

Einfluß der Dispersion auf die nichtlineare Ausbreitung von Lichtimpulsen

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor der Naturwissenschaften
Dr. rer. nat.

im Fachbereich Physik
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität Rostock

vorgelegt von

Dipl.-Phys. Ernst-Michael Böhm
geboren am 24. September 1971 in Bistritz

aus Rostock

Rostock, Juli 2003

Gutachter:

Prof. Dr. F. Mitschke

Prof. Dr. H. Harde

PD Dr. habil. U. Morgner

Tag der Disputation:

30. Oktober 2003

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Bestimmung der Dispersion	3
2.1	Berechnung der Dispersion	4
2.1.1	Materialdispersion	4
2.1.2	Dispersionskompensation	6
2.1.3	Dispersive Spiegel: „chirped mirrors“	7
2.1.4	Dispersion von Glasfasern	9
2.2	Meßverfahren zur Dispersionsbestimmung	9
2.2.1	Interferometrische Methoden	10
2.2.2	Dispersionsmessung von Laser-Resonatoren	19
2.3	Dispersionsbestimmung einiger optischer Komponenten	20
2.3.1	Dispersionsbestimmung von Cr ⁴⁺ :YAG aus Literaturangaben	20
2.3.2	Dispersionsmessung eines Cr ⁴⁺ :YAG-Stabes	21
2.3.3	Dispersionsmessung des Auskoppelspiegels des Cr ⁴⁺ :YAG-Lasers	26
2.3.4	Dispersionsmessung eines dispersiven Spiegels	26
2.3.5	Dispersion eines Doppelprismenpaares	28
2.3.6	Messung der Dispersion eines Resonators	30
2.3.7	Messung der Dispersion von Glasfasern	31
2.3.8	Dispersion von Luft	32
2.3.9	Optische Komponenten im Brewster-Winkel	34
3	Dispersion und Nichtlinearität: Solitonen	37
3.1	Nichtlineare Schrödinger-Gleichung	38
3.1.1	Die Familie der nichtlinearen Schrödinger-Gleichungen	38
3.1.2	Formstabile Wellenpakete: solitäre Wellen, Solitonen	39
3.2	Lösungsmethoden für die nichtlineare Schrödinger-Gleichung	40
3.2.1	Analytische Lösung für verschwindende Nichtlinearität: $g = 0$	41
3.2.2	Analytische Lösung für verschwindende Dispersion: $d = 0$	42
3.2.3	Inverse Streutransformation	42
3.2.4	Numerische Lösungsverfahren	44
3.3	Optische Solitonen in einer Glasfaser	46
3.3.1	Effekte in einer Glasfaser	46
3.3.2	Nichtlineare Schrödinger-Gleichung für Solitonen in einer Glasfaser	48
3.3.3	Spezielle Lösungen	50
3.3.4	Periodischer Pulszug aus fundamentalen Solitonen	58
3.3.5	Signatur eines Solitons	58
3.4	Erweiterte nichtlineare Schrödinger-Gleichung	60

3.4.1	Dämpfung: Komplexe Ginzburg-Landau-Gleichung	60
3.4.2	Nichtlineare Schrödinger-Gleichung mit alternierenden Koeffizienten	60
4	Datenübertragung und Dispersions-Management	63
4.1	Datenübertragung	64
4.2	Periodische Dispersionsstrukturen	65
4.2.1	DM-Solitonen	65
4.2.2	DM-Solitonen höherer Ordnung	68
4.2.3	Verbotene Bereiche	69
4.3	Nichtperiodische Dispersionsstrukturen	70
4.3.1	Robustheit und Zerfall von Solitonen	71
4.3.2	Vergleich zwischen nichtperiodischer Dispersionsstruktur und Dämpfung	72
5	Optimierung eines modengekoppelten Cr⁴⁺:YAG-Lasers	73
5.1	Eigenschaften eines Cr ⁴⁺ :YAG-Kristalls	74
5.1.1	Chemische Eigenschaften	74
5.1.2	Physikalische Eigenschaften	75
5.1.3	Optische Eigenschaften	76
5.2	Anwendungen von Cr ⁴⁺ :YAG	77
5.2.1	Sättigbarer Absorber	77
5.2.2	Kontinuierlicher Laser	77
5.2.3	Modengekoppelter Laser	77
5.3	Kontinuierlicher Cr ⁴⁺ :YAG-Laser	78
5.3.1	Cr ⁴⁺ :YAG-Kristall	78
5.3.2	Pumplaser	79
5.3.3	Spiegel	81
5.3.4	Laserresonator	82
5.3.5	Der kontinuierliche Laser	83
5.3.6	Thermische Kontrolle	84
5.3.7	Abstimbarkeit des kontinuierlichen Lasers	86
5.4	Modengekoppelter Cr ⁴⁺ :YAG-Laser	87
5.4.1	Vergleich verschiedener modengekoppelter Cr ⁴⁺ :YAG-Laser	87
5.4.2	Grundlegendes zur Modenkopplung	87
5.4.3	Dispersionskompensation	89
5.4.4	Modenkopplung des Cr ⁴⁺ :YAG-Lasers mit einem SESAM	90
5.4.5	Der Cr ⁴⁺ :YAG-Lasers mit Kerr-Linsen-Modenkopplung	93
5.4.6	Schwierigkeiten beim Kerr-Linsen-Modenkoppeln	94
6	Zusammenfassung	97
A	Definitionen und Nebenrechnungen	99
A.1	Berechnung der Dispersion	99
A.1.1	Dispersion einer schrägen Platte	99
A.1.2	Dispersion einer Prismenstrecke	100
A.2	Fourier-Transformation	104
A.3	Impulsparameter	105
A.3.1	Breite, Dauer	106
A.3.2	Leistung, Energie und periodische Vorgänge	108
A.4	Strahlparameter	109
A.4.1	Vermessen des Strahlradius w mit der Rasierklängen-Methode	109

A.4.2	2D-Strahlungsmessung	110
A.4.3	Bestimmung der Strahlparameter	111
A.5	Spezielle Funktionen	111
A.5.1	Hyperbel-Sekans	111
A.5.2	Die Gauß-Funktion	112
B	Abkürzungen	113
B.1	Verwendete Akronyme	113
C	Referenzen	117
C.1	Referenzen zur Abbildung 4.1	117
C.2	Institutsadressen	120
C.2.1	ETH Zürich	120
C.2.2	Laser-Zentrum Hannover	120
C.2.3	TH Karlsruhe	120
C.2.4	IRE-Polus Institut	120
C.2.5	Quantronix	120
V	Veröffentlichungsliste	133

Kapitel 1

Einleitung

Sowohl in der Grundlagenforschung als auch bei sehr anwendungsnahen Technologien spielen ultrakurze Lichtimpulse eine entscheidende Rolle. In der Grundlagenforschung macht man sich sowohl die kurzen Zeitskalen als auch die hohe Spitzenleistung bzw. die damit verbundenen hohen nichtlinearen Effekte solcher Wellenpakete zu nutze. Immer kürzere Zeitskalen führen, vermittelt durch die dafür benötigte höhere Bandbreite, zu immer ausgeprägteren dispersiven Effekten. Die kürzeren Zeitskalen führen aber auch, wegen der bei Energieerhaltung höheren Spitzenleistung, zu stärkeren nichtlinearen Effekten. Die genaue Kenntnis über das Verhalten von Wellenpaketen bei der Ausbreitung in dispersiven und zugleich nichtlinearen Medien ist deswegen von großem Interesse.

Beide Effekte spielen eine wichtige Rolle, wenn man ultrakurze Lichtimpulse erzeugen und anwenden will. Möchte man Dispersion in einem System auf einen gewünschten Wert bringen (z. B. auf Null abgleichen), können sich nichtlineare Effekte störend bemerkbar machen. Möchte man andererseits nichtlineare Effekte ausnutzen, so können dispersive Effekte den Wirkungsgrad der nichtlinearen Effekte merklich reduzieren.

Weiterhin will man sogar nichtlineare als auch dispersive Effekte gleichzeitig benutzen. Dies ist wichtig, um optische Solitonen in Glasfasern zu erzeugen. Solche Solitonen sind nicht nur von grundlegendem wissenschaftlichen Interesse, sondern sie finden heutzutage aufgrund ihrer Eigenschaften ein großes Anwendungspotential in der Hochgeschwindigkeitsdatenübertragung. Sie eignen sich als die fundamentalen Bits für die optische Datenübertragung.

Auch bei der Erzeugung von ultrakurzen Lichtimpulsen in Lasern muß man beide Effekte genau kennen und gezielt beeinflussen. Nur so kann man bandbreitenbegrenzte Lichtimpulse erzeugen, die im Rahmen der gegebenen Verstärkerbandbreite die kürzest mögliche Dauer besitzen.

Dispersionsmessung: Obwohl eine sehr genaue Kenntnis der Dispersion sehr wichtig ist, ist es erstaunlich, daß es noch einige moderne optische Komponenten gibt, deren Dispersionseigenschaften nur in etwa bekannt sind. Deswegen wurden im Rahmen der Dissertation einige Verfahren untersucht, mit denen man die Dispersion von verschiedenartigen optischen Komponenten bestimmen kann. Betrachtet wurden insbesondere die Dispersion eines Cr^{4+} :YAG-Laser-Kristalls, von Prismenstrecken und dispersionskompensierenden Spiegeln, um die Dispersion in einem modengekoppelten Cr^{4+} :YAG-Laser gezielt einstellen zu können. Weiterhin wurde die Dispersion von verschiedenen Glasfasern bestimmt.

Optische Solitonen: Bei der nichtlinearen Ausbreitung von Lichtimpulsen in einem dispersiven Medium kann es zur Ausbildung von optischen zeitlichen Solitonen kommen. Unter welchen Bedingungen solche Solitonen entstehen und wie sie sich bei Ausbreitung verhalten, wird in Kapitel 3 beschrieben. Um Solitonen zu erzeugen, muß man ein dynamisches Gleichgewicht zwischen den nichtlinearen und

dispersiven Effekte ermöglichen. Dazu ist die Kenntnis der Dispersion wichtig, denn diese kann man im Vergleich zur Nichtlinearität leicht gezielt beeinflussen.

Im Rahmen der Arbeit wurden zwei Methoden betrachtet und weiterentwickelt, mit denen man das Verhalten von Wellenpaketen bei der Ausbreitung in Glasfasern simulieren kann. Die vorgestellte *split-step-Fourier-Methode* wurde verwendet, um das Verhalten von Solitonen unter dem Einfluß verschiedener, zusätzlicher Effekte zu studieren. Dabei wurde besonderes Augenmerk auf die Untersuchung des Verhaltens von Lichtimpulsen bei sich verändernder Dispersion (*dispersion-management*) gelegt. Der Solitonengehalt eines beliebigen Wellenpaketes wird mit Hilfe der inversen Streumethode untersucht. Die Kenntnis des Solitonengehaltes ist wichtig für das Verhalten eines Lasers, in dem mehrere Wellenpakete umlaufen („harmonic mode-locking“). Aber auch das Verhalten eines Solitonengases bzw. eines Solitonenkristalls wurde mit diesem Verfahren untersucht. Der Solitonengehalt ist ein wichtiges Maß für die Verluste in einer nicht ganz perfekten Dispersionsstruktur, wie sie bei realem Dispersions-Management vorkommt.

Dispersions-Management: Bei der Hochgeschwindigkeitsdatenübertragung ist es wichtig, die Dispersion der Glasfasern zu kennen und gezielt einzustellen. Dies wird mit Glasfasern realisiert, die im Vergleich zur Standard-Glasfaser eine Dispersion mit entgegengesetztem Vorzeichen besitzen. Dabei hat sich gezeigt, daß sich spezielle Dispersionsstrukturen besonders gut für die Datenübertragung eignen. Dies wird als *dispersion-management* (DM) bezeichnet. Damit kann man heutzutage die Höchstgeschwindigkeitsdatenübertragung entscheidend verbessern. Diese Verbesserung wird vor allem durch sog. DM-Solitonen erreicht. Optische Solitonen in homogenen Übertragungsstrecken haben vielfältige Realisierungsmöglichkeiten. So gibt es z. B. Solitonen höherer Ordnung und dunkle Solitonen. Die Ausweitung der bekannten Solitonenarten auf den Fall von DM wird in Kapitel 4 untersucht. Typischerweise betrachtet man DM-Strecken, welche aus verschiedenen Glasfasersorten bestehen, die periodisch gewechselt werden. In realen Systemen gibt es allerdings immer Abweichungen von der exakten Periodizität. Auch dies wird in Kapitel 4 genauer untersucht.

Dispersionsoptimierung eines Cr^{4+} :YAG-Lasers: In dieser Arbeit wurde versucht, Lichtimpulse bei der Telekommunikationswellenlänge von ca. $1,5 \mu\text{m}$ zu erzeugen, welche nur wenige optische Zyklen lang sind. Einige wichtige Anwendungsgebiete solcher Lichtimpulse werden in Abschnitt 5.2 diskutiert. Um solche Lichtimpulse zu erzeugen, wurde vor allem ein großes Augenmerk auf die Optimierung der Dispersion gelegt. Hierzu wurde die Dispersion eines Cr^{4+} :YAG-Lasers gemessen (Abschnitt 2.3) und mit speziell dafür entwickelten dispersiven Spiegel gezielt eingestellt (Kapitel 5).

Abkürzungen und Definitionen: Um eine bessere Lesbarkeit zu gewährleisten, wurden gängige Abkürzungen verwendet, die im Anhang B erläutert sind. Die verwendeten Definitionen, insbesondere der unterschiedlichen Impulsdauern, und deren Umrechnung ineinander findet man in Anhang A. Es wurde versucht, auf englische Begriffe weitestgehend zu verzichten; allerdings sind sie manchmal unabdingbar, um eingebürgerte Akronyme zu verstehen. Alle verwendeten englischen Worte wurden durch eine Kursivschrift gekennzeichnet.

Kapitel 2

Bestimmung der Dispersion

In diesem Kapitel soll vorgestellt werden, wie man die Dispersion mit verschiedenen Methoden bestimmen kann. Diejenigen Methoden werden genauer untersucht, die zur Bestimmung der Dispersion der im Rahmen der Arbeit interessierenden optischen Komponenten verwendet werden. In Abschnitt 2.1 wird beschrieben, wie man die Dispersion von verschiedenen optischen Komponenten berechnen kann. Eine, gegenüber dem bisherigen, leicht verbesserte Berechnung der Dispersion einer Prismenstrecke wird vorgestellt. Eine solche Prismenstrecke wurde eingesetzt (s. Kapitel 5), um die Dispersion eines modengekoppelten Cr^{4+} :YAG-Lasers gezielt einzustellen. Leider ist eine Berechnung nicht für alle im Rahmen dieser Arbeit verwendeten optischen Komponenten möglich. Deswegen werden in Abschnitt 2.2 mehrere Methoden zur Dispersionsmessung vorgestellt und verglichen. Dabei wird die genaue Realisierung der Messung mit einem Weißlichtinterferometer beschrieben, da dieses in den meisten betrachteten Fällen die besten Resultate liefert. Die Messung mit dem Weißlichtinterferometer lieferte meines Wissens die bisher genaueste Messung der Dispersion eines Cr^{4+} :YAG-Kristalls. Aber auch bei der Messung der vergleichsweise geringen Dispersion der speziell für den Cr^{4+} :YAG-Laser entwickelten dispersiven Spiegel liefert das Meßverfahren gute Ergebnisse. Schließlich wird in Abschnitt 2.3 die Messung der im Rahmen dieser Arbeit interessierenden optischen Komponenten mit dem jeweils am besten geeigneten Verfahren vorgestellt.

Was ist Dispersion? Der Begriff *Dispersion* wird für unterschiedliche physikalische Phänomene verwendet, die nur formal eine gewisse Ähnlichkeit aufweisen. In der Optik wird u. a. die Abhängigkeit der Brechzahl n von der Wellenlänge λ mit Dispersion bezeichnet; präziser wäre „Dispersion der Brechzahl“.

Das bekannteste Phänomen, welches dieser wellenlängenabhängigen Brechzahl zuzuordnen ist, ist die Zerlegung von weißem Licht mittels eines Prismas in seine Spektralfarben. Man nutzt die im Snellius'schen Brechungsgesetz beschriebene Abhängigkeit des Ausfallwinkels eines Prismas von der Brechzahl: $\gamma'(n)$. Mit der von der Wellenlänge abhängigen Brechzahl $n(\lambda)$ erhält man daraus die gewünschte Winkeldispersion: $\gamma'(n(\lambda)) = \gamma'(\lambda)$. Verschiedene Farben werden also in unterschiedliche Richtungen abgelenkt. Bei einem Gitter ergibt sich die Winkeldispersion direkt aus dem geometrischen Aufbau und dem Wellencharakter des Lichtes.

Für die interessierenden Wellenpakete geringer Dauer ist weder Brechzahl- noch Winkeldispersion, sondern die Dispersion der Gruppengeschwindigkeit GVD (engl.: *group velocity dispersion*) die entscheidende Größe. Die GVD ist, im Gegensatz zur Winkeldispersion, nicht eine Funktion der ersten, sondern eine Funktion der zweiten Ableitung der Brechzahl nach der Wellenlänge. Man bezeichnet sie deswegen auch als Dispersion zweiter Ordnung. Bei einer Verringerung der GVD als auch bei einer Erhöhung der Bandbreite eines Wellenpaketes wird die Dispersion dritter Ordnung oder gar höherer Ordnung ebenfalls wichtig für die genaue Beschreibung des Verhaltens eines Wellenpaketes. Die

höheren Ableitungen der Brechzahl nach der Wellenlänge bilden dabei - bis auf einige Vorfaktoren - die Dispersion m -ter Ordnung, wobei m eine natürliche Zahl ist. Alle Dispersionen m -ter Ordnung zusammen ergeben die gesamte dispersive Wirkung auf Wellenpakete, die im Folgenden mit dem Begriff „Dispersion“ ohne einen Zusatz bezeichnet wird.

Eine bekannte Auswirkung der GVD in der Akustik ist vielen aufgefallen, die einen Stein auf einen zugefrorenen See geworfen haben. Man hört zunächst die hohen Töne des Aufpralls und erst kurz darauf die tiefen Töne. Dies kommt dadurch zustande, daß sich die hohen Frequenzen im Eis schneller ausbreiten können als die tiefen. Eine ähnliche Veränderung der Tonhöhe mit der Zeit hört man beim Zirpen von Grillen. Deswegen bezeichnet man dieses Phänomen auch mit dem englischen Begriff *chirp*, also mit Gezwitscher oder Gezirpe. Es hat sich eingebürgert, daß man eine von der Zeit abhängige Frequenz auch im Deutschen mit *chirp* bezeichnet.

Die Brechzahl gibt das Verhältnis der Phasengeschwindigkeit des Lichtes im Vakuum c_0 zu seiner Geschwindigkeit im Medium c_m an:

$$n = \frac{c_0}{c_m} \quad (2.1)$$

Die unterschiedliche Ankunftszeit eines Wellenpaketes hängt aber nicht von der Phasengeschwindigkeit, sondern von der Gruppengeschwindigkeit ab. Der genaue Zusammenhang wird in Abschnitt 2.1.1 beschrieben.

Es gibt bestimmte Anordnungen von Prismen oder Gittern, oder auch besondere dielektrische Schichten („chirped mirrors“), bei denen Wellenpakete unterschiedlicher Wellenlänge einen unterschiedlich langen Weg zurück legen müssen. Dies führt ebenfalls zu einer veränderten Ankunftszeit. Die veränderte Ankunftszeit wird mit GDD (engl.: *group delay dispersion*) bezeichnet und stellt eine allgemeinere Beschreibung der Dispersion dar, da sie die unterschiedlichen Wege und die unterschiedlichen Geschwindigkeiten berücksichtigt.

2.1 Berechnung der Dispersion

2.1.1 Materialdispersion

Wellenlängenabhängige Brechzahl

Jedes Medium, welches eine frequenzabhängige Absorption $\alpha(\omega)$ besitzt, hat gemäß der [3]

$$\text{Kramers-Kronig-Relation} \quad n^2(\omega) = 1 + \frac{c}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\alpha(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega' \quad (2.2)$$

eine von der Kreisfrequenz ω und damit auch von der Wellenlänge abhängige Brechzahl. Eine bewährte Parametrisierung der Brechzahl kann deswegen, nach Sellmeier, durch die Angabe von der Lage $\lambda_m = \sqrt{C_m}$ und der Stärke B_m der Absorptionslinien im zu betrachtenden Wellenlängenbereich [4] erfolgen:

$$\text{Sellmeier-Gleichung} \quad n(\lambda) = \sqrt{1 + \sum_{m=1}^N \frac{B_m \lambda^2}{\lambda^2 - C_m}} \quad (2.3)$$

Dabei sind B_m bzw. C_m die sogenannten Sellmeier-Koeffizienten. Es ist für die meisten Anwendungen völlig ausreichend, $N = 3$ zu wählen. Für die optisch gängigsten Materialien sind die Sellmeier-Koeffizienten tabelliert. Typische Wellenlängenbereiche für drei Absorptionslinien sind: 50-120 nm, 100-250 nm und 7-13 μm . In der Nähe von Resonanzstellen wird die Beschreibung mit wenigen Koeffizienten sehr ungenau, sodaß die Gl. (2.3) nur in spektralen Bereichen ohne Resonanzen sinnvoll ist. Damit ist die Gültigkeit der Formel auf den sichtbaren, den nahen UV- und den nahen und mittleren IR-Bereich beschränkt.

In der Praxis hat sich aber auch die

$$\text{Schottsche Dispersionsformel} \quad n(\lambda) = \sum_m A_m \lambda^m \quad (2.4)$$

bewährt. Für einige Materialien und Wellenlängenbereiche kann diese Parametrisierung, auch wenn sie zunächst unphysikalischer als die Sellmeier-Gleichung aussieht, besser die gemessenen Werte repräsentieren. Der Laufindex m sollte dabei gerade sein, und es sollten mehr negative m als positive verwendet werden, also z. B: $m \in \{-8, -6, -4, -2, 0, 2\}$. Für den UV-Bereich sollte man noch $m = -10$ hinzufügen und für der IR-Bereich $m = 4$. Für $m \in \{0, -2, -4\}$ ist die Schottsche Dispersionsformel aus dem Jahre 1966 identisch mit der ersten Dispersionsformel, die von Cauchy 1830 entwickelt wurde. Die Sellmeier-Gleichung entstand erst mit wachsendem Verständnis der Physik 1871. Die Genauigkeit, mit der die Brechzahl bestimmt werden kann, liegt bei beiden Ausgleichsformeln bei ca. 10^{-5} bis 10^{-6} für 6 Parameter.

Die Brechzahl, und damit die Dispersion, hängt zusätzlich von dem Druck und der Temperatur ab. Bei Kristallen ist auch die Ausbreitungsrichtung des Lichtes wichtig. In doppelbrechenden Medien hängt die Brechzahl auch vom Polarisationszustand des Lichtes ab.

Definition der Dispersion m -ter Ordnung

Die Phasen $\phi(\omega)$ ¹ einzelner Frequenzkomponenten mit der Kreisfrequenz ω kann man für hinreichend schmale Frequenzintervalle um die Kreisfrequenz ω_e nach Taylor entwickeln:

$$\phi(\omega) = kL = n(\omega) \frac{\omega}{c} L = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\phi_m}{m!} (\omega - \omega_e)^m \quad (2.5)$$

mit den Entwicklungskoeffizienten

$$\phi_m = \left. \frac{d^m \phi}{d\omega^m} \right|_{\omega=\omega_e}, \quad (2.6)$$

die als Dispersion m -ter Ordnung bezeichnet werden. ϕ_1 ist die Gruppenlaufzeit. Für ϕ_2 verwendet man den Begriff GDD (engl: *group delay dispersion*), um die Abhängigkeit der Gruppenlaufzeit von der Kreisfrequenz zu beschreiben.

Wenn man sich nicht für die Dispersion eines bestimmten Glasstückes interessiert, sondern für die materialspezifische Größe, so muß man $\phi_m = Lk_m$ durch die Länge des Glasstückes L dividieren. Man

¹Die Phase habe soll hier und im Folgenden immer die Einheit rad haben.

erhält für die Entwicklungskoeffizienten der Kreiswellenzahl k :

$$k_1(w_e) = \left. \frac{dk}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_e} = \frac{1}{v_g(\omega_e)} = \frac{n_g}{c} = \frac{1}{c} \left(n(\lambda) - \lambda \frac{dn(\lambda)}{d\lambda} \right) \quad (2.7)$$

$$k_2(w_e) = \left. \frac{d^2k}{d\omega^2} \right|_{\omega=\omega_e} = -\frac{1}{v_g^2} \left. \frac{dv_g}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_e} = \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2n(\lambda)}{d\lambda^2} \quad (2.8)$$

$$k_3(w_e) = \left. \frac{d^3k}{d\omega^3} \right|_{\omega=\omega_e} = -\frac{\lambda^4}{4\pi^2 c^3} \left(3 \frac{d^2n(\lambda)}{d\lambda^2} + \lambda \frac{d^3n(\lambda)}{d\lambda^3} \right) \quad (2.9)$$

$$k_4(w_e) = \left. \frac{d^4k}{d\omega^4} \right|_{\omega=\omega_e} = \frac{\lambda^5}{8\pi^3 c^4} \left(12 \frac{d^2n(\lambda)}{d\lambda^2} + \lambda \left(8 \frac{d^3n(\lambda)}{d\lambda^3} + \lambda \frac{d^4n(\lambda)}{d\lambda^4} \right) \right) \quad (2.10)$$

Die Abhängigkeit der Entwicklungskoeffizienten von der Wellenlänge erhält man dadurch, daß man die Taylor-Entwicklung für verschiedene Entwicklungswellenlängen $\lambda_e = \frac{2\pi c}{\omega_e}$ durchführt. v_g ist die Gruppengeschwindigkeit bzw. n_g ist die Gruppenbrechzahl. Damit ist leicht einzusehen, warum man k_2 mit GVD (engl.: *group velocity dispersion*) bezeichnet.

Neben den ϕ_m bzw. k_m für die Dispersion m -ter Ordnung hat sich noch eine weitere Möglichkeit eingebürgert, die Dispersion zu beschreiben. So verwendet man für die GVD auch den Parameter

$$D = \frac{dk_1}{d\lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} k_2 \quad . \quad (2.11)$$

Die übliche Einheit von k_2 ist $\frac{\text{fs}^2}{\text{mm}}$, wohingegen D in $\frac{\text{ps}}{\text{nm km}}$ angegeben wird. Sie besitzen immer unterschiedliches Vorzeichen. Die Änderung der Impulsdauer aufgrund von GVD wird in Abschnitt 3.3.3 genauer bestimmt. Die Änderung der Dauer für Wellenpakete mit einem starken *chirp* kann man aber leicht aus dem Dispersionsparameter D mittels

$$\Delta t = D \Delta \lambda L \quad (2.12)$$

überschlagen, wenn man ihre Bandbreite $\Delta \lambda$ und die zurückgelegte Entfernung L kennt.

Die Dispersion dritter Ordnung TOD (engl.: *third order dispersion*) ist in dieser Betrachtungsweise

$$S = \frac{dD}{d\lambda} = \frac{(2\pi c)^2}{\lambda^4} k_3 + \frac{4\pi c}{\lambda^3} k_2 \quad . \quad (2.13)$$

Das S steht für Steigung (engl.: *slope*), in diesem Fall also die Steigung der GVD. Die TOD macht sich vor allem bei Wellenlängen bemerkbar, bei denen die GVD ihr Vorzeichen wechselt und damit sehr klein wird.

Normale und anomale Dispersion der Gruppengeschwindigkeit: Im sichtbaren Bereich haben die meisten Medien ein positives k_2 (damit ist D negativ). Deswegen nennt man dies auch eine normale GVD. Bei normaler GVD sind die langwelligen Frequenzkomponenten schneller als die kurzwelligen Frequenzkomponenten. Im mittleren Infrarotbereich (für Quarzglas ab einer Wellenlänge von ca. $1,3 \mu\text{m}$) ist k_2 negativ. Dies nennt man anomale GVD. Hier sind die kurzwelligen Frequenzkomponenten schneller als die langwelligen Frequenzkomponenten.

2.1.2 Dispersionskompensation

Die Dispersion verändert die Dauer und die Form von Wellenpaketen. Um diese Änderung gezielt minimieren zu können, muß man die Dispersion ausreichend kompensieren. Es gibt mehrere Möglichkeiten,

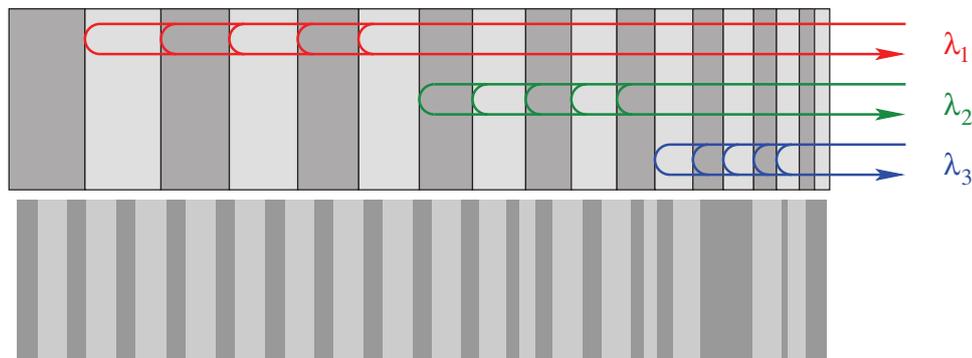


Abbildung 2.1: Oben: schematischer Aufbau eines dispersiven, dielektrischen Spiegels. Für die Wellenlängen gilt $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$. Dies entspricht einer anomalen GVD. Unten: Tatsächlicher Aufbau des verwendeten CM-Spiegels (Gesamtdicke ca. $7,3 \mu\text{m}$).

kompensierende Elemente mit einer gewünschten Dispersion zur Verfügung zu stellen. Am einfachsten kann man manchmal ein Glasstück einer bestimmten Sorte und Dicke verwenden. Die GVD ist für die meisten Materialien bei einer solchen Anordnung im Sichtbaren normal und im Infraroten anomal. Genauer wird in Abschnitt A.1.1 beschrieben.

Eine bessere Möglichkeit besteht in der Verwendung einer Prismenstrecke. Hier sind die GVD und die TOD unabhängig voneinander einstellbar. Für typische Prismenstrecken ist k_3 im mittleren IR-Bereich stets positiv. Wie man eine solche Prismenstrecke aufbaut und deren Dispersion berechnet, ist in Abschnitt A.1.2 erläutert.

Spezielle maßgeschneiderte dispersive Spiegel (s. Abschnitt 2.1.3) können nicht nur ein k_2 mit negativem oder positivem Vorzeichen zur Verfügung stellen, sondern auch ein positives oder negatives k_3 . Eine Abstimmung der Dispersion kann mit solchen Spiegeln nur begrenzt erfolgen. Eine Kombination aus dispersiven Spiegeln mit einer Prismenstrecke bietet aber die Möglichkeit, einen gewünschten Dispersionswert über einen großen Bereich nahezu verlustfrei einzustellen.

Man kann auch ein Paar von Reflexionsgittern benutzen, um die Dispersion einzustellen. Allerdings hat diese Methode den Nachteil, daß sie mit hohen Verlusten verbunden ist [34]. Die Verluste entstehen, weil es prinzipiell schwierig ist, das gesamte Licht in nur eine Beugungsordnung zu schicken. Die Berechnung der GVD und der TOD einer solchen Gitterstrecke findet man in [50].

Ein Element mit großer GDD ist eine Glasfaser. Zwar ist ihre GVD vergleichbar mit vielen anderen Materialien, aber man kann in einer Glasfaser große Strecken zurücklegen, ohne größere Verluste in Kauf zu nehmen. So hohe Dispersionswerte kann man nur mit Glasfasern erzielen. Um deren Dispersion zu kompensieren, muß man also wieder eine Glasfaser verwenden, die aber das andere Vorzeichen der Dispersion besitzt. Die Einstellung der GDD erfolgt über die Wahl der Glasfaserlänge. Die richtige Wahl der kompensierenden Glasfaser und deren Position und Länge in einer Glasfaserübertragungsstrecke wird mit *dispersion management* bezeichnet (s. Kapitel 4).

2.1.3 Dispersive Spiegel: „chirped mirrors“

Mit speziellen dielektrischen Spiegeln kann man die Dispersion nahezu verlustfrei beeinflussen [173]. Eine periodische Anordnung von dielektrischen Schichten kann für eine Wellenlänge nahezu totale Reflexion erreichen. Eine solche Anordnung ist ein einfacher Bragg-Spiegel. Bringt man hinter einer solchen periodische Anordnung eine weitere periodische Struktur an, die eine leicht veränderte Abfolgefrequenz besitzt, so wird auch hier Licht mit der entsprechenden, veränderten Wellenlänge fast

vollständig reflektiert. Allerdings muß Licht dieser Wellenlänge einen längeren Weg zurücklegen, was zu einer effektiven GDD führt. Mit einer geschickten Anordnung der Schichten kann man so die GDD gezielt beeinflussen. Ein solcher Spiegel wird mit CM-Spiegel bezeichnet (engl: *chirped mirror*). Ein Laser, dessen Dispersion nur mit solchen Spiegeln eingestellt wurde, ist z. B. in [191] beschrieben. Auch in dieser Arbeit wurde ein Laserbetrieb demonstriert, dessen Dispersion nur mit CM-Spiegeln eingestellt wurde (s. Abschnitt 5.4.3).

Ein Nachteil dieser Methode ist der zwangsweise auftretende Brechzahlssprung beim Übergang zwischen Luft und Spiegel. Dieser bewirkt die Ausbildung eines Gires-Tournois-Interferometers, was zu einer oszillierenden Veränderung der Dispersion mit der Wellenlänge führt. Diese Oszillationen kann man mit sog. „double-chirped mirrors“ (DCM) teilweise unterdrücken [82, 107, 106].

Eine andere Möglichkeit, die Dispersionsoszillationen zu beseitigen, besteht in der Verwendung von sog. BASIC (engl.: *back-side-coated*) Spiegeln [105]. Dabei wird der Spiegel auf der Rückseite des Substrates angebracht. Der Brechzahlssprung entfällt in der Nähe der Spiegelschicht, und somit entfallen die Dispersionsoszillationen. Allerdings durchläuft hierbei das Licht noch zusätzlich das Material, um zur reflektierenden Schicht zu gelangen. Dabei erfährt es zusätzliche Dispersion, die man nun ebenfalls berücksichtigen muß. Als weitere Verbesserung kann man die Vorderseite des BASIC-Spiegels Antireflex-beschichten und mit einem leichten Keil versehen [178].

Da in dem betrachteten Laser CM-Spiegel mit verschiedenen Einfallswinkeln eingebaut werden, wird im Folgenden abgeschätzt, wie sich ein solcher Spiegel verhält, wenn man den Einfallswinkel verändert.

Wellenlängenabstimmung eines Fabry-Pérot-Interferenzfilters durch Verkippen:

Der einfachste Fall eines Spiegels mit verschiedenen Brechzahlssprüngen ist der einer einfachen Glasplatte umgeben von Luft: also ein Fabry-Pérot-Interferenzfilter (siehe Abb. 2.2). Für bestimmte Wellenlängen ist die Phasenentwicklung zwischen den beiden reflektierenden Brechzahlssprüngen gerade so, daß es zu einer erhöhten Reflexion kommt. Für senkrechten Einfall gilt für die Phasenentwicklung pro Umlauf:

$$\phi_0 = \phi(\gamma = 0) = \frac{2\pi}{\lambda} n_{\text{Glas}} 2d \quad (2.14)$$

Verkippt man nun die Glasplatte um den Winkel γ , so ändert sich der optische Weg. Der Punkt C in Abb. 2.2 sei so gewählt, daß der in A direkt reflektierte Strahl und der einmal von der Rückseite reflektierte Strahl sich auf derselben Phasenfront befinden. Die Strecke \overline{AC} befindet sich also senkrecht zur Ausbreitungsrichtung.

Es gilt:

$$\begin{aligned} \phi(\gamma) &= \frac{2\pi n_{\text{Glas}}}{\lambda} (\overline{AB} + \overline{BC}) = \frac{2\pi n_{\text{Glas}}}{\lambda} \left(\frac{d}{\cos(\gamma')} + \overline{AB} \cos(2\gamma') \right) = \\ &= \frac{2\pi n_{\text{Glas}}}{\lambda} \left(\frac{d}{\cos(\gamma')} + \frac{d \cos(2\gamma')}{\cos(\gamma')} \right) = \frac{2\pi n_{\text{Glas}} d}{\lambda} \left(\frac{1 + \cos(2\gamma')}{\cos(\gamma')} \right) = \\ &= \frac{2\pi n_{\text{Glas}}}{\lambda} 2d \cos(\gamma') = \phi_0 \cos(\gamma') = \phi_0 \cos \left(\arcsin \left(\frac{n_{\text{Luft}}}{n_{\text{Glas}}} \sin(\gamma) \right) \right) \end{aligned} \quad (2.15)$$

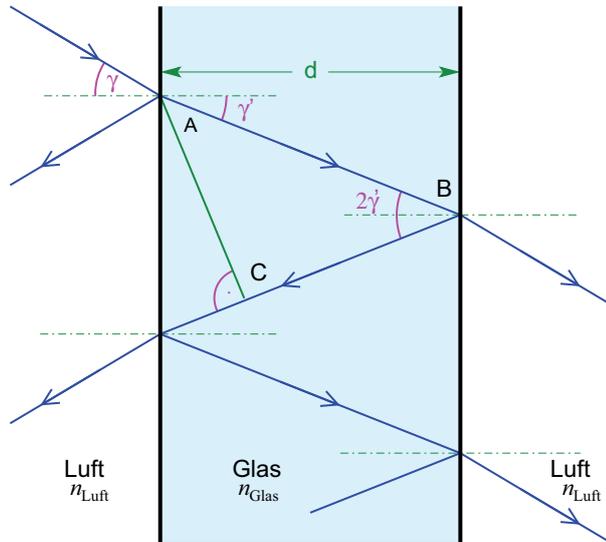


Abbildung 2.2: Um den Winkel γ verkipptes Fabry-Pérot-Interferenzfilter.

Die optische Dicke des verkippten Fabry-Pérot-Interferenzfilters nimmt also ab. Die Wellenlänge, bei der maximale Reflexion auftritt, wird also um $\cos(\gamma')$ verringert, also „blauverschoben“. Eine ähnliche Blauverschiebung erfährt die Dispersion beim Verkippen eines CM-Spiegels.

Für die genaue Bestimmung der Reflexionseigenschaften der Fabry-Pérot-Anordnung sollte man den Phasensprung am optisch dichteren Medium berücksichtigen. Dieser Phasensprung um π tritt nur bei der ersten Reflexion im Punkt A ein. Ein Phasensprung am optisch dünneren Medium muß hier nicht betrachtet werden, da dieser für Winkel, die kleiner sind als der der Totalreflexion, gleich Null ist. Und dies ist durch die Wahl der Anordnung immer gegeben.

2.1.4 Dispersion von Glasfasern

Zusätzlich zur Materialdispersion gibt es in Glasfasern weitere Arten von Dispersion, welche im Folgenden diskutiert werden. Die Beiträge dieser Dispersionsarten addieren sich zur Materialdispersion k_m und ergeben die resultierende Gesamtdispersion, welche mit β_m bezeichnet [4] wird.

Dispersion durch transversale Moden: Ist die Wellenlänge des Lichtes deutlich kleiner als der Durchmesser des Glasfaserkerns (genauer gesagt ist die Wellenlänge kleiner als die für eine Glasfaser spezifische *cut-off*-Wellenlänge), so kann das Licht in mehreren transversalen Moden geführt werden. Diese Moden legen aufgrund ihrer Geometrie unterschiedlich lange optische Wege zurück, was zu einer effektiven Dispersion führt, der sog. Modendispersion. Benutzt man bei gegebener Wellenlänge einen hinreichend kleinen Faserkern, so erhält man für die Wellenlänge eine Einmodenfaser. Bei einer solchen Faser verschwindet die Modendispersion.

Wellenleiterdispersion: Trotz der Totalreflexion, die an der Grenze zwischen Kern und Mantel auftritt, befindet sich ein gewisser Teil des geführten Lichtes auch im Mantel. Die Eindringtiefe des Lichtes nimmt mit zunehmender Wellenlänge zu. Dadurch breitet sich ein größerer Teil des Lichtes im Glasfasermantel aus. Da dieser eine niedrigere Brechzahl als der Glasfaserkern aufweist, ändert sich die effektive Brechzahl, die das Licht gemittelt über den Strahlquerschnitt sieht. Dies führt zur Wellenleiterdispersion. Durch geeignete Wahl des Brechzahlprofils kann man sich die Dispersion einer Glasfaser in einem gewissen Bereich maßschneidern (z. B. bei dispersionsverschobenen Glasfasern (DS-Fasern von engl. *dispersion shifted*) oder bei Fasern mit geringer TOD (DF-Fasern von engl. *dispersion flattened*)).

Dispersion durch Polarisationsmoden: In doppelbrechenden Glasfasern ist die Brechzahl für die unterschiedlichen Polarisierungen unterschiedlich. Eine merkliche Doppelbrechung kann man bereits dadurch erzielen, daß man die Faser leicht biegt. Den hieraus entstehenden Laufzeiteffekt nennt man Dispersion durch Polarisationsmoden PMD (engl.: *polarization mode dispersion*).

2.2 Meßverfahren zur Dispersionsbestimmung

Es gibt verschiedene Methoden, um die Dispersion von transparenten Medien experimentell zu bestimmen. Die wichtigsten sind in Tab. 2.1 gegenübergestellt. Sie unterscheiden sich unter anderem in der Art und Größe des dispersiven Mediums, welches man untersuchen will. Bei allen Methoden versucht man, zunächst die Brechzahl oder deren Änderung mit der Wellenlänge, also die Laufzeit, zu messen. Hieraus kann man mit der Gleichung (2.8) die GVD berechnen.

Gemäß dem Brechungsgesetz von Snellius kann man die Brechzahl eines Mediums bestimmen, wenn man den Ein- und Austrittswinkel kennt. Mit einer geschickten Anordnung von Grenzflächen (Prisma) kann man hieraus die Brechzahl von Glassorten und Kristallen sehr genau bestimmen [11]. Der Einfallswinkel, ab dem an Grenzflächen eine Totalreflexion auftritt, ist leicht meßbar. Dies wird zur

Meßmethode	Art der Probe	Literatur
Brechungsgesetz: Snellius	Glas, Kristalle	[11]
Totalreflexion: Abbe	Flüssigkeiten	[132]
Weißlichtinterferometer:		
- Messung des optischen Weges	Glasfaser (1 m)	[90]
- erweitertes Fourier-Spektrometer	Glas, Kristalle, Spiegel	[44, 111, 118]
- erweitertes Fourier-Tandem-Spektrometer	doppelbrechende Glasfaser (1 m)	[49]
Fabry-Pérot-Resonanzen	Spiegel	[125]
Wiederholfrequenz	Resonatoren	[89]
Phasenverschiebung	Glasfaser	[33, 77]
Seitenband-Interferenz	Glasfaser (10 km)	[24]
OTDR-ähnlich	Glasfaser (10 km)	[58]
heterodyne Interferometrie	Luft	[141]

Tabelle 2.1: Vergleich einiger Methoden zur Messung der Dispersion.

Bestimmung der Brechzahl von Flüssigkeiten erfolgreich eingesetzt [132]. Die Brechzahl von Gasen kann man sehr genau mit heterodyner Interferometrie messen [141].

Im Rahmen der Arbeit ist allerdings die Bestimmung der Dispersion eines Cr^{4+} :YAG-Kristalls und von Spiegeln, die im Cr^{4+} :YAG-Laser eingesetzt werden, wichtig. Die Dispersion solcher Elemente läßt sich gut mit einem Weißlichtinterferometer bestimmen [90, 44, 94, 111, 117, 118, 140]. Die Dispersion des gesamten Resonators kann man durch die Messung der wellenlängenabhängigen Umlaufdauer bestimmen [89]. Aus den in Abschnitt 3.4.2 beschriebenen Seitenbändern kann man ebenfalls die mittlere Dispersion in einem Solitonen-Laser bestimmen. Einen Übersichtsartikel zu verschiedenen Dispersionsmessungen, die für die Erzeugung von ultrakurzen Lichtimpulsen notwendig sind, findet man in [88].

Um die Dispersion von Glasfaserstrecken zu vermessen, werden verschiedene Meßverfahren eingesetzt [26, 168, 176]. Die Messung der wellenlängenabhängigen Laufzeit (OTDR-ähnlich von engl.: *optical time domain reflectometry*) ermöglicht die orts aufgelöste Bestimmung der Dispersion von langen Glasfaserstrecken [58]. Um die Dispersion von langen Glasfaserstrecken zu bestimmen, kann man auch die in [24] beschriebene interferometrische Überlagerung von Seitenbändern messen. Hierfür benötigt man allerdings km-lange Glasfasern. Die in dieser Arbeit untersuchten Faserlängen sind allerdings im Meter-Bereich. Daher wurde als Meßverfahren die interferometrische Messung des optischen Weges mit einem Weißlichtinterferometer verwendet.

2.2.1 Interferometrische Methoden

Wegen der hohen Genauigkeiten, die man mit ihnen erzielen kann, werden interferometrische Meßmethoden in der Optik gerne eingesetzt. Für verschiedene Meßmethoden der Dispersion eignen sich vor allem Weißlichtinterferometer [32]. Man kann mit ihnen die Dispersion einfacher Glasfasern [90], doppelbrechender Glasfasern [49] und Multimode-Glasfasern [69] sowie die Dispersion von Glas, Kristallen und Spiegeln [44, 111, 118] vermessen.

Lichtquelle für das Weißlichtinterferometer: Für den Bau eines Weißlichtinterferometers benötigt man eine Lichtquelle, die im gesamten zu untersuchenden Frequenzintervall ausreichende Lichtleistung zur Verfügung stellt. Hierfür eignet sich eine Glühbirne, denn ihre Abstrahlcharakteristik ist der eines idealen Schwarzen Körpers ähnlich und damit besonders breitbandig. Wenn man sich

für den mittleren Infrarotbereich interessiert, ist eine Glühbirne zusätzlich interessant, weil sie hier ihr Emissionsmaximum besitzt. Man sollte Glühbirnen einfacher Bauweise verwenden, die nicht, durch welche Tricks auch immer, im Infraroten geringere bzw. strukturierte Emissionen haben. Eine emisionsverschobene Glühbirne hat zwar einen höheren Wirkungsgrad bezüglich einer höheren Ausbeute an sichtbarem Licht, ist aber für eine Dispersionsmessung im IR weniger geeignet. Weiterhin ist es von großem Vorteil, wenn man die Glühbirne mit Gleichstrom betreibt, denn dadurch vermeidet man die störende Modulation mit 100 Hz.

Mit einem handelsüblichen Gitter-Monochromator kann man nun hieraus ein Spektrum bei jeder Wellenlänge und mit jeder gewünschten Bandbreite im nahen bis mittleren Infrarot herausfiltern. Eine solche farblich abstimmbare Lichtquelle ist aber nicht immer notwendig. Wenn man mit linearer Optik arbeitet, gilt das Superpositionsprinzip, und man kann die gesamte spektrale Information in einem Durchgang messen.

Um bei einem Interferometer einen maximalen Kontrast zu erreichen, ist es weiterhin wichtig, daß man einen Ausgangsstrahl hat, der räumlich kohärent ist. Dies erreicht man am besten mit einer Modenblende. Eine nahezu ideale Modenblende ist eine Einmoden-Glasfaser. Oberhalb einer bestimmten Wellenlänge, der sog. „cut-off“-Wellenlänge, wird nur eine Mode geführt. Aber auch unterhalb dieser Wellenlänge hat das Licht ausreichende räumliche Kohärenz, um für ein Interferometer benutzt zu werden. Um die Strahlqualität zu optimieren, kann man die Glasfaser eng aufwickeln; dadurch werden unerwünschte höhere Moden unterdrückt. Licht eines thermischen Strahlers strahlt in den gesamten Raumwinkel ab. Deswegen ist es unmöglich, das gesamte Licht in eine Mode einer Glasfaser einzukoppeln. Man erhält mit einer solchen Lichtquelle nur moderate Leistungen, und benötigt somit entsprechend empfindliche Detektoren.

Meßaufbau des Weißlichtinterferometers: In den Abbildungen 2.3 und 2.4 erkennt man mögliche Aufbauten von Weißlichtinterferometern zur Dispersionsmessung. In Abb. 2.3 ist ein Aufbau skizziert, mit dem man stark dispersive Elemente messen kann. Dies ist z. B. bei einer 1 m langen Glasfaser der Fall. Hier kann man auf eine Kalibrierung des Verschiebeweges verzichten, da die Änderungen mit einer handelsüblichen Mikrometerschraube erfaßt werden können. Eine Meßmethode, mit der man eine hohe Genauigkeit erzielt, ist in Abb. 2.4 dargestellt. Um dies zu erreichen, wird zusätzlich zum Weißlichtinterferometer ein Kalibrierinterferometer aufgebaut. Ein solcher Aufbau eignet sich zum Messen besonders kleiner Dispersionswerte, wie sie z. B. bei dielektrischen Spiegeln auftreten. Alle verwendeten optischen Komponenten sollten eine breitbandige Transmission besitzen und dispersionsarm sein. Daher verwendet man am besten Metallschicht-Strahlteiler und Metall-Spiegel. In dem uns interessierenden IR-Bereich verwendet man am besten Goldspiegel. Da man die Dispersion des leeren Interferometers zur Erfassung systematischer Fehler ebenfalls aufnimmt, können diese Spiegel eine Schutzschicht besitzen. Solche Spiegel lassen sich leichter putzen.

Beim Strahlteiler sollte man auf dielektrische Schichten verzichten, auch wenn man somit anstatt eines 50/50-Strahlteilers einen Strahlteiler verwenden muß, der nur 30% des Lichtes transmittiert und 30% reflektiert, wohingegen 40% des Lichtes durch Absorption im Strahlteiler verloren gehen. Beim Messaufbau in Abbildung 2.3 sollten sich die reflektierenden Schichten der verwendeten Strahlteiler auf gegenüberliegenden Seiten befinden. Damit erreicht man, daß alle Strahlen, die zusammen interferieren, gleich viel Strahlteilermaterial durchlaufen. Ist das zu untersuchende Objekt eine Glasfaser, so muß man den Lichtstrahl in diese mit einer Linse einkoppeln und mit einer weiteren Linse auskoppeln. Diese Linsen besitzen aber leider ebenfalls eine von Null verschiedene Dispersion, die als systematischer Fehler in die Messung eingeht. Um ebenfalls geringe systematische Fehler mit dem in Abb. 2.4 gezeigten Verfahren zu erhalten, kann man in den Interferometerarm, der an der reflektierenden Seite des Strahlteilers sitzt, eine Korrekturplatte anbringen, die aus dem Strahlteilermaterial besteht, jedoch das Licht vollständig transmittiert.

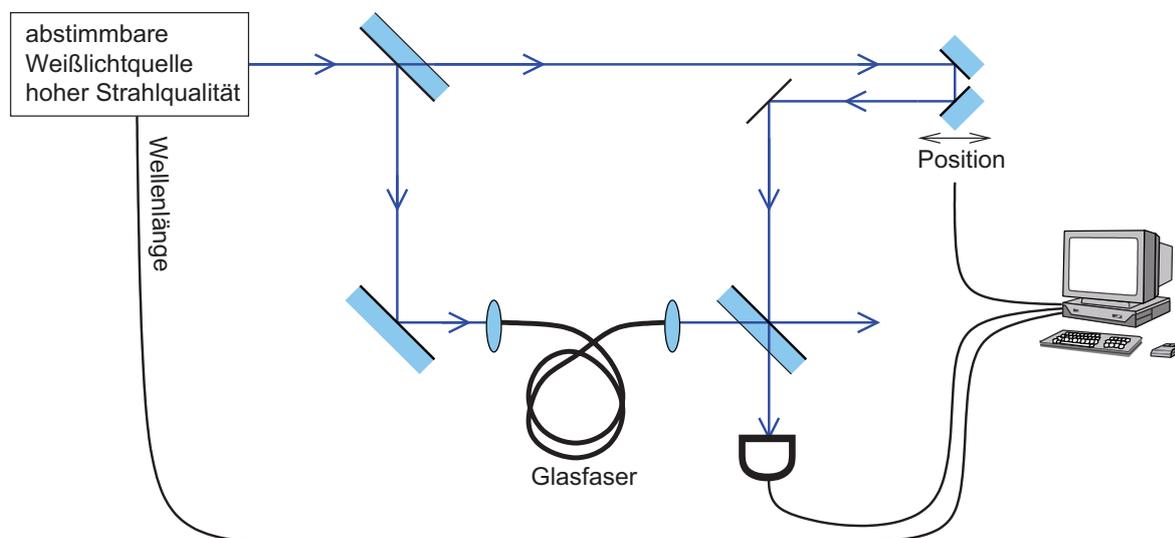


Abbildung 2.3: Schematischer Aufbau eines Weißlichtinterferometer zur Messung des optischen Weges.

Messung des optischen Weges

Ein nichtmonochromatisches Interferometer kann dazu benutzt werden, die Länge zweier Interferometerarme abzugleichen. Dazu nutzt man die Tatsache aus, daß der Interferenzkontrast maximal ist, wenn beide Arme dieselbe optische Weglänge P haben. Je nach verwendetem Ausgang des Interferometers heißt maximaler Interferenzkontrast entweder eine besonders gute gegenseitige Auslöschung der beiden Strahlen oder eine besonders gute konstruktive Interferenz, d. h. man erhält ein besonders stark ausgeprägtes Maximum bzw. Minimum. Das nichtmonochromatische Licht kann beispielsweise eine Bandbreite $\Delta\lambda$ von 1 nm haben. Es hat dann die zeitliche Kohärenzlänge

$$\Delta x = f \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \quad , \quad (2.16)$$

mit dem Formfaktor f . Dieser Formfaktor ist ungefähr gleich 1 und ist von der Form des verwendeten Spektrums abhängig. D. h. die Kohärenzlänge bei 1500 nm ist somit ca. 2 mm.

Eine größere Bandbreite führt zwar zu einer genaueren Bestimmung des Abgleichpunktes, aber die Zuordnung, zu welcher Wellenlänge der optische Weg gehört, wird entsprechend ungenauer. Wird die Wellenlänge abgestimmt, so ändert sich bei einer nichtverschwindenden Dispersion der optische Weg. Man notiert sich nun, bei gegebener Wellenlänge, um wieviel man den optische Weg des Referenzarmes nachstellen muß ($\delta = \Delta l + \Delta L$), um wieder maximalen Interferenzkontrast zu erhalten (s. Abb. 2.5).

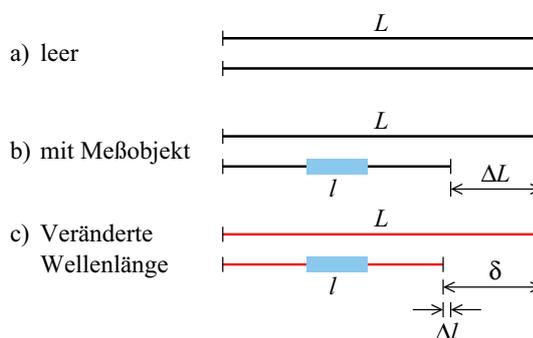


Abbildung 2.5: Armlängen in einem Weißlichtinterferometer: Im abgeglichenen leeren Interferometer (a) ist der Referenzarm (oben) geometrisch genau so lang, wie der andere Arm. Durch das Einbringen der Probe (b) in den anderen Arm verkürzt sich dieser geometrisch um ΔL , damit seine optische Länge konstant bleibt. Diese Verkürzung verändert sich bei dispersiven Medien beim Verändern mit der Wellenlänge (c) um $\Delta l(\lambda)$.

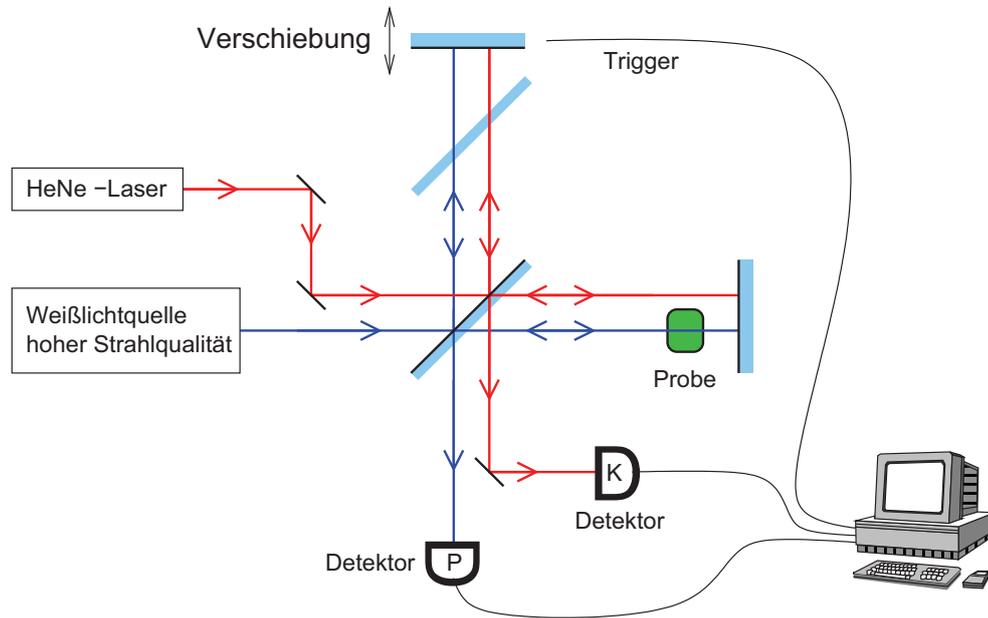


Abbildung 2.4: Schematischer Meßaufbau eines Weißlichtinterferometers als erweitertes Fourier-Spektrometer.

Dabei ist ΔL die grobe Verstellung des Referenzarmes aufgrund des Einfügens des zu untersuchende Objektes in das leere Interferometer. ΔL kann für Glasfasern sehr groß sein und ist damit schwer zu bestimmen. $\Delta l = \Delta l(\lambda)$ ist die Feinabstimmung, die durchgeführt wird, wenn man die Wellenlänge bei der das Interferometer betrieben wird, verändert. Es gilt:

$$n_{\text{ref}}L = P = n_{\text{ref}}(L - l - \delta) + n_g l$$

Dabei ist n_{ref} die Brechzahl des Referenzmediums. Da das Referenzmedium in den meisten Fällen Luft ist, ist die Näherung $n_{\text{ref}} \approx 1$ gut erfüllt. L ist die geometrische Länge des Referenzarmes. Im Referenzarm befindet sich das zu untersuchende Glasstück der Länge l . Der Luftweg verkürzt sich somit um l , aber die optische Weglänge erhöht sich um $n_g l$. n_g ist die Gruppenbrechzahl. Es folgt nun:

$$n_g = n_{\text{ref}} \left(1 + \frac{\delta}{l} \right) \approx 1 + \frac{\delta}{l} \quad (2.17)$$

Die GVD ergibt sich gemäß Gl. (2.7) und (2.8) somit zu $k_2 = \frac{d}{d\omega} \frac{n_g}{c} = -\frac{\lambda^2}{2\pi c^2 l} \frac{d\delta}{d\lambda}$. Also gilt:

$$k_2 = -\frac{\lambda^2}{2\pi c^2 l} \frac{d\Delta l}{d\lambda} \quad (2.18)$$

Weißlichtinterferometer als erweitertes Fourier-Spektrometer

Wird der Verschiebeweg x eines Interferometers verändert und gleichzeitig die sich mit dieser Verschiebung ändernde Leistung $P(x)$ ² in einem Ausgang des Interferometers aufgezeichnet, so erhält man

² P ist hier die Leistung des Lichtes und nicht wie in Abschnitt 2.1 der optische Weg.

ein Interferogramm. Sind beide Interferometerarme gleich aufgebaut, so ist die Fourier-Transformierte des Interferogramms gleich der spektralen Verteilung der Lichtquelle, gewichtet mit dem Transmissionskoeffizienten des Interferometers und der spektralen Empfindlichkeit des Detektors. Eine solche Anordnung nennt man auch Fourier-Spektrometer. Man erhält aber keine Phaseninformation - weder von der Lichtquelle noch von den optischen Komponenten im Interferometer und auch nicht vom Detektor. Die Phase ist nach Fourier-Transformation für alle Frequenzen gleich 0. Ändert man nun einen Arm, z. B. indem man einen Spiegel durch einen dispersiven Spiegel austauscht oder ein anderes optisches Element in den Strahlengang hineinstellt, so wird man die unterschiedliche Phasenentwicklung in den beiden Interferometerarmen nach der Fouriertransformation sehen können.

Bei einem Weißlichtinterferometer mit unterschiedlichen Armen ergibt sich für die Leistung an einem Interferometerausgang, die am Detektor beobachtet wird:

$$\begin{aligned}
 P(\tau) &\propto \int_{-\infty}^{\infty} |E_m(t) + E_r(t - \tau)|^2 dt \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} [E_m(t) E_m^*(t) + E_r^*(t - \tau) E_r(t - \tau) + E_m(t) E_r^*(t - \tau) + E_m^*(t) E_r(t - \tau)] dt \\
 &= P_m + P_r + \int_{-\infty}^{\infty} [E_m(t) E_r^*(t - \tau) + E_m^*(t) E_r(t - \tau)] dt
 \end{aligned}$$

Der Wechselanteil (Index AC) ist somit

$$P_{AC}(\tau) \propto \int_{-\infty}^{\infty} [E_m(t) E_r^*(t - \tau) + E_m^*(t) E_r(t - \tau)] dt \quad (2.19)$$

Der Index m steht für den Interferometerarm mit der zu messenden Komponente; der Index r für den Referenzarm. Aufgrund der Energieerhaltung ist es notwendig, daß die Leistung im anderen Interferometerausgang zur Leistung in Gl. (2.19) antikorreliert ist. Die räumliche Kohärenz wird dabei, auch nach der Strahlausbreitung, als maximal angesetzt. Die Verzögerung τ ergibt sich aus den Meßwerten (Position des Verschiebeschlittens x) zu

$$\tau = n_L \frac{2x}{c_0} \quad (2.20)$$

Dabei ist als n_L die Brechzahl von Luft einzusetzen. Wird ein Retroreflektor bzw. ein Spiegel um eine Strecke verschoben, so ändert sich der optische Weg um die doppelte Strecke. Daher resultiert der Faktor 2 in Gleichung (2.20).

Nebenrechnung:

$$\begin{aligned}
 \int_{-\infty}^{\infty} E_m(t) E_r^*(t - \tau) dt &= \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_m(\omega) e^{i\omega t} d\omega \right) \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_r^*(\omega') e^{-i\omega'(t-\tau)} d\omega' \right) dt \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_m(\omega) \tilde{E}_r^*(\omega') e^{i(\omega - \omega')t} e^{i\omega'\tau} d\omega d\omega' dt \\
 &\stackrel{(A.39)}{=} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_m(\omega) \tilde{E}_r^*(\omega') \delta(\omega - \omega') e^{i\omega'\tau} d\omega d\omega' = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_m(\omega) \tilde{E}_r^*(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega \\
 &= \mathcal{F}_{\omega\tau}^{-1} \left\{ \tilde{E}_m(\omega) \tilde{E}_r^*(\omega) \right\}
 \end{aligned}$$

Weiterhin ist:

$$\int_{-\infty}^{\infty} E_m^*(t) E_r(t - \tau) dt = \left(\int_{-\infty}^{\infty} E_m(t) E_r^*(t - \tau) dt \right)^* = \left(\mathcal{F}_{\omega\tau}^{-1} \left\{ \tilde{E}_m(\omega) \tilde{E}_r^*(\omega) \right\} \right)^*$$

Damit ist

$$P_{AC}(\tau) \propto \mathcal{F}_{\omega\tau}^{-1} \left\{ \tilde{E}_m(\omega) \tilde{E}_r^*(\omega) \right\} + \left(\mathcal{F}_{\omega\tau}^{-1} \left\{ \tilde{E}_m(\omega) \tilde{E}_r^*(\omega) \right\} \right)^* = 2 \operatorname{Re} \left\{ \mathcal{F}_{\omega\tau}^{-1} \left\{ \tilde{E}_m(\omega) \tilde{E}_r^*(\omega) \right\} \right\} \quad (2.21)$$

Ein Interferogramm ist immer reell, und damit gilt:

$$\tilde{P}_{AC}(\omega) = \mathcal{F}_{\tau\omega} \{ P_{AC}(\tau) \} \propto \tilde{E}_m(\omega) \tilde{E}_r^*(\omega) = |\tilde{E}_m(\omega)| |\tilde{E}_r(\omega)| e^{i\Delta\phi_{mr}(\omega)} \quad (2.22)$$

Für $\tilde{E}_m = \tilde{E}_r$ ist dies das Wiener-Khinchine-Theorem: Die Fourier-Transformierte der Autokorrelation ist gleich dem Betragsquadrat des Spektrums. D. h. für gleiche Interferometerarme erhält man keine Phaseninformation. Sind die Arme unterschiedlich, so enthält die Fourier-Transformierte der Kreuzkorrelation den Phasenunterschied $\Delta\phi_{mr}$ zwischen dem Arm mit der Probe und dem Referenzarm. Man erhält

$$\boxed{\Delta\phi_{mr}(\omega) = \arg(\mathcal{F}_{\tau\omega} \{ P(\tau) \})} \quad (2.23)$$

und nach den Gleichungen (2.6) ff. die gewünschte Dispersion. Man beachte, daß die Probe im Michelson-Aufbau zweimal durchlaufen wird, d. h. man erhält die Dispersion der doppelten Probendicke.

Um maximalen Interferenzkontrast zu erhalten, sollte man einen 50/50-Strahlteiler verwenden. Dieser wird von beiden Strahlen zweimal durchlaufen. Einmal beim Trennen der beiden Strahlen und einmal beim Zusammenführen. Verwendet man in einem Interferometerarm im interessierenden Wellenlängenbereich ein stark absorbierendes, optisches Element oder eine Glasfaser, bei der man durch Ein- und Auskoppelung ebenfalls deutliche Verluste hat, so ist ein asymmetrisches Teilungsverhältnis vorteilhaft.

Interferometrische Kalibrierung: Um die Verzögerung τ eines Interferogramms $P(\tau)$ genau bestimmen zu können, verwendet man am besten ein weiteres Interferometer. Für ein solches Interferometer bietet es sich an, eine Lichtquelle mit hoher Kohärenzlänge zu verwenden. Ein Gaslaser besitzt extrem scharfe und feste Emissionsfrequenzen, und ist somit für diesen Zweck hervorragend geeignet. Eine preiswerte Variante ist der He-Ne-Laser mit einer Emission bei $\lambda_0 = (632,99076 \pm 0,00002)$ nm im Vakuum [39]. Für trockene Luft gilt $\lambda_{Luft} = 632,815$ nm [39]. Ist die Luft im Meßaufbau feucht oder hat sie nicht den Normaldruck, so benötigt man zur Umrechnung zwischen beiden Wellenlängen die in Abschnitt 2.3.8 angegebene Brechzahl. Steht aber ein Laser mit kürzerer Emissionswellenlänge zur Verfügung, so ist dieser, aufgrund der besseren Auflösung, die man mit ihm erzielen kann, vorzuziehen. Um weitere Störeinflüsse zu vermeiden, nimmt man zur Positionsbestimmung am geschicktesten nur die Stellen τ_i des Kalibrier-Interferogramms $K(\tau_i)$ auf, an denen dieses den Mittelwert \bar{K} erreicht, d. h. die Nullstellen des Wechselanteiles. Diese Nullstellen sind unabhängig von der Nichtlinearität des Detektors. Statt der Formel (2.20) verwendet man nun die Nullstellen

$$\tau_m = \left(\frac{1}{4} + \frac{m}{2} \right) \frac{\lambda_0}{c_0}, \quad (2.24)$$

wobei m eine ganze Zahl ist. Bei dieser Art der Kalibrierung spielt die Brechzahl der Luft keine Rolle, da sie sich weghebt. Auch der Faktor 2 entfällt, da die optische Weglängenänderung direkt gemessen wird. c_0 ist die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum und damit exakt gleich 299792458 m/s. Wenn die Kalibrierwellenlänge kürzer als die kleinste Wellenlänge ist, für die man sich interessiert, ist dem

Abtasttheorem Genüge getan, wenn man Meßwerte nur an den Nullstellen aufnimmt. Eine Abtastung mit geringerer Schrittweite liefert keine zusätzlichen Informationen.

Struktogramm zur Kalibrierung:

- Mittelwert \bar{K} von der Kalibrierspur K'_j abziehen: K_j
- Nullstelle suchen (Vorzeichenwechsel: $K_j K_{j+1} < 0$).
- Lineare Regression zwischen zwei Meßpunkten mit Vorzeichenwechsel.
Ansatz: $K_j = a_k j + b_k$
mit $a_k = K_{j+1} - K_j$ und $b_k = \frac{1}{2}((K_j + K_{j+1}) + (2j + 1)(K_j - K_{j+1}))$
- Nullstelle j_0 der linearen Regression berechnen.
 $j_0 = -\frac{b_k}{a_k}$
- Kreuzkorrelation P_m an dieser Position berechnen:
Ansatz: $P_j = a_p j + b_p$
mit $a_p = P_{j+1} - P_j$ und $b_p = \frac{1}{2}((P_j + P_{j+1}) + (2j + 1)(P_j - P_{j+1}))$
An der Nullstelle j_0 ergibt sich somit die Leistung $P_m = a_p j_0 + b_p$
- Die so ermittelten P_m kann man nun Fourier-transformieren.

Fourier-Transformation: Kennt man die Verzögerung, an der maximale Interferenz auftritt, nur auf t_0 genau, so erhält man im Spektrum einen zusätzlichen Phasenverlauf von ωt_0 (s. Abschnitt A.2).

$$\text{Verschiebungssatz:} \quad \mathcal{F}_{t\omega} \{f(t - t_0)\} = \mathcal{F}_{t\omega} \{f(t)\} e^{i\omega t_0} \quad (2.25)$$

Dies ist jedoch für die Bestimmung der Dispersionen zweiter und höherer Ordnung uninteressant, da ein linearer Phasenverlauf beim zweifachen oder mehrfachen Ableiten wegfällt. D. h. ab der Dispersion zweiter Ordnung spielt der Nullpunkt der Verschiebung keine Rolle mehr.

Vor der Fourier-Transformation ist darauf zu achten, daß der Ort der maximalen Interferenz sich, entgegen der Intuition, nicht in der Mitte der Daten befinden darf. Bei den präparierten Daten sollte sich dieser Ort genau auf dem linken und rechten Rand befinden, sodaß $t_0 = 0$ gilt. Dies führt zum geringsten Phasenverlauf, was für die Phasenrekonstruktion wichtig ist.

Die Größe des Zeitfensters T_{\max} der Fourier-Transformation ist immer optimal, wenn man das Interferogramm symmetrisch zum Ort der maximalen Interferenz bis zum Eintreten des Untergrundrauschens aufnimmt. Die spektrale Auflösung

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{c} \frac{1}{T_{\max}} = \frac{\lambda^2}{x_{\max}} \quad (2.26)$$

bei gegebener Wellenlänge λ wird zwar mit wachsendem T_{\max} besser, aber für schnell nach beiden Seiten abklingende Interferogramme, die scheinbar nur eine geringe spektrale Auflösung erlauben, ist der spektrale Phasenverlauf auch entsprechend unstrukturiert. Es entsteht kein Informationsverlust durch die Wahl eines kleinen Zeitfensters. Ganz im Gegenteil, wird das Zeitfenster größer gewählt, so enthalten die zusätzlichen Daten nur Rauschanteile, die ein zu strukturiertes Spektrum suggerieren.

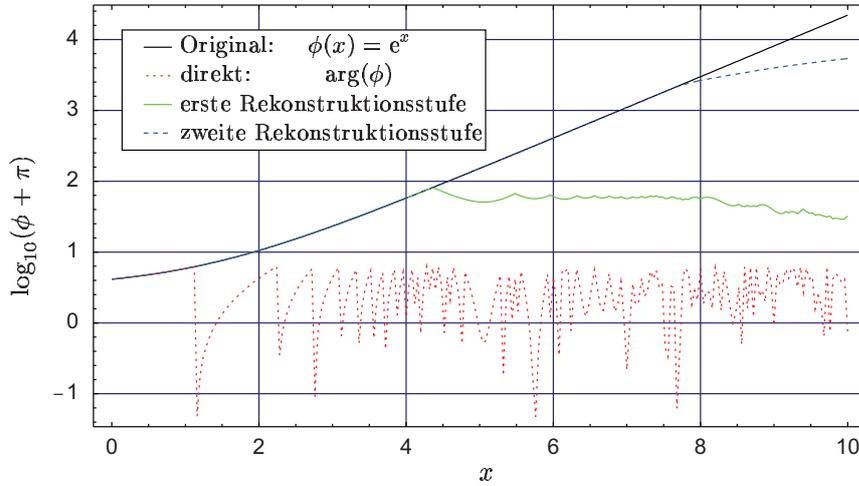


Abbildung 2.6: Phasenrekonstruktion mit der vorgestellten Methode. Dargestellt ist die ursprüngliche Funktion, die direkt bestimmte Phase und die Phase nach der ersten und nach der zweiten Rekonstruktionsstufe.

Phasenrekonstruktion: Die Phasenänderung, die zur Dispersionsbestimmung benötigt wird, wird mit Gleichung (2.23) bestimmt. Dabei muß man die Phase einer komplexen Zahl bestimmen. Dies ist nicht immer eindeutig und liefert immer nur Werte zwischen $-\pi$ und π . Um die eigentliche, differenzierbare Phase zu bestimmen, benötigt man eine Phasenrekonstruktion. Die hier verwendete Phasenrekonstruktion besteht aus zwei Stufen.

In einer ersten Rekonstruktionsstufe nimmt man an, daß sich die Phase nur wenig von einer Frequenz bis zur nächsten Frequenz, bei der man messen kann, verändert. Die Phase soll also stetig sein, d. h. keine Sprünge aufweisen. Betrachten wir nun eine Menge von komplexen Zahlen z_m mit $m \in \{1, 2, \dots, N\}$. Die Phase ϕ_1 des ersten Elementes sei zunächst beliebig gewählt. Dann erhält man die Phasen der folgenden Elemente mit

$$\phi_{m+1} = \phi_m + \arg(z_{m+1} e^{-\phi_m}) \quad m \in \{2, 3, \dots, N\} \quad (\text{Rekursions-Gleichung}) \quad (2.27)$$

Zum Schluß muß man alle Phasen um einen festen Wert verschieben, um eine anschauliche Phase zu erhalten. Die Größe dieses Wertes ist entweder beliebig, oder aus einem anderen Zusammenhang bekannt. Ist der wahre Anstieg der Phase während eines minimalen Frequenzintervalls größer bzw. kleiner als $\pm\pi$, so wird diese Phasenrekonstruktionsmethode nicht die wahre Phase reproduzieren können.

Man kann sich aber behelfen, in dem man weiterhin annimmt, daß die Steigung der Phase ebenfalls stetig ist. Dies wird bei der zweiten Rekonstruktionsstufe ausgenutzt. Um diese anwenden zu können, muß die erste Rekonstruktionsstufe durchgeführt sein. Man bildet nun die Differenz der Steigungen links und rechts:

$$\Delta = (\phi_{m+1} - \phi_m) - (\phi_m - \phi_{m-1}) = \phi_{m+1} - 2\phi_m + \phi_{m-1} \quad (2.28)$$

Man sucht nun das Minimum von

$$|\Delta + k 2\pi| \quad \text{mit} \quad k \in \mathbb{N} \quad (2.29)$$

Schließlich muß man alle Phasen ϕ_j mit $j \geq m$ um $k 2\pi$, also mit $\phi_j(\text{korr.}) = \phi_j(\text{unkorr.}) + k 2\pi$ korrigieren.

Als Testbeispiel ist das Zurückrechnen einer exponentiell anwachsenden Phase mit der vorgestellten Phasenrekonstruktionsmethode in Abb. 2.6 dargestellt.

Auch die Phasenrekonstruktion zweiter Stufe gelangt irgendwann an ihre Grenzen. Durch weitere Annahmen der Stetigkeit der j -Ableitungen der Phase kann man im Prinzip noch bessere Rekonstruktionen der Phase erreichen. Die ursprüngliche Phase kann man leichter rekonstruieren, wenn man den Abstand zweier benachbarter Wellenlängen, an denen die Phase bekannt ist, reduziert. Dies

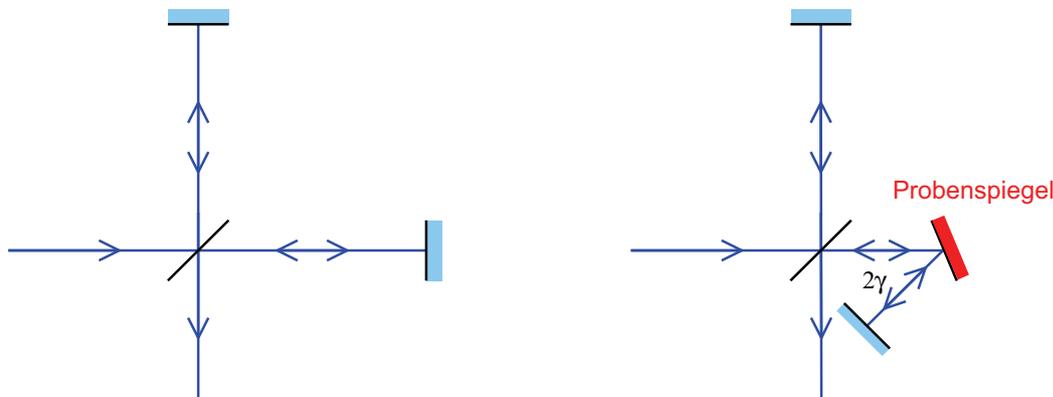


Abbildung 2.7: Anordnung des Probenarms in einem Michelson-Interferometer zur Dispersionsbestimmung bei einer Leermessung (links) bzw. mit einem zu vermessenden Spiegel (rechts).

ist der Rekonstruktion j -ter Ordnung vorzuziehen, denn bei einer Messung handelt man sich immer irgendwelches Rauschen (oder andere zufällige Fehler) ein. Dieses kann den Annahmen der Phasenrekonstruktion widersprechen. Schwierig wird eine Phasenrekonstruktion aber auch in Wellenlängenbereichen, in denen die spektrale Amplitude gegen Null geht. Hier machen sich Phasenschwankungen besonders stark bemerkbar.

Messung: Es empfiehlt sich, die Messung öfter durchzuführen und den erhaltenen spektralen Phasenverlauf zu mitteln. Man erhält dadurch Informationen, wie reproduzierbar die Phase bestimmt werden kann. Die Werte der Phase haben eine um so höhere Schwankung, je geringer die spektrale Leistungsdichte ist. D. h. man wird nur mit den Mittelwerten weiterarbeiten, bei denen der Phasenverlauf hinreichend glatt ist und keine starken Schwankungen aufweist. Nun kann man diesen Phasenverlauf direkt ableiten. Jedoch werden kleine Fluktuationen des Phasenverlaufs sich in den Ableitungen höherer Ordnung, an denen man letztendlich interessiert ist, verstärken.

Deswegen ist es ratsam, zunächst den erhaltenen Phasenverlauf durch ein Polynom auszugleichen. Leider ist dieses Verfahren nicht auf optische Elemente anwendbar, die eine stark strukturierte Dispersion besitzen, wie es z. B. bei dispersiven Spiegeln der Fall ist. Die Ordnung des zu verwendenden Polynoms sollte nicht kleiner als 4 und nicht wesentlich größer als 6 sein. Ist die Polynomordnung zu klein, so kann man den Verlauf der Phase nicht hinreichend gut repräsentieren. Was aber noch schlimmer ist: Man erhält keine Informationen über die Dispersion höherer Ordnung. Eine zu große Polynomordnung führt zu unphysikalischen Oszillationen der Phase, wohingegen der Gesamtfehler der Regression sich nur unbedeutend verringert.

Selbst wenn man versucht, beide Arme völlig symmetrisch aufzubauen und auch, wenn man sich bei der Justage viel Mühe gibt, werden die beiden Arme technisch bedingt einen messbaren Unterschied aufweisen. Man sollte also eine zusätzliche Leermessung durchführen und deren Phasenverlauf von der gemessenen abziehen. Die Leermessung unterscheidet sich von der Probenmessung nicht nur durch die unterschiedliche Probendispersion, sondern auch durch die Dispersion der fehlenden Luft, die durch die Probe verdrängt wird. Dieser Fehler sollte in der Regel sehr klein sein. Wenn man allerdings dispersive Spiegel vermessen möchte, dann erhält man einen signifikanten systematischen Fehler, wenn man einfach den Goldspiegel durch den zu messenden Spiegel ersetzt. Daher wählt man die in Abb. 2.7 dargestellten Anordnungen.

Man erhält nicht die Dispersion des Spiegels für senkrechten Einfall. Der Spiegel wird um den Winkel γ verkippt, um den er im Idealfall später im Ziel-Experiment ebenfalls verdreht wird. Ist dieser Winkel

jedoch 0° , so muß man auf diesen Winkel zurückrechnen. Die Dispersionswerte bleiben bei einer solchen Transformation erhalten. Lediglich die Wellenlängen, bei der die Werte auftreten, sind verändert. Es gilt in Anlehnung an Abschnitt 2.1.3 näherungsweise für kleine Winkel

$$\lambda(0^\circ) = \frac{\lambda(\gamma)}{\cos(\gamma)} \quad . \quad (2.30)$$

2.2.2 Dispersionsmessung von Laser-Resonatoren

Bei Resonatoren läßt sich die Gruppenlaufzeit ϕ_1 leicht mit hoher Genauigkeit ermitteln. Ihr Inverses

$$\nu_{\text{FSR}} = \frac{1}{\phi_1} \quad (2.31)$$

kann man mit einem Frequenzanalysator bzw. mit einem Frequenzzähler bestimmen. Um die Wellenlängenabhängigkeit von ϕ_1 zu bestimmen, muß man die Wellenlänge des Resonators verändern. Dies kann in einem Resonator mit einer Doppelprismenanordnung leicht mit einer Rasierklinge erfolgen. Für Resonatoren, die keine Doppelprismen besitzen, kann das Einstellen der Wellenlänge mit einem Lyot-Filter erfolgen [89].

Gemessen wird $\nu_{\text{FSR}}(\lambda)$ und daraus ϕ_2 berechnet:

$$\phi_2 = \frac{\partial \phi_1}{\partial \omega} = - \frac{\lambda}{2 \pi c} \frac{\partial \frac{1}{\nu_{\text{FSR}}}}{\partial \lambda} \quad (2.32)$$

Diese Methode der Dispersionsbestimmung hat den Vorteil, daß man genau die Dispersion bestimmt, an der man beim Betrieb eines modengekoppelten Lasers interessiert ist, denn in der Regel wird sich die Brechzahl einzelner Komponenten während des Laserbetriebes ändern. Das Vermessen der einzelnen Komponenten und die Bilanzierung der verschiedenen Dispersionswerte kann aufgrund der nicht berücksichtigten Resonatorgeometrie mit merklichen systematischen Fehlern behaftet sein.

Allerdings hat auch dieses Verfahren zur Dispersionsbestimmung systematische Fehler. Wird ein Lyot-Filter zur Wellenlängenabstimmung verwendet, so geht die Dispersion des Lyot-Filters als systematischer Fehler ein. Wird der Laser mit einem Prisma und einer Rasierklinge abgestimmt, so kann sich die Resonatormode leicht geometrisch verschieben. Dies ändert die Umlaufdauer des Resonators. Um systematische Fehler aufgrund von nichtlinearen Effekten zu vermeiden, sollte man den Laser nicht modengekoppelt betreiben, um so die Spitzenleistung im Laser deutlich zu verringern [37].

Genauigkeit: Die Linienbreite der Wiederholfrequenz $\Delta\nu$ und die Abstimmbarkeit in der Wellenlänge $\Delta\lambda$ bestimmt die Genauigkeit der Messung. Wir wollen nun die Genauigkeit bestimmen, die man mit einer solchen Messung erreichen kann. Betrachten wir dazu zunächst folgende Ableitungen:

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial \nu_{\text{FSR}}} = - \frac{1}{\nu_{\text{FSR}}^2} \quad \text{und} \quad \frac{\partial \omega}{\partial \lambda} = - \frac{2 \pi c}{\lambda^2} \quad (2.33)$$

Damit ergibt sich die minimale Änderung der Wiederholfrequenz, die man beim Verändern der Wellenlänge beobachten muß:

$$\left. \frac{\partial \nu_{\text{FSR}}}{\partial \lambda} \right|_{\min} = \frac{2 \pi c \nu_{\text{FSR}}^2}{\lambda^2} \left. \frac{\partial \phi_1}{\partial \omega} \right|_{\min} = \frac{2 \pi c \nu_{\text{FSR}}^2}{\lambda^2} \phi_2 \Big|_{\min} \quad (2.34)$$

Die minimale GDD, die sich mit diesem Meßverfahren bestimmen läßt ist somit:

$$\phi_2^{\min} = \frac{\lambda^2 \Delta \nu_{\text{FSR}}}{2 \pi c \Delta \lambda} \quad (2.35)$$

Mit der Auflösung des Frequenzanalysators $\Delta \nu_{\text{FSR}}$ und der spektralen Auflösung $\Delta \lambda$.

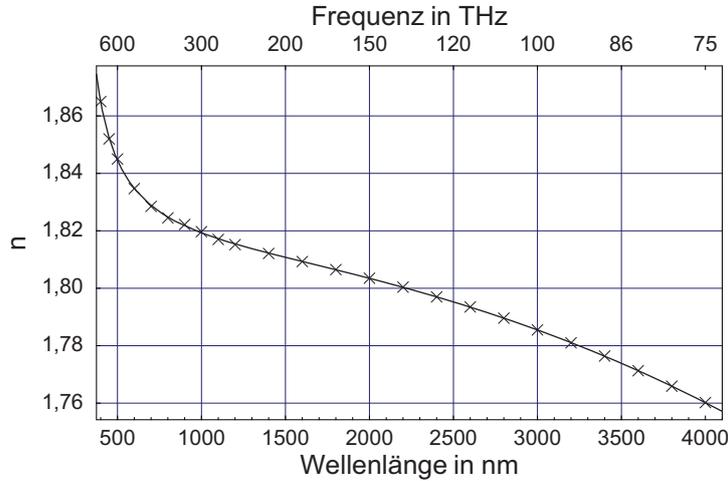


Abbildung 2.8: In [11] gemessene Brechzahl von YAG und der zugehörige Ausgleich nach Schott aus Gl. (2.36).

2.3 Dispersionsbestimmung einiger optischer Komponenten

Zur Optimierung eines modengekoppelten Lasers muß man dessen Dispersion sehr genau kennen. In dieser Arbeit wurde versucht, einen Cr^{4+} :YAG-Laser diesbezüglich zu optimieren (s. Kapitel 5). Dazu wurde die Dispersion aller beteiligten Komponenten gemessen.

Die Dispersion von YAG ist ein gutes Maß für die Größenordnung der Dispersion von Cr^{4+} :YAG. Diese wird in Abschnitt 2.3.1 aus Literaturwerten bestimmt. Um eine bessere Genauigkeit zu erzielen wurde diese, wie in Abschnitt 2.3.2 gezeigt wird, vermessen.

Schließlich wurden dazu passende dispersive Spiegel hergestellt. Mit ihnen läßt sich die Dispersion sehr gut in gewünschter Weise einstellen. Um die Dispersion der Spiegel zu verifizieren, wurde diese ebenfalls gemessen (Abschnitt 2.3.4). Da man im laufenden Betrieb die Dispersion des Lasers verändern möchte, wird hier eine Prismenstrecke verwendet. Deren Dispersion wird in Abschnitt 2.3.5 bestimmt. Schließlich wurde die Dispersion des gesamten Lasers bestimmt, um sich davon zu überzeugen, daß alle Komponenten im laufenden Betrieb die gewünschte Dispersion liefern (Abschnitt 2.3.6).

Auch für die Erzeugung von optischen Solitonen in einer Glasfaser muß man die Dispersion einer Glasfaser kennen. Leider sind Angaben der Dispersion von Glasfaserproduzenten manchmal nur sehr vage. Außerdem kann sich die Dispersion herstellungsbedingt innerhalb einer Glasfaser auf größeren Skalen erheblich verändern. Deswegen wurde die Dispersion einiger Glasfasern gemessen (s. Abschnitt 2.3.7). Damit ist es möglich, Experimente mit sog. *dispersion management* (s. Kapitel 4) zu realisieren, oder auch einen Erbium-Faserlaser zu optimieren.

2.3.1 Dispersionsbestimmung von Cr^{4+} :YAG aus Literaturangaben

Eine Brechzahlbestimmung nach dem Snellius'schen Gesetz wurde in [11] unter anderem für undotiertes YAG (Yttrium-Aluminium-Granat) durchgeführt. Mit einer Ausgleichsrechnung nach Schott mit 6 Parametern erhält man den in Abb. 2.8 dargestellten Verlauf der Brechzahl:

$$n(\lambda) = 1,8141558 - 1,6764456 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-4} \lambda^4 - 3,1398224 \cdot 10^9 \text{ m}^{-2} \lambda^2 + 8,6866563 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2 \lambda^{-2} - 4,9474225 \cdot 10^{-28} \text{ m}^4 \lambda^{-4} + 6,6792424 \cdot 10^{-41} \text{ m}^6 \lambda^{-6} \quad (2.36)$$

Hieraus kann man die in Abb. 2.9 gezeigte GDD für einen 20 mm langen Kristall, der zweimal durchlaufen wird, berechnen. Befinden sich die Endflächen im Brewster-Winkel, so muß man die Dispersion aufgrund der veränderten Geometrie berücksichtigen (s. Gl. (A.10)). Die so veränderte GDD ist zum

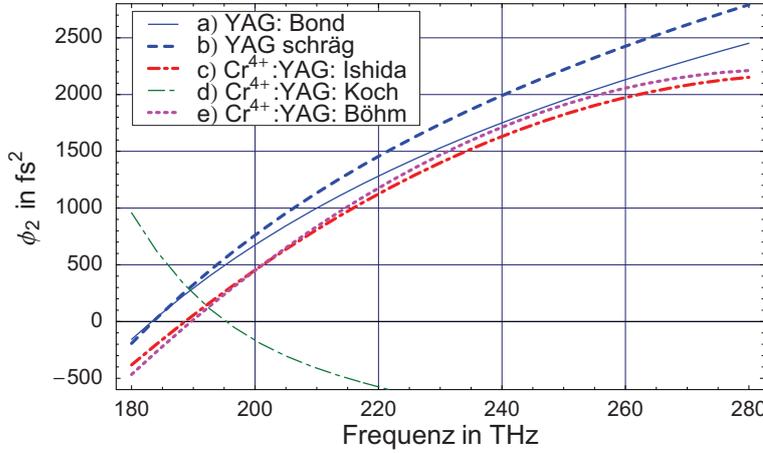


Abbildung 2.9: GDD von a) 2 mal 20 mm YAG berechnet aus dem Ausgleich (2.36), b) mit der Korrektur für schrägen Einfall im Brewster-Winkel nach Gl. (A.10), c) GDD von 2 mal 20 mm Cr⁴⁺:YAG im Brewster-Winkel nach [73], d) GDD umgerechnet auf 2 mal 20 mm Cr⁴⁺:YAG nach [91] und e) GDD von 2 mal 20 mm Cr⁴⁺:YAG im Brewster-Winkel (diese Arbeit).

Vergleich ebenfalls in Abb. 2.9 dargestellt. Eine solche Messung liefert eine annehmbare Näherung an die Dispersion von Cr⁴⁺:YAG.

Einen genaueren Wert für die Dispersion von Cr⁴⁺:YAG erhält man durch eine direkte Messung dieses Materials. In [73] wurde die Dispersion eines 20 mm langen im Brewster-Winkel geschnittenen Cr⁴⁺:YAG-Stabes im doppelten Durchgang vermessen. Hierzu wurde ein Weißlichtinterferometer benutzt. Ein Ausgleich der Meßwerte wird hierin angegeben zu:

$$\phi_2(\nu) = -1,5296 \cdot 10^{-26} \text{ s}^{-2} + 1,1983 \cdot 10^{-40} \text{ s}^{-1} \nu - 2,0541 \cdot 10^{-55} \nu^2 \quad (2.37)$$

Dieser Ausgleich ist ebenfalls in Abb. 2.9 dargestellt. Ebenfalls dargestellt ist ein Ausgleich aus [91]. Diese Messung liefert nach gängiger Meinung eine gänzlich falsche Dispersion. Bereits das Vorzeichen der GDD liefert einen Widerspruch zu zahlreichen Veröffentlichungen, da ein Cr⁴⁺:YAG-Laser hier bereits ohne Dispersionskorrektur Solitonen erzeugen könnte, was nie beobachtet wurde. Daher wurde das Vorzeichen, da offenbar irrig, in Abb. 2.9 gewechselt.

2.3.2 Dispersionsmessung eines Cr⁴⁺:YAG-Stabes

Wie in Abschnitt 2.3.1 beschrieben, ist die Bestimmung der Dispersion eines Cr⁴⁺:YAG-Kristalls aus Literaturangaben nicht besonders genau. Deswegen wurde die Dispersion des verwendeten Kristalls mit einem erweiterten Fourier-Interferometer (siehe Abb. 2.4) gemessen. Die Endflächen des Cr⁴⁺:YAG-Stabes sind im Brewster-Winkel geschnitten. Beim Auftreffen eines Strahles unter diesem Winkel legt der Strahl eine Strecke von 20 mm im Kristall zurück. Da der Kristall bei der Messung zweimal durchlaufen wird, erhält man zunächst die GDD für eine Länge von 40 mm. Die Interferenzspuren für Cr⁴⁺:YAG und die Leermessung sind in Abb. 2.10 dargestellt. Aus Darstellungsgründen ist nur der interessante Teil der Messung abgebildet. Bei allen Messungen wurden jeweils 10000 Meßwerte aufgenommen. Die Messung wurde symmetrisch zum Ort der maximalen Interferenz durchgeführt. Die Kalibrierspur der Cr⁴⁺:YAG-Messung ist in Abb. 2.11 dargestellt. Pro Kalibrierwellenlänge wurden ca. 7 Meßwerte aufgenommen, sodaß man 2048 nutzbare Kalibrierstellen erhält. Die Meßwerte wurden mit 8-Bit Auflösung aufgenommen, die, wie man sieht, fast vollständig ausgenutzt wurden.

In Abb. 2.13 ist das Betragsquadrat der Fourier-Transformierten des Interferogramms dargestellt. Man erkennt die Bandkante des InGaAs-Detektors bei ca. 180 THz. Unterhalb der Bandkante erfolgt ein Leistungseinbruch um etwa 4 Größenordnungen innerhalb von 10 THz. Oberhalb wird das Spektrum dominiert durch den Verlauf eines schwarzen Strahlers. Über 230 THz macht sich die Absorption des Cr⁴⁺:YAG-Kristalls bemerkbar. Sie bildet die obere Schranke des gemessenen Spektrums. Bei

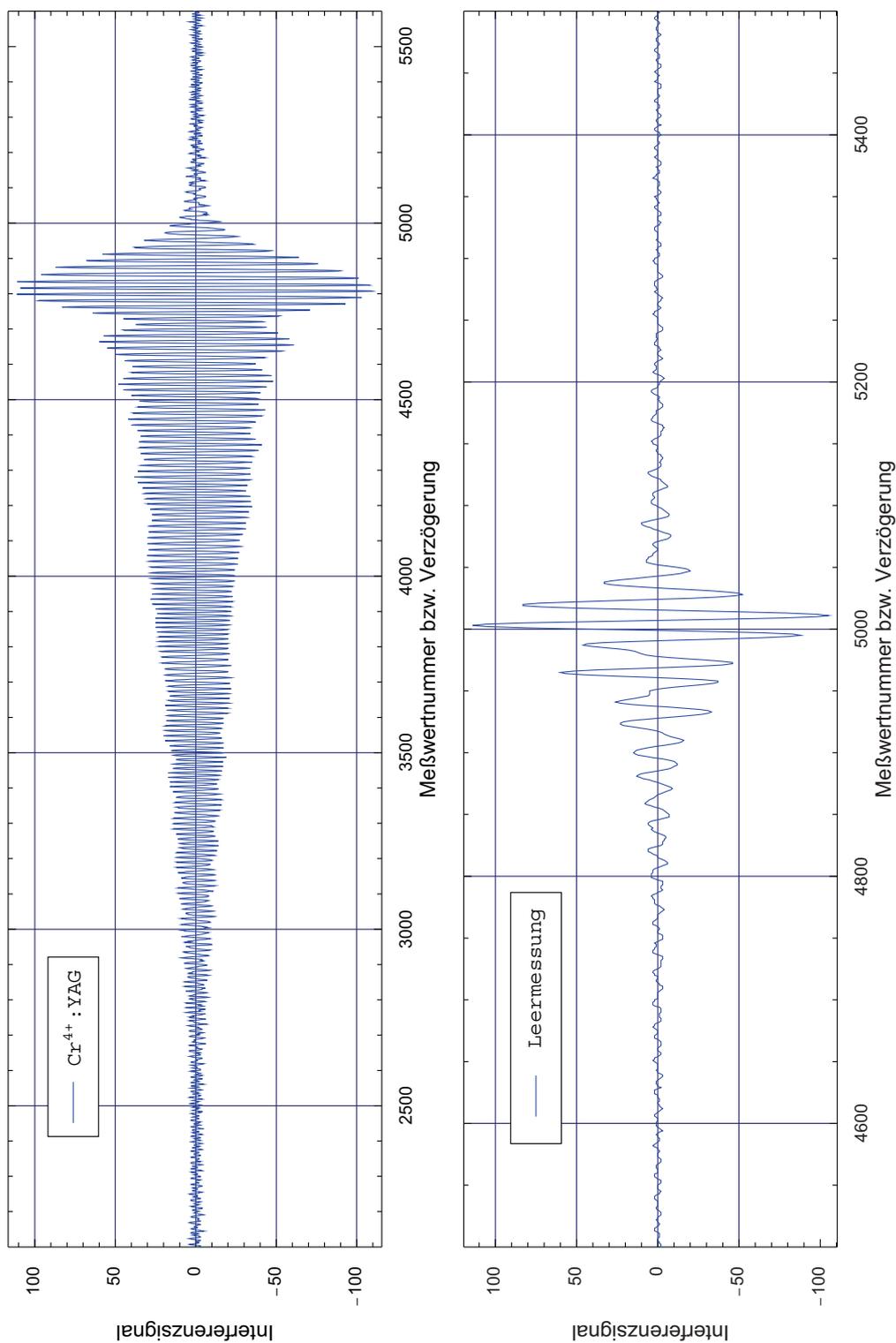


Abbildung 2.10: Meßwerte des Weißlichtarms eines erweiterten Fourier-Interferometers mit einer Cr⁴⁺:YAG-Probe und der zugehörigen Leermessung.

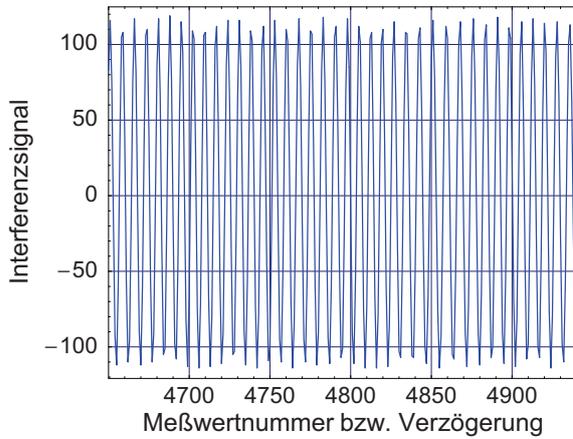


Abbildung 2.11: Ausschnitt der Meßwerte des Kalibrier-Interferometers, die zur Messung aus Abb. 2.10 gehören.

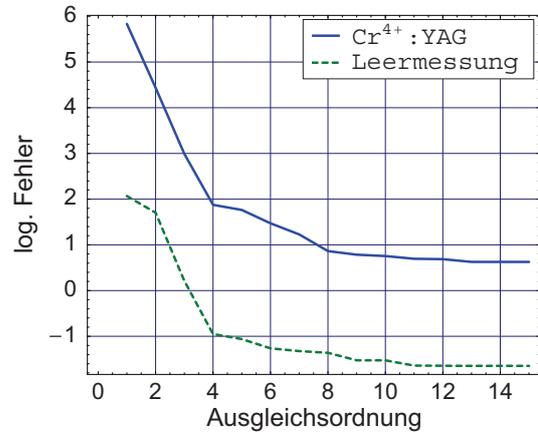


Abbildung 2.12: Mittlere quadratische Abweichungen des Ausgleichs von den Meßwerten zur Ermittlung der besten Polynomordnung.

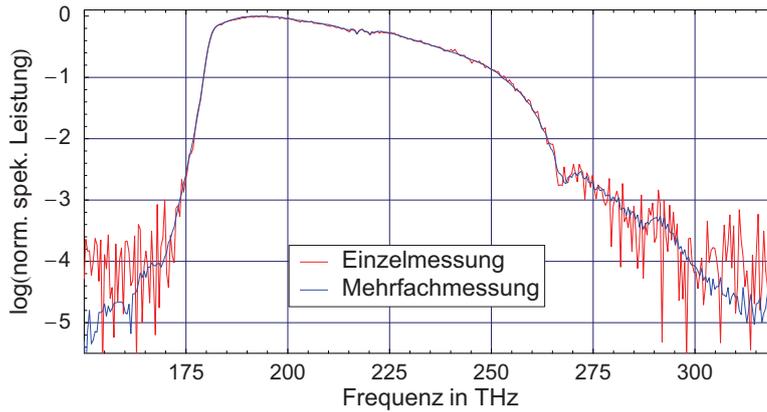


Abbildung 2.13: Betragsquadrat der Fourier-Transformierten des Interferogramms eines Cr^{4+} :YAG Stabes in logarithmischer Darstellung. Bei der Mehrfachmessung wurde über 2010 Messungen gemittelt.

etwas mehr als 270 THz steigt die Leistung wieder etwas an. Dies kann dadurch erklärt werden, daß die als Modenblende verwendete Vorfaser ab dieser Frequenz auch die nächsthöheren Moden führen kann. Dieser Effekt ist in Abb. 2.16 beim Spektrum der zugehörigen Leermessung des Interferometers besser zu beobachten, da hier keine Absorption vorhanden ist. Die Ausprägung des erneuten Anstiegs hängt empfindlich von der Einkopplung ab, und ist durch Justage nur schwer gezielt zu beeinflussen. Bei einer einmaligen Messung machen sich bereits kleine Störungen deutlich bemerkbar. Durch die Wiederholung der Messung kann man dem eigentlichen Wert wesentlich näher kommen. Die Mittelung erfolgte hier über 2010 Messungen.

$$\phi_2(\nu) = -1,7298 \cdot 10^{-26} \text{ s}^{-2} + 1,3640 \cdot 10^{-40} \text{ s}^{-1} \nu - 2,3830 \cdot 10^{-55} \nu^2 \quad (2.38)$$

Den zugehörigen Phasenverlauf kann man in Abb. 2.14 erkennen. Die Phase wurde stückweise um 2π verschoben, um einen glatten Verlauf zu erhalten (s. Abschnitt 2.2.1). Bei zu großen Phasendrehungen, d. h. mehr als $\pm\pi$ zwischen zwei benachbarten auflösbaren Frequenzen, ist dies nicht mehr sinnvoll. Wie man sieht, führen die Phasenschwankungen für Frequenzkomponenten mit geringer Leistung zu willkürlichen Werten, so daß der Mittelwert eine konstante Phase suggeriert. In Abb. 2.15

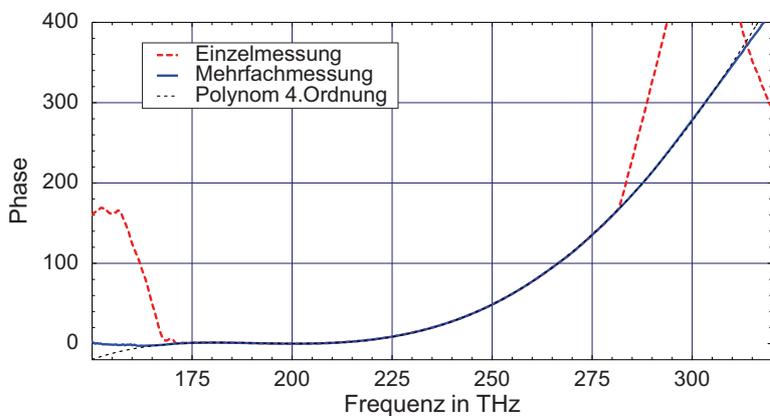


Abbildung 2.14: Phase der Fourier-Transformierten des Interferogramms eines Cr^{4+} :YAG Stabes. Bei der Mehrfachmessung wurde über 2010 Messungen gemittelt. Die gemittelte Phase (Einheit: rad) wurde durch ein Polynom 4. Ordnung ausgeglichen.

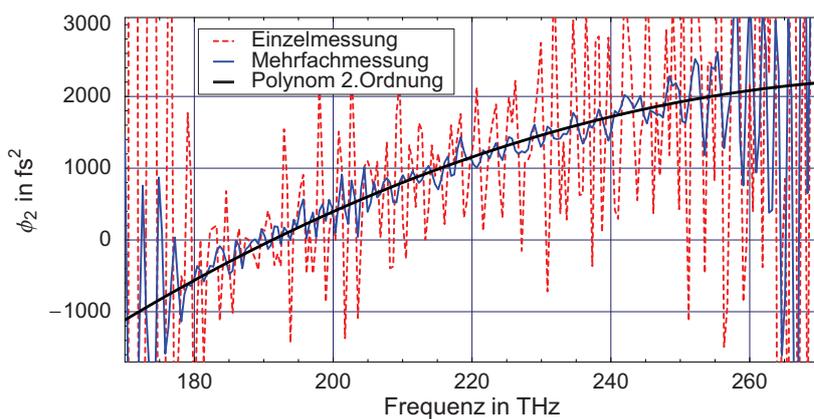


Abbildung 2.15: GDD eines Cr^{4+} :YAG Stabes bestimmt aus einer einzigen und aus einer 2010-fachen Messung.

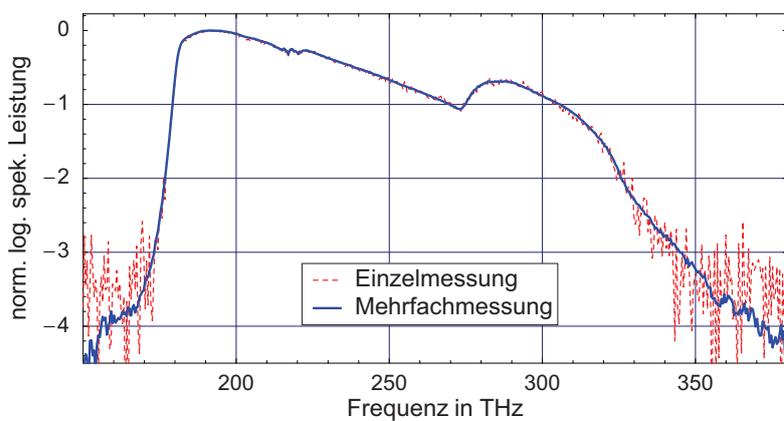


Abbildung 2.16: Gemittelt und ungemittelt Betragsquadrat der Fourier-Transformierten des Interferogramms des leeren Fourier-Interferometers.

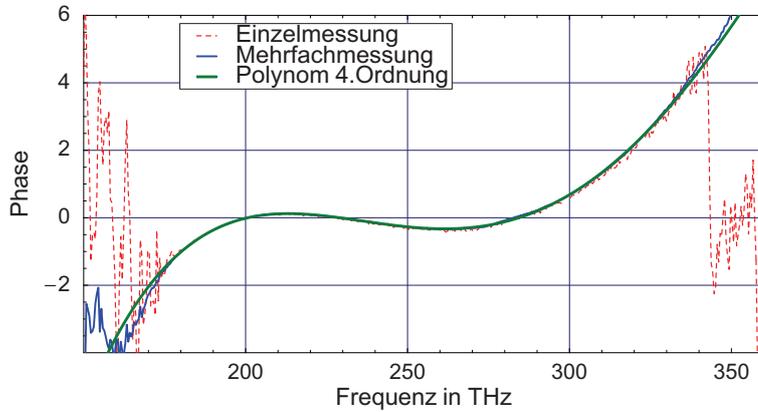


Abbildung 2.17: Gemittelte und ungemittelte Phase der Fourier-Transformierten des Interferogramms des leeren Fourier-Interferometers. Die gemittelte Phase wurde durch ein Polynom 4. Ordnung ausgeglichen.

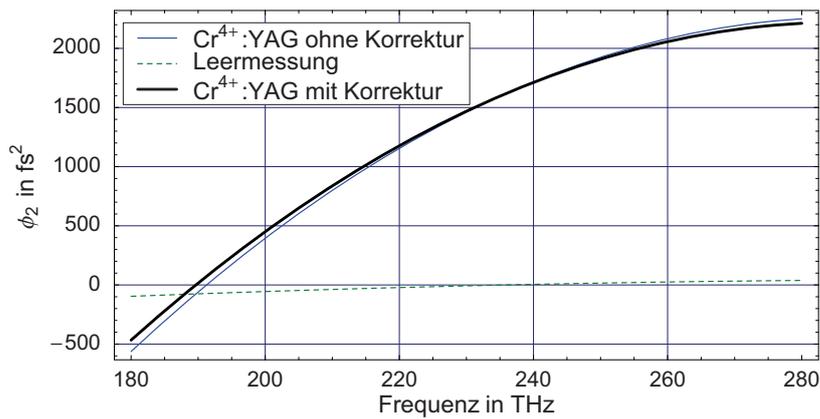


Abbildung 2.18: Dargestellt sind GVD der Cr^{4+} :YAG-Messung und der Leermessung. Die Differenz ist die GVD des Cr^{4+} :YAG-Stabes.

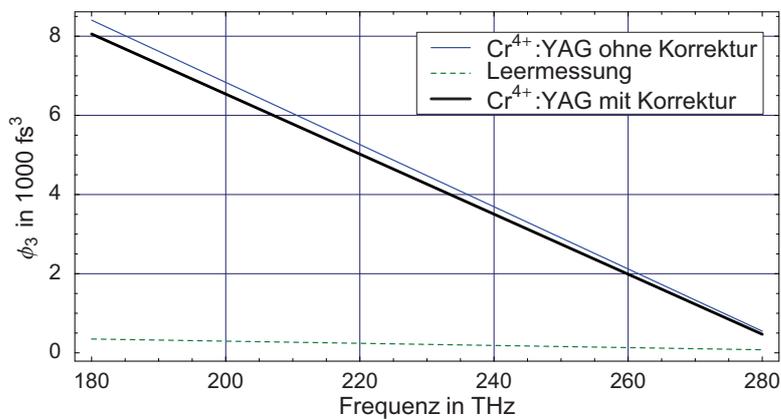


Abbildung 2.19: TOD der Cr^{4+} :YAG-Messung und der Leermessung. Die daraus gewonnene TOD, ist die des Cr^{4+} :YAG-Stabes.

ist die nach Gl. (2.6) bestimmte GVD zu sehen. Wegen der diskret auftretenden Meßwerte wurde allerdings ein Differenzenquotient anstatt der Ableitung verwendet. Da die TOD die Ableitung der GVD ist, ist es leicht einzusehen, daß man selbst bei starker Mittelung über die TOD keine sinnvolle Aussage treffen kann. Dies liegt vor allem daran, daß die Bildung von Differenzenquotienten hohe Frequenzen überbetont, denn das Ableiten einer Funktion ist gleichbedeutend mit dem Multiplizieren des zugehörigen Spektrums mit der Kreisfrequenz (vgl. A.2). Bessere Aussagen erhält man deswegen nur mit geschickten Datenauswerteverfahren.

Eine Möglichkeit besteht darin, den erhaltenen Phasenverlauf durch ein Polynom auszugleichen (s. Abb. 2.14). Die optimale Polynomordnung wurde anhand von Abb. 2.12 bestimmt. Mit Erhöhen der Polynomordnung der Ausgleichsfunktion wird der Fehler der Ausgleichsrechnung monoton geringer. Ab der 4. Ordnung verringert sich der Fehler allerdings nicht mehr wesentlich. Daher wird im weiteren ein Polynom 4. Ordnung verwendet. Die Phase wurde nur in dem spektralen Bereich mit einem Polynom ausgeglichen, in dem die Leistung deutlich größer als das Rauschniveau ist.

Bevor man aber durch mehrfaches Ableiten die gewünschte Dispersion erhält, sollte man den Phasenverlauf des leeren Interferometers abziehen. Bei einer solchen Leer-Messung (s. Abb. 2.10 Teil 2) stellt man fest, daß das Interferogramm nur für kleine Abweichungen ungleich Null ist. D. h. alle spektralen Komponenten legen fast den gleichen optischen Weg zurück, und die Orte der Interferenz sind alle nahezu an derselben Stelle. Man kann hieraus bereits erahnen, daß der spektrale Phasenverlauf gering ausfallen wird. Wie man nach der Auswertung in Abb. 2.17 sehen kann, wird dieses bestätigt. Man erhält den in Abb. 2.16 dargestellten Verlauf des Betragsquadrates des Spektrums. Die so bestimmte GDD und TOD mit der Korrektur der Leermessung ist in Abb. 2.18 bzw. 2.19 dargestellt. Für die GDD derhält man:

2.3.3 Dispersionsmessung des Auskoppelspiegels des Cr⁴⁺:YAG-Lasers

Die Dispersion eines 1,7% Auskoppel-Spiegels OC (engl. *output coupler*) eines Cr⁴⁺:YAG-Lasers wurde nach dem in Abb. 2.7 gezeigten Verfahren gemessen. Wie man in Abbildung 2.20 erkennt, ist der Spiegel im Wellenlängenbereich des Cr⁴⁺:YAG-Lasers hoch reflektierend. Man erkennt allerdings auch einige charakteristische Einbrüche der Reflektivität. Dies ist z. B. bei ca. 230 THz (1303 nm) der Fall. Verglichen mit der am LZH (C.2.2) gemessenen Reflektivität des Spiegels bei senkrechtem Einfall ([36], Abb. 5.7), ist dieser Einbruch um ca. 35 nm zum Kurzwelligen hin verschoben. Die Größenordnung und Richtung der Verschiebung läßt sich gut mit Formel 2.30 erklären, da der OC-Spiegel wie in Abb. 2.7 zu sehen ist, bei schrägem Einfall gemessen wurde.

In Abb. 2.21 ist die spektrale Phase des Interferogramms dargestellt. Für eine Einfachmessung ist sie sehr verrauscht. Zur Verbesserung wurde eine 67-fache Mehrfachmessung durchgeführt. Um das Rauschen weiter zu beseitigen, wurde die Phase durch ein Polynom 5-ter Ordnung ausgeglichen. Dabei wurde die Polynomordnung, wie in Abschnitt 2.3.2 beschrieben, bestimmt.

Aus diesem Ausgleich ergibt sich die in Abb. 2.22 dargestellte GDD für den Auskoppelspiegel bei doppelter Reflexion. Da der Auskoppelspiegel in einem Laser pro Umlauf nur einmal reflektieren muß, halbiert sich dessen Beitrag zur Gesamt GDD des Resonators. Wie man erkennt, ist die GDD im hoch-reflektierenden spektralen Bereich des Auskoppelspiegels im Vergleich zu allen anderen Komponenten des Cr⁴⁺:YAG-Lasers sehr gering. An den Rändern dieses Bereiches steigt sie allerdings merklich an.

2.3.4 Dispersionsmessung eines dispersiven Spiegels

Um den modengekoppelten Betrieb eines Cr⁴⁺:YAG-Lasers zu optimieren, wurden spezielle dispersive Spiegel hergestellt. Diese bestehen aus abwechselnden Schichten von TiO₂ ($n = 2,29$) und SiO₂ ($n = 1,46$). Die Dispersion eines solchen dispersiven Spiegels wurde nach dem in Abb. 2.7 gezeigten Verfahren gemessen. Die zugehörigen Weißlichtinterferogramme sind in Abb. 2.23 zu sehen. Man erkennt auch hier eine starke Verschmierung des Ortes der maximalen Interferenz aufgrund der vorhandenen

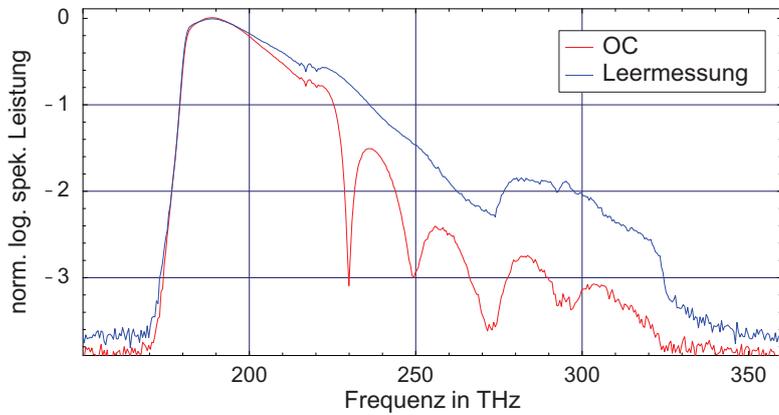


Abbildung 2.20: Reflexionsspektrum des Auskoppelspiegels sowie das Spektrum einer Leermessung.

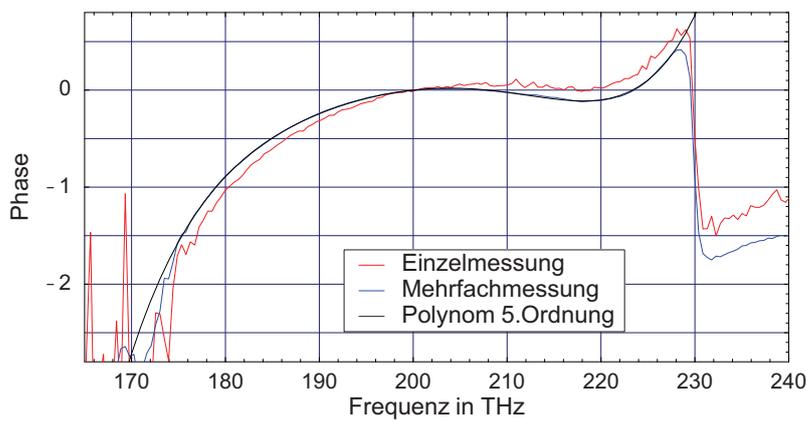


Abbildung 2.21: Phase des Reflexionsspektrums des Auskoppelspiegels und ein Ausgleich mit einem Polynom 5. Ordnung.

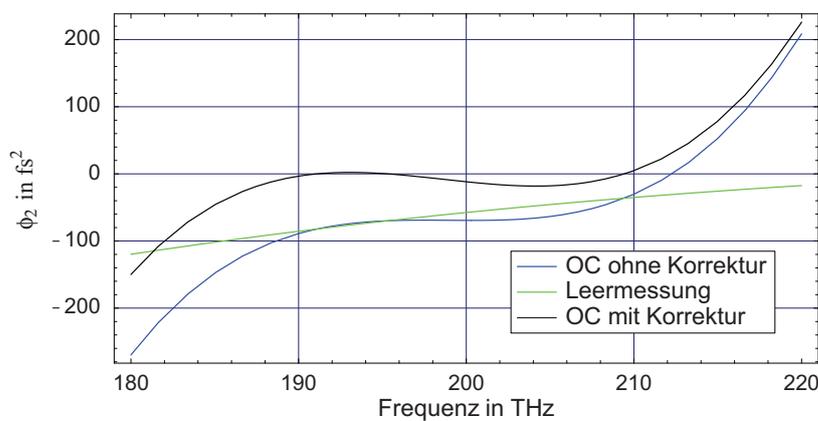


Abbildung 2.22: Gruppenverzögerung des Auskoppelspiegels. Gezeigt ist die GDD ohne Korrektur und die GDD der Leermessung. Daraus ergibt sich die tatsächliche GDD des Auskoppelspiegels.

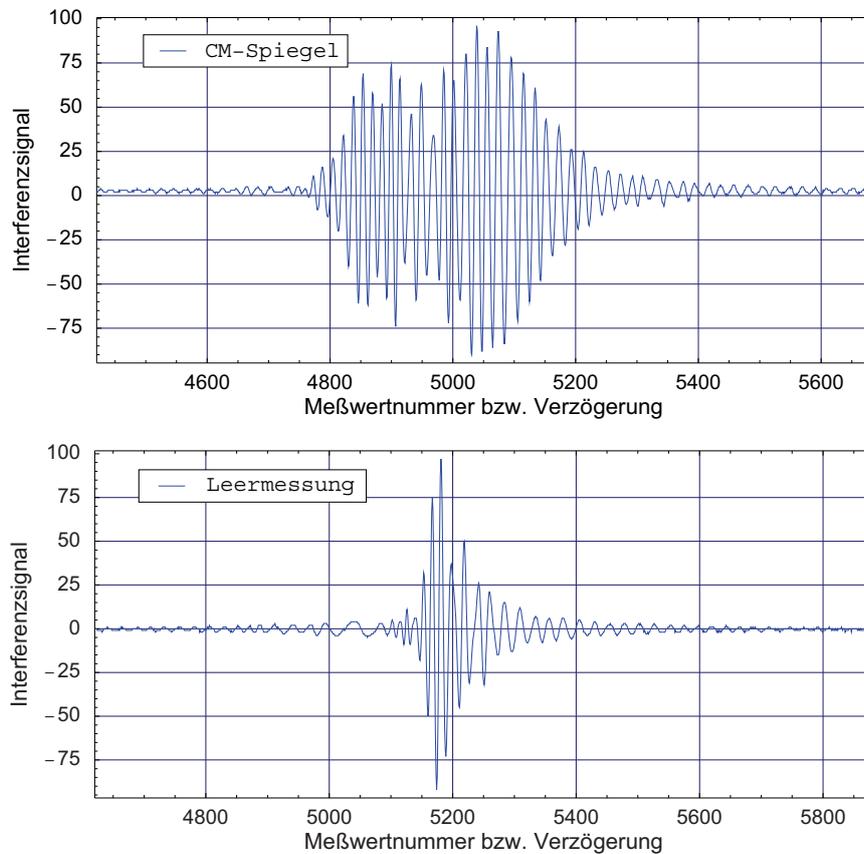


Abbildung 2.23: Interferogramm einer Dispersionsmessung eines CM-Spiegels und der zugehörigen Leermessung mit einem erweiterten Fourier-Interferometer.

Dispersion. Wie man sieht, ist hier die Korrektur mit einer Leermessung von größerer Bedeutung als bei der Dispersionsmessung des Cr^{4+} :YAG-Kristalls, da die Dispersion des CM-Spiegels geringer ist. Das Betragsquadrat der Fourier-Transformierten des kalibrierten Interferenzsignals und die zugehörige Phase sind in Abb. 2.24 bzw. 2.25 dargestellt. Der Spiegel wurde um 285 THz (1053 nm) so konstruiert, daß er das Licht des Pump lasers fast vollständig transmittiert. Dadurch entsteht die starke Kerbe in Reflexion. Die Kerbe um 270 THz hat keinerlei Bedeutung für den Cr^{4+} :YAG-Laser. Sie ergibt sich aus dem Design für die gewünschte Dispersion des Spiegels. Die theoretische Reflektivität der Spiegel ist in Abb. 5.5 dargestellt. Die aus der Messung ermittelte GDD des CM-Spiegels bei doppelter Reflexion ergibt den in 2.26 dargestellten Verlauf.

2.3.5 Dispersion eines Doppelpismenpaares

Als Beispiel für die Dispersionsbestimmung eines Doppelpismenpaares (s. Anhang A.1.2) betrachten wir nun Prismen aus dem Material SF-6. Seine Sellmeier-Koeffizienten (siehe Gl. (2.3)) lauten:

$$\begin{aligned}
 B_1 &= 1,72448482 & C_1 &= 1,34871947 \cdot 10^{-14} \text{ m}^2 & (\lambda_1 &= 116,134382 \text{ nm}) \\
 B_2 &= 0,390104889 & C_2 &= 5,69318095 \cdot 10^{-14} \text{ m}^2 & (\lambda_2 &= 238,603876 \text{ nm}) \\
 B_3 &= 1,04572858 & C_3 &= 1,18557185 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2 & (\lambda_3 &= 10,8883968 \text{ } \mu\text{m})
 \end{aligned}$$

Wir wollen nun die Dispersion bei der Zentralwellenlänge von 1500 nm einstellen. D. h. man verwendet Prismen mit einem Spitzenwinkel von $59,0720^\circ$ (bzw. $59^\circ 4' 19''$). Hieraus kann man nun nach Abschnitt A.1.2 die GDD berechnen. Für einen Spitzen-Spitzen-Abstand von $L = 5 \text{ cm}$ ist die von dem Prismeneinschub z und der Wellenlänge abhängige GDD in Abb. 2.27 dargestellt. Die GDD einer

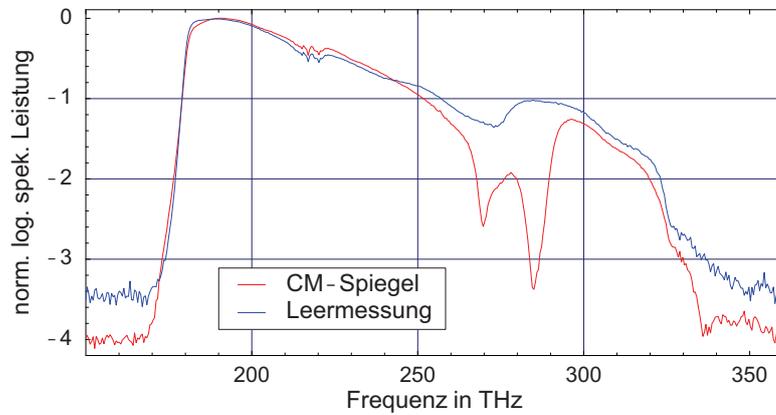


Abbildung 2.24: Betragsquadrat der Fourier-Transformierten der Dispersionsmessung eines CM-Spiegels und der zugehörigen Leermessung in logarithmischer Darstellung als Funktion der Frequenz.

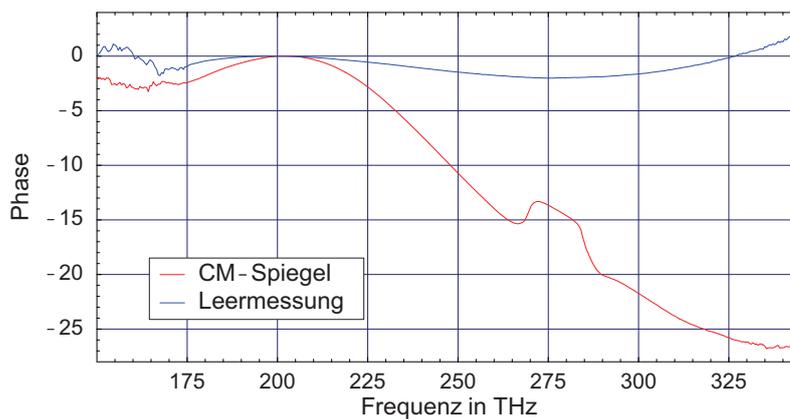


Abbildung 2.25: Phase der Fourier-Transformierten der Dispersionsmessung eines CM-Spiegels und der zugehörigen Leermessung in logarithmischer Darstellung als Funktion der Frequenz.

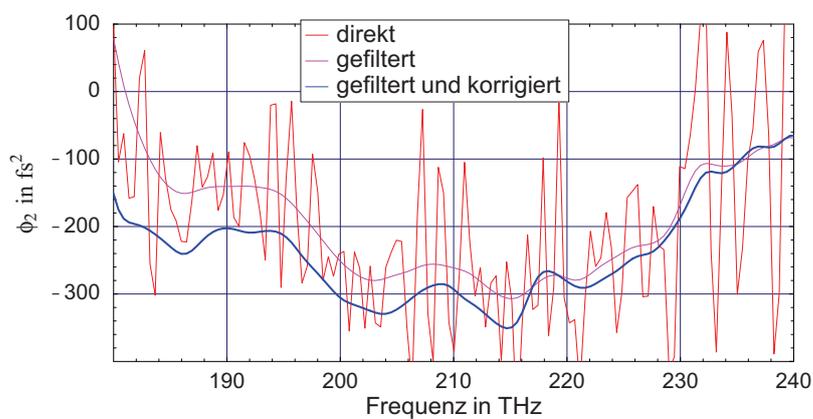


Abbildung 2.26: GVD eines CM-Spiegels als Funktion der Frequenz. Die verrauschte Kurve erhält man, wenn man die gemittelten Meßwerten direkt ableitet. Die geglättete Kurve ist zeitlich gefiltert.

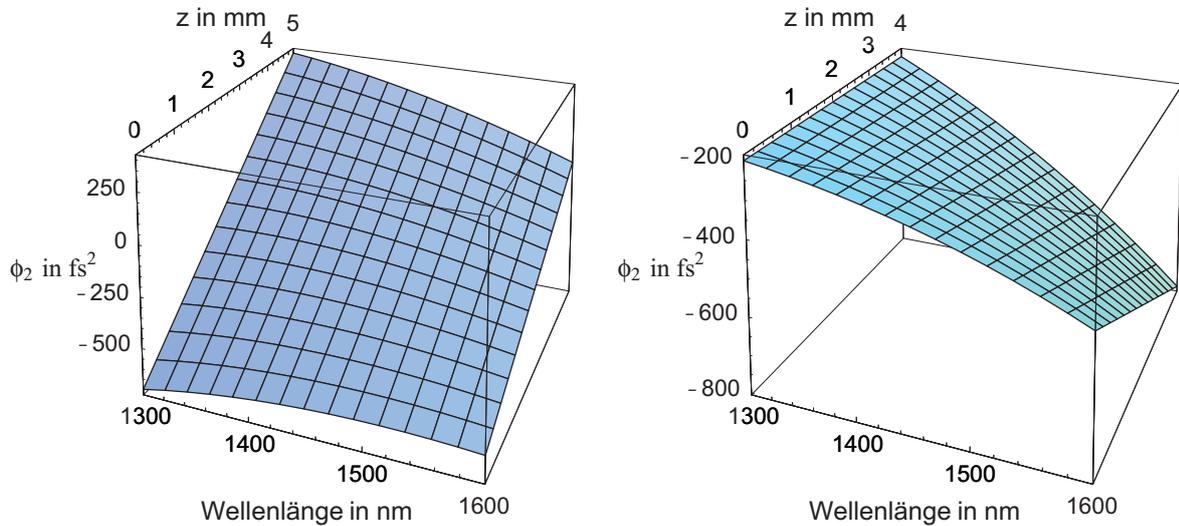


Abbildung 2.27: GDD einer Prismenstrecke für einen Spitzen-Spitzen-Abstand von 5 cm als Funktion vom Prismeneinschub z und der Wellenlänge. Links: SF-6-Prismen; Rechts: Quarz-Prismen.

solchen Prismenstrecke ist durch den Abstand L grob einstellbar. Für kleine L ist die GDD positiv und für große negativ. Für einen gesamten Prismeneinschub von 4-5 mm findet der Vorzeichenwechsel bei $L \approx 5$ cm statt. Die Dispersion dritter Ordnung ist für alle Wertepaare von L und z gering.

2.3.6 Messung der Dispersion eines Resonators

Die Dispersion aller Komponenten des verwendeten Cr^{4+} :YAG-Laserresonators wurden einzeln gemessen. Um die gesamte Dispersion des Lasers zu bestimmen, braucht man nur die einzelnen Beiträge zur Dispersion zu addieren. Da man aber viele Komponenten berücksichtigen muß und einige davon ungenau bekannte Werte habe, wurde sicherheitshalber die Dispersion des gesamten Resonators nach der in Abschnitt 2.2.2 beschriebenen Methode bestimmt.

Die Wellenlänge wurde mit einem Lyot-Filter eingestellt. Dabei änderte sich die Wellenlänge des Lasers sprunghaft. Dieses Verhalten wird in Abschnitt 5.3.7 diskutiert. Der untersuchte Laser neigt dazu, bei unterschiedlichen Wellenlängen zu emittieren. Bei der Messung wurde deswegen darauf geachtet, daß die Wiederholfrequenz nur bei einer festen Wellenlänge des Lasers gemessen wurde. Wegen dieses sprunghaften Verhaltens konnte nur bei wenigen Wellenlängen ein verlässlicher Wert bestimmt werden. Diese sind in Abb. 2.28 dargestellt. Die Genauigkeit, mit der die Wiederholfrequenz bestimmt werden konnte, beträgt ca. 1 kHz.

Man rechnet nun die Änderung der Wiederholfrequenz $\delta\nu_{\text{FSR}}$ in eine Laufzeitänderung und die Wellenlänge des Lichtes in eine Frequenz um (s. Abb. 2.28 unten links). Diese Werte lassen sich am besten durch ein Polynom vierter Ordnung ausgleichen. Dies ist ebenfalls in der Abb. 2.28 dargestellt. Daraus ergibt sich die im rechten Teil dargestellte GDD. Aus Gl. (2.34) ergibt sich ein Fehler für die GDD von ca. 100 fs^2 . Der Fehler, der sich aus der Wahl der Ausgleichsfunktion ergibt, beträgt ca. das Doppelte.

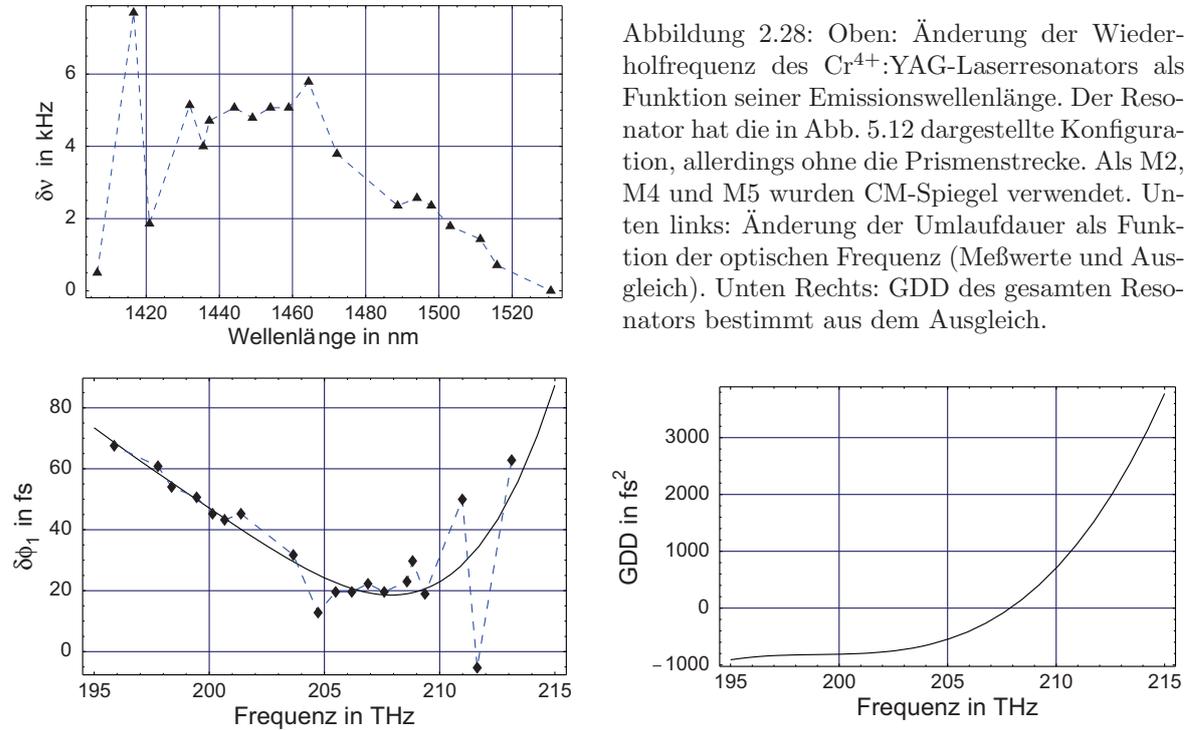


Abbildung 2.28: Oben: Änderung der Wiederholfrequenz des Cr^{4+} :YAG-Laserresonators als Funktion seiner Emissionswellenlänge. Der Resonator hat die in Abb. 5.12 dargestellte Konfiguration, allerdings ohne die Prismenstrecke. Als M2, M4 und M5 wurden CM-Spiegel verwendet. Unten links: Änderung der Umlaufdauer als Funktion der optischen Frequenz (Meßwerte und Ausgleich). Unten Rechts: GDD des gesamten Resonators bestimmt aus dem Ausgleich.

2.3.7 Messung der Dispersion von Glasfasern

Standard-Glasfaser

Die Dispersion einer Standard-Glasfaser wurde nach dem in Abschnitt 2.2.1 beschriebenen Verfahren gemessen. Die dabei bestimmten Orte der maximalen Interferenz als Funktion der verwendeten Wellenlänge ist in 2.29 (links) aufgetragen. Der beste Ausgleich an die Meßwerte ist ebenfalls dargestellt. Aus diesem Ausgleich läßt sich nach Formel (2.18) die Dispersion der Glasfaser bestimmen. Die so bestimmte GVD ist in Abb. 2.29 (rechts) dargestellt.

Die Wellenlänge, bei der die GVD verschwindet, ist 1317 nm. Dies ist typisch für Standard-Glasfasern [4]. Für längerwelliges Licht ist die GVD anomal und für kürzerwelliges normal.

Erbium-Glasfaser

Die Dispersion einer hoch dotierten Erbium-Glasfaser wurde mit dem in Abschnitt 2.2.1 beschriebenen Verfahren gemessen. Die gemessene Verschiebung als Funktion der Wellenlänge ist in Abb. 2.30 (links) gezeigt. Im Wellenlängenbereich, in dem normalerweise Licht mit einer Er-Faser verstärkt wird, bzw. Er-Faserlaser funktionieren, konnte keine Verzögerung bestimmt werden, da hier die Dämpfung der ungepumpten Faser trotz der geringen Faserlänge von unter einem Meter 60 dB betrug. Leider ist genau das der interessante Bereich. In [87] wird sowohl theoretisch als auch experimentell bestätigt, das sich die Dispersion vom ungepumpten zum gepumpten Zustand nicht ändert. Deswegen kann man durch Interpolation der Verzögerung auch im interessierenden Bereich gewisse Aussagen treffen. Die aus dem Ausgleich bestimmte GVD ist in Abb. 2.30 (rechts) dargestellt.

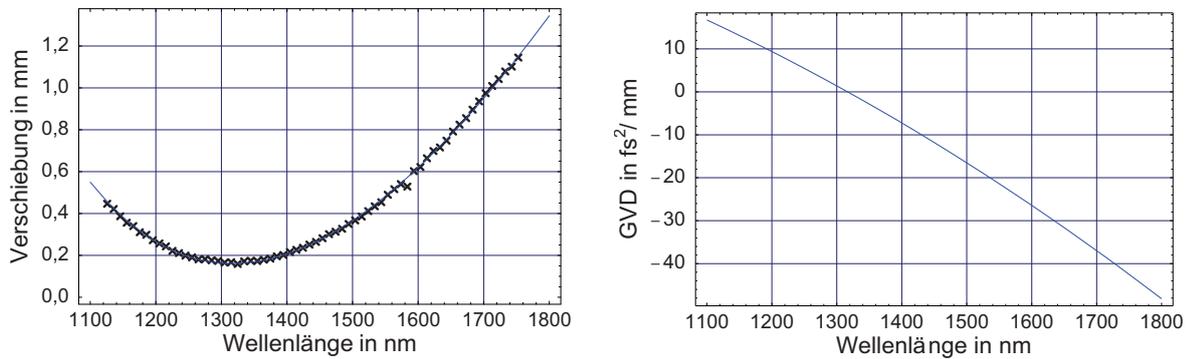


Abbildung 2.29: Links: Messung des Ortes der maximalen Interferenz an einer Standard-Glasfaser als Funktion der Wellenlänge. Der durchgeführte Ausgleich ist ebenfalls dargestellt. Rechts: Die aus dem Ausgleich berechnete GVD.

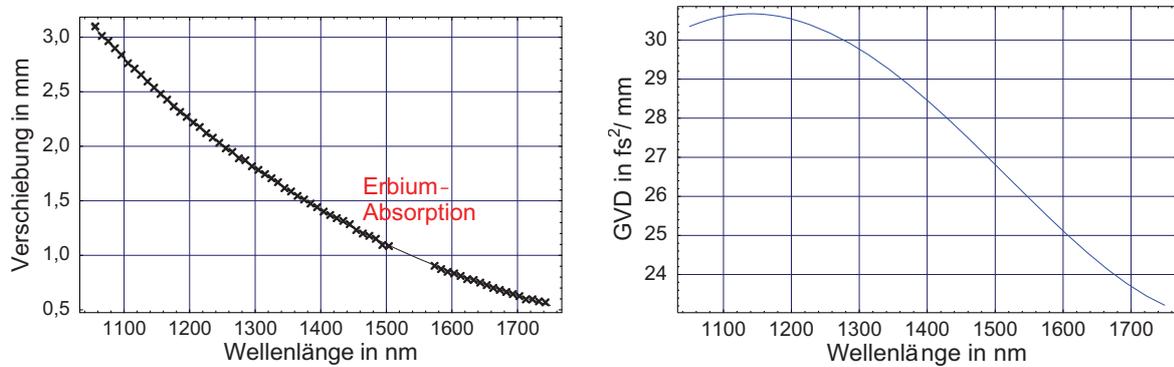


Abbildung 2.30: Links: Messung des Ortes der maximalen Interferenz nach einer Erbium-dotierten Glasfaser als Funktion der Wellenlänge. Der durchgeführte Ausgleich ist ebenfalls dargestellt. Rechts: Die aus dem Ausgleich berechnete GVD.

2.3.8 Dispersion von Luft

Die Schwierigkeiten bei der Dispersionsbestimmung von Luft liegt vor allem in den sehr geringen Werten der Brechzahl und auch in den sehr geringen Werten der Dispersion. Erschwerend kommt noch hinzu, das die Dispersion von Luft von vielen Parametern abhängt. Zum einen sind es die schwankenden Anteile an den verschiedenen enthaltenen Gasen, vor allem die von Wasser und die von CO_2 . Zum anderen schwanken auch die physikalischen Eigenschaften von Luft, wie z. B. der Druck und die Temperatur.

Eine genaue Messung der Brechzahl von Luft findet man in [126]. Hier wurden verschiedene Messungen von verschiedenen Arbeitsgruppen zusammengeführt und eine genaue wellenlängenabhängige Brechzahl ermittelt. Hiernach gilt für trockene Luft (0% rF) bei einem Druck von 1013 hPa für die Brechzahl

$$n_{\text{Sell}}(15^\circ \text{ C}, 1013 \text{ hPa}, 0\% \text{ rF}, \lambda) = 1 + \left(B_1 + \frac{B_2 \lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3 \lambda^2}{\lambda^2 - C_3} \right) \quad (2.39)$$

mit $\begin{cases} B_1 = 8,06051 \cdot 10^{-5}, & B_2 = 1,87564 \cdot 10^{-4}, & B_3 = 4,43831 \cdot 10^{-6} \\ C_2 = 7,56006 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2, & C_3 = 2,54262 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2 \end{cases}$

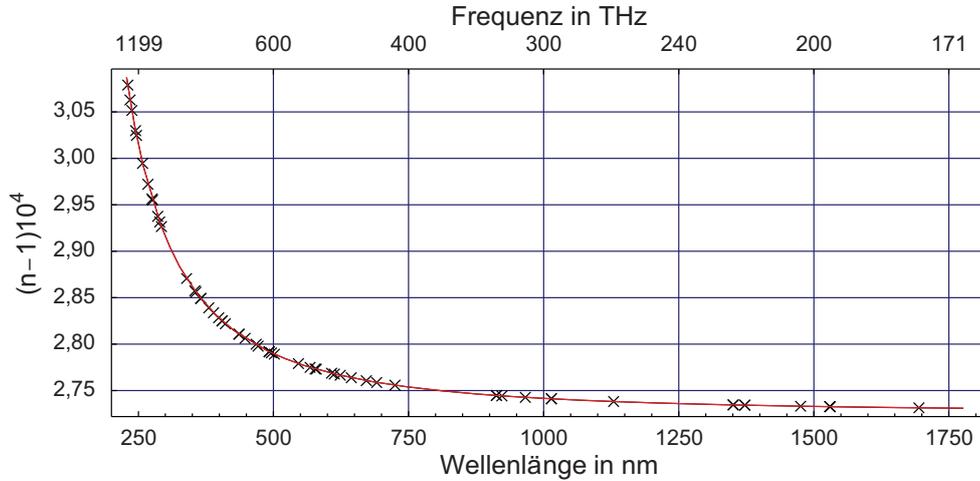


Abbildung 2.31: Brechzahl $n(15^\circ \text{ C}, 1013 \text{ hPa}, 0\% \text{ rF}, \lambda)$ von Luft als Funktion der Wellenlänge: Meßwerte nach [126] und Ausgleich nach Sellmeier bzw. Schott. In dieser Darstellung ist kein Unterschied zwischen den beiden Ausgleichsformeln zu erkennen.

Die Daten werden ebenfalls sehr gut durch folgenden Schott-Ausgleich repräsentiert:

$$n_{\text{Schott}}(15^\circ \text{ C}, 1013 \text{ hPa}, 0\% \text{ rF}, \lambda) = 1,0002726 + 1,5440489 \cdot 10^{-18} \text{ m}^2 \lambda^{-2} + 1,0596028 \cdot 10^{-32} \text{ m}^4 \lambda^{-4} + 3,5576273 \cdot 10^{-46} \text{ m}^6 \lambda^{-6} \quad (2.40)$$

Die gemessenen Werte aus den verschiedenen Veröffentlichungen und ein Ausgleich nach Sellmeier bzw. nach Schott sind in Abb. 2.31 dargestellt. Die daraus berechnete GVD bzw. die TOD sind in Abb. 2.32 abgebildet. Man erkennt einen leichten Unterschied, vor allem bei der Dispersion dritter Ordnung, der als systematischer Fehler beim Auswerten angesehen werden muß.

Einfluß von Druck, Temperatur und Luftfeuchte: Es ist leicht einzusehen, daß die Abweichung der Brechzahl von Eins für ein ideales Gas direkt proportional zur Dichte ρ steigt. Nach der allgemeinen Gasgleichung gilt mit der Boltzmann-Konstanten $k_B = (1,3806503 \pm 0,0000024) \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$:

$$\rho = \frac{p}{k_B T} \quad (2.41)$$

D. h. die Brechzahl wird um so stärker von 1 abweichen, um so höher der Druck p und um so niedriger die Temperatur T sind. Es gilt [39]:

$$n(T, p, 0\% \text{ rF}, \lambda) = 1 + \frac{(n(15^\circ \text{ C}, 1013 \text{ hPa}, 0\% \text{ rF}, \lambda) - 1) 1,85036 \cdot 10^{-3} p}{1 + 3,671 \cdot 10^{-3} T} \quad (2.42)$$

In Gleichung (2.42) ist der Druck in hPa und die Temperatur in $^\circ \text{C}$ einzusetzen. Da weder der Druck noch die Temperatur von der Wellenlänge abhängen, kann man diese als konstante Vorfaktoren betrachten. D. h. x -fache Dichte bedeutet also auch die x -fache Dispersion.

Die Luftfeuchte hat keinen so einfachen Einfluß auf die Dispersion. Da Wasser andere Molekülbindungen hat als die restlichen in der Luft vertretenen Gase, besitzt es ein verändertes Absorptionsspektrum, und somit auch eine andere Dispersion. Dies macht sich besonders im mittleren IR-Bereich bemerkbar, da hier OH-Resonanzen auftreten. Um die genaue Lage und die Stärke der OH-Resonanzen zu

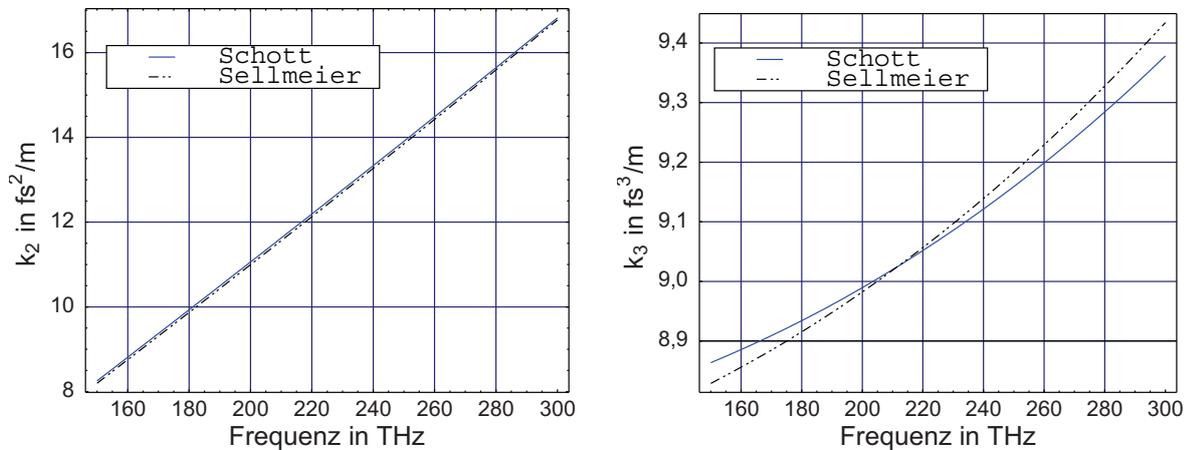


Abbildung 2.32: GVD (links) bzw TOD (rechts) von trockener Luft bei Normaldruck berechnet mit einem Ausgleich nach Sellmeier bzw. Schott.

bestimmen, wurde das Spektrum der Sonne auf Meereshöhe gemessen (Abb. 2.33). Dabei wurde das Sonnenlicht mit einer unbeschichteten Quarzglas-Linse auf eine Glasfaser fokussiert. Das Spektrum wurde dann mit einem optischen Spektrum-Analysator gemessen.

In erster Näherung kann man die Sonne als schwarzen Strahler mit der Temperatur 5770 K betrachten. Dieser bestimmt den maximal möglichen Meßwert im Spektrum. Zusätzlich erfährt Sonnenlicht auf dem Weg zur Erdboden einen merklichen Anteil an Rayleigh-Streuung. Da die Sonne direkt beobachtet wurde, wird vor allem kurzwelliges Licht durch diesen Streumechanismus unterdrückt. Die in Abb. 2.33 beobachtete Strukturierung ist aber auf OH-Absorptionen zurückzuführen. Die Absorption der Luft in dem gezeigten Wellenlängenbereich ist sehr stark. Das Sonnenlicht ist durch die Absorption um mehr als drei Größenordnungen (Nachweisgrenze bei dieser Messung) abgeschwächt. Verknüpft mit der starken Absorptionsstruktur hat Luft gemäß der Kramers-Kronig-Gleichung (2.2) eine ebenfalls starke und strukturierte Dispersion in dem Wellenlängenbereich. Sowohl die stark strukturierte Absorption als auch die Dispersion aufgrund von OH-Absorption erschweren den modengekoppelten Betrieb eines Lasers in diesem Wellenlängenbereich erheblich (s. Kapitel 5).

2.3.9 Optische Komponenten im Brewster-Winkel

Zur Dispersionskompensation, aber auch für andere Zwecke muß man einige Elemente in den Resonator einbringen. Um Reflexionsverluste an deren Oberflächen zu minimieren, kann man, wenn es die Situation erlaubt, diese im Brewster-Winkel in den Resonator stellen. Dies ist z. B. dann nicht sinnvoll, wenn man keinen nahezu parallelen Strahl zur Verfügung hat. Die notwendige Fokussierung in ein aktives Medium mit Brewster-geschnittenen Endflächen stellt in der Tat ein Problem dar, da man sich hierdurch einen Astigmatismus im Strahl einhandelt, der aufwendig wieder kompensiert werden muß. Bei solchen Elementen ist es manchmal sinnvoller, mit Anti-Reflex-Schichten zu arbeiten.

Prismen bzw. Glasplatten kann man meist so in den Resonator einbauen, daß sie von einem fast parallelen Strahl durchlaufen werden. Hier bietet sich die Verwendung von Brewster-Winkeln besonders an. Die Frage ist nun, wie die Verluste und damit auch die Dispersion von der Wellenlänge abhängen. Betrachten wir nun einen YAG-Stab, der beidseitig im Brewster-Winkel für die Wellenlänge 1500 nm geschnitten ist. Seine Brechzahl als Funktion der Wellenlänge entnehmen wir Gl. (2.36). Damit ergibt sich unter Verwendung der Fresnel'schen Formeln die in Abb. 2.34 dargestellte Abhängigkeit des Verlustes an einer Oberfläche vom Einfallswinkel und der verwendeten Wellenlänge. Die entstehenden

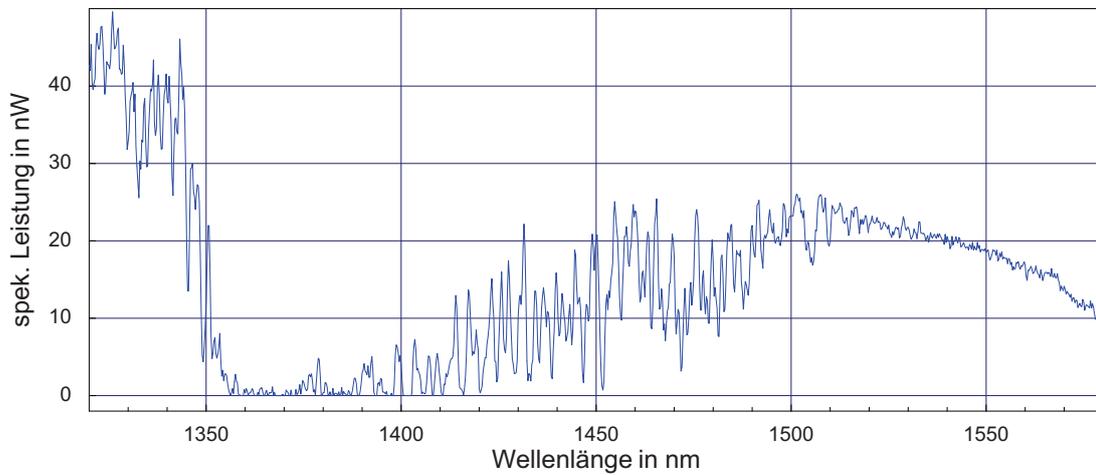


Abbildung 2.33: Gemessenes Sonnenspektrum auf Meereshöhe in dem für einen Cr^{4+} :YAG-Laser interessanten Wellenlängenbereich mit einer Meßauflösung von einem nm.

Verluste sind also kaum wellenlängenabhängig. Damit ist auch deren Dispersion vernachlässigbar. Auch beim Winkel kann man sich ein paar Grad Toleranz erlauben, ohne daß man merkliche Verluste erhält.

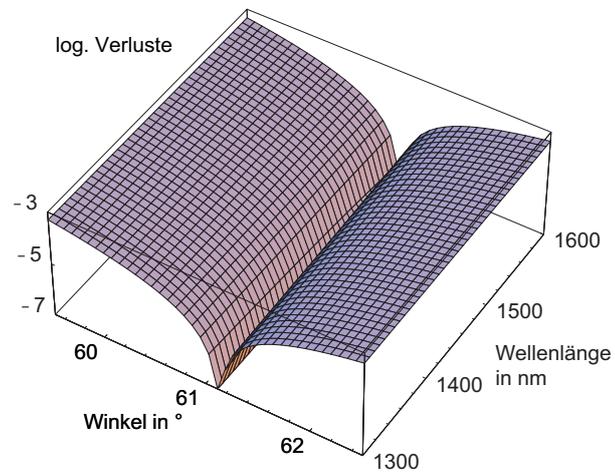


Abbildung 2.34: Verluste eines im Brewster-Winkel geschnittenen YAG-Stabes als Funktion des Einfallswinkels und der verwendeten Wellenlänge.

Kapitel 3

Dispersion und Nichtlinearität: Solitonen

In vielen Bereichen der Physik treten sogenannte solitäre Wellen und Solitonen auf [48, 109, 131]. Solitäre Wellen sind Wellenpakete, welche sich, obwohl sie sich in einem dispersiven Medium befinden und deswegen zerfließen müßten, aufgrund einer Nichtlinearität formstabil ausbreiten. Haben diese solitären Wellen zusätzlich die Eigenschaft, sogar bei einer Wechselwirkung untereinander nicht zu zerfließen, so nennt man sie Solitonen.

Das Solitonenphänomen wurde zuerst 1834 von J. S. Russel beschrieben. Er beobachtete eine solitäre Wasserwellenausbreitung in einem Kanal. Jedoch erst 1895 gelang Korteweg und de Vries eine mathematische Beschreibung der von Russel beobachteten Wassersolitonen [93]. Die Korteweg-de Vries-Gleichung kann man auch benutzen, um z. B. solitäre Wellen in kollisionsfreien Plasmen zu beschreiben. Bei der numerischen Untersuchung solcher Plasmen führten Zabusky und Kruskal 1965, motiviert durch den Teilchencharakter der beteiligten Wellenpakete, den Begriff des Solitons zum ersten Mal ein [194]. Eine analytische Lösung der Korteweg-de Vries-Gleichung entwickelten Gardner u. a. 1967 mit Hilfe der inversen Streuung [53].

Solitonen werden durch nichtlineare Differentialgleichungen höherer Ordnung beschrieben. Eine bedeutende Differentialgleichung, welche die Ausbildung von Solitonen erlaubt, ist die sog. nichtlineare Schrödinger-Gleichung NLSE (engl.: *nonlinear Schrödinger equation*). Die nichtlineare Schrödinger-Gleichung wird am häufigsten benutzt, um die Ausbreitung von Lichtimpulsen in Glasfasern zu studieren. Aufgrund dieser Gleichung sagten 1973 Hasegawa u. a. die Existenz von optischen Solitonen in Glasfasern voraus. Sie wurden experimentell erst 1980 von Mollenauer u. a. nachgewiesen [115], da man bis zu diesem Zeitpunkt keine Glasfasern mit ausreichend hoher Qualität herstellen konnte. Optische Solitonen sind im Gegensatz zu anderen Solitonenarten leicht zu untersuchen, und geben dadurch ein gutes Modellbeispiel für andere Solitonenarten, die durch die nichtlineare Schrödinger-Gleichung beschrieben werden.

Die NLSE wird in Abschnitt 3.1 genauer beschrieben. Einige Lösungsverfahren mit ihren Vor- und Nachteilen werden dann in Abschnitt 3.2 vorgestellt. Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Computer-Programm entwickelt und benutzt, welches zwei verschiedene Lösungsmethoden zur Berechnung verwendet. Die eine Methode verwendet die inverse Streutransformation und ermöglicht es, den Solitonenanteil von Wellenpaketen zu untersuchen. Mit dieser Lösungsmethode wird dann versucht, das Verhalten von Solitonen in Glasfasern mit „dispersion-management“ zu erklären. Die Unterschiede zwischen einem Solitonenegas und einem Solitonenkristall lassen sich ebenfalls mit dieser Lösungsmethode untersuchen, da sie es erlaubt die Position und Geschwindigkeit aller beteiligten Solitonen zu bestimmen, selbst wenn diese sich in einer unüberschaubaren Art überlagern.

Zur Untersuchung wurde ebenfalls ein Computerprogramm entwickelt, welches in der Lage ist, mit Hilfe der „spit-step Fourier“-Methode das Verhalten von Wellenpaketen zu simulieren, auf die noch mehr Effekte einwirken, als in der nichtlinearen Schrödinger-Gleichung berücksichtigt sind.

In Abschnitt 3.3 wird mit der NLSE die Ausbreitung von Lichtimpulsen in Glasfasern erläutert. Mögliche Erweiterungen der NLSE zur Beschreibung realer Glasfasersysteme bzw. modengekoppelter Lasersysteme und deren Auswirkungen auf die Solitonen werden in Abschnitt 3.4 genauer untersucht.

3.1 Nichtlineare Schrödinger-Gleichung

Zahlreiche physikalische Phänomene lassen sich durch die

$$\text{nichtlineare Schrödinger-Gleichung} \quad \boxed{\frac{\partial q}{\partial z} = \frac{i}{2} d \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + i g |q|^2 q} \quad (3.1)$$

NLSE (engl.: *nonlinear Schrödinger equation*) beschreiben. Dabei ist $q = q(t, z)$ die Einhüllende einer Wellenfunktion. d ist ein Maß für die Dispersion der Gruppengeschwindigkeit. g hingegen ist ein Maß für die betrachtete Nichtlinearität. Eine ausführliche Beschreibung findet man in [109] und [171].

3.1.1 Die Familie der nichtlinearen Schrödinger-Gleichungen

Formale Ähnlichkeit: Der Name NLSE erinnert an die formale Ähnlichkeit zur (linearen)

$$\text{Schrödinger-Gleichung} \quad i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + W_s(x, y, z) \psi \quad (3.2)$$

Sie ist eine der Grundgleichungen der Quantenmechanik. Die Schrödinger-Gleichung beschreibt die Bewegung einer Wellenfunktion $\psi(x, y, z, t)$ mit der Masse m als Funktion der Zeit t durch den Raum (x, y, z) , in dem sich das ortsabhängige Potential $W_s(x, y, z)$ befindet. \hbar ist das Plancksche Wirkungsquantum und $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ der Laplace-Operator.

Wir verändern nun die Schrödinger-Gleichung (3.2) durch einige Modifikationen. Die neuen Gleichungen haben nichts mehr mit der Quantenmechanik zu tun, außer der formalen Ähnlichkeit zur Schrödinger-Gleichung.

		für Glasfasern (s. Seite 48)
- Beschränkung auf eine Raumdimension:	$(x, y, z) \rightarrow z$	
- Vertauschung der Rolle von Zeit und Ort:	$t \leftrightarrow z$	$t \rightarrow T$
- Zusammenfassen der Konstanten:	$d = \frac{\hbar}{m}$ und $W = \frac{W_s}{\hbar}$	$d \rightarrow -\beta_2$ und $g \rightarrow \gamma$
- Umbenennen der Wellenfunktion:	$\psi \rightarrow q$	$q \rightarrow A$

man erhält:

$$\frac{\partial q}{\partial z} = \frac{i}{2} d \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} - i W(t) q \quad (3.3)$$

Das Wellenpaket $q(t, z)$ bewegt sich im Potential $W(t)$. Vergleicht man Gleichung (3.1) und (3.3), sieht man, daß das Betragsquadrat der Wellenfunktion in der NLSE sein eigenes Potential erzeugt, in dem es sich bewegt: $W = -g |q|^2$. Bei einem positiven g erhält man einen Potentialtopf, bei einem negativen g einen Potentialwall.

Physikalische Realisierungen der nichtlinearen Schrödinger-Gleichung: Mit der NLSE lassen sich viele Systeme beschreiben. Einige von ihnen sind:

- Ausbreitung von Lichtimpulsen in Glasfasern: zeitliche Solitonen (siehe Abschnitt 3.3)

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + i\gamma |A|^2 A$$

- Ausbreitung von Lichtstrahlen in nichtlinearen Medien: räumliche Solitonen [166]

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} = \frac{i}{2k_0} \left(\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial y^2} \right) + ik_0 n_{\text{NL}}(I) \mathcal{E}$$

Dabei ist k_0 die Wellenzahl des oszillierenden elektrischen Feldes \mathcal{E} und $n_{\text{NL}}(I)$ die von der Intensität abhängende Brechzahl (Kerr-Effekt). x und y sind die Raumrichtungen die transversal zur Ausbreitungsrichtung z sind. Man beachte, das es sich hierbei um eine auf eine zusätzliche Dimension erweiterte Nichtlineare Schrödingergleichung handelt. Dadurch ergeben sich andere Lösungen. Beschränkt man sich auf nur eine transversale Raumdimension (planarer Wellenleiter), dann ergibt sich wieder die eindimensionale Nichtlineare Schrödingergleichung.

- Beschreibung der Impulsformung in einem Solitonenlaser (Glasfaser- oder Festkörperlaser). Diese ist ähnlich der Beschreibung der Ausbreitung von Lichtimpulsen in Glasfasern. Allerdings benötigt man zusätzliche Terme. Man bezeichnet solch eine Gleichung als komplexe Ginzburg-Landau-Gleichung (vgl. Abschnitt 3.4.1). Für die Beschreibung von Festkörperlaser benötigt man zusätzlich die Berücksichtigung der Ausbreitung von Lichtstrahlen in nichtlinearen Medien.
- Beschreibung von Bose-Einstein-Kondensaten. Dies erfolgt mit Hilfe der [144]

$$\text{Gross-Pitaevskii-Gleichung} \quad i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + W_s(x, y, z) \psi + a |\psi|^2 \psi \quad .$$

a ist dabei ein Maß für die Atom-Atom-Wechselwirkung.

- Hydrodynamik selbstgravitierender Scheiben: In Galaxien rotieren die einzelnen Sterne je nach Abstand vom galaktischen Zentrum mit unterschiedlicher Geschwindigkeit um dieses. Diese differentielle Rotation führt in astronomisch kurzen Zeitskalen dazu, daß Strukturen in der Galaxie verschwinden. Die weit verbreitete Existenz von Spiralarmen in Galaxien widerspricht diesem. Ein nichtlineares Verhalten der Materiedichte kann die Spiralarme als Solitonen und damit als stabile Struktur erklären [109].

Eine wichtige Voraussetzung für die Beschreibung realer Systeme, in denen Solitonen vorkommen, ist nicht nur das Vorhandensein eines dispersiven und eines nichtlinearen Terms, sondern auch die Vernachlässigbarkeit von dissipativen Termen. In der Optik ist dies durch die hohe Transparenz einiger Medien für Licht sehr gut gegeben. In Bose-Einstein-Kondensaten herrschen extrem niedrige Temperaturen und in Galaxien extrem geringe Dichten, sodaß eine dissipative Wechselwirkung in erster Näherung vernachlässigt werden kann.

3.1.2 Formstabile Wellenpakete: solitäre Wellen, Solitonen

Im eigenen Potential gefangen - solitäre Wellen: Trifft ein beliebiges Wellenpaket auf eine beliebige Potentialänderung (z. B. steigende oder fallende Potentialstufe), so wird es teilweise reflektiert. Der Rest wird transmittiert. Ist die Energie des Wellenpaketes kleiner als die einer steigenden Potentialwand, so wird es an dieser vollständig reflektiert. Zwischen zwei solchen vollständig reflektierenden

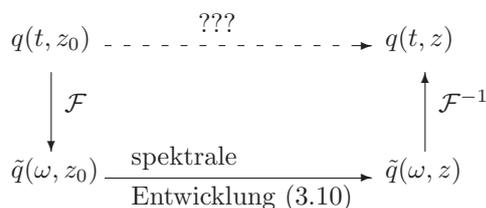


Abbildung 3.1: Die Entwicklung eines Anfangszustandes der linearen, potentialfreien Schrödinger-Gleichung berechnet man am einfachsten mit der Fourier-Transformation.

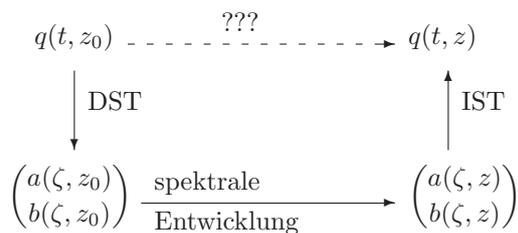


Abbildung 3.2: Die Entwicklung eines Anfangszustandes der nichtlinearen Schrödinger-Gleichung berechnet man am einfachsten mit der inversen Streutransformation.

Potentialwänden (sozusagen im Potentialtopf) gibt es gebundene Zustände. Da die Wellenpakete, die durch die NLSE beschrieben werden, selbst einen Potentialtopf bilden, kann es nun Zustände geben, die in dem von ihnen erzeugten Potentialtopf eingesperrt sind. Solche Zustände nennt man solitäre Wellen, da sie trotz Dispersion nicht zerfließen.

Entkopplung von solitären Wellen - Solitonen: Key und Moses [83] erkannten bereits 1956, daß es besondere Potentiale $W(t)$ gibt, durch die sich jede beliebige Wellenfunktion, welche durch die lineare Schrödinger-Gleichung beschrieben wird, reflexionsfrei ausbreiten kann. Bei der NLSE hat das von den solitären Wellen erzeugte Potential genau diese Eigenschaft. Die Ausbreitung einer beliebigen Wellenfunktion, insbesondere die einer solitären Welle, durch ein solches Potential erfolgt vollständig reflexionsfrei. Damit entkoppeln die solitären Wellen untereinander und auch von allen anderen auftretenden Wellenfunktion. Diese Eigenschaften dieser solitären Wellen macht sie zu Solitonen.

3.2 Lösungsmethoden für die nichtlineare Schrödinger-Gleichung

Das Lösen der nichtlinearen Schrödinger-Gleichung (3.1) bedeutet, die Entwicklung eines Anfangszustandes $q(t, z_0)$ am Ort z_0 entlang von z zu berechnen, also $q(t, z)$ zu bestimmen. Man löst also ein Randwertproblem. Es gibt bestimmte Anfangszustände, die sich stabil ausbreiten können. An solchen stabilen Lösungen ist man meistens interessiert.

Es gibt mehrere gängige Lösungsverfahren für die NLSE. Die Methode der inversen Streuung liefert exakte analytische Lösungen, und damit ein tieferes Verständnis der Physik der nichtlinearen Schrödinger-Gleichung. Man kann sie aber nur begrenzt auf reale Systeme anwenden, weil man hier zusätzliche Terme in der NLSE berücksichtigen muß. Um weitere Lösungen zu erhalten, wendet man die Variationsrechnung an [62]. Bei diesem Lösungsverfahren muß man weitere Annahmen über die beteiligten Wellenpakete machen. Um ein beliebiges System zu berechnen, kann man nur numerisch vorgehen. Jedoch benötigt diese Methode oft viel Zeit zur Berechnung, sogar auf modernen Computern, aber man kann mit ihr alle relevanten Effekte simulieren.

Die im Rahmen der Arbeit interessierenden physikalischen Systeme werden mit einer numerischen Lösungsmethode, der sog. *split-step*-Fourier-Methode (Abschnitt 3.2.4), und der Methode der inversen Streuung (Abschnitt 3.2.3) untersucht.

3.2.1 Analytische Lösung für verschwindende Nichtlinearität: $g = 0$

Bevor wir die komplette NLSE lösen, betrachten wir eine Lösungsmethode für den linearen Fall:

$$\frac{\partial q}{\partial z} = \frac{i}{2} d \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} \quad (3.4)$$

Dieser Fall ist gleichbedeutend mit dem der Schrödinger-Gleichung für verschwindendes Potential ($W = 0$). Das verwendete Lösungsverfahren ist in Abb. 3.1 skizziert. Das Fourier-Spektrum

$$\tilde{q}(\omega, z_0) = \mathcal{F}\{q(t, z_0)\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} q(t, z_0) e^{-i\omega t} dt \quad (3.5)$$

des zeitlichen Verhaltens der Startbedingung $q(t, z_0)$ kann zur Berechnung der Lösung von linearen Differentialgleichungen bezüglich der Ausbreitung in z -Richtung verwendet werden. Dazu betrachten wir dessen Entwicklung mit z :

$$\frac{\partial \tilde{q}}{\partial z} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial q}{\partial z} e^{-i\omega t} dt \quad (3.6)$$

Mit Gleichung (3.4) kann man dies umschreiben, und erhält

$$\frac{\partial \tilde{q}}{\partial z} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i}{2} d \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} e^{-i\omega t} dt \quad (3.7)$$

Unter Benutzung der Eigenschaften der Fouriertransformation für lokalisierte, n -fach differenzierbare Funktionen $f(t)$ (vgl. Abschnitt A.2)

$$\mathcal{F}\left\{\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right\} = (i\omega)^n \tilde{f}(\omega), \quad (3.8)$$

vereinfacht sich Gleichung (3.7) zu

$$\frac{\partial \tilde{q}}{\partial z} = -i \frac{d}{2} \omega^2 \tilde{q}. \quad (3.9)$$

Diese Differentialgleichung kann nun gelöst werden und ergibt die Entwicklung des Anfangsspektrums mit z

$$\tilde{q}(\omega, z) = \tilde{q}(\omega, z_0) \exp\left(-i \frac{d}{2} \omega^2 z\right) \quad (3.10)$$

Wie man nun erkennen kann, bleibt die Amplitude der spektralen Komponenten erhalten

$$|\tilde{q}(\omega, z_0)|^2 = |\tilde{q}(\omega, z)|^2 \quad .$$

Durch inverse Fourier-Transformation erhält man das zeitliche Verhalten an einem beliebigen Ort:

$$\boxed{q(t, z) = \mathcal{F}^{-1}\left\{\mathcal{F}\{q(t, z_0)\} \exp\left(-i \frac{d}{2} \omega^2 z\right)\right\}} \quad (3.11)$$

3.2.2 Analytische Lösung für verschwindende Dispersion: $d = 0$

Betrachten wir nun die Auswirkungen des nichtlinearen Terms in der NLSE. Die zu untersuchende Gleichung lautet also:

$$\frac{\partial q}{\partial z} = ig |q|^2 q \quad (3.12)$$

Die Entwicklung von $|q|^2$ mit z ergibt sich zu

$$\frac{\partial |q|^2}{\partial z} = q^* \frac{\partial q}{\partial z} + q \frac{\partial q^*}{\partial z} \quad (3.13)$$

Anstatt des Betragsquadrates $|q|^2$ wird hier die Schreibweise qq^* verwendet, wobei q^* die komplex Konjugierte von q ist. Setzen wir nun in Gleichung (3.13) die Gleichung (3.12) und deren komplex Konjugierte (3.12)* ein, so ergibt sich, daß der nichtlineare Term in der NLSE alleine das Betragsquadrat $|q|^2$ bei der Entwicklung mit z nicht verändern kann.

$$\frac{\partial |q|^2}{\partial z} = 0 \quad (3.14)$$

Lediglich die Phase von q wird bei der Entwicklung mit z verändert. Man erhält schließlich als allgemeine Lösung der Gleichung (3.12)

$$\boxed{q(t, z) = q(t, z_0) \exp(i g |q(t, z_0)|^2 z)} \quad (3.15)$$

3.2.3 Inverse Streutransformation

Die Lösung der nichtlinearen Schrödinger-Gleichung (3.1) mit der inversen Streutransformation ist dem in Abschnitt 3.2.1 beschriebenen Verfahren sehr ähnlich [1, 9, 17, 195]. Zunächst bestimmt man durch eine direkte Streutransformation (DST) ein dem Fourier-Spektrum analoges Spektrum, die sogenannten Streukoeffizienten: $a(\zeta, z_0)$ und $b(\zeta, z_0)$. ζ ist eine komplexe Zahl und entspricht der erweiterten Kreisfrequenz ω der Fourier-Transformation. Die Streukoeffizienten werden bis zu dem interessierenden Ort entwickelt. Dort wird durch eine inverse Streutransformation die Wellenfunktion am neuen Ort berechnet (s. Abb. 3.2).

Die Bewegungsgleichung: Um das Streuspektrum der NLSE (3.1) zu untersuchen, vereinfachen wir diese zunächst durch geschickte Normierung so, daß $d = 1$ (also anomale Dispersion der Gruppengeschwindigkeit: $\beta_2 < 0$) und $g = 1$ ist. Auch hier verwenden wir die Schreibweise $|q|^2 = qq^*$, wobei q^* die komplex Konjugierte von q ist. Die Ableitung nach der Zeit bzw. nach dem Ort bezeichnen wir mit dem Index t bzw. z (z. B. $\frac{\partial q}{\partial t} = q_t$).

$$\frac{\partial q}{\partial z} = \frac{i}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + i q^* q^2 \quad (3.16)$$

$$\iff U_z - V_t + VU - UV = 0 \quad (3.17)$$

mit

$$U = \begin{pmatrix} i\zeta & -q \\ q^* & -i\zeta \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad V = \begin{pmatrix} -\frac{i}{2} q q^* & -\zeta q - \frac{i}{2} q_t \\ \zeta q^* - \frac{i}{2} q_t^* & -2i\zeta^2 + \frac{i}{2} q q^* \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Von der Richtigkeit der äquivalenten Aussagen von Gl. (3.16) und (3.17) überzeugt man sich am besten durch Einsetzen der Definitionen von U und V (Gl. (3.18)) in Gl. (3.17). Gleichung (3.17) stellt eine Differentialgleichung zweiter Ordnung dar. Man kann sie nun in zwei Differentialgleichungen erster Ordnung umschreiben ¹:

$$\Phi_t + U \Phi = 0 \tag{3.23}$$

$$\Phi_z + V \Phi = 0 \tag{3.24}$$

Die vektorwertige Wellenfunktion $\Phi(t, z, \zeta) = \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{pmatrix}$ hängt von t , z und ζ ab. $(-U)$ ist also der

Operator für die Zeitentwicklung von Φ , und $(-V)$ beschreibt die Entwicklung mit z . Für eine gegebene Startbedingung $q(t, z_0)$ kann man nun mit Gleichung (3.23) das inverse Streuspektrum berechnen. Gleichung (3.24) gibt die Vorschrift für die Entwicklung der Streukoeffizienten in z -Richtung. Nun muß man lediglich die Streukoeffizienten mit Gleichung (3.23) zurücktransformieren und erhält $q(t, z)$.

Das Streuspektrum: Das Streuspektrum

$$r(\zeta, z_0) = \text{DST} \{q(t, z_0)\}$$

ist eine nichtlineare Erweiterung des Fourier-Spektrums. Die Kreisfrequenz ω geht über in

$$\zeta = \xi + i\eta, \tag{3.25}$$

wobei der Realteil ξ der Fourier-Frequenz entspricht. Er bestimmt die Geschwindigkeit der Solitonen. Der vierfache Imaginärteil 4η stellt die Energie (der Solitonen) dar.

Das Streuspektrum $r(\zeta, z_0)$ ergibt sich aus dem Transmissionskoeffizienten $a(\zeta)$ und dem Reflexionskoeffizienten $b(\zeta)$:

$$r(\zeta, z_0) = \frac{b(\zeta, z_0)}{a(\zeta, z_0)} \tag{3.26}$$

Für manche Startwerte $q(t, z_0)$ kann es ζ_k mit $a(\zeta_k, z_0) = 0$ geben. Es handelt sich also um gebundene Zustände: Solitonen. Ihre Energie ist $4\eta_k$ und ihre Frequenz ist ξ_k . Ein Teil der Anfangsenergie kann in dispersiven Wellen stecken. Deren Fourierspektrum ergibt sich zu:

$$|\mathcal{F}\{\text{dispersiveWelle}\}|^2 = -\frac{1}{\pi} \ln (|a(\xi, z)|^2)$$

Die gesamte Energie läßt sich also folgendermaßen darstellen:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |q(t, z)|^2 dt = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \ln (|a(\xi, z)|^2) d\xi + 4 \sum_{k=1}^N \eta_k \tag{3.27}$$

Beweis der Äquivalenz der Gl. (3.23) und (3.24) mit (3.17):

1. Schritt: Ableiten der Gleichungen (3.23) und (3.24) nach z bzw. t :

$$\Phi_{tz} + U_z \Phi + U \Phi_z = 0 \tag{3.19}$$

$$\Phi_{zt} + V_t \Phi + V \Phi_t = 0 \tag{3.20}$$

2. Schritt: Die Differenz der Gleichungen (3.19) und (3.20) ergibt

$$U_z \Phi - V_t \Phi + U \Phi_z - V \Phi_t = 0 \tag{3.21}$$

3. Schritt: Durch Substitution von Φ_z und Φ_t , unter Benutzung der Gleichungen (3.23) bzw. (3.24) ergibt sich nun

$$U_z \Phi - V_t \Phi + VU \Phi - UV \Phi = 0 \tag{3.22}$$

Dies ergibt die Gleichung (3.17), wobei Φ beliebig ist.

Symmetrie		Erhaltungsgröße	
Phasenverschiebung	$q(t, z) \rightarrow q(t, z)e^{i\phi_0}$	Energieerhaltung	$E = \int_{-\infty}^{\infty} q ^2 dt$
Zeitverschiebung	$q(t, z) \rightarrow q(t - t_0, z)$	Impuls	$p = \frac{i}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} q^* q_t - q q_t^* dt$ $= -\frac{i}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} q^* q (\arg(q))_t dt$
Ortverschiebung	$q(t, z) \rightarrow q(t, z - z_0)$	Hamiltonian	$H = \int_{-\infty}^{\infty} q_t ^2 - q ^4 dt$
Skaleninvarianz	$q(t, z) \rightarrow \eta q(\eta t, \eta^2 z)$		
Galilei-Invarianz	$q(t, z) \rightarrow q(t - \Omega z, z)$		
Zeitspiegelung	$q(t, z) \rightarrow q(-t, z)$		

Tabelle 3.1: Symmetrien und daraus resultierende Erhaltungsgrößen der NLSE.

Die Entwicklung der Streukoeffizienten mit z ergibt sich zu:

$$a(\zeta, z) = a(\zeta, z_0) := a(\zeta) \quad (3.28)$$

$$b(\zeta, z) = b(\zeta, z_0) e^{-4i\zeta^2 t} \quad (3.29)$$

Da $a(\zeta)$ unabhängig von z ist gilt insbesondere für die Nullstellen

$$\zeta_k \neq \zeta_k(z)$$

Das Betragsquadrat des Fourier-Spektrums der dispersiven Anteile hängt ebenfalls nur von $a(\zeta)$ ab, und ist somit z -unabhängig.

Erhaltungsgrößen: Gemäß der Noetherschen Beziehung gilt eine strenge Korrelation zwischen Symmetrien und Erhaltungssätzen. Die wichtigsten Symmetrien und die daraus resultierenden Erhaltungsgrößen sind in Tabelle 3.1 aufgelistet. Weitere Symmetrien und Erhaltungsgrößen und ein Verfahren, diese zu berechnen, findet man in [109] auf Seite 54 ff.

3.2.4 Numerische Lösungsverfahren

Die numerische Lösung der NLSE (3.1) bietet im Vergleich zur analytischen Lösung den Vorteil, daß man ohne größere Komplikationen zusätzliche Terme in der Gleichung berücksichtigen kann. Dies ist für die Beschreibung realer Systeme sehr wichtig. Fehler, die aufgrund der notwendigen Diskretisierung zwangsweise auftreten, kann man heutzutage mit handelsüblichen Rechnern in vertretbarer Rechenzeit genügend klein halten.

Um die Entwicklung eines Anfangszustand mit der NLSE (3.1) numerisch zu berechnen, muß man zwei Diskretisierungen durchführen. Zunächst diskretisiert man den Anfangszustand in M_t äquidistante Zeitschritte. Dies ist gleichbedeutend mit der Annahme von periodischen Randbedingungen.

$$\begin{array}{ccccccc}
 q(t, z) & & q_L(t, z + \frac{h}{2}) & \xrightarrow{\exp(ih\mathbf{N})} & q_{NL}(t, z + \frac{h}{2}) & & q(t, z + h) \\
 \downarrow \mathcal{F} & & \uparrow \mathcal{F}^{-1} & & \downarrow \mathcal{F} & & \uparrow \mathcal{F}^{-1} \\
 \tilde{q}(\omega, z) & \xrightarrow{\exp(i\frac{h}{2}\mathbf{D})} & \tilde{q}_L(\omega, z + \frac{h}{2}) & & \tilde{q}_{NL}(\omega, z + \frac{h}{2}) & \xrightarrow{\exp(i\frac{h}{2}\mathbf{D})} & \tilde{q}(\omega, z + h)
 \end{array}$$

Abbildung 3.3: Berechnung der Entwicklung von $q(t, z)$ um h nach $q(t, z + h)$ unter Benutzung der symmetrisierten *split-step*-Fourier-Methode.

D. h. verläßt ein Wellenpaket das Zeitfenster auf einer Seite, so taucht es auf der gegenüberliegenden Seite wieder auf. Die Äquidistanz der Zeitschritte ist zwingend für die Benutzung der Fourier-Transformierten erforderlich. Um sogar die deutlich schnellere Fourier-Transformation FFT (engl.: *fast Fourier transform*) verwenden zu können, muß $M_t = 2^m$ gelten, wobei m eine natürliche Zahl ist.

Eine periodische Randbedingungen hat zur Folge, daß bei zu kleiner Wahl des betrachteten Verhältnisses von Zeitfensters zu Impulsdauer im Vergleich zum Verhältnis Faserlänge zu Dispersionslänge es zu unerwünschten Nebeneffekten kommt. Benutzt man eine Startbedingung die unter anderem auch dispersive Wellen erzeugt, so werden diese zunächst von den sich eventuell gebildeten Solitonen abgestrahlt. Dispersive Wellen, die nun z. B. am linken Rand verschwinden, tauchen am rechten Rand wieder auf. Diese bewegen sich dann wieder auf die Mitte zu, wo sie schließlich mit den dispersiven Wellen aus der anderen Richtung interferieren. Man kann diesen Störeffekt durch absorbierende Ränder unterdrücken [72], oder ein ausreichend großes Zeitfenster verwendet. Ein solches Zeitfenster erhöht jedoch den Rechenaufwand erheblich.

Im Spektrum entstehen aufgrund der Diskretisierung ebenfalls periodische Randbedingungen. Dies führt dazu, daß ungewollte Effekte berechnet werden, sobald sich die periodisch wiederkehrenden Spektren überlappen.

Die zweite Diskretisierung erfolgt in Ausbreitungsrichtung. Hier unterteilt man die Faser in M_z Schritte. Ein Diskretisierungsschritt sollte wesentlich kleiner sein als die kleinste auftretende Länge der beteiligten Effekte. Da die Stärke der beteiligten Effekte sich mit der Ausbreitung in z -Richtung ändern kann, ist es manchmal sinnvoll, die Schrittweite an die gegebenen Verhältnisse anzupassen. Es ist praktischer mit äquidistanten Schritten zu rechnen. Eine numerische Berechnung mit variabler Diskretisierung wird in [154] diskutiert.

Bei der numerischen Berechnung erhält man nur Phasenwerte zwischen $-\pi$ und π . Um einen physikalischen Phasenverlauf zu erhalten, muß man das in Abschnitt 2.2.1 beschriebene Verfahren zur Phasenrekonstruktion anwenden.

Split-step-Fourier-Methode

Das effektivste numerische Lösungsverfahren ist die sog. *split-step*-Fourier-Methode SSFM (engl.: *split-step Fourier method*) [4]. Die Idee hierbei ist es, die Dispersion getrennt von der Nichtlinearität zu betrachten:

$$\frac{\partial q}{\partial z} = (\mathbf{D} + \mathbf{N})q \tag{3.30}$$

Bei der SSFM wird der Effekt der Dispersion im spektralen Bereich und der Effekt der Nichtlinearität im Zeitbereich berechnet. Dies vereinfacht den Rechenaufwand erheblich (s. Abschnitt 3.2.1 und 3.2.2). Mit Hilfe der Fourier-Transformation erhält man die Verknüpfung zwischen dem Zeitbereich und dem spektralen Bereich (s. Abb. 3.3).

Als Methode mit einem kleinen Fehler pro Schrittweite h in z -Richtung gilt die symmetrisierte *split-step*-Fourier-Methode (s. Abb. 3.3). Zunächst berechnet man den halben Effekt der Dispersion bei der

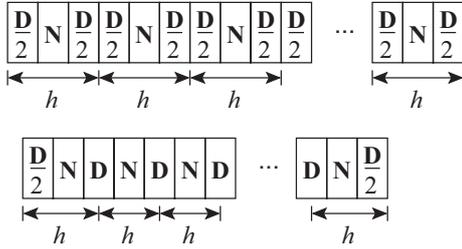


Abbildung 3.4: Oben: Anordnung der linearen \mathbf{D} und der nichtlinearen \mathbf{N} Operatoren bei der symmetrischen SSFM. Unten: Dieselbe Berechnung, aber mit weniger Rechenschritten, aufgrund des Zusammenfassens der halben, hintereinander liegenden, linearen Operatoren.

Ausbreitung. Dann, in der Mitte des betrachteten Segments, berechnet man den Effekt der Nichtlinearität an dieser Stelle. Zum Schluß wird noch der Effekt der restlichen Dispersion berücksichtigt. Um ca. 30% der Fourier-Transformationen einzusparen, kann man viele solcher Segmente (z. B. wie in Abb. 3.4) kombinieren. Der Fehler der SSFM pro Segment ist proportional zu h^2 . Bei der symmetrischen SSFM ist der Fehler hingegen nur noch proportional zu h^3 .

Wird die Schrittweite zu klein gewählt, so erhält man ähnliche Phänomene wie beim Dispersionsmanagement (s. Kap. 4). Die beiden Haupteffekte sind eine scheinbare Erhöhung der Solitonenenergie und eine Abstrahlung der Solitonen in den dispersiven Untergrund.

3.3 Optische Solitonen in einer Glasfaser

Einige Übersichtsartikel über optische Solitonen in einer Glasfaser findet man in [43, 63, 64, 80, 115] und [V3]. Wegen der großen Bedeutung von optischen Solitonen in der Datenübertragung gibt es mittlerweile auch zahlreiche Bücher zu diesem Thema: [3, 4, 5, 6, 60, 62, 177].

3.3.1 Effekte in einer Glasfaser

Um die Ausbreitung ultrakurzer Lichtimpulse in einer Glasfaser zu verstehen, muß man Verluste, dispersive Effekte, Nichtlinearitäten und Polarisierungseffekte berücksichtigen (s. Tab. 3.3). Diese Effekte werden unter anderem durch die in Tab. 3.4 aufgelisteten Parameter α , β und γ beschrieben ².

Dispersion: Siehe Abschnitt 2.1.4.

Nichtlinearität: Legt man an ein Medium ein elektrisches Feld \vec{E} an, so werden die Ladungen in diesem verschoben und bilden eine Flächenladungsdichte \vec{P} aus, die sogenannte Polarisierung. Diese Polarisierung und die durch das ursprüngliche elektrische Feld verursachte Flächenladungsdichte $\epsilon_0 \vec{E}$ überlagern sich zu der sogenannten dielektrischen Verschiebungsdichte:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (3.31)$$

$\epsilon_0 = 8,85418781762 \cdot 10^{-12}$ A s/V m ist die elektrische Feldkonstante. Die Polarisierung \vec{P} hängt dabei von dem angelegten Feld ab.

$$\vec{P} = \epsilon_0 \left(\chi^{(1)} \vec{E} + \chi^{(2)} \vec{E} \vec{E} + \chi^{(3)} \vec{E} \vec{E} \vec{E} + \dots \right) \quad (3.32)$$

$\chi^{(m)}$ ist die elektrische Suszeptibilität m -ter Ordnung. Sie ist ein Tensor $(m+1)$ -ter Stufe. Für große Feldstärken spielen demnach Nichtlinearitäten höherer Ordnung eine immer bedeutendere Rolle.

² α , β und γ werden in den anderen Kapiteln als Winkel benutzt.

Wir betrachten nun ein Medium, bei dem $\chi^{(2)}$ gleich seinem Inversionssymmetrischen ist. Dies ist z. B. bei Glas der Fall. Für die Polarisierung, die durch $\chi^{(2)}$ verursacht wird gilt:

$$\vec{P}^{(2)} = \chi^{(2)} \vec{E} \vec{E} \quad (3.33)$$

Wir invertieren diese Gleichung und erhalten:

$$-\vec{P}^{(2)} = \chi^{(2)}(-\vec{E})(-\vec{E}) = \chi^{(2)} \vec{E} \vec{E} \stackrel{(3.33)}{=} \vec{P}^{(2)} \implies \vec{P}^{(2)} = 0 \quad (3.34)$$

Bei Medien mit Inversionssymmetrie ist somit die erste nichtverschwindende Nichtlinearität durch $\chi^{(3)}$ verursacht.

Für Glas ist die Permeabilitätszahl $\mu_r \approx 1$, und somit gilt

$$n = \frac{c_0}{c} = \sqrt{\frac{\varepsilon \mu}{\varepsilon_0 \mu_0}} = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r} \approx \sqrt{\varepsilon_r} \quad (3.35)$$

Weiterhin gilt für ein $\chi^{(3)}$ -Medium

$$\sqrt{\varepsilon_r} \approx \sqrt{1 + \chi^{(1)} + \chi^{(3)}|E|^2} \approx \sqrt{1 + \chi^{(1)}} + \frac{\chi^{(3)}|E|^2}{2\sqrt{1 + \chi^{(1)}}} + \mathcal{O}(|E|^4) \quad (3.36)$$

Mit den beiden Näherungen (3.35) und (3.36) ergibt sich für die Brechzahl

$$n = n_0 + \frac{\chi^{(3)}}{2n_0} |E|^2 \quad (3.37)$$

Die Brechzahl wird also abhängig von der Intensität I des elektrischen Feldes, was man als optischen Kerr-Effekt bezeichnet.

$$n = n_0 + n_2 I \quad (3.38)$$

Dabei ist

$$I = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c_0 n_0 |E|^2 \quad \text{und} \quad n_2 = \frac{\chi^{(3)}}{\varepsilon_0 c_0 n_0^2} \quad (3.39)$$

Der wichtigste nichtlineare Effekt ist der zeitliche, optische Kerr-Effekt, die sog. Selbstphasenmodulation SPM (engl.: *self-phase modulation*). Als Maß für seine Stärke verwendet man den in Tab. 3.4 definierten Nichtlinearitätskoeffizienten γ .

Bei Impulsen, deren Dauer kleiner als ca. 1 ps ist, muß man auch nichtlineare Effekte höherer Ordnung wie die Kerr-Dispersion und den Raman-Effekt berücksichtigen. Der Raman-Effekt bewirkt eine Verschiebung der Zentralwellenlänge eines Wellenpaketes und wird verursacht durch eine verzögerte Antwortzeit des Kerr-Effektes [56]. Er wurde 1986 zum ersten Mal experimentell nachgewiesen [112].

Verluste und Doppelbrechung: Verluste entstehen durch Absorption, Streuung und durch mangelnde Führungseigenschaften, z. B. aufgrund von zu starkem Biegen der Glasfaser. Die Verluste können durch Verstärker wieder kompensiert werden. Solch ein System wird in Abschnitt 3.4.1 beschrieben. Durch das unvermeidliche Biegen einer Glasfaser wird diese zusätzlich zu den Verlusten doppelbrechend [186]. Um den Auswirkungen dieses Effektes vorzubeugen, fügt man eine definierte, viel stärkere Doppelbrechung durch geschickte Wahl der Glasfasergeometrie, bei den sog. polarisationserhaltenden Glasfasern, ein. Eine solche Glasfaser ist nur für Licht mit der Polarisation parallel zu den optischen Achsen polarisationserhaltend.

Impulsparameter		Einheit
$T_0 = \frac{\tau}{2Z}$	natürliche Impulsdauer	s
τ	Halbwertsdauer (FWHM)	s
λ_0	mittlere Wellenlänge	m
$\omega_0 = 2\pi\nu_0$	optische Kreisfrequenz	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
\hat{P}	Spitzenwert der Leistung	W

Tabelle 3.2: Impulsparameter zur Bestimmung der Stärke der Glasfasereffekte. Siehe auch A.3.1.

Effekt	Längenskala	Ursache
Dispersion der Gruppengeschwindigkeit	$L_D = \frac{T_0^2}{ \beta_2 }$	$n(\lambda)$, Bauform
Selbstphasenmodulation	$L_{NL} = \frac{1}{\gamma\hat{P}}$	$n = n_0 + n_2 I$
Verluste	$L_\alpha = \frac{1}{\alpha}$	Absorption, Streuung, Biegung
Doppelbrechung	$L_B = \frac{\lambda_0}{ n_{\parallel} - n_{\perp} }$	Bauform, Biegung
Dispersion j -ter Ordnung	$L_{D_j} = \frac{T_0^j}{ \beta_j }$	$n(\lambda)$, Bauform
Kerr-Dispersion		Verzögerte Polarisierung
Raman-Effekt	$L_R = \frac{1}{g_R\hat{P}}$	Phononenerzeugung

Tabelle 3.3: Wichtigste Effekte in einer Einmoden-Glasfaser und deren Längenskalen.

Stärke der Effekte: Als Maß für die Stärke eines Effektes führt man die Länge ein, die ein Lichtimpuls in einer Glasfaser zurücklegen muß, um merklich verändert zu werden. Ist die Länge klein, so handelt es sich um einen starken Effekt. Die Stärke der Effekte wird bestimmt durch Impulsparameter (Tab. 3.2) und durch Faserparameter (Tab. 3.4). Alle Effekte, deren Länge kleiner oder vergleichbar der betrachteten Faserlänge sind, müssen berücksichtigt werden.

3.3.2 Nichtlineare Schrödinger-Gleichung für Solitonen in einer Glasfaser

Die Beschreibung von optischen Solitonen in einer Glasfaser erfolgt mit der nichtlinearen Schrödinger-Gleichung (3.1). Man ersetzt formal $q \rightarrow A$, $t \rightarrow T$, $d \rightarrow -\beta_2$ und $g \rightarrow \gamma$.

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + i\gamma |A|^2 A \quad (3.40)$$

Faserparameter		Einheit	
β_2	$= -\frac{\lambda^2}{2\pi c} D$	Dispersion der Gruppengeschwindigkeit	$\frac{\text{s}^2}{\text{m}}$
γ	$= \frac{n_2 \omega_0}{c A_{\text{eff}}} = \frac{2\pi n_2}{\lambda_0 A_{\text{eff}}}$	Nichtlinearitätskoeffizient	$\frac{1}{\text{Wm}}$
n_2	mit $n = n_0 + n_2 I$	Koeffizient des nichtlinearen Anteils der Brechzahl	$\frac{\text{m}^2}{\text{W}}$
A_{eff}		effektive Fläche	m^2
α	$= \ln(10) 10^{-4} \alpha_{\text{dB}}$	Dämpfungskonstante $\left([\alpha_{\text{dB}}] = \frac{\text{dB}}{\text{km}} \right)$	$\frac{1}{\text{m}}$
n_{\parallel}		Brechzahl der parallelen Polarisation	1
n_{\perp}		Brechzahl der senkrechten Polarisation	1
g_{R}		Raman-Verstärkungskoeffizient	$\frac{\text{m}}{\text{W}}$

Tabelle 3.4: Faserparameter zur Bestimmung der Stärke der Glasfasereffekte.

Entwicklung	GVD	SPM	Dämpfung	HOD	Raman-Effekt	Kerr-Dispersion
$\frac{\partial A}{\partial z} =$	$\left(-\frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2}{\partial T^2} + i\gamma A ^2 - \frac{\alpha}{2} \right.$	$\left. + \frac{(i)^{n+1}}{n!} \beta_n \frac{\partial^n}{\partial T^n} - T_{\text{R}} \gamma \frac{\partial A ^2}{\partial T} \right) A + \frac{2i\gamma}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial T} (A ^2 A)$				

Tabelle 3.5: Nichtlineare Schrödinger-Gleichung mit Zusatztermen.

Dabei ist $A(T, z)$ direkt proportional zur Einhüllenden des elektrischen Feldes ($|A|^2 = P$), z beschreibt den Ort in der Faser und $T = t - \frac{z}{v_{\text{g}}}$ die lokale Zeit im Schwerpunktsystem (v_{g} ist die Gruppengeschwindigkeit). Bei der Herleitung der Gl. (3.40) benutzt man die Annahme, daß sich die Einhüllende A wesentlich langsamer verändert, als das elektrische Feld (eng.: *slowly varying envelope approximation*) SVEA.

Die optimale Ausbreitung der Solitonen wird durch weitere Effekte gestört. Um deren Auswirkung zu erfassen muß man auf der rechten Seite von (3.40) noch weitere Terme hinzufügen (siehe Tab. 3.5). Berücksichtigt werden Verluste, Dispersion höherer Ordnung (HOD) und nichtlineare Effekte höherer Ordnung, wie den Raman-Effekt und die Kerr-Dispersion. Um den Effekt der Doppelbrechung zu beschreiben, reicht die Einführung eines weiteren Terms nicht aus. Man benötigt eine zweite NLSE (3.40) für Licht der anderen Polarisation. Beide Gleichungen werden durch einen Term ergänzt, der die Kopplung aufgrund von Kreuzphasenmodulation beschreibt.

3.3.3 Spezielle Lösungen

Triviale Lösungen (γ und β_2 beliebig)

Wie man sich durch Einsetzen in die NLSE (3.40) leicht überzeugen kann ist

$$A(T, z) \equiv 0 \quad (3.41)$$

eine triviale Lösung dieser Gleichung. Eine andere Lösung ist die Dauerstrichlösung

$$A(T, z) = \sqrt{P} \exp(i\gamma Pz) . \quad (3.42)$$

Da $A(T, z)$ nicht von T abhängt, ist in der NLSE der Dispersionsterm Null. Die Dauerstrichlösung ist allerdings für $\beta_2 < 0$ und $\gamma \neq 0$ ³ instabil, d. h. eine leichte Modulation der Anfangsbedingung schaukeln sich auf. Deswegen wird dieses Verhalten Modulationsinstabilität MI (engl.: *modulation instability*) genannt [4]. Dies ist allerdings nur der Fall, wenn die Kreisfrequenz der anfänglichen Modulation weniger als die Grenzkreisfrequenz

$$\Omega_g = \sqrt{\frac{4\gamma\hat{P}}{|\beta_2|}} \quad (3.43)$$

von der Trägerkreisfrequenz abweicht ($\Omega = \omega - \omega_0$). Diese Instabilität wird durch die vorhandene Selbstphasenmodulation verursacht, die auf eine zeitliche Änderung der Leistung derart reagiert, daß neue Frequenzkomponenten erzeugt werden. Auch eine sich zeitlich ändernde Phase eines Lichtes mit konstanter Leistung am Glasfasereingang bewirkt durch Interferenz eine Amplitudenmodulation, die sich wie gerade beschrieben aufschaukeln kann.

Wie wir bei den Mehrsolitonenlösungen sehen werden, ist $T_0 = \frac{1}{\Omega_g}$ die kleinste Impulsdauer, die die Solitonen bei der gegebenen Energie haben können. Bei der Modulationsinstabilität ist die Energie in der Faser so hoch, daß viele Solitonen entstehen können. Ihre Position ist durch die anfängliche Modulation bestimmt. Die Solitonen befinden sich auf einem festen Raster mit genau der Modulationsfrequenz. Die maximale Verstärkung der Modulationsinstabilität tritt bei

$$\Omega_{\max} = \frac{\Omega_g}{\sqrt{2}} \quad \text{auf und beträgt} \quad g_{\max} = 2\gamma\hat{P} = \frac{2}{L_{NL}} . \quad (3.44)$$

Die frequenzabhängige Verstärkung ist

$$g(\Omega) = |\beta_2\Omega| \sqrt{\Omega_g^2 - \Omega^2} . \quad (3.45)$$

Die Gleichungen (3.43) und (3.44) gelten nur für $z \lesssim L_{NL}$, da die Seitenbänder ihrerseits ebenfalls der MI unterliegen und somit weitere Seitenbänder erzeugen.

Nur Dispersion ($\gamma = 0$ und β_2 beliebig)

Die allgemeine Lösung für verschwindende Nichtlinearität ergibt sich in Anlehnung an Abschnitt 3.2.1 zu:

$$A(T, z) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F} \{ A(T, z_0) \} \exp \left(i \frac{\beta_2}{2} \omega^2 z \right) \right\} \quad (3.46)$$

³ γ ist für Glasfasern stets größer als 0.

Verschwindende Nichtlinearität bedeutet dabei $\gamma \rightarrow 0$, oder alle auftretenden Spitzenleistungen bei der Ausbreitung des Wellenpaketes sind wesentlich kleiner als

$$\hat{P} \ll \frac{1}{\gamma L} \quad , \quad (3.47)$$

wobei L die betrachtete Länge ist.

Dispersive Ausbreitung von Gauß-förmigen Wellenpaketen: Ein Gauß-förmiger Impuls $P(T, z_0) = \hat{P}(z_0) \exp\left(-\left(\frac{T}{T_0(z_0)}\right)^2\right)$ bleibt bei der Ausbreitung in einem nur dispersiven Medium formstabil. Allerdings ändert sich seine Dauer

$$T_0(z) = T_0(z_{\min}) \sqrt{1 + \left(\frac{z - z_{\min}}{L_D}\right)^2} \quad (3.48)$$

bei der Entwicklung in z -Richtung. Da die Impulsform unverändert bleibt, kann man in Gl. (3.48) statt T_0 auch jede andere Definition der Impulsdauer verwenden. An der Stelle z_{\min} ist das Wellenpaket Fourier-limitiert.

Ein helles Soliton ($\gamma > 0$ und $\beta_2 < 0$)

Ein allgemeines helles Soliton wird durch 6 Parameter bestimmt:

- T_0 := Impulsdauer der Startbedingung
- T_m := zeitliche Verzögerung der Startbedingung
- z_0 := Ort der Startbedingung (von ϕ_0 abhängig)
- \hat{P} := Spitzenleistung der Startbedingung (von T_0 abhängig)
- ϕ_0 := Phase der Startbedingung
- Ω := Frequenzverschiebung (Geschwindigkeit)

Von diesen Parametern sind nur vier wirklich unabhängig. Die Entwicklung eines Solitons mit allen Parametern ist dann gegeben durch ⁴:

$$A(T, z) = \sqrt{\hat{P}} \operatorname{sech}\left(\frac{(T - T_m) - \Omega\beta_2(z - z_0)}{T_0}\right) \cdot \exp\left(i\left(\frac{1}{2}\frac{(z - z_0)}{L_D} - \Omega\left((T - T_m) - \Omega\beta_2\frac{(z - z_0)}{2}\right) + \phi_0\right)\right) \quad (3.49)$$

Um die Gl. (3.49) zu erfüllen, muß man die Impulsparameter T_0 und \hat{P} an die Faserparameter β_2 und γ anpassen.

$$\hat{P} T_0^2 = \frac{|\beta_2|}{\gamma} \quad \text{bzw.} \quad \hat{P} \tau^2 = (2\mathcal{Z})^2 \frac{|\beta_2|}{\gamma} \approx 3,10727760 \frac{|\beta_2|}{\gamma} \quad (3.50)$$

Der Faktor $2\mathcal{Z}$ wird benötigt, um zwischen der natürlichen Impulsdauer und der vollen Halbwertsdauer (FWHM) τ umzurechnen (s. Anhang A.5.1). Die Dispersion und die Nichtlinearität sind nun ausgeglichen:

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|} \stackrel{(3.50)}{=} \frac{1}{\gamma \hat{P}} = L_{NL} \quad (3.51)$$

⁴In der Literatur findet man diese Formel nur mit normierten Größen. Eine Umschreibung in physikalische Größen ist nicht leicht nachzuvollziehen, deswegen sei hier die vollständige Formel mit unnormierten Größen einmal dargestellt.

Durch geschickte Wahl kann man immer ein Bezugssystem finden, in dem sich ein einzelnes helles Soliton sehr einfach beschreiben läßt. Das helle Soliton befinde sich im Schwerpunktsystem $\Omega = 0$, in der Mitte $T_m = 0$ und habe die Anfangsphase $\phi_0 = 0$ am Ort $z_0 = 0$. Dann gilt:

$$\boxed{\text{Helles Soliton} \quad A(T, z) = \sqrt{\hat{P}} \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_0}\right) \exp\left(i \frac{1}{2} \frac{z}{L_D}\right)} \quad (3.52)$$

Energie des fundamentalen Solitons:

$$\begin{aligned} E_{\text{sol}} &= \int_{-\infty}^{\infty} P(T) dT = \hat{P} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sech}^2\left(\frac{T}{T_0}\right) dT = \hat{P} T_0 \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sech}^2(T_n) dT_n = \\ E_{\text{sol}} &= 2\hat{P}T_0 = \frac{1}{Z} \hat{P} \tau = 4Z \frac{|\beta_2|}{\tau\gamma} \approx 3,525494348 \frac{|\beta_2|}{\tau\gamma} \end{aligned} \quad (3.53)$$

Dynamisches Gleichgewicht des Solitons: Verursacht durch die SPM entstehen an der vorderen Flanke des Impulses neue, langwellige Frequenzkomponenten. An der hinteren Flanke entstehen gleichzeitig neue, kurzwellige Frequenzkomponenten. Die Gesamtenergie des Wellenpaketes bleibt dabei erhalten. Bei Anwesenheit von anomaler GVD breiten sich langwelligere Frequenzen langsamer aus als kurzwelligere. Die neu entstandenen, langwelligeren Frequenzkomponenten bewegen sich somit zum hinteren Ende des Wellenpaketes. Dort werden ihre Wellenlängen solange wieder kürzer, bis sie kürzer als die der durchschnittlichen Frequenzkomponenten sind. Nun wandern sie aufgrund der GVD wieder zu dem vorderen Ende des Impulses. Hier beginnt der Kreislauf von neuem.

Dieses einfache Verhalten wird in der Photonendarstellung des Lichtimpulses etwas verwirrender, denn man muß sich richtigerweise vorstellen, daß ein Photon gleichzeitig all die beschriebenen Bewegungen und Farbveränderungen durchführt. Ein einzelnes Photon befindet sich bereits im dynamischen Gleichgewicht. Dies ist allerdings nur ein sehr vereinfachtes Modell für die Beschreibung von Solitonen. Eine genaue Beschreibung findet man in [161].

Erst dieses dynamische Gleichgewicht, im Gegensatz zu einem stabilen Gleichgewicht, macht die Solitonen so unempfindlich gegenüber äußeren Störungen. Eine Störung wird sofort verschmiert: Im Zeitbereich verursacht durch die Dispersion, und im Spektrum durch die Nichtlinearität.

Mehrsolitonenzustände von hellen Solitonen ($\gamma > 0$ und $\beta_2 < 0$)

Zur einfacheren Beschreibung von Mehrsolitonenzuständen benötigt man weitere Parameter. Im Allgemeinen befinden sich nicht alle Solitonen in demselben Schwerpunktsystem. D. h. zur Beschreibung aller Solitonen braucht man für jedes Soliton alle unabhängigen Parameter. Obwohl diese Parameter prinzipiell unabhängig sind, ist es aber nicht möglich, zwei Solitonen mit denselben Parametern zu erzeugen. Ähnlich dem Pauli-Prinzip kann es auch hier keine zwei Solitonen mit identischen Parametern geben.

Den einfachsten Fall stellen zwei Solitonen dar. Besitzen sie die gleiche Zeit T_m und die gleiche Geschwindigkeit Ω , so nennt man diesen Zustand ein $N = 2$ -Soliton. Haben die beiden Solitonen eine unterschiedliche anfängliche Zeitverschiebung T_{m1} bzw. T_{m2} , aber dieselbe Anfangsgeschwindigkeit Ω , so entsteht ein „Breather“. Im Fall, in dem die beiden Solitonen eine unterschiedliche Anfangsgeschwindigkeit besitzen ($\Omega_1 \neq \Omega_2$), kann es zu einer Solitonenkollision kommen.

Solitonen höherer Ordnung (Alle T_{mi} und alle Ω_i sind gleich): O. B. d. A. sei: $T_{mi} = 0$ und $\Omega_i = 0$, d. h. die Solitonen befinden sich in der Mitte und haben keine Geschwindigkeit. Zunächst führen wir die Solitonenordnung

$$N = \sqrt{\frac{L_D}{L_{NL}}} \quad (3.54)$$

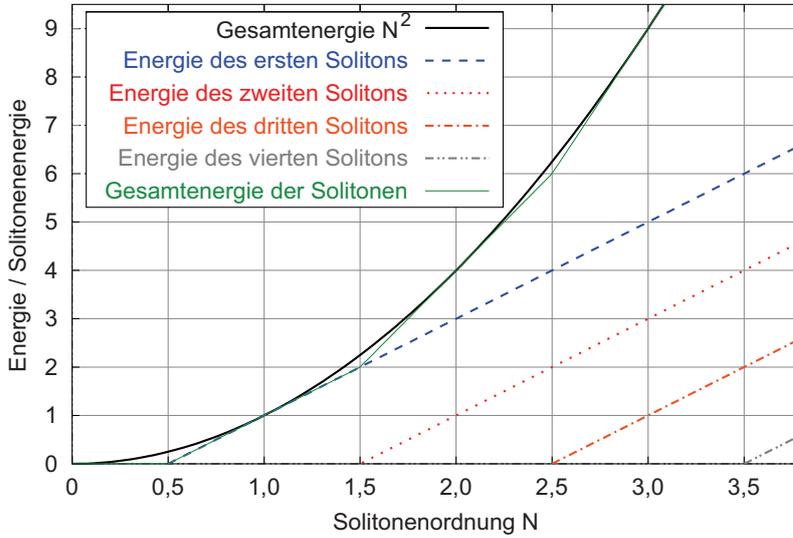


Abbildung 3.5:

Der Solitonengehalt von $A(T, 0) = N\sqrt{\hat{P}} \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_0}\right)$. Dargestellt ist die Gesamtenergie, die Energie der einzelnen Solitonen und die Summe der Energien aller Solitonen als Funktion der Solitonenumgebung.

als Maß für die Anzahl der auftretenden Solitonen ein. Wir betrachten nun den Anfangszustand

$$A(T, 0) = N\sqrt{\hat{P}} \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_0}\right) . \quad (3.55)$$

Sein Solitonengehalt ist in Abb. 3.5 dargestellt. Für seine Energie gilt: $E = N^2 E_{\text{sol}}$. Für geringe Energien, also $N \approx 0$, kann die Nichtlinearität der Dispersion nicht ausreichend entgegenwirken. Das anfängliche Wellenpaket zerfließt. Vergrößert man N , so bildet sich ab $N = 0,5$ das erste Soliton. Seine Energie wächst linear mit $E_1 = 2(N - 0,5)E_{\text{sol}}$ an. Setzt man den Grenzwert für die Bildung des ersten Solitons $N = 0,5$ in Gleichung (3.54) ein, so kann man daraus eine Frequenz ausrechnen, die exakt der Grenzfrequenz (3.43) für Modulationsinstabilitäten entspricht.

$$N = \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{L_D}{L_{NL}}} = \sqrt{\frac{T_0^2 \gamma \hat{P}}{|\beta_2|}} \quad \Rightarrow \quad \Omega_g = \frac{1}{T_0} = \sqrt{\frac{4\gamma \hat{P}}{|\beta_2|}}$$

Wie man sieht, wird nicht die ganze zur Verfügung stehende Energie in das Soliton gesteckt. Ein Teil wird als dispersive Welle abgestrahlt. Bei $N = 1$ ist die Balance zwischen Dispersion und Nichtlinearität optimal. Es wird keine Energie abgestrahlt. Für größere N ist dieses Gleichgewicht nicht mehr gegeben, und es wird erneut Energie abgestrahlt. Ab $N = 1,5$ ist die abgestrahlte Energie so groß wie die gesamte Energie bei $N = 0,5$. Diese reicht nun aus, um ein weiteres Soliton zu erzeugen. Dessen Energie wächst ebenfalls linear: $E_2 = 2(N - 1,5)E_{\text{sol}}$. Bei $N = 2$ wird wieder die gesamte Energie in Solitonen umgewandelt. Das erste Soliton hat nun die 3-fache Solitonenergie. Den Rest, die einfache Solitonenergie, übernimmt das zweite Soliton. Für noch größere N wird wieder etwas Energie abgestrahlt, bis diese bei $N = 3,5$ für die Bildung eines weiteren Solitons reicht. Dieses Schema läßt sich entsprechend fortsetzen.

Für ganzzahlige N ergibt sich das in Tab. 3.6 gezeigte Verhalten. Die Energie, die nicht für die Bildung von Solitonen genutzt wird, ist maximal $0,5 N$. Damit wird für große N relativ viel Energie eines Wellenpaketes zur Bildung von Solitonen benutzt, und nur relativ wenig Energie wird in Form von dispersiven Wellen abgestrahlt (vgl. Abb. 3.13).

N	$\frac{E_N}{E_{\text{sol}}}$	$\frac{E_i}{E_{\text{sol}}}$	$\frac{\phi(z_{\text{sol}})}{2\pi/8}$	$\frac{\phi_i - \phi_1}{2\pi}$
1	1	1	1	0
2	4	1, 3	1, 9	0, 1
3	9	1, 3, 5	1, 9, 25	0, 1, 3
4	16	1, 3, 5, 7	1, 9, 25, 49	0, 1, 3, 6
5	25	1, 3, 5, 7, 9	1, 9, 25, 49, 81	0, 1, 3, 6, 10
6	36	1, 3, 5, 7, 9, 11	1, 9, 25, 49, 81, 121	0, 1, 3, 6, 10, 15
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
n	n^2	$\{2i - 1\}_{i=1}^n$	$\{(2i - 1)^2\}_{i=1}^n$	$\left\{\frac{i(i-1)}{2}\right\}_{i=1}^n$

Tabelle 3.6: Solitonen höherer Ordnung: Solitonenordnung, normierte Gesamtenergie, normierte Energie der beteiligten Solitonen, Phasenentwicklung der beteiligten Solitonen, Phasendifferenz der beteiligten Solitonen.

Die Solitonenperiode

$$\begin{aligned}
 z_{\text{sol}} &= \frac{\pi}{2} L_D = \frac{\pi}{2} \frac{T_0^2}{|\beta_2|} \\
 &= \frac{\pi}{2} \frac{1}{4Z^2} \frac{\tau^2}{|\beta_2|} \approx 0,505521723 \frac{\tau^2}{|\beta_2|}
 \end{aligned}$$

ist die kleinste Entfernung, nach der sich die Einhüllende eines Mehrsolitonenzustandes reproduziert.

$$\hat{P}_N T_0^2 = N^2 \frac{|\beta_2|}{\gamma} \quad \text{bzw.} \quad \hat{P}_N \tau^2 = 4N^2 Z^2 \frac{|\beta_2|}{\gamma} \approx 3,10727760 N^2 \frac{|\beta_2|}{\gamma} \quad (3.56)$$

Bei ganzzahligen Solitonenordnungen ist die Gesamtenergie gleich der Summe der Energie der einzelnen Solitonen. An diesen Stellen sind zusätzliche die Phasen nach einer Solitonperiode gleich; d. h. die Impulsform reproduziert sich.

Die Änderung der Impulsdauer (FWHE, engl. *full width of the half energy*) bei der Ausbreitung in der Faser ist in Abb. 3.6 als Funktion der Solitonenordnung dargestellt. Diese Art der Darstellung des Verhaltens der Impulsdauer wird in der Literatur nicht benutzt, obwohl sie die beste Verknüpfung zwischen der theoretischen Beschreibung der Vorgänge in einer Glasfaser und den experimentell zugänglichen Größen darstellt. Bei der Simulation der Ausbreitung erhält man Parameter als Funktion von z . Im Experiment hingegen kann man eine Glasfaser nicht reversibel öffnen, um nachzuschauen, welche Parameter das Wellenpaket an der betreffenden Stelle hat. Was allerdings leicht experimentell zugänglich ist, ist die Variation der anfänglichen Energie und das gleichzeitige Beobachten an einer festen Stelle entlang einer Glasfaser. Ein anderer Grund, warum man diese Darstellungsform nicht in der Literatur findet, ist eine schlechte Wahl der verwendeten Impulsdauerdefinition. Die Wahl der FWHE-Dauer ist in der Literatur unüblich, liefert aber bei solchen Fragestellungen eine leicht interpretierbare Darstellung (s. Anhang A.3.1).

Spezialfall des $N=2$ -Solitons: Der einfachste Fall eines Solitons höherer Ordnung ist das $N=2$ -Soliton. Die Phasenentwicklung der beteiligten Solitonen ist in Abb. 3.7 dargestellt. Man erkennt die Übereinstimmung der Phasen der beiden beteiligten Solitonen nach einem ganzzahligen Vielfachen der Solitonperiode. Nach 8 Solitonperioden reproduziert sich die Anfangsphase.

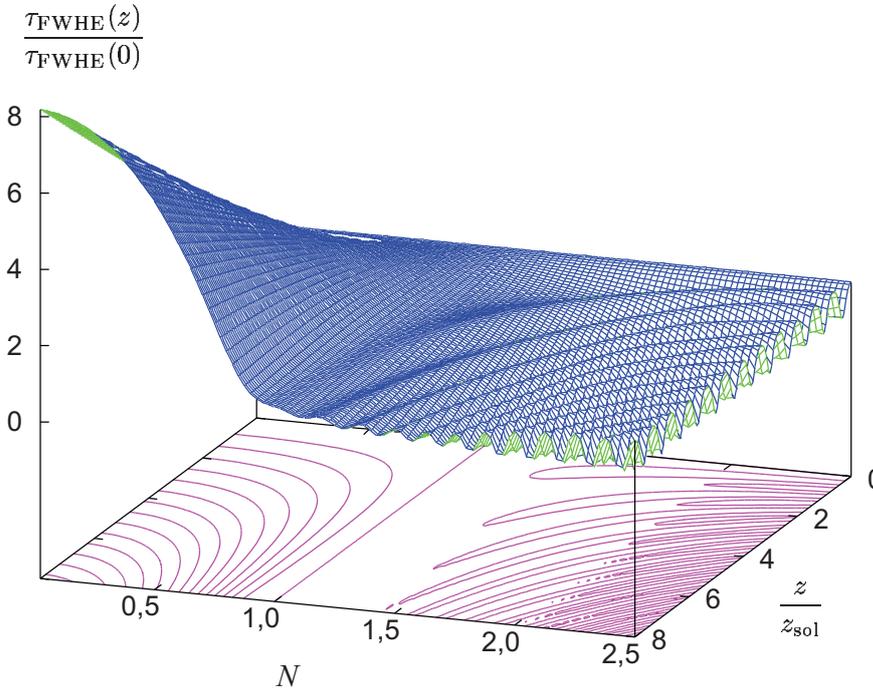


Abbildung 3.6: Änderung der auf die anfängliche Impulsdauer $\tau_{\text{FWHE}}(0)$ normierten Impulsdauer $\tau_{\text{FWHE}}(z)$ bei der Ausbreitung entlang der Faser z als Funktion der Solitonordnung N .

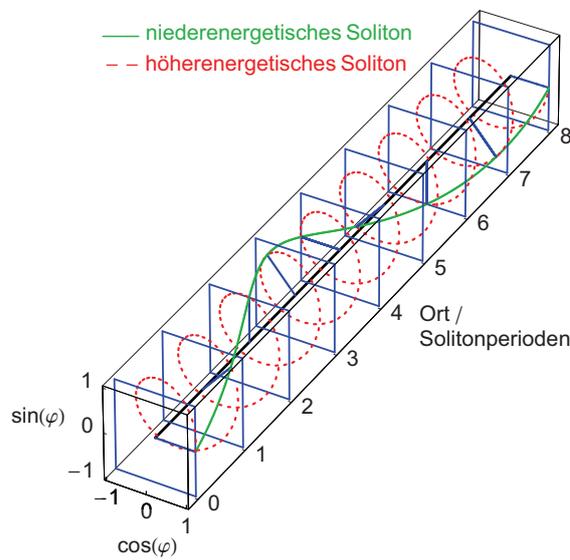


Abbildung 3.7: Entwicklung der Phase φ der Solitonen eines $N=2$ -Solitonenzustandes.

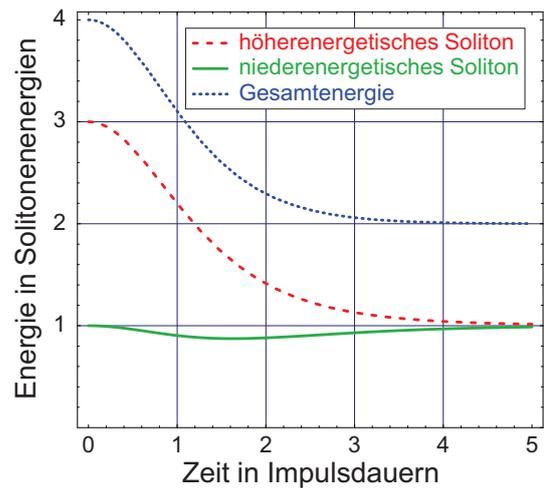


Abbildung 3.8: Energie zweier gleichphasiger Solitonen als Funktion ihres anfänglichen Abstandes.

Zwei Solitonen gleicher Geschwindigkeit - breather ($\Omega_1 = \Omega_2$): Im Folgenden wollen wir zwei Solitonen mit derselben Anfangsfarbe betrachten ($\Omega_1 = \Omega_2$). Koppelt man nun zwei Solitonen derselben Dauer nacheinander in eine Glasfaser, so besitzen beide dieselbe Energie. Dies ändert sich, sobald man sie so einkoppelt, daß sie überlappen. Wenn sie in Phase sind, dann erhöht sich ihre Energie. Es tritt nun eine Symmetriebrechung ein, denn eines der beiden Solitonen wird höherenergetisch, das andere verliert leicht an Energie. Diese Energieaufspaltung ist allerdings nicht symmetrisch, denn die Gesamtenergie erhöht sich mit geringer werdendem Abstand (Abb. 3.8) [177]. Befinden sich beide Solitonen am selben Ort, so ergibt sich das bekannte Bild für ein Soliton zweiter Ordnung: Ein Soliton hat die dreifache, und das andere Soliton die einfache Solitonenenergie.

Die scheinbare Energieerhöhung liegt lediglich am Herstellungsprozeß der eng benachbarten Solitonen. Werden sie z. B. durch einen Strahlteiler zusammengeführt, so erhöht sich die Energie am benutzten Ausgang, wenn die beiden Wellenpakete in Phase sind. Beim anderen Ausgang befinden sie sich in Gegenphase, sodaß hier die Energie abnimmt. Die Summe aller Energien am Eingang ist also in der Tat die Summe aller Energien am Ausgang.

Die unterschiedliche Energie der beiden Solitonen führt zu einer unterschiedlichen Phasenentwicklung. Durch die Interferenz der beiden ergibt sich eine periodisch wiederkehrende Abfolge des Intensitätsverlaufes, welches als Atmen (engl.: *breathing*) bezeichnet wird.

2 Solitonen unterschiedlicher Geschwindigkeit - Solitonenkollision ($\Omega_1 \neq \Omega_2$): Koppelt man zwei Solitonen unterschiedlicher Geschwindigkeit so in eine Glasfaser, daß sie sich aufeinander zubewegen, so kollidieren sie nach einer gewissen Entfernung. Nach der Kollision gehen die beiden Solitonen auseinander, ohne ihre Richtung oder Geschwindigkeit geändert zu haben. Bei solitären Wellen wäre das nicht der Fall. Die Solitonen verhalten sich also wie robuste Teilchen. Daher resultiert die Endung „on“ im Begriff Soliton. Nach der Solitonenkollision erhält man allerdings einen leichten zeitlichen Versatz und eine zusätzliche Phasenverschiebung, deren Betrag durch die Größe des anderen Solitons gegeben ist.

Solitonengas - Solitonenkristall: In [139] wird die Erzeugung eines sog. Solitonengases vorgestellt. Hierbei handelt es sich um einen Mehrsolitonenzustand, an dem mehrere Solitonen mit unterschiedlicher Geschwindigkeit und Energie beteiligt sind. Allerdings kann man es einem solchen Zustand nicht sofort ansehen, aus wie vielen Solitonen er besteht. Die Parameter der Solitonen sind ebenfalls schwer zu bestimmen, da sehr viel Interferenzeffekte zwischen den einzelnen Solitonen auftreten. Dieses Problem ließ sich mit dem im Rahmen dieser Arbeit benutzten IST-Algorithmus lösen. Ein solcher Solitonengaszustand ist in Abb. 3.10 dargestellt. Sein inverses Spektrum sieht man in Abb. 3.11. Man erkennt die einzelnen Solitonen und deren Energie und Geschwindigkeit. Die Parameter der so bestimmten Solitonen erkennt man in Abb. 3.12 zusammen mit den Parametern des Solitonenkristalls, der in Abb. 3.9 dargestellt ist. Man erkennt hier, daß die Geschwindigkeiten der Solitonen im Kristall, wie erwartet, stark reduziert sind.

Dunkle Solitonen ($\gamma > 0$ und $\beta_2 > 0$)

Für den Fall von normaler GVD erhält man im Gegensatz zur anomalen GVD nicht mehr helle sondern graue bzw. im Spezialfall schwarze Solitonen. Diese sind durch einen Leistungseinbruch in einem kontinuierlichen Lichtstrahl charakterisiert.

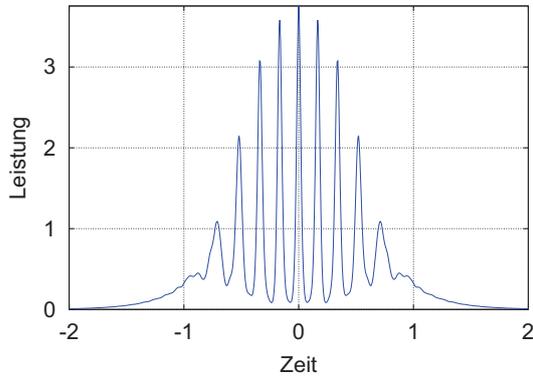


Abbildung 3.9: Solitonenkristall: Leistung als Funktion der Zeit.

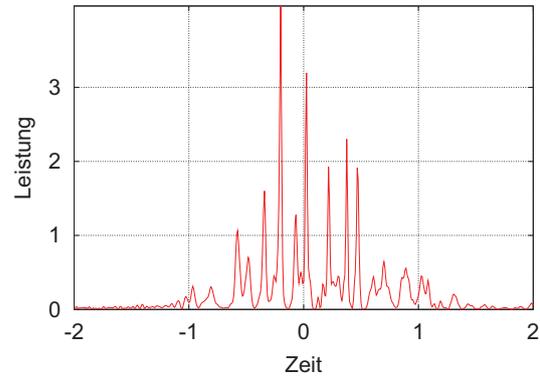


Abbildung 3.10: Solitonengas: Leistung als Funktion der Zeit.

Graues Soliton:

Graues Soliton	$A(T_n, z) = \frac{\sqrt{\hat{P}_1}}{ B } \sqrt{1 - (B \operatorname{sech}(T_n))^2} \exp\left(i \arcsin\left(\frac{-B \tanh(T_n)}{\sqrt{1 - (B \operatorname{sech}(T_n))^2}}\right) - i \frac{1}{B^2} \frac{z}{L_{\text{NL}}}\right)$	(3.57)
----------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------

mit

$$T_n = \frac{T}{T_0} - \frac{\sqrt{1 - B^2}}{B} \frac{z}{L_{\text{NL}}}$$

B^2 ist der relative Leistungsabfall bezüglich des Untergrundes.

Spezialfall des schwarzen Solitons ($B = 1$):

Schwarzes Soliton	$A(T, z) = \sqrt{\hat{P}_1} \tanh\left(\frac{T - T_m}{T_0}\right) \exp\left(i \frac{z}{L_D}\right)$	(3.58)
-------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------	--------

Ein schwarzes Soliton besitzt an der Stelle T_m einen Phasensprung von π . Die Phase eines schwarzen Solitons entwickelt sich doppelt so schnell mit z , wie die des hellen Solitons (vgl. Gl. (3.49)).

Verbotene helle Solitonen: Für $\beta_2 > 0$ existieren zusätzlich zu den grauen und den dunklen Solitonen noch weitere Startbedingungen der NLSE, welche sich formstabil ausbreiten.

coth-Soliton	$A(T, z) = \sqrt{\hat{P}_1} \coth\left(\frac{T - T_m}{T_0}\right) \exp\left(i \frac{z}{L_D}\right)$	(3.59)
--------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------	--------

cosech-Soliton	$A(T, z) = \sqrt{\hat{P}_1} \operatorname{cosech}\left(\frac{T - T_m}{T_0}\right) \exp\left(-i \frac{1}{2} \frac{z}{L_D}\right)$	(3.60)
----------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------

Allerdings ist sowohl deren Energie, als auch deren Amplituden für $T = T_m$ unendlich. Vor allem aber die unendliche Amplitude, die essentiell für diese Lösungen sind, machen diese physikalisch nicht realisierbar. Sie werden deswegen in der Literatur nicht erwähnt.

$\log(1 + 1/|a|)$

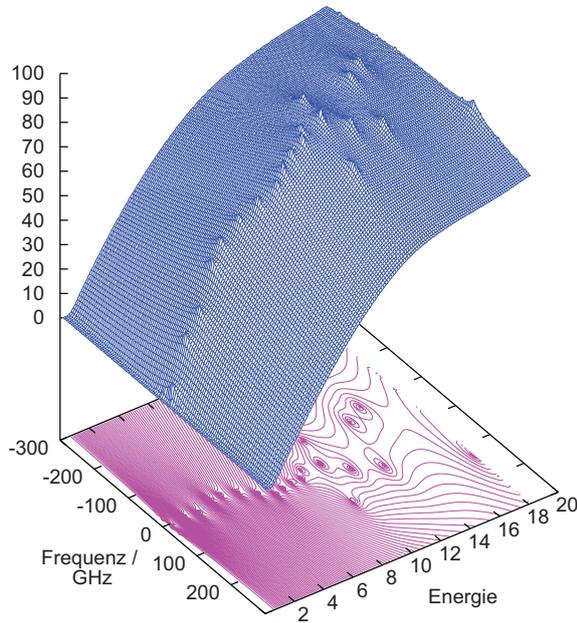


Abbildung 3.11: Inverses Streuspektrum eines Solitongases.

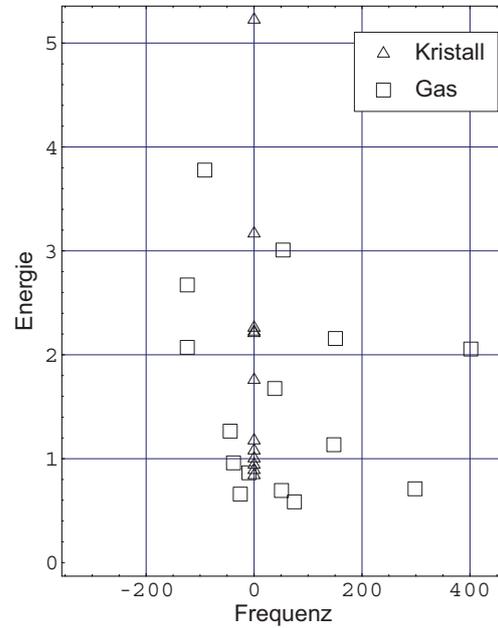


Abbildung 3.12: Solitonengehalt des Solitonenkristalls aus Abb. 3.9 und des Solitongases aus 3.10.

3.3.4 Periodischer Pulszug aus fundamentalen Solitonen

Die Energie E eines Impulses eines periodischen Pulszuges mit der Wiederholrate $\frac{1}{T_{\text{rep}}}$ und der mittleren Leistung \bar{P} ist

$$E = \bar{P} T_{\text{rep}} \quad . \quad (3.61)$$

Handelt es sich bei dem Impuls um ein Soliton, so ist seine Energie durch Gleichung (3.53) gegeben. Aus den Gleichungen (3.61) und (3.53) folgt für die mittlere Leistung des Pulszuges

$$\bar{P} = 2\hat{P} \frac{T_0}{T_{\text{rep}}} = \frac{\hat{P}\tau}{ZT_{\text{rep}}} \quad . \quad (3.62)$$

3.3.5 Signatur eines Solitons

Die Frage „Was ist ein Soliton?“ haben wir weitestgehend erörtert, aber wie erkennt man ein Soliton? Die Antwort scheint zunächst einfach zu sein, vor allem, wenn man die inverse Streutransformation betrachtet. Nun kann man die inverse Streutransformation in realen Systemen meist nicht anwenden, da in der Regel zusätzliche Effekte zu betrachten sind (s. Abschnitt 3.4), welche eine IST unmöglich machen können. Erschwerend kommt noch hinzu, daß es experimentell schwierig ist, ein Wellenpaket ausreichend gut zu vermessen, sodaß eine eindeutige IST nicht möglich ist.

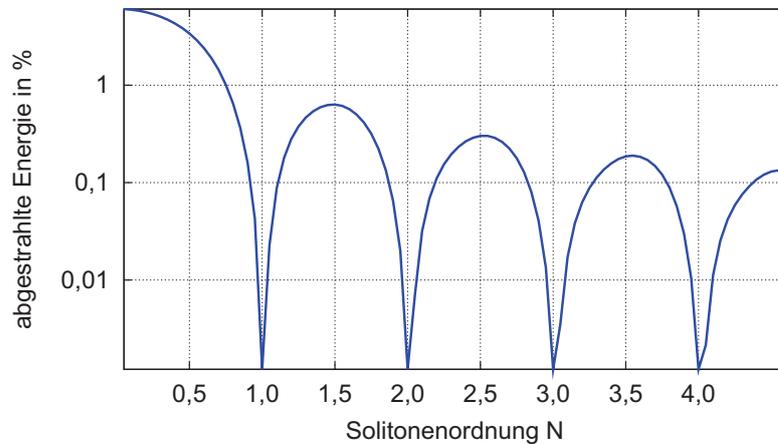


Abbildung 3.13: Normierte abgestrahlte Energie des Ausgangszustandes $A(T, 0) = N\sqrt{\tilde{P}} \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_0}\right)$ nach 4 Solitonperioden außerhalb der 5-fachen Impulsdauer (FWHM).

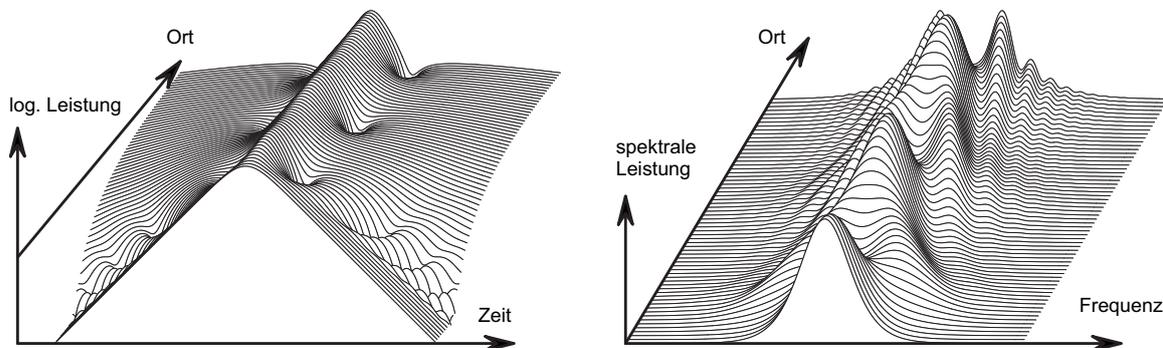


Abbildung 3.14: Interferenz eines Solitons mit dem dispersiven Untergrund ($N=1,3$).

Ein Soliton unterscheidet sich vom dispersiven Untergrund dadurch, daß dessen Energie auch für beliebig lange Ausbreitung lokalisiert bleibt. Es ist aber oft aufwendig, eine ausreichend lange Strecke zu simulieren, bzw. aufgrund von dissipativen Effekten oder anderen Störeinflüssen ist es gar nicht erst möglich, solch lange Ausbreitungen zu untersuchen. Man ist also an einem einfacheren Kriterium interessiert.

Wir betrachten einen beliebigen Impuls-förmigen Ausgangszustand und dessen Entwicklung entlang der Faser. Findet man einen Anfangszustand, der bei der Ausbreitung in der Faser keine Energie abstrahlt, so handelt es sich bei einem solchen Zustand um mindestens ein Soliton. Mit diesem Verfahren kann man, wie man in Abb. 3.13 erkennen kann, auch Solitonen höherer Ordnung finden.

Um wieviele es sich handelt, kann man an der Interferenzstruktur zwischen den Solitonen untereinander oder zwischen den Solitonen und dem eventuell vorliegenden Untergrund bestimmen. Ein solches Interferenzmuster kann man in Abb. 3.14 erkennen. Befinden sich die beteiligten Komponenten in Gegenphase, so können sie an den Stellen, an denen sie dieselbe Amplitude haben, gegenseitig weginterferieren. Es kommt an diesen Stellen zur Ausbildung von typischen Kerben, die sich vor allem auf einer logarithmischen Skala bemerkbar machen.

Im Spektrum erzeugt der in Abb. 3.14 gezeigte Anfangszustand bei seiner Entwicklung in der Glasfaser ebenfalls eine Interferenzstruktur. Die Phase des Solitons entwickelt sich linear, wohingegen sich die Phase des dispersiven Untergrundes quadratisch entwickelt. Dadurch wird der Phasenunterschied zwischen Beiden bei zunehmender Abweichung von der Zentralfrequenz größer. Die Interferenzstreifen

werden immer enger.

Sind bei der Ausbreitung der Wellenpakete zusätzliche Effekte zu berücksichtigen, so darf man im mathematischen Sinne nicht mehr von Solitonen sprechen. Trotzdem verwendet man im allgemeinen Sprachgebrauch hierfür den Begriff Soliton, wenn man eine Stabilisierung eines sich im dispersiven Medium ausbreitenden Wellenpaketes beobachtet, welche von einer Nichtlinearität verursacht wird. Auch die exakte Wechselwirkungsfreiheit wird relativiert. Man spricht bereits von einem Soliton, wenn die Wechselwirkung der Solitonen untereinander klein ist.

3.4 Erweiterte nichtlineare Schrödinger-Gleichung

3.4.1 Dämpfung: Komplexe Ginzburg-Landau-Gleichung

Eine Erweiterung der NLSE stellt die komplexe Ginzburg-Landau-Gleichung dar [4].

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{i}{2}(\beta_2 + i\beta_g) \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + i(\gamma + i\gamma_g) |A|^2 A + \frac{g - \alpha}{2} A \quad (3.63)$$

Sie berücksichtigt zusätzlich dissipative Prozesse, wobei g die Verstärkung und α die Verluste symbolisieren ⁵. $(\beta_2 + i\beta_g)$ und $(\gamma + i\gamma_g)$ sind hier im Gegensatz zu den reellen Größen β_2 und γ der NLSE komplex. β_g beschreibt ein Gauß-förmiges spektrales Filter (vgl. Gl. (3.10)), und somit die endliche Bandbreite Ω_g des verstärkenden Mediums. Es gilt:

$$\beta_g = \frac{g}{\Omega_g^2} \quad (3.64)$$

Die komplexe Ginzburg-Landau-Gleichung wird benötigt, um einen Solitonenlaser zu beschreiben.

Gordon-Haus-Effekt: In realen Verstärkern werden nicht nur die gewünschten Signale verstärkt, sondern man fügt dem Signal aufgrund von spontaner Emission zusätzliches Rauschen hinzu [67]. Dies wird mit ASE (engl. *amplified spontaneous emission*) bezeichnet [3]. ASE führt zu einer Fluktuation der Lage und der Amplitude von Wellenpaketen im Zeitbereich als auch im Frequenzbereich. Eine veränderte mittlere Frequenz eines Wellenpaketes im Zusammenspiel mit GVD bewirkt eine veränderte Ankunftszeit der Lichtimpulse. Dieser als Gordon-Haus-Effekt bezeichnete Effekt [57] macht sich besonders störend bei der Datenübertragung bemerkbar.

3.4.2 Nichtlineare Schrödinger-Gleichung mit alternierenden Koeffizienten

Im Folgenden betrachten wir die Ausbreitung von kurzen Lichtimpulsen in Glasfasern, die durch die erweiterte Nichtlineare Schrödinger-Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial z} A(z, T) = \left(-\frac{1}{2}\alpha(z) - \frac{i}{2}\beta_2(z) \frac{\partial^2}{\partial T^2} + i\gamma(z)|A|^2 \right) A \quad (3.65)$$

für alternierende Strukturen beschrieben wird [149]. Dabei betrachtet man die Glasfaserparameter α , β_2 und γ als ortsabhängig. Effekte höherer Ordnung werden vernachlässigt.

⁵ g steht hier für Verstärkung (von engl. *gain*). In Abschnitt 3.1 hingegen wird g als allgemeines Maß für die Nichtlinearität verwendet, im Gegensatz zum speziellen Maß in einer Glasfaser γ .

Periodische Verstärkung - Solitonenlaser: Der im Kapitel 5 beschriebene Cr^{4+} :YAG-Laser benutzt die Soliton-Modenkopplung, um ultrakurze Lichtimpulse zu erzeugen. Analog zur Beschreibung von Solitonen in einer Glasfaser kann man Solitonen in modengekoppelten Lasern mit einer erweiterten NLSE beschreiben. Der Impulsformungsmechanismus wird aber weitestgehend durch die NLSE beschrieben. Neue Frequenzkomponenten werden durch SPM erzeugt. Besitzt der Resonator zusätzlich eine negative (anomale) Dispersion der Gruppengeschwindigkeit, so werden diese phasenrichtig zusammengesetzt, und es bilden sich Solitonen [115].

Um einen solchen Solitonenlaser beschreiben zu können, muß man periodische Verstärkung und Modenkopplung berücksichtigen [104]. Die Zusatzterme, insbesondere diejenigen, die Verluste, Verstärkung aber auch Dispersionsmanagement beschreiben, bewirken eine permanente Energieabstrahlung des Solitons an den dispersiven Untergrund. Ein strukturiertes Verstärkungsspektrum bzw. Verlustspektrum führt ebenfalls zur Bildung von dispersiven Wellen. Aber auch Dispersion und Nichtlinearitäten höherer Ordnung tragen zum Verlust des Solitons bei. Deswegen ist es für das Aufrechterhalten einer solitären Welle wichtig, daß man einen Modenkopplungsmechanismus in den Laser einbaut [81]. Dies geschieht in der Regel mit einem sättigbaren Absorberspiegel oder einer Kerr-Linse, die aufgrund einer speziellen Resonatorkonfiguration ebenfalls als effektiver sättigbarer Absorber wirkt. Die Dauer der Wellenpakete wird nicht durch die Zeitkonstante des sättigbaren Absorbers bestimmt, sondern durch die Soliton-Bedingung. Man kann auf diese Weise eine bis zu zwei Größenordnungen geringere Dauer erhalten.

In einem realen Laser ist die Dispersion, im Gegensatz zu der typischen Bedingung für Solitonen, entlang der gesamten Ausbreitung des Wellenpaketes nicht konstant. Welche Auswirkung das auf die Modenkopplung hat, wird in [22] untersucht, und wird dort mit DM-Modenkopplung oder kurz DMML (engl.: *dispersion-managed mode locking*) bezeichnet.

Trotz fest vorgegebener Energie und Dispersion in einem Solitonen-Laser gibt es mehrere Möglichkeiten, die Solitonen-Bedingung zu erfüllen. So kann sich z. B. ein hochenergetisches Soliton ausbilden, oder zwei, die sich die vorhandene Energie teilen. Der Unterschied besteht unter anderem in der Bandbreite, die sie einnehmen. Es gibt zwei Vorzugsplätze für das zweite Soliton. Zum einen sehr nahe beim Ersten. Dies tritt vor allem dann auf, wenn man einen sättigbaren Absorber verwendet, dessen Zeitkonstante wesentlich größer als die Dauer des Solitons ist. Zum anderen möglichst weit weg vom ersten Soliton. Dies läßt sich auf die leicht ausbleichende Verstärkung zurückführen [98]. Bei einem solchen Zustand spricht man von einem Laser mit „harmonic mode-locking“.

Seitenbänder: In periodischen Strukturen mit der Periode L_{per} können helle Solitonen mit den dispersiven Anteilen koppeln. Solche periodische Strukturen ergeben sich bei realistischen Datenübertragungstrecken, in denen verschiedene Glasfasersorten verwendet werden. Eine noch bessere Bedingung der Periodizität findet man in Laserresonatoren. Bei solchen Systemen beobachtet man Seitenbänder [78, 86, 157].

Wie entstehen nun die Seitenbänder? Das Licht der Solitonen mit der Wellenzahl k_{sol} wird an dem periodischen Gitter mit der Wellenzahl k_{per} gemäß der Bragg-Bedingung

$$k_{\text{disp}} = k_{\text{sol}} \pm m k_{\text{per}}$$

reflektiert. Dabei ist $m \in \mathbb{N}$ die Beugungsordnung. Es entsteht dabei eine dispersive Welle mit der Wellenzahl k_{disp} . Multipliziert man diese Gleichung mit der Periodenlänge der Störung L_{per} , so erhält man für die Phasendrehung nach dieser Strecke:

$$\phi_{\text{disp}} = \phi_{\text{sol}} \pm m 2\pi \quad (3.66)$$

Dabei ist ϕ_{disp} die akkumulierte Phase der dispersiven Welle nach L_{per} (siehe Gl. (3.11)) und ϕ_{sol} die akkumulierte Phase des Solitons nach derselben Entfernung. Die Phase der Störung hat sich nach

einer Periode natürlich um 2π weitergedreht.

$$\implies L_{\text{per}} \frac{\beta_2}{2} (\omega_m - \omega_0)^2 = \frac{\pi}{4} \frac{L_{\text{per}}}{z_{\text{sol}}} \pm m 2\pi \quad (3.67)$$

$$\implies \frac{\beta_2}{2} (\omega_m - \omega_0)^2 = \frac{1}{2} \frac{|\beta_2|}{T_0^2} \pm m \frac{2\pi}{L_{\text{per}}} \quad (3.68)$$

$$\implies (\omega_m - \omega_0)^2 = -\frac{1}{T_0^2} \pm m \frac{2}{\beta_2} \frac{2\pi}{L_{\text{per}}} \quad (3.69)$$

Damit gilt für die Kreisfrequenzen ω_m , an denen die Seitenbänder auftreten:

$$\omega_m = \pm \sqrt{\pm \left(\frac{1}{T_0^2} \right)^2 \pm m \frac{4\pi}{\beta_2 L_{\text{per}}}} + \omega_0 \quad (3.70)$$

Für Solitonen muß β_2 negativ sein und man kann T_0 in die FWHM-Dauer τ umrechnen. Außerdem ist die Phasenentwicklung des Solitons immer positiv und die des dispersiven Untergrundes negativ. Also kann es nur negative Ordnungen geben, bei denen ein Übergang stattfinden kann. Damit vereinfacht sich die Bedingung zu

$$\omega_m = \pm \sqrt{- \left(\frac{\text{arcosh}(3)}{\tau} \right)^2 - m \frac{4\pi}{\beta_2 L_{\text{per}}}} + \omega_0 \quad (3.71)$$

Wie man sieht, entstehen die Seitenbänder symmetrisch zur Zentralfrequenz. Berücksichtigt man allerdings zusätzlich noch Dispersion dritter Ordnung, so wird die Lage der Seitenbänder asymmetrisch. Bei starker Abweichung von der Zentralfrequenz bzw. bei sehr großer Dispersion dritter Ordnung kann man die Bedingung für Seitenbänder auch ohne eine periodische Bedingung erfüllen. An dieser Stelle tritt ein vergleichsweise starkes einseitiges Seitenband auf [13, 35].

Durch die Messung der Impulsdauer, z. B. mittels einer Autokorrelation, und durch Bestimmung der Resonatorlänge L_{per} kann man mithilfe von Gl. (3.71) die Dispersion in einem Solitonen-Laser, in dem Seitenbänder auftreten, bestimmen. Dazu muß man lediglich die Lage der Seitenbänder und die mittlere Frequenz mit einem Spektrometer bestimmen.

Dispersionsstrukturen: Wir vernachlässigen nun die Verluste ($\alpha(z) = 0$) und betrachten nur eine konstante Nichtlinearität ($\gamma(z) = \text{const.}$). Übrig bleibt eine z -Abhängigkeit von β_2 . Ändert sich β_2 periodisch mit z , so bezeichnet man dies mit „*dispersion management*“ oder auch kurz mit DM. Genauer über Dispersionsmanagement wird in Abschnitt 4 beschrieben.

Verringert man hingegen die Dispersion kontinuierlich (DDF von engl: *dispersion-decreasing fiber*), so kann man hiermit eine starke Impulsverkürzung [3] oder ebenfalls eine deutliche Verbesserung der Datenübertragung erzielen [167].

Kapitel 4

Datenübertragung und Dispersions-Management

Mit Dispersions-Management (DM) bezeichnet man die gezielte Variation der Dispersion der Gruppengeschwindigkeit (GVD) entlang einer Glasfaserstrecke (s. Abschnitt 3.4.2), zwecks Maximierung der Datenübertragungsrate. Die Datenübertragung wird unter anderem limitiert durch den Gordon-Haus-Effekt (vgl. Abschnitt 3.4.2) und die Vier-Wellen-Mischung [4]. Um den Gordon-Haus-Effekt zu minimieren, benötigt man eine möglichst geringe mittlere GVD [57]. Das Unterdrücken der Vier-Wellen-Mischung erreicht man aber am einfachsten durch eine hohe Dispersion, die die Phasenbeziehung zwischen den beteiligten Wellenkomponenten so verändert, daß die Vier-Wellen-Mischung ineffizient wird. Den scheinbaren Widerspruch, der sich aus der Forderung nach einer hohen und zugleich einer niedrigen Dispersion ergibt, läßt sich leicht mit Dispersions-Management beseitigen: Hierzu verwendet man abwechselnd Glasfasern mit unterschiedlichem Vorzeichen der GVD, sodaß die über die Übertragungsstrecke gemittelte GVD wesentlich kleiner als die lokale GVD ist. Dadurch hat man eine vergleichsweise hohe lokale GVD, welche die Vier-Wellen-Mischung unterdrückt, und eine niedrige mittlere GVD, welche den Gordon-Haus-Effekt verringert [172, 108]. Datenübertragungsstrecken, welche dies berücksichtigen, sind bereits marktreif und werden erfolgreich eingesetzt ([142] und andere Referenzen von Abb. 4.1).

Auch in DM-Strecken muß man nichtlineare Effekte berücksichtigen. Interessanterweise existieren Solitonen auch in DM-Systemen, allerdings mit im Vergleich zu Solitonen in homogenen Fasern abweichenden Eigenschaften. Die Form der Solitonen verändert sich entlang einer Periode der Übertragungsstrecke mit abwechselnder GVD. Nur bei „stroboskopischer“ Betrachtung (einmal pro Periode) bleibt sie stabil. An keiner Stelle sind DM-Solitonen, wie man es von Solitonen in einer homogenen Übertragungsstrecke erwarten würde, sech-förmig. Diese veränderte Form unterdrückt die Wechselwirkung untereinander, und dadurch lassen sich die Wellenpakete dichter packen. Dies trägt dazu bei, daß die Übertragungsraten maximiert werden.

In der vorliegenden Arbeit wurde untersucht, ob neben den bekannten hellen Solitonen auch andere DM-Solitonen existieren können, und welche Solitonenarten, die von homogenen Systemen bekannt sind, in DM-Strecken existieren. Speziell untersucht wurden Solitonen höherer Ordnung [V13] und dunkle Solitonen, sowie das Verhalten der Solitonen bei nicht ganz periodischem Wechseln der GVD [V5, V12]. Es hat sich gezeigt, daß es Dispersionsstrukturen gibt, in denen dunkle und helle Solitonen koexistieren können [V4]. Ein solches Verhalten war vorher als unmöglich eingestuft worden.

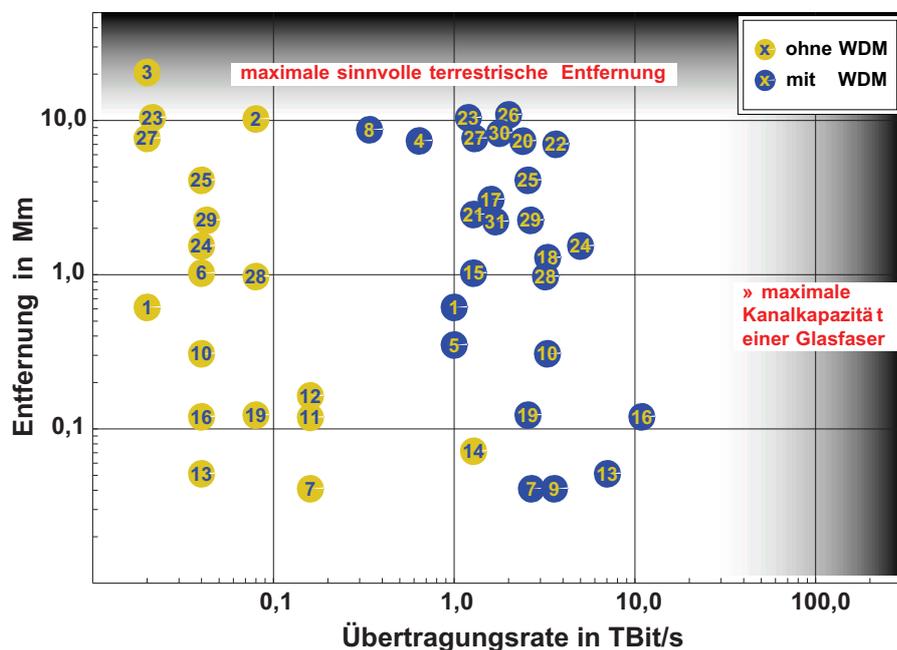


Abbildung 4.1: Weltweit erzielte Rekorde bei der Hochgeschwindigkeitsdatenübertragung. Die gelben Datenpunkte gelten für die Übertragung mit einem Kanal. Die blauen Datenpunkte für eine Übertragung mit mehreren Wellenlängen (WDM engl. *wavelength division multiplex*). Referenzen siehe C.1.

4.1 Datenübertragung

Hochgeschwindigkeitsdatenübertragung über große Entfernungen wird heutzutage im Wesentlichen mit Glasfaserübertragungsstrecken realisiert. Glasfasern haben im letzten Jahrzehnt das Kupferkabel als Übertragungsmedium abgelöst. Aber auch die Datenübertragung via Satellit ist, bezogen auf die gesamte Datenmenge, die heutzutage übertragen wird, stark zurückgegangen. Lediglich in abgelegenen Gebieten spielt sie noch eine bedeutende Rolle. Der große Vorteil von Glasfaserübertragungsstrecken liegt in ihrer extrem hohen Datenübertragungskapazität. Zusätzliche Vorteile erhält man aufgrund der sehr geringen Dämpfungsverluste von Glasfasern in einem großen Wellenlängenbereich und ihre Unempfindlichkeit gegenüber elektromagnetischen Störungen. Mittlerweile hat man es erreicht, bis zu 10 TBit/s durch eine einzige Glasfaser zu schicken. Aktuelle Rekorde der Hochgeschwindigkeitsdatenübertragung sind in Abb. 4.1 dargestellt. Am rechten Rand ist die Shannon-Grenze [150] für die größtmögliche Kanalkapazität einer Glasfaser eingezeichnet. Moderne Datenübertragungsstrecken befinden sich mittlerweile nur eine Größenordnung unter dieser physikalischen Obergrenze für die Datenübertragung im binären Format durch eine Glasfaser. Zusätzlich dargestellt ist die maximale sinnvolle terrestrische Entfernung.

Kann man alle Störeinflüsse bei der Datenübertragung vermeiden, so bietet sich NRZ-Datenformat (engl.: *non return to zero*) an. Im Vergleich zum RZ-Format (engl.: *return to zero*) benötigt man weniger Bandbreite, bzw. man kann mit derselben zur Verfügung stehenden Bandbreite mehr Daten pro Sekunde übertragen. In realen Systemen hat man es aber mit vielen verschiedenen Störeinflüssen zu tun. Die wichtigsten Störeinflüsse sind die Dispersion der Gruppengeschwindigkeit und die Selbstphasenmodulation. Aber gerade diese beiden Störeinflüsse kann man beseitigen, wenn man zur Datenübertragung Solitonen als Bits verwendet. Da Solitonen sehr robuste Wellenpakete sind, kann man sie aber auch weiteren Störeinflüssen aussetzen. Auf diese Störungen reagieren sie im Vergleich zu anderen Wellenpaketen wesentlich geringer. Man hat sich deswegen in der Technik immer mehr mit dem Gedanken angefreundet, RZ-Formate für die Datenübertragung zu verwenden. Da sich in realen Systemen keine exakten Solitonen der NLSE, welche *chirp*-frei wären, erzeugen lassen, hat sich unter Technikern der Begriff CRZ (engl.: *chirped return to zero*) durchgesetzt. Physiker bezeichnen dieses

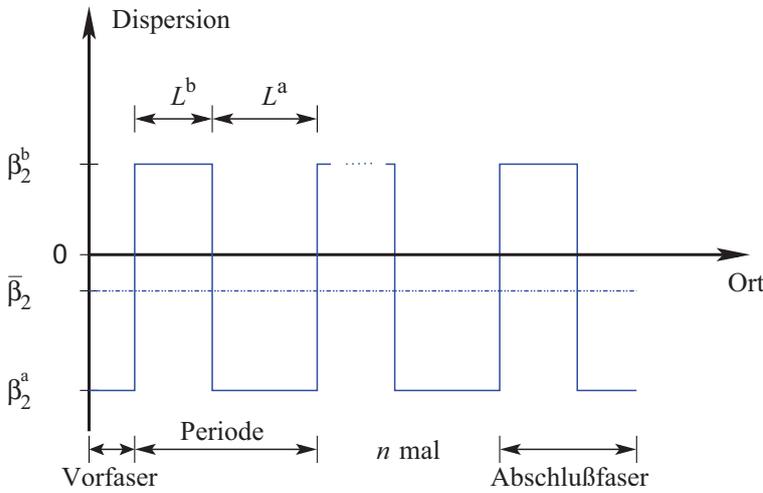


Abbildung 4.2: Abhängigkeit der GVD vom Ort für periodisches Dispersions-Management. Die Vorfaser als auch die Abschlußfaser haben die Länge $L_a/2$. Dadurch kann man eine *chirp*-freies Soliton auf die DM-Strecke schicken und am Ausgang wieder ein *chirp*-freies Soliton erhalten.

Datenformat immer noch mit dem Begriff Soliton, obwohl es sich nur in erster Näherung um solche handelt [61].

4.2 Periodische Dispersionsstrukturen

Um Verluste in Übertragungsstrecken auszugleichen, verwendet man Erbium-Faserverstärker EDFA (engl.: *Erbium-doped fiber amplifier*), welche im verwendeten Wellenlängenbereich im Gegensatz zu einer Standardfaser ein positives β_2 besitzen (s. Abschnitt 2.3.7). Bei den meisten Glasfaser-Datenübertragungsstrecken hat man es also bereits deshalb mit einem speziellen Fall von DM zu tun. Technisch üblich ist es, Glasfasern mit unterschiedlicher GVD periodisch aneinander zu spleißen.

Betrachten wir nun den einfachen Fall, bei dem sich zwei GVD-Werte β_2^a und β_2^b abwechseln (vgl. Abb. 4.2). Die mittlere GVD ergibt sich zu

$$\bar{\beta}_2 = \frac{\beta_2^a L^a + \beta_2^b L^b}{L^a + L^b} . \quad (4.1)$$

Die Abweichung vom Mittelwert wird als Stärke

$$S = \frac{|\beta_2^b L^b - \beta_2^a L^a|}{\tau^2} = \frac{|\beta_2^b - \bar{\beta}_2| L^b + |\beta_2^a - \bar{\beta}_2| L^a}{\tau^2} = 2 \frac{|\beta_2^b - \bar{\beta}_2| L^b}{\tau^2} \quad (4.2)$$

der Dispersionsstruktur bezeichnet¹. Für eine Stärke von Null ergibt sich der homogene Fall. Es hat sich eingebürgert, anstatt der natürlichen Dauer T_0 (vgl. Tab. 3.3) die FWHM-Dauer τ zu verwenden. Die natürliche Dauer kann nur dann leicht bestimmt werden, wenn man einen geschlossenen analytischen Ausdruck zur Beschreibung der Wellenpakete verwendet. Die meisten Ergebnisse stützen sich aber auf Messungen bzw. Simulationen, und somit wird in der Literatur τ verwendet.

4.2.1 DM-Solitonen

Bemerkenswerterweise existieren auch in DM-Systemen Solitonen [119]. Ihre Energie ist höher als für vergleichbare Solitonen in einer homogenen Faser [158]. Da DM-Solitonen bei Wechselwirkung mit ähnlichen Wellenpaketen Energie abstrahlen, muß man sie streng genommen als solitäre Wellen bezeichnen. Trotzdem hat sich der Begriff DM-Soliton eingebürgert.

¹Leider werden sowohl die Stärke der Dispersionsstruktur Gl. (4.2) als auch die Dispersion dritter Ordnung aus Gl. (2.13) mit S bezeichnet.

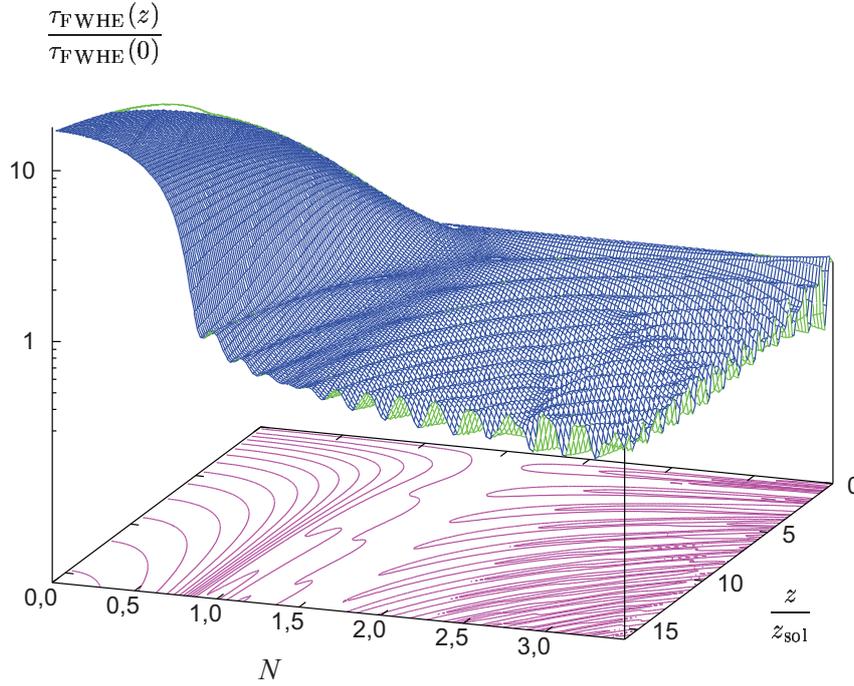


Abbildung 4.3: Änderung der auf die anfängliche Impulsdauer $\tau_{\text{FWHE}}(0)$ normierten Impulsdauer $\tau_{\text{FWHE}}(z)$ bei der Ausbreitung des Eingangszustandes aus Gl. (4.4) entlang der Faser z als Funktion der Solitonenordnung N . $S \approx 1,424$.

In Abb. 4.3 ist analog zur Abb. 3.6 die Entwicklung der Impulsdauer als Funktion des Ortes für verschiedene Solitonenordnungen N dargestellt. Die Solitonenordnung wird aus dem Mittelwert der GVD $\bar{\beta}_2$ bestimmt. Bei dieser Normierung befindet sich das Soliton nicht bei $N = 1$, sondern bei $N \approx 1,4$ (vgl. auch Abb. 4.4). Ein solches Soliton hat also ca. doppelt so viel Energie als im homogenen Fall.

DM-Solitonen haben keine sech-Form mehr. Der zentrale Teil ist eher Gauß-förmig. In Abb. 4.5 sieht man, wie sich die Solitonen entlang einer DM-Periode verändern. Ungefähr in der Mitte der einzelnen DM-Segmente sind die Solitonen nahezu *chirp*-frei. Betrachtet man nur diese Mitten und trägt die dortige Impulsform stroboskopisch auf, so erhält man die in Abb. 4.4 gezeigte, scheinbar stationäre Solitonenausbreitung. Typisch für DM-Solitonen sind die charakteristischen Leistungskerben an den Flanken der Wellenpakete. Diese Kerben treten allerdings nur an bestimmten Stellen entlang der Ausbreitungsrichtung in einer DM-Periode auf. Solche Kerben sind, wie anhand von Abb. 3.3.5 bereits diskutiert wurde, ein Anzeichen für mehrere Komponenten, aus denen ein DM-Soliton besteht.

Wählt man z. B. ein Gauß-förmiges Wellenpaket als Startbedingung und fordert, daß sowohl dessen Energie als auch dessen Impulsdauer gleich der eines sech-förmigen Wellenpaketes ist, so braucht man dazu eine Amplitudenkorrektur:

$$A(T, 0) = N\sqrt{\hat{P}} \operatorname{sech}\left(f_{\text{sech}}^{\text{FWHM}} \frac{T}{\tau_{\text{FWHM}}}\right) \quad (4.3)$$

$$\longrightarrow A(T, 0) = N f_{\text{Gauß}}^{\text{Ampl}} \sqrt{\hat{P}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(f_{\text{Gauß}}^{\text{FWHM}} \frac{T}{\tau_{\text{FWHM}}}\right)^2\right) \quad (4.4)$$

mit der Amplitudenkorrektur
$$f_{\text{Gauß}}^{\text{Ampl}} = 2 \sqrt{\frac{\sqrt{\ln(2)}}{\operatorname{arcosh}(3)} \frac{\pi}{\operatorname{arcosh}(3)}} \approx 1,032$$

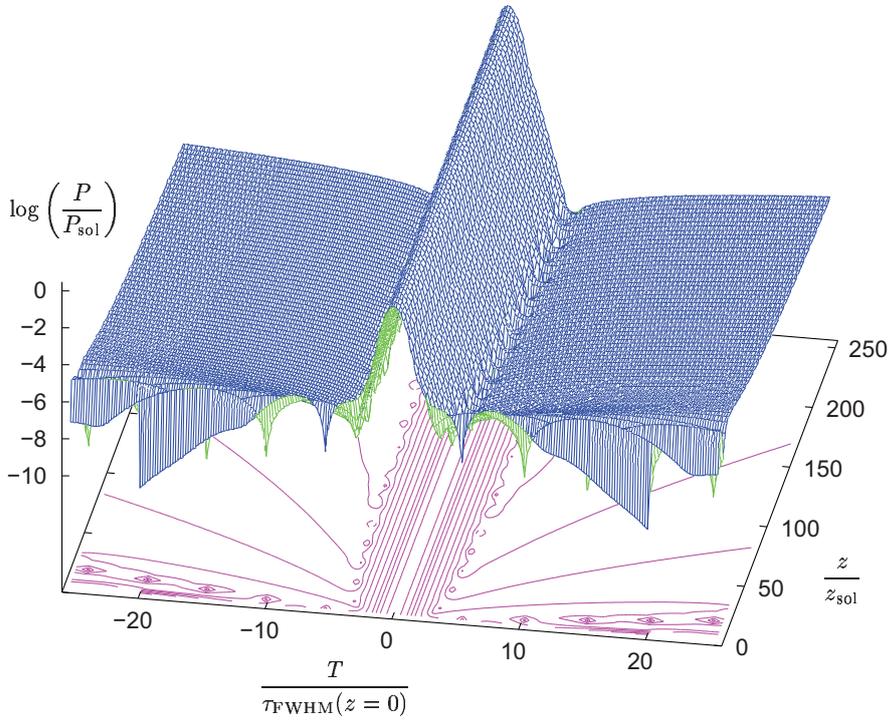


Abbildung 4.4: Entwicklung eines Gauß-ähnlichen DM-Solitons über 256 Solitonperioden. $N=1,505$ und $S=1,589$.

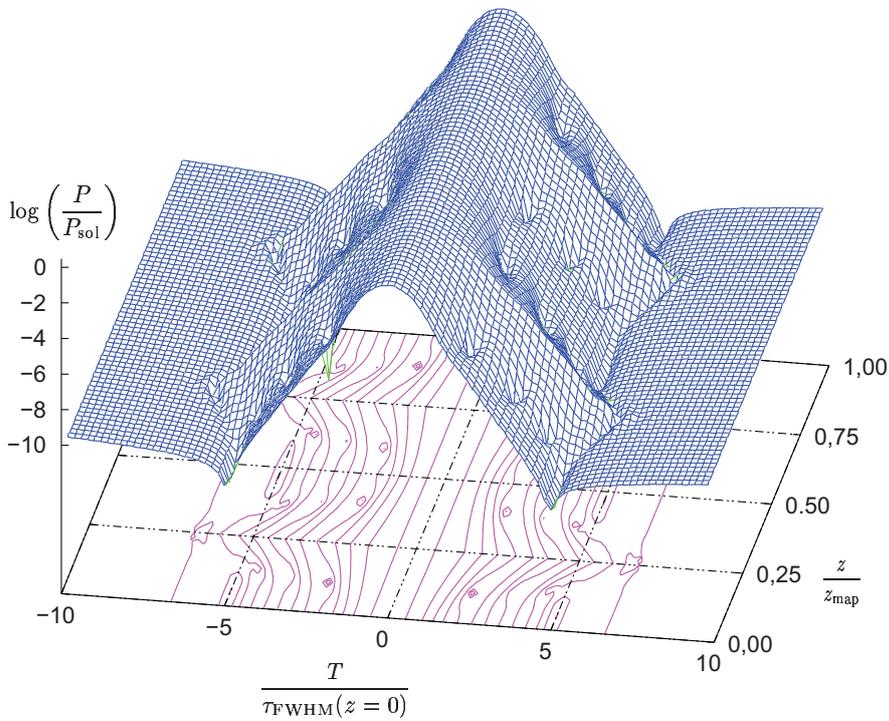


Abbildung 4.5: Entwicklung eines Gauß-ähnlichen DM-Solitons über eine DM-Periode. $N=1,505$ und $S=1,589$.

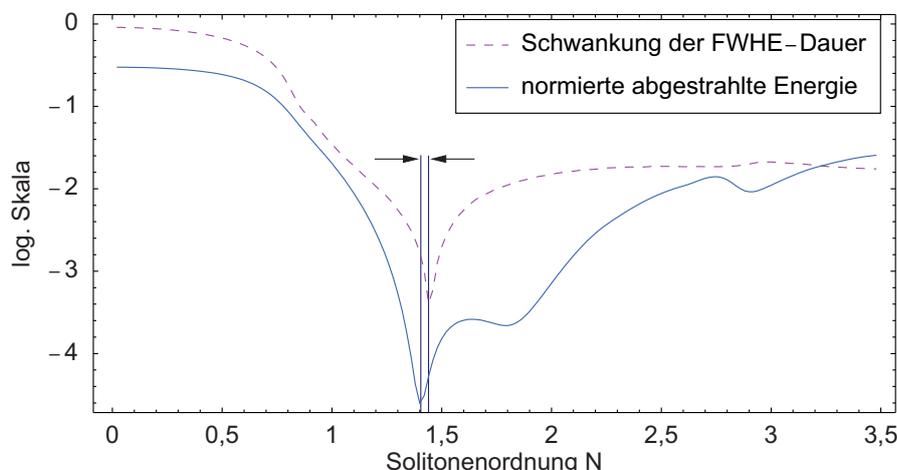


Abbildung 4.6: Schwankung der Impulsdauer als Funktion der Solitonenordnung im Vergleich zu der abgestrahlten Energie für einen Gauß-förmigen Impuls mit $S=1,424$. Die Minima liegen bei 1,405 bzw. 1,440.

und den Umrechnungsfaktoren für die Impulsdauer (vgl. Abschnitt A.5)

$$f_{\text{sech}}^{\text{FWHM}} = \text{arcosh}(3) \approx 1,763 \quad \text{bzw.} \quad f_{\text{Gauß}}^{\text{FWHM}} = 2\sqrt{\ln(2)} \approx 1,665 \quad . \quad (4.5)$$

Die Energieerhöhung des DM-Solitons läßt sich nicht allein durch die veränderte Form und eine unpassend gewählte Definition der Impulsdauer erklären. Die Energieerhöhung hat vielmehr zwei andere Ursachen: Zunächst haben die Solitonen in Teilen der DM-Strecke einen wesentlichen *chirp* und somit eine geringere Spitzenleistung. Damit ist der Effekt der SPM reduziert. Will man dieselbe Impulsdauer erhalten, muß man dies mit einer höheren Energie der Wellenpakete kompensieren. Eine weitere Ursache für die Energieerhöhung besteht darin, daß die Solitonen in dem Glasfaserstück mit negativerer GVD im nahezu bandbreitebegrenzten Abschnitt - also ca. in der Mitte - ein verbreitertes Spektrum haben. Im Glasfaserabschnitt mit positiverer GVD ist das Spektrum an der entsprechenden Stelle schmaler. Dadurch erhält man in beiden Fällen eine zusätzliche negative GVD. Da die GVD vorher schon im Mittel negativ war, ist nun die effektive GVD noch negativer. Die GVD erhöht sich also betragsmäßig, was nur durch eine stärkere SPM, also höhere Energie kompensiert werden kann.

Wie in Abschnitt 3.3.5 beschrieben, ist es nicht immer einfach, ein Soliton und dessen Parameter numerisch zu bestimmen. Deswegen wurde hier, um ein DM-Soliton zu finden, die Schwankung von Impulsparametern entlang der Ausbreitung betrachtet (s. Abb. 4.6). Ist diese Schwankung minimal, so handelt es sich bei dem Zustand um ein Soliton. Eine minimale Energieabstrahlung sollte allerdings ebenfalls einen Soliton-Zustand anzeigen. Allerdings ergibt sich ein leichter Unterschied zwischen beiden Kriterien. Dies ist immer der Fall, wenn man nicht die optimale Impulsform als Ausgangszustand verwendet, also auch bei jedem solchen Experiment. Die minimale Schwankung der Impulsparameter ist das bessere Maß für das Auffinden von Solitonen. Allerdings kann man mit diesem Kriterium nur Solitonen erster Ordnung finden. Für Solitonen höherer Ordnung muß man die minimale Energieabstrahlung betrachten. Zusätzlich ist eine minimale Schwankung der Impulsparameter experimentell nur schwer bestimmbar.

4.2.2 DM-Solitonen höherer Ordnung

Um sich vom Solitonencharakter der DM-Solitonen zu überzeugen, reicht es nicht zu zeigen, daß die Wellenpakete trotz GVD nicht zerfließen, sondern man muß die Wechselwirkung untereinander untersuchen. Selbst der einfachste Fall, der eines Solitons höherer Ordnung, wurde bisher noch nicht betrachtet [V13].

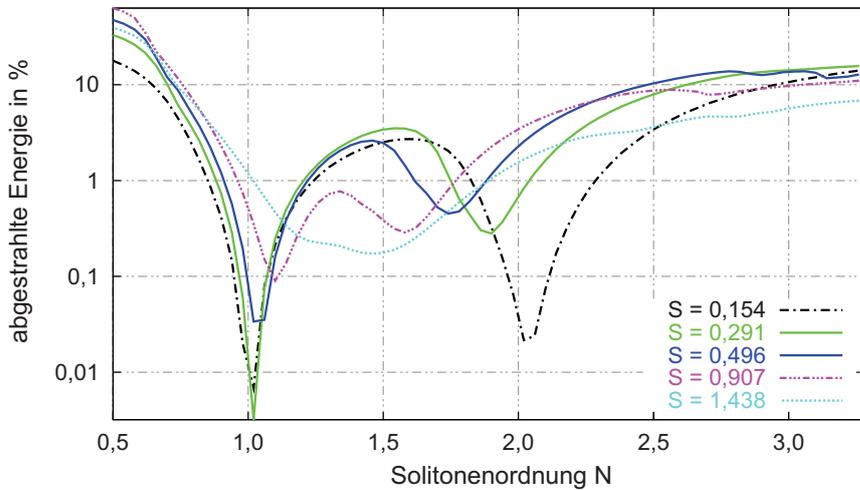


Abbildung 4.7: Kumulative Energieabstrahlung eines sech-förmigen Anfangsimpulses nach 72,9 Solitonperioden normiert auf die Anfangsenergie als Funktion der Solitonenordnung. Die Abstrahlungscharakteristiken sind für verschiedene Stärken S dargestellt.

In Abb. 4.7 ist die über 70 Solitonperioden kumulativ abgestrahlte Energie eines sech-förmigen Eingangszustandes dargestellt. Man erkennt für kleine Stärken S der Dispersionsstruktur die bereits erwähnte minimale Energieabstrahlung leicht oberhalb $N = 1$. Für größer werdende Energien kann nur ein Teil des Eingangsimpulses in ein Soliton umgewandelt werden; der Rest wird abgestrahlt. Diese abgestrahlte Energie wächst solange bei Energieerhöhung am Eingang an, bis sie groß genug ist ein zweites Soliton zu bilden. Für eine bestimmte Anfangsenergie erhält man ein zweites Minimum, welches durch ein Soliton zweiter Ordnung verursacht wird. Allerdings ist dieses nicht so tief wie das Minimum eines Solitons erster Ordnung. Dies hat zwei Gründe: Erstens ist die sech-Form des anfänglichen Wellenpaketes nicht die des exakten DM-Solitons, also ist die abgestrahlte Energie immer - auch bereits für ein Soliton erster Ordnung - von Null verschieden. In der Nähe von $S \approx 0$ ist ein sech-förmiges Wellenpaket eine Startbedingung, die nur wenig Energie verliert. Für $S \sim 1,6$ hat allerdings ein Gauß-förmiges Wellenpaket einen geringeren Energieverlust. Zweitens kommt es bei der Überlagerung von DM-Solitonen zu einer permanenten Energieabstrahlung aufgrund einer nicht verschwindenden Wechselwirkung der Solitonen. Deswegen handelt es sich bei DM-Solitonen formal eigentlich um solitäre Wellen. Allerdings ist die Wechselwirkung gering, denn es kommt innerhalb von 100 Solitonperioden nur zu einer Energieabstrahlung in der Größenordnung von einigen Promille. Weiterhin stellt man fest, dass die Energie, die zur Bildung eines Solitons zweiter Ordnung notwendig ist, ab einer Stärke von $S > 0,2$ kleiner ist als für den homogenen Fall. Ab $S \approx 1$ laufen die beiden Minima der Energieabstrahlung ineinander. Dies ist ein weiterer Hinweis auf einen mehrkomponentigen Aufbau eines DM-Solitons.

Solitonen höherer Ordnung lassen sich analog zum Soliton zweiter Ordnung beschreiben. Ein Soliton dritter Ordnung kann man in Abb. 4.6 für $N \approx 3$ erkennen.

4.2.3 Verbotene Bereiche

Aufgrund der in Abschnitt 4.2.1 beschriebenen effektiven negativeren mittleren GVD ist es nun möglich, auch in Dispersionsstrukturen mit im Mittel positiver GVD helle Solitonen zu erzeugen [121]. Dieser Bereich ist für helle Solitonen in einer homogenen Glasfaser verboten.

Helle Solitonen haben, auch bei im Mittel positiver GVD, nach wie vor eine positive Phasenentwicklung mit z . Für die dispersiven Anteile ergibt sich aber, aufgrund der positiven GVD, ebenfalls eine positive Phasenentwicklung. Dadurch kommt es zur Ausbildung von direkten Seitenbändern (s. Abschnitt 3.4.2), an die die Solitonen ständig Energie abstrahlen.

Mit einer weiterentwickelten Version des vorgestellten SSFM-Programms wurde in [169] gezeigt, daß

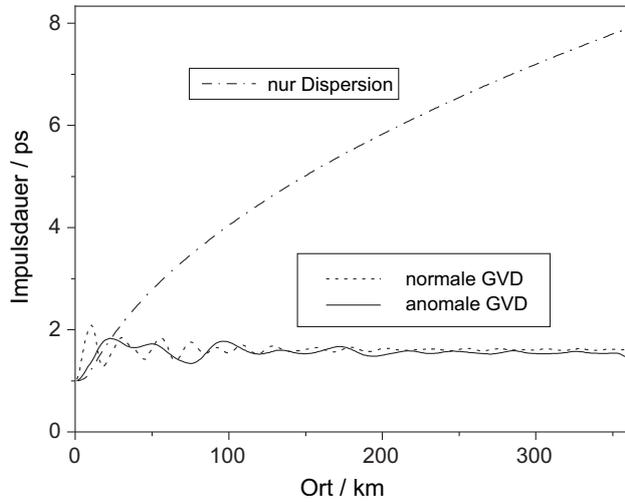


Abbildung 4.8: Entwicklung der Impulsdauer von Dunkelsolitonen entlang einer Übertragungsstrecke. $S = 7,2$; $\beta_2 = +0,03\text{ps}^2/\text{km}$ bei normaler GVD bzw. $\beta_2 = -0,03\text{ps}^2/\text{km}$ bei anomaler GVD. Die gezeigte Entfernung entspricht $33 L_D$ oder $113 L_{NL}$ oder 600 DM-Perioden . Zum Vergleich ist die Entwicklung eines Wellenpaketes gezeigt, auf welches nur GVD wirkt. Eine genauere Beschreibung findet man in [169].

für dunkle Solitonen das Umgekehrte ebenfalls gilt: Auch diese können in dem für sie verbotenen Bereich existieren. In Abb. 4.8 ist die Impulsdauer von dunklen Solitonen dargestellt. Im linearen Fall erhält man eine Verbreiterung der Kerbe im Untergrund. Betrachtet man hingegen zusätzlich SPM, so bildet sich ein dunkles Soliton, und zwar unabhängig vom Vorzeichen von β_2 . Dies gilt allerdings nur für kleine $|\beta_2|$.

4.3 Nichtperiodische Dispersionsstrukturen

Eine perfekte Realisierung von periodischen Dispersionsstrukturen findet man in allen modengekoppelten Lasern. Wenn man allerdings versucht, eine Übertragungsstrecke mit einer periodischen Struktur zu realisieren, so gibt es herstellungsbedingt Probleme, die Periodizitätsbedingung exakt zu erfüllen. Wie in Abschnitt 2.3 beschrieben, ändern sich die Dispersionswerte, bedingt durch den Herstellungsprozeß, in einer Glasfaser. Da die ortsabhängige Dispersion nicht exakt bestimmt werden kann, wurde in dieser Arbeit untersucht, welche Auswirkungen Dispersionsstrukturen aus nicht streng periodisch wechselnden Glasfasersorten haben. Ein Ansatz, dieses Problem mit einer Störungsrechnung zu lösen, wird in [103] präsentiert. Hier wird die Abweichung von der Periodizität allerdings numerisch berechnet, sodaß keinerlei Annahmen über die Wellenpakete gemacht werden müssen.

Bei den untersuchten Dispersionsstrukturen werden L_a bzw. L_b nach der Vorschrift

$$L_m = (1 + MR_m)L_m \quad (4.6)$$

verändert. Dabei ist M die verwendete „Modulationstiefe“ und R_m eine Zufallszahl aus dem Intervall $[-1, 1]$. Ein veränderter Dispersionwert in einer Glasfaser kann in erster Näherung durch eine entsprechende veränderte Faserlänge berücksichtigt werden. Deswegen seien hier β_2^a und β_2^b unverändert.

Um die Ergebnisse der Simulation vergleichbar zu halten, wurde die mittlere Dispersion nicht verändert. Dazu wurde für jede zufällig ermittelte Faserlänge eine Faserlänge bestimmt, für die $L'_m = (1 - MR_m)L'_m$ gilt. Um die zufällige Abfolge der Faserstücken zu realisieren, wurden anschließend alle Faserstücken in eine zufällige Reihenfolge gebracht. Damit die Ergebnisse der Simulation vergleichbar sind, wurden verschiedene konkrete Realisierungen $R = \{R_1, R_2, \dots, R_{\max}\}$ mehrfach benutzt.

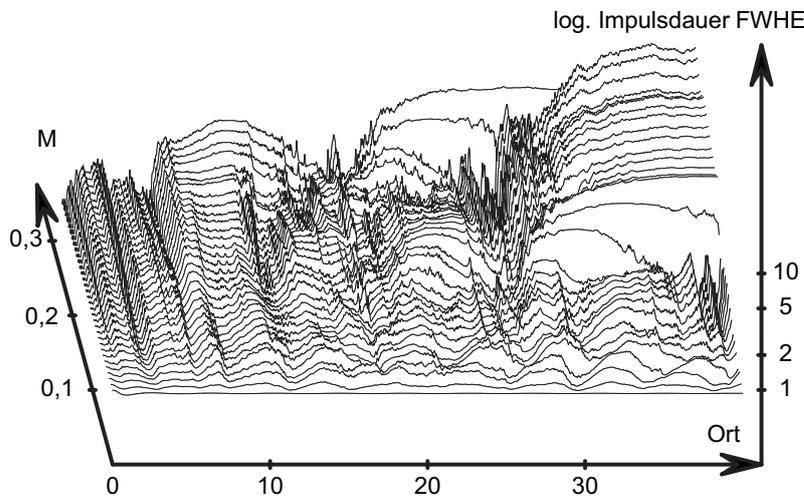


Abbildung 4.9: Entwicklung der Impulsdauer eines anfänglichen DM-Solitons über 40 Solitonperioden als Funktion der Modulationstiefe in 1/128-Schritten. Dargestellt ist also eine Modulation von 0 bis 0,25. Die Stärke S beträgt 0,7701.

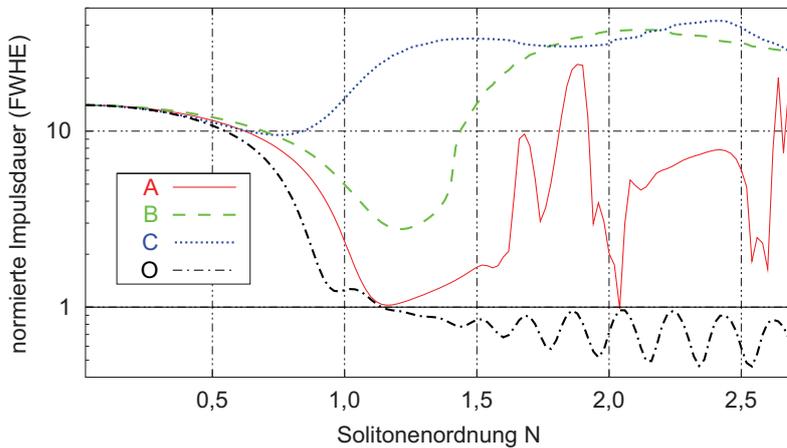


Abbildung 4.10: Impulsdauer (FWHE) nach der Ausbreitung eines Gauß-förmigen Wellenpaketes in einer nicht-periodischen DM-Strecke mit $S = 0,667$ über 10 Solitonperioden für verschiedene Sätze von Zufallszahlen: Kurven A, B und C. Die Modulationstiefe beträgt 0,25. Zum Vergleich ist die Impulsdauer für den homogenen Fall dargestellt: Kurve O.

4.3.1 Robustheit und Zerfall von Solitonen

Bei der durchgeführten Simulation der Ausbreitung von Solitonen mit verschiedenen R wurden drei verschiedene Möglichkeiten beobachtet, wie sich ein Soliton entwickeln kann:

Robuste Solitonen: Zunächst kann es Solitonen geben, die sich problemlos an die gegebene Dispersionsstruktur anpassen können: Abb. 4.10 mit Zufallszahlen A. Ein solches anpassungsfähiges Verhalten kennt man auch von sog. *sliding-frequency guiding filters* [114, 55]. Auch dort können sich Solitonen an eine wiederkehrende Störung, in dem Fall der Zentralfrequenz, anpassen.

Sich auflösende Solitonen: Um sich an die gegebene Dispersionsstruktur anzupassen, kann es bestimmte Stellen geben, an denen die Solitonen viel Energie abgeben müssen: Abb. 4.10 mit Zufallszahlen B. Gibt es mehrere solche Stellen, so reicht die verbleibende Energie nicht mehr aus, um ein Soliton zu bilden. Ein solches Soliton löst sich auf: Abb. 4.10 mit Zufallszahlen C.

Solitonenzерfall: Es gibt bestimmte Bedingungen, die in Abschnitt 4.3.2 näher diskutiert werden, die zum Zerfall eines Solitons in mehrere Solitonen führen können: Abb. 4.10 mit Zufallszahlen A für $1,7 < N < 1,9$.

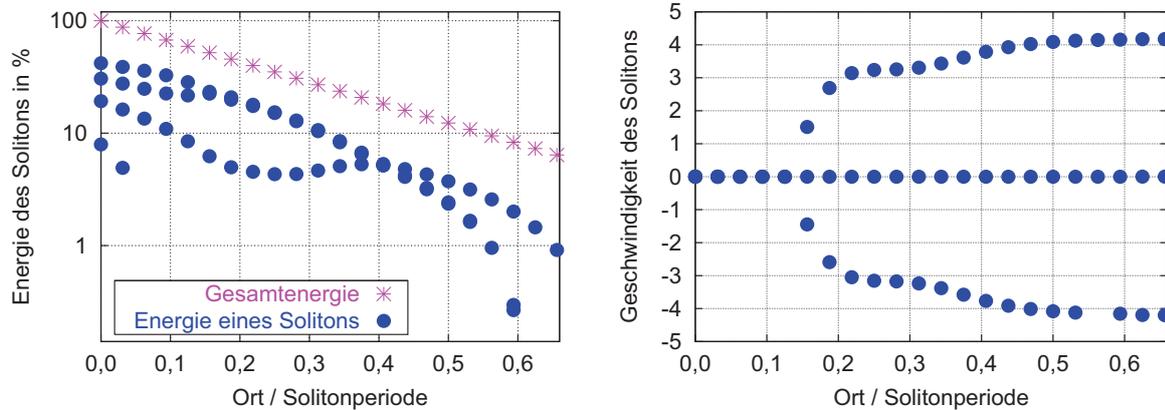


Abbildung 4.11: Solitonenzerfall in einer homogenen Strecke aufgrund von Dämpfung.

In Abb. 4.9 ist die Entwicklung eines DM-Solitons für verschiedene Modulationstiefen dargestellt. Man erkennt, daß eine Modulation von ca. 5% für eine tolerierbare Datenübertragung möglich ist. Ab einer Modulationstiefe von ca. 20% findet man nur noch in seltenen Fällen eine Übertragungsstrecke, die eine langreichweitige (einige Dutzend Solitonperioden) Übertragung ermöglicht. Das Gebirge rechts hinten in Abb. 4.9 entspricht nicht einer dramatischen Erhöhung der Impulsdauer, sondern dem Aufspalten eines Wellenpaketes in zwei. Die FWHE-Dauer ist für diesen Fall gerade der Abstand der entstandenen, sich voneinander entfernenden Wellenpakete.

4.3.2 Vergleich zwischen nichtperiodischer Dispersionsstruktur und Dämpfung

Betrachten wir nun die NLSE mit Verlusten. Diese Verluste sollen allerdings nicht wie in der Ginzburg-Landau-Gleichung frequenzabhängig sein. Man beobachtet das in Abb. 4.11 dargestellte Verhalten. Die Dämpfung wurde hier um vier Größenordnungen größer als für Standard-Glasfasern gewählt, damit sie eine merkbare Auswirkung auf die Entwicklung der Wellenpakete hat. Als Anfangszustand wird eine Solitonenordnung von $N=4,2$ verwendet. Man erhält also vier Solitonen mit der aus Abb. 3.5 zu erwartenden Energien, die alle am selben Ort sich mit derselben Geschwindigkeit ausbreiten. Die Dämpfung bewirkt nun, daß sich die beiden höherenergetischen Solitonen in ihrer Energie angleichen. An diesem Punkt, an dem beide dieselbe Energie erreichen, tritt bezüglich der Energie eine Entartung der beiden Solitonen ein. Solitonen können jedoch nicht gleichzeitig in allen sie bestimmenden Parametern übereinstimmen (s. Abschnitt 3.3.3). Deswegen erhalten sie eine unterschiedliche Geschwindigkeit (s. Abb. 4.11). Dieses Auseinanderbrechen in zwei Solitonen mit der betragsmäßig gleichen Geschwindigkeiten ist aus Symmetriegründen nur bei zwei Solitonen mit derselben Energie möglich. Wie man an dem überexponentiellen Abfall der Energie der Solitonen erkennen kann, verlieren die Solitonen Energie, um sich an die durch die Verluste verringerte Gesamtenergie anzupassen. Die beiden auseinanderdriftenden Solitonen strahlen ihre Energie zum Teil in Richtung des dritten Solitons ab. Dieses ist nun in der Lage, diese Energie aufzunehmen, und erhält somit sogar mehr Energie als die beiden höherenergetischen Solitonen.

Diese in der homogenen Strecke beobachteten Phänomene, also sich auflösende Solitonen bzw. eine Aufspaltung zweier energetisch entarteter Solitonen wird auch in DM-Strecken mit nicht streng periodisch alternierender Dispersion beobachtet. Die Verluste, die die Solitonen erfahren, werden in solchen Strecken durch die zufälligen Schwankungen der Fasersegmente hervorgerufen. Das Verhalten in beiden Fällen ist sehr ähnlich.

Kapitel 5

Dispersionsoptimierung eines modengekoppelten $\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ -Lasers

Es gibt mittlerweile zahlreiche Möglichkeiten, breitbandige Laser bei der Telekommunikationswellenlänge um $1,5 \mu\text{m}$ herzustellen. Jedes dieser Systeme hat seine Vor- und Nachteile. Entscheidend sind dabei sowohl physikalische und technische als auch wirtschaftliche Aspekte.

Farbzentrenlaser waren die ersten erfolgreichen Laser bei der gewünschten Wellenlänge, die ultrakurze Lichtimpulse emittieren konnten. Einen $\text{NaCl}:\text{OH}^-$ -Farbzentrenlaser kann man z. B. im Wellenlängenbereich $1,41\text{-}1,81 \mu\text{m}$ abstimmen, und man erreicht damit Pulsdauern von 60 fs [129]. Mit einem $\text{KCl}:\text{Tl}^0(1)$ -Farbzentrenlaser konnten sogar Lichtimpulse mit einer Dauer von nur 19 fs demonstriert werden [113]. Allerdings sind Farbzentrenkristalle nur langzeitstabil, wenn sie unter 200 K gekühlt werden. Dies ist aufwendig und kommt somit für eine praktische Anwendung nicht in Frage.

Halbleiterlaser sind sehr kompakte und effiziente Laser. Wenn man sie in Massenproduktion herstellt, so können sie auch sehr billig sein. Halbleiterlaser reagieren stark auf Temperaturänderungen. Deswegen muß man sich um Wellenlängendriftprobleme Gedanken machen. Die Bandbreite eines Halbleiterlasers ist nicht groß genug, um bei der Telekommunikationswellenlänge Lichtimpulse von nur wenigen Zyklen zu erzeugen. Einen InGaAs -Halbleiterlaser kann man z. B. in der Wellenlänge zwischen $1,53 \mu\text{m}$ und $1,57 \mu\text{m}$ abstimmen, und man erreicht Impulsdauern von ca. 200 fs .

Erbium-Laser werden sowohl als Erbium-Faserlaser [174] als auch als Erbium-Glas-Laser verwendet. Da Erbium-Faserlaser Licht in der Glasfaser erzeugen, kann man es sehr leicht in gewünschte Glasfasern einkoppeln. Allerdings sind Erbium-Laser ebenfalls nicht in der Lage, Lichtimpulse von nur wenigen Zyklen zu erzeugen. Die kürzeste erreichte Impulsdauer ist 77 fs [174].

Frequenzkonversion: Weitere Lichtquellen, welche die geforderten Eigenschaften haben, sind der optische parametrische Verstärker OPA (engl: *optical parametric amplifier*) bzw. der optische parametrische Oszillator OPO. Ein OPA mit BBO als Konversionskristall und einem $\text{Ti}:\text{Saphir}$ -Laser als Pumplaser kann beispielsweise im Wellenlängenbereich von $1,1\text{-}2,6 \mu\text{m}$ Lichtimpulse von $14,5 \text{ fs}$ erzeugen [122]. Ein CTA-OPO kann z. B. Lichtimpulse mit 150 fs im Bereich von $1,1\text{-}2,6 \mu\text{m}$ liefern [134]. Allerdings handelt es sich hierbei um eine sehr aufwendige Technologie, bei der mehrere Komponenten sehr genau aufeinander abgestimmt und geregelt werden müssen.

Cr^{4+} :YAG-Laser: Eine vielversprechende Möglichkeit, um Lichtimpulse von wenigen Zyklen bei der Telekommunikationswellenlänge zu erzeugen, ist der Cr^{4+} :YAG-Laser. Bei allen bisher realisierten Cr^{4+} :YAG-Lasern konnte man es allerdings nicht erreichen, die gesamte zur Verfügung stehende Bandbreite von Cr^{4+} :YAG zum Modenkoppeln zu bringen. In dieser Arbeit wurde untersucht, ob man diesem Ziel durch Optimierung der Dispersion im Resonator des modengekoppelten Cr^{4+} :YAG-Lasers näher kommen kann, denn die Dispersion hat entscheidenden Einfluß auf die kürzestmögliche Impulsdauer eines solchen Systems [13, 65]. Deswegen wurde die Dispersion des Lasers experimentell bestimmt. Anschließend wurde mit mehreren Verfahren die Dispersion auf gewünschte Werte eingestellt.

5.1 Eigenschaften eines Cr^{4+} :YAG-Kristalls

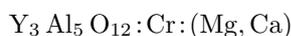
Cr^{4+} :YAG ist ein moderner Kristall, der erst 1988 zum ersten Mal beschrieben wurde [7]. Seitdem wurden zahlreiche physikalische und optische Eigenschaften von Cr^{4+} :YAG von verschiedenen Instituten untersucht:

Spektroskopische Eigenschaften: [45, 47, 54, 76, 79, 97, 123, 175, 190, 192], Sättigbare Absorption und ESA¹: [16, 23, 38, 42, 46, 124, 163, 170, 193], Doppelbrechung: [18], Sonstiges: [14, 91, 130, 133, 147, 148, 145, 160, 184].

Einige wichtige Eigenschaften von Cr^{4+} :YAG-Kristall sind allerdings noch nicht hinreichend untersucht worden, bzw. bei einem Vergleich verschiedener Veröffentlichungen bemerkt man sehr unterschiedliche Meßergebnisse. Hierzu gehört unter anderem dessen Dispersion. Deswegen wurde sie, um verlässliche Werte zu besitzen, hier gemessen (s. Abschnitt 2.3.2).

5.1.1 Chemische Eigenschaften

Die chemische Formel von Cr^{4+} :YAG lautet:



Der Wirtskristall ist YAG-Kristall. YAG steht für Yttrium-Aluminium-Granat. YAG ist, wegen seiner guten mechanischen und thermischen Eigenschaften, die häufigste verwendete Granatstruktur für Laserkristalle. Seine Struktur ist bis zu seiner Schmelztemperatur von ca. 2000 °C stabil. Von unter 300 nm bis über 4 μm ist YAG transparent. YAG ist ein häufig verwendeter Wirtskristall für viele Lasertypen. Der Nd:YAG-Kristall ist der am weitesten verbreitete unter ihnen, und der erste Laser mit einem YAG-Kristall (1964).

Es treten folgende Wertigkeiten in Cr^{4+} :YAG auf:

Wirtskristall: Y(3+), Al(3+), O(2-)
 Dotierung: Cr(3+)
 Co-Dotierung: {Mg(2+) bzw. Ca(2+)} & Cr(4+)

In einen YAG-Kristall kann man sehr gut 3-wertige Ionen einbauen. Die Magnesium- und/oder die Kalzium-Atome, welche als Co-Dotierung beigemischt werden, können aber nur zwei Elektronen abgeben, bis ihre Valenzschalen leerräumt sind, obwohl sie auf Plätzen von 3-wertigen Atomen sitzen. Ein weiteres Elektron stellen die Chrom-Atome zur Verfügung, da Chrom in vielen Oxidationsstufen vorkommen kann. Es wird 4-wertig. Man vermutet, daß die optisch interessanten Ionen eben diese Cr^{4+} -Ionen sind und in tetraedrischer Bindung vorliegen. Im Cr^{4+} -YAG kommen Cr-Ionen aber auch in den Wertigkeiten 2+, 3+, 4+ und 6+ vor. Sie werden als parasitär eingestuft, und man versucht, sie beim Herstellungsprozeß zu unterdrücken. Der Anteil der Cr^{4+} -Ionen in tetraedrischer Bindung in Bezug auf alle Cr-Atome liegt lediglich bei 2% bis 5%.

¹ESA von engl.: *excited state absorption*

Härte	8,5 Mohs $\hat{=}$ 1215 Knoop
Dichte	4560 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Wärmeleitfähigkeit bei 300 K	12-14 $\frac{\text{W}}{\text{K m}}$
$\frac{\partial n}{\partial T}$	$7,3 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}$
Wärmekapazität	590 $\frac{\text{J}}{\text{kg K}}$
linearer Wärmeaus- dehnungskoeffizient	$6,9 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}$

Tabelle 5.1: Physikalische Eigenschaften von Cr^{4+} :YAG.

Absorption des Pumplichtes α_{pumpe}	150 m^{-1}
Leistungszahl (FOM) $\frac{\alpha_{\text{pumpe}}}{\alpha_{\text{laser}}}$	40 bis 540
Sättigungsintensität bei 20 $^{\circ}\text{C } I_s$ [179]	$4,3 \cdot 10^8 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
Zerstörschwelle	$5 \cdot 10^{12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
nichtlineare Brechzahl n_2	$1,0 \cdot 10^{-19} \frac{\text{m}^2}{\text{W}}$

Tabelle 5.2: Optische Eigenschaften von Cr^{4+} :YAG.

Eine einfache Methode der Herstellung von Cr^{4+} :YAG mit hoher optische Qualität bietet die Czochralski-Methode. Bei dieser Methode wird der Kristall direkt aus der Schmelze gezogen.

Vergleich mit anderen Cr^{4+} -dotierten Kristallen: Eine Gegenüberstellung von mit Cr^{4+} :YAG vergleichbaren Laserkristallen findet man in [96]. Ein weiterer, häufig verwendeter Wirtskristall für Cr^{4+} -Ionen ist Forsterite: Mg_2SiO_4 . Das Emissionsspektrum ist aber bei diesem Kristall um 100-200 nm zum sichtbaren Bereich hin verschoben. Mit folgenden Cr^{4+} -Kristallen wurden bereits Laser realisiert:

YAG	$\text{Cr}^{4+}:\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$	1,34 μm bis 1,58 μm	19 fs	[135]
Forsterite	$\text{Cr}^{4+}:\text{Mg}_2\text{SiO}_4$	1,15 μm bis 1,33 μm	14 fs	[8] [25]
Cunyite	$\text{Cr}^{4+}:\text{Ca}_2\text{GeO}_4$	1,35 μm bis 1,48 μm		[128]
	$\text{Cr}^{4+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$	1,18 μm bis 1,29 μm		[130]

Eine Vielzahl von mehr oder weniger vielversprechenden mit Chrom dotierten Kristallen, die eine starke Fluoreszenz im Wellenlängenbereich von ca. 1,1 μm bis 1,6 μm zeigen, werden in [97, 130, 192] untersucht. In [130] wird Cr:monticellite ($\text{Cr}^{4+}:\text{MgCaSiO}_4$) als Material mit hoher Quanteneffizienz (ca. 30 %) vorgestellt. Allerdings ist hier der Herstellungsprozess sehr kritisch. Andere Kristalle sind aus anderen Gründen nicht geeignet. Manche haben eine zu kurze Lebensdauer bei Zimmertemperatur, andere sind schwer herzustellen oder haben eine zu geringe Effizienz. Andere wiederum sind noch nicht ausreichend untersucht worden.

5.1.2 Physikalische Eigenschaften

Die wichtigsten physikalischen Eigenschaften von Cr^{4+} :YAG sind in Tab. 5.1 zusammengefasst. Die Härte von YAG liegt mit 8,5 Mohs in der Mitte zwischen der von Glas (ca. 7 Mohs) und der von Diamant (10 Mohs). Damit ist es ein sehr hartes Material, und somit sehr unempfindlich gegenüber äußeren mechanischen Einflüssen. Für einen Wirtskristall besitzt YAG eine gute Wärmeleitfähigkeit von 12 $\text{W}/(\text{K m})$. Forsterite hat im Vergleich nur eine Wärmeleitfähigkeit von 5 $\text{W}/(\text{K m})$ und Glas sogar nur 0,8 - 1,2 $\text{W}/(\text{K m})$. Trotzdem kommt es in Cr^{4+} :YAG-Lasern zur Ausbildung von störenden thermischen Linsen.

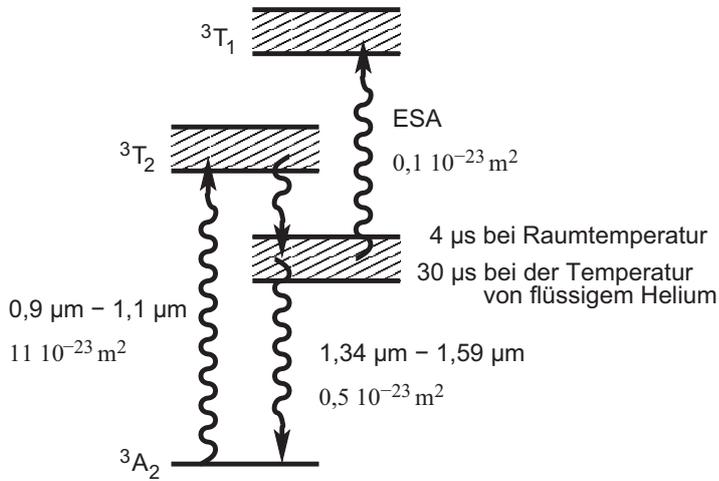


Abbildung 5.1: Schematische Energieniveaus von Cr^{4+} :YAG: Gezeigt ist der Pumpübergang, der Laserübergang und der ESA-Übergang, sowie deren Wirkungsquerschnitte.

5.1.3 Optische Eigenschaften

Einige optischen Eigenschaften von Cr^{4+} :YAG sind in Tab. 5.2 aufgelistet. Für die Sättigungsintensität I_s gilt

$$I_s = \frac{h\nu}{\sigma\tau} \quad . \quad (5.1)$$

Dabei ist $h\nu$ die Energiedifferenz zwischen den beteiligten Niveaus, σ der Wirkungsquerschnitt des Übergangs und τ dessen Zeitkonstante. Zwischen dem Wirkungsquerschnitt und dem Absorptionskoeffizienten α gilt folgende Beziehung:

$$\alpha = \sigma N \quad (5.2)$$

N ist dabei die Dichte der beteiligten Atome. Cr^{4+} :YAG besitzt eine von der Polarisationsrichtung abhängige Sättigungsintensität [18].

Energietermschema

Das Energietermschema von Cr^{4+} :YAG ist in Abb. 5.1 dargestellt. Der Pumpübergang erfolgt in der Notation für eine kubische Symmetrie (T_d -Symmetrie) von 3A_2 nach 3T_2 . Allerdings ist dies nur ein sehr einfaches Modell. Die Symmetrie eines regulären Tetraeders D_{2d} führt zu einer genaueren Beschreibung [124].

Die Lebensdauer τ_L eines Elektrons im oberen Laserniveau hängt von der Temperatur T ab. Es gilt näherungsweise [145]

$$\tau = 5,35 \mu\text{s} - 0,042 \frac{\mu\text{s}}{^\circ\text{C}} T \quad . \quad (5.3)$$

Dabei ist T in $^\circ\text{C}$ einzusetzen. Somit ist $\tau_L \approx 4,5 \mu\text{s}$ für Zimmertemperatur. Für Temperaturen von flüssigem Helium steigt der Wert von τ_L , anders als es in Gl. (5.3) beschrieben ist, über $30 \mu\text{s}$ an.

Einen Cr^{4+} :YAG-Laser kann man mit Licht im Wellenlängenbereich zwischen ca. $0,9 \mu\text{m}$ bis $1,1 \mu\text{m}$ pumpen (vgl. Abb. 5.2). Man erhält eine Fluoreszenz im Bereich von ca. $1,3 \mu\text{m}$ bis $1,6 \mu\text{m}$. In der Literatur findet man sehr widersprüchliche Angaben über die Wirkungsquerschnitte von Cr^{4+} :YAG. Eine Zusammenstellung und Diskussion dieser verschiedenen Werte findet man in [40].

Aufgrund der langen Lebensdauer im oberen Laserniveau können Elektronen aus diesem zusätzlich zu denen aus dem Grundniveau merklich zur Absorption beitragen, sog. ESA (engl.: *excited state absorption*). Dies führt zur einer Verringerung der Lasereffizienz.

5.2 Anwendungen von Cr^{4+} :YAG

Besonderheit der Laserwellenlänge: Die Laser mit einer Emissionswellenlänge vergleichbar der des Cr^{4+} :YAG-Lasers werden als augensicher bezeichnet. Ein Laserstrahl bei dieser Wellenlänge deponiert seine Energie wegen der vorhandenen OH-Bindungen beim Auftreffen im Auge direkt auf der Hornhaut. Der Strahl wird, im Gegensatz zum sichtbaren Licht, nicht auf der Netzhaut fokussiert. Dadurch sind die Intensitäten vergleichsweise gering. Die für das Auge schädliche Bestrahlungsstärke wird für das aufs Auge auftreffende Licht wesentlich erhöht. Gemäß dem ANSI-Z136.1-Standard ist das Auge bei $1,5 \mu\text{m}$ 100 mal unempfindlicher als bei $10,6 \mu\text{m}$ (CO_2 -Laser) und $2 \cdot 10^5$ unempfindlicher als bei $1,06 \mu\text{m}$ (Nd:YAG-Laser). Aber selbst, wenn es zu einer Schädigung des Auges kommen sollte, so ist die medizinische Behandlung der Hornhaut wesentlich einfacher als die der Netzhaut. Allerdings muß man bei der häufig verwendeten Angabe des Prädikates „eye-safe“ berücksichtigen, daß die Strahlung unsichtbar ist, und somit der Lidschlußreflex entfällt.

5.2.1 Sättigbarer Absorber

Man verwendet Cr^{4+} :YAG zum Güteschalten (engl.: *Q-switch*) von Lasern im Wellenlängenbereich zwischen $0,9 \mu\text{m}$ bis $1,1 \mu\text{m}$ [23]. Hierzu zählen die weit verbreiteten Nd-Laser [2, 152, 153]. Man erreicht Impulsdauern von ca. 20 ns und Impulsenergien von $200 \mu\text{J}$. Die Cr^{4+} :YAG-Stäbe, die hierfür verwendet werden, haben eine vergleichsweise hohe Dotierung. Güteschaltung mit Cr^{4+} :YAG wird aber auch bei Yb-Lasern erfolgreich eingesetzt [42].

5.2.2 Kontinuierlicher Laser

Weiterhin verwendet man Cr^{4+} :YAG als aktives Medium im Dauerstrich-Laser. Der erste solche Laser wurde bereits 1988 demonstriert [7]. Cr^{4+} :YAG-Laser haben Emissionswellenlängen von 1320 nm bis 1584 nm (189,3 THz bis 227,1 THz). Damit beträgt die Abstimmbandbreite ca. 240 nm. Cr^{4+} :YAG-Laser können bei Zimmertemperatur betrieben werden.

Die Laseremission kann genutzt werden, um einen Erbium-Faserlaser zu pumpen. Dies ist am effektivsten bei einer Wellenlänge von $1,48 \mu\text{m}$ [184].

5.2.3 Modengekoppelter Laser

Telekommunikation: Modengekoppelte Cr^{4+} :YAG-Laser eignen sich unter Umständen für den Einsatz in der Telekommunikation, da sie bei einer Wellenlänge emittieren, bei der Glasfasern hochgradig transparent sind. Bei diesen Wellenlängen besitzen moderne Glasfasern eine geringere Dämpfung als 0,2 dB/km. Die benötigte hohe Wiederholfrequenz versucht man, durch sehr kompakte Resonatoren zu erzielen, sogenannte Mikrochiplaser [143], oder aber durch einen sehr kompakten herkömmlichen Aufbau mit Multifunktionselementen [180]. In beiden Fällen erzielt man Wiederholfrequenzen von einigen GHz. Mit „harmonic mode-locking“ kann man diese Wiederholfrequenzen ebenfalls erschließen [27]. Allerdings sind Laser mit „harmonic mode-locking“ für praktische Zwecke vermutlich zu instabil.

Untersuchung optischer Nichtlinearitäten: Optische Nichtlinearitäten skalieren mit Potenzen der Intensität. Will man Auswirkungen auch von vergleichsweise geringen Nichtlinearitäten beobachten, so muß man folglich die Intensität eines Lichtstrahls erhöhen und die erhöhte Intensität auch möglichst lange aufrechterhalten. Dies ist aber mit einem Freistrahls nicht möglich, denn die Fokusslänge (Rayleigh-Länge)

$$z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$$

skaliert mit der Strahltaile im Fokus w_0 zum Quadrat. Die Intensität skaliert aber mit dem inversen Quadrat der Strahltaile

$$I \propto \frac{P}{w_0^2} \quad .$$

Fokussiert man einen Freistrah, so erhält man also keine höheren $\chi^{(3)}$ -Nichtlinearitäten. Anders sieht es in einer Glasfaser aus: hier kann man die hohen Intensitäten entlang der gesamten Faserstrecke aufrechterhalten. Die Strecke, entlang deren man eine hohe Leistung und damit eine hohe Intensität erhält, wird lediglich durch die Verluste in der Glasfaser beschränkt. Im Wellenlängenbereich von ca. $1,5 \mu\text{m}$ sind diese Verluste am geringsten. Diesbezüglich eignen sich Cr^{4+} :YAG-Laser, um nichtlineare Effekte zu studieren.

Optische Solitonen und Quanteneffekte: Mit einem Cr^{4+} :YAG-Solitonenlaser kann man auf einfache Weise Solitonen in einer Glasfaser erzeugen. Diese eignen sich, um einige grundlegende physikalische Phänomene zu untersuchen [156]. Hierzu gehört zum Beispiel das Erzeugen von gequetschtem Licht [V2] oder QND-Messungen (engl.: *quantum non-demolition*) [162].

Tomographie: Auch die Untersuchung von Schadstoffen in der Luft mithilfe von LIDAR (engl.: *light detection and ranging*) ist möglich. Hier wird vor allem die Tatsache benutzt, daß man sogenannte „eye-safe“-Wellenlängen verwenden kann. Dies ermöglicht es, ein LIDAR-System gefahrlos mit einer höheren Leistung zu betreiben. Eine höhere Leistung erhöht das Signal-zu-Rausch-Verhältnis und damit die Sensibilität auf die zu untersuchenden Schadstoffe. Eine verwandte Technologie in der Medizin ist die optische Kohärenz-Tomographie. Auch hier könnte ein Cr^{4+} :YAG-Laser sinnvoll eingesetzt werden [159].

Erzeugung von Impulsen mit geringer Dauer: Die mögliche Bandbreite eines Cr^{4+} :YAG-Lasers beträgt ca. 260 nm. Das bedeutet bei einer mittleren Wellenlänge von ca. 1450 nm eine Bandbreite von 37 THz. Für Solitonen-ähnliche Wellenpakete entspricht das einer minimalen Impulsdauer von 8 bis 9 fs, was nur knapp zwei Zyklen der optischen Trägerfrequenz entspricht. Diese Impulsdauer wurde allerdings bislang von niemandem experimentell erreicht.

5.3 Kontinuierlicher Cr^{4+} :YAG-Laser

Um einen guten modengekoppelten Betrieb des Laser (ML-Laser von engl. *mode-locked*) zu erzielen, wird zunächst die kontinuierliche Variante aufgebaut und optimiert. Es wurde versucht, Laserlicht mit einer hohen und stabilen Ausgangsleistung zu erzeugen, welches nur in der transversalen Grundmode abgestrahlt wird. Dieser Dauerstrichlaser (cw-Laser von engl. *continuous-wave*) wird nun beschrieben. Zunächst werden einzelne Komponenten vorgestellt, bevor das Verhalten des kontinuierlichen Lasers beschrieben wird.

5.3.1 Cr^{4+} :YAG-Kristall

Verstärkung und Kristalllänge

Um das Pumplicht effizient zu nutzen, sollte der Kristall mindestens so lang sein wie die typische Absorptionslänge, oder gar länger. Wird der Kristall allerdings zu lang gewählt, so ist das Pumplicht im hinteren Teil des Kristalls bereits so weit abgeschwächt, daß man dort keine Besetzungsinversion mehr erreichen kann. Dieses Kristallende würde somit das Laserlicht abschwächen anstatt es zu verstärken. Die Kleinsignal-Absorptionslänge für erhältliche Cr^{4+} :YAG-Laser-Kristalle beträgt typischerweise ca.

Nr.	Endfläche-Endfläche	Polarisation	Aufbau	Bemerkung
1	Antireflex-Antireflex	unabhängig	variabel	
2	Antireflex-HR	unabhängig	kompakt	
3	Brewster -HR	abhängig	kompakt	
4	Brewster -Brewster	abhängig	variabel	häufig verwendet
5	Sandwich: HR - HR	unabhängig	winzig	hohe Wiederholfrequenz

Tabelle 5.3: Mögliche Konfigurationen für die Endflächen eines Cr^{4+} :YAG-Kristalls.

7 mm. Da sättigbare Absorption für das Pumplicht im für eine Besetzungsinversion notwendigen Intensitätsbereich berücksichtigt werden muß, erhöht sich hier die Absorptionslänge merklich. Die Verstärkung eines gepumpten Cr^{4+} :YAG-Kristalls liegt pro Umlauf in der Größenordnung von 5%. Strahlveränderung aufgrund der Verstärkung (engl.: *gain guiding*) sind somit sehr gering. Allerdings muß ein Cr^{4+} :YAG-Laser immer einen Resonator mit vergleichsweise geringen Verlusten haben.

Cr^{4+} :YAG-Kristallformen und Resonator-Geometrien

Mögliche Kristallgeometrien sind in Tabelle 5.3 zusammengefaßt. Konfiguration 1 kommt wegen der vergleichsweise hohen Verluste für einen effizienten Cr^{4+} :YAG-Laser nicht in Frage. Mit der Geometrie 2 und 3 kann man einen L-förmigen Resonator (auch V-förmigen genannt) realisieren. Diese Resonatoren sind einfach und kompakt. Mit der Geometrie 4 kann man zusätzlich einen Z- bzw. X-förmigen Resonator aufbauen. Bei solchen Resonatoren hat man ausreichend viele Freiheitsgrade, die man zum Einbringen zusätzlicher Komponenten nutzen kann. Die Geometrie 5 wird mit einem sehr kleinen Fabry-Pérot-Resonator verwirklicht. Die entstehende thermische Linse stabilisiert den Resonator. Solche Mikrochip-Laser werden entwickelt, um sehr hohe Wiederholfrequenzen zu erzielen [143].

Der hier verwendete Kristall ist Stab-förmig und hat einen Durchmesser von 5 mm und ist 20 mm lang. Seine Endflächen sind im Brewster-Winkel von $61,2^\circ$ geschnitten. Deswegen hat der Resonator im Folgenden immer die Konfiguration 4. Die besten zur Zeit verfügbaren Cr^{4+} :YAG-Kristalle werden am IRE-Polus Institut (s. Abschnitt C.2.4) gefertigt. Bei der Beschaffung verschiedener Cr^{4+} :YAG-Kristalle zeigte sich, daß einige von ihnen nicht ausreichend homogen sind. Dies konnte durch gestreutes Pumplicht an einigen Stellen im Kristall nachgewiesen werden. Der zuletzt verwendete Kristall weist hingegen keine solchen Inhomogenitäten auf. Weiterhin ist die Ausgangsleistung des Lasers, die man mit diesem Kristall erzielt, vergleichbar mit den besten Ergebnissen in anderen Instituten.

5.3.2 Pumplaser

Der von der Wellenlänge abhängige Absorptionskoeffizient eines Cr^{4+} :YAG-Kristalls ist in Abb. 5.2 dargestellt. Wie man sieht, kann man einen Cr^{4+} :YAG-Laser mit einem Neodym- oder mit einem Ytterbium-dotierten Laser pumpen. Halbleiterlaser würden zwar auch bei einer optimalen Pumpwellenlänge funktionieren, aber deren Strahlprofil und deren mittlere Leistung sind für einen vielversprechenden Laserbetrieb noch nicht gut genug. Es wurden Cr^{4+} :YAG-Laser sowohl mit kontinuierlichen Pumplasern als auch mit modengekoppelten Pumplasern (*Q-switch*) demonstriert.

Ytterbium-Laser: Ein Yb:YAG-Laser hat eine optimale Emissionswellenlänge von $\lambda = 1030$ nm. Solche Laser wurden mit einer Ausgangsleistung von bis zu 50 W demonstriert. Aber das Strahlprofil eines solchen Lasers ist zu schlecht ($M^2 < 10$), um einen Cr^{4+} :YAG-Laser zu pumpen. Ein Ytterbium-Faserlaser kann hier Abhilfe schaffen. Mit einem solchen Lasersystem (20 W;

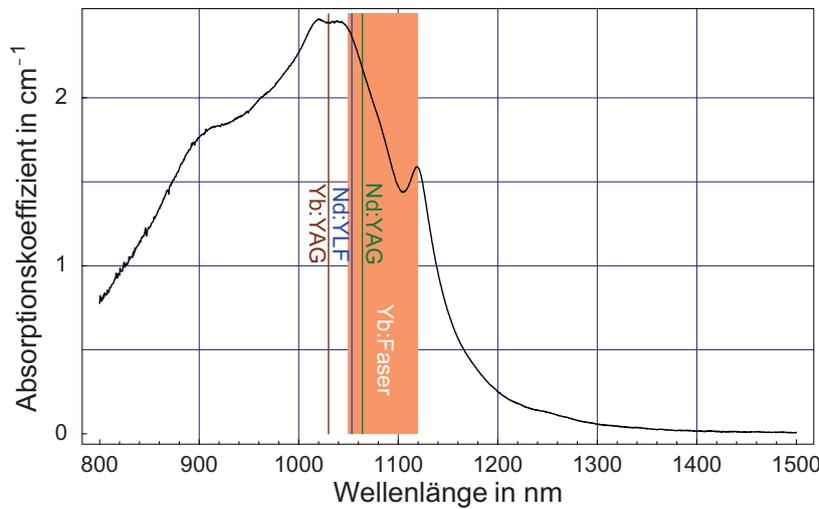


Abbildung 5.2: Dargestellt ist das in [123] gemessene Absorptionsspektrum von Cr^{4+} :YAG und mögliche Pumplaser an deren Emissionswellenlänge.

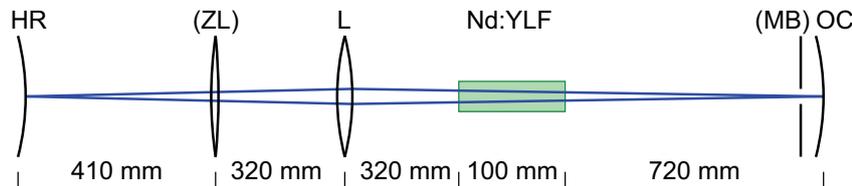


Abbildung 5.3: Aufbau des Nd:YLF-Lasers: HR = hoch reflektierender Spiegel mit dem Krümmungsradius 1200 mm, ZL = optionale Zylinderlinse mit dem Krümmungsradius 1300 mm, L = sphärische Linse, OC = Auskoppelspiegel mit dem Krümmungsradius -1200 mm und einem Auskoppelgrad von 12%.

$\lambda = 1060 \text{ nm}$) wurde bereits ein Cr^{4+} :YAG-Laser erfolgreich betrieben [136] (siehe auch [8]). Mittlerweile gibt es kommerziell sehr kompakte Yb-Faserlaser mit einem $M^2 < 1,1$ mit über 100 W Ausgangsleistung (s. Abschnitt C.2.4).

Halbleiterlaser: Man kann einen Cr^{4+} :YAG-Laser auch direkt mit Halbleiterlaserdioden pumpen [160]. Als Halbleitermaterialien eignen sich unter anderem InGaP, GaAs und InGaAs.

Neodym-Laser: Der Nd:YAG-Laser hat eine Emissionswellenlänge von 1064 nm und eine mögliche Bandbreite von ca. 0,5 nm. YAG hat, wie bereits erwähnt, gute thermische und mechanische Eigenschaften.

Im Rahmen der Arbeit wurde allerdings kein Nd:YAG-Laser, sondern ein Nd:YLF-Laser bzw. zeitweise ein Nd:YVO₄-Laser verwendet. Deren Eigenschaften, insbesondere deren Vorteile gegenüber den anderen Pumplasern, werden im Folgenden genauer beschrieben.

Nd:YLF-Laser: Der in dieser Arbeit hauptsächlich verwendete Pumplaser ist ein Nd:YLF-Laser der Firma Quantronix (s. Abschnitt C.2.5). Seine Emissionswellenlänge beträgt 1053 nm. In Abb. 5.3 ist seine Konfiguration dargestellt. Die maximale Ausgangsleistung beträgt 20 W, die typische Ausgangsleistung 12 W.

Nd:YLF ($\text{LiYF}_4:\text{Nd}$) hat eine Emissionswellenlänge von $\lambda = 1053,4 \text{ nm}$ für den σ -Übergang und $\lambda = 1047 \text{ nm}$ für den π -Übergang. Nd:YLF ist doppelbrechend. Die Brechzahlen für die ordentliche bzw. für

die außerordentliche Polarisierung betragen $n_o = 1,4481$ bzw. $n_e = 1,4704$ bei einer Wellenlänge von $1,06 \mu\text{m}$ [70]. Nd:YLF besitzt eine geringe thermische Doppelbrechung und eine vergleichsweise geringe thermische Linse. Dadurch kann man im Vergleich zum Nd:YAG-Laser höhere Ausgangsleistungen erzielen.

Trotz der vergleichsweise geringen thermischen Doppelbrechung von YLF kommt es in diesem Laser zur Ausbildung einer merklichen thermischen Linse. Durch eine Strahlprofilmessung (s. Abschnitt A.4) konnte die Elliptizität des Ausgangsstrahles bestimmt werden. Gemessen wurde ein Verhältnis der beiden Hauptachsen der Ellipse von 2:1. Mit einer Zylinderlinse konnte die Elliptizität ausreichend kompensiert werden [36].

Zusätzlich weist der Pumplaser charakteristische Leistungsschwankungen auf. Diese haben zwei typische Zeitkonstanten. Die eine beträgt ca. 540 Hz und ist korreliert mit Richtungsschwankungen des Strahls [36]. Die zweite liegt in der Größenordnung von 25 kHz. Hierbei dürfte es sich um Relaxationsschwingungen handeln.

Nd:YVO₄: Die Arbeitsgruppe von Dr. Morgner (C.2.3) hat uns für eine kurze Zeit einen diodengepumpten Nd:YVO₄-Laser zur Verfügung gestellt. Dieser ist wesentlich rauschärmer als der in dieser Arbeit hauptsächlich verwendete Nd:YLF-Laser. Seine maximale Ausgangsleistung betrug 23 W. Die Emissionswellenlänge eines Nd:YVO₄-Lasers liegt zwischen 1062 nm und 1064 nm. Ein solcher Laser wird meist mit Halbleiterlaserdioden gepumpt. Dadurch ist er rauschärmer als vergleichbare Laser, die mit Bogenlampen gepumpt werden, und eignet sich somit besser als Pumplaser [74].

Die Nd-Laser als Pumplaser: Um schädliche Rückreflexe des Cr^{4+} :YAG-Lasers in den Pumplaser zu vermeiden, befindet sich eine optische Diode zwischen dem Nd-Laser und dem Cr^{4+} :YAG-Laser. Die lineare Polarisierung des Nd-Lasers wird mit einer $\lambda/2$ -Platte in die richtige Orientierung gebracht. Die $\lambda/2$ -Platte wird direkt vor der optischen Diode eingebaut. Dadurch kann man zusätzlich die Pumpleistung stufenlos einstellen, ohne das Strahlprofil zu ändern. Bei Variation des Pumpstromes für den Nd-Laser hingegen würde sich das Strahlprofil aufgrund der sich verändernden thermischen Linse im Nd-Stab merklich verändern.

Um die Mode des Cr^{4+} :YAG-Lasers an die Mode des verwendeten Pumplasers anzupassen, wurden die Strahlprofile der Pumplaser als Funktion der Entfernung gemessen. Aus den so ermittelten ortsabhängigen Strahlradien wurde mittels eines Ausgleiches das Strahlprofil ausreichend charakterisiert (s. Abschnitt A.4 und [36]).

Um eine unabhängige Bestimmung der Strahlparameter des Pumplasers zu erhalten, wurde nach der ABCD-Matrix-Methode der Nd:YLF-Resonator berechnet. Es ergab sich eine gute Übereinstimmung mit den gemessenen Werten, solange die thermische Linse vernachlässigbar war.

5.3.3 Spiegel

Um den optimalen Betrieb eines modengekoppelten Cr^{4+} :YAG-Lasers zu ermöglichen, benötigt man spezielle Spiegel. Einerseits sollen die Spiegel hochreflektierend sein, damit der Laser trotz seiner geringen Verstärkung pro Umlauf funktioniert. Andererseits sollten sie für einen großen spektralen Bereich hochreflektierend sein, damit sie ein ausreichend breites Spektrum für die Erzeugung von ultrakurzen Lichtimpulsen zur Verfügung stellen. Die einfachste Möglichkeit, dies zu verwirklichen, sind dielektrische Spiegel.

Um einen hohen Wirkungsgrad zu erzielen, wird der Cr^{4+} :YAG-Kristall kollinear zum Laserstrahl gepumpt. Deshalb muß mindestens einer der Spiegel bei der Wellenlänge des Pumplasers durchlässig sein. Ein solcher Spiegel ist einer der schrägstehenden Faltungsspiegel. Bei dem Winkel, bei dem dieser im Resonator eingebaut wird, sollte er in Interesse einer hohen Effizienz mindestens 90% oder mehr des Pumplichtes durchlassen. Die Berücksichtigung des spektralen Pumpfensters erschwert das Design eines ideal angepaßten Spiegels.

Die verwendeten Standardspiegel sind breitbandig, hochreflektierend und dispersionsarm. Ihre Krümmungsradien sind 75, 100 und ∞ mm. Zusätzlich benötigt man Auskoppelspiegel. Die Laserausgangsleistung, die Laserschwelle und nichtlineare Effekte im Resonator hängen stark vom Auskoppelgrad des Lasers ab. Im Falle eines Cr^{4+} :YAG-Lasers wählt man am besten einen Auskoppelgrad von ca. 1,7% [V1]. Im Betrieb durchläuft der Laser auch die Rückseite des Auskoppelspiegels. Um hier Etalonneffekte mit der Vorderseite zu vermeiden, benutzt man am zweckmäßigsten einen gekeilten Auskoppelspiegel. Ein Keil von wenigen Grad ist ausreichend. Der Auskoppelgrad der zur Verfügung stehenden Auskoppelspiegel ist in Abb. 5.4 dargestellt. Diese wurden am Laser-Zentrum-Hannover (C.2.2) hergestellt und vermessen. Weiterhin sollte der Auskoppelspiegel im modengekoppelten Betrieb nicht zu dick gewählt werden, da sonst das im Resonator umlaufende Wellenpaket bei der Auskopplung aufgrund von Dispersion seine Dauer wesentlich erhöhen kann.

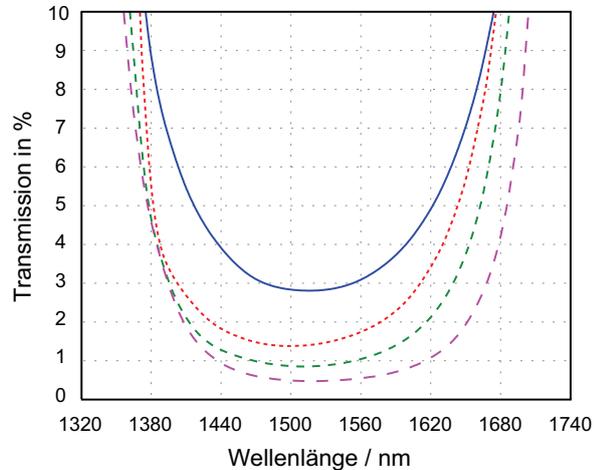


Abbildung 5.4: Spektrale Transmission der verwendeten Auskoppelspiegel (gemessen am LZH [C.2.2]).

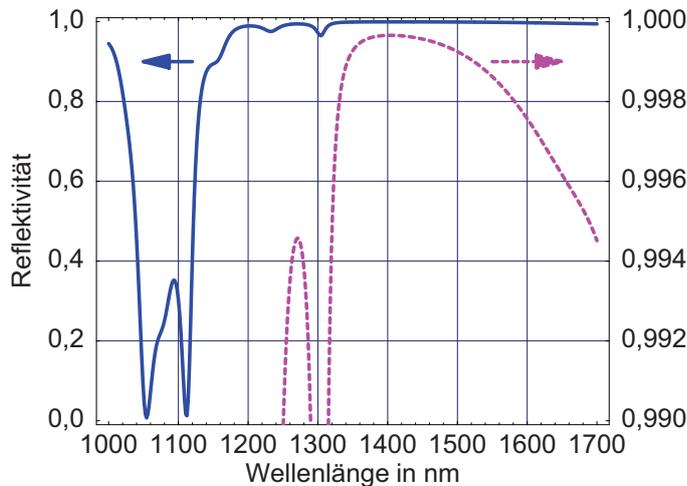


Abbildung 5.5: Reflektivität der dispersiven Spiegel nach der Berechnung an der ETHZ (C.2.1); die Messung der Spiegel am LZH (C.2.2) lieferte im Rahmen der Meßgenauigkeit dieselben Werte. Im ungestreckten Maßstab erkennt man das Transmissionsfenster für das Pumplicht um 1053 nm und ein weiteres bei 1111 nm. Diese sind auch in den Meßdaten in Abb. 2.24 gut zu erkennen. Im gestreckten Maßstab erkennt man, daß die Reflektivität von 1340 bis 1540 nm höher als 99,9% ist.

Für eine gute Dispersionskompensation im modengekoppelten Betrieb des Cr^{4+} :YAG-Lasers wurden spezielle dispersive Spiegel entwickelt. Deren Eigenschaften werden in Abschnitt 2.3.4 genauer beschrieben (vgl. auch Abb. 5.5).

5.3.4 Laserresonator

Berechnung der Strahlparameter eines Resonators

Mit Hilfe der $ABCD$ -Matrizen wurden die Eigenschaften der verwendeten optischen Resonatoren berechnet [92]. Zunächst wurde untersucht, ob der Resonator stabil ist. Stabil ist ein Resonator, wenn es Lichtstrahlen gibt, die trotz beliebig vieler Umläufe den Resonator nicht verlassen. Für die

Stabilität eines Resonators ist die verwendete Wellenlänge unerheblich. Dies ist besonders wichtig für modengekoppelte Laser.

Ist der Resonator stabil, so kann man die Strahltaile w und den Krümmungsradius R an jedem Ort im Resonator berechnen. Zu deren Berechnung kann man benutzen, daß nach einem Resonatorumlauf sich der q -Parameter reproduzieren muß. Man erhält:

$$w = \sqrt{\frac{\lambda |B|}{\pi \sqrt{1 - \left(\frac{A+D}{2}\right)^2}}} \quad R = \frac{2B}{D-A} \quad (5.4)$$

Die Matrixelemente A , B , C und D sind die der Gesamtumlaufmatrix, wobei der Umlauf an der Stelle beginnt und endet, an der man w und R bestimmen will. Dies kann man für jede Stelle im Resonator bestimmen. Einfacher ist es allerdings, die gewonnenen Strahlparameter als Startparameter für eine einfache Strahlausbreitung zu verwenden. Die Matrizen bis zu der gewünschten Stelle werden dazu zusammenmultipliziert.

Standardresonatoren

Wenn man plane Endspiegel verwendet, so kann man nur einen stabilen Resonator aufbauen, wenn man mindestens eine Linse oder einen gekrümmten Spiegel in den Resonator stellt. Ein Konfiguration mit einem Spiegel nennt man einen V-förmigen Resonator. Ein V-förmiger Resonator ist äquivalent zu einem symmetrischen Resonator, sodaß sein Stabilitätsbereich nicht aufspaltet. Deswegen kann er nicht zum Kerr-Linsen-Modenkoppeln mit Blenden („hard-aperture Kerr-lens mode-locking“) verwendet werden [101]. Allerdings kann man mit ihm Kerr-Linsen-Modenkoppelung mit einem besonderen Pump-Moden-Überlapp erreichen („soft-aperture Kerr-lens mode-locking“).

Verwendet man, im Gegensatz zum V-förmigen Resonator, zwei Faltungsspiegel, so erhält man je nachdem, ob die beiden Faltungsspiegel in dieselbe Richtung oder in die umgekehrte Richtung gekippt werden, einen Z-förmigen bzw. eine X-förmigen Resonator [127]. Die beiden Arme können nun gleich oder auch unterschiedlich lang gewählt werden. Wenn sie unterschiedlich gewählt werden, dann spaltet der Stabilitätsbereich in zwei Bereiche auf. An ihren Grenzen ist Kerr-Linsen-Modenkoppelung möglich.

Verwendet man in einem Arm eines Z-förmigen Resonators statt eines planen Endspiegels einen gekrümmten Spiegel, der mit einer kurzen Brennweite auf den planen Endspiegel fokussiert, so erhält man auf dem Endspiegel einen sehr kleinen Strahlradius. Damit ist die Intensität auf dem Endspiegel weitestgehend unabhängig von der Resonatorkonfiguration einstellbar. Ein solcher Resonator ist wichtig, um die Intensität auf einem sättigbaren Absorber, der als planer Endspiegel eingebaut wird, einstellen zu können.

5.3.5 Der kontinuierliche Laser

Konfiguration des kontinuierlichen Lasers

Der typische Aufbau des verwendeten Cr^{4+} :YAG-Lasers im Dauerstrichbetrieb ist in Abb. 5.6 dargestellt. Durch den Einkoppelspiegel M2 wird das Pumplicht in den Cr^{4+} :YAG-Kristall fokussiert, um dort genügend hohe Intensitäten zu erzielen, damit eine Besetzungsinversion erreicht werden kann. Mit einem Teleskop im Pumpstrahl wurde dabei der Strahlradius im Pumpfokus zwischen $25 \mu\text{m}$ und $60 \mu\text{m}$ variiert. Um Reflexionsverluste am Übergang zwischen dem Cr^{4+} :YAG-Kristall und der Luft zu vermeiden, ist der Kristall im Brewsterwinkel gedreht. Dadurch verändert sich die Lage des Pumpfokusses in sagittaler im Vergleich zur meridionalen Richtung. Um eine ähnliche Veränderung in der Resonatormode zu erreichen [59], werden die Spiegel M2 und M3 im Winkel von ca. 14° verkippt.

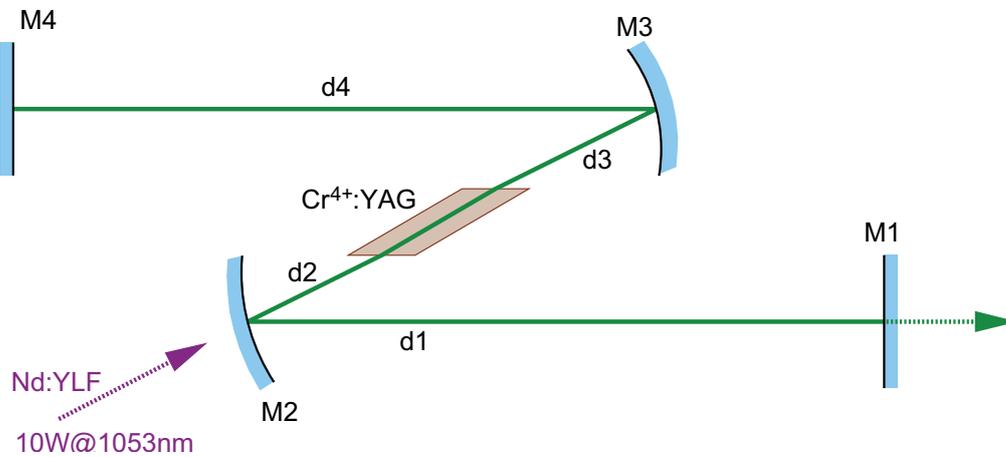


Abbildung 5.6: Schematischer Aufbau des verwendeten kontinuierlichen Cr^{4+} :YAG-Lasers. An der Stelle von M1 befindet sich der Auskoppelspiegel.

Typischerweise wurden Spiegel mit dem Krümmungsradius von 100 mm verwendet. Daraus ergibt sich ein optimaler Bereich für die Abstände d_2 und d_3 von ca. 46 mm bis 48 mm. Die Abstände d_1 und d_4 wählt man größer als ca. 200 mm. Dadurch ist der Laserstrahl in diesen Laserarmen nahezu parallel, und man kann in diese verschiedene optische Elemente auf eine einfache Weise einbauen.

Laserkennlinie: Um den kontinuierlichen Laser zu charakterisieren, wurden die Laserkennlinie für einen bezüglich der Leistung optimierten Laser gemessen. Der Geradenausgleich, der nur den linearen Anstieg in der Kennlinie berücksichtigt und damit thermische Effekte vernachlässigt, liefert eine Laserschwelle von 1,66 W und eine Steigung der Kennlinie von 14,6 %. Bei einer Pumpleistung von 7,7 W (gemessen vor der Linse, mit der das Pumplicht in den Kristall fokussiert wird) konnte eine Ausgangsleistung von ca. 800 mW erreicht werden. Typische Laserschwellen für den verwendeten Cr^{4+} :YAG-Laser liegen zwischen ca. 1-2 W. Der differentielle Wirkungsgrad beträgt dabei 10-15%. Die größten Ausgangsleistungen erzielt man bei einer Wellenlänge von ca. 1464 nm.

Der Verlauf der Laserkennlinie kann sehr strukturiert sein. Dieses Verhalten ist in Abb. 5.7 dargestellt. Die Strukturen in der Laserkennlinie sind auf den Einfluß einer thermischen Linse zurückzuführen. Die thermische Linse kann nicht nur dazu führen, daß die Laserausgangsleistung geringer wird, sondern den Stabilitätsbereich des Resonator so weit verändern, daß der Laser ausgeht. Allerdings besteht beim Laser die Möglichkeit, daß auch andere transversale Moden anschwingen können. Dies führt zu einem erneuten Anstieg der Ausgangsleistung.

5.3.6 Thermische Kontrolle

Der Cr^{4+} :YAG-Laser kann bei Zimmertemperatur betrieben werden. Trotzdem muß man sich Gedanken darüber machen, wie man die überschüssige Wärme, die beim Laserbetrieb zwangsweise entsteht, abführen kann [145]. Bei einem zu heißen Cr^{4+} :YAG-Kristall sinkt die Lebensdauer der Elektronen im oberen Laserniveau (vgl. Gleichung (5.3)). Dies senkt die Effizienz des Laserbetriebes. Weiterhin kommt es bei zu großem Wärmeeintrag zur Ausbildung einer nicht vernachlässigbaren thermischen Linse. Dies kann man bereits an der Laserkennlinie erkennen. Ein anderer Hinweis auf eine thermische Linse erkennt man im zeitabhängigen Verhalten bei der periodischen Pumpstrahlunterbrechung. Der Cr^{4+} :YAG-Kristall wird durch einen Kupferblock (Wärmeleitfähigkeit $\lambda=401 \text{ W}/(\text{K m})$) gehalten.

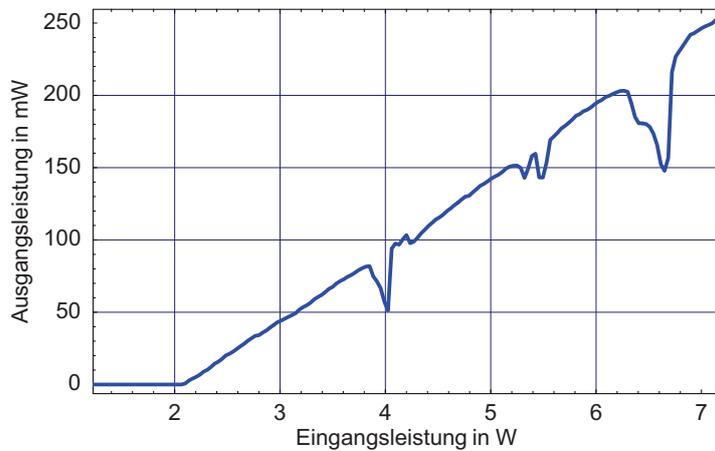


Abbildung 5.7: Typische Laserkennlinie des kontinuierlichen Cr^{4+} :YAG-Lasers mit einer thermischen Linse.

Dieser soll die im Kristall entstehende Wärme abführen. Um einen guten Kontakt zwischen dem Cr^{4+} :YAG-Kristall und dem umgebenden Kupferblock zu erreichen, wurde der unvermeidliche Zwischenraum mit einer Indium-Folie ($\lambda=81,6 \text{ W}/(\text{K m})$) ausgefüllt (Man kann auch eine Zinn-Folie ($\lambda=66,6 \text{ W}/(\text{K m})$) verwenden). Wichtig ist, daß die Folie durch nicht zu starken äußeren Druck sich an den Kristall anschmiegt. An den Oberflächen zur Luft kann die Wärme, da Luft ein guter Wärmeisolator ist ($\lambda=0,03 \text{ W}/(\text{K m})$), nicht effizient abgeführt werden.

Kontrolle der Temperatur

Um einen ruhigen und reproduzierbaren Betrieb des Lasers zu gewährleisten, sollte man die Temperatur von Cr^{4+} :YAG kontrollieren. Leider kann man die Temperatur nur schwer an der Stelle des Cr^{4+} :YAG-Kristalls messen, an der der Laserstrahl verläuft. Es ist lediglich praktikabel, die Temperatur am Rand zu messen. Man versenkt hierzu eine Temperatursonde im Kupferhalter des Kristalls. Die Kühlung kann auf einfache Weise mit einem Peltier-Element erfolgen. Um die entstehende Abwärme dieser Wärmepumpe abzuführen, verwendet man am einfachsten eine Wasserkühlung.

Die Temperatur kann somit in einem gewissen Bereich geregelt werden. Allerdings ist man für tiefere Temperaturen durch die Luftfeuchtigkeit beschränkt. Kühlt man zu stark, so kondensiert Wasser auf dem Kristall. Dadurch geht der Laser sofort aus. Um tiefere Temperaturen zu erreichen, muß man die den Kristall umgebende Luft trocknen.

Bei dem verwendeten Lasersystem ist dies mit einer Stickstoff-Spülung realisiert worden, die allerdings wegen der erforderlichen Einkopplung des Pumpstrahls vorläufig nur 3 %-rF ermöglichte. Der Laser ist dem gespülten Zustand nur eingeschränkt justierbar. Technische Verbesserungen sind allerdings noch möglich.

Kontrolle der thermischen Linse

Die Laserschwelle für einen „normalen“ Cr^{4+} :YAG-Laser beträgt mehr als 1 W. Bei solchen Pumpleistungen kann es im Kristall bereits zur Ausbildung einer nicht vernachlässigbaren thermischen Linse kommen. Dies kann dazu führen, daß der Laser keine kontinuierliche Emission zeigt. Nach ca. einer ms Laserbetrieb bildet sich eine thermische Linse aus, die den Resonator soweit dejustiert, daß dieser instabil wird und somit ausgeht.

Hier kann man sich mit einem Strahlunterbrecher helfen. Hiermit unterbricht man den Pumpstrahl periodisch und mindert damit den thermischen Effekt. Handelsübliche Strahlunterbrecher liefern meist ein Tastverhältnis von 1:1. Dies ist zwar für die Justage der thermischen Linse geeignet, aber man

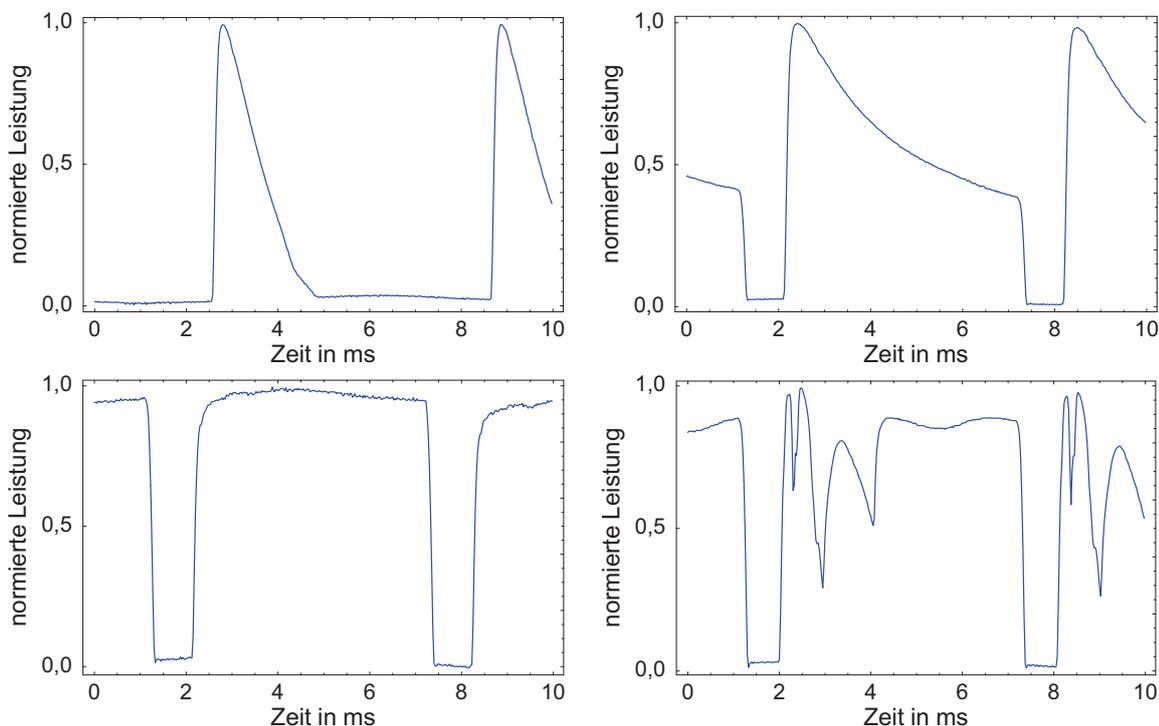


Abbildung 5.8: Messung der zeitabhängigen Ausgangsleistung des Cr^{4+} :YAG-Laser mit einem Strahlunterbrecher im Pumpstrahl.

erhält eine starke Änderung der thermischen Linse, wenn man den Strahlunterbrecher wieder aus dem Pumpstrahl entfernt.

Ein modifizierter Strahlunterbrecher mit einem einstellbaren Tastverhältnis hat sich für die Justage als hilfreich erwiesen. Eine praktikable Form ist die einer gleichseitigen Figur. Um aber auch Strahlen mit großen Radien komplett ein- und ausblenden zu können, ohne daß das Strahlunterbrecherblatt sehr groß gewählt werden muß, wählt man am Besten ein gleichseitiges Dreieck. Eine einem Zahnrad ähnliche Scheibe ist auch denkbar. Durch eine transversale Verschiebung des Strahlunterbrechers gegenüber dem Strahl kann man nun das Tastverhältnis kontinuierlich einstellen.

5.3.7 Abstimmbarkeit des kontinuierlichen Lasers

Durch die Wahl von geeigneten Spiegeln kann man die Emissionswellenlänge des Cr^{4+} :YAG-Laser beeinflussen. Da dem Cr^{4+} :YAG-Laser aber eine sehr große Bandbreite zur Verfügung steht, beobachtet man beim Einschalten des cw-Lasers jedoch eine nahezu beliebige Anspringwellenlänge innerhalb der Verstärkungsbandbreite. Durch eine periodische Strahlunterbrechung kann man nun alle von allein anlaufenden Wellenlängen aufnehmen. Dies ist in Abb. 5.9 gezeigt. Wie man erkennt, sind sehr viele Anspringwellenlängen unterdrückt. Um dieses Verhalten zu verstehen, muß man das Transmissionsverhalten der Luft betrachten. Die Messung des Transmissionsverhalten wurde in Abschnitt 2.3.8 vorgestellt. Man erkennt in Abb. 5.9 eine starke Korrelation zwischen den Anspringwellenlängen des Lasers und der Transmissionskurve von Luft. Für längerwelliges Licht als $1,45 \mu\text{m}$ ist die Transmission merklich von Null verschieden. Daher springen oberhalb dieser Wellenlänge im Rahmen der Meßgenauigkeit alle Wellenlängen an, die oberhalb der Gesamtverstärkungskurve liegen. Ein vergleichbarer Zusammenhang zwischen der Luftfeuchtigkeit und dem Emissionsverhalten eines Cr^{4+} :YAG-Lasers

wurde in [54] mithilfe Resonator-interner Laserspektroskopie beschrieben.

Die gezielte Abstimmung des Cr^{4+} :YAG-Laser erfolgt mit einer doppelbrechenden Platte, die im Brewster-Winkel eingebaut wird (Lyot-Filter). Beim Durchgang durch die doppelbrechende Platte, bleibt nur für bestimmte Wellenlängen die lineare Polarisation des Lasers erhalten. Nur diese Wellenlängen erfahren an den Brewster-Übergängen verschwindend kleine Verluste. Durch das Drehen der Platte wird die Doppelbrechung verändert und damit die Wellenlänge mit den geringsten Verlusten. Eine gezielte Abstimmung konnte zwischen 1400 und 1550 nm erfolgen.

5.4 Modengekoppelter Cr^{4+} :YAG-Laser

5.4.1 Vergleich verschiedener modengekoppelter Cr^{4+} :YAG-Laser

Mithilfe seines breiten Emissionsspektrums kann man Cr^{4+} :YAG zum Aufbau eines modengekoppelten Lasers verwenden. Cr^{4+} :YAG-Laser wurde von vielen Gruppen mit sehr unterschiedlichen Modenkopplungsmethoden aufgebaut und untersucht (siehe Referenzen in Abb. 5.10, bzw. [31, 40, 52, 75, 155, 159, 182] oder auch Diplomarbeiten [10, 36, 138]). Der Abstimmbereich der bereits realisierten modengekoppelten Cr^{4+} :YAG-Laser ist in Abb. 5.10 dargestellt. Man erkennt sofort, daß es nur im langwelligen Bereich der cw-Abstimmkurve leicht ist, einen modengekoppelten Laser zu betreiben. Im kurzwelligen Teil hingegen konnte bisher noch kein Cr^{4+} :YAG-Laser modengekoppelt werden. Dazwischen, also im Bereich mit der größten Fluoreszenz des Cr^{4+} :YAG-Lasers, hat es erst eine Gruppe geschafft, einen solchen modengekoppelten Laser zu realisieren [135].

5.4.2 Grundlegendes zur Modenkopplung

Das Ziel, welches man bei der Verwendung jedes Modenkopplungsmechanismus verfolgt, ist die Erzeugung von periodisch wiederkehrenden Wellenpaketen, von denen jedes einzelne eine bestimmte Dauer t_{rms} (rms: engl.: *root mean square*) besitzt. Um Wellenpakete einer bestimmten Dauer zu erzeugen, benötigt man gemäß der Eigenschaften der Fourier-Transformation eine bestimmte Mindestbandbreite:

$$\nu_{\text{rms}} \geq \frac{1}{4\pi t_{\text{rms}}} \quad (5.5)$$

Aus der Abstimmbandbreite des Cr^{4+} :YAG-Laser (vgl. Abschnitt 5.2.3) bzw. aus dem Fluoreszenzspektrum [45] ergibt sich eine theoretische Impulsdauer (FWHM) von von 8 bis 9 fs.

Will man gleichzeitig periodisch wiederkehrende Wellenpakete erzeugen, kann man hierfür ebenfalls gemäß der Fourier-Transformation nur diskrete spektrale Komponenten verwenden. Der Abstand der spektralen Komponenten beträgt

$$\nu_{\text{FSR}} = \frac{1}{T_{\text{rep}}} = \frac{c_0}{2 \sum_i n_m L_m}, \quad (5.6)$$

wobei T_{rep} die Dauer zwischen zwei aufeinanderfolgenden Impulsen ist. FSR steht für freier Spektralbereich (engl.: *free spectral range*) und ist die Wiederholfrequenz des Lasers. L_m sind die im Resonator vorkommenden Längen, und n_m die zugehörigen Brechzahlen der durchlaufenen Medien. Beim verwendeten Laser liegt ν_{FSR} zwischen 100 und 250 MHz. Diese einzelnen spektralen Komponenten sind die transversalen Moden eines Resonators, und bilden den Modenkamm des Resonators. Ein Modenkopplungsmechanismus synchronisiert die verschiedenen Resonatormoden, sodaß sich diese durch kohärente Interferenz zum gewünschten Wellenpaket überlagern.

Der erste Schritt einer jeden Modenkopplung besteht darin, einen Mechanismus zur Verfügung zu stellen, der ausreichend neue Frequenzkomponenten erzeugt. Die Anzahl der Moden, die angeregt werden können, bestimmt die kürzest mögliche Dauer der entstehenden Wellenpakete. Ist bei einem Laser

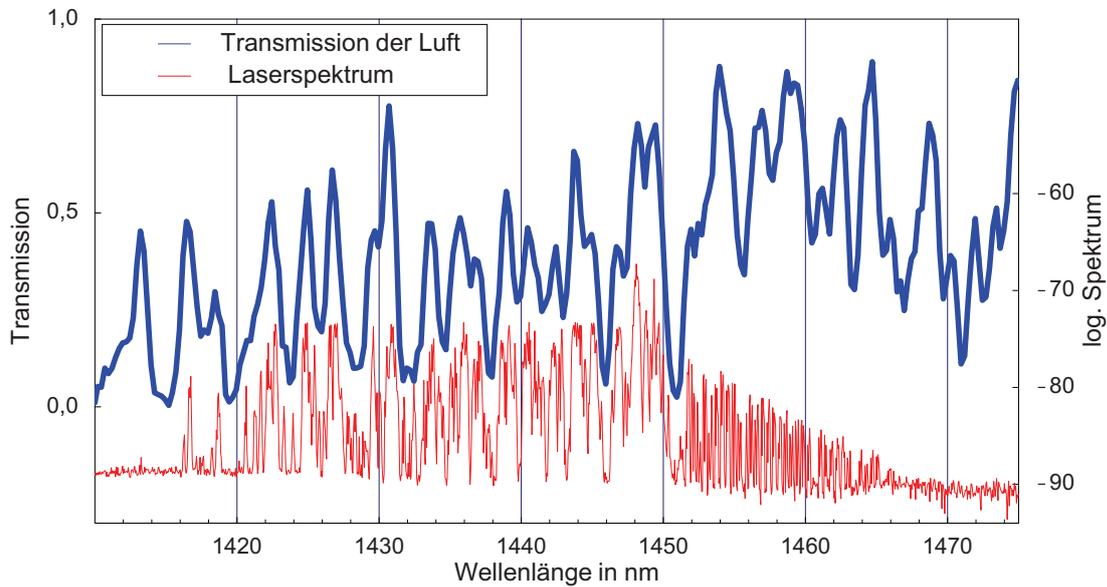


Abbildung 5.9: Anspringwellenlängen des kontinuierlichen Cr^{4+} :YAG-Lasers im Vergleich zur Helligkeit der Sonnenstrahlung auf Meereshöhe (Ausschnitt aus Abb. 2.33). Die Meßauflösung beträgt 0,07 nm bzw. 1 nm.

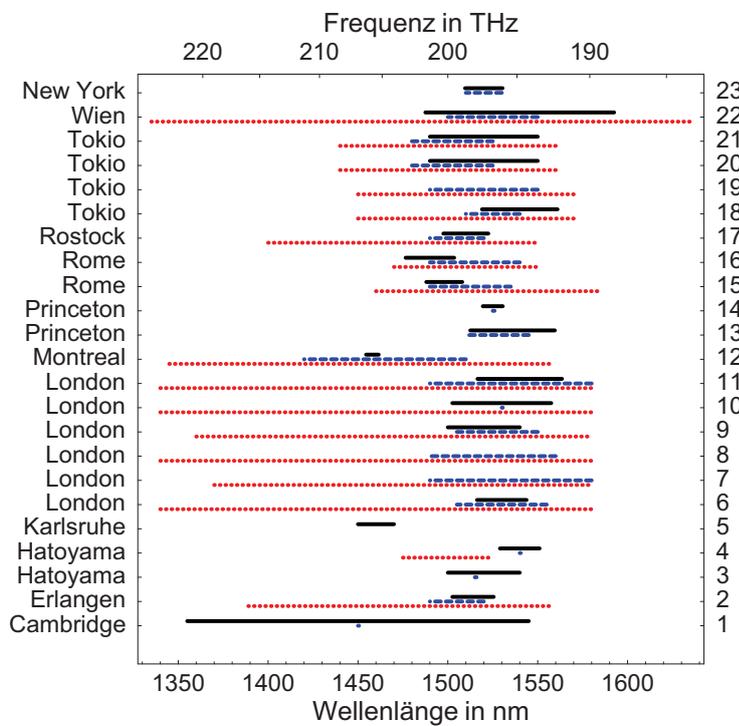


Abbildung 5.10: Abstimmbereiche verschiedener Cr^{4+} :YAG-Laser. Gepunktet (rot) ist der Abstimmbereich des cw-Lasers, gestrichelt (blau) der Abstimmbereich im modengekoppelten Zustand und durchgezogen (schwarz) die Bandbreite des kürzesten Lichtimpulses dargestellt. Referenzen: (1→[135]), (2→[V1]), (3→[181]), (4→[180]), (5→[143]), (6→[8]), (7→[29]), (8→[30]), (9→[110]), (10→[183]), (11→[185]), (12→[21]), (13→[28]), (14→[27]), (15→[66]), (16→[179]), diese Arbeit, (18→[73]), (19→[74]), (20→[196]), (21→[197]), (22→[120]), (23→[146]).

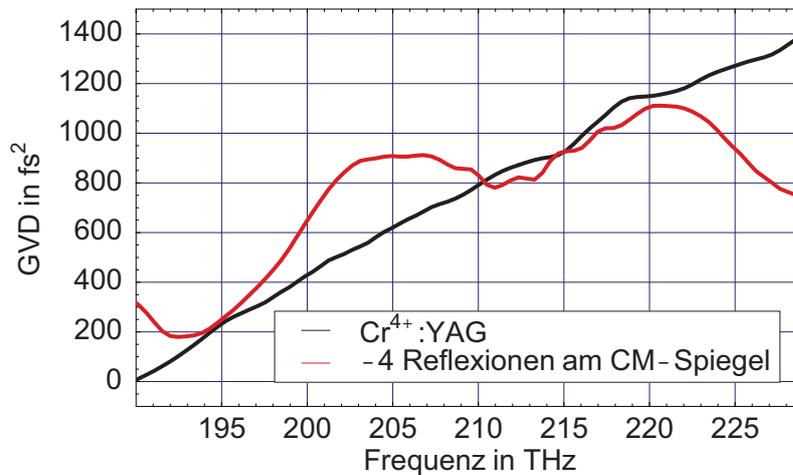


Abbildung 5.11: Dispersionskompensation mit dispersiven Spiegeln: Aufgetragen ist die Dispersion des Cr^{4+} :YAG-Kristalls. Im Vergleich dazu ist die Dispersion von 4 Reflexionen an den verwendeten dispersiven Spiegeln dargestellt. Deren Dispersion ist mit dem falschen Vorzeichen dargestellt, um die beiden Kurven besser vergleichen zu können.

mit inhomogener Verstärkung, also z. B. beim Cr^{4+} :YAG-Laser, die Verstärkungsbandbreite größer als der freie Spektralbereich des Laserresonators, so können mehrere Moden spontan anschwingen. Im nächsten Schritt der Modenkopplung muß man nun die Phasen der einzelnen Moden synchronisieren. Mit einer aktiven Modenkopplung kann man einen Cr^{4+} :YAG-Laser herstellen, der ps-Lichtimpulse erzeugt [52]. Wenn man allerdings kürzere Impulsdauern erreichen will, muß man passive Modenkopplungsmechanismen verwenden, da optische Prozesse um bis zu 3 Größenordnungen schneller ablaufen als elektronische Prozesse. Außerdem ist eine solche passive Modulation wesentlich leichter zu handhaben. Für eine passive Modenkopplung benötigt man entweder ein optisches Element mit einer nichtlinearen Eingangsenergie-Ausgangsenergie-Kennlinie oder eine Element, welches die Phase des Lichtes moduliert. Die erste Möglichkeit der Modenkopplung ist z. B. die mit einem sättigbaren Absorber; die zweite z. B. mit Hilfe der Selbstphasenmodulation.

5.4.3 Dispersionskompensation

Dispersion in einem Laser zerstört die gewünschte Phasenbeziehung zwischen den einzelnen umlaufenden Moden, da sich die Phasen bei der Ausbreitung im Laser unterschiedlich entwickeln. Ein Wellenpaket würde somit ohne Modenkopplung zerfließen. Ist eine ausreichende Modenkopplung vorhanden, so stellt sich ein Gleichgewicht zwischen den beiden Effekten ein. Die Dispersion begrenzt somit die Verringerung der Impulsdauer [13]. Deswegen ist ein ausreichender Dispersionsausgleich notwendig. Um einen optimierten, modengekoppelten Betrieb eines Cr^{4+} :YAG-Lasers zu erhalten, wurden in dieser Arbeit mehrere Methoden zur Dispersionskompensation eingesetzt. Damit der modengekoppelte Laser abzustimmbar ist, benötigt man eine einstellbare Dispersion. Dazu wurde eine Prismenstrecke in den Resonator eingebaut. Die verwendeten Prismenmaterialien sind Quarzglas, SF-10 und SF-6. Mit der SF-6 Prismenstrecken kann man die GVD sowohl positiv als auch negativ wählen. Die Dispersion dritter Ordnung (TOD) ist dabei vernachlässigbar klein (s. Abb. 2.27). Allerdings verschlechtert eine SF-6-Prismenstrecke den Cr^{4+} :YAG-Laserbetrieb. Dies hat zwei Gründe: Zum einen werden vergleichsweise große zusätzliche Verluste in den Resonator eingebaut. Zum anderen zeigt sich eine stärkere Empfindlichkeit bezüglich einer thermischen Linse. Die verwendete Prismenstrecke aus Quarzglas hat weniger störende Auswirkungen auf den Laserbetrieb, allerdings kann man mit einer solchen Prismenstrecke keine positive GVD zur Verfügung stellen.

Obwohl die Verluste einer Prismenstrecke wegen der Verwendung des Brewster-Winkels scheinbar so gering sind, sollte man noch folgende Punkte bedenken: Man bringt in der Regel nicht nur eine, sondern sehr viele Brewster-Elemente in den Resonator. Bei einem Doppelpismen-Paar sind es 8

Übergänge pro Resonatorumlauf. D. h. die realen Verluste im Resonator sind eine Größenordnung stärker, als man es in Abb. 2.34 erkennt. Verwendet man einen Auskoppelgrad aus dem Laser von 1%, so bedeuten Verluste von 10^{-3} bereits 10% der ausgekoppelten Laserleistung. Die minimalen Verluste gelten ebenfalls nur für eine Polarisationsrichtung. Sind die einzelnen Oberflächen im Resonator nicht ideal justiert, so bedeutet das zusätzliche Verluste.

Mit einer Prismenstrecke kann man aber die TOD des Cr^{4+} :YAG-Kristalls grundsätzlich nicht kompensieren, da diese immer das falsche Vorzeichen besitzt. Dispersive Spiegel können die gewünschte Dispersion zur Verfügung stellen. Dazu wurde im ersten Schritt die Dispersion der einzelnen Komponenten des Cr^{4+} :YAG-Lasers mit einem Weißlichtinterferometer gemessen. Anschließend wurden die benötigte Dispersion und die daraus resultierenden Parameter für die Herstellung von dispersionskompensierenden Spiegeln an der ETH-Zürich (C.2.1) berechnet. Schließlich wurden diese Spiegel am Laser-Zentrum-Hannover (C.2.2) hergestellt.

Die zu kompensierende Dispersion des Cr^{4+} :YAG-Kristalls ist in Abb. 5.11 dargestellt. Diese kann durch 4 Reflexionen an den CM-Spiegeln kompensiert werden. Wie man erkennen kann, haben die CM-Spiegel bauartbedingte Dispersionsoszillationen. Um die störenden Auswirkungen dieser Dispersionsoszillationen zu verringern, wurden die CM-Spiegel unter unterschiedlichem Winkel in den Resonator eingebaut.

Die Dispersion des gesamten Resonators wurde gemessen (vgl. Abschnitt 2.3.6). Der Laser benötigt für den optimalen modengekoppelten Betrieb die GDD von einigen -100 fs^2 . Wie man in Abb. 2.28 (rechts unten) erkennt, ist das Einstellen einer solchen überkompensierten GVD mit fünf Reflexionen an den CM-Spiegeln im Bereich von 195 THz bis 205 THz möglich, ohne daß eine nennenswerte Dispersion dritter Ordnung auftritt. Allerdings erkennt man bereits in den Rohdaten Abb. 2.28 (links unten) eine starke Strukturierung des Verlaufs der Dispersion oberhalb von 205 THz. Diese Strukturierung ist deutlich größer als die Meßauflösung, und reproduzierbar.

5.4.4 Modenkopplung des Cr^{4+} :YAG-Lasers mit einem SESAM

Für die Intensität I eines planparallelen Strahles bei Ausbreitung in z -Richtung gilt in einem Medium mit sättigbarer Absorption α :

$$I(z) = I(z_0) e^{-\alpha(z-z_0)} \quad \text{mit} \quad \alpha(I) = \alpha(0) \left(1 + \frac{I}{I_s}\right)^{-1} \quad (5.7)$$

Dabei ist I_s die materialabhängige Sättigungsintensität. Die Sättigung tritt zwar instantan ein, aber sie kann erst nach einer gewissen Zeit (in der Regel einige ps) abgebaut werden. Will man einen schnellen Abbau der Sättigung erreichen, so muß man kleine Bauelemente geringer Dimension verwenden, sogenannte „quantum wells“. Allerdings ist wegen der beschränkten Anzahl der Elektronen in einer solchen Anordnung die Sättigungsintensität sehr gering. Hier können speziell entwickelte Strukturen, wie sie bei einem sättigbaren, dielektrischen Spiegel SBR (engl.: *saturable Bragg reflector*), bei einem antiresonanten Fabry-Pérot sättigbarem Absorber A-FPSA (engl.: *antiresonant Fabry-Pérot saturable absorber*) [15] oder auch bei einem SESAM (engl.: *semiconductor saturable absorber mirror*) [85] vorhanden sind, Abhilfe schaffen. Bei solchen Anordnungen werden die sättigbaren Absorber in einen antiresonanten Resonator eingebaut. In diesen kann wegen der Antiresonanzbedingung nur ein kleiner Teil des eingestrahlten Lichtes eindringen, wodurch die Sättigung erst bei höheren Intensitäten eintritt. Der antiresonante Fabry-Pérot-Resonator, in dem sich die „quantum wells“ befinden, sollte eine geringe Finesse besitzen. Damit erreicht man eine vergleichsweise große Bandbreite, in der der SESAM verwendet werden kann.

Es gibt mehrere Cr^{4+} :YAG-Laser, die mit Hilfe eines sättigbarer Absorber modengekoppelt wurden. Im Folgenden soll der hier realisierte mit einem SESAM modengekoppelte Cr^{4+} :YAG-Laser beschrieben werden. Dieser ist in Abb. 5.12 schematisch dargestellt. Die verwendeten SESAMs

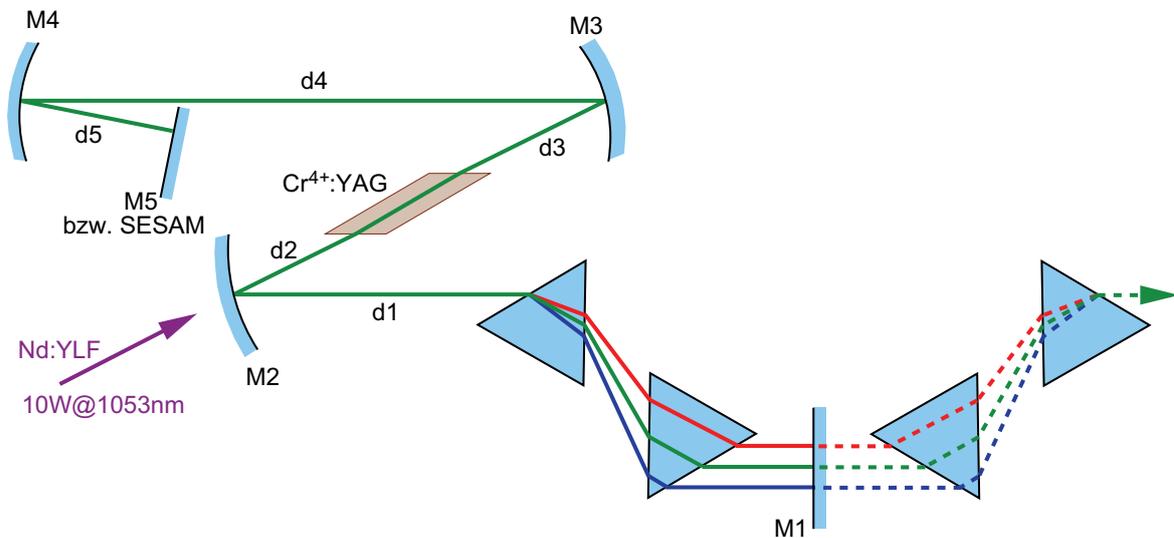


Abbildung 5.12: Schematischer Aufbau des modengekoppelten Cr^{4+} :YAG-Lasers. M5 ist dabei entweder ein hoch reflektierender Spiegel für die Kerr-Linsen-Modenkopplung oder ein SESAM.

wurden an der ETH-Zürich (C.2.1) entwickelt und hergestellt. Sie wurden mit Niedrigtemperatur-Molekularstrahlepitaxie LT-MBE (engl.: *low temperature molecular beam epitaxy*) bei $350\text{ }^\circ\text{C}$ angefertigt. Sie bestehen aus einem AlAs/GaAs-Bragg-Spiegel mit einem, zwei oder vier $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ /GaAs-Quantum-Well-Absorbern mit $x=0,53$. Genaueres findet man in [V1].

Wie man in Abb. 5.14 sehen kann, besitzt der sättigbare Absorber zwei Zeitkonstanten. Die erste Zeitkonstante von ca. 450 fs wird verursacht durch die Geschwindigkeit der Intra-bandthermalisierung, wohingegen die zweite Zeitkonstante von ca. $9,5\text{ ps}$ durch die Geschwindigkeit der Interbandrekombination bestimmt wird. Die langsame Zeitkonstante spielt für das Starten der Modenkopplung aus dem Rauschen eine Rolle. Die schnelle Zeitkonstante hingegen spielt eine wichtige Rolle bei der Stabilisierung der erzeugten Wellenpakete. Der Sättigungsenergiefluß des verwendeten SESAMs beträgt ca. $0,7\text{ J/m}^2$, wohingegen der verwendete Energiefluß 6 J/m^2 beträgt.

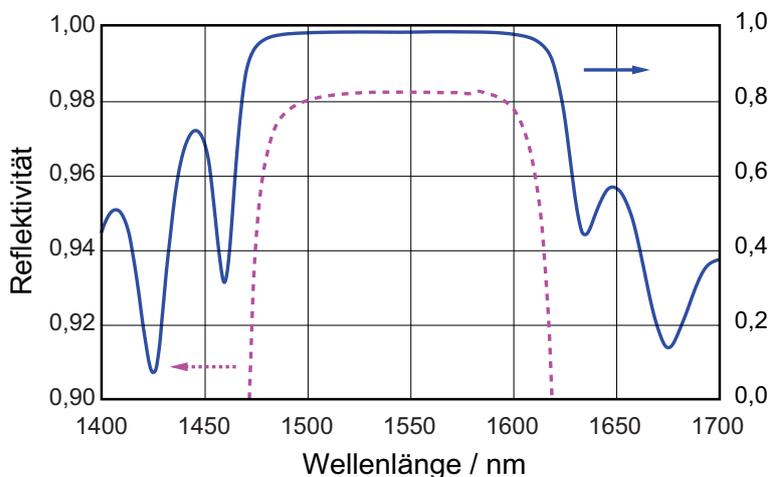


Abbildung 5.13: An der ETHZ (C.2.1) gemessenes Reflexionsverhalten des sättigbaren Absorbers Z388 bei ungesättigter Reflexion.

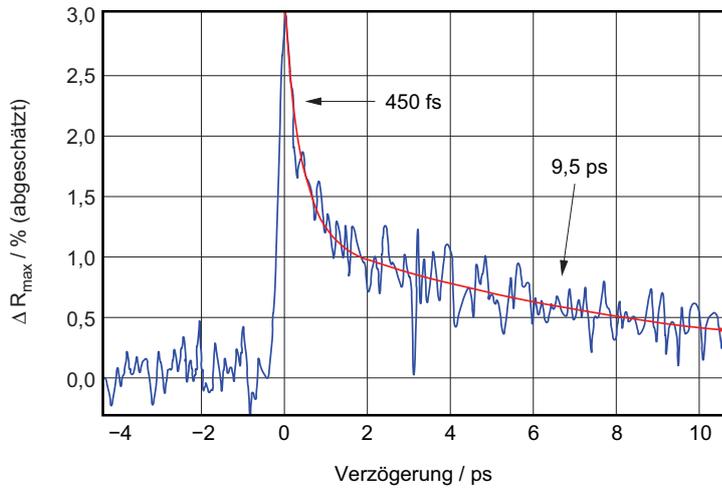


Abbildung 5.14: An der ETHZ (C.2.1) gemessene Abklingzeit der gesättigten Absorption bei 1500 nm mit einem Pump-Probe-Experiment mit 150 fs-Impulsen. Der Ausgleich wurde mit zwei Exponentialfunktionen durchgeführt, deren Abfallzeiten 450 fs bzw. 9,5 ps sind.

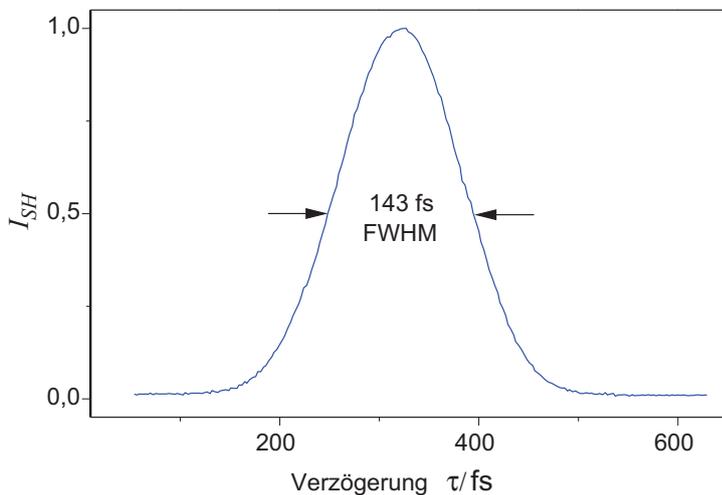


Abbildung 5.15: Hintergrundfreie Autokorrelation des mit einem SESAM modengekoppelten Cr^{4+} :YAG-Lasers [138]. Man kann eine Halbwertsbreite von 143 fs ablesen. Unter der Annahme, daß es sich um ein sech-förmiges Wellenpaket (ideales Soliton) handelt, ergibt sich daraus eine Impulsdauer von $\tau_{\text{FWHM}}=93$ fs.

Die Modenkopplung mit dem verwendeten SESAM ist vergleichsweise einfach. Es genügt, den Endspiegel M5 aus Abb. 5.12 durch einen SESAM auszutauschen. Der Fokus auf dem SESAM darf nicht zu groß gewählt werden, da der Laser sonst im cw-Betrieb läuft. Verringert man die Fokusgröße auf dem SESAM, so erhöht sich die Intensität auf diesem, und man erhält einen stabilen, modengekoppelten Betrieb. Eine hintergrundfreie Autokorrelationsspur ist in Abb. 5.15 dargestellt. Unter der Annahme, es handle sich um ein sech-förmiges Wellenpaket, ergibt sich daraus eine Impulsdauer von 93 fs (FWHM). Dies kann nur mit einem zusätzlichen Mechanismus verstanden werden, der sog. Soliton-Modenkopplung (s. Abschnitt 3.4.2). Die minimale Impulsdauer wird durch die Bandbreite des SESAMs limitiert (s. Abb. 5.13).

Mit der Modenkopplung durch den SESAM ließ sich zeigen, daß die verwendeten CM-Spiegel die gewünschte Dispersion besitzen. Ein modengekoppelter Zustand des Cr^{4+} :YAG-Lasers, dessen Dispersion nur mit CM-Spiegeln kompensiert wurde, also ohne die Verwendung der Prismenstrecke, ist in Abb. 5.16 dargestellt. Die Bandbreite des Wellenpaketes beträgt 17 nm bei einer Zentralwellenlänge von 1493 nm. Unter der Annahme, es handle sich um ein sech-förmiges Wellenpaket, kann man daraus eine Impulsdauer von 137 fs bestimmen. Die Bandbreite wird dabei am kurzwelligen Ende des Spektrums eindeutig durch den SESAM limitiert.

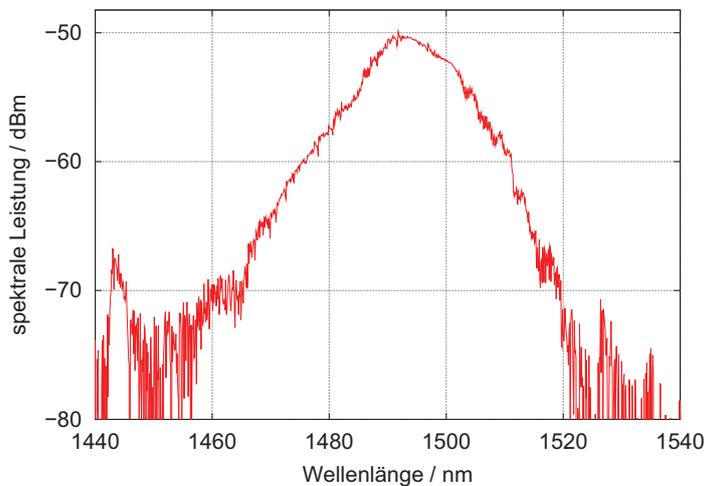


Abbildung 5.16: Spektrum des mit dem SESAM modengekoppelten Cr^{4+} :YAG-Lasers. Die Dispersionskompensation erfolgte hier ausschließlich mit 6 Reflexionen an den dispersiven Spiegeln.

5.4.5 Der Cr^{4+} :YAG-Lasers mit Kerr-Linsen-Modenkopplung

Die erste Beobachtung des Kerr-Linsen-Modenkoppels KLM (engl.: *Kerr-lens mode-locking*) findet man in [165] beschrieben. In dieser Veröffentlichung und in den ersten Jahren nach der Entdeckung wurde KLM auch mit „self mode-locking“ bezeichnet. Viele Lasertypen funktionieren seitdem mit KLM [12, 20, 19, 68, 71, 99, 102, 116, 187, 188, 189]. Auch in dieser Arbeit wurde versucht, die Vorteile von KLM auszunutzen.

Beim KLM verwendet man den zeitlichen optischen Kerr-Effekt, um eine intensitätsabhängige Linsenwirkung zu erzielen. Diese Kerr-Linse wird im Resonator dazu benutzt, den modengekoppelten Zustand gegenüber dem Dauerstrichbetrieb zu bevorzugen. Der Vorteil bei der Verwendung des optischen Kerr-Effektes im Vergleich zu mechanischen oder elektronischen Effekten liegt in der wesentlich schnelleren Antwortzeit des Effektes. Sie liegt in der Größenordnung von einigen fs. Im Gegensatz zum SESAM wird die Bandbreite durch diesen Prozeß nicht limitiert. Außerdem ist der optische Aufbau leicht zu realisieren, denn man benötigt keine zusätzlichen aufwendigen Komponenten.

„Hard-aperture“-Kerr-Linsen-Modenkopplung: Eine Kerr-Linse im Resonator führt dazu, daß der Strahlverlauf sich in Abhängigkeit der auftretenden Intensität im Resonator ändert. Durch eine Blende kann man nun einen Strahl mit geringer Intensität so abschneiden, daß er, im Gegensatz zu einem sich einschnürenden Strahl mit hoher Intensität, mit größeren Verlusten die Blende passiert. Ein Wellenpaket, welches im Resonator umläuft, erfährt bei einem solchen Aufbau an den zeitlichen Flanken hohe Verluste. Effektiv ergibt sich nach Verstärkung des Wellenpaketes im aktiven Medium eine geringere Dauer des Wellenpaketes. Dieser Vorgang wird mit „hard-aperture Kerr-lens mode-locking“ bezeichnet. Beim „hard-aperture“-KLM funktioniert die Kerr-Linse zusammen mit einer geeigneten Blende wie ein schneller sättigbarer Absorber.

„Soft-aperture“-Kerr-Linsen-Modenkopplung: Das Prinzip beim „soft-aperture“-KLM ist ähnlich dem von „hard-aperture“-KLM. Allerdings benutzt man einen besseren Überlapp zwischen dem Pumpstrahl und der Resonatormode, um die Teile eines Wellenpaketes mit hoher Intensität besser zu verstärken. Dieser verbesserte Überlapp wird ebenfalls durch einer Kerr-Linse vermittelt. Eine Kerr-Linse wird normalerweise den Fokus des Laserstrahls im Verstärkermedium, welches auch als Kerr-Medium dient, verkleinern. Um also den modengekoppelten Betrieb

zu unterstützen, sollte man den Fokus des Pumpasers kleiner als für optimalen Überlapp mit dem cw-Laser wählen.

Resonatordesign für KLM: Die Stabilitätsbereiche des Laserresonators mit und ohne Kerr-Linse unterscheiden sich. Allerdings befinden sich die Bereiche, an denen sich die Resonatorparameter wesentlich unterscheiden, immer am Rand der Stabilität des Lasers [101]. Deswegen sind KLM-Laser prinzipiell schwierig zu justieren.

Aufgrund des KLM-Prozesses kann sich eine kleine Störung soweit aufschaukeln, daß ein Wellenpaket entsteht. Der verschmierende Effekt der Dispersion, die endliche Bandbreite des Verstärkungsmediums, weitere nichtlineare Effekte und mechanische Störeinflüsse wirken diesem Prozeß entgegen, und begrenzen somit die kürzestmögliche Impulsdauer. Um eine Kerr-Linse mit ausreichender Brechkraft zu erzeugen, benötigt man entsprechend hohe Intensitäten. Für kleine Anfangsfluktuationen kann der KLM-Effekt kleiner sein als die störenden Effekte. KLM ist daher nicht immer selbststartend. Man benötigt folglich eine Starthilfe. Man verwendet, um einen KLM-Betrieb zu initiieren z. B. akustooptische Modulatoren [164] oder auch sättigbare Absorber [137]. Den Übergang von dem kontinuierlichen in den modengekoppelten Betrieb kann man auch durch das Bewegen der Endspiegel [100], der Prismen oder anderer beweglich angebrachter optischen Komponenten erreichen. Nach dem Starten des KLM-Betriebes behält der Laser diesen modengekoppelten Zustand bei.

5.4.6 Schwierigkeiten beim Kerr-Linsen-Modenkoppeln

Trotz einer sorgfältigen Justage des Laserresonators konnte ein KLM-Betrieb des verwendeten Cr^{4+} :YAG-Lasers nicht beobachtet werden. Da es aber prinzipiell möglich ist, einen Cr^{4+} :YAG-Laser mit einer Kerr-Linse zum Modenkoppeln zu bringen [30, 120], wurde systematisch nach Gründen gesucht, die in dem verwendeten Laser eine solche Modenkopplung verhindern. Mögliche Ursachen hierfür wurden zum Teil bereits ausführlich in früheren Abschnitten betrachtet bzw. sind detaillierter in [36] beschrieben. Hier sollen alle möglichen Ursachen gegenübergestellt werden.

Schwierigkeiten des cw-Lasers: Bedingt durch seine geringe Verstärkung (ca. 5% pro Umlauf) kann man nur sehr wenige und auch nur spezielle Komponenten in den Cr^{4+} :YAG-Laser einbauen. Dies schränkt die Wahl der Laserkomponenten, im Vergleich z. B. zum Ti:Saphir-Laser, ein. Die Verstärkung kann auch bei höherer Pumpleistung aufgrund der thermischen Linse im Cr^{4+} :YAG-Kristall und der gesättigten Absorption des Pumplichtes nicht wesentlich erhöht werden.

Bandbreite: Für Wellenpakete geringer Dauer ist eine ausreichende Bandbreite essentiell. Bei der Entwicklung des Lasers wurde bei jeder Komponente darauf geachtet, daß sie entsprechend breitbandig ausgelegt ist (s. Abschnitt 5.3). Um dies zu erzielen, mußte z. B. bei den verwendeten dielektrischen Schichten auf maximale Effizienz verzichtet werden; d. h. auf maximale Reflektivität bzw. auf eine maximale Transmission (für das Pumplicht). Die gemessene Abstimmkurve bestätigten eine ausreichende Breitbandigkeit des Lasers, um 20-30 fs-Impulse erzeugen zu können. Die Modenkopplung mit dem SESAM ist allerdings bedingt durch die Bandbreite dieses Bauelementes begrenzt.

Dispersion: Ist der Modenkopplungsmechanismus schwächer als Impuls-verbreiternde Effekte, so kann sich keine Modenkopplung ausbilden. Der wichtigste solche Effekt ist eine zu große Dispersion. Deswegen wurde die Dispersion des Cr^{4+} :YAG-Lasers, wie in Abschnitt 5.4.3 beschrieben, optimiert. Als einfachstes Schema wurde die GDD und TOD betragsmäßig minimiert. Als ein weiteres, häufig verwendetes Schema wurde versucht, die Soliton-Modenkopplung als unterstützenden Mechanismus zu nutzen. Dazu wurde eine betragsmäßig nicht zu große, negative GDD verwendet (einige -100 fs^2).

Stärke der Kerr-Linse: Für den KLM-Prozeß ist eine Kerr-Linse mit ausreichend großer Brechkraft notwendig. Da bei der Modenkopplung mit dem SESAM eindeutig Solitoneneffekte nachgewiesen werden konnten, ist zumindest der zeitliche Kerr-Effekt wesentlich für das Verhalten des Lasers [V1]. Der räumliche Kerr-Effekt, der für die Ausbildung einer Kerr-Linse notwendig ist, hat eine vergleichbare Größenordnung. Um die Stärke des Kerr-Effektes zu variieren, wurden sowohl verschiedene Auskoppelgrade benutzt, als auch verschiedene Pumpleistungen untersucht. Beide können die Resonator-interne Leistung maßgeblich verändern, und somit die Stärke des Kerr-Effektes.

Ein Laser mit besonders guten Starteigenschaften wird in [95] beschrieben. Hier wurde ein längerer Resonator als üblich verwendet. Diese führt einerseits zu einer kleineren Wiederholfrequenz und somit zu einer höheren Energie pro Wellenpaket. Andererseits verringert sich der Fokus im Kristall. Beides führt zu einer höheren Intensität in Kristall und somit zur Ausbildung einer stärkeren Kerr-Linse. Auch dieses wurde hier untersucht.

Wirkung der Kerr-Linse: In der Mitte eines Stabilitätsbereiches eines Lasers hat eine Kerr-Linse keinen merklichen Einfluß auf die Resonatormode. Zum einen Rand des Stabilitätsbereiches hin erhöht sich der KLM-Effekt. In Richtung des anderen Randes des Stabilitätsbereiches hingegen kehrt sich der KLM-Effekt sogar um, sodaß Licht mit höherer Intensität überproportional große Verluste erfährt. Dies wirkt jedem verwendeten Modenkopplungsmechanismus sogar entgegen. Bei den Untersuchungen wurden die Stabilitätsbereiche stets über den gesamten Bereich abgesucht.

Startmechanismus: Der bevorzugte KLM-Mechanismus ist der von „soft-aperture“-KLM, da dieser ohne zusätzliche Elemente im Resonator auskommt und das Strahlprofil nicht stark beeinflusst. „Hard-aperture“-KLM hat allerdings bessere Starteigenschaften. Deswegen wurde zunächst versucht, mit verschiedenen Blendenformen und Positionen der Blenden „hard-aperture“-KLM zu starten.

Als weiterer Startmechanismus wurde durch das Stoßen von Spiegeln versucht, den Laser zum Modenkoppeln zu bringen. Hierbei wurden dieselben mechanischen Komponenten verwendet, die z. B. in einem Ti:Saphir-Laser hierfür erfolgreich eingesetzt werden.

Durch gezielte Ankopplung eines externen Resonators APM (engl.: *additive pulse mode-locking*) wurde ebenfalls versucht, den Laser modenzukoppeln [36].

Nachweis der Modenkopplung: Das Vermessen von Lichtimpulsen im fs-Zeitbereich ist nur mithilfe von nichtlinearen optischen Prozessen möglich; z. B. Autokorrelation, FROG² und SPIDER³. Die Effizienz dieser Prozesse hängt von vielen Parametern ab. Daher eignen sie sich nur zum Vermessen der Impulsform, aber nur bedingt zum Nachweis, ob der Laser vom Dauerstrichbetrieb zum modengekoppelten Betrieb gewechselt hat.

Bei der Justage wurde das optische Spektrum untersucht, denn nur ein verbreitertes Spektrum ermöglicht Lichtimpulse geringer Dauer. Da der verwendete Spektrum-Analysator nur eine begrenzte zeitliche Auflösung hat, die aber wesentlich geringer ist, als die typische Aufbauzeit von Lichtimpulsen im Resonator, wurde zusätzlich das Hochfrequenz-Spektrum (rf-Spektrum von engl.: *radio frequency*) untersucht.

Rückreflexe: Rückreflexe können dazu führen, daß ein unerwünschter APM-Effekt auftritt. Dadurch können zusätzliche unerwünschte Fluktuationen im Laser entstehen. Rückreflexe können bereits

²FROG von engl.: *frequency resolved optical gating*

³SPIDER von engl.: *spectral phase interferometry for direct electric-field reconstruction*

bei einem cw-Laser dazu führen, daß dieser „aus dem Tritt“ kommt, da der zurückreflektierte Strahl einen Teil der Besetzungsinversion abräumt. Deswegen sollte man Rückreflexe vermeiden oder unterdrücken. Um dies zu erreichen, wurde auf zwei Dinge geachtet. Zum einen weisen alle Auskoppelspiegel einen leichten Keil auf, und es befinden sich keine senkrechten Plan-Plan-Übergänge im Resonator. Zum anderen wurde direkt nach dem Laserausgang ein Faraday-Isolator aufgebaut.

Stabile Resonatorlänge: Gerade in der Startphase, in der sich das gewünschte Wellenpaket noch nicht ausgebildet hat und die Fluktuationen, die sich noch aufschaukeln werden, noch nicht sehr groß sind, ist der Laser sehr empfindlich auf Störungen. Hierfür muß man die Resonatorlänge und die Schwankungen des Pumpasers ausreichend stabil halten [41].

Ruhige Pumpquelle: Nach der Optimierung des verwendeten Pumpasers konnte der gewünschte KLM-Betrieb ebenfalls nicht beobachtet werden. Um den Pumpaser gänzlich als begrenzende Ursache auszuschließen, wurde schließlich in Zusammenarbeit mit der Universität Karlsruhe ein qualitativ hochwertiger Pumpaser ausprobiert. Auch dies führte nicht zu dem gewünschten Ergebnis [36].

ESA: Es wird spekuliert, ob die Absorption durch angeregte Zustände (ESA) zur Ausbildung eines inversen sättigbaren Absorbers führen kann [52]. Dies wirkt der Modenkopplung entgegen.

Wasserabsorption: Als letzte verbleibende mögliche Ursache für die ausbleibende Modenkopplung wurde schließlich die Transmission von Luft im interessierenden Wellenlängenbereich untersucht. Dabei zeigte sich eine bis dahin nicht bekannte starke Korrelation zwischen dem Verhalten des Lasers und der Transmission der Luft. Zusätzlich zu der geringen Verstärkung erfährt Licht im Resonator aufgrund von H_2O -Absorption ein strukturiertes Verstärkungsprofil. Die H_2O -Absorption verändert aber auch die Dispersion im Resonator in einer ungewollten Weise. Zum Starten von KLM ist es daher wichtig, den Laser zum Langwelligen hin zu verstimmen. Ab ca. 1510 nm kann man selbststartendes KLM erwarten [180].

Leider konnte der gewünschte modengekoppelte Betrieb nicht erzeugt werden. Dennoch konnte seine Dispersion in gewünschter Weise eingestellt werden. Es verbleiben für weitere Untersuchungen zwei denkbare Ansätze. Zunächst kann man, wie in [135] beschrieben den Laserresonator von den unerwünschten H_2O -Absorption befreien, indem man ihn mit trockener Luft spült. Als weitere Möglichkeit kann man aber auch einen neuen Spiegelsatz entwickeln, der im langwelligeren Bereich seine maximal Reflektivität aufweist [120]. Mit beiden genannten Möglichkeiten konnten in den zitierten Arbeiten Lichtimpulse um die 20 fs entwickelt werden.

Kapitel 6

Zusammenfassung

Diese Arbeit untersuchte den Einfluß der Dispersion der Gruppengeschwindigkeit und ihrer Korrektur auf die Ausbreitung von Lichtimpulsen durch nichtlineare Medien.

Zunächst wurden mehrere Meßverfahren zur Bestimmung der Dispersion von optischen Komponenten diskutiert (s. Kapitel 2). Die Dispersion der verschiedenen Bestandteile eines modengekoppelten Cr^{4+} :YAG-Lasers wurden schließlich mit dem jeweilig geeignet gewählten Verfahren gemessen. Die Dispersion des verwendeten Cr^{4+} :YAG-Kristalls wurde mit einem erweiterten Weißlichtinterferometer besonders präzise gemessen. Die viel geringere Dispersion der Spiegel, die im verwendeten Laser benutzt werden, konnte ebenfalls mit dieser Meßmethode bestimmt werden. Weiterhin wurde die Dispersion von speziellen Komponenten bestimmt, die es ermöglichen, die Gesamtdispersion des Lasers gezielt einzustellen. Hierzu zählen insbesondere speziell hergestellte dispersive Spiegel, mit denen man die Dispersion dritter Ordnung im Cr^{4+} :YAG-Laser kompensieren kann. Die zur Herstellung dieser Spiegel benötigten Parameter wurde von Steinmeier u. a. an der ETH-Zürich (C.2.1) errechnet und die Spiegel am Laser-Zentrum Hannover (C.2.2) hergestellt. Zur Überprüfung der Gesamtdispersion wurde diese mit einem zusätzlichen unabhängigen Verfahren bestimmt. Mit der interferometrischen Messung der optischen Weglänge konnte die viel größere Dispersion von speziellen Glasfasern gemessen werden.

In Kapitel 3 wird die Ausbreitung von Lichtimpulsen in zugleich dispersiven und nichtlinearen Medien vorgestellt. In solchen Medien existieren sog. Solitonen, welche als fundamentale Bits in der Hochgeschwindigkeitsdatenübertragung eine entscheidende Rolle spielen. Die Ausbreitung der Lichtimpulse wird im Wesentlichen durch die nichtlineare Schrödinger-Gleichung (NLSE) bestimmt. Es wurden zwei gängige Lösungsverfahren für die NLSE untersucht und weiterentwickelt und in ein Computerprogramm integriert. Dieses Programm berücksichtigt zusätzliche, zur realistischeren Beschreibung von Übertragungstrecken wichtige Effekte. Mit diesem Programm wurden schließlich die vielfältigen Lösungsmuster der NLSE untersucht. Es werden dabei Verfahren diskutiert, mit denen man den Solitonen- bzw. solitäre Wellen-Gehalt eines Wellenpaketes untersuchen kann.

Mit dem Computerprogramm zur Lösung der NLSE wurde vor allem der Fall von *dispersion-management* (DM) untersucht (s. Kapitel 4). Wie bereits bekannt, gibt es in DM-Strecken ebenfalls Solitonen. Neben diesen Solitonen konnte hier gezeigt werden, daß auch in DM-Strecken Solitonen höherer Ordnung existieren. Zusätzlich wurde die Auswirkung von nicht exakt periodischem Dispersion-Management auf die Soliton-Lösung untersucht. Dabei wird abgeschätzt, wie stark man von der strengen Periodizität abweichen kann, um noch eine stabile Ausbreitung zu ermöglichen.

Die Optimierung der Dispersion eines modengekoppelten Cr^{4+} :YAG-Lasers wird schließlich in Kapitel 5 beschrieben. Mit einem SESAM wurden Lichtimpulse von 90 fs demonstriert. Die Dauer dieses modengekoppelten Zustandes wurde allerdings nicht durch die Dispersion limitiert, sondern durch die begrenzte Bandbreite des verwendeten SESAMs. Deswegen wurde die Kerr-Linsen-Modenkopplung

(KLM), welche wesentlich breitbandiger ist, untersucht. Leider konnte der gewünschte modengekoppelte Betrieb nicht erzeugt werden. Eine Optimierung der Dispersion, die erfolgreich durchgeführt werden konnte, brachte ebenfalls keine Verbesserungen. Störende Einflüsse des Pumpasers auf die Modenkopplung konnten durch eine Zusammenarbeit mit Morgner u. a. an der TH Karlsruhe (C.2.3) ebenfalls ausgeschlossen werden. Es wurden starke Hinweise gefunden, die es nahelegen, daß die in der Luft vorkommenden H_2O -Absorptionen einen wesentlichen Beitrag für das Scheitern der Erzeugung des gewünschten modengekoppelten Zustandes liefert. Beim Vergleich verschiedener Cr^{4+} :YAG-Laser bestätigte sich diese Vermutung. Der kürzlich von Ripin u. a. entwickelte Cr^{4+} :YAG-Laser [135], der heutzutage den Weltrekord für die kürzesten Lichtimpulse eines Cr^{4+} :YAG-Laser besitzt, benutzte im Gegensatz zu allen anderen weltweit realisierten Cr^{4+} :YAG-Lasern eine trockene Umgebung. Sollte sich dies durch weitere Messungen bestätigen, so wäre damit eine lange Zeit unbeantwortete Frage, nämlich die nach der scheinbaren beschränkten Impulsdauer von Cr^{4+} :YAG-Lasern, endlich zufriedenstellend beantwortet. Eine praktikable Realisierung einer Lichtquelle für ultrakurze Lichtimpulse bei der Telekommunikationswellenlänge wäre dadurch ermöglicht.

Anhang A

Definitionen und Nebenrechnungen

A.1 Berechnung der Dispersion

A.1.1 Dispersion einer schrägen Platte

Im verwendeten Cr^{4+} :YAG-Laser (s. Abschnitt 5) werden einige Komponenten im Brewster-Winkel verwendet. Zusätzlich zur Materialdispersion kommen bei solchen schrägen Elementen mit der Brechzahl n noch ein geometrischer Verzögerungseffekt hinzu. Die unterschiedliche optische Weglänge $P(\lambda)$ ergibt sich zu

$$P(\lambda) = n(\lambda)P_1(\lambda) + P_2(\lambda) \quad (\text{A.1})$$

Den optischen Weg innerhalb der Platte P_1 kann man sofort hinschreiben:

$$P_1 = \frac{d}{\cos(\gamma')} \quad (\text{A.2})$$

Für die Berechnung von P_2 benutzen wir Abb. A.1 und die trigonometrischen Beziehungen in einem rechtwinkligen Dreieck:

$$\tan(\gamma) = \frac{a+b}{d} \quad (\text{A.3})$$

$$\sin(\gamma) = \frac{P_{\max}}{a+b} \quad (\text{A.4})$$

$$\tan(\gamma') = \frac{a}{d} \quad (\text{A.5})$$

Aus Gl. (A.3) und (A.4) folgt:

$$P_{\max} = d \sin(\gamma) \tan(\gamma) \quad (\text{A.6})$$

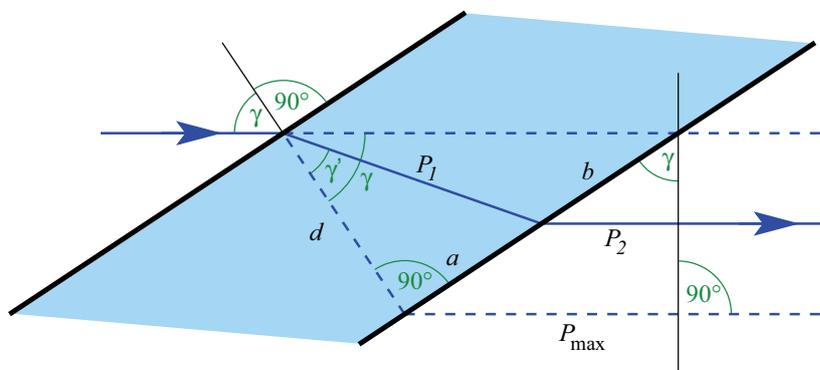


Abbildung A.1: Ausbreitung eines Lichtstrahls durch eine schräge Platte.

Nach dem Strahlensatz gilt:

$$\frac{P_{\max}}{P_2} = \frac{a+b}{b} \stackrel{(A.3)}{=} \frac{d \tan(\gamma)}{(a+b)-a} \stackrel{(A.3)(A.5)}{=} \frac{d \tan(\gamma)}{d \tan(\gamma) - d \tan(\gamma')} = \frac{\tan(\gamma)}{\tan(\gamma) - \tan(\gamma')} \quad (A.7)$$

Damit ergibt sich P_2 zu:

$$P_2 = P_{\max} \frac{\tan(\gamma) - \tan(\gamma')}{\tan(\gamma)} \stackrel{(A.6)}{=} d \sin(\gamma) \tan(\gamma) \frac{\tan(\gamma) - \tan(\gamma')}{\tan(\gamma)} = d \sin(\gamma) (\tan(\gamma) - \tan(\gamma')) \quad (A.8)$$

Der Ausfallwinkel γ' wird nach dem Brechungsgesetz bestimmt, und wir können nun für den gesamten optischen Weg schreiben:

$$P(\lambda) = d \left(\frac{n(\lambda)}{\cos(\gamma')} + \sin(\gamma) (\tan(\gamma) - \tan(\gamma')) \right) \quad \text{mit} \quad \gamma' = \arcsin\left(\frac{\sin(\gamma)}{n(\lambda)}\right) \quad (A.9)$$

Der geometrischen Strahlversatz kann durch eine zweite Platte kompensiert werden, wenn diese bezüglich einer beliebigen Symmetrieebene, die aber senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung des ursprünglichen Strahles sein sollte, gespiegelt wird. Man kann hierfür auch einen echten Spiegel benutzen. Für die Bestimmung der Gesamtdispersion verdoppelt sich in jedem Fall der optische Weg: $P_{\text{DP}} = 2P$. Für die Gesamtdispersion einer symmetrischen Anordnung von 2 schrägen Platten gilt für die GDD bzw. TOD:

$$\frac{d^2 \phi}{d\omega^2} = \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2 P_{\text{DP}}(\lambda)}{d\lambda^2} \quad (A.10) \quad \frac{d^3 \phi}{d\omega^3} = -\frac{\lambda^4}{4\pi^2 c^3} \left[3 \frac{d^2 P_{\text{DP}}(\lambda)}{d\lambda^2} + \lambda \frac{d^3 P_{\text{DP}}(\lambda)}{d\lambda^3} \right] \quad (A.11)$$

A.1.2 Dispersion einer Prismenstrecke

Leider existieren für die meisten Wellenlängen keine Medien, die die benötigte GVD zur Verfügung stellen und zugleich hinreichend verlustfrei sind. Eine Kombination aus vier Prismen kann hier Abhilfe schaffen. Mit einer solchen Kombination ist es möglich, die Dispersion zweiter und dritter Ordnung gleichzeitig beliebig einzustellen [51, 84, 151]. In der Literatur findet man Beschreibungen der Dispersionsberechnung von Doppelpismenstrecken. Die Grundidee der Dispersionsberechnung ist hier dieselbe wie in der Literatur, das Konzept unterscheidet sich nur in einigen Details. Hier wird allerdings eine kompaktere und näherungsfreie Methode vorgestellt, wie man die Dispersion berechnen kann.

Die Verlustfreiheit erreicht man dadurch, daß man polarisiertes Licht verwendet, welches man unter dem Brewster-Winkel

$$\theta_{\text{B}} = \arctan(n(\lambda_0)) \quad (A.12)$$

in die Prismenanordnung einstrahlt. Bei der Herstellung der Prismen legt man sich auf die Zentralwellenlänge λ_0 des Lichtes fest. Brewster-Prismen haben an der Prismenspitze den Winkel

$$\alpha = \pi - 2\theta_{\text{B}} \quad . \quad (A.13)$$

Die hier verwendete Anordnung ist in Abbildung A.4 skizziert. Wie man erkennt, sind hier nur zwei Prismen abgebildet. Die restlichen zwei erhält man durch Spiegeln der ersten beiden Prismen an einer beliebigen Ebene, die senkrecht zum Ausgangsstrahl ist. Man kann eine Vier-Prismen-Anordnung mit zwei Prismen und einem echten Spiegel realisieren, wobei beide Prismen zweimal durchlaufen

werden. Man kann aber auch vier verschiedene Prismen entsprechend aufbauen. Um die Dispersion einer solchen Prismenstrecke zu bestimmen, muß man folgende Größen berechnen:

- | | | |
|------|------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| I. | Bestimmung der Materialdispersion | $n(\lambda)$ |
| II. | Berechnen des Austrittswinkel aus einem Prisma | $\theta_2(\theta_B(\alpha), n)$ |
| III. | Umrechnung zwischen typischen Winkeln | $\beta(\theta_2, L, z, \theta_B(\alpha), \theta_2)$ |
| IV. | Berechnen des optischen Weges | $P(L, \beta)$ |
| V. | Bestimmung der Gesamtdispersion | $\phi_m(P, \lambda) = \phi_m(L, z, \lambda, \lambda_0)$ |

I. Materialdispersion:

Die Materialdispersion $n(\lambda)$ eines Mediums mit bekannten Sellmeier-Koeffizienten wird mit Gleichung (2.3) berechnet. Dies ist bei den gängigsten Medien möglich. Ist die Materialdispersion nicht bekannt, so muß man sie messen.

II. Austrittswinkel:

Mit den aus Bild A.2 ersichtlichen Bezeichnungen gelten, wie man sich leicht überzeugen kann, folgende Beziehungen:

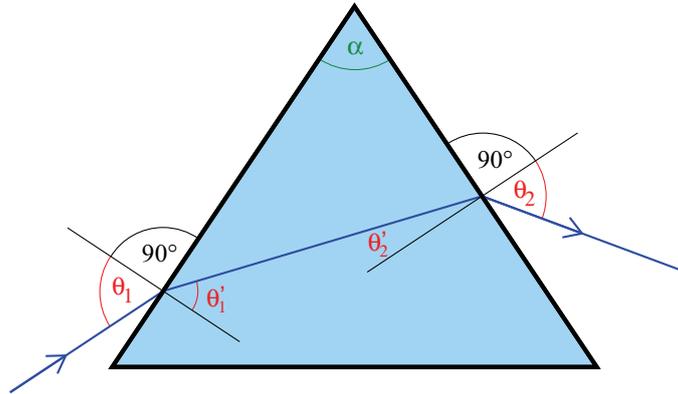


Abbildung A.2: Dispersion einer Prismenstrecke: Ausbreitung eines Lichtstrahls durch ein Prisma.

- Der Einfallswinkel θ_1 des ersten Prismas werde für alle Wellenlängen so gewählt, daß dieser für die Zentralwellenlänge λ_0 der Brewster-Winkel (Gl. (A.12)) ist. Wir setzen voraus, daß die Wellenfronten des einfallenden Strahls näherungsweise parallel sind. Auch beim Durchgang durch die Prismenstrecke sollte sich das nicht ändern. D. h. der Einfallswinkel ist als

$$\theta_1 = \theta_B \tag{A.14}$$

anzusetzen.

- Nach dem Snell'schen Brechungsgesetz gilt:

$$\theta'_1 = \arcsin\left(\frac{\sin(\theta_1)}{n}\right) \tag{A.15}$$

- Nebenrechnung:

$$\alpha + (90^\circ - \theta'_1) + (90^\circ - \theta'_2) = 180^\circ \implies \theta'_2 = \alpha - \theta'_1 \tag{A.16}$$

- Nach dem Snell'schen Brechungsgesetz gilt weiterhin:

$$\theta_2 = \arcsin(n \sin(\theta'_2)) \tag{A.17}$$

Aus (A.14), (A.15), (A.16) und (A.17) folgt nun:

$$\theta_2 = \arcsin\left(n \sin\left(2\theta_B + \arcsin\left(\frac{\sin(\theta_B)}{n}\right)\right)\right) \tag{A.18}$$

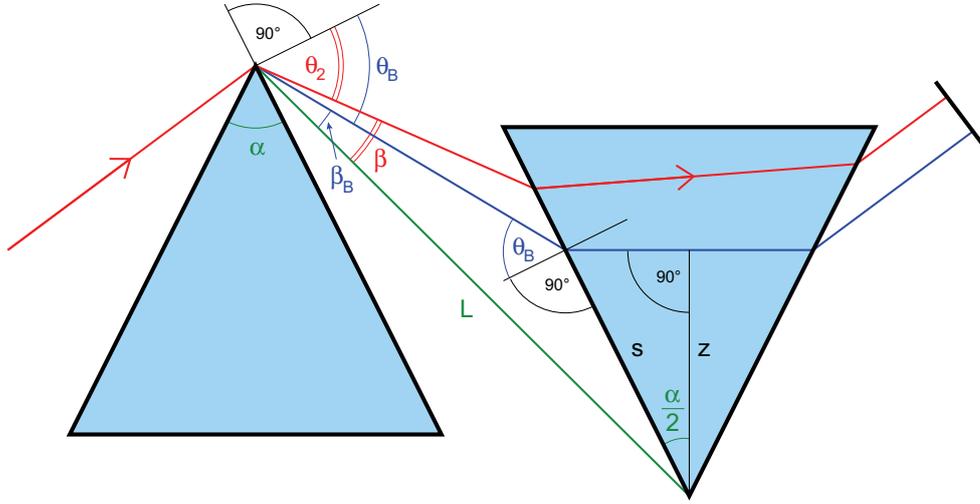


Abbildung A.3: Dispersion einer Prismenstrecke: Umrechnung zwischen typischen Winkeln.

III. Umrechnung zwischen typischen Winkeln: Die Bezeichnung der Längen und Winkel, die für die Umrechnung zwischen typischen Größen wichtig sind, sind in Abbildung A.3 definiert. Die Spitzen der Prismen werden im Abstand L aufgestellt und das zweite Prisma soweit hineingeschoben, daß die Summe der Abstände eines Lichtstrahl mit λ_0 von den Prismenspitzen $z = z_1 + z_2$ beträgt (siehe auch Abbildung A.4). Dabei sind die Oberflächen der Prismen paarweise parallel. Es gilt:

$$\frac{z}{s} = \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (\text{A.19})$$

und

$$\frac{s}{\sin(\beta_B)} = \frac{L}{\sin(\theta_B + 90^\circ)} = \frac{L}{\cos(\theta_B)} \quad \Rightarrow \quad s = L \frac{\sin(\beta_B)}{\cos(\theta_B)} \quad (\text{A.20})$$

Aus (A.19), (A.20) und (A.13) folgt:

$$\beta_B = \arcsin\left(\frac{z}{L} \cot(\theta_B)\right) \quad (\text{A.21})$$

weiterhin ist

$$\theta_2 + \beta = \theta_B + \beta_B \quad \Rightarrow \quad \beta = \beta_B + (\theta_B - \theta_2) \quad (\text{A.22})$$

Aus (A.21) und (A.22) folgt:

$$\boxed{\beta(L, z, \theta_B(\alpha), \theta_2) = \arcsin\left(\frac{z}{L} \cot(\theta_B)\right) + (\theta_B - \theta_2)} \quad (\text{A.23})$$

IV. Optischer Weg: Der Strahlverlauf in einer Prismenkombination sei durch den mittleren der parallelen Strahlen in Abbildung A.4 gegeben. Die beiden äußeren Strahlen sind als Konstruktionshilfe gedacht. Sie haben bei einer gegebenen Wellenlänge denselben optischen Weg wie der zu untersuchende Strahl. Von der Ebene A bis zur Ebene B haben alle Lichtstrahlen mit derselben Wellenlänge den gleichen optischen Weg. Für die Zentralwellenlänge λ_0 stimmt die Ebene B mit der Symmetrieebene

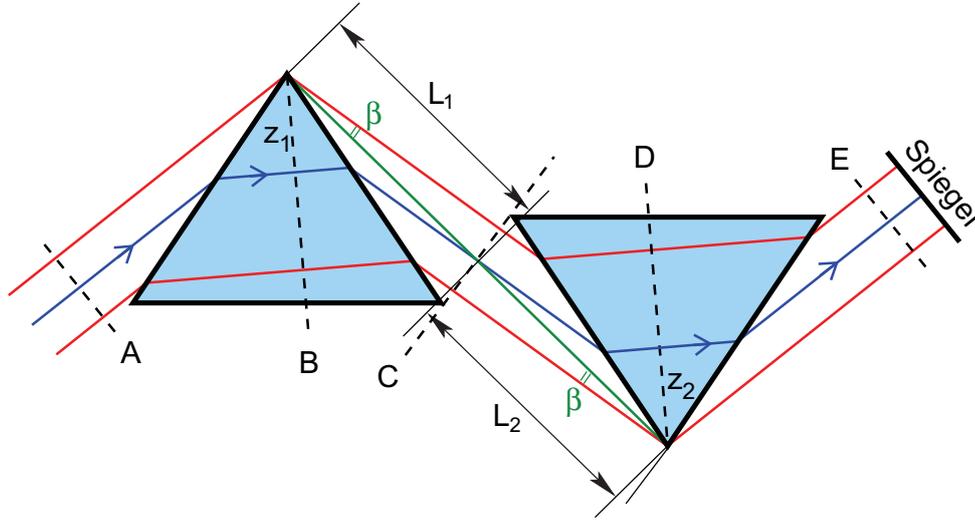


Abbildung A.4: Dispersion einer Prismenstrecke: Zur Berechnung des optischen Weges.

überein. Von der Ebene B bis zur Ebene C gilt nun ein universeller Sachverhalt: Die optische Weglänge hängt zwar von der Wellenlänge ab, aber für jede Wellenlänge und jedes Prisma (d. h. selbst wenn sich B außerhalb des Prismas befindet) ist der optische Weg durch

$$P_{BC}(\beta(\lambda)) = L_1 \cos(\beta(\lambda)) \quad (\text{A.24})$$

gegeben (siehe oberer Strahl, der durch die Prismenspitze geht). Dabei ist es für die Konstruktion völlig egal, wie lang L_1 gewählt wird, solange C sich zwischen den Prismen befindet. Von C nach D gilt analog

$$P_{CD}(\beta(\lambda)) = L_2 \cos(\beta(\lambda)). \quad (\text{A.25})$$

Von D nach E gilt wieder, daß alle optischen Wege gleich lang sind. Der gesamte zu betrachtende Weg ist somit durch

$$P(L, \beta) = 2(P_{AB} + P_{BC}(\beta) + P_{CD}(\beta) + P_{DE})$$

gegeben. Der Faktor Zwei ist für den gesamten optischen Weg notwendig, da dieser aus vier durchlaufenen Prismen besteht. Mit (A.24), (A.25) und $L = L_1 + L_2$ folgt:

$$\boxed{P(L, \beta) = 2L \cos(\beta) + P_0} \quad (\text{A.26})$$

Dabei hängt $P_0 = 2(P_{AB} + P_{DE})$ gemäß Konstruktion nicht von der Wellenlänge ab.

V. Gesamtdispersion: Nun läßt sich die Gesamtdispersion der Prismenstrecke leicht berechnen. Für die GDD bzw. die Dispersion dritter Ordnung gilt:

$$\boxed{\frac{d^2 \phi}{d\omega^2} = \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2 P(\lambda)}{d\lambda^2}} \quad (\text{A.27})$$

$$\boxed{\frac{d^3 \phi}{d\omega^3} = -\frac{\lambda^4}{4\pi^2 c^3} \left[3 \frac{d^2 P(\lambda)}{d\lambda^2} + \lambda \frac{d^3 P(\lambda)}{d\lambda^3} \right]} \quad (\text{A.28})$$

A.2 Fourier-Transformation

Die Fourier-Transformation wird in dieser Arbeit häufig verwendet: z. B. für die interferometrische Dispersionsbestimmung in Abschnitt 2.2.1, zur analytischen Lösung von Differentialgleichungen in Abschnitt 3.2, bei der *split-step*-Fourier-Methode in Abschnitt 3.2.4, als auch bei der Interpretation der gemessenen Spektren des modengekoppelten Lasers in Kapitel 5. Deswegen seien hier kurz die verwendeten Definitionen und Zusammenhänge hierfür beschrieben.

Physikalische Fourier-Transformation: Die physikalische Fourier-Transformation der Funktion $f(t)$ lautet:

$$\text{Fouriertransformation:} \quad \mathcal{F}_{t\omega} \{f(t)\} = \tilde{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (\text{A.29})$$

Die Fläche $A = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt$, z. B. die Energie, sollte nach der Fourier-Transformation erhalten bleiben. Man fordert also $A = \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{f}(\omega)|^2 d\omega$. Dies läßt sich nur mit dem Vorfaktor $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ erreichen.

Die reelle Funktion $\cos(\omega t)$ kann komplex geschrieben werden als $\text{Re}(e^{i\omega t})$ oder aber auch als $\text{Re}(e^{-i\omega t})$. Die Wahl des Vorzeichens ist zunächst beliebig. Hat man sich allerdings einmal festgelegt, so ist das Vorzeichen eindeutig bestimmt und sollte nicht mehr verändert werden. Wählt man die $\text{Re}(e^{i\omega t})$ -Repräsentierung der Funktion, so gilt das in Gl. (A.29) eingeführte Vorzeichen im $e^{-i\omega t}$ -Term, da man sonst negative Frequenzen im Spektrum erhält.

Die Rücktransformation lautet dann:

$$\text{inverse Fouriertransformation:} \quad \mathcal{F}_{\omega t} \{\tilde{f}(\omega)\} = f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\omega) e^{i\omega t} dt \quad (\text{A.30})$$

Verschiebungssatz: Wie verändert sich das Spektrum $\tilde{f}(\omega)$ einer Funktion $f(t)$, wenn man sie um τ in der Zeit verschiebt?

$$\tilde{f}_\tau(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t - \tau) e^{-i\omega t} dt \quad (\text{A.31})$$

Wir substituieren mit $T = t - \tau$. Also gilt auch $\frac{dt}{dT} = 1$.

$$\tilde{f}_\tau(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(T) e^{-i\omega(T+\tau)} dT = e^{-i\omega\tau} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(T) e^{-i\omega T} dT = \tilde{f}(\omega) e^{-i\omega\tau} \quad (\text{A.32})$$

Ein Verschieben in der Zeit um τ bedeutet also, daß sich die spektrale Phase um $-\omega\tau$ erhöht.

Normierung der physikalischen Fouriertransformation - Unschärferelation: Physikalische Funktionen haben in der Regel Parameter, die eine Einheit besitzen - hier t und ω . Bei mathematischen Funktionen, deren Fourier-Transformierte man kennt, haben die Parameter keine Einheiten - hier x und y . Man muß die Funktionen also umschreiben.

Sei

$$g(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-iyx} dx \quad (\text{A.33})$$

die Fourier-Transformierte von $f(x)$. Man ist nun an folgender Fourier-Transformation mit dem neuen normierten Parametern $\frac{t}{T_0}$ statt x interessiert:

$$\mathcal{F}_{t\omega} \left\{ f\left(\frac{t}{T_0}\right) \right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f\left(\frac{t}{T_0}\right) e^{-i\omega t} dt \quad (\text{A.34})$$

Um dies zu berechnen führen wir nun die Substitutionen

$$\hat{t} = \frac{t}{T_0} \quad \text{und} \quad \hat{\omega} = T_0 \omega \quad \text{also gilt auch} \quad dt = T_0 d\hat{t} \quad (\text{A.35})$$

ein, und erhalten

$$\mathcal{F}_{t\omega} \left\{ f\left(\frac{t}{T_0}\right) \right\} = \frac{T_0}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(\hat{t}) e^{-i\hat{\omega}\hat{t}} d\hat{t} = T_0 g(\hat{\omega}) = T_0 g(T_0 \omega) \quad . \quad (\text{A.36})$$

Die richtige physikalische Normierung lautet also

$$\boxed{\mathcal{F}_{t\omega} \left\{ f\left(\frac{t}{T_0}\right) \right\} = T_0 g(T_0 \omega)} \quad (\text{A.37})$$

Diese Beziehung ist die mathematische Ursache für jede Unschärferelation. Wird der Zeitbereich gestaucht, so ist dies gleichbedeutend mit einer gleichgroßen Streckung im Frequenzraum.

Fourier-Transformation der Ableitung:

$$\mathcal{F} \left\{ \frac{d^n f(t)}{dt^n} \right\} = \mathcal{F} \left\{ \frac{d^n}{dt^n} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \right\} = \mathcal{F} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (i\omega)^n \tilde{f}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \right\} = (i\omega)^n \tilde{f}(\omega) \quad (\text{A.38})$$

Fourier-Darstellung der Delta-Distribution:

$$\text{Delta-Distribution:} \quad \delta(\omega - \omega') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(\omega - \omega')t} dt \quad (\text{A.39})$$

A.3 Impulsparameter

Um eine beliebige Funktion $f(x)$ zu beschreiben benötigt man unendlich viele Parameter. Trotzdem unternimmt man immer wieder (mehr oder weniger erfolgreich) den Versuch die Funktion mit wenigen universellen Parametern zu charakterisieren. Voraussetzung für eine solche universelle Beschreibung ist in den Fällen, die wir im Folgenden betrachten wollen, daß es sich um Impuls-förmige Funktionen handelt, also $f(x)$ nur in einem kleinen Werteintervall von Null verschieden ist. Solche Impulsparameter sind unter anderem die Breite (bzw. im Zeitbereich die Dauer) und die Fläche (Energie).

A.3.1 Breite, Dauer

Gegeben sei eine beliebige komplexe Funktion $f(x)$. Damit x eine physikalische Größe mit Einheit sein kann, z. B. wie der Ort oder die Zeit, normiert man das Argument der Funktion auf die typische Längenskala - die Breite - Δx . Man erhält:

$$f(x) \longrightarrow f\left(\text{const.} \frac{x}{\Delta x}\right) \quad (\text{A.40})$$

Die Konstante hängt von der Form der Funktion und von der Definition der Breite ab. Für jede Form kann man die Breite so definieren, daß die Konstante gleich eins ist. Dies ist die **natürliche Breite** (z. B. die natürliche Dauer T_0).

Mittlere quadratische Abweichung (rms): Die Wahrscheinlichkeit $p(x)$, daß der Wert x vorkommt muß reell und positiv sein und wird in den meisten Fällen mit

$$p(x) = |f(x)|^2$$

bestimmt. Die gesamte Wahrscheinlichkeit $\int p(x) dx$ sollte endlich sein. D. h. $p(x)$ muß hinreichend schnell gegen Null gehen. Man hat es also mit lokalisierten Strukturen zu tun. Der Mittelwert von x , der die Lage der lokalisierten Struktur beschreibt, ist dann definiert durch:

$$\bar{x} = \frac{\int p(x)x dx}{\int p(x) dx} \quad (\text{A.41})$$

Der Mittelwert wird mit einem Querstrich über dem Symbol gekennzeichnet. Die mittlere quadratische Abweichung vom Mittelwert (engl.: *root-mean-square*; kurz rms) ist dann

$$x_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{\int p(x)(x - \bar{x})^2 dx}{\int p(x) dx}} = \sqrt{\frac{\int p(x)x^2 dx}{\int p(x) dx} - 2\bar{x} \frac{\int p(x)x dx}{\int p(x) dx} + \bar{x}^2 \frac{\int p(x) dx}{\int p(x) dx}} = \sqrt{x^2 - \bar{x}^2} \quad (\text{A.42})$$

Die rms-Breite ist also gegeben durch:

$$x_{\text{rms}} = \sqrt{x^2 - \bar{x}^2} \quad (\text{A.43})$$

Für eine beliebige Funktion $f(t)$ und deren Fourier-Transformierten $\tilde{f}(\nu)$ gilt

$$t_{\text{rms}} \nu_{\text{rms}} \geq \frac{1}{4\pi} \quad (\text{A.44})$$

Das Gleichheitszeichen gilt nur für eine Gauß-förmige Funktion, wenn deren Ableitung der Phase nach der Zeit konstant ist - das Wellenpaket also *chirp*-frei ist. Für eine sech-förmige Funktion ist die untere Schranke $1/12$. Auch diese gilt nur für ein *chirp*-freies Wellenpaket.

Volle Halbwertsbreite (FWHM): Die Bestimmung der FWHM-Breite (engl.: *full width of the half maximum*) einer Funktion $f(x)$ ist in Abb. A.5 verdeutlicht.

Äquivalent-Breite: Ausgehend von der einfachen Merkregel - „Fläche = Höhe mal Breite“ - kann man sich eine Äquivalent-Breite definieren:

$$x_{\text{eq}} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 dx}{f_{\text{max}}} \quad (\text{A.45})$$

Dabei benutzt man den maximalen Wert f_{max} als Höhe.

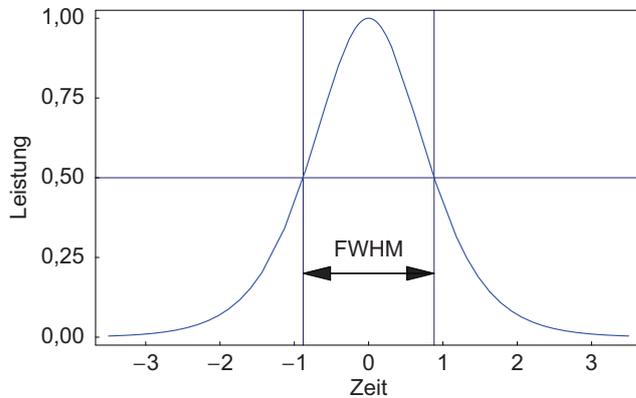


Abbildung A.5: Bestimmung der FWHM-Breite: Zunächst sucht man das Maximum f_{\max} . Rechts und links von diesem Maximum gibt es zwei Werte für das Argument der Funktion x_r und x_l , für die $\frac{f_{\max}}{2} = f(x_r) = f(x_l)$ gilt. Die FWHM-Breite wird durch die Differenz der beiden Positionen bestimmt. $x_{\text{FWHM}} = |x_l - x_r|$

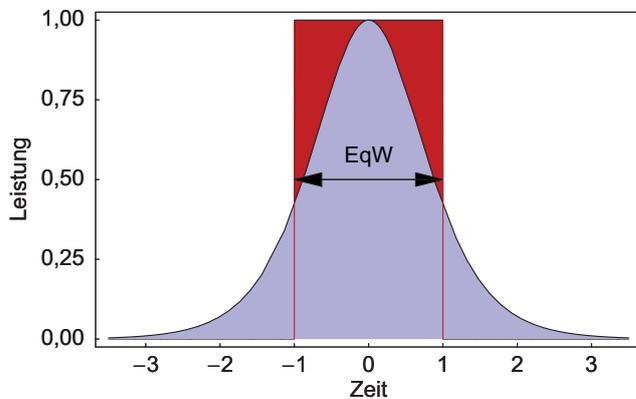


Abbildung A.6: Bestimmung der Äquivalent-Breite: Die Fläche unter der Funktion (hellblau) ist gleich der Fläche der Rechteckes (dunkelrot) mit demselben Maximum wie die Funktion und der Äquivalent-Breite.

Breite der halben Fläche (FWHE): Die FWHE-Breite wird in Abb. A.7 definiert. Diese Breitendefinition wird nicht häufig verwendet. Dennoch ist sie, wie wir beim Vergleich der verschiedenen Definitionen der einzelnen Breiten sehen werden, ein ziemlich robuste Methode, die Breite einer Funktion mit möglichst wenigen systematischen Fehlern zu bestimmen.

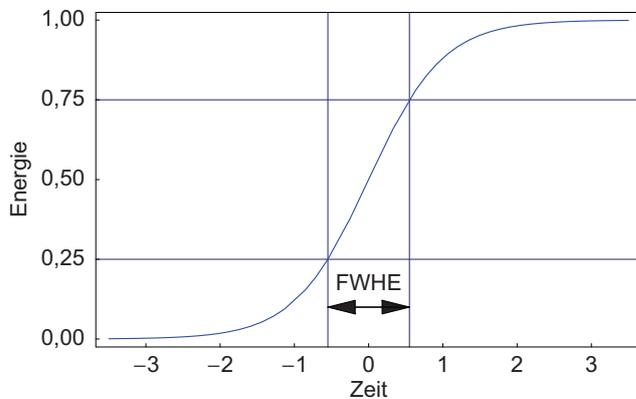


Abbildung A.7: Bestimmung der FWHE-Breite: Der Abstand zwischen den beiden Punkten, an denen sich bei der Integration über die Funktion über die Funktion $1/4$ bzw. $3/4$ der Gesamtfläche ergibt, nennt man die volle Breite der halben Fläche bzw. Energie (engl.: *full width of the half energy*) oder kurz FWHE.

Art der Störung	rms	eq-W	FWHE	FWHM
keine: $f(x)$	$-2,7 \cdot 10^{-9}$	$-2,1 \cdot 10^{-11}$	$-8 \cdot 10^{-3}$	$-0,16$
Störung außerhalb: $f(x) + 0,1 f(5(x-8))$	57	2,0	2,5	-0,16
Störung innerhalb: $f(x) + 0,2 f(10(x+1,1))$	0,4	2,0	2,5	15
Untergrund: $f(x) + 0,002$	91	2,8	3	-0,16
additives Rauschen: $f(x) + 0,01 r$	-6,3	-1,0	-0,09	-2,0
multiplikatives Rauschen: $f(x)(1 + 0,2 r)$	-0,18	-15	0,3	-1,1
Interferenz: $f(x) \sin^2(8x)$	$1,1 \cdot 10^{-7}$	-48	4	-26
Abschneide Effekt: $f(x)$ mit $x \in [-2,5, 2,5]$	-7	-1,4	-1,6	-0,16
Sättigung: $f(x)/(1 + f(x)/6)$	3	5	5	6

Tabelle A.1: Vergleich der verschiedenen Breiten: Angegeben ist die prozentuale Abweichung der bestimmten Breite von der eigentlichen Breite. In diesem Beispiel gilt $f(x) = \text{sech}^2(x)$ und $r \in [-1, 1]$. Für x gilt $x \in [-15, 15]$ mit einer Schrittweite von 0,01.

Vergleich der verschiedenen Breiten

Die rms-Breite liefert große systematische Fehler bei Strukturen, die einen Untergrund besitzen. Beim Untersuchen optischer Wellenpakete wird dieser Untergrund z. B. durch einen Dunkelstrom am Detektor, durch Rauschen oder durch dispersive Wellen verursacht. Wird dieser Untergrund nicht ausreichend berücksichtigt, so erhält man systematische zu große Werte.

Geht die Funktion an den Rändern nicht hinreichend schnell gegen Null, so kann man keine sinnvolle rms-Breite angeben. Hinreichend schnell heißt stärker als mit der zweite Potenz, da sonst die Integrale in Gl. (A.42) unendlich werden. Man kann also keine rms-Breite einer sinc-Funktion angeben. Diese ist definiert als $\frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$ und ist die Fourier-Transformierte einer Rechteckfunktion.

Die FWHM-Breite ist experimentell leicht zugänglich und ist weitestgehend unabhängig vom Untergrund und dessen Rauschen. Für strukturierte Funktionen ist sie nicht wohl definiert, un sie kann sogar ein sprunghaftes Verhalten aufweisen.

Weil die Äquivalent-Breite eine integrale Größe ist, ist sie weitestgehend unabhängig von der Impulsform. Da aber die Höhe der Funktion ebenfalls in den Wert eingeht, ist die Äquivalent-Breite an dieser Stelle besonders empfindlich auf Störungen.

Wie man in Tabelle A.1 erkennt, ist die FWHE-Breite die einzige Breite, die unempfindlich auf die gängigsten systematischen Fehler ist. Deswegen ist sie die in dieser Arbeit favorisierte Breite.

A.3.2 Leistung, Energie und periodische Vorgänge

Definition: Puls, Impuls

DIN 5483 Teil 1 Anhang A6: Puls, Pulsvorgang, periodische Impulsfolge (engl.: pulse train)
Pulse sind Vorgänge, die mehr oder weniger periodisch ablaufen. Biologen meinen mit einem Puls eine periodische Druckeränderung in den Adern, die, wenn alles gut geht, nicht aufhört. Astronomen gaben rotierenden Neutronensternen mit einem hohen Magnetfeld den Namen Pulsare, denn man beobachtet extrem periodische Helligkeitsschwankungen. Für die Messung der Änderung der Periodizität bekamen 1992 Hulse und Taylor den Nobelpreis der Physik.

DIN 5483 Teil 1 Anhang A5: Impuls, impulsförmiger Vorgang, Stoß (engl.: pulse) Impulse sind einmalige Ereignisse. Der mechanische Impuls ist eng korreliert mit dem Begriff einmaliger Stoß. Ein Radartechniker versucht, möglichst definierte elektromagnetische Impulse abzustrahlen, deren „Echo“ er analysiert. In der Wirtschaft versucht man, einigen Entwicklungen Impulse zu geben. Man hofft dabei jedesmal, daß es sich um einmalige Ereignisse handelt. Man könnte nun meinen, es sei unerheblich, ob es sich bei einem Ereignis um einen Puls, oder um einen Impuls handelt. Es gibt aber einen wesentlichen Unterschied, der sich im Spektrum des Ereignisses widerspiegelt:

Ein Puls hat immer ein diskretes Spektrum. Dies ist z. B. der Fall bei

- numerischen Simulationen; durch die notwendige Diskretisierung entstehen periodische Randbedingungen.
- modengekoppelten Lasern; die Periodizität entspricht der Resonatorlänge bzw. dem diskreten Modenkamm.
- bei Solitonenketten, die durch Modulationsinstabilitäten entstanden sind.

Eine Impuls hat ein kontinuierliches Spektrum:

- mathematisches Soliton

A.4 Strahlparameter

A.4.1 Vermessen des Strahlradius w mit der Rasierklingen-Methode

Bei der Bestimmung des Strahlradiuses wurden zwei Voraussetzungen gemacht. Erstens geht man von einem ideal Gauß-förmigen Strahlprofil aus:

$$E(x) = E_0 \exp\left(-\frac{x^2}{w^2}\right)$$

Zweitens wurden Beugungseffekte an der Kante der Rasierklinge geeignet berücksichtigt.

Die Problem reduziert sich auf die Integration

$$P(x) = \frac{\sqrt{2/\pi}}{w} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{2x^2}{w^2}} dx \quad ,$$

wobei die Klinge an der lateralen Position x den Strahl abschattet und die verbleibende Leistung $P(x)$ vorbeigeht. w ist wie gewohnt der Radius des Strahls, gemessen bis zu der Kontur, bei der die Intensität auf $1/e^2$ des axialen Wertes abgefallen ist. Man erhält unter Benutzung der Fehlerfunktion die Werte

x/w	$P(x)/\%$
$-\infty$	0,00000000
-1,0000000000	2,27501319
-0,6407757828	10,00000000
-0,3372448751	25,00000000
$\pm 0,0000000000$	50,00000000
+0,3372448751	75,00000000
+0,6407757828	90,00000000
+1,0000000000	97,72498681
$+\infty$	100,00000000

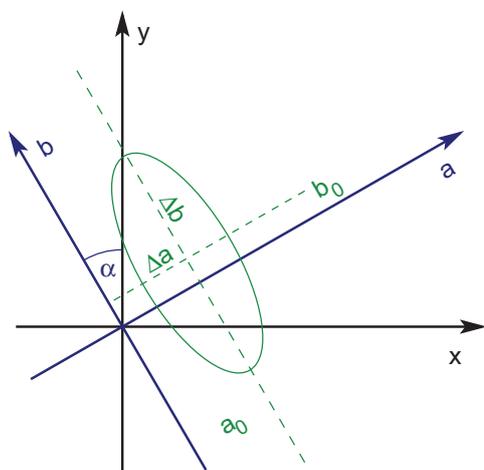


Abbildung A.8: Ausgleich einer Strahlmessung mit einem elliptischen Gauß-Profil.

Die beliebige Integrationskonstante wurde dabei so gewählt, daß $P(x)$ für $x \rightarrow -\infty$ gegen Null geht. Naheliegende Ablesungen zur Ermittlung von w sind demnach

$$w = \begin{cases} (x(P = 97,72\%) - x(P = 2,28\%)) \cdot 0,5000000000 \\ (x(P = 90\%) - x(P = 10\%)) \cdot 0,7803041461 \\ (x(P = 75\%) - x(P = 25\%)) \cdot 1,4826022185 \end{cases}$$

Vor allem die mittlere Variante wurde benutzt, bzw. für einen komplizierteren Intensitätsverlauf, wurde das Strahlprofil direkt gemessen.

A.4.2 2D-Strahlmessung

Der zu messende Strahl wird komplett auf einen großflächigen Detektor gelenkt, dessen lichtempfindliche Fläche wesentlich größer als die Querschnittsfläche des Strahls ist. Durch den Strahl bewegt man in der zum Strahl senkrechten Ebene (x - y -Ebene ein möglichst kleines Loch). Die Leistung, welche durch das Loch tritt, wird gemessen. Alternativ kann man auch aufs Loch verzichten, und einen Detektor mit einer sehr kleinen effektiven Fläche benutzen.

Man erhält m -Meßwerte $I_m(x_m, y_m)$. Unter der Annahme eines elliptischen Gauß-Profiles kann man nun folgenden Ausgleich durchführen:

$$I(x, y, I_0, \Delta a, \Delta b, a_0, b_0, \alpha, I_d) = I_0 \exp \left(-2 \left(\frac{x \cos(\alpha) + y \sin(\alpha) - a_0}{\Delta a} \right)^2 + \left(\frac{y \cos(\alpha) - x \sin(\alpha) - b_0}{\Delta b} \right)^2 \right) + I_d \quad (\text{A.46})$$

Dabei dreht man das Koordinatensystem der Meßvorrichtung ($x - y$) in das Koordinatensystem der Hauptachsen des elliptischen Strahls ($a - b$) (vgl. Abb. A.8).

I_0	:= Spitzenintensität	a_0	:= Strahlmitte (a -Richtung)
I_d	:= Hintergrund (Dunkelstrom)	b_0	:= Strahlmitte (b -Richtung)
Δa	:= Strahlradius (a -Richtung)	α	:= Drehwinkel
Δb	:= Strahlradius (b -Richtung)		

A.4.3 Bestimmung der Strahlparameter

Der Strahlradius allein ist noch kein Maß für den Verlauf eines Strahles. Man benötigt zusätzlich noch den Krümmungsradius. Dieser ist allerdings nur schwer bestimmbar. Um den Strahl ausreichend zu charakterisieren, kann man allerdings einen kleinen Umweg gehen, der die gesamten notwendigen Informationen liefert. Dazu bestimmt man im ersten Schritt die Lage und die Größe des Fokuses des zu vermessenden Strahls. Im zweiten Schritt kann man die Strahlparameter - also Strahlradius und Krümmungsradius - an jeder beliebigen Stelle berechnen.

Zunächst bestimmt man den Strahlradius $w(z)$ als Funktion des Ortes z . Geht man von einem Gaußförmigen Strahl aus, so kann man $w(z)$ mit der Formel

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda(z - z_0)}{\pi w_0^2} \right)^2} \quad (\text{A.47})$$

ausgleichen. Als Parameter der Ausgleichsrechnung erhält man die Position des Fokus z_0 und dessen Größe w_0 . λ ist dabei die Wellenlänge im Medium. Mit Hilfe der Gleichung (A.47) kann man den Strahlradius an jedem Ort bestimmen. Der Krümmungsradius ergibt sich zu

$$R(z) = (z - z_0) + \frac{(\pi w_0^2)^2}{\lambda^2(z - z_0)} \quad (\text{A.48})$$

A.5 Spezielle Funktionen

A.5.1 Hyperbel-Sekans

Umrechnung charakterisierender Größen

T_0	: Natürliche Impuls-Dauer	$T_0 = \frac{1}{2\mathcal{Z}}$	$\tau \approx 0,567296329 \tau$
τ	: Volle Halbwertsbreite (FWHM)	$\tau = 2\mathcal{Z}$	$T_0 \approx 1,762747174 T_0$
τ_{rms}	: Root Mean Square (rms)	$\tau = 2\mathcal{Z} \frac{2\sqrt{3}}{\pi}$	$\tau_{\text{rms}} \approx 1,943706305 \tau_{\text{rms}}$
τ_{FWHE}	: Volle Halbwertsenergiebreite (FWHE)	$\tau = 2\mathcal{Z} \frac{1}{\ln(3)}$	$\tau_{\text{FWHE}} \approx 1,604521624 \tau_{\text{FWHE}}$
$\Delta\nu$: Bandbreite (FWHM)	$\tau = \left(\frac{2\mathcal{Z}}{\pi} \right)^2 \frac{1}{\Delta\nu}$	$\approx 0,314833044 \frac{1}{\Delta\nu}$
τ_{AC}	: Intensitätsautokorrelation (FWHM)	$\tau =$	$\approx 0,648167719 \tau_{\text{AC}}$
τ_{IAC}	: interferometrische Autokorrelation (FWHM)	$\tau =$	$\approx 0,527170246 \tau_{\text{IAC}}$
	Impulsdauer-Bandbreite-Produkt	$\tau_{\text{rms}} \nu_{\text{rms}} \geq \frac{1}{12}$	$\approx 0,083333333$

Dabei ist \mathcal{Z} ein Breitenskalierungsfaktor:

$$\mathcal{Z} = \text{arcosh}(\sqrt{2}) = \text{arsinh}(1) \approx 0,881373587 \quad \text{bzw.} \quad 2\mathcal{Z} = \text{arcosh}(3) \approx 1,762747174 \quad (\text{A.49})$$

Transformationen

$$\begin{array}{ll}
\text{Fourier-Transformation} & \mathcal{F}\{\text{sech}(x)\} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \text{sech}\left(\frac{\pi}{2}k\right) \\
\text{Intensitäts-Autokorrelation} & \text{AC}\{\text{sech}(t)\} = 3 \frac{\tau \cosh(\tau) - \sinh(\tau)}{\sinh^3(\tau)} \\
\text{Interferometrische Autokorrelation} & \text{IAC}\{\text{sech}(t)\} = 1 + 9 \frac{\tau \cosh(\tau) - \sinh(\tau)}{\sinh^3(\tau)} \pm 3 \frac{\sinh(2\tau) - 2\tau}{\sinh^3(\tau)}
\end{array}$$

A.5.2 Die Gauß-Funktion

Die Gauß-Funktion taucht bei vielen physikalischen Problemstellungen auf und wird somit auf die unterschiedlichsten Weisen definiert:

$$\begin{array}{ll}
\left. \begin{array}{l} \text{Feld der Schrödinger Gleichung} \\ \text{Amplitude der NLSE} \end{array} \right\} & g(x) = \exp\left(\frac{-x^2}{2}\right) \\
\left. \begin{array}{l} \text{Aufenthalts-Wahrscheinlichkeit der Wellenfunktion} \\ \text{Leistung der NLSE} \\ \text{Feld eines Gauß-Strahls} \\ \text{Intensität eines Gauß-Strahls} \end{array} \right\} & \begin{array}{l} g^2(x) = \exp(-x^2) \\ g^4(x) = \exp(-2x^2) \end{array}
\end{array}$$

Für den Breitenskalierungsfaktor verwenden wir hier:

$$\mathcal{G} = \sqrt{\ln(2)} \approx 0,832554611158 \quad \text{bzw.} \quad 2\mathcal{G} \approx 1,665109222320 \quad (\text{A.50})$$

Umrechnung charakterisierender Größen

$$\begin{array}{llll}
T_0 & : \text{Natürliche Impuls-Dauer} & T_0 = \frac{1}{2\mathcal{G}} & \tau \approx 0,600561204 \tau \\
\tau & : \text{Volle Halbwertsbreite (FWHM)} & \tau = 2\mathcal{G} & T_0 \approx 1,665109222 T_0 \\
\tau_{\text{rms}} & : \text{Root Mean Square (rms)} & \tau = 2\mathcal{G} \sqrt{2} & \tau_{\text{rms}} \approx 2,354820045 \tau_{\text{rms}} \\
\tau_{\text{FWHE}} & : \text{Volle Halbwertsenergiebreite (FWHE)} & \tau = & \approx 1,745630712 \tau_{\text{FWHE}} \\
\Delta\nu & : \text{Bandbreite (FWHM)} & \tau = (2\mathcal{G})^2 \frac{1}{2\pi} & \frac{1}{\Delta\nu} \approx 0,441271200 \frac{1}{\Delta\nu} \\
\tau_{\text{AC}} & : \text{Intensitätsautokorrelation (FWHM)} & \tau = \frac{1}{\sqrt{2}} & \tau_{\text{AC}} \approx 0,707106781 \tau_{\text{AC}} \\
& \text{Impulsdauer-Bandbreite-Produkt} & \tau_{\text{rms}} \nu_{\text{rms}} \geq \frac{1}{4\pi} & \approx 0,079577472
\end{array}$$

Transformationen

$$\begin{array}{ll}
\text{Fourier-Transformierte} & \mathcal{F}\{g^n(x)\} = \frac{\sqrt[n]{g(k)}}{\sqrt{n}} \\
\text{Intensitäts-Autokorrelation} & \text{AC}\{g(t)\} = g(\tau) \\
\text{Interferometrische Autokorrelation} & \text{IAC}\{g(t)\} = 1 + 3g(\tau) \pm 4 \exp\left(-\frac{3}{8}\tau^2\right)
\end{array}$$

Anhang B

Abkürzungen

B.1 Verwendete Akronyme

Akronym	Deutsche Bedeutung	Englisch
AC	(Intensitäts-)Autokorrelation	(intensity) autocorrelation
A-FPSA	Antiresonanter Fabry-Pérot sättigbarer Absorber	antiresonant Fabry-Pérot saturable absorber
AOM	Akusto-optischer Modulator	acousto-optic modulator
APM	Modenkopplung durch Überlagerung	additive pulse mode-locking
ASE	Verstärkte spontane Emission	amplified spontaneous emission
BASIC	Auf der Rückseite beschichtet	back side coated
CC	Kreuzkorrelation	cross-correlation
CM	Dispersiver Spiegel	chirped mirror
CRZ	Zurück zur Null und nicht bandbreitenbegrenzt	chirped return-to-zero
cw	Dauerstrich	continuous-wave
DCM	Dispersiver Spiegel mit Impedanzanpassung	double chirped mirror
DDF	Glasfaser mit kleiner werdender Dispersion	dispersion-decreasing fiber
DF	Abgeflachte Dispersion	dispersion flattened
DM	Dispersions-Management	dispersion management
DS	Dispersions-verschoben	dispersion shifted
EDFA	Erbium-dotierter Faserverstärker	Erbium doped fiber amplifier
ESA	Absorption durch angeregte Zustände	excited state absorption
FFT	Schnelle Fourier Transformation	fast Fourier transform
FOM	Gütefaktor	figure of merit
FSR	Freie Spektralbereich	free spectral range

Akronym	Deutsche Bedeutung	Englisch
FWHE	Volle Breite der halben Energie	full width of the half energy
FWHM	Volle Breite der halben Höhe	full width at half maximum
FWM	Vier Wellen Mischung	four-wave mixing
FROG	Frequenz aufgelöstes optisches Schalten	frequency resolved optical gating
GDD	Dispersion der Gruppenverzögerung	group-delay dispersion
GRIN	kontinuierlicher Brechzahlverlauf	graded index
GVD	Dispersion der Gruppengeschwindigkeit	group-velocity dispersion
HB	Starke Doppelbrechung	high birefringence
HOD	Dispersion höherer Ordnung	higher-order dispersion
IAC	Interferometrische Autokorrelation	interferometric autocorrelation
IR	Infrarot	infrared
KLM	Kerr-Linsen-Modenkopplung	Kerr-lens mode-locking
LIDAR	Lichtradar	light detection and ranging
LT-MBE	Niedrigtemperatur-Molekularstrahl-Epitaxie	low temperature molecular beam epitaxy
MI	Modulationsinstabilität	modulation instability
ML	modengekoppelt	mode-locked
NLSE	Nichtlineare Schrödinger-Gleichung	nonlinear Schrödinger equation
NRZ	Nicht zurück zur Null	non return-to-zero
OC	Auskoppelspiegel	output coupler
OPA	Optischer parametrischer Verstärker	optical parametric amplifier
OPO	Optischer parametrischer Oszillator	optical parametric oscillator
OTDR	Optische Reflexion im Zeitbereich	optical time domain reflection
PM	Polarisationserhaltend	polarization maintaining
PMD	Polarisationsmodendispersion	polarization mode dispersion
QND	Zerstörungsfreie Quantenmessung	quantum non demolition measurement
QW	Quantentopf	quantum well
rf	Radio-Frequenz, Hochfrequenz	radio frequency
rms	Mittlere quadratische Abweichung	root mean square
RZ	Zurück zur Null	return-to-zero
SAM	Sättigbarer Spiegel	saturable absorber mirror
SESAM	Sättigbarer Spiegel mit Halbleiter-Absorber	semiconductor saturable absorber mirror
SBR	Sättigbarer Bragg-Spiegel	saturable Bragg reflector
SHG	Erzeugung der zweiten Harmonischen	second harmonic generation
SPIDER	Spektrales Interferogramm	spectral phase interferometry for direct electric-field reconstruction

Akronym	Deutsche Bedeutung	Englisch
SPM	Selbstphasenmodulation	self-phase modulation
SSFM	Lösungsverfahren mit Teilschritten und Fourier Transformation	split-step Fourier method
SVEA	Näherung für eine sich langsam veränderliche Einhüllende im Vergleich zur Trägerfrequenz	slowly varying envelope approximation
TDM	Zeit-Multiplex	time division multiplex
TOD	Dispersion dritter Ordnung	third-order dispersion
UV	Ultraviolett	ultraviolet
WDM	Wellenlängen-Multiplex	wavelength division multiplex
XPM	Kreuzphasenmodulation	cross-phase modulation
YAG	Yttrium-Aluminium-Granat ($Y_3Al_5O_{12}$)	yttrium aluminum garnet

Anhang C

Referenzen

C.1 Referenzen zur Abbildung 4.1

1. S. Aisawa, T. Sakamoto, M. Fukui, J. Kani, M. Jinno und K. Oguchi. *Ultra-wideband, long distance WDM demonstration of 1 Tbit/s (50×20 Gbit/s) 600 km transmission using 1550 and 1580 nm wavelength bands*. Electron. Lett. **34** (11) 1127, Mai 1998.
2. M. Nakazawa, K. Suzuki und H. Kubota. *Single-channel 80 Gbit/s soliton transmission over 10000 km using in-line synchronous modulation*. Electron. Lett. **35** (2) 162, Januar 1999.
3. G. M. Carter, V. S. Grigoryan, R.-M. Mu, C. R. Menyuk, P. Sinha, T. F. Carruthers, M. L. Dennis und I. N. Duling. *Transmission of dispersion-managed solitons at 20 Gbit/s over 20000 km*. Electron. Lett. **35** (3) 233, Februar 1999.
4. Tyco Submarine Systems Ltd., <http://www.submarinesystems.com>. *Tyco Submarine Systems Ltd. demonstrates experimental transmission of 640 Gb/s over 7200 Km on a single fiber*. Tyco Submarine Systems Ltd. Pressemitteilung vom 24. Februar 1999 (640 Gbit/s über 7200km). http://www.submarinesystems.com/press_022499.html, Siehe auch: Photonics Spectra **35** (4) 48, 1999.
5. C. D. Chen, J. Kim, O. Mizuhara, T. V. Nguyen, K. Ogawa, R. E. Tench, L. D. Tzeng und P. D. Yeates. *40 Gbit/s × 25 ch(1 Tbit/s aggregate capacity) WDM transmission over 342 km of fibre*. Electron. Lett. **35** (8) 648, April 1999.
6. S. B. Alleston, P. Harper, I. S. Penketh, I. Bennion, N. J. Doran und A. D. Ellis. *1000 km transmission of 40 Gbit/s single channel RZ data over dispersion managed standard (non-dispersion shifted) fibre*. Electron. Lett. **35** (10) 823, Mai 1999.
7. S. Kawanishi, H. Takara, K. Uchiyama, I. Shake und K. Mori. *3 Tbit/s(160 Gbit/s × 19 channel) optical TDM and WDM transmission experiment*. Electron. Lett. **35** (10) 826, Mai 1999.
8. T. Matsuda, M. Murakami und T. Imai. *340 Gbit/s (34 × 10 Gbit/s) WDM transmission over 8514 km using broadband gain equalisation technique for transoceanic systems*. Electron. Lett. **35** (13) 1090, Juni 1999.
9. C. Scheerer, C. Glingener, A. Färbert, J.-P. Elbers, A. Schöpflin, E. Gottwald und G. Fischer. *3.2 Tbit/s (80 × 40 Gbit/s) bidirectional WDM/ETDM transmission over 40 km standard singlemode fiber*. Electron. Lett. **35** (20) 1752, September 1999.

10. Bell Labs, <http://www.bell-labs.com>. *Bell Labs Scientists Demo First Long Distance Triple Terabit Transmission*. Bell Labs, Pressemitteilung vom 16. März; 2000 (3,28 TBit/s über 300 km). <http://www.bell-labs.com/news/2000/march/16/2.html>
11. Heinrich-Hertz-Institut, <http://www.hhi.de>. *Wissenschaftlern des Heinrich-Hertz-Instituts und der T-Nova gelingt es weltweit erstmals, eine Datenrate von 160 Gbit/s (160 Milliarden Bits pro Sekunde) über eine verlegte Standard-Glasfaser der Deutschen Telekom zu übertragen*. Pressemitteilung des Heinrich-Hertz-Institutes vom Oktober 2000 (0,16 TBit/s über 116 km). <http://www.hhi.de/presse/2000/06Okt2000/06okt2000.html>
12. R. Ludwig, U. Feiste, S. Diez, C. Schubert, C. Schmidt, H. J. Ehrke und H. G. Weber. *Unrepeated 160 Gbit/s RZ single-channel transmission over 160 km of standard fibre at 1550 nm with hybrid MZI optical demultiplexer*. Electron. Lett. **36** (16) 1405, August 2000.
13. Siemens, <http://www.siemens.de>. *Siemens sets new world record in optical data transmission: 7 Tbit/s over a single optical fiber*. Pressemitteilung von Siemens vom 4. Oktober 2000 (7,04 TBit/s über 50 km). http://www.siemens.de/en2/html/press/press_release_archive/releases/2000100401e.html
14. M. Nakazawa, T. Yamamoto und K. R. Tamura. *1.28 Tbits/s-70km OTDM transmission using third-and fourth-order simultaneous dispersion compensation with a phase modulator*. Electron. Lett. **36** (24) 2027, November 2000.
15. Nortel Networks, <http://www.nortelnetworks.com>. *1.28 Tbit/s (32 × 40 Gbit/s) transmission over 1000 km with only 6 spans*. Pressemitteilung von Nortel Networks vom März 2001. <http://www.nortelnetworks.com/products/collateral/pdf/ofc2001-21.pdf>
16. NEC Corporation, <http://www.nec.com>. *NEC sets new 10.9 TeraBit/second, ultra-dense WDM transmission capacity world record*. Pressemitteilung von NEC vom 22. März 2001 (10,9 TBit/s über 117 km). <http://www.nec.co.jp/english/today/newsrel/0103/2201.html>
17. Marconi, <http://marconi.com>. *Marconi Introduces Soliton-Based Ultra Long Haul System at SuperComm 2001* Marconi, Pressemitteilung vom 5. Juni 2001 (1,6 TBit/s über 3000 km). <http://marconi.com/html/news/marconiintroducessolitonbasedultralonghaulssystem.htm>
18. B. Zhu, L. Leng, L. E. Nelson, Y. Qian, L. Cowsar, S. Stulz, C. Doerr, L. Stulz, S. Chandrasekhar, S. Radic, D. Vengsarkar, Z. Chen, J. Park, K. S. Feder, H. Thiele, J. Bromage, L. Gruner-Nielsen und S. Knudsen. *3.08 Tbit/s (77 × 42.7 Gbit/s) WDM transmission over 1200 km fiber with 100 km repeater spacing using dual C- and L-Band hybrid Raman / erbium-doped inline amplifiers*. Electron. Lett. **37** (13) 844, Juni 2001.
19. W. S. Lee, V. Zhu, B. Shaw, D. Watley, C. Scahill, J. Homan, C. R. S. Fludger, M. Jones und A. Hadjifotiou. *2.56 Tbit/s (32 × 80 Gbit/s) polarisation-bit-interleaved transmission over 120 km NDSF with 0.8 bit/s/Hz spectral efficiency*. Electron. Lett. **37** (15) 964, Juli 2001.
20. Fujitsu, <http://www.fujitsu.com>. *Fujitsu Successfully Demonstrates Technology Enabling Optical Wavelength Division Multiplexed Communication Over 7400 km at 2.4 Terabits/Second*. Pressemitteilung von Fujitsu vom 24. Oktober 2001 (2,4 TBit/s über 7400 km). <http://pr.fujitsu.com/en/news/2001/10/24-1.html>
21. L. du Mouza, G. Le Meur, H. Mardoyan, E. Seve, S. Cussat-Blanc, D. Hamoir, C. Martinelli, D. Bayart und F. Raineri. *1.28 Tbit/s (32 × 40 Gbit/s) WDM transmission over 2400 km of TeraLight™-Reverse TeraLigh(C) fibers using distributed all-Raman amplification*. Electron. Lett. **37** (21) 1300-1301, Oktober 2001.

22. Alcatel, <http://www.alcatel.com>. *Alcatel Breaks Another World Record in Long-haul Submarine Optical Transmission*. Pressemitteilung von Alcatel vom 29. November 2001 (3.65 TBit/s über 6850 km).
<http://www.home.alcatel.com/vpr/vpr.nsf/080dff217f9c5f1fc12567a900582617/9e124cd6f3393de0c1256b13003d7d1b!OpenDocument>
23. T. Tsuritani, A. Agata, I. Morita und N. Edagawa. *21.4 Gbit/s \times 56 WDM 9170 km transmission using symmetrically dispersion-managed fiber span* Electron. Lett. **37** (25) 1536, Dezember 2001.
24. Alcatel, <http://www.alcatel.com>. *Alcatel Extends Distance for DWDM Optical Terrestrial Transmission with New World Record*. Pressemitteilung von Alcatel vom 8. Januar 2002 (5 TBit/s über 1500 km).
<http://www.home.alcatel.com/vpr/vpr.nsf/080dff217f9c5f1fc12567a900582617/9e124cd6f3393de0c1256b13003d7d1b!OpenDocument>
25. Lucent Technologie, <http://www.lucent.com>. *Lucent Technologies' Bell Labs scientists set new fiber optic transmission record*. Pressemitteilung von Lucent vom 22. März 2002 (2.56 TBit/s über 4000 km).
<http://www.lucent.com/press/0302/020322.bla.html>
26. Y. Yamada, S.-I. Nakagawa, Y. Kurosawa, T. Kawazawa, H. Taga und K. Goto. *2 Tbit/s (200 \times 10 Gbit/s) over 9240 km transmission experiment with 0.15 nm channel spacing using VSB format*. Electron. Lett. **38** (7) 328-330, März 2002.
27. Mitsubishi Electric, <http://www.mitsubishielectric.com>. *Transmission of 1.3 Terabit/Second Optical Signals over 8,400 km*. Pressemitteilung von Mitsubishi Electric 2002.
http://www.mitsubishielectric.com/news/sc/rd_5_1_b.html
28. Agere, <http://www.agere.com>. *3.2 Tbit/s (40 \times 80 Gb/s) transmission over 1000 km with 10 km span (25dB loss) and 0.8 bit/s/Hz of spectral efficiency*. <http://www.fibers.org>, 22 Juni 2002, <http://www.fibers.org/whitepapers/pdfs/Agere1.pdf>
29. T. Matsuda, T. Kotanigawa, A. Naka und T. Imai. *62 \times 42.7 Gbit/s (2.5 Tbit/s) WDM signal transmission over 2200 km with broadband distributed Raman amplification* Electron. Lett. **38** (15) 818, Juli 2002.
30. T. Mizuochi, K. Ishida, K. Kinjo, T. Kobayashi, S. Kajiya, K. Shimizu, T. Tokura, K. Motoshima und K. Kasahara. *1.7 Tbit/s (85 \times 22.8 Gbit/s) transmission over 9180 km using symmetrically collided transmission methodology*. Electron. Lett. **38** (21) 1264, Oktober 2002.
31. M. Sauer, J. E. Hurley, S. Ten, J. J. Ferner und S. P. Colby *1.6 Tbit/s (40 \times 40 Gbit/s) transmission over 2160 km of field-deployed dispersion-managed fibre without per channel dispersion compensation* Electron. Lett. **39** (9) 728, Mai 2003.
32. J. Fatome, S. Pitois, P. Tchofo Dinda und G. Millot *Experimental demonstration of 160-GHz densely dispersion-managed soliton transmission in a single channel over 896 km of commercial fibers* Opt. Express **11** (13) 1553, Juni 2003.

C.2 Institutsadressen

C.2.1 ETH Zürich

Prof. Dr. U. Keller, Eidgenössische-Technische-Hochschule Zürich (ETHZ), Institute of Quantum Electronics, Ultrafast Laser Physics, ETH-Hönggerberg HPT, CH-8093 Zürich, Switzerland

C.2.2 Laser-Zentrum Hannover

Laser-Zentrum Hannover e. V. (LZH), Hollerithallee 8, 30419 Hannover, Germany

C.2.3 TH Karlsruhe

Dr. habil. U. Morgner, Universität Karlsruhe (TH), Institut für Hochfrequenztechnik und Quantenelektronik, Kaiserstraße 12, 76128 Karlsruhe, Germany

C.2.4 IRE-Polus Institut

IRE Polus Co., Vvedenskogo Sq. 1 Fryazina, Moscow 141190, Russia

C.2.5 Quantronix

Excel Technology Europe GmbH, Röntgenstraße 84, 64291 Darmstadt, Germany

Literaturverzeichnis

- [1] M. J. Ablowitz and P. A. Clarkson. *Solitons, Nonlinear Evolution Equations and Inverse Scattering*. Number 149 in London Mathematical Society Lecture Note Series. Cambridge University Press, Cambridge, 1991.
- [2] A. Agnesi, S. Dell'Acqua, and G. C. Reali and Z. Sun. High performance Cr⁴⁺:YAG Q-switched CW diode pumped Nd:YAG laser. *Opt. Quant. Electron.*, 29:429–433, 1997.
- [3] G. P. Agrawal. *Applications of Nonlinear Fiber Optics*. Academic Press, San Diego, 2001.
- [4] G. P. Agrawal. *Nonlinear Fiber Optics*. Academic Press, London, third edition, 2001.
- [5] G. P. Agrawal and R. W. Boyd, editors. *Contemporary Nonlinear Optics*. Academic Press, San Diego, 1992.
- [6] S. A. Akhmanov, V. A. Vysloukh, and A. S. Chirkin. *Optics of Femtosecond Laser Pulses*. American Institute of Physics, New York, 1992.
- [7] N. B. Angert, N. I. Borodin, V. M. Garmash, V. A. Zhitnyuk, A. G. Okhrimchuk, O. G. Siyuchenko, and A. V. Shestakov. Lasing due to impurity color centers in yttrium aluminum garnet crystals at wavelengths in the range 1.35-1.45 μm . *Sov. J. Quantum Electron.*, 18(1):73–74, Jan. 1988.
- [8] N. P. Barry, S. C. W. Hyde, R. Johes, R. Mellish, Y.-P. Tong, P. M. W. French, and J. R. Taylor. Generation of ultrashort pulses from solid lasers. *IEICE Trans. Electron.*, E81-C(2):103–111, Feb. 1998.
- [9] G. Boffetta and A. R. Osborne. Computation of the Direct Scattering Transform for the Nonlinear Schroedinger Equation. *J. of Comput. Phys.*, 102:252–264, 1992.
- [10] M. Böhm. Erzeugung von optischen Solitonen in Glasfasern mit einem modengekoppelten Cr⁴⁺:YAG-Laser. Master's thesis, Universität Erlangen-Nürnberg, Physikalisches Institut, Lehrstuhl für Optik, Jan. 1997.
- [11] W. L. Bond. Measurement of the refractive indices of several crystals. *J. Appl. Phys.*, 36(5):1674, May 1965.
- [12] T. Brabec, P. F. Curley, Ch. Spielmann, E. Wintner, and A. J. Schmidt. Hard-aperture Kerr-lens mode locking. *J. Opt. Soc. Am. B*, 10(6):1029–1034, Jun. 1993.
- [13] T. Brabec and S. M. J. Kelly. Third-order dispersion as a limiting factor to mode locking in femtosecond solitary laser. *Opt. Lett.*, 18(23):2002–2004, Dec. 1993.
- [14] A. Brignon and J. P. Huignard. Phase conjugation in Cr⁴⁺:YAG at 1.06 μm . *Opt. Lett.*, 21(15):1126–1128, Aug. 1996.

- [15] L. R. Brovelli, U. Keller, and T. H. Chiu. Design and operation of antiresonant Fabry-Perot saturable semiconductor absorbers for mode-locked solid-state lasers. *J. Opt. Soc. Am. B*, 12(2):311–322, Feb. 1995.
- [16] Z. Burshtein, P. Blau, Y. Kalisky, Y. Shimony, and M. R. Kokta. Excited-State Absorption Studies of Cr^{4+} Ions in Several Garnet Host Crystals. *IEEE J. Quant. Electron.*, 34(2):292–299, Feb. 1998.
- [17] S. Burtsev, R. Camassa, and I. Timofeyev. Numerical Algorithms for the Direct Spectral Transform with Applications to Nonlinear Schrödinger Type Systems. *J. of Comput. Phys.*, 147:166–186, 1998.
- [18] S. Camacho-Lopez, R. P. M. Green, G. J. Crofts, and M. J. Damzen. Intensity-induced birefringence in Cr^{4+} :YAG. *J. of Mod. Opt.*, 44(1):209–219, 1997.
- [19] G. Cerullo, S. De Silvestri, and V. Magni. Self-starting Kerr-lens mode locking of a Ti:sapphire laser. *Opt. Lett.*, 19(14):1040, Jul. 1994.
- [20] G. Cerullo, S. De Silvestri, V. Magni, and L. Pallaro. Resonators for Kerr-lens mode-locked femtosecond Ti:sapphire lasers. *Opt. Lett.*, 19(11):807–809, Jun. 1994.
- [21] Y. Chang, R. Maciejko, R. Leonelli, and A. S. Thorpe. Self-starting passively mode-locked tunable Cr^{4+} :yttrium-aluminum-garnet laser with a single prism for dispersion compensation. *Appl. Phys. Lett.*, 73(15):2098–2100, Oct. 1998.
- [22] Y. Chen, F. X. Kärtner, U. Morgner, S. H. Cho, H. A. Haus, E. P. Ippen, and J. G. Fujimoto. Dispersion-managed mode locking. *J. Opt. Soc. Am. B*, 16(11):1999–2004, Nov. 1999.
- [23] Young-Soo Choi. Saturation characteristics of Cr^{4+} :YAG crystals and dye films for passive Q-switches. *Appl. Opt.*, 40(30):5417–5422, Oct. 2001.
- [24] B. Christensen, J. Mark, G. Jacobsen, and E. Bødtker. Simple dispersion measurement technique with high resolution. *Electron. Lett.*, 29(1):132, Jan. 1993.
- [25] C. Chudoba, J. G. Fujimoto, E. P. Ippen, H. A. Haus, U. Morgner, F. X. Kärtner, V. Scheuer, G. Angelow, and T. Tschudi. All-solid-state Cr:forsterite laser generating 14-fs pulses at 1.3 μm . *Opt. Lett.*, 26(5):292–294, Mär. 2001.
- [26] L. G. Cohen. Comparison of single-mode fiber dispersion measurement techniques. *J. Lightwave Technol.*, 3(5):958–966, Oct. 1985.
- [27] B. C. Collings, K. Bergman, and W. H. Knox. True fundamental solitons in a passively mode-locked short-cavity Cr^{4+} :YAG laser. *Opt. Lett.*, 22(14):1098–1100, Jul. 1997.
- [28] B. C. Collings, J. B. Stark, S. Tsuda, W. H. Knox, J. E. Cunningham, W. Y. Jan, R. Pathak, and K. Bergman. Saturable Bragg reflector self-starting passive mode locking of a Cr^{4+} :YAG laser pumped with a diode-pumped Nd:YVO₄ laser. *Opt. Lett.*, 21(15):1171–1173, Aug. 1996.
- [29] P. J. Conlon, Y. P. Tong, P. M. W. French, J. R. Taylor, and A. V. Shestakov. Passive mode locking and dispersion measurement of a sub-100-fs Cr^{4+} :YAG laser. *Opt. Lett.*, 19(18):1468, Sep. 1994.
- [30] P. J. Conlon, Y. P. Tong, P. M. W. French, J. R. Taylor, and A. V. Shestakov. Sub-100 fs Kerr lens modelocked Cr^{4+} :YAG. *Electron. Lett.*, 30(9):709–710, Apr. 1994.

- [31] P. J. Conlon, Y. P. Tong, P. M. W. French, J. R. Taylor, and A. V. Shestakov. Femtosecond pulse generation from a synchronously pumped, self-mode-locked Cr⁴⁺:YAG. *J. of Mod. Opt.*, 42(4):723–726, 1995.
- [32] I. G. Cormack, F. Baumann, and D. T. Reid. Measurement of group velocity dispersion using white light interferometry: A teaching laboratory experiment. *Am. J. Phys.*, 68(12):1146, Dec. 2000.
- [33] B. Costa, D. Mazzoni, M. Puleo, and E. Vezzoni. Phase shift technique for the measurement of chromatic dispersion in optical fibers using LED's. *IEEE J. Quant. Electron.*, 18(10):1509–1515, Oct. 1982.
- [34] C. H. Brito Cruz, P. C. Becker, R. L. Fork, and C. V. Shank. Phase correction of femtosecond optical pulses using a combination of prisms and gratings. *Opt. Lett.*, 13(2):123, Feb. 1988.
- [35] P. F. Curley, C. Spielmann, T. Brabec, F. Krausz, E. Wintner, and A. J. Schmidt. Operation of a femtosecond Ti:sapphire solitary laser in the vicinity of zero group-delay dispersion. *Opt. Lett.*, 18(1):54–56, Jan. 1993.
- [36] K. Cveček. Entwicklung eines Cr⁴⁺:YAG-Lasers für Femtosekundenimpulse. Master's thesis, Universität Rostock, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät, Fachbereich Physik, Mar. 2003.
- [37] M. Dämmig and F. Mitschke. Velocity of pulse propagation in media with amplitude nonlinearity. *Appl. Phys. B*, 59:345–349, 1994.
- [38] A. Dement'ev and R. Navakas. Some aspects of the inverse problem of determination of Cr⁴⁺:YAG absorption cross sections using experimental data of transmission. *Nonlin. Anal.: Modelling and Control*, 6(1):39–55, 2001.
- [39] D. Derickson, editor. *Fiber optic test and measurement*. Hewlett Packard Professional Books. Prentice Hall PTR, New Jersey, 1998.
- [40] J. C. Diettrich, I. T. McKinnie, and D. M. Warrington. The influence of active ion concentration and crystal parameters on pulsed Cr:YAG laser performance. *Opt. Commun.*, 167:133–140, Aug. 1999.
- [41] C. R. Doerr, H. A. Haus, E. I. Ippen, M. Shirasaki, and K. Tamura. Additive-pulse limiting. *Opt. Lett.*, 19(1):31–33, Jan. 1994.
- [42] Jun Dong, Peizhen Deng, Yupu Liu, Yinghua Zhang, Jun Xu, Wei Chen, and Xinglong Xie. Passively Q-switched Yb:YAG laser with Cr⁴⁺:YAG as saturable absorber. *Appl. Opt.*, 40(24):4303–4307, Aug. 2001.
- [43] N. J. Doran. Solitons. *IEE Rev.*, pages 291–294, Sep. 1992.
- [44] S. D. Dyer, K. B. Rochford, and A. H. Rose. Fast and accurate low-coherence interferometric measurements of fiber Bragg grating dispersion and reflectance. *Opt. Exp.*, 5(11):262–266, Nov. 1999.
- [45] H. Eilers, W. M. Dennis, W. M. Yen, S. Kück, K. Peterman, G. Huber, and W. Jia. Performance of a Cr:YAG Laser. *IEEE J. Quant. Electron.*, 29(9):2508–2512, Sep. 1993.
- [46] H. Eilers, K. R. Hoffman, W. M. Dennis, S. M. Jacobsen, and W. M. Yen. Saturation of 1.064 μm absorption in Cr,Ca:Y₃Al₅O₁₂ crystals. *Appl. Phys. Lett.*, 61(25):2958–2960, Dec. 1992.

- [47] H. Eilers, U. Hömmerich, S. M. Jacobsen, W. M. Yen, K. R. Hoffman, and W. Jia. Spectroscopy and dynamics of $\text{Cr}^{4+}:\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$. *Phys. Rev. B*, 49(22):15505–15513, Jun. 1994.
- [48] A. T. Filippov. *The versatile soliton*. Birkhäuser, Boston, 2000.
- [49] D. A. Flavin, R. McBride, and J. D. C. Jones. Dispersion of birefringence and differential group delay in polarisation-maintaining fiber. *Opt. Lett.*, 27(12):1010–1012, Jun. 2002.
- [50] R. L. Fork, C. H. Brito Cruz, P. C. Becker, and C. V. Shank. Compression of optical pulses to six femtoseconds by using cubic phase compensation. *Opt. Lett.*, 12(7):483–485, Jul. 1987.
- [51] R. L. Fork, O. E. Martinez, and J. P. Gordon. Negative dispersion using pairs of prism. *Opt. Lett.*, 9:150, 1984.
- [52] P. M. W. French, N. H. Rizvi, J. R. Taylor, and A. V. Shestakov. Continuous-wave mode-locked $\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ laser. *Opt. Lett.*, 18(1):39–41, Jan. 1993.
- [53] C. S. Gardner, J. M. Greene, M. D. Kruskal, and R. M. Miura. Method for solving the Korteweg-deVries equation. *Phys. Rev. Lett.*, 19(19):1095–1097, Nov. 1967.
- [54] D. A. Gilmore, P. Vujkovic Cvijin, and G. H. Atkinson. Intracavity laser spectroscopy in the 1.38–1.55 μm spectral region using a multimode $\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ laser. *Opt. Commun.*, 103(5.6):370–274, Dec. 1993.
- [55] E. A. Golovchenko, A. N. Pilipetskii, C. R. Menyuk, J. P. Gordon, and L. F. Mollenauer. Soliton propagation with up- and down-sliding-frequency guiding filters. *Opt. Lett.*, 20(6):539–541, Mar. 1995.
- [56] J. P. Gordon. Theory of the soliton self-frequency shift. *Opt. Lett.*, 11(10):662–664, Oct. 1986.
- [57] J. P. Gordon and H. A. Haus. Random walk of coherently amplified solitons in optical fiber transmission. *Opt. Lett.*, 11(10):665–667, Oct. 1986.
- [58] J. Gripp and L. F. Mollenauer. Enhanced range for OTDR-like dispersion map measurements. *Opt. Lett.*, 23(20):1603–1605, Oct. 1998.
- [59] D. C. Hanna. Astigmatic Gaussian Beams Produced by Axially Asymmetric Laser Cavities. *IEEE J. Quant. Electron.*, 5(10):483, Oct. 1969.
- [60] A. Hasegawa. *Optical Solitons in Fibers*. Number 116 in Springer Tracts in modern physics. Springer Verlag, Berlin, 1989.
- [61] A. Hasegawa. Soliton-based ultra-high speed optical communications. *Pramana*, 7(5 & 6):1097–1127, Nov. 2001.
- [62] A. Hasegawa and Y. Kodama. *Solitons in optical communications*. Number 7 in Oxford Series in optical and imaging sciences. Oxford University Press, Oxford, 1995.
- [63] H. A. Haus. Molding light into solitons. *IEEE Spec.*, 30:48–53, Mar. 1993.
- [64] H. A. Haus. Optical fiber solitons, their properties and uses. *Proceed. of the IEEE*, 81(7):970–983, Jul. 1993.
- [65] H. A. Haus, J. D. Moores, and L. E. Nelson. Effekt of third order dispersion on passive mode locking. *Opt. Lett.*, 18(1):51–53, Jan. 1993.

- [66] M. J. Hayduk, S. T. Johns, M. F. Krol, C. R. Pollock, and R. P. Leavitt. Self-starting passively mode-locked tunable femtosecond Cr^{4+} :YAG laser using a saturable absorber mirror. *Opt. Commun.*, 137:55–58, Apr. 1997.
- [67] H. Heffner. The fundamental noise limit of linear amplifiers. *Proceed. of the IRE*, 50:1604–1608, 1962.
- [68] B. Henrich and R. Beigang. Self-starting Kerr-lens mode locking of a Nd:YAG-laser. *Opt. Commun.*, 135:300–304, Feb. 1997.
- [69] P. Hlubina, T. Martynkien, and W. Urbanićzyk. Measurements of intermodal dispersion in few-mode optical fibres using a spectral-domain white-light interferometric method. *Meas. Sci. Technol.*, 14(6):784–789, Jun. 2003.
- [70] N. Hodgson and H. Weber. *Optical Resonators*. Springer, 1997.
- [71] X. G. Huang and M. R. Wang. Analytical design for Kerr-lens mode locking of compact solid-state lasers. *Opt. Commun.*, 158:322–330, Dec. 1998.
- [72] F. If, P. Berg, P. L. Christiansen, and O. Skovgaard. Split-step spectral method for nonlinear Schrödinger equation with absorbing boundaries. *J. of Comput. Phys.*, 72:501–503, 1987.
- [73] Y. Ishida and K. Naganuma. Characteristics of femtosecond pulses near $1.5 \mu\text{m}$ in a self-mode-locked Cr^{4+} :YAG laser. *Opt. Lett.*, 19(23):2003–2005, Dec. 1994.
- [74] Y. Ishida and K. Naganuma. Compact diode-pumped all-solid-state femtosecond Cr^{4+} :YAG laser. *Opt. Lett.*, 21(1):51–53, Jan. 1996.
- [75] Y. Ishida, K. Naganuma, and H. Kamada. Multi-sideband Generation in a Femtosecond Cr^{4+} :YAG Laser. *Opt. Rev.*, 6(1):37–41, 1999.
- [76] T. Ishii, K. Ogasawara, H. Adachi, and I. Tanaka. Multiplet structures of tetrahedrally coordinated Cr^{4+} and Cr^{5+} in $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$. *Appl. Phys. Lett.*, 78(15):2154–2156, Apr. 2001.
- [77] K.-S. Jeon, H.-J. Kim, D.-S. Kang, and J.-K. Pan. Optical fiber chromatic dispersion measurement using bidirectional modulation of an optical intensity modulator. *IEEE Photon. Tech. Lett.*, 14(8):1145–1147, Aug. 2002.
- [78] D. J. Jones, Y. Chen, H. A. Haus, and E. P. Ippen. Resonant sideband generation in stretched-pulse fiber lasers. *Opt. Lett.*, 23(19):1535, Oct. 1998.
- [79] D. Jun, D. Peizhen, and X. Jun. The growth of Cr^{4+} , Yb^{3+} : yttrium aluminum garnet (YAG) crystal and its absorption spectra properties. *J. of Crystal Growth*, 203:163–167, 1999.
- [80] F. X. Kärtner. Optische Solitonen Grundlagen und Anwendungen. *Phys. in unserer Zeit*, 26(4):152–161, 1995.
- [81] F. X. Kärtner, D. Kopf, and U. Keller. Solitary-pulse stabilization and shortening in actively mode-locked lasers. *J. Opt. Soc. Am. B*, 12(3):486–496, Mar. 1995.
- [82] F. X. Kärtner, N. Matuschek, T. Schibli, U. Keller, H. A. Haus, C. Heine, R. Morf, V. Scheuer, M. Tilsch, and T. Tschudi. Design and fabrication of double-chirped mirrors. *Opt. Lett.*, 22(11):831–833, Jun. 1997.
- [83] I. Kay and H. E. Moses. Reflectionless Transmission through Dielectrics and Scattering Potentials. *J. of Appl. Phys.*, 27(12):1503–1508, Dec. 1956.

- [84] U. Keller. Ultrakurzzeit-Laserphysik, Wahlfachvorlesung. ETH-Zürich, SS 1999.
- [85] U. Keller, K. J. Weingarten, F. X. Kärtner, D. Kopf, B. Braun, I. D. Jung, R. Fluck, C. Hönninger, N. Matuschek, and J. Aus der Au. Semiconductor saturable absorber mirrors (SESAM's) for femtosecond to nanosecond pulse generation in solid-state lasers. *IEEE J. Sel. Top. Quant. Electron.*, 2(3):435–453, Sep. 1996.
- [86] S. M. J. Kelly. Characteristic sideband instability of periodically amplified average soliton. *Electron. Lett.*, 28(8):806–807, Apr. 1992.
- [87] B. K. Kim, J. C. Lee, Y. M. Jhon, M.-W. Kim, S. K. Kim, S. S. Choi, and M. S. Oh. Characteristics of the intracavity dispersion in an erbium-doped fiber laser. *Opt. Lett.*, 24(6):391–393, Mar. 1999.
- [88] W. Knox. Dispersion measurements for femtosecond-pulse generation and applications. *Appl. Phys. B*, 58:225–235, 1994.
- [89] W. H. Knox. In situ measurement of complete intracavity dispersion in an operating Ti:sapphire femtosecond laser. *Opt. Lett.*, 17(7):514–516, Apr. 1992.
- [90] W. H. Knox, N. M. Pearson, K. D. Li, and C. A. Hirlimann. Interferometric measurement of femtosecond group delay in optical components. *Opt. Lett.*, 13(7):574–576, Jun. 1988.
- [91] F. Koch, S. V. Chernikov, and J. R. Taylor. Characterization of dispersion in components for ultrafast lasers. *Opt. Commun.*, 180:133–135, 2000.
- [92] H. Kogelnik and T. Li. Laser Beams and Resonators. *Appl. Opt.*, 5(10):1550–1567, Oct. 1966.
- [93] D. Korteweg and G. de Vries. On the change of form of long wave advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves. *Philos. Mag.*, 39(5):422–443, 1895.
- [94] A. P. Kovács, K. Osvay, Z. Bor, and R. Szipöcs. Group-delay measurement on laser on mirrors by spectrally resolved white-light interferometry. *Opt. Lett.*, 20(7):788–790, Apr. 1995.
- [95] A. M. Kowalevich, T. R. Schibli, F. X. Kärtner, and J. G. Fujimoto. Ultralow-threshold Kerr-lens mode-locked Ti:Al₂O₃ laser. *Opt. Lett.*, 27(22):2037–2039, Nov. 2002.
- [96] S. Küick. Laser-related spectroscopy of ion-doped crystals for tunable solid-state lasers. *Appl. Phys. B*, 72:515–562, 2001.
- [97] S. Küick, K. Petermann, U. Pohlmann, and G. Huber. Near-infrared emission of Cr⁴⁺-doped garnets: Lifetimes, quantum efficiencies, and emission cross section. *Phys. Rev. B*, 51(24):17323–17331, Jun. 1995.
- [98] J. N. Kutz, B. C. Collings, K. Bergman, and W. H. Knox. Stabilized pulse spacing in soliton lasers due to gain depletion and recovery. *IEEE J. Quant. Electron.*, 34(9):1749–1753, Sep. 1998.
- [99] K.-H. Lin, Y. Lai, and W.-F. Hsieh. Simple analytical method of cavity design for astigmatism-compensated Kerr-lens mode-locked ring lasers and its applications. *J. Opt. Soc. Am. B*, 12(3):468–475, Mar. 1995.
- [100] Y. M. Liu, K. W. Sun, P. R. Prucnal, and S. A. Lyon. Simple method to start and maintain self-mode-locking of a Ti:sapphire laser. *Opt. Lett.*, 17(17):1219–1221, Sep. 1992.
- [101] V. Magni, G. Cerullo, and S. De Silvestri. ABCD matrix analysis of propagation of gaussian beams through Kerr media. *Opt. Commun.*, 96:348–355, Feb. 1993.

- [102] V. Magni, G. Cerullo, S. De Silvestri, and A. Monguzzi. Astigmatism in Gaussian-beam self-focusing and in resonators for Kerr-lens mode locking. *J. Opt. Soc. Am. B*, 12(3):476–485, Mar. 1995.
- [103] B. A. Malomed and A. Berntson. Propagation of an optical pulse in a fiber link with random-dispersion management. *J. Opt. Soc. Am. B*, 18(9):1243–1251, Sep. 2001.
- [104] O. E. Martinez, R. L. Fork, and J. P. Gordon. Theory of passively mode-locked lasers including self-phase modulation and group-velocity dispersion. *Opt. Lett.*, 9(5):156–158, May 1984.
- [105] N. Matuschek, L. Gallmann, D. H. Sutter, G. Steinmeyer, and U. Keller. Back-side-coated chirped mirrors with ultra-smooth broadband dispersion characteristics. *Appl. Phys. B*, 71:509–522, 2000.
- [106] N. Matuschek, F. X. Kärtner, and U. Keller. Analytical design of double-chirped mirrors with custom-tailored dispersion characteristics. *IEEE J. Quant. Electron.*, 35(2):129–137, Feb. 1999.
- [107] N. Matuschek, F. X. Kärtner, and U. Keller. Theory of Double-Chirped Mirrors. *IEEE J. Sel. Top. Quant. Electron.*, 4(2):197–208, Mar. 1998.
- [108] C. J. McKinstrie, J. Santhanam, and G. P. Agrawal. Gordon-Haus timing jitter in dispersion-managed systems with lumped amplification: analytical approach. *J. Opt. Soc. Am. B*, 19(4):640–649, Apr. 2002.
- [109] R. Meinel, G. Neugebauer, and H. Steudel. *Solitonen Nichtlineare Strukturen*. Akademieverlag, Berlin, 1991.
- [110] R. Mellish, S. V. Chernikov, P. M. W. French, and J. R. Taylor. All-solid-state compact high repetition rate modelocked Cr⁴⁺:YAG laser. *Electron. Lett.*, 34(6):552–553, Mar. 1998.
- [111] D. Meshulach, D. Yelin, and Y. Silberberg. White Light Dispersion Measurement by One- and Two-Dimensional Spectral Interference. *IEEE J. Quant. Electron.*, 33(11):1969–1974, Nov. 1997.
- [112] F. M. Mitschke and L. F. Mollenauer. Discovery of the soliton self-frequency shift. *Opt. Lett.*, 11(10):659–661, Oct. 1986.
- [113] F. M. Mitschke and L. F. Mollenauer. Ultrashort pulses from the soliton laser. *Opt. Lett.*, 12(6):407–409, Jun. 1987.
- [114] L. F. Mollenauer, J. P. Gordon, and S. G. Evangelidis. The sliding-frequency guiding filter: an improved form of soliton jitter control. *Opt. Lett.*, 17(22):1575–1577, Nov. 1992.
- [115] L. F. Mollenauer, R. H. Stolen, and J. P. Gordon. Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers. *Phys. Rev. Lett.*, 45(13):1095–1098, Sep. 1980.
- [116] U. Morgner, F. X. Kärtner, S. H. Cho, Y. Chen, H. A. Haus, J. G. Fujimoto, E. P. Ippen, V. Scheuer, G. Angelow, and T. Tschudi. Sub-two-cycle pulses from a Kerr-lens mode-locked Ti:sapphire laser. *Opt. Lett.*, 24(6):411–413, Mar. 1999.
- [117] K. Naganuma, K. Mogi, and H. Yamada. Group-delay measurement using the Fourier transform of an interferometric cross correlation generated by white light. *Opt. Lett.*, 15(7):393–395, Apr. 1990.
- [118] K. Naganuma and Y. Sakai. Interferometric measurement of wavelength dispersion on femtosecond laser cavities. *Opt. Lett.*, 19(7):487–489, Apr. 1994.

- [119] M. Nakazawa and H. Kubota. Optical soliton communication in a positively and negatively dispersion allocated optical fibre transmission line. *Electronics Letters*, 31(3):216, Februar 1995.
- [120] S. Naumov, E. Sorokin, V. L. Kalashnikov, G. Tempea, and I. T. Sorokina. Self-starting five optical cycle pulse generation in Cr^{4+} :YAG laser. *Appl. Phys. B*, 76(1):1–11, Jan. 2003.
- [121] J. H. B. Nijhof, W. Forysiak, and N. J. Doran. Dispersion-managed solitons in the normal dispersion regime: a physical interpretation. *Optics Letters*, 23(21):1674–1676, November 1998.
- [122] M. Nisoli, S. Stagira, S. De Silvestri, O. Svelto, G. Valiulis, and A. Varanavicius. Parametric generation of high-energy 14.5-fs light pulses at 1.5 μm . *Opt. Lett.*, 23(8):630–632, Apr. 1998.
- [123] A. G. Okhrimchuk and A. V. Shestakov. Performance of YAG: Cr^{4+} laser crystal. *Opt. Mat.*, 3:1–13, Feb. 1994.
- [124] A. G. Okhrimchuk and A. V. Shestakov. Absorption saturation mechanism for YAG: Cr^{4+} crystals. *Phys. Rev. B*, 61(2):988–995, Jan. 2000.
- [125] K. Osvay, G. Kurdi, J. Hebling, A. P. Kovács, Z. Bor, and R. Szipöcs. Measurement of the group delay of laser mirrors by a Fabry-Perot interferometer. *Opt. Lett.*, 20(22):2339–2341, Nov. 1995.
- [126] E. R. Peck and K. Reeder. Dispersion of Air. *J. Opt. Soc. Am.*, 62(8):958–962, Aug. 1972.
- [127] A. Penzkofer, M. Wittmann, M. Lorenz, E. Siegert, and S. Macnamara. Kerr lens effects in a folded-cavity four-mirror linear resonator. *Opt. Quant. Electron.*, 28:423–442, 1996.
- [128] V. Petričević, A. B. Bykov, J. M. Evans, and R. R. Alfano. Room-temperature near-infrared tunable operation of Cr^{4+} : Ca_2GeO_4 . *Opt. Lett.*, 21(21):1750–1752, Nov. 1996.
- [129] J. F. Pinto, E. Georgiou, and C. R. Pollock. Stable color-center laser in OH-doped NaCl operating in the 1.41- to 1.81- μm region. *Opt. Lett.*, 11(8):519–521, Aug. 1986.
- [130] C. R. Pollock, D. B. Barber, J. L. Mass, and S. Markgraf. Cr^{4+} Lasers: Present performance and prospects for new host lattices. *IEEE J. Sel. Top. Quant. Electron.*, 1(1):62–66, Apr. 1995.
- [131] M. Remoissenet. *Waves called solitons*. Springer, Berlin, 1996.
- [132] J. Rheims, J. Köser, and T. Wriedt. Refractive-index measurements in the near-IR using an Abbe refractometer. *Meas. Sci. Technol.*, 8(6):601–605, Aug. 1997.
- [133] M. J. Riley, E. R. Krausz, N. B. Manson, and B. Henderson. Selectively excited luminescence and magnetic circular dichroism of Cr^{4+} -doped YAG and YGG. *Phys. Rev. B*, 59(3):1850–1856, Jan. 1999.
- [134] G. A. Rines, H. H. Zenie, R. A. Schwarz, Y. Isyanova, and P. F. Moulton. Nonlinear conversion of Ti:Sapphire laser wavelengths. *IEEE J. Sel. Top. Quant. Electron.*, 1(1):50–57, Apr. 1995.
- [135] D. J. Ripin, C. Chudoba, J. T. Gopinath, J. G. Fujimoto, E. P. Ippen, U. Morgner, F. X. Kärtner, V. Scheuer, G. Angelow, and T. Tschudi. Generation of 20-fs pulses by a prismless Cr^{4+} :YAG-laser. *Opt. Lett.*, 27(1):61–63, Jan. 2002.
- [136] A. Ritsasaki, G. H. C. New, R. Mellish, S. C. W. Hyde, P. M. W. French, and J. R. Taylor. Theoretical modeling of gain-guiding effects in experimental all-solid-state lasers. *IEEE J. Sel. Top. Quant. Electron.*, 4(2):185–192, Mar. 1998.
- [137] N. H. Rizvi, P. M. W. French, and J. R. Taylor. 50-fs pulse generation from a self-starting cw passively mode-locked Cr:LiSrAlF₆ laser. *Opt. Lett.*, 17(12):877–879, Jun. 1992.

- [138] T. Rotter. Aufbau und Optimierung eines Cr^{4+} :YAG-Lasers. Master's thesis, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, Institut für angewandte Physik, Apr. 1997.
- [139] S. Rutz, T. Körösi, and F. Mitschke. Manipulation of soliton ensembles by spectral filters. *Appl. Phys. B*, 72:101–104, 2001.
- [140] C. Sáinz, P. Jourdain, R. Escalona, and J. Calatroni. Real time interferometric measurements of dispersion curves. *Opt. Commun.*, 110:381–390, Aug. 1994.
- [141] Y. Salvadé, R. Dändliker, A. Courteville, and M. Zickar. Air-dispersion measurement by second-harmonic heterodyne interferometry. *Opt. Lett.*, 27(16):1424–1426, Aug. 2002.
- [142] M. Sauer, J. E. Hurley, S. Ten, J. J. Ferner, and S. P. Colby. 1.6 Tbit/s (40×40 Gbit/s) transmission over 2160 km of field-deployed dispersion-managed fibre without per channel dispersion compensation. *Electron. Lett.*, 39(9):728–729, May 2003.
- [143] T. R. Schibli, T. Kremp, U. Morgner, R. Butendeich, J. Schwarz, H. Schweizer, F. Scholz, J. Hetzler, and M. Wegener. Continuous-wave operation and Q-switched mode locking of Cr^{4+} :YAG microchip lasers. *Opt. Lett.*, 26(12):941–943, Jun. 2001.
- [144] K. Sengstock, W. Ertmer, and M. Lewenstein. Makroskopische Quantenphysik mit Bose-Einstein-Kondensaten. *Phys. Bl.*, 57(3):33–38, Mar. 2001.
- [145] A. Sennaroglu. Optimization of power performance in room-temperature continuous-wave Cr^{4+} :YAG lasers. *Opt. Commun.*, 192:83–89, May 2001.
- [146] A. Sennaroglu, C. R. Pollock, and H. Nathel. Continuous-wave self-mode-locked operation of a femtosecond Cr^{4+} :YAG laser. *Opt. Lett.*, 19(6):390–392, Mar. 1994.
- [147] A. Sennaroglu, C. R. Pollock, and H. Nathel. Efficient continuous-wave chromium-doped YAG laser. *J. Opt. Soc. Am. B*, 12(5):930–937, May 1995.
- [148] A. Sennaroglu. Cr^{4+} -doped tunable solid-state lasers in the near infrared. *ARI*, 51:70–76, 1998.
- [149] V. N. Serkin and A. Hasegawa. Soliton management in the nonlinear Schrödinger equation model with varying dispersion, nonlinearity, and gain. *JETP Lett.*, 72(2):125–129, 2000.
- [150] C. E. Shannon. A mathematical theory of communication. *Bell Sys. Tech. Jour.*, 27:379–423, 623–656, Jul. 1948.
- [151] R. E. Sherriff. Analytic expressions for group-delay dispersion and cubic dispersion in arbitrary prism sequences. *J. Opt. Soc. Am. B*, 15(3):1224–1230, Mar. 1998.
- [152] Y. Shimony, Z. Burshtein, A. Ben-Amar Baranga, Y. Kalisky, and M. Strauss. Repetitive Q-switching of a cw Nd:YAG Laser using Cr^{4+} :YAG saturable absorbers. *IEEE J. Quant. Electron.*, 32(2):305–310, Feb. 1996.
- [153] Y. Shimony, Z. Burshtein, and Y. Kalisky. Cr^{4+} :YAG as passive Q-switch and brewster plate in a pulsed Nd:YAG laser. *IEEE J. Quant. Electron.*, 31(10):1738–1741, Oct. 1995.
- [154] P. Shum and S. F. Yu. Numerical analysis of nonlinear soliton propagation phenomena using the fuzzy mesh analysis technique. *IEEE J. Quant. Electron.*, 34(10):2029–2035, Oct. 1998.
- [155] W. Sibbett, D. T. Reid, and M. Ebrahimzadeh. Versatile femtosecond laser sources for time-resolved studies: configurations and characterization. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 356:283–296, 1998.

- [156] A. Sizmann. Quantum solitons: experimental progress and perspectives. *Appl. Phys. B*, 56:745–753, 1997.
- [157] N. J. Smith, K. J. Blow, and I. Andonovic. Sideband generation through perturbations to the average soliton model. *J. Lightwave Technol.*, 10(10):1329–1333, Oct. 1992.
- [158] N. J. Smith, F. M. Knox, N. J. Doran, K. J. Blow, and I. Bennion. Enhanced power solitons in optical fibres with periodic dispersion management. *Electronic Letters*, 32(1):54, Januar 1996.
- [159] E. Sorokin, I. T. Sorokina, and E. Wintner. Diode-pumped ultra-short-pulse solid-state lasers. *Appl. Phys. B*, 72(1):3–14, 2000.
- [160] I. T. Sorokina, S. Naumov, E. Sorokin, E. Wintner, and A. V. Shestakov. Directly diode-pumped tunable continuous-wave room-temperature Cr⁴⁺:YAG laser. *Opt. Lett.*, 24(22):1578–1580, Nov. 1999.
- [161] S. Spälter. *Die Quantenstruktur optischer Solitonen*. PhD thesis, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 1998.
- [162] S. Spälter, P. van Look, A. Sizmann, and G. Leuchs. Quantum non-demolition measurements with optical solitons. *Appl. Phys. B*, 64(2):213–218, 1997.
- [163] K. Spariosu, W. Chen, R. Stultz, M. Birnbaum, and A. V. Shestakov. Dual Q switching and laser action at 1.06 and 1.44 μm in a Nd³⁺:YAG-Cr⁴⁺:YAG oscillator at 300K. *Opt. Lett.*, 18(10):814–816, May 1993.
- [164] D. E. Spence, J. M. Evans, , W. E. Sleat, and W. Sibbett. Regeneratively initiated self-mode-locked Ti:sapphire laser. *Opt. Lett.*, 16(22):1762–1764, Nov. 1991.
- [165] D. E. Spence, P. N. Kean, and W. Sibbett. 60-fsec pulse generation from a self-mode-locked Ti:sapphire laser. *Opt. Lett.*, 16(1):42–44, Jan. 1991.
- [166] G. I. Stegeman and M. Segev. Optical spatial Solitons and their interactions: universality and diversity. *Science Mag.*, 286:1518–1523, Nov. 1999.
- [167] A. J. Stentz, R. W. Boyd, and A. F. Evans. Dramatically improved transmission of ultrashort solitons through 40 km of dispersion-decreasing fiber. *Opt. Lett.*, 20(17):1770–1772, Sep. 1995.
- [168] J. Stone and L. G. Cohen. Minimum-dispersion spectra of single-mode fibers measured with subpicosecond resolution by white-light crosscorrelation. *Electron. Lett.*, 18(16):716–718, Aug. 1982.
- [169] M. Stratmann, M. Böhm, and F. Mitschke. Stable propagation of dark solitons in dispersion managed maps of either sign of path-average dispersion. *Electron. Lett.*, 37(19):1182–1183, Sep. 2001.
- [170] A. Suda, A. Kadoi, K. Nagasaka, H. Tashiro, and K. Midorikawa. Absorption and Oscillation Characteristics of a Pulsed Cr⁴⁺:YAG Laser Investigated by a Double-Pulse Pumping Technique. *IEEE J. Quant. Electron.*, 35(10):1548–1553, Oct. 1999.
- [171] C. Sulem and P.-L. Sulem. *The Nonlinear Schrödinger Equation*. Number 139 in Applied Mathematical Sciences. Springer, New York, 1999.
- [172] M. Suzuki, I. Morita, N. Edagawa, S. Yamamoto, H. Taga, and S. Akiba. Reduction of Gordon-Haus timing jitter by periodic dispersion compensation in soliton transmission. *Electronics Letters*, 31(23):2027, November 1995.

- [173] R. Szipöcs, K. Ferencz, C. Spielmann, and F. Krausz. Chirped multilayer coatings for broadband dispersion control in femtosecond lasers. *Opt. Lett.*, 19(3):201–203, Feb. 1994.
- [174] K. Tamura, E. P. Ippen, H. A. Haus, and L. E. Nelson. 77-fs pulse generation from a stretched-pulse mode-locked all-fiber ring laser. *Opt. Lett.*, 18(13):1080–1082, Jul. 1993.
- [175] S. Tanabe and X. Feng. Temperature variation of near-infrared emission from Cr^{4+} in aluminate glass for broadband telecommunication. *Appl. Phys. Lett.*, 77(6):818–820, Aug. 2000.
- [176] M. Tateda, N. Shibata, and S. Seikai. Interferometric method for chromatic dispersion measurement in a single-mode optical fiber. *IEEE J. Quant. Electron.*, 17(3):404–406, Mar. 1981.
- [177] J. R. Taylor, editor. *Optical Solitons*. Number 10 in Cambridge Studies in Modern Optics. Cambridge University Press, Cambridge, 1992.
- [178] G. Tempea, V. Yakovlev, B. Bacovic, and F. Krausz. Tilted-front-interface chirped mirrors. *J. Opt. Soc. Am. B*, 18(11):1747–1750, Nov. 2001.
- [179] J. Theimer, M. Hayduk, M. F. Krol, and J. W. Haus. Mode-locked Cr^{4+} :YAG laser: model and experiment. *Opt. Commun.*, 142:55–60, Oct. 1997.
- [180] T. Tomaru. Two-element-cavity femtosecond Cr^{4+} :YAG laser operating at a 2.6-GHz repetition rate. *Opt. Lett.*, 26(18):1439–1441, Sep. 2001.
- [181] T. Tomaru and H. Petek. Femtosecond Cr^{4+} :YAG laser with an L-fold cavity operating at a 1.2-GHz repetition rate. *Opt. Lett.*, 25(8):584–586, Apr. 2000.
- [182] T. Tomaru and H. Petek. Effect of third-order dispersion on the phases of solitonlike Cr^{4+} :YAG-laser pulses characterized by the second-harmonic generation frequency-resolved optical gating method. *J. Opt. Soc. Am. B*, 18(3):388–393, Mar. 2001.
- [183] Y. P. Tong, P. M. W. French, J. R. Taylor, and J. O. Fujimoto. All-solid-state femtosecond sources in the near infrared. *Opt. Commun.*, 136:235–238, Mar. 1997.
- [184] Y. P. Tong, K. Rottwitt, P. M. W. French, and J. R. Taylor. High power Cr^{4+} :YAG laser pumped Er^{3+} fiber laser and amplifier. *Electron. Lett.*, 31(20):1741, Sep. 1995.
- [185] Y. P. Tong, J. M. Sutherland, P. M. W. French, J. R. Taylor, A. V. Shestakov, and B. H. T. Chai. Self-starting Kerr-lens mode-locked femtosecond Cr^{4+} :YAG and picosecond Pr^{3+} :YLF solid-state lasers. *Opt. Lett.*, 21(9):644–646, May 1996.
- [186] R. Ulrich, C. S. Rashleigh, and W. Eickhoff. Bending-induced birefringence in single-mode fibers. *Opt. Lett.*, 5(6):273–275, Jun. 1980.
- [187] M.-D. Wei and W.-F. Hsieh. Bifurcation of fundamental Gaussian modes in Kerr-lens mode-locked lasers. *Opt. Commun.*, 168:161–166, Sep. 1999.
- [188] M.-D. Wei, W.-F. Hsieh, and C. C. Sung. The preferable resonators for Kerr-lens mode-locking determined by stability factors of their interactive maps. *Opt. Commun.*, 155:406–412, Oct. 1998.
- [189] J. Xia and M. H. Lee. Analysis of cavities for self starting Kerr-lens mode-locked lasers. *Appl. Opt.*, 41(3):453–458, Jan. 2002.
- [190] A. M. Yacomotti, O. E. Martinez, and G. B. Mindlin. Quantative information from time series: Cr:yttrium-aluminum-garnet cross-section measurement. *Phys. Rev. A*, 60(1):663–666, Jul. 1999.

- [191] K. Yamakawa, M. Aoyama, T. Itoh, and C. Spielmann. All-solid-state mirror-dispersion-controlled sub-10 fs Ti:Sapphire laser. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 35 / 2(8 A):L989–L991, Aug. 1996.
- [192] W. M. Yen and W. Jia. Advances in the spectroscopy of Cr⁴⁺-doped laser materials. *J. of Appl. Spec.*, 62(5):966–978, 1995.
- [193] S.-H. Yim, D.-R. Lee, B. K. Rhee, and D. Kim. Nonlinear absorption of Cr⁴⁺:YAG studied with laser of different pulsewidths. *Appl. Phys. Lett.*, 73(22):3193–3195, Nov. 1998.
- [194] N. J. Zabusky and M. D. Kruskal. Interaction of "solitons" in a collisionless plasma and the recurrence of initial states. *Phys. Rev. Lett.*, 15(6):240–243, Aug. 1965.
- [195] V. E. Zakharov and A. B. Shabat. Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media. *Soviet Phy. JETP*, 34(1):62–69, Jan. 1972.
- [196] Z. Zhang, T. Nakagawa, K. Torizuka, T. Sugaya, and K. Kobayashi. Self-starting mode-locked Cr⁴⁺:YAG laser with a low-loss broadband semiconductor saturable-absorber mirror. *Opt. Lett.*, 24(23):1768–1770, Dec. 1999.
- [197] Z. Zhang, T. Nakagawa, K. Torizuka, T. Sugaya, and K. Kobayashi. Gold-reflector-based semiconductor saturable absorber mirror for femtosecond mode-locked Cr⁴⁺:YAG lasers. *Appl. Phys. B*, 70(7):S59–S62, 2000.

Anhang V

Veröffentlichungsliste

Veröffentlichungen

- [V1] S. Spälter, M. Böhm, M. Burk, B. Mikulla, R. Fluck, I. D. Jung, G. Zhang, U. Keller, A. Sizmann und G. Leuchs. Self-starting soliton modelocked femtosecond Cr⁴⁺-YAG laser using an antiresonant Fabry-Pérot saturable absorber. *Appl. Phys. B*, 65(3): 335-338, 1997.
- [V2] S. Spälter, M. Burk, U. Ströbner, M. Böhm, A. Sizmann und G. Leuchs. Photon number squeezing of spectrally filtered sub-picosecond optical solitons. *Europhys. Lett.*, 38(5): 335-340, Mai 1997.
- [V3] F. Mitschke und M. Böhm. Solitonen in Glasfasern. *Phys. Bl.*, 56(2): 25-30, Feb. 2000.
- [V4] M. Stratmann, M. Böhm und F. Mitschke. Stable propagation of dark solitons in dispersion managed maps of either sign of path-average dispersion. *Electron. Lett.*, 37(19): 1182-1183, Sep. 2001.
- [V5] M. Böhm und F. Mitschke. Solitons in a dispersion map with deviation from periodicity. Manuskript in Vorbereitung

Konferenzbeiträge

- [V6] S. Spälter, M. Böhm, B. Mikulla, A. Sizmann, G. Leuchs, R. Fluck, I. D. Jung, G. Zhang und U. Keller. Self-starting soliton modelocked femtosecond Chromium-YAG laser using an antiresonant Fabry-Pérot saturable absorber. European Conf. on Lasers and Electro-Optics, Hamburg, Postdeadline Paper CPD 2.11, 1996.
- [V7] S. Spälter, P. van Look, M. Böhm, B. Mikulla, A. Sizmann und G. Leuchs. Efficiency of a quantum non-demolition measurement using optical solitons. Poster, Workshop on Quantum Nondemolition Measurements, Reichenau (Lake Constance), 26.-30. Mar. 1996.
- [V8] S. Spälter, P. van Look, M. Böhm, B. Mikulla, A. Sizmann und G. Leuchs. Modelocked Chromium-YAG laser for quantum measurements in optical fibers. Poster, German-Russian Laser Symposium (GRLS) 1996, Bonn, Germany, 30. Apr. - 4. May 1996.
- [V9] A. Sizmann, S. Spälter, P. van Look, M. Böhm, B. Mikulla und G. Leuchs. Quantum non-demolition measurement using sub-picosecond solitons in optical fibers. Quantum Optics Meeting, Cairns, Queensland, Australia, 8.-9. July 1996.

- [V10] M. Burk, S. Spälter, M. Böhm, P. van Loock, A. Sizmann und G. Leuchs. Dynamik von Sub-Pikosekunden-Solitonen in optischen Glasfasern. Verhandlungen; Frühjahrstagung der DPG Mainz 1997; (VI) 32, 307 (Q 1.2).
- [V11] M. Böhm, Spälter, R. Fluck, I. D. Jung, G. Zhang, A. Sizmann, U. Keller und G. Leuchs. Realisierung eines Femtosekunden-Cr(4+):YAG-Solitonenlasers. Verhandlungen; Frühjahrstagung der DPG Mainz 1997; (VI) 32, 345 (Q 35.3).
- [V12] M. Böhm und F. Mitschke. Solitonen in Fasern mit nichtperiodisch alternierender Dispersion. Verhandlungen; Frühjahrstagung der DPG Heidelberg 1999; (VI) 34, 381 (Q 4.4).
- [V13] M. Böhm und F. Mitschke. Solitonen höherer Ordnung in Glasfasern mit „dispersion management“. Verhandlungen; Frühjahrstagung der DPG Bonn 2000; (VI) 35, 1082 (Q 32.7).

Lebenslauf

Persönliche Daten:

Name: Böhm
Vorname: Ernst-Michael
Private Anschrift: Patriotischer Weg 97, 18057 Rostock
E-Mail: michael.boehm@physik.uni-rostock.de
Geburtsdatum: 24. September 1971
Geburtsort: Bistritz (Rumänien)
Familienstand: Ledig
Staatsangehörigkeit: Deutsch
Eltern: Michael Böhm, Maria Böhm (geb. Bayer)

Ausbildung:

Grundschule: Grundschule Bistritz und
(1977 - 1982) Georg-Ledebour Grund- und Teilhauptschule Nürnberg
Gymnasium: Martin-Behaim-Gymnasium Nürnberg.
(1982 - 1991) Leistungskurse: Mathematik, Physik.
Abschluß: Abitur mit Gesamtnote 2,4.
Studium: Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg.
(WS 1991 - SS 1997) Studiengang: Physik (Diplom).
Vordiplom: Gesamtnote „gut“ (1,75).
Diplomarbeit am Lehrstuhl für Optik mit dem Thema: „Erzeugung von optischen Solitonen in Glasfasern mit einem modengekoppelten Cr⁴⁺:YAG-Laser“.
Diplom: Gesamtnote „sehr gut“ (1,5).
Promotion: Universität Rostock, Fachbereich Physik, Arbeitsgemeinschaft Optik
(WS 1997 - SS 2003) Thema: „Einfluß der Dispersion auf die nichtlineare Ausbreitung von Lichtimpulsen“.

Zusätzliche Qualifikationen und Tätigkeiten:

während der Schulzeit: Wahlfach Technisches Zeichnen (3 Jahre).
Betreuung des Ergänzungsunterrichtes Mathematik.
während des Studiums: Physik-Praktikumsbetreuung.
Hiwi-Tätigkeiten am Fachbereich Physik.
Fremdsprachen: Englisch, Französisch.

Mitgliedschaften:

1994-1999 Nürnberger Astronomische Arbeitsgemeinschaft
seit 1996 Deutsche Physikalische Gesellschaft

Danksagungen

Zum Gelingen der Arbeit haben zahlreiche Personen beigetragen. Ihnen allen möchte ich an dieser Stelle meinen herzlichsten Dank zum Ausdruck bringen. Insbesondere danke ich ...

- ... Prof. Fedor Mitschke, dafür daß er es mir ermöglicht hat diese Dissertation unter seiner fachkundigen Anleitung anzufertigen. Mit seinen zahlreichen Ideen hat er mich in jeder Phase der Arbeit zügig vorangebracht. Er hatte immer ein offenes Ohr für meine Probleme.
- ... Kristian Cveček für die Unterstützung bei den Experimenten mit dem Cr^{4+} :YAG-Laser.
- ... Dr. Soeren Rutz und Martin Stratmann für wertvolle Diskussionen; vor allem bezüglich der Simulation von Lichtimpulsen in Glasfasern. Dr. Soeren Rutz danke ich weiterhin dafür, daß er mir seine Ergebnisse bezüglich des von ihm berechneten Solitonengases für eine Analyse zur Verfügung stellte. Martin Stratmann danke ich außerdem für die Einblicke, die er mir über das Verhalten von Dunkel-Solitonen vermittelte, als auch für das zur Verfügung stellen seiner Ergebnisse bezüglich von DM-Dunkel-Solitonen.
- ... Tom-Michael Voigt für wertvolle Diskussionen und zahlreiche Informationen über Erbium-Faserlaser und Seitenbändern.
- ... allen Mitarbeitern der AG Optik der Universität Rostock: Martin Lenz, Tibor Körösi, Friederike Juretko, Helga Harder, Heiko Kuehl, Dr. Wolfhart Göcke und Felix Richter.
- ... Prof. Ursula Keller, Dr. Günter Steinmeier und Mitarbeiter von der ETH-Zürich für den verwendeten SESAM, die Berechnung der dispersiven Spiegel und für den zweiwöchigen Forschungsaufenthalt in Zürich, bei dem ich die Grundlagen von KLM erlernen konnte.
- ... Dr. Uwe Morgner von der TH-Karlsruhe für die Unterstützung mit einem hochwertigen Nd-Pumplaser und für wertvolle Diskussionen.
- ... Thomas Rotter von der Universität Münster für die Vorarbeiten am verwendeten Cr^{4+} :YAG-Lasersystem.
- ... Prof. Boris Malomed für seine Unterstützung bei der Simulation von DM-Solitonen.
- ... Prof. Gerd Leuchs, Dr. Andreas Sizmann, Dr. Stefan Spälter und Mitarbeiter von der Universität Erlangen für das Vermitteln der Grundlagen der Quantenoptik, Laserphysik und Glasfaserphysik.
- ... allen Technikern, die zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben: insbesondere Herrn Busse, Herrn Tofaute und seinen Mitarbeitern.
- ... meiner Familie, die mich während des ganzen Studiums unterstützte.
- ... allen Beachhoppern, denen ich einen schöne Zeit und einen Ausgleich zum Studium verdanke.

Erklärung

Ich erkläre, daß ich ein Verfahren zur Erlangung des Doktorgrades bisher an keiner wissenschaftlichen Einrichtung beantragt habe. Die vorgelegte Dissertation wurde weder im Ausland noch im Inland in gleicher oder ähnlicher Form einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegt. Ich erkläre, daß ich die eingereichte Dissertation selbständig und ohne fremde Hilfe verfasst, alle andere als die von mir angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt und die den benutzten Werken wörtlich oder inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Rostock im Juli 2003

Michael Böhm