

UNIVERSIDADE DE LISBOA  
FACULDADE DE CIÊNCIAS  
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA E INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL



**Desenvolvimento de Ferramentas de Apoio  
Multicritério à Decisão em Problemas de Localização**

**SÉRGIO FLORES FERNANDES**

Doutoramento em Estatística e Investigação Operacional  
Especialidade em Análise de Sistemas

2013



UNIVERSIDADE DE LISBOA  
FACULDADE DE CIÊNCIAS  
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA E INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL



# **Desenvolvimento de Ferramentas de Apoio Multicritério à Decisão em Problemas de Localização**

**SÉRGIO FLORES FERNANDES**

Tese orientada pela Prof.<sup>a</sup> Doutora Maria Eugénia Captivo e pelo Prof. Doutor João Clímaco,  
especialmente elaborada para a obtenção do grau de doutor em Estatística e Investigação Operacional,  
especialidade em Análise de Sistemas

2013







# Agradecimentos

Aos meus orientadores, Professora Maria Eugénia Captivo e Professor João Clímaco, expresso os meus sinceros agradecimentos pelas suas orientações na minha actividade científica em geral, e em particular, na realização desta tese.

Ao Instituto Politécnico de Setúbal, agradeço o apoio concedido durante dois anos no âmbito do programa PROTEC. Durante este período, apesar dos restringimentos orçamentais, pude usufruir de uma redução parcial de serviço docente e de apoio financeiro, para participação em eventos científicos e para pagamento de propinas. Agradeço também à Fundação para a Ciência e Tecnologia pelos dois anos de Bolsa de Investigação, relativa ao concurso público para Atribuição de Bolsas Individuais de Investigação. Devo também os agradecimentos à Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa pela bolsa de estudo no valor da propina correspondente ao período subsequente aos primeiros quatro anos de inscrição no Doutoramento. Finalmente, agradeço ao Centro de Investigação Operacional todo o apoio financeiro concedido para a participação em eventos científicos e para a aquisição de diversos materiais.

Ao Rui Santos, consultor da ESRI Portugal na área do Ensino e Investigação, agradeço o interesse demonstrado e a forma distinta com que conduziu sempre o contacto com a empresa.

Aos meus colegas do Departamento de Matemática da Escola Superior de Tecnologia de Setúbal, agradeço o apoio e o bom ambiente de trabalho que sempre me proporcionaram.

Expresso a minha gratidão a todos os meus amigos e familiares que de alguma forma contribuíram para esta tese. Em particular, ao meu sogro Francisco Costa pela leitura atenta da tese e pelas sugestões dadas.

Por fim, agradeço e dedico a presente tese à Lena pelo seu apoio, encorajamento, compreensão e pelo facto de me ter proporcionado tempo para a concretizar. Dedico também esta tese aos meus dois filhos Guilherme e Pedro, actualmente com cinco e dois anos.



# Resumo

Nesta tese, apresenta-se um Sistema de Apoio à Decisão, desenvolvido e implementado com o objectivo de apoiar a tomada de decisão em problemas de localização bicritério que envolvam preocupações ambientais.

O apoio é dado em duas fases interactivas distintas, acreditando que os métodos interactivos são a melhor forma de abordar os modelos multicritério. Na primeira fase, recorre-se a um procedimento de optimização combinatória para obter, de forma progressiva e participativa, qualquer solução não dominada dos modelos de localização bicritério implementados. Nesta primeira fase interactiva, destaca-se a importância de ser possível utilizar um Sistema de Informação Geográfica, integrado no Sistema de Apoio à Decisão, para a obtenção de dados relevantes para os modelos em causa, especialmente aqueles que requerem mais preocupações relativamente aos impactos ambientais. O uso do Sistema de Informação Geográfica, ao longo de todo o processo de decisão, também permite uma visualização apelativa e real das soluções interactivamente obtidas.

Na segunda fase, caso seja necessário, usa-se *a posteriori* uma ferramenta de análise multiatributo para estudar em detalhe as soluções de compromisso provenientes da primeira fase. Esta ferramenta corresponde a uma implementação interactiva simples do método conjuntivo, fazendo uso de um gráfico radar como base do procedimento. A ferramenta proposta pretende contornar o problema da compensação, evitando uma agregação intercritério. O método de análise inerente à ferramenta não exige qualquer transformação ou normalização, de forma a assegurar a comparabilidade entre os critérios.

De modo a descrever e a validar as potencialidades e as funcionalidades do SABILOC – o Sistema de Apoio à Decisão desenvolvido e implementado, explora-se um caso de estudo de um problema real relativo à localização de estações de transferência de resíduos.

**Palavras-chave:** Sistemas de Apoio à Decisão; Problemas de Localização Bicritério; Sistemas de Informação Geográfica; Análise Multiatributo; Localização de Estações de Transferência de Resíduos.

# Abstract

In this thesis, we present a two-phase interactive Decision Support System aimed at supporting decision-making concerning bicriteria location models in which the facilities to be located could have environmental impacts.

The decision support is provided through two interactive phases, believing that interactive methods are the best way to deal with multicriteria models. First, a combinatorial optimization procedure to obtain, in a progressive and participatory way, any non-dominated solution of the bicriteria location models implemented, is used. In this first phase, we highlight that a Geographic Information System, embedded into the Decision Support System, can be used to obtain relevant data for the models concerned, especially those considering environmental issues. The Geographic Information System also allows, throughout the decision process, visualizing in an appealing and real way the solutions interactively obtained.

Next, if necessary, a multiattribute *a posteriori* analysis tool could also be employed in order to analyze in detail a set of compromise solutions from the first phase. This one stands for a simple interactive implementation of the conjunctive method making use of a radar chart as basis for the procedure. The tool proposed is intended to circumvent the problem of compensation, avoiding aggregation inter-criteria. To use the method inherent to the tool proposed, it is not required any transformation or normalization to insure the comparability between criteria.

In order to describe and validate the potentialities and functionalities of SABILOC – the Decision Support System developed and implemented, we present a case study of a real world problem applied to waste transfer station siting.

**Keywords:** Decision Support Systems; Bicriteria Location Models; Geographic Information Systems; Multiattribute Analysis; Waste Transfer Station Siting.

# Índice

<b>Agradecimentos</b> .....	v
<b>Resumo</b> .....	vii
<b>Abstract</b> .....	ix
<b>Índice</b> .....	xi
<b>Lista de Figuras</b> .....	xiii
<b>1. Introdução</b> .....	1
<b>2. Problemas de Localização</b> .....	7
2.1. Introdução .....	7
2.2. Modelos.....	9
2.3. Processos de Resolução e Complexidade Computacional .....	14
<b>3. Multicritério</b> .....	17
3.1. Introdução .....	17
3.2. Conceitos Fundamentais .....	22
3.3. Processos de Cálculo de Soluções Eficientes .....	28
3.3.1. Optimização da soma ponderada das $p$ funções objectivo.....	29
3.3.2. Optimização restringindo $p - 1$ funções objectivo.....	31
3.3.3. Minimização da distância a um ponto de referência .....	33
3.4. Programação Linear Inteira Multiobjectivo .....	38
3.5. Métodos Multiobjectivo de Apoio à Decisão .....	47

3.5.1.	Revisão Bibliográfica .....	50
3.5.2.	Contributos .....	70
3.5.3.	Comentários Finais .....	75
3.6.	Análise Multiatributo .....	79
3.6.1.	Uma aplicação para Análise Multiatributo – Uma visita guiada .....	84
<b>4.</b>	<b>Localização Multiobjectivo .....</b>	<b>101</b>
4.1.	Introdução.....	101
4.2.	Revisão Bibliográfica .....	103
<b>5.</b>	<b>Sistemas de Informação Geográfica .....</b>	<b>131</b>
5.1.	Introdução.....	131
5.2.	Extensão <i>Spatial Analyst</i> .....	134
5.3.	Extensão <i>Network Analyst</i> .....	147
5.4.	SIG e Localização .....	155
<b>6.</b>	<b>Sistemas de Apoio à Decisão Apresentação do SAD Desenvolvido: SABILOC .....</b>	<b>161</b>
6.1.	Introdução.....	161
6.2.	SABILOC – SAD para Problemas de Localização Bicritério .....	170
6.2.1.	Modelos de Localização Bicritério Implementados.....	175
6.2.2.	Funcionalidades do SABILOC .....	177
6.2.3.	Caso de Estudo - Localização de Estações de Transferência de Resíduos.....	242
<b>7.</b>	<b>Conclusão e Trabalho Futuro .....</b>	<b>283</b>
	<b>Bibliografia.....</b>	<b>289</b>
	<b>Anexos .....</b>	<b>303</b>

# Lista de Figuras

<b>Figura 3.1</b> Espaço de decisão e espaço dos objectivos. ....	23
<b>Figura 3.2</b> Ilustração de soluções não dominadas, no espaço dos objectivos, para o caso bicritério. ....	25
<b>Figura 3.3</b> Ilustração do conceito de quasi-dominância para o caso bicritério. ....	26
<b>Figura 3.4</b> Ilustração de soluções ideal (I) e anti-ideal (N), no espaço dos objectivos, para o caso bicritério. ....	28
<b>Figura 3.5</b> Optimização da soma ponderada, no espaço dos objectivos, para o caso bicritério. ....	30
<b>Figura 3.6</b> Optimização de uma função objectivo, restringindo a outra, no espaço dos objectivos. ....	32
<b>Figura 3.7</b> Existência de óptimos alternativos. Soma de uma parcela de perturbação. ....	32
<b>Figura 3.8</b> Contornos das métricas (a) e das métricas ponderadas (b) para $\beta \in \{1,2\} \cup \{\infty\}$ . ....	34
<b>Figura 3.9</b> Minimização das distâncias à solução ideal, usando as métricas $L_\beta$ para $\beta \in \{1,2\} \cup \{\infty\}$ . ....	35
<b>Figura 3.10</b> Minimização das distâncias à solução ideal, usando as métricas ponderada e, ponderada e aumentada de Chebyshev. ....	37
<b>Figura 3.11</b> Representação dos conjuntos $Z$ e $Z^\leq$ . ....	40
<b>Figura 3.12</b> Optimização de somas ponderadas num problema de programação linear inteira, no espaço dos objectivos, para o caso bicritério. ....	43
<b>Figura 3.13</b> Optimização de uma função objectivo somada de uma perturbação, restringindo a outra, num problema de programação linear inteira. ....	44
<b>Figura 3.14</b> Minimização das distâncias a um ponto de referência, usando a métrica ponderada de Chebyshev. ....	45
<b>Figura 3.15</b> Optimização da soma ponderada com restrições adicionais, num problema de programação linear inteira, para o caso bicritério. ....	46
<b>Figura 3.16</b> Sistema de eixos com origem na solução não dominada $z$ . ....	64
<b>Figura 3.17</b> Pesquisa de soluções numa determinada região, utilizando a métrica ponderada e aumentada de Chebyshev. Consequentes regiões eliminadas. ....	68
<b>Figura 3.18</b> Pesquisa de soluções numa determinada região para $\lambda_1 = 0,5$ e consequentes regiões eliminadas. ....	70

<b>Figura 3.19</b> Pesquisa de soluções, numa determinada região, para $\lambda_1 = 0,99$ . Consequentes regiões eliminadas. ....	71
<b>Figura 3.20</b> Pesquisa de soluções não dominadas semelhantes a uma solução não dominada já conhecida. Consequentes regiões eliminadas. ....	73
<b>Figura 3.21</b> Pesquisa de soluções numa determinada região, utilizando a métrica ponderada e aumentada de Chebyshev com $\lambda_1 \simeq 1$ . Parte do contorno da métrica. Consequentes regiões eliminadas. ....	74
<b>Figura 3.22</b> Criação de uma nova instância para análise multiatributo. ....	86
<b>Figura 3.23</b> Opções possíveis relativamente aos critérios. ....	87
<b>Figura 3.24</b> Caixa de diálogo que permite a inserção de um novo critério. ....	87
<b>Figura 3.25</b> Caixas de diálogo que permitem a edição de critérios quantitativos e qualitativos. ....	88
<b>Figura 3.26</b> Opções possíveis relativamente às alternativas. ....	88
<b>Figura 3.27</b> Caixas de diálogo que permitem a inserção e a edição de uma alternativa. ....	89
<b>Figura 3.28</b> Aplicação com os dados do <i>Better Life Index</i> inseridos, com a alternativa Portugal seleccionada. ....	89
<b>Figura 3.29</b> Gráfico radar, métricas e legenda. ....	90
<b>Figura 3.30</b> Caixa de diálogo que permite definir as propriedades do gráfico radar. ....	91
<b>Figura 3.31</b> Painel ' <i>Multiattribute Analysis Tools</i> ' da barra de ferramentas. ....	92
<b>Figura 3.32</b> Caixa de diálogo que permite a normalização/transformação dos dados. ....	92
<b>Figura 3.33</b> Caixa de diálogo que permite a inactivação de critérios e de soluções quasi-dominadas. ....	94
<b>Figura 3.34</b> Alternativas que dominam a alternativa Portugal. ....	94
<b>Figura 3.35</b> Caixa de diálogo que permite definir os limiares de desempenho. ....	96
<b>Figura 3.36</b> Definição dos limiares de desempenho percentualmente. ....	96
<b>Figura 3.37</b> Resultado da definição dos limiares de desempenho percentualmente. ....	97
<b>Figura 3.38</b> Manipulação dos limiares de desempenho. ....	98
<b>Figura 5.1</b> Representação geográfica de uma certa região, através de camadas temáticas na forma vectorial e na forma <i>raster</i> (figura retirada do <i>site</i> <a href="http://serc.carleton.edu/eyesinthesky2/index.html">http://serc.carleton.edu/eyesinthesky2/index.html</a> em 19/10/2012). ....	132
<b>Figura 5.2</b> Aplicação da função <i>Slope</i> ao <i>raster</i> da altitude, em parte do distrito de Setúbal e de Lisboa. ....	135
<b>Figura 5.3</b> Aplicação da função <i>Aspect</i> ao <i>raster</i> da altitude, em parte do distrito de Setúbal e de Lisboa. ....	135
<b>Figura 5.4</b> Aplicação da função <i>Contour</i> ao <i>raster</i> da altitude, em parte do distrito de Setúbal e de Lisboa. ....	136
<b>Figura 5.5</b> Aplicação da função <i>Hillshade</i> ao <i>raster</i> da altitude, em parte do distrito de Setúbal e de Lisboa. ....	136



<b>Figura 5.6</b> Ilustração dos parâmetros da função <i>Viewshed</i> (Fonte: ESRI).....	137
<b>Figura 5.7</b> Aplicação da função <i>Viewshed</i> ao <i>raster</i> da altitude, em parte do distrito de Setúbal. ....	137
<b>Figura 5.8</b> Aplicação da função <i>Euclidean Distance</i> , considerando 97 pontos de interesse e uma distância máxima de 10 quilómetros, em parte do distrito de Setúbal. ....	138
<b>Figura 5.9</b> Aplicação da função <i>Euclidean Allocation</i> , considerando 97 pontos de interesse e uma distância máxima de 10 quilómetros, em parte do distrito de Setúbal. ....	138
<b>Figura 5.10</b> Aplicação da função <i>Euclidean Direction</i> , considerando 97 pontos de interesse e uma distância máxima de 10 quilómetros, em parte do distrito de Setúbal. ....	139
<b>Figura 5.11</b> Aplicação da função <i>Cost Distance</i> , considerando 97 pontos de interesse, um <i>raster</i> de custo dado pela altitude e um custo máximo de 1000 quilómetros, em parte do distrito de Setúbal. ....	139
<b>Figura 5.12</b> Aplicação da função <i>Cost Allocation</i> , considerando 97 pontos de interesse, um <i>raster</i> de custo dado pela altitude e um custo máximo de 1000 quilómetros, em parte do distrito de Setúbal. ....	140
<b>Figura 5.13</b> Aplicação da função <i>Cost Back Link</i> , considerando 97 pontos de interesse, um <i>raster</i> de custo dado pela altitude e um custo máximo de 1000 quilómetros, em parte do distrito de Setúbal. ....	140
<b>Figura 5.14</b> Aplicação da função <i>Cost Path</i> , considerando 97 pontos de interesse e 58 destinos, em parte do distrito de Setúbal. ....	141
<b>Figura 5.15</b> Ilustração da função <i>Con</i> , através da operação <code>Con(InRas1 &gt;= 2, 40, 30)</code> (Fonte: ESRI). ....	142
<b>Figura 5.16</b> Ilustração da função <i>Pick</i> , através da operação <code>Pick(InRas1, InRas2, InRas3)</code> (Fonte: ESRI).....	142
<b>Figura 5.17</b> Ilustração da função <i>Set Null</i> , através da operação <code>Setnull(InRas1 = 4, InRas2)</code> (Fonte: ESRI).....	143
<b>Figura 5.18</b> Ilustração da função <i>Reclass</i> (Fonte: ESRI).....	145
<b>Figura 5.19</b> Ilustração da função <i>Slice</i> (Fonte: ESRI). ....	145
<b>Figura 5.20</b> Ilustração de um exemplo com as funções de reclassificação (Fonte: ESRI). ....	146
<b>Figura 5.21</b> Caminho mais curto entre dois pontos.....	149
<b>Figura 5.22</b> Caixa de diálogo que indica as direcções associadas à melhor rota. ....	149
<b>Figura 5.23</b> Exemplo ilustrativo da função Serviço Mais Próximo, correspondente ao caminho mais curto de 58 pontos a um de 3 serviços. ....	150
<b>Figura 5.24</b> Exemplo ilustrativo da função Matriz de Custos Origens-Destinos, correspondente ao caminho mais curto de 58 pontos a um de 3 serviços. ....	151
<b>Figura 5.25</b> Exemplo ilustrativo da função Área de Serviço relativamente a 3 pontos. ....	152

<b>Figura 6.1</b> Características fundamentais e as potencialidades ideais dos SAD, segundo Turban et al. [141] (Fonte: Turban et al. [141]).	165
<b>Figura 6.2</b> Arquitectura de alto nível do SABILOC.	171
<b>Figura 6.3</b> Janela inicial do SABILOC.	178
<b>Figura 6.4</b> Caixa de diálogo que permite visualizar a formulação dos modelos implementados.	178
<b>Figura 6.5</b> Opção 'New' do SABILOC.	179
<b>Figura 6.6</b> Caixa de diálogo que permite seleccionar um dos modelos implementados.	180
<b>Figura 6.7</b> Página 'Constants'.	181
<b>Figura 6.8</b> Página 'GIS'.	182
<b>Figura 6.9</b> Caixa de diálogo que permite visualizar e exportar coordenadas.	183
<b>Figura 6.10</b> Caixa de diálogo que permite exportar coordenadas.	183
<b>Figura 6.11</b> Tabela de propriedades associada a uma camada temática.	184
<b>Figura 6.12</b> Procedimento para a exportação de dados.	185
<b>Figura 6.13</b> Caixa de diálogo que permite definir e modificar os símbolos.	185
<b>Figura 6.14</b> Parte da barra de ferramentas do SIG. Adição de dados geográficos.	186
<b>Figura 6.15</b> Parte da barra de ferramentas do SIG. Janela de personalização.	186
<b>Figura 6.16</b> Parte da barra de ferramentas respeitante à extensão <i>Network Analyst</i> .	187
<b>Figura 6.17</b> Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros da função Rotas e Direcções.	187
<b>Figura 6.18</b> Caixa de diálogo que permite carregar os pontos para a camada temática 'Stops'.	188
<b>Figura 6.19</b> Janela <i>Network Analyst</i> .	189
<b>Figura 6.20</b> Ferramenta de inserção de um novo ponto.	189
<b>Figura 6.21</b> Execução de uma análise de caminho mais rápido.	190
<b>Figura 6.22</b> Janela que indica as direcções associadas a um caminho mais rápido.	190
<b>Figura 6.23</b> Definições do <i>output</i> após a execução de uma função.	191
<b>Figura 6.24</b> Parte da barra de ferramentas respeitante à extensão <i>Spatial Analyst</i> .	192
<b>Figura 6.25</b> Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros da função 'Euclidean Distance'.	192
<b>Figura 6.26</b> Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros da função 'Cost Distance'.	193
<b>Figura 6.27</b> Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros da função 'Cost Path'.	194
<b>Figura 6.28</b> Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros da função 'Aspect'.	194

<b>Figura 6.29</b> Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros da função <i>'Contour'</i> .....	195
<b>Figura 6.30</b> Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros da função <i>'Cut / Fill'</i> .....	195
<b>Figura 6.31</b> Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros da função <i>'Hillshade'</i> .....	196
<b>Figura 6.32</b> Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros da função <i>'Slope'</i> .....	196
<b>Figura 6.33</b> Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros da função <i>'Feature to Raster'</i> .....	197
<b>Figura 6.34</b> Caixa de diálogo que permite funcionar com a linguagem <i>Map Algebra</i> .....	198
<b>Figura 6.35</b> Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros do modelo de dispersão Gaussiano. ....	201
<b>Figura 6.36</b> Exemplo ilustrativo do modelo de dispersão Gaussiano. ....	202
<b>Figura 6.37</b> Parte da barra de ferramentas do SIG que permite manipular a representação gráfica dos dados. ....	203
<b>Figura 6.38</b> Página <i>'Coordinates'</i> .....	204
<b>Figura 6.39</b> Categoria <i>'Data'</i> da barra de ferramentas. ....	204
<b>Figura 6.40</b> Caixa de diálogo que permite definir os arcos da rede e as respectivas distâncias. ....	205
<b>Figura 6.41</b> Caixa de diálogo que permite gerar as coordenadas aleatoriamente. ....	205
<b>Figura 6.42</b> Caixa de diálogo que permite gerar os arcos e respectivas distâncias aleatoriamente. ....	206
<b>Figura 6.43</b> Categoria <i>'Picture'</i> da barra de ferramentas.....	206
<b>Figura 6.44</b> Opções da barra de ferramentas que permitem trabalhar sobre a imagem da rede.....	207
<b>Figura 6.45</b> Caixa de diálogo que permite visualizar propriedades dos nodos da rede. ....	207
<b>Figura 6.46</b> Categoria <i>'Data'</i> e painel <i>'File'</i> da barra de ferramentas. ....	208
<b>Figura 6.47</b> Página <i>'Fixed Costs'</i> .....	209
<b>Figura 6.48</b> Caixa de diálogo que permite gerar os custos fixos de forma aleatória. ....	209
<b>Figura 6.49</b> Caixa de diálogo que permite definir os custos fixos. ....	210
<b>Figura 6.50</b> Página <i>'Assignment Costs'</i> .....	211
<b>Figura 6.51</b> Caixa de diálogo que permite definir os custos de afectação.....	212
<b>Figura 6.52</b> Página <i>'Population'</i> .....	213
<b>Figura 6.53</b> Caixa de diálogo que permite gerar a população de forma aleatória.....	213
<b>Figura 6.54</b> Página <i>'Demand/Capacity'</i> .....	214
<b>Figura 6.55</b> Página <i>'Demand'</i> .....	215
<b>Figura 6.56</b> Página <i>'Capacity'</i> .....	215
<b>Figura 6.57</b> Caixa de diálogo que permite gerar a procura e a capacidade máxima de forma aleatória. ....	216

<b>Figura 6.58</b> Caixa de diálogo que permite gerar as capacidades mínimas e máximas de forma aleatória. ....	216
<b>Figura 6.59</b> Página ' <i>Types of Services</i> ' .....	217
<b>Figura 6.60</b> Página ' <i>Fixed Variables</i> ' .....	218
<b>Figura 6.61</b> Página ' <i>Fixed Variables</i> ', com representação gráfica SIG. ....	219
<b>Figura 6.62</b> Opções da barra de ferramentas que permitem seleccionar o tipo de representação gráfica. ....	219
<b>Figura 6.63</b> Opções da barra de ferramentas que permitem fixar variáveis, através da imagem da rede. ....	220
<b>Figura 6.64</b> Caixa de diálogo que permite definir um equipamento como fechado, aberto ou livre. ....	221
<b>Figura 6.65</b> Caixa de diálogo que permite definir uma afectação como activada, desactivada ou liberta. ....	221
<b>Figura 6.66</b> Opções que permitem apagar as diversas grelhas de valores. ....	221
<b>Figura 6.67</b> Página ' <i>Results</i> ' .....	222
<b>Figura 6.68</b> Opções da barra de ferramentas que permitem seleccionar o tipo de representação gráfica. ....	223
<b>Figura 6.69</b> Página ' <i>Results</i> ', com visualização das soluções em termos das variáveis do modelo. ....	223
<b>Figura 6.70</b> Opção que permite executar o método interactivo. ....	224
<b>Figura 6.71</b> Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros da pesquisa. ....	225
<b>Figura 6.72</b> Caixas de diálogo que permitem definir os parâmetros de paragem e de pesquisa de cada uma das ferramentas externas. ....	226
<b>Figura 6.73</b> Caixa de diálogo que permite gravar as soluções não dominadas, em dois formatos diferentes. ....	228
<b>Figura 6.74</b> Categoria ' <i>Objective Space</i> ' da barra de ferramentas. ....	228
<b>Figura 6.75</b> Visualização das soluções não dominadas já determinadas, na forma de tabela. ....	229
<b>Figura 6.76</b> Caixa de diálogo que permite alterar a escala dos eixos dos objectivos. ....	229
<b>Figura 6.77</b> Opção que permite voltar à escala original. ....	229
<b>Figura 6.78</b> Caixa de diálogo que permite seleccionar uma região rectangular de pesquisa. ....	230
<b>Figura 6.79</b> Caixa de diálogo com os resultados das pesquisas efectuadas, com a ferramenta ' <i>Obtain Solutions</i> '. ....	231
<b>Figura 6.80</b> Página ' <i>Multiattribute Analysis</i> ' .....	235
<b>Figura 6.81</b> Categoria ' <i>Radar</i> ' da barra de ferramentas. ....	235
<b>Figura 6.82</b> Caixa de listagem que permite seleccionar o tipo de representação gráfica. ....	235
<b>Figura 6.83</b> Opções que permitem gerar uma nova instância. ....	236
<b>Figura 6.84</b> Caixa de diálogo que permite a escolha dos critérios a utilizar na análise multiatributo <i>a posteriori</i> . ....	237

<b>Figura 6.85</b> Caixa de diálogo que permite visualizar as fórmulas dos critérios. ....	241
<b>Figura 6.86</b> Áreas de intervenção e infraestruturas da AMARSUL (Fonte: AMARSUL). ....	242
<b>Figura 6.87</b> Evolução do número de infraestruturas de gestão de resíduos entre 1996 e 2005 (Fonte: MAOT). ....	244
<b>Figura 6.88</b> Página 'GIS' com alguns dados geográficos a utilizar no caso de estudo. ....	245
<b>Figura 6.89</b> Parâmetros da função Área de Serviço para o cálculo de duas regiões espaciais, a partir dos aterros sanitários e da estação de transferência. ....	246
<b>Figura 6.90</b> Conversão da CAOT em formato <i>raster</i> . ....	248
<b>Figura 6.91</b> Tabela de propriedades da camada temática CAOT_Raster. ....	248
<b>Figura 6.92</b> Cálculo das distâncias Euclidianas à rede de estradas dos 9 municípios. ....	251
<b>Figura 6.93</b> Parte do resultado do cálculo das distâncias Euclidianas à rede de estradas dos 9 municípios. ....	251
<b>Figura 6.94</b> Parte do resultado da reclassificação efectuada. ....	251
<b>Figura 6.95</b> Uma primeira análise dos potenciais locais para a instalação de estações de transferência. ....	252
<b>Figura 6.96</b> Ampliação de parte da Figura 6.95. ....	252
<b>Figura 6.97</b> Uma segunda análise dos potenciais locais para a instalação de estações de transferência. ....	253
<b>Figura 6.98</b> Ampliação de parte da Figura 6.97. ....	254
<b>Figura 6.99</b> Potenciais locais para a instalação das estações de transferência de RSU. ....	255
<b>Figura 6.100</b> Parâmetros da função Serviço Mais Próximo, para o cálculo do caminho mais curto dos potenciais locais para os aterros. ....	258
<b>Figura 6.101</b> Página 'GIS' com o resultado do caminho mais curto dos potenciais locais para os aterros. ....	258
<b>Figura 6.102</b> Tabela de propriedades da camada temática <i>Routes</i> . ....	259
<b>Figura 6.103</b> Página 'GIS' com o resultado do caminho mais curto das freguesias para todas as estações e aterros. ....	260
<b>Figura 6.104</b> Página 'GIS' com o resultado de algumas operações espaciais sobre os dados. ....	261
<b>Figura 6.105</b> Página 'Fixed Costs' com os dados do caso de estudo. ....	262
<b>Figura 6.106</b> Página 'Assignment Costs' com os dados do caso de estudo. ....	263
<b>Figura 6.107</b> Procedimento para a exportação dos coeficientes $l_{ij}$ da primeira função objectivo. ....	264
<b>Figura 6.108</b> Página 'Coordinates' com os dados do caso de estudo. ....	265
<b>Figura 6.109</b> Caixa de diálogo que permite visualizar e exportar as coordenadas das comunidades. ....	265
<b>Figura 6.110</b> Caixa de diálogo com os arcos da rede e as respectivas distâncias. ....	266
<b>Figura 6.111</b> Caixa de diálogo que permite definir os custos de afectação da primeira função objectivo. ....	266

<b>Figura 6.112</b> Página ‘ <i>Population</i> ’ com a população das 58 freguesias consideradas. ....	267
<b>Figura 6.113</b> Página ‘ <i>Fixed Variables</i> ’ . ....	268
<b>Figura 6.114</b> Página ‘ <i>Results</i> ’, ilustrando o primeiro mínimo lexicográfico. ....	269
<b>Figura 6.115</b> Página ‘ <i>Results</i> ’, ilustrando o segundo mínimo lexicográfico e o ponto ideal. ....	269
<b>Figura 6.116</b> Ilustração alternativa do segundo mínimo lexicográfico. ....	270
<b>Figura 6.117</b> Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros da pesquisa. ....	270
<b>Figura 6.118</b> Visualização no espaço dos objectivos das soluções $S_1$ , $S_2$ e $S_3$ . Afecções da solução $S_3$ . ....	271
<b>Figura 6.119</b> Visualização no espaço dos objectivos das soluções $S_1$ a $S_7$ . Afecções da solução $S_7$ . ....	272
<b>Figura 6.120</b> Visualização no espaço dos objectivos (com mudança de escala) das soluções $S_2$ , $S_3$ , $S_4$ , $S_6$ e $S_7$ . Afecções da solução $S_7$ . ....	273
<b>Figura 6.121</b> Caixa de diálogo que permite definir os limites da pesquisa de todas as soluções admissíveis. ....	273
<b>Figura 6.122</b> Cálculo de todas as soluções numa área particular do espaço dos objectivos. ....	274
<b>Figura 6.123</b> Ilustração do resultado da pesquisa efectuada numa área particular do espaço dos objectivos. ....	274
<b>Figura 6.124</b> Escolha dos critérios a utilizar na análise multiatributo <i>a posteriori</i> . ....	275
<b>Figura 6.125</b> Página ‘ <i>Multiattribute Analysis</i> ’ . ....	277
<b>Figura 6.126</b> Inserção de um novo critério qualitativo no caso de estudo. ....	277
<b>Figura 6.127</b> Inactivação dos critérios redundantes e das soluções dominadas no caso de estudo. ....	279
<b>Figura 6.128</b> Gráfico radar após inactivação. ....	279
<b>Figura 6.129</b> Definição dos limiares de desempenho no caso de estudo. ....	280
<b>Figura 6.130</b> Gráfico radar após análise interactiva do caso de estudo. ....	281
<b>Figura 6.131</b> Freguesias afectadas à estação de transferência 26. ....	281
<b>Figura 6.132</b> Direcções do caminho desde a estação de transferência 26 até ao aterro sanitário em Palmela. ....	282

# 1. Introdução

O meio empresarial encontra-se em constante mudança e, claramente de uma forma cada vez mais complexa. As organizações, sejam elas públicas ou privadas, estão constantemente sob pressão, o que as obriga a responder rapidamente a mudanças de condições e a serem inovadoras na forma como operam. As diversas actividades do quotidiano de uma empresa requerem, com frequência e rapidez de reacção, a tomada de decisões estratégicas, táticas e operacionais, algumas das quais muito complexas. Só assim, conseguem operar de uma forma eficaz e rentável, adaptar-se às mudanças dos mercados e crescer de forma sustentável. Geralmente, tomar estas decisões requer quantidades consideráveis de dados relevantes, de informação e de conhecimento. O processamento que isto exige, num contexto de necessidade de tomada de decisões, tem de ser feito rapidamente, muitas vezes em tempo real, e usualmente exige algum tipo de apoio computacional (Turban et al. [141]). Actualmente, os computadores e os dispositivos móveis possuem capacidades que podem facilitar o apoio à decisão de diversas formas, nomeadamente: armazenamento de enormes volumes de dados; procura e consulta muito rápida dos dados; processamento dos dados de diversas formas, como por exemplo cálculos aritméticos, simulações, interligações, visualizações gráficas, etc.; processamento em tempos cada vez mais reduzidos e manuseamento da informação a qualquer momento e em qualquer lugar.

Para que as capacidades dos computadores possam, de facto, ser aproveitadas, têm de existir aplicações informáticas à altura que permitam manusear e processar adequadamente os dados. Existem diversos sistemas informáticos, como por exemplo Bases de Dados, Folhas de Cálculo, Processadores de Texto, Sistemas de Informação Geográfica (SIG), Sistemas de Gestão

Comerciais e/ou Financeiros, Sistemas de Apoio à Decisão (SAD<sup>1</sup>), etc., especificamente desenvolvidos para os mais diversos fins. Apesar da especialização dos sistemas para actuar sobre áreas específicas de trabalho e de tendencialmente se agruparem as aplicações por áreas de intervenção, na realidade, as funcionalidades não são exclusivas de cada um dos sistemas. Por exemplo, uma Folha de Cálculo pode ser utilizada numa vertente de análise financeira, e um SIG pode funcionar como uma Base de Dados de informação geográfica. Por outro lado, um SAD pretende ser um sistema rico em capacidades e funcionalidades para apoiar a tomada de decisões. Na literatura, são muitas as definições e as classificações dadas aos SAD, bem como as características e as capacidades que lhes são atribuídas e exigidas. Turban et al. [141] referem que um SAD deve ser um sistema de informação computacional interactivo, flexível e adaptável, especialmente desenvolvido para apoiar na resolução de problemas não estruturados. Utiliza dados, proporciona uma interface gráfica amigável e pode incorporar os pontos de vista do decisor. Além disso, um SAD inclui modelos (por exemplo estatísticos, financeiros, de previsão, de Investigação Operacional, etc.) e é desenvolvido através de um processo interactivo e/ou iterativo. Apoiar todas as fases da tomada de decisão e pode incluir uma componente de conhecimento. Finalmente, um SAD pode ser usado por um ou vários utilizadores.

Na tomada de decisão dentro do contexto organizacional há actores internos e externos. Como internos podemos destacar os colaboradores, os sócios e os accionistas. Como externos referimos por exemplo os clientes (utentes do Serviço Nacional de Saúde ou alunos de uma Universidade), os fornecedores, e os grupos de interesse, tais como associações de consumidores e/ou moradores, instituições financeiras, etc., que podem influenciar o processo de decisão quer de forma directa, porque intervêm no processo, quer de forma indirecta, porque aqueles que intervêm têm em consideração as suas opiniões e possíveis reacções (Dias [40]). Os SAD devem ser dirigidos aos actores directamente intervenientes no processo, que tenham identificado ou que procurem identificar uma situação de decisão. Geralmente, em médias e grandes organizações, as decisões mais influentes são tomadas por grupos de actores de diversos departamentos, o que leva frequentemente à existência de pontos de vista conflituosos. Assumiremos ao longo da tese, que existe um único actor, que designaremos por

---

<sup>1</sup> Os acrónimos SAD e SIG serão usados tanto no singular como no plural ao longo do texto.



decisor, com a capacidade e o poder de resolver eventuais divergências entre os intervenientes do grupo pela imposição do seu julgamento. Tentar alcançar um consenso generalizado por parte de todos os intervenientes, nem sempre é realista. Nos casos em que a situação de decisão requer que se considerem múltiplos intervenientes ou decisores, os SAD devem estar preparados para lidar com a tomada de decisão em grupo/negociações.

O facto de a realidade ser multidimensional leva a que muitos problemas concretos da sociedade sejam modelados matematicamente<sup>1</sup> tendo em conta vários objectivos/critérios, geralmente conflituosos entre si. Por exemplo, actualmente, é indiscutível que a maior parte dos problemas de localização, em particular aqueles que lidam com equipamentos indesejáveis<sup>2</sup>, devem ser modelados considerando múltiplos critérios, tais como o custo, a acessibilidade, o impacto ambiental, a equidade, etc. Por um lado, é usual ter serviços desejáveis nas proximidades das comunidades e, neste caso, dado que geralmente existem deslocações, o critério típico é o de maximização da acessibilidade entre equipamentos e populações. Por outro lado, existe um outro tipo de situação, em que a população deseja os serviços longe o suficiente, de modo a preservar os níveis de qualidade de vida da região envolvente, mas mantendo uma boa acessibilidade. O desenvolvimento e a utilização de SAD, que incluam modelos específicos para problemas de localização considerando vários critérios não é muito usual, apesar de já existirem algumas referências na literatura.

A modelação de um problema de localização real, em particular os que pretendem localizar serviços ou equipamentos indesejáveis, deve ter em conta muitos tipos de restrições na escolha do local para a abertura ou instalação dos equipamentos. No que diz respeito a legislação, segundo o Decreto-Lei n.º 183/2009 de 10 de Agosto, a localização de um aterro sanitário exige que se considerem os seguintes aspectos: as distâncias do perímetro do local relativamente às áreas residenciais e recreativas, cursos de água, massas de água e outras zonas agrícolas e urbanas; a existência na zona de águas subterrâneas ou costeiras, ou de áreas protegidas; as condições geológicas e hidrogeológicas locais e da zona envolvente; os riscos de cheias, de

---

<sup>1</sup> Neste caso, referimo-nos a uma modelação no sentido lato do termo, em que se incluem os modelos clássicos de optimização combinatória e os modelos concebidos para avaliar um conjunto de acções explicitamente enumerado.

<sup>2</sup> Equipamentos que prestam serviço às comunidades mas devido ao tipo de funções que desempenham são poluentes ou desagradáveis sendo a sua proximidade indesejada.

aluímento, de desabamento de terra ou de avalanches na zona e a protecção do património natural e cultural da zona. Para lidar com este tipo de restrições, os SIG, devido às suas características genéricas, incluindo as potencialidades visuais e a forma fácil como permitem manipular diferentes tipos de dados provenientes de várias fontes, tais como dados comerciais e geográficos (rede viária, ocupação do solo, censos, clientes, etc.), podem representar uma ajuda importante na modelação de problemas de localização reais. Talvez por essa razão, os SIG sejam muitas vezes referidos como SAD.

Assim, tendo em conta o já referido, julgamos que o desenvolvimento de ferramentas de apoio multicritério à decisão, incluídas num SAD desenhado para lidar especificamente com problemas de localização com implicações ambientais, poderá ser um contributo para a área em estudo, tendo sido este o mote da presente tese. De uma forma bastante sucinta, podemos dizer que pensámos o SAD tendo em conta as seguintes considerações chave: modelos clássicos de optimização com dois critérios dedicados a problemas de localização; um método interactivo adequado para lidar com os modelos anteriores; um SIG; ferramentas externas para a resolução dos problemas de optimização combinatória considerados; um modelo de avaliação de alternativas (obtidas a partir dos modelos anteriores); um método interactivo para ajudar na avaliação e diversas ferramentas gráficas.

A consideração, numa primeira fase, de apenas dois critérios nos modelos de optimização, eventualmente os mais relevantes para o processo de decisão, permite obter modelos simples, facilmente perceptíveis e aceites pelos decisores. Os decisores tiram também benefícios dos métodos interactivos dedicados aos modelos de optimização com dois critérios, nomeadamente no que diz respeito à possibilidade de terem uma participação activa e progressiva no processo de decisão, devido ao facto de a comunicação entre o decisor e o método, através de meios gráficos adequados, ser muito eficaz neste tipo de problemas. A percepção por parte do decisor dos compromissos existentes entre os diversos critérios diminui rapidamente com um aumento do número de critérios. O facto de se considerarem numa primeira fase modelos de optimização com dois critérios permite ainda que se utilizem ferramentas externas eficientes, desenvolvidas utilizando técnicas especializadas, para a sua resolução.

Uma vez que o SAD é directamente dedicado a problemas de localização, então permite gozar de algumas vantagens. Nomeadamente, como já vimos, a integração de um SIG revela-se uma grande mais-valia neste tipo de problemas. Mais ainda, este facto permite que haja uma ligação estreita entre os modelos de optimização considerados numa primeira fase e o modelo de avaliação considerado numa segunda fase. Basicamente, a construção de um modelo de avaliação corresponde a determinar um conjunto de acções, um conjunto de critérios que permita avaliar as acções e o desempenho de cada acção segundo cada critério. Ou seja, estamos perante a fase de concepção enunciada por Simon [131]. Segundo o autor, a fase de concepção é o período em que o decisor formula diferentes alternativas de acção, as analisa para atingir graus de expectativas sobre os resultados prováveis de cada escolha e avalia as expectativas. Assim, o modelo de avaliação a utilizar numa segunda fase do processo de tomada de decisão pode ser automaticamente gerado, tendo em conta um conjunto de alternativas interessantes, proveniente do modelo utilizado na primeira fase interactiva, e um vasto e coerente conjunto de critérios que permita avaliar essas alternativas no contexto de um problema de localização. Mais uma vez, a utilização de meios gráficos simples, apelativos e interactivos podem ajudar muito o decisor a tomar a sua decisão final.

Concluimos este capítulo introdutório com uma descrição da estrutura desta tese.

No próximo capítulo, introduzem-se os problemas de localização, mencionando-se alguns modelos conhecidos e respectivas formulações. É feita uma breve referência à complexidade e aos processos de resolução do problema de localização simples, dando especial ênfase ao algoritmo considerado, até hoje, mais eficiente na sua resolução exacta.

No capítulo três, começa-se por fazer uma breve referência à nomenclatura usualmente usada para distinguir as abordagens aos problemas com múltiplos critérios, separando-os em duas classes distintas: análise multiatributo e programação multiobjectivo. São apresentados os conceitos fundamentais e os processos de cálculo de soluções eficientes para a optimização multiobjectivo em geral, e em particular para a programação linear inteira multiobjectivo. Faz-se uma pesquisa bibliográfica de diversos métodos interactivos existentes e da sua utilização na resolução de problemas lineares inteiros com mais que um objectivo. Na revisão deu-se especial atenção à quantidade e forma como a informação é apresentada e solicitada ao

decisor, e ao processo de cálculo de soluções. Sugere-se uma pequena alteração na metodologia de um dos métodos interactivos apresentados. Para finalizar o terceiro capítulo, apresentam-se alguns conceitos fundamentais da análise multiatributo e, para este fim, apresenta-se uma aplicação interactiva, implementada no âmbito desta tese, bastante apelativa e de fácil interacção. Para ilustrar a aplicação utiliza-se um conjunto de dados reais.

O capítulo quatro faz a ligação entre parte dos dois capítulos anteriores, ou seja, é abordada a localização multiobjectivo. É realizada uma nova revisão bibliográfica, agora com especial atenção para os problemas de localização multiobjectivo que envolvam questões ambientais. Por questões que se prendem com o interesse da presente tese, damos especial atenção à formulação das funções objectivo, bem como à abordagem utilizada na resolução dos problemas.

O capítulo cinco introduz os SIG, inicialmente quanto aos seus fundamentos básicos, e depois, numa perspectiva mais especializada, através de uma descrição detalhada de algumas potencialidades com interesse para a tese. Neste mesmo capítulo, far-se-á uma ligação entre os SIG e os problemas de localização tendo como referência alguns trabalhos existentes que fazem uso desta tecnologia e algumas questões pertinentes sobre esta ligação.

Finalmente, através de um caso de estudo, apresentaremos e discutiremos o SAD implementado, com especial destaque para o método interactivo subjacente à ferramenta, a integração de um SIG e da ferramenta de análise multiatributo *a posteriori* já apresentada.

No último capítulo, algumas conclusões e trabalho futuro são discutidos.

## 2. Problemas de Localização

### 2.1. Introdução

Actualmente, o conceito de Localização é bastante abrangente, dependendo largamente da área de investigação. Muitos grupos multidisciplinares de investigação têm estudado a ciência da localização, mas cada grupo enfatiza de formas diferentes os diversos aspectos, de acordo com os propósitos do estudo. Para ultrapassar as dificuldades causadas pelas diferentes nomenclaturas usadas para o mesmo problema, ou com ligeiras variantes, diversos tipos de classificação têm sido propostos na literatura. Considerando o tipo de espaço como o factor diferenciador, parece consensual que existem três tipos de classificação principais: discreto, no plano (ou contínuo) e em rede. Alguns autores incluem os dois últimos na mesma categoria, enquanto outros divergem numa primeira fase, entre planar e em rede, e cada um é subdividido em problema de localização contínuo ou discreto. Independentemente do tipo de classificação, num problema de localização clássico de Investigação Operacional, pretende-se determinar a melhor forma de servir um conjunto de entidades, que podem ser clientes, comunidades, equipamentos, etc., cujas localizações são conhecidas. Assim, a decisão passa por decidir, pelo menos, quanto ao número e à localização dos equipamentos ou serviços a instalar, e à afectação destes equipamentos instalados às entidades que se pretendem satisfazer, de forma a otimizar um certo objectivo. Dependendo do problema, é possível que se tenham de tomar também decisões quanto ao tipo de equipamento a instalar, como por exemplo o seu tamanho e a sua capacidade de oferta de bens ou serviços, a produção/oferta de um ou vários bens/serviços, etc. Num problema real, estas decisões devem também ter em conta outros factores, tais como os fenómenos socioeconómicos (migração laboral,

concentrações urbanas, desenvolvimento das redes de transportes, qualidade de vida, etc.). No entanto, saliente-se que esta tese foca-se unicamente numa perspectiva normativa do problema, onde o objectivo é sempre o de procurar uma solução eficiente através do uso de ferramentas de cálculo. Hale e Moberg [81] apresentam uma revisão bibliográfica com o intuito de fornecer uma visão mais ampla do panorama geral da ciência da localização.

Os problemas de localização discreta, em que os equipamentos podem unicamente ser instalados num número finito de pontos, têm sido considerados mais adequados pela maior parte dos autores. Para Krarup e Pruzan [94] as razões para tal, em geral, prendem-se com o facto de os decisores considerarem a representação discreta mais realista e mais adequada ao problema em estudo, e as formulações para os problemas contínuos serem relativamente difíceis de resolver. A maior dificuldade em resolver os problemas contínuos no plano Euclidiano está intimamente relacionada com a noção de distância. O próprio facto de os equipamentos poderem ser situados em qualquer ponto do espaço torna difícil mostrar que procedimentos iterativos convergem, bem como definir bons limites para os procedimentos de pesquisa, em especial se estamos perante um problema em que se pretende instalar mais do que um equipamento. Com base no modelo clássico de localização no plano de Weber [148], têm sido propostas na literatura outras modificações e extensões importantes. Revelle et al. [125] apresentam uma extensa revisão bibliográfica na área dos problemas de localização discreta.

Nos problemas de localização em rede, os equipamentos a instalar podem ser localizados em qualquer vértice ou ao longo de qualquer arco da rede. Note-se que se considerarmos unicamente o primeiro caso então, estamos perante um problema de localização discreta. O modelo de localização em rede de Okabe e Kitamura [118], baseado no modelo de Huff com concorrência [83], é globalmente usado quando todos os pontos da rede - vértices e arcos são potenciais locais para a instalação do equipamento. O modelo original de Huff corresponde a um procedimento analítico que mede a probabilidade de um potencial local para a instalação de um equipamento atrair clientes e, originalmente, foi formulado para problemas no espaço Euclidiano. Em problemas de localização em rede, as distâncias são medidas através do comprimento dos arcos da rede que ligam os vértices, geralmente usando o conhecido algoritmo de Dijkstra para o cálculo do caminho mais curto. Assim, os obstáculos à utilização

mais intensiva dos modelos contínuos (no plano e em rede) em problemas reais parecem, de facto, estar relacionados com a noção de distância e com os exigentes cálculos associados aos modelos de Huff e aos baseados neste. Contudo, o desenvolvimento notável da tecnologia SIG permitiu ultrapassar em muito estas dificuldades. Como consequência, os problemas de localização contínuos e, em particular, o uso de modelo de Huff e suas variantes, têm recebido mais atenção por parte da comunidade científica, como se pode verificar pelo crescente aumento das publicações na literatura.

De seguida dedicaremos a atenção a alguns modelos de localização discretos monocritério.

## 2.2. Modelos

O modelo de localização simples pretende resolver problemas de localização, de forma a determinar o número óptimo de equipamentos ou serviços a instalar, as suas localizações e ainda a afectação dos clientes ou comunidades aos equipamentos instalados de modo a minimizar os custos de afectação e de instalação. A simplicidade da formulação do Problema de Localização Simples (PLS) faz com que seja um modelo facilmente interpretado no que diz respeito à sua formulação bem como aos resultados obtidos. Pelo mesmo motivo, também facilmente se fazem modificações, quer nas restrições quer na função objectivo, de modo a torná-la mais adequada à situação pretendida. A simplicidade do modelo permite também que seja facilmente adaptado ao contexto da optimização multicritério, mantendo as vantagens referidas. Refira-se ainda que existe uma vasta colecção de técnicas exactas e heurísticas, utilizadas separadamente ou em conjunto, para a resolução do problema.

O modelo de localização simples pode então ser formulado em programação linear inteira da seguinte forma:

$$\min \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} c_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in J} f_j y_j \quad (1)$$

$$\text{s.a: } \sum_{j \in J} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \quad (2)$$

$$y_j \geq x_{ij} \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (3)$$

$$y_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in J \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (5)$$

onde  $I$  é o conjunto de entidades a servir;  $J$  é o conjunto de possíveis locais para a instalação dos equipamentos;  $f_j$  é o valor relativo à instalação do equipamento no local  $j$ ;  $c_{ij}$  é o valor relativo à afectação do equipamento instalado em  $j$  à entidade  $i$ . As variáveis são definidas como:

$y_j = 1$ , se é instalado o equipamento em  $j$ , e 0 em caso contrário;

$x_{ij} = 1$ , se a entidade  $i$  é afectada ao equipamento em  $j$ , e 0 em caso contrário.

Neste modelo, a função objectivo (1) minimiza os custos de afectação e de instalação. As restrições (2) garantem que todos os clientes são afectados a exactamente um equipamento ou serviço, enquanto as restrições (3) garantem que os clientes só serão afectados a equipamentos instalados.

Apesar de não ser muito usual, é possível encontrar-se na literatura outra formulação com uma função objectivo diferente da apresentada (veja-se por exemplo Cornuejols et al. [32]). Seja  $d_{ij}$  o lucro total de servir o cliente  $i$  a partir do serviço em  $j$ . Por exemplo,  $d_{ij}$  poderá ser dado pela função  $d_i(p_i - q_j - t_{ij})$  onde  $d_i$  é a procura do cliente  $i$ ,  $p_i$  é o preço unitário do serviço fornecido ao cliente  $i$ ,  $q_j$  é o custo unitário de produção do serviço em  $j$  e  $t_{ij}$  é o custo unitário de transporte do serviço em  $j$  para o cliente  $i$ . Assim, uma função objectivo alternativa será a seguinte, que corresponde a uma maximização de lucros:

$$\max \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} d_{ij} x_{ij} - \sum_{j \in J} f_j y_j$$

Não existindo restrições de capacidade para os equipamentos, cada cliente é afectado ao equipamento instalado com menor custo de afectação. Esta situação é facilmente comprovada se fixarmos os valores das variáveis  $y_j$  no PLS e verificarmos que a restante solução em termos das variáveis  $x_{ij}$  é trivial: um cliente será sempre afectado ao equipamento instalado a que corresponde o menor valor  $c_{ij}$ . Caso os custos de afectação correspondam a distâncias, como é usual, cada cliente fica afectado ao serviço instalado mais próximo. Assim, pode omitir-se a



integralidade das variáveis  $x_{ij}, \forall i \in I, \forall j \in J$ , substituindo na formulação, as restrições (5) pelas seguintes:

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (5')$$

obtendo-se uma formulação equivalente de programação linear inteira mista.

Uma formulação de programação linear inteira equivalente à (1) - (5) é obtida substituindo as restrições (3) pelo seguinte conjunto de restrições mais compacto:

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \leq m y_j \quad \forall j \in J \quad (3')$$

onde  $m$  é o número de clientes. Note-se que com este conjunto de restrições continuamos a assegurar que os clientes só serão afectados a equipamentos instalados, pois quando  $y_j = 0$ , ambos os conjuntos de restrições (3) e (3') implicam que  $x_{ij} = 0$  para todo o  $i \in I$ , e quando  $y_j = 1$ , novamente os mesmos conjuntos de restrições são satisfeitos para todos os  $x_{ij}$  que satisfaçam as restrições (2).

Note-se também que a equivalência entre estas duas formulações não é válida para a relaxação linear das respectivas formulações. A região admissível considerando as restrições (2), (3) e

$$x_{ij} \geq 0, \quad 0 \leq y_j \leq 1 \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (6)$$

está estritamente contida na região definida por (2), (3') e (6), sendo mais difícil obter uma solução óptima inteira a partir da relaxação linear do problema com as restrições (3'). É usual chamar-se à formulação (1) - (5) a formulação forte ou com restrições fortes (ou não agregadas) e quando se considerem as restrições (3'), a formulação fraca ou com restrições fracas (ou agregadas).

Se no PLS considerássemos a particularidade de terem de ser instalados exactamente  $p$  equipamentos, então tal seria possível com a inclusão da seguinte restrição na formulação:

$$\sum_{j \in J} y_j = p \quad (6)$$

Neste caso, estaríamos perante o problema designado por Problema de  $p$ -localização.

No Problema de  $p$ -localização pode ocorrer a instalação de um equipamento sem que existam afectações de clientes ou comunidades a esses equipamentos. Dizemos que um

equipamento instalado em  $j$  ( $y_j = 1$ ) é activo se  $\sum_{i \in I} x_{ij} > 0$ , ou é passivo se  $\sum_{i \in I} x_{ij} = 0$ . Portanto, no problema anterior poderão existir equipamentos instalados passivos.

Existe um outro tipo de problema, designado por Problema de  $p$ -localização activa, em que se exige que todos os equipamentos instalados sejam activos. Esta garantia é dada pelas restrições:

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \geq y_j \quad \forall j \in J \quad (7)$$

O facto de estar pré-definida, em muitas situações, a quantidade de equipamentos a instalar, torna o problema de  $p$ -localização realista.

No conhecido Problema de Localização com Capacidades (PLC), cada entidade cliente ou comunidade tem uma procura associada e em cada potencial local para a instalação de equipamentos, pode ser instalado um equipamento com uma determinada capacidade máxima. De forma a assegurar que as capacidades máximas dos equipamentos não são excedidas, as seguintes restrições substituem as restrições (3) na formulação do PLS:

$$\sum_{i \in I} q_i x_{ij} \leq Q_j y_j \quad \forall j \in J \quad (8)$$

onde  $q_i$  é a procura do cliente  $i$  e  $Q_j$  é a capacidade máxima do equipamento em  $j$ .

Note-se que com esta formulação, a procura de cada cliente é satisfeita na sua totalidade por um único equipamento e não está garantida a existência de uma solução admissível. Para admitir que cada cliente possa ser parcialmente servido por mais do que um equipamento basta considerar as restrições (5') em vez das (5). Assim, definindo as variáveis  $x_{ij}$  como a quantidade fornecida ao cliente  $i$  pelo equipamento em  $j$ , uma formulação possível para o PLC, conhecida por formulação fraca, é dada por:

$$\min \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} c_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in J} f_j y_j \quad (1)$$

$$\text{s.a: } \sum_{j \in J} x_{ij} = q_i \quad \forall i \in I \quad (9)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \leq Q_j y_j \quad \forall j \in J \quad (10)$$

$$y_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in J \quad (4)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (5')$$

As restrições (9) garantem que cada cliente é servido na totalidade, tendo em conta a sua procura. As restrições (10) asseguram que a capacidade de cada equipamento não é excedida.

Nesta situação, a condição

$$\sum_{j \in J} Q_j \geq \sum_{i \in I} q_i$$

é necessária e suficiente para garantir a existência de uma solução admissível para o problema.

Um outro tipo de problema de localização, proposto por Correia e Captivo [31] e denominado Problema de Localização com Capacidades por Níveis (PLCN), consiste na possibilidade de admitir a instalação de equipamentos de diferentes tipos com determinadas capacidades. Seja  $T_j$  o conjunto dos tipos de equipamento possíveis de instalar no potencial local  $j$  ( $j \in J$ ) e sejam as variáveis binárias  $y_{jt}$  definidas como:

$$y_{jt} = 1 \text{ se é instalado em } j \text{ um equipamento de tipo } t \text{ e } 0 \text{ em caso contrário } (j \in J; t \in T_j).$$

Admitindo que cada cliente tem de ser servido na totalidade por um único equipamento, uma formulação para este problema é dada por:

$$\min \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} c_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_j} f_{jt} y_{jt} \quad (11)$$

$$\text{s.a: } \sum_{j \in J} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \quad (2)$$

$$\sum_{t \in T_j} y_{jt} \leq 1 \quad \forall j \in J \quad (12)$$

$$\sum_{t \in T_j} b_{jt} y_{jt} \leq \sum_{i \in I} q_i x_{ij} \leq \sum_{t \in T_j} B_{jt} y_{jt} \quad \forall j \in J \quad (13)$$

$$y_{jt} \in \{0,1\} \quad \forall j \in J, \forall t \in T_j \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (5)$$

onde  $f_{jt}$  é o valor relativo à instalação do equipamento de tipo  $t$  no local  $j$ ,  $b_{jt}$  é a quantidade mínima que pode ser produzida pelo equipamento de tipo  $t$  instalado no potencial local  $j$  e  $B_{jt}$  é a capacidade máxima do equipamento de tipo  $t$  instalado no potencial local em  $j$ . As

restrições (12) asseguram que em cada potencial local é instalado no máximo um tipo de equipamento. As (13) garantem que caso seja instalado um equipamento no local  $j$ , independentemente do seu tipo, então a quantidade mínima a ser produzida por esse equipamento e a sua capacidade máxima são respeitadas. Mais uma vez, substituindo as restrições (5) pelas (5'), adaptaríamos o modelo para que os clientes pudessem ser parcialmente servidos por mais do que um equipamento.

Dependendo da criatividade e imaginação dos investigadores, bem como dos problemas que surgem na realidade, muitas têm sido as formulações alternativas propostas na literatura, geralmente baseadas no PLS.

### 2.3. Processos de Resolução e Complexidade Computacional

O PLS é um dos problemas de programação inteira mista mais simples, que exhibe todas as dificuldades típicas da otimização combinatória mista e, ao mesmo tempo, tem uma estrutura que convida à aplicação de várias técnicas especializadas (Guignard e Spielberg [80]).

**Teorema 1.** *O PLS é NP-difícil (Cornuejols et al. [32]).*

Os autores demonstram o teorema encontrando uma transformação polinomial que reduz o problema de cobertura de nodos, sendo este um problema NP-completo, ao PLS. Num problema de cobertura de nodos, dado um grafo  $G$  e um inteiro  $k$ , pretende-se saber se existe um subconjunto de  $k$  nodos de  $G$  que cubra todos os arcos do grafo (diz-se que um nodo  $v$  cobre o arco  $e$  se  $v$  é um extremo de  $e$ ). Uma transformação que reduza um problema NP-difícil conhecido a um outro problema mostra que este também é NP-difícil. Assim, é imediato o corolário a partir do teorema anterior.

**Corolário 1.** *O problema de  $p$ -localização é NP-difícil.*

Em 1991, Cornuejols et al. [33] apresentam também o seguinte resultado:

**Teorema 2.**

*a. O PLC é NP-difícil quando as capacidades são consideradas do conjunto  $\{1, \dots, p\}$ , para qualquer  $p \geq 3$  fixo, mesmo que todas as procuras sejam unitárias.*

b. O PLC pode ser resolvido em tempo polinomial quando as capacidades e as procuras são consideradas do conjunto  $\{1,2\}$ .

Tendo em conta que o PLCN se pode reduzir ao PLC, conclui-se que o PLCN é também NP-difícil.

Tal como aconteceu com a maioria dos problemas combinatórios NP-difíceis, é natural que as primeiras metodologias para resolver problemas de localização simples tenham sido heurísticas. As heurísticas do tipo *greedy* e os métodos de melhoramento foram base para numerosas heurísticas desenvolvidas tendo em conta a estrutura dos problemas de localização. Para além destas, também foram utilizadas meta-heurísticas na tentativa de obter soluções de forma mais eficiente e eficaz.

Balinsky e Wolfe [12] apresentaram em 1963 o primeiro método de optimização para resolver o PLS, baseado na decomposição de Benders [15]. No entanto, os resultados computacionais não se revelaram satisfatórios. Outros autores desenvolveram técnicas para acelerar a convergência da decomposição de Benders.

Pode atribuir-se a Efromson e Ray [45] o primeiro algoritmo eficiente para o cálculo da solução óptima do PLS. O algoritmo combina o processo de pesquisa em árvore com a formulação fraca do PLS, com o intuito de obter limites inferiores para o valor da função objectivo. Contudo, os limites obtidos pela relaxação linear do PLS com as restrições fracas não são, por norma, suficientemente fortes para reduzir a enumeração na árvore de pesquisa.

Por outro lado, seria de esperar que a aplicação de algoritmos de pesquisa em árvore com a relaxação linear da formulação forte do PLS tivesse um bom desempenho, uma vez que à partida, não são necessárias muitas ramificações na árvore de pesquisa. No entanto, o elevado número de restrições da formulação forte do PLS levanta sérias dificuldades à sua resolução eficiente em problemas de maior dimensão.

Muitos investigadores estiveram envolvidos no desenvolvimento de técnicas especializadas para resolver o PLS com as restrições fortes.

As heurísticas primais duais têm, desde há muito, sido utilizadas na resolução de problemas de localização apresentando resultados satisfatórios. Os algoritmos que resolvem o dual da relaxação linear do PLS (com restrições fortes) têm a vantagem de calcular limites

inferiores através de qualquer solução dual admissível. O algoritmo Dualoc, desenvolvido por Erlenkotter [50] em 1978, continua, ainda hoje, a ser considerado o mais eficiente na resolução exacta do PLS.

Vejamos de seguida uma descrição geral do Dualoc:

- 1) Primeiro, um procedimento dual ascendente (*dual ascent procedure*) gera uma solução admissível para o dual condensado da relaxação linear do PLS. O autor chama a atenção para o facto de não ser de extrema importância encontrar a solução óptima exacta para o problema dual, visto existir a possibilidade de desvio de dualidade. O valor da função objectivo para esta solução dual fornece um limite inferior para o PLS;
- 2) De seguida, uma heurística primal motivando-se nas relações de complementaridade da teoria da dualidade, constrói uma solução primal inteira admissível, cujo valor da função objectivo serve como limite superior para o valor da função objectivo do problema original. Se todas as condições de complementaridade forem satisfeitas, então estamos perante a solução óptima do PLS;
- 3) Se no passo anterior nem todas as condições de complementaridade se verificarem, é aplicado um procedimento de ajustamento dual (*dual adjustment procedure*) para contrair o desvio entre os limites inferior e superior. Quando necessário, é ainda utilizado um procedimento de pesquisa em árvore, de modo a procurar a solução óptima para o problema.

O facto de Erlenkotter ter desenvolvido um método extremamente eficiente para construir soluções duais e primais inteiras de forma a tentar forçar a complementaridade entre elas, faz com que o Dualoc seja o algoritmo mais eficiente conhecido até hoje. Vários autores basearam-se neste algoritmo para desenvolverem novas heurísticas primais duais eficientes para outros problemas de localização.

## 3. Multicritério

### 3.1. Introdução

No início da década de 70, os investigadores começaram progressivamente a aperceber-se que para melhorar o contributo da Investigação Operacional em muitos problemas reais, teriam que ser considerados modelos com vários critérios. Esta evolução deve-se ao facto de a realidade ser multidimensional e conseqüentemente muitos problemas concretos da sociedade serem naturalmente marcados por múltiplos critérios, geralmente conflituosos entre si. Bouyssou [18] considera que este argumento de multidimensionalidade da realidade, apesar de válido, não justifica por si só a utilização de abordagens com vários critérios. Os modelos de Investigação Operacional com apenas um critério têm demonstrado muitas vezes a sua eficácia e utilidade em problemas reais. Assim, para além da necessidade imposta pela realidade, o autor considera que a adopção de uma abordagem com vários critérios no apoio à decisão consiste também num acto de fé, no sentido em que acredita que a construção explícita dos vários critérios poderá ter um papel importante no processo de decisão. Esta convicção é justificada por Bouyssou [19], pela ajuda que o processo de construção dos critérios permite na modelação da imprecisão associada aos dados, da incerteza e de certos elementos de determinação não exacta. O autor mostra que o uso de múltiplos critérios, de um modo geral, permite fixar a parte suficientemente estável da estrutura de preferências dos actores envolvidos no processo de decisão, discutir de uma maneira eficiente a imprecisão aceitável (ou limites de dominância) para cada critério de forma a ser aceite por todos os decisores e, através do uso de tabelas de *payoff* ou de desempenho, criar uma linguagem clara e comum aos diversos actores. O autor realça ainda que a explicitação dos vários critérios permite evidenciar

o carácter conflituoso dos vários pontos de vista dos actores, encarando-se cada decisão como um compromisso entre esses pontos de vista. Para além destes argumentos apontados a favor do uso de vários critérios no apoio à decisão, existem ainda outros autores que destacam outras vantagens desta abordagem. No entanto, Clímaco et al. [26] afirmam que talvez a IO, como foi entendida no passado, tenha os dias contados. Mas, sem dúvida que "a ciência e a arte do apoio à decisão", fazendo apelo ao uso conjugado de técnicas modernas de sistemas de informação, de sofisticadas interfaces ser humano-computador, de métodos quantitativos de estatística e de apoio à decisão, de novas técnicas de modelação, de técnicas de inteligência artificial, e de certas disciplinas normalmente incluídas nas chamadas "Ciências Humanas", está ainda a dar os primeiros passos. De facto, podemos afirmar que apesar da evolução individualizada das diversas vertentes referidas pelos autores, ainda faz falta um grande trabalho, em particular de unificação, de forma a construir ferramentas realmente úteis para os decisores.

Sob a designação comum de critérios múltiplos, encontram-se na literatura duas classes distintas. Segundo Steuer [136], os métodos e os procedimentos através dos quais os critérios múltiplos possam ser formalmente incorporados num processo analítico inserem-se num campo geral de conhecimento, originalmente denominado "*Multiple Criteria Decision Making*" (MCDM). Este campo subdivide-se em duas classes distintas. Uma é a análise multiatributo (*Multiattribute Decision Analysis*) e a outra, é a optimização (ou programação matemática) multicritério ou multiobjectivo (*Multiple Objective Mathematical Programming*). A análise multiatributo é, na maior parte das vezes, aplicada a problemas com um pequeno número de alternativas explicitamente conhecidas. Um exemplo típico é o problema de decisão que consiste na escolha e compra de uma habitação própria, de entre as alternativas disponíveis no mercado imobiliário, em que a localização, o preço, o número de assoalhadas, etc., são os critérios (atributos) a considerar. Por outro lado, a programação matemática multiobjectivo é aplicada a problemas em que as alternativas admissíveis são implicitamente definidas por um conjunto de restrições e, geralmente, sendo em número demasiado elevado para que todas possam ser analisadas individualmente.

Vincke [145] faz uma distinção dos dois tipos de problemas de uma forma mais rigorosa, mas também mais restrita, e define:



- 1) Um problema multiatributo é aquele em que após ter sido definido um conjunto  $A$  de acções e uma família  $F$  de critérios, pretende determinar-se um subconjunto de acções consideradas as melhores no que diz respeito a  $F$  (*choice problem*), dividir o conjunto  $A$  em subconjuntos de acordo com algumas regras (*sorting problem*) e ordenar as acções do conjunto  $A$  da melhor até à pior (*ranking problem*);
- 2) Um problema de programação multiobjectivo é aquele que tem como finalidade encontrar um vector  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  que satisfaça um conjunto de restrições do tipo  $h_i(\mathbf{x}) \leq 0, i = 1, \dots, m$ , podendo eventualmente obedecer a algumas restrições de integralidade nas variáveis e que maximize um conjunto de funções  $g_j(\mathbf{x}), j = 1, \dots, p$ .

A categorização de Steuer e Vincke não é única e muito menos consensual. Uma vez que ao longo desta tese abordaremos os dois ramos refira-se, desde já, que utilizaremos de uma forma geral a categorização dada pelos autores. Usaremos também o termo ‘critério’ de forma indiferenciada para nos referirmos aos termos ‘objectivo’ e ‘atributo’ quando tal não gere problemas de ambiguidade.

Um problema de optimização multiobjectivo é, do ponto de vista meramente matemático, mal definido, pois a ideia de solução óptima, tal como a conhecemos nos problemas com um único objectivo, deixa de fazer sentido. Na optimização com vários objectivos raramente existe uma solução admissível que optimize todos os critérios em simultâneo. Se esta existir, então o problema é trivial uma vez que não existe conflito entre os critérios e a solução é óptima. Por outro lado, se existe conflito, então o conceito de solução eficiente ou não dominada (também denominada de solução óptima de Pareto) é essencial na teoria da optimização multicritério, substituindo a noção de solução óptima. Pareto [119], em 1906, apresentou o conceito de solução eficiente ou não dominada, que veio a revelar-se fundamental para o apoio à tomada de decisões com critérios múltiplos. Como iremos ver, este conceito de solução não dominada não implica qualquer valorização das soluções em termos absolutos. Uma solução não dominada pode ser considerada má, enquanto uma solução dominada pode ser considerada boa. O conceito de dominância é assim importante no contexto em que os actores envolvidos no processo de decisão pretendem escolher uma só solução de compromisso final, que deverá ser eficiente, tendo em conta os critérios considerados. Assim, para além de técnicas de cálculo de soluções eficientes, é ainda necessário fazer intervir as preferências dos vários actores ou do

decisor no processo de pesquisa de uma solução final para que seja possível a tomada de decisão.

Em geral, para apoiar na tomada de decisões em modelos de otimização multiobjectivo são usadas as seguintes abordagens: métodos geradores que consistem no cálculo do conjunto de todas as soluções eficientes, ou de um subconjunto que se pretende representativo (cabendo ao decisor a tarefa de articular *a posteriori* as suas preferências de forma a seleccionar uma das soluções calculadas); e métodos de articulação de preferências do decisor em que a articulação é realizada *a priori* ou de forma progressiva (métodos interactivos). Como iremos averiguar adiante, os métodos interactivos parecem ser a melhor escolha. Especialmente se forem orientados para a aprendizagem, melhorando o conhecimento sobre o problema de forma a procurar uma solução de compromisso eficiente, e não como métodos que procuram uma solução óptima de uma qualquer função utilidade implícita. Devem também ser concebidos para serem úteis em decisões em grupo e ambientes em que há negociação, indo de encontro às vantagens já referidas em Bouyssou ([18], [19]) em relação ao uso de múltiplos critérios. Em particular e como iremos ver, o processo de aprendizagem quando se está perante modelos bicritério é ainda mais facilitado, permitindo que os decisores considerem o modelo como o cerne do método interactivo. Desta forma, o método possibilita uma reflexão sobre as diversas soluções progressivamente obtidas e permite uma negociação entre os actores do processo de decisão onde se toleram hesitações e ambiguidades, indo de encontro à estrutura de preferências dos actores. Os métodos interactivos têm sido desenvolvidos para lidar com problemas multiobjectivo considerando, por um lado, diferentes formas de interagir com o decisor e de guiar o processo de decisão, e por outro lado, diferentes metodologias para obter soluções. Alves e Clímaco [7] apresentam uma revisão bibliográfica sobre métodos interactivos dedicados a problemas de programação linear inteira e mista, em que os métodos são classificados de acordo com o tipo de informação exigida ao decisor e os procedimentos usados para determinar as soluções.

Intrínseco a cada uma das abordagens mencionadas anteriormente, geralmente encontra-se um dos três métodos seguintes para a obtenção de soluções: a otimização da soma ponderada dos objectivos, a minimização de uma distância a um ponto de referência e a otimização de uma das funções objectivo restringindo as outras. Devido à sua simplicidade, o

método da optimização da soma ponderada dos objectivos é amplamente utilizado, quer nas abordagens geradoras de soluções, quer nas de articulação de preferências. Contudo, ao invés da programação linear multiobjectivo com variáveis contínuas, o conjunto de soluções não dominadas de um problema de programação linear multiobjectivo inteira ou mista não pode ser completamente obtido através da utilização directa da soma ponderada dos objectivos. Num problema com variáveis inteiras podem existir soluções não dominadas não suportadas e a optimização da soma ponderada dos objectivos, na sua forma mais simples, não garante a obtenção destas soluções. Para superar esta insuficiência do método, adicionam-se ao modelo restrições que imponham limites nos valores das funções objectivo, permitindo assim que se obtenham também as soluções não suportadas. A caracterização completa do conjunto de soluções não dominadas, para problemas de programação linear inteira e inteira mista multiobjectivo, pode também ser feita através do método da minimização de uma distância, usando uma métrica de Chebyshev, a um ponto de referência. Também com base no ponto de referência, existem outras abordagens mais gerais, com origem nos resultados expostos em Wierzbicki [150], que permitem igualmente obter o conjunto completo das soluções não dominadas.

A utilização de um destes métodos, que permita o cálculo de qualquer solução não dominada, numa fase de cálculo de um método interactivo possibilita, como se pretende, uma aprendizagem progressiva e selectiva do conjunto de soluções não dominadas do problema, clarificando aos envolvidos no processo de decisão o significado da agregação dos critérios e suas consequências. Tendo em conta os métodos interactivos existentes na literatura, facilmente se percebe que para uma utilização de um método deste género é crucial que seja feita a implementação computacional dos seus procedimentos.

Embora nalgumas situações, um procedimento interactivo direccionado para problemas multiobjectivo torne possível optar por uma solução final, em muitas outras, simplesmente possibilita a eliminação de uma grande parte do conjunto de soluções admissíveis, reduzindo a escolha final a um pequeno conjunto de alternativas não dominadas. Neste caso, se necessário, estas alternativas explicitamente conhecidas e em pequeno número devem ser perscrutadas usando outro tipo de ferramenta de análise multiatributo *a posteriori* para problemas discretos. Obviamente, nesta fase pretende-se analisar mais detalhadamente o conjunto de alternativas

de compromisso perante outros critérios. Na literatura dedicada à análise multiatributo podemos encontrar diversos exemplos de técnicas de agregação (ver Goodwin e Wright [76]). O modelo aditivo é, sem dúvida, o mais amplamente utilizado para agregar preferências em problemas multiatributo.

### 3.2. Conceitos Fundamentais

Um problema de programação linear multiobjectivo (PLM) consiste na optimização de  $p$  funções objectivo lineares sujeitas a um conjunto de restrições lineares. Sem perda de generalidade, e de modo a facilitar a notação, consideramos todas as funções objectivo a maximizar.

$$\max z_1 = f_1(\mathbf{x}) = \mathbf{c}_1 \mathbf{x}$$

$$\max z_2 = f_2(\mathbf{x}) = \mathbf{c}_2 \mathbf{x}$$

⋮

$$\max z_p = f_p(\mathbf{x}) = \mathbf{c}_p \mathbf{x}$$

$$\text{s.a: } \mathbf{x} \in X = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n: A\mathbf{x} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq 0, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^m\}$$

ou

$$\text{"max" } \mathbf{z} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) = C\mathbf{x}$$

$$\text{s.a: } \mathbf{x} \in X$$

onde:

$p$ : número de funções objectivo;

$n$ : número de variáveis;

$m$ : número de restrições;

$\mathbf{x}$ : vector das variáveis de decisão;

$C$ : matriz dos objectivos, dimensão  $p \times n$ , cujas linhas são os vectores  $\mathbf{c}_k$  (coeficientes de cada função objectivo  $f_k$ );

$A$ : matriz dos coeficientes tecnológicos, dimensão  $m \times n$ ;

$\mathbf{b}$ : vector dos termos independentes;

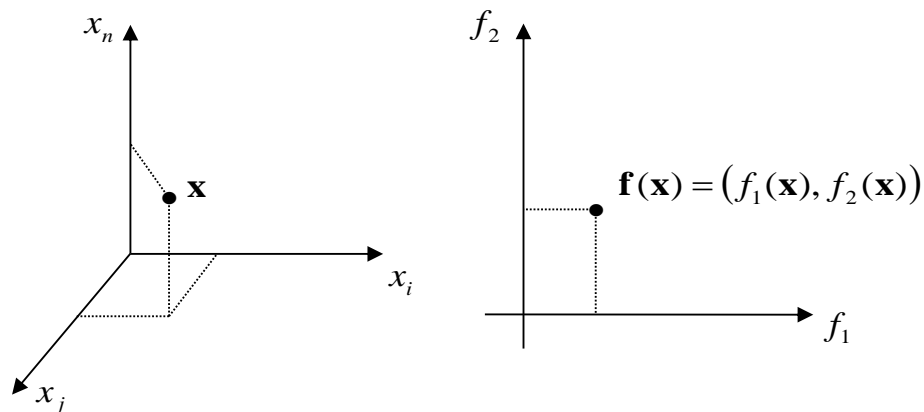
$X$ : região admissível no espaço das variáveis de decisão;

"max": maximização de todas as funções objectivo em simultâneo.

Nos problemas multiobjectivo, geralmente consideram-se dois espaços distintos: o espaço dos objectivos e o espaço das variáveis de decisão. No espaço dos objectivos, cada vector  $\mathbf{x} \in X$ , tem como imagem um vector critério  $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (z_1, z_2, \dots, z_p) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_p(\mathbf{x}))$  cujas componentes escalares são os valores de cada função objectivo para esse ponto da região admissível. Assim, o conjunto das imagens dos vectores de  $X$  representa a região admissível no espaço dos objectivos e representa-se por

$$F = \mathbf{f}(X) = \{\mathbf{z} \in \mathbb{R}^p : \mathbf{z} = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in X\}.$$

Dada a importância dos problemas bicritério na tese, vejamos um espaço de decisão possível e o espaço dos objectivos para este caso.



**Figura 3.1** Espaço de decisão e espaço dos objectivos.

Tal como já referido na introdução do presente capítulo, Pareto, em 1906, apresentou o conceito de solução eficiente ou não dominada, sendo este fundamental para a programação matemática com objectivos múltiplos. Na comparação de duas soluções considerando

objectivos múltiplos, apenas a relação de dominância é objectiva e passível de ser usada matematicamente. Dizemos que uma solução domina outra, se a primeira não for pior que a segunda em nenhum critério e se for estritamente melhor em pelo menos um dos critérios. Esta última condição visa salvaguardar que duas soluções se dominem mutuamente por terem valores/desempenhos iguais em todos os critérios. Assim,

**Definição 1.** *Sejam  $\mathbf{z}^1$  e  $\mathbf{z}^2$  dois vectores critério de  $\mathbb{R}^p$ . Diz-se que  $\mathbf{z}^1$  domina  $\mathbf{z}^2$  se e só se  $\mathbf{z}^1 \geq \mathbf{z}^2$  e  $\mathbf{z}^1 \neq \mathbf{z}^2$ . Isto é,  $z_i^1 \geq z_i^2$  para todo o  $i = 1, \dots, p$  e  $z_i^1 > z_i^2$  para pelos menos um  $i$ .*

Podemos agora falar de soluções não dominadas, que são aquelas para as quais se verifica não existir nenhuma outra solução que as domine.

**Definição 2.** *Seja  $\mathbf{z}^1 \in F$ . Diz-se que  $\mathbf{z}^1$  é uma solução não dominada se e só se não existe outra solução  $\mathbf{z}^2 \in F$  tal que  $\mathbf{z}^2 \geq \mathbf{z}^1$  e  $\mathbf{z}^1 \neq \mathbf{z}^2$ . Caso contrário,  $\mathbf{z}^1$  é uma solução dominada. Ao conjunto das soluções não dominadas chama-se conjunto não dominado e representa-se por  $F_{ND}$ .*

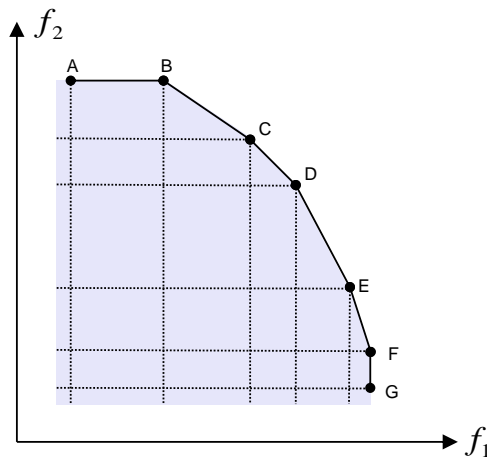
Em geral, enquanto o conceito de não dominância se refere ao espaço dos objectivos, o conceito de eficiência refere-se ao espaço das variáveis de decisão. Uma dada solução admissível é eficiente se não existir uma outra solução admissível que melhore um dos critérios sem piorar, pelo menos, um dos outros.

**Definição 3.** *Seja  $\mathbf{x} \in X$  uma solução admissível. Diz-se que  $\mathbf{x}$  é uma solução eficiente se e só se não existe outra solução  $\mathbf{x}' \in X$  tal que  $\mathbf{f}(\mathbf{x}') \geq \mathbf{f}(\mathbf{x})$  e  $\mathbf{f}(\mathbf{x}') \neq \mathbf{f}(\mathbf{x})$ . Isto é,  $f_i(\mathbf{x}') \geq f_i(\mathbf{x})$  para todo o  $i = 1, \dots, p$  e  $f_i(\mathbf{x}') > f_i(\mathbf{x})$  para pelos menos um  $i$ . Ao conjunto das soluções eficientes chama-se conjunto eficiente e representa-se por  $X_E$ .*

Uma solução é não dominada se e só se for imagem de uma solução eficiente. Assim, o vector critério  $\mathbf{z} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$  é uma solução não dominada quando  $\mathbf{x} \in X_E$ , ou seja o conjunto não dominado pode ser definido por  $F_{ND} = \mathbf{f}(X_E) = \{\mathbf{z} \in F: \mathbf{z} = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in X_E\}$ .

Em termos de problemas com duas funções objectivo, uma solução admissível diz-se eficiente se e só se não existir uma outra que melhore o valor de uma das duas funções objectivo, sem piorar o valor da outra. Facilmente se interpretaria a definição de solução não dominada no caso de um problema bicritério. Graficamente, considerando um exemplo de um

problema bicritério em que ambas as funções objectivo são de maximização, temos o seguinte espaço dos objectivos:



**Figura 3.2** Ilustração de soluções não dominadas, no espaço dos objectivos, para o caso bicritério.

Na figura anterior, as soluções sobre os segmentos BC, CD, DE e EF são não dominadas. Qualquer solução que exista na área sombreada/colorida será uma solução dominada. E os segmentos AB e FG? Para responder a esta questão, defina-se solução fracamente não dominada e solução fracamente eficiente.

**Definição 4.** *Sejam  $\mathbf{z}^1$  e  $\mathbf{z}^2$  dois vectores critério de  $\mathbb{R}^p$ . Diz-se que  $\mathbf{z}^1$  domina fortemente  $\mathbf{z}^2$  se e só se  $\mathbf{z}^1 > \mathbf{z}^2$ . Isto é,  $z_i^1 > z_i^2$  para todo o  $i = 1, \dots, p$ .*

Soluções fracamente não dominadas são aquelas para as quais se verifica não existir nenhuma outra solução que a domine fortemente.

**Definição 5.** *Seja  $\mathbf{z}^1 \in F$ . Diz-se que  $\mathbf{z}^1$  é uma solução fracamente não dominada se e só se não existe outra solução  $\mathbf{z}^2 \in F$  tal que  $\mathbf{z}^2 > \mathbf{z}^1$ . Ao conjunto das soluções fracamente não dominadas chama-se conjunto fracamente não dominado e representa-se por  $F_{FND}$ .*

Uma solução é fracamente eficiente se e só se for imagem inversa de uma solução fracamente não dominada.

**Definição 6.** *Seja  $x \in X$  uma solução admissível. Diz-se que  $x$  é uma solução fracamente eficiente se e só se não existe outra solução  $x' \in X$  tal que  $\mathbf{f}(x') > \mathbf{f}(x)$ . Isto é,  $f_i(x') > f_i(x)$  para todo o  $i = 1, \dots, p$ . Ao conjunto das soluções fracamente eficientes chama-se conjunto fracamente eficiente e representa-se por  $X_{FE}$ .*

O conjunto fracamente não dominado pode ser definido por

$$F_{FND} = \mathbf{f}(X_{FE}) = \{ \mathbf{z} \in F : \mathbf{z} = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in X_{FE} \}.$$

Podemos concluir assim que as soluções sobre os segmentos AB e FG, excepto os pontos B e F, correspondem a soluções fracamente não dominadas.

Um outro conceito que irá ser utilizado numa parte posterior desta tese consiste na noção de quasi-dominância. Com este conceito alarga-se a região de dominância a outras soluções que apresentam uma relação de compromisso entre os critérios desequilibrada. A melhoria num dos critérios, com valor máximo  $\varepsilon$  positivo, é descompensada com valor não inferior a  $\varepsilon$  em pelo menos um dos outros critérios.

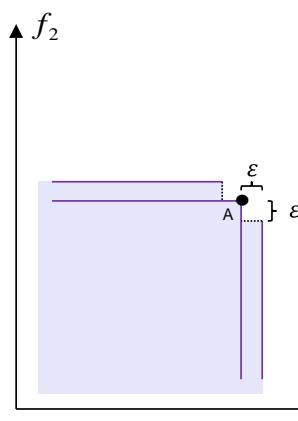
**Definição 7.** Sejam  $\mathbf{z}^1$  e  $\mathbf{z}^2$  dois vectores critério de  $\mathbb{R}^p$ . Diz-se que  $\mathbf{z}^1$  quasi-domina  $\mathbf{z}^2$  com tolerância  $\varepsilon > 0$  se e só se

$$z_i^1 > z_i^2 \text{ para todo o } i = 1, \dots, p$$

ou

$$z_i^1 + \varepsilon \geq z_i^2 \text{ para todo o } i = 1, \dots, p \text{ e } z_i^1 - \varepsilon > z_i^2 \text{ para pelos menos um } i.$$

A interpretação geométrica deste conceito pode ser vista no exemplo da Figura 3.3. Sendo A uma solução não dominada, então qualquer solução que exista na área sombreada (incluindo linhas, excepto a tracejada) será uma solução quasi-dominada por A com tolerância  $\varepsilon > 0$ .



**Figura 3.3** Ilustração do conceito de quasi-dominância para o caso bicritério.

A solução que optimizaria simultaneamente todas as funções objectivo, ou seja, cujas componentes são o óptimo de cada função objectivo na região admissível quando optimizadas separadamente, designa-se por solução ideal (ou ponto utopia). Apesar de poder calcular-se



sempre o ponto ideal no espaço dos objectivos, nem sempre existe uma solução que origine tal ponto. Caso seja possível, então o problema é trivial.

**Definição 8.** Chama-se *solução ideal* (ou *ponto utopia*) e representa-se por

$$\mathbf{z}^* = (z_1^*, z_2^*, \dots, z_p^*),$$

ao vector cujas componentes são obtidas pela optimização individual de cada função objectivo na região admissível, ou seja

$$z_k^* = \max_{\mathbf{x} \in X} f_k(\mathbf{x}), \quad k = 1, 2, \dots, p.$$

**Definição 9.** Chama-se *tabela de óptimos individuais* (payoff) à tabela de duas entradas em que ao elemento na linha  $j$  ( $j = 1, \dots, p$ ) e na coluna  $i$  ( $i = 1, \dots, p$ ), representado por  $f_i(\mathbf{x}^j)$  corresponde o valor da  $i$ -ésima função objectivo para a solução que optimiza a  $j$ -ésima função objectivo.

	$f_1$	$f_2$	$\dots$	$f_k$	$\dots$	$f_p$
$\mathbf{x}^1$	$z_1^* = f_1(\mathbf{x}^1)$	$f_2(\mathbf{x}^1)$	$\dots$	$f_k(\mathbf{x}^1)$	$\dots$	$f_p(\mathbf{x}^1)$
$\mathbf{x}^2$	$f_1(\mathbf{x}^2)$	$z_2^* = f_2(\mathbf{x}^2)$	$\dots$	$f_k(\mathbf{x}^2)$	$\dots$	$f_p(\mathbf{x}^2)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\mathbf{x}^k$	$f_1(\mathbf{x}^k)$	$f_2(\mathbf{x}^k)$	$\dots$	$z_k^* = f_k(\mathbf{x}^k)$	$\dots$	$f_p(\mathbf{x}^k)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$\mathbf{x}^p$	$f_1(\mathbf{x}^p)$	$f_2(\mathbf{x}^p)$	$\dots$	$f_k(\mathbf{x}^p)$	$\dots$	$z_p^* = f_p(\mathbf{x}^p)$

Tendo em conta a definição, facilmente se verifica que a diagonal principal corresponde às componentes da solução ideal. Note-se que no caso em que o número de funções objectivo é superior a dois ( $p > 2$ ), a tabela de óptimos individuais poderá não ser única dada a possibilidade de existência de óptimos alternativos eficientes para alguma função objectivo. No entanto, a solução ideal continua a ser única.

**Definição 10.** Chama-se *solução anti-ideal* ou *ponto nadir* e representa-se por

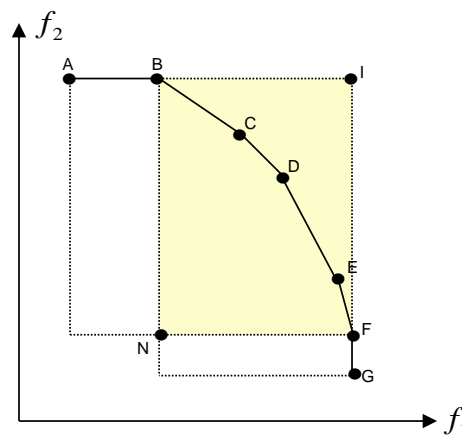
$$\mathbf{m}^* = (m_1^*, m_2^*, \dots, m_p^*),$$

ao vector cujas componentes são os menores valores que cada função objectivo assume na região eficiente, ou seja

$$m_k^* = \min_{\mathbf{x} \in X_E} f_k(\mathbf{x}), \quad k = 1, 2, \dots, p.$$

A solução anti-ideal pode ser aproximada a partir da tabela de óptimos individuais, seleccionando em cada coluna, o pior valor que a correspondente função objectivo assume nessa coluna. Este valor tirado da tabela pretende representar o menor valor atingido pela  $k$ -ésima função objectivo na região eficiente ( $m_k^*$ ) apesar de muitas vezes não corresponder a tal valor. No entanto, devido à facilidade da sua determinação, é um mínimo conveniente que geralmente serve para os fins a que se destina. O facto de a tabela de óptimos individuais poder não ser única, implica que a solução anti-ideal assim obtida, possa também não o ser. No caso de dois objectivos, a solução anti-ideal obtida através da tabela, coincide sempre com os mínimos de cada objectivo na região eficiente.

Na figura seguinte representa-se o espaço dos objectivos de um problema com dois objectivos de maximização, assinalando as soluções ideal (I) e anti-ideal (N).



**Figura 3.4** Ilustração de soluções ideal (I) e anti-ideal (N), no espaço dos objectivos, para o caso bicritério.

### 3.3. Processos de Cálculo de Soluções Eficientes

Tal como já referido, o conceito de solução não dominada não implica qualquer valorização das soluções em termos absolutos, não sendo possível a escolha automática de uma delas com base unicamente na resolução dos modelos. Inevitavelmente, para a obtenção de uma solução final, é necessário fazer intervir as preferências do decisor no processo de pesquisa. Existem diversas formas de conjugar no processo de pesquisa, a informação proveniente da estrutura de preferências do decisor com procedimentos técnicos de cálculo.

Na próxima subsecção, abordaremos três procedimentos usuais para o cálculo de soluções eficientes. Qualquer que seja o método terá sempre de passar pela resolução de um problema de optimização com uma só função objectivo. Esta função substituta, designada geralmente por função escalarizante, pode ser encarada como um mero artifício para gerar soluções não dominadas (sem qualquer preocupação em reflectir uma expressão das preferências do decisor) ou como uma representação analítica das preferências. Existem diversos tipos de funções escalarizantes, às quais se exigem normalmente propriedades objectivas, tais como (Clímaco et al. [26]):

- Gerar apenas soluções eficientes independentemente das alterações que se verifiquem na região admissível não eficiente;
- Gerar todas as soluções eficientes alterando certos parâmetros das funções escalarizantes e/ou das restrições do problema.

Bem como propriedades subjectivas, tais como:

- O esforço computacional envolvido não deve ser muito grande;
- Os parâmetros de preferência devem ter uma interpretação simples e não exigir do decisor um grande esforço cognitivo, nem qualquer conhecimento da estrutura matemática do problema.

### 3.3.1. Optimização da soma ponderada das $p$ funções objectivo

Um dos métodos mais usados para o cálculo de soluções eficientes é a optimização da soma ponderada das  $p$  funções objectivo que definem o problema de programação linear multiobjectivo. Cada função objectivo  $k$  ( $k = 1, \dots, p$ ) é multiplicada por um escalar  $\lambda_k$  positivo e, de seguida, as  $p$  funções objectivo ponderadas são somadas, compondo um novo problema de programação linear com um único critério:

$$\max \sum_{k=1}^p \lambda_k f_k(\mathbf{x}) \quad (\text{PLM-1})$$

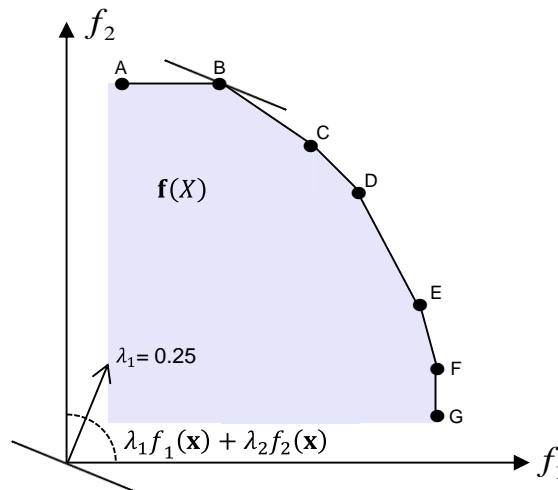
$$\text{s.a: } \mathbf{x} \in X$$

$$\lambda \in \Lambda = \left\{ \lambda \in \mathbb{R}^p: \sum_{k=1}^p \lambda_k = 1, \lambda_k > 0, k = 1, \dots, p \right\}$$

O interesse na abordagem resulta do seguinte teorema:

**Teorema 3.** A solução  $x^* \in X$  é eficiente para PLM se e só se existir um  $\lambda \in \Lambda$  tal que  $x^*$  seja solução óptima do problema PLM-1.

O exemplo da figura seguinte ilustra este processo de escalarização.



**Figura 3.5** Otimização da soma ponderada, no espaço dos objectivos, para o caso bicritério.

Note-se que se alguns dos pesos  $\lambda_k$  pudessem ser nulos, não garantiríamos que as soluções óptimas obtidas pela optimização do PLM-1 fossem fortemente eficientes. A razão deve-se à possibilidade de existência de óptimos alternativos e neste caso, poderiam existir soluções óptimas de PLM-1 que seriam apenas soluções fracamente eficientes do problema multiobjectivo. O exemplo da Figura 3.5 é elucidativo desta situação. Caso um dos pesos  $\lambda_1$  ou  $\lambda_2$  fosse nulo, obteríamos respectivamente as soluções sobre os segmentos AB e FG e como já referimos, as soluções sobre estes segmentos, excepto os pontos B e F, são fracamente não dominadas.

Esta forma de escalarização é bastante simples de ser compreendida pelo decisor, se lhe for pedido que expresse o grau de importância que atribui a cada função objectivo. No entanto, podemos estar a induzir o decisor em erro, uma vez que não há garantias que as soluções eficientes encontradas após a resolução do problema estejam de acordo com as preferências subjacentes à especificação dos pesos. Inclusivamente, para o caso em que temos mais do que dois critérios, é possível obter a solução eficiente que optimiza uma certa função objectivo

atribuindo-lhe um peso quase nulo. Portanto, sendo a informação pedida ao decisor aparentemente simples, pode revelar soluções bastante insatisfatórias tendo em conta as suas pretensões.

### 3.3.2. Optimização restringindo $p - 1$ funções objectivo

Considerando agora para função escalarizante uma das funções objectivo (normalmente a que o decisor considera mais importante), e restringindo as restantes com limitações inferiores obtém-se o seguinte problema monocritério:

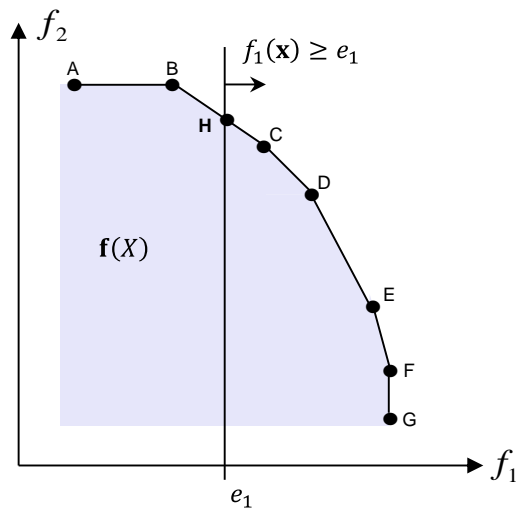
$$\begin{aligned} \max f_i(\mathbf{x}) &= \mathbf{c}_i \mathbf{x} && \text{(PLM-2)} \\ \text{s.a: } f_k(\mathbf{x}) &= \mathbf{c}_k \mathbf{x} \geq e_k && k = 1, \dots, p, \quad k \neq i \\ &&& \mathbf{x} \in X \end{aligned}$$

**Teorema 4.** *Se  $\mathbf{x}^* \in X$  for solução óptima única de PLM-2, para algum  $i$ , então  $\mathbf{x}^*$  é uma solução eficiente para PLM.*

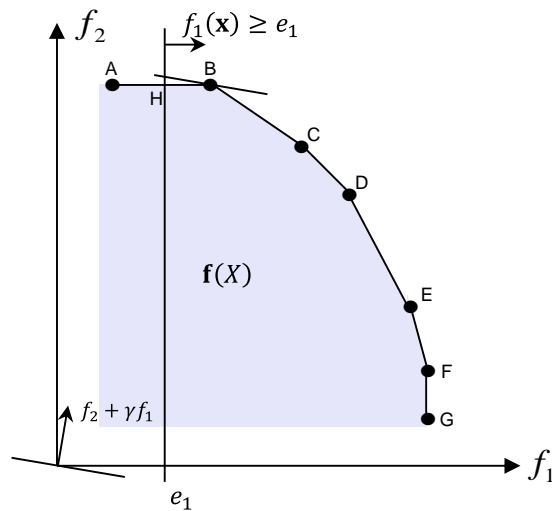
Resolvendo o problema anterior para algum  $i$  e para diversos valores das limitações inferiores  $e_k, k = 1, \dots, p$  e  $k \neq i$ , é possível obter todas as soluções não dominadas.

A Figura 3.6 ilustra um exemplo em que a segunda função objectivo é a função escalarizante a otimizar e a primeira função objectivo é restringida inferiormente por  $e_1$ . A optimização deste problema resulta na solução não dominada H.

Notemos que a hipótese do teorema exige que a solução do problema PLM-2 seja única para que se possa concluir quanto à eficiência da solução. Pois, se a solução  $\mathbf{x}^*$  não é única, significa que pode existir uma outra  $\mathbf{x}' \in X$  tal que  $f_i(\mathbf{x}^*) = f_i(\mathbf{x}')$  e  $f_k(\mathbf{x}^*) > f_k(\mathbf{x}')$ , para algum  $k \neq i$  fazendo com que  $\mathbf{x}'$  seja apenas uma solução fracamente eficiente para o PLM. Somando uma parcela de perturbação, positiva e suficientemente pequena, à função objectivo do problema PLM-2, consegue-se garantir que a solução  $\mathbf{x}'$  seja eficiente (Figura 3.7).



**Figura 3.6** Optimização de uma função objectivo, restringindo a outra, no espaço dos objectivos.



**Figura 3.7** Existência de óptimos alternativos. Soma de uma parcela de perturbação.

Embora esta forma de esalarização seja simples de compreender pelos decisores, captando a atitude de atribuir maior importância a uma função objectivo e aceitando limitações inferiores para as restantes, a escolha da função objectivo a otimizar pode revelar-se difícil em muitos problemas (Clímaco et al. [26]). As opções a serem tomadas quanto aos critérios que devem ser convertidos em restrições e que limitações inferiores devem ser consideradas, dependerão largamente da experiência do decisor.

### 3.3.3. Minimização da distância a um ponto de referência

Uma outra função escalarizante que poderá ter interesse para o decisor, será uma que minimize a distância a um ponto de referência  $\mathbf{z}^{**}$ , como por exemplo o ponto ideal (neste caso ter-se-ia  $z_k^{**} = z_k^*$ ,  $k = 1, \dots, p$ ). A ideia subjacente consiste na escolha de uma solução eficiente o mais próxima possível da solução que *a priori* mais agradaria ao decisor (geralmente não admissível).

De forma a dar rigor ao referido, impõe-se agora que seja formalizada a noção de distância e de proximidade, tendo em conta o tipo de distância.

**Definição 11.** Uma métrica ou distância sobre  $\mathbb{R}^n$  é uma aplicação que associa a cada par de vectores  $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$  um número real, designado por distância entre  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$ , e representado por  $\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|$ , de forma a que sejam verificados, quaisquer que sejam os vectores  $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in \mathbb{R}^n$ , os seguintes axiomas:

1.  $\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| \geq 0$  e  $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}\| = 0$ ;
2.  $\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| = \|\mathbf{y} - \mathbf{x}\|$ ;
3.  $\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| \leq \|\mathbf{x} - \mathbf{z}\| + \|\mathbf{z} - \mathbf{y}\|$ ;
4. Se  $\mathbf{x} \neq \mathbf{y}$ , então  $\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| > 0$ .

Existem vários tipos de métricas. Vejamos de seguida as mais usuais sobre  $\mathbb{R}^n$ :

1. Métrica  $L_1$  designada normalmente por Manhattan ou *City Block* e definida por:

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|$$

2. Métrica  $L_2$  designada normalmente por Euclidiana,

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}$$

3. Família das métricas  $L_\beta$  é uma generalização das anteriores e define-se como:

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_\beta = \left[ \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^\beta \right]^{1/\beta} \quad \beta \in \{1, 2, \dots\}$$

4. Quando  $\beta = \infty$ , a métrica  $L_\beta$  torna-se na métrica  $L_\infty$ , designada normalmente por métrica de Chebyshev e define-se como:

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_\infty = \max_{i=1, \dots, n} |x_i - y_i|$$

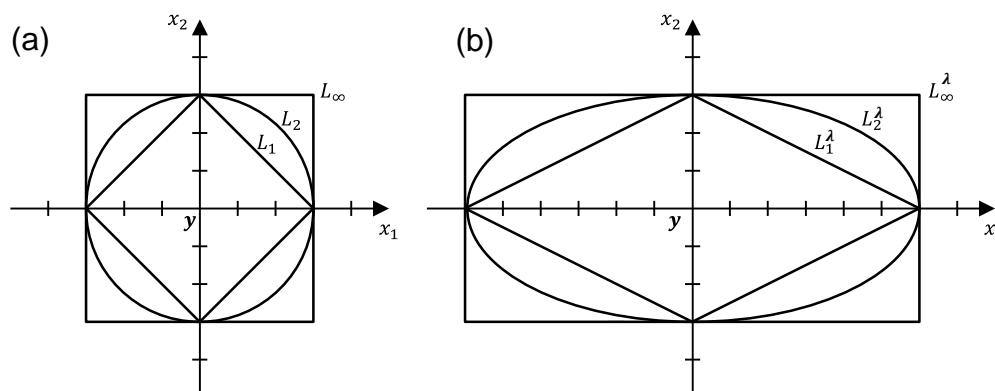
A Figura 3.8 (a) mostra os contornos dos pontos que se encontram a uma distância de 3 unidades do ponto  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^2$ , segundo a família das métricas  $L_\beta$ , para  $\beta \in \{1, 2\} \cup \{\infty\}$ .

De forma mais genérica pode considerar-se uma família de métricas ponderadas  $L_\beta^\lambda$ , em que a distância entre  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$  é dada por:

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_\beta^\lambda = \left[ \sum_{i=1}^n (\lambda_i |x_i - y_i|)^\beta \right]^{1/\beta} \quad \beta \in \{1, 2, \dots\} \cup \{\infty\}$$

onde  $\lambda \in \mathbb{R}^n$  é um vector não negativo de pesos.

A Figura 3.8 (b) mostra os contornos dos pontos que se encontram a uma distância de 2 unidades do ponto  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^2$  segundo a família das métricas ponderadas  $L_\beta^\lambda$  com  $\lambda = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ .



**Figura 3.8** Contornos das métricas (a) e das métricas ponderadas (b) para  $\beta \in \{1, 2\} \cup \{\infty\}$ .

Note-se que no caso das métricas ponderadas, as dimensões com pesos menores apresentam contornos mais alongados e as dimensões com pesos maiores apresentam contornos mais comprimidos.

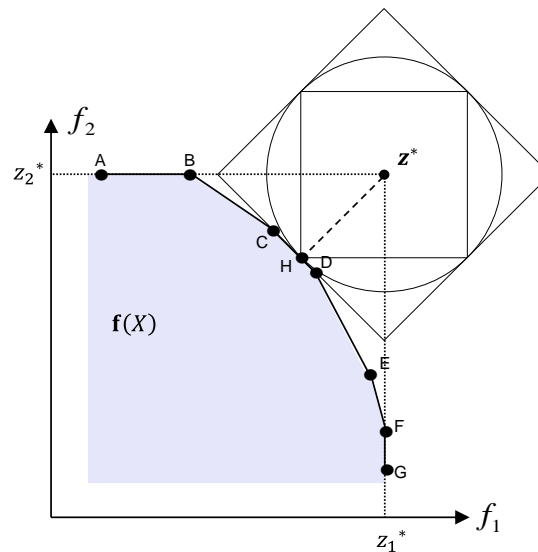
Após esta introdução de alguns conceitos básicos, podemos agora referir que a obtenção da solução que minimiza a distância, segundo a família das métricas  $L_\beta$ , à solução ideal  $\mathbf{z}^*$ , é conseguida através da resolução do problema:



$$\min \|z^* - f(x)\|_\beta$$

$$\text{s.a: } x \in X$$

A interpretação deste problema para o caso bicritério pode ser visualizada no exemplo da Figura 3.9. A solução não dominada H é a solução que minimiza as distâncias à solução ideal, segundo as métricas Euclidiana e de Chebyshev. Segundo a métrica Manhattan, obtêm-se as soluções não dominadas alternativas sobre o segmento CD.



**Figura 3.9** Minimização das distâncias à solução ideal, usando as métricas  $L_\beta$  para  $\beta \in \{1,2\} \cup \{\infty\}$ .

Note-se que, dado um problema de programação multiobjectivo, apenas podem resultar problemas lineares caso se utilizem as métricas  $L_1$  ou  $L_\infty$  (problema min-max no caso da métrica de Chebyshev). Refira-se que a teoria que utiliza a métrica de Chebyshev para a caracterização de soluções eficientes, conhecida como teoria de Chebyshev, deve os seus desenvolvimentos iniciais a Bowman [20].

A utilização das métricas ponderadas permite atribuir diferentes importâncias às diversas funções objectivo através dos pesos. Considerando a métrica ponderada de Chebyshev  $L_\infty^\lambda$  e tomando, mais uma vez, a solução ideal como ponto de referência, o problema consiste em:

$$\min \left\{ \max_{k=1, \dots, p} \lambda_k |z_k^* - f_k(x)| \right\} \quad (\text{PLM-3})$$

$$\text{s.a: } x \in X$$

Normalmente usam-se pesos normalizados, isto é:

$$\lambda \in \Lambda_0 = \{\lambda \in \mathbb{R}^p : \sum_{k=1}^p \lambda_k = 1, \lambda_k \geq 0, k = 1, \dots, p\}.$$

Note-se também que a definição de solução ideal permite-nos deixar cair o módulo do problema anterior.

Bowman [20] mostra que a parametrização em  $\lambda$  do PLM-3 gera o conjunto completo das soluções não dominadas.

**Teorema 5.** *Se  $x^* \in X$  é eficiente para PLM, então existe um  $\lambda \in \Lambda_0$  tal que  $x^*$  é solução óptima do problema PLM-3.*

Seguindo o mesmo princípio da metodologia anterior, se somarmos uma parcela de perturbação, positiva e suficientemente pequena, à função objectivo do problema PLM-3, consegue-se garantir que a solução seja eficiente, evitando que seja apenas fracamente eficiente. Para tal, podemos usar a métrica ponderada e aumentada de Chebyshev e o problema consiste em:

$$\min \left\{ \max_{k=1, \dots, p} \{\lambda_k (z_k^* - f_k(\mathbf{x}))\} + \gamma \sum_{k=1}^p (z_k^* - f_k(\mathbf{x})) \right\} \quad (\text{PLM-4})$$

$$\text{s.a: } \mathbf{x} \in X$$

onde  $\gamma$  é um escalar positivo suficientemente pequeno. Steuer [136] sugere valores para  $\gamma$  entre 0,0001 e 0,01 para se conseguir gerar qualquer solução não dominada. No entanto, na prática, um valor demasiado pequeno para  $\gamma$  pode levantar dificuldades numéricas, enquanto um demasiado elevado pode levar à omissão de soluções não dominadas.

Este último problema pode ser reformulado de forma equivalente do seguinte modo:

$$\min \left\{ v + \gamma \sum_{k=1}^p (z_k^* - f_k(\mathbf{x})) \right\} \quad (\text{PLM-5})$$

$$\text{s.a: } \mathbf{x} \in X$$

$$v \geq \lambda_k (z_k^* - f_k(\mathbf{x})) \quad k = 1, \dots, p$$

Steuer [136] refere que deve utilizar-se como ponto de referência um ponto, designado por solução ideal estendida, em que as componentes sejam dadas por:

$$z_k^{**} = z_k^* + \varepsilon_k$$

$$= \max_{x \in X} f_k(x) + \varepsilon_k, \quad k = 1, 2, \dots, p$$

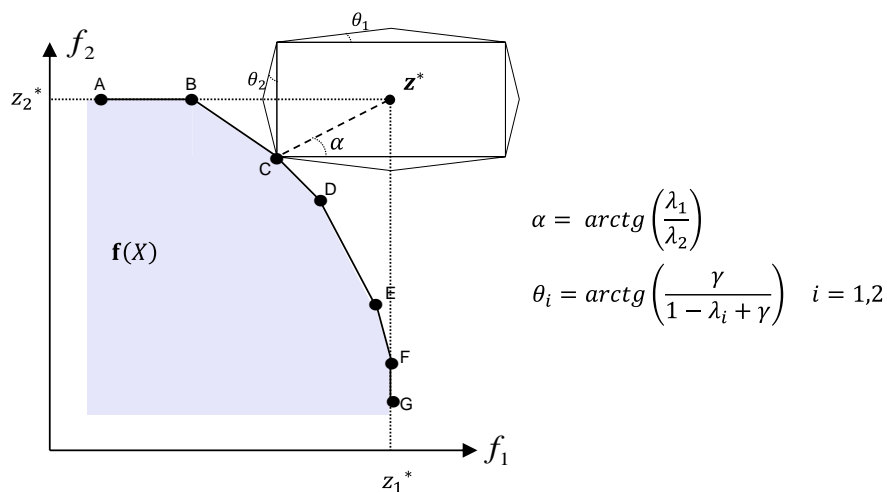
onde  $\varepsilon_k \geq 0$ ,  $k = 1, \dots, p$ . No entanto, não deve utilizar-se  $\varepsilon_k = 0$  quando existe mais que uma solução que maximiza a  $k$ -ésima função objectivo ou quando existe apenas uma solução que maximiza a  $k$ -ésima função objectivo, mas esta solução também é óptima para outro objectivo.

Considerando a solução ideal estendida, Steuer [136] demonstra o seguinte teorema:

**Teorema 6.** *A solução  $x^* \in X$  é eficiente para PLM se e só se, para  $\gamma$  em certas condições, existir um  $\lambda \in \Lambda_0$  tal que  $x^*$  seja solução óptima para o problema PLM-5.*

Destaca-se que a não utilização da solução ideal estendida como ponto de referência poderá levar a que não seja possível calcular algumas soluções não dominadas pela resolução do PLM-5 (veja-se o exemplo na página 23 de Alves [4]).

Veja-se agora o exemplo da Figura 3.10 e suponha-se que queremos determinar a solução que minimiza a distância à solução ideal  $z^*$  (no caso bicritério não se levanta o problema mencionado pelo facto de não se utilizar a solução ideal estendida) de acordo com as métricas ponderada e, ponderada e aumentada de Chebyshev com  $\lambda = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$  e  $\gamma = 0,1$  (este valor é suficientemente pequeno para este exemplo e permite tornar o gráfico perceptível). Graficamente verifica-se que o ponto C é a solução que minimiza a distância segundo ambas as métricas.



**Figura 3.10** Minimização das distâncias à solução ideal, usando as métricas ponderada e, ponderada e aumentada de Chebyshev.

### 3.4. Programação Linear Inteira Multiobjectivo

A modelação de alguns problemas reais, em particular os problemas de localização discutidos anteriormente, leva frequentemente a formulações em que parte, ou mesmo todas, as variáveis de decisão só podem tomar valores inteiros, donde se obtêm os chamados problemas de programação linear inteira ou de programação linear inteira mista. Este tipo de problemas requer uma nova teoria de forma a lidar com variáveis inteiras. De seguida, vamos caracterizar o modelo multiobjectivo de programação linear inteira e apresentar alguns conceitos e resultados de interesse para a presente tese.

A formulação de um problema de programação linear inteira multiobjectivo (PLIM) consiste em:

$$\max z_1 = f_1(\mathbf{x}) = \mathbf{c}_1\mathbf{x}$$

$$\max z_2 = f_2(\mathbf{x}) = \mathbf{c}_2\mathbf{x}$$

⋮

$$\max z_p = f_p(\mathbf{x}) = \mathbf{c}_p\mathbf{x}$$

$$\text{s.a.: } \mathbf{x} \in X' = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n: A\mathbf{x} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq 0 \text{ e inteiro}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^m\}$$

onde

$p$ : número de funções objectivo;

$n$ : número de variáveis;

$m$ : número de restrições;

$\mathbf{x}$ : vector das variáveis de decisão;

$C$ : matriz dos objectivos, dimensão  $p \times n$ , cujas linhas são os vectores  $\mathbf{c}_k$  (coeficientes de cada função objectivo  $f_k$ );

$A$ : matriz dos coeficientes tecnológicos, dimensão  $m \times n$ ;

$\mathbf{b}$ : vector dos termos independentes;

$X'$ : região admissível no espaço das variáveis de decisão.

Mais uma vez, sem perda de generalidade, consideram-se todas as funções objectivo a maximizar.

Vejamos mais alguns conceitos e definições que serão úteis ao longo da tese:

**Definição 12.** *Seja  $S$  um subconjunto não vazio de  $\mathbb{R}^n$ . Diz-se que  $S$  é convexo se, quaisquer que sejam  $x_1, x_2 \in S$  e  $\alpha \in [0, 1]$  se verifica:*

$$\alpha x_1 + (1 - \alpha)x_2 \in S.$$

*Caso contrário,  $S$  diz-se não convexo.*

Ou seja, um subconjunto  $S$  é convexo se para qualquer par de pontos do subconjunto, a sua combinação linear convexa também pertencer a  $S$ . Convencionalmente, o conjunto vazio é definido como sendo convexo.

**Definição 13.** *Seja  $S$  um subconjunto convexo e não vazio de  $\mathbb{R}^n$ . Diz-se que  $x'$  é um ponto extremo ou vértice de  $S$ , se não existirem pontos  $x_1, x_2 \in S$ , com  $x_1 \neq x_2$ , tal que*

$$x' = \alpha x_1 + (1 - \alpha)x_2$$

*para algum  $\alpha \in ]0, 1[$ .*

Pela definição, deduz-se que um ponto extremo não pode ser um ponto interior. Consequentemente, todos os pontos extremos são pontos fronteiros.

**Definição 14.** *Seja  $S$  um subconjunto não vazio de  $\mathbb{R}^n$ . Chama-se invólucro convexo ou envolvente convexa de  $S$ , e representa-se por  $\text{Conv}(S)$ , ao menor conjunto convexo que contém  $S$ .*

**Definição 15.** *Sejam  $X$  e  $Y$  dois subconjuntos de  $\mathbb{R}^n$ . Chama-se adição dos conjuntos  $X$  e  $Y$ , e representa-se por  $X \oplus Y$ , ao conjunto*

$$\{z \in \mathbb{R}^n : z = x + y, x \in X, y \in Y\}.$$

Estamos agora em condições de definir os conceitos de solução não dominada suportada e não suportada, de grande importância na programação linear inteira (e também na linear inteira mista e não linear) multicritério.

**Definição 16.** *Seja  $Z^{\leq} = \text{Conv}(F_{ND} \oplus \{z \in \mathbb{R}^n : z \leq 0\})$ , onde  $F_{ND}$  é o conjunto das soluções não dominadas. Se  $z \in F_{ND}$  for ponto fronteiro de  $Z^{\leq}$ , então  $z$  diz-se uma solução não dominada suportada. Caso contrário,  $z$  diz-se não dominada não suportada.*

Uma solução é eficiente suportada (no espaço das variáveis de decisão) se e só se for imagem inversa de uma solução não dominada suportada. Tal como uma solução é eficiente não suportada se e só se for imagem inversa de uma solução não dominada não suportada.

Uma forma alternativa de definir solução não suportada é através do conceito de dominância convexa.

**Definição 17.** Seja  $z \in F_{ND}$ . Diz-se que  $z$  é uma solução não dominada não suportada, se for dominada por uma combinação convexa de pontos pertencentes a  $F_{ND}$ . Caso contrário,  $z$  diz-se não dominada suportada.

**Definição 18.** Seja  $Z^{\leq} = \text{Conv}(F_{ND} \oplus \{z \in \mathbb{R}^n : z \leq 0\})$ , onde  $F_{ND}$  é o conjunto das soluções não dominadas e seja  $z \in F_{ND}$  uma solução suportada. Então,  $z$  diz-se uma solução suportada extrema, se for um ponto extremo de  $Z^{\leq}$ . Caso contrário,  $z$  diz-se suportada não extrema.

Considere-se o seguinte conjunto de soluções,  $Z = \{z^i : 1 \leq i \leq 8\}$  que se representa no lado esquerdo da Figura 3.11. No lado direito, representa-se  $Z^{\leq}$ .

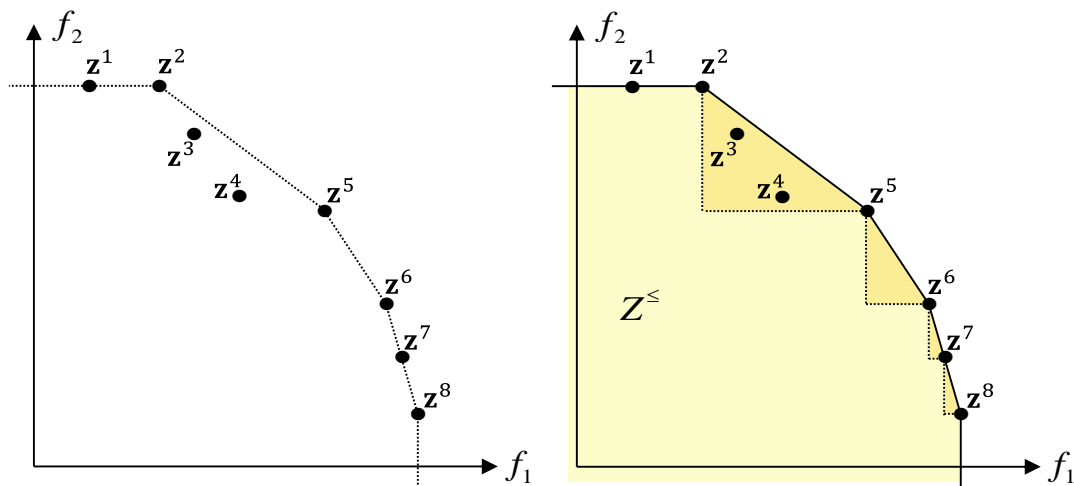


Figura 3.11 Representação dos conjuntos  $Z$  e  $Z^{\leq}$ .

Pela figura, facilmente se verifica que as soluções não dominadas:

- $z^2, z^5, z^6$  e  $z^8$  são suportadas extremas;
- $z^7$  é suportada não extrema;

- $\mathbf{z}^3$  e  $\mathbf{z}^4$  são não suportadas.

Note-se que  $\mathbf{z}^1$  é fracamente não dominada, donde  $\mathbf{z}^1 \notin F_{ND}$ .

Um outro conceito que irá ser referido adiante é o de soluções adjacentes.

**Definição 19.** Sejam  $\mathbf{z}^q \in F_{ND}$  e  $\mathbf{z}^r \in F_{ND}$  duas soluções não dominadas. Então, elas dizem-se soluções adjacentes, se nenhuma combinação convexa de  $\mathbf{z}^q$  e  $\mathbf{z}^r$  for dominada de forma convexa por qualquer combinação convexa das soluções pertencentes a qualquer um dos conjuntos  $S_1 = \{\mathbf{z}^i \in F_{ND}: i = 1, \dots, m, i \neq q\}$  ou  $S_2 = \{\mathbf{z}^i \in F_{ND}: i = 1, \dots, m, i \neq r\}$ . Caso contrário,  $\mathbf{z}^q$  e  $\mathbf{z}^r$  dizem-se soluções não adjacentes.

**Definição 20.** No caso bicritério, duas soluções  $\mathbf{z}^q \in F_{ND}$  e  $\mathbf{z}^r \in F_{ND}$  dizem-se soluções adjacentes, se não existir qualquer solução não dominada  $\mathbf{z}^i$  tal que  $z_1^q < z_1^i < z_1^r$  e  $z_2^r < z_2^i < z_2^q$ .

Assumindo que na Figura 3.11 estão representadas todas as soluções não dominadas do problema, então verifica-se que as soluções  $\mathbf{z}^3$  e  $\mathbf{z}^4$ , para além de não suportadas, também são adjacentes. As soluções  $\mathbf{z}^2$  e  $\mathbf{z}^3$  são não dominadas adjacentes e as soluções  $\mathbf{z}^5$  e  $\mathbf{z}^6$  são não dominadas suportadas adjacentes.

Tal como para o PLM, um dos procedimentos mais utilizados na obtenção de soluções eficientes para o PLIM é o da optimização da soma ponderada das funções objectivo. No entanto, a utilização directa desta metodologia para o PLIM não garante a obtenção das soluções eficientes na sua totalidade, devido à possibilidade de existência de soluções não dominadas não suportadas. Note-se que estas últimas são, em geral, em maior número que as suportadas. Obviamente, algumas soluções não dominadas não suportadas podem ter mais interesse, o que justifica a necessidade da sua obtenção.

Assim, considere-se para função escalarizante, a soma ponderada de todas as funções objectivo, obtendo-se o seguinte problema monocritério de programação linear inteira:

$$\max \sum_{k=1}^p \lambda_k f_k(\mathbf{x}) \quad (\text{PLIM-1})$$

s.a:  $\mathbf{x} \in X'$

$$\lambda \in \Lambda = \left\{ \lambda \in \mathbb{R}^p : \sum_{k=1}^p \lambda_k = 1, \lambda_k > 0, k = 1, \dots, p \right\}$$

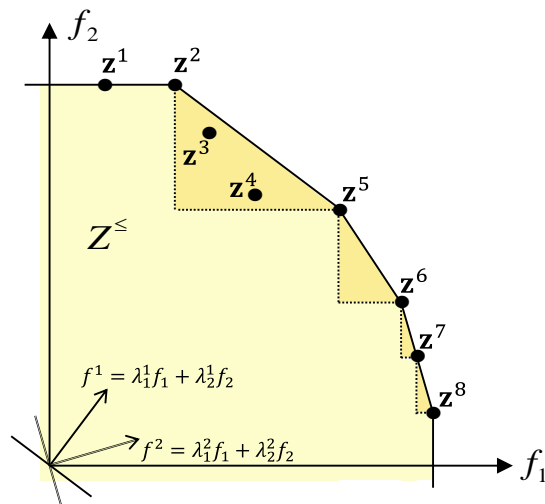
No caso da programação linear inteira e da inteira mista (e também no caso da programação não linear) multiobjectivo, a optimização da soma ponderada das funções objectivo estabelece não uma condição necessária e suficiente para uma solução ser eficiente, mas apenas uma condição suficiente e não necessária, o que dificulta a caracterização das soluções eficientes para o PLIM.

**Teorema 7.** *Se existir um  $\lambda \in \Lambda$  tal que  $\mathbf{x}^* \in X'$  seja solução óptima para o problema PLIM-1, então a solução  $\mathbf{x}^*$  é eficiente para PLIM.*

Assim, o facto de uma solução  $\mathbf{x}^* \in X'$  ser eficiente para o PLIM não implica que exista um  $\lambda \in \Lambda$  tal que  $\mathbf{x}^*$  seja solução óptima do problema PLIM-1. O exemplo da Figura 3.12 ilustra esta situação com um caso de programação inteira. Os pontos  $\mathbf{z}^2$  e  $\mathbf{z}^5$  são soluções óptimas alternativas da função objectivo ponderada  $f^1$  cujo gradiente está representado na figura. Para qualquer uma das soluções não dominadas não suportadas  $\mathbf{z}^3$  ou  $\mathbf{z}^4$  existe sempre alguma combinação convexa das soluções não dominadas  $\mathbf{z}^2$  e  $\mathbf{z}^5$  que a domina. Como tal, não existe nenhum vector de pesos que permita alcançar qualquer uma das duas soluções não suportadas  $\mathbf{z}^3$  ou  $\mathbf{z}^4$ . Um ligeiro aumento no peso  $\lambda_1^1$  atribuído a  $f_1$  levaria à obtenção do ponto  $\mathbf{z}^5$ . E um ligeiro aumento no peso  $\lambda_2^1$  levaria à obtenção do ponto  $\mathbf{z}^2$ .

Steuer [136] refere mesmo que apesar de uma solução ser eficiente suportada, nomeadamente não extrema, poderá haver dificuldades em localizá-la utilizando o teorema anterior. Através da Figura 3.12 podemos observar que para gerar a solução não dominada suportada não extrema  $\mathbf{z}^7$ , através da optimização da soma ponderada, é necessário um vector de pesos de forma a que vector gradiente da função objectivo ponderada ( $f^2$ ) seja precisamente perpendicular ao segmento de recta que une as soluções  $\mathbf{z}^6$  e  $\mathbf{z}^8$ . Mesmo usando tal gradiente, a solução  $\mathbf{z}^7$  será sempre apresentada como uma solução óptima alternativa da função objectivo ponderada.





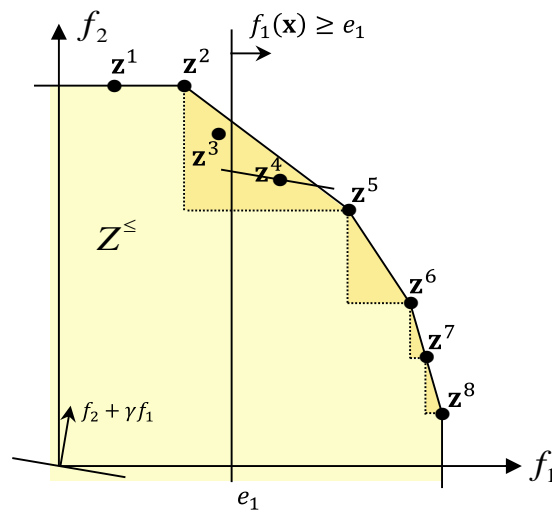
**Figura 3.12** Otimização de somas ponderadas num problema de programação linear inteira, no espaço dos objectivos, para o caso bicritério.

Por outro lado, a aplicação do segundo método apresentado para o cálculo de soluções eficientes - otimização restringindo  $p - 1$  funções objectivo, permite obter qualquer tipo de soluções não dominadas (suportadas extremas e não extremas, e não suportadas), para problemas de programação linear inteira e inteira mista (e não linear) multiobjectivo.

A Figura 3.13 ilustra um exemplo em que a segunda função objectivo, somada de uma parcela de perturbação, positiva e suficientemente pequena a fim de evitar soluções fracamente eficientes (apesar de neste caso tal ser desnecessário), é a função escalarizante a otimizar. A primeira função objectivo é restringida inferiormente por  $e_1$ . A optimização deste problema resulta na solução não dominada não suportada  $z^4$ .

Relativamente à metodologia de minimização da distância a um ponto de referência  $z^{**}$ , por exemplo o ponto ideal estendido, aplicada a problemas de programação linear inteira, Steuer [136] demonstra que qualquer solução obtida pelo PLM-5 com variáveis inteiras ( $x \in X'$ ), e para certas condições de  $\gamma$ , é não dominada para PLIM. Demonstra também que todas as soluções não dominadas para PLIM são obtidas de forma única, isto é, para cada solução eficiente  $x^*$  para PLIM existe sempre um  $\lambda \in \Lambda$  tal que  $x^*$  é a única solução óptima para o problema PLM-5 com variáveis inteiras e para certas condições de  $\gamma$ . Tal como já referido, também neste caso com variáveis inteiras, a consideração de valores demasiado pequenos para  $\gamma$  pode levantar dificuldades numéricas, enquanto valores demasiado elevados podem levar à

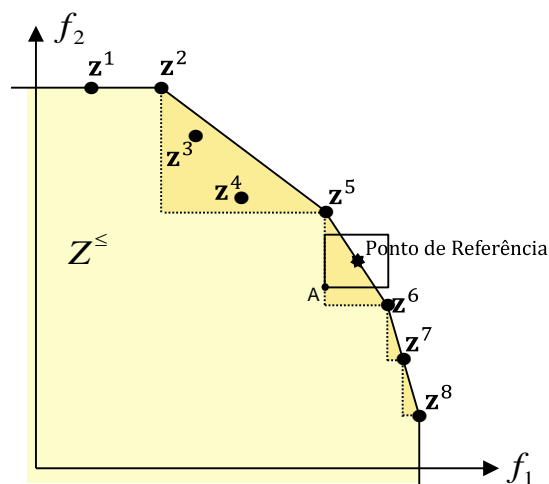
omissão de soluções não dominadas. Recentemente, Dächert et al. [38] deduziram um método, aplicável a problemas discretos bicritério, para a determinação de todos os parâmetros da métrica ponderada e aumentada de Chebyshev, de modo a que todas as soluções não dominadas possam ser encontradas e  $\gamma$  seja o mais elevado possível.



**Figura 3.13** Otimização de uma função objetivo somada de uma perturbação, restringindo a outra, num problema de programação linear inteira.

Para além desta última metodologia, existem outras abordagens mais gerais, também baseadas no ponto de referência, que permitem caracterizar o conjunto das soluções não dominadas de problemas de programação linear inteira e inteira mista multiobjectivo. Estas abordagens têm origem nos resultados de Wierzbicki [150] e permitem que o ponto de referência seja livre, podendo mesmo ser a imagem dum ponto admissível. Segundo Wierzbicki [151], a forma como o ponto de referência é definido na teoria de Chebyshev, em que as metas consideradas são bastante irrealistas, desvirtua a essência fundamental do conceito de ponto de referência, que consiste na ideia psicologicamente apelativa que se pode definir uma meta no espaço dos objectivos e tentar “chegar perto”. Este “chegar perto” sugere uma minimização da distância mas, neste caso em que o ponto de referência é livre, poderíamos obter uma solução admissível fracamente não eficiente (ver Figura 3.14 onde é obtida a solução dominada A). Relembre-se que no PLM-5, devido à forma como o ponto de referência foi definido, deixou-se cair o módulo da função escalarizante. Mantendo o problema PLM-5 tal como está (sem módulos na função escalarizante), obtém-se uma solução não dominada mas deixaria de fazer

sentido falar na minimização de uma distância, até porque o valor da solução poderia ser negativo. Sugere-se então uma mudança de filosofia em relação à função escalarizante aplicada nessa metodologia. Para Wierzbicki, a função escalarizante consiste na otimização de uma função, designada genericamente como função (escalarizante) de alcance - *achievement (scalarizing) function*. Assim, segundo o autor, pretende-se não só “chegar perto” da meta definida, no sentido tradicional, mas “chegar perto ou melhorar”. Para evitar soluções fracamente não dominadas, utilizam-se técnicas semelhantes às já usadas nos outros processos ou seja, a consideração de perturbações nas funções escalarizantes. Devido ao facto de o ponto de referência poder ser livre, a terminologia aplicada a este, muda. Quando comparado com uma solução admissível  $f(\mathbf{x})$  com  $\mathbf{x} \in X$ , se uma componente  $k$  do ponto de referência for superior a  $f_k(\mathbf{x})$ , então essa componente do ponto de referência diz-se um nível de aspiração (que se desejaria alcançar), e se for inferior, diz-se um nível de reserva (que deveria ser alcançado, se fosse de todo possível).



**Figura 3.14** Minimização das distâncias a um ponto de referência, usando a métrica ponderada de Chebyshev.

É agora oportuno introduzir um outro processo de cálculo de soluções que permite obter qualquer tipo de solução não dominada (suportada e não suportada), para problemas de programação linear inteira multiobjectivo. O processo, apresentado por Soland [132], consiste na otimização da soma ponderada das  $p$  funções objectivo considerando  $p$  restrições adicionais na formulação do problema. Este problema pode ser formulado da seguinte forma:

$$\max \sum_{k=1}^p \lambda_k f_k(\mathbf{x}) \quad (\text{PLIM-2})$$

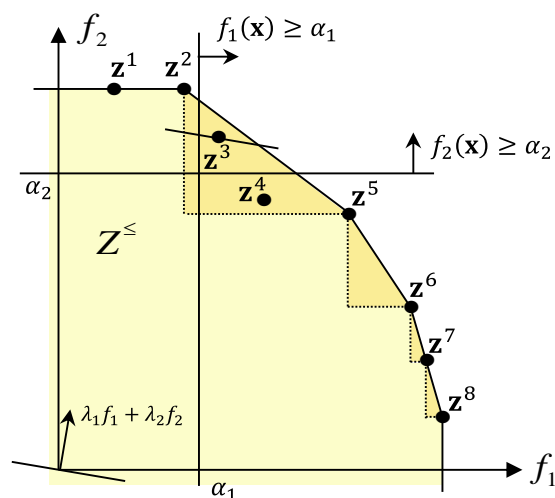
$$\text{s.a: } f_k(\mathbf{x}) \geq \alpha_k \quad k = 1, \dots, p$$

$$\mathbf{x} \in X'$$

$$\lambda \in \Lambda = \left\{ \lambda \in \mathbb{R}^p : \sum_{k=1}^p \lambda_k = 1, \lambda_k > 0, k = 1, \dots, p \right\}$$

**Teorema 8.** Para um  $\lambda \in \Lambda$  arbitrário, uma solução  $\mathbf{x}^* \in X'$  é eficiente para PLIM se e só se  $\mathbf{x}^*$  for solução óptima do problema PLIM-2, para algum  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p) \in \mathbb{R}^p$ .

Com as restrições adicionais, esta soma ponderada estabelece não só uma condição suficiente mas também necessária para uma solução ser eficiente no caso de um problema de programação linear inteira. A Figura 3.15 é exemplificativa deste processo para um problema com dois objectivos, onde é determinada a solução não dominada não suportada  $\mathbf{z}^3$ .



**Figura 3.15** Otimização da soma ponderada com restrições adicionais, num problema de programação linear inteira, para o caso bicritério.

Veremos no subcapítulo seguinte, através de uma revisão bibliográfica, a forma como estes últimos resultados apresentados são aplicados nos processos de apoio à decisão.

### 3.5. Métodos Multiobjectivo de Apoio à Decisão

Os processos de cálculo de soluções não dominadas referidos anteriormente, em geral estão intrínsecos a métodos de apoio à decisão em modelos de optimização multiobjectivo. Dependendo do método, assim são requeridos diferentes níveis de participação do agente de decisão. Com o intuito de obter uma solução de compromisso, alguns métodos exigem que o decisor intervenha constantemente com as suas preferências ao longo de todo o processo de pesquisa de soluções. Outros requerem apenas uma intervenção inicial do decisor e, após uma fase de cálculo, ser-lhe-á apresentada uma solução final. E ainda, outros requerem apenas uma intervenção final para a escolha de uma solução de entre um conjunto delas.

Os métodos para apoiar a tomada de decisões podem ser categorizados da seguinte forma:

- Métodos geradores, em que é calculado o conjunto de todas as soluções eficientes ou um subconjunto representativo destas;
- Métodos de articulação das preferências do decisor:
  - Articulação *a priori* (por exemplo através da construção de uma função valor ou utilidade);
  - Articulação progressiva (métodos interactivos), de forma a procurar uma solução de compromisso eficiente.

Nos métodos geradores é calculado o conjunto de todas as soluções eficientes do problema (ou uma parte representativa). Este é depois colocado à disposição do decisor para ser avaliado e seleccionada uma solução final. Para o processo de cálculo, poderá ser utilizada a metodologia de minimização da distância a um ponto de referência, fazendo o método gerador variar os parâmetros (pesos e perturbação) do problema monocritério correspondente, sem a intervenção do decisor, de forma a obter um conjunto de soluções eficientes. Como geralmente o número de soluções eficientes de um problema multiobjectivo com dados reais é muito elevado, a resolução repetida de um modelo monocritério leva naturalmente a um elevado esforço computacional, e a um conseqüente tempo excessivo de espera por um *output*. Mesmo que seja possível ultrapassar este problema computacional, podemos no entanto questionar se um decisor seria cognitivamente capaz de fazer uma escolha fundamentada quando confrontado com uma grande quantidade de informação, sendo esta frequentemente muito

similar. Caso seja apenas obtida uma parte das soluções eficientes, o tempo computacional é reduzido, mas coloca-se também a questão de saber se o decisor não estaria eventualmente mais interessado numa solução não apresentada.

Quanto aos métodos em que há articulação *a priori* das preferências, Steuer [136] refere que, excluindo o caso trivial em que existe uma solução admissível que simultaneamente optimize todos os objectivos, a forma ideal para resolver um problema multiobjectivo seria de acordo com o protocolo seguinte: primeiro, aferir a função utilidade que represente a estrutura de preferências do decisor e, posteriormente, resolver o problema de programação correspondente à maximização da utilidade esperada. Gardiner e Vanderpooten [68] consideram a parte de aferir a função utilidade como uma forma de interacção orientada para a procura, em que se parte do princípio que o decisor age de acordo com uma estrutura de preferências pré-existente, que pode ser expressa sem contradições. O objectivo da interacção é a procura de uma solução óptima (que não depende da evolução do processo interactivo), face à estrutura de preferências. A teoria da utilidade ou do valor remonta ao século dezoito com o matemático Bernoulli e desenvolveu-se como uma teoria normativa acerca do comportamento de um decisor racional numa situação de incerteza. Este trabalho foi posteriormente continuado por von Neumann e Morgenstern [146], que apresentam um conjunto de axiomas que justificam teoricamente o uso do princípio da maximização da utilidade esperada numa situação de incerteza. Logo à partida, este método só é susceptível de ser usado se o decisor considerar os axiomas razoáveis, fazendo assim sentido a utilização de uma função utilidade. Mesmo que o decisor aceite os axiomas, estudos empíricos têm mostrado que os decisores nem sempre têm um comportamento coerente com eles, agindo geralmente mais de acordo com a sua maneira de ver o problema do que procurando conciliar esta com os axiomas (Bell e Farquhar [14]). Exceptuando casos de estudo muito simplificados, não parece possível que se consiga definir *a priori* uma função utilidade para maximizar.

Para fazer face a problemas de programação linear multiobjectivo, desde o início da década de 70 que têm sido propostos muitos métodos interactivos orientados para a aprendizagem. As últimas décadas têm testemunhado um crescente interesse por estes métodos interactivos, quer ao nível do desenvolvimento metodológico, sobretudo no caso linear, quer das aplicações. Este notável interesse pelos métodos interactivos, em que existe

uma articulação progressiva das preferências do decisor ao longo do processo, revela que estes métodos parecem ser a forma mais adequada de apoiar a tomada de decisões em problemas multiobjectivo. A razão deve-se à capacidade que têm em incorporar aprendizagem e adaptação na estrutura de preferências do decisor ao longo do processo de decisão, o que significa que as suas preferências podem ser parcialmente alteradas e contraditórias. Obviamente o decisor desempenha um papel bastante activo, cabendo-lhe terminar o processo quando se sentir satisfeito com uma das soluções encontradas. Segundo Antunes et al. [9], “a interactividade significa oferecer ao decisor um ambiente operacional que suscite a exploração, a reflexão, a emergência de novas intuições, permitindo-lhe compreender com mais profundidade o problema de decisão em causa, contribuindo para moldar e fazer evoluir as suas preferências no sentido de guiar o processo de pesquisa, (...), até encontrar uma solução de compromisso satisfatória ou chegar à conclusão que é necessário rever os dados iniciais e/ou o reformular o modelo matemático. A aprendizagem deve ser entendida não apenas no sentido do aumento do conhecimento disponível, mas sobretudo no do aperfeiçoamento das capacidades do decisor de modo a fazer um uso adequado desse conhecimento.”

De um modo geral, podemos afirmar que um método interactivo orientado para a aprendizagem inclui duas fases essenciais, que alternam entre si:

- Fase de diálogo, onde se apresentam as novas informações existentes (por exemplo, uma ou várias soluções para o problema, dependendo do método), esperando-se uma reacção por parte do utilizador;
- Fase de cálculo, onde a reacção é processada e utilizada como base para gerar nova informação, geralmente através da resolução de um ou vários problemas de programação linear monocritério.

Steuer [136] refere que os procedimentos interactivos possibilitam uma efectiva divisão do trabalho ou seja, permitem que o computador e o decisor realizem o que estes melhor sabem fazer, respectivamente processar dados e executar algoritmos, e julgar e tomar decisões face à nova informação. Por outro lado, com a crescente evolução da tecnologia, quer em termos de velocidade de processamento, capacidade de armazenamento e potencialidades gráficas, a preços cada vez mais acessíveis, torna-se possível construir sistemas de apoio à decisão flexíveis que conjugam as características interactivas dos métodos multiobjectivo, com

adequados ambientes de interacção e meios gráficos apelativos para apresentação de informação.

### 3.5.1. Revisão Bibliográfica

Apresentamos de seguida uma revisão bibliográfica de alguns métodos interactivos mais divulgados para problemas de programação linear inteira multicritério. Nesta revisão, focaremos a nossa atenção na quantidade e na forma como a informação é apresentada e solicitada ao decisor, e no processo de cálculo de soluções.

Ross e Soland [127] fazem uso do resultado de Soland [132] mencionado anteriormente e apresentam um procedimento interactivo para problemas de localização multicritério. Refira-se desde já que uma vez que é baseado no Teorema 8, permite o cálculo de qualquer solução não dominada. O procedimento consiste em quatro passos. Inicialmente o decisor especifica valores para os vectores  $\alpha$  e  $\delta$ , ambos de  $\mathbb{R}^p$ . O alfa corresponde aos níveis de satisfação desejados para cada objectivo, que à partida não deverão ser muito baixos, e o delta é um vector de incrementos mínimos positivos tais que o decisor considera que podem ser ignoradas as alterações no valor da  $k$ -ésima função objectivo inferiores a  $\delta_k$ . O decisor poderá optar por indicar um inteiro positivo  $q$ , que controla com que frequência deve rever os valores dos níveis de satisfação, e ainda um vector  $\lambda \in \Lambda$  para ponderar as várias funções objectivo.

Na fase de cálculo, é resolvido o problema PLIM-2 de modo a tentar calcular uma solução eficiente do problema de localização multicritério. Caso exista uma solução eficiente  $\mathbf{x}^r \in X'_E$  e esta satisfaça a igualdade em todas as restrições adicionais, isto é,  $f_k(\mathbf{x}^r) = \alpha_k$ ,  $k = 1, \dots, p$  então o algoritmo termina, pois não existe nenhuma outra solução mais satisfatória.

Na fase de diálogo, o decisor compara a solução não dominada calculada naquela interacção com a preferida até ao momento, escolhendo uma das duas. E se for do seu interesse, o algoritmo poderá terminar. Apesar de em cada interacção, a alteração dos níveis de satisfação ser opcional, de  $q$  em  $q$  iterações, o decisor tem obrigatoriamente de alterá-los, diminuindo pelo menos um dos alfas. Nesta fase, os pesos das funções objectivo, ou seja o vector  $\lambda$ , é novamente escolhido.



Segundo Hultz et al. [84], vários pontos podem ser referidos quanto ao algoritmo:

- O decisor pode seleccionar a sua solução eficiente preferida. O objectivo do algoritmo é gerar um certo número de soluções eficientes e facilitar a escolha entre elas. O decisor é livre de examinar tantas ou tão poucas soluções, quantas as que quiser. Tem total controlo sobre o processo de cálculo de soluções;
- O algoritmo não é muito exigente na informação solicitada ao decisor. Este não necessita de ter qualquer conhecimento da estrutura matemática do problema a resolver em cada iteração. Existem poucos procedimentos formais para o decisor aprender e o *input* pedido é mínimo;
- Cada iteração do algoritmo é independente da última, donde o decisor é livre de inverter à sua vontade os julgamentos que faz quanto à importância relativa dos critérios, ou de ajustar os níveis de satisfação, à medida que se consciencializa do que pode conseguir ou até mesmo por uma questão de curiosidade. Esta flexibilidade pode ser explorada quando o decisor não é apenas um indivíduo, mas um grupo. Quando o grupo não chega a um consenso relativamente às suas preferências, cada um dos pontos de vista divergentes pode ser explorado sem qualquer tipo de efeito adverso no algoritmo;
- O algoritmo só tem de resolver um problema de programação linear inteira em cada iteração, para que se garanta a eficiência da solução obtida.

No entanto, a comparação que o decisor faz na fase de diálogo, donde resulta uma solução não dominada preferível a todas as outras, levando à exclusão das restantes, poderá ser apontada como uma característica negativa do método. O facto do decisor escolher, numa certa interacção, uma de duas soluções, não significa que após ter um conhecimento mais aprofundado do problema, não fosse preferir uma das soluções não dominadas excluída numa interacção passada. A escolha do vector  $\delta$  por parte do decisor, pode também não se revelar uma tarefa muito fácil.

Villarreal et al. [144] apresentam um procedimento interactivo de pesquisa em árvore para problemas de programação linear inteira multicritério. O primeiro passo consiste em resolver o problema inicial, relaxando as condições de integralidade e utilizando o procedimento

interactivo de Zionts e Wallenius [155] para problemas de programação linear multicritério. Neste último método, a estrutura de preferências do decisor é explorada, através da redução progressiva do espaço dos pesos, a partir das preferências expressas em cada interacção. Partindo das respostas dadas pelo decisor, o método introduz restrições no espaço dos pesos, reduzindo progressivamente o domínio admissível para a escolha de um novo vector de pesos. Na fase de cálculo, com base no domínio aceitável do espaço dos pesos, é otimizada a soma ponderada das funções objectivo.

Se após a aplicação do método de Zionts e Wallenius [155], a solução óptima do problema relaxado for inteira, então também será óptima para o problema de programação linear inteira. Caso contrário, se possível, é obtida heurísticamente uma solução inteira admissível, sendo esta considerada a melhor solução conhecida até ao momento. De seguida, é realizada uma pesquisa em árvore, similar às usadas para resolver problemas de programação linear inteira com um único critério, até que se encontre uma solução inteira que satisfaça as preferências do decisor. Cada problema associado a um nodo da árvore de pesquisa é um problema relaxado que será resolvido, usando novamente a estratégia do método de Zionts e Wallenius [155]. Um nodo não é mais ramificado, se a solução do problema multicritério for preterida relativamente à melhor solução inteira conhecida ou se, pelo contrário, for inteira e preferida à melhor solução inteira conhecida, actualizando-se, neste último caso, a melhor solução inteira encontrada.

O método interactivo de Villarreal et al. [144] aqui apresentado, posteriormente foi alvo de melhorias (Karwan et al. [90], Ramesh et al. [122]).

O procedimento interactivo de Steuer e Choo [137] e Steuer [136], e em particular, a utilização da métrica ponderada e aumentada de Chebyshev, também permite a caracterização total do conjunto das soluções não dominadas. Em primeiro lugar, é obtida a solução ideal estendida. De seguida, é gerado um conjunto heterogéneo de pesos  $\lambda \in \Lambda_0$ , de cardinalidade pré-definida, que irá permitir obter um conjunto disperso de soluções não dominadas, através da resolução de várias instâncias do PLM-5 com variáveis inteiras ( $\mathbf{x} \in X'$ ). A amostra de soluções não dominadas obtida é apresentada ao decisor e este selecciona a sua preferida. Com base no peso que originou a solução preferida, é gerado um novo conjunto de pesos,

também heterógeno, mas mais concentrado e de cardinalidade inferior ao da interacção anterior, centrado nesse peso. Mais uma vez, é obtida uma nova amostra de soluções não dominadas, donde o decisor terá de seleccionar novamente a sua preferida. O método prossegue sucessivamente até que o decisor se sinta satisfeito com a solução seleccionada ou até que se atinja o número pré-especificado de interacções do método.

Marcotte e Soland [101] apresentam um algoritmo interactivo, com uma estrutura de pesquisa em árvore, aplicável a problemas multicritério em que a região admissível é convexa ou discreta. A estrutura em árvore tem a ver com o facto de cada nodo representar um problema multiobjectivo, cuja região admissível é um subconjunto da região admissível do nodo pai, obtido pela adição de uma restrição. Em cada nodo, a solução eficiente é obtida utilizando o método de optimização da soma ponderada das funções objectivo. Apesar da utilização deste método no caso discreto, o algoritmo apresentado permite obter qualquer solução não dominada, mesmo que não suportada, dada a consideração de pelo menos uma restrição adicional em todos os nodos descendentes.

No primeiro nodo, uma soma pesada das funções objectivo é optimizada, em que os pesos são estritamente positivos, obtendo-se uma solução não dominada (no caso discreto também podemos afirmar que se trata de uma solução suportada). Seja  $\mathbf{z}^1$  a solução obtida e  $\mathbf{z}^*$  a solução ideal. Sendo as funções objectivo de maximização e definindo-se o conjunto  $I_1 = \{k: z_k^* - z_k^1 > 0, k = 1, \dots, p\}$ , o nodo é ramificado, criando-se um nodo descendente para cada  $k \in I_1$ . Cada descendente herda a região admissível do seu ascendente (neste caso, a região admissível inicial do problema) com a restrição adicional  $f_k(\mathbf{x}) > z_k^1, k \in I_1$ . Considere-se agora um nodo  $N_j$  ( $j \neq 1$ ) em análise,  $F_j$  o subconjunto de  $F$  (região admissível no espaço dos objectivos) associado a  $N_j$  e  $\boldsymbol{\beta}^j = (\beta_1^j, \beta_2^j, \dots, \beta_p^j)$  a solução ideal em  $F_j$ . O primeiro passo consiste em determinar uma solução não dominada  $\mathbf{z}^j$  na região  $F_j$ , através da optimização duma soma ponderada das funções objectivo, com os pesos estritamente positivos. Tal como já referido, dada a inclusão da restrição adicional, será possível obter para o caso discreto, as soluções não dominadas não suportadas. Mais uma vez, define-se o conjunto  $I_j = \{k: \beta_k^j - z_k^j > 0, k = 1, \dots, p\}$ , e o nodo é ramificado, criando-se um novo nodo descendente para cada  $k \in I_j$ , em que cada descendente herda a região admissível  $F_j$  com a restrição

adicional  $f_k(\mathbf{x}) > z_k^j, k \in I_j$ . Note-se que no caso de  $I_j$  ser um conjunto vazio então  $\mathbf{z}^j$  coincide com a solução ideal na região, não havendo lugar a ramificação. Note-se também que para o caso em que a região admissível é convexa, a forma como se definiu o conjunto  $I_j$  não garante a convergência do método. Neste caso, os autores propõem que seja pedido ao decisor que indique quantidades positivas  $\delta_k, k = 1, \dots, p$ , tais que considere que podem ser ignoradas as alterações no valor da  $k$ -ésima função objectivo inferiores a  $\delta_k$ , definindo-se, desta forma,  $I_j = \{k: \beta_k^j - z_k^j \geq \delta_k, k = 1, \dots, p\}$ . A forma como se definiram os nodos e as respectivas regiões admissíveis associadas aos nodos, permite concluir que podem existir nodos diferentes com regiões em comum, o que significa que podem existir nodos supérfluos. De modo a reduzir o número total de nodos na árvore e a exigir ao decisor o menor número possível de comparações, os autores incluíram no algoritmo um teste que permite a eliminação de certos nodos supérfluos.

A informação requerida ao decisor ao longo do método consiste na comparação entre pares de pontos. Tal como já vimos, sempre que há lugar a uma ramificação, as soluções ideais de cada nodo gerado são calculadas. Com base nestas, é então pedido ao decisor que as ordene tendo em conta a sua preferência. Caso a solução ideal preferida, seja preferida à solução eficiente de eleição, de entre todas as obtidas até ao momento, então o nodo associado à solução ideal é inserido numa lista de espera para ser ramificado. Caso contrário, esse nodo não será estudado, nem ramificado. Os restantes nodos da ramificação ficam à espera que o nodo associado à solução ideal preferida chegue ao “topo” da lista. Nessa altura, caso a segunda solução ideal preferida, seja preferida à solução eficiente de eleição, de todas as soluções obtidas até ao momento, então o nodo associado à segunda solução ideal é inserido na lista. O algoritmo pode terminar em três situações distintas: a) a solução ideal do primeiro nodo da lista for admissível; b) a solução ideal do primeiro nodo da lista não for preferida à solução eficiente de eleição obtida até ao momento; ou c) a lista estiver vazia. Deste modo, podemos afirmar que a solução ideal calculada em cada nodo fornece limites superiores para os valores das funções objectivo nesse ramo.

White [149] propõe um método baseado no procedimento interactivo de Marcotte e Soland [101] e na extensão das técnicas de relaxação Lagrangeana para problemas de

programação linear inteira monocritério (Geoffrion [69]) a problemas de programação linear inteira multicritério. A utilização dos métodos de relaxação Lagrangeana tem como intuito encontrar limites mais restritos para os valores das funções objectivo, de modo a que o procedimento elimine mais nodos que não tenham interesse para o decisor.

Também com base no método interactivo de Marcotte e Soland [101], Durso [44] apresenta uma modificação ao método que permite torná-lo aplicável a problemas de programação linear inteira-mista multicritério. Enquanto o método base usa, em cada nodo da árvore de pesquisa, a optimização da soma ponderada das funções objectivo para a pesquisa de uma solução não dominada, o método de Durso [44] usa a métrica ponderada e aumentada de Chebyshev, considerando como ponto de referência a solução ideal estendida, relativa à sub-região associada ao nodo em análise.

Gonzalez et al. [73] sugerem um método interactivo para problemas de programação linear inteira multiobjectivo. O método consiste em duas fases, sendo identificados diferentes tipos de soluções em cada uma. Isto é, na primeira fase são determinadas apenas soluções não dominadas suportadas e na segunda fase, não dominadas não suportadas. No primeiro passo, o método determina os mínimos lexicográficos (optimização individual de cada função objectivo na região eficiente), formando o conjunto  $N^* = \{z^k: k = 1, 2, \dots, p\}$ . De seguida, no segundo passo, é definido o hiperplano que passa pelos pontos do conjunto  $N^*$ . Basicamente, este hiperplano corresponde a uma soma ponderada das funções objectivo. O vector gradiente do hiperplano indicará a próxima direcção de pesquisa de uma nova solução de compromisso. Desta forma, é optimizada a soma ponderada das funções objectivo o que eventualmente irá permitir obter uma nova solução não dominada (suportada). Se a solução obtida não pertencer ao conjunto  $N^*$  e se o decisor preferir esta solução a uma outra do conjunto  $N^*$ , então esta nova solução irá substituir a menos preferida do conjunto, e o procedimento volta ao segundo passo, definindo-se um novo hiperplano. Caso contrário, o procedimento segue para a segunda fase. Caso a primeira fase tenha terminado pelo facto de a solução obtida já pertencer a  $N^*$  então, na segunda fase, o método pretende, também de forma interactiva, determinar e apresentar ao decisor, as soluções não dominadas não suportadas que sejam dominadas pela combinação convexa das soluções preferidas até ao momento ou seja, as soluções

pertencentes a  $N^*$ . Para tal, é otimizado o problema da soma ponderada das funções objectivo, na direcção do vector gradiente dado pelo hiperplano que passa pelos pontos do conjunto  $N^*$  proveniente da primeira fase, mas agora adicionando uma restrição ao problema que torna as soluções de  $N^*$  não admissíveis. Esta restrição é facilmente definida à custa do hiperplano. Caso a primeira fase interactiva tenha terminado pelo facto de o decisor não ter preferido a solução obtida a nenhuma das outras do conjunto  $N^*$ , então o decisor terá de seleccionar a sua solução preferida do conjunto. Neste caso, a direcção de pesquisa no novo problema é dada pelo hiperplano que permitiu obter a sua solução preferida. A este problema é também adicionada a restrição que impede que seja novamente obtida a sua solução preferida. Note-se que apesar dos autores referirem que na segunda fase são apenas obtidas soluções não dominadas não suportadas, na realidade, neste último caso, poderá ser obtida uma solução não dominada suportada. O processo de cálculo de soluções não dominadas da segunda fase termina, se o decisor achar a solução menos interessante do que as preferidas até ao momento ou, se a solução obtida for dominada por alguma outra solução já calculada.

Tal como referido anteriormente, o facto de o decisor na fase de diálogo ter de indicar a solução menos preferida, levando à sua exclusão definitiva, pode ser apontada como uma característica negativa do método. O facto do decisor escolher, numa certa interacção, uma de duas soluções não dominadas, não significa que após ter um conhecimento mais aprofundado do problema, não fosse preferir uma das soluções excluída numa interacção passada.

Gabbani e Magazine [66] descrevem uma abordagem interactiva para problemas de programação linear inteira multiobjectivo, que consiste numa adaptação do procedimento interactivo de Steuer ([135], [136]) para problemas de programação linear multiobjectivo. Este último procedimento é bastante similar ao já descrito de Steuer e Choo [137] para problemas de programação linear inteira multiobjectivo, mas em vez da utilização da métrica ponderada e aumentada de Chebyshev para a obtenção de soluções não dominadas é utilizada a optimização da soma ponderada das funções objectivo. Dado que em cada interacção são resolvidos vários problemas de programação linear inteira, o que implica tempos de processamento elevados, Gabbani e Magazine [66] sugerem que os problemas sejam resolvidos com o uso de uma heurística. A heurística usada foi desenvolvida por Magazine e Oguz [95]. Tal

como os autores afirmam, sem dúvida que ao usar uma heurística não existe a garantia que a solução obtida seja uma solução óptima do problema ponderado, e consequentemente, que seja uma solução eficiente do problema multiobjectivo. Refira-se ainda que uma vez que é utilizado o método de optimização da soma ponderada das funções objectivo, sem restrições adicionais, então as soluções eficientes não suportadas não são consideradas.

Aksoy [1] apresenta um algoritmo interactivo, com uma estrutura de pesquisa em árvore semelhante ao do algoritmo de Marcotte e Soland [101], aplicável a problemas de programação linear inteira mista bicritério. Inicialmente, o algoritmo, desenhado para funções objectivo de maximização, determina os mínimos lexicográficos. Para evitar soluções fracamente eficientes, o autor opta por primeiro maximizar, na região admissível, uma das funções objectivos e depois, maximiza a outra função objectivo, adicionando uma restrição do tipo  $f_i(x) \geq f_i(x_i^*)$ , onde  $x_i^*$  é a solução óptima do primeiro problema optimizado. Nesta fase, o decisor tem de decidir qual a solução não dominada, das duas determinadas, preferida. O nodo  $N^0$ , correspondente à região definida pelos mínimos lexicográficos, é inserido numa lista de espera. Quando a lista de espera estiver vazia, o algoritmo termina, sendo a solução final, a preferida até ao momento. Os nodos são retirados da lista para ramificação numa lógica de primeiro a entrar, primeiro a sair. Assumindo que o nodo  $N^r$ , correspondente à região definida pelas soluções não dominadas  $(l_1^r, u_2^r)$  e  $(u_1^r, l_2^r)$ , é considerado na iteração  $k$  do algoritmo, o decisor é confrontado com a solução preferida até ao momento e a solução ideal  $(u_1^r, u_2^r)$ , relativa ao nodo em estudo. Se o decisor considerar que a solução ideal não é preferível à solução preferida até ao momento, então esse nodo não é considerado para ramificação. Caso contrário, o nodo é ramificado. A região que define o nodo a ramificar é dividida em duas sub-regiões, gerando os nodos  $N^{2k-1}$  e  $N^{2k}$ . Para tal, o algoritmo considera uma das funções objectivo, escolhida pelo decisor no início do processo e, tendo em conta essa função objectivo (o autor, sem perda de generalidade, considera a segunda função objectivo para explicar o processo), procura dividir a região definida pelas soluções não dominadas  $(l_1^r, u_2^r)$  e  $(u_1^r, l_2^r)$ , em duas sub-regiões com a mesma área. Ou seja, em relação à segunda função objectivo, uma das regiões seria definida de  $l_2^r$  a  $\frac{l_2^r + u_2^r}{2}$ , e a outra de  $\frac{l_2^r + u_2^r}{2}$  a  $u_2^r$ , gerando respectivamente os nodos  $N^{2k}$  e  $N^{2k-1}$ . Esta separação da região em duas sub-regiões com a mesma área só é possível se

existir uma solução não dominada  $z$ , tal que  $z_2 = \frac{l_2^r + u_2^r}{2}$ . Se não existir, são determinadas duas soluções não dominadas, na região admissível. Uma,  $z^{2k-1}$ , é obtida pela maximização da primeira função objectivo, adicionando a restrição  $f_2(x) \geq \frac{l_2^r + u_2^r}{2}$  (mais uma vez, para não obter uma solução fracamente não dominada, de seguida, é maximizada a segunda função objectivo, tal que  $f_1(x) \geq f_1(x^*)$ , onde  $x^*$  é a solução óptima do primeiro problema optimizado). As soluções  $(l_1^r, u_2^r)$  e  $(z_1^{2k-1}, z_2^{2k-1})$  definem assim a região associada ao nodo  $N^{2k-1}$ . A solução não dominada  $z^{2k-1}$  é apresentada ao decisor. Se considerar que esta solução é preferível à solução preferida até ao momento, então  $z^{2k-1}$  passa a ser a preferida. Refira-se que o nodo  $N^{2k-1}$  só é inserido na lista de espera para ramificação, se  $z_1^{2k-1} - l_1^r > e_1$  e  $u_2^r - z_2^{2k-1} > e_2$ , onde  $e_1$  e  $e_2$  são escalares positivos, especificados pelo decisor no início do processo. A outra solução não dominada,  $z^{2k}$ , é obtida pela maximização da segunda função objectivo, sujeita a  $f_1(x) \geq z_1^{2k-1} + e_1$ . Também neste caso, é optimizado um outro problema de forma a garantir que a solução não é fracamente não dominada. Mais uma vez, o decisor é confrontado com esta solução calculada e a preferida até ao momento. A região associada ao nodo  $N^{2k}$  é dada pelas soluções não dominadas  $(z_1^{2k}, z_2^{2k})$  e  $(u_1^r, l_2^r)$ . O nodo  $N^{2k}$  é inserido na lista de espera para ramificação, se  $u_1^r - z_1^{2k} > e_1$  e  $z_2^{2k} - l_2^r > e_2$ .

À semelhança de outros métodos interactivos já revistos, este também é baseado na comparação entre pares de soluções não dominadas, donde resulta uma preferível a todas as outras, levando à exclusão das restantes. Por esta razão e tal como referido pelo autor, o método assume que as preferências do decisor são coerentes, transitivas e invariantes ao longo de todo o processo.

Ramesh et al. [121] propõem um procedimento interactivo para problemas de programação linear inteira bicritério. À semelhança do método de Villarreal et al. [144], também este é baseado no procedimento interactivo de Zionts e Wallenius [155] para problemas de programação linear multicritério, mas tendo em conta a estrutura especial dos problemas bicritério. No método de Zionts e Wallenius [155], o espaço dos pesos é reduzido progressivamente, de acordo com as preferências do decisor. Se existir incoerência entre as restrições no espaço dos pesos, derivadas das respostas do decisor, o método permite eliminar



as restrições mais antigas (evitando que o espaço dos pesos reduzido seja vazio), que não voltarão a ser usadas. Contudo, a eliminação destas restrições resulta numa perda de informação sobre a estrutura de preferências do decisor. No procedimento interactivo de Ramesh et al. [121], esta situação é evitada com a introdução de certas restrições no espaço dos objectivos, para além das restrições habituais do método de Zionts e Wallenius [155] no conjunto dos pesos.

O artigo de Solanki [133] descreve um algoritmo para gerar um subconjunto de soluções não dominadas dispersas para problemas de programação linear inteira mista bicritério. Refira-se que o algoritmo não é interactivo pois a única informação solicitada ao decisor é um valor para o erro máximo permissível, que irá definir a condição de paragem do método. No entanto, facilmente se modificaria o algoritmo de forma a enquadrar-se num tipo de método interactivo. O algoritmo proposto, referido como ABIN (*Algorithm to approximate the Biobjective Integer Noninferior set*), é baseado no conhecido método *NonInferior Set Estimation* (NISE) de Cohon [29], concebido para gerar também um subconjunto de soluções não dominadas dispersas, mas para problemas de programação linear bicritério. A não convexidade da região admissível em problemas de programação linear inteira, e inteira-mista, origina dois conflitos na adaptação do método NISE: a medida do erro deixa de ser válida, uma vez que é baseada na convexidade da região admissível e a obtenção de soluções através da soma pesada das funções objectivo, tal como no método NISE, já é sabido que no caso de variáveis inteiras não permite obter as soluções não dominadas não suportadas. Para contornar o primeiro problema, o autor adapta a medida do erro a este caso, e é baseada nas áreas das regiões onde ainda poderão existir soluções não dominadas. A medida do erro pretende assegurar que a diferença entre o subconjunto obtido e o subconjunto exacto de soluções não dominadas seja não superior ao erro máximo permissível, estipulado pelo decisor. Para contornar o segundo, a métrica ponderada e aumentada de Chebyshev é utilizada para assegurar que o algoritmo proposto calcule um conjunto de soluções não dominadas disperso pelo espaço dos objectivos. O artigo não refere resultados de experiência computacional, no entanto, o mecanismo do ABIN é ilustrado através de uma aplicação ao problema de localização bicritério.

Karaivanova et al. [89] apresentam um método interactivo para problemas de programação linear inteira multiobjectivo que tem como finalidade, de acordo com os autores, ser rápido, não exigir demasiado do decisor e poder ser implementado sem recurso a nenhum programa informático em especial. O método proposto trata-se de uma fiel adaptação do método de Steuer e Choo [137]. Para a obtenção de soluções não dominadas, é também utilizada a métrica ponderada e aumentada de Chebyshev mas, neste caso, os autores consideram razoável a utilização de uma heurística para a resolução dos problemas monocritério auxiliares, uma vez que o esforço computacional é excessivamente elevado quando se aplica a métrica. A heurística foi proposta por Ibaraki et al. [85] e não garante a obtenção de soluções eficientes.

Vassilev e Narula [142] e Narula e Vassilev [112] apresentam dois artigos com a mesma base de trabalho ou seja, os resultados apresentados por Wierzbicki [150]. O método interactivo apresentado no primeiro artigo é baseado numa direcção de referência, que é definida pelos autores como a diferença entre o ponto de referência, dado pelo decisor, e a última solução do problema encontrada. Sejam

$$H = \{k \in K: f_k^{**} > f_k\},$$

$$L = \{k \in K: f_k^{**} < f_k\},$$

$$E = \{k \in K: f_k^{**} = f_k\},$$

onde  $K = H \cup L \cup E$ ,  $f_k$  é um valor arbitrário da função objectivo  $k$  e  $f_k^{**}$  é o nível de aspiração/reserva para a função objectivo  $k$ . Para obter uma solução eficiente para o PLIM resolve-se o seguinte problema de programação linear inteira mista:

$$\max \left\{ \min_{k \in H} \left\{ \frac{f_k(\mathbf{x}) - f_k}{f_k^{**} - f_k} \right\} + \gamma \sum_{k \in K} (f_k(\mathbf{x}) - f_k) \right\}$$

$$\text{s.a: } \mathbf{x} \in X'$$

$$f_k(\mathbf{x}) \geq f_k^{**} + \alpha(f_k^{**} - f_k) \quad k \in L$$

$$f_k(\mathbf{x}) = f_k^{**} \quad k \in E$$

onde  $\alpha$  é um escalar não negativo,  $\gamma$  é um escalar positivo suficientemente pequeno e  $f_k$ ,  $k \in K$ , é o valor da função objectivo  $k$  na última solução encontrada.

A segunda parcela da função objectivo pretende exclusivamente evitar que se calculem soluções fracamente eficientes. Com a resolução deste problema, obtém-se uma solução não dominada o mais afastada possível da última solução calculada no que diz respeito às funções objectivo  $k \in H$  em que se pretendia uma maior melhoria ou seja com maior diferença entre o ponto de referência dado pelo decisor e a última solução do problema (direcção de referência), impondo restrições nas outras funções objectivo  $k \in L \cup E$ .

Este problema pode ser reformulado de forma equivalente da seguinte forma:

$$\max \left\{ v + \gamma \left[ \sum_{k \in H} (f_k(\mathbf{x}) - f_k) + \sum_{k \in L} (f_k - f_k(\mathbf{x})) \right] \right\} \quad (\text{PLIM-3})$$

$$\text{s.a: } \mathbf{x} \in X'$$

$$v \leq \frac{f_k(\mathbf{x}) - f_k}{f_k^{**} - f_k} \quad k \in H$$

$$f_k(\mathbf{x}) \geq f_k^{**} + \alpha(f_k^{**} - f_k) \quad k \in L$$

$$f_k(\mathbf{x}) = f_k^{**} \quad k \in E$$

Vassilev e Narula [142] enunciam o seguinte teorema:

**Teorema 9.** *Se  $\mathbf{x}^* \in X'$  é uma solução óptima do problema PLIM-3, então  $\mathbf{x}^*$  é eficiente para PLIM.*

O outro método interactivo proposto pelos autores, em 1994 ([112]), difere um pouco do primeiro, uma vez que em cada iteração, o algoritmo procura soluções não dominadas (possivelmente fracamente eficientes) para o problema PLIM relaxado. Esta procura é feita através da resolução do problema PLIM-3, mas considerando  $\mathbf{x} \in X$ , e pretende diminuir os tempos de cálculo. Apenas em certas iterações, se o decisor desejar, é resolvido o problema PLIM-3 para encontrar uma solução não dominada inteira próxima (de acordo com a métrica de Chebyshev) da solução não dominada obtida anteriormente para o problema PLIM relaxado (ponto de referência).

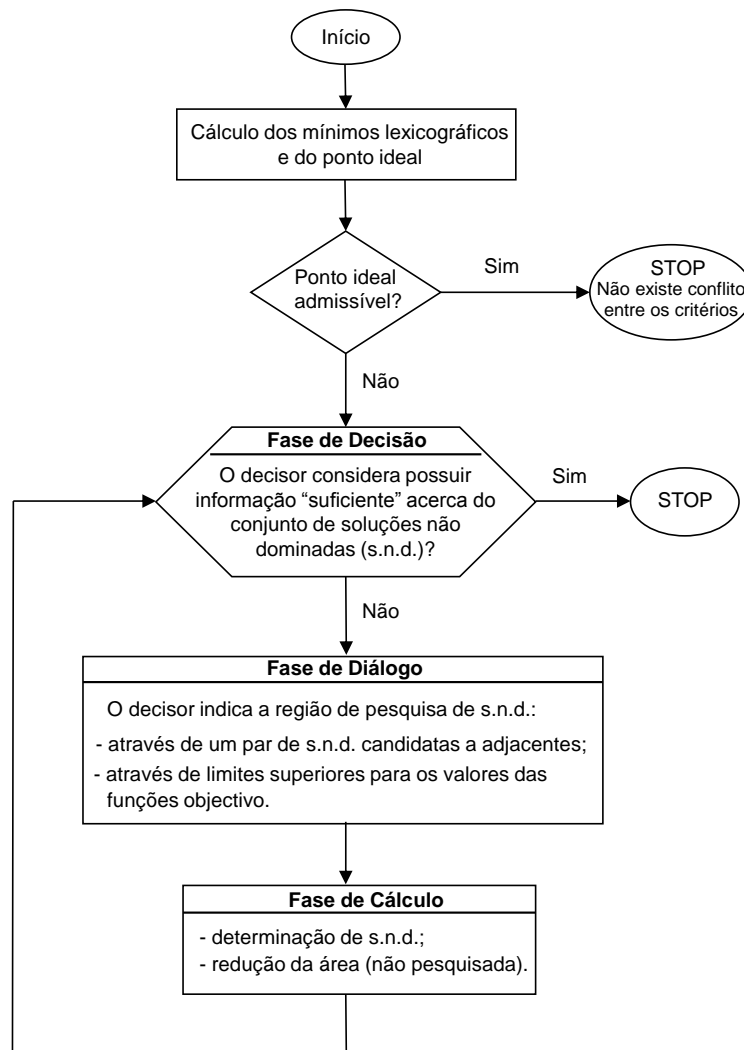
Em ambos os métodos, o decisor apenas tem de especificar um ponto de referência tal que  $f_k^{**} < f_k$ , para pelo menos um  $k \in K$ , para não obter a mesma solução da iteração anterior. Não é referida qualquer experiência computacional. Os autores mencionam nos dois artigos que foi desenvolvido um SAD, mas não o ilustram em nenhum deles.

Em 1997, Vassilev et al. [143] descrevem um SAD desenvolvido para modelar e resolver problemas de programação linear inteira multiobjectivo. O sistema tem como base um algoritmo que os autores referem como híbrido, que foi concebido combinando os métodos que acabámos de expor de Vassilev e Narula [142] (MOIA) e de Narula e Vassilev [112] (MOHIA). O algoritmo híbrido consiste nos seguintes dois passos: 1) Quando uma solução eficiente inteira é determinada numa interacção do algoritmo MOHIA e satisfaz o decisor, então termina o algoritmo híbrido. Se o decisor pretender procurar uma solução eficiente inteira na próxima interacção, segue para o passo dois. Caso contrário, utiliza-se o algoritmo MOHIA; 2) Determinar uma solução eficiente inteira usando o algoritmo MOIA. Se satisfaz o decisor, então termina o algoritmo. Se o decisor pretender pesquisar uma solução eficiente contínua na próxima interacção, utiliza-se o algoritmo MOHIA e segue para o primeiro passo. Caso contrário, utiliza-se o algoritmo MOIA.

O SAD é ilustrado através de um problema bastante simples de programação linear inteira com dois objectivos.

Ferreira et al. [60] propõem um método interactivo para problemas de minimização bicritério de programação linear inteira mista, em que se pretende explorar de forma adequada a estrutura dos modelos bicritério. Com este método, os autores pretendem obter soluções eficientes com pouco esforço computacional e efectuar a pesquisa no espaço dos objectivos com o mínimo esforço cognitivo. Uma vez que se trata de modelos com dois objectivos, a interacção com o decisor é bastante focada na representação e visualização gráfica do espaço dos objectivos.

Para melhor entender o funcionamento do método interactivo e dada a sua importância nesta tese, apresentamos um fluxograma, baseado no que se encontra em Ferreira et al. [60].



Inicialmente, o método determina os mínimos lexicográficos e o ponto ideal, assumindo que os critérios são conflituosos, e apresenta os resultados no espaço dos objectivos. De seguida, existem duas fases: a fase de diálogo e a fase de cálculo. Durante a fase de diálogo, é solicitado ao decisor que indique a região do espaço dos objectivos em que pretende pesquisar uma nova solução não dominada. Esta informação pode ser indicada de duas formas diferentes. Com base nesta informação, o método inicia a pesquisa de soluções não dominadas nessa região, usando para tal, o resultado de Soland [132] que, como já vimos, possibilita o cálculo de qualquer solução não dominada, nomeadamente as suportadas e as não suportadas.

Assim, dado que se trata de um método para problemas de minimização bicritério, uma solução não dominada poderá ser determinada, caso exista, através da resolução do seguinte problema escalarizante:

$$\min \lambda_1 f_1(\mathbf{x}) + \lambda_2 f_2(\mathbf{x})$$

(PLMB-1)

$$\text{s.a: } f_1(\mathbf{x}) \leq \alpha_1$$

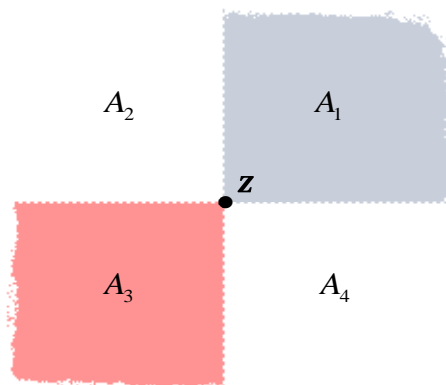
$$f_2(\mathbf{x}) \leq \alpha_2$$

$$\mathbf{x} \in X'$$

em que  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  representam pesos estritamente positivos e satisfazem  $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$ .

Como consequência da fase de cálculo é proporcionada sempre alguma informação ao decisor. Caso não exista nenhuma solução não dominada na região pesquisada, então é eliminada a respectiva área total. Por outro lado, caso tenha sido obtida uma solução não dominada, esta é apresentada no espaço dos objectivos e são eliminadas duas áreas onde se garante a inexistência de outras soluções não dominadas. Considerando um sistema de eixos com origem numa solução não dominada  $\mathbf{z}$  (Figura 3.16), podemos concluir que:

- Não existem soluções admissíveis no quadrante  $A_3$  (inclusive os eixos a tracejado), pois se existissem significaria que  $\mathbf{z}$  seria dominada;
- Qualquer solução existente em  $A_1$  (inclusive os eixos a tracejado) será dominada pela solução não dominada  $\mathbf{z}$ ;
- Se existirem outras soluções não dominadas, vão pertencer, com toda a certeza, aos quadrantes  $A_2$  e  $A_4$ .



**Figura 3.16** Sistema de eixos com origem na solução não dominada  $\mathbf{z}$ .

Segundo os autores, um dos intuitos de eliminar as áreas em que não existem soluções não dominadas (quadrantes  $A_1$  e  $A_3$  na Figura 3.16) é auxiliar na escolha dos valores  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  do PLMB-1 de modo a que se explore apenas regiões interessantes e permitir uma adequada utilização do resultado de Soland [132]. Assim, podem atribuir-se valores para  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  directamente, tendo em conta as áreas por explorar ou então, através de duas soluções não dominadas previamente calculadas e candidatas a adjacentes. Para este último caso, consideremos por exemplo, que as duas soluções não dominadas escolhidas são  $\mathbf{z}^r = (z_1^r, z_2^r)$  e  $\mathbf{z}^s = (z_1^s, z_2^s)$ , então facilmente se calcula  $\alpha_1 = \max\{z_1^r, z_1^s\}$  e  $\alpha_2 = \max\{z_2^r, z_2^s\}$ . Na prática, para evitar que se obtenha novamente uma das soluções  $\mathbf{z}^r$  ou  $\mathbf{z}^s$ , subtrai-se aos alfas um valor  $\varepsilon$  positivo e suficientemente pequeno. Por outro lado, ao atribuir-se valores directamente aos alfas, podem interpretar-se estes valores como limitações superiores aceitáveis para os objectivos. Note-se que neste método, os pesos atribuídos às funções objectivo são meramente parâmetros operacionais que podem ser fixos pelo decisor ou até mesmo, usar-se sempre pesos iguais. No entanto, apesar de a escolha dos pesos ter pouco impacto no decisor, em termos operacionais essa escolha é relevante, merecendo alguma atenção. Em primeiro lugar, no que diz respeito à parte computacional, os pesos poderão influenciar a eficiência dos algoritmos de resolução. Por outro lado, os pesos também terão impacto nas soluções não dominadas que se determinam. Tal como já referido aquando da apresentação do método da optimização da soma ponderada das funções objectivo, ao atribuir-se aos pesos a conotação de importância dada a cada critério podemos estar a induzir o decisor em erro, levando a que este possa não ficar agradado com a solução obtida dadas as suas expectativas. Mas na realidade, no caso bicritério, um peso para  $\lambda_1$ , por exemplo, próximo da unidade leva a uma solução não dominada, caso exista, mais próxima da solução que optimiza a função objectivo 1.

Todos os pontos apresentados por Hultz et al. [84], ao método interactivo de Ross e Soland, são perfeitamente válidos se aplicados ao método de Ferreira et al. [60]. Este, quando comparado com outros métodos, apresenta algumas vantagens (Captivo e Clímaco [21]):

- Qualquer solução não dominada pode ser determinada, incluindo as que se encontram nos desvios de dualidade;
- É potencialmente útil para modelos bicritério onde exista um grande número de soluções não dominadas. Não existem decisões irrevogáveis ao longo do processo; a

informação requerida ao decisor em cada interacção é simples; o processo termina quando o decisor considerar que tem informação suficiente sobre o conjunto de soluções não dominadas;

- Do ponto de vista operacional é aceitável. Em cada interacção, é resolvido um único problema de programação linear inteira, e a sua estrutura original apenas é alterada devido à inclusão de duas restrições adicionais;
- Em cada interacção, é calculada uma solução não dominada (eliminando uma certa área no espaço dos objectivos onde não valerá a pena procurar novas soluções), ou então é eliminada toda a área onde foi feita a pesquisa.

O artigo de Karaivanova et al. [88] descreve dois métodos interactivos desenvolvidos para resolver problemas de programação linear inteira multiobjectivo. Num dos métodos, a determinação de soluções eficientes em cada iteração é conseguida recorrendo a um problema de programação linear inteira, que corresponde à minimização de uma função escalarizante de alcance. O método é semelhante ao método de Vassilev e Narula [142], diferindo essencialmente na função escalarizante que é do tipo min-max em vez de max-min. Cada solução é então apresentada ao decisor, e caso não seja do seu agrado, são-lhe solicitados novos níveis de aspiração/reserva para os valores correspondentes das funções objectivo. Uma vez que em cada iteração só se trabalha com soluções inteiras, o método é denominado por inteiro puro.

No outro método, para procurar soluções eficientes, não necessariamente inteiras, os autores propõem o uso do método Pareto Race (Korhonen e Wallenius [93]), sendo assim possível percorrer a fronteira eficiente. Quando o decisor encontra a sua solução preferida, pesquisa-se a solução eficiente inteira mais próxima da obtida anteriormente, através da minimização de uma função escalarizante de alcance que projecte a solução no conjunto das soluções não dominadas. O processo repete-se até que seja identificada uma solução de compromisso inteira que seja satisfatória. Segundo Karaivanova et al. [88], tal como Narula e Vassilev [112], nas primeiras iterações, quando ainda não se está perto da região eficiente preferida do decisor, não existem motivos para determinar soluções óptimas inteiras e, deste modo, aumentar a complexidade computacional. Posteriormente, em iterações mais



avançadas, é que se torna necessária uma maior exactidão no cálculo, de forma a procurar soluções eficientes para o problema original.

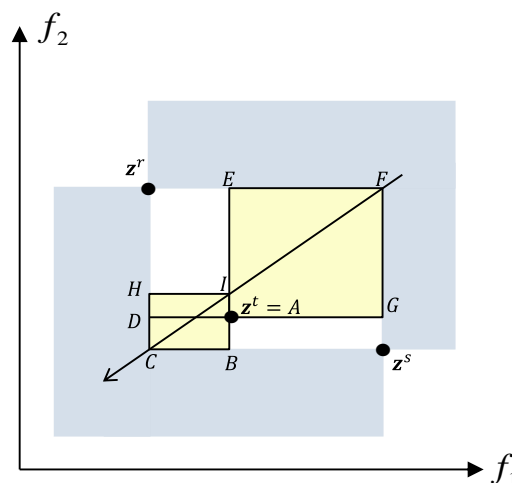
Os autores comparam os dois métodos e afirmam que o segundo é mais eficiente em termos computacionais, uma vez que se resolvem menos problemas de programação inteira. Por outro lado, o decisor trabalha a maior parte do tempo com variáveis não inteiras, o que poderá ser insatisfatório do ponto de vista do processo de aprendizagem. No primeiro método tal não acontece ou seja, o decisor trabalha apenas com variáveis inteiras. Em jeito de conclusão, os autores consideram que os métodos se complementam.

Os autores desenvolvem um sistema de apoio à decisão que combina os dois métodos e ilustram a sua utilização com um exemplo numérico.

Ferreira [59] apresenta um novo método interactivo, bastante semelhante ao anteriormente referido (Ferreira et al. [60]), para problemas de minimização bicritério de programação linear inteira mista. Do ponto de vista do utilizador, não existe qualquer diferença relativamente à informação que lhe é solicitada em cada interacção, para ambos os métodos. Em qualquer um dos métodos e em cada interacção, resolve-se apenas um problema de programação linear inteira proporcionando sempre alguma informação como resultado. A diferença consiste na fase de cálculo, em que para a pesquisa de soluções não dominadas, o autor utiliza a métrica ponderada e aumentada de Chebyshev, em vez da soma ponderada com restrições adicionais.

Segundo o autor, a utilização em cada interacção da métrica ponderada e aumentada de Chebyshev tem, por vezes, vantagem comparativamente ao método de imposição de restrições na parametrização, no que diz respeito à quantidade de área eliminada por não admissibilidade. A interpretação geométrica da métrica de Chebyshev, quando é realizada uma pesquisa entre duas soluções não dominadas candidatas a adjacentes, permite facilmente verificar que quando é obtida uma solução não dominada, é possível eliminar as áreas referidas anteriormente por dominância ( $A_1$  na Figura 3.16, página 64), por não admissibilidade ( $A_3$  na Figura 3.16) e para além destas, possivelmente mais um acréscimo de área onde também sabemos não existirem soluções admissíveis. Este acréscimo de área eliminada verifica-se caso a solução não dominada não coincida com o vértice do contorno da métrica ponderada e

aumentada de Chebyshev. A Figura 3.17 ilustra um exemplo de um problema de minimização bicritério em que foi feita uma pesquisa na região definida pelas soluções não dominadas  $z^r$  e  $z^s$ , considerando o ponto C (na prática, C mais uma constante muito pequena para não obtermos novamente as soluções  $z^r$  e  $z^s$ ) como ponto de referência, e foi encontrada a solução não dominada  $z^t$ . Neste exemplo, foi então possível eliminar por dominância e por não admissibilidade respectivamente, as regiões definidas pelos rectângulos AIEG e ABCD, e um acréscimo de área dado pelo rectângulo ADHI.



**Figura 3.17** Pesquisa de soluções numa determinada região, utilizando a métrica ponderada e aumentada de Chebyshev. Consequentes regiões eliminadas.

Alves e Clímaco [5] propõem um método interactivo para problemas de programação linear inteira multiobjectivo, que combina o uso da métrica de Chebyshev com técnicas de planos de corte. Em cada interacção, o método calcula primeiro a solução (não necessariamente inteira) que está mais próxima do ponto de referência (indicado pelo decisor), usando a métrica (não ponderada) aumentada de Chebyshev. De seguida, usa essencialmente os planos de corte fraccionários de Gomory [72] para obter a solução não dominada inteira. Os autores desenvolveram uma ferramenta de análise de sensibilidade com o intuito de identificar intervalos para os pontos de referência que levassem à mesma solução não dominada. Esta ferramenta é especialmente proveitosa para pesquisar a área em redor de uma solução não dominada eleita, de forma a que não se obtenha a mesma solução em várias interacções.

No seguimento deste método, Alves e Clímaco [6] propõem um outro método interactivo para problemas de programação linear inteira (mista) multiobjectivo que explora o uso de técnicas de pesquisa em árvore para resolver o problema monocritério auxiliar. A principal característica do método consiste em usar a árvore da pesquisa feita na iteração anterior para realizar uma fase de análise de sensibilidade e proceder à obtenção de uma nova solução eficiente. Foram desenvolvidas regras para simplificar a árvore de forma a evitar o seu crescimento desmesurado. Isto proporciona espaço de armazenamento da informação da árvore e permite poupar tempo na sua utilização. Os autores concluem que o método de pesquisa em árvore é mais eficiente que o método de planos de corte.

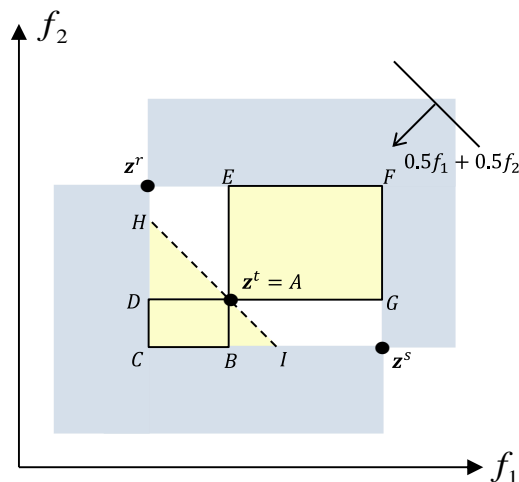
Em ambos os métodos, na fase de diálogo, caso o decisor pretenda prosseguir com a pesquisa de soluções, apenas tem de especificar um ponto de referência ou escolher uma função objectivo que deseje melhorar tendo em conta a solução eficiente anteriormente calculada.

Foram vistos alguns métodos interactivos mais divulgados para problemas gerais de programação linear inteira multicritério. No entanto, existem ainda outros métodos que se aplicam especificamente a alguns problemas particulares de programação linear multicritério. Apesar do tipo de metodologia ser semelhante, a diferença consiste no uso de algoritmos específicos, na fase de cálculo, para resolver os problemas escalarizantes, tirando assim proveito da estrutura particular do problema que estão a resolver. Dada a sua importância no tema desta tese, falaremos aqui do sistema DINAS – *Dynamic Interactive Network Analysis System*, que trata problemas multiobjectivo de ‘transbordo’ com localização de serviços (Ogryczak et al. [115][116][117]). O método subjacente ao sistema é interactivo, em que na fase de diálogo, o decisor vai introduzindo níveis de aspiração e de reserva para as funções objectivo e, na fase de cálculo, é usada uma função escalarizante de alcance (similar às já vistas anteriormente) para a obtenção de uma solução eficiente. Esta é apresentada ao decisor na forma de tabela e de gráficos de barras, de modo a poder compará-la com as restantes soluções eficientes obtidas até ao momento. Para a resolução do problema escalarizante, os autores desenvolveram um algoritmo, designado por TRANSLOC, que utiliza um processo de

pesquisa em árvore, tentando tirar partido do facto de a estrutura do problema escalarizante manter parte da estrutura do problema inicial.

### 3.5.2. Contributos

Nesta tese, damos um contributo ao método de Ferreira et al. [60] e Ferreira [59], sugerindo que seja eliminada uma nova área onde também podemos garantir a inexistência de soluções não dominadas, e desta forma, reduzir ainda mais a região de interesse. Considere-se que em determinado momento do método se conhecem duas soluções não dominadas  $\mathbf{z}^r$  e  $\mathbf{z}^s$ , vectores de  $\mathbb{R}^2$ , candidatas a adjacentes. Vamos agora supor que o decisor pretende pesquisar a região definida pelas duas soluções mencionadas. Assim, tal como referido, a resolução do PLMB-1 pode resultar em duas situações: não é encontrada nenhuma solução na região pesquisada, sendo esta eliminada na sua totalidade uma vez que não tem interesse; ou é determinada uma nova solução não dominada na região. Suponha-se que para  $\lambda_1 = 0,5$  seria encontrada uma nova solução não dominada  $\mathbf{z}^t$ , como se representa na Figura 3.18.



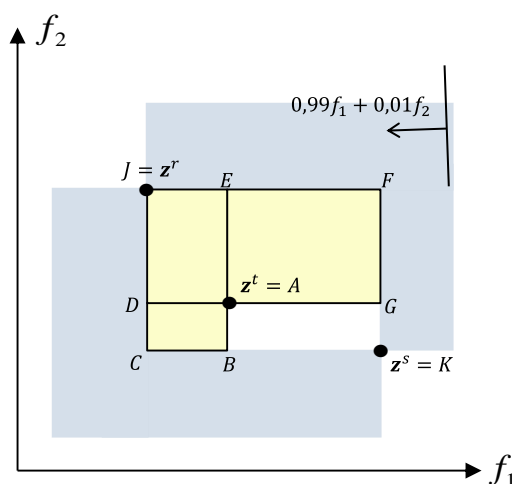
**Figura 3.18** Pesquisa de soluções numa determinada região para  $\lambda_1 = 0,5$  e consequentes regiões eliminadas.

Pelas razões já apontadas anteriormente, podemos concluir que não existem soluções admissíveis no rectângulo ABCD e no rectângulo AEFG. Sabendo que o problema escalarizante corresponde à minimização da soma ponderada das funções objectivo, podemos garantir que não existe nenhuma solução não dominada em parte do semiplano aberto (limitado pela região pesquisada), definido pela recta perpendicular ao vector anti-gradiente que passa pela nova

solução não dominada encontrada. Pois, se existisse uma solução nesta parte do semiplano, ela teria sido calculada pela resolução do problema que permitiu obter a nova solução não dominada. No exemplo dado, a região que pode igualmente ser eliminada corresponde então ao triângulo HCl. Tal como já referido, se existisse uma solução nesta região, ela teria sido calculada pela resolução do problema anterior que permitiu obter a solução  $z^t$ . Note-se, no entanto, que poderão existir soluções não dominadas sobre o segmento de recta HI, fruto da existência de óptimos alternativos do problema escalarizante resolvido.

Este ganho de região eliminada não parece muito proveitoso em termos práticos. Por um lado, a região deixa de ser composta somente por regiões rectangulares correspondentes a zonas eliminadas e zonas ainda por pesquisar. Em termos cognitivos, poderá torna-se mais confuso para um decisor. Por outro lado, continua a haver duas regiões por pesquisar. Apesar de terem área inferior em comparação com os rectângulos completos, não deixa de haver dois espaços ainda por pesquisar.

No entanto, uma vez que os pesos são meros artifícios operacionais do método, podemos considerar pesos mais interessantes que permitam melhores ilações a partir da obtenção de uma nova solução não dominada. Veja-se o exemplo da Figura 3.19, onde foi considerado um peso para  $\lambda_1$  igual a 0,99. Com este peso, foi possível eliminar a zona rectangular completa ADEJ para além das duas já eliminadas. Uma situação semelhante aconteceria para um peso  $\lambda_1$  próximo de 0, mas neste caso a região eliminada seria o rectângulo ABKG.



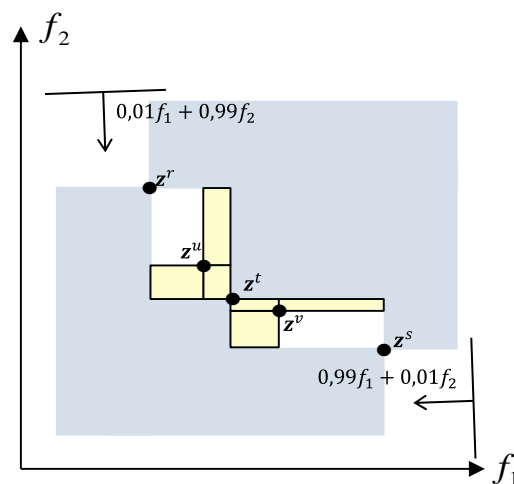
**Figura 3.19** Pesquisa de soluções, numa determinada região, para  $\lambda_1 = 0,99$ . Consequentes regiões eliminadas.

O inconveniente da utilização de um destes dois pesos para  $\lambda_1$ , próximo de 1 ou de 0, é que tendencialmente serão obtidas soluções não dominadas, se existirem, próximas das já conhecidas ( $\mathbf{z}^r$  ou  $\mathbf{z}^s$  no exemplo). No caso de a pesquisa estar a ser efectuada na região definida pelos mínimos lexicográficos, a utilização de um destes pesos para  $\lambda_1$  não irá, à partida, produzir um resultado desejável. Quando o decisor ainda tem pouco conhecimento do problema, será desejável que se apresentem inicialmente soluções o mais heterogéneas possível. Para contornar esta situação, uma possível solução seria apresentar inicialmente ao decisor, juntamente com os mínimos lexicográficos, um subconjunto de soluções não dominadas dispersas.

A propósito desta contribuição, refira-se que Chalmet et al. [24] apresenta um método gerador, não interactivo, para problemas de programação inteira bicritério, cuja fundamentação para o cálculo do conjunto completo das soluções não dominadas serviu de base ao método interactivo apresentado de Ferreira et al. [60]. Os vários problemas escalarizantes que vão sendo resolvidos em cada iteração, para a determinação das soluções não dominadas, são muito semelhantes ao problema PLIM-2 (sendo a diferença na combinação linear que se exige positiva, mas não necessariamente convexa). Após o cálculo de uma solução não dominada, o algoritmo guarda a informação das duas regiões ainda por explorar e em duas próximas iterações, pesquisa essas regiões. Os autores provam que cada solução calculada é não dominada; são calculadas todas as soluções não dominadas e, se a região admissível for limitada, então o algoritmo termina num número finito de iterações. A forma como sugerimos a utilização de um peso de valor aproximadamente igual a 0 ou 1 para uma das funções objectivo, permitindo a eliminação de mais uma das regiões por explorar, poderá também ser visto como um forte contributo à eficiência deste algoritmo de Chalmet et al. [24]. A inconveniência de não se obterem soluções não dominadas suficientemente distintas das já conhecidas, neste caso, não tem qualquer relevância uma vez que se pretende obter o conjunto completo das soluções não dominadas.

Em relação ao método interactivo de Ferreira et al. [60] e Ferreira [59], também sugerimos que seja dada uma outra alternativa ao decisor na escolha da região de pesquisa. Para além das duas alternativas já mencionadas - através da indicação de duas soluções não dominadas

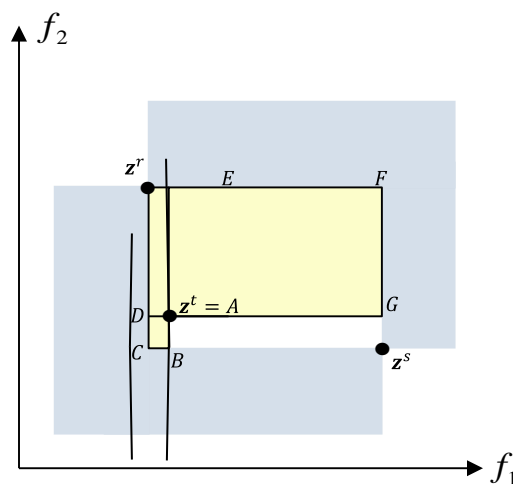
candidatas a adjacentes ou indicando directamente a região de pesquisa - uma outra possibilidade, seria o decisor indicar uma solução não dominada já calculada, em que teria interesse conhecer novas soluções não dominadas, o mais semelhantes possível à escolhida. Esta nova alternativa de indicar a região de pesquisa, seria mais adequada numa altura em que o decisor já tivesse algum conhecimento do seu problema, começando a revelar algum interesse por um certo tipo de solução. Assim, na fase de cálculo seguinte seriam calculadas, se existissem, as duas soluções não dominadas que apresentassem a melhoria mínima numa função objectivo em detrimento da outra. Supondo que no exemplo da Figura 3.20 o decisor demonstra interesse na solução não dominada  $z^t$  e pretende obter soluções não dominadas semelhantes a esta, então seriam apresentadas as soluções não dominadas  $z^u$  e  $z^v$  e as respectivas regiões eliminadas. A solução não dominada  $z^u$ , que apresenta uma melhoria mínima da função objectivo 1 quando comparada com a solução  $z^t$ , foi obtida pesquisando entre as soluções não dominadas candidatas a adjacentes  $z^t$  e  $z^r$ , com  $\lambda_2$  próximo de 1, e a solução  $z^v$  foi obtida pesquisando entre as soluções não dominadas  $z^t$  e  $z^s$ , com  $\lambda_1$  próximo de 1. Note-se que se de seguida, o decisor indicasse uma das soluções não dominadas  $z^u$  ou  $z^v$  como a sua solução de interesse, só seria apresentada, se existisse, uma nova solução não dominada.



**Figura 3.20** Pesquisa de soluções não dominadas semelhantes a uma solução não dominada já conhecida. Consequentes regiões eliminadas.

Também no caso do método de Ferreira [59], podemos dar um contributo, em que se força o método a eliminar mais uma área completa para além das duas usuais por dominância e por

não admissibilidade. O princípio é o mesmo referido no método de imposição de restrições na parametrização e também, neste caso, faz sentido no contexto do método interactivo, em que se pretende pesquisar uma nova solução não dominada numa certa região definida pelo decisor. Assim, considerando o mesmo ponto de referência mas uma nova direcção, que não a definida pelas duas soluções candidatas a adjacentes onde se pretende efectuar a pesquisa, consegue-se “varrer” a área de pesquisa de forma a obrigar a que a área eliminada (correspondente ao rectângulo ADHI no exemplo da Figura 3.17 - página 68) seja a maior possível. Veja-se a Figura 3.21, correspondente ao mesmo exemplo anterior mas com uma nova direcção, mantendo o mesmo ponto de referência C (na prática, C mais uma constante muito pequena). Em termos da formulação PLM-5 com variáveis inteiras corresponde a considerar um valor para  $\lambda_1$  muito próximo de 1 e para  $\lambda_2$  muito próximo de 0. Facilmente se verifica que também poderíamos considerar o caso contrário ou seja,  $\lambda_1$  próximo de 0 e  $\lambda_2$  próximo de 1 e, o acréscimo de área a eliminar seria a outra região. Tal como no contributo do outro método, também neste caso, o inconveniente da utilização destes pontos de referência, é que serão obtidas soluções não dominadas, se existirem, próximas das já conhecidas ( $z^r$  ou  $z^s$  no exemplo).



**Figura 3.21** Pesquisa de soluções numa determinada região, utilizando a métrica ponderada e aumentada de Chebyshev com  $\lambda_1 \approx 1$ . Parte do contorno da métrica. Consequentes regiões eliminadas.

Tendo em conta o referido no nosso contributo relativamente à eliminação de áreas pelo método de imposição de restrições na parametrização, podemos notar que a utilização da métrica de Chebyshev para o cálculo de soluções não dominadas, só apresenta vantagem, no



que diz respeito à quantidade de área eliminada, comparativamente ao primeiro método, caso se pretenda evitar a obtenção de soluções similares às já conhecidas. No entanto, podemos acrescentar que a utilização da métrica de Chebyshev implica um aumento da complexidade do modelo a resolver, já que se adicionam algumas variáveis, para além de restrições adicionais. Este aumento de complexidade do modelo poderá constituir uma desvantagem em termos de eficiência computacional. No método de Soland [132] não é acrescentada qualquer variável e são adicionadas apenas duas restrições, o que motivou o estudo de aplicabilidade desta aproximação a alguns modelos de optimização combinatoria.

### 3.5.3. Comentários Finais

Após a revisão dos métodos interactivos que se encontram na literatura, podemos desde logo afirmar que muitas têm sido as propostas avançadas para fazer face a problemas de decisão. Ao longo da revisão houve sempre a preocupação de tentar referenciar as seguintes características dos métodos: dedicados a problemas biobjectivo ou multiobjectivo; quantidade e forma como a informação é apresentada e solicitada ao decisor; e por fim, processo de cálculo de soluções. Quanto ao último ponto, há duas características fundamentais que importa analisar: capacidade de calcular qualquer solução não dominada, nomeadamente as não suportadas, e esforço computacional. Os métodos interactivos pensados para problemas em geral, normalmente são desenvolvidos já com a preocupação de permitir a obtenção de qualquer solução não dominada. As excepções revistas foram os artigos de Gabbani e Magazine [66] e Karaivanova et al. [89], em que os autores utilizam técnicas heurísticas para resolver o problema escalarizante, o que não lhes garante que as soluções obtidas sejam necessariamente eficientes. O método de Gabbani e Magazine [66] ainda tem a agravante de utilizar o método da soma ponderada das funções objectivo o que impossibilita, desde logo, a obtenção de soluções eficientes não suportadas. O intuito da utilização de técnicas heurísticas é o de acelerar computacionalmente o processo de obtenção de soluções, pois os métodos utilizados requerem que, em cada interacção, sejam resolvidos vários problemas de programação linear inteira. O mesmo se passa com os métodos apresentados em Steuer e Choo [137], Marcotte e Soland [101] e os baseados neste último (White [149] e Durso [44]), mas em que não são aplicadas técnicas heurísticas, o que implica tempos de processamento demasiado elevados,

duvidando-se das suas aplicações em problemas reais. O esforço computacional também é grande nos métodos que adaptam o método de Zionts e Wallenius [155] a problemas com variáveis inteiras (Villarreal et al. [144], Karwan et al. [90] e Ramesh et al. [121][122]). Note-se que em cada nodo da árvore de pesquisa é necessário conhecer a solução ideal na sub-região admissível associada ao nodo. Tal como já referido, os métodos geradores também exibem a desvantagem relativa ao excesso de esforço computacional. A fim de tentar reduzir os tempos computacionais, mas evitando as heurísticas que não garantam a obtenção de soluções não dominadas, alguns métodos (por exemplo Narula e Vassilev [112], e Karaivanova et al. [88]) trabalham e apresentam os resultados no campo das variáveis contínuas, até que o decisor decida o contrário. Tal como referido por alguns autores, o inconveniente destes métodos é que o decisor trabalha a maior parte do tempo com variáveis contínuas, o que poderá ser insatisfatório do ponto de vista do processo de aprendizagem. Nos restantes métodos, quer onde se utiliza a métrica de Chebyshev, a soma ponderada das funções objectivo com a imposição de restrições adicionais ou uma função escalarizante de alcance, não nos parece que o esforço computacional seja exagerado. Saliente-se, no entanto, que os métodos que utilizam a optimização da soma ponderada com as restrições adicionais (Ross e Soland [127], Villarreal et al. [144], Karwan et al. [90], Ramesh et al. [121][122], Marcotte e Soland [101], White [149], Gonzalez et al. [73], Aksoy [1] e Ferreira et al. [60]) poderão ser mais vantajosos em termos de eficiência computacional. A razão deve-se ao facto de manterem a estrutura da formulação bastante semelhante à do problema inicial o que permite o desenvolvimento de técnicas especializadas mais eficientes que tratem estes problemas. Por exemplo, Dias et al. [41] desenvolveram uma adaptação do algoritmo Dualoc de Erlenkotter [50] para o PLS, na resolução do problema de localização simples bicritério com duas restrições adicionais. Os testes computacionais mostram que o algoritmo proposto pelos autores tem um desempenho muito superior ao de um *general solver*.

A forma como a informação é apresentada e solicitada ao decisor é extremamente importante na avaliação de um método interactivo. Dos métodos analisados, o método de Ross e Soland [127] e os baseados no método de Zionts e Wallenius [155] parecem ser aqueles que apresentam uma maior exigência do ponto de vista da informação requerida ao decisor. Mas, de uma forma geral, todos os métodos apresentados têm a preocupação de não solicitar demasiada informação ao decisor. Os métodos desenvolvidos para problemas bicritério (por

exemplo Ramesh et al. [121], Ferreira et al. [60], Ferreira [59]) apresentam naturalmente vantagens na interacção com o decisor.

No entanto, os métodos dedicados a problemas com duas funções objectivo são muitas vezes referidos na literatura como limitativos, pelo facto de tratarem apenas dois critérios quando frequentemente, os problemas reais são caracterizados como tendo múltiplos objectivos, devido à multidimensionalidade da realidade. Na verdade, coloca-se a questão de saber se, sendo um problema real pautado por múltiplos objectivos, este deve ser encarado com modelações complexas em que diversos critérios tentam representar fielmente a realidade. Ademais, quando muitas vezes os objectivos do decisor não estão bem definidos, o que não permite uma definição adequada do modelo a ser utilizado no processo de decisão. Bana e Costa [13] refere “Um processo de decisão é um sistema de relações entre elementos de natureza objectiva próprios às acções e elementos de natureza subjectiva próprios aos sistemas de valores dos actores. Um tal sistema é indivisível e, portanto, um estudo de suporte de apoio à decisão não pode negligenciar nenhum destes tipos de aspectos. Se é verdade, que a procura de objectividade é uma preocupação importante, é crucial não esquecer que a tomada de decisão é antes de tudo uma actividade humana, sustentada na noção de valor e que, portanto, a subjectividade está omnipresente e é o motor da decisão.”

Para além do problema inerente à modelação da realidade, levanta-se também a questão de saber se os métodos analíticos anteriormente apresentados, apesar de teoricamente bem fundamentados, conseguem de alguma forma ultrapassar as dificuldades sentidas pelo decisor, pelo facto de estar a lidar com múltipla informação de alguma complexidade, que muitas vezes nem lhe agrada. É sabido que os indivíduos não conseguem com frequência processar correctamente a informação devido, por um lado, à limitação dos seus recursos cognitivos e, por outro lado, ao facto dos seus sistemas de valores não estarem devidamente reflectidos na informação que lhe é apresentada. Assim, é-lhes exigido tempo e esforço (levando frequentemente os decisores a evitar tais metodologias), para primeiro, participarem na construção de um modelo que lhes permita progredir de acordo com os seus objectivos e sistemas de valores, e depois, numa fase seguinte, dominarem minimamente a teoria matemática envolvida nos métodos de resolução. Citando Bana e Costa [13] “A simplicidade e a

interactividade devem ser as linhas de força na actividade de apoio à decisão, para abrir as portas à participação e à aprendizagem”.

No âmbito da optimização multicritério, a consideração, numa primeira fase, de modelos com apenas dois objectivos permite a simplicidade e a interactividade que se pretendem no apoio à decisão. Solanki [133] refere que os problemas com dois objectivos usufruem de um estatuto especial, devido ao facto de a comunicação do conjunto de soluções ao decisor na forma gráfica ou de tabela ser muito eficaz nos problemas bicritério. A percepção por parte do decisor, dos compromissos existentes entre os diversos objectivos, diminui rapidamente com um aumento do número de objectivos. O caso de problemas com três objectivos ainda permite a representação das soluções no espaço dos objectivos mas, de facto, a visualização e a compreensão desta informação, bem como a sua manipulação, torna-se bastante difícil. A utilização de tecnologia de realidade virtual poderia eventualmente contribuir para ultrapassar estas dificuldades mas, apesar de já citado em seminários científicos, a sua utilização em problemas deste género ainda é desconhecida. No entanto, existem outros meios gráficos (gráfico de barras, gráfico teia-de-aranha ou radar, projecção bidimensional do espaço dos objectivos e do espaço dos pesos) adequados ao diálogo com os decisores, facilitando assim a compreensão dos problemas com três objectivos. Sejam métodos interactivos dedicados a dois, três ou mais critérios, facilmente se conclui que para uma utilização de um qualquer método deste género é crucial que seja feita a implementação computacional dos procedimentos que o definem.

Por fim, refira-se que tal como pudemos comprovar através desta revisão bibliográfica, existem inúmeras possibilidades no desenvolvimento de procedimentos interactivos que combinam diferentes fases de diálogo e de cálculo. Não tirando o mérito que se reconhece aos métodos apresentados, do ponto de vista combinatório, nesta altura, é fácil proporcionar novos métodos. Gardiner e Vanderpooten [68] referem mesmo que a comunidade científica precisa de resistir à tentação de criar novos métodos (interactivos) de forma a salvaguardar os já existentes e, alternativamente, deve focar-se nas necessidades dos decisores com problemas reais de decisão.

### 3.6. Análise Multiatributo

Entramos agora numa área da teoria multicritério diferente, em que os modelos são concebidos para avaliar um conjunto de acções explicitamente enumerado. Somos assim conduzidos ao conceito de análise multiatributo<sup>1</sup>, exposto nas categorizações de Steuer [136] e Vincke [145]. No contexto da análise multiatributo, a construção de um modelo corresponde a determinar um conjunto de acções, um conjunto de critérios/atributos que permita avaliar as acções e o desempenho de cada acção segundo cada critério. O modelo servirá de base aos raciocínios e às análises que ocorrerem ao longo do processo de decisão. Quando o número de critérios do modelo é elevado, então é usual agrupá-los por classes que se relacionem tendo em conta o objectivo global da avaliação das acções. Por exemplo, perante um problema de decisão relativo à escolha dos melhores locais para a instalação de equipamentos podem-se considerar classes de atributos que avaliem o impacto ambiental, o custo, a equidade, etc.

A consideração de um critério implica definir uma escala de níveis de desempenho a atribuir às alternativas. A escala pode ser qualitativa ou quantitativa, contínua ou discreta, finita ou infinita. Uma escala qualitativa corresponde a um número finito e, geralmente, pequeno de níveis de desempenho, aos quais está associada uma ordem de preferência, como por exemplo: ‘mau’, ‘satisfatório’, ‘excelente’ ou ‘0’, ‘1’, ‘2’ (os números apenas estabelecem uma ordem, não deixando de ser uma escala qualitativa). No caso quantitativo, os níveis de desempenho são expressos numa escala numérica contínua ou discreta. Um critério tem de ter associado um sentido de preferência: maximizar (quanto maior for o valor, melhor) ou minimizar (quanto menor for o valor, melhor). Note-se que os critérios qualitativos podem também ter o sentido de preferência definido desta mesma forma. Por exemplo, considere-se o critério qualitativo ‘Consumo energético’ na avaliação para a compra de um electrodoméstico, em que os níveis de desempenho são dados pelas classes de eficiência energética, cuja classificação vai de A a G, sendo que o A representa a classe mais eficiente (menor consumo) e o G a classe menos eficiente (maior consumo). Naturalmente, este critério tem um sentido de preferência de minimização.

---

<sup>1</sup> Para uma introdução a este tópico recomendam-se os apontamentos de L. Dias - Análise de Decisão: Como considerar múltiplos critérios, Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra.

Uma vez definido o conjunto das alternativas, enumerado explicitamente, e o conjunto de atributos (com os respectivos sentidos de preferência), pode construir-se uma tabela de desempenhos, também designada por matriz de impacto ou matriz de decisão. Trata-se de uma tabela de duas entradas em que ao elemento na linha  $i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) e na coluna  $j$  ( $j = 1, \dots, n$ ), representado por  $p_i^j$ , corresponde o desempenho da  $i$ -ésima alternativa de acordo com o  $j$ -ésimo atributo.

	$c_1$	$c_2$	$\dots$	$c_n$
$a_1$	$p_1^1$	$p_1^2$	$\dots$	$p_1^n$
$a_2$	$p_2^1$	$p_2^2$	$\dots$	$p_2^n$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
$a_m$	$p_m^1$	$p_m^2$	$\dots$	$p_m^n$

Regra geral, o desempenho é numérico ou uma menção qualitativa, mas também poderá ser expresso por uma qualquer simbologia (por exemplo estrelas) ou, até mesmo cores.

Por vezes, há a necessidade de transformar os desempenhos numéricos numa escala uniforme, quer em termos de unidades quer em termos de sentido de preferência. Tal transformação pode ser suprida através da operação de normalização, existindo duas variantes de uso mais comum:

- Normalização pela razão de diferenças (também conhecida como Min-Max)

Para um dado critério, divide-se a diferença absoluta entre cada desempenho e o desempenho da pior alternativa pela amplitude dos desempenhos nesse critério.

- Atributo de maximização: para um atributo  $j$  fixo, a fórmula de normalização é dada por:

$$(p_i^j)_N = \frac{p_i^j - p_{min}^j}{p_{max}^j - p_{min}^j} \quad i = 1, \dots, m$$

onde  $p_{min}^j = \min_{i=1, \dots, m} p_i^j$  e  $p_{max}^j = \max_{i=1, \dots, m} p_i^j$ . Os valores dos extremos da escala normalizada são agora:  $(p_{min}^j)_N = 0$  e  $(p_{max}^j)_N = 1$ . Mantém-se o sentido de preferência de maximização.

- Atributo de minimização: para um atributo  $j$  fixo, a fórmula de normalização é dada por:

$$(p_i^j)_N = \frac{p_{max}^j - p_i^j}{p_{max}^j - p_{min}^j} \quad i = 1, \dots, m$$

Os valores dos extremos da escala normalizada são agora:  $(p_{min}^j)_N = 1$  e  $(p_{max}^j)_N = 0$ . Muda o sentido de preferência para maximização.

- Normalização pela razão

Para um dado critério de maximização, divide-se cada desempenho pelo desempenho da melhor alternativa. Se o critério for de minimização, então considera-se o inverso do valor obtido.

- Atributo de maximização: para um atributo  $j$  fixo, a fórmula de normalização é dada por:

$$(p_i^j)_N = \frac{p_i^j}{p_{max}^j} \quad i = 1, \dots, m$$

Os valores dos extremos da escala normalizada são agora:  $(p_{min}^j)_N = \frac{p_{min}^j}{p_{max}^j}$  e  $(p_{max}^j)_N = 1$ . Mantém-se o sentido de preferência de maximização.

- Atributo de minimização: para um atributo  $j$  fixo, a fórmula de normalização é dada por:

$$(p_i^j)_N = \frac{p_{min}^j}{p_i^j} \quad i = 1, \dots, m$$

Os valores dos extremos da escala normalizada são agora:  $(p_{min}^j)_N = 1$  e  $(p_{max}^j)_N = \frac{p_{min}^j}{p_{max}^j}$ . Muda o sentido de preferência para maximização. Note-se que neste caso, ao contrário dos restantes, não estamos perante uma transformação linear.

Numa forma básica de análise multiatributo, a tabela de desempenhos pode ser a ferramenta final para essa análise. Nesta forma, através dos valores da tabela, cabe aos decisores a árdua tarefa de estudar e avaliar em que medida os seus objectivos são atingidos. Tal processamento intuitivo dos dados pode ser rápido e eficaz, mas também pode conduzir ao

uso injustificado de suposições, levando mesmo a uma selecção desadequada das opções. Assim, a tabela de desempenhos, só por si, é uma ferramenta limitada porque está demasiado sujeita a uma interpretação subjectiva do decisor. No entanto, fazendo uma inspecção numérica directa dos valores da tabela, pode obter-se informação importante acerca dos critérios e da valorização das opções em termos relativos. Numa primeira instância, pode fazer-se uma análise dos critérios, já que podem existir critérios redundantes em que todas as alternativas apresentam o mesmo, ou similar, nível de desempenho para esse mesmo critério. Uma outra análise que pode ser realizada à partida, é uma análise de dominância entre as diversas alternativas, utilizando para tal, os conceitos de dominância (e de quasi-dominância) referidos anteriormente.

Numa próxima etapa, pode verificar-se se o decisor considera as taxas de compensação (*trade-offs*) entre os diversos critérios aceitáveis, de modo que um mau desempenho num critério pode, em princípio, ser compensado por um desempenho melhor noutra. Caso sejam aceitáveis, existem uma série de métodos, denominados como métodos compensatórios da análise multiatributo, que envolvem uma agregação, implícita ou explícita, dos valores atribuídos aos níveis de desempenho de cada alternativa para cada critério, com base na qual o conjunto das alternativas pode ser comparado. O modelo de agregação pode ser interpretado como uma função ou critério que sintetiza os valores atribuídos aos níveis de desempenho segundo todos os critérios. Esta metodologia caracteriza os chamados métodos da teoria da utilidade multiatributo (MAUT – *Multi-Attribute Utility Theory*). A principal diferença entre as famílias destes métodos consiste na forma como a agregação se processa. O modelo aditivo ou da média ponderada é, sem dúvida, o mais utilizado para agregar preferências em problemas multiatributo. Com esta agregação, o modelo permite, com uma grande simplicidade e facilidade, fazer a ordenação das alternativas do problema multiatributo em estudo. Contudo, é bem sabido que este método de agregação tem suscitado várias críticas com justificações diversas, de que destacamos a exigência de independência aditiva dos critérios e o seu carácter completamente compensatório. Como referido, este modelo só é válido se for verificada a condição de independência aditiva entre os vários critérios. Esta condição diz que os critérios em que duas alternativas tenham o mesmo valor não devem influenciar em nada a diferença de atractividade entre ambas, qualquer que seja esse valor em comum. A eliciação dos pesos ou



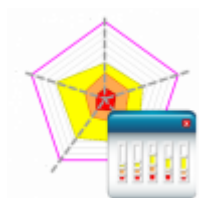
coeficientes de ponderação é um dos aspectos críticos deste modelo. No entanto, existem na literatura diversas técnicas, mais ou menos sofisticadas, para o levar à prática.

Caso não seja aceitável considerar as taxas de compensação entre os diversos critérios, então será necessário recorrer a outras técnicas de análise multiatributo não compensatórias. Uma hipótese será recorrer a métodos bastante estudados, baseados no conceito de prevalência, em que se comparam pares de alternativas e se tiram conclusões dessas comparações. Os métodos de prevalência mais conhecidos são os da família ELECTRE (*ELimination Et Choix Traduisant la REalité*) e PROMETHEE (*Preference Ranking Organisation METHod for Enrichment Evaluations*). Vincke [145] afirma que os métodos de prevalência constituem um compromisso entre a análise de dominância, geralmente insuficiente para resolver um problema, e os métodos da MAUT, demasiado complexos no que diz respeito à necessidade de obter informação coerente por parte do decisor. Claramente, os métodos de prevalência não são tão exigentes em termos de informação requerida ao decisor mas, por outro lado, algumas das metodologias são bastante complexas quanto aos cálculos e ao número de parâmetros envolvidos nesses cálculos. Ao contrário dos métodos da MAUT, os métodos de prevalência admitem a incomparabilidade entre as alternativas e a inexistência de transitividade nas preferências. Em contrapartida, os resultados obtidos através dos métodos de prevalência poderão não ser tão directos.

Uma outra classe de métodos não compensatórios bastante simples e intuitos que pode ser adoptada é a dos métodos elementares. Uma das estratégias destes métodos é a regra conjuntiva, que consiste em eliminar todas as que não verifiquem determinados níveis de desempenho segundo os critérios considerados. O decisor estabelece um limiar de satisfação/desempenho mínimo para cada critério e, segundo a regra conjuntiva, são mantidas apenas as alternativas que apresentem desempenhos não inferiores a todos esses limiares, eliminando as restantes. Numa primeira fase de um processo de escolha, esta regra pode ser de grande utilidade uma vez que permite reduzir o número, frequentemente elevado, de alternativas a avaliar mais em pormenor. Porém, se o decisor conseguir estabelecer sucessivamente limiares de desempenho cada vez mais exigentes até que reste uma só alternativa, então esta poderá eventualmente corresponder à solução final do problema.

Outras estratégias muito semelhantes a esta poderiam ser seguidas, nomeadamente: regra disjuntiva, eliminação por aspectos, regra lexicográfica, etc.

### 3.6.1. Uma aplicação para Análise Multiatributo – Uma visita guiada



Nesta subsecção apresentamos uma aplicação interactiva não compensatória para análise multiatributo, que tem como objectivo ajudar em processos de decisão. Trata-se de uma implementação interactiva bastante apelativa e de fácil interacção, que tem por base o método elementar conjuntivo referido anteriormente. Acreditamos que, sendo dado um carácter interactivo a um método simples como o conjuntivo que permite uma percepção fácil do paradigma do apoio multicritério à decisão, se demarca da complexidade dos métodos de prevalência e contorna os problemas conhecidos, e já mencionados, dos métodos da MAUT, nomeadamente a exigência de independência aditiva dos critérios e o carácter completamente compensatório, conseguimos implementar uma aplicação que cumpre o objectivo a que se propõe. Do conjunto de ferramentas implementadas, destacamos a possibilidade de considerar, para cada critério, vários limiares de desempenho, permitindo classificar as alternativas nas classes delimitadas pelos referidos limiares. Para uma visualização fácil dos resultados usamos uma representação em gráfico radar ou teia de aranha, e um apelativo sistema de cores, disponibilizando um processo interactivo e directo de alteração dos limiares sobre os gráficos e uma visualização imediata da alteração dos resultados. Desta forma, julgamos conseguir ajudar o decisor a estabelecer sucessivos limiares de desempenho cada vez mais exigentes até que, eventualmente reste apenas uma única alternativa.

Para ilustrar a aplicação utilizar-se-á um conjunto de dados disponibilizados no *site* da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (OCDE)<sup>1</sup>, correspondentes a um índice interactivo de qualidade de vida/bem-estar, designado por *Better Life Index*, em cada um dos 34 países membros. Este índice foi criado para permitir à população em geral visualizar e comparar alguns dos factores considerados fundamentais para o bem-estar nos países membros da OCDE. Com esta ferramenta interactiva é possível comparar o desempenho de cada país tendo em conta 11 critérios que reflectem o que a OCDE considera como essencial

---

<sup>1</sup> Versão dos dados de Maio de 2012.

para o bem-estar em termos de condições de vida material (habitação, ordenado, emprego) e de qualidade de vida (comunidade, educação, ambiente, governação, saúde, satisfação de vida, segurança e equilíbrio trabalho-vida). Cada atributo é medido através de 1 a 3 indicadores. Por exemplo, o atributo segurança engloba os indicadores relativos ao número de homicídios e à taxa de assaltos. A fim de agregar e comparar os dados dos indicadores, que se encontram naturalmente em unidades de medida diferentes, estes são normalizados numa escala de 0 a 1, segundo o processo de normalização pela razão de diferenças. O valor do atributo resulta então da média simples dos indicadores normalizados. Quando um utilizador atribui uma importância a cada atributo, numa escala de 0 (não importante) a 5 (muito importante), este valor é transformado em peso pelo sistema (dividindo o valor atribuído pela soma de todos os valores) de modo a ser usado no método de agregação aditivo inerente à ferramenta.

Clímaco e Craveirinha [27] apresentam uma análise detalhada da abordagem aplicada no *Better Life Index* e tentam mostrar o seu carácter redutor. São apontadas algumas críticas ao método em que se destacam o facto de usar a soma pesada, assumindo uma total compensação entre os atributos, de ser feita uma normalização dos dados, e de assumir independência dos atributos. Contudo, segundo os autores, trata-se de uma ferramenta muito apelativa que permite ao utilizador fazer experiências e desse modo, ganhar sensibilidade relativamente a questões relacionadas com medidas de qualidade de vida. Para tentar ultrapassar as limitações do método aditivo, pelo menos parcialmente, tentando manter, tanto quanto possível, as vantagens do *Better Life Index*, os autores propõem como alternativa, o método conjuntivo com base na ferramenta computacional aqui apresentada.

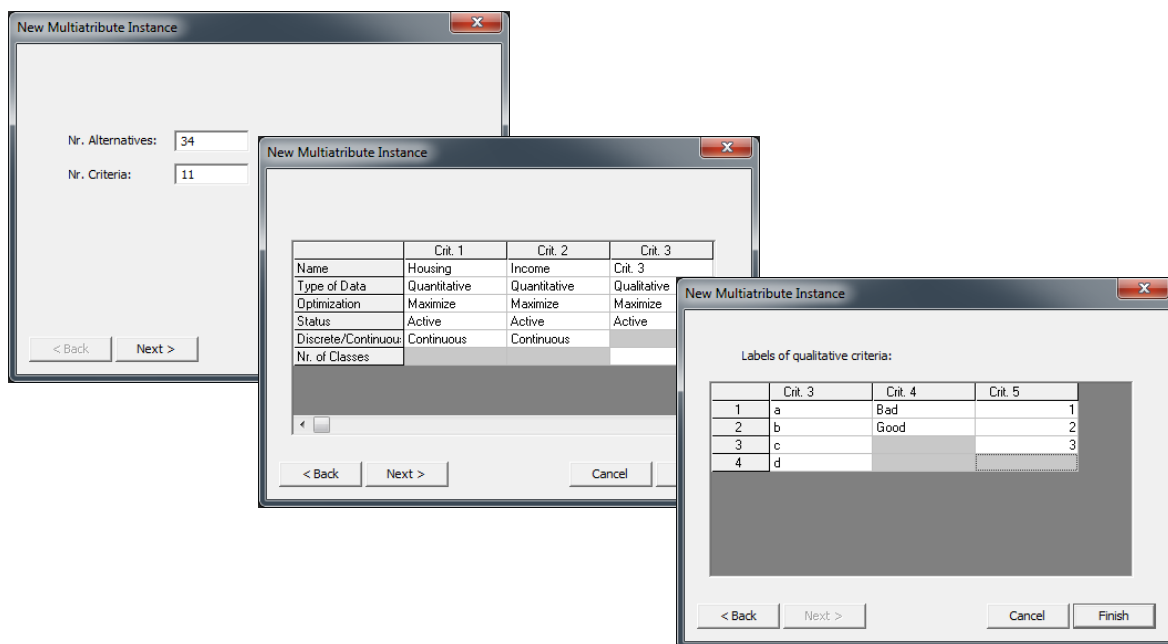
A ilustração da aplicação será feita de uma forma operacional, ao estilo de um manual de utilização da aplicação. Faremos uma visita guiada pelas diversas funcionalidades, utilizando como suporte, tal como já referido, os dados do *Better Life Index*.

A introdução dos dados na aplicação para se proceder à análise pode ser efectuada das duas formas seguintes:

- Através da criação de uma nova instância, clicando na opção 'New' da barra de ferramentas. Neste caso, torna-se necessário o preenchimento manual dos valores directamente na aplicação, ou a importação dos valores dum aplicação externa através das conhecidas funções 'Copy/Paste';

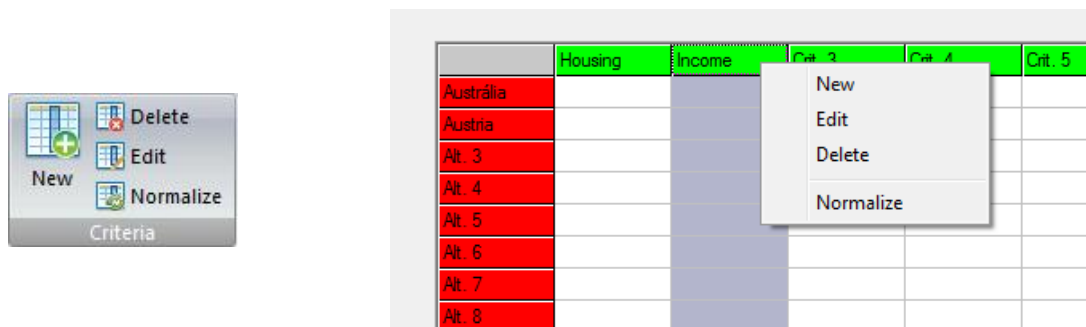
- Através da leitura de um ficheiro externo de extensão ‘maa’, clicando na opção ‘Open’ da barra de ferramentas.

Para criar uma nova instância clica-se na opção ‘New’ da barra de ferramentas e preenche-se a informação solicitada nas caixas de diálogo da Figura 3.22. Inicialmente indica-se o número pretendido de alternativas e de critérios. No processo de criação de uma nova instância têm que se definir os parâmetros associados aos critérios. Os parâmetros associados a um determinado critério são: o nome, o tipo de dados - qualitativos ou quantitativos, o sentido da optimização - minimização ou maximização, e o estado - activo ou inactivo. Caso o critério seja do tipo qualitativo, também está associado o número de classes e os respectivos nomes das classes e, caso seja quantitativo, a indicação se os dados são discretos ou contínuos.



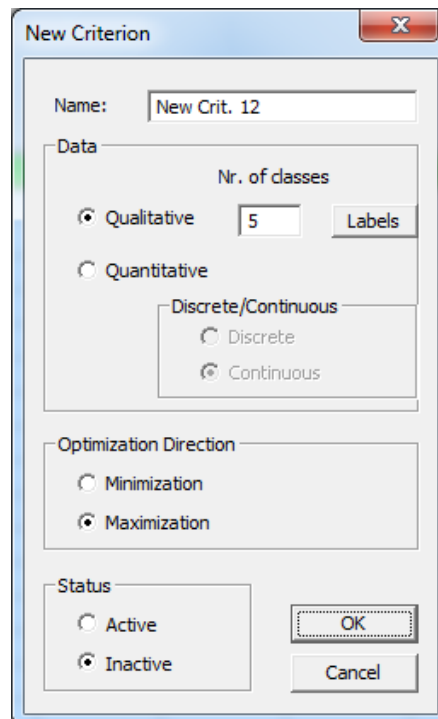
**Figura 3.22** Criação de uma nova instância para análise multiatributo.

Podem ser adicionados novos critérios a uma instância já criada, bem como eliminados e editados os já existentes. Para tal, basta seleccionar a opção pretendida do painel ‘Criteria’ da barra de ferramentas ou clicar com o botão direito do rato sobre as células dos critérios na grelha dos dados (Figura 3.23). A partir da figura podemos observar que existe uma quarta opção relativa ao critério seleccionado – ‘Normalize’, que será explorada mais adiante.



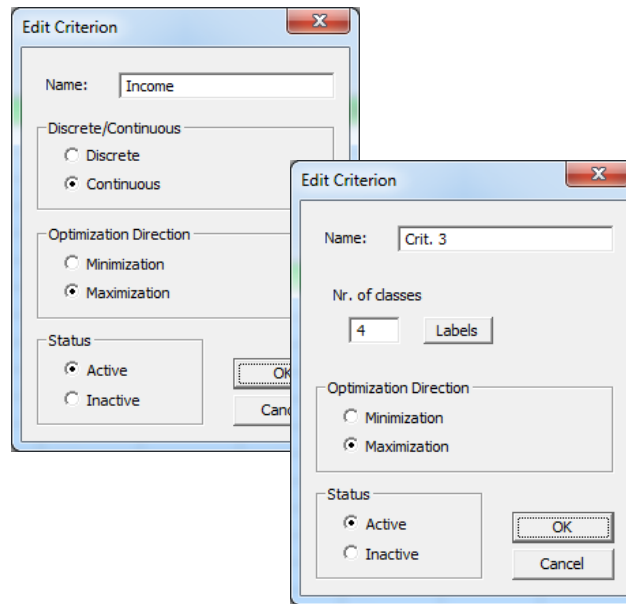
**Figura 3.23** Opções possíveis relativamente aos critérios.

A inserção de um novo critério exige que se definam os parâmetros anteriormente mencionados (Figura 3.24).



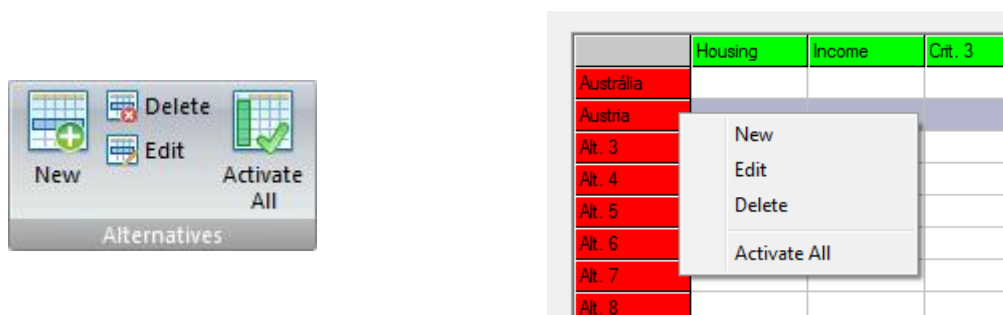
**Figura 3.24** Caixa de diálogo que permite a inserção de um novo critério.

A edição de um critério permite alterar toda a informação que lhe está associada (Figura 3.25).



**Figura 3.25** Caixas de diálogo que permitem a edição de critérios quantitativos e qualitativos.

De forma similar aos critérios, seleccionando a opção pretendida do painel 'Alternatives' da barra de ferramentas ou clicando com o botão direito do rato sobre as células das alternativas na grelha dos dados, torna-se possível adicionar novas alternativas, eliminar e editar as já existentes, e activar todas as alternativas (Figura 3.26).



**Figura 3.26** Opções possíveis relativamente às alternativas.

Ao inserir uma alternativa é possível definir o seu estado como activo ou inactivo, bem como o seu nome. A edição permite alterar as características associadas à alternativa (Figura 3.27). Refira-se que as alternativas e os critérios que estão no estado activo são assinalados a verde no quadro dos dados e os que estão no estado inactivo, a vermelho.

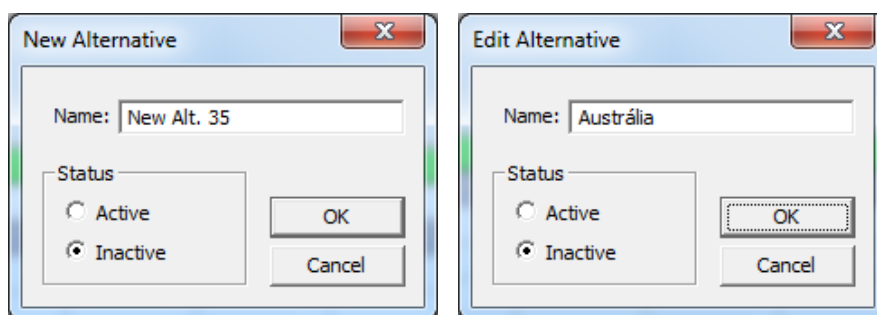


Figura 3.27 Caixas de diálogo que permitem a inserção e a edição de uma alternativa.

Como já foi mencionado, os dados para análise multiatributo também podem ser lidos a partir de um ficheiro externo de extensão ‘maa’ (a estrutura do ficheiro pode ser consultada nos Anexos – página 304). Para tal, basta clicar na opção ‘Open’ da barra de ferramentas. A gravação dos dados também é realizada neste mesmo formato, através da opção ‘Save’ da barra de ferramentas.

Na Figura 3.28 podemos agora visualizar a aplicação desenvolvida com os dados do *Better Life Index*, já inseridos e normalizados numa escala de 0 a 10. Do lado direito, tem-se a representação gráfica do gráfico radar, também conhecido como gráfico teia de aranha, em que se destacou o desempenho de Portugal.

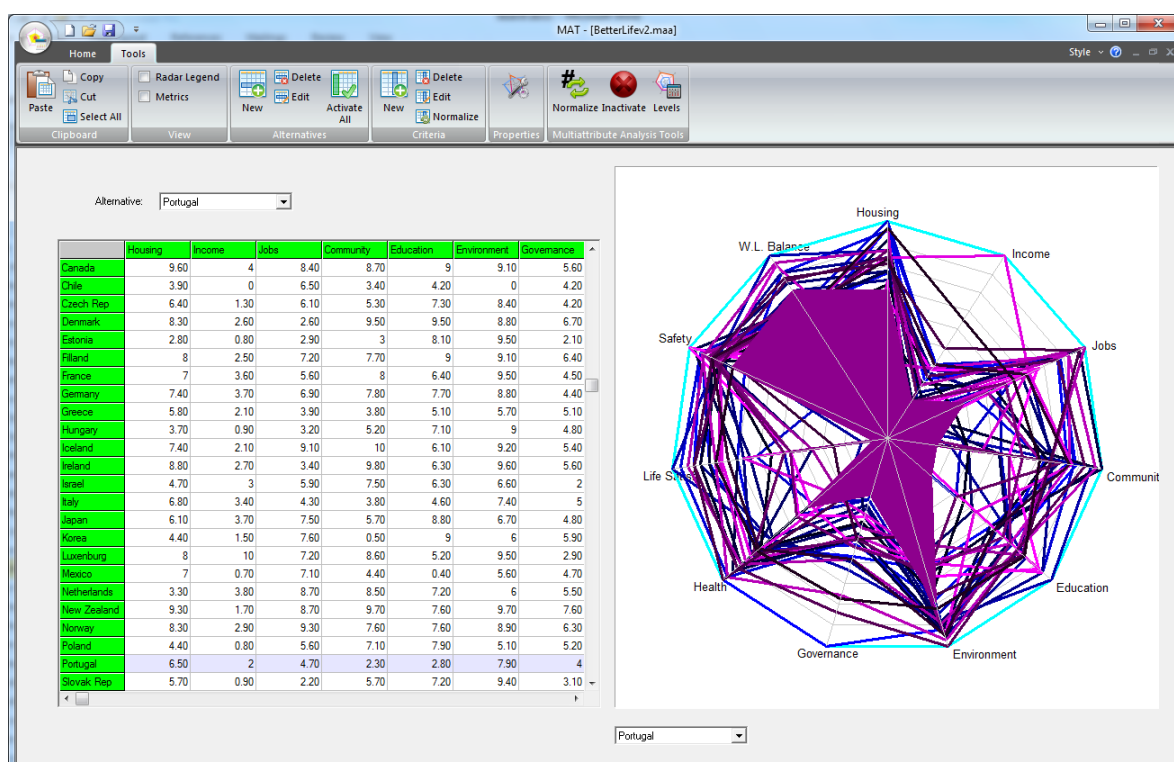


Figura 3.28 Aplicação com os dados do *Better Life Index* inseridos, com a alternativa Portugal seleccionada.

Saliente-se que o procedimento não exige a transformação dos desempenhos em valor a partir de uma função valor dos vários critérios, nem mesmo qualquer normalização dos desempenhos. No entanto, para não haver lugar a normalizações com os dados deste exemplo, teríamos de utilizar os valores directos dos indicadores, o que tornaria o exemplo demasiado denso para o fim a que nos propomos nesta parte do trabalho. Saliente-se também que por razões de representação e visualização gráfica, é exigida que a escala de cada critério seja harmonizada, com vista à obtenção duma amplitude adequada no eixo que lhe corresponde no gráfico teia de aranha. Nos critérios de natureza qualitativa teria de ser estabelecida uma correspondência entre as classes que os definem e um valor numérico para permitir a representação do respectivo eixo no gráfico. Note-se que tudo isto tem apenas a ver com a representação gráfica, já que não há agregação intercritério. O processo de ajustamento da escala dos critérios é automaticamente realizado pela aplicação.

Complementarmente ao gráfico radar pode ser apresentada a sua legenda e uma grelha com a distância de cada alternativa à solução ideal (tendo em conta unicamente os critérios quantitativos) usando as três métricas:  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_\infty$  (Figura 3.29).

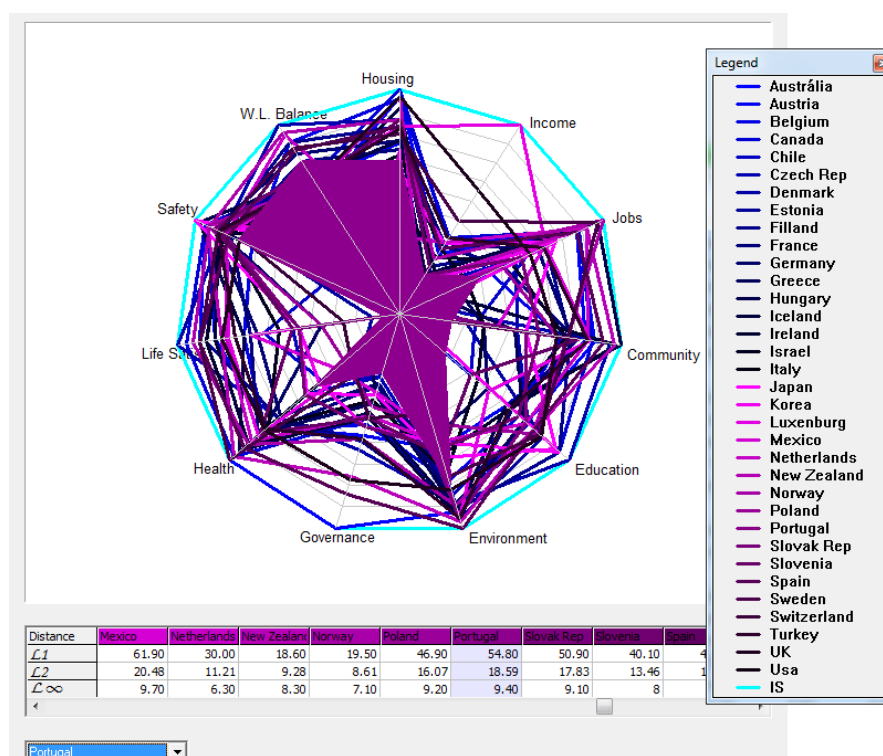
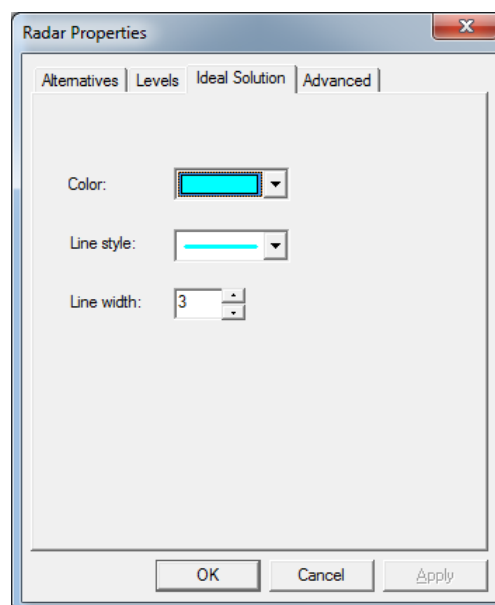


Figura 3.29 Gráfico radar, métricas e legenda.



No gráfico radar, cada eixo representa um critério activo e os valores das alternativas activas são representados nos diversos eixos. Para efectuar o ajustamento da escala, a aplicação usa o processo de normalização pela razão de diferenças, onde os valores mínimo e máximo para cada critério são obtidos tendo em conta todas as alternativas (activas e inactivas) ou então, apenas as activas. Saliente-se mais uma vez que este ajustamento está apenas relacionado com a representação gráfica.

Cada alternativa é representada no gráfico através de um anel, preenchido ou não, em que os vértices incidem nos eixos. O centro do radar e o anel exterior correspondem respectivamente ao ponto nadir e à solução ideal, tendo em conta os critérios activos. Ao clicar no botão 'Properties' da barra de ferramentas podem ser configuradas várias propriedades do gráfico radar, nomeadamente: cores, preenchimento dos anéis, espessuras das linhas, etc. (Figura 3.30). A opção 'Advanced' permite escolher se, para o cálculo do ponto nadir e da solução ideal, se pretende considerar todas as alternativas (activas e inactivas) ou apenas as activas. Note-se que esta opção só depende da forma como se prefere que as alternativas inactivas continuem a influenciar a análise, em termos de distâncias à solução ideal e da representação gráfica. Assim, naturalmente, esta escolha poderá influenciar a representação do gráfico radar e o cálculo das distâncias.

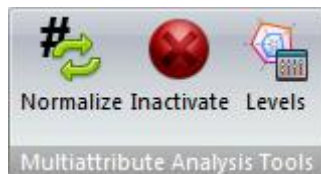


**Figura 3.30** Caixa de diálogo que permite definir as propriedades do gráfico radar.

A selecção da alternativa visível no topo do gráfico radar é possível através da caixa de listagem debaixo do gráfico, ou através de um clique na região do radar que define

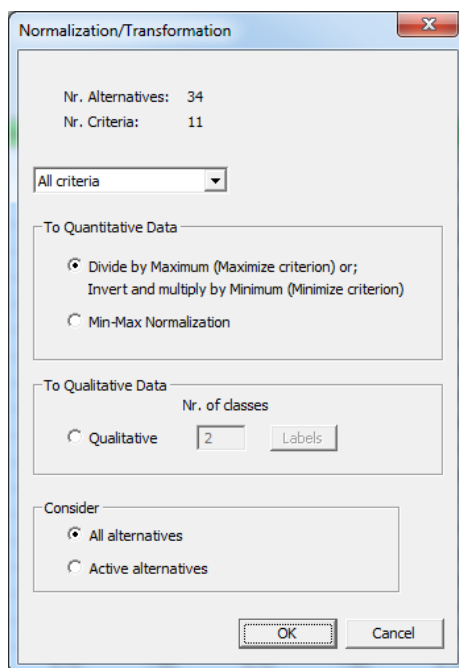
exclusivamente essa alternativa. A partir do gráfico radar é também possível configurar e visualizar limiares de desempenho. Mais adiante, analisaremos este tópico com mais detalhe.

A aplicação disponibiliza algumas funções de manipulação dos dados, que são executáveis a partir do painel *'Multiattribute Analysis Tools'* da barra de ferramentas (Figura 3.31).



**Figura 3.31** Painel *'Multiattribute Analysis Tools'* da barra de ferramentas.

Uma das funções corresponde à normalização/transformação dos dados. Para tal, clica-se no botão *'Normalize'* da barra de ferramentas e abre-se a caixa de diálogo da Figura 3.32, onde é possível definir os parâmetros do procedimento. Tal como foi referido anteriormente (ver Figura 3.23 – página 87), outra forma de se aceder a esta caixa de diálogo é clicando sobre as células dos critérios, na grelha dos dados, e seleccionando a opção *'Normalize'*.



**Figura 3.32** Caixa de diálogo que permite a normalização/transformação dos dados.

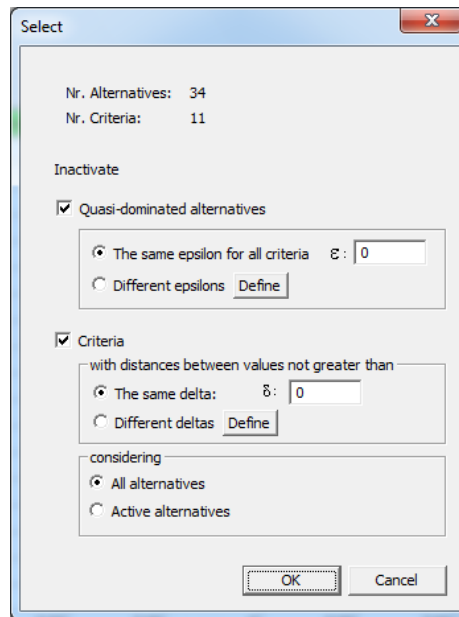
Refira-se que este tipo de transformação/normalização de dados se aplica apenas a dados quantitativos e que, após o procedimento, o sentido da optimização do critério é transformado em maximização.

A aplicação disponibiliza dois processos distintos para transformar/normalizar em valor os dados quantitativos. No primeiro processo, caso o critério seja de maximização, divide pelo valor máximo do critério e, caso seja de minimização, inverte e multiplica pelo valor mínimo ou seja, é aplicado o método da normalização pela razão. Em ambos os casos, o máximo e o mínimo podem ser opcionalmente obtidos tendo em conta todas as alternativas (activas e inactivas) ou então, apenas as activas. Outra forma de normalizar os dados quantitativos é através do método da normalização pela razão de diferenças, onde os valores mínimo e máximo do critério são obtidos, mais uma vez, tendo em conta todas as alternativas (activas e inactivas) ou só as activas.

Pode também haver interesse em transformar dados quantitativos em dados qualitativos. A aplicação permite fazê-lo usando um procedimento elementar. Para se proceder a tal transformação é exigida a definição de alguns parâmetros, nomeadamente: o número de classes, o nome das classes e os intervalos de cada classe (em termos percentuais).

Ao clicar na opção '*Inactivate*' da barra de ferramentas abre-se a caixa de diálogo da Figura 3.33. Através desta, a aplicação permite seleccionar de um grupo de critérios já definidos, um subgrupo mais restrito. A selecção é conseguida inactivando os critérios que apresentem valores de desempenho iguais ou similares, considerando todas as alternativas (activas e inactivas) ou então apenas as activas. Para tal, é necessário definir uma tolerância  $\delta$  positiva igual para todos os critérios ou então diferentes tolerâncias, também positivas, para os diversos critérios. Esta última possibilidade de definir tolerâncias pode ser útil no caso em que não houve normalização dos dados, lidando com unidades de medida e escalas diferentes.

Pode ainda ter interesse inactivar alternativas quasi-dominadas, tendo em conta unicamente os critérios activos. Mais uma vez, a aplicação pode ajudar a seleccionar alternativas que não sejam quasi-dominadas por outras alternativas activas, tendo para isso que definir uma tolerância  $\varepsilon$  (não negativa) geral para todos os critérios ou várias tolerâncias (também não negativas) para os diversos critérios. Note-se que é possível definir a tolerância  $\varepsilon$  igual a 0, o que corresponde a inactivar alternativas dominadas. Mais uma vez, a possibilidade de definir tolerâncias diferentes pode ser útil no caso em que não houve normalização dos dados. Refira-se ainda que no caso dos critérios qualitativos, uma unidade de tolerância para o  $\varepsilon$  ou o  $\delta$  corresponde a uma tolerância de uma classe.



**Figura 3.33** Caixa de diálogo que permite a inativação de critérios e de soluções quasi-dominadas.

Em relação ao exemplo em estudo, considerando o valor de  $\delta$  igual a 1 para todos os critérios leva a que nenhum atributo seja inativado, mostrando que, de facto, os 11 atributos considerados, são medidas bem representativas das diferenças entre os países em análise. Quanto às alternativas, decidimos primeiro inactivar as dominadas ou seja, considerar  $\epsilon$  igual a 0. O resultado da operação foi a inativação de 12 alternativas: Chile, República Checa, Grécia, Hungria, Israel, Itália, México, Polónia, Portugal, Eslovénia, Espanha e Turquia, que ficaram de cor vermelha na grelha dos dados. Movendo o rato sobre uma alternativa dominada, a aplicação informa-nos automaticamente quais as alternativas que a dominam. Veja-se o caso de Portugal na Figura 3.34, que é uma alternativa dominada pelas alternativas Finlândia, França, Alemanha, Noruega e Suécia.

Poland	4.40	0.80	5.61
Portugal	6.50	2	4.71
Slovak Rep		0.90	2.21
Slovenia		2	6.31
Spain		2.50	1.81
Sweden		3.40	8.31
Switzerland		4.90	9.11

**Dominated by:**  
 - Finland  
 - France  
 - Germany  
 - Norway  
 - Sweden

**Figura 3.34** Alternativas que dominam a alternativa Portugal.

Considerando um valor para  $\varepsilon$  igual a 0,5 para todos os critérios, verifica-se que, para além das 12 alternativas já inactivadas por dominância, mais 7 alternativas são inactivadas por quasi-dominância. São elas: Áustria, Estónia, França, Islândia, Japão, República da Coreia e República Eslováquia.

Após a redução do número de alternativas e se o decisor ainda não se sente confortável em optar por uma solução final, então deve-se prosseguir para um método de análise multiatributo. Ao clicar na opção '*Levels*' da barra de ferramentas, torna-se possível estabelecer, para cada critério, vários limiares de desempenho, e desta forma, classificar as alternativas nas classes delimitadas pelos referidos limiares. No máximo podem ser considerados três níveis de desempenho, denominados '*Reservation Level*', '*Level 1*' e '*Level 2*', gerando quatro classes. A primeira classe, que vai desde a solução anti-ideal até ao primeiro nível de desempenho, pode ser interpretada, por exemplo, como inaceitável. A segunda classe, que vai desde o nível '*Reservation Level*' até ao nível '*Level 1*', pode ser interpretada como aceitável. A classe definida pelos níveis de desempenho '*Level 1*' e '*Level 2*' pode ser interpretada, por exemplo, como boa. Finalmente, a última classe, definida pelo nível '*Level 2*' até à solução ideal, pode ser interpretada como muito boa. A especificação dos limiares para cada um dos níveis pode ser efectuada através do gráfico radar, de caixas de texto, de controlos deslizantes e de forma percentual. Inicialmente, só os valores do nível '*Reservation Level*' estão definidos e, por omissão, correspondem aos mínimos das alternativas activas para cada critério. Obviamente que estes valores podem ser alterados por opção do utilizador. Para acrescentar um novo nível é necessário aumentar o número de níveis na caixa de diálogo '*Levels*' e definir, através de um clique nos controlos deslizantes, os limiares do novo nível. Refira-se ainda que não são permitidos cruzamentos dos limiares isto é, os valores dos limiares têm de respeitar uma ordenação não decrescente ou não crescente, conforme o critério seja respectivamente de maximização ou de minimização (Figura 3.35).

Para o exemplo em estudo, vamos especificar, como ponto de partida para uma primeira análise, os valores dos limiares usando a opção '*Define Levels*' que permite definir os valores com base em percentagens. As percentagens escolhidas foram: 5% para o nível '*Reservation Level*', 20% para o '*Level 1*' e 30% para o '*Level 2*' (Figura 3.36).

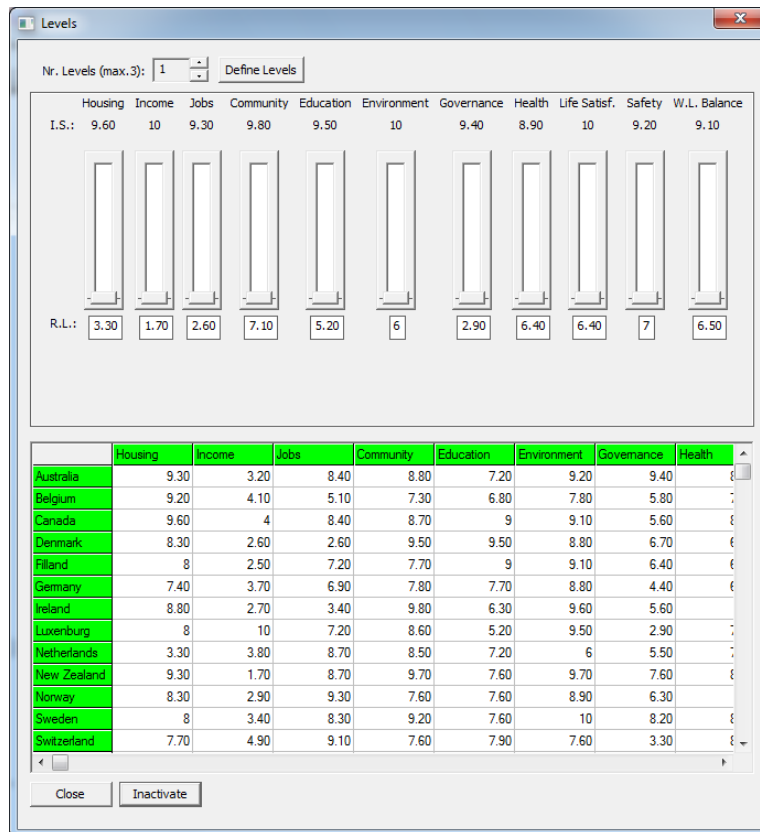


Figura 3.35 Caixa de diálogo que permite definir os limiares de desempenho.

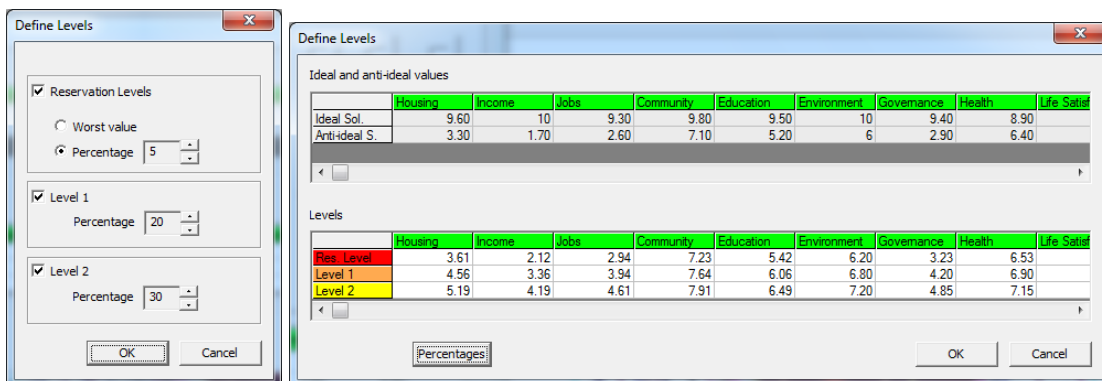


Figura 3.36 Definição dos limiares de desempenho percentualmente.

Por omissão, a representação dos níveis no gráfico radar é feita através de um anel tracejado, colorido e não preenchido. As cores associadas aos níveis 'Reservation Level', 'Level 1' e 'Level 2' são respectivamente vermelho, cor de laranja e amarelo (Figura 3.37). Todas estas configurações podem ser alteradas clicando no botão 'Properties' da barra de ferramentas.

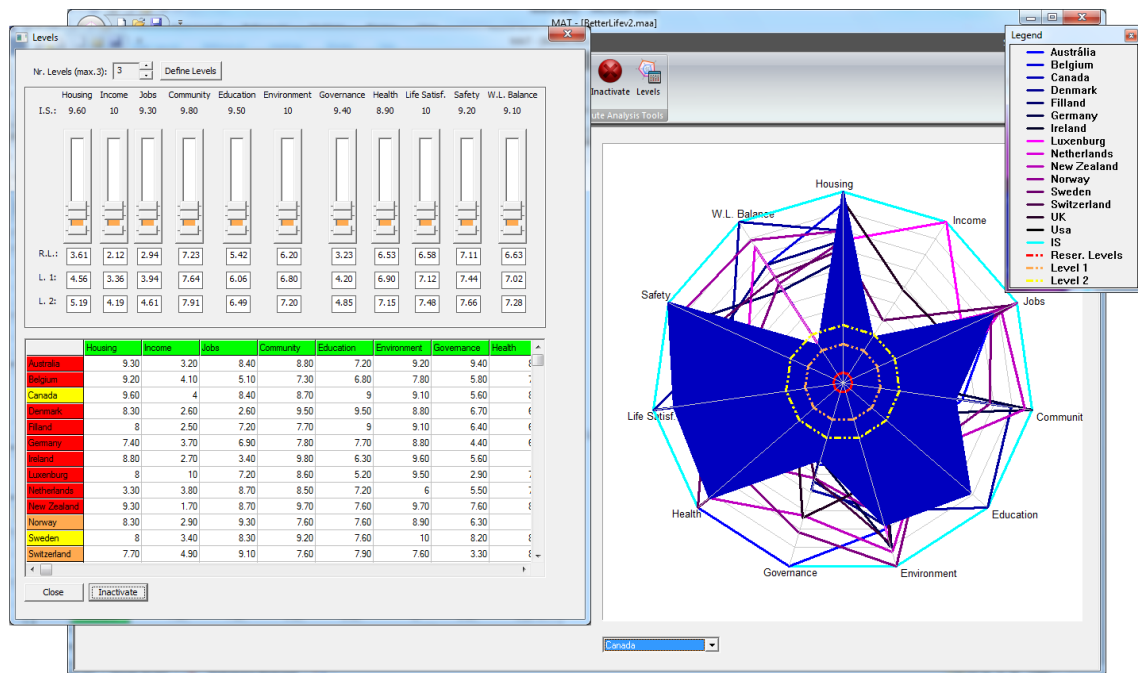


Figura 3.37 Resultado da definição dos limiares de desempenho percentualmente.

Após esta primeira especificação grosseira dos limiares através de percentagens e considerando a interpretação das quatro classes definidas pelos níveis 'Reservation Level', 'Level 1' e 'Level 2', respectivamente como inaceitável, aceitável, boa e muito boa, verificamos que os únicos países classificados como bons são o Canadá e a Suécia. Os países Noruega, Suíça e Reino Unido são classificados como aceitáveis e os restantes são inaceitáveis. Nenhuma das alternativas teve os seus desempenhos acima dos limiares definidos para o nível dois.

Ao manipular os limiares de um determinado nível, a aplicação automaticamente informa, através da cor correspondente ao nível, quais as alternativas que não verificam os patamares definidos. Por exemplo, se num dos critérios activos, uma alternativa tiver valor pior do que o definido para o primeiro nível 'Reservation Level', então essa alternativa será assinalada a vermelho. Se essa alternativa tiver valores melhores que os valores definidos no nível 'Reservation Level', para todos os critérios, então passa-se ao nível seguinte, caso exista, podendo agora ser assinalada a cor de laranja, amarelo ou ainda manter-se na cor original. Note-se que a alternativa mantém-se com a cor verde, caso tenha todos os valores melhores que os valores definidos no último nível existente. Assim, através da manipulação directa dos limiares de desempenho, consegue-se adquirir gradualmente consciência do problema em mãos e um conhecimento claro do comportamento das alternativas perante os níveis

requeridos para os critérios envolvidos. Foi o que concretizámos no nosso exemplo, ilustrado na Figura 3.38.

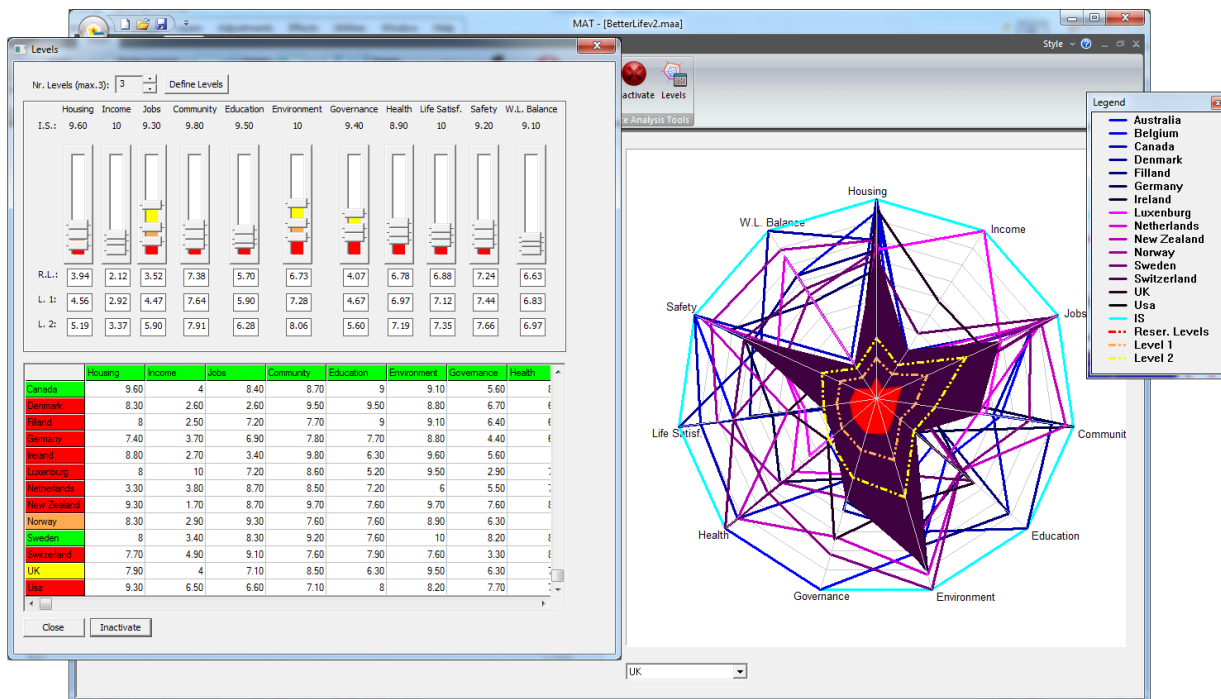


Figura 3.38 Manipulação dos limiares de desempenho.

Note-se mais uma vez que a utilização desta ferramenta, não exige qualquer transformação ou normalização de forma a assegurar a comparabilidade entre os critérios. Adicionalmente, os dados quantitativos e os qualitativos podem ser estudados em simultâneo.

Tal como pudemos analisar, a ferramenta descrita é, de facto, não compensatória o que permite evitar o problema de um mau desempenho num atributo poder ser sempre compensado por um bom desempenho noutra atributo, tal como deve acontecer no modelo aditivo. Uma outra vantagem da ferramenta apresentada é o facto de evitar a necessidade de independência aditiva entre os vários atributos que, em certas situações, tal como o exemplo seguido, é uma exigência demasiado forte. As principais limitações do método aditivo são assim ultrapassadas. Clímaco e Craveirinha [27] apontam como desvantagem da metodologia proposta, o facto de se obter só uma classificação das alternativas em vez de uma ordenação. Outra desvantagem, apesar da grande flexibilidade da ferramenta proposta no que diz respeito à fixação/manipulação dos limiares de desempenho, é a necessidade de saber como fixar os



valores de referência desses limiares. Os autores referem que este último problema deve ser analisado, o que não se prevê como uma questão fácil.



## 4. Localização Multiobjectivo

### 4.1. Introdução

Para além do conceito de espaço como elemento diferenciador dos modelos de localização, outras propriedades cruciais na sua caracterização são o tipo e o número de funções objectivo utilizados nas formulações. O tipo de critério a otimizar depende da natureza das actividades a realizar ou dos equipamentos a instalar. Por um lado, é usual ter serviços desejáveis nas proximidades das comunidades tais como: armazéns, centros de prestação de serviços e de transporte, serviços de emergência, etc., e, neste caso, dado que geralmente existem deslocações, o critério típico é o de minimização das distâncias entre equipamentos e populações. Por outro lado, existe um outro tipo de situação tipificado pelo conhecido síndrome NIMBY (*Not In My Back Yard*), em que a população deseja os serviços longe o suficiente, de modo a preservar os níveis de qualidade de vida da região envolvente, mas mantendo uma boa acessibilidade. Exemplos de tais serviços são: os aterros sanitários, as estações de tratamento de águas residuais, as incineradoras, os aeroportos, as prisões, as indústrias, etc. Neste contexto, surgem assim termos como *nóxico* (causador, ou com tendência para causar danos morais ou de saúde), *obnóxico* (causa aversão, censurável), *semiobnóxico* (útil e necessário mas desagradável), *perigoso* (*hazardous* na literatura anglo-saxónica; refere-se a materiais tóxicos e perigosos para o ambiente, provenientes de hospitais, laboratórios de investigação, etc.), e *desagradável* (engloba todas as outras definições). O crescente interesse pelas questões ambientais deve-se, em parte, às preocupações evidenciadas pelas populações, que naturalmente acabam por ter uma percepção muito mais acentuada dos possíveis efeitos negativos que a instalação de certos serviços pode trazer às suas vidas do que dos efeitos

positivos. Como consequência, a população em geral, normalmente representada por várias organizações de defesa do ambiente, exige certas medidas ambientais por parte do governo, fazendo surgir novas regulamentações que impõem níveis mínimos de qualidade, níveis máximos de degradação ou determinadas directivas de proibição.

As questões ambientais nas abordagens aos problemas de localização de serviços indesejáveis foram, em tempos, formuladas como restrições ou através de um critério representativo (como a distância) em formulações com um único objectivo. No entanto, não é de esperar que um modelo com um único objectivo consiga modelar com precisão problemas deste tipo (Erkut e Neuman [49]). Actualmente, é indiscutível que a maior parte dos problemas de localização, em particular aqueles que lidam com equipamentos indesejáveis, é, por natureza, multicritério. A modelação das questões ambientais sob a forma de critérios, como alternativa à utilização das restrições, produzirá mais informação (Current et al. [36]). Assim, para além do tradicional critério de custo e do critério representativo do efeito ambiental, a equidade tem surgido como um critério importante associado à localização de equipamentos indesejáveis devido ao facto das funções objectivo usuais para este tipo de equipamentos, como a maximização das distâncias, tenderem a gerar soluções com configurações espaciais inadequadas, em que os equipamentos são localizados e concentrados em determinados locais distantes, com custos de transporte elevados e com riscos injustos para algumas comunidades rurais remotas (Wyman e Kuby [153]). Farahani et al. [54] apresentam uma revisão recente dos novos desenvolvimentos em problemas de localização multicritério, separando estes em três categorias: biobjectivo, multiobjectivo e multiatributo. Apresentam também os métodos de obtenção de soluções e uma visão global dos vários critérios usados. Os autores concluem que os critérios que envolvem efeitos ambientais incluem normalmente os riscos de transporte, os riscos naturais, os riscos associados à eliminação e ao tratamento de resíduos, e o geral “efeito desagradável”, que é o mais comum. Verificam também que a proporção de trabalhos em que são utilizados critérios que envolvem riscos ambientais em problemas de localização é muito inferior à proporção de trabalhos em que são utilizados critérios que envolvem custos.

## 4.2. Revisão Bibliográfica

Fazer uma revisão bibliográfica em que as palavras-chave fossem as do título deste subcapítulo, mesmo que conjuntamente, seria demasiado ambicioso o que nos levou a adicionar mais um filtro na pesquisa, de modo a incluir também a questão do impacto ambiental. Por questões que se prendem com o interesse da presente tese, daremos especial atenção à formulação das funções objectivo, bem como à abordagem utilizada na obtenção de soluções, menosprezando um pouco as restrições dos modelos. Refira-se que, para analisar o tipo de função objectivo utilizado nos problemas de localização, faria sentido consultar também a bibliografia referente aos problemas com uma única função objectivo. No entanto, neste caso, encontraríamos essencialmente funções objectivo referentes à minimização de custos. Estudando os problemas de localização multicritério que enquadrem preocupações ambientais, pensamos conseguir captar, de uma forma geral, o tipo de função objectivo mais comumente utilizado. Refira-se ainda que caso os autores recorram a SIG ou a SAD, quer de forma directa ou indirecta, na abordagem aos problemas daremos também algum destaque a essa situação.

Em Malczewski e Ogryczak [97], o problema de localização de hospitais pediátricos (uma aplicação real na região de Varsóvia) é formulado como um problema de programação linear inteira mista multicritério. As variáveis de decisão usadas são:

$x_{ij}$  representa o número de pacientes do local  $i$  afectados ao hospital em  $j$ ;

$y_j$  é igual a 1, se o hospital é instalado no local  $j$ , e a 0, em caso contrário;

$s_j$  representa a capacidade do hospital em  $j$ , em que  $s_j = \sum_{i=1}^m x_{ij}$  ( $j = 1, \dots, n$ ),  $m$  é o número de comunidades e  $n$  é o número de potenciais locais para a instalação de um hospital.

Neste modelo são consideradas cinco funções objectivo:

1. Minimização do tempo acumulado de viagem da população.

$$\min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij}$$

onde  $d_{ij}$  é a distância (não sendo referido no artigo qual o tipo de distância) entre os locais  $i$  e  $j$ .

2. Maximização do nível de satisfação dos pacientes para um padrão de localização dos hospitais:

$$\max \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n e^{-\beta d_{ij}} x_{ij}$$

onde  $\beta$  é uma constante de calibração para a rede hospitalar.

3. Minimização dos custos de investimento:

$$\min \sum_{j=1}^n c_j s_j y_j$$

onde  $c_j$  é o custo de investimento por unidade de capacidade do hospital em  $j$ .

4. Minimização dos custos de operação

$$\min \sum_{j=1}^n e_j s_j y_j$$

onde  $e_j$  é o custo de operação por unidade de capacidade do hospital em  $j$ .

5. Minimização da poluição ambiental nos locais onde serão instalados os hospitais:

$$\min \sum_{j=1}^n r_j y_j$$

onde  $r_j$  é a recepção de poluentes (poeira neste caso) no potencial local  $j$ .

A abordagem ao problema é feita através do sistema interactivo DINAS (Ogryczak et al. [115][116][117]) já referido anteriormente. Segundo os autores, a segunda função objectivo pretende ter em conta o facto dos pacientes nem sempre preferirem o hospital mais próximo disponível. Com esta função objectivo, o nível de satisfação dos pacientes para um padrão de localização é expresso por meio de um modelo gravitacional, mas nada é referido acerca da obtenção da constante de calibração, nem mesmo no caso de estudo. O mesmo acontece com o parâmetro  $r_j$  correspondente à recepção de poluentes. A formulação apresenta restrições para assegurar que os custos e a poluição não ultrapassem valores máximos, e apresenta limitações para o número de hospitais a instalar.

Revelle et al. [124] estudam um problema de  $p$ -localização com duas funções objectivo, em que se pretendem instalar equipamentos para a deposição de resíduos perigosos (afectando as fontes geradoras dos resíduos a esses equipamentos e escolhendo as rotas para o transporte dos resíduos). As duas funções objectivo consideradas são:

1. Minimização do custo de transporte:

$$\min \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n t_i d_{ij} x_{ij}$$

onde  $x_{ij}$  é igual a 1 se o local  $i$  ficar afectado ao equipamento instalado em  $j$  e 0 em caso contrário;  $m$  é o número de potenciais locais para a instalação do equipamento,  $n$  é o número de origens (fontes geradoras de resíduos),  $t_i$  é a quantidade, em toneladas, de resíduo (neste caso, combustível) proveniente do local  $i$  e  $d_{ij}$  é a distância, em milhas, obtida pela resolução do caminho mais curto entre os locais  $i$  e  $j$ .

2. Minimização da percepção do risco de acidente ou de exposição:

$$\min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n t_i p_{ij} x_{ij}$$

onde  $p_{ij}$  é a população existente na vizinhança do caminho mais curto entre os locais  $i$  e  $j$ . Segundo os autores, um estudo prévio mostrou que os resultados seriam insensíveis a distâncias de 1, 2, 6 e 10 milhas.

A abordagem ao problema foi feita através do método gerador de soluções eficientes, utilizando para isso, a optimização da soma ponderada das funções objectivo. Sendo o problema de programação linear inteira, as soluções não suportadas não foram consideradas.

Tomando o artigo de Ratick e White [123] como referência, Erkut e Neuman [48] propõem um problema de programação linear inteira-mista multiobjectivo, em que se pretende instalar serviços indesejáveis, que poderão variar na sua dimensão, para satisfazer uma procura local, de algum tipo de serviço concentrado nos centros populacionais. Sejam  $i$  o índice dos

potenciais locais para a instalação do equipamento,  $j$  o índice dos centros populacionais e  $k$  o índice da dimensão dos equipamentos. As variáveis de decisão usadas são:

$y_{ik}$  é igual a 1 se um equipamento de dimensão  $k$  é instalado no local  $i$  e 0 em caso contrário;

$x_{ij}$  representa a procura anual do centro populacional  $j$ , servida pelo equipamento  $i$ .

As funções objectivo do modelo são dadas por:

1. Minimização do custo total:

$$\min \sum_i \sum_k c_{ik} y_{ik} + \sum_i \sum_j t c_{ij} x_{ij}$$

onde  $c_{ik}$  é o custo anual total de um equipamento de dimensão  $k$  no local  $i$ ,  $t c_{ij}$  é o custo unitário de transporte do local  $i$  para o centro populacional  $j$ .

2. Minimização da oposição total aos serviços instalados:

$$\min \sum_i \sum_j \frac{w_j}{(d_{ij})^p} \sum_k (a_k y_{ik})^q$$

onde  $d_{ij}$  é a distância Euclidiana entre o potencial local  $i$  e o centro populacional  $j$ ,  $w_j$  é a população do centro populacional  $j$ ,  $a_k$  é a capacidade anual do equipamento de dimensão  $k$ ,  $p$  e  $q$  são constantes (que devem ser definidas de forma empírica tendo em conta a natureza dos equipamentos e as atitudes das populações residentes nas vizinhanças dos equipamentos a instalar). A base desta função objectivo, bem como da próxima, é o conceito de inconveniência sentida por um residente no local  $j$ , devido à instalação de um equipamento de capacidade  $a_k$ , no local  $i$ , que é dado matematicamente por  $\frac{(a_k)^q}{(d_{ij})^p}$ . Assim, a oposição de um centro populacional corresponde à soma das inconveniências individuais (toda a população do centro populacional) devido aos equipamentos instalados. A oposição total é dada pela soma das oposições aos serviços instalados, de todos os centros populacionais.

3. Maximização da equidade:

$$\min \left\{ \max_j \sum_i \frac{1}{(d_{ij})^p} \sum_k (a_k y_{ik})^q \right\}$$



Esta função objectivo corresponde à minimização da máxima inconveniência sentida por um residente devido aos equipamentos instalados. Podemos facilmente verificar que tanto a oposição como a equidade são funções decrescentes com a distância Euclidiana e funções crescentes com a dimensão dos equipamentos a instalar. Um algoritmo de enumeração foi implementado para gerar o conjunto de todas as soluções eficientes.

Caruso et al. [23] apresentam um modelo para o planeamento de um sistema de gestão de resíduos sólidos urbanos, considerando as últimas três fases do conhecido esquema por fases - recolha, transporte, tratamento e eliminação - para lidar com este tipo de sistemas. Para a fase de tratamento, os autores consideram a possibilidade de instalar tecnologias de incineração, compostagem e reciclagem, e para a fase de eliminação, aterros sanitários. O modelo multiobjectivo minimiza o custo total (investimento na instalação, despesas de gestão e custos de transporte), a quantidade de resíduos finais em que nenhuma outra recuperação é realizada (isto é, quantidade de resíduos depositados nos aterros sanitários) e o impacto ambiental. Sejam  $i = 1, \dots, n$  os nodos correspondentes às comunidades,  $j = 1, \dots, n$  os locais para a instalação dos equipamentos de tratamento,  $k = 1, \dots, n$  os locais para a instalação dos aterros sanitários e  $h = 1, 2, 3$  o tipo de tecnologia utilizada no equipamento de tratamento (1 – incineração, 2 – reciclagem, 3 – compostagem). As variáveis de decisão usadas no modelo são:

$z_j^h$  é igual a 1, se o equipamento do tipo  $h$  é instalado no local  $j$ , e a 0, em caso contrário;

$v_k$  é igual a 1, se o aterro sanitário é instalado no local  $k$ , e a 0, em caso contrário;

$x_{ij}^h$  representa a quantidade de resíduos transportados do nodo  $i$  para o equipamento de tratamento do tipo  $h$  instalado em  $j$ ;

$y_{jk}^h$  representa a quantidade de resíduos transportados do equipamento de tratamento do tipo  $h$  instalado em  $j$  para o aterro sanitário em  $k$ ;

$s_{ik}$  representa a quantidade de resíduos directamente transportados do nodo  $i$  para o aterro sanitário em  $k$ .

À custa destas variáveis de decisão definem-se:

$r_j^h = \sum_i x_{ij}^h$  representa a quantidade de resíduos tratados pelo equipamento do tipo  $h$  instalado em  $j$ ;

$t_k = \sum_i s_{ik} + \sum_h \sum_j y_{jk}^h$  representa a quantidade de resíduos depositados no aterro sanitário em  $k$ .

As três funções objectivo mencionadas anteriormente são:

1. Minimização do custo total:

$$\min \left[ \sum_h \sum_j (\delta^h z_j^h + \gamma^h r_j^h) + \sum_k (\bar{\delta} v_k + \bar{\gamma} t_k) \right] \\ + \left[ \sum_h \sum_i \sum_j (c_{ij} x_{ij}^h) + \sum_i \sum_k (c_{ik} s_{ik}) + \sum_h \sum_j \sum_k (c_{jk} y_{jk}^h) \right]$$

onde  $\delta^h$  e  $\gamma^h$  são, respectivamente, custos económicos fixos e variáveis (unitários) de instalação de um equipamento do tipo  $h$ ;  $\bar{\delta}$  e  $\bar{\gamma}$  são, respectivamente, custos económicos fixos e variáveis (unitários) de instalação de um aterro sanitário e  $c_{ab}$  é o custo económico de transporte por unidade de resíduo do nodo  $a$  para o nodo  $b$ .

2. Minimização da quantidade de resíduos depositados nos aterros sanitários:

$$\min \sum_k t_k$$

3. Minimização do impacto ambiental:

$$\min \sum_h \sum_j (\eta_j^h z_j^h + \mu_j^h r_j^h) + \sum_k (\bar{\eta}_k v_k + \bar{\mu}_k t_k)$$

onde  $\eta_j^h$  e  $\mu_j^h$  são, respectivamente, custos de impacto ambiental fixos e variáveis (unitários) de instalação de um equipamento do tipo  $h$  instalado em  $j$ ;  $\bar{\eta}_k$  e  $\bar{\mu}_k$  são respectivamente custos de impacto ambiental fixos e variáveis (unitários) de instalação de um aterro sanitário em  $k$ .

São consideradas restrições de capacidade no modelo. Como podemos observar, a função objectivo relativa ao impacto ambiental requer informação empírica de índices de impacto (fixos e variáveis) relativa aos tipos de equipamento de tratamento e ao aterro sanitário. Apesar de apresentarem um caso de estudo, os autores não referem nada acerca da obtenção

destes índices, mas naturalmente deverão depender, pelo menos, da distância dos locais de instalação às comunidades e da densidade populacional nas vizinhanças dos locais de instalação. É usado um processo interactivo que consiste na obtenção de um subconjunto inicial de soluções não dominadas (suportadas) usando o método da optimização da soma ponderada das funções objectivo, em que os pesos são calculados por meio de uma heurística de forma a que o subconjunto seja representativo do conjunto completo das soluções não dominadas. Posteriormente, é calculada a solução não dominada mais próxima, usando a métrica Euclidiana, a um ponto de referência indicado pelo decisor.

Wyman e Kuby [152][153] apresentam um modelo de programação linear inteira-mista com três objectivos (custo, risco e equidade) para a localização e escolha (entre vários tipos de tecnologias e dimensões) de equipamentos para o tratamento de matérias perigosas. Sejam  $I$  o conjunto dos locais geradores de resíduos,  $J$  o conjunto dos locais receptores de resíduos,  $S$  o conjunto das possíveis dimensões dos equipamentos e  $K$  o conjunto das tecnologias dos equipamentos. As funções objectivo consideradas no modelo são:

1. Minimização do custo:

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} C_{ij} X_{ij} + \sum_{j \in J} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K} F_{j sk} Y_{j sk}$$

onde as variáveis de decisão são:  $X_{ij}$  que representa a quantidade de resíduos transportados de  $i$  para  $j$ ; e  $Y_{j sk}$  que é igual a 1, se um equipamento de dimensão  $s$  e tecnologia  $k$  é instalado em  $j$ , e a 0, em caso contrário. Os parâmetros necessários à minimização do custo são:  $C_{ij}$  é o custo unitário de transporte de  $i$  para  $j$  e  $F_{j sk}$  é o custo fixo para a configuração  $j sk$  isto é, para a instalação em  $j$  de um equipamento de dimensão  $s$  e tecnologia  $k$ .

2. Minimização do risco:

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} R_{ij} X_{ij} + \sum_{j \in J} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K} Q_{j sk} Y_{j sk}$$

onde  $R_{ij}$  é o risco unitário de transporte de  $i$  para  $j$  e  $Q_{j sk}$  é o risco de processamento para a instalação em  $j$  de um equipamento de dimensão  $s$  e tecnologia  $k$ .

### 3. Minimização da iniquidade:

$$\min \left\{ \max_j Z_j \right\}$$

onde  $Z_j$  é a quantidade total de resíduos depositados no equipamento de tratamento activo em  $j$ . Refira-se que o modelo assegura, através de um conjunto de restrições, que esta quantidade  $Z_j$ , para cada  $j$ , não é inferior à soma de resíduos transportados para o nodo  $j$ :  $Z_j \geq \sum_{i \in I} d_{ij} X_{ij}, \forall j \in J$  em que  $d_{ij}$  é a distância de  $i$  para  $j$ .

O modelo foi testado num caso de estudo real com o auxílio de um SIG. Para considerar adequadamente a parte do risco, foram usadas técnicas Gaussianas de dispersão atmosférica para representar a nuvem de poluição gerada por potenciais equipamentos instalados, tendo em conta a sua capacidade produtiva. A representação da nuvem juntamente com a densidade populacional e o tempo de exposição da população à poluição permite assim obter o risco final. A direcção do vento não foi considerada na orientação da nuvem, devido ao facto de a população em redor dos potenciais locais para a instalação dos equipamentos se distribuir de forma relativamente uniforme, e devido ao facto de a direcção predominante do vento mudar ao longo dia, mantendo-se, no entanto, calmo à noite. Apesar do uso de um SIG, os autores referem que a distância é calculada através de um programa que calcula as distâncias rectilíneas com base nas coordenadas. Para determinar a variação geral de cada função objectivo, é usado, em primeiro lugar, o método da optimização da soma ponderada das funções objectivo, e numa fase posterior, para produzir os resultados finais é usada a optimização da função objectivo do custo restringindo as do risco e da equidade.

Current e Ratick [37] propõem uma abordagem multiobjectivo para apoiar decisores em problemas de localização e de rotas, envolvendo matérias perigosas. O modelo de programação linear inteira-mista inclui cinco funções objectivo relacionadas com o risco, a equidade e o custo. Sejam  $G = (N, A)$  uma rede que consiste num conjunto  $N$  de nodos e num conjunto  $A$  de arcos  $(i, j)$  que ligam os nodos  $i$  e  $j$ ,  $F \subseteq N$  o conjunto dos potenciais locais para a deposição das matérias perigosas,  $S \subseteq N$  o conjunto das fontes dos resíduos. As variáveis de decisão do modelo são:

$X_{ij}$  representa a quantidade de resíduos transportados do nodo  $i$  para o nodo  $j$ ;

$Y_j$  é igual a 1, se o equipamento é instalado no nodo  $j$ , e a 0, em caso contrário.

Existem duas funções objectivo associadas ao risco:

1. Minimização do risco total associado ao transporte de matérias perigosas:

$$\min \sum_i \sum_j a_{ij} X_{ij}$$

onde  $a_{ij}$  é a população total numa vizinhança de  $D$  unidades do arco  $(i, j)$ .

2. Minimização do risco total associado ao funcionamento do equipamento:

$$\min \sum_j a_j \left( \sum_i X_{ij} \right)$$

onde  $a_j$  é um factor da densidade populacional numa vizinhança do local  $j \in F$ . Os autores assumem que o raio do risco para um dado equipamento  $j$ ,  $r_j$ , é função da quantidade total de resíduos tratada no equipamento e toma a forma  $r_j = \sqrt{\sum_i X_{ij}}$ . Consequentemente, a área de risco para um dado equipamento  $j$  é igual a  $\pi r_j^2$ . Dada a densidade populacional  $\hat{a}_j$ , na vizinhança do equipamento  $j$ , a população total exposta ao equipamento é, então, igual a  $\hat{a}_j \pi r_j^2 = \hat{a}_j \pi \sum_i X_{ij}$ . Definindo  $a_j = \hat{a}_j \pi$  obtém-se a função objectivo apresentada.

Similarmente, existem duas funções objectivo associadas à equidade:

3. Minimização da exposição máxima ao risco de transporte por qualquer indivíduo:

$$\min \left\{ \max_{j \in SUF} \sum_i X_{ij} \right\}$$

4. Minimização da exposição máxima ao risco de funcionamento do equipamento por qualquer indivíduo:

$$\min \left\{ \max_{j \in F} \sum_i X_{ij} \right\}$$

A função objectivo do custo é dada por:

5. Minimização do custo total de transporte e de instalação:

$$\sum_i \sum_j c_{ij} X_{ij} + \sum_j \left( f_j Y_j + h_j \sum_i X_{ij} \right)$$

onde  $c_{ij}$  é o custo unitário do arco  $(i, j)$ ,  $f_j$  é o custo de instalação do equipamento em  $j$  e  $h_j$  é o custo variável unitário de funcionamento do equipamento instalado em  $j$ .

O artigo ilustra um exemplo onde são calculadas 12 soluções não dominadas (suportadas) pelo método da otimização da soma ponderada das funções objectivo. Concluem referindo que devido, por um lado, ao elevado número de soluções eficientes existentes neste tipo de problemas e, por outro lado, às complicações associadas a uma análise dos compromissos entre os diversos objectivos, têm em desenvolvimento um sistema interactivo de apoio à decisão para apoiar os decisores na escolha de uma solução final.

Melachrinoudis et al. [106] propõem um modelo dinâmico de programação linear inteiramista multiobjectivo para a localização de aterros sanitários. O modelo é dinâmico no sentido em que permite alterações aos parâmetros ao longo do tempo, de forma a desenvolver um plano multiperíodo para um horizonte temporal longo. Sejam  $I_0$  o conjunto dos potenciais locais para a instalação dos aterros sanitários,  $I_c$  o conjunto dos locais onde já existem equipamentos,  $I = I_0 \cup I_c$  o conjunto de todos os locais,  $J$  o conjunto de centros populacionais e  $T$  o número de períodos temporais do horizonte temporal do planeamento. As variáveis de decisão do modelo são:

$x_{jit}$  representa a procura do centro populacional  $j$ , servida pelo equipamento em  $i$ , no período  $t$ ;

$z_{it}$ ,  $i \in I_0$ , é igual a 1, se o equipamento é instalado no início do período  $t$ , no local  $i$ , e a 0, em caso contrário;

$Y_{it} = \sum_j x_{jit}$  representa a quantidade de resíduos depositos no equipamento em  $i$  proveniente de todos os centros populacionais, no período  $t$ ;  $Y_{i0}$ ,  $i \in I_c$ , representa a quantidade de resíduos existentes no início do horizonte temporal no equipamento em  $i$ .

O modelo inclui 4 funções objectivo:

1. Minimização do custo total durante o horizonte temporal do planeamento:

$$\sum_j \sum_i \sum_t c_{jit} x_{jit} + \sum_t \sum_{i \in I_0} F_{it} Z_{it}$$

onde  $c_{jit}$  é o custo variável unitário de transporte e de tratamento de resíduos do centro populacional em  $j$  para o local  $i$  no período  $t$  (decrecente ao longo do horizonte temporal); e  $F_{it}$  é o custo fixo associado à instalação do equipamento em  $i$ , no período  $t$  e utilizá-lo até ao final do horizonte temporal do planeamento.

2. Minimização de uma medida do risco para centros populacionais vizinhos durante o horizonte temporal do planeamento:

$$\sum_j \sum_t H_{jt} \sum_i L_{ij} \sum_{\tau=0}^t Y_{i\tau}$$

onde  $H_{jt}$  é a dimensão do centro populacional em  $j$ , no período  $t$  e  $L_{ij}$  é o factor de dispersão dos poluentes (contaminantes) gerados por uma unidade de resíduo no local  $i$  e dispersos pelo centro populacional  $j$ . Este último factor é uma função em coordenadas polares que, segundo os autores, imita uma nuvem e é dada por  $L_{ij} = d_{ij}^{-a_i + b_i \cos(\theta_{ij} - \phi_i)}$ , onde  $d_{ij}$  é a distância Euclidiana entre o local  $i$  e o centro populacional  $j$ ,  $\theta_{ij}$  é o ângulo entre a recta definida pelo local  $i$  e o centro populacional  $j$  com uma direcção pré-determinada (por exemplo, eixo das abcissas),  $\phi_i$  é o ângulo entre a direcção de máxima dispersão de contaminantes da fonte  $i$  e o eixo das abcissas,  $a_i$  e  $b_i$  são parâmetros de escala. Com este factor de dispersão dos poluentes, os autores pretenderam contornar o problema de, no passado, a modelação da dispersão dos poluentes na literatura ser considerada de forma uniforme em todas as direcções. No entanto, salientamos que Wyman e Kuby ([152],[153]), apesar de não modelarem directamente a dispersão da poluição tendo em conta uma direcção (por exemplo, tendo em conta o vento), poderiam tê-lo feito através dos parâmetros do modelo usando o SIG.

3. Minimização de uma medida do risco para ecossistemas (não humanos) vizinhos durante o horizonte temporal do planeamento:

$$\sum_k \sum_t q_{kt} \sum_i L_{ik} \sum_{\tau=0}^t Y_{i\tau}$$

onde  $q_{kt}$  é um escalar no intervalo  $[0,10]$  cujo valor é crescente com: o grau de sensibilidade do centro populacional (não humano) em  $j$  perante os poluentes do aterro; a raridade da população em causa, e a dimensão da população no período  $t$ .

4. Minimização de falta de equidade:

$$\min \left\{ \max_j MR_j \right\}$$

onde  $MR_j \geq \sum_i L_{ij} \sum_{\tau=0}^t Y_{i\tau} \forall j, t$ . A minimização da falta de equidade é, assim, expressa como uma medida do risco máximo em cada centro populacional (humano), durante qualquer período do horizonte temporal do planeamento.

A abordagem ao problema é feita através do cálculo de um grande número de soluções não dominadas suportadas (no exemplo, são calculadas 100 soluções), usando a optimização da soma ponderada das funções objectivo, e depois são reduzidas a um número inferior usando, para tal, um método de filtragem apresentado em Steuer [136].

Ferreira et al. [61] apresentam um modelo de programação linear inteira-mista bicritério para localizar serviços desagradáveis, em que as funções objectivo consistem na minimização do custo total e na minimização da poluição ambiental total. As funções objectivo consideradas são similares às já apresentadas anteriormente do trabalho de Malczewski e Ogryczak [97]. Sejam  $I = \{1, \dots, m\}$  o conjunto de comunidades e  $J = \{1, \dots, n\}$  o conjunto dos potenciais locais para a instalação dos serviços. As variáveis de decisão são dadas por:

$x_{ij}$  é a quantidade de serviço fornecido pelo serviço em  $j$  à comunidade  $i$ ;

$y_j$  é igual a 1, se é instalado um serviço em  $j$ , e a 0, em caso contrário;

$s_j$  é o tamanho do serviço em  $j$ , em que  $s_j = \sum_{i \in I} x_{ij} \forall j \in J$ .

As funções objectivo são:

1. Minimização do custo total:



$$\min \left\{ \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} d_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in J} c_j s_j + \sum_{j \in J} e_j s_j \right\}$$

onde  $d_{ij}$  é a distância (comprimento do caminho mais curto) entre as localizações  $i$  e  $j$ ,  $c_j$  é o custo unitário de investimento para o serviço em  $j$  e  $e_j$  é o custo unitário de operação para o serviço em  $j$ .

2. Minimização da poluição ambiental total nos potenciais locais de instalação de serviços:

$$\min \sum_{j \in J} r_j y_j$$

onde  $r_j$  é uma medida da poluição no serviço em  $j$ .

Para abordar o problema, os autores apresentam um protótipo de um SAD, que integra de forma implícita o método interactivo de Ferreira et al. [60], apresentado na revisão bibliográfica da Subsecção 3.5.1. De forma a ilustrar o SAD e o método interactivo, é criada uma instância, em que todos os dados do modelo são gerados de forma aleatória.

Ferreira [59] apresenta um modelo bicritério, em programação linear inteira-mista para a localização-afectação-distribuição na área dos serviços semiobnóxios. A função objectivo associada ao impacto ambiental, bastante mais pormenorizada do que no trabalho anterior, pretende minimizar a soma do efeito desagradável dos serviços instalados e das rotas estipuladas para os veículos sobre as comunidades. A sua formulação é dada da seguinte forma:

$$\min \left\{ \sum_{t \in T} \sum_{j \in J} l_{jt} z_{jt} + \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in V} r_k r_{ij} x_{ijk} \right\}$$

onde  $T$  é o conjunto dos tipos de serviço,  $J$  é o conjunto dos potenciais locais para a instalação dos serviços, a variável de decisão  $z_{jt}$  é igual a 1, se o serviço de tipo  $t \in T$  é instalado em  $j \in J$ , e a 0, em caso contrário, e  $l_{jt}$  é a expressão do efeito obnócio do serviço do tipo  $t \in T$  na localização  $j \in J$  sobre todas as comunidades, cuja fórmula é dada por:

$$l_{jt} = \sum_{i \in I} D_i (d_{ij})^{-w} (Q_{jt})^s, \quad j \in J, t \in T.$$

O parâmetro  $D_i$  corresponde à procura total de serviço da comunidade  $i \in I$ , sendo  $I$  o conjunto de comunidades,  $d_{ij}$  é a distância Euclidiana entre as localizações  $i$  e  $j$ ,  $Q_{jt}$  é a capacidade do serviço de tipo  $t \in T$  na localização  $j \in J$  e,  $w$  e  $s$  são constantes. Como podemos notar, esta expressão é bastante semelhante à anteriormente apresentada do trabalho de Erkut e Neuman [48].

A segunda parte da função objectivo é relativa ao risco das rotas estipuladas para os veículos. O conjunto  $N$  é o conjunto das comunidades e dos potenciais locais para a instalação dos serviços, e  $V$  é o conjunto dos veículos disponíveis para efectuarem a recolha para os depósitos. O parâmetro  $r_k$  corresponde a uma ponderação atribuída ao risco de utilização do veículo  $k \in V$ ,  $r_{ij}$  é o risco associado ao caminho mais curto entre as localizações  $i \in N$  e  $j \in N$ . A variável de decisão  $x_{ijk}$  é igual a 1, se o veículo  $k \in V$  se desloca da localização em  $i \in N$  para a localização em  $j \in N$ , e a 0, em caso contrário.

Fonseca e Captivo ([62],[63],[64]) estudam diversos modelos bicritério para a localização de equipamentos semiobnóxios. Os modelos são separados em modelos com e sem restrições de capacidade, e restrições de capacidade por níveis. Neste último caso, considera-se que em cada potencial local para a instalação de um equipamento, pode ser instalado um de entre vários tipos de equipamento. Em qualquer um dos modelos, uma das funções objectivo corresponde à minimização do custo total (custos de transporte, custos fixos de instalação e manutenção, e custos de funcionamento) ou à maximização da acessibilidade aos equipamentos instalados mais próximos, e a outra, corresponde à minimização do efeito obnóxio. Veremos de seguida os casos em que só existe um tipo de equipamento a instalar. Sejam  $I$  o conjunto das comunidades,  $J$  o conjunto dos potenciais locais para a instalação dos equipamentos,  $d_{ij}$  a distância Euclidiana entre a comunidade  $i \in I$  e o potencial local  $j \in J$ ,  $d$  a distância Euclidiana mínima permitida entre cada comunidade  $i \in I$  e qualquer equipamento instalado,  $J' = \{j \in J: d_{ij} \geq d \forall i \in I\} \subseteq J$ ,  $c_{ij}$  o custo ou comprimento do caminho mais curto entre cada comunidade  $i \in I$  e cada potencial local  $j \in J$ ,  $D$  a distância máxima (custo ou comprimento do caminho mais curto) permitida entre qualquer comunidade  $i \in I$  e qualquer equipamento afectado a  $i$ ,  $M_i = \{j \in J': c_{ij} \leq D\}$ . Sejam as variáveis de decisão:

$x_{ij}$  é igual a 1, se o serviço requerido pela comunidade  $i$  é completamente satisfeito pelo equipamento em  $j$ , e a 0 em caso contrário;

$y_j$  é igual a 1, se é instalado um equipamento em  $j$ , e a 0, em caso contrário.

As funções objectivo estudadas são:

1. Minimização do custo total:

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in M_i} q_i (c_{ij} + vm_j) x_{ij} + \sum_{j \in J'} (f_j + m_j) y_j$$

onde  $q_i$  representa a quantidade de serviço requerido pela comunidade  $i \in I$ ,  $vm_j$  representa o custo unitário de serviço para um equipamento instalado no potencial local  $j \in M_i$ ,  $f_j$  representa o custo fixo de instalação do equipamento em  $j \in J'$  e  $m_j$  representa o custo fixo de manutenção de um equipamento instalado no potencial local  $j \in J'$ .

1'. Maximização da acessibilidade aos equipamentos instalados mais próximos:

a. Maximização da acessibilidade total ou média:

$$\min \sum_{j \in J'} \sum_{i \in I} a_i c_{ij} x_{ij}$$

onde  $a_i$  representa o peso (população) da comunidade  $i \in I$ .

b. Maximização da acessibilidade da comunidade pior servida:

$$\min \max_{i \in I, j \in J'} c_{ij} x_{ij}$$

2. Minimização do efeito obnócio:

a. Minimização do efeito obnócio total exercido pelos equipamentos:

$$\min \sum_{j \in J'} l_j y_j$$

onde  $l_j$  representa o efeito obnócio total exercido pelo equipamento em  $j \in J'$  sobre todas as comunidades.

b. Minimização do efeito obnócio máximo sofrido por alguma comunidade:

$$\min \max_{i \in I} \sum_{j \in J'} \delta_{ij} y_j$$

onde  $\delta_{ij}$  é o efeito obnócio sofrido pela comunidade  $i \in I$  se for instalado um equipamento em  $j \in J'$ .

As funções objectivo do modelo com restrições de capacidade por níveis apresentam uma formulação bastante similar às apresentadas, com a diferença de terem em consideração o tipo de equipamento a instalar em cada potencial local.

Os modelos apresentados são testados com exemplos gerados aleatoriamente. Para a obtenção de soluções não dominadas é utilizado o método interactivo de Ferreira et al. [60], apresentado na revisão bibliográfica da Subsecção 3.5.1. Para cada instância gerada, são calculadas algumas soluções não dominadas, de forma a que os modelos sejam comparados e analisados em termos de tempo de processamento computacional médio e da equidade das soluções obtidas, usando os coeficientes de Gini e de Hoover.

Giannikos [70] apresenta um modelo de programação linear inteira-mista multiobjectivo para a localização de equipamentos de eliminação ou tratamento de resíduos perigosos. O modelo incorpora também o transporte desses resíduos desde os centros populacionais até aos potenciais locais para a instalação dos equipamentos. São consideradas quatro funções objectivo: minimização do custo total de funcionamento, minimização da percepção total do risco, maximização da equidade (min-max) do risco entre centros populacionais, e maximização da equidade (min-max) da inconveniência causada pelo funcionamento dos equipamentos de tratamento. As funções objectivo são já conhecidas de trabalhos anteriores (por exemplo Erkut e Neuman [48], e Current e Ratick [37]), motivo pelo qual não detalharemos novamente a formulação das mesmas. A abordagem ao problema foi realizada através de programação por metas, o que significa que as soluções obtidas poderão não ser não dominadas.

Maniezzo et al. [99] implementaram um sistema de apoio à decisão para a localização de centros de tratamento e deposição de resíduos industriais (considerando diferentes tecnologias), de forma a reduzir os impactos económicos, ambientais e humanos. Os autores identificam uma hierarquia de funções objectivo, em que, no nível mais elevado, consideram a minimização da distância total percorrida para transportar os resíduos para os centros e os custos associados à instalação de novos centros. Cada tipo de tecnologia possível para os centros de tratamento e deposição origina um problema monocritério cuja função objectivo é a mencionada anteriormente, ou seja, a do nível mais elevado. Em primeiro lugar, para obter um

conjunto de soluções iniciais, são resolvidos os diversos problemas monocritério através de uma heurística, que basicamente separa cada um dos problemas em duas partes. Para cada problema, primeiro, são otimizados unicamente os custos associados à instalação dos novos centros e, de seguida, tendo em conta a solução obtida, é minimizada a distância total percorrida para transportar os resíduos para os centros instalados. Segundo os autores, “The solutions so obtained for every technology are then combined to yield scenarios. All possible solution combinations, containing one solution for every technology, generate the set  $A$  of feasible scenarios.”! De seguida, as soluções são filtradas através de um processo, denominado pelos autores como “rápido e sujo”, que pretende eliminar soluções que mostrem “óbvias deficiências”. As restantes soluções são analisadas usando um procedimento de análise multiatributo (baseado na relação de prevalência entre os pares de alternativas), de acordo com quatro objectivos gerais - custos, riscos de acidente, riscos de transporte e impactos ambientais, de forma a reduzir ainda mais o número de soluções e a gerar uma ordenação final das alternativas.

Falit-Baiamonte e Osleeb [53] formulam um modelo de programação linear inteira bicritério para problemas de localização, em que os serviços a instalar têm implicações ambientais. As duas funções objectivo que pretendem unicamente maximizar o bem-estar social são:

1. Minimização do risco:

$$\min \sum_{l \in L} \sum_{k \in K} \sum_{z \in Z} \sum_{j \in J} d_{lkzj} P_j y_{lkz}$$

onde  $y_{lkz}$  é igual a 1, se o serviço de dimensão  $k$  e tipo  $l$  é instalado em  $z$ , e a 0, em caso contrário,  $d_{lkzj}$  é o impacto que um serviço, de dimensão  $k$  e tipo  $l$ , instalado em  $z$  impõe num indivíduo da comunidade  $j$  e  $P_j$  é a população da comunidade  $j$ . O parâmetro  $d_{lkzj}$  deve ser função da distância entre  $z$  e  $j$ , e do tipo e da magnitude do perigo associado ao serviço. Os autores referem que usam no exemplo uma função em escada para representar  $d_{lkzj}$  mas não a apresentam.

2. Minimização da soma dos desvios absolutos relativos ao impacto ambiental sobre as comunidades (representativa da minimização da iniquidade):

$$\min \sum_{j \in J} DO_j + DU_j$$

onde  $DO_j$  e  $DU_j$ , variáveis não negativas, são respectivamente os desvios positivo e negativo associados à comunidade  $j$ . As restrições associadas são dadas por:

$$E_j + \sum_{l \in L} \sum_{k \in K} \sum_{z \in Z} d_{lkzj} y_{lkz} - DO_j + DU_j = D \quad \forall j \in J$$

onde  $E_j$  é um índice da qualidade ambiental pré-existente na comunidade  $j$  e  $D$  é a meta a alcançar para cada restrição. Com esta função objectivo, os autores pretendem considerar a distribuição relativa do impacto ambiental por cada comunidade, ao invés do procedimento usual encontrado na literatura, em que se tenta otimizar, através de um critério min-max, a condição da comunidade em pior situação em termos de impacto sofrido.

Para além da abordagem à minimização da iniquidade ser feita através de desvios, outra grande diferença comparativamente a modelos apresentados na literatura, salientada pelos autores, é o facto de a função objectivo considerar explicitamente a possível existência de serviços que já estejam a ter impacto ambiental sobre as comunidades (medido por  $E_j$ ), aquando da instalação de novos serviços. O modelo é ilustrado através de um caso de estudo, em que um SIG é usado para obter toda a informação relevante, em particular os índices de qualidade ambiental pré-existente e o impacto causado pela instalação de um novo serviço. Refira-se ainda que residentes pertencentes aos grupos de risco (com menos de 5 anos e mais de 65 anos) são contados a dobrar em termos de população. Considerando seis cenários (definidos pelas metas, pelo número de serviços a instalar (de cada um dos dois tipos existentes) e pelo número máximo de serviços a instalar nas regiões que limitam cada comunidade), foram geradas algumas soluções otimizando a função objectivo do risco e restringindo a função objectivo relativa à equidade.

Rakas et al. [120] apresentam um modelo de programação linear inteira bicritério para a localização de aterros, de forma a minimizar o custo total e a oposição política entre as comunidades. As funções objectivo consideradas no modelo não acrescentam qualquer mais-valia ao já referido anteriormente, pelo que não as iremos descrever. O modelo é aplicado a um

caso de estudo, sendo feito em primeiro lugar, uma pré-selecção de seis potenciais locais para a instalação do aterro sanitário, com base em diversos critérios (zona habitacional, tipo de terreno, aeroportos, etc.). Dos seis locais, quatro pertencem ao mesmo município donde se inclui uma restrição ao modelo de modo a assegurar que nestes quatro locais só se instala no máximo um aterro. Para resolver o problema multiobjectivo, numa primeira fase, é otimizada cada uma das funções objectivo individualmente. De seguida, as duas funções objectivo  $Z_1$  e  $Z_2$  são combinadas numa única função objectivo  $Z_3$  que se pretende minimizar:  $Z_3 = weight1 \times \frac{Z_1}{Z_{opt}^1} + weight2 \times \frac{Z_2}{Z_{opt}^2}$ , onde  $Z_{opt}^1$  e  $Z_{opt}^2$  são os óptimos individuais. Os autores referem que uma vez que  $Z_{opt}^1$  e  $Z_{opt}^2$  não têm a mesma escala unitária (isto é, medidas de custo e de oposição) não podem ser somadas. Referem também que  $\frac{Z_1}{Z_{opt}^1}$  é usado para representar o desvio percentual da solução óptima  $Z_{opt}^1$ , e o mesmo se passa com  $\frac{Z_2}{Z_{opt}^2}$  e assim, o facto de  $\frac{Z_1}{Z_{opt}^1}$  e  $\frac{Z_2}{Z_{opt}^2}$  terem valores relativos, já permitem que sejam somados usando pesos. Com esta optimização da soma ponderada dos dois objectivos é calculada uma única nova solução, não sendo referido quais os pesos utilizados.

Galvão et al. [67] apresentam uma extensão do conhecido modelo de localização hierárquico, com três níveis, para a localização de serviços de assistência perinatal de modo a minimizar a distância total percorrida pelos pacientes. Os níveis referem-se à capacidade tecnológica dos serviços, em forma crescente de complexidade, para dar resposta às diversas situações de risco, segundo determinados critérios médicos. Assim, no nível mais baixo – nível I – do sistema hierárquico estão as unidades ambulatoriais. No nível seguinte estão as maternidades, que devem possuir a mesma capacidade tecnológica do nível I. No nível III estão os centros de neonatologia. O esquema de hierarquia utilizado é o de hierarquia sucessivamente inclusiva, no sentido em que um serviço de um certo nível possui a sua própria capacidade tecnológica e a de todos os níveis mais baixos. Neste artigo, os autores estendem o modelo monocritério já conhecido de forma a incluir restrições de capacidade no nível III do sistema hierárquico. Este modelo com capacidades é também ele estendido ao caso bicritério de modo a otimizar também o equilíbrio na ocupação dos serviços de neonatologia. Sejam  $I = \{1, \dots, m\}$ ,  $J = \{1, \dots, n\}$  e  $T = \{1,2,3\}$  respectivamente o conjunto das comunidades, dos

potenciais locais para a instalação de serviços e dos tipos de serviço (nível I, II e III). As variáveis de decisão usadas são:

$x_{ij}^t$  é o fluxo de procura do local  $i \in I$  para o local  $j \in J$  para receber assistência de nível  $t \in T$ ;

$x_{jk}^4$  é o fluxo de procura referenciada da maternidade  $j \in J$  para o centro de neonatologia  $k \in J$ , de ambulância;

$y_j^t$  é igual a 1, se o serviço de nível  $t \in T$  é instalado em  $j \in J$ , e a 0, em caso contrário.

Vejamos então a formulação da primeira função objectivo.

1. Minimização da distância total percorrida:

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} d_{ij} (x_{ij}^1 + x_{ij}^2 + x_{ij}^3) + \alpha \sum_{j \in J} \sum_{k \in J} d_{jk} x_{jk}^4$$

onde  $d_{ij}$  e  $d_{jk}$  são respectivamente a distância (comprimento do caminho mais curto) entre o ponto de procura  $i \in I$  e o serviço  $j \in J$ , e entre a maternidade  $j \in J$  e o centro de neonatologia  $k \in J$ ;  $\alpha$  ( $0 < \alpha \leq 1$ ) é um parâmetro para diferenciar o custo de transporte da maternidade para o centro de neonatologia uma vez que o transporte é feito de ambulância.

2. Relativamente à função objectivo em que se pretende a minimização da desigualdade (falta de equilíbrio) na ocupação dos centros de neonatologia, os autores apresentam diferentes propostas:

i.

$$\min \left\{ \max_{j \in J} \{s_j^+, s_j^-\} \right\}$$

com as seguintes restrições ao problema:  $s_j^+, s_j^- \geq 0$  e

$$\sum_{i \in I} x_{ij}^3 + \sum_{k \in J} x_{jk}^4 - s_j^+ + s_j^- = D y_j^3 \quad j \in J$$

onde  $D$  é a procura média de um serviço de nível III. Neste caso, pretende-se minimizar o desvio máximo, seja por excesso ou por defeito, de ocupação dos centros de neonatologia em relação à procura média deste tipo de serviço.

ii. Caso se pretenda evitar sobrelotação dos serviços, os autores sugerem uma minimização da sobrelotação máxima:



$$\min \left\{ \max_{j \in J} s_j^+ \right\}$$

iii. Ou por outro lado, uma minimização da sobrelotação total:

$$\min \left\{ \sum_{j \in J} s_j^+ \right\}$$

As últimas duas alternativas implicam adicionar as seguintes restrições ao problema:  $s_j^+ \geq 0$  e

$$\sum_{i \in I} x_{ij}^3 + \sum_{k \in J} x_{jk}^4 - s_j^+ = Dy_j^3 \quad j \in J$$

Para lidar com o problema bicritério, os autores restringem a segunda função objectivo, impondo-lhe um certo número de majorações escolhidas em conjunto com o decisor, e optimizam a primeira função objectivo.

Erkut et al. [47] apresentam um modelo de programação linear inteira-mista multicritério para resolver um problema de localização relacionado com a gestão de resíduos de sólidos urbanos. Dado um conjunto de produtores de resíduos e um conjunto de potenciais locais para a instalação de estações de transferência, unidades de recuperação de matéria (três tipos), incineradoras e aterros sanitários, pretende-se determinar o local e a tipologia dos serviços a instalar, de modo a optimizar as seguintes cinco funções objectivo: 1) minimização da emissão de gases com efeito de estufa, 2) minimização da quantidade de resíduos depositos nos aterros sanitários, 3) maximização da quantidade de energia recuperada nas unidades de recuperação de resíduos, incineradoras e aterros sanitários, 4) maximização da quantidade de matéria recuperada nas unidades de recuperação e 5) minimização do custo total (instalação, transporte e tratamento). As funções objectivo não são aqui descritas em detalhe pelo facto de não acrescentarem qualquer mais-valia em relação ao que já foi revisto. Todas elas correspondem a optimizações de somas em que as variáveis (quantidades de resíduos transportados duns locais para os outros) são pesadas por índices obtidos empiricamente. A diferença deste trabalho em relação aos já vistos até ao momento consiste na abordagem ao problema. Os autores aplicam uma abordagem lexicográfica minimax (Ogryczak [113][114])

para obter uma solução não dominada “razoável” isto é, uma solução com valores das funções objectivo normalizadas tão próximos uns dos outros quanto possível.

Medaglia et al. [105] pretendem planear uma rede de gestão de lixo hospitalar e, para tal, propõem um modelo bicritério para a localização de serviços obnóxios. O modelo lida com o custo associado ao transporte do lixo hospitalar das cidades (onde se encontram os hospitais) para os serviços que fazem a gestão do lixo (centros de transferência) e o efeito negativo nas populações vizinhas dos serviços. Sejam  $J = \{1, \dots, n\}$  o conjunto das cidades,  $I = \{1, \dots, m\}$  o conjunto dos potenciais locais para a instalação dos serviços de gestão,  $c_{ij}$  o custo associado ao transporte da cidade  $j$  para o serviço localizado em  $i$  e  $p_i$  a população no local  $i$ . As variáveis de decisão são dadas por:

$x_{ij}$  é igual a 1, se todo o lixo produzido na cidade  $j$  é recolhido pelo serviço instalado em  $i$ , e a 0, em caso contrário;

$y_i$  é igual a 1, se é instalado um serviço no local  $i$ , e a 0, em caso contrário.

As funções objectivo são formuladas da seguinte forma:

1. Minimização do custo de transporte:

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij}$$

2. Minimização da população afectada:

$$\min \sum_{i \in I} p_i y_i$$

Para resolver o problema bicritério, os autores propõem uma abordagem híbrida que combina o conhecido algoritmo evolucionário elitista NSGA II – *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II* (Deb et al. [39]) com uma heurística baseada em programação linear inteira-mista para resolver a afectação das cidades aos serviços (i.e. determinar o valor das variáveis  $x_{ij}$ ).

Doerner et al. [43], também com base no algoritmo NSGA II, apresentam um modelo com três funções objectivo para a localização de serviços públicos (por exemplo escolas) perto de zonas costeiras, tendo em conta os riscos de inundação devido a maremotos. A primeira função

objectivo corresponde à soma pesada de duas funções objectivo. A segunda função objectivo expressa o risco devido a ocorrências de maremotos usando um modelo estatístico e a terceira função objectivo representa os custos. Sejam  $I$  e  $J$  respectivamente o conjunto dos potenciais locais para a instalação dos serviços e o conjunto de comunidades. Seja  $S = \{0, 1, \dots, k\}$  o conjunto dos níveis de segurança dos serviços. As variáveis de decisão são dadas por:

$u_{ij}$  é igual a 1, se a comunidade  $j$  é afectada ao serviço em  $i$ , e a 0, em caso contrário;

$y_j$  é igual a 1, se a comunidade  $j$  tem um serviço a uma distância não superior a  $d_{max}$ , e a 0, em caso contrário;

$x_{is}$  é igual a 1, se é instalado um serviço de nível de segurança  $s$  no potencial local  $i$ , e a 0, em caso contrário ( $x_{i0} = 1$  significa que não é instalado qualquer serviço no potencial local  $i$  ou seja, os autores interpretam o nível de segurança 0 como não havendo instalação);

$z_i$  é o número (inteiro) de unidades de capacidade requerida no potencial local  $i$ .

As três funções objectivo são:

1. Minimização da soma pesada de duas funções objectivo: minimização da soma das distâncias entre todos os membros de uma comunidade e o serviço mais próximo e minimização da população que se encontra a uma distância de um serviço superior a uma distância máxima pré-definida:

$$\min \alpha f_1^{(1)} + (1 - \alpha) f_1^{(2)}$$

onde

$$f_1^{(1)} = \sum_{j \in J} w_j \sum_{i \in I} d_{ij} u_{ij}$$

e

$$f_1^{(2)} = \sum_{j \in J} w_j (1 - y_j)$$

O parâmetro  $w_j$  é a população da comunidade  $j$ ,  $d_{ij}$  é a distância entre os locais  $i$  e  $j$ , e  $\alpha \in ]0, 1[$ .

2. Minimização do risco devido a ocorrências de maremotos:

$$\min \sum_{j \in J} w_j \sum_{i \in I} u_{ij} \sum_{s \in S \setminus \{0\}} \pi_{is} x_{is}$$

onde  $\pi_{is}$  é um coeficiente de risco dado por um modelo estatístico da autoria de Kaistrenko e Pinegina [87]. Apesar de a função objectivo ser não linear, os autores sugerem uma formulação alternativa equivalente, adicionando restrições ao modelo, de forma a torná-la linear.

### 3. Minimização do custo de instalação:

$$\min \sum_{i \in I} \left( \sum_{s \in S \setminus \{0\}} c_s x_{is} + \bar{c} z_i \right)$$

onde  $c_s$  é o custo de instalação de um serviço de nível de segurança  $s$  e  $\bar{c}$  é o custo de instalação adicional por unidade de capacidade.

Tal como já referido, a abordagem ao problema foi feita através de uma heurística baseada no algoritmo NSGA II.

Alçada-Almeida et al. [3] apresentam uma abordagem multiobjectivo para localizar refúgios de emergência e identificar rotas de evacuação em áreas urbanas. O estudo identifica rotas de evacuação principais e secundárias, em que as segundas são determinadas depois de terem sido determinadas as primeiras e os locais dos refúgios principais. O modelo multiobjectivo é incorporado num Sistema de Apoio à Decisão que tem como base um SIG, e é ilustrado através de um caso de estudo aplicado a uma situação de incêndio na cidade de Coimbra. Sejam  $S$  o número de sectores,  $E$  o número de potenciais refúgios e  $C_{ij}$  o número de potenciais rotas principais do sector  $i$  para o refúgio  $j$ . A variável de decisão  $x_{ij}^c$  é igual a 1, se a potencial rota principal  $c$  do sector  $i$  para o refúgio  $j$  é seleccionada, e a 0, em caso contrário. As funções objectivo consideradas no modelo são:

#### 1. Minimização da distância total requerida para toda a população de um sector chegar ao seu refúgio de evacuação principal:

$$\min \sum_{i=1}^S \sum_{j=1}^E \sum_{c=1}^{C_{ij}} a_i d_{ij}^c x_{ij}^c$$

onde  $a_i$  é o número de indivíduos a evacuar no sector  $i$ ,  $d_{ij}^c$  é o comprimento da potencial rota principal  $c$  do sector  $i$  para o refúgio  $j$ .

2. Minimização do risco total associado ao facto das rotas de evacuação principais ficarem intransitáveis:

$$\min \sum_{i=1}^S \sum_{j=1}^E \sum_{c=1}^{C_{ij}} a_i r_{ij}^c x_{ij}^c$$

onde  $r_{ij}^c$  é o risco associado ao facto da potencial rota principal  $c$  do sector  $i$  para o refúgio  $j$  ficar intransitável. No caso de estudo, o cálculo do risco associado a cada rua (arco da rede) é baseado no “*Fire Risk Index Method*” para análises de risco/protecção em situações de incêndio (os autores referem bibliografia sobre o assunto).

3. Minimização do risco de incêndio nos refúgios:

$$\min \sum_{i=1}^S \sum_{j=1}^E \sum_{c=1}^{C_{ij}} a_i r_j x_{ij}^c$$

onde  $r_j$  é o risco de incêndio associado ao potencial refúgio  $j$ .

4. Minimização do tempo total requerido para uma eventual evacuação dos refúgios para o hospital:

$$\min \sum_{i=1}^S \sum_{j=1}^E \sum_{c=1}^{C_{ij}} a_i t_j x_{ij}^c$$

onde  $t_j$  é o tempo de evacuação do potencial refúgio  $j$  para o hospital.

No caso de estudo, o primeiro passo do processo foi gerar um conjunto suficientemente largo de potenciais rotas de evacuação dos sectores para os refúgios. Para tal, foi considerado o problema do caminho mais curto bicritério (Coutinho-Rodrigues et al. [34]), em que os critérios considerados foram o comprimento e o risco. Sobre estes dois critérios foi então utilizada uma optimização da soma ponderada, considerando 11 pares de pesos e, posteriormente, foram eliminadas as rotas repetidas e as que iniciam em sectores sem população. Para simplificar o modelo, foi considerada uma restrição que assegura a abertura de exactamente  $p$  refúgios e foram analisadas várias soluções para  $p$  a variar entre 2 e 7 refúgios. Podemos facilmente analisar que as duas primeiras funções objectivo terão o seu óptimo aquando a abertura dos 7

refúgios e as duas últimas funções objectivo aquando a abertura de apenas dois refúgios, caso sejam verificadas as restrições de capacidade. Para cada valor de  $p$  foram geradas 10 soluções no SAD: a solução óptima para cada função objectivo; a solução ideal; três soluções não dominadas, obtidas através da optimização da soma ponderada das funções objectivo, considerando três vectores de pesos; e duas soluções obtidas através de programação por metas, usando a solução ideal como meta e as métricas  $L_1$  e  $L_\infty$ . No total, foram assim calculadas 60 soluções. De entre todas estas soluções apresentadas a um decisor, a escolha de uma de compromisso prevê-se uma tarefa complicada, donde o SAD fornece algumas ferramentas para tentar facilitar o processo de decisão. Para cada conjunto de 10 soluções são calculadas as distâncias à solução ideal utilizando as métricas  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_\infty$ . Utilizando as mesmas três métricas são calculadas as distâncias de cada solução à solução ideal global isto é, para qualquer valor de  $p$ . O SAD inclui também uma ferramenta que consiste num gráfico radar (Coutinho-Rodrigues et al. [35]), bastante interessante para comparar graficamente e simultaneamente as soluções obtidas e as soluções ideal e anti-ideal.

Com base no mesmo SAD, Alçada-Almeida et al. [2] propõem um problema de programação linear inteira-mista multiobjectivo para identificar as localizações e as capacidades de serviços de incineração de resíduos perigosos. A abordagem ao problema inclui um modelo de dispersão Gaussiano (conceito que veremos com mais detalhe numa fase posterior desta tese) para prever a distribuição geográfica dos poluentes não reactivos, libertados na atmosfera por uma fonte poluidora pontual, e o conseqüente impacto na população e no meio ambiente. No caso de estudo apresentado pelos autores, o uso do modelo de dispersão não pretende modelar um dado poluente ou medir os níveis absolutos de exposição, mas determinar unicamente quais as populações que sofrem algum impacto. Sejam  $N$  o número de potenciais locais para a instalação de incineradoras e  $P$  o número de freguesias. As variáveis de decisão consideradas são:

$y_i$  é igual a 1, se é instalada a incineradora no local  $i$ , e a 0, em caso contrário;

$x_i$  é a quantidade de resíduo processado na incineradora  $i$ .

As cinco funções objectivo são:

1. Minimização do custo total de investimento:

$$\min \sum_{i=1}^N I_i y_i$$

onde  $I_i$  é o custo de investimento relativo à instalação de uma incineradora no local  $i$ .

2. Minimização do custo de processamento total:

$$\min \sum_{i=1}^N E_i x_i$$

onde  $E_i$  é o custo mensal de processamento relativo à incineradora  $i$ , correspondendo ao processamento diário de uma unidade.

3. Minimização do impacto total (médio por pessoa):

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^P \frac{n_j f_{ij}}{h} x_i$$

onde  $n_j$  é o número de habitantes na freguesia  $j$ ,  $f_{ij}$  é o impacto médio na freguesia  $j$  causado pelo processamento de uma unidade de resíduo na incineradora  $i$  e  $h$  é número total de habitantes no conjunto das freguesias ( $h = \sum_{j=1}^P n_j$ ).

4. Minimização do impacto médio máximo nas freguesias:

$$\min \max_{j=1, \dots, P} \left\{ \sum_{i=1}^N f_{ij} x_i \right\}$$

5. Minimização do impacto máximo por pessoa:

$$\min \max_{i=1, \dots, N} \left\{ \sum_{k=1}^N c_{ik} x_k \right\}$$

onde  $c_{ik}$  é o impacto causado pela incineradora  $k$ , pelo processamento de uma unidade de resíduo, no ponto habitacional de máximo impacto sofrido pela incineradora  $i$ .

A abordagem ao problema é semelhante à utilizada em Alçada-Almeida et al. [3] ou seja, foram determinadas 10 soluções (óptimos individuais; optimização da soma ponderada das cinco funções objectivo considerando dois vectores de pesos; impondo restrições adicionais que limitam os valores máximos das últimas duas funções objectivo e novamente uma optimização da soma ponderada das restantes três funções objectivo considerando um novo

vector de pesos; e programação por metas). Com a ajuda da tabela onde constam os valores das 10 soluções e as distâncias à solução ideal utilizando as métricas  $L_1$  e  $L_\infty$ , e do gráfico radar, cabe ao decisor a escolha de uma solução final.

Também com base no sistema de apoio à decisão referido nos últimos dois artigos, Tralhão et al. [140] apresentam um problema multiobjectivo para localizar ecopontos. As quatro funções objectivo consideradas no modelo são: minimização do custo de investimento total; minimização da distância média dos locais geradores de resíduos (que podem ser apartamentos ou serviços no caso de estudo apresentado) aos ecopontos; minimização do número de pessoas demasiado próximas de um ecoponto e minimização do número de locais geradores de resíduos demasiado longe dos ecopontos a que estão afectados. A abordagem ao problema é semelhante às mencionadas nos artigos anteriores.



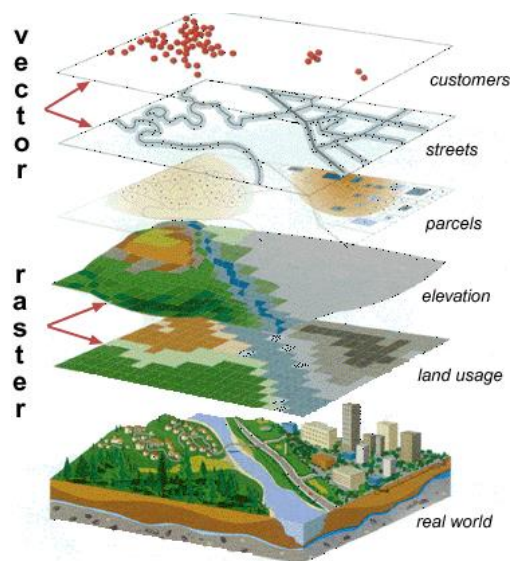
## 5. Sistemas de Informação Geográfica

### 5.1. Introdução

Actualmente existe disponível uma vasta oferta de *software* SIG, quer proprietário, como por exemplo o ArcGIS e o IDRISI, quer livre ou de código aberto, como por exemplo o GRASS, o QGIS e o gvSIG. Uma função comum a todos eles é a possibilidade de manipular camadas ou níveis temáticos (*layers*) ou seja, representações temáticas de informações geográficas, tais como estradas, escolas, rios, altitude, etc., de forma a representar parcialmente o Mundo. Desta forma, através da exibição de um conjunto de camadas temáticas, com a possibilidade de gerir numa estrutura, a sobreposição destas camadas pela ordem pretendida, um SIG permite a visualização de um mapa que geograficamente caracteriza uma certa zona do planeta Terra sobre uma superfície plana. Esta manipulação de camadas temáticas é baseada nas ideias de McHarg [103], publicadas no início da década de 70. Nessa altura, as camadas temáticas eram frequentemente esboçadas em transparências e depois sobrepostas umas às outras num retroprojector. Deste modo, era possível visualizar de uma forma simples e apelativa relações espaciais e ter uma visão geral das características relevantes de um certo lugar.

Um SIG requer que cada camada temática tenha uma referência específica e uma extensão/dimensão associada que permita definir com rigor a sua localização terrestre e a sua forma. A este processo chama-se georreferenciação e é conseguido através da utilização de um sistema de coordenadas. Obviamente descrever com precisão um determinado local da superfície terrestre requer o uso de um sistema de coordenadas adequado. A capacidade de localizar com precisão certas características geográficas é fundamental em qualquer SIG.

Para guardar e representar as camadas temáticas, uma aplicação SIG trabalha com diferentes tipos de dados, em que os dois principais são: o vectorial e o matricial (*raster*). Os dados vectoriais são basicamente representados por pontos, onde a cada ponto está associado um par de coordenadas. Uma sequência de pontos (pares de coordenadas) define um ou vários segmentos de recta que representam uma linha. Uma linha em que a primeira e a última coordenada são iguais define um polígono. Assim, os dados vectoriais, comumente representados como pontos, linhas ou polígonos, fornecem uma forma de representar, no contexto dos SIG, características do Mundo real tais como rios, estradas, comunidades, utilização de terrenos, áreas administrativas, etc. A criação e a edição de informação vectorial são funções muito importantes de um SIG, pois é a forma de personalizar a informação necessária para o desenvolvimento do trabalho individual de cada utilizador. Por outro lado, os dados *raster* são mais adequados para representar a informação que, geralmente, varia continuamente ao longo do espaço, tal como: a altitude, a temperatura, o nível de poluição ou a informação espectral (por exemplo as imagens de satélite ou as fotografias aéreas). Basicamente, uma dada informação *raster* consiste numa matriz regular de células/pixéis (todos com a mesma largura e comprimento), em que cada posição da matriz contém um valor numérico que representa alguma característica da área coberta pela célula (Figura 5.1). As células também podem conter um valor *NoData*, que significa ausência de dados.



**Figura 5.1** Representação geográfica de uma certa região, através de camadas temáticas na forma vectorial e na forma *raster* (figura retirada do site <http://serc.carleton.edu/eyesinthesky2/index.html> em 19/10/2012).

O tipo de informação representado através dos dados vectoriais também pode ser representado através de dados *raster*, mas essa representação pode levar a imprecisões espaciais, devido aos limites impostos pelas dimensões das células matriciais. Ambas as estruturas de dados apresentam vantagens e desvantagens quando comparadas. Cabe ao utilizador, dependendo do problema que tem entre mãos e da informação disponível, escolher qual a estrutura que melhor se adapta aos seus interesses. Por um lado, os dados vectoriais apresentam uma estrutura mais complexa do que os dados *raster*, o que torna a sobreposição das camadas mais propícia a erros. Os dados *raster*, como veremos, permitem manipular de forma muito simples, mas ao mesmo tempo bastante rica, as diversas camadas. Por outro lado, quando comparados com os dados *raster*, os dados vectoriais permitem uma melhor definição das topologias geográficas, uma melhor qualidade de saída gráfica (quer em termos de impressão, quer em termos de visualização), uma mais fácil manipulação dos dados no que diz respeito à criação e edição de informação geográfica e uma visualização mais rápida.

Quanto às funcionalidades básicas dos SIG, em princípio, qualquer um permite fazer manipulações elementares nas estruturas das camadas, tais como ampliar, reduzir e deslocar a visualização, editar a simbologia, adicionar legenda, etc.

Uma mais-valia de uma certa aplicação SIG, quando comparada com outras, consiste na oferta de ferramentas/funções distintas que permitam expandir as suas capacidades de análise. Normalmente, mas não necessariamente, estas funções estão agrupadas por áreas de análise, tais como: espaço, redes, estatísticas, etc. Nesta tese, estamos especialmente interessados em dois módulos (extensões) da aplicação ArcGIS (da empresa ESRI – *Environmental Systems Research Institute*): o *Spatial Analyst* e o *Network Analyst*.

Acabámos de descrever de uma forma bastante simples, o que um SIG deve ser e as suas principais características, na sua mais básica essência. Refira-se que não é intenção desta tese aprofundar o estudo de um SIG em particular, nem comparar as diversas aplicações existentes no mercado, senão seria, de todo, essencial analisar detalhadamente outras potencialidades e funcionalidades, como por exemplo as bases de dados intrínsecas aos sistemas.

## 5.2. Extensão *Spatial Analyst*

A extensão *Spatial Analyst* fornece uma vasta gama de funções para analisar e modelar fenómenos, com base essencialmente em dados *raster*. Esta extensão permite criar, inquirir e analisar dados *raster*, mas também permite efectuar análises integradas de dados *raster* com dados vectoriais. Com esta ferramenta é então possível realizar análises espaciais bastante interessantes, como iremos exemplificar de seguida. Para um estudo mais completo e detalhado de todas as potencialidades desta extensão recomendamos a consulta do *site* de ajuda do *ArcGIS Desktop* [51].

Assim, a extensão *Spatial Analyst* (versão 9.3 do *ArcGIS*) permite realizar:

- Análise de superfícies através das seguintes funções:

*Slope* – identifica para cada célula de um dado *raster* (por exemplo, com base na altitude), o declive em relação à cota, tendo em conta todas as suas células vizinhas. O *output* é expresso em graus (0 a 90 graus), ou em percentagem (a partir do declive). O algoritmo de cálculo do declive (em graus) na posição da célula 'e' do seguinte *raster* de entrada (por exemplo, correspondente à altitude):

a	b	c
d	e	f
g	h	i

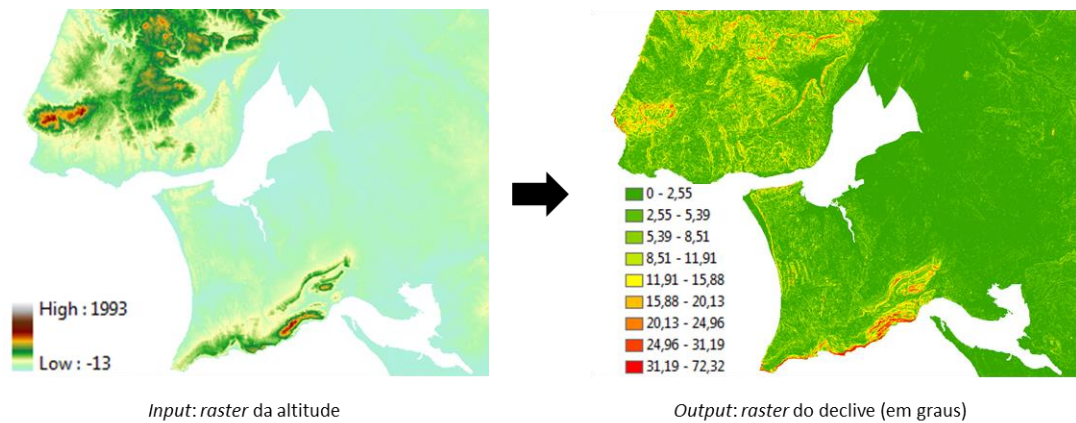
é dado por

$$slope\_degrees = \tan^{-1} \left( \sqrt{\left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dy}\right)^2} \right) \times \frac{180}{\pi}$$

onde

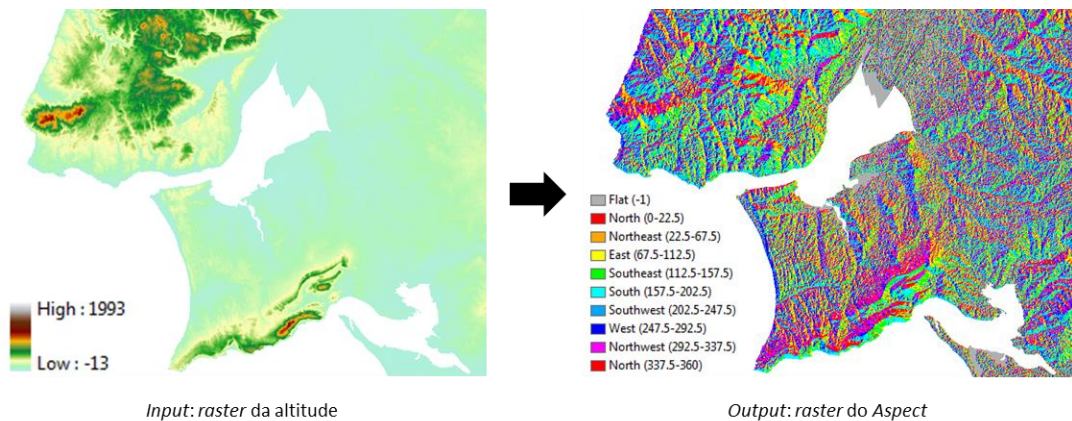
$$\frac{dz}{dx} = \frac{(c + 2f + i) - (a + 2d + g)}{8 \times x\_cell\_size} \quad \text{e} \quad \frac{dz}{dy} = \frac{(g + 2h + i) - (a + 2b + c)}{8 \times y\_cell\_size}$$

e, *x\_cell\_size* e *y\_cell\_size* correspondem respectivamente à largura e ao comprimento de cada célula.



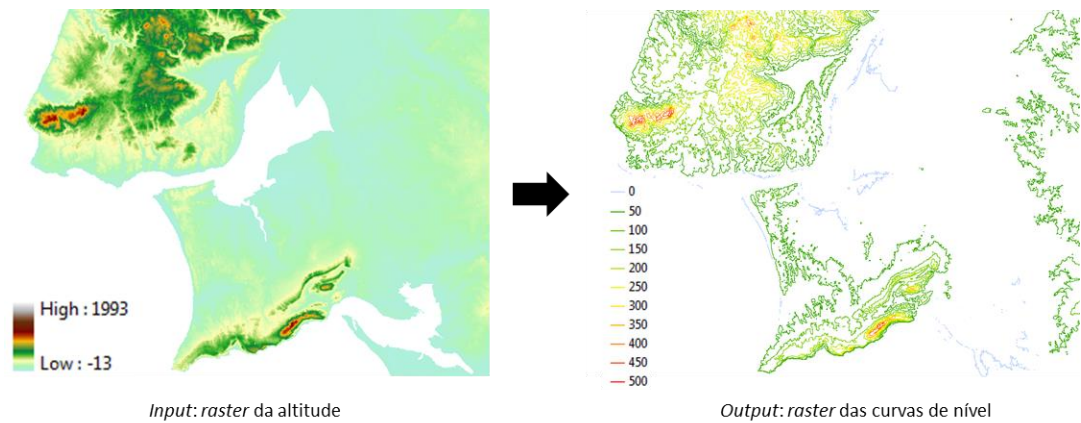
**Figura 5.2** Aplicação da função *Slope* ao *raster* da altitude, em parte do distrito de Setúbal e de Lisboa.

- *Aspect* – identifica para cada célula de um dado *raster*, a direcção do declive máximo em relação à cota, tendo em conta todas as suas células vizinhas. O *output* é expresso em graus positivos (0 a 360 graus), medidos a partir do ponto cardinal Norte, no sentido dos ponteiros do relógio, e é associada uma cor a certos intervalos de valores dos graus.



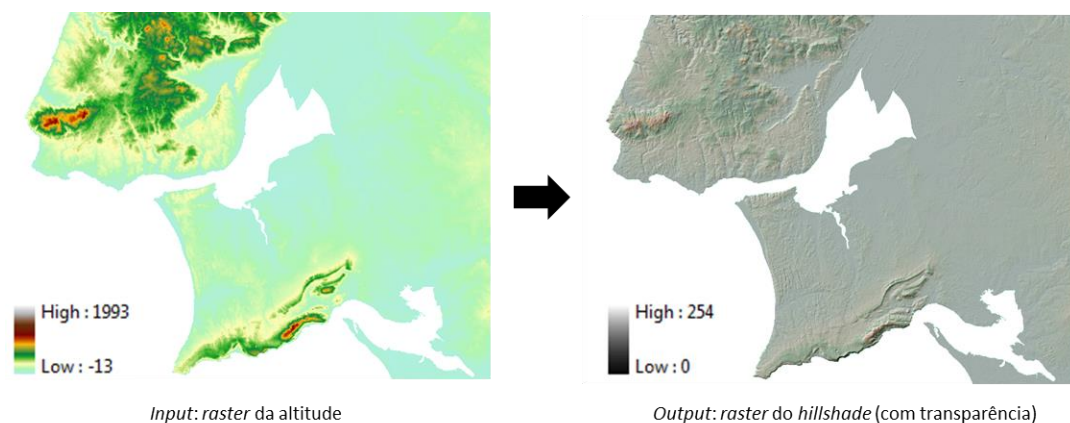
**Figura 5.3** Aplicação da função *Aspect* ao *raster* da altitude, em parte do distrito de Setúbal e de Lisboa.

- *Contour* – identifica pontos de igual valor numa superfície, traçando uma linha sobre esses pontos, a que se chama isolinha. No caso de o elemento de entrada corresponder à altitude, traça as curvas de nível.



**Figura 5.4** Aplicação da função *Contour* ao *raster* da altitude, em parte do distrito de Setúbal e de Lisboa.

- *Cut/Fill* – tendo em conta duas superfícies *raster* de uma mesma região, correspondentes a períodos temporais distintos, esta ferramenta identifica as áreas e os volumes das superfícies onde houve erosão ou deposição.
- *Hillshade* – com base na altitude de uma fonte de iluminação (declive ou ângulo da fonte, dada em graus a partir da cota 0) e no seu azimute (direcção angular, em graus positivos, medidos a partir do ponto cardinal Norte, no sentido dos ponteiros do relógio), obtém uma hipotética iluminação de uma superfície *raster*, determinando valores de iluminação para cada célula.

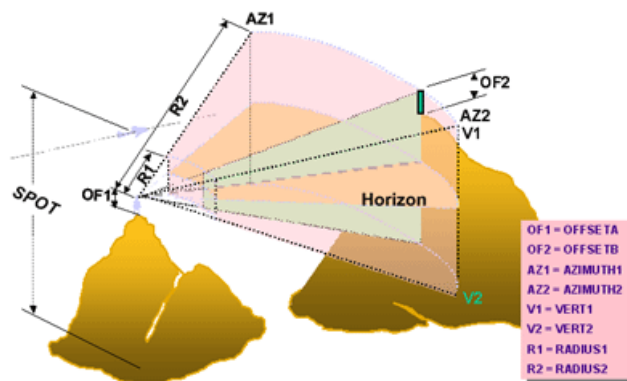


**Figura 5.5** Aplicação da função *Hillshade* ao *raster* da altitude, em parte do distrito de Setúbal e de Lisboa.

A superfície anterior foi produzida considerando uma fonte de iluminação com valores de azimute de 315° (NW) e de altitude de 45°, sendo depois aplicada uma

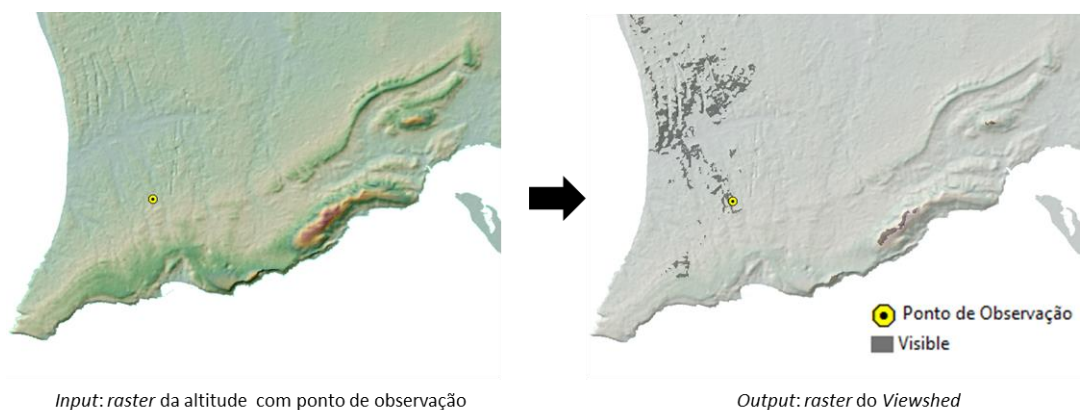
transparência de 20% ao raster de saída de modo a dar-lhe um aspecto mais real. Esta ferramenta é muito utilizada para dar uma perspectiva tridimensional do terreno a partir de uma visualização bidimensional.

- *Viewshed* – identifica as células de uma superfície *raster* que podem ser vistas de um ou mais pontos/linhas de observação. Para usar a ferramenta têm de ser definidos nove parâmetros, como por exemplo, os ângulos de visão, a altura da torre de observação, etc.



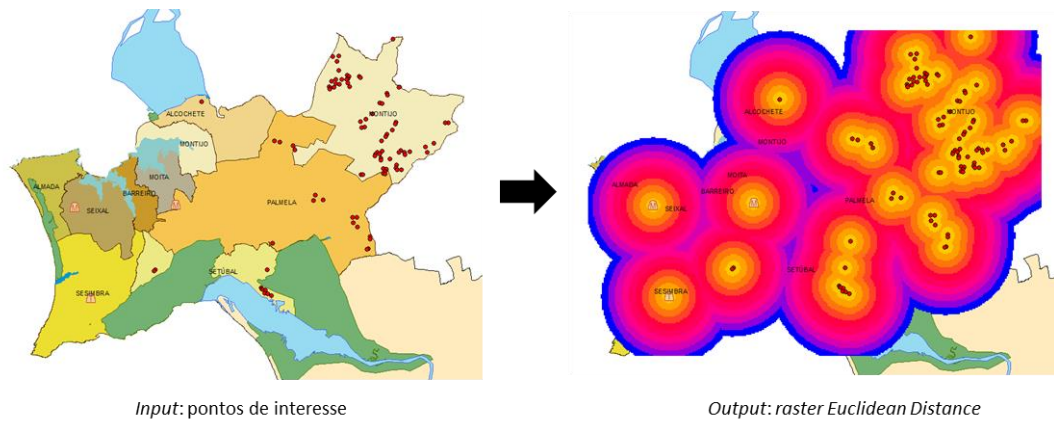
**Figura 5.6** Ilustração dos parâmetros da função *Viewshed* (Fonte: ESRI).

Cada célula do *output* tem o valor correspondente ao número de pontos/linhas de observação que visualizam essa localização.



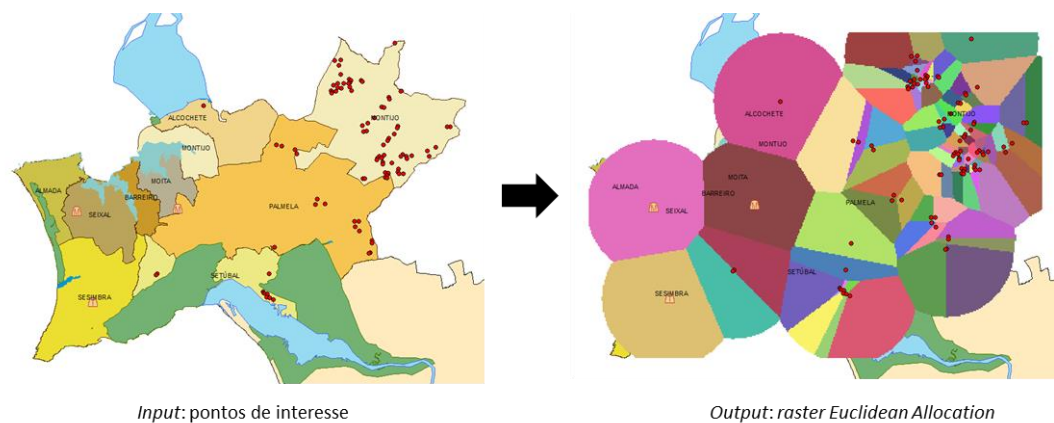
**Figura 5.7** Aplicação da função *Viewshed* ao raster da altitude, em parte do distrito de Setúbal.

- Análise de distâncias através das seguintes funções:
  - *Euclidean Distance* – para cada célula de um dado *raster*, calcula a distância Euclidiana ao ponto/região de interesse mais próximo, considerando para efeitos de cálculo o centro das células e as dimensões das células.



**Figura 5.8** Aplicação da função *Euclidean Distance*, considerando 97 pontos de interesse e uma distância máxima de 10 quilómetros, em parte do distrito de Setúbal.

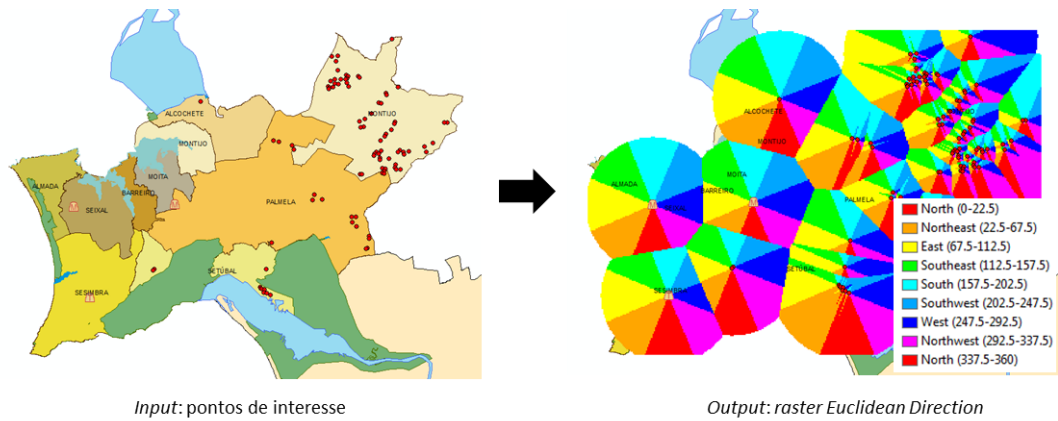
- *Euclidean Allocation* – para cada célula de um dado *raster*, identifica e afecta o ponto/região de interesse mais próximo, com base na distância Euclidiana.



**Figura 5.9** Aplicação da função *Euclidean Allocation*, considerando 97 pontos de interesse e uma distância máxima de 10 quilómetros, em parte do distrito de Setúbal.

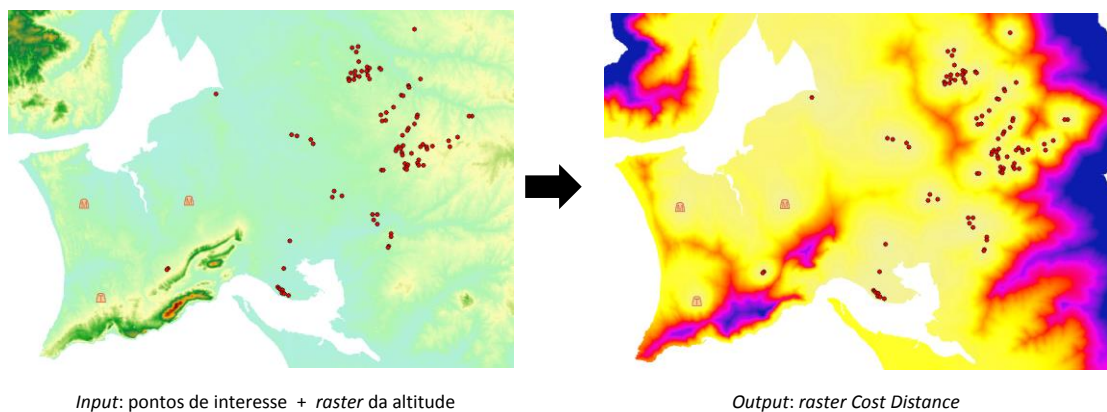
- *Euclidean Direction* – para cada célula de um dado *raster*, identifica a direcção, em graus, ao ponto/região de interesse mais próximo, com base na distância Euclidiana.





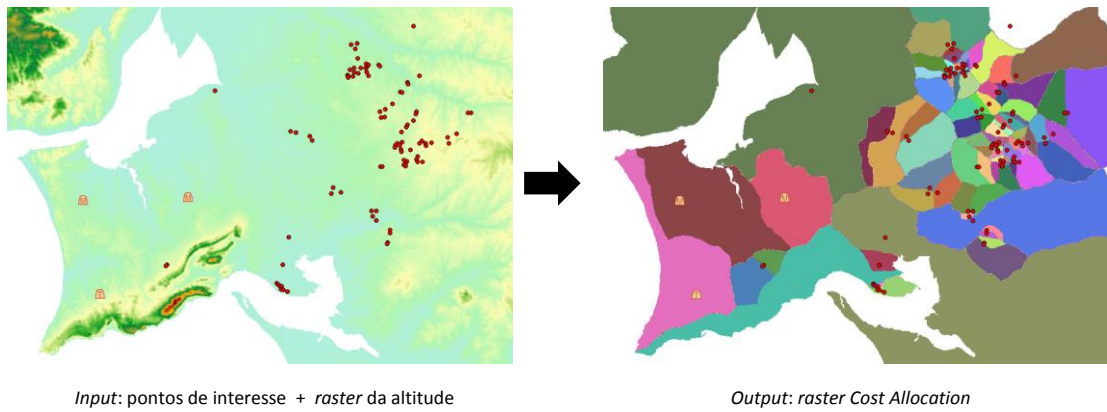
**Figura 5.10** Aplicação da função *Euclidean Direction*, considerando 97 pontos de interesse e uma distância máxima de 10 quilómetros, em parte do distrito de Setúbal.

- *Cost Distance* – para cada célula de um dado *raster*, calcula o caminho mais curto, tendo em conta um outro *raster* de custos, ao ponto/região de interesse mais próximo. Também neste caso, as dimensões das células são consideradas. Para o cálculo é considerada uma rede, em que os nodos correspondem aos centros das células e os arcos correspondem às ligações entre os centros de células vizinhas. Um custo de um certo arco é dado pela média dos custos dos nodos/células que definem o arco, vezes a distância Euclidiana entre os nodos.



**Figura 5.11** Aplicação da função *Cost Distance*, considerando 97 pontos de interesse, um *raster* de custo dado pela altitude e um custo máximo de 1000 quilómetros, em parte do distrito de Setúbal.

- *Cost Allocation* – para cada célula de um dado *raster*, identifica e afecta o ponto/região de interesse mais próximo, com base no caminho mais curto.

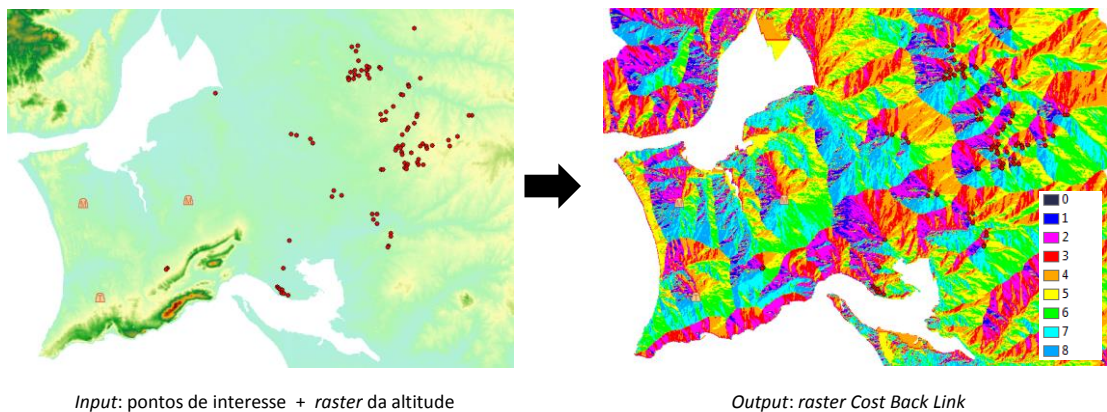


**Figura 5.12** Aplicação da função *Cost Allocation*, considerando 97 pontos de interesse, um raster de custo dado pela altitude e um custo máximo de 1000 quilómetros, em parte do distrito de Setúbal.

- *Cost Back Link* – para cada célula de um dado raster, identifica a célula vizinha do caminho mais curto ao ponto/região de interesse mais próximo, segundo a seguinte codificação:

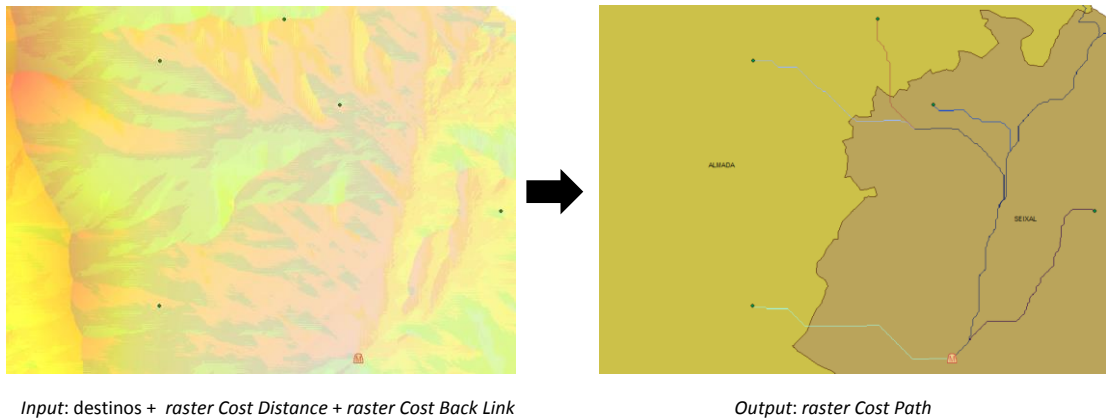
6	7	8
5	0	1
4	3	2

onde o valor 0 corresponde aos pontos/regiões de interesse. Por exemplo, o valor 3 numa determinada célula do raster de saída, significa que o caminho mais curto para o ponto/região de interesse mais próximo será no sentido para baixo.



**Figura 5.13** Aplicação da função *Cost Back Link*, considerando 97 pontos de interesse, um raster de custo dado pela altitude e um custo máximo de 1000 quilómetros, em parte do distrito de Setúbal.

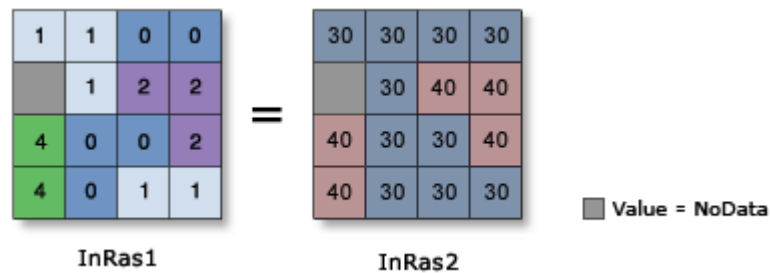
- *Cost Path* – com base no *output* das ferramentas *Cost Distance* e *Cost Back Link*, esta função determina o caminho mais curto de um conjunto de pontos/regiões de origem a um conjunto de pontos/regiões de destino.



**Figura 5.14** Aplicação da função *Cost Path*, considerando 97 pontos de interesse e 58 destinos, em parte do distrito de Setúbal.

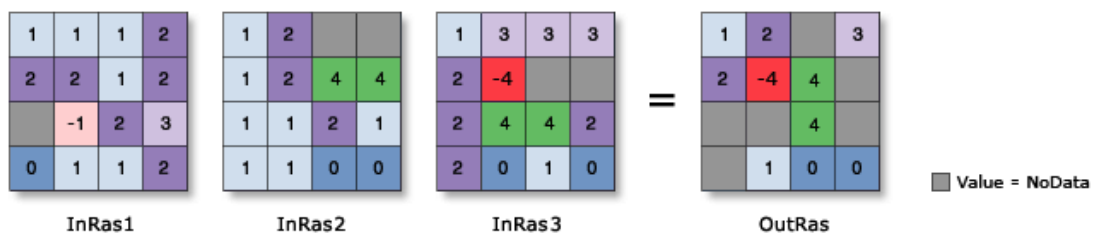
- Conversão de dados através das seguintes funções:
  - *RasterDataToPointFeatureData* – converte dados *raster* em dados vectoriais representados na forma de ponto(s).
  - *RasterDataToLineFeatureData* – converte dados *raster* em dados vectoriais representados na forma de linha(s).
  - *RasterDataToPolygonFeatureData* – converte dados *raster* em dados vectoriais representados na forma de polígono(s).
  - *ToFeatureData* – converte dados *raster* em dados vectoriais, sendo necessário indicar como *input* da função qual o tipo de dado vectorial (ponto, linha ou polígono) para o qual se pretende converter o *raster*.
  - *ToRasterDataset* – converte dados vectoriais em dados *raster*.

- Operação condicional através das seguintes funções:
  - *Con* – realiza uma instrução condicional sobre cada célula de um *raster*, com valor diferente de *NoData*, controlando o valor de saída com base no valor lógico de uma certa condição. O procedimento é equivalente à conhecida instrução condicional “se <condição> então <operação 1> senão <operação 2>” das linguagens de programação.



**Figura 5.15** Ilustração da função *Con*, através da operação `Con(InRas1 >= 2, 40, 30)` (Fonte: ESRI).

- *Pick* – com base no valor de entrada de uma célula (diferente de *NoData*) de um dado *raster*, atribui um valor de saída igual ao de um outro *raster*. No exemplo que se segue, caso o valor da célula do *InRas1* seja igual a 1, o valor de saída será o do *InRas2*; caso o valor seja igual a 2, o valor de saída será o do *InRas3*; senão o valor de saída será *NoData*. Facilmente se verifica que esta função poderia ser definida à custa da função *Con* apresentada anteriormente.



**Figura 5.16** Ilustração da função *Pick*, através da operação `Pick(InRas1, InRas2, InRas3)` (Fonte: ESRI).

- *Set Null* – realiza uma instrução condicional sobre cada célula de um *raster*, com valor diferente de *NoData*, controlando o valor de saída com base no valor lógico de uma certa condição. Caso o valor lógico seja verdadeiro, o valor de saída é *NoData*, e em caso contrário, é igual ao valor de um outro *raster*.



**Figura 5.17** Ilustração da função *Set Null*, através da operação `Setnull(InRas1 = 4, InRas2)` (Fonte: ESRI).

- *Test* – realiza uma instrução condicional sobre cada célula de um *raster*, com valor diferente de *NoData*, controlando o valor de saída com base no valor lógico de uma certa condição. Caso o valor lógico seja verdadeiro, o valor de saída é igual a 1, e em caso contrário, é igual a 0.
- *Is Null* – realiza uma instrução condicional sobre cada célula de um *raster*. Caso o valor da célula de entrada seja *NoData*, o valor de saída é igual a 1, e em caso contrário, é igual a 0.
- **Estimação de densidade:**

A estimação de densidade não é mais do que um processo de interpolação de dados, em que se pretende gerar uma superfície contínua com base em pontos amostrais de algum fenómeno (por exemplo, a densidade populacional), tendo em conta a quantidade medida desse fenómeno em cada ponto e a relação espacial dos pontos.

  - *Point Density* e *Line Density* (método simples) – para cada célula de um dado *raster*, soma os valores dos pontos ou linhas que estejam no interior de uma certa região de pesquisa em torno dessa célula (a região pode ser dada de diversas formas: círculo, toro, rectângulo e parte de círculo), e a soma total é dividida pela área da região para obter um valor estimado da densidade.
  - *Kernel Density* (método de Kernel) – o valor de uma célula é disseminado numa certa região em torno de si (também neste caso, a região pode ser definida de diversas formas). Os valores são disseminados de forma quadrática onde o centro será igual ao valor máximo e as extremidades da região, iguais a zero. Para obter o valor da

densidade estimada de uma determinada célula, é calculada a soma de todos os valores disseminados que sobrepõem essa célula.

- **Extracção de dados:**

Esta ferramenta permite extrair um subconjunto de células quer pela análise dos atributos das células, quer pela sua localização espacial. A extracção por localização espacial selecciona as células que se encontram dentro ou fora de uma forma geométrica especificada (círculo, rectângulo ou polígono), ou então através de uma máscara (*raster* ou *vectorial*), que define a região que se pretende extrair.

- **Interpolação espacial de dados:**

Tal como as ferramentas de estimação de densidade, também neste caso, pretende gerar-se uma superfície contínua com base em pontos amostrais de algum fenómeno, como por exemplo, elevação, poluição ou ruído. Os métodos de interpolação estão geralmente divididos em duas classes: os determinísticos e os geoestatísticos. As técnicas determinísticas calculam superfícies com base na relação espacial entre os pontos ou no grau de suavidade pretendido. As técnicas geoestatísticas geram superfícies com base em modelos estatísticos, incluindo uma avaliação da incerteza associada à caracterização do fenómeno. Os métodos determinísticos colocados à disposição pela extensão *Spatial Analyst* são o *Inverse Distance Weighted* (IDW), o *Spline* e o *Trend*, e os geoestatísticos são o *Kriging* e o *Variogram*.

- **Reclassificação de dados:**

As funções de reclassificação permitem reclassificar ou alterar os valores das células dos dados *raster*, usando diferentes métodos.

- *Reclass* – para cada célula de um dado *raster*, reclassifica ou altera o seu valor, tendo em conta uma tabela de *input* (do tipo ASCII ou INFO) que define a reclassificação. No exemplo que se segue, caso o valor da célula do *raster* de base (*Base Raster*)

pertença ao intervalo [1,3], então o novo valor de saída será igual a 5; caso pertença ao intervalo ]3,7], o valor de saída será igual a 3 e assim sucessivamente conforme definido na tabela. Neste exemplo, um valor *NoData* no *raster* de base corresponderá um valor igual a 1 no *raster* de saída. Note-se que esta função também poderia ser definida à custa da função *Con* apresentada anteriormente.

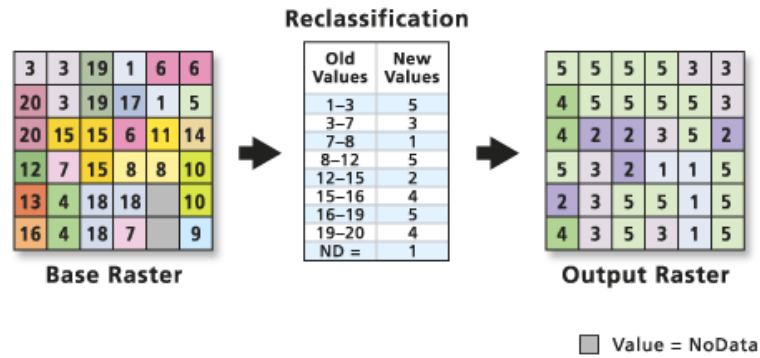


Figura 5.18 Ilustração da função *Reclass* (Fonte: ESRI).

- o *Slice* – agrupa os valores das células, diferentes de *NoData*, em classes de amplitude igual ou em grupos de área igual ou aproximadamente igual, em que o número de classes ou grupos é pré-definido.

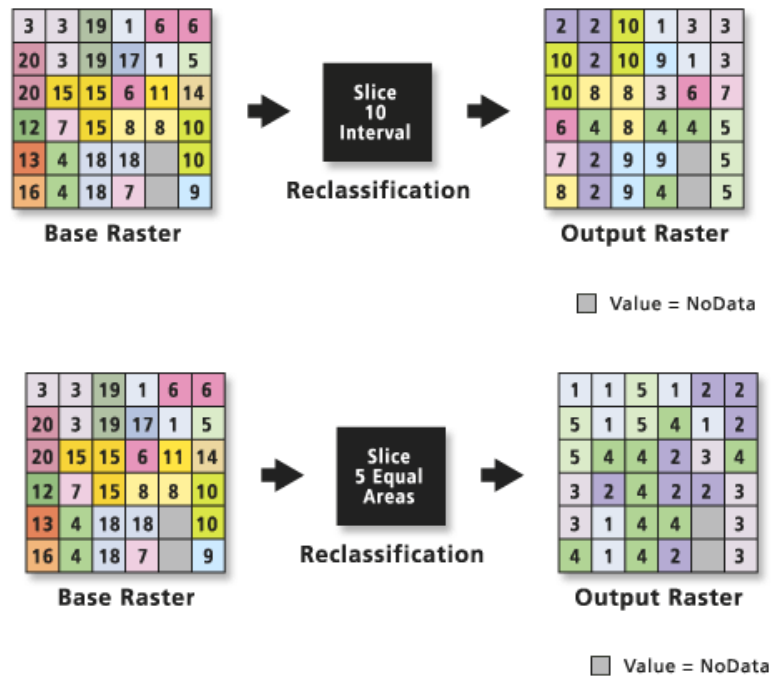
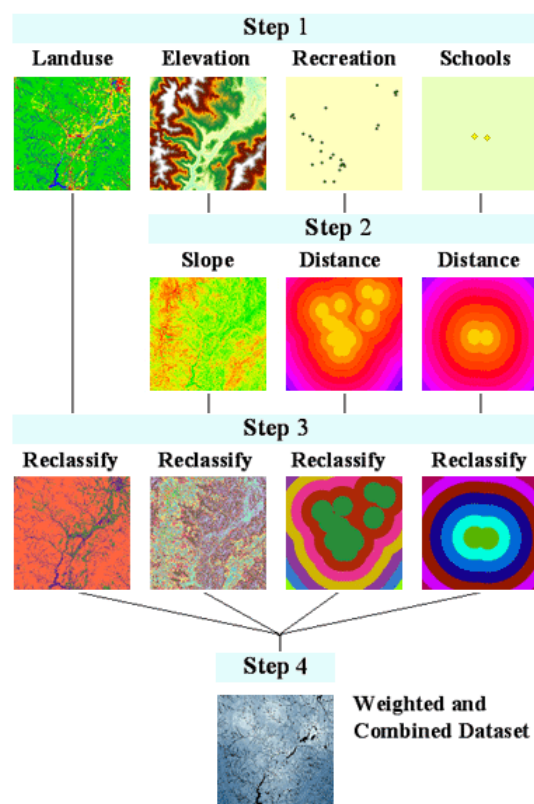


Figura 5.19 Ilustração da função *Slice* (Fonte: ESRI).

De forma a ilustrar uma possível aplicação das funções para reclassificar os dados, a ESRI apresenta um exemplo, ilustrado através de um diagrama (Figura 5.20), em que se pretendem encontrar os melhores locais para a construção de uma escola. As camadas temáticas usadas são as relativas ao uso do solo, elevação, e locais recreativos e escolas existentes. A partir destas, são gerados os dados *raster* do declive, da distância Euclidiana aos locais recreativos e às escolas. Cada *raster* é então reclassificado numa escala comum de 1 a 10, dando ponderações maiores quanto mais adequado for o local para a construção da escola. Finalmente, as diversas camadas temáticas são ponderadas e somadas, considerando-se os locais mais apropriados para a construção da escola aqueles que apresentem maior valor de adequação no *raster* final.

Devido à facilidade de utilização, é muito frequente encontrar na literatura, em particular, em trabalhos académicos de fim de curso e dissertações de mestrado, aplicações onde se utilizem este tipo de procedimento. Voltaremos a este assunto no Subcapítulo 5.4 - SIG e Localização.



**Figura 5.20** Ilustração de um exemplo com as funções de reclassificação (Fonte: ESRI).



- Operações entre dados *raster* (*Map Algebra*)

*Map Algebra* é a linguagem de análise do *Spatial Analyst*. É extremamente importante, uma vez que a partir dela é possível concretizar a maior parte das funcionalidades enunciadas anteriormente. O funcionamento consiste na aplicação de funções matemáticas elementares (por exemplo: seno, potência, logaritmo, etc.) e das diversas funções enunciadas anteriormente sobre os valores das células. Os resultados são combinados através de operações aritméticas, *bitwise*, combinatórias, lógicas e relacionais. A execução de comandos *Map Algebra* pode ser realizada através de uma ferramenta, denominada *Raster Calculator*, que, tal como o nome indica, funciona como uma calculadora que opera sobre os dados *raster*.

A extensão *Spatial Analyst* permite ainda efectuar outras operações que, devido ao reduzido interesse que apresentam para a presente tese, não foram aqui detalhadas. Nomeadamente: generalização de dados *raster* (operações que pretendem filtrar informação errada num *raster* ou generalizar os dados de forma a eliminar informação irrelevante para a análise); análise hidrológica, de águas subterrâneas e de radiação solar; estatística multivariada (análise supervisionada e não supervisionada, e análise de componentes principais); geração de dados *raster* (em que os dados são constantes ou gerados aleatoriamente com distribuição uniforme ou normal) e estatística descritiva (numa determinada posição de diversos dados *raster* – função *Local*, blocos fixos de um *raster* – função *Block*, em redor de uma célula de um *raster* – função *Focal*, tendo em conta outro *raster* que define as regiões de análise – função *Zonal*).

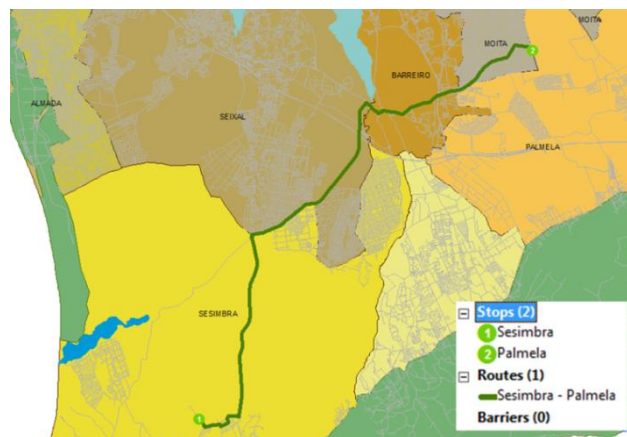
### 5.3. Extensão *Network Analyst*

A extensão *Network Analyst* permite realizar análises espaciais tendo como base redes. No ArcGIS, uma rede corresponde a um sistema de elementos vectoriais interligados ou seja, linhas que ligam pontos, que pretendem representar por exemplo: estradas que ligam cidades, ruas que se ligam em cruzamentos, linhas de água e de esgotos que ligam habitações, etc. Os

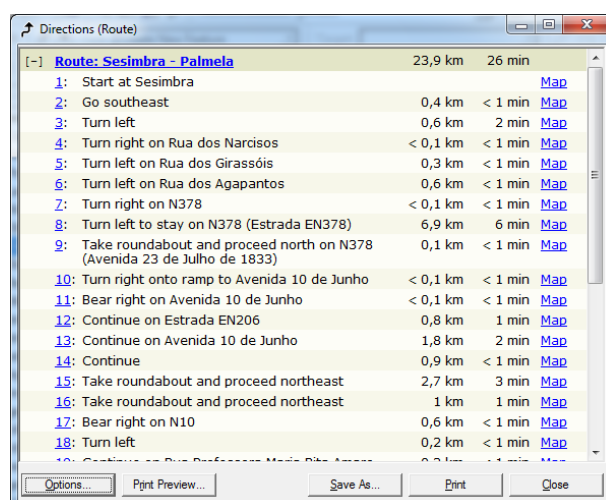
elementos que constituem a rede têm propriedades associadas que controlam o fluxo na rede. São estas propriedades que permitem definir o tipo de rede ou seja, se as linhas correspondem a arcos (mais apropriadas para redes de transportes pois permitem definir o sentido de circulação como uma propriedade) ou a arestas (mais apropriados para redes de serviços). O tipo de dados para modelar redes de transportes é o *network dataset*, que possui um conjunto de atributos associados tais como: custos associados às arestas (tempo, distância ou procura, e é proporcional ao seu comprimento), descritores (por exemplo, número de vias ou limite de velocidade de uma estrada), restrições (por exemplo, ruas de sentido único, proibição de circulação de peões numa determinada via, altura máxima dos veículos permitida numa via, etc.) e hierarquias (ordem ou grau atribuído às vias; geralmente são agrupadas em três níveis - estradas principais, secundárias e locais). Refira-se que em relação aos conceitos base desta extensão, nomeadamente quanto à construção, edição e manipulação dos dados do tipo *network dataset*, muito haveria a acrescentar, saindo, no entanto, fora do âmbito desta tese. Sugere-se, uma vez mais, que, caso seja do interesse, se consulte o *site* de ajuda do ArcGIS Desktop para um estudo mais detalhado do assunto. Veremos de seguida todas as funções da extensão *Network Analyst* (versão 9.3 do ArcGIS).

- Rotas e Direcções – determina a melhor rota, tendo em conta um tipo de custo escolhido pelo utilizador (se for a distância então trata-se do caminho mais curto), de um ponto da rede a outro, directamente ou passando por vários locais (Figura 5.21). Pode-se considerar a existência de obstáculos na rede ou seja, pontos por onde uma rota não pode passar. Existem vários parâmetros que podem ser definidos para a função, nomeadamente: considerar os sentidos de circulação das estradas; atribuir à rota uma data e hora de início; utilizar janelas temporais para cada um dos vários locais isto é, os locais têm um intervalo de tempo em que podem ser visitados; especificar a ordem de passagem pelos vários locais, solicitar a melhor sequência de passagem, ou indicar só a origem e o destino final e os restantes locais podem ser ordenados pela melhor sequência; definir a política de inversão de marcha (permitir em todos os locais, em nenhum ou só em estradas sem saída); definir a forma de apresentar o resultado (trajecto real ou através de um segmento de recta a unir os pontos); usar hierarquias das estradas; e acumular os valores de atributos seleccionados para apresentar na solução final.

Associado à melhor rota, esta função indica pormenorizadamente as direcções do trajecto (Figura 5.22). Quando a ordem de passagem pelos vários locais é especificada pelo utilizador estamos perante vários problemas de caminho mais curto e, neste caso, o algoritmo de base utilizado pela extensão *Network Analyst*, segundo o referido no *site* de ajuda, é o de Dijkstra [42]. São feitas várias modificações ao algoritmo de forma a suportar as restrições à rede, a melhorar o seu desempenho e a tolerar localizações nas arestas. Por outro lado, quando é solicitada à função que indique a melhor sequência para percorrer os pontos, trata-se de um problema de caixeiro-viajante (neste caso, sem haver regresso ao ponto de partida). Para a sua resolução é usada uma meta-heurística *tabu-search* desenvolvida pela própria ESRI, que não garante a obtenção da solução óptima.

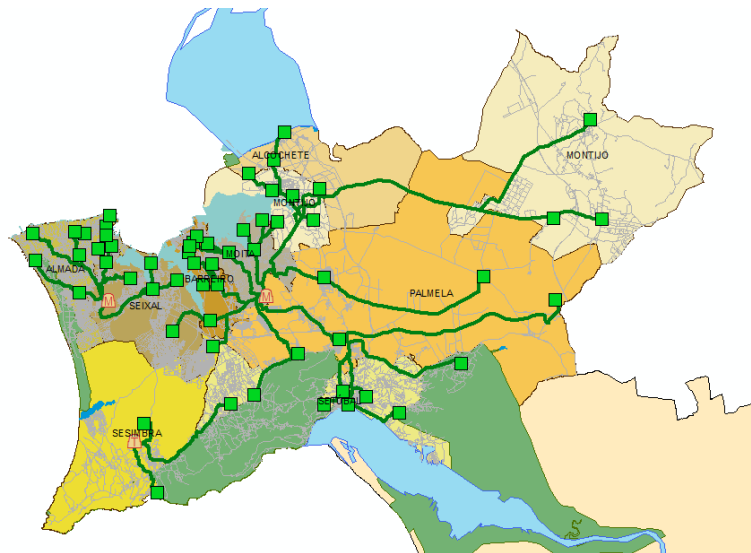


**Figura 5.21** Caminho mais curto entre dois pontos.



**Figura 5.22** Caixa de diálogo que indica as direcções associadas à melhor rota.

- Serviço Mais Próximo – tendo em conta um tipo de custo de afectação escolhido pelo utilizador, determina os serviços mais próximos (em número especificado pelo utilizador) e as respectivas rotas, de um ou vários pontos da rede. Tal como no caso anterior, pode considerar-se a existência de obstáculos na rede, respeitar os sentidos de circulação das estradas, definir a política de inversão de marcha, definir a forma de apresentar os resultados, usar hierarquias das estradas, acumular os valores de atributos seleccionados para apresentar na solução final e, associado a cada caminho, temos um mapa com as direcções pormenorizadas. Esta função permite ainda definir um custo máximo a partir do qual um caminho não é considerado admissível, fixar um número de serviços mais próximos a calcular e definir o sentido de circulação das rotas ou seja, dos pontos para os serviços ou vice-versa.

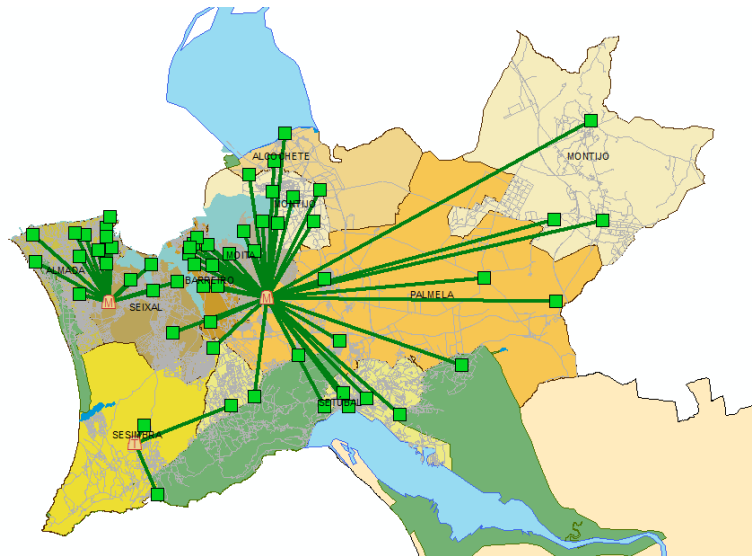


**Figura 5.23** Exemplo ilustrativo da função Serviço Mais Próximo, correspondente ao caminho mais curto de 58 pontos a um de 3 serviços.

O algoritmo utilizado é o de Dijkstra, com as modificações mencionadas na função Rotas e Direcções, e de forma a suportar a possibilidade de definir um custo máximo e um número fixo de serviços a determinar.

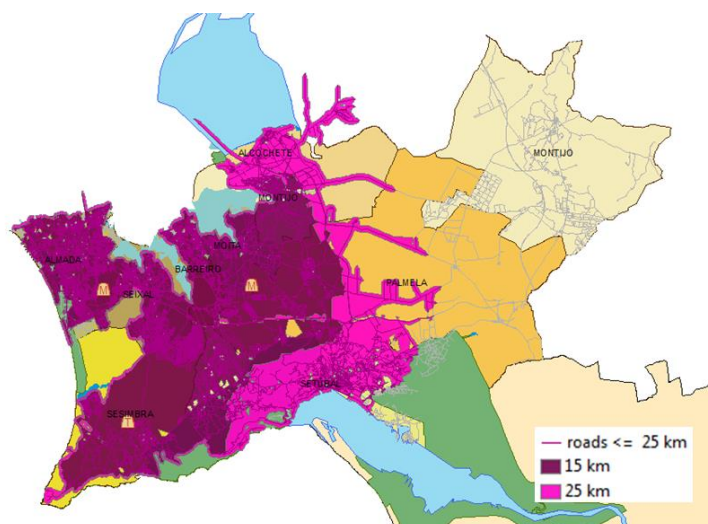
- Matriz de Custo Origens-Destinos – esta função é, em tudo, semelhante à anterior, excepto na visualização do *output* e no tempo de processamento do cálculo. O sentido dos trajectos é sempre das origens para os destinos. A visualização gráfica do resultado

é sempre dada através de segmentos de recta a unir os pontos de origem e de destino, não sendo possível visualizar as rotas reais e as direcções. Consequentemente, uma vez que não é guardada toda a informação relativa às direcções, permite que o algoritmo de cálculo seja mais eficiente.



**Figura 5.24** Exemplo ilustrativo da função Matriz de Custos Origens-Destinos, correspondente ao caminho mais curto de 58 pontos a um de 3 serviços.

- Área de Serviço – determina a região espacial (linhas e/ou polígonos) que engloba todas as ruas acessíveis num certo limite máximo de custo, especificado pelo utilizador, a partir de uma localização da rede. Por exemplo, a área de serviço de 10 minutos de um certo serviço inclui todas as ruas que podem ser percorridas em 10 minutos a partir do local desse serviço. Podem ser determinadas várias áreas de serviço para diferentes valores máximos de custo e para várias localizações da rede. Quanto aos vários parâmetros que podem ser considerados para a função são: definir os vários valores máximos de custo; definir o sentido de circulação das rotas ou seja, o trajecto é percorrido para o serviço (por exemplo, se o serviço for um hospital) ou a partir do serviço (por exemplo, se o serviço for uma pizaria); considerar a existência de obstáculos na rede; respeitar os sentidos de circulação das estradas; definir a política de inversão de marcha; acumular os valores de atributos seleccionados para apresentar na solução final; e definir várias propriedades dos tipos de linhas e polígonos a apresentar como *output*. Também no caso desta função, é utilizado o algoritmo de Dijkstra modificado.



**Figura 5.25** Exemplo ilustrativo da função Área de Serviço relativamente a 3 pontos.

- Planeamento de Rotas de Veículos – esta função pretende resolver o conhecido problema de planeamento de rotas de veículos que consiste na determinação de um conjunto de rotas, a realizar por uma frota de veículos a partir de um depósito central, de forma a satisfazer um conjunto de clientes e a minimizar um tipo de custo de afectação. O problema original de planeamento de rotas requer que algumas restrições sejam asseguradas, nomeadamente: os veículos iniciam e acabam a rota no depósito central; o custo das rotas é limitado; os veículos têm uma capacidade associada e cada cliente é visitado uma única vez. Esta função da extensão *Network Analyst* apresenta mais algumas restrições, como por exemplo: veículos/motoristas com objectivos e competências diferentes (transporte de mercadoria, venda, inspecção) e podem ser assegurados intervalos de descanso para os condutores. A função apresenta um vasto conjunto de parâmetros a definir, que não iremos detalhar. Sendo este problema uma generalização do problema do caixeiro-viajante, o algoritmo utilizado para a resolução do problema tem como base a meta-heurística *tabu-search* já mencionada anteriormente. O algoritmo começa por gerar uma matriz de custos origem-destino entre todos os clientes e todos os depósitos. Usando esta matriz de custos é construída uma solução inicial admissível, que é melhorada através de alterações de sequenciação dos clientes em cada rota, mudanças de clientes de uma rota para outra, e trocas de clientes entre as rotas.

Refira-se para concluir o subcapítulo que enquanto este trabalho decorria, uma nova versão do ArcGIS foi lançada no mercado, a versão 10.0. Esta nova versão apresenta uma extensa lista de actualizações e de novas funcionalidades em toda a linha de produtos comercializados pela ESRI, e em particular, nas extensões aqui exploradas. Das várias novas funcionalidades existentes não poderíamos deixar de mencionar a inclusão de uma nova função na extensão *Network Analyst*, que permite a resolução de problemas de localização monocritério. Tal como as funções anteriores, esta também permite especificar diversos parâmetros, e dependendo dessas especificações, estamos perante algumas variantes de modelos de localização conhecidos. O facto de não ser apresentada qualquer formulação matemática dos modelos torna as suas interpretações, por vezes, um pouco complicadas. Em qualquer um dos modelos pode definir-se a existência de obstáculos na rede (nesta última versão para além de pontos, podem considerar-se linhas e polígonos), o tipo de custo de afectação (por exemplo a distância ou o tempo), os sentidos de circulação das estradas, o sentido de circulação das rotas ou seja, dos pontos de procura para os serviços ou vice-versa, a política de inversão de marcha, a forma de apresentar os resultados (trajecto real ou segmentos de recta) e o uso de hierarquias das estradas. O tipo de custo de afectação pode ser alvo de uma transformação linear, potência ou exponencial. Os modelos referidos no *site* de ajuda desta nova versão são:

- *P-Median*: pretende determinar a localização de um número fixo (especificado pelo utilizador) de serviços a instalar, de forma a satisfazer a procura de um conjunto de pontos, em que a procura é completamente satisfeita por um único serviço. A função objectivo consiste na minimização total de um tipo de custo de afectação (por exemplo, a distância ou o tempo), multiplicado pelo peso/importância (por exemplo, a população) de cada ponto de procura. Esta função permite ainda definir um custo máximo a partir do qual uma afectação não é considerada admissível, o que pode levar a que alguns pontos de procura não sejam afectados a nenhum serviço.
- *Maximize Coverage*: neste caso, a função objectivo consiste na maximização da cobertura total ou seja, na maximização do número de pontos de procura afectados a serviços, tendo em conta um custo máximo de afectação admissível. O número de serviços a instalar é fixado pelo utilizador.

- *Minimize Facilities*: este modelo é semelhante ao anterior, com a excepção de se pretender também minimizar o número de serviços a instalar para cobrir todos os pontos de procura, em vez de ser fixado à partida.
- *Maximize Attendance*: a função objectivo consiste na maximização da atractividade total causada pelos serviços instalados. Esta atractividade é medida pela quantidade de procura (peso associado ao ponto de procura, como por exemplo, a população) afectada aos serviços instalados, em que a procura é uma função decrescente da distância entre o ponto de procura e o serviço. Um ponto de procura só pode ficar afectado a um único serviço, mesmo que a sua procura não seja completamente satisfeita. O número de serviços a instalar é fixado pelo utilizador. Este modelo também permite definir um custo máximo a partir do qual uma afectação não é considerada admissível logo, mais uma vez, podem haver pontos de procura que não sejam afectados a nenhum serviço.
- *Maximize Market Share*: pretende determinar a localização de um número fixo de serviços a instalar, de forma a maximizar a atractividade total causada por esses serviços na presença de concorrência ou seja, maximizar a cota de mercado total. Para cada serviço define-se um índice de atractividade. Neste caso, um ponto de procura pode ficar afectado a mais do que um serviço, sendo a procura de cada ponto dividida pelos diversos serviços (de forma directamente proporcional ao índice de atractividade do serviço e inversamente proporcional à distância entre o serviço e o ponto de procura). É mencionado no *site* de ajuda que este modelo, e o próximo, utilizam um modelo de Huff, não sendo dado mais nenhum detalhe sobre o assunto.
- *Target Market Share*: pretende determinar o número mínimo de serviços necessário, de forma a obter uma percentagem fixa (especificada pelo utilizador) da cota de mercado total, na presença de concorrência.



Em qualquer um dos seis modelos, cada potencial local para a instalação de um serviço pode ser definido como: candidato (pode fazer, ou não, parte da solução) ou requerido (tem de fazer parte da solução). No caso dos dois últimos modelos, pode também ser definido como concorrente.

Todos os modelos mencionados são resolvidos através de uma heurística. Esta começa por gerar uma matriz de custos origem-destino entre todos os serviços e os pontos de procura da rede. Depois, é construída uma versão editada da matriz usando um processo conhecido como Edição de Hillsman [82]. Este processo de edição permite que a heurística se adapte a diferentes tipos de problemas. De seguida, a heurística gera um conjunto de soluções semialeatórias e aplica uma outra heurística de substituição de vértices (Teitz e Bart [139]) para melhorar estas soluções, criando um grupo de novas soluções. Finalmente, estas são combinadas para tentar criar soluções ainda melhores.

Por fim, refira-se que a razão de não termos analisado, logo à partida, a versão mais recente do ArcGIS deve-se ao facto de a parte relativa à implementação, que faz uso da versão 9.3.1 e que iremos mostrar mais adiante, já estar completamente concretizada aquando do lançamento da nova versão. A actualização da versão em termos de implementação iria exigir bastante mais tempo, considerando-se que não seria para já essencial e que poderia ficar para trabalho futuro.

## 5.4. SIG e Localização

Um modelo de localização para ser aplicável num problema real, em particular na localização de serviços ou equipamentos indesejáveis, deve ter em conta muitos tipos de restrições na escolha do local para a abertura ou instalação dos serviços. Em Portugal, os Planos Municipais de Ordenamento do Território concebidos de acordo com a legislação em vigor, só permitem tais instalações ou aberturas em certas regiões, proibindo até mesmo nas proximidades de alguns locais. A geomorfologia dos potenciais locais e/ou as condições atmosféricas usuais nesses mesmos sítios podem excluir outras regiões. Outra consideração a ter em conta, que pode influenciar a escolha para a instalação de um serviço indesejável, é o impacto negativo resultante do transporte de matérias perigosas destes e para estes locais, por

entre áreas povoadas ou ambientalmente sensíveis. Neste caso, torna-se necessário avaliar o potencial risco imposto pela circulação dos transportes de matérias perigosas na rede viária. Assim, devido às características genéricas dos SIG, já anteriormente expostas, incluindo as potencialidades visuais e a forma fácil como permite manipular diferentes tipos de dados provenientes de várias fontes, tais como dados comerciais e geográficos (rede viária, ocupação do solo, censos, clientes, etc.), pode representar uma ajuda crucial no que diz respeito aos modelos de localização tradicionais estudados em Investigação Operacional. Em particular, para serviços com impactos ambientais, normalmente dependendo de diversos factores geomorfológicos e climatéricos, a organização prévia dos dados de entrada do modelo pode ser mais facilmente conseguida com um SIG.

Actualmente, o uso dos SIG para análise de problemas de localização é feito essencialmente em ambiente de dados *raster*. A ideia base já foi apresentada no Subcapítulo 5.2 - Extensão *Spatial Analyst*, e basicamente, as camadas temáticas funcionam como critérios (todas devem estar numa escala comum usando-se para tal as funções de reclassificação). Depois, são ponderadas de acordo com o seu grau de importância e combinadas para gerar um mapa final, que mostra os locais mais adequados à instalação dos equipamentos ou serviços. Por exemplo, Wang et al. [147] e Sener et al. [130][129] usam este tipo de procedimento na análise de problemas de localização em que se pretendem instalar aterros sanitários. Os dados *raster* normalmente usados nos problemas de localização são a distância a locais de interesse, tais como serviços já existentes, estradas, clientes e fornecedores, etc.; características geomorfológicas e climatéricas, tais como declives, uso dos solos, vento, etc.; e alguns estudos de problemas de localização em cenários de concorrência usam também funções de atracção (por exemplo através do modelo de Huff com concorrência). Um exemplo recente que usa esta última técnica pode ser encontrado em Suárez-Vega et al. [138]. Os autores analisam um problema de localização em rede que consiste na implementação de um único serviço comercial, neste caso um hipermercado, na ilha de Gran Canária, onde já existem outras firmas concorrentes. O problema é abordado usando uma aplicação SIG, num ambiente de dados *raster*, e os critérios considerados são cinco: a atracção estimada (usando o modelo de Huff em rede) para cada potencial local para a instalação do serviço; o uso do solo em concordância com a localização de um hipermercado; a distância Euclidiana às estradas principais; a distância aos portos marítimos comerciais (tratando-se de uma ilha, muitos dos produtos comercializados

nos hipermercados são importados via portos marítimos); e os declives da região. Para combinar os critérios, os autores dos artigos mencionados anteriormente ([147][130][129] e [138]) usam o Método de Análise Hierárquica (AHP - *Analytical Hierarchy Process*) proposto por Saaty [128]. O processo de combinar camadas temáticas, em geral na forma de dados *raster*, cada uma ponderada por um factor, de forma simples e minimamente adequada foi, no passado, uma barreira crítica para o desenvolvimento deste tipo de metodologia. Actualmente, tal como mostrado no subcapítulo de descrição da extensão *Spatial Analyst*, a combinação de camadas temáticas pode ser facilmente executada através do uso de algumas funções dos SIG, que se apresentam quer como parte integrante das aplicações, quer como módulos externos. No entanto, como bem realçado por Malczewski [96], a simplicidade do método da optimização da soma ponderada e de outros processos relacionados, fazem com que sejam frequentemente usados sem o completo entendimento dos pressupostos subjacentes às abordagens. Além disso, o método é frequentemente aplicado sem o conhecimento completo do significado dos seus dois elementos mais críticos: os pesos afectados aos critérios/camadas e os procedimentos para gerar camadas temáticas comensuráveis. Como é sabido, os resultados das análises podem alterar drasticamente, dependendo dos pesos usados e dos métodos de reclassificação aplicados às camadas. Na revisão bibliográfica de Church [25] e na mais recente revisão de Murray [110], podem ser encontradas muitas referências a trabalhos existentes que fazem a ligação entre os SIG e a Ciência da Localização. Church [25] afirma que os trabalhos em que se estudam os melhores locais para a instalação de equipamentos ou serviços tendem a apresentar os seus resultados como 'óptimos' (mesmo que não haja nenhum modelo de optimização 'formal'), sob a suposição que os locais óptimos são aqueles que têm o maior valor de índice de adequação. No entanto, se o problema de localização envolve alguma forma de afectação de procuras entre os serviços ou a acessibilidade como um factor então, tais soluções não são provavelmente as óptimas. Estes equívocos são bastante comuns na literatura dos SIG. Sem qualquer dúvida, um SIG, na sua vertente de análise de dados *raster*, pode ser usado para filtrar as localizações desapropriadas e inviáveis para a instalação de serviços. Assim, para determinar os locais óptimos é necessário ter em conta outras ferramentas operacionais, para além das de manipulação de dados *raster*. Pelas razões apontadas, tal como já vimos anteriormente, começam a surgir algumas funções relativas a modelos de localização que permitem colmatar um pouco esta lacuna dos SIG. No entanto, estas ferramentas para além de

exigirem mais algum conhecimento analítico por parte dos utilizadores, só consideram modelos com uma única função objectivo, o que se mostra insuficiente para uma realidade multidimensional. Consequentemente, os modelos ainda têm sido pouco explorados e utilizados. De modo a tornar os procedimentos de análise multicritério mais acessíveis aos utilizadores, analistas e investigadores de SIG, e numa última instância aos especialistas e decisores das mais diversas áreas do conhecimento, Greene et al. [79] proporcionam uma visão simples, mas completa, dos princípios básicos e dos métodos de análise multicritério aplicados a problemas espaciais, usando SIG.

Uma função que tem sido bastante utilizada para definir diversos tipos de modelos de localização é a anteriormente descrita como *Viewshed*. Por exemplo, Goodchild e Lee [75] consideram o problema em que se pretende determinar o número mínimo de pontos de observação (torres de detecção de incêndios) a instalar, de forma a visualizar toda a superfície. Outro problema consiste em determinar a localização de um número fixo de pontos de observação, de forma a maximizar a área visível, entre outras extensões. Os autores referem que Reville, numa comunicação em 1987, apresentou um problema de programação linear inteira bicritério, em que se pretendia localizar torres de detecção de incêndios de forma a maximizar a área observada, a partir dos potenciais locais para a construção dos pontos de detecção, e a minimizar os custos de construção. Estes custos assumiam-se como função da altura da torre. Para obter soluções, o autor utilizou o método da optimização da soma ponderada das funções objectivo. Outro exemplo que pode ser usado com o conceito de *Viewshed*, deriva de um desejo de ocultação de um certo número fixo de equipamentos indispensáveis que causam poluição visual. O problema pode ser encarado encontrando os  $p$  pontos mais escondidos isto é, os pontos que maximizam a área a partir da qual nenhum deles pode ser visto.

Os SIG, e em particular as extensões estudadas *Spatial Analyst* e *Network Analyst*, também têm sido importantes na análise de potenciais impactos negativos, causados pelo transporte de matérias perigosas em zonas populacionais ou ambientalmente sensíveis. Prova disso, é o número de artigos publicados que fazem uso desta tecnologia para a tomada de decisões em relação a problemas de transporte de matérias perigosas. Zografos e Androutsopoulos [156] apresentam uma revisão de trabalhos publicados sobre o assunto e, em particular, os que

relacionam modelos de roteamento de matérias perigosas com as funcionalidades dos SIG. Por exemplo, Zhang et al. [154] sugerem uma abordagem em ambiente de dados *raster* para avaliar o risco de transporte de matérias perigosas em redes. Basicamente, a rede de transporte é convertida numa camada temática do tipo *raster* e cada célula sobre a rede passa a representar uma fonte pontual de risco. Em cada uma destas células é aplicado o modelo de dispersão Gaussiano, usando a linguagem *Map Algebra*. Outro exemplo é o de Kim et al. [92] que apresentam um SAD, com base num SIG, desenvolvido para, numa primeira fase, fornecer instruções de rotas em resposta a informações fornecidas pela população. E numa próxima fase, actualizar a informação relativa às condições meteorológicas e de trânsito para veículos de transporte de matérias perigosas, considerando simultaneamente a necessidade de reduzir as distâncias percorridas e os riscos de acidente. Os autores integram no SAD uma heurística de pesquisa de rotas que faz uso das funções Rotas e Direcções, e Área de Serviço da extensão *Network Analyst*. Neste artigo é também apresentada uma revisão bibliográfica de estudos anteriores relevantes.

O crescente uso dos SIG reforçou a necessidade de estudar a problemática relacionada com a agregação de dados. Este assunto foi abordado por Goodchild [74], que mostrou que as soluções dos modelos de localização-afecção com base em estimativas da procura agregada estão sujeitas a variações, devido a uma perda de informação provocada pela agregação dos pontos de procura. Sugere-se no artigo que os problemas derivados da agregação podem ser directamente relacionados aos modelos de localização-afecção, e são propostas metodologias para estes modelos de forma a contornar esta problemática. Fotheringham et al. [65] alertam para os possíveis problemas devido à facilidade com que actualmente os SIG permitem agregar os dados e gerar novos padrões das zonas geográficas. Os autores analisam a sensibilidade dos resultados em relação a diversas formas de definir as zonas para representar a procura agregada, usando o modelo de  $p$ -localização. Apesar de algumas localizações para a instalação dos equipamentos, verificadas em diversas soluções, serem mais estáveis do que outras, os resultados mostram que quase qualquer localização pode ser apresentada como sendo "óptima" para a instalação de um equipamento, dependendo da forma como os dados são agregados. Refira-se que alguns dos problemas associados à problemática do uso de dados agregados em problemas de localização têm sido essencialmente publicados em revistas da área da geografia. Em geral, o interesse tem incidido em tentar identificar quais as influências

para o enviesamento dos resultados, bem como tentar inferir alguma forma de estabilidade espacial. Murray e Gottsegen [111] apresentam uma análise mais profunda dos resultados obtidos em problemas de localização, utilizando dados agregados, e referem que existe um grande nível de estabilidade das soluções obtidas. Esta conclusão é oposta a alguns dos resultados mais importantes alcançados em estudos anteriores, incluindo o artigo de Fotheringham et al. [65] mencionado anteriormente, o que sugere que a condenação do uso de modelos de localização, utilizando dados agregados, pode ser desapropriada. Muitos outros autores têm abordado esta problemática da agregação dos dados e do tipo de erros daqui decorrentes.

## 6. Sistemas de Apoio à Decisão

### Apresentação do SAD Desenvolvido: SABILOC

#### 6.1. Introdução

Ao longo dos capítulos anteriores, em especial no capítulo de Multicritério, utilizámos a expressão “tomada de decisão”, sem a termos definido previamente. Turban et al. [141] definem tomada de decisão como um processo de escolha de entre duas ou mais alternativas de acção com o propósito de alcançar um ou mais objectivos. Também Mallach [98] define decisão como o acto que consiste na escolha de uma alternativa entre várias, sendo a decisão caracterizada por uma declaração, um conjunto de alternativas e os objectivos da tomada de decisão. A declaração da decisão refere o que se pretende decidir na realidade. Por exemplo, para um determinado problema de localização, a declaração da decisão pode consistir no número óptimo de serviços a instalar, na sua localização e ainda na afectação dos clientes aos serviços instalados. Se tiver de ser tomada uma decisão por um grupo de pessoas, uma declaração da decisão bem conseguida assegura que todos os membros do grupo tenham consciência do que se pretende realmente decidir. O conjunto de alternativas é composto pelas decisões possíveis que se podem tomar. Por vezes, o número de alternativas é bastante elevado, podendo levar a indecisões, logo poderá ser conveniente e extremamente importante para o decisor reduzir o número de alternativas possíveis. Por fim, os objectivos da tomada de decisão são o que realmente se pretende otimizar quando se opta por uma das alternativas. Mais uma vez, tomando como exemplo um certo problema de localização, os objectivos da tomada de decisão poderão ser a minimização dos custos e do impacto ambiental.

Quando se aborda o assunto “decisão” somos quase inevitavelmente conduzidos às três fases do processo de tomada de decisão enunciadas por Simon, em 1960 [131]: percepção, concepção e escolha. Mais tarde, o autor acrescentou uma quarta fase, denominada de implementação. O processo de tomada de decisão normalmente inicia-se com a fase de percepção, onde a realidade é examinada e o problema identificado e definido (Turban et al. [141]). O resultado final da fase de percepção é a declaração da decisão. A fase de concepção é o período em que o decisor formula diferentes alternativas de acção, as analisa para atingir graus de expectativas sobre os resultados prováveis de cada escolha e avalia as expectativas. Nesta fase, é construído, testado e validado um modelo para o problema. Na prática, o processo de desenvolvimento do modelo geralmente implica a identificação de alternativas e vice-versa. A fase de escolha consiste na selecção de uma das soluções propostas para o modelo (não necessariamente para o problema que representa). Quando a alternativa escolhida parecer razoável, passa-se então à última fase de implementação da decisão. Uma implementação bem-sucedida significa que o problema real fica resolvido. Caso contrário, o processo de tomada de decisão tem de voltar a uma das fases anteriores. Refira-se que as fases não são necessariamente sucessivas, isto é, não é necessário que uma das fases termine para que outra se inicie. A fase de concepção pode iniciar-se antes de a realidade ser totalmente examinada, tal como se pode recomendar uma solução para o problema sem que se tenha construído, testado e validado um modelo.

Existem várias formas de classificar decisões. Segundo Simon [131], as decisões classificam-se de uma forma contínua, entre decisões estruturadas (ou programáveis) e não estruturadas (ou não programáveis). Uma decisão estruturada é aquela em que existe um processo de tomada de decisão bem definido. Tendo em conta o que foi referido anteriormente em relação às fases do processo, uma decisão diz-se estruturada se for possível especificar as fases de percepção, concepção e escolha. Num problema estruturado (ou seja cuja decisão a tomar é estruturada), são conhecidos os procedimentos para obter a melhor solução ou pelo menos uma solução suficientemente boa. Num problema não estruturado, a intuição do decisor é frequentemente a base da tomada de decisão. Uma decisão não estruturada é aquela em que nenhuma das fases da decisão é estruturada, o que não é muito usual. As decisões semiestruturadas situam-se entre as estruturadas e as não estruturadas, isto é, uma ou duas das fases da decisão, geralmente as fases de percepção e de concepção, são estruturadas, mas



a outra (ou outras), geralmente a fase de escolha, é não estruturada. Para resolver problemas semiestruturados, há que conjugar procedimentos usuais com a intuição do decisor. É este o objectivo dos métodos interactivos, que através da alternância entre a fase de cálculo e a de diálogo, tentam ajudar a resolver a parte não estruturada deste tipo de problemas. Por exemplo, esta ajuda é conseguida fornecendo aos envolvidos no processo de decisão um conjunto de soluções possíveis para o modelo, facilitando assim a interpretação e a compreensão do problema real em causa.

As decisões também podem ser classificadas pelo contexto em que são tomadas. Existem três categorias gerais que normalmente abrangem todas as actividades de uma organização: o planeamento estratégico, o controlo administrativo e o controlo operacional. Uma decisão tomada no contexto do planeamento estratégico afecta os objectivos e as políticas gerais de toda a empresa a longo prazo. No contexto do controlo administrativo, afecta apenas uma parte da empresa a médio prazo. Por fim, uma decisão no contexto do controlo operacional afecta, a curto prazo, a realização de tarefas específicas de forma eficiente e eficaz.

É com base nestas duas classificações das decisões que surgem as primeiras definições de SAD. Até à década de oitenta, a grande maioria das definições presentes na literatura era essencialmente baseada no conceito de Simon. De um modo geral, as primeiras definições de SAD identificam-no como um sistema que auxilia na tomada de decisões, quando estas são do tipo semiestruturadas e não estruturadas, e quando são tomadas no contexto do controlo administrativo e operacional. Por exemplo, Gorry e Scott-Morton [78] definem SAD como um sistema computacional interactivo que ajuda os decisores a utilizar dados e modelos para resolver problemas não estruturados. Keen e Scott-Morton [91] afirmam que os SAD são sistemas computacionais de apoio a gestores que tratam problemas semiestruturados, associando a inteligência humana com as capacidades computacionais para melhorar a qualidade das decisões. Estas definições de SAD à custa do conceito de Simon foram alvo de diversas interpretações. Assim, surgiram muitas outras definições que causaram alguma entropia naquilo que um SAD é de facto. Vejamos de seguida algumas definições mais citadas.

Para Moore e Chang [109] o conceito de caracterização de decisões definido por Simon em 1960, em que as decisões variam de forma contínua entre estruturadas e não estruturadas, não é suficientemente abrangente para definir SAD. Os autores consideram que um problema é

estruturado ou não dependendo da forma como o decisor o encara. Assim, definem SAD como sistemas extensíveis capazes de apoiar na análise de dados e modelação de decisões por categoria.

Sprague [134], fazendo um resumo das definições existentes até à década de oitenta, define SAD através de quatro características: são direccionados para os problemas menos bem estruturados que os administradores normalmente enfrentam; tentam combinar a utilização de modelos ou de técnicas analíticas com os dados conhecidos e com nova informação; devem ter uma apresentação acessível e serem interactivos, de modo a serem utilizados por utilizadores menos habituados a trabalhar com computadores; devem ser flexíveis e adaptáveis a alterações do exterior.

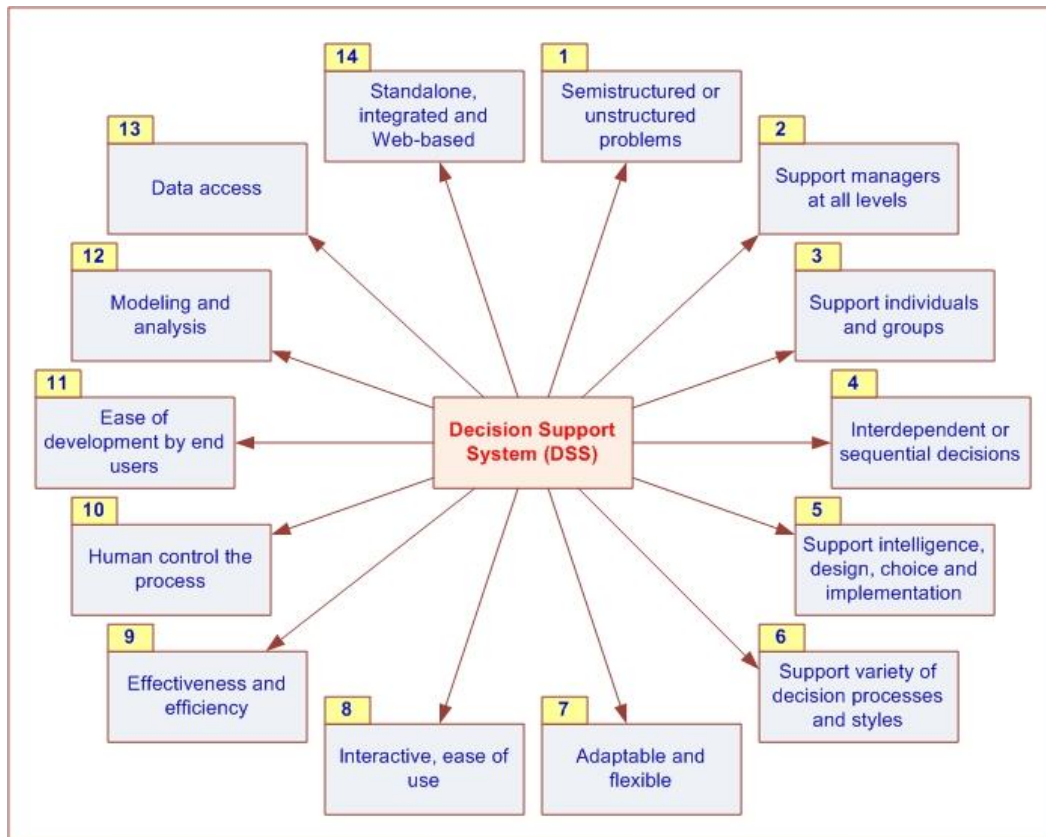
Bonczek et al. [17], em 1980, definiram SAD como um sistema computacional que consiste em quatro componentes interactivas: um sistema linguístico (que consiste em todas as mensagens que o SAD pode aceitar, ou seja, no tipo de informação reconhecida pelo sistema); um sistema de apresentação (que consiste em todas as mensagens que o SAD pode emitir, ou seja, no tipo de informação emitida pelo sistema); um sistema de conhecimento (que consiste em todo o conhecimento que o SAD guarda e retém, ou seja, em toda a informação integrada no SAD, tal como dados e procedimentos) e um sistema de processamento do problema (que tenta reconhecer e resolver o problema durante a tomada de decisão).

Mallach [98] define simplesmente um SAD como um sistema cujo principal propósito é proporcionar informação aos utilizadores para que possam fundamentar as suas decisões.

Turban et al. [141] apresentam uma definição mais elaborada. Um SAD é um sistema de informação computacional interactivo, flexível e adaptável, especialmente desenvolvido para melhorar a tomada de decisão, ajudando à resolução de um problema de gestão não estruturado. Utiliza dados, tem uma interface fácil de usar e pode incorporar a perspicácia do decisor. Adicionalmente, um SAD inclui modelos e é desenvolvido através de um processo iterativo e interactivo. Apoia em todas as fases da tomada de decisão e pode incluir uma componente de conhecimento.

Uma vez que não há consenso sobre exactamente o que um SAD deverá ser, naturalmente que também não existe concordância sobre as características padrão e potencialidades dos

SAD. Turban et al. [141] apresentam a Figura 6.1 onde se podem encontrar, na sua perspectiva, as características fundamentais e as potencialidades ideais dos SAD.



**Figura 6.1** Características fundamentais e as potencialidades ideais dos SAD, segundo Turban et al. [141] (Fonte: Turban et al. [141]).

Os autores referem que um SAD deve ser adaptável de forma a suportar as reacções de mudança do decisor. Deve também ser flexível de modo a que possa ser imediatamente modificado para resolver outros problemas similares. Um SAD deve também permitir que o decisor tenha total controlo sobre todos os passos do processo de tomada de decisão. Um SAD visa especificamente apoiar o decisor, e não substituí-lo. Deve ser permitido o acesso a uma variedade de fontes, formatos e tipos de dados, incluindo SIG, multimédia e orientados por objectos. A eficácia de um SAD pode ser bastante aumentada pelo facto de ter uma interface fácil de usar, com fortes potencialidades gráficas e com um procedimento interactivo natural.

A qualidade da interface gráfica é um dos principais factores de aceitação do SAD pois é através desta, que o utilizador entra em contacto com o método interactivo subjacente. Se um decisor encontrar uma interface com a qual sinta que é recompensador trabalhar, cujo

funcionamento seja bastante intuitivo, então é muito provável que aceite o método interactivo. Se, por outro lado, encontrar uma interface gráfica incompatível com a sua maneira de agir e pensar, certamente que recusará o método. A forma como os dados são apresentados num sistema torna-se assim muito importante para obter informações coerentes das preferências do decisor. Para isso, em termos computacionais, existem basicamente duas formas diferentes de apresentar os dados: através de gráficos e de tabelas. Um número significativo de estudos tem sido efectuado para comparar a eficácia de apresentar dados numa forma ou noutra e as conclusões têm sido mistas. Coll et al. [30] consideram a experiência do decisor, uma variável crítica na determinação da eficácia dos gráficos *versus* tabelas. A conclusão é que um sistema deve ter ambas as formas disponíveis e, deste modo, permitir que os utilizadores seleccionem a sua preferida.

Com o objectivo de orientar a comunidade de programadores a produzir para as suas aplicações, interfaces gráficas intuitivas, de fácil manipulação e consistentes, é usual as organizações criadoras dos sistemas operativos produzirem documentos com conjuntos de recomendações. Através da descrição de políticas adoptadas, estes guias, no geral, limitam-se a definir uma aparência comum para as aplicações em determinados ambientes de trabalho. Por vezes, estas políticas são baseadas em estudos de interacção ser humano/computador, mas a maioria são baseadas em convenções arbitrárias adoptadas pelos próprios criadores dos sistemas operativos. O resultado destas directivas é visível nas semelhanças existentes, em termos de aspecto visual, entre diversas aplicações com propósitos distintos. Os utilizadores beneficiam destas semelhanças uma vez que passam a conhecer o comportamento geral das aplicações relativamente a certas acções tomadas. Alguns exemplos de guias para diversos sistemas operativos (Android [77], iOS [10], OS X [11], Windows [107][108]) podem ser facilmente consultados na internet.

Obviamente, existem inúmeros princípios a seguir na elaboração de uma interface gráfica de qualidade. Por exemplo, quando o utilizador não sabe que tipo de acção há-de tomar ou caso tenha escolhido uma opção errada, é importante que o sistema forneça um apoio adequado através da interface. Este apoio pode ser informativo e prevenir erros, fornecendo mensagens de ajuda, ou pode assistir o utilizador, diagnosticando o que estava errado e corrigir o erro. Os utilizadores, quando executam determinadas acções, esperam uma resposta por

parte do sistema. Caso a operação a executar se proveja demorada, o sistema deverá informar que a operação não é imediata. Esta informação pode ser dada através de uma simples alteração do ícone do rato, ou de uma forma mais elaborada, através de uma barra de progresso que informe acerca do tempo estimado para o termo da operação em curso. O propósito deste tipo de *feedback* é reduzir a incerteza do utilizador sobre se o sistema recebeu o *input* e está a processá-lo, ou se está à espera de nova informação. A interface também deverá estar preparada para minimizar a quantidade de informação pedida ao utilizador, reduzindo o risco de erro e de se tornar maçadora. Tal como já referido, uma interface gráfica de qualidade deverá, sempre que possível, mostrar a mesma informação de várias formas diferentes, adaptando-se à forma de pensar de cada utilizador. Como podemos ver, após enunciar algumas regras, existe sempre a preocupação de facilitar e até agradar ao utilizador de modo a que o sistema seja bem aceite. Assim, é importante que no desenvolvimento dos SAD, se tenham em consideração as directivas básicas existentes. Citando Steuer [136] "*We do not want to have a good method judged poorly because of neglect at the interface*".

Refira-se que, aquando da implementação da aplicação apresentada no subcapítulo 3.6.1, houve já a preocupação de se criar uma interface gráfica que seguisse as recomendações e respeitasse os princípios básicos que acabámos de mencionar.

O crescente desenvolvimento da tecnologia de *hardware*, em termos de velocidade e capacidade de processamento, capacidades gráficas e de armazenamento, a preços cada vez mais baixos, e o desenvolvimento do *software* de programação permitem que haja uma maior preocupação com o aspecto visual dos SAD, facilitando a tarefa dos programadores. Todos os elementos gráficos que habitualmente fazem parte das aplicações, tais como a barra de ferramentas, os menus, as imagens, os botões, entre outros, com aspectos cada vez mais apelativos, consomem cada vez mais recursos computacionais, pelo que é imprescindível que haja uma continuação da evolução da tecnologia computacional. Igualmente importante é o aparecimento de linguagens de programação que permitem a criação de aplicações com interfaces gráficas atractivas de forma muito mais simples e rápida. A programação orientada por objectos (POO) e por eventos proporciona as capacidades que se requerem para a criação de aplicações flexíveis. Este tipo de linguagem de programação permite o desenvolvimento de

sistemas modulares, robustos, genéricos e extensíveis. Podemos apontar os seguintes pontos como vantagens dos sistemas modulares:

- É mais fácil manter um sistema construído de uma forma modular, já que é muito menos provável que as alterações num subsistema tenham efeito no restante sistema.
- Pela mesma razão, é mais fácil actualizar um sistema modular. Desde que os módulos de substituição verifiquem as especificações dos protocolos de comunicação dos seus antecessores, as outras partes do sistema não são afectadas.
- É mais fácil construir um sistema cuja utilização seja fiável. Isto porque os subsistemas podem ser completamente testados quando isolados, deixando menos problemas para mais tarde, quando todo o sistema for montado.
- Um sistema modular pode ser implementado com pequenos incrementos. Desde que cada módulo seja concebido para proporcionar um pacote útil e coerente de funcionalidades, os incrementos podem ser introduzidos progressivamente.

A exigência de amigabilidade dos sistemas conduziu a uma evolução das linguagens, apresentando novas versões que tornam possível a exploração da parte visual das aplicações. Com estas versões são disponibilizadas diversas ferramentas de construção e manipulação dos elementos de uma interface gráfica, tornando assim mais fácil a concepção de aplicações interactivas. Esta vertente visual é muitas vezes chamada de linguagem de programação orientada por eventos.

O uso de APIs (*Application Programming Interfaces*) é muito importante na construção de sistemas modulares. Uma API é um protocolo definido para permitir a interface (não gráfica mas de comunicação) entre códigos. Uma API pode incluir especificações para rotinas, estruturas de dados, classes e variáveis, em que a implementação destas geralmente não é discutida nem divulgada, conhecendo-se unicamente os parâmetros de entrada e de saída. Geralmente, as empresas que desenvolvem aplicações e que têm interesse na integração do seu código noutros sistemas distribuem o código através de APIs.

As bibliotecas são uma parte fundamental das APIs. Grande parte das funcionalidades das aplicações desenvolvidas para o Microsoft Windows, e dos próprios sistemas operativos, é fornecida pelas bibliotecas de vínculo dinâmico (*Dynamic-Link Library* - DLL). Basicamente, uma DLL é uma biblioteca partilhada que contém código pré-compilado que pode ser usado

simultaneamente por várias aplicações, ou até mesmo, por outras DLLs. Estas bibliotecas são geralmente arquivos de extensão dll, ocx ou drv. O uso de DLLs ajuda a promover a modularização e a reutilização do código, o uso da memória de uma forma mais eficiente e a redução do espaço de armazenamento. Quando uma aplicação, ou uma DLL, utiliza uma função de uma outra DLL, é criada uma dependência o que poderá originar problemas na sua execução se essa dependência for quebrada. Por exemplo, uma aplicação pode não ser executada se uma DLL, da qual depende, for actualizada para uma nova versão (devido a melhoria ou remoção de erros), for involuntariamente substituída por uma versão anterior ou for simplesmente removida do computador. Este problema de conflito de DLLs, que ocorre quando várias aplicações entram em conflito devido à versão da biblioteca que deve ser usada, é bem conhecido por parte dos programadores.

As DLLs podem ser ligadas a uma aplicação de forma implícita ou de forma explícita. Com a ligação explícita, todos os ficheiros DLL são carregados quando a aplicação que os utiliza é inicializada. Com a ligação implícita, pode determinar-se quando é que os ficheiros são carregados e descarregados. Reparemos que o facto de uma aplicação fazer uma ligação explícita a um ficheiro DLL faz com que esse ficheiro tenha de existir no computador para que a aplicação possa ser utilizada. Caso a ligação seja implícita, a aplicação é inicializada normalmente e só no momento em que se pretende recorrer às funcionalidades do ficheiro DLL é que se efectua a sua procura. Caso seja encontrado, então é carregado na aplicação e, caso não seja, a aplicação deve dar uma mensagem explicativa ao utilizador. Por exemplo, imaginemos um processador de texto que possibilita a escolha de um de dois correctores ortográficos de idiomas diferentes (cada um deles implementado em DLLs distintas). No tipo de ligação explícita, para que o processador de texto possa ser utilizado, terão de existir os dois correctores no disco. Enquanto que na ligação implícita, se os ficheiros não existirem, o processador poderá ser normalmente utilizado, mas sem a possibilidade de correcção ortográfica (se existir a DLL para um dos idiomas, a correcção poderá ser feita para esse idioma).

## 6.2. SABILOC – SAD para Problemas de Localização Bicritério



Neste subcapítulo vamos apresentar um novo SAD interactivo, chamado SABILOC. Algumas versões preliminares e parciais podem ser encontradas em Fernandes et al. [58][56][57], Captivo et al. [22] e Clímaco et al. [28].

Em Fernandes et al. [55] encontra-se uma descrição recente e já bastante detalhada do SAD desenvolvido. O SABILOC foi implementado com o objectivo de apoiar, em duas fases interactivas distintas, à tomada de decisões em problemas de localização bicritério que envolvam preocupações ambientais. Como referido, o apoio é dado em duas fases interactivas, acreditando que os métodos interactivos são a melhor forma de abordar os modelos multicritério. Na primeira fase recorre-se ao procedimento interactivo de Ferreira et al. [60] (apresentado na Subsecção 3.5.1), permitindo ao decisor obter soluções não dominadas dos modelos de localização bicritério implementados. Na segunda fase, caso seja necessário, usa-se a ferramenta de análise multiatributo *a posteriori* (apresentada na Subsecção 3.6.1), incluída no SABILOC, para analisar em detalhe as soluções de compromisso provenientes da primeira fase. Destaca-se a possibilidade de se poder usar ao longo de todo o processo, o ArcGIS de uma forma completamente integrada no SABILOC, juntamente com as extensões *Spatial Analyst* e *Network Analyst* (descritas na Subsecções 5.2 e 5.3).

Tendo em conta todas as vantagens enunciadas no subcapítulo anterior quanto aos sistemas modulares, naturalmente que o SAD foi construído de forma modular, facilitando assim a inclusão de novas ferramentas em geral, e em particular, a inclusão de novos modelos e de novos algoritmos que permitam resolver de forma mais eficiente os problemas bicritério.

A Figura 6.2 ilustra a arquitectura de alto nível do SABILOC. A aplicação computacional foi toda desenvolvida usando a linguagem de POO Microsoft Visual C++ (versão 2010), usando as bibliotecas MFC – *Microsoft Foundation Classes*.

A interactividade entre a aplicação e o utilizador acontece através da interface gráfica implementada para o efeito. À semelhança da aplicação apresentada no subcapítulo 3.6.1, procurou desenvolver-se e implementar-se uma interface de qualidade, de fácil compreensão e intuitiva na sua utilização, de modo a que o utilizador menos experiente se sinta à vontade para explorar os diversos campos do problema. O facto de se ter utilizado uma versão recente da



linguagem de programação Visual C++, juntamente com as bibliotecas MFC, permitiu que pudéssemos dar um aspecto visual conhecido ao SABILOC, de modo a que um utilizador comum, familiarizado com as aplicações computacionais mais usuais, tais como o Microsoft Word, Excel, etc., se adaptasse rapidamente à sua interface gráfica.

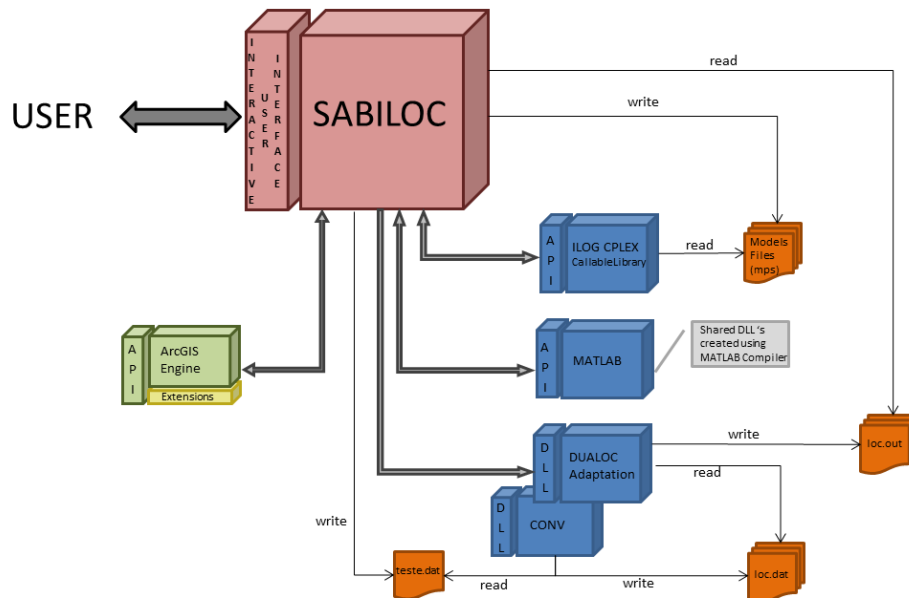


Figura 6.2 Arquitectura de alto nível do SABILOC.

Na primeira fase do método interactivo, para a resolução do problema escalarizante, o SABILOC permite que se opte por 3 ferramentas externas: dois *general solvers* – o CPLEX (da ILOG [86]) e o MATLAB (da MATHWORKS [102]), e um algoritmo desenvolvido por Dias et al. [41] especificamente para o modelo de localização simples bicritério – uma adaptação do Dualoc (Erlenkotter [50]).

O CPLEX foi directamente integrado no SABILOC utilizando a *API Callable Library* da ILOG, cuja implementação permite definir e resolver problemas de programação matemática. Esta biblioteca, acedida através de um arquivo de extensão dll (por exemplo na versão 12.3 do CPLEX, o ficheiro é o <cplex123.dll>), oferece diversas rotinas que permitem executar uma série de funcionalidades, em particular, ler e escrever ficheiros de formatos diferentes. No nosso caso, optámos por utilizar no SABILOC o formato MPS – *Mathematical Programming System*. Este formato tornou-se um padrão amplamente aceite para definir problemas de programação

linear. É orientado por coluna, isto é, os problemas são especificados pela coluna (variável) e não pela linha (restrição). Poderia ser utilizado outro formato que não o MPS, desde que reconhecido pelo CPLEX. Obviamente, a utilização do CPLEX só é possível se o computador possuir licença para tal. Refira-se que actualmente a ILOG disponibiliza gratuitamente a versão completa para efeitos de ensino e investigação. Assim, em cada interacção do método interactivo, caso se opte pela ferramenta CPLEX, o SABILOC escreve o ficheiro MPS relativo ao problema escalarizante a resolver e através de rotinas definidas na API, o ficheiro é lido, de seguida o problema é otimizado e finalmente o resultado é obtido. Como já foi referido, as DLLs podem ser ligadas ao sistema de forma implícita ou explícita. O ficheiro dll do CPLEX foi ligado de forma implícita, pois só assim é possível a utilização do SABILOC num computador em que não esteja instalado o *general solver*.

Para integrarmos o MATLAB, foram utilizadas duas ferramentas disponibilizadas pela MATHWORKS. Uma delas foi a de optimização – *Optimization Toolbox*, que permite resolver uma série de problemas de programação matemática, entre eles, de programação linear inteira e inteira-mista. Assim, para cada modelo de localização bicritério disponível no SABILOC foi criado um ficheiro *m-file* (formato padrão do MATLAB) de código. O código consiste na formulação do modelo, dependente dos seus diversos parâmetros (matrizes dos coeficientes das funções objectivo, matriz dos coeficientes tecnológicos, termos independentes e pesos das funções objectivo), e na sua optimização, através da execução da *Optimization Toolbox*. Com a ferramenta *MATLAB Compiler*, cada ficheiro *m-file* foi então convertido numa DLL partilhada de modo a que possa ser integrado no SABILOC. No entanto, para se poder usar o MATLAB como ferramenta externa é necessário instalar o *MATLAB Compiler Runtime* (distribuído gratuitamente) no computador que vai usar o SABILOC. Esta ferramenta tem como finalidade instalar as bibliotecas necessárias para que as DLLs criadas por nós possam ser executadas. Mais uma vez, e pelas mesmas razões do CPLEX, os ficheiros dll do MATLAB foram ligados de forma implícita ao SABILOC. Saliente-se que apesar de não ser necessário, optou-se por escrever o *output* dado pelas ferramentas externas CPLEX e MATLAB num ficheiro de texto <loc.out> que depois é lido pelo SABILOC. Apesar de alguma perda de eficiência tornou a escrita do código do SABILOC mais uniforme.

Relembremos que uma das vantagens dos problemas bicritério é a possibilidade do desenvolvimento de técnicas especializadas que tratem este tipo de problemas. Tal como já referido, Dias et al. [41], fazendo um uso adequado desta vantagem, utilizam o conhecido algoritmo Dualoc de Erlenkotter [50] na resolução do problema escalarizante PLS com duas restrições adicionais. O algoritmo proposto aproveita o mais possível a estrutura do PLS que o problema escalarizante apresenta, e trabalha com as duas restrições adicionais através de um processo de pesquisa em árvore (*branch and bound*). As duas restrições adicionais vão criar mais duas variáveis adicionais e consequentemente duas outras condições de complementaridade. As condições vão complicar muito a construção de soluções primais a partir de soluções duais admissíveis, se se quiser continuar a ter em conta a minimização das violações das condições de complementaridade, tal como é feito no Dualoc. Ignorando as duas restrições adicionais consegue obter-se um PLS puro, sendo possível a utilização de um método de pesquisa em árvore que, em cada nodo, faz uso do Dualoc, aproveitando desta forma a estrutura do PLS. Esta é a ideia base que motiva o algoritmo apresentado:

1. Resolve-se o problema escalarizante que, ignorando as restrições adicionais, corresponde a um PLS.
2. Se a solução obtida no passo anterior for admissível (ou seja, se as duas restrições adicionais forem satisfeitas), essa será a solução óptima do problema.
3. Se a solução obtida em 1 não for admissível, significa que uma das restrições adicionais está a ser violada, pelo que se ramifica o nodo actual. Consideram-se todas as variáveis como possíveis variáveis de ramificação.
4. Verifica-se se a solução dual actual é admissível para o novo problema a resolver. Em caso afirmativo, será a solução dual inicial utilizada pelo Dualoc na resolução do novo problema. Em caso negativo, altera-se a solução dual de modo a recuperar a sua admissibilidade.

Em cada nodo, calculam-se as soluções duais e as soluções primais inteiras (possivelmente não admissíveis para o problema escalarizante) que por sua vez são sempre complementares, o que não é muito usual nos métodos de pesquisa em árvore. Por esta razão, as regras para a escolha das variáveis a ramificar são distintas das geralmente utilizadas. É dedicada uma grande atenção às regras, extremamente importantes para a eficiência do algoritmo. Para realizar

testes computacionais, os autores trabalham com problemas aleatórios criados especificamente para o efeito. Os testes efectuados tiveram como objectivo comparar o desempenho do algoritmo na resolução do (PLS) com as duas restrições adicionais com o de um *general solver*. O *general solver* escolhido foi o CPLEX (versão 4.08). Os testes computacionais mostram que a nível do tempo necessário para que a solução óptima seja obtida, o algoritmo proposto pelos autores tem um desempenho muito superior ao do *general solver*. Por isso, é vantajoso utilizá-lo na fase de cálculo de um método interactivo, especialmente em problemas de pequena e média dimensão. Para problemas de grande dimensão, o tempo de cálculo necessário é já bastante elevado, apesar de se continuar a assistir a uma diminuição do tempo computacional necessário ao *general solver* utilizado (Dias et al. [41]).

A integração desta adaptação do Dualoc no SABILOC é também feita através de DLLs. O algoritmo precisa que seja feito um pré-processamento dos dados antes de serem lidos pelo próprio. Esse pré-processamento é realizado por um código simples, chamado 'Conv', que foi integrado no SABILOC através de uma biblioteca dll, explicitamente ligada ao sistema. O 'Conv' converte um ficheiro de texto, com a maior parte dos dados necessários ao funcionamento do programa, no formato necessário a ser utilizado pelo algoritmo. Tendo como *input* o nome do ficheiro (<teste.dat>) e o peso da primeira função objectivo, o código 'Conv' gera o ficheiro <loc.dat>. No ficheiro <loc.dat> os dados já dizem respeito ao problema ponderado. A biblioteca partilhada <aloc2.dll> é a que tem a implementação do algoritmo de adaptação do Dualoc. Com base no ficheiro de dados <loc.dat> e com a informação dos limites superiores aceitáveis para os objectivos, a DLL resolve o problema de localização simples com duas restrições adicionais e, à semelhança das DLLs do CPLEX e do MATLAB, escreve o *output* num ficheiro de texto <loc.out> que depois é lido pelo SABILOC. Apesar do ficheiro <aloc2.dll> ser instalado juntamente com o SABILOC, optou-se por fazer a integração através de uma ligação implícita.

Refira-se que o SABILOC permite definir diversos parâmetros de pesquisa e de paragem, aquando da utilização das três ferramentas externas, na resolução do problema escalarizante. No algoritmo de Dias et al. [41] é possível definir como critério de paragem o número máximo de iterações (nodos da árvore de pesquisa), ou seja, ao número máximo de vezes que o Dualoc é chamado. Quanto ao *general solver* CPLEX, existem dois parâmetros de paragem

implementados no SABILOC: o número máximo de iterações do simplex e o tempo físico máximo (totalmente independente do sistema em que o *general solver* é executado). Por fim, o MATLAB permite definir como parâmetros de paragem: o número máximo de iterações, o número máximo de soluções (nodos), o número máximo de iterações para resolver a relaxação linear do problema em cada nodo e o tempo de CPU máximo. Assim, por exemplo, é possível que o utilizador defina, para qualquer uma das ferramentas, o número máximo de iterações a serem executadas antes de o algoritmo terminar, sem que se obtenha o óptimo do problema escalarizante. No caso do *general solver* MATLAB, para além dos parâmetros de paragem, implementaram-se também alguns parâmetros de pesquisa, nomeadamente as estratégias que o algoritmo usa para seleccionar a variável para ramificação e o próximo nodo a pesquisar na árvore de pesquisa.

Finalmente, devido a todas as potencialidades referidas no Capítulo 5 – Sistemas de Informação Geográfica, integraram-se algumas funcionalidades do ArcGIS e das extensões *Spatial Analyst* e *Network Analyst* no SABILOC. Para se proceder a esta integração utilizou-se uma biblioteca bastante completa de componentes, da ESRI, chamada *ArcGIS Engine* (versão 9.3.1) [52]. O uso das diversas componentes presentes nesta biblioteca pode ser efectivado através de diferentes tipos de APIs, tendo-se optado pela tecnologia Microsoft COM (*Component Object Model*) dado o desenvolvimento do SABILOC em Visual C++. Para um utilizador do SABILOC poder usar o SIG integrado é necessário ter instalado o *ArcGIS Engine Runtime* ou um produto ArcGIS Desktop (ArcView, ArcInfo ou ArcEditor) com o nível apropriado de licença.

Por fim, salientamos que a distribuição do SABILOC é completamente gratuita. A aplicação corre apenas em ambiente Windows, a partir da versão Windows Vista. Assim, após a realização de um registo no *site* <http://ltodi.est.ips.pt/sergiof/SABILOC/>, é possível descarregar a última versão do SABILOC.

### 6.2.1. Modelos de Localização Bicritério Implementados

Actualmente, os modelos de localização bicritério implementados no SABILOC são quatro: o de localização simples, o de  $p$ -localização, o de localização com capacidades e o de localização com capacidades por níveis.

Para os três primeiros modelos, as duas funções objectivo são formuladas da seguinte forma:

$$\min \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} l_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in J} h_j y_j$$

$$\min \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} d_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in J} g_j y_j$$

onde  $I$  é o conjunto de entidades (por exemplo, clientes ou comunidades) a servir;  $J$  é o conjunto de possíveis locais para a instalação dos equipamentos;  $h_j$  e  $g_j$  são os valores relativos à instalação dos equipamentos no local  $j$ ;  $l_{ij}$  e  $d_{ij}$  são os valores relativos à afectação do equipamento instalado em  $j$  à entidade  $i$ ; e as variáveis são definidas como:

$y_j = 1$  se é instalado o equipamento em  $j$  e 0 em caso contrário;

$x_{ij} = 1$  se a entidade  $i$  é afectada ao equipamento em  $j$  e 0 em caso contrário.

Para o modelo de localização com capacidades por níveis, as funções objectivo são similares às apresentadas e são dadas por:

$$\min \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} l_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_j} h_{jt} y_{jt}$$

$$\min \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} d_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_j} g_{jt} y_{jt}$$

onde  $T_j$  é o conjunto dos tipos de equipamento que são possíveis de instalar no potencial local  $j$  ( $j \in J$ );  $h_{jt}$  e  $g_{jt}$  são os valores relativos à instalação do equipamento de tipo  $t$  no local  $j$ ; e as variáveis binárias  $y_{jt}$  são definidas como:

$y_{jt} = 1$  se é instalado em  $j$  um equipamento de tipo  $t$  e 0 em caso contrário ( $j \in J$ ;  $t \in T_j$ ).

Dependendo do modelo, as restrições são as apresentadas no Subcapítulo 2.2.

A estrutura das funções objectivo é simples e flexível o suficiente para ser facilmente compreendida pelos utilizadores, admitindo diferentes interpretações dependendo do contexto. Tal como iremos ver no caso de estudo, a função objectivo pode representar custos ou impacto ambiental resultante da instalação dos equipamentos e do transporte entre

serviços e comunidades. Existem alguns exemplos na literatura (Hultz et al. [84], Revelle e Laporte [126], Ross e Soland [127]) onde podemos encontrar diferentes significados para esta estrutura de função objectivo.

Refira-se que já começou a ser implementado na aplicação SABILOC um novo modelo, em que é dada uma maior flexibilidade ao utilizador na escolha das restrições que quer incluir no modelo. As restrições são introduzidas pelo utilizador através da matriz dos coeficientes tecnológicos, do vector dos termos independentes e dos sinais das restrições. Dependendo das variáveis escolhidas, é apresentado ao utilizador um leque de restrições para facilitar o preenchimento dos dados referidos. No entanto, esta opção ainda não está completamente testada.

## 6.2.2. Funcionalidades do SABILOC

Nesta subsecção, iremos apresentar as funcionalidades do SABILOC e a forma como podem ser executadas, através da interface implementada. Tal como já referido, procurámos desenvolver uma interface de fácil compreensão e intuitiva na sua utilização, de modo a que um utilizador comum, familiarizado com as aplicações computacionais habitualmente usadas no dia-a-dia, se adapte rapidamente ao SAD implementado.

Ao iniciar a aplicação, são apresentadas algumas informações sobre o SABILOC (Figura 6.3). A janela inicial tem um menu, constituído por uma única categoria *'Home'*, onde estão inseridos quatro painéis – *'Models'*, *'Website'*, *'View'* e *'Window'*. A opção do painel *'Models'* permite visualizar numa caixa de diálogo, a formulação dos modelos implementados (Figura 6.4). A opção do painel *'Website'* corresponde a uma hiperligação para o *site* do SABILOC. No painel *'View'* encontram-se duas caixas de verificação – *'Status Bar'* e *'Caption Bar'* – que permitem respectivamente, mostrar/ocultar as barras de estado e de título da aplicação. Caso a barra de título esteja visível, são apresentadas, por baixo do menu, várias informações de ajuda para diversas partes da aplicação. Por fim, a opção *'Windows'* permite manipular as diversas janelas da aplicação que estejam abertas.



Figura 6.3 Janela inicial do SABILOC.

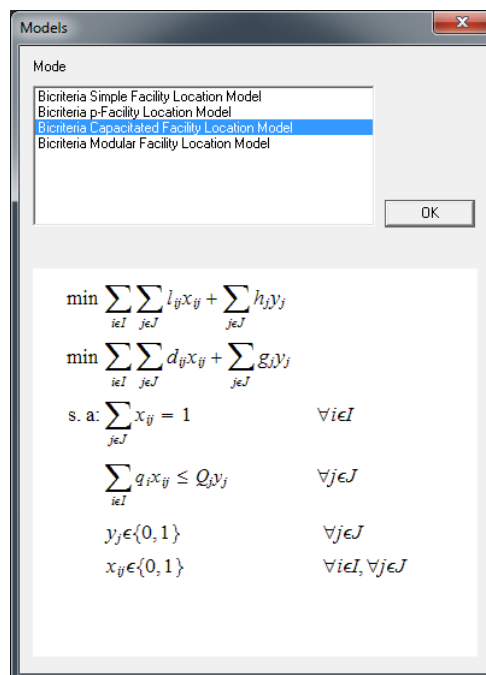


Figura 6.4 Caixa de diálogo que permite visualizar a formulação dos modelos implementados.



Para gerar uma nova instância de um dos modelos implementados, deve ser seleccionada a opção 'New' da barra de ferramentas, clicando sobre o ícone do SABILOC ou através da barra de ferramentas de acesso rápido (no topo da aplicação). Ou ainda, através das teclas de atalho Ctrl+N (Figura 6.5).

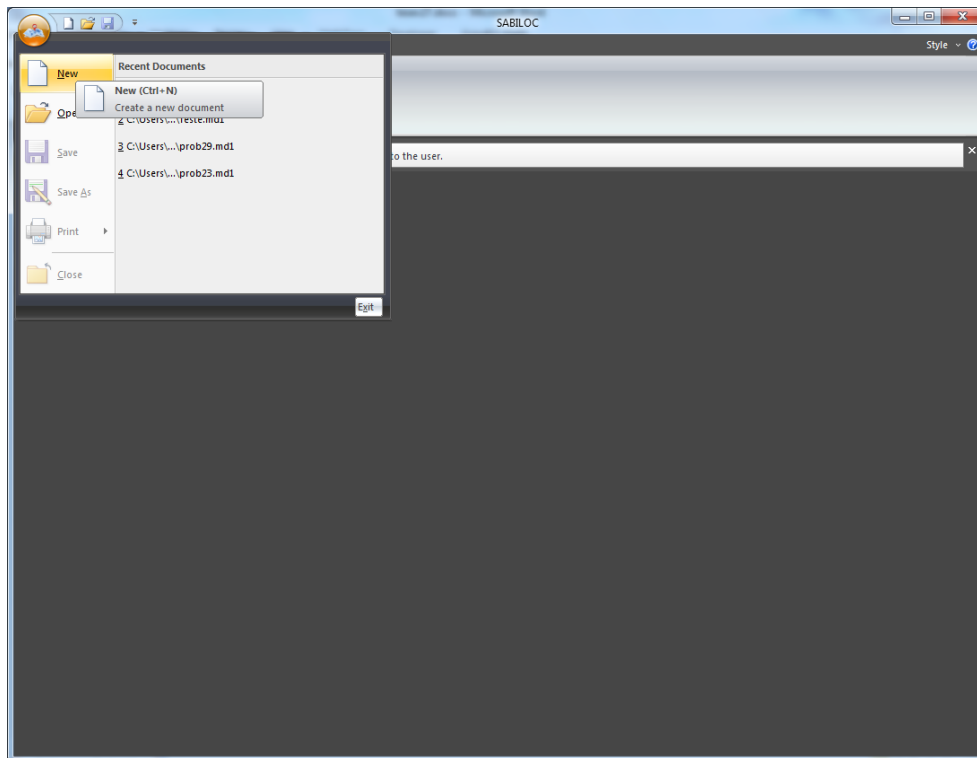
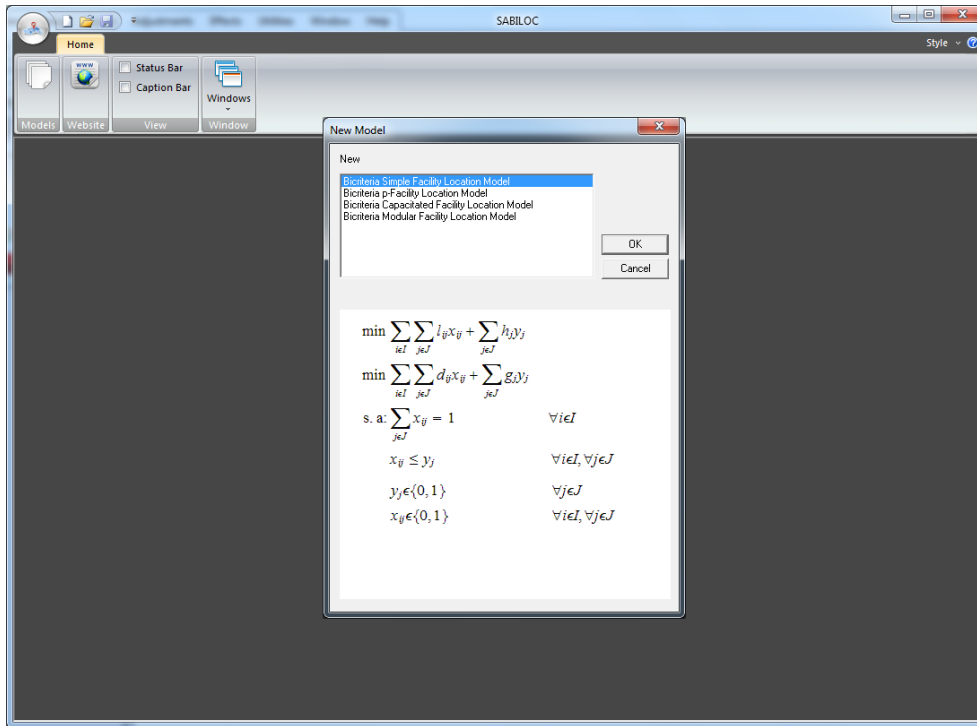


Figura 6.5 Opção 'New' do SABILOC.

Ao seleccionar a opção 'New' da aplicação, surge uma caixa de diálogo, semelhante à apresentada na Figura 6.4, com os modelos implementados (Figura 6.6).

Depois de escolhido um modelo, é aberto um novo documento, cuja estrutura básica da interface gráfica corresponde a uma pasta com várias páginas. É através destas páginas que são inseridos os vários parâmetros do modelo seleccionado. Note-se que as páginas podem variar no que diz respeito aos dados solicitados, dependendo do modelo. Para os modelos de localização simples bicritério, de  $p$ -localização bicritério e de localização com capacidades bicritério, as páginas existentes na pasta são: 'Constants', 'GIS', 'Population', 'Fixed Costs', 'Demand/Capacity', 'Coordinates', 'Assignment Costs', 'Fixed Variables', 'Results' e 'Multiattribute Analysis'. Para o modelo de localização bicritério com capacidades por níveis

existe ainda uma outra página – ‘Types of Services’ – e a página ‘Demand/Capacity’ dos modelos anteriores é substituída por outras duas – ‘Demand’ e ‘Capacity’.



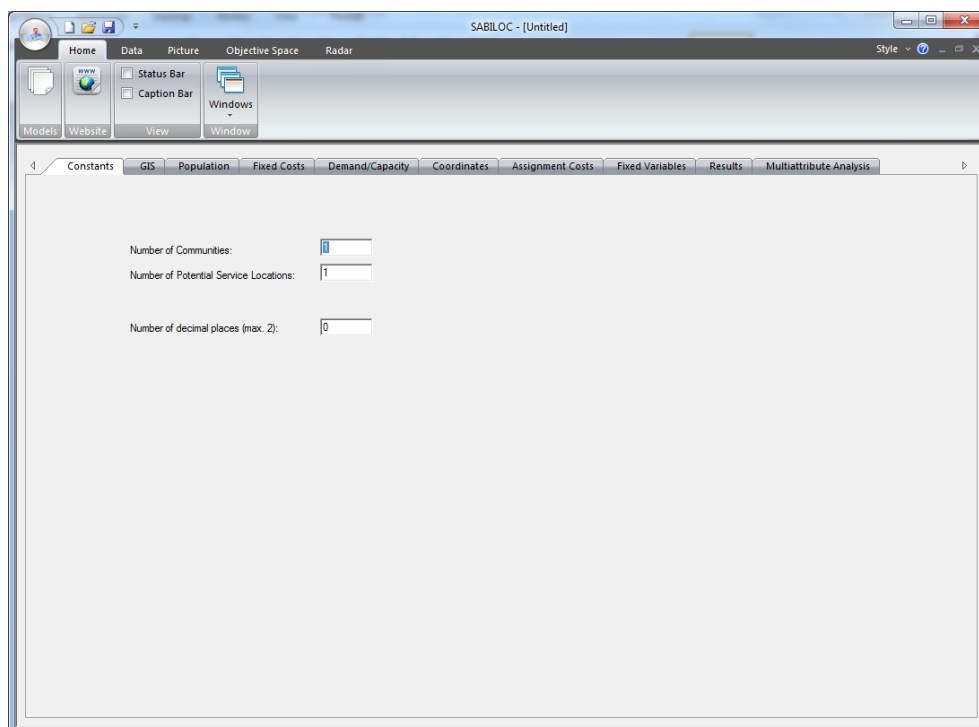
**Figura 6.6** Caixa de diálogo que permite seleccionar um dos modelos implementados.

Naturalmente, também podia ser lido um ficheiro, através da opção ‘Open’ da aplicação, que contivesse os dados de uma instância já previamente gerada, desde que este ficheiro apresentasse a estrutura adequada de um dos modelos implementados. As extensões dos ficheiros para cada um dos modelos bicritério implementados - localização simples,  $p$ -localização, localização com capacidades e localização com capacidades por níveis – são respectivamente: ‘md1’, ‘md2’, ‘md3’ e ‘md4’ (as estruturas dos ficheiros, para cada um dos modelos, encontram-se nos Anexos – páginas 305 a 307). A gravação dos dados também é realizada nestes mesmos formatos, através da opção ‘Save’ da barra de ferramentas.

### 6.2.2.1 Página ‘Constants’

A página ‘Constants’, independentemente do modelo, tem como intuito a inserção dos parâmetros que definem a dimensão da instância e o número de casas decimais com que se quer trabalhar os dados, num máximo de duas casas decimais. A Figura 6.7 ilustra a página, correspondente aos modelos de localização simples bicritério e de localização com capacidades

bicritério. Para estes dois modelos, é solicitado na página, o número de comunidades, o número de potenciais locais para a instalação de equipamentos e o número de casas decimais. A página 'Constants' do modelo de  $p$ -localização bicritério solicita ainda o número exacto de equipamentos a instalar, correspondente ao parâmetro  $p$  da formulação. Este parâmetro pode variar entre 1 e o número de potenciais locais de instalação de equipamentos. Para o modelo de localização bicritério com capacidades por níveis é solicitado na página, o número de tipos de equipamentos possíveis de instalar em cada potencial local. O número de comunidades, de potenciais locais para a instalação de equipamentos e de tipos de equipamentos têm de ser superiores a 0.



**Figura 6.7** Página 'Constants'.

#### 6.2.2.2 Página 'GIS'

Todos os modelos possuem uma página denominada 'GIS', que corresponde ao SIG integrado no SABILOC. A Figura 6.8 ilustra a página 'GIS', onde foram adicionados alguns dados geográficos relativos à cidade de São Francisco, para uma melhor ilustração. A página é constituída por três secções: no lado esquerdo, uma tabela de conteúdos; no lado direito, a representação dos dados geográficos e no topo, encontram-se várias barras de ferramentas.

A tabela de conteúdos permite visualizar a lista das camadas temáticas carregadas na aplicação. Permite também controlar quais as camadas temáticas que são representadas no mapa, através das caixas de verificação que estão do lado esquerdo dos nomes das camadas. As camadas que se encontram num nível mais acima são dispostas sobre as que se encontram mais abaixo. A ordem pode ser naturalmente alterada com um clicar do rato sobre a camada e depois, um arrastamento até ao nível pretendido.

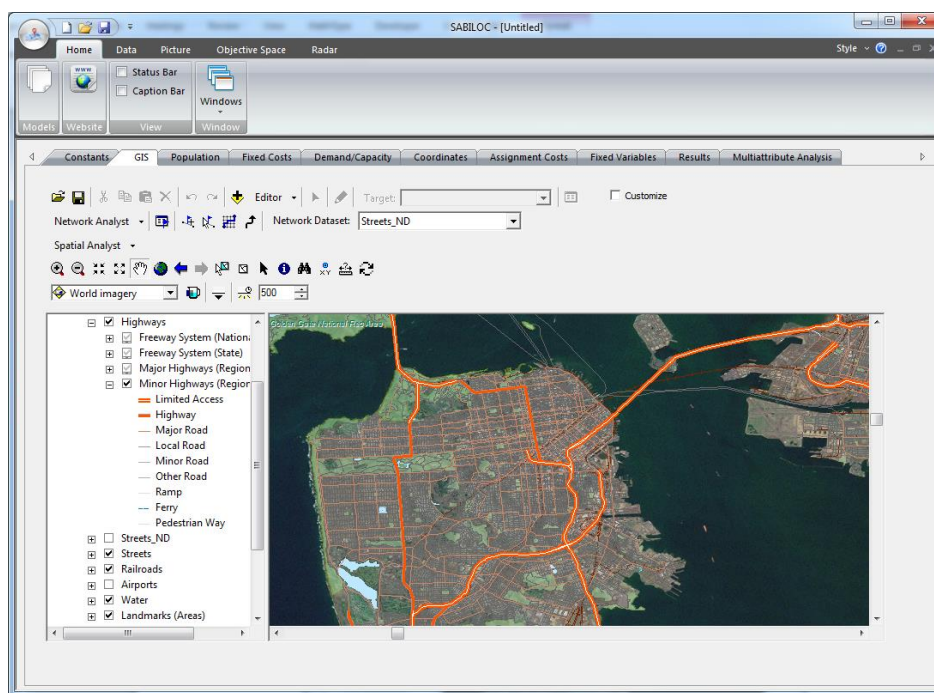


Figura 6.8 Página 'GIS'.

Clicando com o botão direito do rato sobre o nome de uma camada temática abre-se um menu de contexto com algumas opções, que poderão variar dependendo do tipo de camada. As diversas opções são: remover, ver coordenadas, ver tabela de propriedades, carregar pontos a partir de uma outra camada temática, limpar dados e definir propriedades da função que originou a camada temática. As últimas três opções, que exploraremos posteriormente, são relativas apenas a camadas temáticas geradas pelas funções do *Network Analyst*. A opção 'Remove' elimina a camada temática da tabela de conteúdos. Para as camadas de pontos (formato vectorial) existe a opção de visualizar numa caixa de diálogo, as coordenadas dos pontos (Figura 6.9). Nesta última caixa de diálogo, existe a opção 'Export Data' que permite exportar os dados das coordenadas, eventualmente multiplicados por uma constante, para a página 'Coordinates' (Figura 6.10).

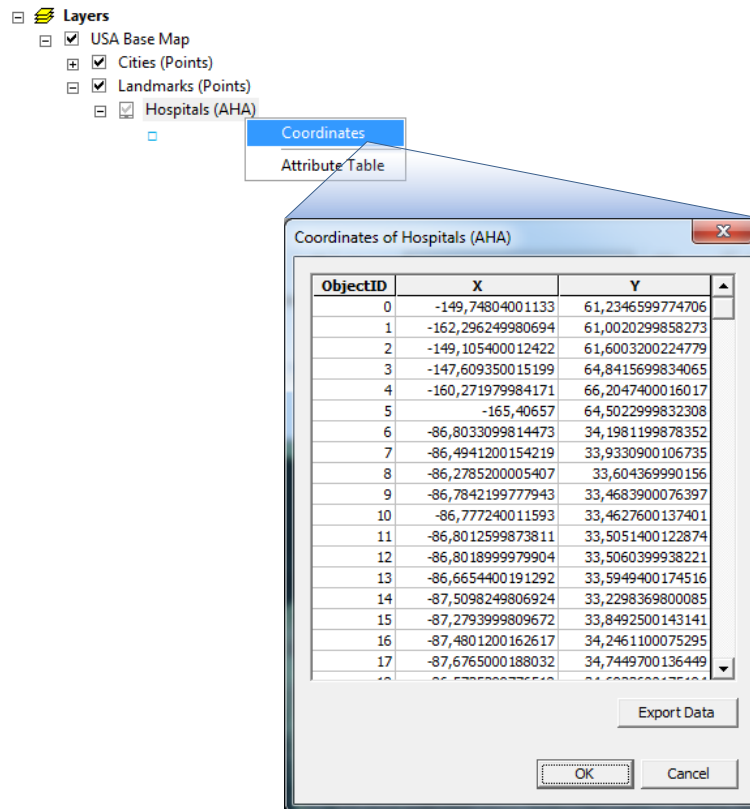


Figura 6.9 Caixa de diálogo que permite visualizar e exportar coordenadas.

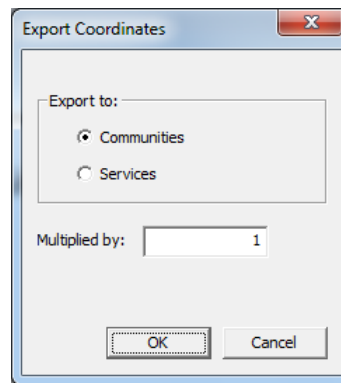


Figura 6.10 Caixa de diálogo que permite exportar coordenadas.

Para algumas camadas temáticas, ao clicar com o botão direito do rato sobre o seu nome, temos a opção de visualizar a sua tabela de propriedades ('Attribute Table'), permitindo analisar e manipular os dados (Figura 6.11). Refira-se que esta opção não é válida para dados *raster* de valores não inteiros.

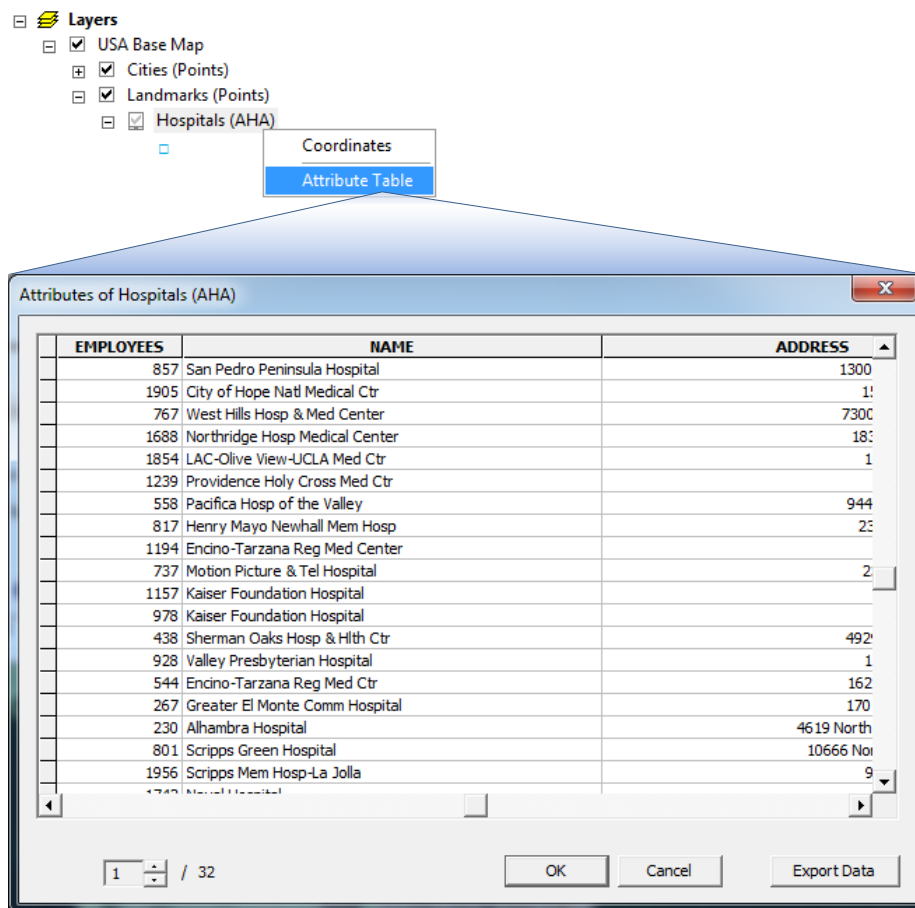
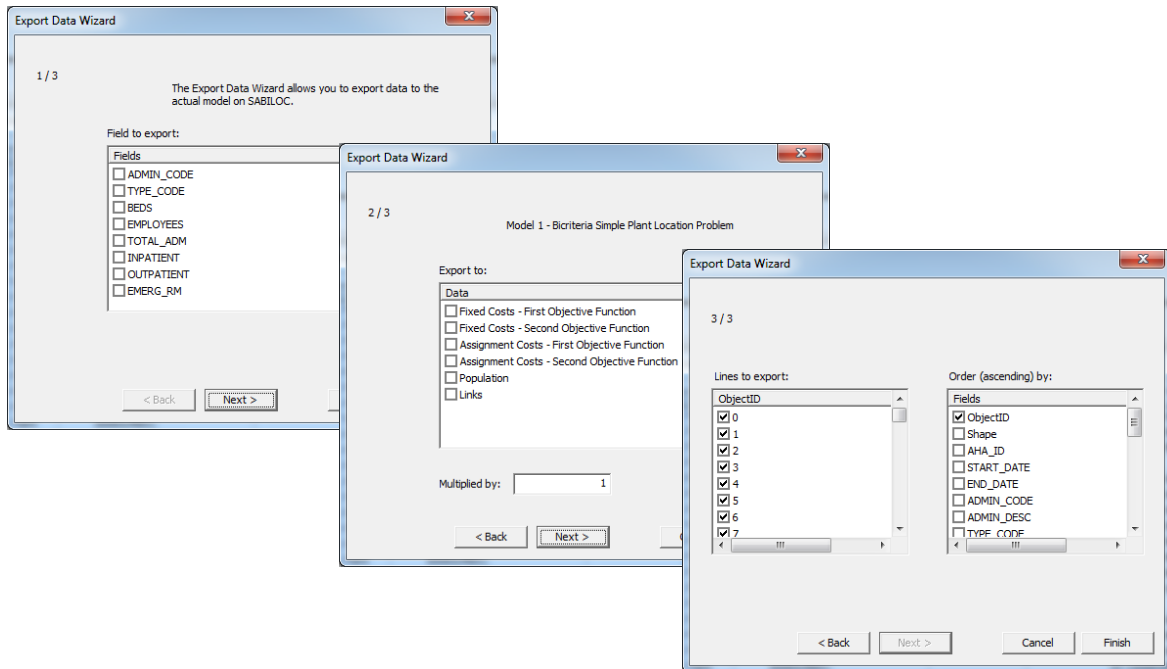


Figura 6.11 Tabela de propriedades associada a uma camada temática.

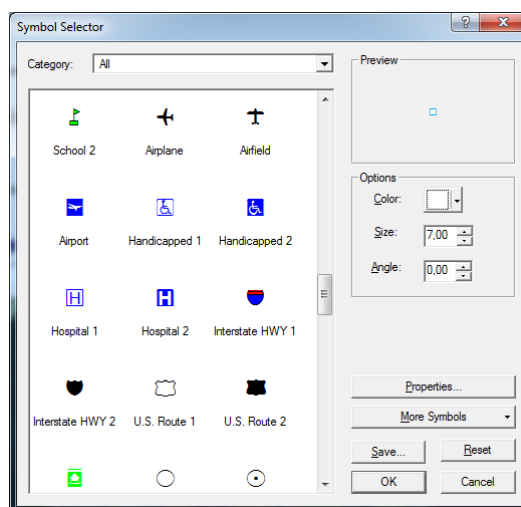
À semelhança do caso das coordenadas, também nesta caixa de diálogo existe a opção ‘*Export Data*’, que permite exportar alguns dos dados da tabela, para uma outra página do modelo. Esta exportação é feita com base em três caixas de diálogo, onde se definem os critérios da exportação (Figura 6.12). Na primeira, seleccionam-se os campos/colunas da tabela de propriedades que se pretendem exportar. Na caixa de diálogo seguinte, selecciona-se para onde se pretendem exportar os dados ou seja, para que página do modelo, e define-se uma constante de proporcionalidade. Note-se que as opções visíveis nesta caixa de diálogo dependem do modelo com que se está a trabalhar. Por fim, na última caixa de diálogo, seleccionam-se as linhas da tabela que se pretendem exportar e a ordem pela qual se pretende ordenar a tabela para fins de exportação, sabendo que primeiro têm de se ordenar os serviços (destinos) e depois as comunidades (origens), ambos por ordem crescente da sua identidade. Refira-se que o ArcGIS permite acrescentar, eliminar e efectuar diversas operações (matemáticas, com sequências de caracteres e com datas), usando os campos de uma tabela de

propriedades. Estas funcionalidades não podem ser utilizadas de forma tão completa no SIG integrado no SABILOC, uma vez que não foram implementadas. No entanto, caso se pretendesse, tal poderia ser feito.




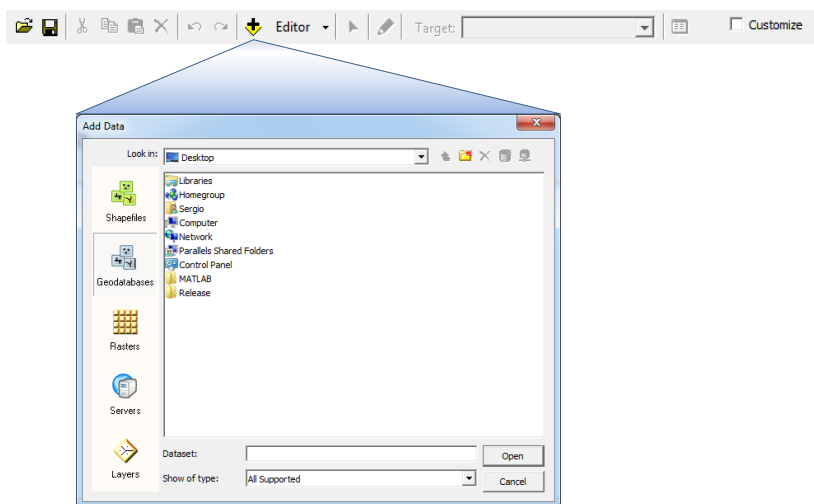
**Figura 6.12** Procedimento para a exportação de dados.

Também na tabela de conteúdos, clicando sobre o símbolo associado a algumas camadas temáticas surge uma caixa de diálogo, onde é possível definir, modificar e gravar, para futuras utilizações, o símbolo usado na representação da camada temática (Figura 6.13).

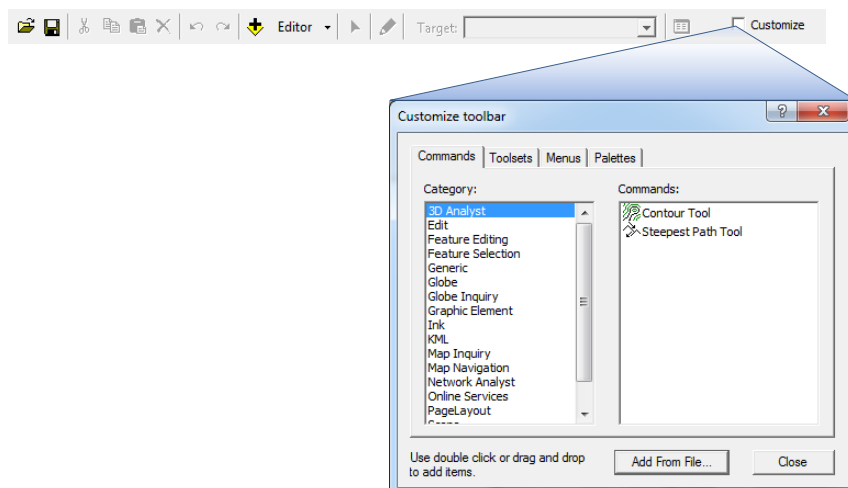


**Figura 6.13** Caixa de diálogo que permite definir e modificar os símbolos.

Tal como já referido, no topo da página 'GIS' encontram-se várias barras de ferramentas relativas ao SIG. Em primeiro lugar, a que permite as funcionalidades básicas, tais como: abrir ou guardar documentos (formatos da aplicação ArcMap da ESRI); executar funções de edição (cortar, copiar, colar ou apagar); controlar operações previamente executadas; adicionar dados geográficos de vários tipos (entre eles, vectoriais e *raster*), usando o botão  (Figura 6.14); executar várias tarefas de selecção e edição de recursos, e suas geometrias; e personalizar as próprias barras de ferramentas com diversas outras funcionalidades (Figura 6.15).



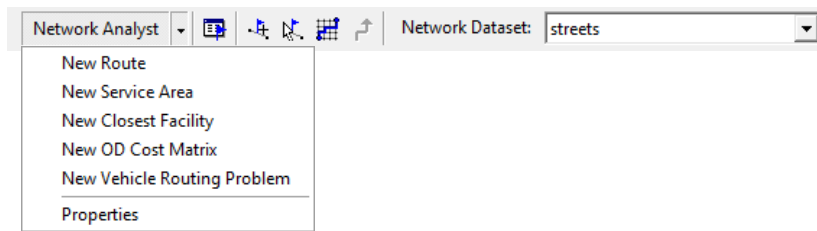
**Figura 6.14** Parte da barra de ferramentas do SIG. Adição de dados geográficos.



**Figura 6.15** Parte da barra de ferramentas do SIG. Janela de personalização.

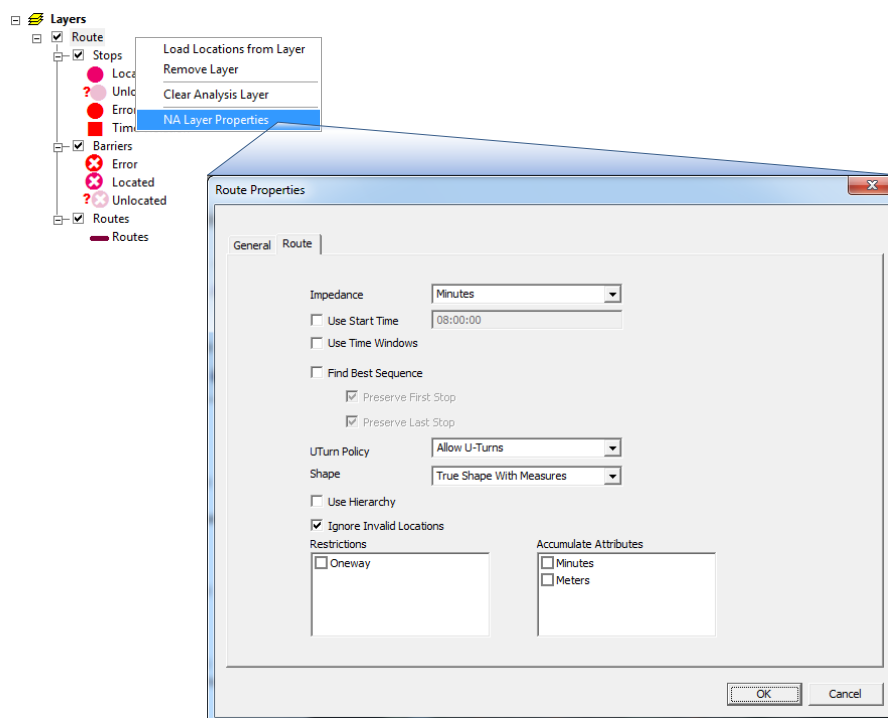
Também no topo da página 'GIS' encontra-se uma outra parte da barra de ferramentas que permite manipular as funcionalidades da extensão *Network Analyst* (Figura 6.16).





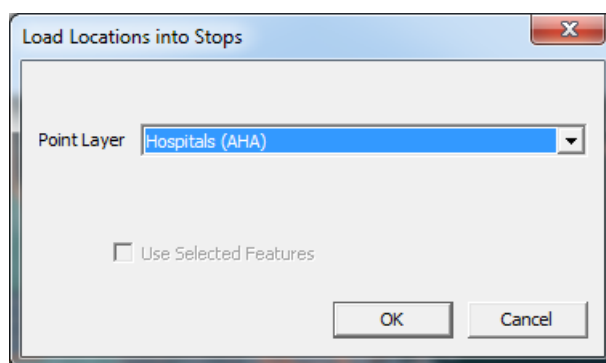
**Figura 6.16** Parte da barra de ferramentas respeitante à extensão *Network Analyst*.

Relembremos as funções desta extensão, exploradas no Subcapítulo 5.3: Rotas e Direcções, Área de Serviço, Serviço Mais Próximo, Matriz de Custos Origens-Destinos e Planeamento de Rotas de Veículos. Esta última opção, apesar de visível na barra de ferramentas, ainda não foi implementada na aplicação. Ao clicar numa destas funções é criada, na tabela de conteúdos, uma nova camada temática relativa à opção seleccionada. É através desta nova camada temática que se conseguem definir os diversos parâmetros da função seleccionada. Para isso, clica-se com o botão direito do rato sobre a camada temática gerada na tabela de conteúdos. Surge um menu de contexto e, de entre várias opções, existe a opção 'NA Layer Properties'. Esta faz surgir uma caixa de diálogo, que permite então definir os vários parâmetros da função. Na Figura 6.17 ilustra-se a situação para o caso da função Rotas e Direcções.




**Figura 6.17** Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros da função Rotas e Direcções.

A opção *'Remove Layer'* do menu de contexto elimina a camada temática da tabela de conteúdos. A opção *'Load Locations from Layer'* permite carregar os pontos (escolhendo as respectivas camadas temáticas), a partir dos quais a função executará a sua análise. Na Figura 6.18 ilustra-se a situação para o caso da função Rotas e Direcções, em que se carregam os pontos para a camada temática *'Stops'*. Por fim, a opção *'Clear Analysis Layer'* permite eliminar os dados associados à camada temática, quer os carregados através da opção *'Load Locations from Layer'*, quer os resultantes de uma análise já efectuada.



**Figura 6.18** Caixa de diálogo que permite carregar os pontos para a camada temática *'Stops'*.

A opção  da barra de ferramentas (ver Figura 6.16 – página 187) permite abrir e fechar a janela *Network Analyst* (Figura 6.19). Esta serve para ajudar a gerir as camadas temáticas desta extensão, de forma rápida e fácil. Primeiro, deve-se seleccionar na caixa de listagem pendente da janela *Network Analyst*, uma função da extensão já presente na tabela de conteúdos. Ao clicar com o botão direito do rato sobre as camadas da janela, são dadas três opções ao utilizador que, dependendo do tipo de camada, poderão estar activadas ou não. Existe sempre a possibilidade de visualizar a tabela de propriedades (ver Figura 6.11 – página 184). A primeira opção - *'Load Locations from Layer'*, que apenas está activada no caso de se tratar de uma camada do tipo pontos, é semelhante à já mencionada anteriormente ou seja, permite carregar os pontos, a partir dos quais a função executará a sua análise (Figura 6.18). A opção *'Clear Locations'*, também já mencionada, permite eliminar os dados associados à camada temática.

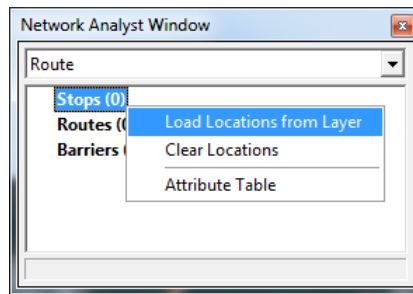





Figura 6.19 Janela *Network Analyst*.

A opção  da barra de ferramentas (ver Figura 6.16 – página 187) tem como função criar novas localizações para utilizar nas análises em rede. Esta opção constitui uma alternativa à outra opção já referida ‘*Load Locations from Layer*’, caso ainda não exista disponível uma camada temática de pontos que possa ser carregada. Clicando sobre o ícone  e depois sobre um ponto do mapa, faz com que esse ponto fique associado à camada que se encontra seleccionada na janela *Network Analyst* (Figura 6.20). A opção  da barra de ferramentas permite seleccionar e mover as localizações previamente criadas. Para tal, basta seleccionar esta opção, clicar no mapa sobre o ponto que se pretende mover e depois arrastar até ao destino pretendido.

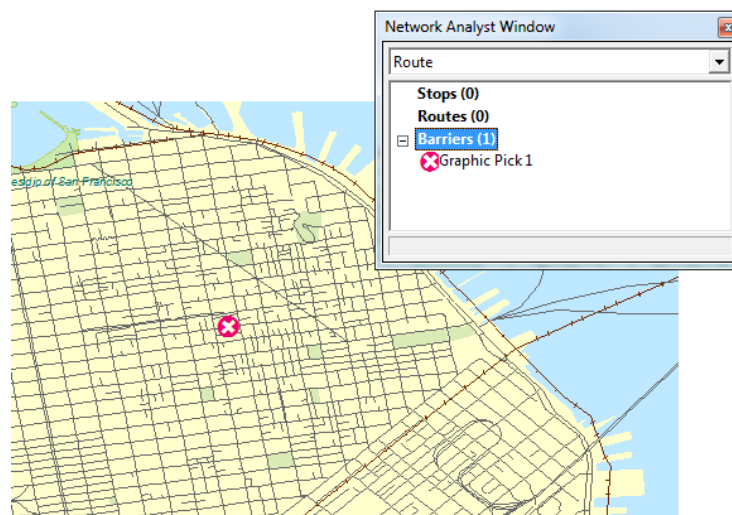



Figura 6.20 Ferramenta de inserção de um novo ponto.

Para uma certa função da extensão *Network Analyst* ser executada, tem de ser premido o ícone  da barra de ferramentas. A análise será executada, tendo em conta a rede considerada no *network dataset* da barra de ferramentas (ver Figura 6.16 – página 187). A Figura 6.21 ilustra

o resultado da determinação do caminho mais rápido entre dois pontos, passando por um terceiro ponto e considerando a existência de um obstáculo na rede. Os parâmetros considerados nesta análise foram os definidos por omissão (ver Figura 6.17 – página 187).

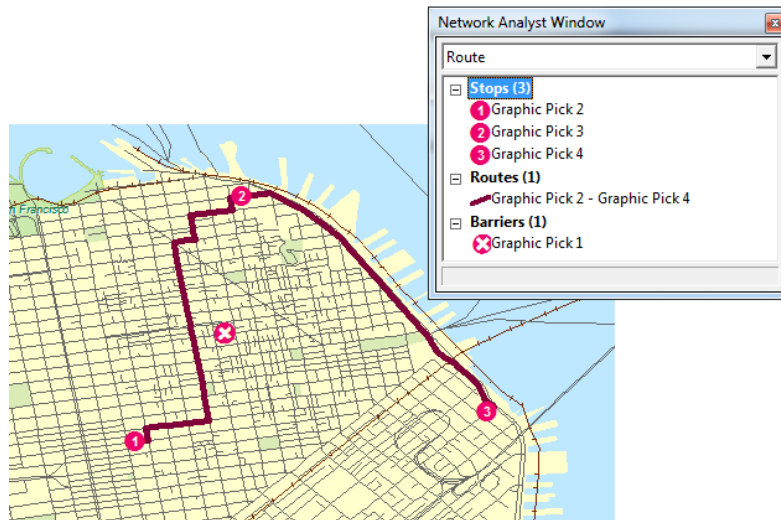


Figura 6.21 Execução de uma análise de caminho mais rápido.

Clicando na opção ↗ (ver Figura 6.16 – página 187) é possível visualizar numa janela, as direcções associadas aos trajectos calculados, relativamente à camada temática seleccionada na janela *Network Analyst* (Figura 6.22).

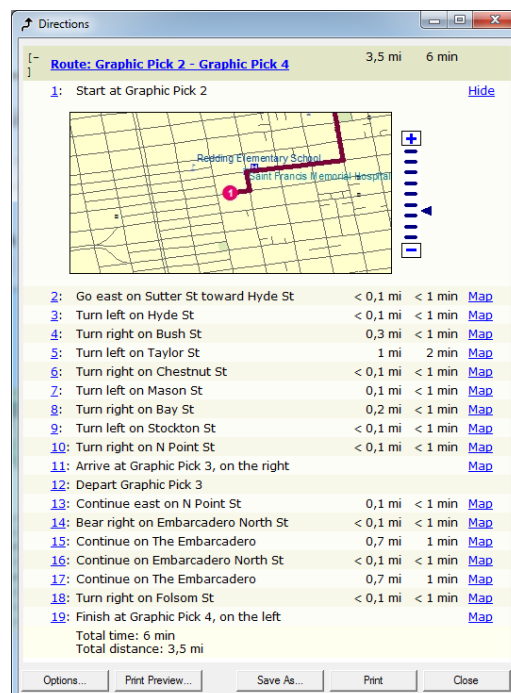
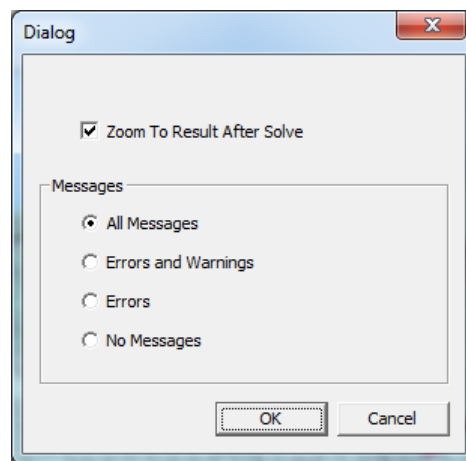


Figura 6.22 Janela que indica as direcções associadas a um caminho mais rápido.

Relativamente à barra de ferramentas da extensão *Network Analyst*, refira-se ainda que existe uma outra opção na caixa de listagem pendente '*Network Analyst*' (ver Figura 6.16 – página 187), denominada '*Properties*'. Ao clicar nesta opção, abre-se a caixa de diálogo da Figura 6.23, que permite definir duas características do *output*, qualquer que seja a função executada. Por um lado, podemos optar para que, após a execução da função, a representação dos dados geográficos seja ampliada ou reduzida, conforme o resultado obtido. Por outro lado, podemos optar por várias alternativas quanto à apresentação de mensagens de erros e avisos.



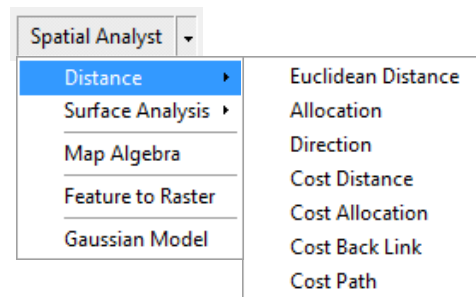
**Figura 6.23** Definições do *output* após a execução de uma função.

No Subcapítulo 5.2 foram enumeradas uma série de funcionalidades da extensão *Spatial Analyst*. Destas, nem todas podem ser directamente acedidas através do SABILOC. Isto é, muitas das funções da extensão só podem ser executadas através da sua linguagem de análise *Map Algebra*. As funções da extensão *Spatial Analyst* que podem ser directamente acedidas, através de um simples clique do rato sobre a opção pretendida da barra de ferramentas (Figura 6.24) são: análise de distâncias (*Euclidean Distance*, *Euclidean Allocation*, *Euclidean Direction*, *Cost Distance*, *Cost Allocation*, *Cost Back Link* e *Cost Path*), análise de superfícies (*Aspect*, *Contour*, *Cut/Fill*, *Hillshade*, *Slope*) e conversão de dados vectoriais em dados *raster*. Naturalmente, outras funções de uso directo poderiam ter sido implementadas.

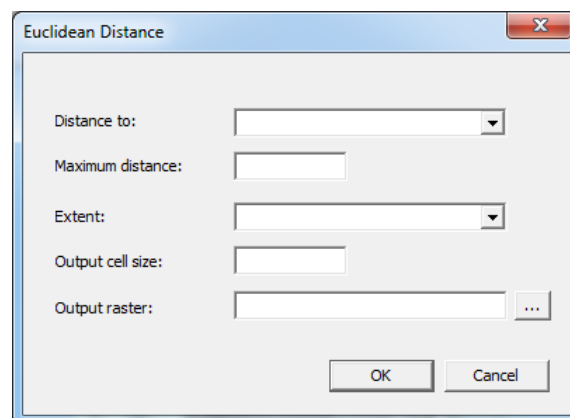
Iremos de seguida explorar o funcionamento das várias funções, através do SABILOC.

Ao clicar na opção '*Euclidean Distance*', abre-se a caixa de diálogo da Figura 6.25. É através desta janela que se definem os parâmetros da função '*Euclidean Distance*' (ver descrição no Subcapítulo 5.2), nomeadamente: uma camada temática de entrada com os pontos/regiões, a

partir da qual se calculam as distâncias Euclidianas a todas as células, considerando para efeitos de cálculo, o ponto/região mais próximo; uma distância máxima (na mesma unidade de medida que a camada temática de entrada), que define um limite para a apresentação dos valores da distância Euclidiana (caso o valor para uma dada célula ultrapasse essa distância, o *output* nessa célula será *NoData*); uma extensão, uma dimensão para as células, e um nome para o *raster* de saída. A Figura 5.8 (página 138) ilustra o resultado de uma execução desta função.



**Figura 6.24** Parte da barra de ferramentas respeitante à extensão *Spatial Analyst*.

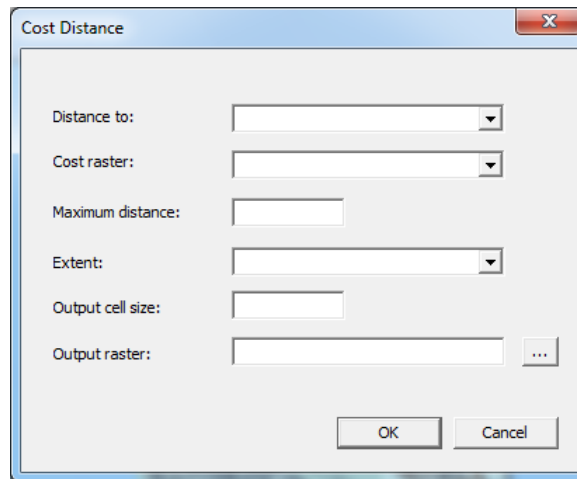


**Figura 6.25** Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros da função '*Euclidean Distance*'.

As funções de análise de distâncias '*Euclidean Allocation*' e '*Euclidean Direction*' são similares à função '*Euclidean Distance*', no que diz respeito à introdução dos parâmetros. A Figura 5.9 (página 138) ilustra o resultado de uma execução da função '*Euclidean Allocation*' e a Figura 5.10 (página 139), da '*Euclidean Direction*'.

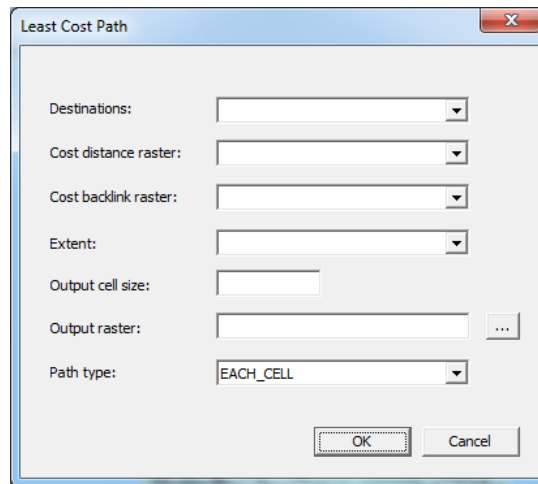
As funções '*Cost Distance*', '*Cost Allocation*' e '*Cost Back Link*' são também bastante similares entre elas, no que diz respeito à definição dos seus parâmetros (ver descrição das funções no Subcapítulo 5.2). Na Figura 6.26 apresenta-se a caixa de diálogo que permite definir

os parâmetros da função *'Cost Distance'*. Nestes três casos, comparativamente ao grupo de funções mencionado anteriormente – *'Euclidean Distance'*, *'Euclidean Allocation'* e *'Euclidean Direction'*, é adicionalmente requerida a inserção de um *raster* de custo. A distância máxima é dada na mesma unidade de medida que o *raster* de custo. A Figura 5.11 (página 139) ilustra o resultado de uma execução da função *'Cost Distance'*, a Figura 5.12 (página 140), da função *'Cost Allocation'* e a Figura 5.13 (página 140), da *'Cost Back Link'*.



**Figura 6.26** Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros da função *'Cost Distance'*.

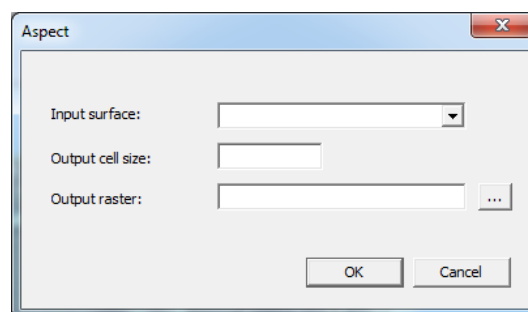
A função *'Cost Path'*, também mencionada no Subcapítulo 5.2, determina o caminho mais curto de um conjunto de pontos/regiões de origem a um conjunto de pontos/regiões de destino, com base no *output* das ferramentas *Cost Distance* e *Cost Back Link*. Ao clicar na opção *'Cost Path'* da caixa de ferramentas, abre-se a caixa de diálogo da Figura 6.27. A primeira caixa de listagem pendente corresponde ao *raster* com os pontos/regiões de destino, para os quais se pretende determinar o caminho mais curto. A segunda e terceira caixa de listagem pendente têm como intuito a selecção dos dados *raster*, respectivamente os *outputs* das ferramentas *Cost Distance* e *Cost Back Link*, que indicam de forma implícita as origens. A última caixa de listagem pendente – *'Path type'* – define a forma como os pontos/regiões de destino são interpretados nos cálculos do caminho mais curto.



**Figura 6.27** Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros da função ‘Cost Path’.

Relativamente às funções de análise de superfícies, a barra de ferramentas respeitante à extensão *Spatial Analyst* (Figura 6.24 – página 192), disponibiliza cinco opções: ‘Aspect’, ‘Contour’, ‘Cut/Fill’, ‘Hillshade’ e ‘Slope’. Todas estas funções já foram descritas e, quase todas ilustradas, no Subcapítulo 5.2.

Ao clicar na opção ‘Aspect’, abre-se a caixa de diálogo da Figura 6.28, em que apenas é requerido um *raster* de entrada, uma dimensão para as células e um nome para o *raster* de saída. Neste caso, a extensão do *raster* de saída será a mesma do *raster* de entrada.

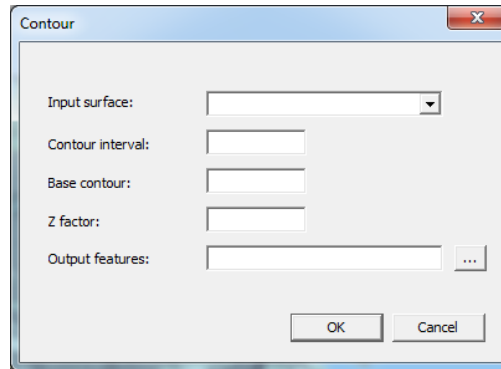


**Figura 6.28** Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros da função ‘Aspect’.

A função ‘Contour’ requer como parâmetros: um *raster* de entrada, um valor positivo que defina o intervalo entre as isolinhas, um valor que defina a primeira isolinha a ser traçada (todas as restantes são traçadas acima ou abaixo desse valor, até cobrir toda a variação de valores do *raster* de entrada), um factor de ajustamento *z* e um nome para o *output* (Figura 6.29). Nesta função, o resultado é dado no formato vectorial (linhas). O factor de ajustamento *z*

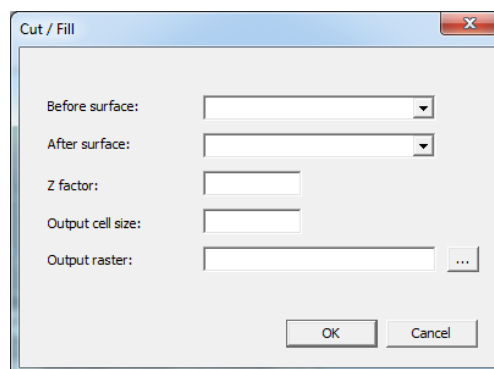


ajusta a unidade de medida dos valores do *raster* de entrada, quando estes são diferentes da unidade de medida do próprio *raster*. Por exemplo, se os valores do *raster* de entrada estiverem em pés e a unidade de medida do *raster* for metros, deve usar-se um factor de ajustamento  $z$  igual a 0,3048 de modo a converter os dados, de pés para metros (1 pé é igual a 0,3048 metros).



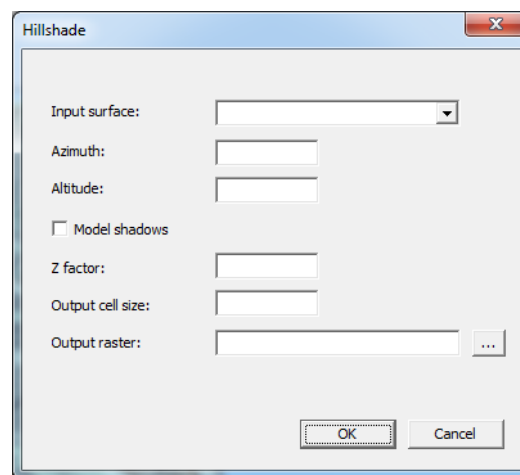
**Figura 6.29** Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros da função 'Contour'.

A caixa de diálogo da Figura 6.30 permite definir os parâmetros da função 'Cut / Fill', que tem como intuito identificar as áreas e os volumes das superfícies onde houve erosão ou deposição, tendo em conta duas superfícies *raster* de uma mesma região, correspondentes a períodos temporais distintos. Os dados requeridos para a execução da função são: duas superfícies *raster* de entrada, um factor de ajustamento  $z$ , uma dimensão para as células e um nome para o *raster* de saída. Todos estes parâmetros já foram mencionados em funções anteriores.



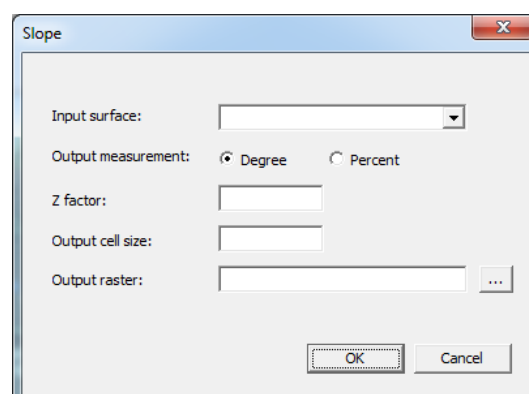
**Figura 6.30** Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros da função 'Cut / Fill'.

Relativamente à função '*Hillshade*', a caixa de diálogo da Figura 6.31 requer que se definam os seguintes parâmetros: um *raster* de entrada, uma altitude de uma fonte de iluminação (declive ou ângulo da fonte, dada em graus a partir da cota 0), um azimute de uma fonte de iluminação (direcção angular, em graus positivos, medidos a partir do ponto cardeal Norte, no sentido dos ponteiros do relógio), a consideração ou não de sombras, um factor de ajustamento *z*, uma dimensão para as células e um nome para o *raster* de saída. Com a execução desta função obtém-se um *raster*, cujas células indicam hipotéticos valores de iluminação. A Figura 5.5 (página 136) ilustra uma execução desta função.



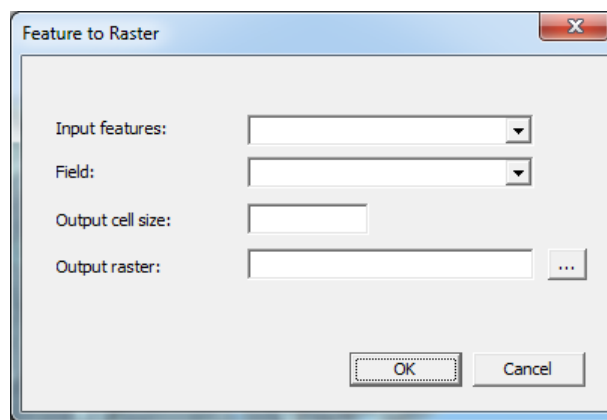
**Figura 6.31** Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros da função '*Hillshade*'.

Ao clicar na opção '*Slope*' da barra de ferramentas, abre-se a caixa de diálogo da Figura 6.32, que permite definir os parâmetros da função. Os parâmetros são já conhecidos das funções anteriores, solicitando-se ainda ao utilizador que indique se pretende o *raster* de saída expresso em graus ou em percentagem.



**Figura 6.32** Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros da função '*Slope*'.

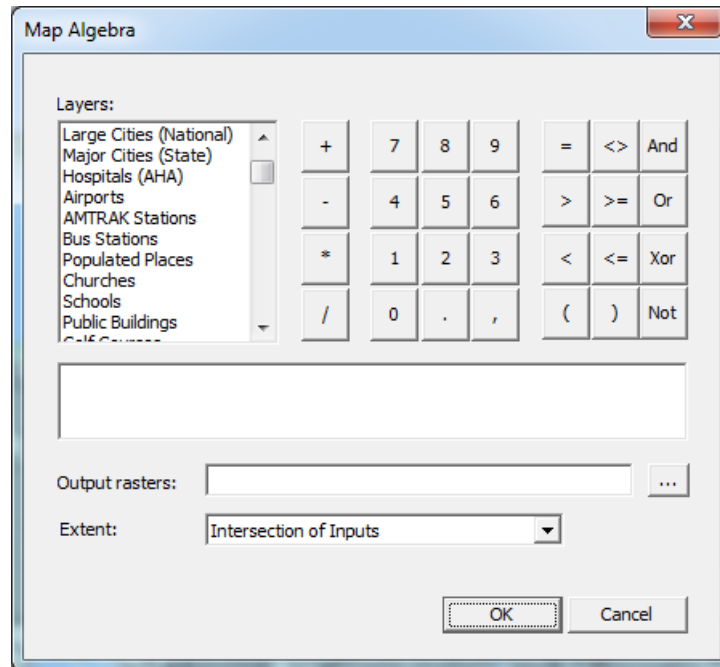
Uma outra função de grande utilidade, implementada no SABILOC, é a ferramenta que converte dados vectoriais em dados *raster*. A maior parte dos dados geomorfológicos existe disponível no formato vectorial. Geralmente, para manipular e analisar os dados através das várias funções da extensão *Spatial Analyst*, é necessário proceder-se a esta operação de conversão. Para tal, clica-se na opção '*Feature to Raster*' (ver Figura 6.24 – página 192) e preenche-se a caixa de diálogo da Figura 6.33. Os parâmetros requeridos são: um elemento de entrada no formato vectorial, um campo da tabela de propriedades do elemento de entrada, que será usado para atribuir valores ao *raster* de saída, uma dimensão para as células e um nome para o *raster* de saída.



**Figura 6.33** Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros da função '*Feature to Raster*'.

Tal como já referido, a linguagem de análise *Map Algebra* é extremamente importante, uma vez que a partir dela é possível concretizar a maior parte das funcionalidades da extensão *Spatial Analyst*. Assim sendo, não poderíamos deixar de implementar no SABILOC uma ferramenta que permitisse manipular esta linguagem de análise. Para funcionar com a ferramenta, clica-se na opção *Map Algebra* da barra de ferramentas (ver Figura 6.24 – página 192) e abre-se a caixa de diálogo da Figura 6.34. Esta caixa apresenta, do lado esquerdo, todas as camadas temáticas que fazem parte da tabela de conteúdos. Disponibiliza também alguns botões com dígitos, operadores, sinais, ponto, vírgula e parênteses curvos para facilitar a inserção dos comandos. Logo abaixo, um espaço vazio onde é possível inserir o comando *Map Algebra*. Refira-se, mais uma vez, que para um estudo mais detalhado desta funcionalidade recomendamos a consulta do *site* de ajuda do *ArcGIS Desktop* [51]. Note-se que apesar do ArcGIS permitir a inserção de vários comandos *Map Algebra* de uma só vez, o SABILOC não o

permite. Antes da execução do comando também têm de ser inseridos o nome e a extensão pretendida para o *output*. Veremos mais adiante, e também na Subsecção 6.2.3, vários exemplos de comandos *Map Algebra*.



**Figura 6.34** Caixa de diálogo que permite funcionar com a linguagem *Map Algebra*.

Uma outra funcionalidade implementada e disponibilizada na barra de ferramentas é a função *Gaussian Model*. Saliente-se que esta função foi originalmente implementada no SIG integrado, sem que exista a funcionalidade no próprio ArcGIS. Esta função permite caracterizar a dispersão espacial de um determinado poluente a partir de uma fonte poluidora pontual. Com base nas emissões de um poluente e nas condições atmosféricas, um modelo de dispersão pode ser usado para estimar concentrações desse poluente em qualquer ponto geográfico. O modelo de dispersão Gaussiano (Beychok [16]) é a técnica mais usada para estimar o impacto de poluentes não reactivos. Assume que a dispersão dos poluentes na atmosfera tem uma distribuição de probabilidade Gaussiana. É simples para permitir visualizar os efeitos da dispersão e também flexível o suficiente para incluir outros fenómenos atmosféricos. Tal como vimos anteriormente, alguns autores (Wyman e Kuby [152][153], Alçada-Almeida et al. [2], Zhang et al. [154]) recorreram de alguma forma ao modelo de dispersão Gaussiano, no estudo de problemas de localização.

O modelo de dispersão Gaussiano é formulado da seguinte forma:

$$C(x, y, z, h_e) = \frac{Q}{2\pi\mu\sigma_y\sigma_z} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\sigma_y}\right)^2\right) \times \left[ \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-h_e}{\sigma_z}\right)^2\right) + \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z+h_e}{\sigma_z}\right)^2\right) \right]$$

onde  $C$  é o nível de concentração médio do poluente ( $g/m^3$ ) em qualquer coordenada  $(x, y, z)$  com origem na base da fonte pontual, o eixo  $z$  corresponde à cota (em metros), o eixo  $x$  é definido pela direcção do vento e o eixo  $y$  é definido pela direcção horizontal perpendicular ao eixo  $x$ , ambos em metros. Note-se que para  $z = 0$  obtém-se o nível de concentração no solo, sendo indicativo do impacto causado pelos poluentes, por exemplo na população. O parâmetro  $h_e$  é a altura efectiva, em metros, da emissão dos poluentes (soma da altura real da fonte/chaminé com uma sobrelevação),  $Q$  é a taxa de emissão de poluentes ( $g/s$ ) (contínua e constante),  $u$  é a velocidade média do vento ( $m/s$ ) (constante) na direcção do eixo  $x$ ,  $\sigma_y$  e  $\sigma_z$  são os coeficientes de dispersão em metros (desvios padrão das distribuições gaussianas horizontal e vertical), respectivamente na direcção dos eixos  $y$  e  $z$  (naturalmente, dependentes da distância  $x$  à fonte emissora). Dependem também da estabilidade atmosférica, que por sua vez, é afectada por diversos factores, tais como a hora do dia, as radiações solares, a velocidade do vento e a nebulosidade. Por conveniência, esta estabilidade atmosférica pode ser definida por níveis – classes de estabilidade. As categorias mais usadas são as classes de estabilidade de Pasquill-Gifford, que vão de  $A$  a  $F$ , onde a classe  $A$  corresponde à classe mais instável e a  $F$  à mais estável. Naturalmente, o resultado do modelo depende em grande medida dos dois coeficientes de dispersão. Assim, para definir os valores dos parâmetros  $\sigma_y$  e  $\sigma_z$  podemos recorrer a diversas tabelas existentes na literatura com estimativas para esses valores. Alternativamente, existem fórmulas matemáticas que tentam reflectir essas estimativas. As mais conhecidas são  $\sigma_y = ax^b$  e  $\sigma_z = cx^d$ , em que  $a, b, c$  e  $d$  dependem da distância  $x$  e da classe de estabilidade. No caso do modelo de dispersão gaussiano implementado no SABILOC optámos por utilizar a equação publicada por McMullen [104]:

$$\sigma = \exp(I + J(\ln x) + K(\ln x)^2)$$

onde  $\sigma$  é o coeficiente de dispersão para áreas rurais, em metros;  $x$  é a distância na direcção do vento, em quilómetros;  $I, J$  e  $K$  são os parâmetros apresentados na Tabela 6.1.

**Tabela 6.1** Parâmetros utilizados na equação publicada por McMullen [104].

Classe de estabilidade de Pasquill-Gifford	$\sigma_z$			$\sigma_y$		
	<i>I</i>	<i>J</i>	<i>K</i>	<i>I</i>	<i>J</i>	<i>K</i>
<i>A</i>	6.035	2.1097	0.2770	5.357	0.8828	- 0.0076
<i>B</i>	4.694	1.0629	0.0136	5.058	0.9024	- 0.0096
<i>C</i>	4.110	0.9201	- 0.0020	4.651	0.9181	- 0.0076
<i>D</i>	3.414	0.7371	- 0.0316	4.230	0.9222	- 0.0087
<i>E</i>	3.057	0.6794	- 0.0450	3.922	0.9222	- 0.0064
<i>F</i>	2.621	0.6564	- 0.0540	3.533	0.9181	- 0.0070

Esta última equação é apropriada quando a dispersão acontece em meios rurais. Estudos empíricos mostram que a dispersão dos poluentes em áreas urbanas ou altamente industrializadas apresenta mais turbulência do que em áreas rurais, devido aos edifícios e a outras construções, e também devido a temperaturas usualmente mais altas. A turbulência adicional gerada pela urbanização é suficiente para alterar a estabilidade atmosférica para uma classe mais instável que a supostamente definida pelas condições meteorológicas. Assim, uma forma de lidar com os coeficientes de dispersão em meios urbanos é considerar classes de estabilidade mais instáveis. Outra possibilidade consiste em utilizar diferentes coeficientes de dispersão, mantendo a classe de estabilidade definida pelas condições meteorológicas. Existem diversas alternativas propostas na literatura. No SABILOC, implementámos a equação dada por Gifford [71], para obter os coeficientes de dispersão para meios urbanos:

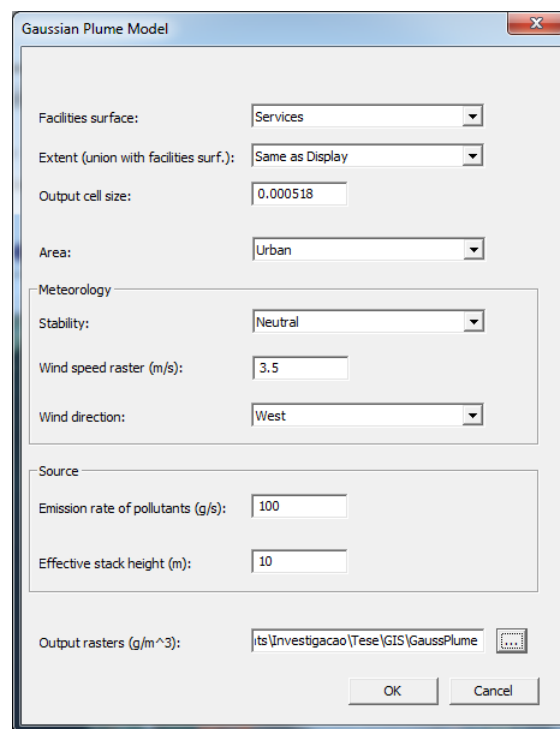
$$\sigma = (Lx)(1 + Mx)^N$$

onde  $\sigma$  é o coeficiente de dispersão para áreas urbanas, em metros;  $x$  é a distância na direcção do vento, em quilómetros;  $L$ ,  $M$  e  $N$  são os parâmetros apresentados na Tabela 6.2.

Para utilizar a função agora descrita, clica-se na opção 'Gaussian Model' da barra de ferramentas do SABILOC, e abre-se a caixa de diálogo da Figura 6.35. A partir desta é possível estabelecer todos os parâmetros do modelo.

**Tabela 6.2** Parâmetros utilizados na equação publicada por Gifford [71].

Classe de estabilidade de Pasquill-Gifford	$\sigma_z$			$\sigma_y$		
	<i>L</i>	<i>M</i>	<i>N</i>	<i>L</i>	<i>M</i>	<i>N</i>
<i>A – B</i>	240	1.00	0.50	320	0.40	- 0.50
<i>C</i>	200	0.00	0.00	220	0.40	- 0.50
<i>D</i>	140	0.30	- 0.50	160	0.40	- 0.50
<i>E – F</i>	80	1.50	- 0.50	110	0.40	- 0.50



**Figura 6.35** Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros do modelo de dispersão Gaussiano.

De forma a ilustrar a ferramenta, optámos por calcular a dispersão de um determinado poluente a partir de três fontes poluidoras. Estas situam-se numa área urbana, com vento predominantemente de Oeste e com uma velocidade média de 3.5 *m/s*, e supusemos uma classe de estabilidade atmosférica neutra, uma taxa de emissão de poluentes de 100 *g/s* e uma altura efectiva da emissão dos poluentes de 10 *m*. O modelo implementado no SABILOC elimina do resultado obtido 0,1% da amplitude da concentração do poluente, em termos de valores mais baixos. O resultado pode ser visualizado na Figura 6.36:

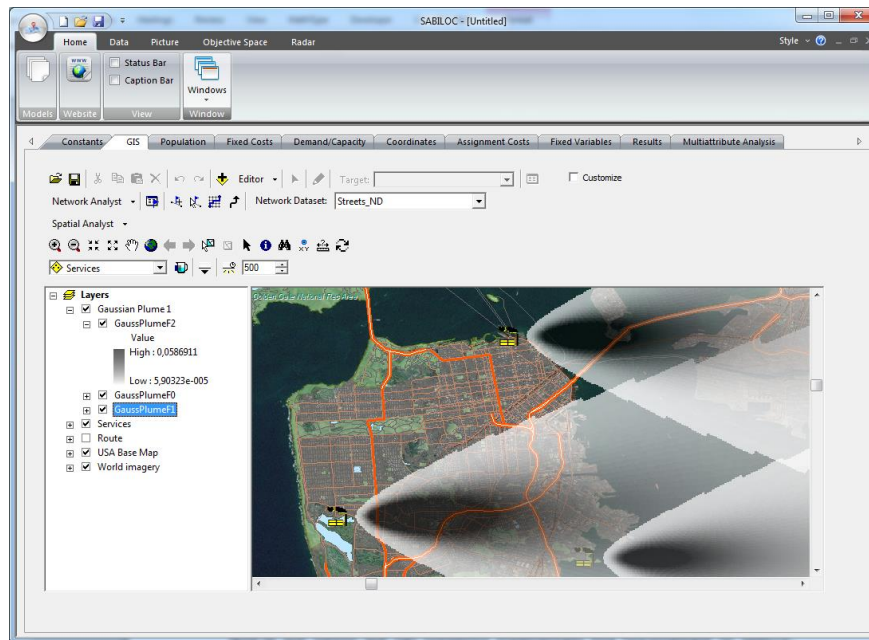


Figura 6.36 Exemplo ilustrativo do modelo de dispersão Gaussiano.

Note-se que mesmo que não tivéssemos implementado esta funcionalidade no SABILOC, recorrendo à linguagem de análise *Map Algebra* seria possível executar este modelo de dispersão gaussiano ou um outro semelhante. Para o caso do exemplo mostrado na Figura 6.36, assumindo que 'rastfac1' corresponde ao *raster* (num sistema de coordenadas em que a unidade de medida está em metros) com valor igual a 1 na célula correspondente ao local de uma das fontes poluidoras, os comandos a executar para obter uma das nuvens de poluição seriam os seguintes (à frente de duas barras colocou-se o nome dado ao elemento de saída, não fazendo parte do comando):

```

1. eucdistance([rastfac1]) // output = rastdisfac1
2. eucdirection([rastfac1]) // output = rastdirfac1
3. [rastdisfac1] * sin(([rastdirfac1] - 180) / 57.296) // output = Xdistfac1
4. abs([rastdisfac1] * cos(([rastdirfac1] - 180) / 57.296)) // output =
   Ydistfac1
5. con([Xdistfac1] > 0, 0.140 * Xdistfac1 * pow(1 + 0.0003 * Xdistfac1, -0.5))
   // output = sigmaZ1
6. con([Xdistfac1] > 0, 0.160 * Xdistfac1 * pow(1 + 0.0004 * Xdistfac1, -0.5))
   // output = sigmaY1
7. con([Xdistfac1] > 0, (100 / (3.14159265 * [sigmaY1] * [sigmaZ1] * 2)) *
   (exp(-0.5 * pow((Ydistfac1) / [sigmaY1]), 2))) * (exp(-0.5 * pow((25 /
   [sigmaZ1]), 2))), 0) // output = gauss1

```



```
8. con([gauss1] <= zonalmin(int([gauss1] * 0), [gauss1]) +
    zonalrange(int([gauss1] * 0), [gauss1]) * 0.001, setnull([gauss1]),
    [gauss1])
```

onde eucdistance, eucdirection e setnull são respectivamente as funções *Euclidean Distance*, *Euclidean Direction* e *Set Null* apresentadas no Subcapítulo 5.2; abs, cos, sin, exp e pow são respectivamente as funções matemáticas módulo, coseno, seno, exponencial e potência; int é uma função que trunca para inteiro os valores das células; zonalmin é uma função de dois argumentos, que determina o valor mínimo de todas as células do *raster* do segundo argumento, nas regiões definidas pelo *raster* do primeiro argumento; zonalrange é uma função semelhante à anterior mas determina o valor da amplitude em vez do valor mínimo.

Para finalizar, refira-se que existem ainda uma série de funcionalidades interessantes na barra de ferramentas que servem unicamente para manipular graficamente a representação gráfica dos dados (Figura 6.37).



**Figura 6.37** Parte da barra de ferramentas do SIG que permite manipular a representação gráfica dos dados.

### 6.2.2.3 Página 'Coordinates'

Em muitas situações reais, os dados geográficos apropriados para a utilização no SIG não se encontram facilmente disponíveis ou então, são financeiramente demasiado dispendiosos. Como alternativa simples ao SIG integrado, pode usar-se a página 'Coordinates' do SABILOC para representar graficamente o problema em estudo (Figura 6.38). Os mapas gerados nesta página não são visualmente tão apelativos quanto os gerados com o SIG integrado. No entanto, permitem dar uma boa percepção do problema, e posteriormente, das soluções propostas. Para se poder usar a página 'Coordinates', exige-se que se introduzam as coordenadas dos nodos da rede e as distâncias (custos) dos arcos existentes entre os diversos pontos. Estes dados, como iremos ver, podem ser obtidos de diversas formas, nomeadamente: manualmente introduzidos nas grelhas da página; copiados de uma outra aplicação externa e colados na página; gerados de forma aleatória, segundo uma distribuição uniforme; a partir do SIG integrado e carregados a partir de um ficheiro externo.

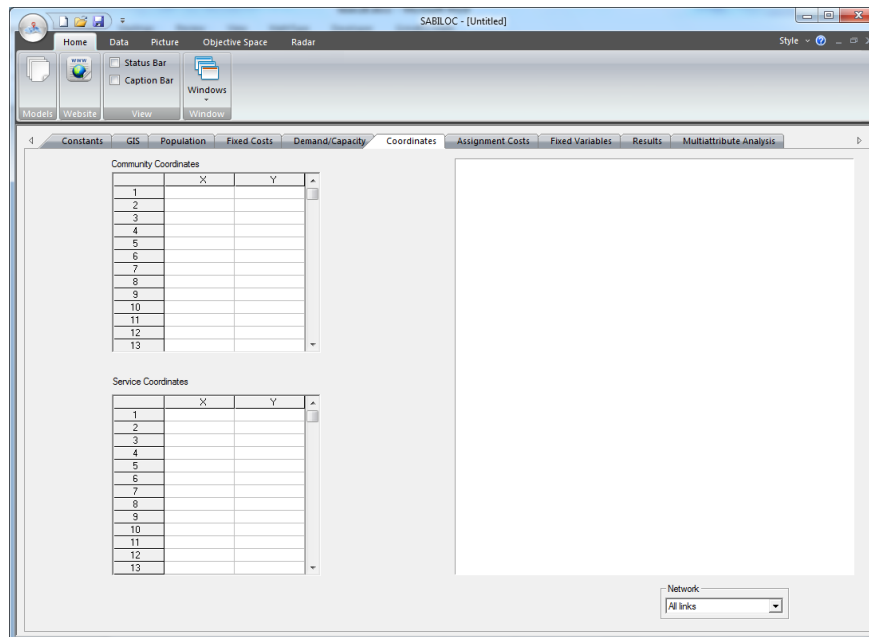






Figura 6.38 Página 'Coordinates'.

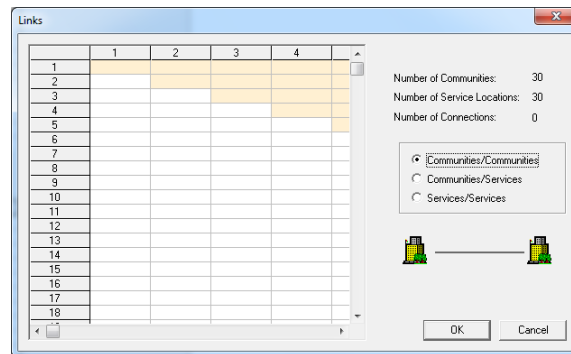
É agora oportuno explorar algumas opções da barra de ferramentas do SABILOC. Após a inicialização de um novo modelo, a barra de ferramentas disponibiliza várias novas opções, agrupadas em várias categorias, para além da categoria inicial 'Home'. Uma das categorias novas é a denominada 'Data', que contém vários painéis (Figura 6.39).




Figura 6.39 Categoria 'Data' da barra de ferramentas.

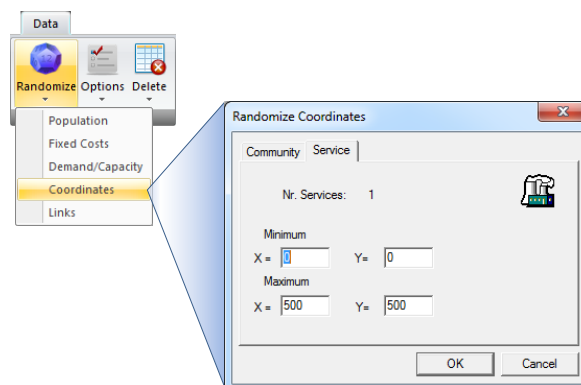
O painel 'Clipboard' possui as funções usuais 'Paste' , 'Copy' , 'Cut'  e 'Select All'. As três primeiras permitem respectivamente Colar, Copiar e Cortar os dados da/para a Área de Transferência do Windows. A última opção permite seleccionar todos os dados de uma grelha de valores. As teclas de atalho também são as usuais para estas funções, respectivamente: Ctrl+V, Ctrl+C, Ctrl+X e Ctrl+A. No SABILOC, estas funções operam unicamente sobre as grelhas de valores, de qualquer uma das páginas dos modelos. Uma vez que algumas páginas possuem mais do que uma grelha, torna-se necessário clicar primeiro sobre a grelha, em que se pretenda executar a operação.

No lado esquerdo da página 'Coordinates' (ver Figura 6.38), encontram-se as grelhas que permitem definir as coordenadas dos nodos da rede. Para visualizar e editar as grelhas relativas aos arcos existentes entre os diversos pontos, é necessário clicar na opção 'Links' , do painel 'View' da barra de ferramentas (ver Figura 6.39), e abre-se a caixa de diálogo da Figura 6.40.



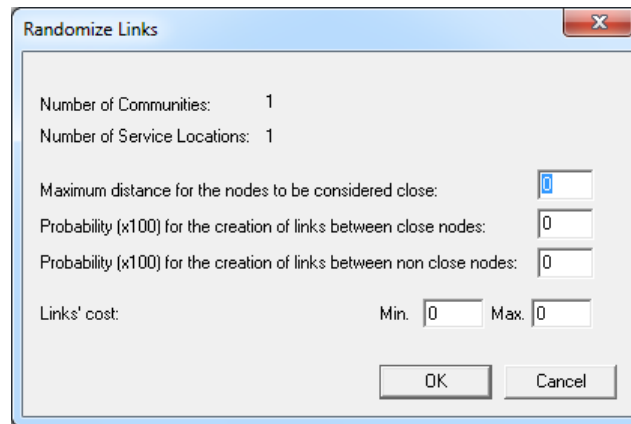
**Figura 6.40** Caixa de diálogo que permite definir os arcos da rede e as respectivas distâncias.

Os dados necessários a esta página também podem ser gerados de forma aleatória, segundo uma distribuição uniforme, utilizando certas funções do SABILOC. Assim, ao premir o botão 'Randomize'  do painel 'Data Tools' e depois, ao seleccionar a opção 'Coordinates', surge uma caixa de diálogo (Figura 6.41) que permite introduzir os valores mínimos e máximos, entre os quais serão geradas as coordenadas dos serviços e das comunidades. Por omissão, o sistema considera os valores mínimos iguais a zero e os máximos iguais a quinhentos.



**Figura 6.41** Caixa de diálogo que permite gerar as coordenadas aleatoriamente.

De forma similar, os arcos da rede também podem ser gerados aleatoriamente, através da caixa de diálogo da Figura 6.42, que se abre ao seleccionar a mesma opção 'Randomize' e depois 'Links'.

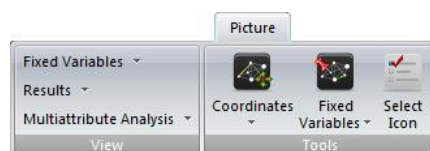


**Figura 6.42** Caixa de diálogo que permite gerar os arcos e respectivas distâncias aleatoriamente.


Nesta caixa de diálogo, pede-se ao utilizador que introduza:

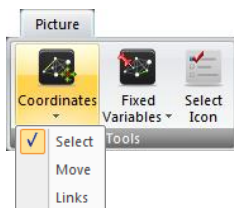
- A distância Euclidiana máxima para que se considerem dois nodos como próximos entre si;
- A probabilidade (multiplicada por 100) de existirem arcos entre nodos da rede próximos entre si, considerando a distância Euclidiana;
- A probabilidade (multiplicada por 100) de existirem arcos entre os nodos da rede não próximos entre si, mais uma vez considerando a distância Euclidiana;
- Os valores mínimos e máximos para os custos (comprimentos) dos arcos gerados.

Refira-se que é possível alterar as coordenadas dos nodos, bem como definir os arcos e os seus respectivos comprimentos ou custos, através do premir e do mover do rato sobre a imagem da rede, tendo para tal que seleccionar as opções apropriadas da barra de ferramentas. Estas opções encontram-se na categoria 'Picture' da barra de ferramentas (Figura 6.43).



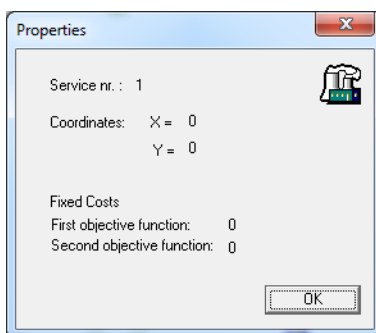
**Figura 6.43** Categoria 'Picture' da barra de ferramentas.

Existem três opções disponíveis ao premir o botão 'Coordinates'  do painel 'Tools' (Figura 6.44).




**Figura 6.44** Opções da barra de ferramentas que permitem trabalhar sobre a imagem da rede.

A opção 'Select' tem como única função visualizar as propriedades das comunidades e dos equipamentos. Assim, ao premir o botão do rato sobre um nodo da rede, são visualizadas certas propriedades desse nodo numa caixa de diálogo. Caso seja uma comunidade, as propriedades correspondem somente às coordenadas, e caso seja um equipamento, correspondem às coordenadas e aos custos fixos associados a esse equipamento (Figura 6.45).





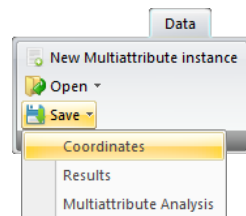
**Figura 6.45** Caixa de diálogo que permite visualizar propriedades dos nodos da rede.

Seleccionando a opção 'Move', e premindo o botão do rato sobre um dos nodos (comunidade ou equipamento) da imagem, é possível movimentar esse nodo para outra coordenada, sendo os valores da grelha actualizados automaticamente. A selecção da opção 'Links' permite traçar um arco na rede, tendo para tal que premir o botão do rato num nodo e largá-lo noutra. Esta acção faz com que se abra uma caixa de diálogo que possibilita ver e modificar os valores dos custos desse arco.

Existe ainda uma outra opção denominada 'Select Icon'  (também na categoria 'Picture' e no painel 'Tools'), que permite alterar a aparência dos nodos da rede. Inicialmente, a aparência dos nodos depende do número de serviços e comunidades.

Apesar da utilização da página 'Coordinates' fazer mais sentido quando não existem dados geográficos disponíveis para adicionar ao SIG integrado, as coordenadas dos nodos e os comprimentos ou custos dos arcos existentes entre os nodos, tal como já vimos aquando da exploração da página 'GIS', podem ser obtidas a partir do SIG integrado, através das opções 'Export Data' das tabelas de coordenadas e de propriedades.

A informação relativa às coordenadas dos equipamentos e das comunidades, aos arcos e respectivos custos, é guardada e carregada, de forma independente dos ficheiros iniciais da aplicação, através de um ficheiro de extensão 'crd' (a estrutura do ficheiro encontra-se nos Anexos – página 308). Para conseguir gravar e ler, temos que seleccionar respectivamente os ícones 'Save'  (Figura 6.46) e 'Open'  da barra de ferramentas (categoria 'Data' e painel 'File'), e depois a opção 'Coordinates'.



**Figura 6.46** Categoria 'Data' e painel 'File' da barra de ferramentas.

#### 6.2.2.4 Página 'Fixed Costs'

Uma outra página existente em todos os modelos implementados é a página 'Fixed Costs', que tem como intuito a inserção dos custos fixos para cada função objectivo. Em termos dos modelos bicritério implementados, os custos fixos correspondem aos parâmetros  $h_j$  e  $g_j$  dos modelos de localização simples, de  $p$ -localização e de localização com capacidades, e aos parâmetros  $h_{jt}$  e  $g_{jt}$  do modelo de localização com capacidades por níveis. A Figura 6.47 ilustra a página 'Fixed Costs', para o caso de um dos três primeiros modelos.

Existem várias alternativas para a inserção dos valores nesta página. Tal como já mencionado, caso os dados estejam disponíveis numa tabela de propriedades, relativa a uma camada temática do SIG integrado, então estes dados poderão ser directamente exportados para o SABILOC através da opção 'Export Data'. Uma outra alternativa consiste em gerar os custos fixos de forma aleatória, com distribuição uniforme. Para gerar os custos fixos

aleatoriamente, basta clicar na opção 'Randomize' da barra de ferramentas (categoria 'Data' e painel 'Data Tools') e depois 'Fixed Costs' (Figura 6.48). Surge uma caixa de diálogo que permite especificar os valores mínimos e máximos para os custos fixos de ambas as funções objectivo.

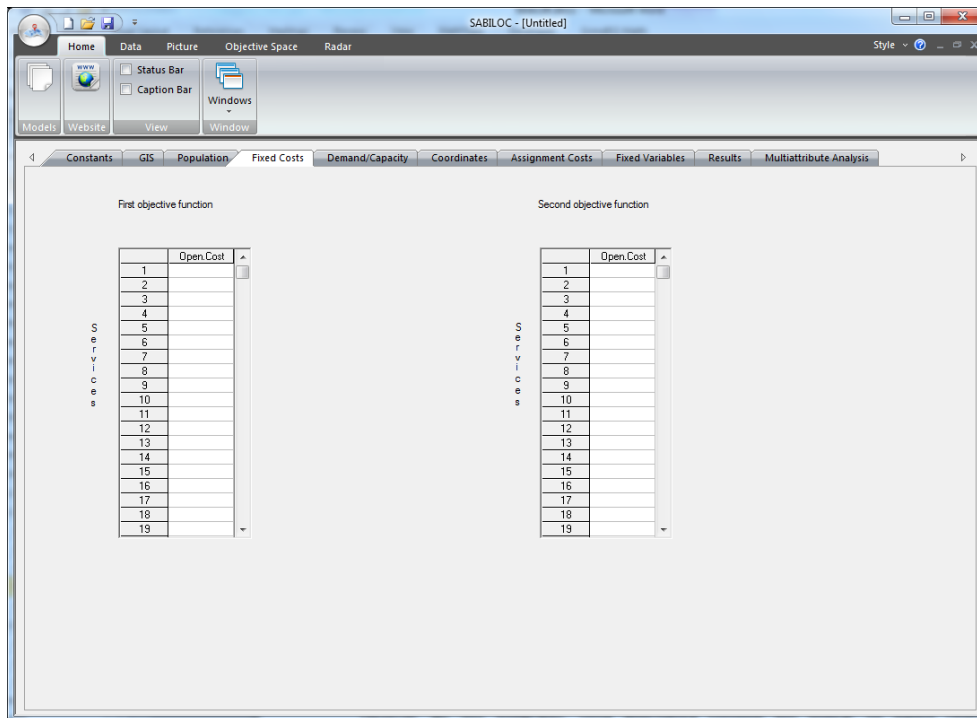


Figura 6.47 Página 'Fixed Costs'.

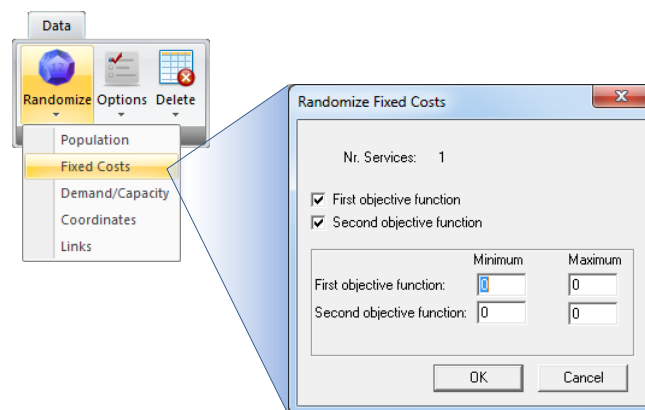



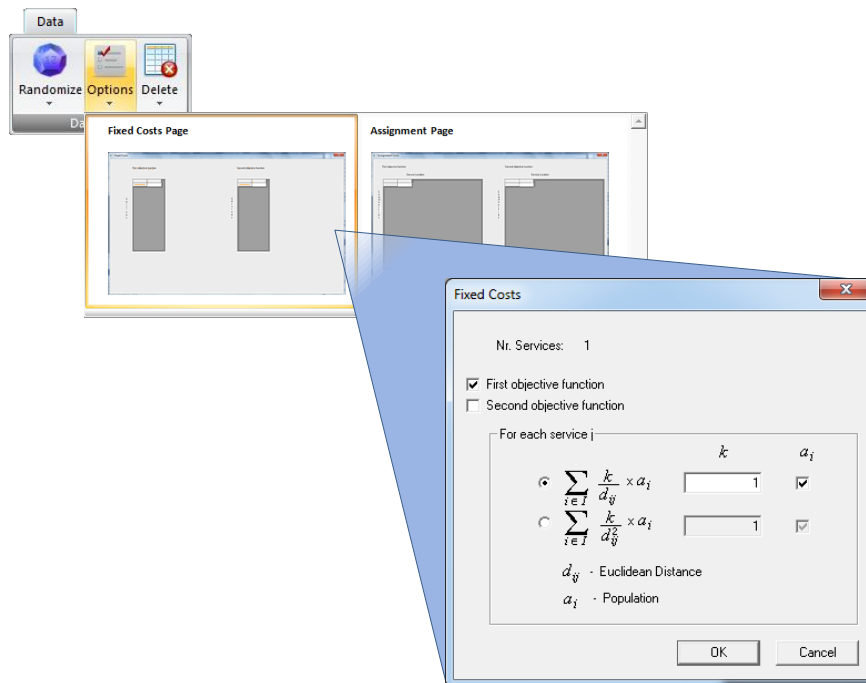
Figura 6.48 Caixa de diálogo que permite gerar os custos fixos de forma aleatória.

Com base nas coordenadas dos nodos da rede e nos custos (comprimentos) dos arcos existentes entre os nodos, também podem ser gerados os custos fixos para ambas as funções

objectivo. Ao clicar no botão 'Options' , que se encontra no painel 'Data Tools' da categoria 'Data', e depois seleccionando a opção 'Fixed Costs', abre-se uma caixa de diálogo (Figura 6.49), que permite definir os custos fixos do problema, usando dois critérios diferentes:

$$\sum_{i \in I} \frac{k}{d_{ij}} a_i, j \in J \quad \text{e} \quad \sum_{i \in I} \frac{k}{d_{ij}^2} a_i, j \in J$$

onde  $I$  é o conjunto de comunidades a servir;  $J$  é o conjunto de possíveis locais para a instalação dos equipamentos;  $d_{ij}$  é a distância Euclidiana entre a comunidade  $i$  e o potencial local em  $j$ , tendo em conta as coordenadas dos pontos, introduzidas na página 'Coordinates';  $a_i$  é a população da comunidade  $i$  (esta informação terá de ser introduzida numa página para o efeito ainda não mencionada), e  $k$  é uma constante de proporcionalidade.



**Figura 6.49** Caixa de diálogo que permite definir os custos fixos.

Estes dois critérios são já conhecidos da revisão bibliográfica realizada. Pretende-se com eles dar uma medida do efeito obnócio exercido por um equipamento instalado em  $j$ , sobre a população de todas as comunidades. Considera-se assim, uma medida inversamente proporcional à distância Euclidiana (no segundo caso, ao quadrado) e directamente proporcional à população.



### 6.2.2.5 Página 'Assignment Costs'

A página 'Assignment Costs', também existente em todos os modelos, tem como intuito a inserção dos custos de afectação para cada função objectivo, correspondentes aos parâmetros  $l_{ij}$  e  $d_{ij}$  dos quatro modelos implementados (Figura 6.50).

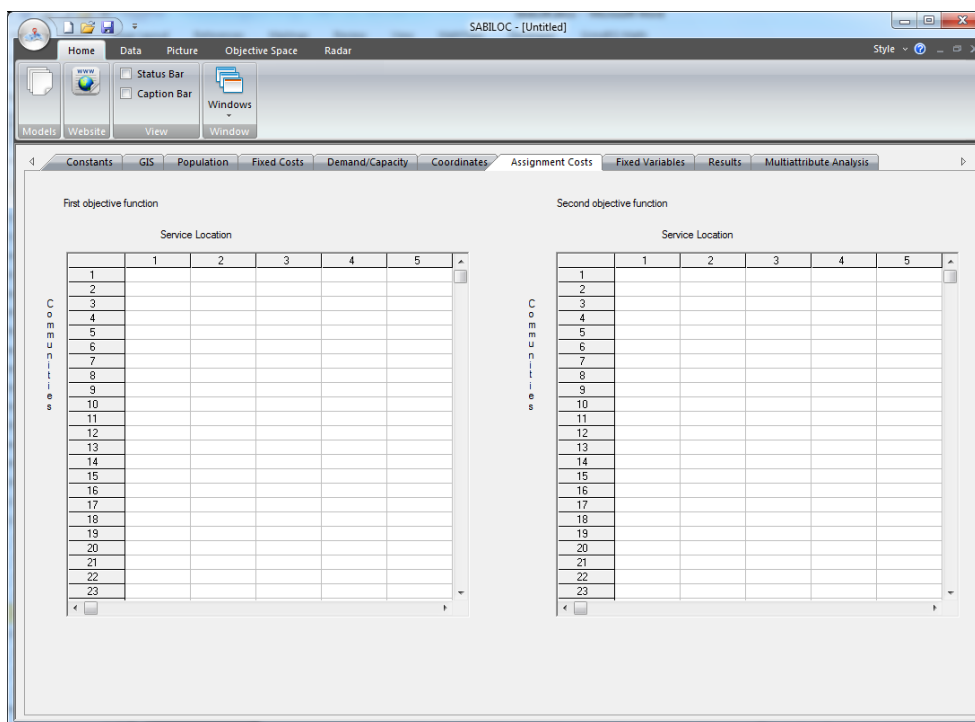



Figura 6.50 Página 'Assignment Costs'.

À semelhança da página 'Fixed Costs', também neste caso, existem várias alternativas para a inserção dos valores nas grelhas da página. Naturalmente, os valores podem ser introduzidos manualmente nas grelhas da página. Também podem ser copiados de uma aplicação externa e colados nas grelhas apropriadas. Uma outra possibilidade, caso os dados estejam disponíveis numa tabela de propriedades da página 'GIS', consiste na exportação directa para o SABILOC, através da opção 'Export Data'.

Por outro lado, ao seleccionar a opção 'Assignment Costs' no botão 'Options'  (painel 'Data Tools' da categoria 'Data') temos a possibilidade de gerar os custos de afectação com base em três critérios distintos (Figura 6.51). Destaca-se o cálculo da matriz de caminho mais curto, com base nos custos (comprimentos) considerados na página 'Coordinates', eventualmente multiplicados por uma constante. Se, após o cálculo da matriz existir uma

coluna em branco, significa que o equipamento correspondente a essa coluna está isolado dos restantes nodos da rede. Caso o mesmo aconteça com uma das linhas, significa que a comunidade correspondente está isolada.

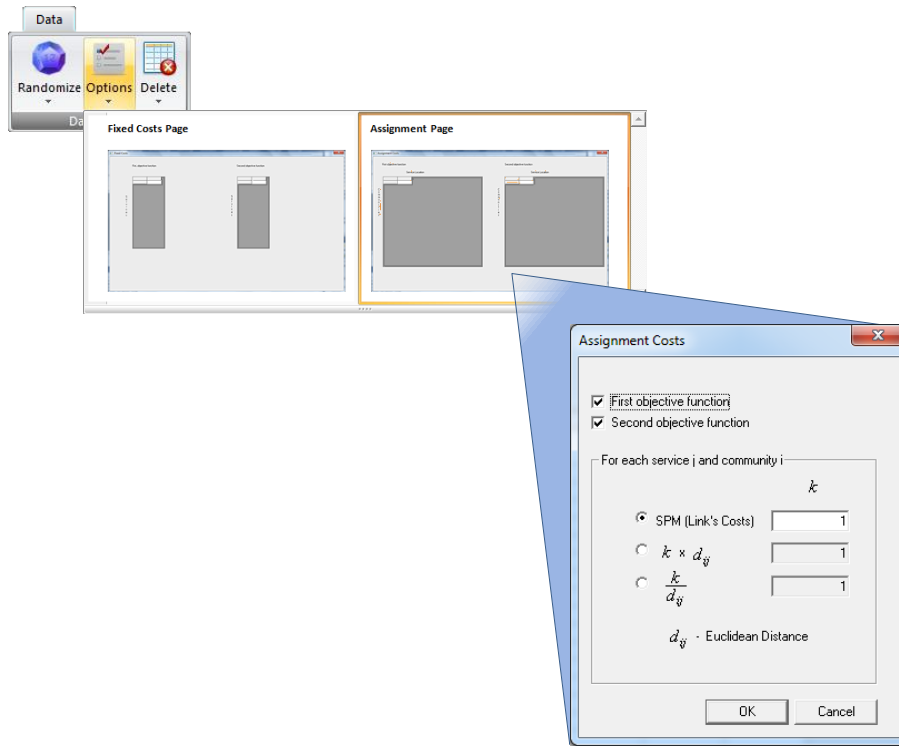



Figura 6.51 Caixa de diálogo que permite definir os custos de afectação.

#### 6.2.2.6 Página 'Population'

Na pasta principal de qualquer um dos modelos do SABILOC, existe uma página, denominada 'Population' (Figura 6.52). Tal como o nome indica, pretende que sejam introduzidos os valores relativos à população das comunidades. Note-se que a informação relativa à população não é directamente exigida em nenhum dos modelos implementados. Apesar dos dados relativos à população não serem obrigatórios para a obtenção de resultados, tal como já vimos, esta informação poderá ser usada na obtenção dos custos fixos. Como veremos, estes dados também poderão ser úteis numa análise *a posteriori*. Para além do preenchimento manual da grelha da página, da exportação dos dados a partir dos SIG integrado e da possibilidade de copiar e colar os dados a partir de uma aplicação externa, o SABILOC permite gerar a população de forma aleatória, com distribuição uniforme. Para tal, basta clicar na opção 'Randomize'  da barra de ferramentas (categoria 'Data' e painel 'Data Tools') e

depois 'Population'. Surge uma caixa de diálogo, onde são solicitados o valor mínimo e máximo, entre os quais serão gerados os valores para a população (Figura 6.53).

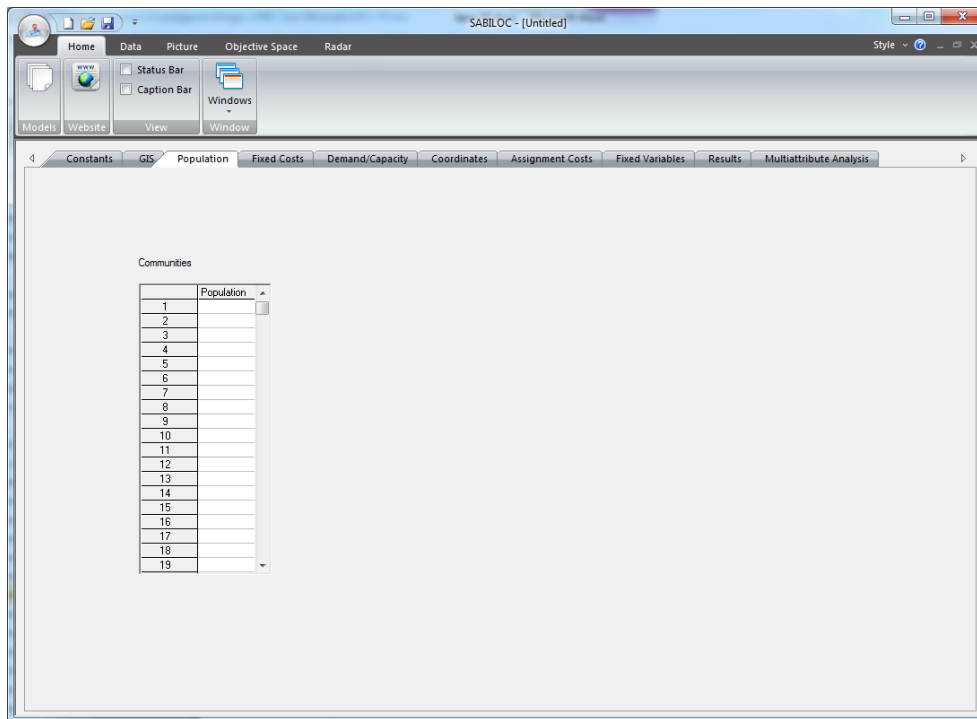


Figura 6.52 Página 'Population'.

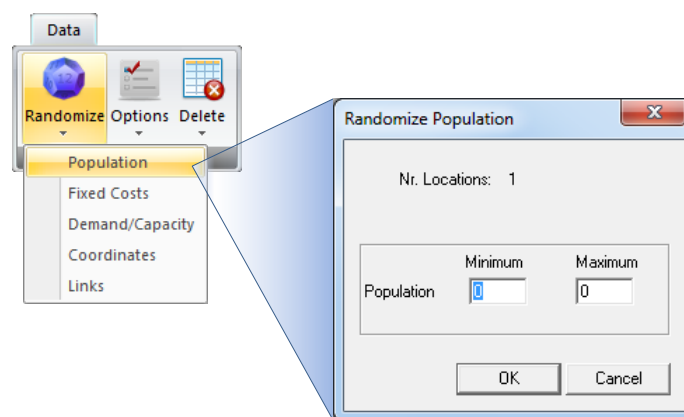


Figura 6.53 Caixa de diálogo que permite gerar a população de forma aleatória.

#### 6.2.2.7 Páginas 'Demand/Capacity', 'Demand' e 'Capacity'

A página 'Demand/Capacity' (Figura 6.54) para os modelos de localização simples bicritério, de  $p$ -localização bicritério e de localização com capacidades bicritério, e as páginas 'Demand' (Figura 6.55) e 'Capacity' (Figura 6.56) para o modelo de localização bicritério com capacidades

por níveis, têm como intuito a inserção dos valores relativos às procura das comunidades e às capacidades dos equipamentos. Note-se que a informação relativa à procura e à capacidade não é directamente necessária nos modelos de localização simples e de  $p$ -localização bicritério, o que torna, nestes dois casos, esta informação de preenchimento opcional. Por outro lado, o modelo de localização com capacidades requer os valores da capacidade máxima dos equipamentos a instalar. O modelo de localização com capacidades por níveis requer os valores da capacidade mínima e da capacidade máxima associada aos equipamentos de cada tipo, em cada potencial local. Note-se também que a Figura 6.56, relativa à página 'Capacity' para o modelo de localização bicritério com capacidades por níveis, mostra as grelhas todas desactivadas. Tal deve-se ao facto de ainda não terem sido estabelecidos, na página 'Types of Services', os tipos de equipamentos possíveis de instalar em cada potencial local. Como tal, neste momento, em cada potencial local ainda não é possível instalar qualquer tipo de equipamento. Ambos os modelos, com capacidades e com capacidades por níveis, exigem também informação relativa à procura das comunidades, sendo obrigatória a inserção destes dados para a obtenção de resultados.

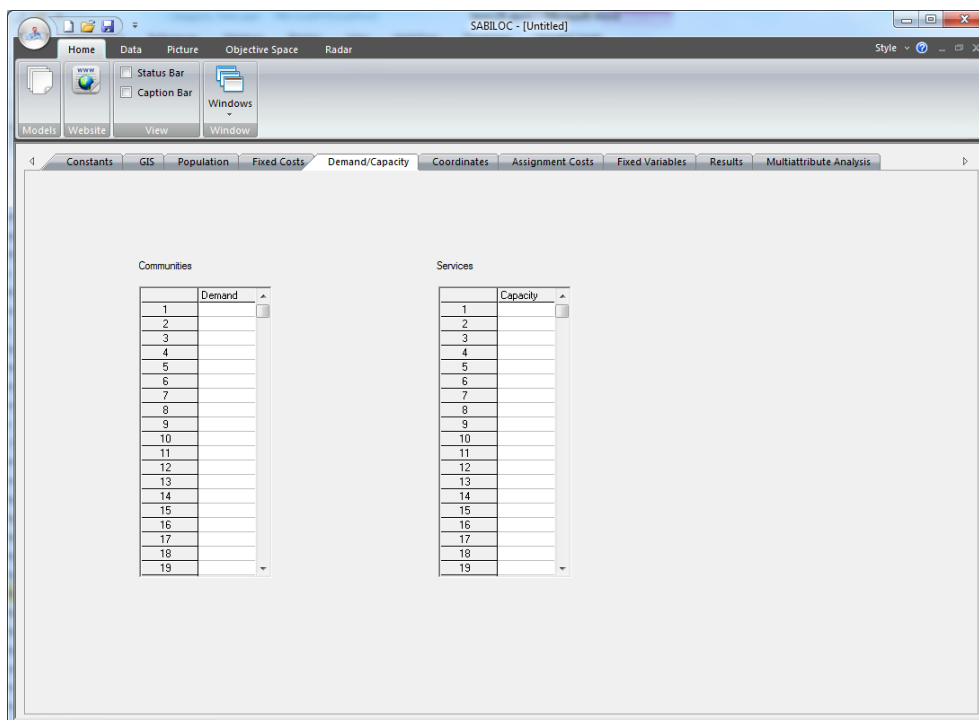


Figura 6.54 Página 'Demand/Capacity'.

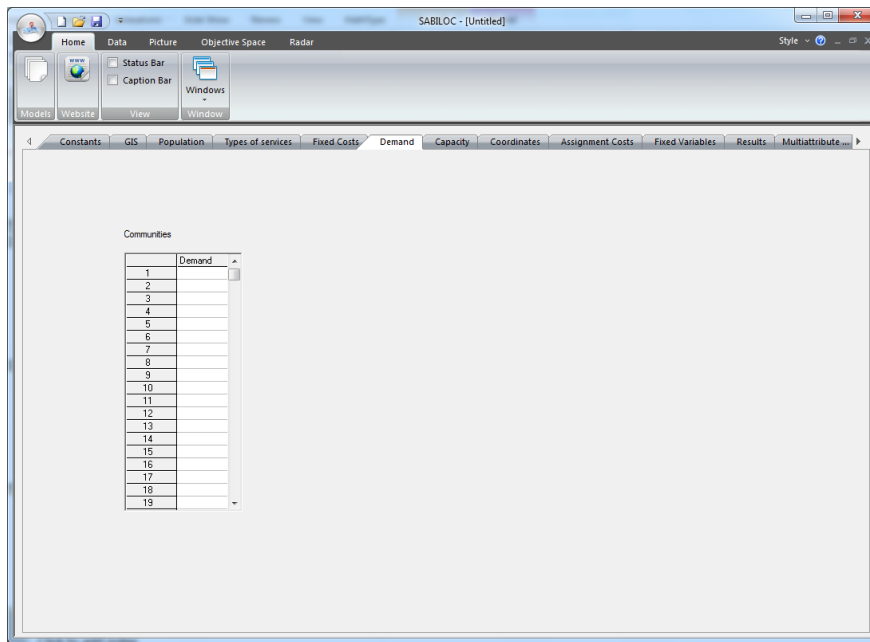


Figura 6.55 Página 'Demand'.

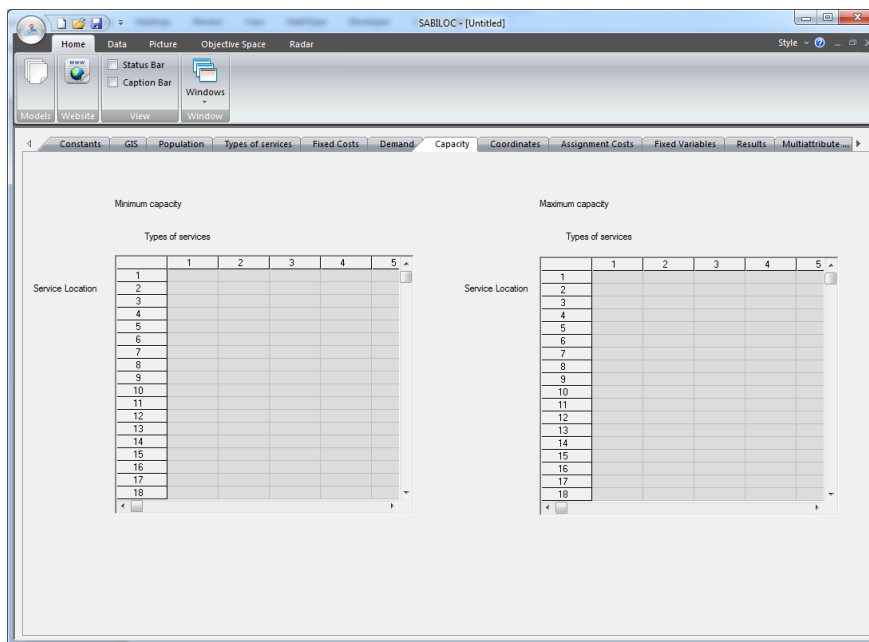
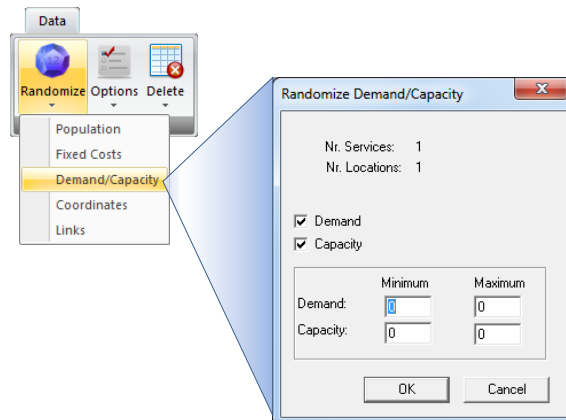


Figura 6.56 Página 'Capacity'.

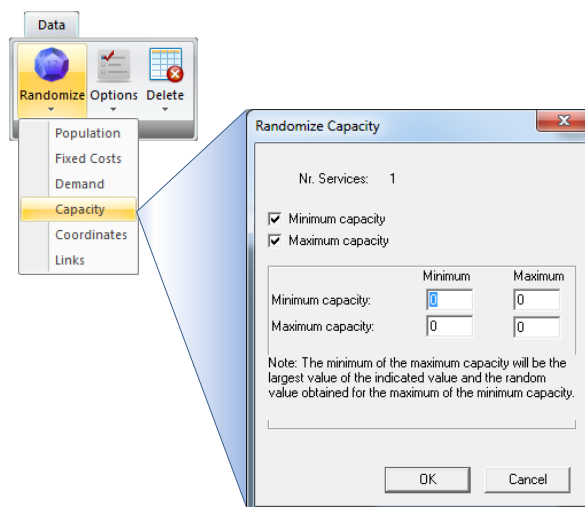
As procuras das comunidades e as capacidades dos serviços podem ser geradas de forma aleatória, através da opção 'Randomize' da barra de ferramentas. Dependendo do modelo em que se está a trabalhar, assim são as alternativas da opção. No caso dos três primeiros modelos, existe a opção 'Demand/Capacity', que abre a caixa de diálogo da Figura 6.57. Nesta

caixa de diálogo, devem inserir-se os valores mínimos e máximos para a geração da procura e da capacidade.



**Figura 6.57** Caixa de diálogo que permite gerar a procura e a capacidade máxima de forma aleatória.

No caso do modelo de localização bicritério com capacidades por níveis, existem as opções 'Demand' e 'Capacity'. Para a procura das comunidades, o processo é semelhante ao que acabámos de ilustrar. Para gerar aleatoriamente as capacidades mínimas e máximas associadas aos equipamentos de cada tipo, em cada potencial local, clica-se na opção 'Capacity' (Figura 6.58). Surge uma caixa de diálogo, que permite introduzir os valores mínimos e máximos, entre os quais serão geradas as capacidades mínimas e máximas. Por uma questão de coerência dos dados gerados, o valor mínimo a considerar para a geração da capacidade máxima de um certo equipamento de um determinado tipo, será o maior dos valores entre o valor indicado pelo utilizador e o valor aleatório obtido para a capacidade mínima desse equipamento.



**Figura 6.58** Caixa de diálogo que permite gerar as capacidades mínimas e máximas de forma aleatória.

### 6.2.2.8 Página 'Types of Services'

A página 'Types of Services' é exclusiva do modelo de localização bicritério com capacidades por níveis. A página tem como objectivo estabelecer o parâmetro  $T_j$  do modelo ou seja, o conjunto dos tipos de equipamento possíveis de instalar em cada potencial local  $j$  (Figura 6.59).

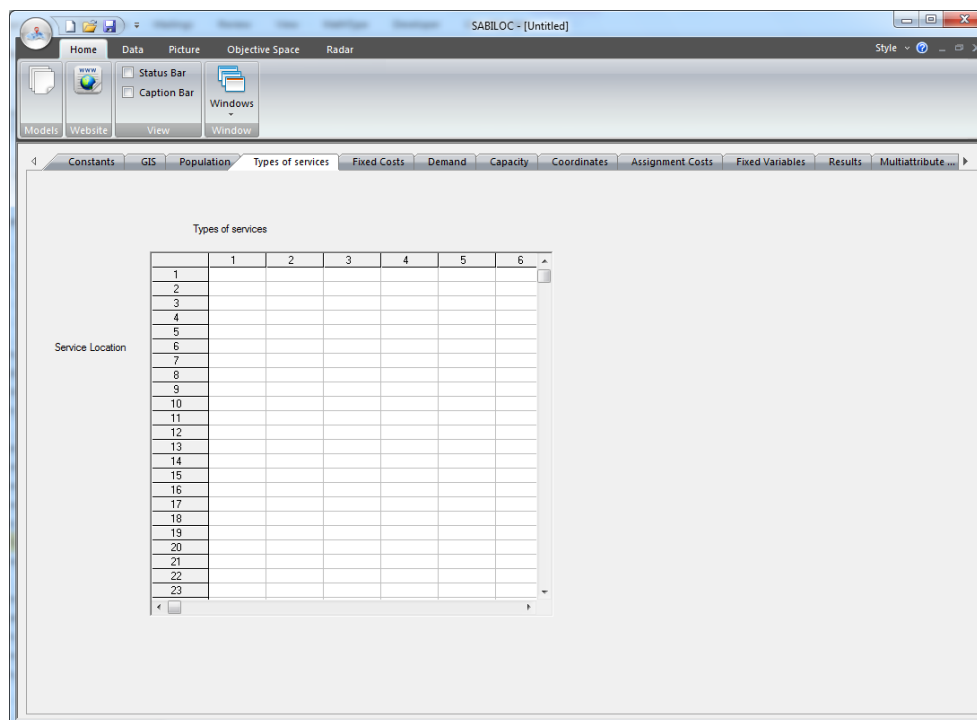


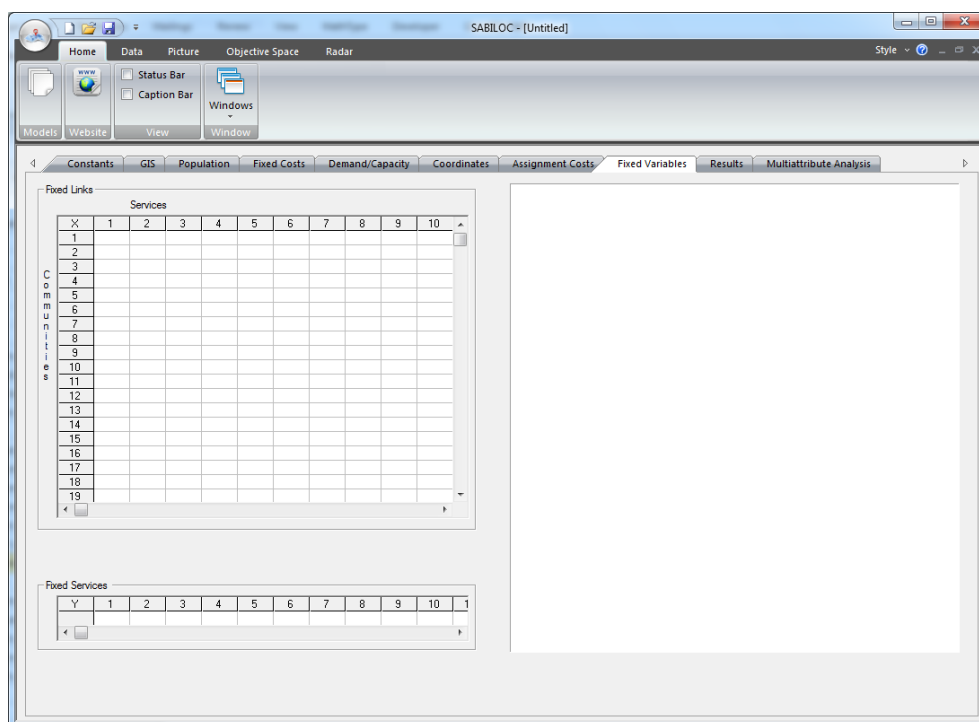
Figura 6.59 Página 'Types of Services'.

A página tem apenas uma grelha, em que as linhas correspondem aos potenciais locais para a instalação de equipamentos e as colunas, aos tipos de equipamentos. As células desta grelha apenas aceitam os valores 0 ou 1. O valor 1 na linha  $j$  e na coluna  $t$  significa que é possível instalar um equipamento de tipo  $t$  no potencial local  $j$ . Caso contrário, significa que não é possível instalar. Por omissão, a grelha encontra-se toda vazia, o que significa, que não é possível instalar nos potenciais locais qualquer tipo de equipamento.

### 6.2.2.9 Página 'Fixed Variables'

Em situações reais, acontece com alguma frequência certos serviços terem necessariamente de ser instalados em locais definidos *a priori*, quer por razões sociais,

económicas e/ou políticas. Acontece também algumas comunidades terem de ficar afectadas a serviços específicos ou, pelo contrário, não poderem ficar associadas a determinados serviços. Assim, para lidar com estas situações, o SABILOC permite fixar as variáveis do modelo, através da página 'Fixed Variables'. A Figura 6.60 ilustra a página para o caso de um dos três primeiros modelos. Desta forma, podemos definir um potencial local como uma escolha obrigatória para instalar um equipamento. Depois de uma reavaliação de um problema em mãos, um potencial local pode também deixar de ser uma opção válida. Assim, os potenciais locais podem ser definidos como fechados, abertos ou livres. As afectações entre as comunidades e os equipamentos podem ser abordadas da mesma forma, e podemos defini-las como activadas, desactivadas ou livres. Para fixar as variáveis dos modelos tal como pretendido, temos então de preencher as respectivas grelhas da página, mantendo-as em branco caso as queiramos deixar livres. Uma das grelhas corresponde às variáveis  $x_{ij}$  e a outra às  $y_j$  (ou  $y_{jt}$  se for o modelo de localização com capacidades por níveis).

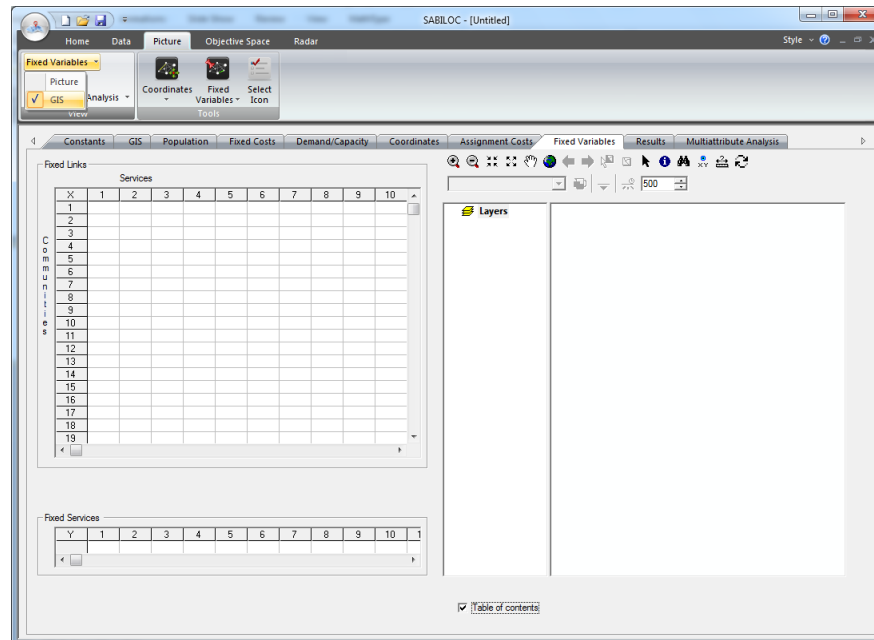


**Figura 6.60** Página 'Fixed Variables'.

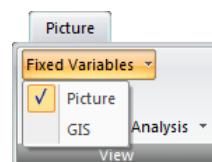
As fixações podem ser visualizadas, no lado direito da página, através da representação gráfica do problema em estudo, quer seja a definida pelo SIG integrado (Figura 6.61) ou pela página 'Coordinates'. No entanto, caso se esteja a trabalhar no SIG integrado, saliente-se que



terão necessariamente de existir as camadas temáticas ‘Communities’ e ‘Services’. A opção da barra de ferramentas que permite optar entre as duas alternativas de visualização é a ‘Fixed Variables’, presente na categoria ‘Picture’ e painel ‘View’ (Figura 6.62).




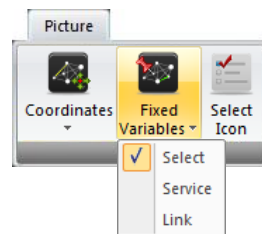
**Figura 6.61** Página ‘Fixed Variables’, com representação gráfica SIG.



**Figura 6.62** Opções da barra de ferramentas que permitem seleccionar o tipo de representação gráfica.

Para facilitar a compreensão da rede na representação gráfica, são estabelecidas cores para as diversas situações de fixação de variáveis. A afectação activada é verde e a desactivada é vermelha. Um equipamento aberto é parcialmente verde e um fechado é parcialmente vermelho. Caso se esteja a trabalhar no SIG integrado, estas definições podem ser alteradas, clicando primeiro na caixa de selecção ‘Table of Contents’ (por baixo da imagem), que permite visualizar a tabela de conteúdos e, depois, clicando sobre o símbolo associado à camada temática ‘Fixed Services’ ou ‘Fixed Links’.

Caso estejamos a trabalhar com a representação gráfica definida na página *'Coordinates'*, todas as operações de fixação de variáveis podem ser realizadas através da imagem da rede. Para tal, tem de se premir o botão *'Fixed Variables'*  da barra de ferramentas (categoria *'Picture'* e painel *'Tools'*) e escolher a opção pretendida (Figura 6.63).

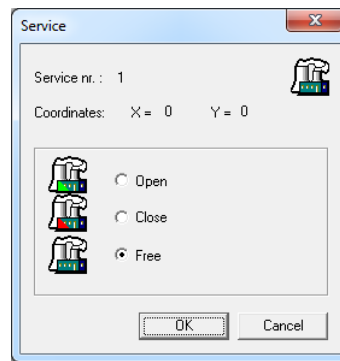


**Figura 6.63** Opções da barra de ferramentas que permitem fixar variáveis, através da imagem da rede.

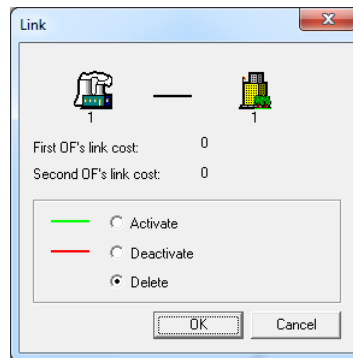
A opção *'Select'* tem a mesma funcionalidade da opção congénere da página *'Coordinates'* ou seja, visualizar algumas das propriedades das comunidades e dos equipamentos. Escolhendo a opção *'Service'* e premindo o botão do rato sobre um equipamento da rede, abre-se uma caixa de diálogo que permite definir o equipamento como fechado, aberto ou livre (Figura 6.64). Da mesma forma, escolhendo a opção *'Link'*, e premindo o botão do rato num nodo e depois largá-lo noutra, é possível definir a afectação como activada, desactivada ou liberta (caso já tivesse sido fixada), sem esquecer que só faz sentido fixar afectações entre serviços e comunidades (Figura 6.65). Após a fixação dos serviços e das afectações através da imagem da rede, as grelhas são automaticamente actualizadas.

Saliente-se que a fixação de equipamentos e afectações tem de obedecer a certas regras. O SABILOC detecta algumas irregularidades que se pretendam concretizar, como por exemplo fechar todos os equipamentos, afectar uma comunidade a mais que um equipamento, ou ainda fechar um equipamento, sendo este o único possível de ficar afectado a uma certa comunidade. Assim, vão surgindo várias mensagens de erro e de informação quando são detectadas acções incorrectas por parte do utilizador. A aplicação também procede automaticamente a algumas fixações, como resultado de fixações realizadas pelo utilizador. Por exemplo, ao fixar-se a afectação de uma certa comunidade a um certo equipamento como activada, automaticamente o equipamento passa a ser fixado aberto e todas as afectações dos restantes equipamentos para a comunidade são desactivadas, pois nestes modelos cada


comunidade é afectada apenas a um equipamento. Ao fixar-se um certo equipamento como fechado, automaticamente todas as afectações a este são desactivadas.

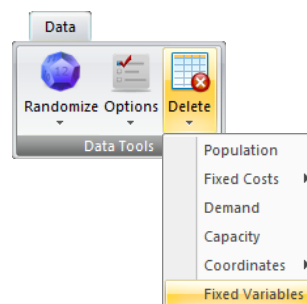


**Figura 6.64** Caixa de diálogo que permite definir um equipamento como fechado, aberto ou livre.



**Figura 6.65** Caixa de diálogo que permite definir uma afectação como activada, desactivada ou liberta.

Por fim, refira-se que existe uma outra opção da barra de ferramentas, ainda não mencionada, que permite apagar completamente qualquer uma das grelhas, não só desta página, mas de qualquer uma das páginas já vistas. A opção é a denominada 'Delete'  e, encontra-se na categoria 'Data' e painel 'Data Tools' (Figura 6.66).



**Figura 6.66** Opções que permitem apagar as diversas grelhas de valores.

### 6.2.2.10 Página 'Results'

Após a introdução de todos os parâmetros do modelo, a página 'Results' permite iniciar a procura interactiva de soluções eficientes (Figura 6.67). Inicialmente, no lado esquerdo da página, encontra-se a imagem do espaço dos objectivos. À medida que se vão encontrando soluções não dominadas, pode ver-se as áreas (a azul) onde não existem soluções, quer por não admissibilidade, quer por dominância. Quando não são encontradas soluções numa certa região pesquisada, também pode ver-se a área, igualmente a azul, correspondente a essa região.

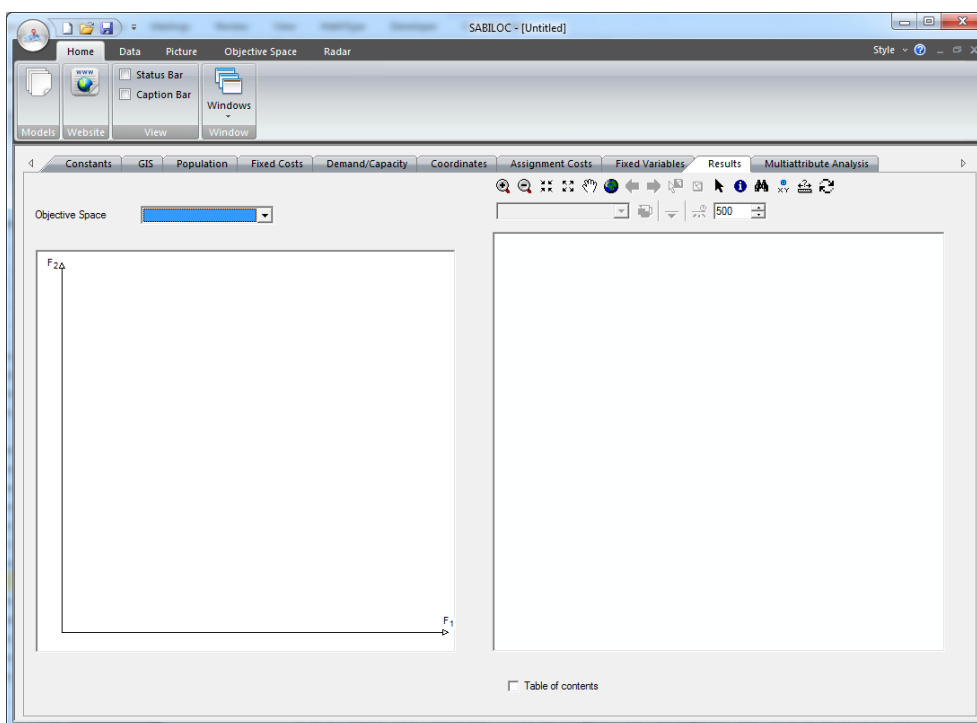


Figura 6.67 Página 'Results'.

No lado direito da página 'Results', as soluções obtidas podem ser visualizadas através da representação gráfica do problema em estudo, quer seja a definida pelo SIG integrado ou pela página 'Coordinates'. A opção da barra de ferramentas que permite optar entre as duas alternativas de visualização é a 'Results', presente na categoria 'Picture' e painel 'View' (Figura 6.68). Também a opção 'Results' da barra de ferramentas, mas agora 'Table', permite visualizar explicitamente as soluções em termos das variáveis do modelo, através de duas tabelas (Figura 6.69).

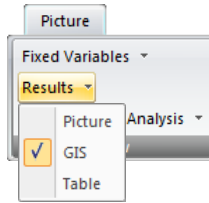


Figura 6.68 Opções da barra de ferramentas que permitem seleccionar o tipo de representação gráfica.

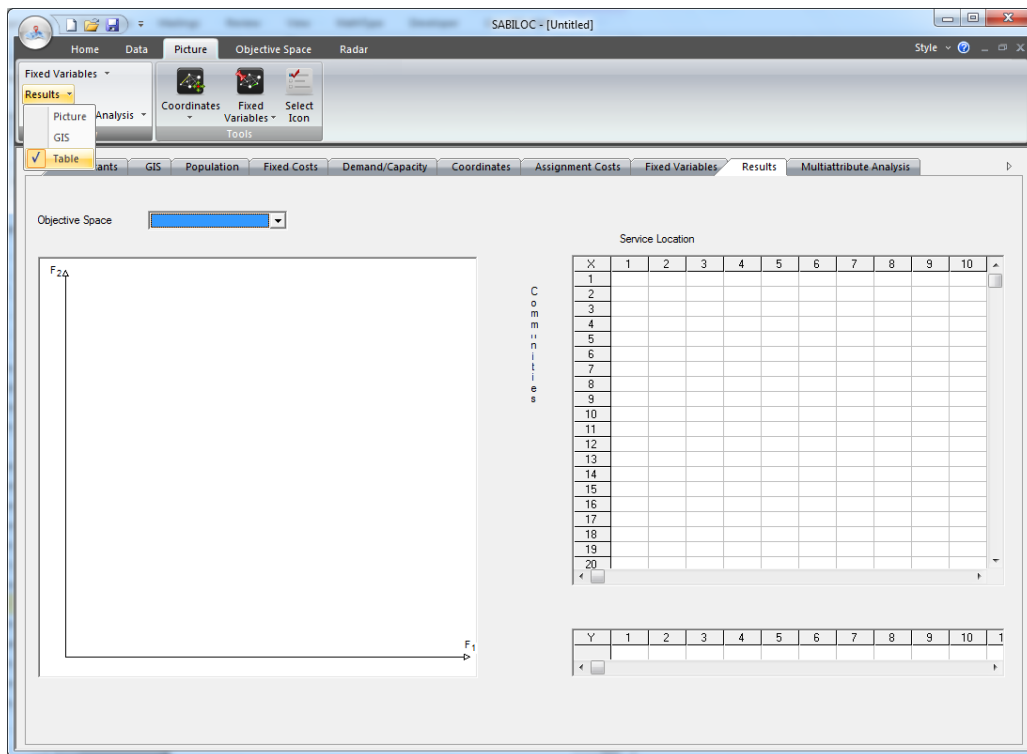



Figura 6.69 Página 'Results', com visualização das soluções em termos das variáveis do modelo.

Inicialmente, antes da pesquisa de qualquer solução, a imagem da rede é constituída pelos equipamentos, comunidades e afectações fixadas na página 'Fixed Variables'. Refira-se que, caso se esteja a trabalhar com a representação gráfica definida na página 'Coordinates', por motivos de simplificação da imagem da rede, só as afectações activadas (verdes) são esboçadas. Caso se esteja a trabalhar com o SIG, também é possível manipular a imagem através das camadas temáticas. As cores dos serviços fixados anteriormente mantêm-se nesta página, ou seja, os serviços abertos são parcialmente verdes e os fechados parcialmente vermelhos. Após o cálculo de uma solução, os serviços abertos, excepto os que o foram por fixação, ficam quase totalmente verdes, mantendo um pouco da sua cor original. Notemos que


podem distinguir-se os serviços abertos por fixação e os abertos por força do cálculo de uma solução, apesar de possuírem as mesmas cores. As afectações obtidas pelo cálculo de uma solução, excepto as já fixas como activadas, são traçadas a preto.

A caixa de listagem pendente que se encontra por cima da imagem do espaço dos objectivos permite, sempre que se pretenda, visualizar novamente as soluções não dominadas já calculadas. Ao escolher uma das soluções que se encontram na lista, esta é realçada no espaço dos objectivos e pode ver-se a solução implicitamente, a partir da imagem da rede (quer seja a definida pelo SIG integrado ou pela página 'Coordinates') ou de forma explícita, através de grelhas.

Para dar início ao método interactivo, deve premir-se o botão 'Run'  da barra de ferramentas, que se encontra na categoria 'Data' e painel 'Result Tools' (Figura 6.70).



**Figura 6.70** Opção que permite executar o método interactivo.

Se a solução ideal for admissível, é apresentada na imagem do espaço dos objectivos, bem como na imagem da rede e o processo interactivo termina. Assumindo que os critérios são conflituosos, o SABILOC determina os mínimos lexicográficos e o ponto ideal, tal como referido na descrição do método interactivo adoptado (Ferreira et al. [60] – página 62), e apresenta os resultados no espaço dos objectivos e na imagem da rede. As próximas pesquisas são progressivamente efectuadas, premindo o botão 'Run' . Depois do cálculo dos mínimos lexicográficos e do ponto ideal, ao premir o botão 'Run', abre-se uma caixa de diálogo (Figura 6.71, no caso do modelo de localização simples bicritério), que permite definir os parâmetros da pesquisa. À excepção do caso em que a região do espaço dos objectivos, onde poderão existir soluções não dominadas, já tenha sido toda pesquisada. Nesse caso, é dada a informação aos utilizadores, que todas as soluções não dominadas já foram encontradas.

A caixa de diálogo da Figura 6.71, para além da informação do número de iterações, está separada em três grupos: definição da região a pesquisar, ferramenta externa a utilizar na

resolução do problema escalarizante e pesos a utilizar na optimização da soma ponderada das funções objectivos.

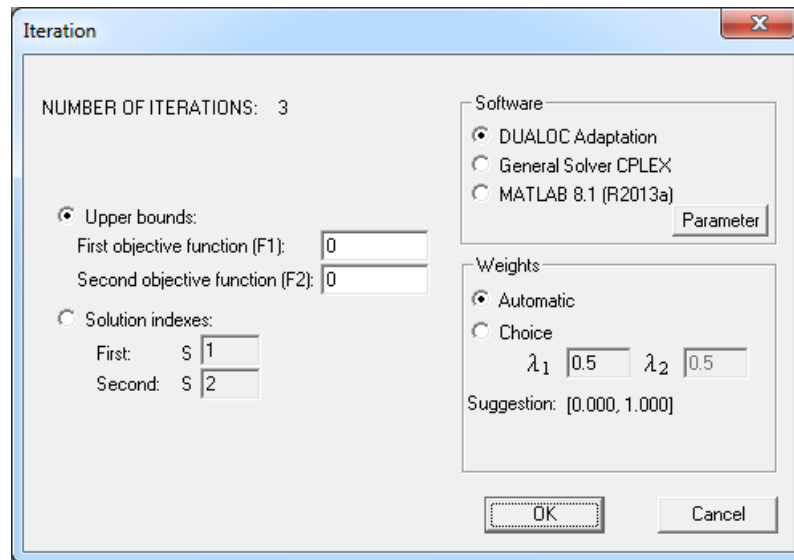
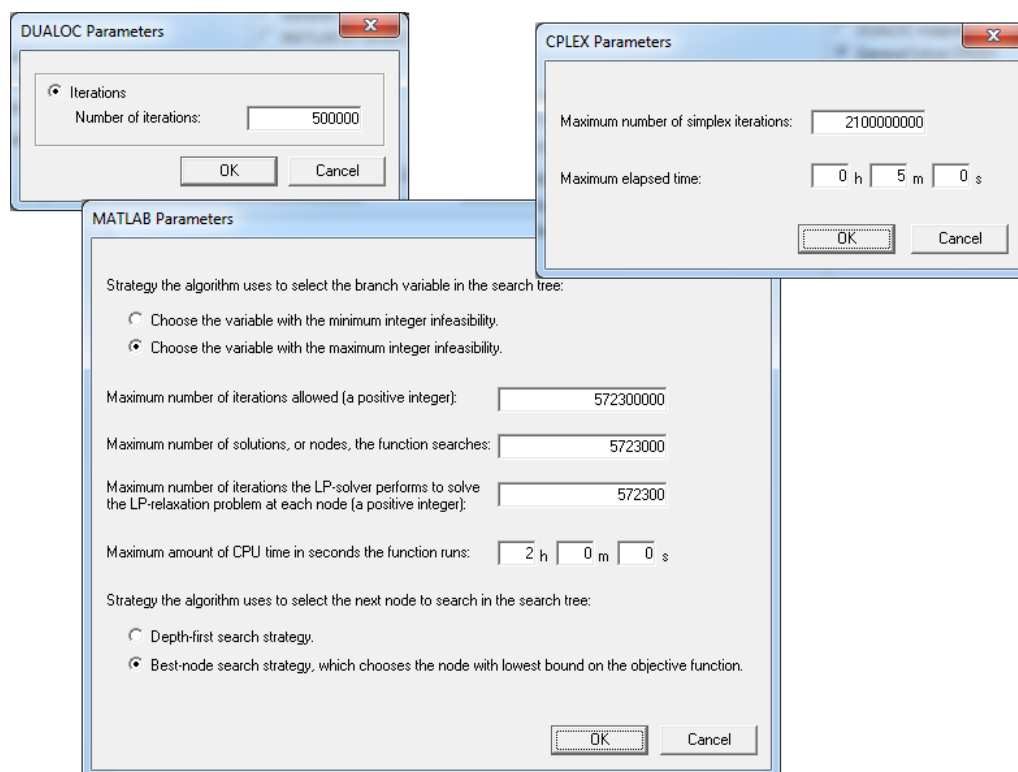


Figura 6.71 Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros da pesquisa.

Assim, tal como descrito no método interactivo, para se proceder à pesquisa de uma nova solução não dominada, tem de ser definida a região que se pretende pesquisar, através de limites superiores aceitáveis para os objectivos ou através de duas soluções não dominadas já determinadas e candidatas a adjacentes.

Tal como já referido no início deste subcapítulo, para a resolução do problema escalarizante, o SABILOC permite que se opte por três ferramentas externas: dois *general solvers* – o CPLEX (da ILOG [86]) e o MATLAB (da MATHWORKS [102]), e um algoritmo desenvolvido por Dias et al. [41] especificamente para o modelo de localização simples bicritério – uma adaptação do Dualoc (Erlenkotter [50]). Refira-se que esta adaptação do DUALOC, inicialmente desenvolvida para o modelo de localização simples bicritério, foi posteriormente alterada, de modo a poder fixar-se o número de equipamentos que se pretendem abertos. Desta forma, a ferramenta também poderá ser usada para o modelo de  $p$ -localização bicritério. Note-se então que, no caso dos modelos de localização bicritério com capacidades e com capacidades por níveis, a opção '*Dualoc Adaptation*' da caixa de diálogo, ilustrada na Figura 6.71, é omissa. É oportuno aqui referir de novo a possibilidade de alteração dos critérios de paragem e de pesquisa, associados a cada uma das três ferramentas externas.

Como podemos ver na Figura 6.71, existe um botão denominado 'Parameter', na caixa de grupo 'Software', que permite estabelecer esses parâmetros para qualquer uma das ferramentas. Dependendo da ferramenta escolhida, assim é a caixa de diálogo que se abre (Figura 6.72). Tal como já referido, na adaptação do Dualoc, o utilizador pode definir como critério de paragem, o número máximo de iterações a serem executadas antes de o algoritmo terminar, sem que se obtenha o óptimo do problema escalarizante. No CPLEX, pode definir ainda o tempo físico máximo como critério de paragem. Por fim, o MATLAB permite definir como parâmetros de paragem: o número máximo de iterações, o número máximo de soluções (nodos), o número máximo de iterações para resolver a relaxação linear do problema em cada nodo e o tempo de CPU máximo. Para além dos parâmetros de paragem, o *general solver* MATLAB permite também estabelecer parâmetros de pesquisa, nomeadamente as estratégias a adoptar na árvore de pesquisa no que diz respeito à selecção da variável para ramificação (mais ou menos próximo do valor inteiro) e ao próximo nodo a pesquisar (em profundidade ou com melhor limite inferior).




**Figura 6.72** Caixas de diálogo que permitem definir os parâmetros de paragem e de pesquisa de cada uma das ferramentas externas.



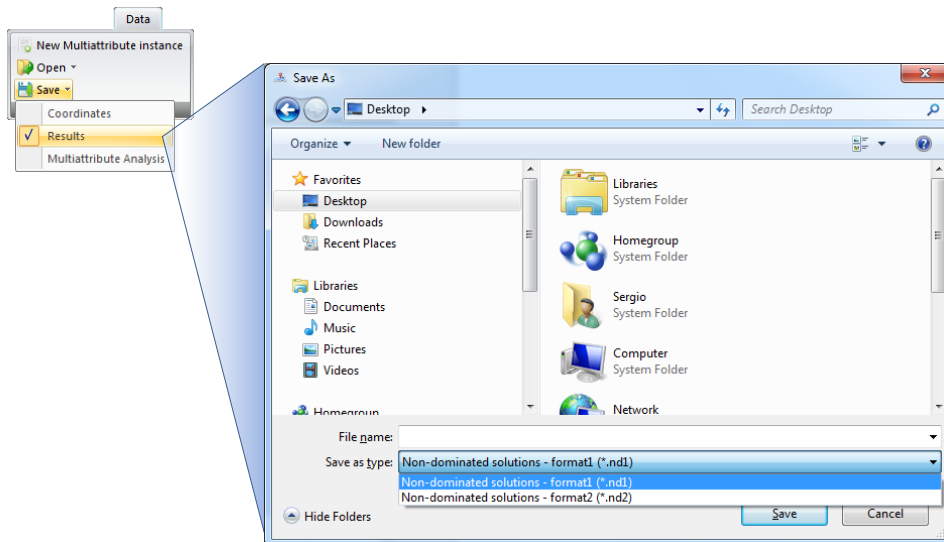
Relativamente aos pesos a utilizar na optimização da soma ponderada das funções objectivos, estes podem ser calculados automaticamente tendo em conta os limites superiores escolhidos. Dependendo da região a pesquisar, é sugerido um intervalo de valores entre os quais o utilizador deve orientar a escolha do peso  $\lambda_1$  para a primeira função objectivo. Relembre-se que neste método, os pesos atribuídos às funções objectivo são meramente parâmetros operacionais que, no entanto, poderão influenciar a eficiência dos algoritmos de resolução e poderão ter impacto nas soluções não dominadas que se determinam.

Como resultado da iteração, podemos esperar uma de três de situações:

- É determinada uma solução não dominada, sendo esta representada no espaço dos objectivos e eliminadas as regiões onde se sabe não existirem mais soluções não dominadas. A solução determinada é esboçada na imagem da rede;
- Não existem soluções não dominadas na região pesquisada, eliminando a região no espaço dos objectivos;
- Após um certo número de iterações ou um certo tempo, conforme tiverem sido definidos os parâmetros de paragem, não são encontradas soluções não dominadas na região pesquisada. Note-se que isso não significa que não existam soluções na região. Aconselha-se que sejam alterados os parâmetros da pesquisa e/ou de paragem associados à ferramenta externa utilizada ou então, que seja alterado o valor escolhido para o peso  $\lambda_1$ .

Vejam agora algumas opções da barra de ferramentas, que permitem manipular várias situações da página *'Results'*. As soluções não dominadas obtidas até ao momento podem ser gravadas num ficheiro de texto de extensão *'nd1'* ou *'nd2'*. Estes ficheiros correspondem a dois formatos diferentes, cujas estruturas encontram-se nos Anexos (página 309). Para se proceder à gravação das soluções, deve-se seleccionar o ícone *'Save'*  da barra de ferramentas (categoria *'Data'* e painel *'File'*), e depois a opção *'Results'*. Na caixa de diálogo que se abre, deve escolher-se qual o formato com que se pretende gravar o ficheiro (Figura 6.73).

Na barra de ferramentas, existe uma outra categoria denominada *'Objective Space'*, que inclui dois painéis (Figura 6.74).



**Figura 6.73** Caixa de diálogo que permite gravar as soluções não dominadas, em dois formatos diferentes.



**Figura 6.74** Categoria 'Objective Space' da barra de ferramentas.

O primeiro painel – 'View Results', com apenas uma caixa de verificação, permite substituir a visualização do espaço dos objectivos por uma tabela com a discriminação das soluções não dominadas determinadas até ao momento e respectivos pesos usados na sua determinação (Figura 6.75).

O outro painel – 'Tools', tem uma primeira ferramenta 'Select' com as mesmas funcionalidades em relação à rede que as opções congéneres das páginas 'Coordinates' e 'Fixed Variables'. No entanto, nesta página, também permite inserir os limites aceitáveis para ambos os objectivos, premindo o botão do rato na região do espaço dos objectivos onde possivelmente ainda existirão soluções não dominadas. Refira-se que a opção só é válida após o cálculo dos mínimos lexicográficos e entre soluções não dominadas candidatas a adjacentes.

De grande utilidade, temos a opção 'Scale', que torna possível alterar a escala dos eixos dos objectivos. Esta opção é especialmente interessante a partir de um certo número de interações, pois quando o número de soluções é considerável, a imagem pode tornar-se confusa devido à excessiva proximidade das soluções. Para alterar a escala, clica-se então no

botão 'Scale' e selecciona-se a área do espaço dos objectivos que se pretende visualizar. Alternativamente, clica-se com o botão direito do rato sobre o espaço dos objectivos e preenche-se a caixa de diálogo que se abre (Figura 6.76). Nesse mesmo botão, encontra-se a opção 'Original Scale' que possibilita voltar à escala original, que é constituída pelos valores dos mínimos lexicográficos (Figura 6.77).

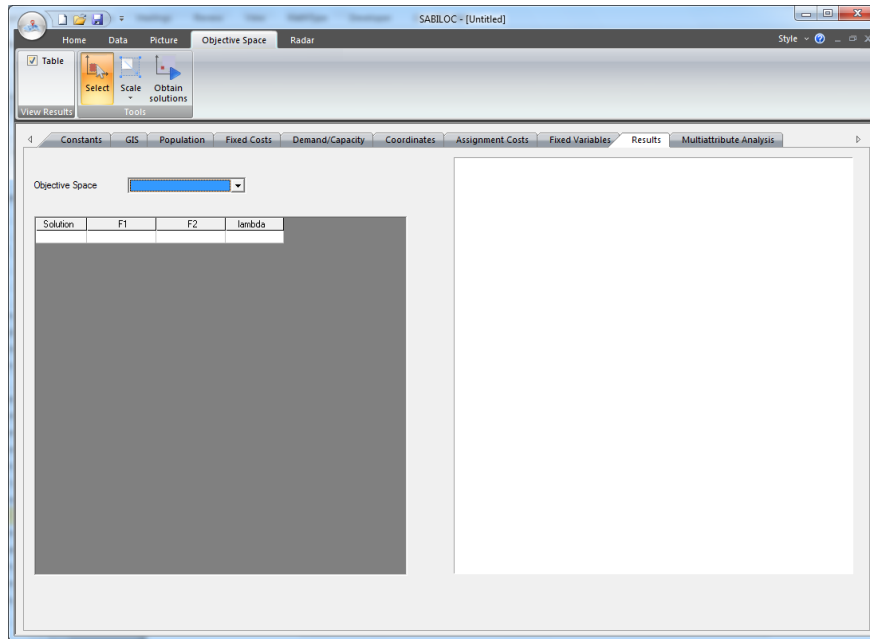


Figura 6.75 Visualização das soluções não dominadas já determinadas, na forma de tabela.

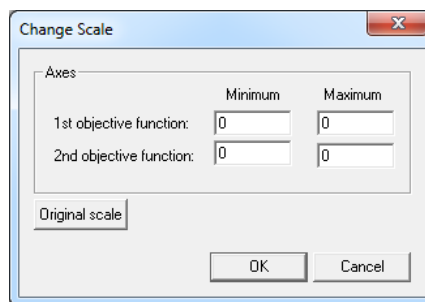


Figura 6.76 Caixa de diálogo que permite alterar a escala dos eixos dos objectivos.

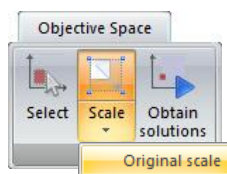

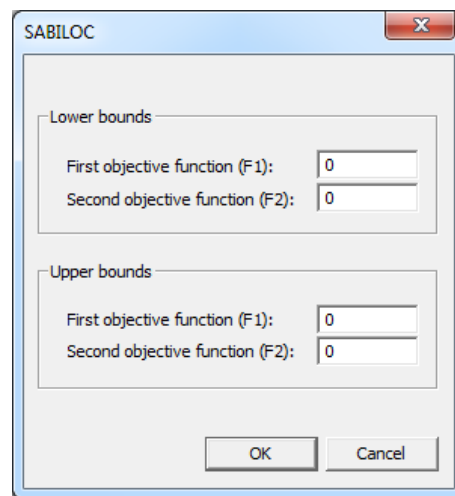


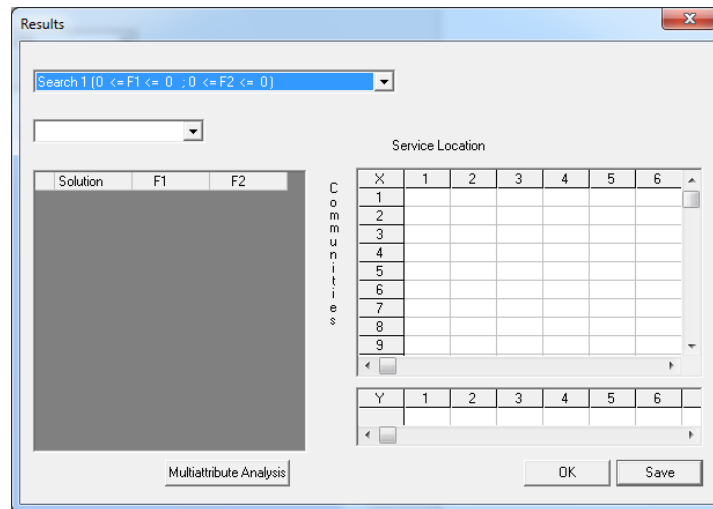
Figura 6.77 Opção que permite voltar à escala original.

Por fim, também no painel 'Tools', temos uma terceira ferramenta, denominada 'Obtain Solutions' , que permite seleccionar uma certa região rectangular do espaço dos objectivos, onde se pretenda que o SABILOC pesquise todas as soluções admissíveis (dominadas e não dominadas) do problema bicritério. Esta opção 'Obtain Solutions' também está disponível na categoria 'Data' e painel 'Result Tools' da barra de ferramentas. Temos duas alternativas diferentes para seleccionar a região de interesse: com o premir do rato, directamente sobre a imagem, ou preenchendo uma caixa de diálogo que se abre com o premir do botão direito do rato sobre a imagem (Figura 6.78).



**Figura 6.78** Caixa de diálogo que permite seleccionar uma região rectangular de pesquisa.

O resultado da pesquisa efectuada na região é apresentado numa caixa de diálogo, onde se encontram também os resultados de outras pesquisas efectuadas anteriormente (Figura 6.79). Mostraremos a utilidade desta ferramenta na descrição da página 'Multiattribute Analysis' e exemplificaremos o seu uso no caso de estudo. Saliente-se que a utilização desta última ferramenta está condicionada à existência de licença de utilização do CPLEX no computador. A razão deve-se ao facto de, em termos de implementação, termos acrescentado quatro restrições ao PLS, de modo a assegurar que as soluções obtidas pertençam à região pretendida. Como já referido, o algoritmo que faz a adaptação do Dualoc foi concebido para lidar com o PLS com duas restrições adicionais.



**Figura 6.79** Caixa de diálogo com os resultados das pesquisas efectuadas, com a ferramenta 'Obtain Solutions'.

Dada a importância da ferramenta 'Obtain Solutions', descreveremos de seguida o procedimento adoptado no cálculo de todas as soluções admissíveis, numa determinada região rectangular do espaço dos objectivos, para um problema geral de minimização bicritério em programação linear inteira. O procedimento implementado consiste na resolução de vários problemas monocritério, sendo o primeiro passo, a resolução do seguinte problema inicial:

$$\min \lambda_1 f_1(\mathbf{x}) + \lambda_2 f_2(\mathbf{x})$$

$$\text{s.a: } f_1(\mathbf{x}) \leq \alpha_1$$

$$f_2(\mathbf{x}) \leq \alpha_2$$

$$f_1(\mathbf{x}) \geq \alpha_3$$

$$f_2(\mathbf{x}) \geq \alpha_4$$

$$\mathbf{x} \in X'$$

sendo  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  e  $\alpha_4$  valores definidos pela região a pesquisar, em que  $\alpha_1$  e  $\alpha_3$  são respectivamente os limites superior e inferior para a primeira função objectivo,  $\alpha_2$  e  $\alpha_4$  são respectivamente os limites superior e inferior para a segunda função objectivo, e considera-se  $\lambda_1 = 0.01$  e  $\lambda_2 = 0.99$ .

Com a resolução deste problema obtém-se, caso exista, a solução admissível que minimiza a função objectivo dois, dentro da região de pesquisa. Note-se que a solução admissível obtida poderá ser dominada ou não dominada em termos dos valores das duas funções objectivo do problema. O peso  $\lambda_1 = 0.01$  da primeira função objectivo tem como intuito a obtenção de uma

solução, que designaremos por  $(z_1^*, z_2^*)$ , o mais “próxima” possível do canto inferior esquerdo da região de pesquisa. Podemos ainda afirmar que esta solução domina todas as outras eventualmente existentes na região. De seguida, de forma a encontrar todas as soluções dominadas por esta e tal que  $f_2(\mathbf{x}) = z_2^*$ , o problema anterior é novamente resolvido, mas agora considerando o limite inferior para a primeira função objectivo ( $\alpha_3$ ), igual ao valor anteriormente obtido para a primeira função objectivo adicionado de uma unidade. Portanto, o problema a resolver é o seguinte:

$$\begin{aligned} & \min \lambda_1 f_1(\mathbf{x}) + \lambda_2 f_2(\mathbf{x}) \\ \text{s.a: } & f_1(\mathbf{x}) \leq \alpha_1 \\ & f_1(\mathbf{x}) \geq z_1^* + 1 \\ & f_2(\mathbf{x}) = z_2^* \\ & \mathbf{x} \in X' \end{aligned}$$

considerando novamente  $\lambda_1 = 0.01$  e  $\lambda_2 = 0.99$ , e o limite superior para a primeira função objectivo igual ao valor original definido pela região indicada.

Este procedimento é repetido até que sejam encontradas todas as soluções dominadas pela solução  $(z_1^*, z_2^*)$  inicialmente obtida, na região de pesquisa (ou seja, enquanto o limite inferior da primeira função objectivo, que se vai actualizando, for não superior ao limite superior) e tal que  $f_2(\mathbf{x}) = z_2^*$ . Após este ciclo, o procedimento consiste em considerar uma nova região de pesquisa com área menor que a inicial, aumentando o limite inferior da segunda função objectivo. Adicionamos então uma unidade ao  $z_2^*$  e este passa a ser o novo limite inferior da segunda função objectivo. Voltamos ao primeiro passo com o seguinte problema inicial:

$$\begin{aligned} & \min \lambda_1 f_1(\mathbf{x}) + \lambda_2 f_2(\mathbf{x}) \\ \text{s.a: } & f_1(\mathbf{x}) \leq \alpha_1 \\ & f_2(\mathbf{x}) \leq \alpha_2 \\ & f_1(\mathbf{x}) \geq \alpha_3 \\ & f_2(\mathbf{x}) \geq z_2^* + 1 \\ & \mathbf{x} \in X' \end{aligned}$$

Todo o procedimento é repetido enquanto o limite inferior da segunda função objectivo, que se vai actualizando, for não superior ao limite superior, ou seja, não existam mais soluções na região de pesquisa.

Apesar de termos adoptado este procedimento simples, baseado na optimização da soma ponderada dos objectivos, pensamos que não seria difícil criar um procedimento baseado no conceito da minimização da distância a um ponto de referência que evitasse a resolução de vários problemas de optimização, muitos deles sem soluções admissíveis, com as consequentes vantagens computacionais.

Alternativamente, poderíamos ter implementado uma outra opção em que não seria necessária a inclusão de quatro restrições adicionais no problema inicial mas apenas duas, mantendo a possibilidade de usar a adaptação do Dualoc. Neste caso, o procedimento também consistiria na resolução de vários problemas monocritério, resolvendo-se, num primeiro passo, o seguinte problema inicial:

$$\min \lambda_1 f_1(\mathbf{x}) + \lambda_2 f_2(\mathbf{x})$$

$$\text{s.a: } f_1(\mathbf{x}) \leq \alpha_1$$

$$f_2(\mathbf{x}) \leq \alpha_2$$

$$\mathbf{x} \in X'$$

sendo  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  os limites superiores respectivamente para a primeira e segunda função objectivo, e considera-se  $\lambda_1 = -0.01$  e  $\lambda_2 = -0.99$ .

Com a resolução deste problema obter-se-ia, caso existisse, a solução admissível que maximiza a função objectivo dois, dentro da região de pesquisa. Ou seja, uma solução o mais “próxima” possível do canto superior direito (devido ao peso  $\lambda_1 = -0.01$  da primeira função objectivo) da região de pesquisa. Designe-se a solução obtida por  $(z_1^*, z_2^*)$ . Podemos afirmar que se trata de uma solução dominada por todas as outras eventualmente existentes na região de pesquisa. De seguida, de forma a encontrar todas as soluções que dominam esta última solução obtida e tal que  $f_2(\mathbf{x}) = z_2^*$ , o problema anterior é novamente resolvido, mas agora considerando o limite superior para a primeira função objectivo ( $\alpha_1$ ), igual ao valor anteriormente obtido para a primeira função objectivo, subtraído de uma unidade. Portanto, o problema a resolver seria o seguinte:

$$\begin{aligned} & \min \lambda_1 f_1(\mathbf{x}) + \lambda_2 f_2(\mathbf{x}) \\ \text{s.a: } & f_1(\mathbf{x}) \leq z_1^* - 1 \\ & f_2(\mathbf{x}) \leq z_2^* \\ & \mathbf{x} \in X' \end{aligned}$$

considerando novamente  $\lambda_1 = -0.01$  e  $\lambda_2 = -0.99$ .


Este procedimento seria repetido até que fossem encontradas todas as soluções que dominam a solução  $(z_1^*, z_2^*)$  inicialmente obtida, na região de pesquisa (ou seja, enquanto o limite superior da primeira função objectivo, que se vai actualizando, for não inferior ao limite inferior dado pela região de pesquisa) e tal que  $f_2(\mathbf{x}) = z_2^*$ . Após este ciclo, o procedimento consistiria em considerar uma nova região de pesquisa com área menor, diminuindo em uma unidade o valor de  $z_2^*$ , passando este a ser o novo limite superior da segunda função objectivo. Voltaríamos ao primeiro passo com o seguinte problema inicial:

$$\begin{aligned} & \min \lambda_1 f_1(\mathbf{x}) + \lambda_2 f_2(\mathbf{x}) \\ \text{s.a: } & f_1(\mathbf{x}) \leq \alpha_1 \\ & f_2(\mathbf{x}) \leq z_2^* - 1 \\ & \mathbf{x} \in X' \end{aligned}$$

Mais uma vez, todo o procedimento seria repetido até que não existissem mais soluções na região de pesquisa.

#### 6.2.2.11 Página 'Multiattribute Analysis'

A página 'Multiattribute Analysis' é semelhante à aplicação apresentada na Subsecção 3.6.1 (Uma aplicação para Análise Multiatributo – Uma visita guiada), quer em termos visuais, quer nas suas funcionalidades (Figura 6.80). As várias opções da barra de ferramentas, oferecidas pela aplicação apresentada, estão agora disponíveis na categoria 'Radar' da barra de ferramentas do SABILOC (Figura 6.81). Algumas destas opções estão repetidamente disponíveis nas categorias 'Data' e 'Picture'.

Refira-se que existem duas opções na categoria 'Radar' da barra de ferramentas, ambas no painel 'View', que não existiam na aplicação anteriormente vista. Uma delas chama-se 'Criteria Legend' , e veremos adiante o seu intuito. A outra opção, corresponde a uma caixa de



listagem pendente, que permite substituir a visualização do gráfico radar e da grelha das distâncias, pela visualização das diversas soluções em termos de equipamentos abertos e afectações, quer seja pela representação gráfica da rede definida na página 'Coordinates' ou pelo SIG integrado (Figura 6.82).

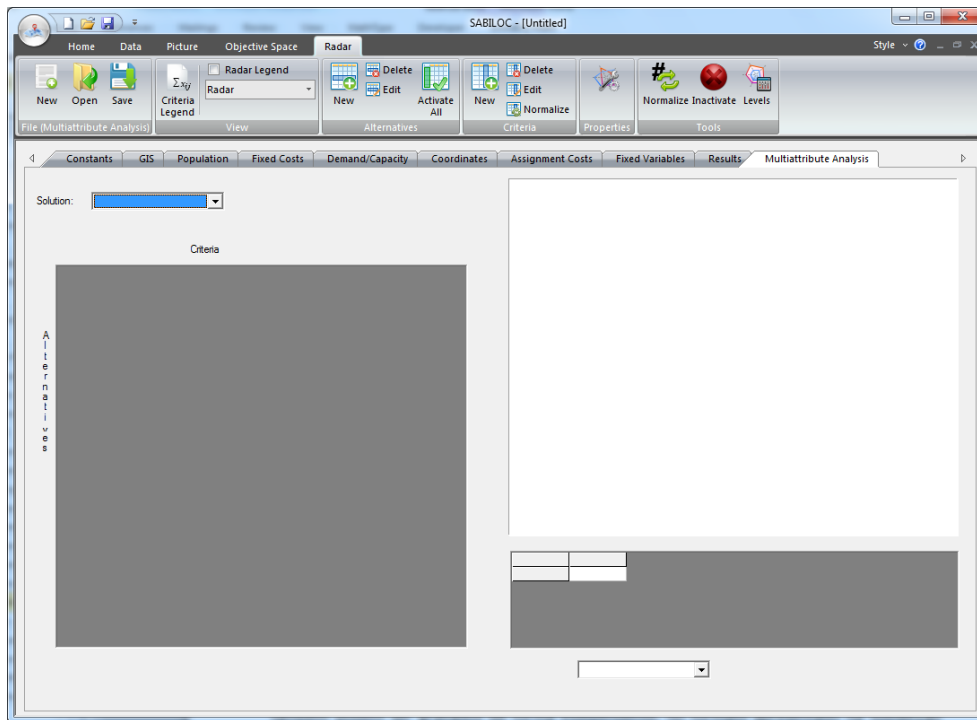


Figura 6.80 Página 'Multiattribute Analysis'.



Figura 6.81 Categoria 'Radar' da barra de ferramentas.

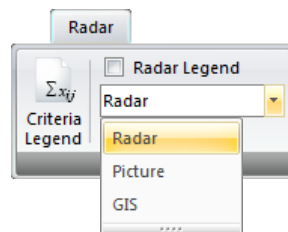


Figura 6.82 Caixa de listagem que permite seleccionar o tipo de representação gráfica.





Saliente-se que esta parte de análise multiatributo do SABILOC pode funcionar de forma independente da restante aplicação. À semelhança da aplicação apresentada na Subsecção 3.6.1, pode ser criada uma nova instância, clicando na opção 'New'  do painel 'File' (categoria 'Radar' ou categoria 'Data') (Figura 6.83). Também pode ser lido um ficheiro externo (igualmente de extensão 'maa' e com o mesmo formato) com uma instância já gerada, clicando na opção 'Open' , na categoria 'Radar' ou na categoria 'Data' (e depois 'Multiattribute Analysis'). Do mesmo modo, os dados também podem ser gravados de forma independente, através da opção 'Save' . Note-se que, se a matriz de desempenhos for gerada através da criação de uma nova instância ou da leitura de um ficheiro externo, então não será possível visualizar as diversas soluções/alternativas através da rede, quer em termos de serviços abertos, quer de afectações.



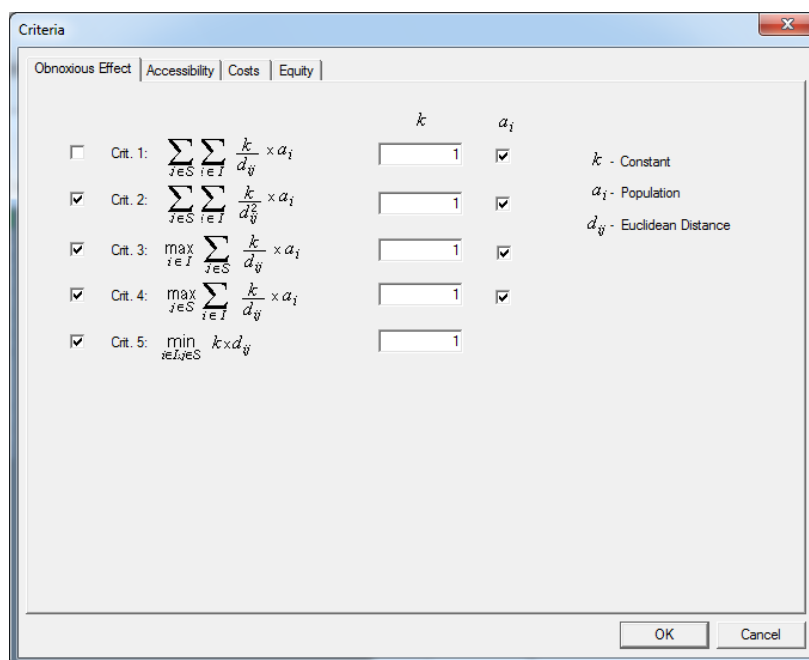
Figura 6.83 Opções que permitem gerar uma nova instância.

Pelo facto de já termos feito uma descrição exhaustiva de todas as funcionalidades da parte de análise multiatributo, não iremos agora voltar a descrever, pelo menos com o mesmo detalhe, a página 'Multiattribute Analysis'.

Apesar desta página poder funcionar de forma independente da restante aplicação, o seu grande interesse no SABILOC consiste na possibilidade de analisarmos mais detalhadamente um conjunto de soluções de compromisso, provenientes da primeira fase interactiva, com base num conjunto vasto e coerente de critérios. Uma vez que se consideram outros critérios para além dos dois da primeira fase, algumas soluções dominadas (em termos dos valores das duas funções objectivo inicialmente consideradas) que foram eliminadas, podem novamente ter interesse. Desta forma, em muitos casos, justifica-se estender a análise multiatributo a soluções ligeiramente dominadas, em redor das soluções aceitáveis que foram seleccionadas na primeira fase. Tal como já vimos na descrição da página 'Results', esta extensão pode ser concretizada através do SABILOC e para isso, só temos de escolher a ferramenta 'Obtain Solutions' e seleccionar a região do espaço dos objectivos onde pretendemos efectuar a pesquisa. A

aplicação calculará todas as soluções admissíveis (dominadas e não dominadas) nessa região, justificando-se assim a utilidade da ferramenta. O resultado da pesquisa efectuada na região é automaticamente apresentado numa caixa de diálogo, onde se encontram também os resultados de outras pesquisas efectuadas anteriormente (Figura 6.79 – página 231). Clicando no botão ‘Save’ da caixa de diálogo, todos os resultados das pesquisas realizadas podem ser gravados num ficheiro de texto de extensão ‘sl1’ ou ‘sl2’. Estes ficheiros correspondem a dois formatos diferentes, cujas estruturas se encontram nos Anexos (página 310). Refira-se ainda que a caixa de diálogo da Figura 6.79 pode ser visualizada a qualquer momento, escolhendo a opção ‘Searches’  da barra de ferramentas (categoria ‘Data’ e painel ‘View’).

A partir desta janela, podem seleccionar-se as alternativas (através de caixas de verificação que se encontram ao lado de cada uma das alternativas), para as quais se pretende efectuar uma análise multiatributo. Refira-se que podem seleccionar-se alternativas provenientes de pesquisas efectuadas em diferentes regiões. Para se proceder à análise, clica-se no botão ‘Multiattribute Analysis’ da caixa de diálogo, que origina a abertura duma nova janela, ilustrada na Figura 6.84.



**Figura 6.84** Caixa de diálogo que permite a escolha dos critérios a utilizar na análise multiatributo *a posteriori*.

O próximo passo consiste na selecção de um conjunto de critérios para avaliar o desempenho das alternativas. O SABILOC, a partir da caixa de diálogo apresentada na Figura

6.84, permite escolher de uma vasta gama de critérios (dezasseis no total), utilmente subdivididos em quatro classes representativas do efeito obnócio, da acessibilidade, do custo e da equidade. Os dezasseis critérios são critérios típicos encontrados na literatura para problemas de localização. Apesar de termos escolhido estes dezasseis critérios, facilmente se podem implementar no sistema outros que se considerem relevantes e de interesse acrescentar.

Pretendendo-se eventualmente tratar da localização de serviços com impacto ambiental, uma das classes de critérios é representativa do efeito obnócio. Os critérios são encarados sob a perspectiva de otimizar o valor total e o pior caso, utilizando a distância Euclidiana como medida de avaliação. O efeito obnócio é também função da população de cada comunidade. Os critérios considerados nesta classe são:

1. Efeito obnócio exercido sobre as comunidades por todos os equipamentos instalados (neste caso, inversamente proporcional à distância Euclidiana):

$$\sum_{j \in S} \sum_{i \in I} \frac{k}{d_{ij}} a_i$$

2. Efeito obnócio exercido sobre as comunidades por todos os equipamentos instalados (neste caso, inversamente proporcional ao quadrado da distância Euclidiana):

$$\sum_{j \in S} \sum_{i \in I} \frac{k}{d_{ij}^2} a_i$$

3. Máximo efeito obnócio exercido sobre uma comunidade por todos os equipamentos instalados:

$$\max_{i \in I} \sum_{j \in S} \frac{k}{d_{ij}} a_i$$

4. Máximo efeito obnócio exercido por algum equipamento instalado sobre todas as comunidades:

$$\max_{j \in S} \sum_{i \in I} \frac{k}{d_{ij}} a_i$$

5. Distância (Euclidiana) mínima entre qualquer comunidade e algum equipamento instalado:

$$\min_{i \in I; j \in S} k d_{ij}$$

onde  $I$  é o conjunto de clientes/comunidades a servir;  $S$  é o conjunto dos locais onde foram instalados os equipamentos;  $k$  é uma constante;  $a_i$  é a população/peso da comunidade localizada em  $i \in I$  e  $d_{ij}$  é a distância Euclidiana entre a comunidade  $i \in I$  e o equipamento instalado em  $j \in S$ . Refira-se que, devido à utilização das distâncias Euclidianas, o uso de qualquer um destes critérios na análise só é possível caso tenham sido introduzidas as coordenadas dos pontos na página 'Coordinates'. A multiplicação pela população nos primeiros quatro critérios é opcional e só é possível caso tenham sido introduzidos os valores na página 'Population'.

Estes critérios são bem conhecidos na literatura, tal como vimos na revisão bibliográfica do Subcapítulo 4.2, e procuram avaliar o desempenho das várias alternativas em relação ao impacto ambiental.

Uma segunda classe, representativa da acessibilidade, inclui os seguintes dois critérios:

6. Soma total das distâncias (caminho mais curto) entre os equipamentos instalados e as comunidades afectadas a esses equipamentos:

$$\sum_{j \in S} \sum_{i \in I} k a_i c_{ij} x_{ij}$$

7. Máxima distância (caminho mais curto) entre os equipamentos instalados e as comunidades afectadas a esses equipamentos:

$$\max_{i \in I; j \in S} k c_{ij} x_{ij}$$

onde  $c_{ij}$  é o custo do caminho mais curto entre a comunidade  $i \in I$  e o serviço aberto em  $j \in S$ . A utilização destes dois critérios só é possível caso tenham sido introduzidas, na página 'Coordinates', os custos (comprimentos) dos arcos existentes entre os nodos da rede. Mais uma vez, a utilização dos dados referentes à população no primeiro critério desta classe só é possível caso tenham sido introduzidos na página 'Population'.

Quanto à classe dos custos, são usados cinco critérios de três tipos diferentes:

8. Custo fixo total, por exemplo de abertura ou de manutenção, dos equipamentos instalados:

$$\sum_{j \in S} k f_{n_j}$$

10. Custo total de afectação/transporte das comunidades aos equipamentos instalados:

$$\sum_{j \in S} \sum_{i \in I} k q_i t_{nij} x_{ij}$$

12. Custo total de funcionamento dos equipamentos instalados:

$$\sum_{j \in S} \sum_{i \in I} k q_i f_j x_{ij}$$

onde  $f_{nj}$ , para  $n = 1,2$ , são os valores/custos fixos associados à instalação do equipamento em  $j \in S$  (podendo considerar-se  $f_{1j}$  e  $f_{2j}$  iguais aos custos fixos definidos para cada função objectivo na primeira fase do processo interactivo);  $t_{nij}$ , para  $n = 1,2$ , são os valores/custos de afectação da comunidade localizada em  $i \in I$  ao equipamento instalado em  $j \in S$  (podendo-se considerar  $t_{1ij}$  e  $t_{2ij}$  iguais aos custos de afectação definidos para cada função objectivo na primeira fase do processo interactivo);  $q_i$  é a procura/peso da comunidade localizada em  $i \in I$  e  $f_j$  é o custo unitário de funcionamento associado ao equipamento instalado em  $j \in S$ . A utilização da procura nos critérios 10, 11 e 12, exige que se tenham inserido os valores na página 'Demand/Capacity'.

A última classe de critérios é representativa de medidas de equidade, quer em termos de acessibilidade, quer de efeito obnócio total. Para avaliar a equidade das alternativas são usadas duas medidas:

13. Coeficiente de Gini:

$$\frac{\sum_{i \in I} \sum_{h \in I} |E_{i(x)} - E_{h(x)}|}{2N^2 \overline{E(x)}}$$

15. Índice de Concentração de Hoover:


$$\frac{1}{2N} \sum_{i \in I} \left| \frac{E_{i(x)}}{\overline{E(x)}} - \frac{a_i}{\bar{a}} \right|$$

onde  $N$  é o número de comunidades;  $a_i$  é a população/peso da comunidade localizada em  $i \in I$ ;  $\bar{a}$  é a população/peso médio das comunidades;  $E_{i(x)}$  é um valor representativo do factor  $x$  sobre a comunidade  $i \in I$ ;  $\overline{E(x)}$  é a média do factor  $x$ . As duas medidas de equidade estão implementadas em termos de acessibilidade e de efeito obnócio total. No entanto, outros factores poderiam ser facilmente considerados nos coeficientes referidos. Para o factor efeito obnócio é exigida a informação referente à população e às coordenadas dos pontos da rede, e

para o factor acessibilidade, a informação referente aos custos (comprimentos) dos arcos existentes entre os nodos da rede.

O coeficiente de Gini é a medida mais frequentemente citada na literatura e é uma medida de dispersão estatística. O coeficiente de Gini varia entre 0 e 1, em que um coeficiente baixo indica uma maior igualdade ou simetria na distribuição, com o valor 0 a corresponder a uma completa igualdade ou equidade, enquanto coeficientes mais altos indicam uma maior desigualdade ou assimetria na distribuição, com o valor 1 a corresponder a uma completa iniquidade. O índice de Hoover é considerado a medida mais simples e corresponde à proporção do efeito (no nosso caso, efeito obnócio ou acessibilidade) que deveria ser redistribuído de forma a alcançar uma perfeita equidade. Tal como o coeficiente de Gini, o valor do índice varia entre 0 e 1, sendo 0 o valor de completa equidade, em que não é necessária redistribuição do efeito, e 1, de completa iniquidade, em que todo o efeito deveria ser redistribuído.

Note-se que todos os critérios acima referidos são de minimização excepto o quinto, que se pretende maximizar.

Podemos agora voltar a mencionar a opção ‘Criteria Legend’  da barra de ferramentas (Figura 6.82 – página 235), que tem como intuito apresentar a formulação de todos os dezasseis critérios acabados de descrever (Figura 6.85).

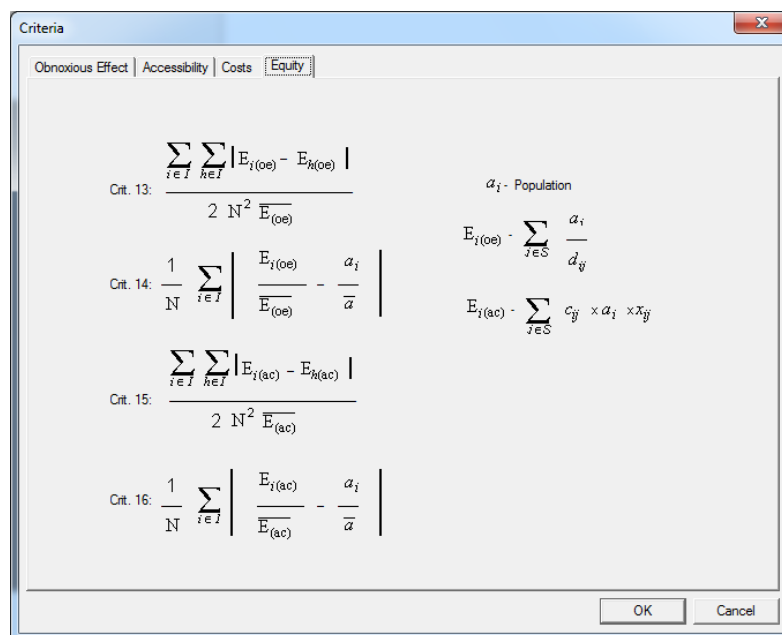
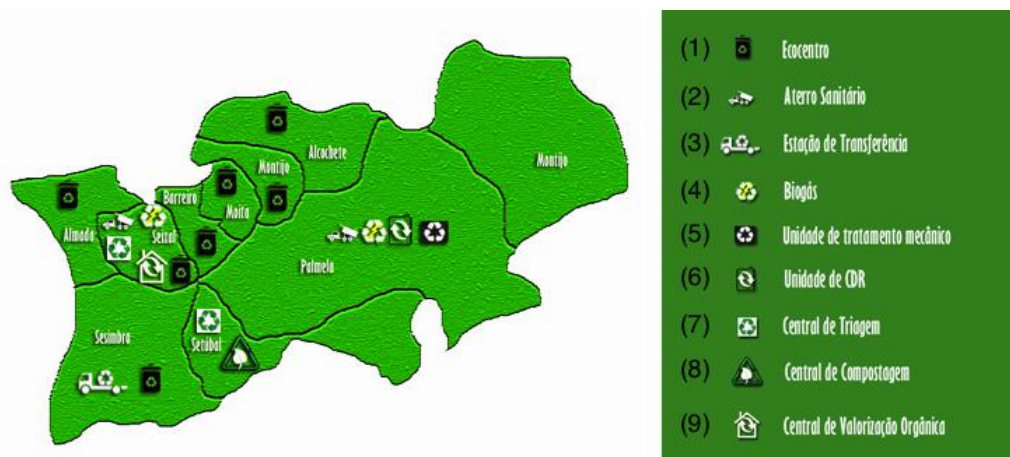


Figura 6.85 Caixa de diálogo que permite visualizar as fórmulas dos critérios.

### 6.2.3. Caso de Estudo - Localização de Estações de Transferência de Resíduos

O distrito de Setúbal situa-se na zona sudoeste de Portugal e a capital de distrito é a cidade de Setúbal. Tem uma população residente de aproximadamente 852 mil habitantes (Censos, 2011) e uma área de 5,064 km<sup>2</sup>. O distrito é constituído por treze municípios.

A AMARSUL é a empresa responsável pelo tratamento e valorização dos Resíduos Sólidos Urbanos (RSU) de nove dos treze municípios do distrito de Setúbal, que correspondem a 58 freguesias, aproximadamente 780 mil habitantes (Censos, 2011) e uma área total de 1,522 km<sup>2</sup>. De acordo com dados divulgados pela empresa (AMARSUL [8]), as infraestruturas para o desenvolvimento da sua actividade são: dois aterros sanitários, uma estação de compostagem, uma estação de triagem e enfiamento, dois sistemas de aproveitamento energético de biogás, sete ecocentros e uma rede de 2.405 ecopontos, e uma estação de transferência de resíduos. E ainda em construção: uma central de valorização orgânica e uma unidade de produção de combustíveis derivados de resíduos com tratamento mecânico (Figura 6.86).



**Figura 6.86** Áreas de intervenção e infraestruturas da AMARSUL (Fonte: AMARSUL).

Segundo o Decreto-Lei n.º 239/97 de 9 de Setembro, uma estação de transferência de resíduos consiste numa instalação onde os resíduos são descarregados com o objectivo de os preparar para serem transportados para outro local de tratamento, valorização ou eliminação. Como é sabido, a razão principal para usar uma estação de transferência é reduzir o custo de transporte dos resíduos para o seu destino final. Outras vantagens apontadas são: permitir que

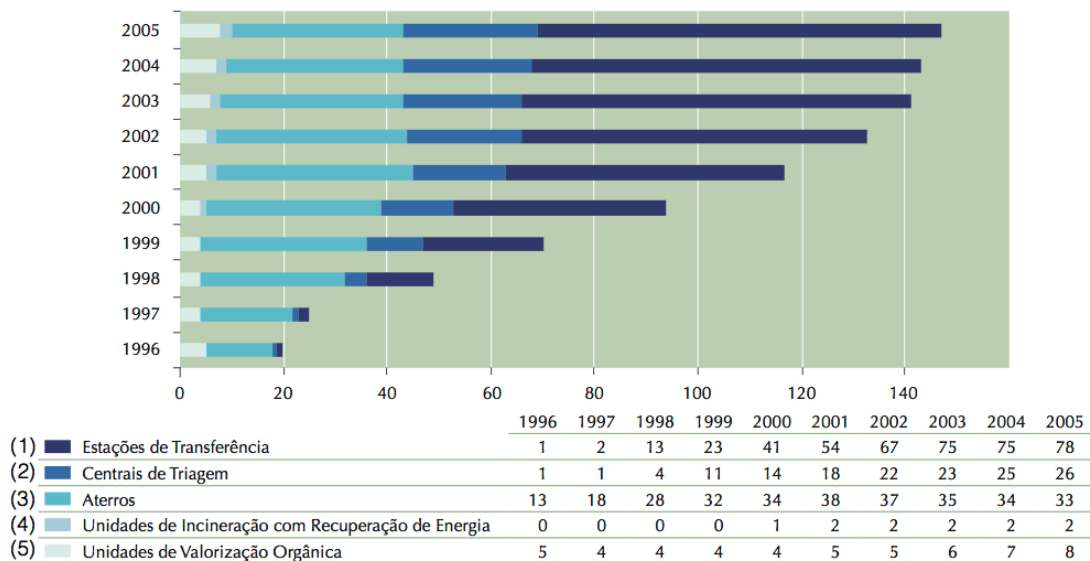


se localizem as infraestruturas de tratamento, valorização e eliminação dos RSU a maiores distâncias dos centros urbanos; reduzir o desgaste dos veículos de recolha; reduzir os recursos humanos necessários, permitir o uso de veículos mais pequenos nos centros urbanos, etc. Apesar dos óbvios benefícios ambientais e económicos associados ao uso de estações de transferência, estas também apresentam algumas preocupações ambientais. Nomeadamente, o ruído causado pelo manuseamento de equipamentos pesados nas infraestruturas; o odor desagradável; a proliferação de insectos, roedores, entre outros; o aumento de congestionamento de tráfico nas proximidades das estações e o conseqüente ruído resultante dessa situação; etc.

Neste caso de estudo, assumimos que a empresa AMARSUL está a avaliar a implementação de pelo menos uma estação de transferência na sua área de acção. Os RSU descarregados nestas estações serão posteriormente transferidos para o aterro sanitário mais próximo (localizados nos municípios de Palmela e Seixal). Alguns estudos passados apontavam que a instalação de estações de transferência poderia ser economicamente vantajosa quando a distância dos centróides das zonas de recolha ao aterro excedia mais ou menos 25 quilómetros. Este limiar de referência da distância é apenas indicativo, e certamente desactualizado, uma vez que não considera as recentes subidas dos preços dos combustíveis. Como podemos ver na Figura 6.87 (MAOT [100]), a empresa AMARSUL não tem acompanhado o crescimento nacional no que diz respeito ao número de estações de transferência, validando de alguma forma o pressuposto de a empresa querer instalar tais infraestruturas, enquanto mantém em funcionamento a actual no concelho de Sesimbra. Além disso, a instalação de mais estações de transferência de resíduos vai de encontro às directrizes de acção elaboradas pelo Ministério do Ambiente, do Ordenamento do Território e do Desenvolvimento Regional e descritas no PERSU II - Plano Estratégico para os RSU II (MAOT [100]). Este plano aponta a estratégia, define as prioridades e estabelece as metas que se pretendem atingir para o período de 2007 a 2016 em matéria de gestão de RSU.

Identificar um local adequado para a instalação de uma estação de transferência de resíduos pode revelar-se um processo complicado. A escolha do local pode depender de vários critérios técnicos, ambientais, económicos, sociais e políticos. Quando é feita a escolha de um local, é preciso alcançar um equilíbrio entre os múltiplos critérios, geralmente conflituosos. Por

exemplo, um local centralizado na área onde os resíduos são produzidos poderia ser economicamente melhor mas iria perturbar o bem-estar da população na vizinhança desse local, causando oposição e preocupação pública. Assim, mais importante do que tentar identificar o local ideal, será obter a melhor opção tendo em conta os diversos critérios. A importância relativa dada a cada critério usado na escolha do local mais adequado variará dependendo das preocupações e necessidades das comunidades envolvidas (EPA [46]).



**Figura 6.87** Evolução do número de infraestruturas de gestão de resíduos entre 1996 e 2005 (Fonte: MAOT).

Nas três secções seguintes, iremos explorar o caso de estudo aqui descrito, através do SABILOC, de forma a mostrar as potencialidades e as funcionalidades da aplicação em acção.

### 6.2.3.1 Pré-processamento dos Dados

Uma vez que pretendemos gerar uma nova instância, devemos seleccionar a opção 'New' da aplicação. Ao fazê-lo, surgirá uma caixa de diálogo (Figura 6.6 – página 180) com os modelos implementados, da qual deveremos escolher o que nos interessa. Vamos optar pelo primeiro da lista – modelo de localização simples bicritério.

Na página 'Constants', devemos introduzir alguns parâmetros do modelo escolhido. Nomeadamente, o número de comunidades, o número de possíveis locais para instalação de serviços e o número de casas decimais com que se quer trabalhar os dados. Uma vez que ainda não temos toda a informação relativa ao caso de estudo, em particular o número de potenciais

locais para a instalação das estações de transferência, não vamos para já preencher esta página.

Vamos agora mostrar como podemos pré-processar os dados, através do SIG integrado, de modo a obter os potenciais locais para a instalação das estações de transferência. Estes locais serão depois usados na primeira fase interactiva. A Figura 6.88 apresenta a página 'GIS', onde já foram adicionados alguns dados, que vamos de seguida detalhar.

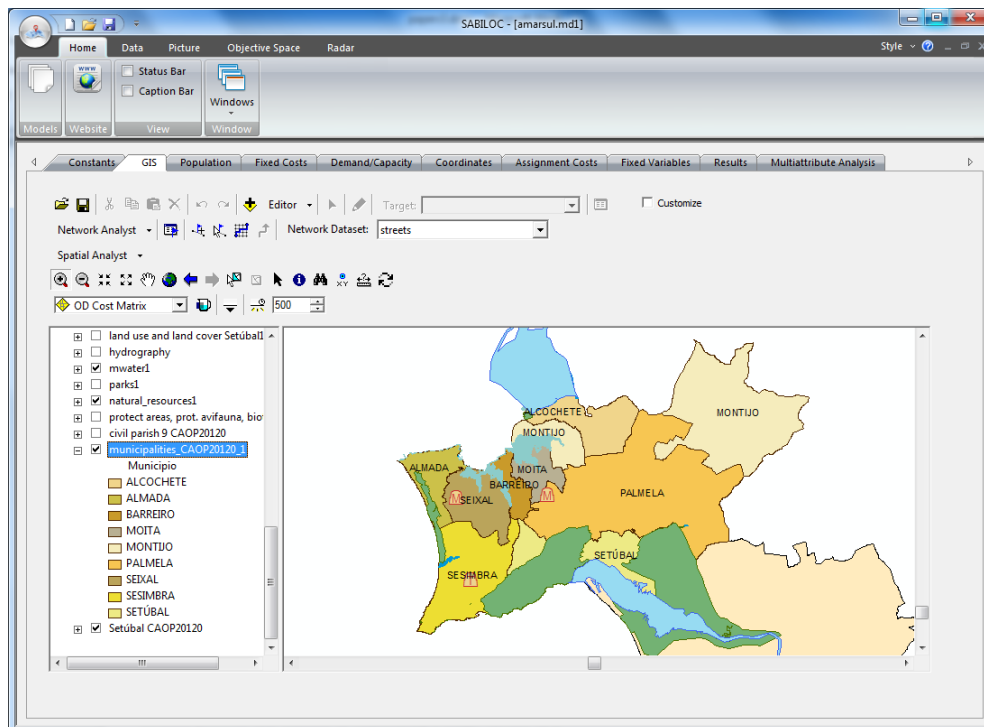
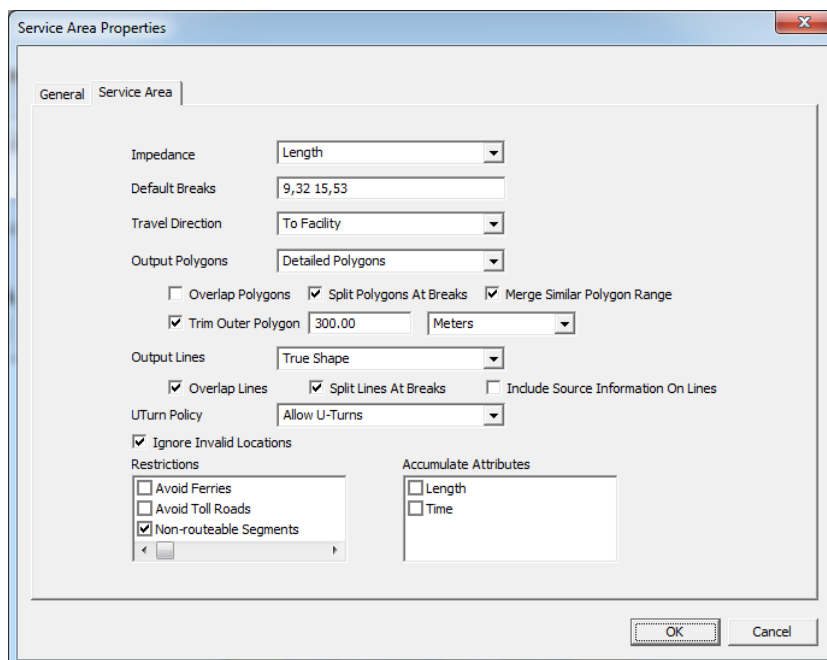


Figura 6.88 Página 'GIS' com alguns dados geográficos a utilizar no caso de estudo.

Utilizando a opção de adicionar dados geográficos da barra de ferramentas, adicionaram-se 11 camadas temáticas para análise, para além da CAOP – Carta Administrativa Oficial de Portugal (formato vectorial), que regista o estado da delimitação e demarcação das circunscrições de Portugal. As camadas temáticas consideradas para análise foram: áreas protegidas, zonas de protecção especial para a avifauna e biótopos; recursos naturais; águas; parques; ocupação e uso dos solos; capacidade de uso do solo; rede de estradas; ferrovias; delimitações das povoações; aterros sanitários e estações de transferência de RSU (podem visualizar-se algumas destas na tabela de conteúdos da Figura 6.88). Com estes dados, pretendeu-se, numa primeira instância, classificar a região de acção da AMARSUL, tendo em conta zonas de protecção e distâncias de segurança para cada uma das camadas. O

procedimento a aplicar é semelhante ao apresentado na função 'Reclassificação de dados' do Subcapítulo 5.2 (ver Figura 5.20, na página 146), usando-se para tal, os valores referidos na Tabela 0.1 (ver tabela nos Anexos – página 311). No entanto, no nosso caso, não atribuiremos importâncias às camadas uma vez que o intuito é mais no sentido de obter unicamente locais adequados para a instalação das estações de transferência. Para concretizar o procedimento, vamos realizar várias operações no SABILOC, usando as extensões *Spatial Analyst* e *Network Analyst*.

Com a extensão *Network Analyst*, mais especificamente com a função Área de Serviço, determinamos as regiões espaciais que abrangem todas as ruas acessíveis a 15 e a 25 quilómetros (via rodoviária), a partir dos aterros sanitários existentes em Palmela e no Seixal, e da estação de transferência existente em Sesimbra. Assim, clica-se na opção 'New Service Area' e é criada automaticamente uma nova camada temática na tabela de conteúdos. De seguida, definem-se os pontos, a partir dos quais se pretende obter as regiões espaciais ou seja, os dois aterros sanitários e a estação de transferência. Agora, há que definir os parâmetros da função Área de Serviço (Figura 6.89). Tal como pretendido, considera-se a distância em rede como o parâmetro de custo para efeitos de cálculo, usando 15 e 25 quilómetros (respectivamente 9,32 e 15,53 milhas) como limiares.



**Figura 6.89** Parâmetros da função Área de Serviço para o cálculo de duas regiões espaciais, a partir dos aterros sanitários e da estação de transferência.

O resultado desta operação, em formato vectorial – linhas e polígonos, é o apresentado na Figura 5.25 (página 152). O intuito de usar como limites 15 e 25 quilómetros foi ter uma primeira perspectiva do que poderia fazer sentido para este caso. Após uma análise do resultado pareceu-nos preferível considerar que só poderiam ser instaladas novas estações de transferência a uma distância em rede superior a 25 quilómetros dos aterros sanitários e da estação de transferência existentes. É certo que poderão existir centróides das zonas de recolha ao aterro sanitário mais próximo, a uma distância superior ao valor de referência especificado nalguns estudos, como sendo vantajosa a instalação de uma estação de transferência. No entanto, a consideração de uma distância inferior a 25 quilómetros poderia implicar uma alteração demasiado excessiva ao actual planeamento de gestão da AMARSUL, o que nem sempre é bem aceite pelos agentes de decisão. Para podermos utilizar a região espacial obtida na nossa análise, de modo a determinar os potenciais locais para a instalação das estações de transferência, esta tem de ser convertida primeiro em formato *raster*. Para tal, temos de utilizar a extensão *Spatial Analyst*.

A opção de conversão de dados vectoriais em dados *raster* foi bastante usada no caso de estudo. Por exemplo, uma das primeiras operações realizadas, consistiu em converter a CAOT em *raster*, para posteriormente definir a região de acção da empresa AMARSUL. Para isso, clicou-se na opção '*Feature to Raster*' e abriu-se a caixa de diálogo da Figura 6.90. Seleccionou-se a CAOP como elemento de entrada, o campo Município como elemento que define os valores do *raster* de saída, 10 metros como a dimensão lateral de cada célula e definiu-se CAOT\_Raster como o nome do *raster* de saída. Como resultado desta operação obtivemos um *raster* em que todas as células pertencentes a um determinado município têm o mesmo valor, diferente dos valores dos restantes municípios. Automaticamente, a camada temática relativa a este *raster* de saída é adicionada à tabela de conteúdos. A sua tabela de propriedades é ilustrada na Figura 6.91. Para definir a região de acção da empresa, havia agora que seleccionar do *raster* obtido, os nove municípios da sua responsabilidade. Para isso precisamos de recorrer à linguagem de análise *Map Algebra*. Um outro exemplo de utilização desta opção de conversão de dados vectoriais em dados *raster*, é a conversão em *raster* dos polígonos obtidos, como resultado da função Área de Serviço referida anteriormente.

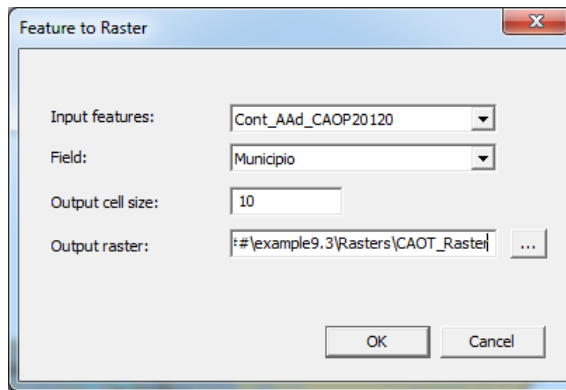


Figura 6.90 Conversão da CAOT em formato *raster*.

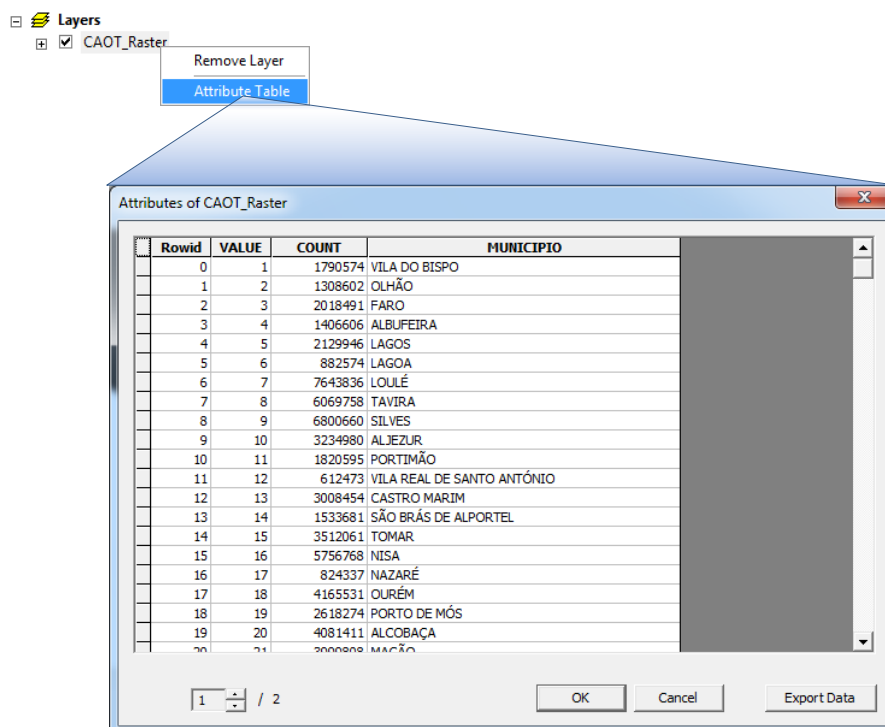


Figura 6.91 Tabela de propriedades da camada temática CAOT\_Raster.

Uma outra funcionalidade bastante utilizada foi a que permite manipular a linguagem de análise *Map Algebra*. A título ilustrativo, vejamos de seguida alguns procedimentos utilizados no nosso caso de estudo:

- Selecção da região de acção da AMARSUL, tendo em conta o *raster* de saída CAOT\_Raster obtido através da operação realizada na Figura 6.90:

```
Con([CAOT_Raster] == 94 OR [CAOT_Raster] == 88
OR [CAOT_Raster] == 85 OR [CAOT_Raster] == 89
```

```
OR [CAOT_Raster] == 90 OR [CAOT_Raster] == 86
OR [CAOT_Raster] == 83 OR [CAOT_Raster] == 77
OR [CAOT_Raster] == 78, 1)
```

ou, alternativamente,

```
Con(Test([CAOT_Raster], "MUNICIPIO = 'ALCOCHETE' OR
MUNICIPIO = 'ALMADA' OR MUNICIPIO = 'BARREIRO' OR
MUNICIPIO = 'MOITA' OR MUNICIPIO = 'MONTIJO' OR
MUNICIPIO = 'PALMELA' OR MUNICIPIO = 'SEIXAL' OR
MUNICIPIO = 'SESIMBRA' OR MUNICIPIO = 'SETÚBAL)'), 1)
```

onde Con e Test são as operações apresentadas no Subcapítulo 5.2.

- Para os dados relativos às áreas protegidas, zonas de protecção especial para a avifauna e biótopos; recursos naturais; águas e parques, o procedimento adoptado foi semelhante. Primeiro converteu-se cada um dos dados vectoriais em *raster*, utilizando a ferramenta 'Feature to Raster'. Com o *output* obtido para cada um, executou-se o seguinte comando *Map Algebra*:

```
Con(IsNull([output]), 1, 0)
```

onde, lembre-se, IsNull é igual a 1 se uma determinada célula do *raster* de entrada é vazia (*NoData*), e 0 em caso contrário. Por exemplo, para os dados relativos aos recursos naturais, com este comando obtém-se um novo *raster* com valor 1 numa célula que não seja um recurso natural e 0 em caso contrário.

- Em relação à informação de ocupação e uso dos solos, também neste caso, convertemos primeiro em dado *raster*, escolhendo o campo código do solo – CODE\_06 (ver a legenda da Tabela 0.1 nos Anexos – página 312) como elemento que define os valores do *raster*, e *rast\_land\_use* como nome do *raster* de saída. Após esta operação, utilizaram-se os seguintes comandos *Map Algebra* para se proceder à reclassificação:

```
1. Test([rast_land_use], "CODE_06 = '112' OR CODE_06 = '142' OR
CODE_06 = '211' OR CODE_06 = '212' OR CODE_06 = '222' OR
CODE_06 = '243' OR CODE_06 = '321' OR CODE_06 = '331'") * 2
2. Test([rast_land_use], "CODE_06 = '123' OR CODE_06 = '231' OR
CODE_06 = '242' OR CODE_06 = '244' OR CODE_06 = '311' OR
CODE_06 = '312' OR CODE_06 = '313' OR CODE_06 = '334'") * 5
3. Test([rast_land_use], "CODE_06 = '121' OR CODE_06 = '131' OR
CODE_06 = '132' OR CODE_06 = '322' OR CODE_06 = '323' OR
CODE_06 = '324' OR CODE_06 = '332'") * 10
```

```
4. [rast_l_use_2] + [rast_l_use_5] + [rast_l_use_10]
```

onde *rast\_l\_use\_2*, *rast\_l\_use\_5* e *rast\_l\_use\_10* correspondem aos nomes de *output* dos três primeiros passos. Note-se que poderíamos ter procedido à reclassificação apresentada através de outros procedimentos. Por exemplo, através de vários comandos *Con* integrados num único comando *Con*. Ou, através da função de reclassificação '*Reclass*' também apresentada no Subcapítulo 5.2, precisando, neste caso, de criar uma tabela que definisse a reclassificação dos valores.

- O procedimento para a capacidade do uso do solo foi bastante semelhante ao anterior, convertendo-se primeiro em dado *raster*. O campo escolhido para definir os valores do *raster* foi o código do tipo de uso do solo – CODUSO (ver a legenda da Tabela 0.1 nos Anexos – página 312) e o nome do *raster* de saída foi *rast\_l\_feas1*. Com base neste, executou-se o seguinte comando:

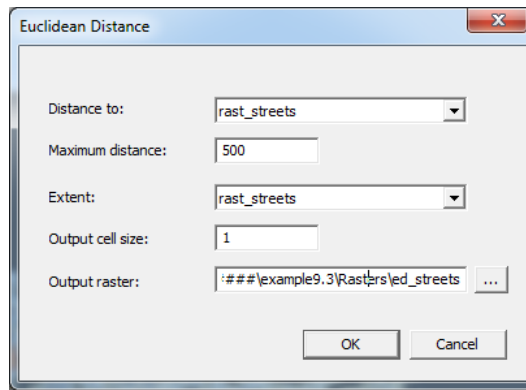
```
Con([rast_l_feas1] >= 14 & [rast_l_feas1] <= 17, 0,  
Con([rast_l_feas1] == 1, 2, Con([rast_l_feas1] == 2, 5,  
Con([rast_l_feas1] >= 3 & [rast_l_feas1] <= 8, 10))))
```

- Relativamente às camadas temáticas rede de estradas, caminhos-de-ferro, delimitações das povoações, aterros sanitários e estações de transferência de RSU, foi necessário utilizar a ferramenta '*Euclidean Distance*'. Ao clicar nesta opção da barra de ferramentas abriu-se a caixa de diálogo da Figura 6.92, onde já se inseriram alguns parâmetros para o caso dos dados relativos à rede de estradas. Assim, determinou-se um *raster* chamado *ed\_streets*, cujos valores das células correspondem à distância Euclidiana à rede de estradas dos 9 municípios (*raster* de entrada *rast\_streets*), considerando uma distância máxima de 500 metros e uma dimensão lateral de cada célula do *raster* de saída de 1 metro. Na Figura 6.93, apresenta-se parte do resultado. Tendo em conta os valores referidos na Tabela 0.1 (nos Anexos – página 311), executou-se o seguinte comando *Map Algebra*, de modo a realizar uma reclassificação do *raster* de saída previamente obtido:

```
Con(IsNull([ed_streets]), 2, Con([ed_streets] <= 20, 0,  
Con([ed_streets] <= 250, 10, Con([ed_streets] <= 500, 5, 2))))
```

Parte do *raster* de saída, relativo ao último comando executado, é ilustrado na Figura 6.94.





**Figura 6.92** Cálculo das distâncias Euclidianas à rede de estradas dos 9 municípios.

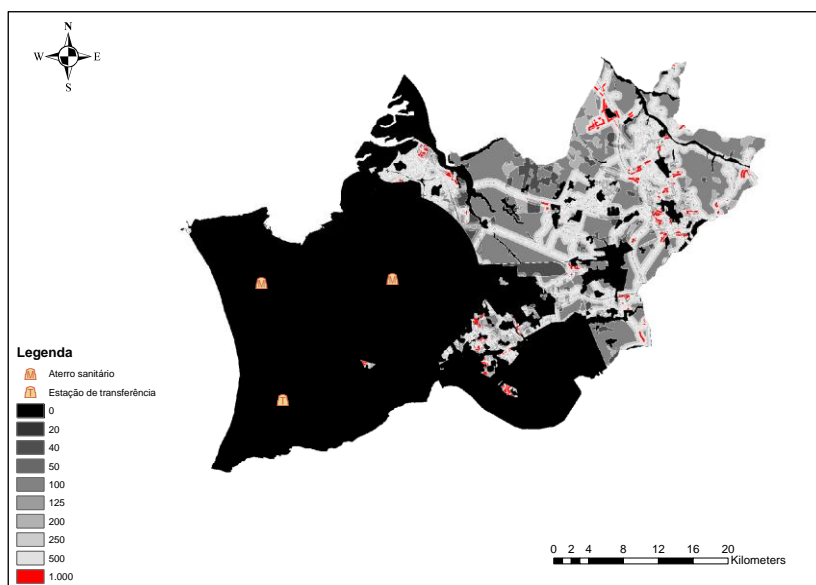


**Figura 6.93** Parte do resultado do cálculo das distâncias Euclidianas à rede de estradas dos 9 municípios.



**Figura 6.94** Parte do resultado da reclassificação efectuada.

Após toda esta manipulação dos dados, os doze dados *raster* de saída (incluindo a região de acção da empresa) são multiplicados, usando a opção 'Map Algebra'. Desta forma, se o valor de alguma célula de algum *raster* for igual a 0, então o valor da célula resultante da multiplicação, nessa mesma posição, será igual a 0. Isto significa que essa posição é completamente desadequada para a instalação de uma estação de transferência de RSU. As Figuras 6.95 e 6.96 mostram o resultado da multiplicação efectuada, juntamente com a estação de transferência e os aterros sanitários existentes.



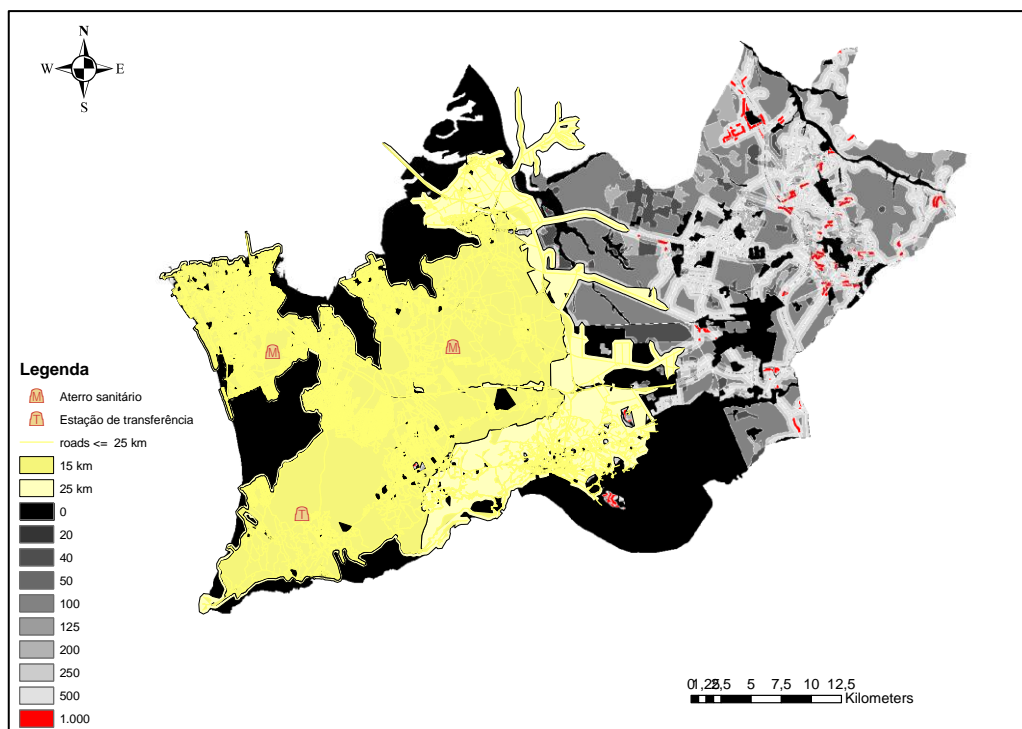
**Figura 6.95** Uma primeira análise dos potenciais locais para a instalação de estações de transferência.



**Figura 6.96** Ampliação de parte da Figura 6.95.

Cores mais escuras nas figuras representam localizações menos adequadas, em que o preto representa uma região excluída. Definimos como cor vermelha os locais que têm um maior índice de adequação, tendo em conta a informação até aqui utilizada.

Note-se que nas Figuras 6.95 e 6.96 ainda não foram considerados os polígonos obtidos como resultado da função Área de Serviço executada anteriormente. Ou seja, ainda não foram eliminadas as regiões correspondentes aos polígonos definidos pelas ruas a uma distância em rede de 25 quilómetros da estação de transferência e dos aterros sanitários existentes. Sobrepondo a camada temática relativa aos polígonos à Figura 6.95, obtemos a Figura 6.97. Na Figura 6.98 apresentamos uma ampliação da mesma região que foi ampliada na Figura 6.96. Os polígonos amarelo claro e escuro são as regiões a respectivamente 25 e 15 quilómetros de distância em rede da estação de transferência e dos aterros sanitários existentes. Como podemos reparar, com esta nova informação, serão eliminados alguns potenciais locais para a instalação de estações de transferência considerados anteriormente



**Figura 6.97** Uma segunda análise dos potenciais locais para a instalação de estações de transferência

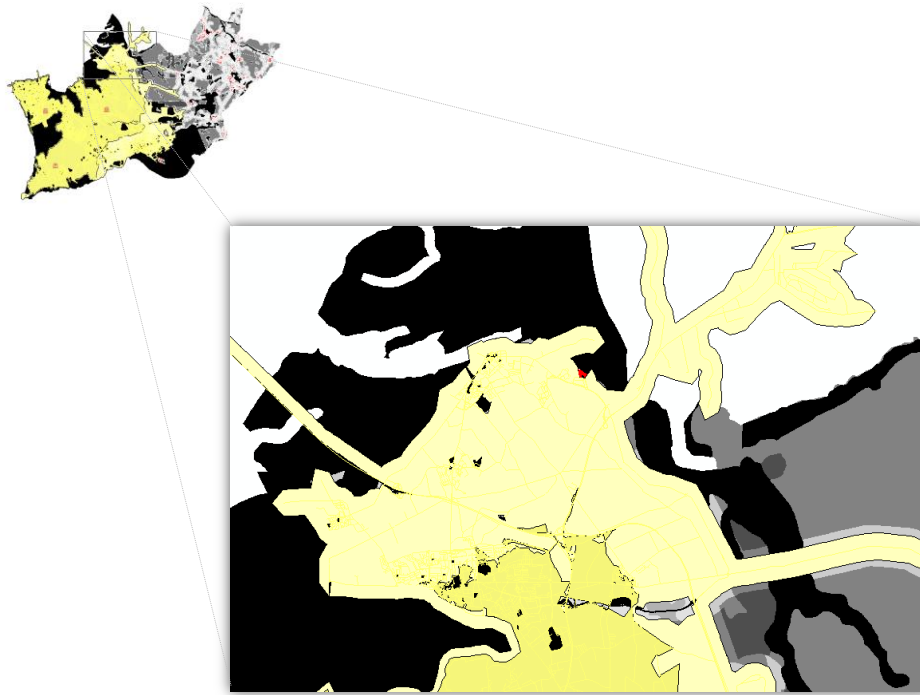


Figura 6.98 Ampliação de parte da Figura 6.97.

Tal como já referido anteriormente, os polígonos aqui mencionados foram convertidos em formato *raster*, usando a ferramenta '*Feature to Raster*'. Ao *output* chamámos *rast\_pol\_sa*.

De seguida, decidimos obter todos os locais exteriores à região definida pelos polígonos com um índice máximo de adequação. Para executar tal tarefa, consideramos o seguinte comando *Map Algebra*:

```
Con([final_mask] == 1000 AND IsNull([rast_pol_sa]) , 1)
```

onde *final\_mask* é o *raster* resultante da multiplicação dos 12 dados *raster* manipulados anteriormente. Com este comando, as células do *raster* de saída (*final\_hvs*), sobre os locais pretendidos, ficam com valor igual a 1. É agora necessário agrupar as regiões com valor igual a 1, de modo a torná-las independentes. Isto é, a todas as células com valor igual a 1 que estejam juntas, é atribuído um mesmo valor, de modo a identificá-las como um grupo. Tal é conseguido, utilizando a função *Region Group*, através do seguinte comando *Map Algebra*:

```
RegionGroup([final_hvs])
```

Com este agrupamento, ficamos a saber que o número de potenciais locais para a instalação das estações de transferência de RSU é igual a 217.

Naturalmente, teríamos de considerar na nossa análise a área dos terrenos para a eventual instalação das estações de transferência. Decidimos considerar apenas terrenos com área total não inferior a 10 mil m<sup>2</sup>, obtendo-se 94 potenciais locais. O comando executado foi:

```
Con(Test([f_hvs_group], "COUNT >= 100"), 1)
```

onde *f\_hvs\_group* é o dado *raster* resultante do último comando executado e *COUNT* é o campo desse *output* que indica o número de células de cada agrupamento. Tendo em conta que cada célula tem dimensão lateral 10 metros, ou seja área igual a 100 m<sup>2</sup>, então teríamos de considerar apenas os grupos com o campo *COUNT* não inferior a 100. Novamente, fizemos o agrupamento deste último *output*.

Por fim, executámos mais um comando *Map Algebra* que nos permitiu obter os centróides de cada uma das 94 regiões obtidas:

```
ZonalCentroid([hvs_10tm2_grp])
```

onde *hvs\_10tm2\_grp* é o resultado do último agrupamento realizado.

A Figura 6.99 apresenta as 94 regiões e os respectivos centróides, que irão servir como potenciais locais para a instalação de estações de transferência de RSU, na primeira fase interactiva do método.



**Figura 6.99** Potenciais locais para a instalação das estações de transferência de RSU.

### 6.2.3.2 Primeira Fase Interactiva

Dados os potenciais locais previamente obtidos para a instalação das estações de transferência de RSU, podemos agora prosseguir para a primeira fase interactiva. Tal como já referido, vamos usar o modelo de localização simples bicritério, onde  $J$  corresponde ao conjunto dos potenciais locais (94 centróides das áreas obtidas), conjuntamente com os actuais locais dos aterros sanitários existentes (em Palmela e no Seixal), e o local da estação de transferência existente em Sesimbra. O conjunto  $I$  contém os centróides das áreas que delimitam as zonas populacionais de cada uma das 58 freguesias que compõem os 9 municípios. A consideração das freguesias em vez de regiões mais pequenas, como por exemplo bairros habitacionais, deveu-se unicamente à ausência de informação disponível no que diz respeito à população dessas regiões. Estamos agora em condições de preencher a página da Figura 6.7 (página 181), considerando para a nossa instância 58 comunidades e 97 potenciais locais para a instalação de serviços.

As funções objectivo do modelo são as já mencionadas anteriormente e que voltamos a apresentar de seguida, especificando o significado atribuído aos diversos parâmetros, relativamente a este caso de estudo:

$$\min \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} l_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in J} h_j y_j$$

$$\min \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} d_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in J} g_j y_j$$

onde  $h_j$  é o custo fixo associado à abertura de uma estação de transferência no local  $j \in J$  (custo de instalação, estrutura e operação) mais o custo de transporte da estação de transferência no local  $j \in J$  para o aterro sanitário mais próximo (note-se que para o caso dos aterros sanitários existentes em  $J$ , este custo será nulo e para o caso da estação de transferência existente, o custo não inclui o de instalação);  $l_{ij}$  é o custo variável de afectação da freguesia em  $i \in I$  à estação de transferência ou ao aterro sanitário existente no local  $j \in J$ ;  $g_j$  é uma medida do efeito obnócio (por exemplo, o odor ou o ruído) numa certa área definida em torno de uma estação de transferência localizada em  $j \in J$  e em torno do caminho mais curto do local  $j \in J$  para o aterro sanitário mais próximo, multiplicado por um factor de impacto,

neste caso, o número de habitantes; e  $d_{ij}$  qualquer que seja o  $i \in I$  e o  $j \in J$ , nesta instância, é nulo.

Saliente-se, desde já, que com este caso de estudo pretende mostrar-se de uma forma simples, o *modus operandi* dos vários módulos do SABILOC. O caso de estudo não ambiciona abordar com o devido detalhe todas as características que um problema real deste tipo exigiria. Para isso, seria necessário dispormos de diversa informação detalhada sobre os custos (por exemplo dos terrenos de implantação, da manutenção das estações de transferência, da manutenção e consumos dos diferentes veículos usados neste tipo de serviço, da mão-de-obra, etc.). A quantidade de resíduos que é depositada e transportada dos pontos de recolha para as estações de transferência e depois, para os aterros sanitários, ou directamente para os aterros, seria também um indicador extremamente importante que certamente influenciaria o processo de decisão. Note-se também que em vez de se considerar o caminho mais curto de cada centróide, das áreas que delimitam as zonas populacionais das freguesias, para os potenciais locais de instalação das estações de transferência, seria mais adequado resolver um problema de planeamento de rotas de forma a calcular a rota otimizada para a recolha dos RSU, pelos diversos contentores de cada freguesia, e deste modo, obter o comprimento exacto de cada caminho. Facilmente, poderiam ser aqui mencionadas outras situações que deveriam ser contempladas num estudo real como este.

Para além da utilização que fizemos do SIG integrado no pré-processamento dos dados, também podemos tirar vantagem das suas potencialidades para obter alguns dos valores necessários ao modelo. Para obter o custo de transporte da estação de transferência no local  $j \in J$  para o aterro sanitário mais próximo, usamos a função Serviço Mais Próximo da extensão *Network Analyst*, considerando os potenciais locais para a instalação das estações de transferência (e também a existente em Sesimbra) como origens e os aterros sanitários existentes como destinos. Definem-se os vários parâmetros da função tal como ilustrado na Figura 6.100. Dos vários parâmetros estabelecidos, destaca-se o facto de termos escolhido a distância como o custo de afectação entre as origens e os destinos, e de não termos optado por considerar a hierarquização das estradas durante a execução da função.

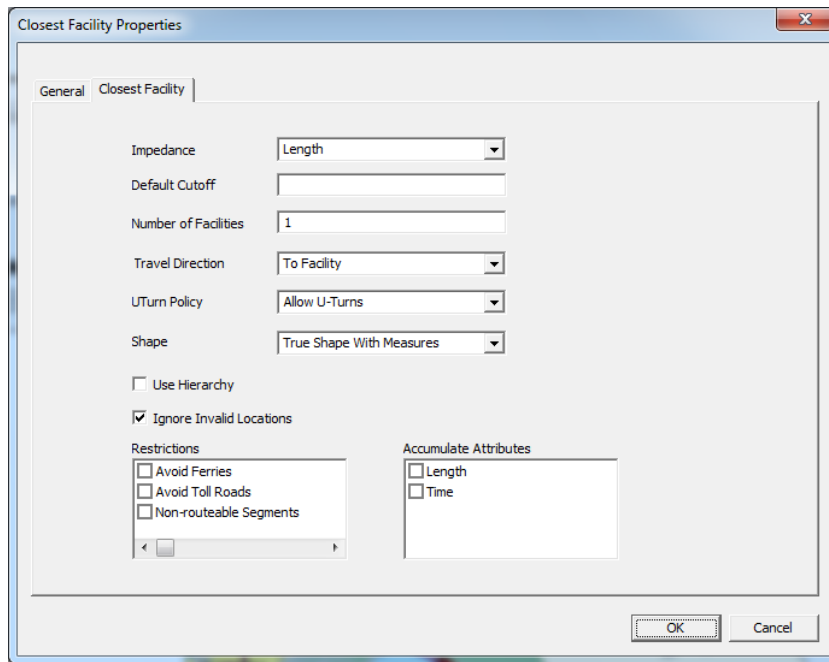


Figura 6.100 Parâmetros da função Serviço Mais Próximo, para o cálculo do caminho mais curto dos potenciais locais para os aterros.

O resultado gráfico desta operação é o apresentado na Figura 6.101.

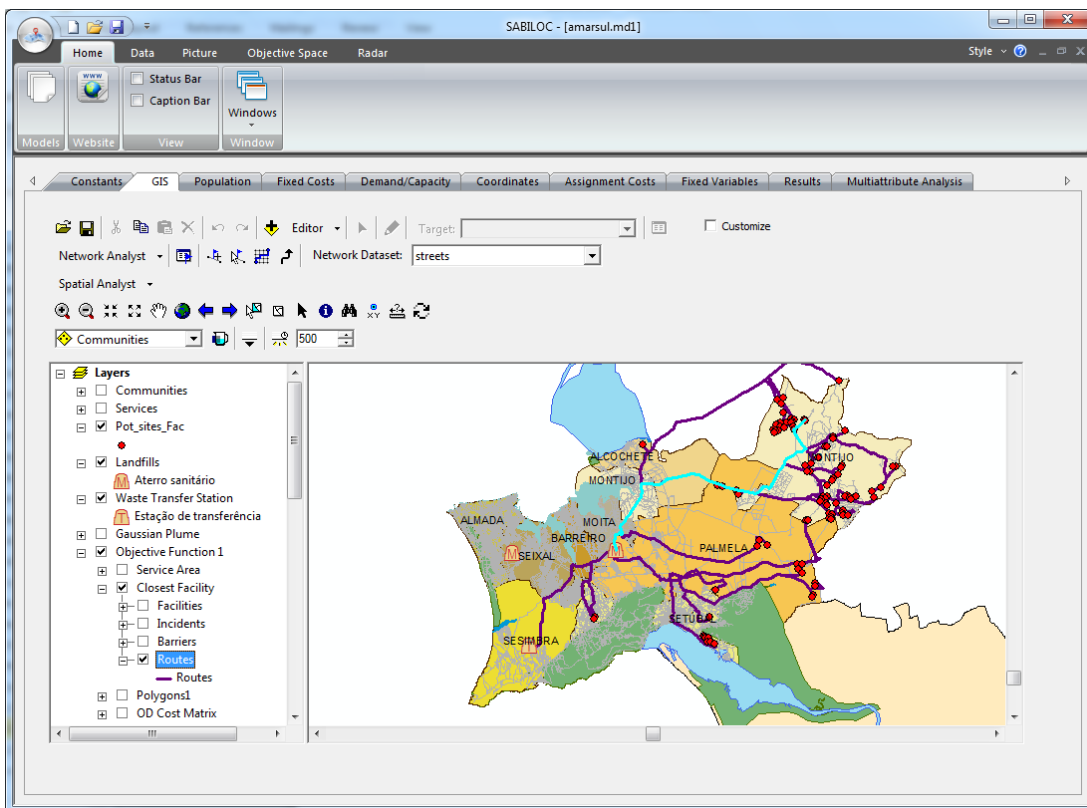


Figura 6.101 Página 'GIS' com o resultado do caminho mais curto dos potenciais locais para os aterros.



Na Figura 6.102 apresenta-se a tabela de propriedades da subcamada temática *Routes*, que é a camada relativa ao resultado da função executada. Tal como já referido, caso se pretenda, os diversos dados contidos nesta tabela podem ser exportados para o SABILOC, clicando para isso na opção 'Export Data'. Alternativamente, os dados podem ser seleccionados e copiados, e depois, colados no SABILOC ou numa outra aplicação que permita analisá-los e manipulá-los convenientemente.

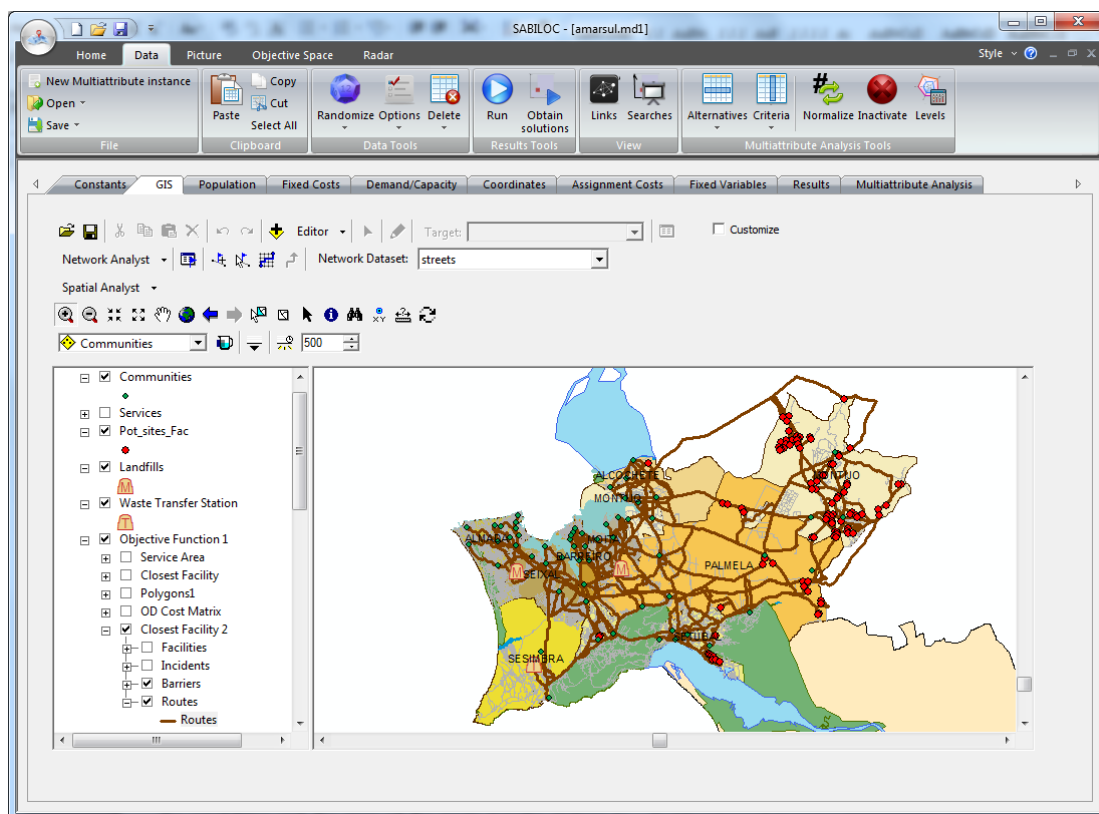
FacilityCurbApproach	IncidentID	Total_Length
2	1	31,0659668973205
2	2	25,8501277792948
2	3	25,3127375398859
2	4	25,894687399162
2	5	26,8399983797619
2	6	28,2492357697933
2	7	28,3910029127645
2	8	28,2216450048233
2	9	28,4130558438246
2	10	27,8176367733627
2	11	27,8759981586996
2	12	27,6774338683312
2	13	28,9071040333079
2	14	29,3550849621849
2	15	27,3026138118531
2	16	28,6019586044257
2	17	28,3101071843566
2	18	29,3302052305407
2	19	26,9556388446149

Figura 6.102 Tabela de propriedades da camada temática *Routes*.

Uma vez que precisamos de transformar o resultado obtido (em milhas), vamos utilizar o Microsoft Excel para converter para quilómetros, e multiplicar pelo custo (€/Km) associado ao transporte em camiões de transferência (geralmente exigem pouca manutenção e têm grandes capacidades de carga – aproximadamente 21 toneladas), e dividir pela capacidade de carga desses mesmos camiões, em toneladas. A este último resultado é ainda adicionado um custo fixo (€/T) associado à abertura de uma estação de transferência no local  $j \in J$ , obtendo-se assim os coeficientes  $h_j$  da primeira função objectivo do modelo.

Para obter os coeficientes  $l_{ij}$ , também da primeira função objectivo, recorre-se novamente à função Serviço Mais Próximo, mas considerando agora como origens, os centróides (das áreas que delimitam as zonas populacionais de cada uma das 58 freguesias), e como destinos, as estações de transferência (potenciais e a de Sesimbra) e os aterros sanitários existentes (Figura 6.103). Saliente-se que, neste caso, é definido como parâmetro da função, o cálculo do

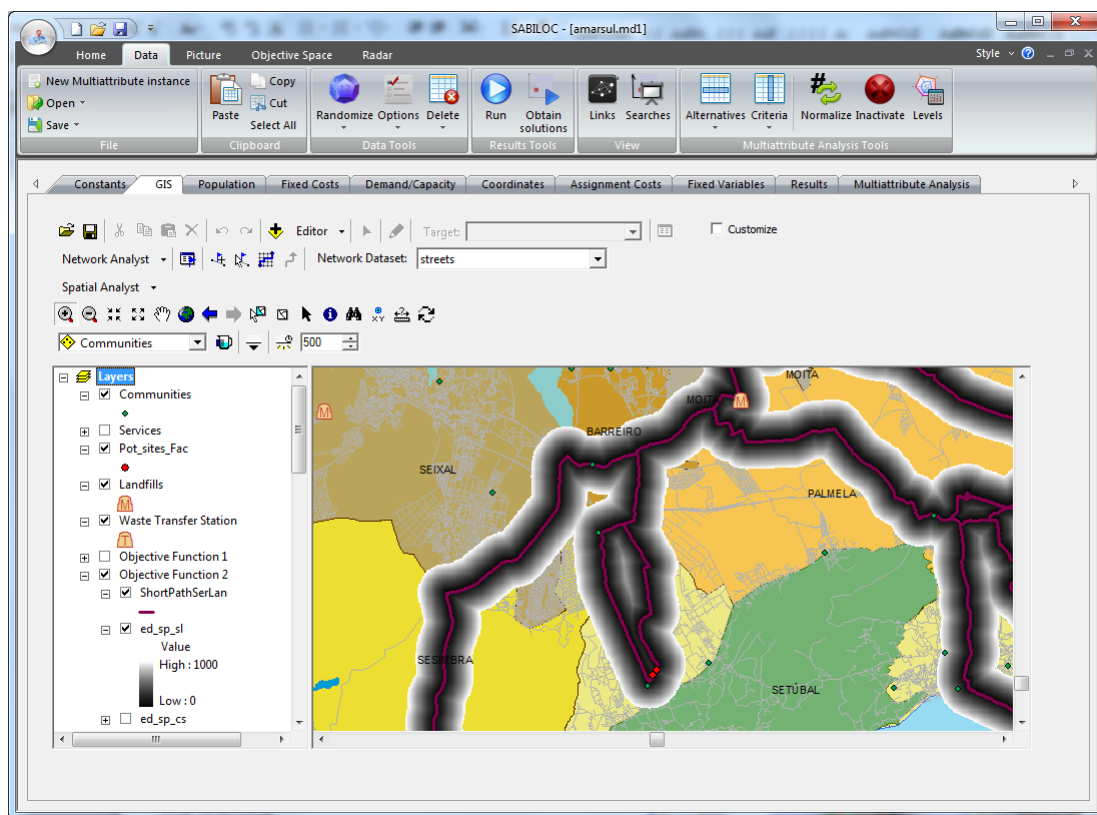
caminho mais curto dos centróides para todos os 97 serviços (as 95 estações de transferência, mais os dois aterros sanitários), e não apenas para o serviço mais próximo. Refira-se também que alternativamente à função Serviço Mais Próximo, usámos primeiro a função Matriz de Custo Origens-Destinos referida no Subcapítulo 5.3, mas dado o número de pontos envolvidos no cálculo ser já razoavelmente grande, a visualização do resultado tornava-se excessivamente confusa. Mais uma vez, o resultado obtido é convertido para quilómetros, multiplicado pelo custo (€/Km), agora associado ao transporte em camiões de recolha (que exigem mais manutenção e têm capacidades de carga bem inferiores aos camiões de transferência – aproximadamente 7 toneladas), e dividido pela capacidade de carga transportada desses mesmos camiões, em toneladas.



**Figura 6.103** Página 'GIS' com o resultado do caminho mais curto das freguesias para todas as estações e aterros.

Quanto à segunda função objectivo, para obter os coeficientes  $g_j$ , temos de utilizar algumas ferramentas da extensão *Spatial Analyst*. Primeiro, calcula-se um *raster* relativo à distância Euclidiana (considerando uma distância máxima igual a mil metros) em redor de cada potencial local para a instalação das estações de transferência e em redor das estradas, que pertencem ao caminho mais curto desse potencial local para o aterro sanitário mais próximo.

De seguida, de modo a obter uma medida do impacto negativo provocado nas comunidades, multiplicamos o número de habitantes residentes em cada freguesia (cujo centróide se encontra a uma distância não superior a mil metros do potencial local da instalação ou do caminho mais curto desse local para o aterro sanitário mais próximo) pelo inverso da distância Euclidiana obtida anteriormente. Assim, a segunda função objectivo representa uma medida do efeito obnócio causado nas comunidades pelas estações de transferência instaladas (neste caso, os principais efeitos desagradáveis são o odor e o ruído resultante do manuseamento de equipamento pesado) e pelo tráfego de camiões pesados, que transportam os resíduos para o seu destino final. A Figura 6.104 mostra parte do mapa resultante destas operações.



**Figura 6.104** Página 'GIS' com o resultado de algumas operações espaciais sobre os dados.

Apesar de termos optado por esta medida simples do efeito obnócio, poderíamos ter utilizado outros procedimentos mais complexos, que provavelmente nos levariam a medidas mais exactas do impacto negativo causado pela instalação das estações de transferência. Por exemplo, em vez de utilizarmos os centróides das áreas que delimitam as zonas populacionais de cada uma das 58 freguesias, poderíamos ter utilizado a própria área delimitadora, considerando a população dessa freguesia proporcional à área afectada pela instalação do

serviço. Poderíamos também ter seguido um procedimento semelhante ao já referido anteriormente - Zhang et al. [154], em que o caminho mais curto de cada potencial local para o aterro sanitário mais próximo seria convertido em *raster* e cada célula sobre esse caminho passaria a representar uma fonte pontual de risco. Em cada uma destas células, em vez de se utilizar a distância Euclidiana considerando uma distância máxima igual a mil metros, seria aplicado o modelo de dispersão Gaussiano. Desta forma, a estabilidade atmosférica (em particular, o vento) estaria a ser considerada na propagação do efeito ambiental.

Para podermos iniciar o método interactivo de pesquisa de soluções, os parâmetros do modelo seleccionado têm necessariamente de ser inseridos nas páginas certas do SABILOC. Tal como já referido, caso os dados estejam disponíveis em tabelas de propriedades, relativas a camadas temáticas do SIG integrado, então estes dados podem ser directamente exportados para o SABILOC, através da opção '*Export Data*'. No nosso caso de estudo, os parâmetros do modelo foram manipulados numa aplicação externa ao SABILOC (no Microsoft Excel), logo os dados foram copiados dessa aplicação e depois colados nas grelhas das páginas '*Fixed Costs*' e '*Assignment Costs*' (respectivamente Figuras 6.105 e 6.106).

The screenshot shows the SABILOC software interface with the 'Fixed Costs' page selected. The page contains two tables for 'First objective function' and 'Second objective function', both with columns for 'Server' (1-19) and 'Open Cost'.

First objective function	
Server	Open Cost
1	51.7
2	48.9
3	48.6
4	48.9
5	49.4
6	50.2
7	50.2
8	50.1
9	50.2
10	49.9
11	50.0
12	49.8
13	50.5
14	50.7
15	49.6
16	50.3
17	50.2
18	50.7
19	49.5

Second objective function	
Server	Open Cost
1	7.3
2	7.3
3	7.3
4	7.3
5	7.3
6	7.3
7	3.7
8	7.3
9	3.7
10	3.7
11	7.3
12	3.7
13	3.7
14	3.7
15	3.7
16	3.7
17	3.7
18	3.7
19	3.7

Figura 6.105 Página '*Fixed Costs*' com os dados do caso de estudo.

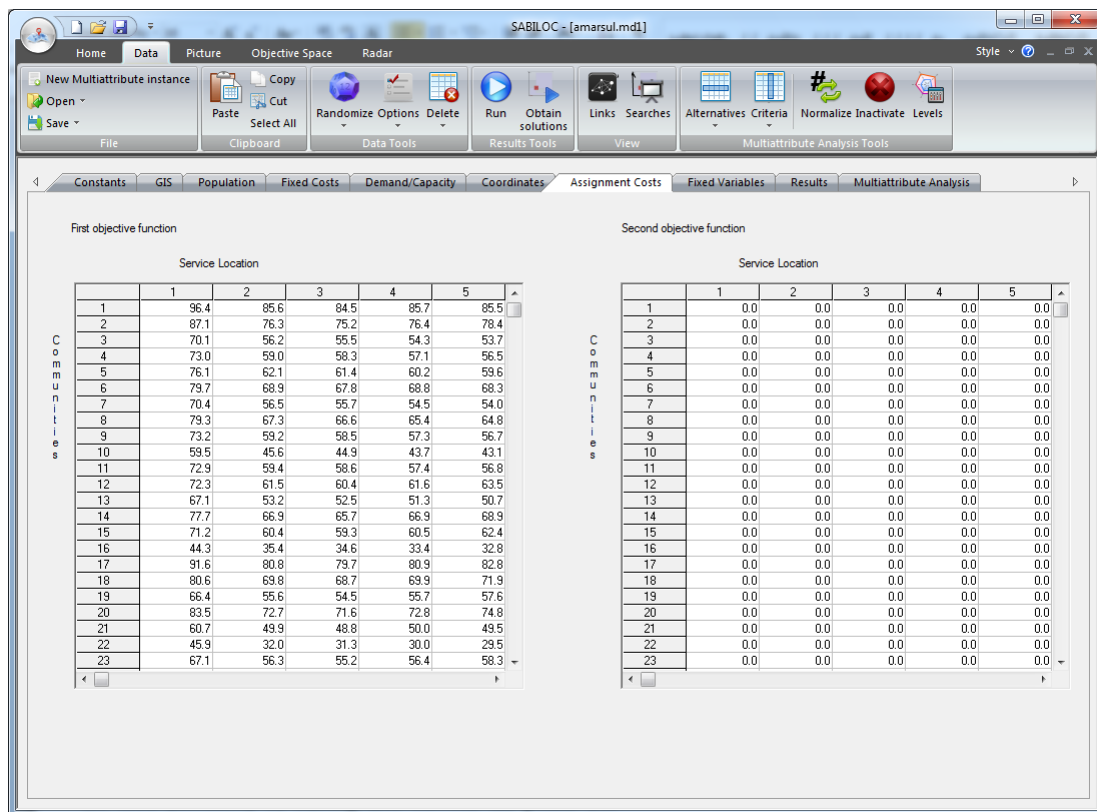
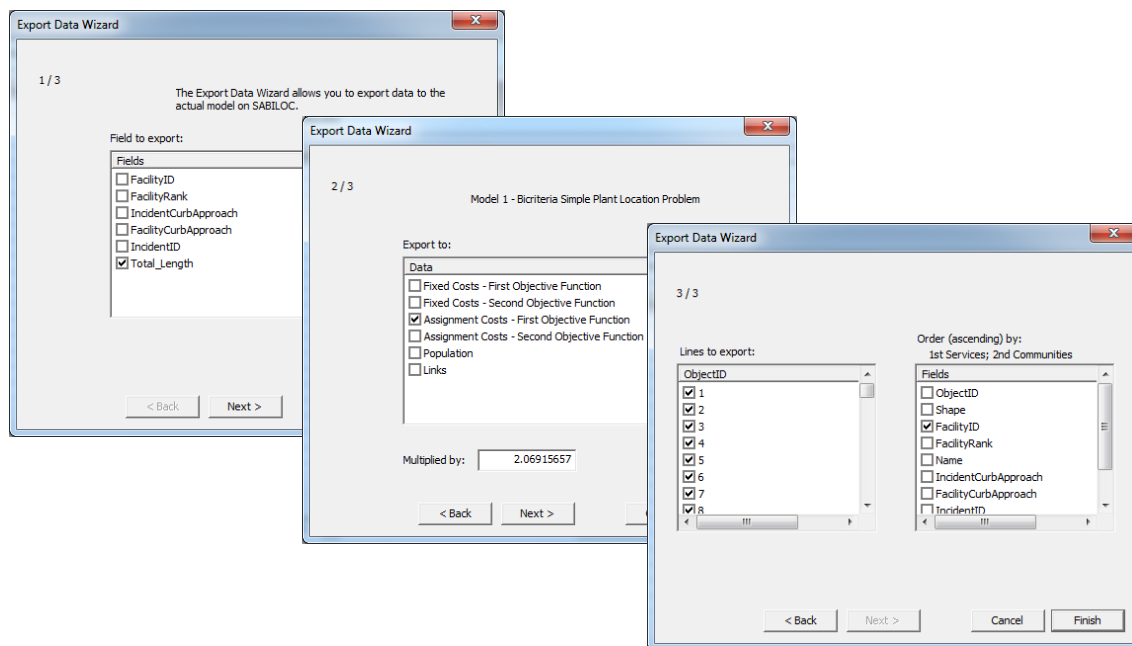


Figura 6.106 Página 'Assignment Costs' com os dados do caso de estudo.

Refira-se no entanto, que alguns dos dados poderiam ter sido exportados para o SABILOC sem recorrer a aplicações externas. Veja-se, por exemplo, como podemos fazê-lo em relação aos coeficientes  $l_{ij}$  da primeira função objectivo. Em primeiro lugar, temos de visualizar a tabela de propriedades da subcamada temática 'Routes', que apresenta os resultados da função Serviço Mais Próximo usada. De seguida, procedemos à exportação dos dados. A Figura 6.107 ilustra a sequência das caixas de diálogo, com os critérios da exportação definidos.

Na primeira caixa de diálogo, selecciona-se a coluna da tabela que se pretende exportar, que neste caso é a 'Total\_Length'. Na caixa de diálogo seguinte, seleccionamos para onde se pretende exportar os dados e define-se a constante de proporcionalidade igual a 2.06915657 (conversão de milhas para quilómetros, multiplicado pelo custo associado ao transporte em camiões de recolha, a dividir pela capacidade de carga desses mesmos camiões). Por fim, na última caixa de diálogo, seleccionam-se as linhas da tabela que se pretendem exportar e a ordem pela qual se pretende ordenar a tabela para fins de exportação, sabendo que primeiro têm de se ordenar os serviços (destinos) e depois as comunidades (origens), ambos por ordem

crescente da sua identidade. O resultado desta exportação é o já apresentado na grelha relativa à primeira função objectivo da página 'Assignment Costs' (Figura 6.106).



**Figura 6.107** Procedimento para a exportação dos coeficientes  $l_{ij}$  da primeira função objectivo.

Relembre-se que, como alternativa ao SIG integrado, pode usar-se a página 'Coordinates' do SABILOC para representar graficamente o problema em estudo. A Figura 6.108 ilustra esta página, já com alguns dados do caso de estudo introduzidos.

As coordenadas da página foram obtidas através de uma exportação das tabelas de coordenadas das camadas temáticas 'Communities' (Figura 6.109) e 'Services'. A camada temática 'Communities' corresponde aos centróides das áreas que delimitam as zonas populacionais de cada uma das 58 freguesias que compõem os 9 municípios. E a camada temática 'Services' corresponde ao conjunto dos potenciais locais (94 centróides das áreas obtidas), conjuntamente com os actuais locais dos aterros sanitários existentes (em Palmela e no Seixal), e o local da estação de transferência existente em Sesimbra.

Podemos agora definir os arcos existentes entre os nodos da rede, bem como os seus custos (distâncias). Também esta informação pode ser obtida a partir do SIG integrado no SABILOC. Assim, a partir da função Matriz de Custos Origens-Destinos da extensão *Network Analyst*, considerando todos os pontos da rede como origens e destinos, obtivemos o caminho

mais curto entre quaisquer dois pontos. O resultado obtido, convertido de milhas para quilômetros, foi transferido para o SABILOC e pode ser visualizado na Figura 6.110.

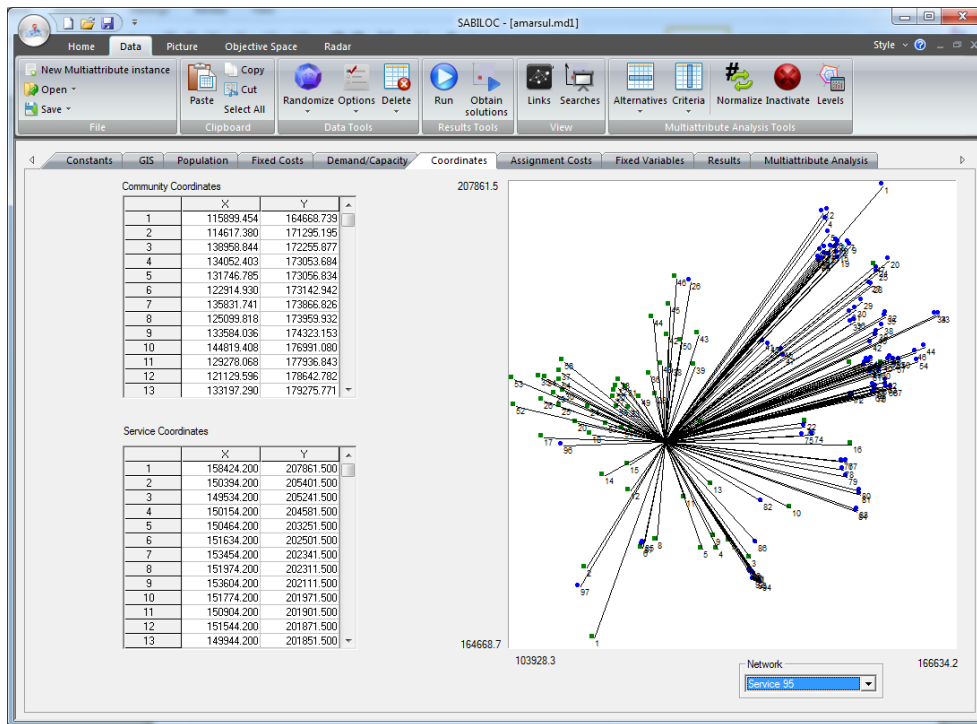


Figura 6.108 Página 'Coordinates' com os dados do caso de estudo.

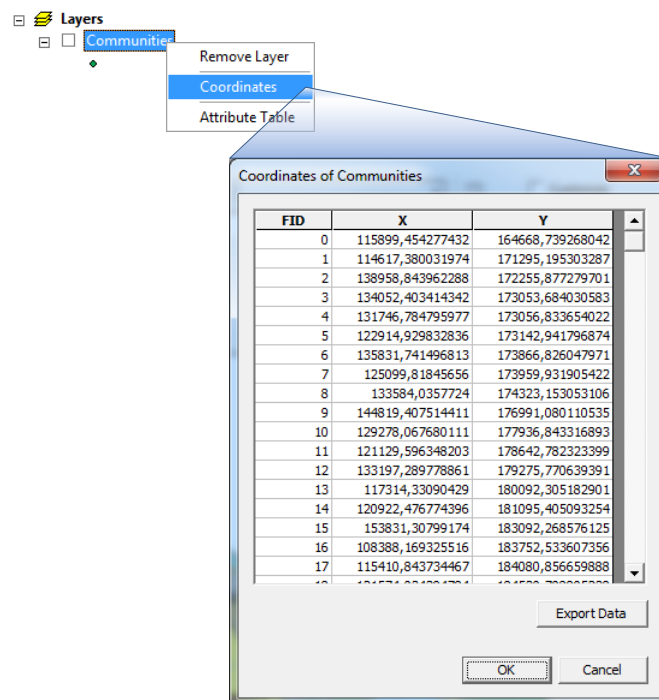


Figura 6.109 Caixa de diálogo que permite visualizar e exportar as coordenadas das comunidades.

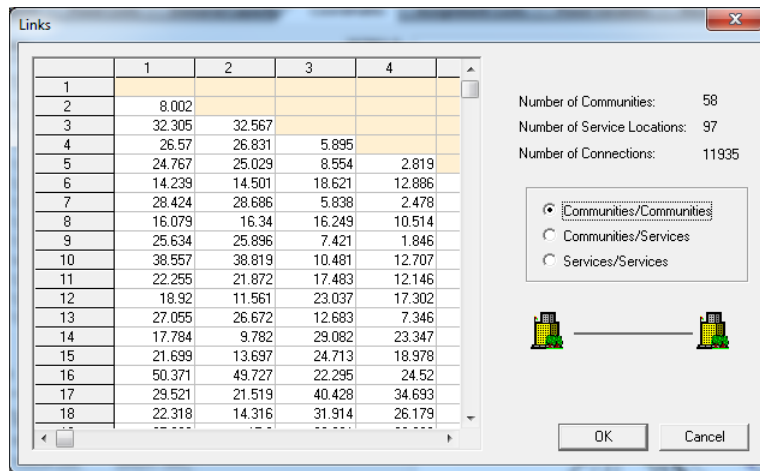


Figura 6.110 Caixa de diálogo com os arcos da rede e as respectivas distâncias.

Refira-se que, com base nas distâncias agora obtidas e utilizando a opção 'Assignment Costs' da barra de ferramentas, conseguimos obter os coeficientes  $l_{ij}$  da primeira função objectivo. Assim, uma vez que as distâncias correspondem já aos valores do caminho mais curto entre quaisquer dois pontos (já convertidos em quilómetros), então, note-se que multiplicando estes, pelo custo associado ao transporte em camiões de recolha, a dividir pela capacidade de carga desses mesmos camiões, obtemos os custos de afectação da primeira função objectivo (Figura 6.111).

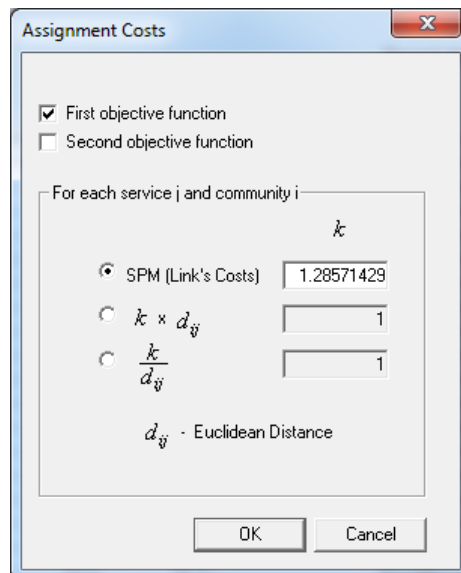
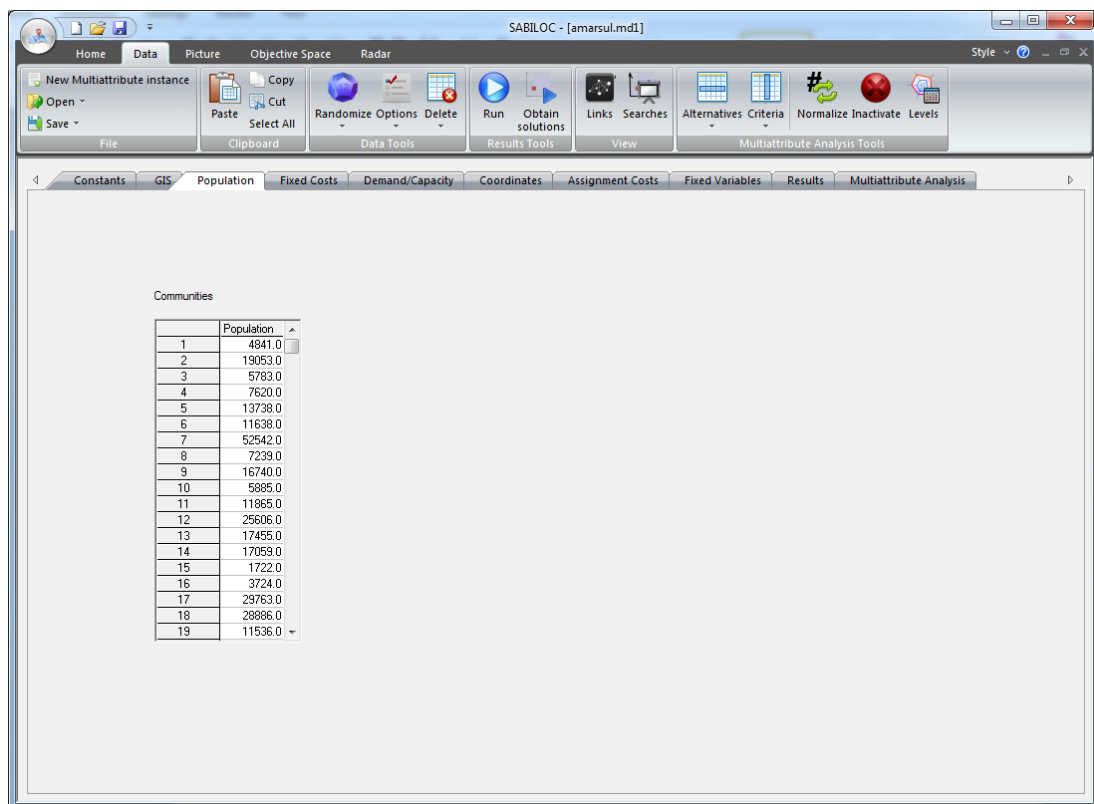


Figura 6.111 Caixa de diálogo que permite definir os custos de afectação da primeira função objectivo.



Apesar da informação relativa à população não ser directamente exigida no modelo escolhido, já a pensar na análise multiatributo *a posteriori*, decidiu-se inserir na página 'Population' (Figura 6.112) os dados relativos à população nas 58 freguesias (com base nos Censos de 2011). Da mesma forma, poderíamos considerar na página 'Demand/Capacity', por exemplo, a quantidade de RSU gerados nas freguesias e as capacidades das estações de transferência a instalar. No entanto, estes últimos dados não foram considerados no caso de estudo em análise.



**Figura 6.112** Página 'Population' com a população das 58 freguesias consideradas.

A funcionalidade do SABILOC que permite fixações é muito útil no nosso caso de estudo. Permite estabelecer a estação de transferência existente em Sesimbra como aberta, já que foi decidido manter esta estação de transferência em actividade. Os dois aterros sanitários, em Palmela e no Seixal, são também fixados como abertos. Não são fixadas afectações. Como se pode ver através da Figura 6.113, alterámos os ícones associados aos serviços abertos para uma cor diferente, de modo a destacar o facto de terem sido abertos por fixação.

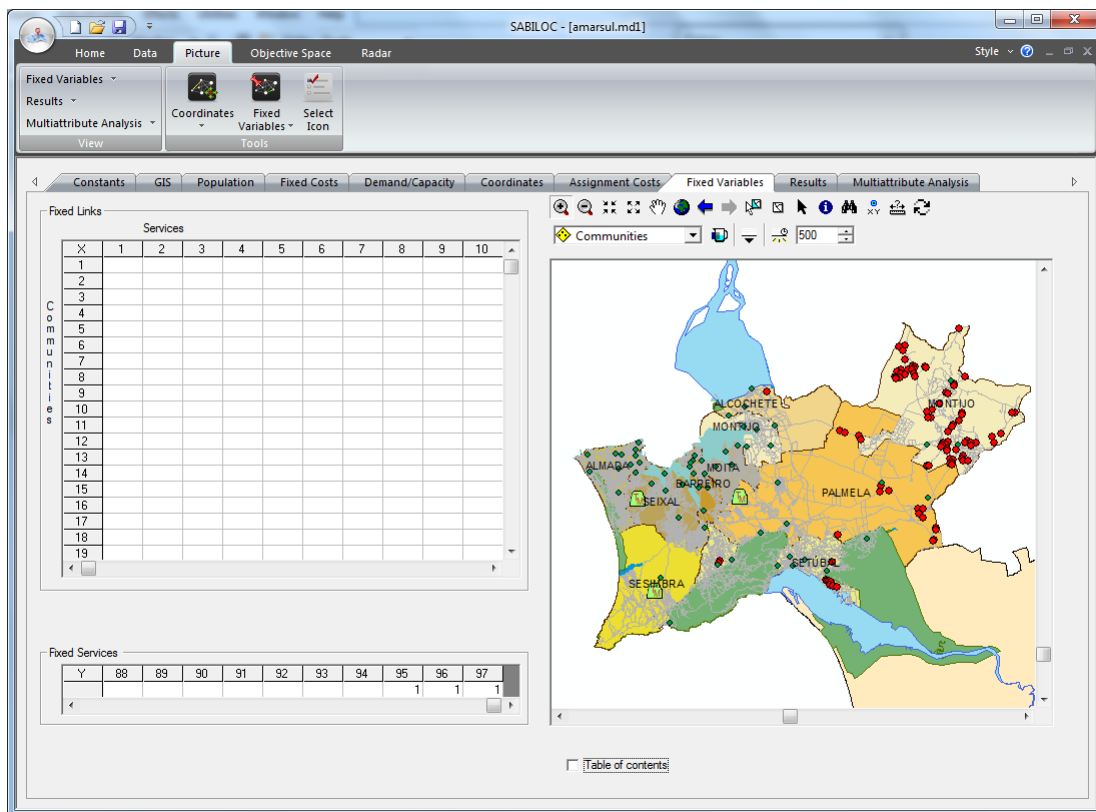


Figura 6.113 Página 'Fixed Variables'.

Uma vez que já foram introduzidos todos os parâmetros do modelo, podemos agora iniciar a procura interactiva de soluções eficientes. Premindo o botão 'Run' da barra de ferramentas, é obtido o mínimo lexicográfico para a primeira função objectivo:  $S_1 = (755.5, 2000.4)$  (Figura 6.114). Na segunda iteração, é apresentada a solução não dominada que minimiza a segunda função objectivo, que é  $S_2 = (1013.9, 203)$ , e o ponto ideal (Figura 6.115).

Notemos, observando as Figuras 6.114 e 6.115, que enquanto a solução  $S_1$  corresponde à instalação de três novas estações de transferência nos potenciais locais 26, 49 e 86 (mantendo a actual estação de transferência em Sesimbra em actividade, tal como exigido anteriormente), a solução  $S_2$  mantém a situação actual de uma única estação em funcionamento. Notemos também que as fixações foram respeitadas em ambas as soluções isto é, a estação de transferência e ambos os aterros sanitários existentes foram mantidos em actividade.

Ilustramos na Figura 6.116, o segundo mínimo lexicográfico, mas através da representação gráfica definida na página 'Coordinates'.

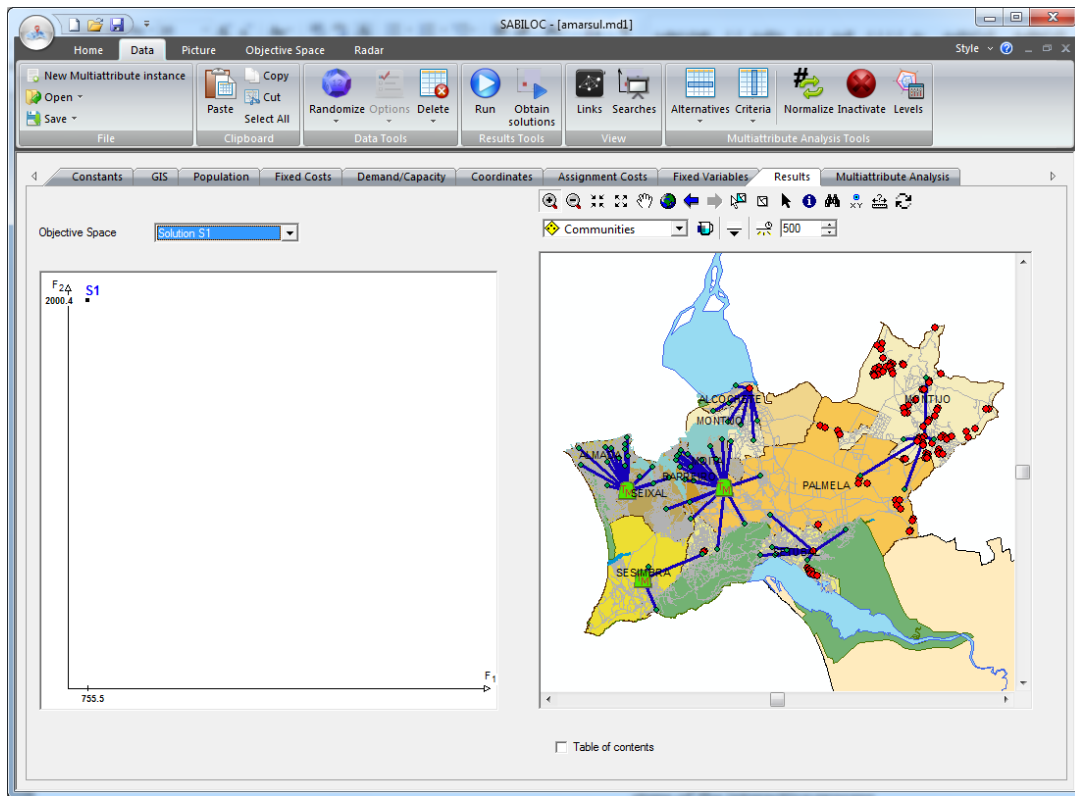


Figura 6.114 Página 'Results', ilustrando o primeiro mínimo lexicográfico.

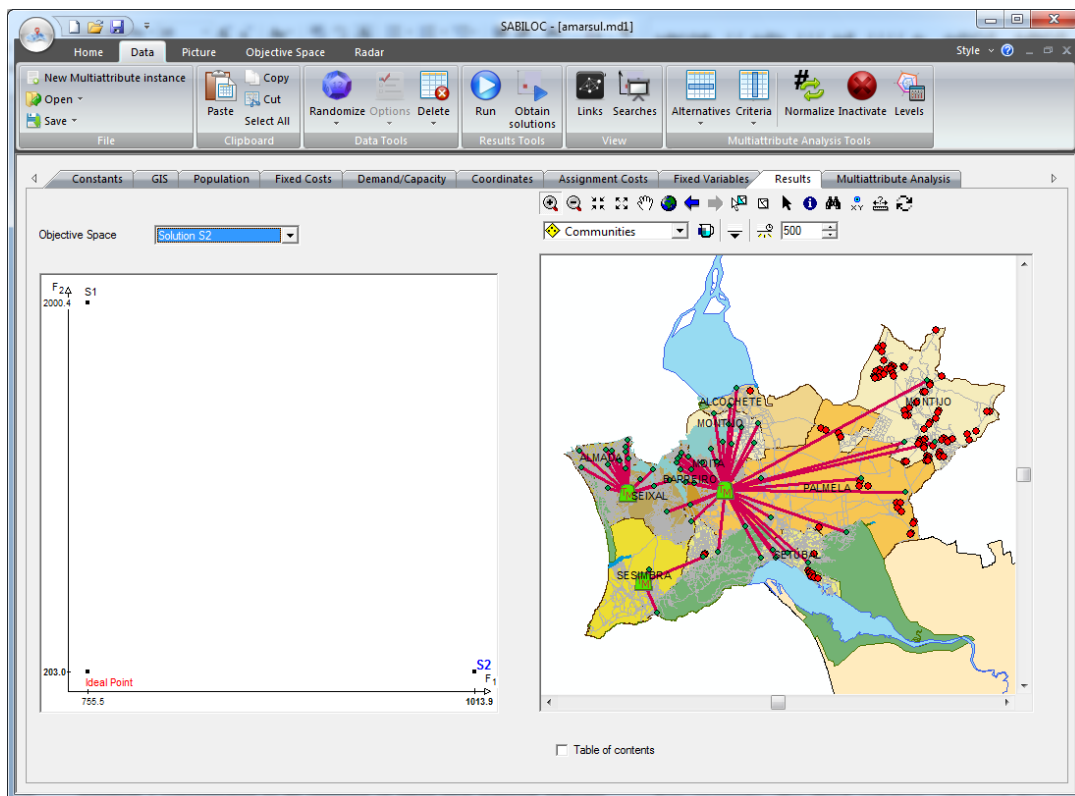


Figura 6.115 Página 'Results', ilustrando o segundo mínimo lexicográfico e o ponto ideal.

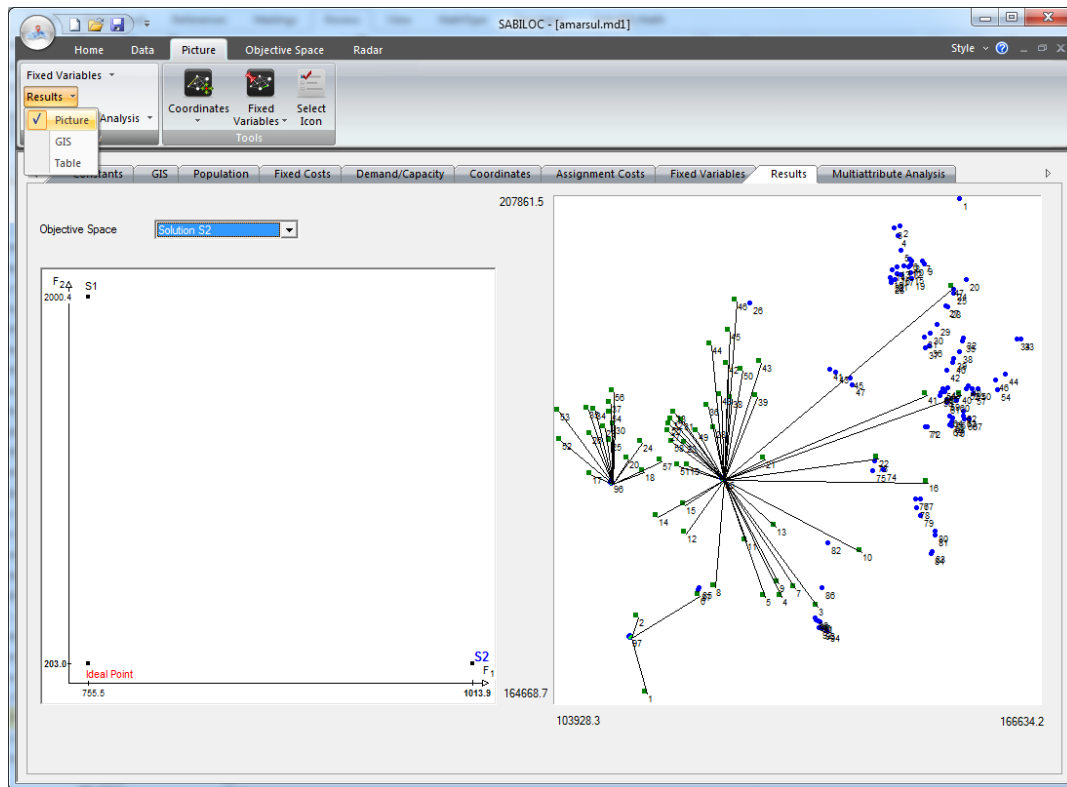


Figura 6.116 Ilustração alternativa do segundo mínimo lexicográfico.

Supondo agora que queremos prosseguir com a pesquisa de novas soluções não dominadas. Então, tendo em conta o método interactivo adoptado, temos de dar indicação de qual é a sub-região do espaço dos objectivos onde se pretende pesquisar. Para isso, uma possibilidade é clicar nalgum ponto do rectângulo definido pelos mínimos lexicográficos, que corresponde à região do espaço dos objectivos onde poderão existir soluções não dominadas. Por exemplo, vamos tentar calcular uma nova solução não dominada próxima do ponto ideal. Com este objectivo, premimos o botão do rato no espaço dos objectivos, numa zona próxima do ponto (escolhemos o ponto (777.1, 312.9)), abrindo-se a caixa de diálogo da Figura 6.117.

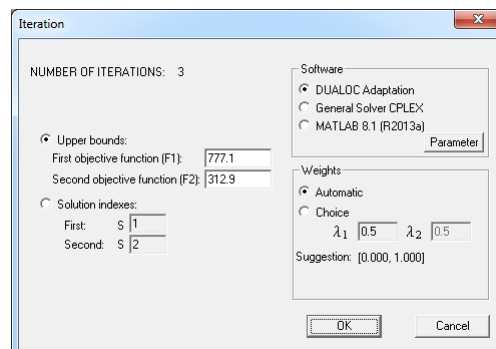
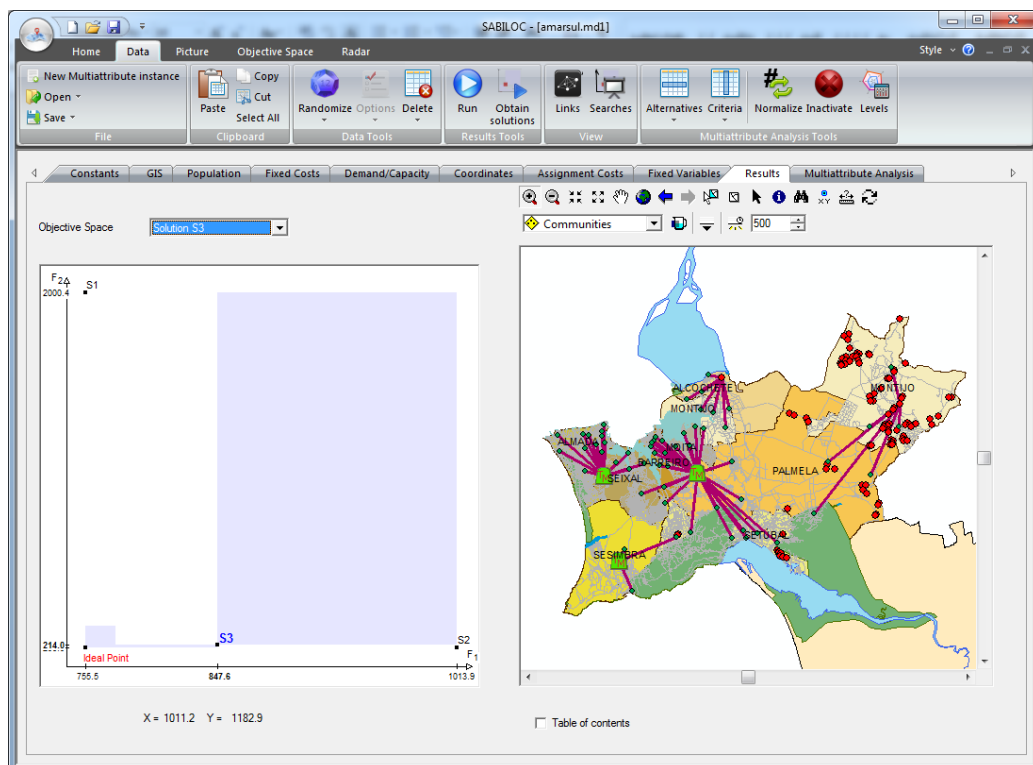


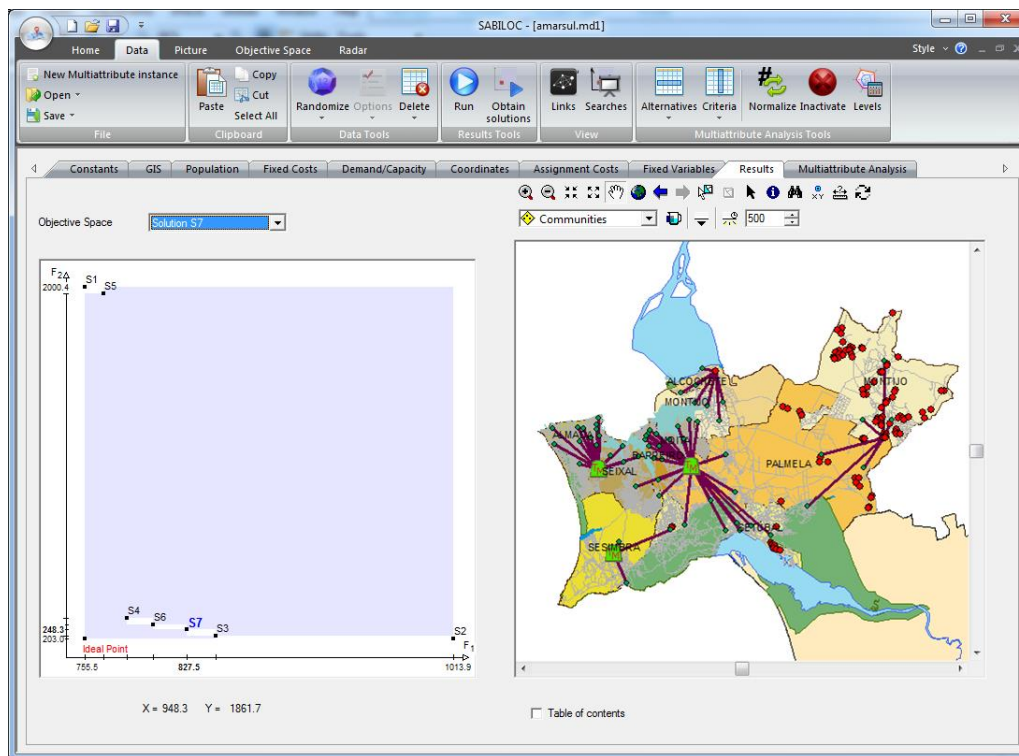
Figura 6.117 Caixa de diálogo que permite definir os parâmetros da pesquisa.

Como pretendido, os limites superiores escolhidos são dados para as funções objectivo. Por omissão, o algoritmo a utilizar na procura da solução é a adaptação do Dualoc, com critério de paragem de 500 mil iterações. Devido a termos sido demasiado exigentes com os limites aceitáveis para as funções objectivo, ao executar esta iteração, não obtivemos qualquer solução não dominada na área escolhida.

Com o intuito de facilitar a compreensão da instância bem como da aproximação interactiva bicritério, apresentamos nas Figuras 6.118 e 6.119 dois passos diferentes do processo interactivo. Por exemplo, a terceira solução ( $S_3$ ), que foi obtida pesquisando a região entre os mínimos lexicográficos, em comparação com a primeira, piora 92.1 unidades em relação à primeira função objectivo (representativa do custo) e melhora em 1786.4 unidades em relação à segunda função objectivo (representativa do impacto ambiental). Em comparação com a solução  $S_2$ , melhora em 166.3 unidades em relação ao custo e piora em 11 unidades em relação ao impacto ambiental.



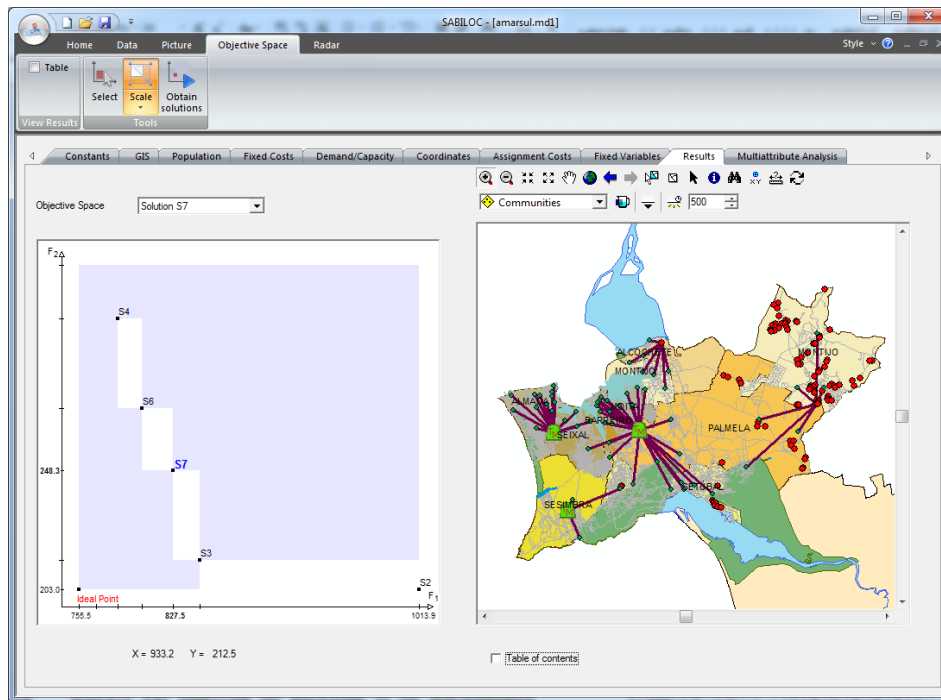
**Figura 6.118** Visualização no espaço dos objectivos das soluções  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$ . Afecções da solução  $S_3$ .



**Figura 6.119** Visualização no espaço dos objectivos das soluções  $S_1$  a  $S_7$ . Afectações da solução  $S_7$ .

Na Figura 6.120, modificou-se as escalas dos eixos dos objectivos com o intuito de facilitar a sua visualização. Antes do reescalonamento, como podemos ver na Figura 6.119, o espaço dos objectivos estava um pouco confuso, podendo eventualmente tornar-se ainda mais confuso, devido à proximidade das soluções.

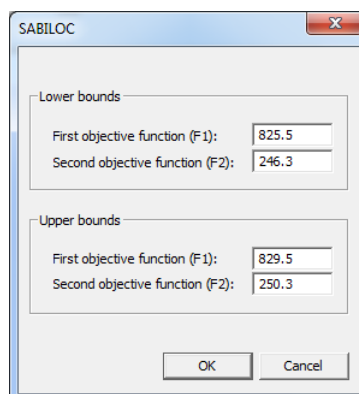
Relembre-se que à medida que se vão encontrando soluções não dominadas, podemos ver no espaço dos objectivos, as áreas (a azul) onde certamente não existem soluções não dominadas, quer por não admissibilidade, quer por dominância. Esta informação gráfica juntamente com a obtida quando não são encontradas soluções numa certa região, permitem-nos focar a atenção apenas em regiões onde ainda possam existir soluções não dominadas, evitando-se perda de tempo e desconcentração devido à exploração de áreas onde não existem, com certeza, outras soluções não dominadas. Desta forma selectiva, consegue-se progressivamente adquirir o conhecimento pretendido sobre o conjunto de soluções não dominadas do problema. O processo interactivo deve prosseguir até considerarmos que possuímos conhecimento suficiente sobre o conjunto das soluções não dominadas. Vamos assumir que é o nosso caso em relação ao problema em análise.



**Figura 6.120** Visualização no espaço dos objectivos (com mudança de escala) das soluções  $S_2$ ,  $S_3$ ,  $S_4$ ,  $S_6$  e  $S_7$ . Afecções da solução  $S_7$ .

### 6.2.3.3 Análise Multiatributo a posteriori

Depois de concluída a primeira fase interactiva, em que se ficou a conhecer um conjunto de alternativas aparentemente satisfatório, mas ainda insuficiente para se tomar uma decisão final, deve-se prosseguir para a segunda fase, que consiste na análise multiatributo *a posteriori*. Considerando apenas a solução não dominada  $S_7$ , como a que apresenta maior interesse, vamos realizar uma pesquisa num quadrado centrado nessa solução, com comprimento de lado igual a quatro unidades. Isto é, consideramos como limites da pesquisa  $825.5 \leq F_1 \leq 829.5$  e  $246.3 \leq F_2 \leq 250.3$  (Figuras 6.121 e 6.122).



**Figura 6.121** Caixa de diálogo que permite definir os limites da pesquisa de todas as soluções admissíveis.

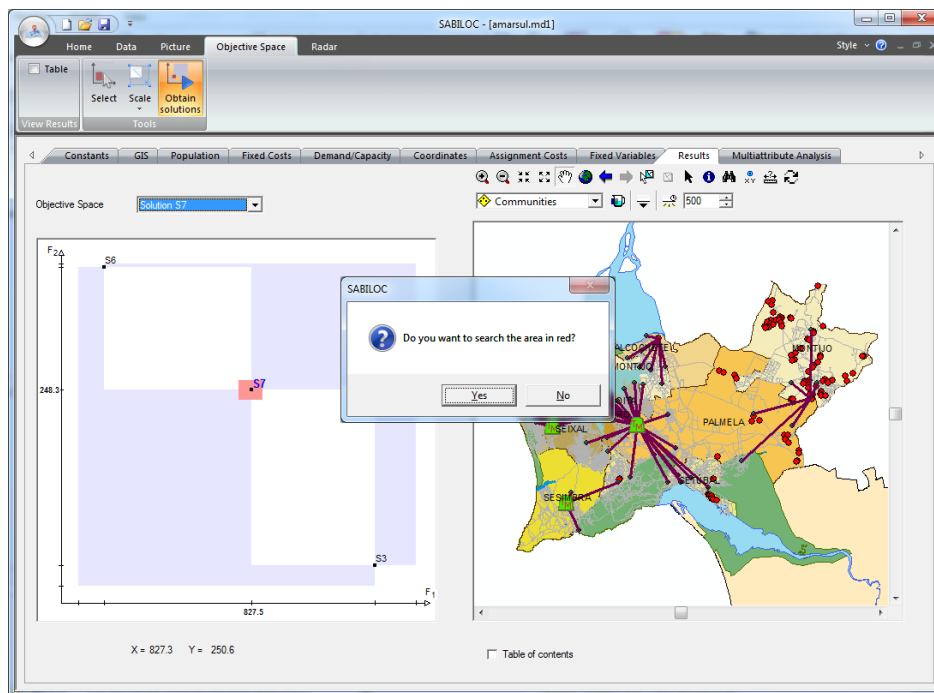


Figura 6.122 Cálculo de todas as soluções numa área particular do espaço dos objectivos.

O resultado da pesquisa efectuada é apresentado na caixa de diálogo da Figura 6.123. Como se pode verificar, foram obtidas 12 soluções, bastante semelhantes à solução não dominada preferida na primeira fase. Note-se que a primeira alternativa obtida corresponde à solução não dominada  $S_7$  e todas as outras são fracamente dominadas por esta. Nas várias alternativas obtidas, o valor da segunda função objectivo é sempre constante, o que é um indicador de que as alternativas são similares em termos de impacto ambiental.

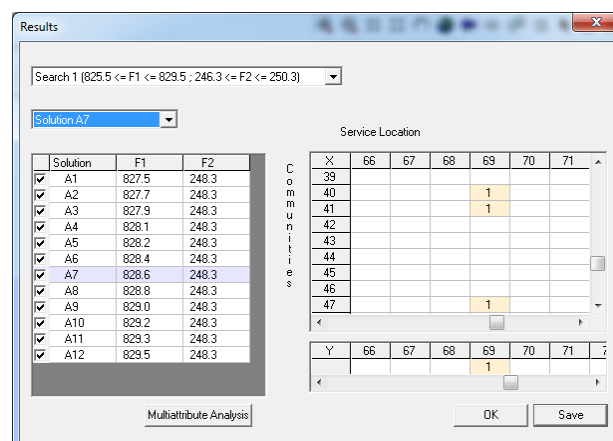


Figura 6.123 Ilustração do resultado da pesquisa efectuada numa área particular do espaço dos objectivos.



Seleccionando as 12 alternativas obtidas e clicando no botão 'Multiattribute Analysis' da caixa de diálogo, abre-se a caixa de diálogo da Figura 6.124. O próximo passo consiste em escolher, dos dezasseis critérios implementados no SABILOC, o conjunto de critérios que irá avaliar o desempenho das alternativas.

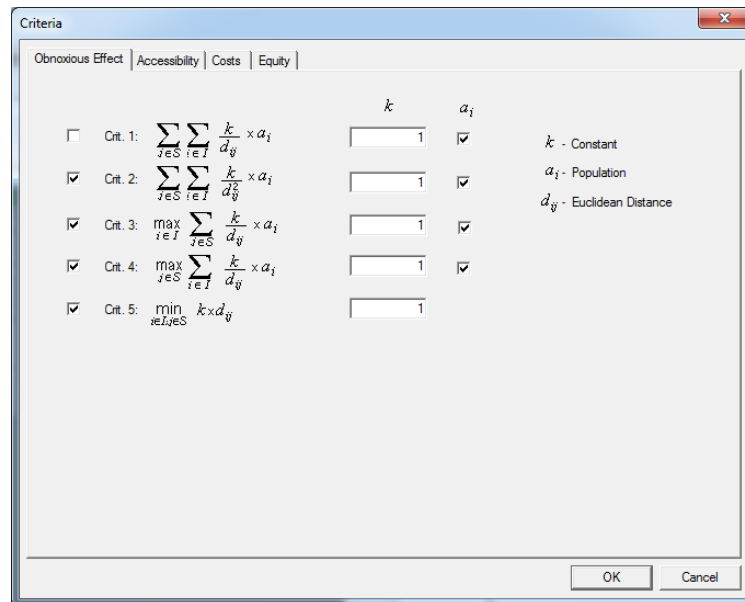


Figura 6.124 Escolha dos critérios a utilizar na análise multiatributo *a posteriori*.

Da primeira classe de critérios, representativa do efeito obnóxico, vamos seleccionar os critérios 2, 3, 4 e 5 (página 238), considerando a população nos primeiros três critérios seleccionados e a constante  $k$  igual a 1. Não seleccionámos o primeiro critério porque este acaba por ser parte da segunda função objectivo considerada na primeira fase interactiva, mas como menos informação. Neste caso, não consideraríamos o impacto causado pelo transporte da estação de transferência para o aterro sanitário mais próximo, nem a distância máxima de impacto igual a mil metros. Com o quarto critério, pretendemos determinar o máximo efeito obnóxico exercido por alguma estação de transferência instalada ou por algum aterro sanitário existente sobre todas as freguesias. Uma vez que fixámos a abertura dos aterros sanitários ou seja, queremos mantê-los em actividade, este critério provavelmente será irrelevante para a análise, uma vez que o máximo impacto será naturalmente exercido por um dos dois aterros sanitários fixados. O último critério pretende maximizar a distância (Euclidiana) mínima entre qualquer freguesia (na realidade, o centróide da área que delimita a sua zona populacional) e alguma estação de transferência instalada ou por algum aterro sanitário existente. Este critério

também poderia ser desmarcado uma vez que na fase de pré-processamento dos dados, assumimos que as estações de transferência só poderiam ser instaladas a uma certa distância Euclidiana mínima (150 metros) das delimitações das povoações. Assim, todos os potenciais locais são minimamente aceitáveis para a instalação de uma estação de transferência.

Da segunda classe, representativa da acessibilidade, escolhemos ambos os critérios (página 239). Consideramos a constante  $k$  igual a 1 nos dois casos, e os valores da população no primeiro critério, de modo a avaliar a acessibilidade dos centróides das freguesias aos centros de transferência instalados e aos aterros sanitários existentes. Note-se que em ambos os critérios, considerando a constante  $k$  igual ao custo associado ao transporte de camiões de recolha, a dividir pela capacidade de carga desses mesmos camiões, obteríamos medidas de custo que, de certa forma, iriam de encontro aos custos de afectação  $l_{ij}$  da primeira função objectivo.

Quanto à classe dos custos, escolhemos apenas os dois critérios 8 e 10 (página 239), correspondentes à separação da função objectivo 1 usada na primeira fase. Assim, o critério 8 corresponde ao custo fixo total (custo de instalação, estrutura e operação, mais o custo de transporte para o aterro sanitário mais próximo) associado à instalação das estações de transferência. Para os aterros sanitários existentes, este custo é nulo e para a estação de transferência existente, o custo não inclui o de instalação. O critério 10 corresponde ao custo total de afectação das freguesias às estações de transferência ou aos aterros sanitários existentes.

Na última classe de critérios, representativa de medidas de equidade, quer em termos de acessibilidade quer de efeito obnóxio total, opta-se por usar os 4 critérios (página 240).

Assim, após a selecção dos critérios pretendidos, é automaticamente gerada a tabela de desempenhos na página '*Multiattribute Analysis*' (Figura 6.125).

Como é já sabido, o SABILOC permite-nos adicionar novos critérios, quantitativos ou qualitativos. Relativamente ao caso de estudo, seria agora importante envolver o decisor ou, até mesmo, os grupos de interesse (por exemplo, os representantes dos municípios e das freguesias, as comissões de moradores, as organizações ambientais, etc.) de forma a obter um conjunto coerente e representativo de novos critérios, que reflectisse as suas preocupações e objectivos. Adicionamos então um novo critério qualitativo, com 4 classes (fraco, médio, bom,

excelente), à matriz de desempenhos do caso de estudo, que pode ser interpretado como uma apreciação pessoal das alternativas, por parte de um director da empresa (Figura 6.126).

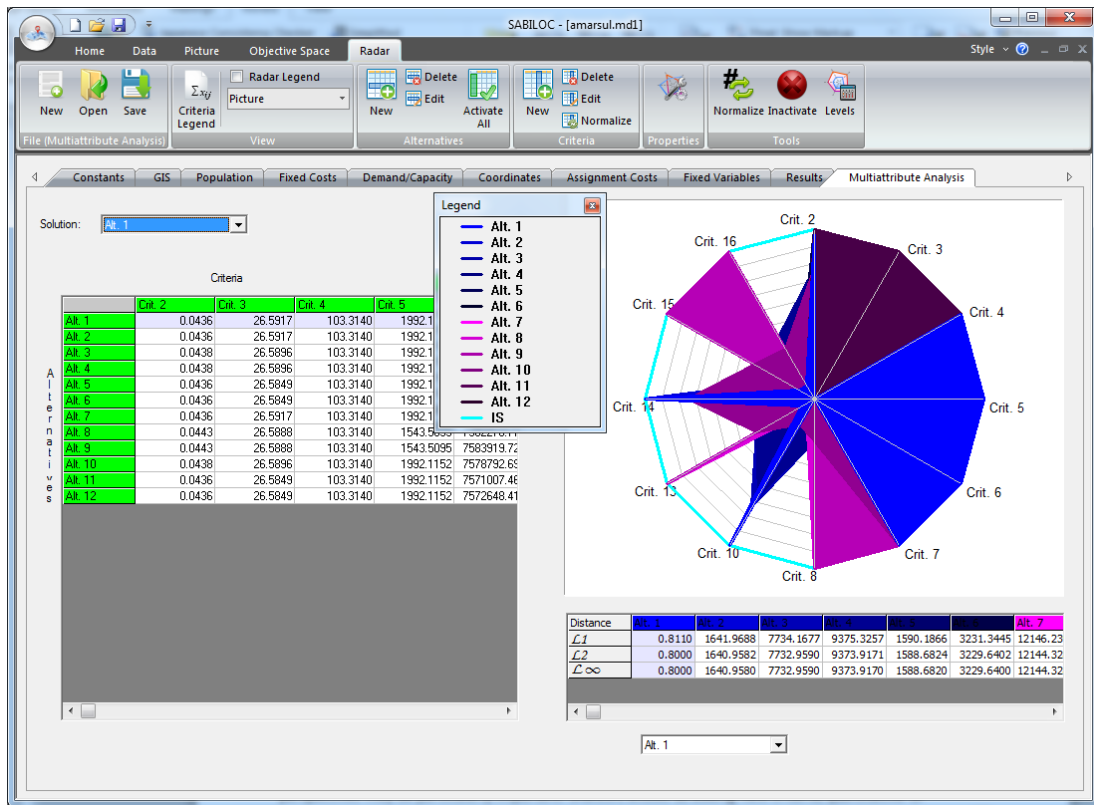


Figura 6.125 Página 'Multiattribute Analysis'.

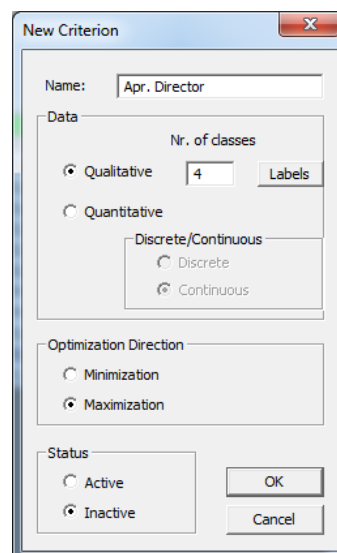
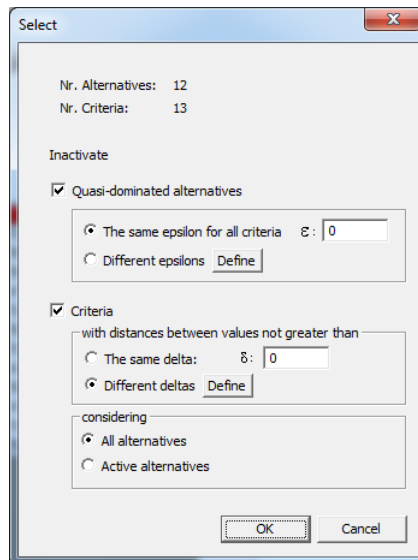


Figura 6.126 Inserção de um novo critério qualitativo no caso de estudo.

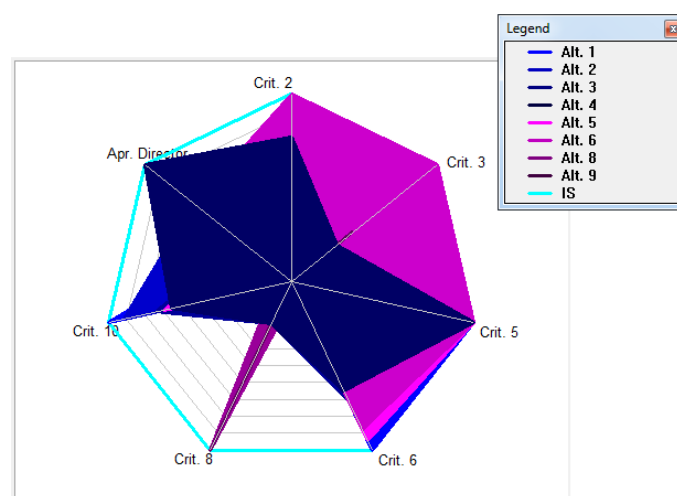
Resumidamente, a actual matriz de desempenhos tem agora 13 atributos (um deles é qualitativo) e 12 alternativas (ver Tabela 0.2 nos Anexos – página 313). Fazendo uma primeira análise dos valores da tabela de desempenhos, com a preciosa ajuda do gráfico radar e da tabela das distâncias ( $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_\infty$ ) de cada alternativa à solução ideal (tendo em conta unicamente os critérios quantitativos), podemos tirar algumas ilações importantes. Nomeadamente, alguns dos critérios são pouco, ou nada, relevantes na análise das alternativas, pois apresentam valores de desempenho bastante similares, ou mesmo iguais, para todas as alternativas. Através da visualização dos desempenhos das alternativas no gráfico radar, percebe-se imediatamente que algumas alternativas apresentam grandes semelhanças no seu desempenho com uma outra, em todos os critérios exceptuando no qualitativo. Por exemplo, podemos formar os seguintes pares de alternativas similares: 1 e 2, 3 e 4, 5 e 6, 8 e 9 e, 11 e 12. Esta observação é agora facilmente comprovada analisando a tabela de desempenhos. Olhando para as grelhas das distâncias, também se percebe que a diferença numérica entre as alternativas de cada par similar é aproximadamente a mesma para todos os pares. A razão deve-se, essencialmente, ao facto de numa das alternativas do par, a comunidade 6 (São Lourenço) estar afectada à estação de transferência em Sesimbra e na outra, estar afectada ao aterro sanitário de Palmela. Uma outra observação que pode ser feita nesta primeira análise é que os coeficientes de Gini ou de Hoover, em relação à distribuição dos factores efeito obnócio ou acessibilidade pelas populações (critérios 13 a 16), apresentam valores muito próximos para todas as alternativas, o que é indicativo de alternativas bastante similares quanto à equidade.

Tal como já referido, fazer uma análise coerente de uma tabela de desempenhos, mesmo com a ajuda do gráfico radar, pode ser uma tarefa árdua, eventualmente sujeita a uma interpretação subjectiva, que poderá mesmo levar-nos a conclusões erradas. Para colmatar esta dificuldade, vamos recorrer ao SABILOC para, em primeiro lugar, seleccionar um subconjunto mais restrito de critérios para analisar, e de seguida, inactivar as alternativas dominadas. Assim, optamos por inactivar os critérios das três primeiras classes (efeito obnócio, acessibilidade e custo) em que todas as alternativas tivessem os mesmos valores de desempenho. Para a quarta classe de critérios, representativa da equidade, assumimos que os coeficientes de medida com uma diferença de um ponto percentual para todas as alternativas são redundantes para a nossa análise. Também vamos desactivar as alternativas dominadas (Figura 6.127).



**Figura 6.127** Inativação dos critérios redundantes e das soluções dominadas no caso de estudo.

O resultado desta operação foi a inativação dos critérios 4, 7, e dos quatro representativos da equidade, 13 a 16. Confirma-se que todas as alternativas parecem ter níveis similares de equidade em relação à distribuição dos factores efeito obnoxio e acessibilidade. As alternativas 7 e 10 a 12 foram inactivadas, sendo a alternativa 7 dominada pelas alternativas 1 e 2 (se considerarmos os critérios 13 a 16 inactivados, também é dominada pelas alternativas 5 e 6). A alternativa 10 foi dominada pelas 3 e 4, e as 11 e 12 dominadas pelas 5 e 6. O gráfico radar, após a operação de inativação, é o apresentado na Figura 6.128. Fazer uma análise dos diversos desempenhos torna-se agora uma tarefa bem mais simples.



**Figura 6.128** Gráfico radar após inativação.

De seguida, prosseguimos para a análise multiatributo através da implementação interactiva do método conjuntivo. De modo a obter uma solução final da instância em estudo, simulam-se as escolhas dos limiares de desempenho por parte de uma agente de decisão. Primeiro, só aceitamos uma alternativa se o seu nível de desempenho no critério qualitativo for pelo menos bom. Com esta opção, 4 alternativas ficam a vermelho (1, 3, 5 e 8). De seguida, damos prioridade aos critérios de custo. Relembramos que o critério 8 representa o custo fixo total (custo de instalação, estrutura e operação, mais o custo de transporte para o aterro sanitário mais próximo) associado à instalação das estações de transferência; e o critério 10 representa o custo total de afectação das freguesias às estações de transferência ou aos aterros sanitários existentes. Tal como já mencionado anteriormente, uma vez que utilizámos os centróides das áreas que delimitam as zonas populacionais das freguesias, em vez de considerar todos os contentores de recolha de RSU de cada freguesia, os valores de desempenho obtidos com o critério 10 não são completamente fiáveis. Definindo o limiar de desempenho do critério 10 igual a 731, inactiva-se mais uma alternativa. Após algumas interações, o resultado da manipulação dos níveis é o apresentado nas Figuras 6.129 e 6.130. A alternativa 4 é a única activa, a alternativa 2 tem cor laranja, a alternativa 6 tem cor amarela e todas as outras são vermelhas.

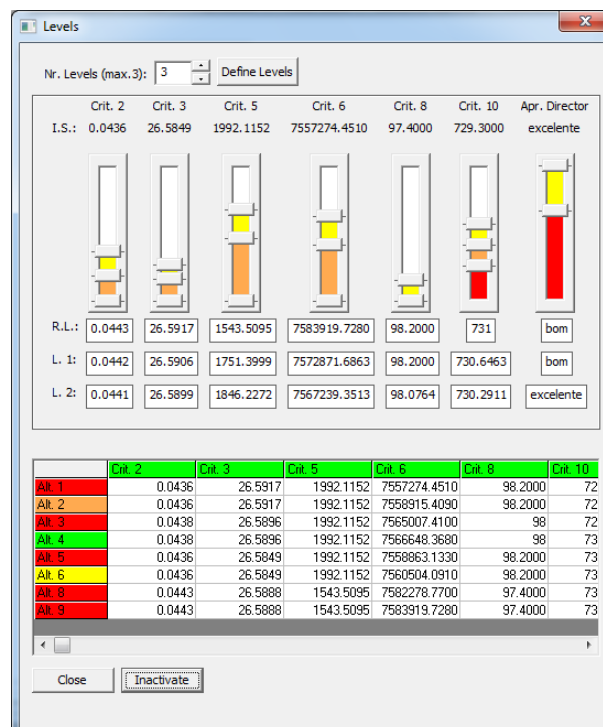
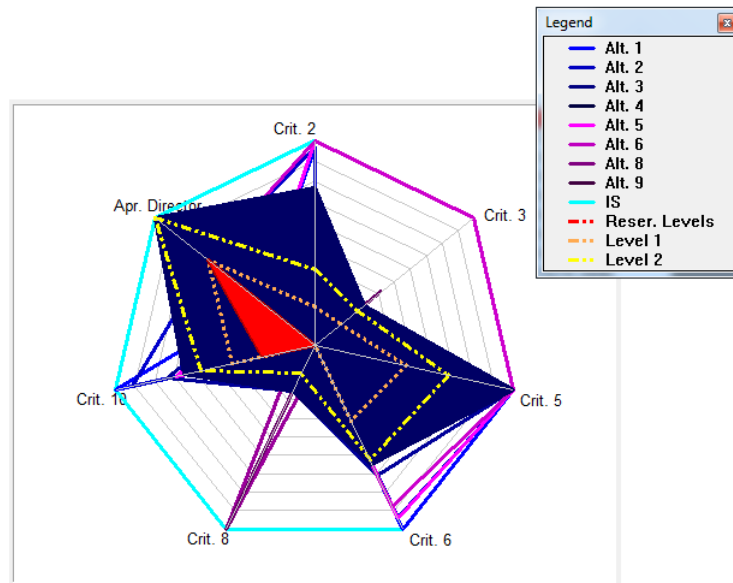
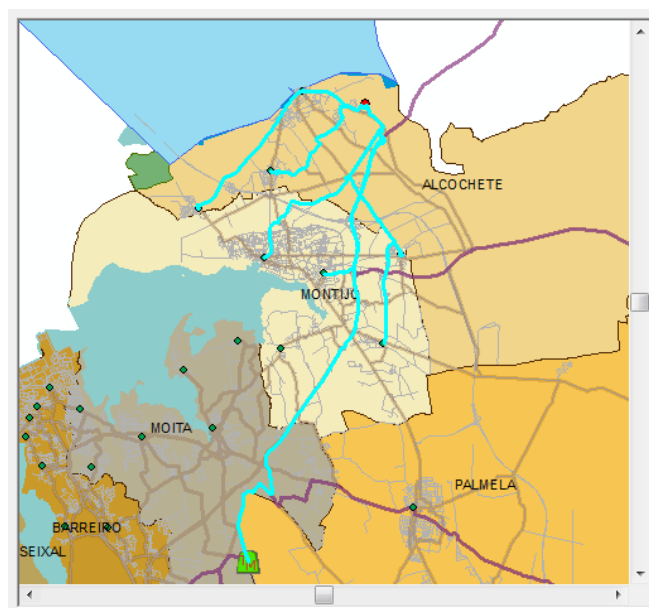


Figura 6.129 Definição dos limiares de desempenho no caso de estudo.

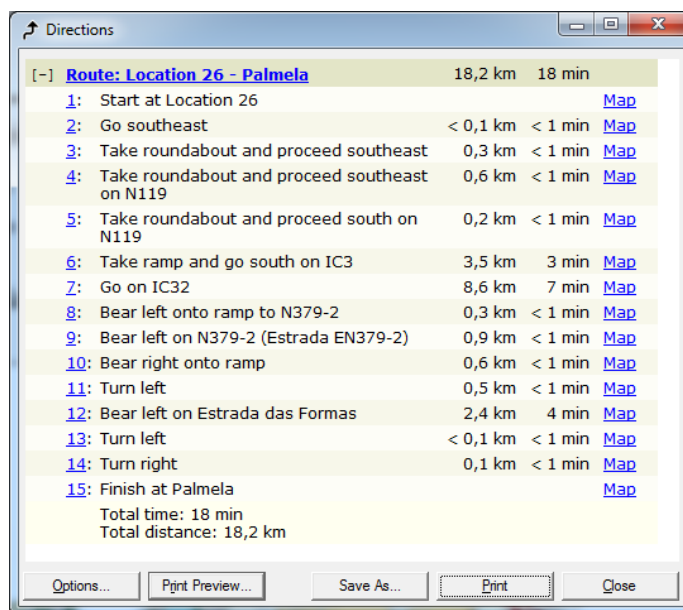


**Figura 6.130** Gráfico radar após análise interactiva do caso de estudo.

Escolhendo a alternativa 4, a resolução final do problema real aqui estudado implica a abertura de duas novas estações de transferência nos potenciais locais 26 e 64. A estação de transferência 26 serviria como ponto de recolha de RSU de 7 freguesias (Figura 6.131) e a estação 64 de 6 freguesias. Os resíduos descarregados nas estações de transferência 26 e 64 seriam depois transportados para o aterro sanitário mais próximo, localizado em Palmela (Figura 6.132).



**Figura 6.131** Freguesias afectadas à estação de transferência 26.



**Figura 6.132** Direcções do caminho desde a estação de transferência 26 até ao aterro sanitário em Palmela.

Note-se que esta alternativa é uma solução dominada, tendo em conta os valores das duas funções objectivo consideradas na primeira fase interactiva. Comparada com a solução não dominada 7 seleccionada na primeira fase, em termos dos valores das duas funções objectivo inicialmente consideradas, a alternativa 4 tem o mesmo impacto ambiental mas tem um valor de custo superior. Os critérios da segunda fase interactiva mostraram que são duas alternativas muito similares, tendo prevalecido a alternativa 4 em detrimento da solução 7 (alternativa 1 na segunda fase). Basicamente, esta preferência deveu-se ao critério qualitativo, correspondente à simulação de uma apreciação pessoal das alternativas por parte de um director da empresa, que julgou a solução 4 como sendo de valor 'excelente' e a solução 7 (alternativa 1) como sendo de valor 'médio'.

Desta forma, a resolução final revela, em grande parte, uma continuidade da actual gestão de tratamento e valorização dos Resíduos Sólidos Urbanos (RSU). Em particular, a continuidade da actividade da estação de transferência existente em Sesimbra, de forma a satisfazer o Município de Sesimbra. E os resíduos recolhidos na maior parte das freguesias continuariam a ser directamente descarregados nos aterros sanitários do Seixal e de Palmela.



## 7. Conclusão e Trabalho Futuro

Dada a multidisciplinariedade do tema da tese, a estrutura do trabalho foi necessariamente dividida em vários capítulos. Resumidamente, refira-se que no Capítulo 1 – Introdução, fizemos uma introdução geral aos assuntos abordados na tese e uma descrição da estrutura da mesma. No Capítulo 2 – Problemas de Localização, analisámos alguns modelos conhecidos deste tipo de problemas e as suas respectivas formulações. No capítulo seguinte, Multicritério, introduziram-se alguns conceitos preliminares da análise multiatributo e da optimização multiobjectivo. Neste mesmo capítulo, explorámos os processos de cálculo de soluções eficientes para a optimização multiobjectivo em geral, e em particular, para a programação linear inteira multiobjectivo. Este capítulo terminou com a apresentação de uma aplicação interactiva, desenhada no âmbito desta tese, utilizando um conjunto de dados reais. No Capítulo 4 – Localização Multiobjectivo, fizemos a ligação entre parte dos dois capítulos anteriores. No Capítulo 5 – Sistemas de Informação Geográfica, apresentámos também alguns conceitos preliminares sobre o assunto e algumas potencialidades dos SIG. No Capítulo 6 – Sistemas de Apoio à Decisão - Apresentação do SAD Desenvolvido: SABILOC, apresentámos o SAD desenvolvido e implementado, com especial ênfase para o método interactivo subjacente ao sistema, a integração do SIG e a ferramenta de análise multiatributo *a posteriori*. O estudo do Estado da Arte foi realizado em dois capítulos distintos já referidos. Na revisão bibliográfica do Capítulo 3 – Multicritério, focámo-nos nos diversos métodos interactivos existentes e nas suas utilizações na resolução de problemas de programação linear inteira e inteira-mista multiobjectivo, dando especial atenção à quantidade e forma como a informação é apresentada e solicitada ao decisor, e ao processo de cálculo de soluções. Refira-se que após esta revisão bibliográfica, foi dado um pequeno contributo no que diz respeito à metodologia de um dos métodos apresentados. No quarto capítulo realizámos uma nova revisão bibliográfica, agora com especial atenção para os problemas de localização multiobjectivo que

envolvessem questões ambientais. Por questões que se prenderam com o interesse da presente tese, demos especial atenção à formulação das funções objectivo, bem como à abordagem aplicada na resolução dos problemas.

Com base em toda a revisão bibliográfica efectuada, podemos apontar as grandes vantagens do SABILOC:

- a) Em primeiro lugar, é usado um procedimento interactivo que permite que um decisor obtenha, de uma forma participativa, selectiva e progressiva, qualquer solução não dominada (suportada e não suportada) dos modelos de localização bicritério implementados. Naturalmente, o SABILOC goza das vantagens do método interactivo subjacente, em que se destacam o facto de não existirem decisões irrevogáveis ao longo do processo de decisão, a informação solicitada ao decisor em cada interacção ser simples e não exigir conhecimento da estrutura matemática do problema, ser aceitável do ponto de vista operacional, e em cada interacção proporcionar sempre alguma informação ao decisor. Esta primeira fase interactiva só termina quando o decisor encontrar uma solução satisfatória ou se sentir satisfeito com o conhecimento adquirido sobre o problema;
- b) De seguida, um módulo de análise multiatributo *a posteriori* permite que se prossiga para uma análise mais detalhada de um conjunto de alternativas de compromisso, seleccionado da primeira fase interactiva. Esta análise é realizada tendo como base o desempenho de cada alternativa segundo um vasto e coerente conjunto de critérios conhecidos da literatura. Assim, para analisar pormenorizadamente os desempenhos, o SABILOC disponibiliza algumas ferramentas que podem ser de grande utilidade, nomeadamente: visualização dos desempenhos na forma de tabela e através de um gráfico radar; apresentação das distâncias de cada alternativa à solução ideal usando três métricas diferentes; transformação/normalização dos dados; inactivação de soluções dominadas ou quasi-dominadas e de critérios redundantes; e possibilidade de definir limiares de desempenho para cada um dos atributos de modo a ser possível executar uma implementação interactiva do método conjuntivo.
- c) Por fim, a integração de um SIG no SABILOC torna o sistema muito mais útil no apoio a problemas de localização reais. Basicamente, esta integração permite o processamento

de dados reais no SABILOC. Juntamente com o SIG, foram incluídas na aplicação duas extensões que permitem, por uma lado, realizar análises espaciais tendo como base redes, e por outro lado, analisar e modelar fenómenos, com base essencialmente em dados *raster*.

De forma a validar as potencialidades e funcionalidades do SABILOC, apresentámos um caso de estudo em que se assumiu que a empresa AMARSUL, que é a empresa responsável pelo tratamento e valorização dos RSU na península de Setúbal, estaria a avaliar a possibilidade de instalar pelo menos uma estação de transferência de RSU na sua área de acção. Os RSU descarregados nestas estações seriam posteriormente transferidos para o aterro sanitário mais próximo. Justificámos as razões para esta suposição e tentou-se mostrar em que medida um sistema de apoio à decisão como o SABILOC poderia ser uma mais-valia num processo de decisão deste tipo.

Assim, em primeiro lugar, usámos o SIG integrado no SABILOC para pré-processar os dados do caso de estudo, de modo a obter os potenciais locais para a instalação das estações de transferência. Estes locais foram depois usados na primeira fase interactiva do processo. Para isso, para além da Carta Administrativa Oficial de Portugal (formato vectorial), que regista o estado da delimitação e demarcação das circunscrições de Portugal, consideraram-se mais onze camadas temáticas para análise. Com estes dados classificou-se a região de acção da AMARSUL tendo em conta zonas de protecção e distâncias de segurança para cada uma das camadas. Também determinámos as regiões espaciais (polígonos) que abrangem todas as ruas acessíveis a mais de vinte e cinco quilómetros (via rodoviária), a partir dos aterros sanitários existentes em Palmela e no Seixal, e da estação de transferência existente em Sesimbra. A razão para este cálculo deveu-se a alguns estudos feitos no passado que apontam que a instalação de uma estação de transferência pode ser economicamente vantajosa se a distância dos centróides das zonas de recolha ao aterro sanitário exceder mais ou menos vinte e cinco quilómetros. Assim, seleccionando as regiões com um índice máximo de adequação e uma área total não inferior a dez mil metros quadrados, obtivemos noventa e quatro potenciais locais para a instalação das estações de transferência.

Depois do pré-processamento dos dados, usámos o procedimento interactivo intrínseco ao SABILOC, para obter diversas soluções não dominadas do modelo de Localização Simples

Bicritério. Este último foi usado para lidar com o problema real mas poderia ter sido escolhido outro modelo implementado. Novamente, foi utilizado o SIG integrado, mas desta vez, para obter os parâmetros do modelo. Devido ao facto de as soluções serem apresentadas numa forma gráfica bastante apelativa, através do espaço dos objectivos, e o seu cálculo ser bastante rápido, fez com que executássemos algumas interacções de modo a explorar diversas soluções possíveis do caso de estudo. Pesquisámos em certas regiões do espaço dos objectivos para procurar soluções não dominadas que fossem ao encontro das nossas preferências, até ficarmos satisfeitos com o conhecimento adquirido.

Depois de concluída a primeira fase interactiva, onde ficámos a conhecer um pequeno conjunto de alternativas satisfatórias, prosseguimos para a segunda fase interactiva de análise multiatributo *a posteriori*. Nesta segunda fase, analisámos em detalhe um conjunto de doze soluções, todas elas semelhantes a uma solução escolhida na fase anterior, tendo em conta os desempenhos segundo um subconjunto de treze critérios (doze deles foram seleccionados do conjunto de critérios disponibilizado pelo SABILOC e, o outro, foi um critério qualitativo adicionado, interpretado como uma apreciação pessoal das alternativas por parte de um director da empresa). Relembre-se que as doze alternativas foram obtidas pesquisando uma região do espaço dos objectivos, em torno da solução preferida inicialmente. De seguida, prosseguimos para a análise multiatributo através da implementação interactiva do método conjuntivo. De modo a obter uma solução final da instância em estudo, simulámos as escolhas dos limiares de desempenho por parte de um agente de decisão.

Apesar da resolução do problema real não ter tido em conta toda a informação que um problema complexo deste género exigiria, a solução final proposta foi analisada no contexto geral e parece uma solução plausível de ser implementada numa situação real.

Assim, podemos afirmar que o contributo científico de maior relevância desta tese foi o desenvolvimento de várias ferramentas, todas acessíveis a partir de um único SAD, de apoio multicritério à decisão. Em particular, para o apoio à decisão em problemas de localização, em que os equipamentos a instalar podem ter impactos ambientais.

Quanto a desenvolvimentos futuros, podemos afirmar que este será sempre um trabalho susceptível de ser melhorado, devido à sua forte componente de implementação computacional. Em termos de interface, podemos ainda melhorar a apresentação gráfica das

várias imagens (por exemplo a da página das coordenadas, o espaço dos objectivo e o gráfico radar), flexibilizar a manipulação dessas imagens, quer em termos visuais (por exemplo, permitindo a manipulação das imagens através de camadas), quer em termos de sensibilidade ao toque do botão do rato. Muitos outros exemplos poderiam ser dados de melhorias deste género. Estas melhorias de interface conseguem-se não só melhorando o código mas também através de utilização de linguagens de programação mais recentes, que vão oferecendo novas funcionalidades. Assim, para não deixar a aplicação ficar desactualizada, será importante actualizar constantemente o código às novas realidades computacionais.

Simultaneamente a esta constante actualização, é preciso oferecer novas ferramentas de apoio à decisão. Por exemplo, a adaptação do método interactivo subjacente à primeira fase interactiva, de modo a ter em conta os contributos dados da Subsecção 3.5.2, permitiria ao decisor ter mais uma possibilidade na escolha da região que pretendia pesquisar. Para além das duas alternativas implementadas - através da indicação de duas soluções não dominadas candidatas a adjacentes ou indicando directamente a região de pesquisa, uma outra possibilidade, seria o decisor indicar uma solução não dominada já calculada, em que teria interesse conhecer novas soluções não dominadas, o mais semelhantes possível à escolhida. Tal como já referido, esta nova alternativa para indicar a região de pesquisa, seria mais adequada numa altura em que o decisor já tivesse algum conhecimento do seu problema, começando a revelar algum interesse por um certo tipo de solução.

O facto de o SABILOC ter sido desenvolvido de forma modular, permite a qualquer instante, e bastante rapidamente, a inclusão de novos modelos, bem como de algoritmos mais eficientes. Assim, será de todo o interesse o desenvolvimento e implementação de novos modelos mais adaptados à realidade. Alternativamente, pode ser dada a possibilidade ao próprio utilizador do sistema de escolher as restrições e as funções objectivo que pretende incluir num determinado modelo. Tal como referido, esta alternativa encontra-se em fase de testes, prevendo-se o seu termo para breve. O tempo que o decisor tem de esperar para obter uma resposta é também extremamente importante para a aceitação da aplicação. Neste sentido, há também que desenvolver algoritmos eficientes de resolução, de forma a obter respostas em tempo útil.

Sendo o SABILOC uma aplicação onde se integram várias ferramentas externas, também será importante actualizar essas ferramentas para versões mais recentes. Relativamente ao SIG integrado, já mencionámos que existe uma versão mais recente com novas funções que poderão ser úteis. A ILOG e a MATHWORKS também vão lançando regularmente novas versões, respectivamente, do CPLEX e do MATLAB, com diversas actualizações, quer em termos de eficiência dos algoritmos e dos respectivos códigos, quer em termos de novas funcionalidades.

A expansão do SABILOC, para o campo dos modelos com mais que dois critérios, levanta alguns problemas no que diz respeito à apresentação da informação ao utilizador. A elaboração de uma interface gráfica simples e intuitiva deixa de ser, em grande parte, possível, devido à dificuldade em ilustrar soluções não dominadas num espaço de objectivos com mais que duas dimensões. No entanto, é algo que poderá ser pensado.

Um próximo passo importante que se pensa dar é incluir, na fase de análise multiatributo *a posteriori* do SABILOC, ferramentas de decisão em grupo. Desta forma, será possível analisar os diversos pontos de vista de diferentes utilizadores, que resultam da experiência e intuição de cada um, enriquecendo o processo de obtenção de uma solução final, que cada vez mais, será uma solução satisfatória para os envolvidos no processo de decisão.

Finalmente, com o intuito de fazer uma maior divulgação do trabalho realizado até ao momento, uma outra linha de desenvolvimento futuro, poderá passar por integrar num SIG, através de uma linguagem *Script*, algumas das ferramentas do SABILOC, nomeadamente o procedimento interactivo de optimização combinatória utilizado na primeira fase e o módulo de análise multiatributo. Actualmente, os SIG são amplamente usados, quer ao nível do ensino, do meio empresarial ou da comunidade em geral, onde muitas vezes não há, por parte dos utilizadores, conhecimentos de base dos conceitos utilizados. Acreditamos que um método interactivo de análise multiatributo simples, por exemplo o ilustrado nesta tese que faz uso do método conjuntivo, apoiado por uma forte componente visual, tal como o gráfico radar, poderá ser bem recebido pela comunidade de utilizadores dos SIG.

## Bibliografia

- [1] Y. Aksoy, An interactive branch-and-bound algorithm for bicriterion nonconvex/mixed integer programming, *Naval Research Logistics* 37 (1990) 403-417.
- [2] L. Alçada-Almeida, J. Coutinho-Rodrigues, J. Current, A multiobjective modeling approach to locating incinerators, *Socio-Economic Planning Sciences* 43 (2009) 111-120.
- [3] L. Alçada-Almeida, L. Tralhão, L. Santos, J. Coutinho-Rodrigues, A multiobjective approach to locate emergency shelters and identify evacuation routes in urban areas, *Geographical Analysis* 41 (2009) 9-29.
- [4] M.J. Alves, Apoio à decisão em problemas de programação inteira e inteira-mista multiobjectivo: contribuições metodológicas, Tese de Doutoramento, Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra, Portugal, 2000.
- [5] M.J. Alves, J. Clímaco, Using cutting planes in an interactive reference point approach for multiobjective integer linear programming problems, *European Journal of Operational Research* 117 (1999) 565-577.
- [6] M.J. Alves, J. Clímaco, An interactive reference point approach for multiobjective mixed-integer programming using branch-and-bound, *European Journal of Operational Research* 124 (2000) 478-494.
- [7] M.J. Alves, J. Clímaco, A review of interactive methods for multiobjective integer and mixed-integer programming, *European Journal of Operational Research* 180 (2007) 99-115.
- [8] AMARSUL, Relatório e Contas 2011 [Online], Acedido a 27 de Julho de 2012, URL: [http://www.amarsul.pt/public/documents/relatorio\\_de\\_contas\\_2011.pdf](http://www.amarsul.pt/public/documents/relatorio_de_contas_2011.pdf)
- [9] H. Antunes, M.J. Alves, J. Clímaco, Tomada de decisão em ambiente multiobjectivo, *Manual de Computação Evolutiva e Metaheurística*, A. Cunha et al. (Eds.), Imprensa da

Universidade de Coimbra / Editora da Universidade Federal de Minas Gerais (2012) 323-356.

- [10] APPLE, IOS Developer Library, iOS Human Interface Guidelines [Online], Acedido a 20 de Dezembro de 2012, URL:  
<http://developer.apple.com/library/ios/#documentation/UserExperience/Conceptual/MobileHIG/Introduction/Introduction.html>
- [11] APPLE, MAC Developer Library, OS X Human Interface Guidelines: About the Guidelines for Creating Great Mac Apps [Online], Acedido a 20 de Dezembro de 2012, URL:  
[https://developer.apple.com/library/mac/#documentation/UserExperience/Conceptual/AppleHIGuidelines/Intro/Intro.html#//apple\\_ref/doc/uid/TP30000894-TP6](https://developer.apple.com/library/mac/#documentation/UserExperience/Conceptual/AppleHIGuidelines/Intro/Intro.html#//apple_ref/doc/uid/TP30000894-TP6)
- [12] M. Balinski, P. Wolfe, On Benders decomposition and a plant location problem, *working paper ARO-27*, Mathematica, Inc., Princeton, New Jersey, 1963.
- [13] A. Bana e Costa, Três convicções fundamentais na prática do apoio à decisão, *Pesquisa Operacional 13-1* (1993) 9-20.
- [14] D. Bell, P. Farquhar, Perspectives on utility theory, *Operations Research 34-1* (1986) 179-183.
- [15] J. Benders, Partitioning procedures for solving mixed variables programming problems, *Numerische Mathematik 4* (1962) 238-252.
- [16] M. Beychok, *Fundamentals of stack gas dispersion* (Author and Publisher), Fourth Edition, 2005.
- [17] R. Bonczek, C. Holsapple, A. Whinston, Future directions for developing decision support systems, *Decision Sciences*, 1980.
- [18] D. Bouyssou, Décision multicritère ou aide multicritère ?, *Bulletin du Groupe de Travail Européen Aide Multicritère à la Décision 2-2* (1993) 1-2.
- [19] D. Bouyssou, Modelling inaccurate determination, uncertainty, imprecision using multiple criteria, In *Improving decision making in organizations*, A. G. Lockett, G. Islei (Eds.), Germany: Springer Verlag (1989) 78-87.
- [20] J. Bowman, On the relationship of the Tchebycheff norm and the efficient frontier of multiple-criteria objectives, *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 135*, Springer Verlag (1976) 76-85.



- [21] M.E. Captivo, J. Clímaco, Multicriteria location analysis: discussion on some models and algorithms, In *AMCDA - Aide Multicritèria à la Decision*, A. Colorni et al. (Eds.), EUR Report (2001) 47-58.
- [22] M.E. Captivo, J. Clímaco, S. Fernandes, A bicriteria DSS dedicated to location problems, In *Encyclopedia of decision making and decision support technologies I*, F. Adam & P. Humphreys (Eds.), Information Science Reference (2008) 53-60.
- [23] C. Caruso, A. Colorni, M. Paruccini, The regional urban solid waste management system: A modelling approach, *European Journal of Operational Research* 70 (1993) 16-30.
- [24] L. Chalmet, L. Lemonidis, D. Elzinga, An algorithm for the bi-criterion integer programming problem, *European Journal of Operational Research* 25 (1986) 292-300.
- [25] R. Church, Geographical information systems and location science, *Computers and Operations Research* 29 (2002) 541-562.
- [26] J. Clímaco, C. Antunes, M. J. Alves, Programação linear multiobjectivo: métodos interactivos, software e aplicações, Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra, 1996.
- [27] J. Clímaco, J. Craveirinha, Multidimensional evaluation of the quality of life – a new noncompensatory interactive system, INESC – Coimbra, 2012.
- [28] J. Clímaco, M. E. Captivo, S. Fernandes, Classificação multi-atributo suportada por uma versão interactiva do método conjuntivo, *CIO-Working Paper- 9*, 2011.
- [29] J. Cohon, Multiobjective Programming and Planning, Academic Press, New York, 1978.
- [30] R. Coll, A. Thyagarajan, S. Chopra, An experimental study comparing the effectiveness of computer graphics data versus computer tabular data, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans* 21-i4 (1991) 897-900.
- [31] I. Correia, M.E. Captivo, A lagrangean heuristic for a modular capacitated location problem, *Annals of Operations Research* 122 (2003) 141–161.
- [32] G. Cornuejols, G. Nemhauser, L. Wolsey, The uncapacitated facility location problem, In *Discrete Location Theory*, P. Mirchandani, R. Francis (Eds.), Wiley Interscience (1990) 119-172.
- [33] G. Cornuejols, R. Sridharan, J.M. Thizy, A comparison of heuristics and relaxations for the capacitated plant location problem, *European Journal of Operational Research* 50 (1991) 280-297.

- [34] J. Coutinho-Rodrigues, J. Clímaco, J. Current, An interactive bi-objective shortest path approach: searching for unsupported nondominated solutions, *Computers and Operations Research* 26 (1999) 789-798.
- [35] J. Coutinho-Rodrigues, J. Current, J. Clímaco, S. Ratick, An interactive spatial decision support system for multiobjective HAZMAT location-routing problems, *Transportation Research Record* 1602 (1997) 101-109.
- [36] J. Current, H. Min, D. Schilling, Multiobjective analysis of facility location decisions, *European Journal of Operational Research* 49 (1990) 295-307.
- [37] J. Current, S. Ratick, A model to assess risk, equity and efficiency in facility location and transportation of hazardous materials, *Location Science* 3 (1995) 187-201.
- [38] K. Dächert, J. Gorski, K. Klamroth, An augmented weighted Tchebycheff method with adaptively chosen parameters for discrete bicriteria optimization problems, *Computers and Operations Research* 39-12 (2012) 2929-2943.
- [39] K. Deb, S. Agrawal, A. Pratap, T. Meyarivan, A fast elitist nondominated sorting genetic algorithm for multiobjective optimization: NSGA- II, *Proceedings of Parallel Problem Solving from Nature VI*, Springer (2000) 849- 858.
- [40] L. Dias, A informação imprecisa e os modelos multicritério de apoio à decisão – identificação e uso de conclusões robustas, Tese de Doutoramento, Universidade de Coimbra, Faculdade de Economia, Portugal, 2000.
- [41] J. Dias, M. Captivo, J. Clímaco, An interactive procedure dedicated to a bicriteria plant location problem, *Computers and Operations Research* 30 (2003) 1977-2002.
- [42] E.W. Dijkstra, A note on two problems in connection with graphs, *Numerische Math* 1 (1959) 269-271.
- [43] K. Doerner, W. Gutjahr, P. Nolz, Multi-criteria location planning for public facilities in tsunami-prone coastal areas, *OR Spectrum* 31 (2009) 651-678.
- [44] A. Durso, An interactive combined branch-and-bound/Tchebycheff algorithm for multiple criteria optimization, In *Multiple Criteria Decision Making: Theory and Applications in Business, Industry and Government*, A. Goicoechea, L. Duckstein, S. Zionts (Eds.), New-York, Springer-Verlag (1992) 107-122.
- [45] M. Efraymson e T. Ray, A branch and bound algorithm for plant location, *Operations Research* 14 (1966) 361-368.

- [46] EPA, United States Environmental Protection Agency, Waste transfer stations: a manual for decision-making, 2002 [Online], Acedido a 20 de Julho de 2012, URL: <http://www.epa.gov/osw/nonhaz/municipal/pubs/r02002.pdf>
- [47] E. Erkut, A. Karagiannidis, G. Perkoulidis, S.A. Tjandra, A multicriteria facility location model for municipal solid waste management in North Greece, *European Journal of Operational Research* 187 (2008) 1402-1421.
- [48] E. Erkut, S. Neuman, A multiobjective model for locating undesirable facilities, *Annals of Operations Research* 40 (1992) 209-227.
- [49] E. Erkut, S. Neuman, Analytical models for locating undesirable facilities, *European Journal of Operational Research* 40 (1989) 275-291.
- [50] D. Erlenkotter, A dual-base procedures for uncapacitated facility location, *Operations Research* 26- 6 (1978) 992-1009.
- [51] ESRI, ArcGIS Desktop 9.3 Help [Online], Acedido a 20 de Dezembro de 2012, URL: <http://webhelp.esri.com/arcgisdesktop/9.3/index.cfm?TopicName=welcome>.
- [52] ESRI, ArcGIS Engine Resource Center [Online], Acedido a 20 de Dezembro de 2012, URL: <http://resources.esri.com>.
- [53] A. Falit-Baiamonte, J. Osleeb, An equity model for locating environmentally hazardous facilities, *Geographical Analysis* 32-4 (2000) 351-368.
- [54] R.Z. Farahani, M. SteadieSeifi, N. Asgari, Multiple criteria facility location problems: A survey, *Applied Mathematical Modelling* 34 (2010) 1689-1709.
- [55] S. Fernandes, M. E. Captivo, J. Clímaco, A DSS for bicriteria location problems, *Decision Support Systems* (aceite para publicação, 2013) 34 páginas.
- [56] S. Fernandes, M. E. Captivo, J. Clímaco, A GIS embedded decision support system for bicriteria location problems, In *Bridging the Socio-technical Gap in Decision Support Systems – Challenges for the Next Decade*, A. Respício et al. (Eds.) (2010) 271-281.
- [57] S. Fernandes, M. E. Captivo, J. Clímaco, A multi-attribute analysis module for SABILOC – a DSS for location problems, In *Fusing DSS into the Fabric of the Context*, A. Respício, F. Burstein (Eds.), IOS Press (2012) 197-208.
- [58] S. Fernandes, M. E. Captivo, J. Clímaco, SABILOC - Um sistema de apoio à decisão para análise de problemas de localização bicritério, *Pesquisa Operacional* 27 (2007) 607-628.

- [59] C. Ferreira, Problemas de localização e distribuição multicritério - aproximações e estudo de alguns casos com implicações ambientais, Tese de Doutorado, Universidade de Aveiro, Portugal, 1997.
- [60] C. Ferreira, J. Clímaco, J. Paixão, The location-covering problem: a bicriterion interactive approach, *Investigación Operativa 4* (1994) 119-139.
- [61] C. Ferreira, B.S. Santos, M.E. Captivo, J. Clímaco, C.C. Silva, Multiobjective location of unwelcome or central facilities involving environmental aspects—A prototype of a decision support system, *JORBEL 36* (1996) 159-172.
- [62] M. Fonseca, M.E. Captivo, Location of semi obnoxious facilities with capacity constraints, *Studies in Locational Analysis 9* (1996) 51-52.
- [63] M.C. Fonseca, M.E. Captivo, Models for semi obnoxious facility location, *Proceedings of the XIII CLAIO*, Montevideo, Uruguay, 2006.
- [64] M.C. Fonseca, M.E. Captivo, Analysis of bicriteria semi obnoxious location models, Artigo apresentado no *Tercer Encuentro de la Red Iberoamericana de Evaluación y Decisión Multicriterio, R.E.D.-M. 2007*, Culiacán, México, 2007.
- [65] A. Fotheringham, P. Densham, A. Curtis, The zone definition problem in location allocation modeling, *Geographical Analysis 27* (1995) 60-77.
- [66] D. Gabbani, M. Magazine, An interactive heuristic approach for multi-objective integer-programming problems, *Journal of the Operational Research Society 37-3* (1986) 285-291.
- [67] R.D. Galvão, L.G.A. Espejo, B. Boffey, D. Yates, Load balancing and capacity constraints in a hierarchical location model, *European Journal of Operational Research 172* (2006) 631-646.
- [68] L. Gardiner, D. Vanderpooten, Interactive multiple criteria procedures: some reflections, *Multicriteria Analysis*, J. Clímaco (Ed.), Springer (1997) 290-301.
- [69] A. Geoffrion, Lagrangean relaxation for integer programming, *Mathematical Programming Study 2* (1974) 82-114.
- [70] I. Giannikos, A multiobjective programming model for locating treatment sites and routing hazardous wastes, *European Journal of Operational Research 104* (1998) 333-342.
- [71] F. Gifford, Atmospheric dispersion models for environmental pollution applications, In *Lectures on Air Pollution and Environmental Impact Analyses*, D. Haugen (Ed.), American Meteorological Society (1975) 35-38.

- [72] R. Gomory, An algorithm for integer solutions to linear programs, In *Recent Advances in Mathematical Programming*, R. Graves, P. Wolfe (Eds.), McGraw-Hill, New York (1963) 269-302.
- [73] J.J. Gonzalez, G.R. Reeves, L.S. Franz, An interactive procedure for solving multiple objective integer linear programming problems. In *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 242*, Decision Making with Multiple Objectives, Y. Y. Haimes, V. Chankong (Eds.), Springer-Verlag, Berlin (1985) 250- 260.
- [74] M. Goodchild, The aggregation problem in location-allocation, *Geographical Analysis 11-3* (1979) 240-255.
- [75] M. Goodchild, J. Lee, Coverage problems and visibility regions on topographic surfaces, *Annals of Operations Research 18* (1989) 175-186.
- [76] P. Goodwin, G. Wright, Decision analysis for management judgment (2<sup>a</sup> Ed.), Wiley, 1998.
- [77] Google, Android – Developers, Design [Online], Acedido a 20 de Dezembro de 2012, URL: <http://developer.android.com/design/index.html>
- [78] G. Gorry, M. Scott-Morton, A framework for management information systems, *Sloan Management Review 13-1* (1971) 21-36.
- [79] R. Greene, R. Devillers, J. Luther, B. Eddy, GIS-Based Multiple-Criteria Decision Analysis, *Geography Compass 5-6* (2011) 412-432.
- [80] M. Guignard, K. Spielberg, Algorithms for exploiting the structure of the simple plant location problem, *Annals of Discrete Mathematics 1* (1977) 247-271.
- [81] T. Hale, C. Moberg, Location science research: a review, *Annals of Operations Research 123* (2003) 21-35.
- [82] E. Hillsman, The  $p$ -median structure as a unified linear model for location-allocation analysis, *Environment and Planning A 16* (1984) 305-318.
- [83] D.L. Huff, A Probabilistic analysis of shopping center trade area, *Land Economics 39* (1963) 81-90.
- [84] J. Hultz, D. Klingman, G. Ross, R. Soland, An interactive computer system for multicriteria facility location, *Computers and Operations Research 8-4* (1981) 249-261.
- [85] T. Ibaraki, T. Ohashi, H. Mine, A heuristic algorithm for mixed-integer programming problems, *Mathematical Programming Studies 2* (1974) 115-136.
- [86] ILOG CPLEX Callable Library C API 11.0 Reference Manual, ILOG, 2007.

- [87] V. Kaistrenko, T. Pinegina, A Tsunami hazard parameter for Zhupanovo, Kamchatka, calculated using Historical and Paleotsunami Data, *ITS 2001 Proceedings*, Session 1, Number 1 - 11, (2001) 349-354.
- [88] J. Karaivanova, P. Korhonen, S. Narula, J. Wallenius, V. Vassilev, A reference direction to multiple objective integer linear programming, *European Journal of Operational Research* 81 (1995) 176-187.
- [89] J. Karaivanova, S. Narula e V. Vassilev, An interactive procedure for multiple objective integer linear programming problems, *European Journal of Operational Research* 68 (1993) 344-351.
- [90] M. Karwan, S. Zionts, B. Villarreal, R. Ramesh, An improved interactive multicriteria integer programming algorithm, In *Decision Making with Multiple Objectives*, Y. Haimes, V. Chankong (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems* 242, Berlin, Springer-Verlag (1984) 261-271.
- [91] P. Keen, M. Scott-Morton, *Decision support systems: an organizational perspective*, Addison-Wesley, 1978.
- [92] M. Kim, E. Miller-Hooks, R. Nair, A geographic information system-based real-time decision support framework for routing vehicles carrying hazardous materials, *Journal of Intelligent Transportation Systems* 15-1 (2011) 28-41.
- [93] P. Korhonen, J. Wallenius, A Pareto Race, *Naval Research Logistics* 35 (1988) 615-623.
- [94] J. Krarup, P.M. Pruzan, Ingredients of locational analysis, In *Discrete Location Theory*, P. Mirchandani, R. Francis (Eds.), New York: John Wiley (1990) 1- 54.
- [95] M. Magazine, O. Oguz, A heuristic algorithm for multidimensional knapsack problems, *European Journal of Operational Research* 16 (1984) 319-326.
- [96] J. Malczewski, GIS-based multicriteria decision analysis: a survey of the literature, *International Journal of Geographical Information Science* 20-7 (2006) 703-726.
- [97] J. Malczewski, W. Ogryczak, An interactive approach to the central facility location problem: Locating pediatric hospitals in Warsaw, *Geographical Analysis* 22 (1990) 244-258.
- [98] E. Mallach, *Understanding decision support systems and expert systems*, McGraw-Hill, 1994.

- [99] V. Maniezzo, I. Mendes, M. Paruccini, Decision support for siting problems, *Decision Support Systems* 23 - 3 (1998) 273-284.
- [100] MAOT, PERSU II – Plano estratégico para os resíduos sólidos urbanos 2007-2016, Ministério do Ambiente, do Ordenamento do Território e do Desenvolvimento Regional (Ed.), 2007 [Online], Acedido a 20 de Julho de 2012, URL: <http://www.maotdr.gov.pt/Admin/Files/Documents/PERSU.pdf>
- [101] O. Marcotte, R.M. Soland, An interactive branch-and-bound algorithm for multiple criteria optimization, *Management Science* 32-1 (1986) 61-75.
- [102] MATHWORKS, R2010b MathWorks Documentation [Online], Acedido a 20 de Dezembro de 2012, URL: <http://www.mathworks.com/help>.
- [103] I. McHarg, Design With Nature (2<sup>nd</sup> edition), New York: John Wiley and Sons, 2002.
- [104] R. McMullen, The change of concentration standard deviations with distance, *Journal of the Air Pollution Control Association* 25-10 (1975) 1057-1058.
- [105] A. Medaglia, J. Villegas, D. Rodríguez-Coca, Hybrid bi-objective evolutionary algorithms for the design of a hospital waste management network, *J. Heuristics* 15 (2009) 153-176.
- [106] E. Melachrinoudis, H. Min, X. Wu, A multiobjective model for the dynamic location of landfills, *Location Science* 3 - 3 (1995) 143-166.
- [107] Microsoft, MSDN Library, Windows application UI development: windows user experience interaction guidelines [Online], Acedido a 20 de Dezembro de 2012, URL: <http://msdn.microsoft.com/en-us/library/Aa511258.aspx>
- [108] Microsoft, UX guidelines for windows store apps [Online], Acedido a 20 de Dezembro de 2012, URL: <http://msdn.microsoft.com/en-us/library/windows/apps/hh465424.aspx>
- [109] J. Moore, M. Chang, Design of decision support systems, *Data Base* 12- 1 e 2 (1980) 8-14.
- [110] A. Murray, Advances in location modeling: GIS linkages and contributions, *Journal of Geographical Systems* 12 - 3 (2010) 335-354.
- [111] A. Murray, J. Gottsegen, The influence of data aggregation on the stability of p-median location model stability, *Geographical Analysis* 29 (1997) 200-213.
- [112] S. Narula, V. Vassilev, An interactive algorithm for solving multiple objective integer linear programming problems, *European Journal of Operational Research* 79 (1994) 443-450.
- [113] W. Ogryczak, On the lexicographic minimax approach to location problems, *European Journal of Operational Research* 100 (1997) 566-585.

- [114] W. Ogryczak, Location problems from the multiple criteria perspective: Efficient solutions, *Archives of Control Sciences* 7 (XLIII) (1998) 161-180.
- [115] W. Ogryczak, K. Studzinski, K. Zorychta, A solver for the multi-objective transshipment problem with facility location, *European Journal of Operational Research* 43 (1989) 53- 64.
- [116] W. Ogryczak, K. Studzinski, K. Zorychta, DINAS—Dynamic interactive network analysis system, In *Aspiration based decision support systems*, A. Lewandowski, A. Wierzbicki (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems* 331, Berlin, Germany: Springer-Verlag (1989) 385-387.
- [117] W. Ogryczak, K. Studzinski, K. Zorychta, DINAS: A computer-assisted analysis system for multiobjective transshipment problems with facility location, *Computers and Operations Research* 19-7 (1992) 637-647.
- [118] A. Okabe, M. Kitamura, A computational method for market area analysis on a Network, *Geographical Analysis* 28 - 4 (1996) 330-349.
- [119] V. Pareto, *Manuale di Economia Politica*, Societa Editrice, 1906.
- [120] J. Rakas, D. Teodorović, T. Kim, Multi-objective modeling for determining location of undesirable facilities, *Transportation Research Part D* 9 (2004) 125-138.
- [121] R. Ramesh, M. Karwan, S. Zionts, An interactive method for bicriteria integer programming, *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics* 20-2 (1990) 395-403.
- [122] R. Ramesh, S. Zionts, M. Karwan, A class of practical interactive branch and bound algorithms for multicriteria integer programming, *European Journal of Operational Research* 26 (1986) 161-172.
- [123] S. Ratick, A. White, A risk-sharing model for locating noxious facilities, *Environment and Planning B: Planning and Design* 15 - 2 (1988) 165-179.
- [124] C. Revelle, J. Cohon, D. Shobrys, Simultaneous siting and routing in the disposal of hazardous wastes, *Transportation Science* 25 (1991) 139-145.
- [125] C. Revelle, H. Eiselt, M. Daskin, A bibliography for some fundamental problem categories in discrete location science, *European Journal of Operational Research* 184 (2008) 817-848.
- [126] C. Revelle, G. Laporte, The plant location problem: new models and research prospects, *Operations Research* 44-6 (1996) 864-873.



- [127] G. Ross, R. Soland, A multicriteria approach to the location of public facilities, *European Journal of Operational Research* 4 (1980) 307-321.
- [128] T. Saaty, The analytic hierarchy process: planning, priority setting, resource allocation, McGraw-Hill, 1980.
- [129] S. Sener, E. Sener, R. Karagüzel, Solid waste disposal site selection with GIS and AHP methodology: a case study in Senirkent–Uluborlu (Isparta) Basin, Turkey, *Environmental Monitoring and Assessment* 173-1 (2011) 533-554.
- [130] S. Sener, E. Sener, B. Nas, R. Karagüzel, Combining AHP with GIS for landfill site selection: A case study in the Lake Beysehir catchment area (Konya, Turkey), *Waste Management* 30-11 (2010) 2037-2046.
- [131] H. Simon, The new science of management decision, New York, NY: Harper and Row, 1960.
- [132] M. Soland, Multicriteria optimization: A general characterization of efficient solutions, *Decision Sciences* 10 (1979) 26-38.
- [133] R. Solanki, Generating the noninferior set in mixed integer biobjective linear programs: an application to a location problem, *Computers and Operations Research* 18- 1 (1991) 1-15.
- [134] R. Sprague, A framework for the development of decision support systems, *Management Information Systems Quarterly* 4-4 (1980) 1-26.
- [135] R. Steuer, An interactive multiple objective linear programming procedure, *TIMS Studies in the Management Sciences* 6 (1977) 225-239.
- [136] R. Steuer, Multiple criteria optimization: theory, computation and application, John Wiley & Sons, 1986.
- [137] R. Steuer, E.-U. Choo, An interactive weighted Tchebycheff procedure for multiple objective programming, *Mathematical Programming* 26 (1983) 326-344.
- [138] R. Suárez-Vega, D.R. Santos-Penate, P. Dorta-González, M. Rodríguez-Díaz, A multi-criteria GIS based procedure to solve a network competitive location problem, *Applied Geography* (2011) 282-291.
- [139] M. Teitz, P. Bart, Heuristic methods for estimating the generalized vertex median of a weighted graph, *Operations Research* 16 (1968) 955-961.

- [140] L. Tralhão, J. Coutinho-Rodrigues, L. Alçada-Almeida, A multiobjective modelling approach to locate multi-compartment containers for urban-sorted waste, *Waste management* 30 (2010) 2418-2429.
- [141] E. Turban, R. Sharda, D. Delen, Decision support and business intelligence systems: International Edition, 9th ed., Pearson, 2011.
- [142] V. Vassilev, S. Narula, A reference direction algorithm for solving multiple objective integer linear programming problems, *Journal of Operational Research Society* 44-12 (1993) 1201-1209.
- [143] V. Vassilev, S. Narula, P. Vladimirov, V. Djambrov, MOIP: A DSS for multiple objective integer programming problems, In *Multi-Criteria Analysis*, J. Clímaco (Ed.), Springer Verlag, Berlin, (1997) 259-268.
- [144] B. Villarreal, M.H. Karwan, S. Zionts, An interactive branch and bound procedure for multicriterion integer linear programming, In *Multiple Criteria Decision Making Theory and Application*, G. Fandel, T. Gal (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems* 177, Berlin, Springer-Verlag (1980) 448-467.
- [145] P. Vincke, Decision-Aid, Wiley, 1989.
- [146] J. von Neumann, O. Morgenstern, *Theory of games and economic behavior*, 2nd ed. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1947.
- [147] G. Wang, L. Qin, G. Li, L. Chen, Landfill site selection using spatial information technologies and AHP: A case study in Beijing, China, *Journal of Environmental Management* 90-8 (2009) 2414–2421.
- [148] A. Weber, *Über den Standort der Industrien* (C. J. Friedrich (1929), Trad.), Alfred Weber's Theory of the Location of Industries, Chicago, Illinois: University of Chicago Press, 1909.
- [149] D.J. White, A multiple objective interactive Lagrangean relaxation approach, *European Journal of Operational Research* 19 (1985) 82-90.
- [150] A. Wierzbicki, The use of reference objectives in multiobjective optimization, In *Multiple Criteria Decision Making, Theory and Application*, G. Fandel e T. Gal (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems* 177, Springer: Berlin (1980) 468-486.
- [151] A. Wierzbicki, Reference point methods in vector optimization and decision support, IIASA interim Report IR-98-017, IIASA, Laxenburg, Austria, 1998.

- [152] M. Wyman, M. Kuby, A multiobjective location-allocation model for assessing toxic waste processing technologies, *Studies in Locational Analysis* 4 (1993) 193-196.
- [153] M. Wyman, M. Kuby, Proactive optimization of toxic waste transportation, location and technology, *Location Science* 3 - 3 (1995) 167-185.
- [154] J. Zhang, J. Hodgson, E. Erkut, Using GIS to assess the risks of hazardous materials transport in networks, *European Journal of Operational Research* 121 (2000) 316-329.
- [155] S. Zionts, J. Wallenius, An interactive multiple objective linear programming method for a class of underlying nonlinear utility functions, *Management Science* 29 (1983) 519-529.
- [156] K. Zografos, K. Androutsopoulos, A decision support system for integrated hazardous materials routing and emergency response decisions, *Transportation Research Part C* 16 (2008) 684-703.



# Anexos

Estrutura do ficheiro de extensão 'maa':

n.º critérios            n.º alternativas

*(para cada alternativa)*

nome da alternativa

0 ou 1 (Inactiva ou Activa)

*(para cada critério)*

nome do critério

0 ou 1 (Inactivo ou Activo)

0 ou 1 (Minimização ou Maximização)

0 ou 1 (Quantitativo ou Qualitativo)

0 ou 1 (Dados contínuos ou Discretos)<sup>1</sup>

*(para cada critério qualitativo)*

n.º de classes

*(para cada classe)*

nome da classe

*(para cada alternativa)*

*(para cada critério)*

valor da alternativa para o critério (*N no caso de não estar definido*)

---

<sup>1</sup> No caso de se tratar de um critério do tipo qualitativo, os dados terão de ser considerados como discretos.

Estrutura dos ficheiros de extensão 'md1' e 'md3':

n.º comunidades	n.º equipamentos <sup>1</sup>	n.º de casas decimais
<i>(para cada comunidade)</i>		
<i>(para cada equipamento)</i>		
custo de afectação da primeira função objectivo <i>(N no caso de não estar definido)</i>		
<i>(para cada equipamento)</i>		
custo fixo da primeira função objectivo <i>(N no caso de não estar definido)</i>		
<i>(para cada comunidade)</i>		
<i>(para cada equipamento)</i>		
custo de afectação da segunda função objectivo <i>(N no caso de não estar definido)</i>		
<i>(para cada equipamento)</i>		
custo fixo da segunda função objectivo <i>(N no caso de não estar definido)</i>		
<i>(para cada comunidade)</i>		
valor da procura <i>(N no caso de não estar definido)</i>		
<i>(para cada equipamento)</i>		
valor da capacidade <i>(N no caso de não estar definido)</i>		
<i>(para cada comunidade)</i>		
população <i>(N no caso de não estar definida)</i>		

---

<sup>1</sup> Por uma questão de simplicidade da estrutura, referimo-nos aos potenciais locais para a instalação dos equipamentos, simplesmente como equipamentos.

Estrutura do ficheiro de extensão 'md2':

n.º comunidades    n.º equipamentos    n.º de equipamentos a abrir    n.º de casas decimais

*(para cada comunidade)*

*(para cada equipamento)*

custo de afectação da primeira função objectivo *(N no caso de não estar definido)*

*(para cada equipamento)*

custo fixo da primeira função objectivo *(N no caso de não estar definido)*

*(para cada comunidade)*

*(para cada equipamento)*

custo de afectação da segunda função objectivo *(N no caso de não estar definido)*

*(para cada equipamento)*

custo fixo da segunda função objectivo *(N no caso de não estar definido)*

*(para cada comunidade)*

valor da procura *(N no caso de não estar definido)*

*(para cada equipamento)*

valor da capacidade *(N no caso de não estar definido)*

*(para cada comunidade)*

população *(N no caso de não estar definida)*



Estrutura do ficheiro de extensão 'md4':

n.º comunidades	n.º equipamentos	n.º de tipos de equipamento	n.º de casas decimais
	<i>(para cada equipamento)</i> <i>(para cada tipo de equipamento)</i> 0 ou 1 (impossível ou possível de instalar)		
	<i>(para cada comunidade)</i> <i>(para cada equipamento)</i> custo de afectação da primeira função objectivo ( <i>N no caso de não estar definido</i> )		
	<i>(para cada equipamento)</i> <i>(para cada tipo de equipamento)</i> custo fixo da primeira função objectivo ( <i>N no caso de não estar definido</i> )		
	<i>(para cada comunidade)</i> <i>(para cada equipamento)</i> custo de afectação da segunda função objectivo ( <i>N no caso de não estar definido</i> )		
	<i>(para cada equipamento)</i> <i>(para cada tipo de equipamento)</i> custo fixo da segunda função objectivo ( <i>N no caso de não estar definido</i> )		
	<i>(para cada comunidade)</i> valor da procura ( <i>N no caso de não estar definido</i> )		
	<i>(para cada equipamento)</i> <i>(para cada tipo de equipamento)</i> valor da capacidade mínima ( <i>N no caso de não estar definido</i> )		
	<i>(para cada equipamento)</i> <i>(para cada tipo de equipamento)</i> valor da capacidade máxima ( <i>N no caso de não estar definido</i> )		
	<i>(para cada comunidade)</i> população ( <i>N no caso de não estar definida</i> )		

Estrutura do ficheiro de extensão 'crd':

n.º comunidades    n.º equipamentos

*(para cada comunidade)*

coordenada X (*N no caso de não estar definida*)

coordenada Y (*N no caso de não estar definida*)

*(para cada equipamento)*

coordenada X (*N no caso de não estar definida*)

coordenada Y (*N no caso de não estar definida*)

n.º de arcos

*(para cada par de nodos adjacentes)*

*i                    j (superior a i)    custo do arco de i para j    (cada comunidade é representada pelo n.º da comunidade + n.º de equipamentos)*

Estrutura do ficheiro de extensão 'nd1':

*(para cada solução não dominada i encontrada)*  
Solution *i*

Community            Service  
*(para cada comunidade j)*  
*j*                    n.º do equipamento a que está afectada a comunidade *j*

*(No caso dos 3 primeiros modelos)*  
Open Services: *(para cada equipamento aberto k) k*

*(No caso do quarto modelo)*  
Service    Type of Service  
*(para cada equipamento aberto k)*  
*k*            tipo de equipamento

Objective Function Values:  
OF1: valor da função objectivo 1                    OF2: valor da função objectivo 2

\*\*\*\*\*

Estrutura do ficheiro de extensão 'nd2':

*(para cada solução não dominada i encontrada)*  
S *i*:            valor da função objectivo 1            valor da função objectivo 2

*(No caso dos 3 primeiros modelos)*  
*(para cada comunidade j) n.º do equipamento a que está afectada a comunidade j*

*(No caso dos quarto modelo)*  
*(para cada comunidade j) n.º do equipamento a que está afectada a comunidade j (tipo de equipamento)*

Estrutura do ficheiro de extensão 'sl1':

```
(para cada pesquisa l efectuada)
Search l      (indicação da região de pesquisa)

      (para cada solução i encontrada)
Solution i

      Community          Service
      (para cada comunidade j)
j            n.º do equipamento a que está afectada a comunidade j

      (No caso dos 3 primeiros modelos)
Open Services: (para cada equipamento aberto k) k

      (No caso do quarto modelo)
Service Type of Service
      (para cada equipamento aberto k)
k            tipo de equipamento

Objective Function Values:
OF1: valor da função objectivo 1          OF2: valor da função objectivo 2

*****
#####
```

Estrutura do ficheiro de extensão 'sl2':

```
(para cada pesquisa l efectuada)
Search l      (indicação da região de pesquisa)

      (para cada solução i encontrada)
A i:          valor da função objectivo 1          valor da função objectivo 2

      (No caso dos 3 primeiros modelos)
      (para cada comunidade j) n.º do equipamento a que está afectada a comunidade j

      (No caso dos quarto modelo)
      (para cada comunidade j) n.º do equipamento a que está afectada a comunidade j (tipo de equipamento)

#####
```

**Tabela 0.1** Camadas temáticas usadas na análise do caso de estudo.

Nome da Camada Temática	Região	Ranking
Áreas protegidas, zonas de proteção especial para a avifauna e biótopos	Não adequado	0
	Adequado	1
Recursos naturais	Não adequado	0
	Adequado	1
Águas	Não adequado	0
	Adequado	1
Parques	Não adequado	0
	Adequado	1
Uso e ocupação do solo	CUF, A, RRNAL, CS, GUA, RF, V, OG, ACAPC, IM, SM, SAL, IF, WC, WB, CL, E, SO	0
	DUF, SLF, NIAL, PIL, FTBP, ANV, NG, BDS	2
	PA, PAST, CCP, AFA, BLF, CF, MF, BA	5
	ICU, MES, DS, MH, SV, TWS, BR	10
Capacidade de uso do solo	S, SA, R	0
	A	2
	B	5
	C, D, E, AouB+C, AouB+DouE, C+DouE	10
Rede de estradas	(Distância Euclidiana)	
	≤ 20 m	0
	> 20 m e ≤ 250 m	10
	> 250 m e ≤ 500 m	5
> 500 m	2	
Ferrovias	(Distância Euclidiana)	
	≤ 20 m	0
> 20 m	1	
Delimitações das povoações	(Distância Euclidiana)	
	≤ 150 m	0
> 150 m	1	
Aterros sanitários	(Distância Euclidiana)	
	≤ 10 km	0
> 10 km	1	
Estações de transferência de RSU	(Distância Euclidiana)	
	≤ 10 km	0
> 10 km	1	

Legenda:

Uso e ocupação do solo (CODE_06)		Capacidade de uso do solo		
CUF	111 - Tecido urbano contínuo	Utilização agrícola		
DUF	112 - Tecido urbano descontínuo	A	Classe A	Sem limitações
ICU	121 - Indústria, comércio e equipamentos gerais	B	Classe B	Limitações moderadas
RRNAL	122 - Redes viárias e ferroviárias e espaços associados	C	Classe C	Condicionada por limitações acentuadas
PA	123 - Zonas portuárias	Não agrícola (Florestal)		
A	124 - Aeroportos	D	Classe D	Limitações moderadas
MÊS	131 - Áreas de extracção mineira	E	Classe E	Limitações severas
DS	132 - Ex-áreas de deposição de resíduos	Complexos		
CS	133 - Áreas em construção	AouB+C	Classe A ou B+C	
GUA	141 - Espaços verdes urbanos	AouB+DouE	Classe A ou B+D ou E	
SLF	142 - Equipamentos desportivos e de lazer	C+DouE	Classe C+D ou E	
NIAL	211 - Culturas anuais de sequeiro	Outras utilizações		
PIL	212 - Culturas anuais de regadio	S	Salinas e sapais	
RF	213 - Arrozais	SA	Áreas sociais	
V	221 - Vinhas	R	Rios, lagoas e albufeiras	
FTBP	222 - Pomares			
OG	223 - Olivais			
PAST	231 - Pastagens			
ACAPC	241 - Culturas anuais associadas às culturas permanentes			
CCP	242 - Sistemas culturais e parcelares complexos			
ANV	243 - Agricultura com espaços naturais			
AFA	244 - Sistemas agro-florestais			
BLF	311 - Florestas de folhosas			
CF	312 - Florestas de resinosas			
MF	313 - Florestas mistas			
NG	321 - Pastagens naturais			
MH	322 - Matos			
SV	323 - Vegetação esclerofítica			
TWS	324 - Espaços florestais degradados, cortes e novas plantações			
BDS	331 - Praias, dunas e areais			
BR	332 - Rocha nua			
BA	334 - Áreas ardidas			
IM	411 - Pauis			
SM	421 - Sapais			
SAL	422 - Salinas			
IF	423 - Zonas intertidais			
WC	511 - Linhas de água			
WB	512 - Planos de água			
CL	521 - Lagunas litorais			
E	522 - Estuários			
SO	523 - Mar e oceano			

**Tabela 0.2** Tabela de Desempenhos do caso de estudo.

	Crit. 2	Crit. 3	Crit. 4	Crit. 5	Crit. 6	Crit. 7	Crit. 8	Crit. 10	Crit. 13	Crit. 14	Crit. 15	Crit. 16	Apr. Director
Alt. 1	0,0436	26,5917	103,3140	1992,115	7557274,4510	25,0230	98,2000	729,3000	0,4915	0,0995	0,2527	0,4114	médio
Alt. 2	0,0436	26,5917	103,3140	1992,115	7558915,4090	25,0230	98,2000	729,5000	0,4915	0,0995	0,2526	0,4114	bom
Alt. 3	0,0438	26,5896	103,3140	1992,115	7565007,4100	25,0230	98,0000	729,9000	0,4908	0,1000	0,2524	0,4112	médio
Alt. 4	0,0438	26,5896	103,3140	1992,115	7566648,3680	25,0230	98,0000	730,1000	0,4908	0,1000	0,2524	0,4112	excelente
Alt. 5	0,0436	26,5849	103,3140	1992,115	7558863,1330	25,0230	98,2000	730,0000	0,4917	0,0996	0,2527	0,4114	médio
Alt. 6	0,0436	26,5849	103,3140	1992,115	7560504,0910	25,0230	98,2000	730,2000	0,4917	0,0996	0,2527	0,4114	bom
Alt. 7	0,0436	26,5917	103,3140	1992,115	7569418,7790	25,0230	98,2000	730,4000	0,4915	0,0995	0,2528	0,4114	fraco
Alt. 8	0,0443	26,5888	103,3140	1543,51	7582278,7700	25,0230	97,4000	731,4000	0,4894	0,1016	0,2518	0,4109	médio
Alt. 9	0,0443	26,5888	103,3140	1543,51	7583919,7280	25,0230	97,4000	731,6000	0,4894	0,1016	0,2518	0,4109	excelente
Alt. 10	0,0438	26,5896	103,3140	1992,115	7578792,6960	25,0230	98,0000	731,2000	0,4908	0,1000	0,2524	0,4113	médio
Alt. 11	0,0436	26,5849	103,3140	1992,115	7571007,4610	25,0230	98,2000	731,1000	0,4917	0,0996	0,2528	0,4115	fraco
Alt. 12	0,0436	26,5849	103,3140	1992,115	7572648,4190	25,0230	98,2000	731,3000	0,4917	0,0996	0,2527	0,4114	médio