [253] A. Mussot, A. Kudlinski, E. Louvergneaux, M. Kolobov, M. Taki: “Impact of the third-order dispersion on the modulation instability gain of pulsed signals”. *Optics Letters* **35**, 1194 (2010).
- [254] J. F. James: *A Student’s Guide to Fourier Transforms: With Applications in Physics and Engineering*. Cambridge University Press, zweite Auflage (2002).
- [255] R. N. Bracewell: *The Fourier Transform & Its Applications*. McGraw-Hill Education, dritte Auflage (1999).
- [256] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, G. Musiol, H. Mühlig: *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, fünfte Auflage (2001).
- [257] H. Nyquist: “Certain Topics in Telegraph Transmission Theory”. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers AIEE* **47**, 617 (1928).
- [258] C. E. Shannon: “Communication In The Presence Of Noise”. *Proceedings of the Institute of Radio Engineers* **37**, 10 (1949).
- [259] J. W. Cooley, J. W. Tukey: “An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series”. *Mathematics of Computation* **19**, 297 (1965).
- [260] H. W. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling: *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, zweite Auflage (1992).
- [261] J. R. Dormand, P. J. Prince: “A family of embedded Runge-Kutta formulae”. *Journal of Computational and Applied Mathematics* **6**, 19 (1980).