



**You have downloaded a document from
RE-BUŚ
repository of the University of Silesia in Katowice**

Title: Zastosowanie metod komputerowych w nauczaniu fizyki

Author: Sławomir Binek

Citation style: Binek, Sławomir. (2018). Zastosowanie metod komputerowych w nauczaniu fizyki. Praca doktorska. Katowice : Uniwersytet Śląski

© Korzystanie z tego materiału jest możliwe zgodnie z właściwymi przepisami o dozwolonym użytku lub o innych wyjątkach przewidzianych w przepisach prawa, a korzystanie w szerszym zakresie wymaga uzyskania zgody uprawnionego.



UNIWERSYTET ŚLĄSKI
W KATOWICACH



Biblioteka
Uniwersytetu Śląskiego



Ministerstwo Nauki
i Szkolnictwa Wyższego

INSTYTUT FIZYKI UNIWERSYTETU ŚLĄSKIEGO
W KATOWICACH

Sławomir Binek

Rozprawa doktorska

Zastosowanie metod komputerowych
w nauczaniu fizyki

promotor: prof. dr hab. Jerzy Ziolo

promotor pomocniczy: dr Jerzy Jarosz

Katowice 2018

Bardzo dziękuję prof. dr hab. Jerzemu Ziolo oraz dr Jerzemu Jaroszowi za okazaną życzliwość, poświęcony czas i ogrom bezcennych rad.

Dziękuję również Oli, Andrzejowi, Damianowi oraz Krzyškowi za pomoc, na którą zawsze mogłem liczyć.

Szczególne podziękowania składam mojej rodzinie. Bez ich wsparcia, wyrozumiałości i cierpliwości pracy tej nigdy bym nie napisał.

... Romkowi.

Spis treści

Wstęp.....	2
Rozdział pierwszy Systemy interaktywne	4
1. Czym jest interaktywność	4
2. Rozwój narzędzi interaktywnych	6
3. Zasada działania pilotów interaktywnych	7
4. Sposoby wykorzystania pilotów interaktywnych.....	8
5. Piloty interaktywne w polskiej szkole.....	11
6. Przykładowa lekcja	19
Rozdział drugi Metody numeryczne.....	23
1. Metody numeryczne w fizyce	23
2. Wykorzystanie metod numerycznych w nauczaniu fizyki na poziomie szkoły średniej	24
3. Przykładowe lekcje	26
Rozdział trzeci Interaktywne metody numeryczne	44
1. Wstęp.....	44
2. Dlaczego powstał EduPython.....	44
3. EduPython vs piloty interaktywne	46
4. Przebieg lekcji z wykorzystaniem aplikacji EduPython	46
5. Przykładowe lekcje	48
6. Badanie skuteczności aplikacji EduPython.....	60
7. Rozwój aplikacji EduPython	62
Podsumowanie	63
Bibliografia	65

Wstęp

Szeroko rozumiane technologie informatyczne mają w edukacji szkolnej coraz szersze zastosowanie. Rośnie nie tylko liczba komputerów używanych na lekcjach, ale także ich jakość. To samo dotyczy współpracujących z nimi urządzeń. Zwiększa się jakość Internetu, a dostęp do niego staje się coraz łatwiejszy. Bogactwo narzędzi, które daje nam współczesny rozwój, między innymi technologiczny, przynosi wiele możliwości. Nie tylko dotyczących organizacji pracy nauczyciela, ale również wyznaczanych celów i doboru właściwych metod. Komputer i jego zastosowanie w edukacji daje szansę nauczycielowi na zmianę swojego stanowiska w procesie dydaktycznym. Mianowicie, zamiast być uniwersalnym źródłem wiedzy, może stać się kreatorem procesu nauczania, w którym uczeń prowokowany jest do poszukiwania własnych, twórczych rozwiązań.

Podstawowym wątkiem pracy jest opisanie możliwości wykorzystania nowoczesnych technologii, głównie technologii informatycznych w nauczaniu fizyki w szkole średniej. Ze szczególnym naciskiem na wykorzystanie tych narzędzi w połączeniu z fizyką doświadczalną. Zostało podkreślone również to, że nie każdy eksperyment można przeprowadzić w warunkach szkolnych. W takich przypadkach pomocne są symulacje komputerowe. Praca przedstawia przykłady takich lekcji.

Niniejsza praca zawiera się w trzech rozdziałach. Zostało w nich opisane nowoczesne podejście do nauczania fizyki, wykorzystujące możliwości jakie daje komputer oraz Internet.

Rozdział pierwszy „Systemy interaktywne” odnosi się do interaktywnego systemu odpowiedzi. Jest to narzędzie, dzięki któremu przepływa informacja zwrotna pomiędzy nauczycielem i uczniem. Praca przedstawia charakterystykę tego systemu wraz z metodyką wykorzystania uzupełnioną przykładową lekcją. W latach 2013-2016 zostały przeprowadzone badania nad skutecznością pilotów interaktywnych. Rozdział pierwszy przedstawia przebieg i wyniki tych badań.

Rozdział drugi „Metody numeryczne” dotyczy stosowania metod obliczeniowych w nauczaniu fizyki. Zostały zaprezentowane płynące z nich możliwości, ze szczególnym uwzględnieniem aspektu dydaktycznego. Podkreślona została rola, jaką we współczesnej

nauce i edukacji pełnią symulacje komputerowe. Praca przedstawia przykłady lekcji zrealizowanych w perspektywie obliczeniowej wraz ze szczegółowym omówieniem ich przebiegu. Uzupełnieniem są algorytmy, które podczas zajęć lekcyjnych stworzyli uczniowie, w celu przeprowadzenia komputerowych symulacji zjawisk fizycznych.

Rozdział trzeci „Interaktywne metody numeryczne” przedstawia autorską aplikację EduPython, która łączy w sobie zalety narzędzi interaktywnych oraz komputerowych metod numerycznych. Praca zawiera jej opis, a także informacje o tym dlaczego powstała i jakie przynosi korzyści. Działanie aplikacji EduPython zostało zilustrowane przykładami zrealizowanych lekcji wraz z ich omówieniem i dogłębną analizą statystyczną. Rozdział ten przedstawia również wyniki badań przeprowadzonych w celu zmierzenia skuteczności programu EduPython.

Rozdział pierwszy

Systemy interaktywne

1. Czym jest interaktywność

Jedną z najbardziej kluczowych umiejętności, którą powinien posiadać i permanentnie starać się rozwijać, tak nauczyciel jak i uczeń, jest zdolność komunikowania się. Komunikowanie i nowoczesne technologie powinny być i najczęściej są silnie skorelowane. Zintegrowane wzajemnie pozwalają na rozwój jednej z najważniejszych cech współczesnych systemów edukacyjnych – interaktywności. Codziennie wykorzystujemy różne ścieżki interaktywności. Wchodzimy w interakcję ze stronami www, telewizją, grami online, edukacją na odległość, wirtualną rzeczywistością. Można stwierdzić, że dzisiejsza rzeczywistość kreowana jest przez komunikację. Ważne jest, żeby miała ona charakter dwukierunkowy, tak żeby redukować poczucie izolacji jednostki w nowoczesnym społeczeństwie. Dotyczy to także mniejszych struktur społecznych jakimi są klasy uczniowskie. Przepływ informacji podczas lekcji powinien odbywać się na dwóch płaszczyznach: nauczyciel – uczeń, ale także pomiędzy uczniami. Może to odbywać się na wiele sposobów i przy użyciu różnych narzędzi. Jednym z nich są tzw. narzędzia interaktywne, które w ostatnim czasie zdobywają coraz większą popularność. Warto w tym miejscu uściślić pojęcie interaktywności. Gdyby zebrać i zestawić definicje z różnych słowników lub encyklopedii (np. [dictionary.com](http://www.dictionary.com))¹ można by stwierdzić, że interaktywność oznacza działanie lub wpływanie na siebie nawzajem, przy dwukierunkowym przepływie informacji, np. między urządzeniem a użytkownikiem. Istotne jest także to, że użytkownicy otrzymują informację zwrotną w czasie rzeczywistym. Najczęściej mowa jest o interaktywności, gdy jednym z jej podmiotów jest urządzenie, najczęściej związane z technologią informatyczną, które jest w stanie reagować na bodziec, a w konsekwencji umożliwia obustronny przepływ działań i reakcji. Jednakże rodzaj tej komunikacji może być inny charakter. Według Zuzany Václavíkovéj z Uniwersytetu w Ostrawie interaktywne narzędzie lub materiał szkoleniowy może być grą komputerową,

¹ <http://www.dictionary.com/browse/interactive?s=t>

która wymaga pewnej wynalazczości, zestaw do przeprowadzenia eksperymentu, a nawet statyczny obiekt, który pobudza zmysły. Może to być również program edukacyjny, moduł edukacyjny lub inna aktywność bez użycia urządzenia bądź programu komputerowego².

Zatem zasadne wydaje się być określenie interaktywności również pomiędzy ludźmi lub grupami ludzi, gdzie informacja zwrotna przekazywana jest, na przykład na linii nauczyciel – uczeń, albo pomiędzy uczniami. Ewentualnie użyte wówczas technologie komputerowe mogą pełnić rolę narzędzi usprawniających te relacje.

Wracając do wzrostu popularności urządzeń interaktywnych, można wymienić kilka czynników, które są za to odpowiedzialne. Pierwszym z nich jest polepszająca się jakość tych narzędzi, która idzie w parze ze wzrostem jakości nowych technologii i dostępności do nich. Drugi dotyczy reguł rządzących handlem. Wiele firm produkujących i dystrybuujących sprzęt interaktywny prześciga się w dotarciu do jak największej liczby klientów. Bardzo dużą, być może największą częścią tej grupy docelowej są jednostki edukacyjne. Trzecim czynnikiem, z dydaktycznego punktu widzenia najważniejszym, jest po prostu skuteczność tych narzędzi. Z pewnością nie dotyczy to wszystkich, które można znaleźć w katalogach producentów. Jednak wiele z nich pozwala znacznie podnieść poziom nauczania.

Jest jeszcze jedna kwestia, która wpływa na wzrost popularności „interaktywności”, a mianowicie nadinterpretowanie tego terminu. Jaskrawym przykładem jest połączenie tej nomenklatury z tablicami i monitorami. Nie brakuje też interaktywnych ścian, podłóg, a ostatnio nawet luster. Interaktywność jest bardzo modna, więc używa się tego określenia niezwykle często, nie zawsze zasadnie. Do wymienionych urządzeń zdecydowanie bardziej pasuje „multimedialne”, ale być może to słowo nie jest już tak modne jak „interaktywne”, a konkurencyjność rynku stawia własne wymagania.

W tej pracy określenie „interaktywny” dotyczy wzajemnego, dwukierunkowego oddziaływania mającego wpływ na podejmowane decyzje, które mogą stymulować kolejne etapy jakiegoś procesu, na przykład lekcji. Takie sprzężenie zwrotne może zachodzić pomiędzy różnymi podmiotami. Uczeń może wymieniać informacje z komputerem, ale również z nauczycielem oraz innymi uczniami.

² VACLAVIKOWA Zuzana, 7th International Conference on Research in Didactics of the Sciences DidSci – Kraków June 29th – July 1st, 2016 ISBN 978-83-8084-037-9

2. Rozwój narzędzi interaktywnych

Od momentu pojawienia się na rynku edukacyjnym pilotów interaktywnych bardzo szybko rosło zainteresowanie nimi. Na początku lat dziewięćdziesiątych ubiegłego wieku, dotyczyło to głównie uczelni wyższych w Stanach Zjednoczonych³. Jednakże, nie trzeba było długo czekać, by zauważyć wzrost ich popularności w innych rejonach świata⁴, w tym Europy⁵.

Od początku XXI wieku lista interaktywnych, czy ogólniej rzecz ujmując, komputerowych urządzeń wspomagających nauczanie rosła w sposób lawinowy. Coraz więcej firm zajmujących się wdrażaniem elektronicznych narzędzi edukacyjnych wypuszczało na rynek własne produkty, najczęściej wraz z autorskim oprogramowaniem lub jego spreparowaną wersją. Oczywiście rozwój trwa nadal, a zakres oferowanych szkołom narzędzi został uzupełniony o usługi. Powstały platformy internetowe często nazywane e-learningowymi. Umożliwiają one, między innymi swobodną archiwizację i wymianę danych (wspólne zasoby, przekazywanie plików, zadań), komunikację (wewnętrzna poczta, programy do czatowania, wideokonferencje), ewaluację i ocenianie (testy, ankiety, dzienniki elektroniczne) i dają wiele innych możliwości. O tym jak prężny jest to rynek świadczyć może obecność na nim prawdziwych gigantów informatycznych. Przykładem może być firma Google oferująca pakiet „Apps dla Szkół” wraz z usługą „Google Classroom”.

Są to najczęściej profesjonalne, bardzo dobrze przygotowane narzędzia, które w wielu swoich aspektach nacechowane są interaktywnością. Jednakże to czego im często brakuje, a co dają piloty interaktywne, to możliwość przepływu informacji zwrotnej na bieżąco, w trakcie lekcji. I właśnie to wyróżnia system pilotów i nadaje im bardzo dużą wartość dydaktyczną.

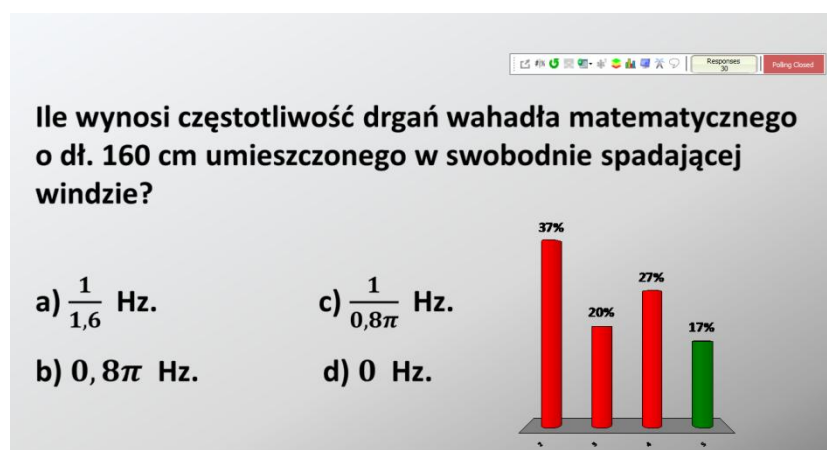
³ CROUCH, Catherine H.; MAZUR, Eric. Peer instruction: Ten years of experience and results. *American Journal of Physics*, 2001, 69.9: 970-977.

⁴ CUE, Nelson. A universal learning tool for classrooms. In: *Proceedings of the First Quality in Teaching and Learning Conference*. China: Hong Kong International Trade and Exhibition Center (HITEC), 1998. p. 10-12.

⁵ ELLIOTT, Caroline. Using a personal response system in economics teaching. *International Review of Economics Education*, 2003, 1.1: 80-86.

3. Zasada działania pilotów interaktywnych

System pilotów umożliwia otrzymywanie odpowiedzi, w czasie rzeczywistym, jednocześnie od wszystkich osób biorących udział w lekcji. Każdy uczeń posiada pilot z własnym, niepowtarzalnym numerem, a jego odpowiedzi na udzielane w trakcie sesji pytania (np. testu wielokrotnego wyboru) przekazywane są do komputera. Otrzymane wyniki zostają zarchiwizowane w pamięci komputera. Na ich podstawie, niemal natychmiast po zebraniu odpowiedzi, zostają wygenerowane i wyeksponowane dane, np. w postaci wykresu (Ilustracja 1). To właśnie stanowi o interaktywności tego systemu. Nauczyciel, dysponując na bieżąco takim danymi, może decydować o dalszym toku zajęć lekcyjnych.



Ilustracja 1: Przykładowy slajd z pytaniem oraz wykresem reprezentującym odpowiedzi uczniów.

Program archiwizuje i wykorzystuje wiele danych. Odpowiedzi uczniów, liczbę prób, czas ich udzielenia. Szczegółowe informacje umożliwiają dogłębną analizę zrealizowanej lekcji. To pozwala na zindywidualizowanie procesu nauczania i upodmiotowienie w nim ucznia. Z drugiej strony, nauczyciel może przeanalizować wspomniane dane pod kątem poprawności i skuteczności użytych narzędzi oraz skonstruowanych pytań.

Zasadę działania oraz funkcje dydaktyczne pilotów zostały szczegółowo opisane w czasopiśmie dla polskich nauczycieli fizyki „Fizyka w szkole”⁶.

4. Sposoby wykorzystania pilotów interaktywnych

Jest wiele sposobów wykorzystania pilotów na zajęciach. W głównej mierze zależy to od sposobu prowadzenia lekcji. Może mieć on różny charakter, na przykład powtórzeniowy lub wprowadzający⁷. Może to także być cały ciąg pytań przeprowadzających ucznia przez lekcje poprzez zmuszenie go do myślenia i podejmowania decyzji. Można też połączyć użycie pilotów z eksperymentem albo samodzielnym szukaniem przez ucznia odpowiedzi z wykorzystaniem źródeł zewnętrznych, na przykład Internetu.

Na świecie, od lat bardzo dużą popularnością cieszy się metoda Peer Instruction zaproponowana przez amerykańskiego fizyka Erica Mazura. Często przypisuje się jej określenie „pytanie – odpowiedź”. Na jej potrzeby, wraz z Robertem Hilbornem, wydał zbiór pytań problemowych z fizyki, które można zaadoptować na potrzeby systemu pilotów⁸. Podczas zajęć prowadzonych tą metodą uczniowie proszeni są o sformułowanie własnej odpowiedzi, a następnie przekonanie do niej swoich rówieśników. Według Mazura proces ten zmusza uczniów do myślenia, a wiedza dyfunduje wśród uczących się.

Nieco inny pomysł na wykorzystanie pilotów interaktywnych propaguje profesor Ian Beatty z Uniwersytetu Północnej Karoliny. Uważa on, że skuteczność zależy zdecydowanie od jakości zadawanych pytań⁹. Według niego, tworzenie skutecznych pytań nie jest łatwe. Powinno mieć wyraźny cel pedagogiczny składający się z celu treści, celu procesu i celu metapoznawczego. Pytania można zaprojektować tak, aby spełniały swoje zadanie poprzez cztery uzupełniające się mechanizmy: ukierunkowanie uwagi uczniów, stymulowanie określonych procesów poznawczych, przekazywanie informacji, pomoc w artykułowaniu i konfrontowaniu pomysłów.

⁶ PACHULSKA Katarzyna, KIMLA Damian, BINEK Sławomir, System PRS jako narzędzie dydaktyczne, „Fizyka w Szkole” 2008, nr 6, s. 38-40

⁷ JAROSZ Jerzy, PAWLIK Janina, SZCZYGIELSKA Aneta. Kształtowanie kompetencji kluczowych w nauczaniu fizyki, Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego, Katowice 2008

⁸ MAZUR, Eric; HILBORN, Robert C. Peer Instruction: A User's Manual. Physics Today, 1997, 50.4: 65.

⁹ BEATTY, Ian D.; GERACE, William J.; DUFRESNE, Robert J. Designing effective questions for classroom response system teaching. *arXiv preprint physics/0508114*, 2005.

Pewien wpływ na to jak piloty zostaną wykorzystane ma ich rodzaj i zastosowane rozwiązania techniczne. Liczba oferowanych rodzajów pilotów jest bardzo duża. Niektóre z nich wyposażone są jedynie w pięć przycisków pozwalających na wybór jednej odpowiedzi z zakresu od A do E. Są też dużo bardziej rozbudowane, łącznie z ekranem i możliwością wysyłania odpowiedzi w formie wartości liczbowej lub krótkiego tekstu (Ilustracja 2).



Ilustracja 2: Przykładowe piloty firmy Turning Technologies.
(źródło: www.agraf.com.pl)

Sposobów konstruowania pytań jest bardzo wiele, nawet ograniczając się do tych zamkniętych, testu jednokrotnego wyboru i najprostszych modeli pilotów. Poniżej zostały przedstawione trzy przykłady pytań, od najprostszej do bardziej rozbudowanej formy.

Pytania typu „prawda-falsz” mają najprostszą konstrukcję (Ilustracja 3). Często stosuje się je w serii pytań. Pytania typu "wielokrotny wybór” (Ilustracja 4) są najczęściej stosowane podczas lekcji. Przy tworzeniu pytania jest możliwość ustawienia więcej niż jednej poprawnej odpowiedzi. Jednakże, praktyka pokazuje, że najlepiej ograniczyć się do jednej. Taka opcja daje uczniom większą pewność siebie. Trzeci rodzaj pytań to też „wielokrotny wybór”, ale w rozszerzonym wariantcie (Ilustracja 5). Takie formy są dla ucznia szczególnie wymagające. Wymuszają na nim większy stopień koncentracji i analizę wszystkich odpowiedzi.

Jedynym sposobem zmiany energii wewnętrznej ciała jest dostarczenie temu ciała ciepła.

- a) PRAWDA
- b) FAŁSZ

Ilustracja 3: Przykładowe pytanie typu „prawda-fałsz”

Wybierz sytuację, w której w wyniku przejścia fali między ośrodkami uzyskamy największy względny współczynnik załamania fali dźwiękowej $\frac{v_1}{v_2}$.

- a) Dźwięk przechodzi z powietrza do wody.
- b) Dźwięk przechodzi z powietrza do stali.
- c) Dźwięk przechodzi z wody do powietrza.
- d) Dźwięk przechodzi ze stali do powietrza.

Ilustracja 4: Przykładowe pytanie typu „wielokrotny wybór”

Ciału naelektryzowanemu dodatnio przez dotyk:

- A – dostarczono elektronów;
- B – dostarczono protonów;
- C – odebrano część elektronów;
- D – odebrano część protonów.

- a) jedynie A; b) jedynie B; c) jedynie C;
- d) jedynie D; e) A lub D; f) B lub C.

Ilustracja 5: Przykładowe pytanie typu „wielokrotny wybór” w wariantcie rozszerzonym.

System pilotów poszerza spektrum pomysłów możliwych do wykorzystania na zajęciach, dając nauczycielowi dodatkowe możliwości. Tak w zakresie przebiegu całej lekcji, jak i w odniesieniu się do jej fragmentu.

5. Piloty interaktywne w polskiej szkole

Jednym z pierwszych przykładów zastosowania pilotów interaktywnych w polskiej szkole były lekcje fizyki prowadzone w Powiatowym Zespole Szkół w Bieruniu (Ilustracja 6) oraz Liceum Ogólnokształcącym w Sosnowcu.



Ilustracja 6: Jedna z pierwszych lekcji fizyki w Powiatowym Zespole Szkół w Bieruniu, na której wykorzystano piloty interaktywne (źródło: zbiory własne).

Wzorem przykładów z amerykańskich uczelni, i nie tylko, również i w tym przypadku piloty znalazły uznanie tak nauczycieli jak i uczniów. Szybko nawiązała się, trwająca do dziś, współpraca pomiędzy nauczycielami fizyki z wymienionych placówek. Mierzalnym rezultatem tej kooperacji stał się zbiór materiałów, w postaci prezentacji Power Point, testów, sprawdzianów, kartkówek itp. Do nie mniej ważnych należy zaliczyć osiągnięte efekty niemierzalne, takie jak wspólnie opracowana metodyka prowadzenia lekcji, różne pomysły, na przykład na ciekawe eksperymenty oraz inne porady i wskazówki. Wśród tych

„różnych pomysłów” jeden nabrał szczególnego znaczenia. Mianowicie, koncepcja zbadania skuteczności pilotów na gruncie polskiej szkoły średniej¹⁰.

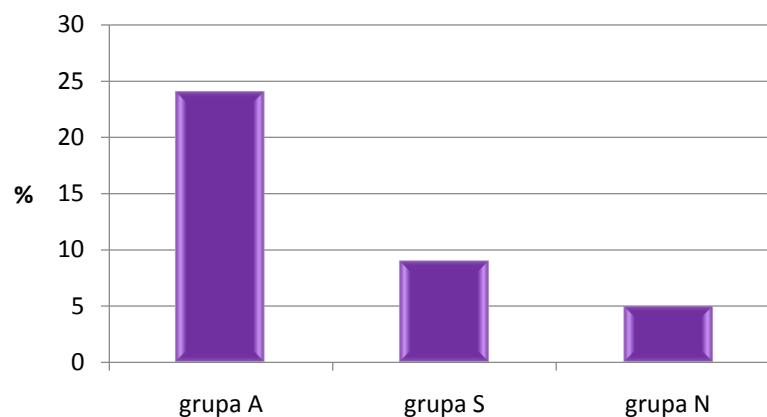
Zaplanowano, że badania te przeprowadzone zostaną w dwóch kierunkach. Pierwszy, miał zmierzyć ewentualny przyrost wiedzy, będący efektem wykorzystania interaktywnego systemu pilotów. Drugi, koncentrował się na badaniu subiektywnych odczuć uczniów.

W celu osiągnięcia jak najrzetelniejszych wyników przyjęto pewne zasadnicze założenia. Dotyczyły one warunków, w których projekt badawczy miał być zrealizowany oraz doboru jego uczestników, to znaczy uczniów. Badania miały być prowadzone na terenie dwóch różnych szkół, ale w jak najbardziej zbliżonych do siebie warunkach. Dzięki opisanej wyżej współpracy, ten warunek był możliwy do osiągnięcia. Poza tym, eksperyment zaplanowano na trzy kolejne lata szkolne. W przypadku pierwszego kierunku badań, brały w nim udział tylko klasy pierwsze szkoły średniej.

Sprawdzanie przyrostu wiedzy zostało oparte na testach: wstępnym i końcowym. Do analizy danych były brane pod uwagę tylko testy tych uczniów, którzy przystąpili do obu z nich. Na początku roku szkolnego klasy skategoryzowano i oznaczono: A - to klasy, w których system pilotów stosowany był na każdej lekcji, w klasach S - piloty używane były sporadycznie, a N – oznaczało, że piloty nie były w ogóle w użyciu. Podstawowymi danymi były wyniki testów: wstępnego i końcowego. Dokładniej rzecz ujmując ich porównanie. Ważne jest to, że przyrost wiedzy był liczony indywidualnie, to znaczy dla każdego ucznia z osobna. Dopiero tak przygotowane dane zostały uśrednione i naniesione na wykres.

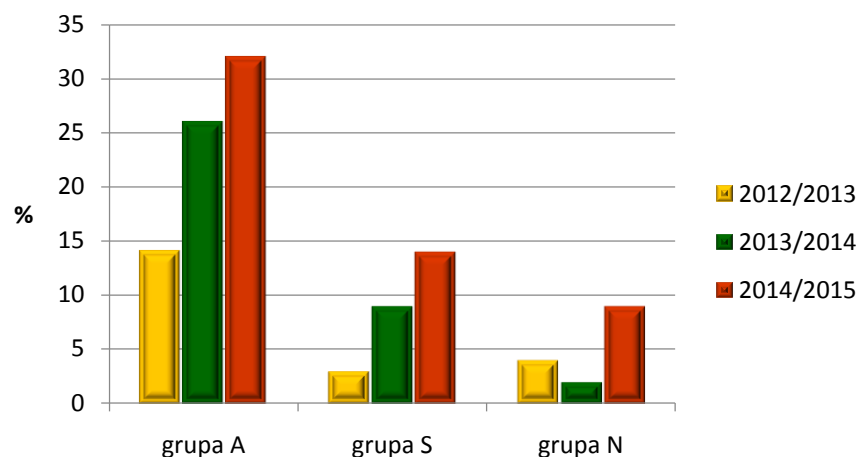
Przedstawione na wykresach (*Ilustracja 7*) wyniki badań pokazują wyraźnie skuteczność użytych narzędzi interaktywnych.

¹⁰ BINEK, Sławomir; KIMLA, Damian; JAROSZ, Jerzy. The influence of the application of personal response systems on the effects of teaching and learning physics at the high school level. *Physics Education*, 2016, 52.1: 015020.



Ilustracja 7: Przyrosty wiedzy zdobytej na lekcjach fizyki w ciągu roku szkolnego, w zależności od częstotliwości używania interaktywnego systemu odpowiedzi. Wynik zbiorczy 621 uczniów.

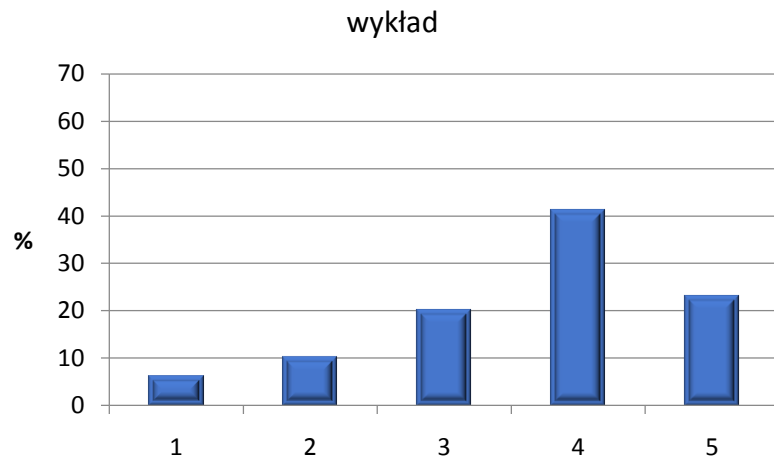
Bardzo ciekawym okazało się zestawienie corocznych przyrostów wiedzy, dla poszczególnych, kolejnych roczników (*Ilustracja 8*). Widać, że w każdym roku nauki uczniowie uczestniczący w lekcjach z pilotami nauczyli się więcej. Testy wejściowe pokazały, że co roku młodzież, która rozpoczynała naukę we wspomnianych szkołach, wykazywała się porównywalnym poziomem wiedzy i umiejętności. Można zaobserwować coś jeszcze. Przyrosty wiedzy z roku na rok są coraz większe. To może świadczyć tylko o jednym. Nie tylko podnosi się skuteczność uczenia się, ale również nauczania. Wszystko wskazuje na to, że fakt ten zawdzięcza się sprzężeniu zwrotnemu pomiędzy uczniem i nauczycielem. Nauczyciel, który zazwyczaj tylko podaje wiedzę, dzięki pilotom otrzymuje informacje zwrotną, którą może w bardzo efektywny sposób wykorzystać do udoskonalenia swojego warsztatu.



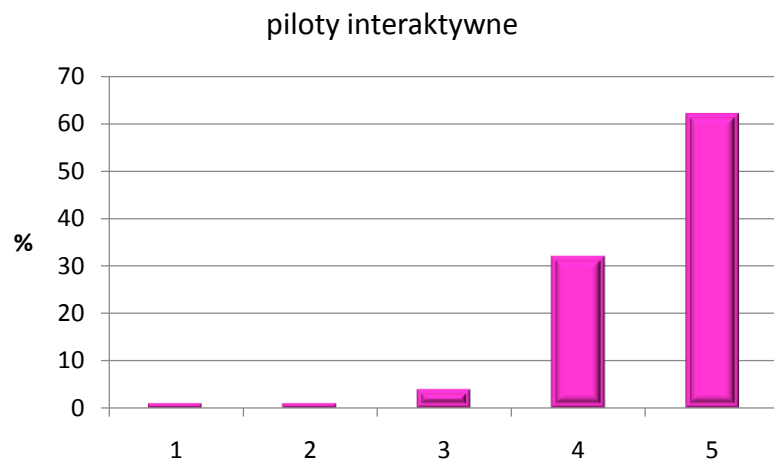
Ilustracja 8: Przyrosty wiedzy zdobytej na lekcjach fizyki w ciągu roku szkolnego, w zależności od częstotliwości używania interaktywnego systemu odpowiedzi, z wyodrębnieniem poszczególnych lat. Wynik zbiorczy 621 uczniów.

Drugi kierunek badań koncentrował się na tym, jak lekcje z pilotami interaktywnymi oceniają sami uczniowie. Nie było potrzeby wprowadzenia ograniczenia tylko do klas pierwszych. Tak więc, pomiar obejmował wszystkich uczniów, którzy w praktyce poznali piloty interaktywne. Przyjęto, że warunek ten spełniały klasy, które korzystały z pilotów na co czwartej lekcji fizyki, bądź częściej. W sumie wypełnionych zostało 1541 ankiet. Były one anonimowe, więc można zakładać, że respondenci byli szczerzy i rzetelni w swych odpowiedziach.

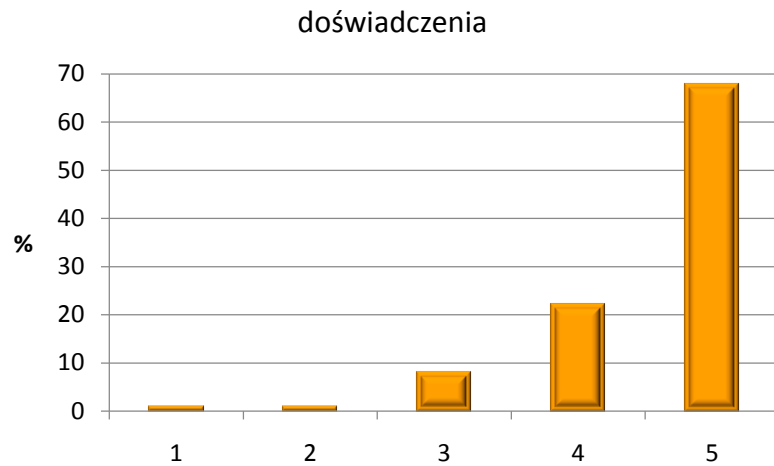
Na poniższym wykresie (*Ilustracja 9*) zestawione zostały wyniki mówiące o preferencjach uczniów dotyczących formy zajęć lekcyjnych z fizyki. Uczniowie, przyznając punkty od 1 (ocena negatywna) do 5 (ocena pozytywna), oceniali następujące formy lekcji: wykład, lekcje z pilotami interaktywnymi, doświadczenia oraz ćwiczenia rachunkowe.



Ilustracja 9: Zestawienie ocen wyrażających opinie uczniów na temat wykładu jako formy prowadzenia lekcji fizyki.



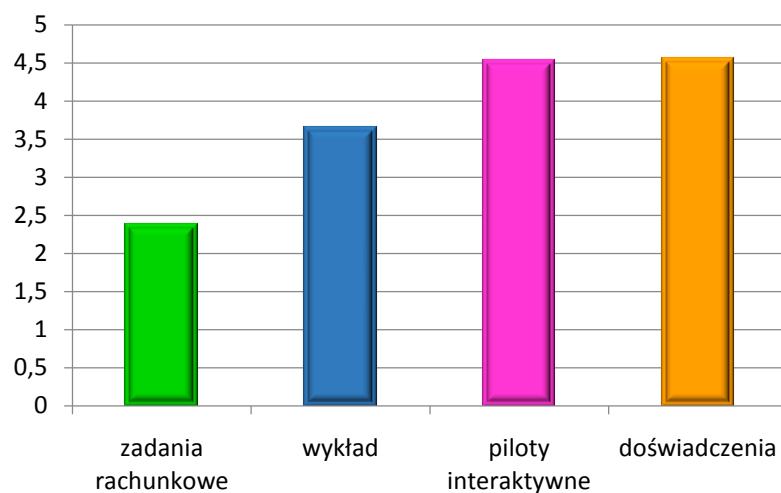
Ilustracja 10: Zestawienie ocen wyrażających opinie uczniów na temat pilotów interaktywnych jako formy prowadzenia lekcji fizyki.



Ilustracja 11: Zestawienie ocen wyrażających opinie uczniów na temat doświadczeń jako formy prowadzenia lekcji fizyki.

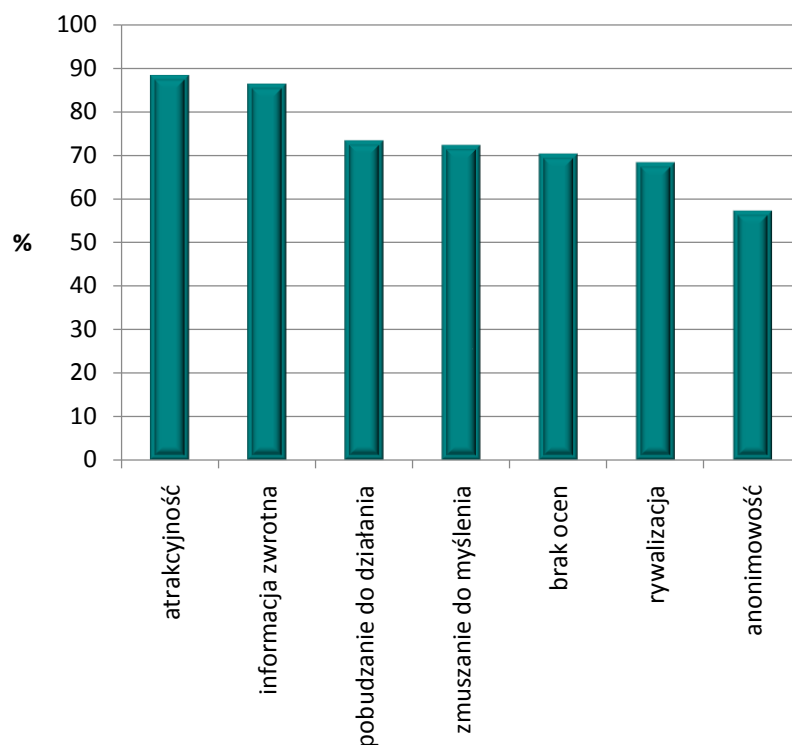


Ilustracja 12: Zestawienie ocen wyrażających opinie uczniów na temat zadań rachunkowych jako formy prowadzenia lekcji fizyki.



Ilustracja 13: Zestawienie średnich ocen opiniujących różne formy prowadzenia lekcji fizyki.

Pewnie nie dziwi, że pierwsze miejsce w tym rankingu przypadło zajęciom doświadczalnym. Jak widać, równie wysoko zostały ocenione lekcje z pilotami. Skoro tak, to należało dopytać się o szczegóły. To znaczy dowiedzieć się co sprawia, że uczniowie lubią to narzędzie. Wyniki ankiety przedstawia następujący wykres (*Ilustracja 14*).



Ilustracja 14: Procentowa ocena poszczególnych korzyści wynikających z korzystania na lekcji z pilotów.

Każda z cech ujętych w ankiecie została doceniona. W zgodzie z założeniami zawartymi w tej pracy, bardzo wysokie uznanie w oczach uczniów znalazła informacja zwrotna. Może trochę niepokoić stosunkowo wysokie znaczenie rywalizacji. Z obserwacji prowadzonych na zajęciach wynika, że nie jest to jej negatywna wersja. Rzeczywiście można zaobserwować pewne współzawodnictwo pomiędzy uczniami, ale najważniejsze jest to, że nie budzi ono złych emocji. Natomiast częściej zauważalna jest rywalizacja ucznia z samym sobą. Wyraża się to, między innymi przez chęć uzyskania jak najlepszego wyniku i każdorazowa radość z udzielenia poprawnej odpowiedzi. Można zaryzykować stwierdzeniem, że odnotowujemy tu elementy grywalizacji¹¹. Mechanizmu, który cieszy się rosnącym zainteresowaniem, również w edukacji. Wniosek taki został oparty nie tylko w oparciu o ankiety, ale również, a może przede wszystkim, na podstawie obserwacji zachowania uczniów na zajęciach. Emocje jakie towarzyszą im podczas całego procesu związanego z pilotami jasno obrazują duży stopień ich zaangażowania. Procesu, w którym informacja zwrotna o tym, że dane osoba odpowiedziała poprawnie to swoista nagroda

¹¹ MUNTEAN, Cristina Ioana. Raising engagement in e-learning through gamification. In: Proc. 6th International Conference on Virtual Learning ICVL. sn, 2011.

i radość. Podobne tym, jakie towarzyszą graczowi gry komputerowej, gdy pobije on własny rekord bądź awansuje na wyższy poziom. Nie musi przy tym występować tu rywalizacja z drugim, realnym graczem.

6. Przykładowa lekcja

Systemy interaktywne mogą być wykorzystywane samodzielnie, ale nie tylko. Jest wiele sposobów na zintegrowanie ich z innymi narzędziami bądź sposobami prowadzenia lekcji. Mogą wzbogacić wykład lub dyskusję. Mogą również, bardzo skutecznie, zostać połączone z eksperymentem. Przykładem to potwierdzającym jest opisana poniżej lekcja.

Temat: Wahadło matematyczne.

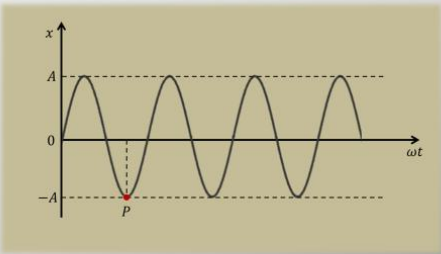
Z poprzednich lekcji uczeń wie, czym jest ruch drgający i harmoniczny oraz zna podstawowe wielkości i pojęcia opisujące go: położenie równowagi, amplituda, częstotliwość, okres, faza ruchu harmonicznego oraz częstość kątowna. Potrafi korzystać z równania oscylatora harmonicznego.

Pytanie 1 ma charakter przypominający i wprowadzający.

Pytanie 1

Punkt P jest w fazie ruchu równej:

a) $\frac{3}{2}\pi$ b) $-\frac{3}{2}\pi$
c) $\frac{3}{4}\pi$ d) $-\frac{3}{4}\pi$
e) A f) $-A$



Następnie zostaje wprowadzona definicja mówiąca o tym, że wahadło matematyczne to punkt materialny o masie m , zawieszony na nieważkiej, nierozciągliwej nici o długości l . Zostaje dopowiedziane, że takie wahadło nie istnieje, ale można stosować jego przybliżenie.

Kolejnym krokiem jest montaż wahadła matematycznego i pomiar jego okresu. Otrzymany wynik staje się wzorcowym, do którego będą porównywane wyniki pomiarów okresu innych wahadeł. Na podstawie dyskusji zostaje stworzona lista wielkości fizycznych mogących wpływać na okres wahadła. Są to najczęściej amplituda, długość wahadła, masa ciężarka. W dalszym toku lekcji lista ta zostaje zweryfikowana eksperymentalnie z równoległym użyciem pilotów interaktywnych. Uczniowie odpowiadają na trzy pytania, jeżeli lista zawiera trzy pozycje. Po każdym z nich przeprowadzane jest doświadczenie, które sprawdza odpowiedź lub naprowadza na prawidłową, jeżeli istnieje potrzeba dalszej dyskusji i powtórnego zebrania odpowiedzi.

Pytanie 2

Co stanie się z okresem wahadła matematycznego, gdy długość tego wahadła zwiększymy dwukrotnie?

- a) Nie zmieni się.
- b) Zwiększy się dwukrotnie.
- c) Zwiększy się lecz nie dwukrotnie.
- d) Zmniejszy się dwukrotnie.
- e) Zmniejszy się lecz nie dwukrotnie.

Pytanie 3

Co stanie się z okresem wahadła matematycznego, gdy masę jego ciężarka zwiększymy dwukrotnie?

- a) Nie zmieni się.
- b) Zwiększy się dwukrotnie.
- c) Zwiększy się lecz nie dwukrotnie.
- d) Zmniejszy się dwukrotnie.
- e) Zmniejszy się lecz nie dwukrotnie.

Pytanie 4

Co stanie się z okresem wahadła matematycznego, gdy amplitudę zwiększymy dwukrotnie?

- a) Nie zmieni się.
- b) Zwiększy się dwukrotnie.
- c) Zwiększy się lecz nie dwukrotnie.
- d) Zmniejszy się dwukrotnie.
- e) Zmniejszy się lecz nie dwukrotnie.

Na podstawie obserwacji zostaje wyciągnięty wniosek, że okres drgań wahadła matematycznego nie zależy od masy ciężarka oraz amplitudy początkowej, natomiast zależy od długości wahadła.

Kolejny etap lekcji to wyprowadzenie wzoru na okres drgań wahadła matematycznego, czyli

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Następny krok to sprawdzenie zgodności wyników wcześniej przeprowadzonych pomiarów z tym wzorem. Lekcja staje się jeszcze cenniejsza, jeżeli uczniowie mają możliwość wykonania samodzielnych pomiarów, na przykład w kilkusobowych grupach.

Na koniec można zadać jeszcze jedno pytanie. Tym razem nie będzie można zweryfikować odpowiedzi doświadczeniem. Jednakże wcześniej przeprowadzone pomiary utwierdzają uczniów w przekonaniu, że wzór jest prawdziwy i mogą oprzeć na nim swoją dedukcję.

Pytanie 5

Ile wynosi częstotliwość drgań wahadła matematycznego o dł. 160 cm umieszczonego w swobodnie spadającej windzie?

a) $\frac{1}{1,6}$ Hz.

c) $\frac{1}{0,8\pi}$ Hz.

b) $0,8\pi$ Hz.

d) 0 Hz.

Zaprezentowany przykład lekcji pokazuje, że wprowadzenie nowych narzędzi, także tych pełnych elektroniki, nie musi wcale oznaczać odejścia od metod sprawdzonych, od dawna używanych na lekcjach. Do takich z pewnością należą eksperymenty. Można je umiejętnie połączyć.

Rozdział drugi

Metody numeryczne

„Metoda numeryczna – metoda rozwiązywania problemów matematycznych za pomocą operacji na liczbach. Otrzymywane tą drogą wyniki są na ogół przybliżone, jednak dokładność obliczeń może być z góry określona i dobiera się ją zależnie od potrzeb. Metody numeryczne wykorzystywane są wówczas, gdy badany problem nie ma w ogóle rozwiązania analitycznego (danego wzorami) lub korzystanie z takich rozwiązań jest uciążliwe ze względu na ich złożoność” (Wikipedia)¹².

1. Metody numeryczne w fizyce

Można przyjąć, że stosowanie metod numerycznych w badaniu zjawisk fizycznych opiera się na dwóch fundamentalnych metodach. Ich powstanie datuje się na połowę XX wieku¹³.

Jedną z nich jest metoda Monte Carlo, która umożliwia przeprowadzanie symulacji o charakterze probabilistycznym. Opiera się na generatorze liczb losowych oraz tak zwanym procesie Markowa. Jest to matematyczny model o naturze stochastycznej. To znaczy, że pozwala opisywać rzeczywiste procesy, ale wykorzystuje pewne elementy losowości. Prawdziwy boom zainteresowania metodą Monte Carlo nastąpił po publikacji „Equation of State Calculations by Fast Computing Machines”¹⁴.

Drugim fundamentem, na którym opiera się fizyka numeryczna to dynamika molekularna. Ma charakter deterministyczny i to w najbardziej zasadniczy sposób odróżnia ją od metody Monte Carlo. Zgodnie z tą metodą tworzy się atomowe modele substancji,

¹² https://pl.wikipedia.org/wiki/Metoda_numeryczna

¹³ <http://library.lanl.gov/cgi-bin/getfile?00326866.pdf>

¹⁴ METROPOLIS, Nicholas, et al. Equation of state calculations by fast computing machines. *The journal of chemical physics*, 1953, 21.6: 1087-1092.

określające położenie cząstek oraz ich masę, a następnie dynamikę układu opisuje się za pomocą wybranych oddziaływań molekularnych¹⁵.

Coraz szersze wykorzystanie metod numerycznych w badaniach naukowych musiało znaleźć swoje odbicie w edukacji. Tym bardziej, że dostęp do technologii komputerowych stał się powszechny i nie jest już kojarzony tylko z placówkami badawczymi. Wpłynęły na to dwa zasadnicze czynniki. Pojawienie się na rynku tak zwanych komputerów osobistych oraz wzrost jakości Internetu. To, że metody obliczeniowe, a w szczególności symulacje komputerowe znajdują coraz szersze zastosowanie w obszarze edukacji wynika z jeszcze jednego faktu. Okazuje się, że symulowanie wielu zjawisk fizycznych nie wymaga bardzo skomplikowanych algorytmów. Nierzadko wystarczy kilka linijek kodu, żeby otrzymać do analizy dane charakteryzujące się dużą rzetelnością. Przeprowadzenie doświadczenia na drodze numerycznej polega, ogólnie rzecz ujmując, na wykonaniu dwóch zasadniczych kroków. Pierwszy z nich polega na zadaniu wybranemu układowi określonych warunków początkowych. Drugim krokiem jest wprowadzenie reguły, która określa w jaki sposób układ powinien zmieniać się od stanu początkowego do końcowego. To przejście ma charakter sekwencyjny, a wykonywane po sobie kolejne operacje są najczęściej bardzo proste, wręcz elementarne. Trzeba jednak pamiętać, że tych prostych operacji z reguły jest bardzo dużo i wyzwaniem jest, aby przeprowadzić je w jak najkrótszym czasie. Potrzebne jest urządzenie, które potrafi radzić sobie z prostymi, ale bardzo licznymi operacjami. Odpowiedzią jest oczywiście komputer, który charakteryzuje się takim sposobem działania.

2. Wykorzystanie metod numerycznych w nauczaniu fizyki na poziomie szkoły średniej

Wprowadzenie metod numerycznych do nauczania na poziomie technikum i liceum jest odpowiedzią na ich deficyt, zwłaszcza w zakresie matematyki i przedmiotów przyrodniczych. W odróżnieniu od wielu, powszechnie stosowanych narzędzi wykorzystywanych w nauczaniu fizyki i matematyki, np. rachunek analityczny, numeryka w szczególny sposób rozwija umiejętność myślenia symbolicznego. Poza tym pozwala na:

- szybkie i precyzyjne otrzymywanie wyników obliczeń a także ich weryfikowanie,
- tworzenie bardzo dokładnych wykresów z możliwością ich ekstrapolowania,

¹⁵ http://home.agh.edu.pl/~pernach/wyklady/index.php?action=wyklad10_2

- aproksymację danych,
- wykorzystanie w obliczeniach wielu zmiennych,
- wzbogacanie modeli naukowych o czynniki rzeczywiste, jak na przykład tarcie i inne siły oporu, które bardzo często w zadaniach lub opisie zjawisk są pomijane,
- symulację doświadczeń i zjawisk niemożliwych do przeprowadzenia w warunkach szkolnych.

Jednym z podstawowych elementów procesu dydaktycznego jest przygotowanie ucznia do prawidłowego funkcjonowania w społeczeństwie, które tak jak nasze, w dużym stopniu jest z informatyzowane. Właśnie zdolność wykorzystania mocy obliczeniowej komputerów jest jedną z kluczowych umiejętności niezbędnych w pracy inżynierów, analityków, architektów, laborantów etc. Tak więc, uczniowie, którzy mają możliwość połączenia nauki szkolnej z wykorzystaniem komputerów, zostają wyposażeni w umiejętności niezwykle zwiększające ich konkurencyjność na rynku pracy.

Pierwsze próby zastosowania metod numerycznych w nauczaniu fizyki w Powiatowym Zespole Szkół w Bieruniu miały miejsce w 2015 r. Realizacja wybranych tematów bazowała na koncepcji edukacyjnej Innovative Computing in Science Education (iCSE). Idea ta „...ma na celu systemowe włączenie narzędzi komputerowych do nauczania przedmiotów ścisłych. Jej zadaniem jest uzupełnienie procesu dydaktycznego o perspektywę obliczeniową.”¹⁶ Jednakże, w przytoczonym przykładzie, uczniowie nie dysponowali zbyt dużą ilością czasu lekcyjnego i realizowane przez nich zadania sprowadzały się najczęściej do wykorzystywania sporządzonych już algorytmów. Samodzielnie zmieniali głównie warunki początkowe symulacji omawianych zjawisk fizycznych. Wynikało to, między innymi z tego, że uczniowie nie mieli wcześniej do czynienia z takim sposobem uczenia się i nie wykazywali zbyt wysokiego poziomu umiejętności kodowania. Tym niemniej, było widoczne zainteresowanie takim sposobem uczenia się fizyki. Nawet samo korzystanie z gotowych symulacji, bez ich tworzenia, wносиło bardzo dużo. Między innymi dlatego, że pozwalało na pracę z danymi doświadczalnymi. Fakt, że były to dane wirtualne nie obniżał jakości lekcji. Tym bardziej, że analizowane były eksperymenty, które i tak z przyczyn technicznych nie mogły zostać przeprowadzone w warunkach szkolnych.

Jesienią 2016 r. Powiatowy Zespół Szkół w Bieruniu przystąpił do projektu „Od Algorytmu do Zawodowca” realizowanego przez Śląskie Międzyuczelniane Centrum

¹⁶ <http://icse.us.edu.pl/>

Edukacji i Badań Interdyscyplinarnych (ŚMCEBI) w Chorzowie. Celem projektu było rozwijanie umiejętności z zakresu programowania i algorytmiki wśród uczniów szkół ponadgimnazjalnych. W ramach jego działań zorganizowano cykl warsztatów, prowadzonych przez wysoko wykwalifikowaną kadrę naukowo-dydaktyczną Uniwersytetu Śląskiego. Do projektu została zaproszona grupa uczniów z jednej wybranej klasy. Miało to na celu umożliwić połączenie działań projektowych z realizacją podstawy programowej. Tak więc, uczniowie w ramach projektu poznawali techniki numeryczne, a na lekcjach fizyki wykorzystywali nowo nabyte umiejętności. Celowo również wybrano klasę pierwszą technikum. Zakładano bowiem, że jeżeli pierwszoklasiści sprostają zadaniom, to zdolni do tego będą również uczniowie klas starszych.

3. Przykładowe lekcje

W tych przypadkach, w których omawiane zjawisko fizyczne można zezemplifikować eksperymentem nie należy w żadnym wypadku z niego zrezygnować. Jeżeli warunki pozwalają na przeprowadzenie doświadczenia, powinno być ono głównym elementem lekcji. Z drugiej strony nie wymusza to wykluczenia symulacji. Zastosowanie jej na tym etapie lekcji ma charakter wdrożeniowy. Dodatkowo pozwala na weryfikowanie jej poprawności względem wyników rzeczywistego eksperymentu i zwiększa u ucznia przekonanie o jej skuteczności. Jeżeli w dalszym toku lekcji pojawiają się zagadnienia opierające się na eksperymentach, których nie sposób wykonać w warunkach szkolnych, metody numeryczne, w naturalny sposób stopniowo nabierają znaczenia.

Opisane w tym miejscu przykładowe lekcje zostały zrealizowane w ramach wyżej przedstawionego projektu „Od Algorytmu do Zawodowca”. Uczestniczyli w nich wszyscy uczniowie wybranej klasy pierwszej technikum. Zaplanowana metodyka zakładała, aby zacząć od rozwiązywania prostych problemów i stopniowo zwiększać poziom ich trudności. Przy czym tempo tych zmian, w zasadniczym stopniu, było ustalane przez uczniów. To zwiększało poziom indywidualizacji procesu nauczania.

a) Temat: Ruch jednostajnie zmienny na wykresach.

Na poprzednich lekcjach uczeń poznał zasady dynamiki Newtona i wykorzystuje je do opisu ruchu jednostajnego oraz jednostajnie zmiennego. Podstawą tej lekcji były symulacje ruchów oparte na kodach źródłowych napisanych przez uczniów, w języku programowania Python. Ruch ciał został przedstawiony za pomocą wykresów zależności przyspieszenia, prędkości oraz przemieszczenia od czasu.

Celem lekcji było wprowadzenie metod numerycznych do opisu ruchu prostoliniowego, jednostajnie przyspieszonego.

Pierwszym poleceniem skierowanym do uczniów było napisanie algorytmu generującego wykres zależności przyspieszenia od czasu $a(t)$ zgodnie z równaniem:

$$a = \frac{F}{m}$$

gdzie:

a – przyspieszenie,

F – stała siła działająca na ciało,

m – masa ciała.

Uczniowie bez większego trudu sprostali zadaniu (Ilustracja 15 –Ilustracja 16).

```
# Funkcja, która oblicza przyspieszenie -> acceleration
def acc(f,m):
    return 1.0*f/m

print 'Przyspieszenie łódki wynosi:', acc(150,500)
```

Przyspieszenie łódki wynosi: 0.3

```
# Narysujmy na wykresie, jak przyspieszenie zmienia się w czasie.
```

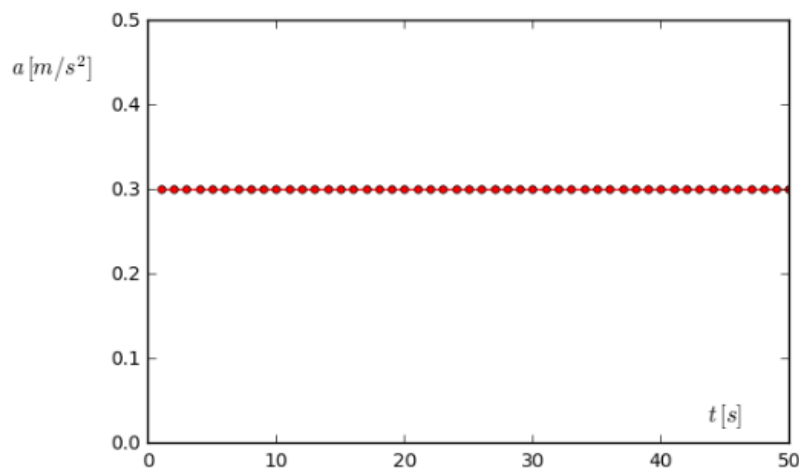
```
f = 150.
m = 500.
t_list = [i for i in range(1,51)]
a_list = [acc(f,m) for i in t_list]
```

```
# Rysujemy wykres
fig_1=plt.figure(1)
ax1=fig_1.add_subplot(111)
ax1.xaxis.set_label_coords(0.9,0.1)
ax1.yaxis.set_label_coords(-0.15,0.85)
plt.xlabel(r"$t$, [s]", fontsize=12)
plt.ylabel(r"$ a$, [m/s^2]", fontsize=12, rotation=0)
plt.ylim(0.,0.5)
```

```
# Umieszczamy dane na wykresie
plt.plot(t_list, a_list, 'r-o', markersize=4.0)
```

```
# Pokaż wykres
plt.show(block=False)
```

Ilustracja 15: Fragmenty napisanego przez ucznia kodu źródłowego, generującego wykres zależności $a(t)$.



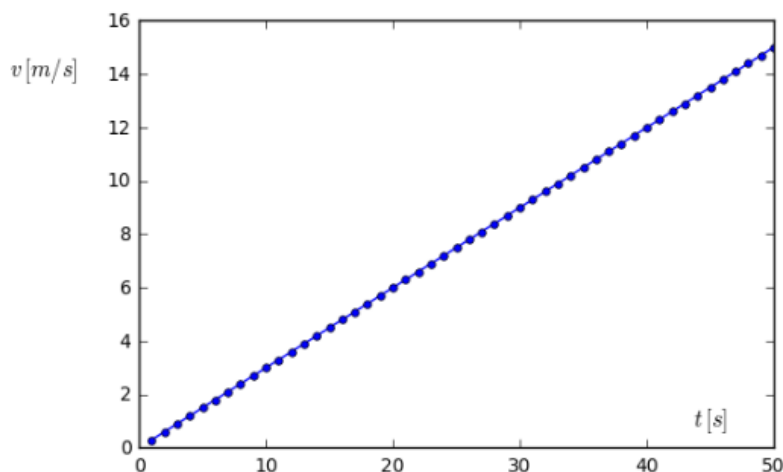
Ilustracja 16: Wykres zależności $a(t)$ wygenerowany przez algorytm napisany w języku Python.

Następnym krokiem było napisanie kodu, który pozwalał na wykreślanie zależności prędkości od czasu $v(t)$. Przy czym, uczniowie mieli bazować na informacji, że wartość zmiany prędkości Δv ilościowo równe jest polu pod wykresem $a(t)$. Wiedzę na ten temat

nabyli na realizowanej wcześniej lekcji o ruchu jednostajnym. Zadanie okazało się nieco bardziej wymagające i niezbędne były podpowiedzi nauczyciela. Tym niemniej, wszyscy otrzymali zadane wykresy (Ilustracja 17 - Ilustracja 18) .

```
# Jak narysować wykres prędkości?  
  
dt = 1  
vs = 0  
a = 1.0*f/m  
v_list = []  
  
for i in t_list:  
    ve = vs + a*dt  
    v_list.append(ve)  
    vs = ve
```

Ilustracja 17: Fragment kodu źródłowego umożliwiającego wykreślenie zależności $v(t)$ w ruchu jednostajnie przyspieszonym.



Ilustracja 18: Wykres zależności $v(t)$ dla ruchu jednostajnie przyspieszonego, otrzymany na drodze obliczeń numerycznych.

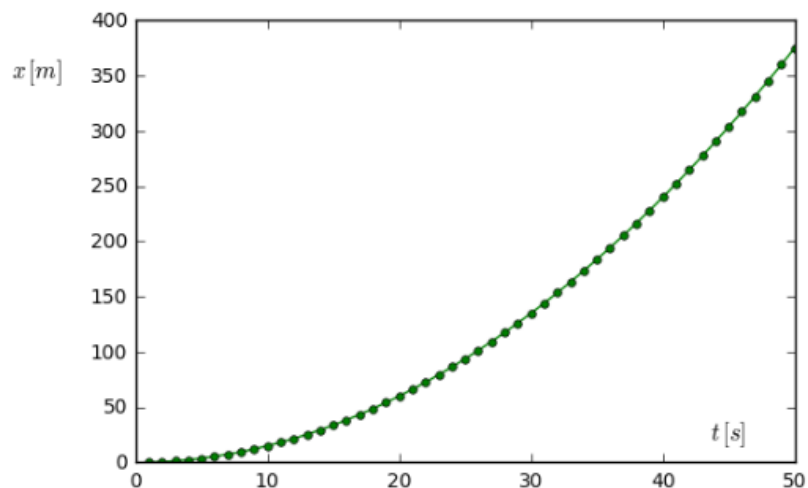
Ta część lekcji stała się doskonałym pretekstem do dyskusji na dwa zasadnicze tematy. Pierwszy z nich został wywołany przez uczniów i dotyczył zakresu stosowalności takiego sposobu otrzymywania wykresów $a(t)$ oraz możliwości wykorzystania go

w przypadku innych zależności. Drugi temat, zaaranżowany przez nauczyciela, miał na celu przedstawienie uczniom istoty metod obliczeniowych, w tym całkowania numerycznego.

Trzecim problemem, z którym mieli zmierzyć się uczniowie, było otrzymanie zależności $x(t)$. Szybko zauważyli, że i w tym przypadku można użyć metod numerycznych. Mając świadomość tego, szybko napisali odpowiednie algorytmy (Ilustracja 19), które pozwoliły na stworzenie wykresów (Ilustracja 20).

```
# Jak narysować wykres położenia?  
  
dt = 1  
xs = 0  
vs = 0  
a = 1.0*f/m  
x_list = []  
  
for i in t_list:  
    xe = xs + vs*dt + 0.5*a*dt**2  
    x_list.append(xe)  
    vs = vs + a*dt  
    xs = xe
```

Ilustracja 19: Algorytm pozwalający wykreślić zależność $x(t)$.



Ilustracja 20: Wykres zależności $x(t)$ otrzymany metodami numerycznymi.

W ostatnim etapie lekcji uczniowie mieli za zadanie wykorzystać napisane algorytmy do przeprowadzania symulacji ruchów dla różnych, wybranych przez samych siebie, warunków początkowych. Ostatnim dydaktycznym elementem lekcji była analiza otrzymanych wyników.

Powstałe podczas zajęć algorytmy miały nieskomplikowaną strukturę i odnosiły się do najprostszych przypadków. Jednakże było to działanie zamierzone. Na tym etapie ważniejszym było wdrożenia metod numerycznych i pokazanie możliwości z nich płynących. Wykorzystanie umiejętności tworzenia elementarnych kodów w języku Python do opisu zjawisk fizycznych było zaplanowane podczas realizacji kolejnych tematów.

b) Temat: Ruch ciał w polu grawitacyjnym z uwzględnieniem oporu aerodynamicznego.

Na poprzednich lekcjach uczeń poznał zasady dynamiki Newtona i potrafił wykorzystać je do opisu ruchu jednostajnego oraz jednostajnie zmiennego. Posiadał również umiejętności tworzenia algorytmów, przy użyciu języka programowania Python. Analogicznie jak w poprzednim przykładzie, lekcja oparta została na tworzeniu symulacji ruchów przedstawionych za pomocą wykresów zależności przyspieszenia, prędkości oraz przemieszczenia od czasu.

Celem lekcji było przedstawienie ruchu ciał będących pod wpływem zmiennej siły wypadkowej w perspektywie numerycznej.

Jednym z najczęściej występujących utrudnień w opisie ruchu ciał, jest wpływ tarcia i innych sił oporu. Zagadnienie staje się jeszcze bardziej skomplikowane, gdy siły te są funkcją czasu lub innych wielkości fizycznych. Punktem wyjścia do tej lekcji było postawienie pytania:

Jakim ruchem jest spadanie ciała pod wpływem siły grawitacji, przy uwzględnieniu oporu powietrza?

Zanim uczniowie przystąpili do zbadania problemu przy użyciu technik numerycznych zaangażowali się w dyskusję związaną z postawionym pytaniem. Pojawiły się propozycje czynników w postaci wielkości bądź zjawisk fizycznych, które miałyby wpływać na ruch ciał w powietrzu. Po tych rozważaniach został przedstawiony i omówiony wzór na wartość siły oporu aerodynamicznego:

$$F_0 = C \cdot S \cdot d \cdot \frac{v^2}{2},$$

gdzie:

F_0 - siła oporu aerodynamicznego,

C - współczynnik siły oporu,

S - powierzchnia rzutu ciała na płaszczyznę prostopadłą do wektora prędkości ciała względem ośrodka,

d - gęstość ośrodka,

v - wartość prędkości ciała względem ośrodka.

Został omówiony zakres stosowalności tego wzoru, w szczególności w konfrontacji z innymi prawami. Uczniowie dowiedzieli się również, że współczynnik oporu C ma charakter empiryczny. Ustala się go na podstawie eksperymentów przeprowadzanych w tunelach aerodynamicznych¹⁷, albo wykorzystując metody numeryczne¹⁸.

Znając matematyczną zależność siły oporu ośrodka od prędkości, uczniowie przystąpili do napisania kodu pozwalającego na przeprowadzenie symulacji. Powstałe algorytmy (Ilustracja 21) miały charakter uogólniony, umożliwiając zastosowanie ich do przeprowadzenia analizy różnych przypadków. Uczniowie zauważali, że takie rozwiązanie jest lepsze. To znaczy lepiej dysponować jednym ogólnym algorytm, niż wieloma bardziej szczegółowymi. Jednakże stworzenie w pierwszej kolejności mniej skomplikowanych kodów okazało się bardzo cenne. Ich pisanie, a następnie udoskonalanie były procesem dydaktycznym o wartości samej w sobie. Napotykać na problemy i starając się z nimi uporać uczniowie szukali różnych rozwiązań. Testowali własne pomysły, dyskutowali między sobą, szukali wskazówek w Internecie. A dzięki temu, że nie były to bardzo rozbudowane algorytmy, wszyscy zauważali postęp własnych działań, a był to czynnik bardzo motywujący.

¹⁷ ASAI, Takeshi, et al. Aerodynamics of a new volleyball. *Procedia Engineering*, 2010, 2.2: 2493-2498.

¹⁸ JALILIAN, Pouya, et al. Computational aerodynamics of baseball, soccer ball and volleyball. *American Journal of Sports Science*, 2014, 2.5: 115-121.

```

# SYMULACJA

# siła oporu
def Fo(C,S,d,v):
    return C*S*d*(v**2)/2.0

# warunki początkowe
Fs= m*g*math.sin(math.radians(alfa))# siła grawitacji ub inna stała siła
t = 0.0
x = 0.0
v = 0.0
dt = 0.1

# tworzymy puste listy, gdzie będziemy przechowywać dane
t_list = []
x_list = []
v_list = []
F_list = []

# dodajemy warunki początkowe do odpowiedniej listy
t_list.append(t)
x_list.append(x)
v_list.append(v)
F_list.append(Fs)

# obliczamy wartości F, v, x w kolejnych krokach czasowych
for i in range(30):
    t = t + dt
    F = Fs - Fo(C,S,d,v)
    v = v + F*dt/m
    x = x + v*dt

    if v < 0: # koniec obliczeń jeżeli siła oporu spowoduje v<0
        break

    # dodajemy nowo obliczone wartości do odpowiednich list
    t_list.append(t)
    x_list.append(x)
    v_list.append(v)
    F_list.append(F)

# dodatkowo: przyspieszenie 'a = F/m'
a_list = [f/m for f in F_list]

```

Ilustracja 21 : Algorytm pozwalający na przeprowadzanie symulacji ciał spadających lub staczających się z równi pochyłej, z uwzględnieniem siły oporu ośrodka.

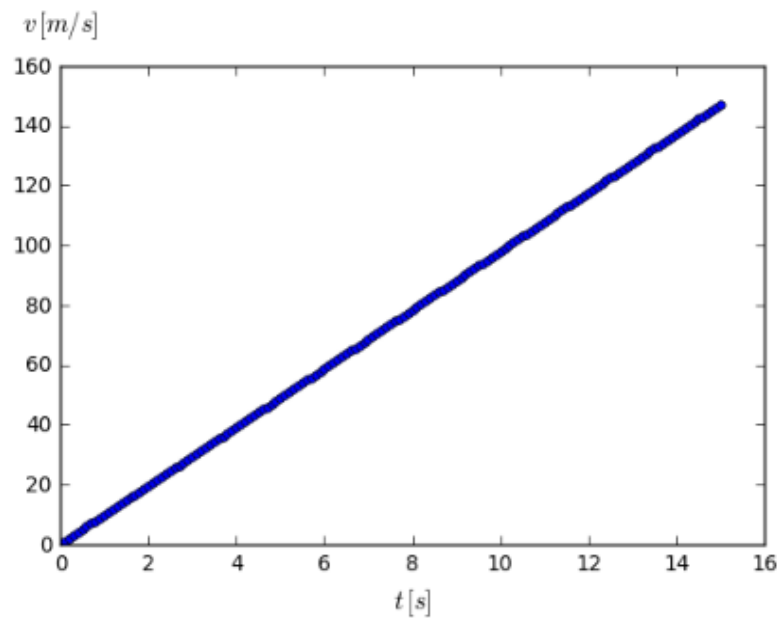
Przyjęcie wielkości fizycznych występujących we wzorze jako zmienne funkcji F_0 (Ilustracja 22) otwierało możliwość przeprowadzania symulacji w wielu różnych wariantach, w dalszych etapach lekcji. To pomogło uczniom zrozumieć omawiane zjawiska fizyczne na jeszcze wyższym poziomie.

W celu sprawdzenia poprawności powstałych algorytmów nauczyciel zaproponował, aby każdy uczeń przeprowadził symulację swobodnego spadania piłki futbolowej. Wybór nie był przypadkowy, gdyż na wcześniejszych zajęciach był przeprowadzany eksperyment, z użyciem takiej piłki. Uczniowie szybko zaproponowali, aby przyjąć gęstość ośrodka $d = 0 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Niektórzy oparli się na wzorze widząc, że gdy jeden z czynników tam występujących będzie równy zero, to wartość całej siły oporu, także wyniesie zero. Inni wybrali bardziej fizyczne znaczenie tego parametru.

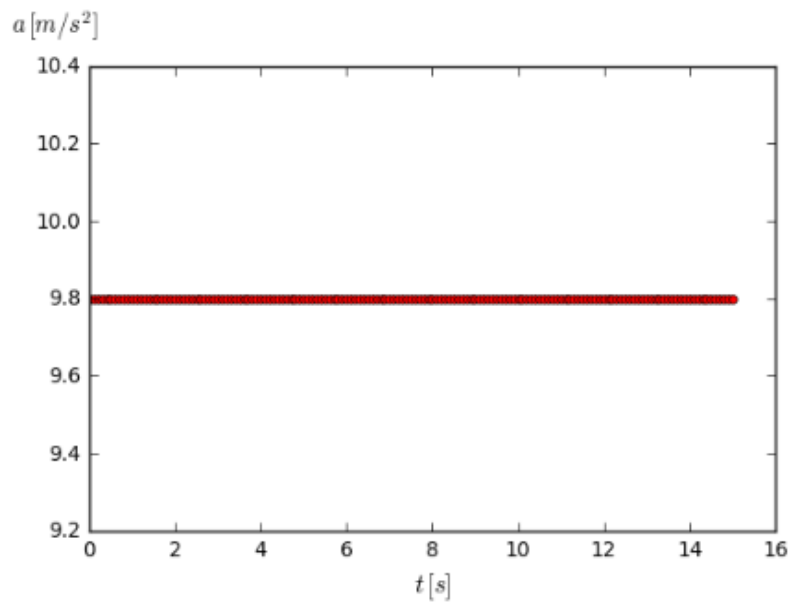
```
# wartości parametrów  
C = 0.45  
S = 0.038  
d = 0.0  
m = 0.42  
alfa = 90  
g = 9.8
```

Ilustracja 22: Widok komórki, w której ustala się warunki początkowe symulacji.

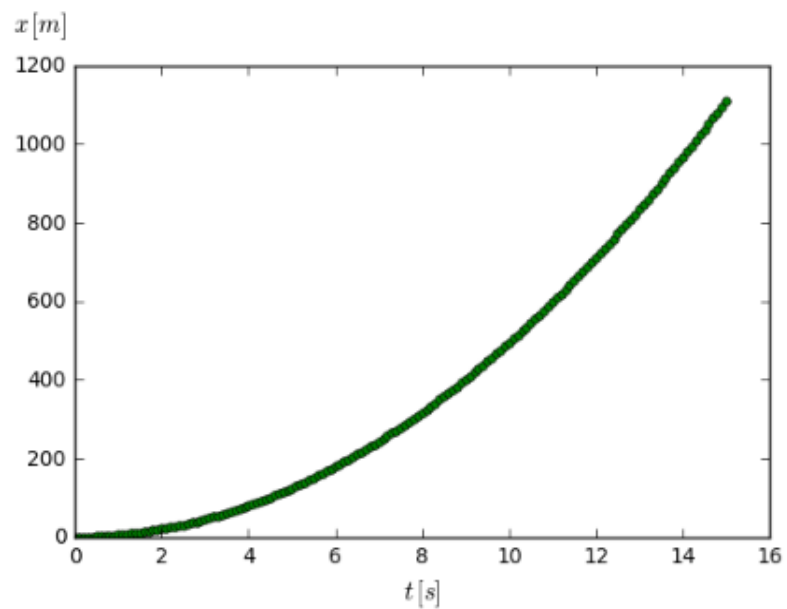
Po tym wyborze program wygenerował wykresy (Ilustracja 23-26) opisujące swobodne spadanie ciała (np. piłki futbolowej) przy powierzchni Ziemi.



Ilustracja 23: Zależność $v(t)$ dla ciała spadającego swobodnie.



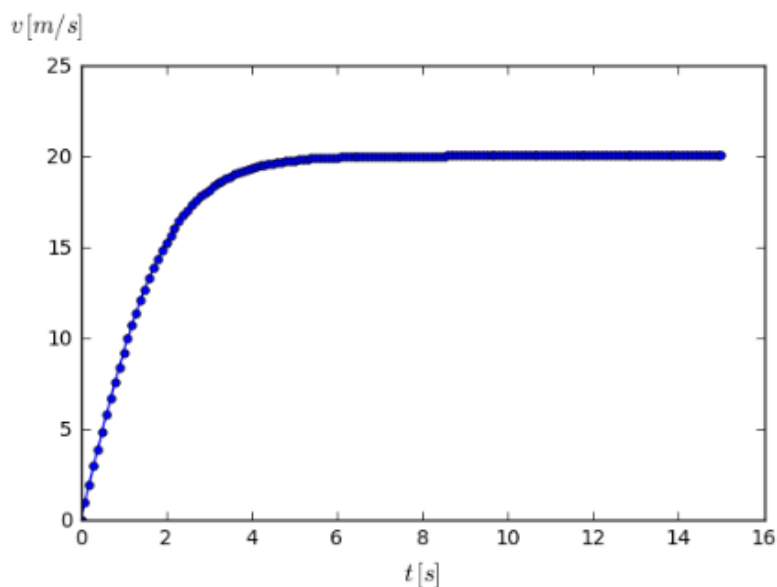
Ilustracja 24: Zależność $a(t)$ dla ciała spadającego swobodnie.



Ilustracja 25: Zależność $x(t)$ dla ciała spadającego swobodnie.

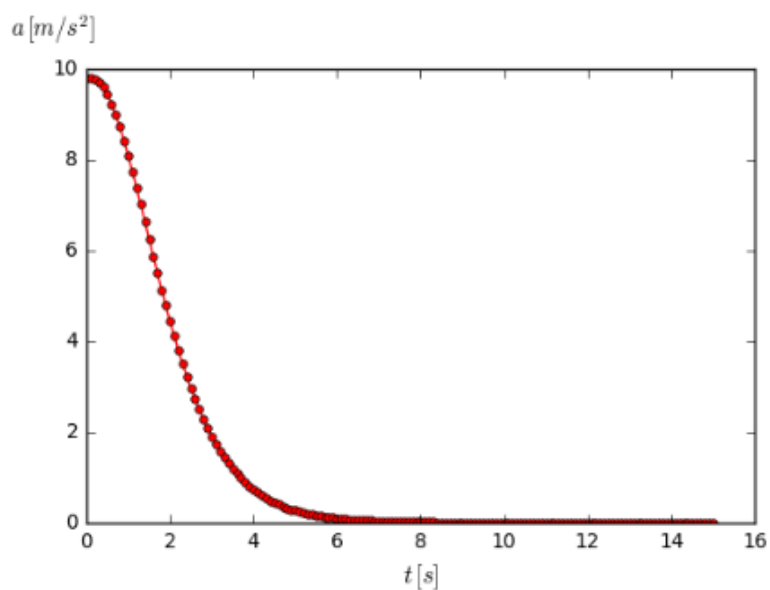
Powyższe wykresy potwierdziły oczekiwania. Dodatkowo umożliwiły walidację napisanych algorytmów. Za równo pod względem konstrukcji, jak i również poprawności merytorycznej.

Następnie zaczęto badać spadanie ciał, z uwzględnieniem oporu powietrza. Na podstawie danych¹⁹ przyjęto, że gęstość powietrza wynosi $d = 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ i założono, że jest to wartość stała. Zasadność i cel takiego założenia zostały wyjaśnione. Masa oraz promień piłki były znane, ponieważ zostały zmierzone przed wspomnianym wcześniej doświadczeniem. $S = 0,038 \text{ m}^2$, $m = 0,42 \text{ kg}$.

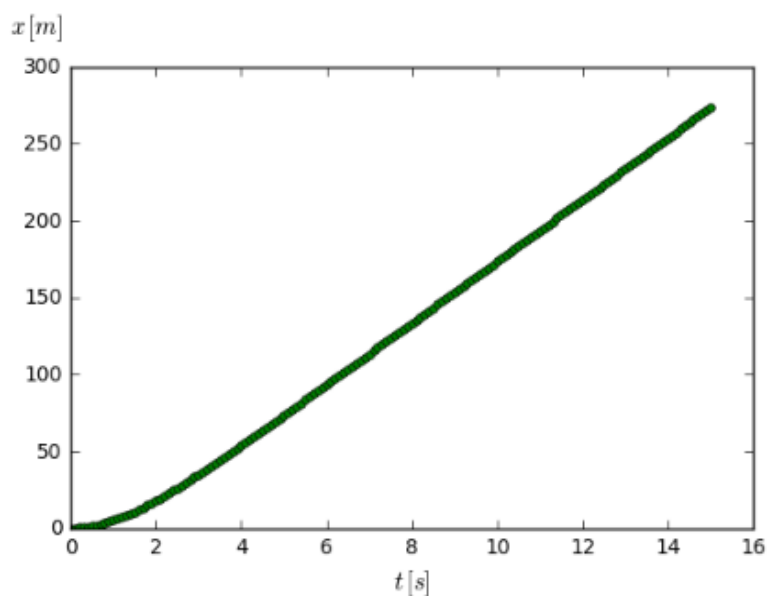


Ilustracja 26 : Zależność $v(t)$ dla piłki futbolowej spadającej w powietrzu.

¹⁹ https://pl.wikipedia.org/wiki/G%C4%99sto%C5%9B%C4%87_powietrza



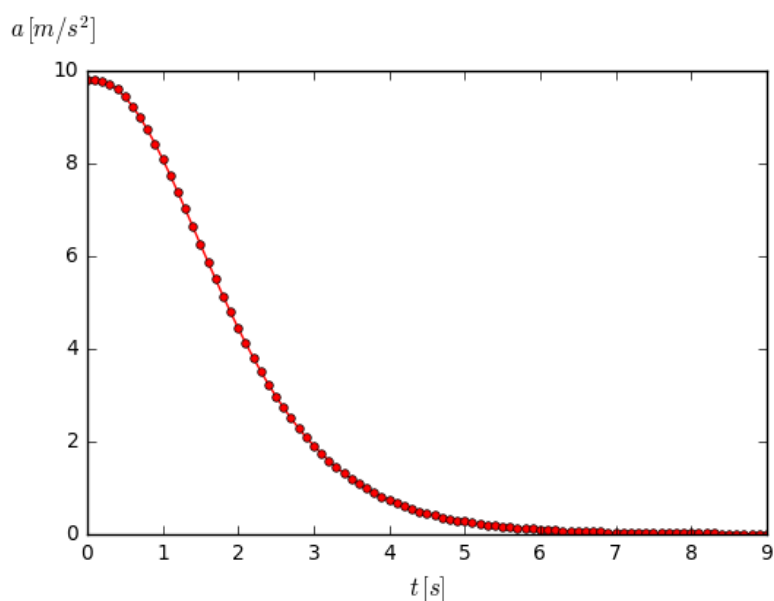
Ilustracja 27: Zależność $a(t)$ dla piłki futbolowej spadającej w powietrzu.



Ilustracja 28 : Zależność $x(t)$ dla piłki futbolowej spadającej w powietrzu.

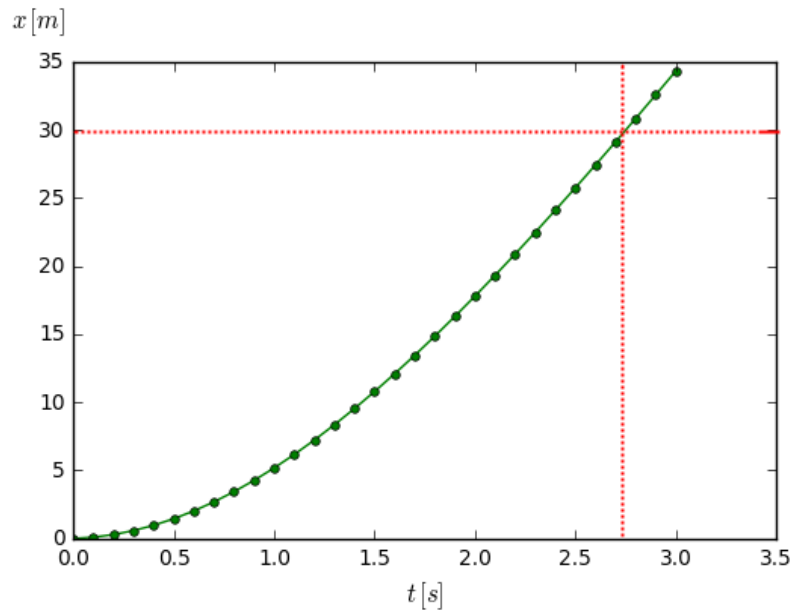
Korzystając z powyższych wykresów uczniowie mogli ustalić czas, po którym siła oporu powietrza równoważy siłę ciężkości oraz wartość prędkości, z którą się wówczas porusza (Ilustracja 26-26). Wstępnie ustalili, że czas ten jest z przedziału 6 – 8 s, a prędkość zmierza do wartości 20 m/s. Jednakże nie satysfakcjonowała ich dokładność z jaką mogli podać te

liczby. Zaproponowali, aby zmniejszyć zakres osi czasu do 9 s. Wymagało to zmiany tylko jednego parametru w ich algorytmach. Powtórnie przeprowadzona symulacja (Ilustracja 29) pozwoliła sprecyzować odpowiedź. To unaocznilo dwa ważne aspekty. Po pierwsze, pokazało jak łatwo i szybko można wprowadzać zmiany w kodzie źródłowym, na przykład w celu zoptymalizowania jakości otrzymywanych wyników, w tym wykresów. Po drugie, było przykładem sprowokowania uczniów nie tylko do samodzielnego rozwiązania problemu, ale również do samodzielnego zauważenia potrzeby postawienia go.



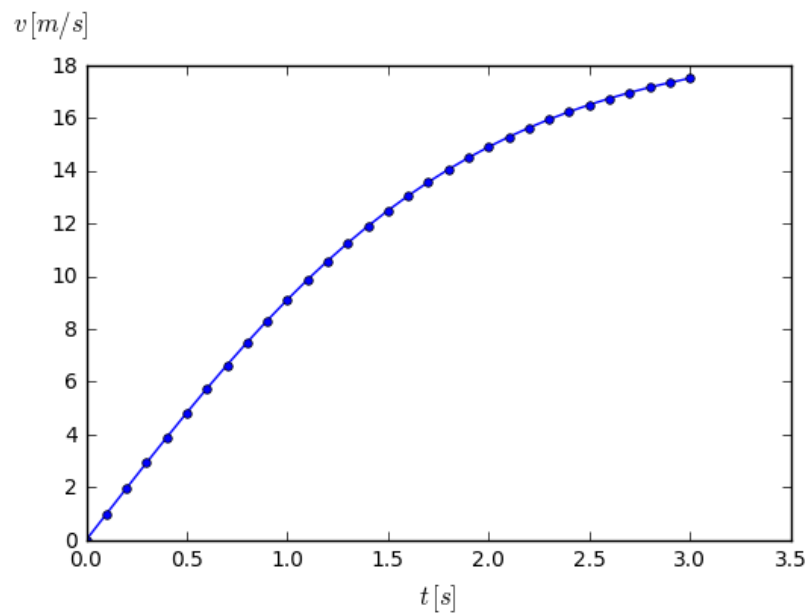
Ilustracja 29 : Zależność $a(t)$ dla piłki futbolowej spadającej w powietrzu.

W celu porównania wyników symulacji i danymi eksperymentalnymi uczniowie zmniejszyli przedział czasowy do 3 s. Podpowiedzią był rozmiar wysokości, z której spadała piłka podczas wykonanego wcześniej eksperymentu, czyli 30 m. Z wykresu (Ilustracja 30) wynikało, że czas symulowanego spadku z tej wysokości to około 2,75 s. To zgadzało się z wynikiem otrzymanym na drodze doświadczalnej $2,72 \pm 0,11$ s.

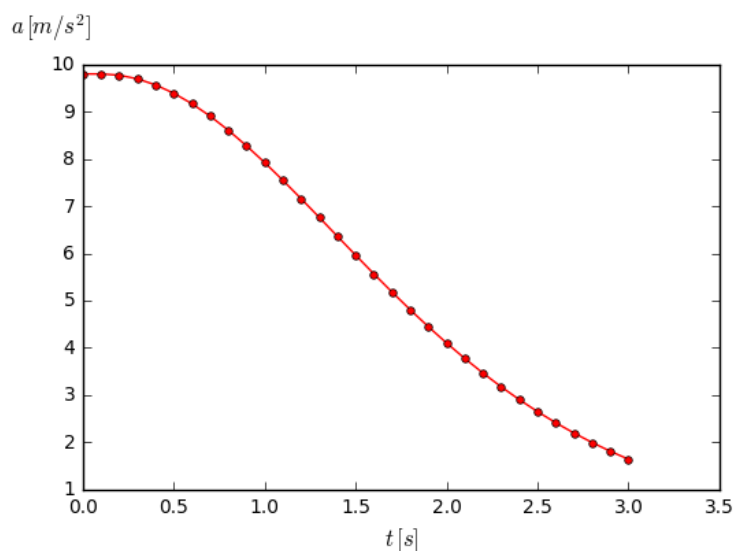


Ilustracja 30 : Zależność $x(t)$ dla piłki futbolowej spadającej w powietrzu.

Wyznaczenie czasu pozwoliło na odczytanie z wykresu z jaką prędkością piłka zderzyła się z ziemią (Ilustracja 31) oraz jak zmieniło się na tym odcinku przyspieszenie (Ilustracja 32).



Ilustracja 31: Zależność $v(t)$ dla piłki futbolowej spadającej w powietrzu.



Ilustracja 32 : Zależność $a(t)$ dla piłki futbolowej spadającej w powietrzu.

Porównanie tych wyników stanowiło bardzo dobry pretekst do dyskusji. Dotyczyła ona między innymi zakresu stosowalności i jakości otrzymanych wyników. Jeszcze raz w tym miejscu warto podkreślić jak efektywnie można połączyć realne eksperymenty z symulacjami komputerowymi i że ma to charakter symbiotyczny.

Następnie uczniowie zostali poproszeni o wybór innych rodzajów piłek i sprawdzenie opisujących ich parametrów w zasobach internetowych. Po wyszukaniu odpowiednich danych stanęli przed zadaniem przeprowadzenia symulacji analogicznych do tych z piłką nożną. Przy czym każdy z uczniów miał wykonać to polecenie samodzielnie.

Poniżej zostały przedstawione dwa wybrane przykłady – dla piłki tenisowej oraz piłeczki pingpongowej (Ilustracja 33-33). Powodem takiego wyboru była bardzo ciekawa dyskusja, która zainspirowała uczniów do głębszego zapoznania się z tematem.

Na podstawie odpowiednich źródeł^{20,21} do przeprowadzenia symulacji wybrano następujące dane:

Dla piłeczki pingpongowej:

$$S = 0,00126 \text{ m}^2$$

$$m = 0,0027 \text{ kg}$$

$$C = 0,40$$

Dla piłki tenisowej:

$$S = 0,0034 \text{ m}^2$$

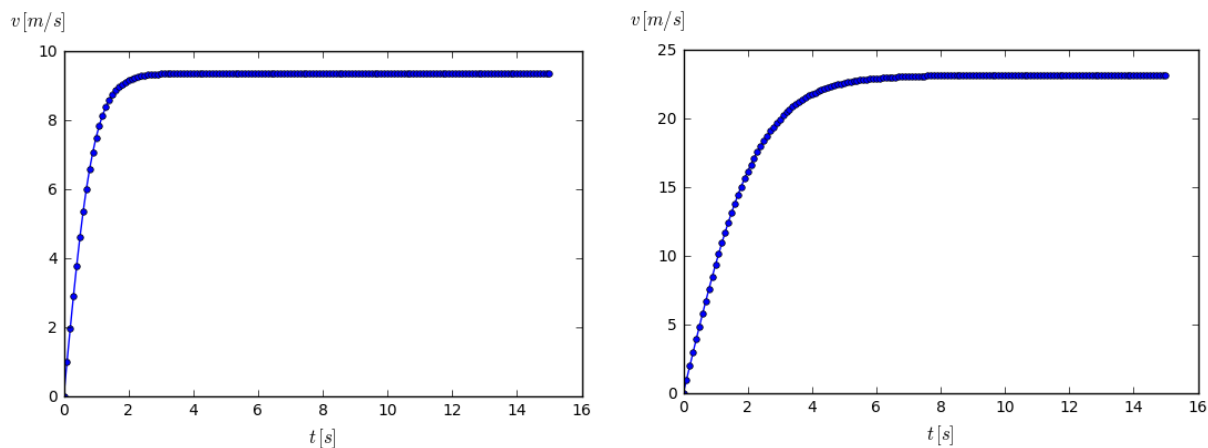
$$m = 0,0580 \text{ kg}$$

$$C = 0,51$$

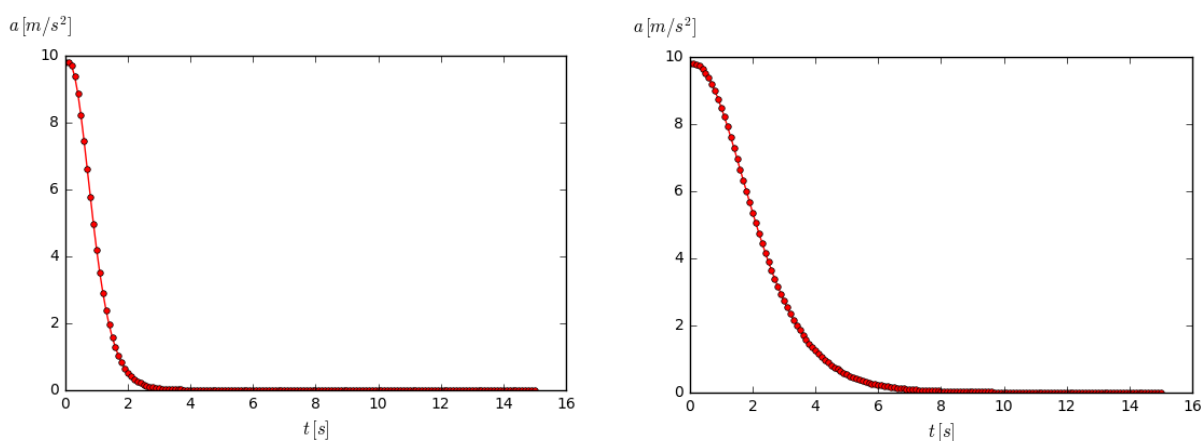
²⁰ CROSS, Rod; LINDSEY, Crawford. Measurements of drag and lift on tennis balls in flight. *Sports Engineering*, 2014, 17.2: 89-96.

²¹ NAGURKA, Mark. Aerodynamic effects in a dropped ping-pong ball experiment. *International Journal of Engineering Education*, 2003, 19.4: 623-630.

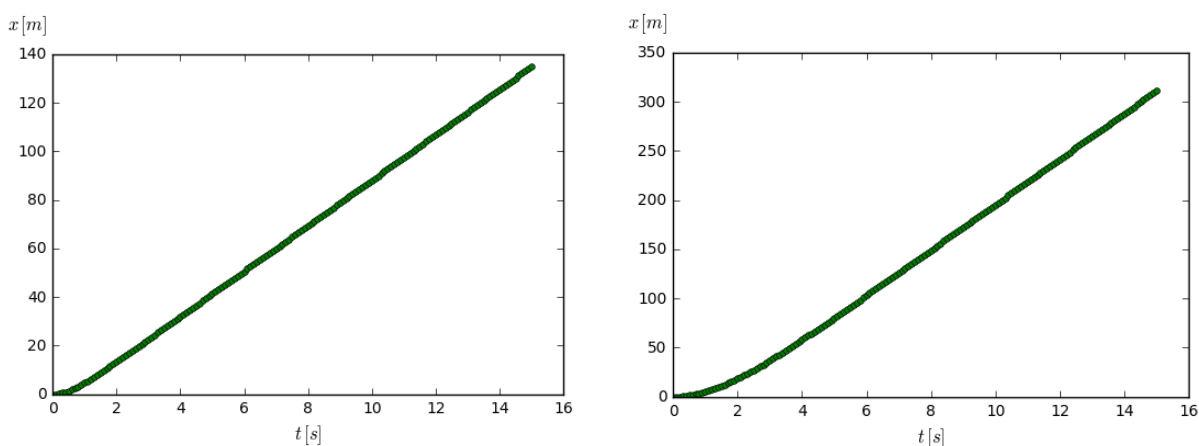
Pomimo tego, że oba ciała mają powierzchnię sferyczną, są wykonane z różnych materiałów. Stąd wynikają różnice pomiędzy wartościami współczynników oporu C .



Ilustracja 33 : Porównanie zależności $v(t)$ dla piłeczki pingpongowej oraz piłki tenisowej.



Ilustracja 34 : Porównanie zależności $a(t)$ dla piłeczki pingpongowej oraz piłki tenisowej.



Ilustracja 35 : Porównanie zależności $x(t)$ dla piłeczki pingpongowej oraz piłki tenisowej.

Tym co przykuło największą uwagę uczniów był fakt, że piłeczka pingpongowa traci przyspieszenie dużo szybciej niż tenisowa. Oczywiście konsekwencją tego jest wyraźna różnica pomiędzy wartościami prędkości granicznej dla obu typu piłek. Z pewnym przybliżeniem wyniosły one odpowiednio 9 m/s oraz 23 m/s. Bardzo szybko zaczęły padać porównania do znanych z doświadczenia przypadków. Każdy doskonale wiedział, że chcąc rzucić piłką tak, żeby osiągnąć jak największy zasięg zdecydowanie łatwiej można to osiągnąć wybierając tenisową. Naturalnie pojawiło się pytanie o to, dlaczego tak jest? Uczniowie zaczęli analizować znaczenie poszczególnych wielkości fizycznych związanych z badanym ruchem. Doszli do wniosku, że wpływ na to mogą mieć powierzchnia S oraz masa m , co jak się później dla nich okazało, znalazło potwierdzenie w literaturze²².

Innym ciekawym przykładem zaproponowanym i przeanalizowanym przez uczniów był wpływ sił oporu powietrza na ruch samochodów. Bardzo przydatna okazała się bogata literatura faktu, w tym przedstawiająca wyniki profesjonalnych badań prowadzonych w tunelach aerodynamicznych albo tzw. próbach drogowych. Z jednej strony dostarczała odpowiednich danych, takich jak masy lub współczynniki oporu dla różnych typów lub marek pojazdów. Z drugiej strony umożliwiała porównanie wyników symulacji otrzymanych przez uczniów z danymi eksperymentalnymi.

Uczeń widząc, że wyniki wygenerowane na drodze numerycznej pokrywają się z tymi osiągniętymi na drodze eksperymentalnej nabiera przeświadczenia o poprawności swojego algorytmu i skuteczności metod numerycznych. To pozwala na kolejny krok. Zmianę warunków początkowych i przeprowadzenie kolejnych symulacji. Ciekawym przykładem jest badanie zachowania się ciał na Księżycu. Oczywiście nie powinno się ograniczać ucznia do zjawisk weryfikowalnych rzeczywistym eksperymentem. To wskazane jest tylko na początku pracy z danym algorytmem.

Podsumowaniem tego rozdziału niech będą słowa Ryszarda Kutnera i Adama Galanta z Uniwersytetu Warszawskiego²³ „Przeprowadzając doświadczenia numeryczne zarówno na poziomie profesjonalnym, jak i na różnych (od zaawansowanego po podstawowy) poziomach edukacyjnych, jesteśmy w stanie, z jednej strony, przewidywać nowe zjawiska

²² ERNST, K., KOŁODZIEJCZYK J.: „Fizyka ping-ponga”, Materiały XXXVI Zjazdu Fizyków Polskich, Toruń, 2001.

²³ KUTNER, Ryszard; GALANT, Adam. Symulacje numeryczne w nauczaniu fizyki ogólnej-laboratorium numeryczne w szkole.

fizyczne i objaśniać znane, z drugiej zaś nauczać fizyki w sposób niewerbalny, bardziej atrakcyjny.”

Rozdział trzeci

Interaktywne metody numeryczne

1. Wstęp

Relacjonowane w rozdziale I badania ankietowe, w których wzięło udział 1541 uczniów szkół średnich wykazały, że najchętniej uczestniczą oni w lekcjach fizyki, gdy mają one charakter laboratoryjny lub interaktywny. Takie zajęcia idą w parze z ich skutecznością. W tym rozdziale przedstawiony został pomysł łączenia eksperymentów z systemem równoczesnych odpowiedzi. Narzędzie, które to umożliwia to stworzona w tym celu autorska aplikacja EduPython²⁴. Nazwa pochodzi od jej edukacyjnego przeznaczenia oraz nazwy języka programowania, w którym została napisana. Jest to narzędzie online wspomagające nauczanie fizyki metodą problemową. Umożliwia zbieranie danych, które uczniowie w czasie lekcji wysyłają za pomocą smartfonów. Program wykorzystuje te dane do wygenerowania zbiorczej odpowiedzi uczniów stającej się informacją zwrotną. Na jej podstawie uczniowie dowiadują się jak blisko są rozwiązania danego problemu. Natomiast nauczyciel może trafniej kierować tokiem prowadzonej przez siebie lekcji. Dodatkowo EduPython umożliwia realizowanie lekcji w oparciu o symulacje komputerowe rzeczywistych eksperymentów. Również tych niemożliwych do przeprowadzenia w warunkach szkolnych.

W pracy zaprezentowane zostały również dwa przykłady interaktywnych lekcji fizyki, na poziomie szkoły średniej, z wykorzystaniem narzędzia EduPython.

2. Dlaczego powstał EduPython

Młodzież w coraz większym stopniu wyposażona jest w bardzo dobrej jakości komputery osobiste, zwane smartfonami. Oczywiście rośnie także poziom umiejętności korzystania z bardzo szerokiego wachlarza możliwości tych urządzeń, jak np. szybkie

²⁴ BINEK, Sławomir; KIMLA, Damian; JAROSZ, Jerzy; STYC, Krzysztof. Using computer simulation to aid the interactive learning of physics in secondary education. *Physics Education*, 2018, 53 055006.

połączenie z Internetem, potencjał obliczeniowy, wysokiej jakości grafika. Zamiast wprowadzania zakazów lepiej sprowokować uczniów do odpowiedniego zastosowania telefonów na lekcji. Tak narodził się pomysł zastąpienia systemu pilotów właśnie telefonami komórkowymi. Istnieją oprogramowania, które to umożliwiają. Wówczas koszty użytkowania interaktywnego systemu zostają ograniczone do nabycia jedynie oprogramowania, bez potrzeby zakupu pilotów. Był to krok w kierunku darmowych systemów indywidualnej odpowiedzi. Należało zrobić następny. Było nim zapoczątkowanie prac nad stworzeniem i wdrożeniem własnego oprogramowania. Z założenia musiało spełniać trzy podstawowe warunki. Po pierwsze, miało być w pełni bezpłatne i dostępne dla każdego nauczyciela. Po drugie, musiało umożliwić zbieranie odpowiedzi na pytania otwarte. Po trzecie, musiało mieć dużą moc obliczeniową. To wszystko miało pozwolić na poszerzenie zakresu zadawanych pytań, a także dać uczniowi większą swobodę wypowiedzi. Dodatkowo nauczyciel może nie tylko poszerzyć spektrum zjawisk i eksperymentów, analizowanych podczas lekcji, ale także zwiększyć dokładność stosowanych obliczeń.

Do napisania aplikacji spełniającej te warunki został wybrany szeroko stosowany język programowania wysokiego poziomu – Python. Napisane w nim kody odpowiedzialne są za zebranie danych, przetworzenie ich i wygenerowanie wyniku końcowego. Natomiast JavaScript umożliwia wykorzystanie przeglądarek internetowych.

Z aplikacji EduPython może korzystać każdy. Aby zrobić to w taki sposób, jaki został przedstawiony poniżej, wystarczy odwiedzić stronę internetową z dostępnym kodem źródłowym (np.northcoriolis.edupython.com). Nie jest wówczas wymagane instalowanie na komputerze lub smartfonie jakichkolwiek programów. Wystarczy dowolna przeglądarka internetowa. Natomiast osoby, które chciałyby korzystać z oprogramowania EduPython w szerszym zakresie mają do dyspozycji kod źródłowy. Wspomniany powyżej konkretny przykład dostępny jest pod adresem <https://github.com/edupythonpzs/edupython>. Możliwość wprowadzania w nim zmian daje szersze perspektywy. Przede wszystkim dotyczy to doboru warunków początkowych, a także innych wpływających na przebieg symulowanego na komputerze eksperymentu. Jednakże takie operacje wymagają pewnej umiejętności kodowania w języku Python.

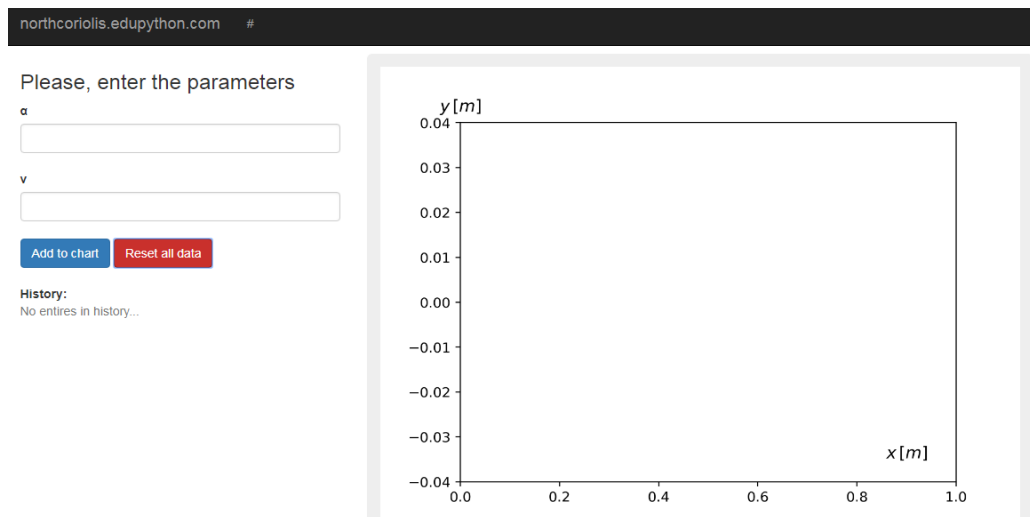
3. EduPython vs piloty interaktywne

Aplikacja jest rozszerzeniem możliwości systemu pilotów. Dlatego jest pomiędzy nimi wiele podobieństw. Obie mają na celu sprawdzenie stopnia zrozumienia omawianego materiału. Poza tym, pozwalają na indywidualizację procesu nauczania, a także umożliwiają przesyłanie natychmiastowych informacji zwrotnych. Istnieją również różnice. Z punktu widzenia ucznia, dwie mają charakter zasadniczy. Pierwsza polega na tym, że uczeń zamiast pilota używa telefonu. Druga, zamiast wyboru odpowiedzi a, b ... uczeń musi wpisać konkretną wartość liczbową. Natomiast dla nauczyciela, różnice są dużo większa. Szczególnie z merytorycznego punktu widzenia. Może on przeprowadzić lekcję tak, żeby uczeń poznał nie tylko jakościowy, ale i ilościowy opis wybranych zjawisk i zagadnień. Może sprowokować ucznia do bardziej samodzielnej pracy. Może dać mu szansę na wyciąganie własnych wniosków, np. płynących z obserwacji doświadczeń.

To co wyróżnia EduPython to fakt, że łączy w sobie zalety systemów interaktywnych z możliwościami metod numerycznych, w tym przeprowadzanie i analizowanie symulacji komputerowych. Oba te narzędzia są ze sobą silnie skorelowane. Wartości wielkości fizycznych wyznaczone przez uczniów determinują przebieg symulacji. Analiza takiej symulacji pomaga uczniom wyciągać wnioski i lepiej zrozumieć istotę omawianych podczas lekcji zagadnień. EduPython nie jest dodatkiem do pilotów interaktywnych. Jest to aplikacja kompletna i samodzielna.

4. Przebieg lekcji z wykorzystaniem aplikacji EduPython

Podobnie jak w przypadku użycia pilotów, lekcje wzbogacane są pytaniami adresowanymi do całej klasy. Z tą różnicą, że mają one charakter otwarty. Zadaniem każdego ucznia jest udzielenie odpowiedzi w postaci wartości liczbowej. Za pomocą smartfonu uczeń łączy się z Internetem. Po załadowaniu wskazanej wcześniej strony (w przykładzie opisanym poniżej jest to northcoriolis.edupython.com) uczeń ma możliwość wpisania proponowanej przez siebie odpowiedzi i wysłania jej do serwera (*Ilustracja 36*).



Ilustracja 36: Wygląd okna aplikacji EduPython.

W taki sposób aplikacja zbiera odpowiedzi od wszystkich uczniów. Na ich podstawie program generuje wynik. Istnieje kilka możliwości jego wyeksponowania. Może to być wykres, animacja albo konkretna wartość liczbowa. Nauczyciel decyduje również o tym, czy pokazana ma być pojedyncza odpowiedź zbiorcza, czy powinny to być odpowiedzi wszystkich uczniów, np. w postaci ciągu liczb, albo nałożonych na siebie wykresów [ilustracja]. W tym pierwszym przypadku może to być dominanta, średnia arytmetyczna, albo inne dane statystyczne. Przy jej wyborze należy uwzględnić takie czynniki jak rodzaj pytania i zakładane przez nauczyciela cele dydaktyczne. Jeżeli ma być to średnia arytmetyczna, to wskazane jest również obliczenie odchylenia standardowego. Oczywiście to zadanie może wykonać EduPython. W przypadku dominandy należy stworzyć pewne przedziały liczbowe, do których zostają zaliczone wartości wysłane przez uczniów. Liczebność tych przedziałów staje się wówczas podstawą do obliczenia wartości modalnej. W przeciwnym przypadku może okazać się, że każdy z uczniów poda inną odpowiedź i nawet jeżeli będą one do siebie zbliżone, nie będzie można ustalić dominandy.

Po tym wyborze, aplikacja pokazuje wszystkim obecnym ich odpowiedzi w postaci informacji zbiorczej. Dzięki temu uczeń może porównać z nią swoją odpowiedź i skonfrontować ją z odpowiedzią całej grupy. Bez względu na to, która z powyższych opcji zostanie wybrana, w tym momencie lekcji zarówno nauczyciel jak i uczniowie otrzymują to, co jest istotą edukacji interaktywnej, czyli informację zwrotną. W zależności od tego jak blisko poprawnej odpowiedzi są uczniowie, nauczyciel decyduje o dalszym przebiegu lekcji. Także uczeń może skorzystać z tej informacji weryfikując swój tok rozumowania.

5. Przykładowe lekcje

Poniżej zostały przedstawione przykłady lekcji, podczas których uczniowie korzystali z aplikacji EduPython. Umieszczone wykresy reprezentują prawdziwe, otrzymane w trakcie lekcji dane.

a) Temat: Siła Coriolisa

Demonstracja efektów działania siły Coriolisa w warunkach szkolnych jest realna. Jednakże możliwości są bardzo ograniczone. Dotyczy to między innymi prędkości ciał oraz długości toru ruchu. Poza tym, ich analiza zawężona jest głównie do postaci jakościowej. Zastosowanie aplikacji EduPython nie tylko zwiększa zakres wartości wykorzystywanych wielkości fizycznych, ale również pozwala wprowadzić opis ilościowy.

Tematem głównym tej lekcji była siła Coriolisa. A dokładniej, badanie zmiany trajektorii ruchu ciał wywołanej tą siłą. W szczególnym przypadku dla ciał poruszających się równoległe do powierzchni Ziemi. To umożliwiło przedstawienie odpowiedzi zbiorczej w formie wykresu, zamiast wartości liczbowej. Graficzny sposób prezentacji danych pozwolił na otrzymanie wygodnej do interpretacji informacji zwrotnej.

Zgodnie z założeniem uczniowie mieli dostateczną wiedzę na temat inercjalnych i nieinercjalnych układów odniesienia oraz sił bezwładności, w szczególności siły odśrodkowej. Wiedzieli również, że siła odśrodkowa działająca na ciało znajdujące się w wybranym punkcie powierzchni Ziemi zależy od szerokości geograficznej tego punktu. W dalszej części zajęć uczniowie dowiedzieli się, że siła Coriolisa to pozorna siła bezwładności, ale w odróżnieniu od siły dośrodkowej kierunek jej działania nie leży wzdłuż promienia.

Następny krok wymagał uruchomienia aplikacji EduPython. Uczniowie używając swoich smartfonów mieli odpowiedzieć na pytanie:

Pytanie C01: Z jaką (w przybliżeniu stałą) prędkością musiałyby poruszać się pocisk, aby odchylenie od toru, wywołane siłą Coriolisa wynosiło 2 cm, na drodze o długości 100 m?
Założenie: szerokość geograficzna $\alpha = 50^\circ$.

Zgodnie z opisanym wcześniej przykładowym przebiegiem lekcji uczniowie udzielili odpowiedzi. EduPython zebrał te dane i po przeprowadzeniu odpowiednich obliczeń, zgodnie z poniższym wzorem, wyświetlił wyniki na ekranie (*Ilustracja 37*).

$$y(x) = \frac{\omega x^2 \sin \alpha}{v}$$

gdzie:

ω – prędkość kątowna Ziemi ($\omega \approx 7,3 \cdot 10^{-5} \frac{1}{s}$),

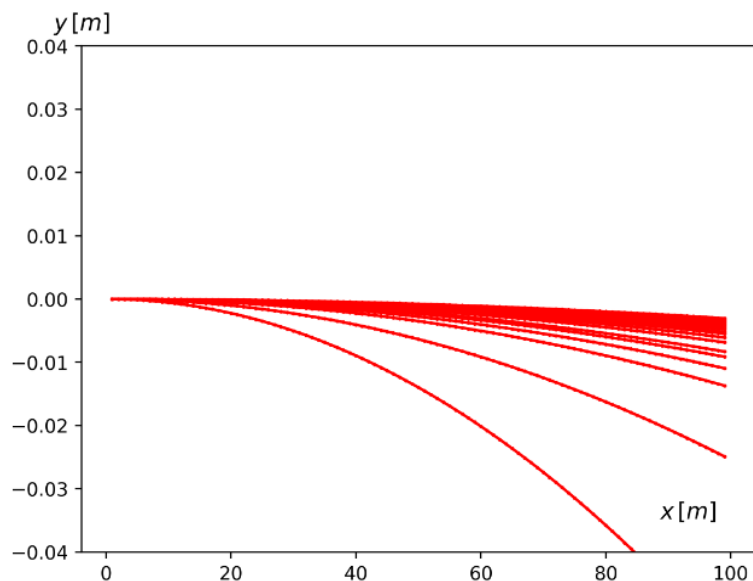
y – odchylenie od toru,

x – długość toru,

α – szerokość geograficzna,

v – prędkość ciała.

Nałożone na siebie wykresy pokazały odpowiedzi wszystkich (w tym przypadku 23) obecnych na zajęciach uczniów.

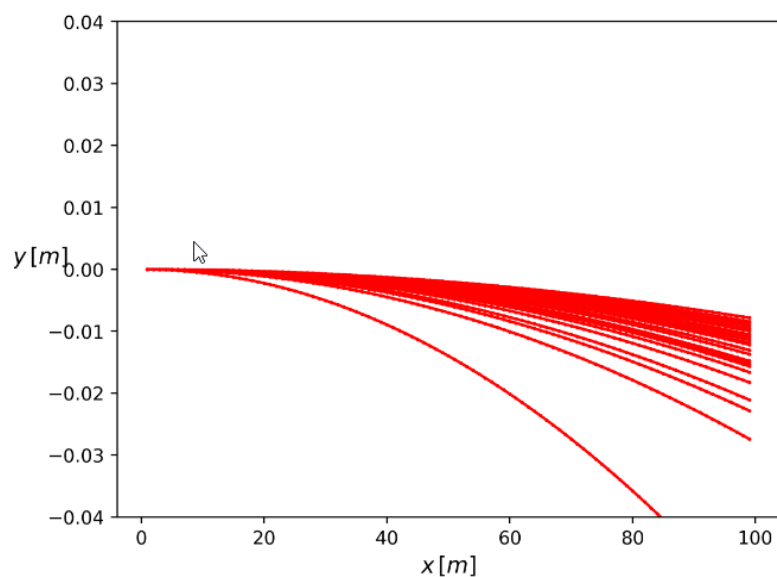


Ilustracja 37: Graficzne przedstawienie pierwszej serii odpowiedzi uczniów na Pytanie C01. Wykresy przedstawiają odchylenie trajektorii. Każda czerwona krzywa reprezentuje odpowiedź jednego z uczniów.

Można łatwo zauważyć, że pojawiło się wiele błędnych odpowiedzi. W tym momencie, zadaniem prowadzącego było udzielenie wsparcia uczniom, poprzez stopniowe i kontrolowane naprowadzanie ich na poprawną odpowiedź. użytym tu sposobem było wyemitowanie filmu przedstawiającego fragment meczu hokejowego²⁵. Uczniowie raczej nie zauważyli wprost efektów działania siły Coriolisa, ale łatwiej im było oszacować rząd wielkości prędkości z jaką poruszał się krążek. Kolejnym krokiem było przytoczenie różnych przykładów opartych na precyzyjnych pomiarach i obliczeniach. Dobrym źródłem okazała się praca Garryego Robinsona i Iana Robinsona²⁶, która zawiera wiele egzemplifikacji, głównie ze świata sportu. Wzbogaceni o nowe informacje uczniowie powtórnie przystąpili do udzielenia odpowiedzi na Pytanie C01. Tym razem udzielone odpowiedzi były bardziej zbieżne. Jednakże w większości, nadal odległe od poprawnej (*Ilustracja 38*).

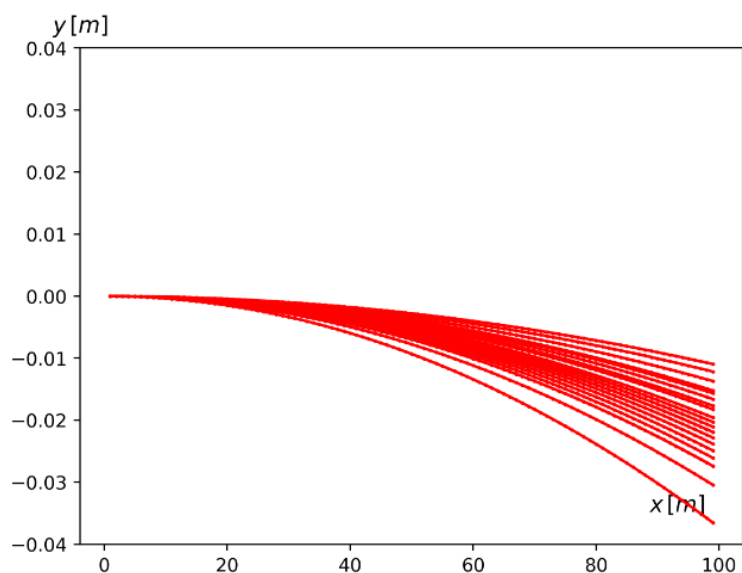
²⁵ <https://www.youtube.com/watch?v=o7d9Z8MCc7k>

²⁶ ROBINSON Garry, ROBINSON Ian (2017). Are inertial forces ever of significance in cricket, golf and other sports? *PhysicaScripta*, 92(4), 043001.



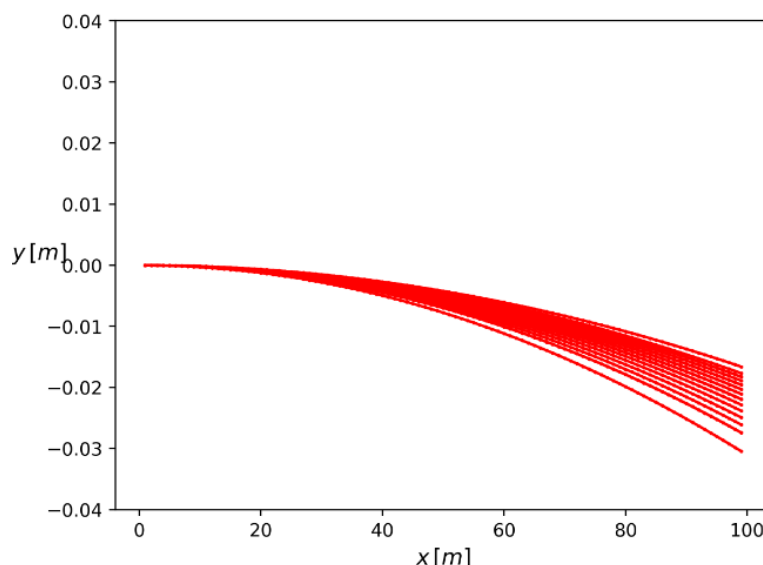
Ilustracja 38: Graficzne przedstawienie serii odpowiedzi uczniów na zadane po raz drugi Pytanie C01.

Następnie uczniowie zostali poproszeni o przedyskutowanie problemu w parach, po czym po raz trzeci użyli aplikacji EduPython. Wystąpił pewien progres (*Ilustracja 39*), jednakże nauczyciel uznał, że warto kontynuować proces analizy problemu.



Ilustracja 39: Graficzne przedstawienie serii odpowiedzi uczniów na zadane po raz trzeci Pytanie C01.

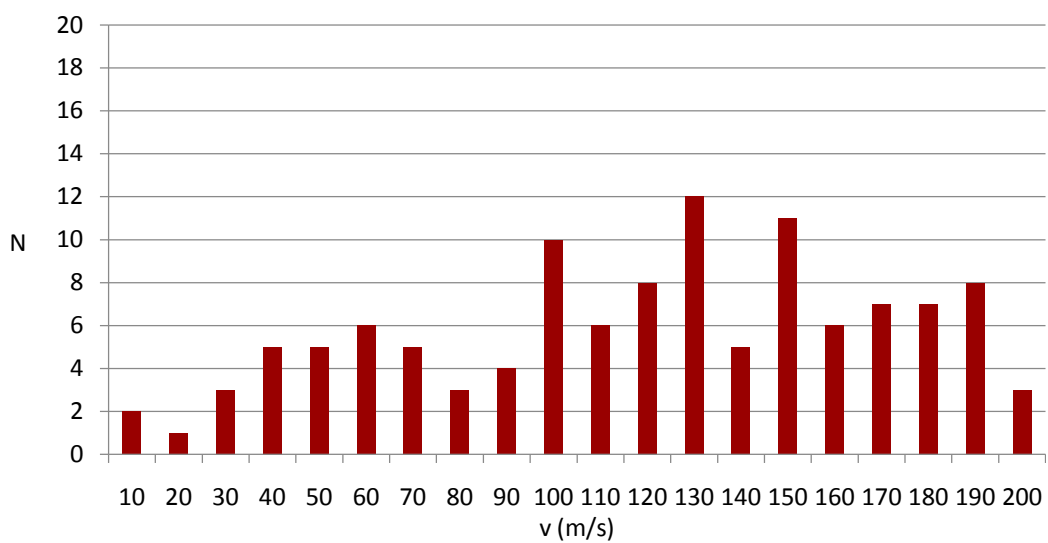
Przed czwartą serią odpowiedzi uczniowie ponownie zostali sprowokowani do dyskusji, jednakże w liczniejszych grupach. Ogólnie rzecz biorąc, trudno jest przewidzieć to, ile razy podczas lekcji powinno się zadać dane pytanie. Decyduje o tym nauczyciel. W tym przykładzie, wyniki czwartego podejścia (*Ilustracja 40*) pozwoliły przyjąć, że uczniowie osiągnęli wymagany poziom i nie było potrzeby użycia aplikacji EduPython po raz piąty.



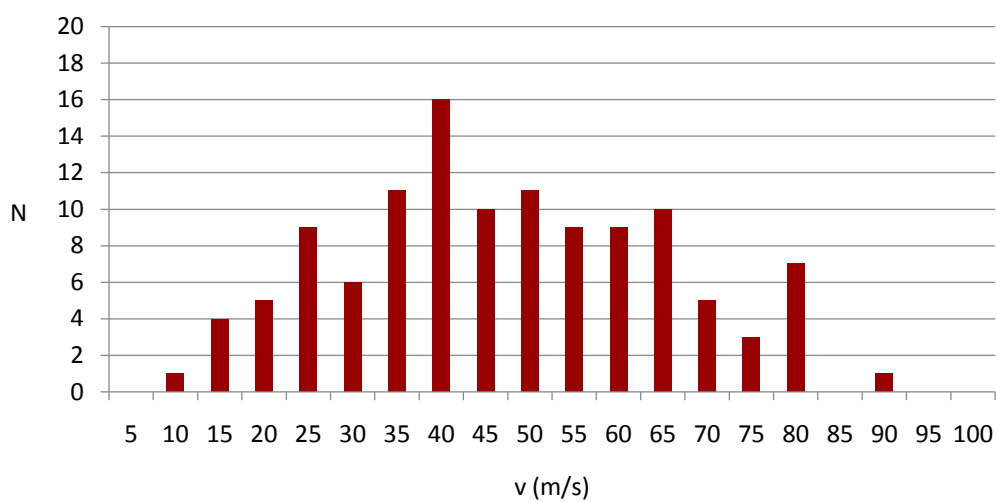
Ilustracja 40: Graficzne przedstawienie czwartej serii odpowiedzi uczniów na Pytanie 01 zadane po raz czwarty.

Powyżej zostały przedstawione odpowiedzi uzyskane podczas lekcji jednej grupy (23 uczniów). Otrzymane wykresy są czytelne i łatwe do interpretacji. W takiej postaci nauczyciel widzi je podczas lekcji. Wynikające z nich informacje nie są bardzo dokładne. Jednakże w zupełności wystarczające w kontekście realizowanej lekcji.

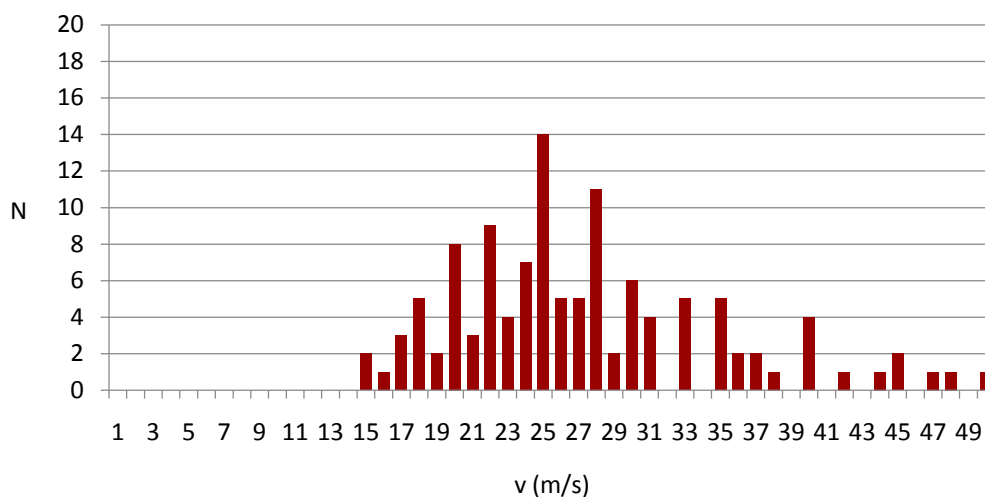
W celu uzyskania dokładniejszej statystyki zostały zarchiwizowane odpowiedzi 5 grup (117 uczniów). Zostały one przedstawione w postaci histogramów. (*Ilustracje 39 – 42*) pokazują bezpośrednie odpowiedzi, tzn. wartości prędkości które były określane i wysyłane przez uczniów. Ze względu na różnorodność odpowiedzi, przy tworzeniu wykresów dla pierwszych dwóch serii zostały utworzone przedziały liczbowe. Histogramy pokazują ich liczebność. Odpowiedzi pierwszej serii były z zakresu 10 – 200 m/s. Tu szerokość przedziału wynosi 10 m/s. W przypadku drugiej serii wartości prędkości były zawarte w węższym zakresie 10 – 88 m/s. To pozwoliło zmniejszenie wspomnianego przedziału do 5 m/s.



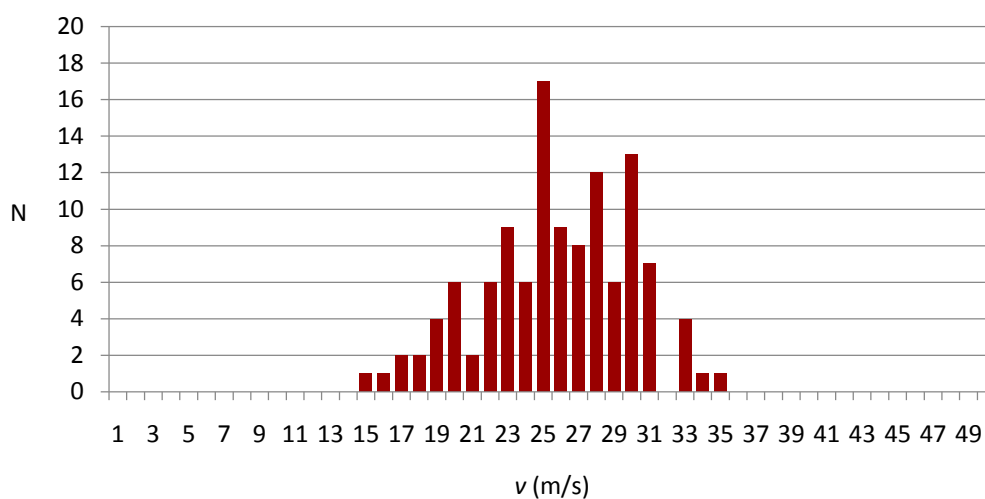
Ilustracja 41: Rozkład pierwszej serii odpowiedzi 117 uczniów.
 Wartość średnia $v_{\text{sr}} \approx 117 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, odchylenie standardowe $\sigma \approx 49 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



Ilustracja 42: Rozkład drugiej serii odpowiedzi 117 uczniów.
 Wartość średnia $v_{\text{sr}} \approx 46 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, odchylenie standardowe $\sigma \approx 18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

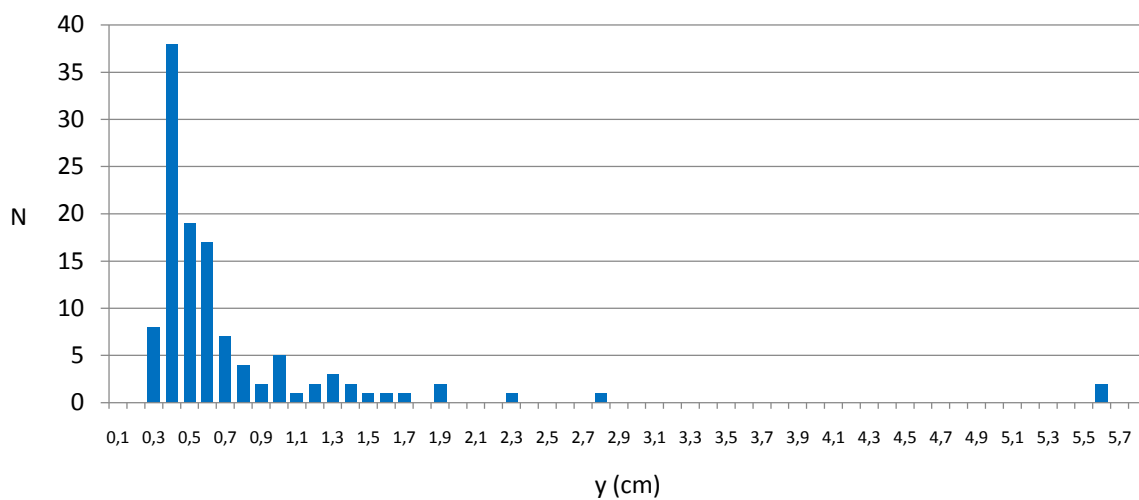


Ilustracja 43: Rozkład drugiej serii odpowiedzi 117 uczniów.
Wartość średnia $v_{\text{śr}} \approx 27 \frac{m}{s}$, odchylenie standardowe $\sigma \approx 7 \frac{m}{s}$.



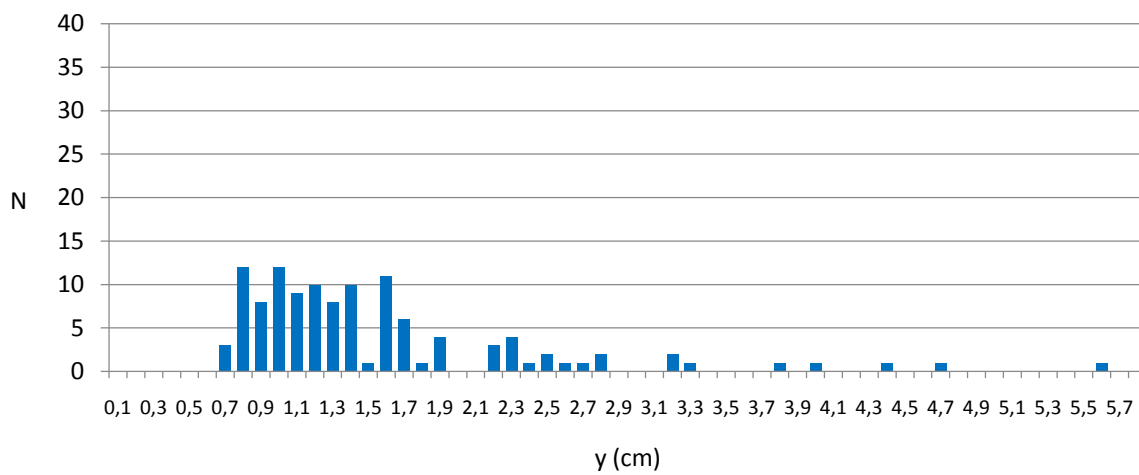
Ilustracja 44 : Rozkład drugiej serii odpowiedzi 117 uczniów.
Wartość średnia $v_{\text{śr}} \approx 26 \frac{m}{s}$, odchylenie standardowe $\sigma \approx 4 \frac{m}{s}$.

Powyższe histogramy reprezentują bezpośrednie odpowiedzi uczniów, czyli podawane przez nich wartości prędkości. Natomiast histogramy umieszczone poniżej (Ilustracja 45-48) pokazują wartości odchylenia od toru, które są wynikiem obliczeń przeprowadzonych przez program EduPython.

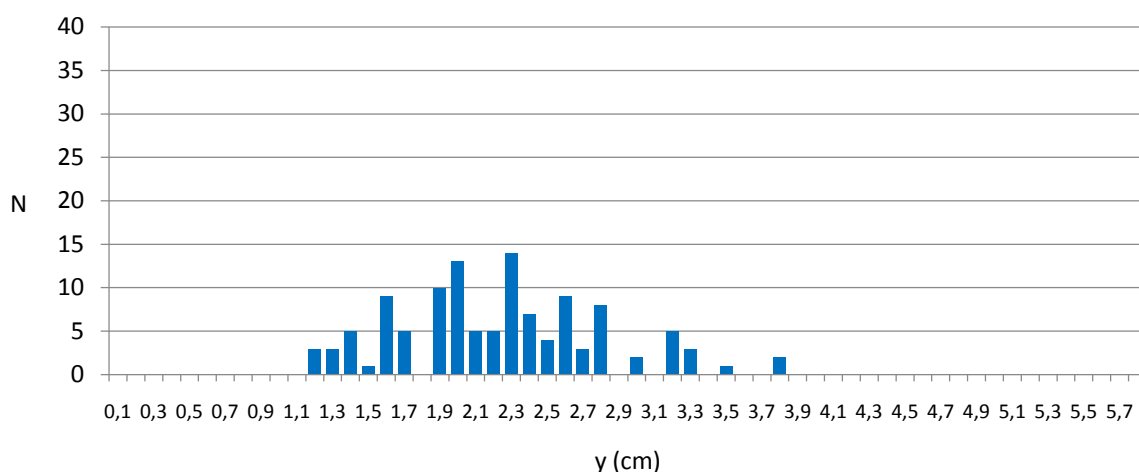


Ilustracja 45: Rozkład pierwszej serii odpowiedzi na Pytanie C01 udzielonych przez 117 uczniów.

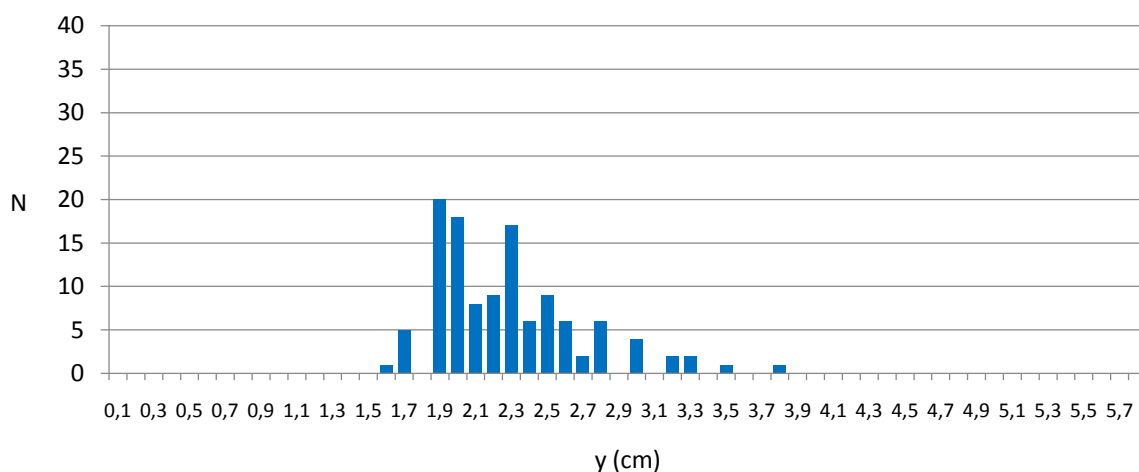
Są to wartości odchylenia od toru, obliczone przez aplikację EduPython.
 Średnia wartość wynosi $y_{\text{sr}} \approx 0,7 \text{ cm}$, odchylenie standardowe $\sigma \approx 0,8 \text{ cm}$.



Ilustracja 46: Rozkład drugiej serii odpowiedzi. $y_{\text{sr}} \approx 1,5 \text{ cm}$, $\sigma \approx 0,9 \text{ cm}$.



Ilustracja 47: Rozkład trzeciej serii odpowiedzi. $y_{\text{sr}} \approx 2,2 \text{ cm}$, $\sigma \approx 0,6 \text{ cm}$.



Ilustracja 48: Rozkład czwartej serii odpowiedzi. $y_{\text{sr}} \approx 2,2 \text{ cm}$, $\sigma \approx 0,4 \text{ cm}$.

Można dostrzec wyraźny progres po każdym kolejnym etapie lekcji. Etapie, którego podsumowaniem jest odpowiedź wszystkich uczniów na główne pytanie lekcji. Porównanie wartości średnich oraz odchyłeń standardowych dla kolejnych serii pokazuje tempo zbliżania odpowiedzi uczniów do wartości oczekiwanej. Wartość średnia uzyskana w trzeciej serii była bliższa wzorcowej niż w serii czwartej. Jednakże charakteryzowała się wyraźnie większym

odchyleniem standardowym. Tak więc, wyniki otrzymane w czwartym podejściu były lepszej jakości niż w trzecim.

Warto jeszcze zwrócić uwagę na kilka szczegółów. Gdy uczniowie odpowiadali po raz pierwszy, bardzo wielu z nich uważało, że aby zaobserwować działanie siły Coriolisa, prędkość ciała musi być bardzo duża. Było wiele odpowiedzi powyżej 100 m/s (najwyższa wartość 200 m/s), co w porównaniu do wartości wzorcowej (w przybliżeniu równej 29 m/s) jest bardzo dużą rozbieżnością. To oznacza, że na tym etapie lekcji uczniowie nie rozumieli w wystarczającym stopniu istoty omawianego problemu. Po wskazówkach i dygresjach nauczyciela przy drugim podejściu tak duże wartości prędkości nie były przez uczniów podawane. Analizując histogramy można zaobserwować, że uczniowie bardzo często wybierali wartości będące wielokrotnością liczby 10. Dla przykładu, przy pierwszej próbie odpowiedzi, taka liczba pojawiła się aż 56 razy. Warto dodać, że dużym zaskoczeniem dla uczniów było odkrycie przez nich, że odchylenie od toru nie jest wprost proporcjonalne, tylko odwrotnie proporcjonalne do prędkości.

W przykładzie przedstawionym powyżej badany był związek siły Coriolisa z prędkością ciała dla ustalonej szerokości geograficznej. Można sytuację odwrócić i badać wpływ szerokości geograficznej, przy ustalonej prędkości. Nawet rozróżniając północną półkulę ziemską od południowej. Jest także możliwość ustalenia długości toru.

b) Temat: Satelita geostacjonarny

Jednym z przykładów doświadczeń, których z oczywistych względów nie można przeprowadzić w budynku szkolnym jest badanie ruchu satelity. W szczególności badanie zależności okresu obiegu satelity od promienia jego orbity. Tu szczegółowo opisany jest przypadek satelity geostacjonarnego. Można także, zamiast rozpatrywania promienia orbity r wybrać odległość od powierzchni Ziemi h . Wszystkie te wielkości są na stosunkowo niewysokim poziomie abstrakcji. Tak dobranym, aby każdy uczeń umiał sobie je wyobrazić. To daje uczniowi poczucie rzeczywistości badanego zjawiska i wiarygodności otrzymywanych wyników.

Zgodnie z założeniem uczeń, na podstawie wcześniejszych lekcji, zna pojęcie satelity. To samo dotyczy pierwszej prędkości kosmicznej. Następnie zostaje podane czym

jest satelita geostacjonarny, ze szczególnym zwróceniem uwagi na jego okres ruchu. W tym miejscu zostaje zadane zasadnicze pytanie:

Pytanie S02. Na jakiej wysokości h (licząc od powierzchni Ziemi) krążą satelity geostacjonarne?

Aplikacja EduPython zbiera dane wysłane przez uczniów, a następnie przelicza je zgodnie ze wzorem:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2(h + R_z)^3}{GM_z}}$$

gdzie:

T - okres obiegu,

h - wysokość na jakiej znajduje się satelita geostacjonarny,

R_z - promień Ziemi ($R_z \approx 6,38 \cdot 10^6$ m),

G - stała grawitacji ($G \approx 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$),

M_z - masa Ziemi ($M_z \approx 5,97 \cdot 10^{24}$ kg).

Na podstawie tych danych oblicza wartość średnią oraz odchylenie standardowe. Następnie wyniki wyświetlane są na ekranie. Uczniowie wiedzą, że wzorcowy wynik to 24 godziny i dlatego od razu orientują się jak bardzo ich odpowiedź i indywidualna i zbiorcza odbiega od oczekiwanej. To jak bardzo mylili się poszczególni uczniowie staje się dla nich pretekstem do weryfikacji albo obrony swojej odpowiedzi.

Po pierwszej próbie, wyniki z reguły nie są satysfakcjonujące. Doświadczenie pokazuje, że najczęściej uczniowie zaniżają podawaną wartość. Nauczyciel powinien być na to przygotowany i za pomocą różnych technik i sposobów prowokować uczniów do szukania prawidłowej odpowiedzi. Przykładem może być podawanie pewnych wskazówek. Chociażby przypomnienie czym jest pierwsza prędkość kosmiczna. Nauczyciel

może zasugerować obliczenie czasu okrążenia kuli ziemskiej, wzdłuż równika, przy jej powierzchni przez hipotetycznego satelitę. Da to uczniowi ograniczenie zakresu odpowiedzi „od dołu”. Natomiast przykład ruchu naturalnego satelity jakim jest Księżyc może pomóc uczniowi ustalić górny zakres odpowiedzi. Otrzymane „widelki” powinno okazać się pomocne uczniowi i pozwolić mu przybliżyć się w swej odpowiedzi do wartości prawidłowej. Oczywiście podpowiedzi, sugestie, dodatkowe pytania muszą być tak wyważone, żeby tylko naprowadzić ucznia, a nie wyręczyć go w poszukiwaniu prawidłowej odpowiedzi. Jeszcze jedną ważną kwestią, bazującą na doświadczeniu nauczyciela jest to, żeby uczeń został sprowokowany do kreatywnego myślenia, a nie losowego zgadywania.

Jak pokazały lekcje zrealizowane tą metodą zdecydowana większość uczniów (nierzadko wszyscy) uzyskują prawidłowy wynik (z pewną granicą tolerancji) najpóźniej w czwartej próbie odpowiedzi. Jednakże to osiągnięcie nie powinno kończyć lekcji czy też być głównym jej celem. Powinno stać się punktem wyjścia do próby opisu ilościowego i otrzymania w końcowym rezultacie odpowiednich zależności (wzorów).

Jeżeli ramy czasowe lekcji na to pozwolą, można drugi raz zastosować aplikację EduPython. Na przykład w celu poszukiwania zależności pomiędzy prędkością satelity, a promieniem jego orbity. Kolejne pytanie brzmi:

Pytanie S03. Z jaką prędkością liniową porusza się satelita geostacjonarny?

Wzór na podstawie którego EduPython oblicza wartość prędkości, stanowiącą odpowiedź na powyższe pytanie ma następującą postać:

$$v = \sqrt{\frac{2GM_Z}{h + R_Z}}$$

Tym razem otrzymanie poprawnej odpowiedzi, którą w przybliżeniu można uznać za wystarczająco poprawną, odbywa się dużo szybciej. Uczniowie pamiętają swojej sposoby rozumowania oraz padające przy pierwszym pytaniu argumenty i wskazówki. Użycie

programu EduPython dwukrotnie na jednych zajęciach nie tylko poszerza zakres omawianych zagadnień, ale również powoduje dodatkowe utrwalenie zdobytej wiedzy.

Jak się okazuje, zastosowanie aplikacji EduPython w pierwszej części lekcji znacznie ułatwia nauczycielowi jej kontynuację. Nawet ci uczniowie, którzy odpowiadali na początku błędnie znacznie łatwiej wdrażają się w nowe zagadnienia. To, że ktoś źle odpowiedział na zadane pytanie nie znaczy, że nie został sprowokowany do myślenia, czy ogólniej rzecz ujmując uczenia się.

Problem ruchu satelity można rozwinąć na wiele innych wątków. Na przykład innych niż geostacjonarne, bądź satelitów niezwiązanych z Ziemią.

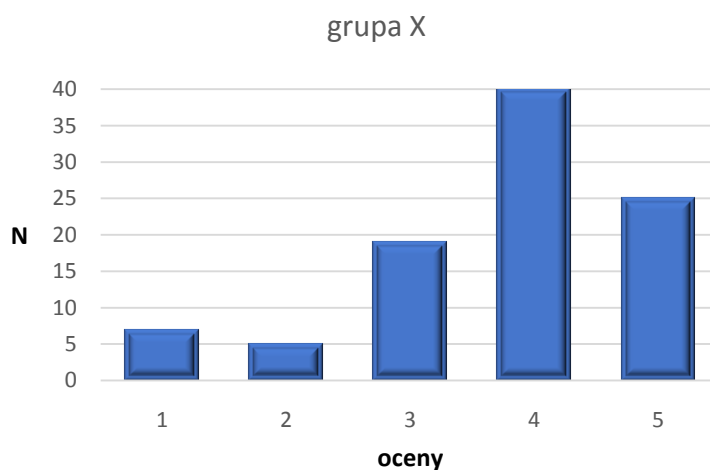
6. Badanie skuteczności aplikacji EduPython

Wyraźne zainteresowanie aplikacją EduPython zainspirowało korzystających z niej nauczycieli do zmierzenia jej skuteczności. Badanie polegało na przeprowadzeniu testu, z którego otrzymane oceny posłużyły porównaniom i innym analizom. Metodyka przeprowadzenia pomiaru wzorowana była na tej wykorzystanej w badaniach przedstawionych w Rozdziale I.

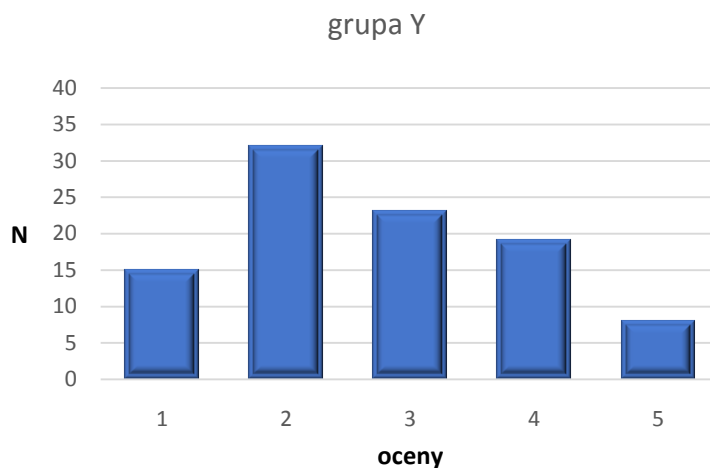
Do testu przystąpiło 193 uczniów z ośmiu klas pierwszych z dwóch różnych szkół średnich (liceum oraz technikum). Zostały wyodrębnione i oznaczone dwie grupy: X (96 uczniów) oraz Y (97 uczniów). Pierwsza z nich X regularnie korzystała na zajęciach z aplikacji EduPython, druga Y nie miała tej możliwości. W skład obu grup wchodziły po dwie klasy liceum i dwie technikum. Średni poziom wiedzy, oszacowany na podstawie ocen semestralnych z fizyki, dla wszystkich klas był porównywalny. Wybór przynależności danej klasy do którejś z grup X lub Y był losowy. Liczba godzin lekcyjnych przeznaczonych na realizację tematu była dla każdej klasy taka sama. Dotyczy to również czasu przeznaczanego na powtórzenie i utrwalenie materiału. Lekcje prowadzone były na podstawie tych samych prezentacji multimedialnych i innych użytych narzędzi dydaktycznych. Dla uzyskania jak największej wiarygodności badań uczniowie przystąpili do testu w tym samym dniu.

Zakres materiału obejmował pięć jednostek lekcyjnych i zawierał się w temacie: Ruch ciał w polu grawitacyjnym, z wyszczególnieniem następujących zagadnień: Prawa Keplera, Pierwsza i druga prędkość kosmiczna, Ruch satelitów, Siła Coriolisa.

Zbiorcze wyniki testów zostały przedstawione na wykresach (Ilustracja 49-50).



Ilustracja 49 : Zestawienie ocen z testu „Ruch ciał w polu grawitacyjnym” otrzymanych przez uczniów grupy X. Ocena średnia $\approx 3,74$



Ilustracja 50 : Zestawienie ocen z testu „Ruch ciał w polu grawitacyjnym” otrzymanych przez uczniów grupy Y. Ocena średnia $\approx 2,72$

Liczby znajdujące się na osi poziomej odpowiadają ocenom powszechnie stosowanym w polskim systemie edukacji (1 – niedostateczny, ... ,5 – bardzo dobry).

Opierając się na danych przedstawionych na powyższych wykresach można wysunąć stwierdzenie, że aplikacja EduPython wyraźnie zwiększa skuteczność zajęć.

Fakt, iż aplikacja EduPython jest używana od niedawna ograniczył obszar, który mógł zostać poddany badaniom. Tym niemniej, liczba uczniów, których objął pomiar (193) oraz przyjęta metodyka prowadzenia badań pozwala uznać otrzymane wyniki za rzetelne.

7. Rozwój aplikacji EduPython

Wnioski płynące z obserwacji zajęć, opinie uczniów oraz wyniki badań pozwalają aplikacji EduPython wystawić wysoką ocenę. Program ten nie tylko jest ceniony przez nauczyciela, ale również odbiór ze strony ucznia jest bardzo pozytywny. To znaczy, że zastosowanie tej aplikacji jest skuteczne i atrakcyjne dla obu stron. Wyrażna jest także potrzeba rozwijania tego oprogramowania. Ma ono głównie polegać na poszerzeniu spektrum tematyki. Jednakże nie można wykluczyć wprowadzania zmian i ulepszeń w innych aspektach.

Łatwy dostęp i prostota użycia EduPython pozwala przypuszczać, że będzie rosła jego popularność wśród nauczycieli, co w konsekwencji przyczyni się do dalszego rozwoju tej aplikacji.

Podsumowanie

Potencjał jaki wnoszą do edukacji metody komputerowe jest bardzo duży. Praktycznie nie ma żadnych ograniczeń w wyborze tematu zajęć, na których mogłyby zostać użyte. Nauczyciel planujący lekcję nie musi zastanawiać się, czy może je wykorzystać, tylko jak zrobić to najskuteczniej.

Przedstawione w tej pracy narzędzia edukacyjne, czyli interaktywny system odpowiedzi, metody obliczeniowe oraz aplikacja EduPython, łączą ze sobą kilka aspektów, które z edukacyjnego punktu widzenia, są niezwykle istotne. Pozwalają na wzrost poziomu indywidualizacji procesu nauczania. Nadają lekcji charakter interaktywny, gdyż predestynują powstawanie natychmiastowej informacji zwrotnej. Przyczyniają się do zwiększenia atrakcyjności lekcji, przez co sprzyjają budowaniu pozytywnego stosunku uczniów do fizyki. Jeszcze ważniejszym jest to, że można w bardzo naturalny i płynny sposób połączyć je z eksperymentem. Jego zaplanowanie, przeprowadzenie i przede wszystkim analiza może bezkolizyjnie współgrać z przedstawionymi metodami komputerowymi. Jak pokazane zostało na przykładach, nie tylko współgrać, ale także uzupełniać.

Możliwości jakie dają nam komputery nie ograniczają się do przeprowadzenia określonych obliczeń i otrzymania wyników. Pozwalają także na ich graficzne przedstawienie. To znacznie podnosi znaczenie metod komputerowych w nowoczesnej metodologii. Tym bardziej, że istnieje wiele opcji komputerowej wizualizacji wyników obliczeń. Od mało skomplikowanych histogramów do zaawansowanych symulacji. W dodatku, można tworzyć je na bieżąco, podczas lekcji. Tak więc, mogą stać się głównym składnikiem informacji zwrotnej.

Znaczenie metod komputerowych we współczesnej fizyce dorównało znaczeniu jakie przypisuje się fizyce eksperymentalnej i teoretycznej. Fakt ten, w naturalny sposób, musiał znaleźć swoje przełożenie w nauczaniu fizyki. Powinni o tym pamiętać nie tylko nauczyciele, ale również osoby odpowiedzialne za kształtowanie całego systemu oświaty. Nie zawsze przychodzi w sukurs wsparcie z zewnątrz, jak na przykład projekt „Od Algorytmu do Zawodowca”. Dlatego należy oczekiwać zmian, które zwiększą znaczenie metod komputerowych, w szczególności numerycznych, w edukacji na poziomie szkoły średniej, a może nawet podstawowej.

Wykorzystanie metod komputerowych w nauczaniu fizyki stanowi istotę tej pracy. Jednakże, w sztuce nauczania i uczenia się nie należy przypisywać im roli pierwszoplanowej. Choć dają ogrom możliwości i posiadają wiele zalet, zawsze główna rola powinna zostać przydzielona uczniom i nauczycielowi.

Bibliografia

- ¹ <http://www.dictionary.com/browse/interactive?s=t>
- ² VACLAVIKOWA Zuzana, 7th International Conference on Research in Didactics of the Sciences DidSci – Kraków June 29th – July 1st, 2016 ISBN 978-83-8084-037-9
- ³ CROUCH, Catherine H.; MAZUR, Eric. Peer instruction: Ten years of experience and results. *American Journal of Physics*, 2001, 69.9: 970-977.
- ⁴ CUE, Nelson. A universal learning tool for classrooms. In: *Proceedings of the First Quality in Teaching and Learning Conference*. China: Hong Kong International Trade and Exhibition Center (HITEC), 1998. p. 10-12.
- ⁵ ELLIOTT, Caroline. Using a personal response system in economics teaching. *International Review of Economics Education*, 2003, 1.1: 80-86.
- ⁶ PACHULSKA Katarzyna, KIMLA Damian, BINEK Sławomir, System PRS jako narzędzie dydaktyczne, „Fizyka w Szkole” 2008, nr 6, s. 38-40
- ⁷ JAROSZ Jerzy, PAWLIK Janina, SZCZYGIELSKA Aneta. Kształtowanie kompetencji kluczowych w nauczaniu fizyki, Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego, Katowice 2008
- ⁸ MAZUR, Eric; HILBORN, Robert C. Peer Instruction: A User's Manual. *Physics Today*, 1997, 50.4: 65.
- ⁹ BEATTY, Ian D.; GERACE, William J.; DUFRESNE, Robert J. Designing effective questions for classroom response system teaching. *arXiv preprint physics/0508114*, 2005.
- ¹⁰ BINEK, Sławomir; KIMLA, Damian; JAROSZ, Jerzy. The influence of the application of personal response systems on the effects of teaching and learning physics at the high school level. *Physics Education*, 2016, 52.1: 015020.
- ¹¹ MUNTEAN, Cristina Ioana. Raising engagement in e-learning through gamification. In: *Proc. 6th International Conference on Virtual Learning ICVL*. sn, 2011.
- ¹² https://pl.wikipedia.org/wiki/Metoda_numeryczna
- ¹³ <http://library.lanl.gov/cgi-bin/getfile?00326866.pdf>
- ¹⁴ METROPOLIS, Nicholas, et al. Equation of state calculations by fast computing machines. *The journal of chemical physics*, 1953, 21.6: 1087-1092.
- ¹⁵ http://home.agh.edu.pl/~pernach/wyklady/index.php?action=wyklad10_2

- ¹⁶ <http://icse.us.edu.pl/>
- ¹⁷ ASAI, Takeshi, et al. Aerodynamics of a new volleyball. *Procedia Engineering*, 2010, 2.2: 2493-2498.
- ¹⁸ JALILIAN, Pouya, et al. Computational aerodynamics of baseball, soccer ball and volleyball. *American Journal of Sports Science*, 2014, 2.5: 115-121.
- ¹⁹ https://pl.wikipedia.org/wiki/G%C4%99sto%C5%9B%C4%87_powietrza
- ²⁰ CROSS, Rod; LINDSEY, Crawford. Measurements of drag and lift on tennis balls in flight. *Sports Engineering*, 2014, 17.2: 89-96.
- ²¹ NAGURKA, Mark. Aerodynamic effects in a dropped ping-pong ball experiment. *International Journal of Engineering Education*, 2003, 19.4: 623-630.
- ²² ERNST, K., KOŁODZIEJCZYK J.: „Fizyka ping-ponga”, Materiały XXXVI Zjazdu Fizyków Polskich, Toruń, 2001.
- ²³ KUTNER, Ryszard; GALANT, Adam. Symulacje numeryczne w nauczaniu fizyki ogólnej- laboratorium numeryczne w szkole.
- ²⁴ BINEK, Sławomir; KIMLA, Damian; JAROSZ, Jerzy; STYC, Krzysztof. Using computer simulation to aid the interactive learning of physics in secondary education. *Physics Education*, 2018, 53 055006.
- ²⁵ <https://www.youtube.com/watch?v=o7d9Z8MCc7k>
- ²⁶ ROBINSON Garry, ROBINSON Ian (2017). Are inertial forces ever of significance in cricket, golf and other sports? *PhysicaScripta*, 92(4), 043001.