



You have downloaded a document from
RE-BUŚ
repository of the University of Silesia in Katowice

Title: Skuteczność nauczania początkowego matematyki w Polsce i w Japonii - analiza porównawcza

Author: Marta Mączka

Citation style: Mączka Marta. (2016). Skuteczność nauczania początkowego matematyki w Polsce i w Japonii - analiza porównawcza. Praca doktorska. Katowice : Uniwersytet Śląski

© Korzystanie z tego materiału jest możliwe zgodnie z właściwymi przepisami o dozwolonym użytku lub o innych wyjątkach przewidzianych w przepisach prawa, a korzystanie w szerszym zakresie wymaga uzyskania zgody uprawnionego.



UNIWERSYTET ŚLĄSKI
W KATOWICACH



Biblioteka
Uniwersytetu Śląskiego



Ministerstwo Nauki
i Szkolnictwa Wyższego

UNIWERSYTET ŚLĄSKI
W KATOWICACH
WYDZIAŁ PEDAGOGIKI I PSYCHOLOGII

mgr Marta Mączka

**SKUTECZNOŚĆ NAUCZANIA POCZĄTKOWEGO MATEMATYKI W POLSCE
I W JAPONII- ANALIZA PORÓWNAWCZA**

Rozprawa doktorska przygotowana pod kierunkiem
prof. zw. dr hab. Stanisława Juszczyka

SPIS TREŚCI	1
WSTĘP	2
ROZDZIAŁ 1	
TEORETYCZNE PODSTAWY BADAŃ WŁASNYCH	
1.1. Uwarunkowania systemów edukacyjnych Polski i Japonii.....	5
1.2. Wpływ środowiska rodzinnego na proces nauczania- uczenia się matematyki.....	13
1.3. Przygotowanie dzieci do podjęcia nauki szkolnej w instytucjach edukacyjnych w Polsce i w Japonii.....	24
1.4. System szkolny w Polsce i w Japonii- analiza porównawcza.....	31
1.5. Nauczanie początkowe matematyki jako proces dydaktyczny.....	48
ROZDZIAŁ 2	
ZAŁOŻENIA METODOLOGICZNE BADAŃ WŁASNYCH	
2.1. Charakterystyka planowanych badań, ich przedmiot i cele.....	126
2.2. Problematyka badań.....	127
2.3. Zmienne i ich wskaźniki.....	130
2.4. Metody i techniki badań.....	134
2.5. Charakterystyka terenu i grupy badawczej.....	135
2.6. Organizacja i przebieg badań.....	139
ROZDZIAŁ 3	
SKUTECZNOŚĆ NAUCZANIA POCZĄTKOWEGO MATEMATYKI W POLSCE I W JAPONII- ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ	
3.1. Charakterystyka wyników TIMSS 2011.....	141
3.2. Charakterystyka procesu nauczania- uczenia się matematyki w Polsce i w Japonii.....	147
3.3. Analiza wyników badań dotyczących pracy i postaw nauczycieli.....	213
3.4. Charakterystyka rozwoju i motywacji badanych uczniów.....	223
Podsumowanie i wnioski końcowe	245
Bibliografia	250
Spis tabel	261
Spis fotografii	264
Spis wykresów	266

WSTĘP

Edukacja matematyczna to jedna z najważniejszych gałęzi nauki, z którą zapoznają się uczniowie klas początkowych. Młodszy wiek szkolny to okres intensywnego rozwoju umysłowego, kształtowania się pojęć matematycznych, a także postaw wobec nauki szkolnej. Pierwsze doświadczenia matematyczne dziecka dają fundament pod całą dalszą edukację w tym zakresie, dlatego nie do przecenienia jest rola procesu nauczania- uczenia się matematyki w pierwszych latach nauki w szkole. Istotne są tutaj zarówno treści nauczania, metody i formy, stosowane media dydaktyczne, a nawet wykształcenie i opinie nauczycieli. Wszystkie wymienione czynniki różnią się między sobą w zależności od kraju, w którym funkcjonuje system oświaty. Zróżnicowany jest również poziom wiedzy i umiejętności uczniów kończących pierwszy etap edukacyjny. Może on być mierzony za pomocą międzynarodowych testów osiągnięć szkolnych. Zestawienie ze sobą tych dwóch faktów dało początek pytaniu, w jaki sposób rozmaite czynniki wpływają na skuteczność nauczania matematyki. Zdecydowano się na przeprowadzenie badań w dwóch krajach, które są do siebie podobne pod względem organizacji systemu szkolnego, ale różnią się pod względem wyników uzyskanych w TIMSS 2011. Wybór padł na Polskę i Japonię, jako kraj znajdujący się w czołówce rankingu i jednocześnie dający organizacyjne szanse na zrealizowanie badań.

Zbadano proces nauczania- uczenia się matematyki w klasach początkowych w Polsce i w Japonii pod względem wybranych czynników, a następnie wykonano analizę porównawczą mającą na celu wyodrębnić tych, które istotnie wpływają na skuteczność nauczania. W badaniach udział wzięli polscy i japońscy uczniowie oraz polscy i japońscy nauczyciele. Przeprowadzono je w dwóch publicznych szkołach podstawowych w Japonii oraz analogicznie w dwóch publicznych szkołach podstawowych w Polsce. Pomocniczo do badań włączono także szkoły niepubliczne z obu krajów. W każdej szkole przeprowadzono obserwacje lekcji matematyki, wywiady i wywiady pisemne z nauczycielami, wywiady z dyrektorami szkół, ankiety badające motywację do uczenia się matematyki uczniów klas I - III, a także badanie dojrzałości do uczenia się matematyki. Poza tym przeprowadzono analizę dokumentów oświatowych oraz podręczników szkolnych do nauki matematyki w klasach początkowych. Dzięki temu udało się znaleźć odpowiedź na główny problem badawczy brzmiący: „Jak przebiega proces nauczania- uczenia się matematyki w Polsce i w Japonii oraz jakie czynniki determinują różnice osiągnięć w badaniach TIMSS przez polskich i japońskich uczniów”. Dzięki przeprowadzonym analizom udało się ustalić, że

proces nauczania- uczenia się matematyki w klasach I-III jest podobny pod względem wielu czynników takich jak stosowane metody i formy pracy, organizacja procesu nauczania, pełnomocność uczniów, wykorzystywanie rywalizacji, indywidualizacji i wsparcia, poziom rozwoju myślenia, poziom i rodzaj motywacji uczniów, a także przygotowanie i opinie nauczycieli na temat matematyki i jej nauczania. Największymi różnicami wpływającymi na wysoki poziom wiedzy i umiejętności uczniów w Japonii w znacznym stopniu są stosowane metody problemowe, a także (paradoksalnie) niewielka liczba zadań rozwiązywanych podczas lekcji matematyki i ich szczegółowa analiza. Dzięki takiemu sposobowi nauczania japońscy uczniowie są w stanie opanować znacznie szerszy zakres treści nauczania niż uczniowie polscy. Szczegółom dotyczącym przebiegu badań, analiz i ich wynikiom jest poświęcona niniejsza praca.

Rozdział pierwszy zawiera teoretyczne podstawy badań własnych. W oparciu o bogatą literaturę przedmiotu polsko- i anglojęzyczną omawia on uwarunkowania powstania i funkcjonowania systemów szkolnych w Polsce i w Japonii, tłumaczy wpływ środowiska rodzinnego uczniów na proces nauczania- uczenia się matematyki, przedstawia proces przygotowania dzieci do podjęcia nauki szkolnej, analizuje system szkolny w Polsce i w Japonii, a także szczegółowo omawia nauczanie początkowe matematyki jako proces dydaktyczny, skupiając się na treściach, metodach i formach pracy, mediach dydaktycznych oraz jego psychologicznych podstawach, ze szczególnym uwzględnieniem metody problemowej.

W rozdziale drugim przedstawiono założenia metodologiczne badań własnych. Dokonano charakterystyki planowanych badań, ich przedmiotu i celów, a także problematyki. Opisano także zmienne i ich wskaźniki, metody i techniki badań. Dużą uwagę poświęcono charakterystyce terenu i grupy badawczej oraz organizacji i przebiegowi badań, co było szczególnie ważne ze względu na ich międzynarodowy i porównawczy charakter.

Rozdział trzeci przedstawia wyniki badań własnych dotyczące skuteczności nauczania początkowego matematyki w Polsce i w Japonii. Mają one postać analizy porównawczej. W rozdziale tym scharakteryzowano wyniki badań TIMSS 2011, omówiono wyniki badań nad procesem nauczania- uczenia się matematyki w Polsce i w Japonii, dokonano analizy pracy i postaw nauczycieli oraz rozwoju i motywacji badanych uczniów.

Wnioski z badań są nadzwyczaj interesujące i mogą z powodzeniem posłużyć poprawie stanu nauczania początkowego matematyki w Polsce. Przyjęta jako podstawa badań

analiza porównawcza procesów nauczania w dwóch, znacznie różniących się od siebie pod względem kulturowym krajach pozwoliła dostrzec te cechy procesu nauczania, które poprzez zanurzenie w danej rzeczywistości były dla badacza oczywiste lub niezauważalne. Obok wartości teoretycznej przedstawione w niniejszej pracy wyniki badań niosą ze sobą ogromne możliwości wykorzystania ich w praktyce pedagogicznej. Pierwsze takie próby zostały już poczynione. Z przeprowadzonych badań pilotażowych wynika, że czynniki, które w Japonii pozytywnie wpływają na skuteczność nauczania matematyki mogą być z powodzeniem stosowane w klasach początkowych polskiej szkoły i także tutaj znacząco wpływają na wzrost poziomu wiedzy i umiejętności uczniów, przy jednoczesnym zachowaniu motywacji do uczenia się. Niniejsza praca nie postuluje rewolucyjnych zmian i stosowania nowoczesnych mediów dydaktycznych. Sugeruje strategie, które bez dodatkowych nakładów finansowych i organizacyjnych mogą podnieść skuteczność nauczania matematyki. Warto, aby polscy nauczyciele i władze oświatowe rozważyły przedstawione postulaty.

ROZDZIAŁ 1

TEORETYCZNE PODSTAWY BADAŃ WŁASNYCH

1.1. Uwarunkowania systemów edukacyjnych Polski i Japonii

Procesy nauczania i uczenia się są niezwykle złożonymi zjawiskami. Na ich przebieg oraz rezultaty ma wpływ ogromna ilość czynników- zarówno tych mierzalnych, jak również tych trudno uchwytnych. W związku z tym z jednej strony nie sposób badać efektywności nauczania matematyki w oderwaniu od tych czynników, z drugiej jednak strony należy mieć świadomość o bardzo szerokim kontekście tego wpływu. Uwarunkowania funkcjonowania współczesnych systemów edukacyjnych są niezwykle złożone i mają swoje korzenie w historii, religii, kulturze terenów na których działają. B. Snoch uważa, że wszystkie systemy oświatowe i szkolne są rezultatem oddziaływania określonych warunków i czynników, ale równocześnie same wywierają wpływ na przemiany tych warunków i czynników. Są to: warunki geograficzno- przyrodnicze, uwarunkowania historyczne, system wartości kulturalnych, uwarunkowania demograficzne, uwarunkowania i czynniki społeczne, uwarunkowania ekonomiczne oraz ustrój polityczny państwa.¹ Polski i japoński system kształcenia powstał w znacznym oddaleniu od siebie- zarówno pod względem geograficznym, jak i kulturowym. Dla porównania efektywności nauczania w dwóch systemach szkolnych (polskim i japońskim) należy więc choć pobieżnie poznać warunki, w jakich one powstały i funkcjonują. Obecne systemy oświatowe Polski i Japonii mają bardzo bogatą historię.

W Japonii bardzo duży wpływ na rozwój kultury, a w związku z tym i modelu wychowania miały wpływy chińskie.² Pod koniec III w. do Japonii dotarło pismo chińskie, które umożliwiło rozwój języka i literatury³. Był to czas wpływu pierwotnych wierzeń ludowych (sinto) oraz coraz większego znaczenia nauk Konfucjusza, napływających z Chin. Chociaż arystokracja zaczęła uczyć się czytania i pisania w systemie znaków chińskich, to wśród niewielu zachowanych dotąd materiałów brak wzmianek na temat matematyki. Jedynie w języku zachował się pewien historyczny materiał. Głównie na jego podstawie wnioskujemy o ówczesnym podobieństwie wschodniej i zachodniej numeracji. Oprócz tego wiadomo, że istniał system miar oraz kalendarz.⁴ Nieco później coraz większy wpływ na społeczeństwo zaczął wywierać buddyzm. Jak pisze N. Jofan w końcu VI wieku wpływ buddyzmu

¹ B. Snoch, *Pedagogika porównawcza systemów oświatowych*, Warszawa 1991, s.37-38.

² C. Totman, *Historia Japonii*, Kraków 2009.

³ J. Tubielewicz, *Historia Japonii*, Wrocław 1984.

⁴ D.E. Smith, Y. Mikami, *A History of Japanese Mathematics*, Chicago 1914.

na dworze i wśród arystokracji tak się nasilił, że wyżsi sintoistyczni kapłani i popierająca ich świecka arystokracja znaleźli się na dalszym planie.⁵ Wymienione religie i systemy filozoficzne w dużej mierze funkcjonowały (i funkcjonują nadal) obok siebie, nie wykluczając się. Dla kształcenia w średniowiecznej Japonii znaczenie miały przede wszystkim konfucjanizm i buddyzm.

W VIII w. urzędników kształcono w publicznych szkołach. Ich program wychowania oparty był na naukach Konfucjusza, nauczanie natomiast, jak pisze Ł. Kurdybacha opierało się głównie na sztukach, które obejmowały znajomość dworskiego ceremoniału, muzykę, sztukę strzelania z łuku, umiejętność kierowania wozem, pisanie i matematykę. Rozróżniano między innymi sześć rodzajów ceremoniałów, pięć rodzajów muzyki, pięć sposobów strzelania z łuku, pięć sposobów kierowania wozem, sześć rodzajów pisma i dziewięć działań matematycznych.⁶ Szkoła ta przygotowywała do trudnych egzaminów państwowych. Z uwagi na charakter pracy, do której przygotowywali się studenci znajomość matematyki była nieodzowna. Otwierano także szkoły przy klasztorach buddyjskich, gdzie nauczycielami najczęściej byli mnisi. Nieco później wyodrębniła się w sposób wyraźny klasa samurajów, w której wychowanie opiera się raczej na związkach z buddyzmem (co przypuszczalnie miało związek z koniecznością stałego kontaktu ze śmiercią) i było przede wszystkim przygotowaniem do przyszłej roli wojownika, choć (zwłaszcza w późniejszych okresach) nie pozbawionym elementów kształcenia humanistycznego.

Od XVII do połowy XIX w. dzieci rzemieślników, chłopów i kupców mogły kształcić się w szkołkach prywatnych „terakoya”, gdzie uczyły się przede wszystkim czytania, pisania i rachunków.⁷ Podstawy matematyki były więc obecne także jako element kształcenia niższych warstw społecznych. Dostęp do opisanych szkół miała znacząca większość ludności, w związku z tym poziom analfabetyzmu był bardzo niski jak na owe czasy.

Oprócz umiejętności czytania i pisania, na wysokim poziomie stały także nauki ścisłe. Świadczą o tym sangaku, czyli tabliczki wotywno wieszane w okresie Edo w świątyniach i chramach, na których umieszczano zadania matematyczne, najczęściej dotyczące zagadnień z dziedziny geometrii, głównie okręgów i sfer⁸. Sangaku zawierało zwykle jedynie problem

⁵ N. Jofan, *Dawna kultura Japonii*, Warszawa 1977, s. 62.

⁶ Red. Ł. Kurdybacha, *Historia wychowania*, Warszawa 1965.

⁷ M. Tsuda, *Edukacja w Japonii*, „Polonistyka” 7/2012 s. 11-18.

⁸ H. Fukagawa, *Sacred Mathematics: Japanese Temple Geometry*, Princeton, 2008.

i odpowiedź, co miało zachęcać do samodzielnego poszukiwania sposobu rozwiązania. Jak pisze A. Dymek cele tworzenia sangaku były dwojaki: wysiłek włożony w rozwiązanie ofiarowywano opiekuńczym duchom, a wisząca w świątyni tabliczka stawała się wyzwaniem dla innych.⁹ Takie podejście akcentuje sam proces rozwiązywania zadania, mniej ważny jest sam wynik, który zresztą bywał podawany przez autora tabliczki. Na uwagę zasługuje też fakt, że tabliczki w świątyniach umieszczali nie tylko samurajowie, najbardziej wykształcona klasa społeczna po mnichach, lecz zdarzały się także podpisane przez zwykłych ludzi, np. rolników czy kupców. Sangaku pokazują, że japońscy matematycy znali rozwiązania wielu problemów niejednokrotnie wcześniej, niż pojawiły się one w Europie i dochodzili do nich odmienną drogą niż uczeni zachodni.¹⁰ Było to bardzo ciekawe zjawisko, gdyż świadczyło o zainteresowaniu matematyką różnych warstw ludności, i to nie matematyką praktyczną, użyteczną, ale tą abstrakcyjną, która – jak sądzi T. Ogawa -w tym przypadku stanowiła czysto intelektualną rozrywkę.¹¹ Warto zwrócić uwagę, że sangaku umożliwiały każdemu odnalezienie własnej metody rozwiązania problemu, co zresztą do dziś jest obecne w nauczaniu matematyki w klasach początkowych. Opisane problemy do dziś budzą zainteresowanie japońskich nauczycieli i bywają wykorzystywane w nauczaniu (także z wykorzystaniem nowoczesnych technologii).¹²

Japońska matematyka przez wieki rozwijała się w izolacji od matematyki europejskiej. W epoce Meiji (1868 - 1912) nastąpiło nawiązanie intensywnych kontaktów Japonii ze światem zewnętrznym. Wtedy też zmodernizowano system szkolnictwa, który został zorganizowany na wzór pruski. W języku japońskim istnieją nawet dwa osobne terminy: wasan- na określenie matematyki rodzimej, japońskiej, oraz yosan- na określenie matematyki zachodniej. Kamieniem milowym dla japońskiej oświaty był rok 1872. Weszła wtedy w życie Rządowa Ustawa o Edukacji, która wprowadzała m.in. trzystopniowy podział szkolnictwa (szkoła podstawowa, średnia, uniwersytet), zobowiązała rodziców do posyłania dzieci do szkoły przez okres 3 lub 4 lat, a w 1908 r. przedłużono okres obowiązkowej nauki

⁹ A. Dymek, Japońska geometria świątynna, „Delta” 5/ 2012 r.

¹⁰ <http://www.pl.emb-japan.go.jp/kultura/documents/Biuletyny/biuletyn1210.pdf>, data dostępu 17.03.2015 r.

¹¹ T. Ogawa, A Review of the History of Japanese Mathematics, „Revue d’Histoire des Mathematiques” 7/2001, s. 145.

¹² H. Makishita, Solving Problems from Sangaku with Technology, for Good Mathematics in Education. http://atcm.mathandtech.org/ep2010/regular/3052010_18601.pdf, data dostępu: 9. 04.2014.

w całym kraju do sześciu lat.¹³ Niestety ideologia wychowania zaczęła kierować się bardzo silnie w stronę nacjonalizmu, co prowadziło także do uniformizacji i militaryzacji dzieci.¹⁴

Po zakończeniu II wojny światowej Japonia znalazła się pod okupacją USA. W 1946 r. uchwalono nową konstytucję, która miała zaprowadzić w kraju demokrację. Powstała też ustawa o szkolnictwie, która wprowadzała 9-letni obowiązek szkolny dla uczniów w wieku od 6 do 15 lat, zakładała decentralizację szkół oraz gruntowną zmianę programów nauczania, podręczników i metod. Intensywną działalność prowadziła Amerykańska Misja Edukacyjna, dzięki czemu bardzo wiele elementów japońskiego systemu szkolnego jest oparte na wzorcach amerykańskich.¹⁵ Po wojnie w edukacji upatrywano szansy na wzrost gospodarczy i poprawę życia ludności. Zadaniem szkół było przygotowanie wykształconych pracowników dla rozwijającego się prężnie przemysłu. Z tego względu bardzo dużą rolę przywiązywano do nauczania przedmiotów ścisłych, m.in. matematyki.

Kształtujący się przez wieki system edukacji w obu krajach pozostawał pod silnym wpływem czynników kulturowych. Jednocześnie przyjęte założenia edukacyjne nie pozostawały bez wpływu na postawy i przekonania ludzi. Polska i Japonia znacznie się od siebie różnią, a jedną z największych trudności w prowadzeniu badań porównawczych (które są tematem niniejszej pracy) są właśnie różnice kulturowe.

Zgodnie z koncepcją R.E. Nisbetta ludzie Wschodu i Zachodu mają odmienne sposoby myślenia i komunikowania się, co wpływa na różnice w ich uwadze i percepcji, wnioskowaniu, porządkowaniu wiedzy, a nawet podejściu do nauk przyrodniczych i matematyki.¹⁶ Zasadniczo można przyjąć (za R.E. Nisbettem), że kultura Zachodu ma swoje źródła w antycznej Grecji, zaś kultura Wschodu (kultura Chin i krajów, które znajdowały się pod jej wpływem czyli Japonii i Korei) w starożytnych Chinach. Kultury te rozwijały się w odmiennych warunkach geograficznych, politycznych, gospodarczych, historycznych. Starożytna Grecja, leżąc na styku wielu szlaków handlowych miała kontakt z różnymi kulturami, religiami i poglądami. Grecy zajmując się handlem odbywali podróże także po to, aby wziąć udział w wydarzeniach kulturalnych i sportowych oraz kontaktowali się z przedstawicielami różnych nacji. Starożytna Grecja, będąca luźnym zlepkiem państw- miast

¹³ oprac. D. Sz., Dylematy japońskiej edukacji, „Problemy Opiekuńczo-Wychowawcze” 1/1993, s. 28-31.

¹⁴ P. Varley, Kultura japońska, Kraków 2006, s. 289-290.

¹⁵ Oprac. D. Sz., tamże, s. 29.

¹⁶ R. E. Nisbett, Geografia myślenia, Sopot 2009.

sprzyjała zmianie miejsca pobytu oraz umożliwiała swobodną wymianę poglądów na różne tematy. Cechy te znajdowały swoje odbicie w ustroju politycznym większości polis- nie bez powodu uważa się Grecję za kolebkę demokracji. Zupełnie inne warunki ukształtowały sposób myślenia mieszkańców starożytnych Chin. Ludność Chin była dość jednorodna etnicznie i jako zajmująca się głównie rolnictwem nie miała możliwości podróżowania i poznawania odmiennych przekonań. Scentralizowana władza polityczna nie miała w interesie zachęcania ludzi do poznawania różnych opinii i prowadzenia sporów.¹⁷ Pomimo znaczących w niektórych okresach historycznych wpływów chińskich położenie geograficzne Japonii leżącej na znacznie oddalonym od kontynentu archipelagu wysp sprzyjało powstaniu i utrzymywaniu się specyficznej kultury.¹⁸ Polska leżąca w centrum Europy, niejednorodna etnicznie, utrzymująca rozległe kontakty z sąsiadami i targana wojnami i rozbiorami była wystawiona na różnorodne wpływy kulturowe. Wszystko to miało znaczący wpływ na rozwijające się w obu krajach systemy oświatowe.

Dużą różnicę stanowi też sposób postrzegania siebie jako jednostki i członka grupy. Ludzie Wschodu postrzegają świat całościowo, jako sieć współzależności. Uważają się oni jako jednostki za część większej całości. Cenią sukces i osiągnięcia, ponieważ przynoszą one korzyść grupom społecznym, do których należą. Ważne jest dla nich dostosowanie się do jej potrzeb, a w razie konieczności bez oporów poddają się samokrytyce. Ludzie Zachodu inaczej postrzegają siebie- jako niezależną i sprawczą całość. Uważają, że sukces jest wynikiem osobistych zasług człowieka. Szanują indywidualizm i starają się robić dobre wrażenie.¹⁹

M. Ramocka uważa, że pierwszym krokiem do zrozumienia różnic kulturowych pomiędzy Polską a Japonią jest przyjęcie religii jako czynnika różnicującego rozumienie norm moralnych. Kultura Zachodu opiera się na wierze w jednego Boga, od którego pochodzą normy moralne. Jest ona określana kulturą winy, gdzie bardzo ważnym pojęciem jest pojęcie grzechu. Inaczej jest w przypadku kultury Wschodu, która jest kulturą wstydu²⁰.

¹⁷ R. E. Nisbett, tamże, s. 22.

¹⁸ J.R. Smith, *Japanese Society: Tradition, Self and the Social order*, New York 1983, s. 9-10.

¹⁹ R. E. Nisbett, tamże, s.67-68.

²⁰ A. Kleszczewska- Albińska, R. Albiński, Wstyd i poczucie winy w teorii i badaniach, „Psychologia Jakości Życia” 1(8)/ 2009, s. 87

Nie istnieje nadrzędna jednostka oceniająca postępowanie człowieka, który jest odpowiedzialny wobec wspólnoty i obarczony obawą przed „utratą twarzy”.²¹

Z powodu różnic w pojmowaniu tak elementarnych spraw jak dobro i zło, wina, wstyd czy natura człowieka u ludzi pochodzenia azjatyckiego i europejskiego proces wychowania nie może przebiegać w sposób identyczny. J. Hendry zwraca uwagę, że dla Japończyków dziecko jest darem od bogów i w związku z tym jest z natury dobre. W tradycji chrześcijańskiej dziecko przychodzące na świat jest już obciążone grzechem pierworodnym i wychowanie ma przełamać skłonność do grzechu i jego buntowniczą naturę.²² Różnice mają istotny wpływ na wychowanie, formalną edukację szkolną, a więc i na proces początkowego nauczania matematyki.

Najbardziej charakterystyczną różnicą w podejściu do matematyki jest to, że w czasach najdawniejszych Chińczycy specjalizowali się w algebrze i arytmetyce, zaś starożytni Grecy w geometrii. Grecy uczeni rozwinęli podstawy logiki, chętnie posługując się pojęciem sprzeczności badając w sposób formalny dowody geometryczne i wyprowadzając wzory. W przeciwieństwie do nich Chińscy matematycy starali się unikać skrajności i uważali, że odarcie zjawiska z kontekstu może nieść niebezpieczeństwo jego błędnego rozumienia.²³ Chińczycy byli zdania, że można wykorzystać sprzeczności, aby lepiej zrozumieć dotyczące ich zjawisko- nie znali logiki i zasady niesprzeczności.²⁴

R.E. Nisbett zwraca uwagę na różnice w rozumowaniu ludzi Wschodu i Zachodu. Jego zdaniem mieszkańcy Zachodu częściej stosują zasady logiki formalnej, natomiast mieszkańcy Wschodu potrafią przyjąć do wiadomości nawet sprzeczne twierdzenia. Ludzie Zachodu często ignorują wpływ środowiska na zachowania obiektów i ludzi, podczas gdy ludzie Wschodu dostrzegają zjawiska jako sumę dużej ilości powiązanych ze sobą przyczyn. Mieszkańcy Azji łatwiej dostrzegają zależności między zdarzeniami niż mieszkańcy Zachodu. Również sposoby komunikowania się wykazują wiele istotnych różnic, głównie w zakresie wyrażenia stopnia niezależności i współzależności. A. Moroz uważa, że kultury wschodu

²¹ M. Ramocka, Relatywizm kulturowy w etyce życia gospodarczego. Analiza przypadku- przykład zderzenia kulturowego Polski i Japonii, „Zeszyty Naukowe Małopolskiej Szkoły Ekonomicznej w Tarnowie” 1/2010, s. 70-71.

²² J. Hendry, *Becoming Japanese: the World of the Pre-school Child*, Honolulu 1986, s. 16.

²³ R.E. Nisbett, tamże, s.35-36.

²⁴ C.B. Becker, *Reasons for the Lack of Argumentation and Debate in the Far East*, „International Journal of Intercultural Relations” 10/1986, s. 83.

eksponują podczas porozumiewania się relacje między obiektami, a ważne miejsce w wypowiedziach zajmują czasowniki, a pozostałe składniki wypowiedzi są bardzo silnie uzależnione od jej kontekstu. Ludzie Zachodu ukierunkowani są na autonomizację obiektów rzeczywistości pozajęzykowej, czego wyrazem jest skupienie się na rzeczownikach.²⁵

Ostatnią grupą czynników wpływających na funkcjonowanie szkół w Polsce i w Japonii są czynniki demograficzne i ekonomiczne. Według szacunku Głównego Urzędu Statystycznego w Polsce wydatki publiczne na oświatę i wychowanie w roku szkolnym 2012 wyniosły 61,7 mld zł (w tym 20 mld zł na funkcjonowanie szkół podstawowych), co stanowi 3,9% PKB²⁶. Pieniądze te pochodziły z budżetu państwa i jednostek samorządu terytorialnego. W Japonii w roku 2012 z budżetu państwa na edukację wydano 22 817 719 milionów jenów²⁷ (w tym 6,278,396 milionów jenów na utrzymanie szkół podstawowych) , co stanowiło 3,9% PKB. W roku 2013 w Polsce nastąpił wzrost wydatków na edukację i stanowiły one 4% PKB. Brak oficjalnych danych na temat wydatków na edukację w roku 2013 ze strony japońskiej. Kwoty przeznaczane na edukację w obu krajach są różne, ponieważ różny jest wskaźnik PKB. W związku z tym porównywane mogą być wielkości procentowe, jakie stanowią wydatki na edukację w obu krajach w stosunku do ich PKB. Procentowy udział wydatków na edukację w PKB Polski i Japonii był taki sam.

Pod koniec roku 2013 r. liczba dzieci w wieku 7-12 lat, a więc znajdujących się w przedziale wiekowym właściwym dla szkoły podstawowej wynosiła w Polsce 2,16 mln uczniów . Współczynnik skolaryzacji²⁸ w Polsce w roku szkolnym 2012/2013 wynosił 94,9% dla szkół podstawowych. W Japonii w roku 2012 do szkół podstawowych uczęszczało 6764619 uczniów (przy współczynniku skolaryzacji dla szkół podstawowych 99,95%).

²⁵A. Moroz, Składniowe wyznaczniki przynależności kulturowej, „Investigationes Linguisticae” 29,2013, s. 37-38.

²⁶ Strona Ministerstwa Edukacji, Kultury, Sportu, Nauki i Technologii w Japonii <http://www.mext.go.jp/english/statistics/index.htm>, data dostępu 22.02.2015.

²⁷ ok. 193 939 652 440 zł wg kursu walut z dnia 1.01.2010 r.

²⁸ Według definicji stosowanych przez Polki Urząd Statystyczny współczynniki skolaryzacji są miarą powszechności nauczania. Współczynnik skolaryzacji brutto jest to relacja liczby osób uczących się (stan na początku roku szkolnego) na danym poziomie kształcenia (niezależnie od wieku) do liczby ludności (stan w dniu 31 grudnia) w grupie wieku określonej jako odpowiadająca temu poziomowi nauczania.

W roku szkolnym 2012/2013 w Polsce było 13 555 szkoły podstawowe, dla porównania w Japonii w 2012 roku działało 21 460 szkół²⁹. W roku szkolnym 2013/2014 w Polsce było 11 824 szkoły podstawowe³⁰, w których uczyło się łącznie 2 045 783 uczniów. Z zestawienia liczby szkół i liczby uczniów wynika, że szkoła podstawowa w Japonii liczy przeciętnie prawie dwa razy więcej uczniów niż szkoła podstawowa w Polsce. Pomimo tego szkoły w Japonii bardzo rzadko borykają się z problemami przeładowania, mają zwykle bardzo dobrą bazę lokalową, a zjawisko zmianowości nauki szkolnej jest w zasadzie nieznanne. W Polsce na jednego nauczyciela w szkole podstawowej przypadało średnio 10 uczniów. W Japonii na nauczyciela przypada średnio 18 uczniów.³¹

W roku 2012 ludność Polski liczyła 38 milionów, a gęstość zaludnienia 125 osób na km². Populacja miejska obejmowała 61% ludności, oczekiwana długość życia wynosiła 76 lat, śmiertelność niemowląt to 6 na tysiąc żywych urodzeń. W Japonii liczba ludności wynosiła 128 milionów, gęstość zaludnienia 350 osób na km², populacja miejska wynosiła 67%, a śmiertelność niemowląt zaledwie 2 na tysiąc żywych urodzeń. O poziomie życia i wydatków na oświatę świadczyć mogą: dochód krajowy na głowę (w Polsce 12 260 dolarów amerykańskich, w Japonii 38 080) oraz wysokość publicznych wydatków na oświatę (5% PKB w Polsce, i 4% w Japonii).³²

Reasumując, na systemy oświaty w Polsce i w Japonii oddziałują rozmaite czynniki. System szkolnictwa w obu krajach ma różną genezę i historię, a jego obecny kształt jest finalnym produktem wielowiekowych przemian. Oprócz historii ogromne znaczenie mają czynniki kulturowe i społeczne, począwszy od religii, poprzez sposób myślenia i komunikowania się, pojmowania podstawowych norm moralnych czy wreszcie stosunek jednostki i grupy społecznej. Ostatnią grupą są czynniki ekonomiczne i demograficzne tj. procent skolaryzacji, liczba szkół i przypadających na nie uczniów oraz wielkość funduszy przeznaczanych na edukację w danym kraju. Badając fragment rzeczywistości szkolnej dwóch krajów należy uwzględnić te uwarunkowania, aby prowadzona analiza porównawcza była rzetelna, a jej wyniki nie zostały zaburzone przez nieuwzględnienie znaczących różnic.

²⁹ <http://www.mext.go.jp/english/statistics/index.htm>, data dostępu: 21.04.2014.

³⁰ Dane zebrane przez Centrum Informacji Oświatowej: <http://www.cie.men.gov.pl/index.php/dane-statystyczne/137.html>, data dostępu: 21.04.2014.

³¹ K. Konarzewski, TIMSS i PIRLS 2011. Osiągnięcia szkolne polskich trzecioklasistów w perspektywie międzynarodowej, Warszawa 2012.

³² <http://timssandpirls.bc.edu.>, data dostępu 14. 08. 2013.

1.2. Wpływ środowiska rodzinnego na proces nauczania- uczenia się matematyki

Dziecko uczące się matematyki pełni równocześnie wiele ról społecznych. Jest nie tylko uczniem, ale także synem czy córką. Dla dzieci w młodszym wieku szkolnym rodzina jest najistotniejszą grupą społeczną. Jednym z ważniejszych czynników wpływających na osiągnięcia szkolne uczniów jest ich środowisko rodzinne. Znaczenie mają tu zarówno tradycje, warunki materialne, postawy rodzicielskie jak i aspiracje edukacyjne

Podstawową jednostką społeczną zarówno w Polsce jak i w Japonii jest rodzina. Jeszcze do niedawna w japońskim społeczeństwie rozumienie pojęcia rodziny było bliższe znaczeniowo polskiemu pojęciu „ród” czy „klan”. Jednostkę taką określano mianem „ie”.³³ Stanowiła ona zbiór zarówno obecnych członków rodziny, ich przodków, jak również mających się dopiero narodzić potomków. Na czele rodu stał człowiek będący głową domu i odpowiadający za niego, zaś relacje pomiędzy poszczególnymi członkami miały charakter hierarchiczny. W czasie II wojny światowej oficjalnie zlikwidowano „ie” jako jednostkę prawną. Taki system uznano za relikw feudalizmu i na wzór państw zachodnich zaczęto promować rodzinę nuklearną jako podstawową komórkę społeczną.³⁴ Pomimo tego do tej pory w społeczeństwie japońskim istnieje głęboko zakorzeniony szacunek dla starszych oraz funkcjonowanie układów zhierarchizowanych, co ma odbicie także w edukacji szkolnej. Hierarchia starszych i młodszych uczniów jest ściśle uporządkowana, zaś nauczyciele i najstarsi członkowie społeczności cieszą się szacunkiem i autorytetem. Dodatkowo w tradycyjnym społeczeństwie japońskim dziecko ma szczególną rolę- stanowi swoiste przedłużenie własnego rodu, jest gwarancją jego ciągłości.

Japońskie społeczeństwo jest stosunkowo mało zróżnicowane wewnętrznie i dość jednorodne- - za klasę średnią uznaje się nawet 80-90% Japończyków, co jest zjawiskiem nietypowym na światową skalę.³⁵ W Polsce zróżnicowanie jest większe, jednak- zgodnie z wynikami Diagnozy Społecznej 2013- maleje rozwarstwienie ekonomiczne polskiego społeczeństwa.³⁶ Oznacza to, że również w Polsce coraz większy procent społeczeństwa uznaje siebie za członka klasy średniej. Ma to spore znaczenie dla edukacji- mniej nierówności społecznych oznacza mniej trudności w dostępie do usług edukacyjnych.

³³ C. Nakane, Japanese Society, Berkeley/ Los Angeles 1970, s. 10- 12.

³⁴ J. Hendry, Japończycy. Kultura i społeczeństwo, Kraków 2013, s. 45-52.

³⁵ Y. Sugimoto, An Introduction to Japanese Society, Sydney 2014, s. 39-40.

³⁶ Red. J. Czapiński, T. Panek, Diagnoza społeczna 2013. Warunki i jakość życia Polaków, Warszawa 2013, s. 5.

Teoria kapitału ludzkiego³⁷ głosi, że bezpośredni wpływ na rozwój dziecka mają czas, jaki rodzice są w stanie mu poświęcić oraz wydatki na dobra i usługi edukacyjne. Im więcej czasu rodzice spędzają wspólnie z dziećmi tym korzystniejszy wpływ na rozwój dziecka. Czas spędzony z rodzicami powoduje u dziecka wzrost poczucie bezpieczeństwa, a także stymuluje poprzez podejmowanie wspólnie różnorodnych aktywności np. aktywności werbalnej. J. Pieter uważa nawet, że przeciętnie inteligentne dziecko, które wychowuje się w doskonałych warunkach i jest otoczone odpowiednią opieką intelektualną może wykorzystać cały swój potencjał i osiągnąć bardzo wysokie wyniki w nauce. Jeśli jednak dziecko nie jest stymulowane intelektualnie, to nawet wysoka inteligencja nie zapobiegnie uzyskiwaniu wyników co najwyżej przeciętnych.³⁸

Okazuje się zatem, że rodzic może zwiększać możliwości rozwoju dziecka poświęcając mu dostatecznie dużo uwagi, zapewniając stymulację intelektualną, ale także ponosząc pewne wydatki na edukację dziecka. Oczywistym jest, że jeśli dziecko ma dostęp do książek, filmów, zabawek edukacyjnych to ma więcej okazji do rozwijania i utrwalania wiadomości i umiejętności niż dziecko, które jest ich pozbawione. Szczególne znaczenie mają obecne w domu książki, encyklopedie, płyty itp. Nie bez znaczenia jest atmosfera wychowawcza panująca w rodzinie.³⁹ Jeśli dziecko widzi na co dzień rodziców czytających książki i czasopisma, rozmawiających poprawnym językiem, stawiających pytania i poszukujących na nie odpowiedzi to najczęściej przejmuje te pozytywne wzorce zachowań.

Skuteczność nauczania początkowego matematyki może też zależeć od czynników związanych z rodziną i oddziaływujących na dziecko, zanim rozpocznie ono formalną naukę. Opisali je J. Filip i T. Rams jako:

1. Wcześnie rozwijającą się u dzieci zdolność do nadawania znaczenia prostym sytuacjom społecznym i rozumienia intencji dorosłych. Można zauważyć pewną łatwość wychwytywania prawidłowości w kontaktach między dorosłym i dzieckiem, która to zdolność przejawia się w dążeniu do określenia i porządkowania tego, co znajduje się w otoczeniu.

³⁷ G. S. Becker, *Human Capital: A Theoretical and Empirical Analysis, With Special Reference to Education*, Chicago 1964.

³⁸ J. Pieter, *Sprawa uczniów zdolnych*. *Chowanna* 1/1967, s. 15-17.

³⁹ M. Tyszkowa, *Czynniki determinujące pracę szkolną dziecka*, Warszawa 1964, s. 73.

2. Wpływ dorosłych, którzy przybliżają dzieciom proste intuicje matematyczne, ucząc je między innymi: procedury liczenia, sposobów ustalania, gdzie jest więcej, a gdzie mniej, a także wyznaczania wyniku dodawania i odejmowania. Taka edukacja zaczyna się wcześniej i towarzyszy nauce mowy, a później przeprowadzana jest równoległe do tego, czego dziecko uczy się w przedszkolu i stanowi część przygotowania dziecka do szkoły.⁴⁰

Znaczenie w tych procesach mają zwłaszcza interakcje dzieci z rodzicami, które mają ogromny wpływ na kształtowanie się sposobu myślenia u dziecka. Każdy prawidłowo rozwijający się człowiek od momentu narodzin rozwija swoje zdolności do myślenia na coraz bardziej abstrakcyjnym poziomie.

Ważnym czynnikiem są też warunki społeczno- ekonomiczne rodziny. Dzieje się tak dlatego, ponieważ- jak pisze T. Makarska- wyznaczają one bowiem jej miejsce i pozycję, styl życia i wiele innych spraw, które ułatwiają lub utrudniają egzystencję w życiu społecznym. Niepewność ekonomiczna pociąga za sobą niepewność emocjonalną.⁴¹ Dziecko, któremu nie zapewniono godnych warunków życia, jest głodne, zmęczone, wystraszone nie ma szans na osiągnięcie wysokich wyników w nauce.

Odwrotnie dzieje się, jeśli rodziców stać na zakup płatnych usług edukacyjnych, takich jak opłacenie czesnego w niepublicznej szkole, kurs językowy, dodatkowe zajęcia specjalistyczne (sportowe, artystyczne itp.) czy wreszcie korepetycje i terapie w przypadku zaburzeń rozwojowych. Oznacza to, że pomimo bezpłatnej i obowiązkowej edukacji zarówno w Polsce jak i w Japonii większe możliwości mają dzieci rodziców lepiej sytuowanych, którzy mają większą swobodę w doborze placówek edukacyjnych dla swoich dzieci, a także są w stanie zapewnić im dodatkowe zajęcia i materiały do nauki.

W Polsce rodzina ponosi wiele kosztów związanych z nauką dziecka w szkole, a także zapewniając mu dodatkowe możliwości rozwoju. Większość rodziców kupuje dziecku wyposażenie niezbędne w szkole: zeszyty, ołówki, strój gimnastyczny itp. (93,3%) oraz zapewnia dziecku miejsce do nauki (80%) dokonując zakupu odpowiednich mebli czy

⁴⁰ J. Filip, T. Rams, Dziecko w świecie matematyki, Kraków 2000, s. 112.

⁴¹ T. Makarska, Rodzina a stymulacja zdolności intelektualnych dziecka, Siedlce 1991, s. 37.

oświatlenia.⁴² W Japonii rodzice również mają obowiązek zakupu wyprawki szkolnej i wymaganego przez szkołę mundurka.

B. Kołaczek dokonała podziału gospodarstw domowych ze względu na kryterium miejsca zamieszkania, status ekonomiczny i liczbę dzieci. Okazało się, że występują pomiędzy nimi znaczne dysproporcje pod względem wydatków na edukację dzieci. Mieszkańcy wsi wydają na kształcenie dzieci znacząco mniej (prawie czterokrotnie) od mieszkańców miast liczących co najmniej 500 tysięcy mieszkańców. Prawdopodobnie przyczyną są nie tylko czynniki ekonomiczne, ale także mniejsza dostępność oferty edukacyjnej na obszarach wiejskich. Mieszkańcy miast mają większe możliwości wyboru zajęć dodatkowych dla dzieci, korzystania z korepetycji, prelekcji, zajęć muzealnych czy bibliotecznych. Również wielodzietność powoduje spadek wydatków na pojedyncze dziecko. W rodzinie wielodzietnej wydaje się średnio trzy razy mniej pieniędzy na jedno dziecko niż w rodzinie z tylko jednym potomkiem. W gospodarstwach domowych o najniższych dochodach (zaliczonych przez autorkę do I grupy kwintalowej) rodzice wydają siedem razy mniej na edukację dzieci niż gospodarstwa domowe zaliczone do uzyskujących przeciętne dochody (V grupa). Tutaj także jedną z przyczyn takiego stanu rzeczy są oczywiście czynniki materialne, jednak duże znaczenie zdaje się mieć także niższy kapitał kulturowy rodziców z gospodarstw o najniższych dochodach.⁴³ Jedną z form dodatkowego wspierania edukacji dziecka są różnorodne kursy i korepetycje. Cechują się one tym, że w przeciwieństwie do publicznej edukacji są odpłatne (często niemało), a także nie są obowiązkowe- udział w nich jest dobrowolny. Zadaniem kursów jest głównie poszerzanie wiedzy uczniów ponad program nauczania obowiązujący w szkole. Korepetycjom raczej stawia się cel uzupełnienie braków w wiadomościach i umiejętnościach wyniesionych ze szkoły oraz pomoc w pokonaniu trudności w uczeniu się lub spowodowanych długą nieobecnością. Na korzystanie z tych usług ma duży wpływ ich dostępność w danym miejscu zamieszkania oraz sytuacja materialna rodziny. W Polsce nie jest to bardzo powszechne zjawisko. Jak piszą M. Rokicka i U. Sztandarska tylko 6% rodzin w wieku szkolnym korzysta z odpłatnych usług

⁴² Nyczaj- Drąg M., Udział środowiska rodzinnego w przygotowaniu dziecka do roli ucznia, [w:] red. I. Nowosad, *Nauczyciele i rodzice: współpraca w wychowaniu*, Zielona Góra 2011, s. 150-151.

⁴³B. Kołaczek, *Edukacja i inwestycje rodziny w kształcenie młodego pokolenia a rynek pracy*, „Polityka Społeczna” 10/2011, s. 7.

edukacyjnych w postaci kursów i korepetycji.⁴⁴ Do nieco innych wniosków doszła J. Gózdź, która przebadła 147 uczniów szkół średnich z dużego miasta. Wypełnili oni ankietę, w której pytano ich m.in. o korzystanie z korepetycji, odczuwanie potrzeby takiego korzystania, ocenę skuteczności nauki szkolnej oraz poziom osiągnięć szkolnych. Jak już wspomniano badani uczniowie pochodzili z dużego miasta, w którym dostępność tego typu usług edukacyjnych była wysoka, więc niemożność korzystania z nich była raczej podyktowana względami materialnymi. 51,7% ankietowanych przyznaje, że w trakcie nauki w szkole średniej korzystała z pomocy korepetytora, zaś kolejne 11,6% chciałoby z niej skorzystać. Ciekawe okazały się związki pomiędzy korzystaniem z korepetycji a ocenami szkolnymi i opinią o postępach w nauce. Prawdopodobieństwo brania udziału w korepetycjach było tym większe, im mniej uczeń był przekonany o tym, że wiedza i umiejętności zdobyte w szkole są wystarczające do zdania matury. Im lepsze oceny uzyskiwał uczeń, tym mniejsze było prawdopodobieństwo, że korzysta z korepetycji. Jak twierdzi autorka wynika z tego, że korepetycje nie zwiększają różnic pomiędzy uczniami w zakresie poziomu wiedzy, a więc nie służą wyłącznie zdobywaniu i utrzymywaniu „przewagi” nad rówieśnikami, ale raczej stanowią czynnik minimalizujący różnice między nimi.⁴⁵

W Japonii dodatkowe zajęcia edukacyjne obejmujące materiał szkolny przybierają szczególną formę określaną mianem „juku”. Juku to zorganizowane popołudniowe i weekendowe zajęcia, najczęściej odbywające się w grupach. Są one płatne, a wymagane kwoty nierzadko poważnie obciążają domowy budżet.

W roku 2001 w juku uczestniczyło 29,4% uczniów szkół podstawowych i 50,7% uczniów gimnazjów. Wskaźniki te jedynie nieznacznie spadły od 1989 roku. Japońscy uczeni zbadali wpływ uczęszczania na dodatkowe lekcje na poziom wiedzy uczniów w zakresie matematyki i języka japońskiego. Następnie wyniki testów z roku 2001 porównano z wynikami zebranymi w analogiczny sposób w roku 1989. We wszystkich grupach osiągnięcia spadły. Średni wynik ucznia szkoły podstawowej w teście z matematyki w roku szkolnym wynosił 78,9 punktów, zaś w roku 2001 67,5. Uczniowie korzystający z korepetycji uzyskiwali nieco wyższe wyniki, jednak i w ich przypadku nastąpił spadek z 84,6 na 73

⁴⁴ M. Rokicka, U. Sztanderska, Cechy społeczno- ekonomiczne rodziny a ponoszenie wydatków na prywatne dobra i usługi edukacyjne, „Edukacja” 1/2013, s. 12.

⁴⁵ J. Gózdź, Zjawisko korepetycji w percepcji i doświadczeniach młodzieży, „COLLOQUIUM WYDZIAŁU NAUK HUMANISTYCZNYCH I SPOŁECZNYCH” 3/ 2012, s.73.

punkty.⁴⁶ W Japonii zatem jest inaczej niż w Polsce. Tutaj uczeń uczęszczając na korepetycje ma na celu uzyskanie przewagi nad rówieśnikami, w wyniku której osiągnie lepsze rezultaty w egzaminach wstępnych i zostanie przyjęty na wybrany uniwersytet. Rola egzaminów wstępnych w Japonii zostanie szerzej omówiona w kolejnych podrozdziałach. Warto jednak wspomnieć, że sama instytucja juku wspiera powstawanie nierówności społecznych. Dzieci, których rodziców nie stać na opłacenie dodatkowych zajęć mają mniejsze szanse dostania się na czołowe uniwersytety i w rezultacie otrzymują gorsze miejsca pracy. Juku jest postrzegane jako uzupełnienie szkolnej edukacji oraz może wynikać z zakorzenionej w społeczeństwie wiary, że ważniejsza jest praca niż wrodzone zdolności.⁴⁷ Jeśli dziecko nie osiąga zadowalających efektów w szkole to jest mobilizowane do zwiększenia wysiłku przez rodziców wierzących, że jeśli tylko się postara to osiągnie sukces, niezależnie od swoich predyspozycji intelektualnych. Dodatkowo wiele szkół juku wyprzedza materiał szkolny o kilka miesięcy, stąd ich klienci przy omawianiu w szkole nowego tematu są na lepszej pozycji niż ich koledzy.⁴⁸ W Japonii dostrzega się także niebezpieczeństwa związane z uczestnictwem uczniów w zajęciach w szkołach juku przez wiele godzin tygodniowo. Może to bowiem stanowić zagrożenie dla całościowego i harmonijnego rozwoju dziecka, które poświęcając czas na doskonalenie wiedzy akademickiej nie jest już w stanie angażować się w sport, muzykę i inne dziedziny sztuki, które zwykle można uprawiać jako zajęcia pozalekcyjne w szkołach.

Oprócz wyboru dodatkowych zajęć edukacyjnych niebagatelna jest rola rodziców w wyborze szkoły dla swojego dziecka. A. Odrowąż- Coatech i J. Stańczak uważają, że w społeczeństwach, w których wprowadzono powszechny obowiązek szkolny, umowa społeczna przemieniła się w kontrakt pedagogiczny. Jak piszą „kariery społecznej nie wyznacza już wyłącznie pochodzenie, ale także uczęszczanie do odpowiednich instytucji edukacyjnych i przynależność do odpowiednich grup towarzyskich. Rodzice zaczynają rozumieć, że poprzez posyłanie dziecka do szkoły nie tylko spełniają określony prawem obowiązek szkolny, ale realizują także założony przez placówkę oświatową system aspiracji, wyobrażeń i przekonań o tym, czego warto się uczyć i co będzie przydatne w przyszłości.

⁴⁶ T. Kariya, K. Shimizu, M. Shimizu, Y. Morota, The truth about declining scholastic achievement, „Japan Echo” 29/2002, (tłumaczenie z: Gakuryoku teika' no jittai ni semaru, w: „Ronza”, June 2002, s. 42-58).

⁴⁷ L. Hirst, „Juku culture”: the Impacts of Supplementary Education on Educational Equality and Employment Opportunity in Japan, „Burgamann Journal” 11/2003, s. 15-21.

⁴⁸ Tamże, s. 18.

Poprzez ten wybór rodzice mogą utożsamiać się z wizją szkoły. Jeśli warunki te zostaną spełnione to zdobyta w instytucjach oświatowych wiedza może zamienić się w kapitał społeczny i mieć realny wpływ po pierwsze na wzrost szans na rynku pracy, a po drugie przyczynić się do awansu na drabinie społecznej.”⁴⁹ Zarówno w Polsce jak i w Japonii panuje obowiązek szkolny, co w praktyce oznacza, że każde dziecko w określonym wieku musi być uczniem jakiejś szkoły. Co prawda ogromna większość dzieci w obu krajach uczęszcza do publicznych szkół rejonowych, znajdujących się najbliżej miejsca zamieszkania, jednak zwłaszcza w miastach funkcjonują także szkoły niepubliczne (zwykle dodatkowo płatne), które wyróżniają się najczęściej swoją filozofią edukacyjną i wysokimi wynikami egzaminów zewnętrznych. Wybór takiej placówki przez rodzica (choć nie bez znaczenia pozostają względy ekonomiczne) zwykle oznacza utożsamienie się z jej wizją edukacyjną oraz jest wyrazem szczególnej troski o wykształcenie potomka. Zwykle w parze z działaniami wspierającymi naukę idą wysokie aspiracje edukacyjne. Aspiracja to zdaniem W. Okonia „dążenie do osiągnięcia zamierzonych celów, do realizacji jakiś ideałów życiowych. Poziom aspiracji to przewidywany przez podmiot rezultat jego działań skierowanych na osiągnięcie nakreślonego sobie celu.”⁵⁰ Przez aspiracje edukacyjne możemy rozumieć oczekiwania rodziców dotyczące poziomu wykształcenia, jaki powinno zdobyć ich dziecko.

Ciekawe badania na ten temat przeprowadzili W. Kozłowski i E. Matczak. Badali oni rodziców uczniów klas czwartych szkoły podstawowej, którzy pochodzili z całej Polski. Okazało się, że generalnie ich aspiracje edukacyjne względem dzieci są bardzo wysokie, niezależnie od coraz mniejszego wpływu na potencjalne szanse na rynku pracy oraz wysokość przyszłego wynagrodzenia. Poddano je analizie w trzech aspektach:

- maksymalnym- świadczącym o wymarzonym poziomie wykształcenia, który miałyby uzyskać dziecko;
- realnym (oczekiwanym)- mówi on o realnej ocenie możliwości dziecka w kontekście poziomu uzyskanego wykształcenia;
- najniższym możliwym do zaakceptowania.

⁴⁹ A. Odrowąż-Coatech, J. Stańczak, Strategie edukacyjne rodziców z klas średnich w Polsce i Arabii Saudyjskiej, „Pedagogika Społeczna” 3/2013, s.8.

⁵⁰ W. Okoń, Słownik pedagogiczny, Warszawa 1987, s. 25.

Ponad 80% rodziców chciałoby, aby ich dziecko uzyskało wyższe wykształcenie. Poziom aspiracji rodziców był silnie skorelowany z poziomem ich własnego wykształcenia. Im wyższe było wykształcenie rodziców, tym wyższego poziomu pragnęli oni dla swoich dzieci. Mniejsze znaczenie miała płeć dziecka i miejsce zamieszkania.⁵¹ Badania CBOS z roku 2009 potwierdzają te spostrzeżenia. Okazuje się, że w latach objętych analizą tj. 1993-2009 nastąpił wzrost aspiracji edukacyjnych Polaków. Ogromna większość, bo aż 86% ankietowanych chciałaby, aby ich córka uzyskała wyższe wykształcenie. Co ciekawe, nieco mniej badanych (84%) oczekuje, że wykształcenie akademickie uzyska ich syn.⁵² Jest to bardzo interesujący wynik, biorąc pod uwagę, przez wiele wieków uważano kształcenie dziewczynek na niekonieczne, a w niektórych środowiskach nawet niepożądane. Przymuszcza się drugą przyczyną może być fakt, iż uważa się, że mężczyźni posiadają lepsze predyspozycje do wykonywania prac fizycznych, a więc do pracy, która nie wymaga długiego przygotowania teoretycznego.

Wciąż rosnące aspiracje edukacyjne Polaków powodują wzrost popytu na kształcenie akademickie. Funkcjonujące do tej pory uczelnie państwowe nie były w stanie przyjąć wszystkich chętnych kandydatów na studia (abstrahując od faktu, czy wszyscy kandydaci powinni takowe studia podejmować), więc rynek odpowiedział powstaniem wielu prywatnych szkół wyższych. Obecnie ze względu na mniejszą liczebność kolejnych roczników maturzystów sytuacja powoli normuje się. Ściśle związana z wysokim poziomem aspiracji edukacyjnych w Polsce jest także niechęć do praktycznej nauki zawodu, zwłaszcza podejmowanej w zasadniczych szkołach zawodowych. K. Bondyra i M. Kołodziejczyk są zdania, że stało się to przyczyną „przehumanizowania” systemu edukacji, ponieważ młodzież najczęściej wybiera takie właśnie kierunki studiów, w związku z czym rynek pracy odczuwa brak specjalistów w zawodach technicznych.⁵³

W związku z tym nasuwa się pytanie, czy oprócz określonego oczekiwanego poziomu wykształcenia dla swoich dzieci rodzice chcieliby też, aby wykonywały konkretne zawody. Okazuje się, że jako wymarzony zawód dla potomka badani wskazują zawód związany ze

⁵¹ W. Kozłowski, E. Matczak, Aspiracje edukacyjne rodziców w stosunku do własnych dzieci, „Edukacja” 1/2014, s. 66-78.

⁵² Komunikat z badań CBOS „Aspiracje i motywacje edukacyjne Polaków w latach 1993-2009”, Warszawa 2009.

⁵³ K. Bondyra, M. Kołodziejczyk, System edukacyjny w Polsce wobec potrzeb rynku pracy, „Ruch Prawniczy, Ekonomiczny i Socjologiczny” 3/ 2009, s. 164.

służbą zdrowia, zwłaszcza zawód lekarza, a w szczególności lekarza stomatologa, a także zawód lekarza weterynarii. Na kolejnych miejscach znajdują się zawody wymagające wyższego, specjalistycznego wykształcenia. Są to zawody inżynierskie i techniczne, wśród których szczególnie często wymieniono informatyków i programistów. Uznanie cieszą się także profesje prawnika, ekonomisty czy twórcy. Generalnie częściej na pierwszym miejscu wymieniano zawody wymagające wykształcenia politechnicznego, a na drugim innych specjalistów. Wynika z tego, że wykształcenie ścisłe, techniczne i związane z nimi zawody są bardziej pożądane dla dzieci przez rodziców. Charakterystyczne dla tego zestawienia jest stosunkowo rzadkie wymienianie zawodu nauczyciela jako wymarzonego dla dziecka. Tylko ok. 10% rodziców chciałoby widzieć swoje dzieci w przyszłości w roli pedagoga. Równie rzadko wybierano prace biurowe oraz takie, które nie wymagają wyższych kwalifikacji (9%). Bardzo niewielu rodziców (5,7%) chciałoby, aby ich potomstwo wykonywało zawody związane z usługami np. wykwalifikowanych robotników czy sprzedawców, lub zostało rolnikami.⁵⁴

Niestety w Polsce nadal pewne role zawodowe przypisywane są kobietom, a pewne mężczyznom. Na szczególną uwagę ze względu na temat niniejszej pracy zasługuje zawód nauczyciela. Zgodnie ze stereotypem jest to zawód tradycyjnie kobiecy, ponieważ to im przypisuje się zadania związane z opieką i wychowaniem dzieci. Co ciekawe, poważanie dla tej profesji jest zależne od wykształcenia rodzica i miejsca zamieszkania. Najczęściej jako wymarzony zawód dla dziecka wybierają go osoby z niższym poziomem wykształcenia. Zwykle są to mieszkańcy obszarów wiejskich.⁵⁵ Być może jest to spowodowane wystąpieniem zjawiska tzw. smyczy mentalnej kobiety. Chodzi o przeświadczenie kobiet, że ich najważniejszym zadaniem są sprawy związane z rodziną, natomiast sukces zawodowy jest mniej ważny. Z tego względu zawód nauczyciela, pomimo że nieatrakcyjny ekonomicznie jest chętnie wybierany przez kobiety dla swoich córek jako sposób na zapewnienie większej ilości czasu dla rodziny spowodowanego krótkim dniem pracy, feriami, wakacjami itp.

W tym miejscu warto zastanowić się, jakie czynniki wpływają na poziom aspiracji edukacyjnych. W. Sikorski w swoich badaniach wykazał, że duże znaczenie w tym względzie ma funkcjonowanie rodziny. Okazuje się, że szczególną rolę gra tutaj matka. Jeśli prezentuje

⁵⁴ E. Matczak, W. Kozłowski, Zawód dla mojego dziecka: aspiracje rodziców, „Journal of Modern Science”, 2/2012, s. 55.

⁵⁵ tamże, s. 65.

ona postawę opiekuńczą, w dodatku mając wysokie wymagania względem osiągnięć dziecka to skutkuje to jego wysokimi aspiracjami. Jeśli jednak postawa jest silnie opiekuńcza i silnie wymagająca to zwiększa się prawdopodobieństwo wystąpienia niepowodzeń szkolnych u dziecka, a co za tym idzie obniżenie jego aspiracji.⁵⁶ Uczeń, który nie może sprostać stawianym mu wymaganiom traci poczucie własnej wartości. Jeśli dodatkowo matka wykazująca silne postawy opiekuńcze skrupulatnie kontroluje wszystkie jego poczynania, także te związane z nauką, uczeń traci motywację do samodzielnego podejmowania działania, także uczenia się matematyki.

Sytuacja taka często ma miejsce w Japonii, gdzie zwłaszcza kobiety bywają bardzo zaangażowane w edukację swoich dzieci. Nadgorliwi rodzice zyskali nawet w języku japońskim miano „potworów” i „rodziców- helikopterów”. Bywają oni bardzo często w szkole, we wszystko się wtrącając. Wywołuje to u dzieci duży stres. Niektórzy posuwają się do zakupu rozmaitych poradników i dodatkowych materiałów edukacyjnych, aby uczyć dzieci „na zapas” tak, by mogły wyprzedzać choć o krok swoich rówieśników w klasie.⁵⁷ Postawa taka wynika oczywiście z troski o dobro dziecka, jednak- paradoksalnie, może utrudniać mu odniesienie sukcesu w nauce szkolnej. Zaangażowana w edukację jest najczęściej „kyiku mama” czyli matka, która zabiega o sukces życiowy i edukacyjny dla swojego dziecka, wspiera i motywuje je do wysiłku na różne sposoby, czasem nawet podejmuje działania mające zapewnić dziecku miejsce w najlepszej szkole, nawet jeśli wiąże się to ze zmianą miejsca zamieszkania.⁵⁸

Z przeprowadzonych w Stanach Zjednoczonych badań wynika, że rodzice mieszkającej tam młodzieży pochodzenia azjatyckiego mają w stosunku do niej wyższe wymagania niż biali Amerykanie, choć oczywiście na poziom oczekiwań mają też wpływ różnorodne czynniki socjoekonomiczne i demograficzne. Azjatyccy rodzice o wiele częściej oczekują od swoich dzieci, że osiągną one wyższe wykształcenie.⁵⁹ Z badań K. Gerald i LeTendre wynika jednak, że za aspiracje edukacyjne w Japonii w dużej mierze odpowiedzialni są także nauczyciele szkół średnich. Podejmują oni aktywne i świadome

⁵⁶ W. Sikorski, *Aspiracje. Studium psychologiczne i socjopedagogiczne*, Nysa 2005, s. 52.

⁵⁷ J. Hendry, tamże, s. 124.

⁵⁸ M. Cyłkowska- Nowak, *Wybór szkoły w Japonii- uwarunkowania polityczne i społeczne a polityka oświatowa*, „Edukacja” nr 2 / 2008, s. 77.

⁵⁹ K. Goyette, Y. Xie, *Educational Expectations of Asian American Youth: Determinants and Ethnic Differences*, „Sociology of Education”, 1/1999, s. 22-36.

działania mające na celu właściwe określenie przez ucznia jego aspiracji edukacyjnych i wskazanie mu właściwej ścieżki rozwoju.⁶⁰

Dla japońskich matek ważną cechą do wypracowania u dziecka jest empatia i umiejętność przyjmowania perspektywy drugiej osoby.⁶¹ W swoich wypowiedziach bardzo często odwołują się do uczuć innych osób lub nawet przypisują te uczucia przedmiotom martwym („krzesło płacze, kiedy je kopiesz”). Uzasadniając swoje postępowanie, japońskie matki w ponad 45% przypadków powoływały się na uczucia innych.⁶² W nauczaniu matematyki również bardzo duży nacisk kładzie się na rozumienie intencji i działań innych osób. Podczas zajęć uczeń ma nie tylko samodzielnie rozwiązać zadanie, ale także zrozumieć strategię, jaką do własnego sposobu wykonania wykorzystał jego kolega. Jest to bardzo pomocne w procesie uogólniania pojęć i kształtowaniu zaradności matematycznej.

Niektórzy specjaliści w odmiennym stylu wychowania rodzinnego doszukują się przyczyn uzyskiwania przez uczniów z Japonii, Chin czy Korei Południowej wybitnych wyników w nauce. Chińscy i Japońscy rodzice wpajają dzieciom głęboki szacunek do kształcenia, na każdym kroku podkreślając jego wartość. Przekazują także pozytywne nastawienie do szkoły i nauki.⁶³ Dla dziecka, zwłaszcza w młodszym wieku szkolnym opinia wyrażona przez rodzica jest kluczowa. W krajach Dalekiego Wschodu pozycja nauczyciela społeczna jest bardzo wysoka, a rodzice nie podważają jego autorytetu.

Nieco inne spojrzenie na pożądane cechy dziecka mają polscy rodzice. Zostały one podzielone przez I. Taranowicz na trzy kategorie: cechy tradycyjne (posłuszeństwo wobec rodziców, szacunek do starszych, dobre wychowanie), nowoczesne (umiejętność podejmowania decyzji, umiejętność nawiązywania kontaktów z ludźmi, tolerancja wobec inności) oraz cechy pośrednie (samokontrola, umiejętność samodzielnego myślenia, wiara w Boga). Rodzice w Polsce uznają za najważniejsze te cechy, które wpajano im samym czyli cechy tradycyjne. Oczywiście preferencje ojców i matek są zróżnicowane i zależne od wykształcenia, zawodu, wysokości dochodów i miejsca zamieszkania. Nowoczesne cechy są ważne dla dobrze wykształconych mieszkańców miast i dobrze sytuowanych pracowników

⁶⁰ K. Gerald, LeTendre, *The Assertive Self: Japanese Middle School Students and Their Educational Decisions*, <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED365584.pdf>, data dostępu: 16.05.2013.

⁶¹ P. Szarota, *Japoński uśmiech: orientalistyczna inwencja czy skrypt kulturowy?*, „LUD” 91 / 2007, s. 149.

⁶² P.M. Clancy, *The Acquisition of Communication Style in Japanese, Language Socialization Across Cultures*, Cambridge 1986, s. 232.

⁶³ J. Prucha, *Pedagogika porównawcza*, Warszawa 2004, s. 106.

umysłowych. Cechy tradycyjne jako pożądane u dziecka są powiązane z uznaniem rodziny jako nadrzędnej wobec jednostki. Jeśli rodzice uważają interes jednostki za ważniejszy od interesu rodziny to jednocześnie starają się kłaść nacisk na rozwój i samodzielność dziecka.⁶⁴ Taka hierarchia wartości nie pozostaje bez wpływu na osiągnięcia szkolne dziecka. Jeśli rodzice w wychowaniu kładą nacisk na wpojenie dziecku posłuszeństwa i szacunku dla starszych, to istnieje duża szansa na to, że dziecko będzie także skrupulatnie wypełniało polecenia nauczycieli. Z kolei zarówno umiejętność podejmowania decyzji jak i samodzielnego myślenia ma duży wpływ na proces uczenia się- dziecko dąży wtedy samodzielnie do odkrycia prawdy, poszukuje własnych strategii rozwiązania problemu.

Wpływ środowiska rodzinnego na wyniki w nauce uzyskiwane przez dziecko jest znaczący i obejmuje czynniki ekonomiczne, kulturowe i społeczne. Jego rodzaj i kierunki poszczególnych wpływów zależą od kręgu kulturowego, jednak bardzo wiele zależności, zwłaszcza jeśli chodzi o czynniki ekonomiczne jest zbieżna.

1.3.Przygotowanie dzieci do podjęcia nauki szkolnej w instytucjach edukacyjnych w Polsce i w Japonii

Bardzo ważną rolę w przygotowaniu dziecka do podjęcia nauki szkolnej pełnią także instytucje wychowania przedszkolnego. W. Okoń definiuje wychowanie przedszkolne jako wychowanie dzieci w wieku 3-6 lat, obejmujące okres przed wstąpieniem do szkoły i w zasadzie realizowane w przedszkolu. Dodaje jeszcze, że obecnie duży nacisk w wychowaniu przedszkolnym kładzie się na wszechstronne rozwijanie osobowości dziecka (rozwój somatyczny, umysłowy, społeczno- moralny, estetyczny), a w niektórych systemach szkolnych pojawiają się już zajęcia typu szkolnego takie jak nauka czytania, pisanie i liczenia oraz zajęcia wyrównawcze.⁶⁵ Przedszkole to instytucja wychowawczo- opiekuńcza dla dzieci od 3 do 6 lat, która stanowi pierwszy szczebel w jednolitym systemie szkolnym. Do zadań przedszkola należy zapewnienie dzieciom wszechstronnego rozwoju fizycznego, umysłowego i emocjonalno- społecznego oraz przygotowanie ich do szkoły.⁶⁶

J. Prucha powołując się na wyniki badań porównawczych prowadzonych w różnych krajach uważa, że wychowanie przedszkolne jest korzystne dla rozwoju dzieci ze środowisk

⁶⁴ I. Taranowicz, Szanse życiowe dzieci z różnych kategorii rodzin, „Roczniki Socjologii Rodziny” 11/ 1999.

⁶⁵ W. Okoń, Słownik..., s. 350.

⁶⁶ Tamże, s. 248.

o gorszej sytuacji ekonomicznej i społecznej. Uważa także, że wśród różnych czynników wpływających na osiągnięcie dobrych wyników w szkole najważniejsze są: długość trwania edukacji przedszkolnej (im dłużej dziecko uczęszczało do przedszkola tym większą ma szansę na osiągnięcie pozytywnych rezultatów), jakość programów edukacyjnych oraz wsparcie ze strony rodziców, którzy powinni współpracować z przedszkolem i utrwalać to, czego uczy się w nim dziecko.⁶⁷

Podane granice wiekowe różnią się nieznacznie w obrębie różnych systemów oświatowych. Zarówno w Polsce jak i w Japonii obecnie naukę w klasie pierwszej rozpoczynają dzieci, które mają 6 lat. W Japonii obowiązek szkolny obejmuje osoby, które w chwili rozpoczęcia roku szkolnego w kwietniu mają ukończony 6 rok życia. W Polsce decyduje rok urodzenia. W obu krajach do przedszkoli przyjmowane są dzieci od 3 roku życia, jednak w Polsce dopuszcza się możliwość przyjęcia w miarę wolnych miejsc także samodzielnych dzieci 2,5- letnich. Kolejną bardzo ważną różnicą jest obowiązujące w Polsce roczne przygotowanie przedszkolne (klasa „O”).⁶⁸ Czas trwania edukacji przedszkolnej ma wpływ na przyszłe wyniki osiągnięte w szkole. Im dłużej dziecko uczęszcza do przedszkola tym uzyskiwane przez niego wyniki w nauce są wyższe. Zarówno w Polsce jak i w Japonii maksymalna długość tego etapu nauki jest podobna, choć bierze w nim udział różny procent dzieci.

Według danych z roku szkolnego 2012/2013 w Polsce wychowaniu przedszkolnemu podlegało 71,6% dzieci w wieku przedszkolnym. W roku szkolnym 2013 zgodnie z raportem UNICEF w Polsce funkcjonowały 9233 przedszkola, 9044 oddziały przedszkolne i 3309 zespoły i punkty przedszkolne⁶⁹. W Japonii w roku 2012 wychowaniem przedszkolnym objęto 1604225 dzieci, co stanowi 55,1% dzieci w wieku przedszkolnym. W Japonii w 2012 roku (brak aktualniejszych danych)⁷⁰ działało 13170 placówek przedszkolnych. W Polsce wychowaniem przedszkolnym objęto 1 560 499 dzieci, a w Japonii 1 604 225. W Polsce znacznie większy odsetek dzieci uczęszcza do przedszkoli. Jest to związane z obowiązkowym rocznym przygotowaniem przedszkolnym w Polsce, a także czynnikiem kulturowym.

⁶⁷ J. Prucha, tamże, s. 70-71.

⁶⁸ M. Czuba- Vąsowska, K. Mańko, Egzekucja obowiązków szkolnego i do nauki: zagadnienia prawne. Teoria i praktyka, Warszawa 2011, s. 62-63.

⁶⁹ E. Falkowska, A. Telusiewicz- Pacak, Dzieci w Polsce. Dane, liczby, statystyki. Polski Komitet Narodowy UNICEF, Warszawa 2013.

⁷⁰ Wg danych MEXT

W Japonii silniej niż w Polsce wywierana jest na kobietę presja, aby sama zajmowała się małym dzieckiem.

Oprócz długości okresu, w którym dzieci uczęszczają do przedszkoli nie mniej ważny dla przyszłych osiągnięć szkolnych jest jego program edukacyjny. W Japonii sytuacja jest dość skomplikowana. Pod koniec XIX w. wyodrębniły się bowiem dwie formy wychowania przedszkolnego yochien (przedszkola) skupiające przede wszystkim dzieci z wyższych warstw społecznych oraz hoikuen (ośrodki opieki dziennej/ świetlice).⁷¹ Różnice pomiędzy tymi dwiema formami mają uwarunkowania historyczne. Pierwotnie hoikuen były przeznaczone dla niższych warstw społecznych. Zapewniały opiekę dzieciom, których matki musiały pracować z przyczyn ekonomicznych. Obecnie hoikuen zapewnia całodzienną opiekę i traktowany jest raczej jako świetlica niż placówka stricte edukacyjna. Yochien były początkowo przeznaczone dla zamożniejszej części społeczeństwa. Są one otwarte krótko i pełnią prawie wyłącznie funkcje edukacyjne, więc korzystają z nich dzieci, których matki nie pracują zawodowo i mogą poświęcić się opiece nad potomstwem. W 2006 r. powstał nowy rodzaj placówki przedszkolnej- kodomoen, który łączy cechy hoikuen oraz yochien.⁷²

Kwestie edukacyjne w japońskich przedszkolach reguluje dokument „National Curriculum Standards for Kindergartens”. Zakłada on płynne przejście od wychowania rodzinnego do wychowania przedszkolnego.⁷³ Nie posiada on żadnych bezpośrednich odwołań do edukacji matematycznej⁷⁴.

Ponad 90% japońskich pięcioletków bierze udział w jakiejś formie wychowania przedszkolnego. Głównym celem obu placówek jest socjalizacja i wspieranie rozwoju dziecka poprzez zabawę. Dzieci biorą udział w zabawach naśladowczych, symbolicznych i grupowych. W czasie zabawy nauczyciele kształtują różnorodne umiejętności, z ważnych dla przyszłego uczenia się matematyki w szkole podstawowej wymienia się organizowanie

⁷¹ M. Cykowska- Nowak, Edukacja wczesnodziecięca w Japonii- przemiany programowe i organizacyjne , [w:] (red). J. Bonar, nauczyciel wczesnej edukacji. Oczekiwania społeczne i praktyka edukacyjna, Łódź 2011, s. 210-211.

⁷² A Hayashi, J. Tobin, Continuity and Change in Japanese Preschool Education, [w:] red. G. DeCoker, C. Bjork, Japanese Education in an Era of Globalization: Culture, Politics and Equity, New York 2013, s. 35.

⁷³ A. Nanakida, Early Childhood Education and Care Curriculum in Japan, [w:] red. L. Huo, S. Neuman, A. Nanakida, Early Childhood in three cultures: China, Japan, and the United States, Berlin 2014, s. 34.

⁷⁴ Podstawa wychowania przedszkolnego w Japonii,

http://www.ibe.unesco.org/curricula/japan/ja_ecef_w_1998_eng.pdf, data dostępu: 08.04.2014 r.

doświadczeń związanych z liczbami, wielkością, jakością, czasem i przestrzenią w codziennym życiu.⁷⁵

W obu formach wychowania przedszkolnego w Japonii zwykle pracuje jeden nauczyciel w grupie, która liczy 25 lub więcej dzieci. Duża ilość dzieci przebywająca pod opieką jednego wychowawcy wyklucza łatwe i częste indywidualne kontakty z dziećmi, więc nawiązują one raczej relacje ze swoimi rówieśnikami.⁷⁶

Dużą różnicę pomiędzy wychowaniem przedszkolnym w Polsce i w Japonii stanowi fakt, że w Polsce stawia się na osiągnięcie przez dziecko samodzielności i niezależności (na miarę jego możliwości), zaś w Japonii mamy do czynienia raczej z procesem uzależniania dziecka od grupy społecznej, której stało się członkiem i reguł funkcjonowania w takiej społeczności.⁷⁷ Uchwalona w 1998 r. krajowa podstawa dla japońskich przedszkoli kładzie wielki nacisk na rozwój społeczny i emocjonalny dzieci poprzez swobodną zabawę i kontakty społeczne.⁷⁸

W Polsce wychowanie przedszkole może być prowadzone w publicznych lub niepublicznych przedszkolach, oddziałach przedszkolnych w szkołach podstawowych, zespołach wychowania przedszkolnego i punktach przedszkolnych.⁷⁹ W Polsce kwestie programu nauczania reguluje dokument zwany Podstawą Programową Wychowania Przedszkolnego, która obowiązuje od 1 września 2014 r.⁸⁰ Formułuje ona cele wychowania przedszkolnego:

⁷⁵ M. Takeuchi, *Children's Play in Japan*, [w:]red. J. L. Roopnarine, J. E. Johnson, F. H. Hooper, *Children's Play in Diverse Cultures* 1994, s. 67.

⁷⁶ J. Tobin, *Early Childhood in Japan*, „*Journal of Developmental & Behavioral Pediatrics*”, 3 (31) / 2010, s. 264.

⁷⁷ M. Nagayama, J. L. Gillard, *An Investigation of Japanese and American Early Care and Education*, „*Early Childhood Educational Journal*” 3 (33)/ 2005, s. 137.

⁷⁸ J. Tobin, M. Karasawa, Y. Hsueh, *Komatsudani Then and Now: Continuity and Change in a Japanese Preschool*, „*Contemporary Issues in Early Childhood*” 5/, 2004 ,s. 142.

⁷⁹ Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 31 sierpnia 2010 r. w sprawie rodzajów innych form wychowania przedszkolnego, warunków tworzenia i organizowania tych form oraz sposobu ich działania (Dz. U. Nr 161, poz.1080), zmienione rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 czerwca 2011 r. zmieniającym rozporządzenie w sprawie rodzajów innych form wychowania przedszkolnego, warunków tworzenia i organizowania tych form oraz sposobu ich działania (Dz. U. Nr 143, poz. 839).

⁸⁰ Dziennik Ustaw Rzeczypospolitej Polskiej z dnia 18 czerwca 2014 r. , poz. 803.

- 1) wspomaganie dzieci w rozwijaniu uzdolnień oraz kształtowanie czynności intelektualnych potrzebnych dzieciom w codziennych sytuacjach i w dalszej edukacji;
- 2) budowanie systemu wartości, w tym wychowywanie dzieci tak, żeby lepiej orientowały się w tym, co jest dobre, a co jest złe;
- 3) kształtowanie u dzieci odporności emocjonalnej koniecznej do racjonalnego radzenia sobie w nowych i trudnych sytuacjach, w tym także do łagodnego znoszenia stresów i porażek;
- 4) rozwijanie umiejętności społecznych dzieci, które są niezbędne w poprawnych relacjach z dziećmi i dorosłymi;
- 5) stwarzanie warunków sprzyjających wspólnej i zgodnej zabawie oraz nauce dzieci o zróżnicowanych możliwościach fizycznych i intelektualnych;
- 6) troska o zdrowie dzieci i ich sprawność fizyczną; zachęcanie do uczestnictwa w zabawach i grach sportowych;
- 7) budowanie dziecięcej wiedzy o świecie społecznym, przyrodniczym i technicznym oraz rozwijanie umiejętności prezentowania swoich przemyśleń w sposób zrozumiały dla innych;
- 8) wprowadzenie dzieci w świat wartości estetycznych i rozwijanie umiejętności wypowiedzania się poprzez muzykę, taniec, śpiew, małe formy teatralne oraz sztuki plastyczne;
- 9) kształtowanie u dzieci poczucia przynależności społecznej (do rodziny, grupy rówieśniczej i wspólnoty narodowej) oraz postawy patriotycznej;
- 10) zapewnienie dzieciom lepszych szans edukacyjnych poprzez wspieranie ich ciekawości, aktywności i samodzielności, a także kształtowanie tych wiadomości i umiejętności, które są ważne w edukacji szkolnej;
- 11) przygotowanie dzieci do posługiwania się językiem obcym nowożytnym poprzez rozbudzanie ich świadomości językowej i wrażliwości kulturowej oraz budowanie pozytywnej motywacji do nauki języków obcych na dalszych etapach edukacyjnych, a w przypadku dzieci z upośledzeniem umysłowym w stopniu umiarkowanym lub znacznym – rozwijanie świadomości istnienia odmienności językowej i kulturowej;

12) w przedszkolach umożliwiających dzieciom należącym do mniejszości narodowych i etnicznych oraz społeczności posługującej się językiem regionalnym, o których mowa w ustawie z dnia 6 stycznia 2005 r. o mniejszościach narodowych i etnicznych oraz o języku regionalnym (Dz. U. Nr 17, poz. 141, z późn. zm.1), podtrzymywanie i rozwijanie poczucia tożsamości narodowej, etnicznej i językowej – przygotowanie dzieci do posługiwania się językiem mniejszości narodowej lub etnicznej lub językiem regionalnym poprzez rozbudzanie ich świadomości narodowej, etnicznej i językowej oraz budowanie pozytywnej motywacji do nauki języka mniejszości narodowej lub etnicznej lub języka regionalnego na dalszych etapach edukacyjnych.⁸¹

Szczególne znaczenie dla przyszłych osiągnięć w nauce matematyki ma kilka spośród wymienionych celów. Po pierwsze będzie to kształtowanie czynności intelektualnych, w tym czynności intelektualnych niezbędnych do uczenia się matematyki. Po drugie- kształtowanie u dzieci odporności emocjonalnej koniecznej do racjonalnego radzenia sobie w nowych i trudnych sytuacjach, co jest niezbędne dla późniejszego aktywnego udziału w zajęciach edukacji matematycznej z sytuacją zadaniową jako trudną nie tylko intelektualnie, ale także emocjonalnie. Po trzecie wreszcie- budowanie wiedzy, wspieranie ciekawości, aktywności i samodzielności oraz rozwijanie umiejętności prezentowania swoich przemyśleń w sposób zrozumiały dla innych, co będzie konieczne w sytuacji wyjaśniania innym np. własnego sposobu rozwiązania zadania. Podstawa Programowa zawiera także opis treści nauczania, sformułowany w języku efektów kształcenia. Zostały one określone dla dziecka kończącego edukację przedszkolną i idącego do szkoły. Dziecko rozpoczynając klasę pierwszą:

- liczy obiekty i odróżnia błędne liczenie od poprawnego;
- wyznacza wynik dodawania i odejmowania, pomagając sobie liczeniem na palcach lub na innych zbiorach zastępczych;
- ustala równoliczność dwóch zbiorów, a także posługuje się liczebnikami porządkowymi;
- rozróżnia stronę lewą i prawą, określa kierunki i ustala położenie obiektów w stosunku do własnej osoby, a także w odniesieniu do innych obiektów;
- wie, na czym polega pomiar długości, i zna proste sposoby mierzenia: krokami, stopa za stopą;

⁸¹ Podstawa programowa wychowania przedszkolnego w Polsce
<http://dokumenty.rcl.gov.pl/D2014000080301.pdf>, data dostępu: 11. 07.2015.

- zna stałe następstwo dni i nocy, pór roku, dni tygodnia, miesiący w roku.⁸²

Określono też jasno, w jaki sposób zaplanować czas, który dziecko spędza w przedszkolu.

Proporcje zagospodarowania czasu:

20% to zabawa swobodna, przy niewielkim udziale nauczyciela

20% (dla młodszych dzieci 25%) to zabawa na świeżym powietrzu (w tym gry i zabawy ruchowe, zajęcia sportowe, obserwacje przyrodnicze, prace gospodarcze, porządkowe i ogrodnicze itp.)

nie więcej niż 20% to zajęcia dydaktyczne (charakterystyczne jest ograniczenie czasu zorganizowanej nauki)

40% to czas do dowolnego zagospodarowania przez nauczyciela, w jego skład wchodzi czynności opiekuńcze, samoobsługowe, organizacyjne itp.

Zdecydowanie inaczej rozplanowany jest czas w japońskich przedszkolach. Podczas obserwowanych przez C.C. Lewis w czasie 5 lat zajęć w 15 japońskich przedszkolach okazało się, że 50% czasu stanowi swobodna zabawa, 14% zajęcia plastyczne lub techniczne, 8% śpiew, taniec i ćwiczenia przy muzyce, 7% ceremonie i spotkania, 7% posiłki, 5% słuchanie czytanych książek, 5% czynności higieniczne, 1% zajęcia „naukowe”.⁸³

System wychowania przedszkolnego różni się znacznie w Polsce i w Japonii. Przedszkola w Polsce oprócz funkcji opiekuńczych i wychowawczych skupiają się także na kształtowaniu konkretnych umiejętności i wiedzy, co ma stanowić przygotowanie do podjęcia przez dziecko nauki w szkole. W Japonii przedszkole spełnia przede wszystkim rolę wychowawczą (w przypadku niektórych rodzajów placówek także opiekuńczą), mniej skupia się na wspieraniu umiejętności typowo szkolnych.

⁸² Podstawa programowa wychowania przedszkolnego w Polsce

<http://dokumenty.rcl.gov.pl/D2014000080301.pdf>, data dostępu 29. 05.2015 r.

⁸³ C.C. Lewis, *Educating Hearts and Minds: Reflections on Japanese Preschool and Elementary Education*, Cambridge 1995, s. 19.

1.4. System szkolny w Polsce i w Japonii

Na osiągnięcia szkolne uczniów wpływa wiele różnych czynników. Jak uważa R. Pachociński procedura ustalania różnic jest w miarę ścisła i obejmuje dwa etapy:

- ustalenie wielkości różnic pomiędzy krajami i wewnątrz nich;
- poszukiwanie wskaźników, które są uznawane za statystycznie istotne dla wpływu na te różnice⁸⁴.

Analiza formalnej struktury systemów oświatowych Polski i Japonii wykazuje bardzo wiele podobieństw. W obu krajach obejmują one podobne typy szkół i podobną ścieżkę kształcenia ucznia. W Polsce uczniowie rozpoczynają obowiązkową naukę w szkole podstawowej w wieku 6 lub 7 lat (systematycznie dąży się do obniżenia tego wieku dla wszystkich dzieci do lat 6), która jest poprzedzona rocznym przygotowaniem przedszkolnym. W Japonii dzieci rozpoczynają naukę w klasie pierwszej szkoły podstawowej w roku, w którym kończą 6 lat. Rok szkolny w Polsce rozpoczyna się 1 września i kończy 31 sierpnia, zaś w Japonii 1 kwietnia i trwa do 31 marca następnego roku.⁸⁵

W obu krajach wyróżniono następujące etapy edukacji:

- 1) Przedszkole
- 2) Szkoła Podstawowa
- 3) Gimnazjum
- 4) Szkoła średnia
- 5) Szkoła wyższa lub szkoła policealna

Zarówno w Polsce jak i w Japonii szkoła podstawowa trwa 6 lat. W Japonii w szkole podstawowej naucza się następujących przedmiotów: język japoński (w klasach I-VI), nauka o społeczeństwie (w klasach III-VI), matematyka (klasy I-VI), przyroda (III-VI), umiejętności praktyczne (I-II), muzyka (I-VI), plastyka (I-VI), prace domowe (V-VI), wychowanie fizyczne (I-VI), etyka (I-VI), specjalne aktywności (I-VI), zajęcia międzyprzedmiotowe

⁸⁴ R. Pachociński, *Pedagogika porównawcza*, Warszawa 2007, s. 93.

⁸⁵ Informacje na temat systemu szkolnego pochodzą z biuletynu wydanego przez Ambasadę Japonii w Polsce: *Biuletyn informacyjny. Edukacja w Japonii*, Grudzień 2010.

(III, VI) oraz język angielski (I-VI).⁸⁶ W Japonii nauczanie wszystkich przedmiotów w szkołach podstawowych (poza językiem angielskim) powierza się jednemu nauczycielowi.

Jak uważa C.C. Lewis, przedszkola i szkoły podstawowe są w Japonii najważniejszą przyczyną sukcesu edukacyjnego.⁸⁷ Jest to spowodowane przede wszystkim przyjętą filozofią edukacyjną. M. Kasiński za podstawy japońskiego systemu uważa:

- działanie w ramach grupy, co tłumaczy jako szczególną współzależność grupy i jednostki: grupa może funkcjonować tylko dzięki jednostkom, jednostka może rozwijać się tylko dzięki grupie;
- lojalność pracowników względem zwierzchników oraz odpowiedzialność zwierzchników za pracowników.⁸⁸

Dziecko rozpoczynając naukę w szkole podstawowej staje się przede wszystkim członkiem grupy rówieśniczej, która przez sześć lat razem bawi się i pracuje, mobilizując się i odpowiadając za siebie nawzajem. Potwierdzają to badania prowadzone przez C. Lewis w szkołach podstawowych w Nagoi w roku 1993. Zauważyła ona, że w większości obserwowanych klas uczniowie są odpowiedzialni za podstawowe elementy ich funkcjonowania tj. cisza i porządek oraz pracują w małych grupach rówieśników o zmiennym składzie, w których praca jest wykorzystywana w wielu momentach klasowej aktywności⁸⁹. Japońskie szkoły podstawowe stawiają na egalitaryzm i współdziałanie uczniów. Nauczyciele podejmują różnorodne działania mające na celu budowanie wspólnoty:

- nie promowanie współzawodnictwa na rzecz współpracy;
- wspieranie u uczniów poczucia przynależności do grupy;
- stwarzanie sytuacji, w których każdy uczeń mógłby pełnić funkcję kierownika zespołu;
- opieranie dyscypliny na budowaniu pozytywnych postaw, zamiast na karach i nagrodach;

⁸⁶ Wg. danych MEXT

⁸⁷ C.C. Lewis, *Hearts...*, s. 3.

⁸⁸ M. Kasiński, Wybrane aspekty różnic kulturowych pomiędzy Polakami i Japończykami wpływające na zarządzanie filiami japońskich przedsiębiorstw w Polsce, „Przedsiębiorczość i Zarządzanie”, nr 6/2012, s. 93-107.

⁸⁹ C.C. Lewis, *The Roots of Japanese Educational Achievement: Helping Children Develop Bonds to School*, [w:] red. W. Cummings, P. Altbach, *The Challenge of Eastern Asian Education*, New York 1997, s. 14.

- takie planowanie lekcji, aby rozwijać poczucie przynależności, wzajemne zrozumienie i przyswajanie wiedzy.⁹⁰

Fakty te pozostają w sprzeczności ze stereotypami dotyczącymi nauki w japońskiej szkole. W Polsce panuje przekonanie, że mali Japończycy uczą się w szkołach o surowej dyscyplinie, które zachęcają do rywalizacji z kolegami. Zdziwienie takim stanem rzeczy wyrażała także C.C Lewis, która prowadziła długotrwałe badania nad nauczaniem dzieci pięcio – i sześcioletnich w japońskich szkołach i przedszkolach. Była zdumiona faktem, iż filozofia nauczania małych dzieci oparta na zabawie, przyjaźni i koncentracji na dziecku w ciągu kilku lat pobytu w szkole zmienia się w ciężką i mozolną pracę przygotowującą do egzaminów, nierzadko uzupełniana dodatkowymi zajęciami tzw. juku (cram schools).⁹¹

W Polsce nauczanie w szkole podstawowej jest podzielone na I i II etap edukacyjny. Na pierwszym etapie większość zajęć prowadzonych jest przez jednego nauczyciela. Są to: zajęcia zintegrowane (w skład których wchodzi: edukacja polonistyczna, edukacja matematyczna, edukacja społeczna, edukacja przyrodnicza i zajęcia techniczne), edukacja muzyczna, edukacja plastyczna, zajęcia komputerowe, język obcy nowożytny, wychowanie fizyczne oraz religia lub etyka (nieobowiązkowo). Na II etapie edukacyjnym każdego przedmiotu uczy specjalista z danej dziedziny. Zajęcia dzielą się na poszczególne przedmioty: język polski, język obcy nowożytny, matematyka, przyroda, historia i społeczeństwo, zajęcia komputerowe, wychowanie fizyczne, zajęcia techniczne, plastyka, muzyka, religia lub etyka (nieobowiązkowo), wychowanie do życia w rodzinie (nieobowiązkowo). W obu krajach lekcja w szkole podstawowej trwa 45 minut, choć w Polsce na I etapie edukacyjnym nauczyciel nie ma obowiązku pracować w takim systemie i może dopasowywać czas trwania zajęć do możliwości i potrzeb uczniów.

W Polsce zarówno rodzice jak i nauczyciele są zgodni co do tego, że cechy osobowości takiej jak szacunek, wytrwałość, duma z pracy itp. powinni kształtować przede wszystkim rodzice i dom rodzinny dziecka. Szkoła zaś powinna odpowiadać za kształtowanie umiejętności szkolnych tj. czytanie, pisanie, liczenie czy rozumowanie.⁹² Odwrotnie zatem

⁹⁰ C.C. Lewis, tamże, s. 7.

⁹¹ tamże, s. 6.

⁹² B. Walasek- Jarosz, Dom i szkoła w perspektywie kształcenia. Otoczenie społeczne szkoły wobec kształcenia z perspektywy badań sześciolatków. [w:] J. Domalewski, K. Wasilewski, Zmiany w edukacji: szkoła i jej społeczne otoczenie, Toruń 2011. s. 128-129.

niż w Japonii, w Polsce od szkoły podstawowej oczekuje się przede wszystkim realizacji zadań dydaktycznych, zadania wychowawcze pozostawiając rodzinie. M. Zylińska potwierdza ten pogląd. Podkreśla ona szczególną rolę nauczyciela w kształtowaniu relacji międzyludzkich w klasie szkolnej. Ze smutkiem podkreśla jednak, że obecnie nauczyciele skupiają się wyłącznie na przekazaniu wiedzy i sprawdzeniu w jakim stopniu została opanowana.⁹³

Co prawda na poziomie deklaracji w programach wychowawczych przewiduje się holistyczne wspieranie rozwoju ucznia, a więc także jego sfery społecznej i emocjonalnej, jednak wspomniany oddziaływanie, jak również indywidualizacja pozostają najczęściej jedynie w sferze teoretycznych założeń, zaś w praktyce szkoła skupia się najczęściej na przekazywaniu wiedzy i dyscyplinowaniu uczniów.⁹⁴ Szkoła polska i japońska różni się zatem także rolą w wychowaniu i nauczaniu. Szkoła w Polsce kładzie nacisk na nauczanie konkretnych wiadomości i umiejętności objętych programem szkolnym, zaś szkoła podstawowa w Japonii w równej mierze bierze na siebie odpowiedzialność za wychowanie uczniów.

Poza tym w obu krajach uczniowie biorą udział w wycieczkach, konkursach, przygotowują uroczystości i przedstawienia. Szkoła japońska zapewnia dzieciom ciepły posiłek w ciągu dnia, najczęściej jedzony w klasie przez wszystkich uczniów (niewiele szkół dysponuje oddzielną jadalnią). Polskie szkoły bardzo często posiadają stołówki, jednak korzystanie z posiłków jest zależne od decyzji rodzica.

Ważnym elementem edukacji jest wewnętrzna organizacja procesu nauczania- uczenia się. W jej skład wchodzi układ i treść lekcji, ilość i sposób zadawania prac domowych, zainteresowanie i motywacja uczniów oraz sposób ich aktywizacji.⁹⁵ Jak uważa B. Wilgocka- Okoń powinna ona polegać na:

- układaniu planu lekcji zgodnie z zasadami higieny pracy umysłowej
- umożliwienia uczniom odpoczynku po intensywnej pracy umysłowej

⁹³ M. Zylińska, Neurodydaktyka. Nauczanie i uczenie się przyjazne mózgowi, Toruń 2013, s. 142.

⁹⁴ I. Przybylska, Możliwości edukacji emocjonalnej w szkole, [w:] H. Siwek, M. Bereźnicka, System integralny w edukacji dziecka, Warszawa 2011, s. 66.

⁹⁵ B. Wilgocka- Okoń, Obciążenie uczniów a optymalizacja pracy szkoły, Warszawa 1976, s. 47.

- nie przeciążania uczniów pracami domowymi
- właściwej organizacji uczenia się w domu.⁹⁶

W obu japońskich szkołach (Tendai i Azabu) rozkład zajęć wyglądał podobnie. Dzieci młodsze mają po pięć lekcji, szósta przeznaczona jest dla klas starszych.

Rozkład dnia ucznia Tendai Elementary School:

8.25-8.40 Poranne spotkanie

8.45-9.30 lekcja 1

9.35-10.20 lekcja 2

10.20-10.40 przerwa

10.40 – 11.25 lekcja 3

11.30 – 12.15 lekcja 4

12.15-13.00 lunch

13.00-13.30 przerwa

13.30 – 13.50 porządki

13.55 – 14.40 lekcja 5

14.40 – 14.50 wskazówki dotyczące powrotu do domu (dla młodszych dzieci, starsze mają jeszcze szóstą lekcję).

Rozkład dnia w Azabu Elementary School:

8.20-8.50 spotkania klas

8.40 – 9.25 lekcja 1

9.30-10.15 lekcja 2

10.15- 10.45 przerwa

10.45 - 11.30 lekcja 3

11.35 – 12.20 lekcja 4

12.20 – 13.00 lunch

13.00 – 13.15 przerwa

⁹⁶ B. Wilgocka- Okoń, tamże, s. 219.

13.15 – 13.30 porządki

13.30 – 14.15 lekcja 5

14.20 – 15.05 lekcja 6

15.40 koniec dnia szkolnego

W Azabu lekcje rozpoczynały się pięć minut wcześniej niż w Tendai, a poranne spotkanie trwało dłużej (30 minut w Azabu i tylko 15 minut w Tendai). W obu szkołach lekcje trwały 45 minut i były zblokowane po dwie, oddzielone pięciominutową przerwą. Po każdym bloku następuje dłuższa przerwa. Po pierwszym trwa ona 20 minut w Tendai i 30 minut w Azabu. Po drugim bloku następuje przerwa na lunch (45-minutowa w Tendai i 40 minutowa w Azabu), przerwa rekreacyjna (odpowiednio 30 i 15 minut) oraz czas przeznaczony na porządki, podczas którego uczniowie sprzątają sale lekcyjne, korytarze i toalety (20 i 15 minut). Po porządkach dzieci młodsze mają jeszcze jedną lekcję i wracają do domu (w Azabu nieliczne pozostają w szkole na świetlicy oczekując na rodziców, co jest związane z faktem, że dzieci te nie mieszkają w okolicy i są do szkoły dowożone).

Zatem średnio w Azabu uczeń młodszych klas spędza dziennie w szkole około 6 godzin 35 minut, a w Tendai 5 godzin i 45 minut. Jest to spowodowane długością przerw. Liczba zajęć lekcyjnych jest taka sama i określona przez narodowe wytyczne.

Tabela 1. Rozkład godzin nauczania poszczególnych przedmiotów w japońskich szkołach podstawowych

Przedmiot	Klasa I	Klasa II	Klasa III	Klasa IV	Klasa V	Klasa VI
Język japoński	306	315	245	245	175	175
Nauka o społeczeństwie	-	-	70	90	100	105
Matematyka	136	175	175	175	175	175
Przyroda	-	-	90	105	105	105
Umiejętności praktyczne	68	70	-	-	-	-
Muzyka	68	70	60	65	65	65
Plastyka	68	70	65	65	60	60
Prace domowe	-	-	-	-	60	55
Wychowanie fizyczne	107	110	110	110	95	95
Etyka	34	35	35	35	35	35
Specjalne aktywności	34	35	35	35	35	35
Zajęcia międzyprzedmiotowe	-	-	35	35	70	70

Język angielski	68	70	70	70	70	70
Razem	889	950	990	1030	1045	1045

W Polsce liczba godzin przeznaczonych na poszczególne edukacje jest określana odpowiednim rozporządzeniem. Ramowy plan nauczania zobowiązuje do zrealizowania określonej liczby godzin dydaktycznych w rozliczeniu trzyletnim, czyli całego I etapu edukacyjnego. Wymaga się zatem zrealizowania w ciągu całego nauczania początkowego następującej liczby godzin:

- edukacja polonistyczna, edukacja społeczna, edukacja przyrodnicza, edukacja matematyczna, zajęcia techniczne- 1150 godzin, podziału na edukacje dokonuje nauczyciel
- język obcy nowożytny- 190 godzin
- edukacja muzyczna- 95 godzin
- edukacja plastyczna- 95 godzin
- zajęcia komputerowe – 95 godzin
- wychowanie fizyczne- 290 godzin.⁹⁷

Należy zwrócić uwagę, że podane liczba godzin stanowią minimum do zrealizowania i zostały określone w taki sposób, aby dni wolne, wycieczki i uroczystości szkolne nie spowodowały nie zrealizowania podstawy programowej. Z wywiadów z nauczycielami wynika, że zawsze liczba godzin zrealizowanych jest wyższa od liczby minimalnej (według deklaracji jest to od 1/4 do 1/3 więcej).

Chcąc na sposób polski przeliczyć liczbę godzin dydaktycznych realizowanych w japońskich szkołach to można uznać, że przedmioty odpowiadające w Polsce edukacjom: polonistycznej, społecznej, przyrodniczej, matematycznej i technicznej mają wymiar 1787 godzin dydaktycznych w cyklu trzyletnim, wychowanie fizyczne- 327 godzin, język angielski (nauki innego języka obcego nie przewiduje się), edukacja muzyczna- 198 godzin i edukacja plastyczne także 198 godzin. Jest to liczba wyraźnie większa od ramowego planu nauczania w Polsce, jednak trzeba wziąć pod uwagę inne znaczenie tych liczb. W Polsce podano liczbę minimalną, konieczną do zrealizowania, zaś w Japonii jest to ilość maksymalna, która powinna zostać wykonana. W Japonii nauka szkolna trwa 35 tygodni. W Polsce czas trwania

⁹⁷ B. Domeracka, I. Leśniewska, R. Sikora, P. Tałan, Poradnik dla dyrektora szkoły podstawowej. Ramowe plany nauczania, Warszawa 2013, s. 14-15.

nauki w szkole podstawowej także zaplanowano na 35-36 tygodni, ale minimalna ilość zajęć obejmuje 32 tygodnie nauki, pozostawiając czas na inne zajęcia edukacyjne lub realizację dodatkowych godzin.

Różnice wynikają także z ilości dni szkolnych i przerw świątecznych. W Polsce uczeń klasy pierwszej powinien mieć tygodniowo 20 godzin zajęć dydaktycznych, zaś uczeń klas II – III po 21 godzin lekcyjnych w tygodniu. W Japonii uczniowie mają dziennie 5 lekcji, jednak spędzają w szkole na zajęciach obowiązkowych znacznie więcej czasu niż ich polscy rówieśnicy, ponieważ w ich zakres wchodzi długie przerwy, obiad oraz czas na sprzątanie szkoły.

Choć w nowym ramowym planie nauczania dla polskich szkół podstawowych nie przewidziano wyznaczenia odrębnych godzin edukacji matematycznej, to większość nauczycieli sugerując się poprzednim planem oraz wybranymi programami nauczania przeznaczają zwykle na edukację matematyczną 4 godziny tygodniowo. W Japonii zaplanowano zajęcia matematyczne pięć razy w tygodniu po jednej lekcji w klasach II- III i 4 godziny w klasach I. Po przeprowadzeniu analizy obserwowanych lekcji można stwierdzić, iż pomimo różnic w planowanym czasie faktyczna ilość czasu, w której dzieci uczą się matematyki jest porównywalna, gdyż japońskie lekcje zawierają bardzo dużo czasu pustego (średnio czas wykorzystany na naukę na japońskiej lekcji wynosił 38 minut, a w Polsce był dłuższy średnio o 5 minut).

Po ukończeniu szkoły podstawowej w obu krajach uczeń rozpoczyna edukację w tzw. niższej szkole średniej (lower secondary school), którą w Polsce jest gimnazjum. W obu krajach nauka w nim trwa 3 lata i jest obowiązkowa. Do 6 464 gimnazjów w Polsce w roku szkolnym 2013/2014 uczęszczało 1 061 966 uczniów. W Japonii w roku 2012 funkcjonowało 10699 gimnazjów, w których uczyło się 3 552 633 uczniów. Aby dostać się do niektórych szkół japońskich (zarówno publicznych jak i prywatnych) trzeba zdać egzamin wstępny. W Polsce przyjęcie do nierejonowego gimnazjum może być uzależnione od wyniku testu kompetencji, który dzieci piszą na zakończenie szkoły podstawowej, a także dotychczasowych ocen. W japońskim gimnazjum uczniowie uczą się następujących przedmiotów: język japoński, historia, geografia, wiedza o społeczeństwie, matematyka, biologia, chemia, fizyka, informatyka, język angielski, muzyka, sztuka, wychowanie fizyczne, zajęcia praktyczno- techniczne, higiena, przygotowanie do życia w rodzinie. W Polsce przedmioty są podobne: język polski, język obcy, matematyka, historia, wiedza

o społeczeństwie, muzyka, plastyka, geografia, chemia, fizyka, informatyka, wychowanie fizyczne, zajęcia techniczne, religia/ etyka (zajęcia nieobowiązkowe). W Japonii na zakończenie każdego semestru uczniowie zdają egzaminy. W Polsce nie praktykuje się tego- dzieci piszą egzamin na zakończenie cyklu nauki w gimnazjum. Japońscy uczniowie na poziomie gimnazjum w związku z egzaminami często uczęszczają na dodatkowe zajęcia edukacyjne (tzw. juku), w Polsce zjawisko korepetycji nie jest aż tak bardzo zinstytucjonalizowane, ale dość powszechne.

Trzecim etapem kształcenia jest szkoła średnia. Na tym etapie w obu krajach uczniowie mają do wyboru różne ścieżki edukacyjne. W Polsce uczeń może po ukończeniu gimnazjum kontynuować naukę w zasadniczej szkole zawodowej, liceum ogólnokształcącym, liceum profilowanym, technikum, liceum uzupełniającym dla absolwentów zasadniczych szkół zawodowych, technikum uzupełniającym dla absolwentów zasadniczych szkół zawodowych. Większość tych ścieżek zapewnia drożność kształcenia umożliwiając zdawanie egzaminu maturalnego dającego wstęp na wyższe uczelnie. Wyjątkiem jest tutaj zasadnicza szkoła zawodowa, która skupia się na praktycznej nauce zawodu, ale nie kończy się maturą. W Japonii absolwent gimnazjum ma do wyboru naukę w liceum lub college technicznym.⁹⁸ Nauka nie jest już obowiązkowa, ale kontynuuje ją większość uczniów. Nauka w japońskim liceum trwa 3 lata, zaś w college technicznym od 5 do 5,5 roku. W Polsce jest podobnie. Japońscy uczniowie intensywnie przygotowują się do egzaminów wstępnych na wyższe uczelnie, bardzo wielu z nich uczęszcza na specjalne kursy przygotowawcze. W Polsce także organizuje się tego typu zajęcia, jednak nie są aż tak popularne jak w Japonii. W Polsce przepustką na większość kierunków uniwersyteckich jest zdany egzamin maturalny.

Sposób egzaminowania uczniów i znaczenie rezultatu bardzo silnie wpływają na kształt i funkcjonowanie szkoły. Zgodnie z założeniami teorii sygnalizacyjnej najważniejszym czynnikiem decydującym o uzyskaniu danego stanowiska pracy jest posiadanie dyplomów lub innych dokumentów potwierdzających kompetencje kandydata. Pracodawcy doceniają jednak nie tylko wiedzę akademicką czy nawet doświadczenie zawodowe osób z wykształceniem uniwersyteckim, ale także ich większą elastyczność i zdolność do adaptacji niż pracowników z wykształceniem średnim lub zawodowym.⁹⁹

⁹⁸ S. Sawicka- Wilgusiak, Szkolnictwo w Japonii, „Edukacja” 1 / 1998, s. 97-98.

⁹⁹ D. Piróg, Wybrane teorie przechodzenia absolwentów szkół wyższych na rynek pracy w warunkach gospodarki opartej na wiedzy. Prace Komisji Geografii Przemysłu Polskiego Towarzystwa Geograficznego 2013, s. 151.

W Japonii sprawa ta wygląda jednak trochę inaczej. Japońscy pracodawcy najczęściej oceniają kandydata przez pryzmat uniwersytetu, który ukończył. Im bardziej prestiżowa szkoła, tym większa szansa na zdobycie zatrudnienia.¹⁰⁰ Obecnie społeczeństwo japońskie jest stosunkowo egalitarne, więc edukacja stała się narzędziem stratyfikacji społecznej. W związku z tym absolwenci szkół średnich znajdują się pod ogromną presją otoczenia, aby podczas egzaminów wstępnych uzyskać jak najlepsze wyniki.¹⁰¹

W Japonii uczelnie prywatne same decydują o sposobie przeprowadzenia postępowania kwalifikacyjnego dla kandydatów. Natomiast uczelnie państwowe wymagają zdania państwowego egzaminu testowego prowadzonego przez Narodowe Centrum ds. Egzaminów Wstępnych podsumowującego naukę w szkole średniej, który umożliwia podejście do egzaminu na konkretną uczelnię. Zakres przedmiotów jest uzależniony od tego, na jaki kierunek chce zostać przyjęty kandydat:

- 1) Kandydaci na uczelnie humanistyczne zdają: język angielski, matematykę, język japoński, przedmiot ścisły do wyboru (fizyka, chemia, biologia, geologia) oraz z dwóch przedmiotów do wyboru (geografia, historia, wiedza o społeczeństwie)
- 2) Kandydaci na studia ścisłe zdają: język angielski, matematykę, dwa przedmioty ścisłe do wyboru (fizyka, chemia, biologia, geologia) i jeden humanistyczny spośród geografii, historii, wiedzy o społeczeństwie).¹⁰²

Na okres przygotowania się obejmujący głównie zapamiętywanie dużej ilości obiektywnych faktów i sam okres egzaminów stworzono nawet termin „egzaminacyjne piekło”.¹⁰³ Co roku około ¼ kandydatów na studia przystępuje do egzaminu po raz drugi, a rok od ukończenia szkoły przeznaczają na naukę i dodatkowe kursy (absolwenci tacy określani są mianem „roninów”).¹⁰⁴

Na złe strony systemu testocentrycznego zwraca uwagę M. Żylińska, która uważa, że gdy najważniejszym miernikiem jakości edukacji jest wynik testu indywidualny rozwój dzieci staje się mniej ważny.¹⁰⁵ Sami Japończycy dostrzegają niebezpieczeństwa płynące ze

¹⁰⁰ Z. Melosik, Społeczno- kulturowe funkcje egzaminów wstępnych na wyższe uczelnie japońskie, „Edukacja” 3/1991, s. 73.

¹⁰¹ W. Rabczuk, Edukacyjne problemy Japonii, „Edukacja i Dialog”, 3 (46)/ 1993, s. 49.

¹⁰² M. Tsuda, Edukacja w Japonii, „Horyzonty Polonistyki” 7/2012, s. 15.

¹⁰³ Z. Melosik, tamże, s. 74.

¹⁰⁴ W. Rabczuk, tamże, s.49.

¹⁰⁵ M.Żylińska, tamże, s. 266.

zdeteminowania procesu nauczania- uczenia się przez przygotowanie do testów. W 1996 r. Centralna Rada ds. Edukacji w swoim raporcie zwróciła uwagę, że młodzież wkłada ogromny wysiłek w przygotowanie do egzaminów, opanowuje pamięciowo duże partie materiału, ale z tego powodu nie ma możliwości skupienia się na rozumieniu tych treści i stosowaniu ich w życiu codziennym. Z tego też powodu przeprowadzono w 2002 r. reformę oświaty, która ograniczyła materiał i zniósła zajęcia w soboty .¹⁰⁶

Również w Polsce przemianom ulega system egzaminów. W 2002 r. wprowadzono nowy typ egzaminu maturalnego. Obejmuje on część ustną i pisemną.

1) część pisemna:

a) przedmioty obowiązkowe:

- język polski (zdawany na poziomie podstawowym lub rozszerzonym)
- język obcy nowożytny (zdawany na poziomie podstawowym lub rozszerzonym)
- matematyka (zdawana na poziomie podstawowym lub rozszerzonym)

b) przedmioty wybrane (minimum jeden spośród wymienionych):

- filozofia
- historia
- historia muzyki
- historia sztuki
- wiedza o społeczeństwie
- wiedza o tańcu
- inny język obcy
- języki klasyczne
- biologia
- chemia

¹⁰⁶ M. Cyłkowska- Nowak, Wybór szkoły w Japonii- uwarunkowania polityczne i społeczne a polityka oświatowa, „Edukacja” 2/2008, s. 81.

- fizyka z astronomią

2) część ustna

a) przedmioty obowiązkowe

- język polski

- język obcy nowożytny (zdawany na poziomie podstawowym lub rozszerzonym)

b) przedmioty wybrany

- inny język obcy (poziom rozszerzony)¹⁰⁷

Treść egzaminów pomimo deklaracji ze strony podmiotów odpowiedzialnych za ich przygotowanie obejmuje w dużej mierze wiedzę faktograficzną. Wprowadzenie nowych egzaminów gimnazjalnych i licealnych niewiele w tej kwestii zmieniło. Nawet w pytaniach otwartych i tych wymagających dłuższej wypowiedzi najważniejsza jest zgodność z kluczem odpowiedzi.¹⁰⁸ B. Niemierko uważa jednak, że nie należy zatrzymywać rozwoju systemu edukacyjnego w Polsce, ale należy go racjonalizować, usprawniać, weryfikować i konsultować.¹⁰⁹

Proces rekrutacji na polskie wyższe uczelnie jest dość skomplikowany i może trwać nawet kilka miesięcy. Postępowanie to ma kilka etapów:

- 1) Centralne oraz Okręgowe Komisje Egzaminacyjne przygotowują i przeprowadzają egzamin maturalny. Jego wyniki stanowią obecnie podstawowe kryterium przyjęć na większość kierunków studiów;
- 2) Władze jednostek dydaktycznych uczelni decydują o przebiegu rekrutacji, ustalają limity przyjęć i powołują członków komisji rekrutacyjnych, którzy są odpowiedzialni za przeprowadzenie postępowania kwalifikacyjnego.

¹⁰⁷ S. Domaradzki, Refleksje na temat nowego egzaminu maturalnego z matematyki w Polsce, [w:] *Matematyka w szkole dziś i jutro*, Universitatis Catholicae Ružomberok 2001, s. 66-81.

¹⁰⁸ G. Węgrzyn, Parametryzacja edukacji drogą donikąd, „*Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach*”, 131/ 2013, s. 120.

¹⁰⁹ B. Niemierko, *Ku czemu zmierzają egzaminy szkolne*, [w:] red. B. Niemierko, B. Małecki, *Dawne i nowe formy egzaminowania*, Wrocław 2001, s. 26.

3) Kandydaci podejmują decyzje, czy podejmują studia na kierunku, na który zostali zakwalifikowani.¹¹⁰

Niestety w Polsce czasami dochodzi do nieuczciwości edukacyjnej mającej na celu osiągnięcie lepszych wyników testowania. Pomimo stosowanych prób zaradczych jest to w codziennej praktyce edukacyjnej zjawisko nagminne. Intensywność ściągania nasila się z wiekiem uczniów i w badaniach ankietowych 80% uczniów szkół średnic przyznało, że ściąga zawsze, gdy ma taką możliwość. Jednocześnie zjawisko to nie jest postrzegane jako godne potępienia.¹¹¹ W Japonii zjawisko to nie jest powszechne i nie uzyskuje społecznej akceptacji.

Zarówno w Polsce jak i w Japonii działają szkoły wyższe państwowe i prywatne. W 2011 rok w Japonii funkcjonowało 137 uczelni państwowych, 122 publiczne i 965 prywatnych. Kształciły one 3 200 199¹¹² studentów. W Polsce na 444 uczelniach (w tym 307 niepublicznych) kształciło się w roku akademickim 2011/2012 1 764 060 osób¹¹³. W Japonii studia licencjackie trwają 4 lata (poza medycyną i weterynarią, które trwają 6 lat), a w Polsce 3 lata. Polska stosuje się do Procesu Bolońskiego¹¹⁴, Japonia wykazuje zainteresowanie jego osiągnięciami (uczestniczyła w 2009 r. w konferencji ministrów w Leuven oraz w 2010 r. w konferencji w Budapeszcie i Wiedniu).¹¹⁵

W Japonii istnieją trzy rodzaje szkół wyższych: junior college (2-3 letnie), wyższe szkoły techniczne i uniwersytety.¹¹⁶ W Japonii większość studentów (poza osobami pragnącymi kontynuować karierę naukową) kończy edukację na uzyskaniu licencjata, jeszcze w latach 80 studia z tytułem magistra kończyło zaledwie 0,06 % studentów, a stopień ten nie był wymagany nawet w pracy na uniwersytecie.¹¹⁷ Prawdopodobnie wynika to

¹¹⁰ T. Zając, Jak kandydaci starają się dostać na studia? Analiza strategii kandydatów na wybrane kierunki studiów na Uniwersytecie Warszawskim, „Decyzje” 16/ 2011, s. 75-76.

¹¹¹ M. Herbst, Mierzenie jakości kapitału ludzkiego a nieuczciwość edukacyjna, „Psychologia Społeczna” 4/2009, s. 30

¹¹² Raport MEXT, Higher Education in Japan.

¹¹³ Raport Ministerstwa Nauki u Szkolnictwa Wyższego, Szkolnictwo wyższe w Polsce, 2013.

http://www.nauka.gov.pl/g2/oryginal/2013_07/0695136d37bd577c8ab03acc5c59a1f6.pdf, data dostępu: 12.04.14.

¹¹⁴ A. Kraśniewski, Proces Boloński- to już 10 lat, Warszawa 2009.

¹¹⁵ Proces boloński, <http://www.nauka.gov.pl/proces-bolonski/proces-bolonski.html>, data dostępu 27.01.2014

¹¹⁶ S. Sawicka- Wilgusiak, Szkolnictwo w Japonii, Szkolnictwo w Japonii, „Edukacja” 1 / 1998, s. 98.

¹¹⁷ S. E. Potocka, Japonia- patologie szkolne, „Dyrektor Szkoły” 10/2003, s. 52.

z przeświadczenia pracodawców o tym, że studia w elitarnej szkole wyższej określają ogólną przydatność kandydata, ale przyuczenie do konkretnej pracy i tak musi przebiegać we własnej firmie pod okiem starszych kolegów.¹¹⁸ W Polsce przeciwnie- studenci dążą do ukończenia także studiów magisterskich, które trwają dodatkowe 2 lata.

Ponad połowa uczniów kończących szkołę średnią rozpoczyna studia na uniwersytecie, jednak kariera szkolna w Japonii jest w dużej mierze uzależniona od płci. W 2009 roku studia magisterskie najczęściej wybierali chłopcy (60% studentów), a dwuletnie pomaturalne szkoły dziewczęta (aż 90 % słuchaczy). Obecnie jednak obserwuje się wzrost liczby dziewcząt podejmujących naukę w szkołach wyższych.¹¹⁹

W 2010 r. Polska uzyskała jedno z najwyższych współczynników skolaryzacji na świecie, wynoszący 53,7%. Było to spowodowane głównie urynkowaniem szkolnictwa wyższego, dominacją liceów ogólnokształcących w edukacji na poziomie szkoły średniej, a także wzrostem aspiracji edukacyjnych młodzieży.¹²⁰ Obecnie system organizacji i finansowania szkolnictwa wyższego, a także czynniki demograficzne powodują, że nawet po zakończeniu procesu rekrutacji na wielu mniej popularnych kierunkach (zwłaszcza ścisłych) nie zostają wypełnione limity przyjęć.

Ukończenie studiów wyższych nie gwarantuje pracy absolwentom, jednak pomimo wzrostu liczby osób bezrobotnych z wyższym wykształceniem to wskaźnik ich zatrudnienia utrzymuje się na takim samym poziomie (wzrost ogólnej liczby studentów powoduje wzrost ogólnej liczby bezrobotnych absolwentów).¹²¹

Po zdaniu trudnych egzaminów wstępnych jeszcze do niedawna następował dla japońskiego studenta okres względnej swobody, który często zostawał przez młodzież poświęcony na życie kulturalne i towarzyskie zamiast naukowe. Obecnie jednak daje się odczuć narastająca presja i studenci coraz częściej ciężko pracują, aby zapewnić sobie przyszłą posadę.¹²² Również w Polsce coraz częściej studenci jeszcze podczas nauki podejmują pracę zarobkową lub wolontariat, uczestniczą w stażach i wymianach

¹¹⁸ E. Vogel, *Japan as Number One: Lessons for America*, Harvard 1979, s. 29.

¹¹⁹ J. Hendry, *Japończycy...*, s. 133

¹²⁰ A. Buchner- Jeziorska, *Studia wyższe- bez szans na sukces?!*, „Acta Universitatis Lodzensis. Folia sociologica”, 39 / 2011, s. 20.

¹²¹ A. Buchner- Jeziorska, tamże, s. 24.

¹²² J. Hendry, tamże, s. 131.

zagranicznych a także korzystają z propozycji Uczelnianych Biur Karier, aby zwiększyć swoje szanse na rynku pracy.

W obu krajach nauka na większości kierunków kończy się opracowaniem projektu badawczego lub pracy dyplomowej. Obecnie istnieje w obu krajach możliwość podnoszenia kompetencji zawodowych także na studiach podyplomowych.

Z przedstawionych informacji wynika, że istnieje bardzo wiele podobieństw w systemie kształcenia Polsce i w Japonii, zaś różnice dotyczą głównie czynników nieformalnych. Na poziomie nauczania początkowego największa różnica polega na organizacji nauczania. W Japonii istnieje podział na przedmioty, jednak nauczyciel dość swobodnie planują ich rozkład, zaś w Polsce poszczególne edukacje mogą być ze sobą integrowane, jednak lekcje matematyki są prawie zawsze wyodrębniane. W Polsce prawie wszyscy nauczyciele klas I-III to kobiety, w Japonii w 2012 r. mężczyźni stanowili 37,3% nauczycieli w szkołach podstawowych.¹²³

W Polsce zgodnie z przepisami Karty Nauczyciela¹²⁴ nauczycielem może zostać osoba, która posiada wyższe wykształcenie z odpowiednim przygotowaniem pedagogicznym lub ukończyła zakład kształcenia nauczycieli i podejmuje pracę na stanowisku, do którego są to wystarczające kwalifikacje, przestrzega podstawowych zasad moralnych, spełnia warunki zdrowotne niezbędne do wykonywania zawodu. W praktyce, aby podjąć pracę jako nauczyciel klas początkowych należy ukończyć stosowny kierunek studiów na poziomie licencjackim lub studia podyplomowe z tego zakresu. Kształcenie nauczycieli odbywa się w szkołach wyższych i kolegiach pedagogicznych.

Przygotowanie nauczycieli do wykonywania zawodu obejmuje trzy obszary:

- pedagogikę ogólną integrującą filozofię, historię, socjologię i pedagogikę porównawczą,
- badania empiryczne (metody badań, pomiary, ewaluacja)
- pedagogika stosowana (metody nauczania, technologia, praktyka pedagogiczna).¹²⁵

Edukacja nauczycieli obejmuje zatem zarówno wiedzę teoretyczną jak i praktyczną. Jednak, jak pisze W. Leżańska, kształcenie w uniwersytetach ma przede wszystkim teoretyczny

¹²³ Wg. danych MEXT

¹²⁴ Karta Nauczyciela. Ustawa z dnia 26 stycznia 1982 r.

¹²⁵ R. Pachociński, tamże, s. 120.

charakter, a uczelnie niechętnie podejmują zadania związane z przygotowaniem praktycznym do zawodu. Jest to związane z tradycyjną funkcją uniwersytetu, który jest bardziej zaangażowany w prowadzenie badań naukowych.¹²⁶ Realizacją praktyk pedagogicznych najczęściej zostają obarczone szkoły, których nikt nie kontroluje realizacji i efektów. W większości krajów na świecie praktyka nauczycielska jest uznawana za ważny element przygotowania do zawodu.¹²⁷

W Polsce aby podjąć pracę w klasach I-III szkoły podstawowej należy legitymować się odpowiednim wykształceniem zdobytym podczas studiów (co najmniej licencjackich) lub studiów podyplomowych. Najczęściej są to kierunki o nazwach Zintegrowana Edukacja Wczesnoszkolna, Edukacja Wczesnoszkolna, Edukacja Małego Dziecka itp. Studia takie obejmują szereg przedmiotów, jednak bardzo często ilość przedmiotów i godzin poświęconych na przygotowanie kandydatów do zawodu nauczycielskiego do prowadzenia edukacji matematycznej jest mizerna. Na Uniwersytecie Śląskim na specjalności Zintegrowana Edukacja Wczesnoszkolna i Wychowanie Przedszkolne na studiach I stopnia zaplanowano dwa przedmioty: podstawy edukacji matematycznej oraz metodyka edukacji matematycznej w klasach I-III, zaś na studiach II stopnia jest przedmiot o nazwie aktywność matematyczna dziecka. G. Trelński zaobserwował nawet trend do redukowania ilości godzin poświęconych na edukację matematyczną, którą uzasadnia się wystarczającym poziomem wiedzy wyniesionym przez studentów ze szkoły średniej. Podaje przykłady uczelni, w których na 3800 godzin kształcenia jedynie 115 można również luźno powiązać z nauczaniem matematyki, zaś w innej uczelni jest to jedynie 15 godzin zajęć z edukacji matematycznej!¹²⁸ Skutkuje to zdecydowaną niewystarczającą wiedzą przyszłych nauczycieli. Okazuje się, że bardzo często nie potrafią oni rozwiązać zadań obejmujących materiał szkoły podstawowej.¹²⁹

W Japonii przepustką do wykonywania zawodu nauczyciela stanowi uzyskanie certyfikatu, poprzez zaliczenie odpowiednich przedmiotów na kursie uniwersyteckim. Podstawą do jego uzyskania jest posiadanie wyższego wykształcenia na poziomie licencjata

¹²⁶ W. Leżańska, *Kształcenie nauczycieli wychowania przedszkolnego w Polsce*, Łódź 1998, s. 201.

¹²⁷ V. Cobb, *An International Comparison of Teacher Education*, 1999, s. 5.

¹²⁸ G. Trelński, *Edukacja matematyczna w kształceniu nauczycieli nauczania zintegrowanego*, [w:] red. H. Siwek, M. Bereźnicka, *System integralny w edukacji dziecka*, Warszawa 2011, s. 205.

¹²⁹ M. Korcz, *O potrzebie matematycznego kształcenia nauczycieli nauczania początkowego*, [w:] red. H. Siwek, M. Bereźnicka, *System integralny w edukacji dziecka*, Warszawa 2011.

zdobyte na uniwersytecie lub uczelni pedagogicznej. Certyfikat jest ważny w całym kraju, ale za zatrudnianie nauczycieli odpowiedzialne są samorządy, które organizują w tym celu własne egzaminy. W pierwszym roku pracy nauczyciele zobowiązani są do uczestniczenia w różnych formach doskonalenia zawodowego, a także otrzymują opiekuna wybranego spośród doświadczonych kolegów.¹³⁰Przyznawane są trzy rodzaje licencji nauczycielskich: zwykła (ważna 10 lat), specjalna (także ważna 10 lat) oraz tymczasowa (ważna przez 3 lata). Generalnie podstawą do uzyskania licencji jest tytuł licencjata oraz kurs przygotowania pedagogicznego obejmujący zajęcia praktyczne i praktyki pedagogiczne.¹³¹

Nauczyciele zatrudnieni w szkołach polskich realizują drogę awansu zawodowego zdobywając stopnie: stażysty, nauczyciela kontraktowego, nauczyciela mianowanego i nauczyciela dyplomowanego. Wśród kadry nauczycielskiej w Polsce największy procent stanowią nauczyciele dyplomowani (46,4%), kolejno mianowani (27,3%), nauczyciele kontraktowi (18,7%) i stażyści (7,6%)¹³². W Japonii nie przewiduje się ścieżki awansu zawodowego. Nauczyciel może ewentualnie zostać dyrektorem szkoły, ale nie jest to bardzo pożądana posada.

W roku 2012 liczba nauczycieli wszystkich typów szkół zatrudnionych na pełny etat wynosiła 1 339 300, w tym 658 902 kobiet i 680 398 mężczyzn. Wśród nauczycieli przedszkolnych przeważają kobiety, choć z najmłodszymi dziećmi w Japonii pracuje też 7 418 mężczyzn. W szkołach podstawowych także uczy więcej kobiet, choć dysproporcja nie jest już tak wielka jak w przypadku przedszkoli. Na 156 101 nauczycieli przypada 262 606 nauczycielek. Sytuacja ulega zmianie w szkołach średnich. W niższych szkołach średnich (odpowiedni polskiego gimnazjum). Pracuje 146409 mężczyzn i 107 344 kobiet, zaś w wyższych odpowiednio 165 440 i 71 784.

System edukacji w Polsce i w Japonii ma wiele cech wspólnych. Oba systemy obejmują takie same etapy kształcenia, przewidziane dla uczniów w tym samym wieku. W obu krajach egzaminy mają duży wpływ na proces nauczania- uczenia się oraz decydują o dostępie do kształcenia na poziomie wyższym. Występuje jednak wiele różnic, które

¹³⁰ Y. Shimizu, Aspects of Mathematics Teacher Education in Japan: Focusing on Teachers Role, „Journal of Mathematics Teacher Education” 2/ 1999. s. 111.

¹³¹ Licencje nauczycielskie

http://www.mext.go.jp/english/elsec/_icsFiles/afieldfile/2011/03/28/1303528_001.pdf, data dostępu: 12.04.2014.

¹³² E. Falkowska, A. Telusiewicz- Pacak, tamże, s. 16.

obejmują relacje między wychowaniem a nauczaniem w szkołach, czy sposób kształcenia kandydatów na nauczycieli i nauczycieli rozpoczynających pracę.

1.5. Nauczanie początkowe matematyki jako proces dydaktyczny

W obu krajach matematyka jest nauczania już od początku pobytu dziecka w szkole podstawowej. Doniosłość tego etapu nauczania jest ogromna, ponieważ u dziecka wczesnoszkolnego kształtują się procesy myślowe niezbędne do rozumienia pojęć matematycznych i kładzie się podwaliny na całe dalsze kształcenie matematyczne. Nie sposób przecenić roli matematyki w życiu człowieka. Jest to dziedzina charakterystyczna dla działalności człowieka i uprawiana przez niego od tysięcy lat. Pojęcia matematyczne, jako jedne z nielicznych są rozumiane tak samo przez ludzi pochodzących z różnych kultur. S. Turnau uważa, że matematykę można rozpatrywać jako gotową teorię zawartą w podręcznikach i monografiach, oraz jako działalność: stawianie pytań i zadań, odpowiadanie na te pytania i zadania, wreszcie przyswajanie sobie teorii.¹³³ Przyjęcie jednego z tych założeń ma fundamentalny wpływ na proces nauczania- uczenia się. Jeśli uznamy matematykę za gotową wiedzę to szkole nie pozostaje nic innego jak przekazanie jej uczniom. Natomiast jeśli będziemy traktować matematykę jako dziedzinę aktywności człowieka to pozwolimy uczniom na samodzielne prowadzenie procesu badawczego, mierzenie się z sytuacjami problemowymi, aby ukształtować pojęcia matematyczne.

Wspomniany już S. Turnau uważa także, że znać matematykę to znaczy umieć postępować w sposób matematyczny przy rozwiązywaniu wcześniej poznanego lub nowego problemu. Do takiej działalności niezbędne są dwa składniki. Po pierwsze uczeń musi rozumieć warunki zadania (sytuacji) i związki między nimi, po drugie zaś wystarczająco sprawnie posługiwać się rachunkami symbolicznymi.¹³⁴ Rolę edukacji matematycznej można zatem rozumieć dwojako: jako wdrożenie uczniów do poznawania świata za pomocą narzędzi matematyki oraz jako ćwiczenie umiejętności technicznych niezbędnych do tego celu. Matematyka często bywa w Polsce przedstawiana uczniom wyłącznie jako „zestaw tricków do zapamiętania”. Powoduje to bezradność matematyczną, gdy uczeń nie potrafi przywołać z pamięci wzoru lub opracowanego na zajęciach sposobu postępowania. Często przyczyną bywa wymuszanie na dzieciach stosowania określonych technik obliczeń, które nauczyciel

¹³³ S. Turnau, Wykłady o nauczaniu matematyki, Warszawa 1990, s. 58

¹³⁴S. Turnau, Wprowadzenie w dydaktykę geometrii przestrzeni trójwymiarowej [w:] red. B. Nowecki, Wybrane zagadnienia nauczania matematyki w szkole średniej, Warszawa 1975, s. 34.

uznał za najlepsze.¹³⁵ Dzieje się tak wówczas, gdy nauczyciel nie realizuje obu założonych funkcji, a skupia się na wytrenowaniu umiejętności technicznych. G. Rura i M. Klichowski przeprowadzili badania nauczycielskich strategii kształtowania kompetencji matematycznych dziecka. Wyodrębnili oni dwa rodzaje:

- 1) strategię trenującą dziecko
- 2) strategię stymulującą aktywność dziecka.

Pierwszą strategię stosowało 76,13 % badanych nauczycieli, zaś drugą zaledwie 23,87%. Większość nauczycieli uważa, że dla zdobycia umiejętności matematycznych wystarczy zdobycie wiedzy i odpowiedni trening, podczas gdy mniej niż jedna czwarta stawia na rozwój umiejętności, stymulując zarazem matematyczny rozwój ucznia.¹³⁶

Ćwiczenie sprawności rachunkowej nie powinno być głównym celem edukacji matematycznej.¹³⁷ Najistotniejszym zadaniem, jakie się przed nią stawia jest rozwijanie myślenia matematycznego uczniów. Jak pisze J. Nowik „myślenie matematyczne polega na myśleniu konkretnym, opartym na określonych założeniach, prawach logicznych, definicjach, twierdzeniach, a jednocześnie stawianiu pytań-hipotez, choć nie zawsze można na nie odpowiedzieć. Wymaga umiejętności analizowania i syntetyzowania. Logiczne myślenie, które jest często utożsamiane z myśleniem matematycznym, potrzebne jest w każdej dziedzinie nauki, która wymaga umiejętności kojarzenia faktów i ich wzajemnej zależności. Jest ono pozbawione emocji, które często towarzyszą tzw. myśleniu twórczemu malarzy czy poetów, ale nie znaczy to, że jest pozbawione wyobraźni, która zawsze towarzyszy procesom abstrahowania”.¹³⁸

Zdaniem D. Klus- Stańskiej myślenie matematyczne to „zespół podejmowanych samodzielnie czynności umysłowych polegających na: rozwiązywaniu zadań i innych problemów matematycznych, a więc logicznej analizie treści trudności matematycznej, jej

¹³⁵ D Klus- Stańska, Strategie wprowadzania podstawowych pojęć matematycznych jako źródło późniejszych niepowodzeń szkolnych. „Pismo PG” 4/2006, s. 28.

¹³⁶ G. Rura, M. Klichowski, Kompetencje matematyczne- założone sposoby kształtowania i dyskursy popkulturowe, [w:] red. H. Sowińska, Dziecko w szkolnej rzeczywistości. Założony a rzeczywisty obraz edukacji elementarnej, Poznań 2011, s. 235- 236.

¹³⁷ D. Klus- Stańska, A. Kalinowska, Rozwijanie myślenia matematycznego młodszych uczniów, Warszawa 2004, s. 23-28.

¹³⁸ J. Nowik, Kształcenie matematyczne w edukacji wczesnoszkolnej, Opole 2011, s. 10.

identyfikacji oraz świadomym (kontrolowanym przez siebie, a nie przez nauczyciela) wyborze lub konstrukcji strategii jej rozwiązania, a także na poszukiwaniu tych problemów, czyli dostrzeganiu nowych relacji matematycznych i skłonności do matematyzacji rzeczywistości.”¹³⁹ Obie przytoczone definicje zgodnie podkreślają najważniejsze cechy myślenia matematycznego. Należą do nich samodzielność intelektualna w rozwiązywaniu problemów matematycznych oraz świadome posługiwanie się prawami matematyki w konstruowaniu strategii działania. Wymienione elementy w sposób trafny określają do jakich rezultatów nauczania- uczenia się matematyki powinniśmy dążyć.

Obie definicje podkreślają również doniosłość aktywności dziecka w procesie poznania. W edukacji matematycznej mamy do czynienia z jej szczególnym rodzajem- aktywnością matematyczną. W. Nowak definiuje aktywność matematyczną jako działalność umysłu, typową dla pracy matematyka, który stosuje wypracowane techniki intelektualne. Organizując uczenie się, chcemy wyzwolić w uczniu specyficzne dla matematyki postawy na miarę jego możliwości.¹⁴⁰ Oczywiście aktywność matematyczna ucznia jest różna od aktywności matematycznej doświadczonego badacza, jednak istotne jest podjęcie aktywności umysłowej, zmierzającej do rozwiązania lub sformułowania problemu matematycznego. Z. Krygowska uważa, że pewne elementy aktywności matematycznej powinny stanowić istotny element powszechnej edukacji matematycznej. Za szczególnie ważne w nauczaniu i możliwe do kształtowania w warunkach szkolnych uznała ona:

- 1) Dostrzeganie i wykorzystywanie analogii
- 2) Schematyzowanie
- 3) Definiowanie, interpretowanie definicji i jej racjonalne używanie
- 4) Dedukowanie i redukowanie
- 5) Kodowanie, konstruowanie i racjonalne stosowanie języka symbolicznego
- 6) Algorytmizowanie i racjonalne posługiwanie się algorytmami.¹⁴¹

Wszystkie wymienione aktywności matematyczne wymagają aktywności umysłowej, zwanej rozumowaniem (myśleniem) matematycznym. Aktywności te mogą być jednak w szkole rozwijane w różnym zakresie. Z. Krygowska uważa, że można wyodrębnić trzy poziomy celów nauczania. Pierwszy z nich dotyczy podstawowych umiejętności i wiedzy

¹³⁹ D. Klus- Stańska, A. Kalinowska, tamże, s. 19.

¹⁴⁰ W. Nowak, *Konwersatorium z dydaktyki matematyki*, Warszawa 1989, s. 110.

¹⁴¹ Z. Krygowska, *Elementy aktywności matematycznej, które powinny odgrywać znaczącą rolę w matematyce dla wszystkich*, „Dydaktyka Matematyki” 6/ 1986.

określonych zwykle programem szkolnym. Drugi to postawy i zachowania specyficzne dla aktywności matematycznej oraz świadomość niektórych elementów metodologii, w trzecim zaś mieszczą się postawy i zachowania intelektualne funkcjonujące poza aktywnością matematyczną.¹⁴² Niestety wśród celów nauczania formułowanych przez nauczycieli najczęściej brakuje celów z pierwszego i drugiego poziomu. Czasem wręcz uczeń posługuje się terminami i symbolicznymi całkowicie bez ich zrozumienia. Stan taki Z. Krygowska nazywa „zdegenerowanym formalizmem”.

Cele nauczania powinny być jednak przez nauczyciela dostosowywane do potrzeb konkretnych uczniów, z którymi podejmuje on pracę. Ogromną rolę odgrywa tutaj stan wiedzy potocznej dziecka, która powinna zostać wykorzystana jako punkt wyjściowy nauczania, nie zaś zignorowana przez nauczyciela.¹⁴³ Dziecko uczęszczające do szkoły nie jest „białą kartą” i w życiu codziennym nabrało wielu doświadczeń, które mogą służyć rozwijaniu pojęć matematycznych.

Pojęcia matematyczne – zdaniem J. Hanisz- „różnią się w istotny sposób od pojęć innych dziedzin wiedzy, bowiem mają charakter operatywny. Powstają w wyniku abstrakcji odczynnościowej, a nie abstrakcji odprzedmiotowej. Treścią pojęć matematycznych są nie cechy jakiś obiektów, a relacje między nimi”.¹⁴⁴ Pierwsze pojęcia liczbowe pojawiają się u dziecka wcześnie, choć zwykle są związane z określonym kontekstem i rozumiane przez dzieci w inny sposób, niż czynią to dorośli.¹⁴⁵ Dziecko rozpoczynające naukę posiada już pewne kompetencje matematyczne odnoszące się do pojęcia liczby naturalnej, rozpoznawania i nazywania prostych figur geometrycznych. Nauczyciel edukacji wczesnoszkolnej formułując cele nauczania matematyki powinien umożliwić dziecku ich dalszy rozwój, oparty na dotychczasowym doświadczeniu.¹⁴⁶ Dla tego celu ważne jest rozpoznanie, na jakim etapie kształtowania danego pojęcia znajduje się dziecko, jaki sposób ten proces przebiega i jakimi

¹⁴² Tamże.

¹⁴³ A. Krajna, E. Małkiewicz, K. Sujak- Lesz, Wiedza potoczna ucznia i jej wykorzystanie w edukacji. Wokół pedagogiki ucznia w centrum, Wrocław, 2005, s. 195-206.

¹⁴⁴ J. Hanisz, Cele wczesnoszkolnej edukacji matematycznej, „Życie Szkoły” 6/2005, s. 331.

¹⁴⁵ A. Urbańska, „Duże liczby” w rozumieniu dzieci, „Disputationes Scientifcae Universitatis Catholicae in Ružomberok” 3/ 2003, s. 85-90.

¹⁴⁶ G. Rura, M. Klichowski, tamże, s. 219.

rządzi się prawami. W nauczaniu należy uwzględnić kolejność etapów rozwoju dziecka i stopniowo przygotowywać uczniów do przejścia na wyższy poziom.¹⁴⁷

Oprócz oceny aktualnego stanu możliwości dziecka nauczyciel powinien wziąć pod uwagę to, czego może się ono nauczyć przy wsparciu ze strony dorosłych (nauczycieli, rodziców itp.). L. Wygotski uważa, że nauczanie powinno być procesem wyprzedzającym rozwój. Zwraca także uwagę na to, że dziecko często jest w stanie wykonać jakieś działanie, zanim będzie w stanie świadomie i celowo postępować w taki sposób.¹⁴⁸ Z koncepcją tą związane są dwa terminy: „strefa aktualnego rozwoju” i „strefa najbliższego rozwoju”. Strefa aktualnego rozwoju to wiek intelektualny dziecka, będący efektem zakończonych procesów poznawczych. Do strefy najbliższego rozwoju należą te zadania, których uczeń nie jest w stanie wykonać samodzielnie, ale robi to przy pomocy dorosłego.¹⁴⁹ Organizując sytuacje dydaktyczne mające na celu kształtowanie pojęć matematycznych należy przede wszystkim uwzględnić to, do czego dziecko jest zdolne, a nie to co już wie i potrafi. Pomoc dorosłego musi jednak uwzględnić czynniki rozwojowe i być dostosowana do wieku i możliwości ucznia.

Jak pisze E. Stucki, pojęcia matematyczne, tak jak cała matematyka, mają charakter operatywny i tworzą się w wyniku stopniowego procesu interioryzacji działań konkretnych, potem czynności wyobrażanych aż do operacji abstrakcyjnych¹⁵⁰. Jest to ważna wskazówka w planowaniu i realizowaniu zajęć z edukacji matematycznej w klasach początkowych. Nauczyciel powinien w taki sposób organizować ten proces, aby dziecko mogło poprzez zdobywanie doświadczeń przy wykonywaniu realnych czynności mogło przejść drogę do ukształtowania się pojęć abstrakcyjnych.

Proces ten, polegający na przejściu od konkretnego do abstrakcji nazywa się matematyzacją. W nauczaniu początkowym matematyki mamy najczęściej do czynienia z matematyzacją wstępną. Jak pisze Z. Krygowska matematyzacją wstępną, prymitywną, pogładową nazywamy konstrukcję schematu myślowego jakiegoś układu rzeczywistych stosunków, którego nie można jeszcze uważać za schemat matematyczny włączony do pewnej teorii

¹⁴⁷ B. Ochmańska, Możliwości rozwojowe i potrzeby dziecka w młodszym wieku szkolnym w kontekście edukacji matematycznej, [w:] I. Fechner- Sędzicka, B. Ochmańska, W. Odrobina, Rozwijanie zainteresowań i zdolności matematycznych uczniów klas I-III szkoły podstawowej, Warszawa 2012, s. 11

¹⁴⁸ L. Wygotski, Wybrane prace psychologiczne, Warszawa 1971, s. 352.

¹⁴⁹ Tamże, s. 356-357.

¹⁵⁰ E. Stucki, Metodyka nauczania matematyki w klasach niższych, Bydgoszcz 1992, s. 48.

matematycznej, ale którego konstrukcja jest od początku ukierunkowana na właściwą późniejszą matematyzację.¹⁵¹ W klasach początkowych dokonuje się ona poprzez aktywność dziecka, manipulowanie przedmiotami itp.

W umyśle dziecka pojęcia powstają na drodze uogólniania i abstrahowania. Zdaniem T. Poznańskiej, aby proces kształtowania pojęcia przebiegał prawidłowo muszą zostać spełnione następujące warunki:

- musi się opierać na poznaniu zmysłowym tj. na spostrzeganiu i wyobrażaniu przedmiotów, ich cech oraz stosunków i zależności między nimi,

- wiąże się te przedmioty, ich elementy, stosunki i układy ze słowami i utrwała je w wyobrażeniach języka

- stwarza się warunki do procesu uogólnień, czyli przyswajania pojęć ogólnych, wychodząc najczęściej poza dane bezpośrednie,

- opracowuje się uzyskane treści w spójny system wiedzy,

- dostarcza się wiele okazji do sprawdzenia i wykorzystania zdobytej wiedzy w działaniu,

- sprzyja się wartościowaniu i ocenianiu działań,

- stwarza się warunki do zapamiętywania czynności i rezultatów poznania

- uwzględnia się pełną aktywność i samodzielność uczniów.¹⁵²

Nie wystarczy zatem dbać o kształtowanie pojedynczych pojęć w umyśle dziecka, lecz przede wszystkim wiązać je z uprzednio poznanymi, łączyć w spójną sieć powiązań i zależności. Ważne jest także, aby pojęcia były operatywne tzn. aby uczeń potrafił się nimi swobodnie posługiwać i wykorzystywać je w rozwiązywaniu stawianych przed nim problemów matematycznych (dostarczonych przez nauczyciela lub w sytuacjach codziennych, życiowych).

Całościową koncepcję nauczania oparta na podobnych założeniach opracował J. Bruner. Stworzył on teorię opartą na pojęciu reprezentacji, która jest zbiorem reguł, w kategoriach

¹⁵¹ Z. Krygowska, Zarys dydaktyki matematyki, Warszawa 1979, s. 48.

¹⁵² T. Poznańska, O kształtowaniu pojęć w klasach niższych, Warszawa 1976, s. 32.

których jednostka tworzy pojęcie stałości zdarzeń, z jakimi się zetknęła.¹⁵³ Jego zdaniem człowiek może tworzyć reprezentacje na trzech poziomach: enaktywnym, ikonicznym i symbolicznym. Reprezentacja enaktywna to reprezentacja ubiegłych zdarzeń za pośrednictwem odpowiedniej reakcji ruchowej.¹⁵⁴ Dziecko zdobywając wiedzę o otaczającym świecie i zauważając rządzące nim prawidłowości początkowo za pomocą fizycznego działania i manipulowania konkretnymi przedmiotami.¹⁵⁵ Zdaniem E. Gruszczyk-Kolczyńskiej w edukacji matematycznej niezwykle ważną rolę odgrywają czynności wykonywane w czasie i przestrzeni na realnych przedmiotach. (...) Od nich zaczyna się także proces uogólniania pojęć matematycznych. Konkretnie czynności to także początek kształtowania dziecięcych umiejętności. Gromadzenie doświadczeń na poziomie enaktywnym jest więc czymś niezwykle istotnym w nauczaniu matematyki¹⁵⁶. Z tego powodu metodycy nauczania początkowego zwracają uwagę na konieczność realnych doświadczeń na konkretnych przedmiotach w toku uczenia się matematyki. Zaleca się w związku z tym stosowanie mediów dydaktycznych ułatwiających prowadzenie tego procesu. Uczniowie powinni więc manipulować przedmiotami podczas uczenia się o liczbach lub działaniach matematycznych, modelami figur podczas nauki geometrii lub przedmiotami o różnej długości, wadze czy pojemności podczas nauki tzw. umiejętności praktycznych: ważenia, mierzenia długości czy pojemności. Kolejnym etapem tworzenia pojęć są reprezentacje ikoniczne. J. Bruner określa je jako podsumowujące zdarzenia przez wybiórczą organizację spostrzeżeń i wyobrażeń, przez czasową, przestrzenną i jakościową strukturalizację pola spostrzeżeniowego oraz przekształcone obrazy tych struktur.¹⁵⁷ Działanie na poziomie ikonicznym oznacza tworzenie obrazów umysłowych na podstawie wcześniejszych spostrzeżeń lub wyobrażeń. Działalność na poziomie ikonicznym jest bardzo ważna dla tworzenia się pojęć w umyśle dziecka, jednak na pierwszym etapie nauki nie może stanowić ich wyłącznej podstawy. Niestety bardzo często w nauczaniu wybiera się formę ikoniczną zamiast enaktywnej¹⁵⁸. Działalność na poziomie ikonicznym jest łatwiejsza dla nauczyciela ze względów organizacyjnych, nie powoduje hałasu i zamieszania. Uczniowie nie są w stanie jednak zrozumieć z natury operatywnych pojęć, jeśli tylko obserwują przedstawiające je

¹⁵³ J. Bruner, *Poza dostarczone informacje*, Warszawa 1978, s. 530-531.

¹⁵⁴ Tamże, s. 548.

¹⁵⁵ E. Gruszczyk- Kolczyńska, *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki*, Warszawa 1997, s. 17.

¹⁵⁶ tamże, s. 90.

¹⁵⁷ J. Bruner, tamże.

¹⁵⁸ E. Gruszczyk- Kolczyńska, *Papierowa matematyka*, „*Matematyka*” 1/ 2013, s. 44-53.

ilustracje.¹⁵⁹ Nieco lepsze rezultaty ma samodzielne tworzenie przez dziecko rysunków przedstawiających jego spostrzeżenia czy wyobrażenia. Aby jednak było do tego zdolne, trzeba najpierw stworzyć okazję do takich doświadczeń. Ukoronowaniem procesu jest umiejętność posługiwania się reprezentacjami na poziomie symbolicznym. Ich wykorzystanie polega na kodowaniu za pomocą słów (języka) i innych symboli (muzyka czy liczby). Jest to najdoskonalszy sposób, ponieważ daje znacznie więcej możliwości tworzenia i odtwarzania niż pozostałe reprezentacje. Jest on szczególnie ważny dla uczenia się matematyki, w której bardzo ważną rolę odgrywają pojęcia abstrakcyjne zapisywane za pomocą symboli matematycznych. Dziecko od początku nauki w szkole poznaje pojęcia matematyczne wyrażone na sposób symboliczny oraz musi dość swobodnie przechodzić z jednego rodzaju reprezentacji do innego. Zdaniem E. Gruszczyk- Kolczyńskiej szkolny sposób nauczania matematyki, od pierwszych dni pobytu w szkole, wymaga od dziecka pokonania dwóch nakładających się obszarów trudności:

- opanowania techniki kodowania i dekodowania w ściśle określonym systemie znaków: cyfry, znaki działań, schematy graficzne,

- przyswojenia abstrakcyjnych pojęć, zapisywania ich i posługiwania się nimi w rozmaitych sytuacjach.¹⁶⁰

Rodzaj wykorzystywanej reprezentacji jest istotny dla skuteczności nauczania początkowego matematyki i powinien być dostosowany do możliwości i potrzeb uczniów zarówno w zakresie wprowadzania nowych pojęć jak i sposobów rozwiązywania zadań matematycznych.

Obok teorii J. Brunera bardzo duże znaczenie dla edukacji matematycznej mają odkrycia J. Piageta. Uważa on, że rozwój następuje w kontakcie ze środowiskiem za pomocą mechanizmu adaptacji. Adaptacja zaś może być realizowana przez asymilację i akomodację. Adaptacja to równowaga pomiędzy asymilacją i akomodacją. Jeśli jakieś zdarzenie powoduje zaburzenie tej równowagi to może zostać pokonane przez proces akomodacji lub asymilacji. Jest to sytuacja sprzyjające nauczaniu.¹⁶¹ Zdaniem J. Piageta rozwój jest procesem ciągłym

¹⁵⁹ Z. Semadeni, *Matematyka w edukacji początkowej- podejście konstruktywistyczne* [w:] Z. Semadeni, E. Gruszczyk- Kolczyńska, G. Trelński, B. Bugajska- Jaszczółt, M. Czajkowska, *Matematyczna edukacja wczesnoszkolna. Teoria i praktyka*, Kielce 2015, s. 76.

¹⁶⁰ E. Gruszczyk- Kolczyńska, tamże, s. 86.

¹⁶¹ M. Ledzińska, E. Czerniawska, *Psychologia nauczania. Ujęcie poznawcze*, Warszawa 2011, s. 121.

i kolejne fazy rozwojowe powinny pojawiać się w odpowiedniej kolejności. Wyodrębnił on następujące etapy rozwoju myślenia:

1. Sensoryczno- motoryczne
2. Myślenie przedoperacyjne
3. Myślenie na poziomie operacji konkretnych
4. Myślenie na poziomie operacji formalnych.

Uczeń klas I-III zasadniczo znajduje się na poziomie operacji konkretnych.

Operację rozumiał J. Piaget jako przebieg zdarzeń rozwijający się w sferze myślowej według prostych reguł logicznych.¹⁶² Główną jej cechą jest odwracalność czyli umiejętność wykonania myślowego „krok wstecz”, czyli zastąpienie każdej operacji działaniem odwrotnym. Operacja jest także zinterioryzowana, może być wykonywana jedynie w umyśle. Jednak jak sama nazwa wskazuje, operacje konkretne mogą być wykonywane przez dziecko na konkretach, czyli realnych przedmiotach. Piaget opisał kilka rodzajów operacji konkretnych, które mają wpływ na uczenie się matematyki:

- „dodawanie logiczne (addytywność) – klasyfikowanie tak, że możliwe jest łączenie kilku klas w jedną większą.

- odwracalność- możliwość anulowania operacji przez operację przeciwną

- łączność- możliwe jest dodawanie klas w różnym porządku, w różnej kolejności.

- tożsamość- dochodzi do rozumienia, że ilość nie zmienia się tak długo, jak nie zostanie dodana lub odjęta od niej jakaś wartość.”¹⁶³

Obecnie w Polsce głównie za sprawą publikacji E. Gruszczyk- Kolczyńskiej uważa się, że aby dziecko mogło uczyć się matematyki na sposób szkolny musi znajdować się co najmniej na poziomie operacji konkretnych. Jej zdaniem dzieci, które nie rozumują jeszcze operacyjnie nie są w stanie przyswoić sobie oprócz pojęcia liczby naturalnej także czterech działań arytmetycznych, ani też rozwiązywać zadań matematycznych na wymaganym przez nauczyciela poziomie.¹⁶⁴ Inną istotną cechą myślenia operacyjnego na poziomie konkretnym jest opanowanie przez dziecko rozumienia tzw. stałości. Wspomniana już Gruszczyk-

¹⁶² G. Mietzel, Psychologia kształcenia, Gdańsk 2001, s. 101.

¹⁶³ M. Ledzińska, E. Czerniawska, tamże, s. 122.

¹⁶⁴ E. Gruszczyk- Kolczyńska, tamże, s. 48.

Kolczyńska wyodrębniła pięć wskaźników, które są ważne dla efektów uczenia się matematyki na sposób szkolny przez dziecko:

1. Operacyjne rozumowanie w zakresie ustalania stałości ilości nieciągłych
2. Operacyjne porządkowanie elementów w zbiorze przy wyznaczaniu konsekwentnych serii
3. Operacyjne rozumowanie w zakresie ustalania stałości masy (tworzywa)
4. Operacyjne rozumowanie w zakresie ustalania stałości długości przy obserwowanych przekształceniach
5. Operacyjne rozumowanie w zakresie ustalania stałej objętości cieczy przy transformacjach zmieniających jej wygląd.

Dla sprawdzenia poziomu danej umiejętności Gruszczyk- Kolczyńska opracowała testy wzorowane na metodyce badań piagetowskich. Zostały one opisane w wielu jej publikacjach, na podstawie których przygotowano poniższy opis.¹⁶⁵

Badanie sprawdzające umiejętność ustalania stałości ilości nieciągłych polega na zademonstrowaniu dzieciom dwóch zbiorów liczących po 6 krążków: dużych i małych. Dziecko po ustaleniu równoliczności tych zbiorów przygląda się zmianom w ich układzie i stwierdza, czy po zajściu zmiany w obu zbiorach jest nadal tyle samo krążków. Od odpowiedzi i jej uzasadnienia zależy, czy zakwalifikujemy dziecko na poziom niski, świadczący o myśleniu przedoperacyjnym, średni, który jest poziomem przejściowym i wysoki, który świadczy o tym, że dziecko znajduje się na poziomie operacji konkretnych. Jeśli dziecko twierdzi, że po zmianie układu więcej jest krążków tam, gdzie wizualnie zajmują więcej miejsca to jest kwalifikowane na poziom niski. Jeśli myśli, że krążków musi być tyle samo, ale potrzebuje sprawdzenia (np. przeliczenia) swojej opinii to świadczy to o poziomie średnim. Wreszcie jeśli dziecko jest przekonane, że ilość krążków niezależnie od wyglądu nie zmienia się, to stanowi to przesłankę, że znajduje się na poziomie wysokim, czyli poziomie operacji konkretnych.

Do przeprowadzenia próby badającej operacyjne porządkowanie elementów w zbiorze przy wyznaczaniu konsekwentnych serii potrzebny jest zestaw 20 patyczków. Największy

¹⁶⁵ Np. E. Gruszczyk- Kolczyńska, Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki, Warszawa 1997, E. Gruszczyk- Kolczyńska, Dziecięca matematyka, Warszawa 1997, E. Gruszczyk- Kolczyńska (red.), O dzieciach uzdolnionych matematycznie, Warszawa 2012, E. Gruszczyk- Kolczyńska, E. Zielińska, Nauczycielska diagnoza edukacji matematycznej dzieci, Warszawa 2013.

z nich ma mieć długość 10 cm, a każdy kolejny ma być krótszy o 3,5 mm. Dziecko otrzymuje zadanie ułożenia ich od największego do najmniejszego. Małe różnice pomiędzy patyczkami powodują, że dziecko nie jest w stanie wykonać zadania sugerując się jedynie tym, co widzi. Jeśli badany nie był w stanie ułożyć patyczków lub układał tylko te znacznie różniące się długością to świadczyło o poziomie niskim. Jeśli wykonywał zadanie metodą prób i błędów to świadczyło to o poziomie średnim, zaś poprawne ułożenie według z góry obmyślnego planu kwalifikowało na poziom wysoki.

Dla ustalenia poziomu operacyjnego rozumowania w zakresie ustalania stałości masy dzieci wykonują trzy próby. Najpierw otrzymują dwie kulki z plasteliny i ustalają, czy jest w nich tyle samo tworzywa. Następnie przyglądają się przekształceniom jednej z nich (formowaniu placka, wałeczka i małych kuleczek) i określają, czy nadal w obu formach jest tyle samo plasteliny. Dzieci uważające, że po przekształceniu ilość plasteliny się zmienia (np. w placku jest więcej, bo zajmuje więcej miejsca) myślą na poziomie przedoperacyjnym, te które mają potrzebę sprawdzenia i np. formują z powrotem dwie kule- to poziom przejściowy, a te, które nie mają wątpliwości, że plasteliny jest tyle samo- poziom operacji konkretnych.

Poziom operacyjnego rozumowanie w zakresie ustalania stałości długości bada się z wykorzystaniem dwóch kawałków drutu. Po stwierdzeniu przez dziecko ich identycznej długości prowadzący badanie przekształca jeden z nich na czach dziecka w okrąg, linię łamaną i spiralę, po każdym przekształceniu wracając do stanu pierwotnego. Dziecko oceniające, że po zmianie kształtu jeden z drutów jest krótszy znajduje się na poziomie niskim, świadczącym o występowaniu myślenia przedoperacyjnego. Jeśli dziecko miało potrzebę wyprostowania drutów i sprawdzenia ich długości to można wnioskować o poziomie średnim (przejściowym), a jeśli bez trudności uznało, że są tej samej długości- o poziomie wysokim (operacyjnego rozumowania na poziomie konkretnym).

Ostatnia próba sprawdzała poziom operacyjnego rozumowania w zakresie ustalania stałości cieczy przy transformacjach zmieniających jej wygląd. Do przeprowadzenia testu wykorzystuje się zestaw różnych naczyń z wodą. Dziecko najpierw przygląda się wodzie w dwóch identycznych naczyniach i stwierdza, że jest w nich tyle samo płynu. Następnie prowadzący trzykrotnie przelewa wodę do innych naczyń, zawsze wracając do stanu pierwotnego. Na podstawie odpowiedzi dziecka wnioskuje się o poziomie jego rozumowania. Jeśli uznaje, że wody jest więcej tam, gdzie słupek cieczy jest wyższy to rozumuje na sposób

przedoperacyjny. Jeśli sprawdza przelewając do takich samych naczyń- na poziomie przejściowym, jeśli uważa, że ciągle jest tyle samo- na poziomie wysokim (poziomie operacji konkretnych).

Planując proces nauczania- uczenia się matematyki należy wziąć pod uwagę prawidłowości rozwojowe uczniów. Ważny jest nie tylko aktualny poziom rozwoju, ale także to, do czego dziecko dąży i co będzie w stanie osiągnąć z pomocą nauczyciela. Dodatkowo prowadząc zajęcia z edukacji matematycznej należy rozważyć, czym w ogóle jest matematyka i jej nauczanie, gdyż od tego zależy dobór sytuacji dydaktycznych. „Sytuacja dydaktyczna to ogół warunków działania, sterowania i korygowania tych działań w trakcie rozwiązywania przez uczniów zadań wynikających z celów kształcenia.”¹⁶⁶

Kształcenie matematyczne składa się z sytuacji dydaktycznych, a podstawową jednostką dydaktyczną dla edukacji matematycznej jest lekcja. Jak pisze S. Racinowski „lekcja jest aktem poznania kierowanym przez nauczyciela, a proces nauczania jest procesem poznania zorganizowanym przez zespół nauczycieli, przez instytucję społeczną- szkołę.”¹⁶⁷ Na przebieg procesu dydaktycznego mają wpływ takie czynniki jak: programy nauczania, zastosowane media dydaktyczne, metody i formy pracy, rodzaj rozwiązywanych zadań, postawione cele jak i ramy czasowe. Część z nich tj. program nauczania - zakres obowiązujących treści i postawione cele (w Polsce Podstawa Programowa) oraz ramy czasowe są regulowane krajowymi wytycznymi. Bardzo wiele aspektów dotyczących sposobu realizacji edukacji matematycznej od wybranych przez nauczyciela metod i form pracy, a także przyjętego toku lekcji. Nie ma dowodów na to, że jakaś metoda nauczania jest bardziej efektywna od innych dla osiągnięcia dowolnych celów nauczania. Metoda nauczania powinna być dobierana do konkretnego, sformułowanego wcześniej celu lekcji.¹⁶⁸ Przyjęte metody zależą więc od rezultatu, jaki chce uzyskać nauczyciel. Może on założyć, że podczas lekcji uczniowie poznają:

- wąskie algorytmy- czyli przepisy dotyczące tego, w jaki sposób wykonać zadanie danego typu

¹⁶⁶H. Moroz, Sytuacje dydaktyczne w klasach I-III, Katowice 1989, s. 8.

¹⁶⁷ S. Racinowski, Lekcja matematyki, t. 2, Warszawa 1961, s. 28.

¹⁶⁸ S. J. Hiebert, D. A. Grouws, The Effects of Classroom Mathematics Teaching on Students' Learning, [w:] red. F. K. Lester, Jr, Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, Charlotte 2007, s. 374.

- przepisy algorytmiczne- ścisłe sposoby postępowania odnoszące się do szerszych działań
- sposoby o charakterze heurystycznym- ogólne metody racjonalnego rozwiązywania zadań problemowych, złożonych i niepowtarzalnych.¹⁶⁹

W obu krajach za cele nauczania matematyki uznaje się rozwój myślenia matematycznego, więc uczniowie powinni podczas zajęć poznawać sposoby o charakterze heurystycznym. Jednak bardzo często w Polsce nauczyciel ogranicza się do pokazania uczniom i wytrenowania wąskich algorytmów. Strategia, jaką wybierze nauczyciel jest bardzo ważna, bowiem jak uważa M. Żylińska ograniczenie się w procesie dydaktycznym do zadań opartych na schematach powoduje, że nie tworzą się nowe połączenia pomiędzy poszczególnymi informacjami, a co za tym idzie nie powstaje spójna struktura wiedzy. Aby mogła się ona ukształtować niezbędne są zadania problemowe, przy rozwiązywaniu których niezbędne jest wykonywanie dużej liczby operacji myślowych.¹⁷⁰ Uczenie się jest nie tylko przyjmowaniem przekazywanych informacji. To przede wszystkim przekształcanie napływających danych, włączanie ich do systemu już posiadanych wiadomości i nadawanie znaczeń. Z tego względu sposób uczenia się jest zindywidualizowany, choć umieszczony w obrębie danej kultury.¹⁷¹ Z tego względu najlepsze efekty przynosi nauczanie, które jest zindywidualizowane i zróżnicowane. W warunkach lekcji matematyki może to być zróżnicowanie spontaniczne. Wszyscy uczniowie pracują wtedy nad takim samym zadaniem, ale każdy zgodnie ze swoimi możliwościami i preferencjami.¹⁷²

Praca nad zadaniem może przebiegać indywidualnie, w grupie rówieśników lub pod kierunkiem nauczyciela. Dobór formy nauczania jest zależny od nauczyciela i celów, jakie postawił przed danym fragmentem procesu nauczania- uczenia się matematyki. Obecnie w nauczaniu matematyki stosuje się trzy podstawowe: formę indywidualną, grupową i zbiorową.

¹⁶⁹ Red. R. Radwiłłowicz, Sposoby uczenia się na przykładach przedmiotów zawodowych, Warszawa 1979, s. 15.

¹⁷⁰ M. Żylińska, tamże, s. 44.

¹⁷¹ D. Klus- Stańska, W stronę dydaktyki interakcyjnej [w:] red. M. Nowicka, Nauczyciel i uczeń w przestrzeniach szkoły, Olsztyn 2002, s. 58.

¹⁷² M. Magda- Adamowicz, Kształcenie matematyczne [w:] red. M. Magda- Adamowicz, L. Kataryńczuk- Mania, Dziedziny kształcenia w klasach I-III, Warszawa 2013, s. 74

Forma indywidualna to samodzielna praca ucznia nad jakimś zagadnieniem. Nie wyklucza ona oczywiście pomocy nauczyciela, jednak wtedy takie wsparcie ma także formę indywidualną. Według F. Bereźnickiego praca jednostkowa polega na tym, że poszczególni uczniowie, niezależnie jeden od drugiego, realizują określone zadania dydaktyczne indywidualnie, korzystając z bezpośredniej pomocy nauczyciela.¹⁷³ Największą chyba zaletą nauczania indywidualnego jest możliwość indywidualizacji.¹⁷⁴ Każdy uczeń może otrzymać zadanie ma miarę własnych potrzeb i możliwości, gdyż nie zachodzi konieczność doboru zadania adekwatnie do umiejętności większości uczniów w klasie. Jeśli nauczyciel uznaje takie działanie za stosowne, uczniowie mogą pracować nad tym samym zadaniem, mówimy wtedy o formie indywidualnej jednolitej. Z obserwacji wynika, że jest ono najczęściej stosowane, prawdopodobnie z powodu najmniejszej uciążliwości dla prowadzącego zajęcia, który nie musi przygotowywać materiałów w kilku wersjach. Należy jednak zauważyć, że w Polsce coraz więcej podręczników zawiera zadania o zróżnicowanym poziomie trudności (np. w podręcznikach wydawnictwa Nowa Era zadania wykraczające poza podstawę programową oznaczone są gwiazdką) oraz zadania dodatkowe dla uczniów szybciej pracujących. Niestety nauczyciele wciąż za rzadko korzystają z tych możliwości i (jak wynika z obserwacji i wywiadów) dążą raczej do tego, by wszystkie zadania z podręcznika zostały zrealizowane. Forma indywidualna jest bardzo często wykorzystywana do kontroli efektów nauczania. Polscy uczniowie biorący udział w badaniach OBUT podczas zajęć z edukacji matematycznej spędzali średnio 44,6% czasu poświęconego na zajęcia matematyczne.¹⁷⁵ Czasem praca indywidualna przyjmuje formalną postać sprawdzianu wiadomości, często jednak nauczyciel posługuje się nią, aby zorientować się w ich poziomie wiedzy i umiejętności obserwując pracę uczniów.

Drugą z wymienionych form nauczania jest praca grupowa. Polega ona na pracy uczniów w małych grupach nad jakimś zagadnieniem. Jak twierdzi F. Bereźnicki „praca grupowa stwarza korzystną sytuację organizacyjną, polegającą na tym, że wszyscy uczniowie w klasie są zaangażowani aktywnie w pracę związaną z tematem lekcji.”¹⁷⁶ Jest to oczywiście twierdzenie w charakterze postulatu, niemniej jednak prawdopodobieństwo zaangażowania

¹⁷³F. Bereźnicki, *Dydaktyka kształcenia ogólnego*, Kraków 2001, s. 347.

¹⁷⁴ M. Christ, *Indywidualizacja procesu kształcenia uczniów jako wyzwanie edukacyjne w XXI w.*, „COLLOQUIUM WYDZIAŁU NAUK HUMANISTYCZNYCH I SPOŁECZNYCH” 1/2013, s. 19-36.

¹⁷⁵ M. Dąbrowski, tamże, s. 216.

¹⁷⁶ F. Bereźnicki, tamże, s. 348.

wszystkich uczniów podczas pracy grupowej jest większe, niż w przypadku formy zbiorowej. Jeśli uczniowie dyskutują w grupach, to liczba wypowiadających się rośnie, w zależności od ilości grup. Zespoły uczniów, w zależności od celu lekcji i intencji nauczyciela mogą wykonywać te same lub różne zadania (mamy wtedy do czynienia z pracą grupową jednolitą bądź zróżnicowaną). Może to także być zależne od sposobu podziału uczniów na zespoły. Jeśli grupy są jednorodne pod względem poziomu wiedzy uczniów, to częściej wybiera się pracę zróżnicowaną, aby jak najlepiej dopasować problem do potrzeb uczniów. Jeśli grupy są mieszane, wtedy najczęściej rozwiązują ten sam problem, który jednak musi stwarzać przestrzeń do uczenia się dla wszystkich jej członków.

Praca grupowa może spełniać funkcję motywującą, aktywizacyjną i wychowawczą.¹⁷⁷ Funkcja motywacyjna polega na zwiększeniu motywacji uczniów do udziału w zajęciach poprzez zastosowanie formy, która jest dla dzieci atrakcyjna. Funkcja aktywizacyjna zachodzi wtedy, gdy uczniowie poprzez pracę z rówieśnikami i ponoszenie odpowiedzialności za jej wyniki angażują się w jej wykonanie. Jak uważa R. Arends „zespołowa struktura celu, kiedy to ludzie pracują wspólnie, aby osiągnąć grupowy cel, jest bardziej owocna od struktury rywalizacyjnej”.¹⁷⁸ Należy zwrócić też uwagę na funkcję wychowawczą pracy grupowej. Dzięki niej uczniowie uczą się planować własną pracę, dzielić zadaniami, dokonywać ewaluacji, ale też wyrażać własne zdanie i go bronić, słuchać innych i wypracowywać kompromis w sytuacjach spornych. Jak twierdzi E.C. Wragg „wartość pracy zespołowej może być jednak różna, jak różne jest życie. Są tacy, którzy potrafią tą samą trasą w zespole wydobyć z siebie i z innych, co najlepsze, są i tacy, którzy z miejsca sparaliżują zespół, odmawiając współpracy i dezintegrując pracę innych i którzy wyłącznie własne, nie wspólne cele mają na względzie. Praca grupowa w nauczaniu nie jest z natury ani dobra ani zła. Zależy od otoczenia, sytuacji, składu i jak każda metoda nauczania, zależy od postawy i postępowania nauczyciela.”¹⁷⁹ Niestety praca w grupach na polskich zajęciach z edukacji matematycznej zajmuje zwykle jedynie fragment zajęć i wystąpiła na ok. 1/3 obserwowanych lekcji.¹⁸⁰ W Japonii prowadzono obserwacje lekcji matematyki w ramach badań TIMSS w klasach ósmych w latach 1994- 1995. Okazało się, że w samodzielnej pracy uczniów przeważała forma indywidualna (67,2% czasu), ale stosunkowo często występowała też forma

¹⁷⁷ tamże, s. 349.

¹⁷⁸ R. I. Arends, *Uczymy się nauczać*, Warszawa 1998, s. 327.

¹⁷⁹ E. C. Wragg, *Trzy wymiary programu*, Warszawa 1999, s. 92.

¹⁸⁰ M. Dąbrowski, tamże, s. 218.

grupowa (32,8% czasu). W badaniu tym porównywano jeszcze klasy niemieckie oraz amerykańskie. W pozostałych krajach praca grupowa była rzadziej wykorzystywana (7% i 17,7%), więc można uznać, że ponad 1/3 czasu pracy jest wynikiem wskazującym jak duże znaczenie dla japońskich nauczycieli ma umiejętności współpracy i dyskusji problemów matematycznych.¹⁸¹ Pomimo tego, że badani uczniowie japońscy byli dużo starsi to jednak dysproporcja jest znacząca. Zdecydowanie na polskich lekcjach matematyki nie docenia się roli wspólnej pracy i dyskusji dzieci nad jakimś zagadnieniem.

Oprócz nauczania indywidualnego bardzo popularną formą nauczania jest forma zbiorowa. Polega ona na pracy nauczyciela z całą klasą jednocześnie. Wszyscy uczniowie w jednym czasie wykonują polecenia nauczyciela. Jak pisze F. Bereźnicki „praca zbiorowa to praca „równym frontem”, obejmująca swoim zasięgiem równocześnie wszystkich uczniów w klasie. Jeżeli wszyscy uczniowie w klasie uczestniczą z nauczycielem w procesie nauczania, wówczas mówimy, że organizacja lekcji ma formę pracy zbiorowej.”¹⁸² Jednakowe zaktywizowanie wszystkich uczniów jest jednak zadaniem bardzo trudnym, ponieważ dzieci w klasie zwykle prezentują zróżnicowany poziom wiedzy i umiejętności, a także mogą mieć rozmaite specyficzne trudności w uczeniu się.¹⁸³ Wynika z tego, że zarówno uczniowie zdolni, jak i ci mający trudności w uczeniu się mogą być w takie zajęcia mniej zaangażowani i co za tym idzie wynosić z nich mniej korzyści niż uczniowie przeciętni. Jest to także forma, którą preferuje wielu nauczycieli, ponieważ pozwala kontrolować czynności wszystkich uczniów, co zwłaszcza w licznych klasach ułatwia utrzymanie porządku podczas zajęć. Badania OBUT prowadzone w roku 2008 i 2010 wykazały, że podczas zajęć z edukacji matematycznej nauczanie zbiorowe zajmuje aż 48,4% czasu przeznaczanego na tę edukację.¹⁸⁴ Badanie TIMSS wskazuje, że w klasach ósmych 62,1% czasu przeznaczono na pracę z całą klasą pod kierunkiem nauczyciela.¹⁸⁵

¹⁸¹ J. W. Stigler, P. Gonzales, T. Kwanaka, S. Knoll, A. Serrano, *The TIMSS Videotape Classroom Study: Methods and Findings from an Exploratory Research Project on Eighth-Grade Mathematics Instruction in Germany, Japan, and the United States. A Research and Development Report*, <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED431621.pdf>, s. 78, data dostępu: 20.03.2014.

¹⁸² F. Bereźnicki, tamże, s. 348

¹⁸³ J. Rafał-Łuniewska, *Indywidualizacja nauczania a edukacja wczesnoszkolna*. Publikacja ORE, s. 4.

¹⁸⁴ M. Dąbrowski, tamże, s. 216.

¹⁸⁵ J. W. Stigler, P. Gonzales, T. Kwanaka, S. Knoll, A. Serrano, tamże, s. 76

W procesie nauczania- uczenia się powinno być miejsce dla wszystkich wymienionych form nauczania. Niekorzystne jest ograniczenie się do jednej z nich. Ich dobór powinien być uzależniony od celu zajęć, jaki postawił nauczyciel.

Ogromne znaczenie dla przebiegu procesu uczenia się matematyki, nie tylko przez najmłodszych uczniów, ma odpowiedni dobór metod nauczania. Przez metodę W. Okoń rozumie „sposób pracy nauczyciela z uczniami, umożliwiający osiągnięcie celów kształcenia, inaczej mówiąc, wypróbowany układ czynności nauczycieli i uczniów realizowanych świadomie w celu spowodowania założonych zmian w osobowości ucznia.”¹⁸⁶

Cz. Kupisiewicz podzielił on metody nauczania na oparte na obserwacji (oglądowe), oparte na posługiwaniu się słowem, oparte na działalności praktycznej uczniów oraz gry dydaktyczne¹⁸⁷.

Wśród metod słownych Cz. Kupisiewicz wyróżnił opowiadanie, wykład, pogadankę, dyskusję i pracę z książką. Jak sama nazwa wskazuje głównym narzędziem w tych metodach jest słowo (mówione lub pisane). Podczas opowiadania za pomocą opisu słownego nauczyciel przedstawia uczniom określone fakty, zjawiska lub procesy. Wykład spełnia podobne funkcje, jednak przedstawia on raczej uczniom określone fakty niż przebiegi zdarzeń i nigdy nie posiada fabularyzowanej formy. Z powodu wieku uczniów i ich możliwości poznawczych jest bardzo rzadko stosowany w nauczaniu początkowym, zwłaszcza matematyki. Pogadanka to z kolei forma bardzo chętnie stosowana w pracy z najmłodszymi uczniami.¹⁸⁸

Dyskusja to wymiana poglądów na określony temat. Wymaga od uczniów jasnego formułowania myśli, umiejętności używania argumentów i wnikliwego słuchania wypowiedzi innych uczniów, a od nauczyciela zdolności do powstrzymania się od narzucania uczniom swojego zdania. Choć dzieci w wieku wczesnoszkolnym dopiero uczą się brania udziału w dyskusjach, to nawet takie niedoskonałe próby mogą przynieść znaczne korzyści dla uczenia się przez nie matematyki, ponieważ wymagają uświadomienia sobie czynności umysłowych (np. przy wykonywanych działaniach) i porównywania własnych pomysłów

¹⁸⁶ W. Okoń, Słownik ..., s. 121.

¹⁸⁷ Cz. Kupisiewicz, Podstawy ..., s. 132-148.

¹⁸⁸ M. Dąbrowski, tamże, s. 207-212.

z pomysłami innych dzieci. Niestety jest to forma bardzo rzadko wykorzystywana w polskich szkołach.¹⁸⁹

Praca z książką jest bardzo powszechnie wykorzystywaną metodą. Młodszy uczniowie podczas pracy na lekcjach zdobywają doświadczenia w takim sposobie zdobywania wiedzy, dlatego najczęściej potrzebują jeszcze pomocy nauczyciela. Warto jednak zadbać o to, aby książka (podręcznik) nie była źródłem schematów czy faktów do utrwalenia, a tworzywem do ich samodzielnego odkrywania. Jak zauważa M. Żylińska metodą wymuszającą głębokie przetwarzanie informacji jest prowadzenie własnego zeszytu, w którym uczeń zapisuje wszystko, co sam uzna za potrzebne. Doświadczenie pokazuje, że w naszych szkołach podejście oparte na metodach podawczych blokuje uczniowską autonomię i prowadzi do przyjmowania biernej postawy.¹⁹⁰ Najczęściej podczas zajęć w Polsce uczniowie pracują z gotowymi kartami pracy i podręcznikiem, praca we własnym zeszycie pojawia się dużo rzadziej.¹⁹¹ W Japonii podręczniki są cienkie, ale zawierają zestaw przemyślanych ćwiczeń, którym posługują się dobrze przygotowani do prowadzenia edukacji matematycznej nauczyciele.¹⁹²

Kolejną grupą metod nauczania są metody oparte na obserwacji (oglądowe), a wśród nich pokaz i pomiar. Pokaz polega na zorganizowaniu odpowiednio ukierunkowanego spostrzegania przy oglądaniu pokazywanych przez nauczyciela przedmiotów lub modeli, a także zjawisk i procesów i objaśnianiu ich cech. Pomiar to z kolei ma cechy pokazu, ale jest nastawiony na uchwycenie ilościowych cech oglądanych materiałów.

Metody oparte na działalności praktycznej uczniów umożliwiają poznawanie świata w sposób bezpośredni i dzielą się na metody laboratoryjne i metody zajęć praktycznych. Metoda laboratoryjna polega na prowadzeniu przez uczniów eksperymentów, podczas których dzięki stworzeniu określonych warunków mogą oni badać przebieg i skutki jakiegoś zjawiska. Metoda praktycznego działania różni się tym od metody laboratoryjnej, że polega na rozwijaniu umiejętności praktycznych potrzebnych w codziennym życiu poprzez stosowanie teoretycznej wiedzy w praktyce.

¹⁸⁹ M. Dąbrowski, tamże, s. 207-208.

¹⁹⁰ M. Żylińska, tamże, s. 46.

¹⁹¹ D. Dąbrowski, tamże, s. 218.

¹⁹² M. Isoda, Japan Models in Mathematics Education from the World Perspective, http://www.cried.tsukuba.ac.jp/pdf/13_Japan_Isoda.pdf, data dostępu 18. 01. 2015 r.

Ostatnią grupą metod są gry dydaktyczne. Cz. Kupisiewicz podzielił je na symulacyjną, sytuacyjną, inscenizacyjną i tzw. burzę mózgów. W metodzie symulacyjnej uczniowie analizują rzeczywiste problemy próbując wcielić się w rolę rozwiązującego je. Metoda sytuacyjna pogłębia umiejętność analizowania problemów z różnych punktów widzenia, poruszane problemy najczęściej mają charakter fikcyjny. Metoda inscenizacji polega na odgrywaniu wydarzeń (realnych lub wymyślonych), rozmów itp. Burza mózgów to narzędzie pobudzające kreatywność uczniów i mobilizujące ich do podawania jak największej liczby pomysłów na rozwiązanie konkretnego problemu. Gry i zabawy dydaktyczne są prawie nieobecne na polskich lekcjach matematyki w klasach początkowych, pomimo że nauczyciele mogą korzystać z publikacji wskazujących na zalety korzystania z nich.¹⁹³ Badania OBUT z 2008 i 2010 roku wykazały, że na gry dydaktyczne poświęcono jedynie 4,1% czasu zajęć matematycznych.¹⁹⁴ Również japońscy nauczyciele nie stosują często gier i zabaw. Wykorzystują je wyłącznie wtedy, gdy mogą one służyć rozszerzeniu rozumienia jakiegoś pojęcia. J. Nowik w popularnym podręczniku dla nauczycieli podkreśla jednak zalety stosowania gier i zabaw w edukacji matematycznej: kształtowanie pozytywnej postawy do przedmiotu, nauka pracy w zespole, czasem rywalizacji i umiejętności przegrywania.¹⁹⁵ Z badań wynika, że amerykańscy nauczyciele chcąc ulepszyć proces nauczania zwracają uwagę na uatrakcyjnienie metod, zaś japońscy kładą nacisk na rozwijanie zdolności poznawczych.¹⁹⁶ Polscy nauczyciele postępują podobnie do swych kolegów zza oceanu, duże znaczenie ma dla nich forma i „uatrakcyjnienie” zajęć¹⁹⁷, zaś mniejszą wagę przywiązuje się do samej natury przekazywanych treści. Generalnie w krajach Zachodu przeważają działania mające na celu uprzyjemnienie procesu uczenia się matematyki, zaś na Dalekim Wschodzie uczenie się jest raczej pojmowane jako praca, wysiłek, który uczeń musi w nią włożyć.¹⁹⁸

Inne podejście do metod nauczania ma S. Nałaskowski. Dzieli on je ze względu na stosunek do zdobywanej wiedzy oraz sposób formowania umiejętności i sprawności. Wśród metod stykania ucznia z nową wiedzą autor wymienia: opowiadanie, opis, wykład, pracę

¹⁹³ R. Korolczuk, M. Zambrowska, *Pozwólmy dzieciom grać*, Warszawa 2014.

¹⁹⁴ M. Dąbrowski, tamże, s. 215.

¹⁹⁵ J. Nowik, tamże, s. 45.

¹⁹⁶ R.D. Hess, H. Azuma, *Cultural Support for Schooling. Contrasts Between Japan and the United States*, „Educational Researcher” 9 (20)/ 1991, s. 2-8.

¹⁹⁷ Z. Kirstein, *Aktywne metody w kształceniu matematycznym*, Opole 2006.

¹⁹⁸ F. Leung, *East Asians Identity in Maths Education*, „Educational Studies in Mathematics” 47/ 2001, s. 41.

z książką, obserwację, eksperyment i wycieczkę. Do metod opracowywania nowej wiedzy zalicza: pogadankę, dialog bez arbitra i zajęcia praktyczne. Kryterium podziału jest tutaj kwestia „nowości” wiedzy- jedne metody służą do zapoznania ucznia z danym tematem, inne do opracowania go. Poza tym S. Nalaskowski wymienia metody formowania umiejętności i sprawności w zakresie posługiwania się nową wiedzą (ćwiczenia i zajęcia praktyczne) oraz metody utrwalania wiadomości, umiejętności i sprawności (powtarzanie).¹⁹⁹ Inne metody zatem będą służyć zdobywaniu wiedzy, inne pomagać w zrozumieniu jej, a jeszcze inne w ćwiczeniu wiadomości i umiejętności związanych z tą wiedzą. Ze stanowiskiem takim nie do końca zgadza się Cz. Kupisiewicz, który pisze, że „kryteria doboru metod nauczania mają sens nie tyle wykluczający, co raczej ukierunkowujący, wskazujący tendencje główne, aczkolwiek nie jedyne”.²⁰⁰ Wskazuje on raczej na potrzebę elastycznego doboru metody nauczania do stawianych celów oraz uważa, że jedna metoda może z powodzeniem być wykorzystana zarówno w zdobywaniu wiedzy jak i np. w jej utrwalaniu.

Wszystkie wymienione elementy tj. cele nauczania- uczenia się, formy i metody nauczania stanowią o specyfice lekcji, lecz jeszcze nie decydują o jej strukturze. Dopiero ustalenie ich wzajemnych powiązań, roli poszczególnych elementów i ich kolejności daje pełny obraz zaplanowanych zajęć edukacyjnych.

Wybrane metody układają się w konkretny tok lekcyjny. F. Bereźnicki wyróżnił cztery główne rodzaje toków lekcyjnych: lekcje podające, problemowe, ćwiczeniowe i eksponujące.²⁰¹ Lekcje podające są charakterystyczne dla transmisyjnego modelu nauczania, czyli takiego, w którym stroną aktywną jest nauczyciel, który przekazuje uczniom wiedzę, a ich zadaniem jest jak najpełniejsze zapamiętanie podanych informacji. Obok zalet związanych z możliwością omówienia w ten sposób dużej partii materiału w stosunkowo krótkim czasie istnieje szereg wad. Generalnie poza nielicznymi wyjątkami tok podający nie nadaje się do nauczania początkowego matematyki. Pomimo tego bywa on stosowany. Nauczyciele matematyki w USA starają się nauczyć dzieci „jak coś zrobić”, japońscy nauczyciele pomagają uczniom zrozumieć pojęcia matematyczne.²⁰² Amerykańscy

¹⁹⁹ S. Nalaskowski, *Metody nauczania*, Toruń 1998.

²⁰⁰ Cz. Kupisiewicz, tamże, s. 148.

²⁰¹ F. Bereźnicki, tamże, Kraków 2001, s. 338- 344.

²⁰² J.W. Stigler, P. Gonzales, T. Kwanaka, S. Konll, A. Serrano, *The TIMSS Videotape Classroom Study: Methods and Findings from an Exploratory Research Project on Eighth-Grade Mathematics Instruction in*

nauczyciele stosują zatem tok podający. Niesie one jednak ze sobą wiele zagrożeń związanych ze swoją transmisyjnością, ponieważ może powodować bezmyślność matematyczną.

Zdaniem D. Klus- Stańskiej i A. Kalinowskiej czynnikiem który powoduje wyłączenie matematycznego myślenia u dzieci jest transmisyjny model nauczania matematyki, w którym kierowniczą rolę pełni nauczyciel.²⁰³ Lekcja problemowa nie polega na podawaniu wiedzy uczniom, ale na umożliwieniu im samodzielnego jej odkrycia. Inny typem lekcji opisanym przez F. Bereźnickiego jest lekcja ćwiczeniowa. Jej głównym celem jest nabycie umiejętności stosowania zdobytej wiedzy. Najczęściej takie zajęcia oparte są na powtarzaniu określonych czynności aż do nabycia w nich biegłości przez uczniów. Tak jednak nie musi wcale być. Przecież jak pisze D. Zaremba „w obliczeniach bardzo istotny jest dobór odpowiedniej strategii rachunkowej. Nie znaczy to, że wszyscy mają obliczać w ten sam sposób. Każdy ma przecież jakieś preferencje- jeden woli tak, a drugi inaczej. Nie narzucamy sposobu obliczania, omówmy z uczniami różne możliwości i pozwólmy każdemu wybrać taką, jaką uważa za najlepszą.”²⁰⁴

Ostatnim typem jest lekcja eksponująca. Jej najważniejszym zadaniem jest kształtowanie postaw i uczuć uczniów. Z uwagi na specyfikę przedmiotu jest to rodzaj lekcji rzadko stosowany podczas zajęć edukacji matematycznej.

Niektórzy autorzy mówią, że zamiast o metodach nauczania należy raczej mówić ogólnie o strategiach nauczania matematyki. H. Siwek wymienia trzy takie strategie: nauczanie czynnościowe, realistyczne i problemowe.²⁰⁵ Nauczanie realistyczne opiera się na prawidłowościach rozwoju dziecka i zakłada, że abstrakcyjne pojęcia powinny powstać w wyniku analizy sytuacji realnej²⁰⁶, w nauczaniu czynnościowym zakładamy przejście od czynności konkretnych, poprzez wyobrażone, aż do abstrakcyjnych. Nauczanie problemowe

Germany, Japan, and the United States. A Research and Development Report.

<https://nces.ed.gov/pubsearch/pubsinfo.asp?pubid=1999074>, s. 9, data dostępu: 30.01.2014.

²⁰³ D. Klus- Stańska, A. Kalinowska, tamże, s. 24-26.

²⁰⁴ D. Zaremba, Podstawy nauczania matematyki czyli jak przybliżyć matematykę uczniom, Warszawa 2006, s.40

²⁰⁵ H. Siwek, Kształcenie zintegrowane na etapie wczesnoszkolnym, Kraków 2004.

²⁰⁶ G. Treliński, Realistyczne nauczanie matematyki, „Nauczanie początkowe” 4/2008, s. 38 – 39.

opiera się na rozwiązywaniu problemów matematycznych w celu odkrycia pewnych pojęć czy własności.

Jeszcze do niedawna opieranie nauczania początkowego na konkretnych przedmiotach i realnych sytuacjach wcale nie było oczywiste. W roku 1980 Cz. Kupisiewicz pisał „nie uważa się bowiem za słuszne, (...), aby najpierw kształcić uczniów na materiale konkretnym, a dopiero później- w innej już niejako fazie- na tym, co abstrakcyjne”.²⁰⁷ W publikacji z roku 1986 Z. Cydzik wyjaśniała co prawda, że „zgodnie z konkretno- praktycznym charakterem myślenia dzieci poznanie nowego pojęcia oprzemy o ich własne czynności pod kierunkiem nauczyciela”²⁰⁸ to jednak dodaje, że nie chodzi o fizyczną formę doświadczenia (która może być pomocna), ale o doświadczenia matematyczno- logiczne. W tym samym czasie pojawiały się także przeciwne głosy na ten temat. H. Wichura uważała, że ważne jest wyzwalanie aktywności sensorycznej i wiązanie jej z działalnością manipulacyjną.²⁰⁹

Obecnie, w dużej mierze za sprawą badań i publikacji E. Gruszczyk- Kolczyńskiej²¹⁰ uważa się, że ponieważ uczniowie w klasach początkowych rozumują na poziomie operacji konkretnych, to nauczanie realistyczne i czynnościowe jest niezbędne dla prawidłowego kształtowania pojęć matematycznych. Postulat ten popiera zarówno polska, jak i japońska podstawa programowa wymagając wprost wprowadzania pojęć matematycznych z wykorzystaniem manipulacji konkretnymi obiektami.

Wśród wymienionych strategii za bardzo cenne dla edukacji matematycznej uważane jest nauczanie problemowe. U jej podstaw leży założenie, że „źródłem rozwoju poznawczego nie jest bezkolizyjność i jasność przekazu, ale konflikt poznawczy, wynikający z doświadczania różnic w perspektywach rozumienia świata.”²¹¹ Dla rozwijania dziecięcego myślenia należy zatem organizować w procesie nauczania- uczenia się takie sytuacje, które powodują u dziecka dysonans poznawczy lub które mobilizują do samodzielnego odkrywania własności

²⁰⁷ Cz. Kupisiewicz, *Dydaktyka...*, s. 148.

²⁰⁸ Z. Cydzik, *Nauczanie matematyki w klasie pierwszej i drugiej szkoły podstawowej*, Warszawa 1986, s. 15.

²⁰⁹ H. Wiatrak, *Modele lekcji w nauczaniu początkowym*, Warszawa 1984, s. 220.

²¹⁰ Np. E. Gruszczyk- Kolczyńska, *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki*, Warszawa 1997, E. Gruszczyk- Kolczyńska, *Dziecięca matematyka*, Warszawa 1997, E. Gruszczyk- Kolczyńska (red.), *O dzieciach uzdolnionych matematycznie*, Warszawa 2012, E. Gruszczyk- Kolczyńska, E. Zielińska, *Nauczycielska diagnoza edukacji matematycznej dzieci*, Warszawa 2013.

²¹¹ D. Klus- Stańska, *W stronę dydaktyki interakcyjnej* [w:] red. M. Nowicka, *Nauczyciel i uczeń w przestrzeniach szkoły*, Olsztyn 2002, s. 59.

i zależności obiektów matematycznych. W takiej sytuacji rolą nauczyciela jest odpowiednie planowanie strategii dydaktycznych, aby uczeń mógł samodzielnie zweryfikować postawione przez siebie hipotezy.²¹²

Nauczanie matematyki w Japonii koncentruje się na metodzie rozwiązywania problemów, nauczaniu metodą dyskusji oraz na odkrywaniu problemów matematycznych. Korzenie tych metod znajdują się w założeniach pedagogicznych Dewey'a, Polya i Wallasa.²¹³

Cele nauczania problemowego można traktować dwojako. Można rozumieć rozwiązanie problemu jako efekt w postaci wyniku końcowego, np. wyniku wykonywanego działania czy rozwiązywanego zadania. Można też myśleć o nim jako o procesie. Wtedy sam wynik schodzi na dalszy plan, a uwaga nauczyciela skupia się na drodze, jaką uczniowie przebywają w poszukiwaniu odpowiedzi. Opinia nauczyciela na ten temat ma istotne znaczenie dla procesu dydaktycznego i uwidacznia się w sposobie prowadzenia zajęć, zwłaszcza w podejściu do uczniowskich błędów. Metody i techniki rozwiązywania problemów bywają nazywane metodami heurystycznymi. W przeciwieństwie do metod dedukcyjnych w metodach heurystycznych cel nie zostaje zdradzony na początku, co sprzyja zaangażowaniu emocjonalnemu uczniów.²¹⁴

Przebieg zajęć prowadzonych metodą problemową może być zależny od samego rodzaju problemu. K. Kruszewski dokonał klasyfikacji problemów ze względu na różne kryteria:

1. Problemy orientacyjne – decyzyjne- wykonawcze
2. Problemy „odkryj”- „wynaleź”- „przenieś ze stanu w stan”
3. Problemy zamknięte- otwarte
4. Problemy o jednym rozwiązaniu (konwergencyjne) – o kilku rozwiązaniach (dywergencyjne)²¹⁵.

²¹² M. Wojnowska, Brunerowska koncepcja reprezentacji jako narzędzie planowania sytuacji dydaktycznych, zorientowanych na kształtowanie pojęć matematycznych w klasach początkowych. [w:] H. Moroz, Sytuacje dydaktyczne w klasach I-III, Katowice 1989, s. 60.

²¹³ M.D. Aravena, C.E. Caamano, The Metod of Problem Solving Based on the Japanese and Polya's Method. A classroom Experience in Chilean Schools. <http://tsg.icme11.org/document/get/454>, data dostępu 03. 06.2015 r.

²¹⁴ M. Mikołajczyk, Metody klasyczne i współczesne w nauczaniu matematyki?, „Społeczeństwo, Nauczanie” 35/ 2005 , s. 31.

²¹⁵ K. Kruszewski, tamże, s. 170-172.

Przykładowo, przy kilku rozwiązaniach proces rozwiązywania problemu będzie wyglądał inaczej niż przy problemie konwergencyjnym, chociażby z uwagi na konieczność zbadania kilku hipotez. Zależnie od decyzji nauczyciela rozwiązywane przez uczniów zadanie może przybierać różne postaci problemu. Trzeba pamiętać o tym, że odczuwanie sytuacji problemowej jest kwestią indywidualną. Coś co dla jednego ucznia stanowi problem do rozwiązania, dla innego będzie niedostępne lub nie będzie miało charakteru problemu. Stąd tak istotny jest odpowiedni dobór samego problemu. Nie może on być ani zbyt trudny, ani zbyt łatwy dla uczniów, bo w każdym z tych przypadków nie spełni swojej roli dydaktycznej i nie zmotywuje uczniów do aktywności poznawczej.

Jak uważa B. Wojciechowska- Charlak właściwie wytworzona sytuacja problemowa ułatwia uczniom nie tylko zrozumienie tematu lekcji i poszczególnych jej problemów, lecz także zachęca ich do czynnego udziału w lekcji i pogłębia w nich pozytywną motywację do nauki szkolnej.²¹⁶

Podczas japońskich lekcji matematyki uczniowie najczęściej rozwiązują zadania wymagające matematycznego myślenia, tworzenia powiązań pomiędzy faktami i odkrywania pojęć (54%) a tylko 41% rozwiązywanych podczas lekcji problemów polega na używaniu poznanych algorytmów. Dla porównania w Czechach badacze zaobserwowali 77% zadań ćwiczących wykonywanie poznanych procedur i tylko 16% zadań wymagających myślenia matematycznego.²¹⁷ W Polsce, podobnie jak w Czechach nauczyciele najczęściej skupiają się na sprawdzaniu i ćwiczeniu posiadanej już wiedzy i umiejętności- dzieje się tak nawet na 60% czasu lekcji.²¹⁸ Najpopularniejszym modelem lekcji w Polsce na zajęciach edukacji matematycznej nadal jest lekcja podająca, podczas której nauczyciel demonstruje uczniom gotowe sposoby rozwiązania zadania.²¹⁹ Japońskie lekcje wg. klasyfikacji F. Bereźnickiego najczęściej mają typ problemowy, rzadziej stosowane są lekcje ćwiczeniowe, sporadycznie-eksponujące i podające.

²¹⁶ B. Wojciechowska- Charlak, *Efektywność współudziału uczniów klas I-III w procesie dydaktyczno-wychowawczym*, Lublin 1991, s. 20.

²¹⁷ J. W. Stigler, J. Hiebert, *Improving Mathematics Teaching*, „*Educational Leadership*” 5 (61)/ 2004, s. 12-17.

²¹⁸ M. Dąbrowski, ..., s. 206.

²¹⁹ R. Korolczuk, M. Zambrowska, tamże, s. 6

Zdaniem K. Kruszewskiego nabywanie umiejętności rozwiązywania problemu przebiega etapowo²²⁰. Uczeń musi najpierw zgromadzić odpowiednią wiedzę, a następnie przetworzyć ją na procedury działania. Zadaniem nauczyciela jest więc zapewnienie uczniowi dostępu do potrzebnej wiedzy, zorientowanie się, jaka nowa wiedza powstaje w umyśle ucznia, następnie nadzorowanie wykorzystania tej wiedzy w celu rozwiązania problemu oraz zorganizowanie ćwiczeń pozwalających na utrwalenie nowych umiejętności. W Polsce studenci kierunków pedagogicznych największą wartość kształcącą przypisują metodzie rozwiązywania problemów. Nieco mniej ceniona jest metoda praktycznego działania. Za najmniej korzystne pod tym względem uznano gry i zabawy matematyczne²²¹. Niestety z obserwacji lekcji wynika, że przekonania deklarowane przez studentów i nauczycieli nie pokrywają się z rzeczywistym sposobem realizacji edukacji matematycznej. Być może studenci i nauczyciele są świadomi możliwości płynących z nauczania problemowego, jednak mają zbyt mało wiedzy i umiejętności, aby je prowadzić we własnej klasie.

B. Wojciechowska-Charlak uważa, że w niższych klasach szkoły podstawowej nauczani problemowe niekoniecznie musi być organizowane na całej lekcji. Pierwsze próby mające wprowadzić uczniów do takiego stylu pracy przeprowadza się zwykle w fragmencie lekcji, mogą na przykład dotyczyć jednego zadania, które uczniowie rozwiązują samodzielnie.²²² Choć zajęcia mogą mieć różny przebieg w zależności np. od rodzaju rozwiązywanego problemu, to K. Kruszewski ustalił pewien ogólny schemat jej przebiegu:

1. Przygotowanie uczniów do odczucia trudności i jej określenia. Uzupełnienie wiedzy. Nawiązanie do wiedzy posiadanej.
2. Umożliwienie uczniom uświadomienia sobie trudności- sytuacji problemowej. Odniesienie jej do całości materiału nauczania: z czego wynika trudność, do czego może być przydatna wiedza uzyskana dzięki rozwiązaniu problemu. Wzbudzenie chęci do pracy nad problemem.
3. Przeprowadzenie analizy trudności aż do sformułowania problemu.

²²⁰ K. Kruszewski, Nauczanie i uczenie się rozwiązywania problemów, [w:] red. L. Kruszewski, Sztuka nauczania. Czynności nauczyciela, Warszawa 2007, s. 163.

²²¹ B. Dudel, Kreowanie przestrzeni edukacyjnej w kształceniu matematycznym uczniów klas młodszych w opinii przyszłych nauczycieli. Wybrane aspekty, [w:] red. E. Jaszczyszyn, J. Szada- Borzyszkowska, Edukacja dziecka- mity i fakty, Białystok 2010, s. 557.

²²² B. Wojciechowska-Charlak, Efektywność współdziałania uczniów klas I-III w procesie dydaktyczno-wychowawczym, Lublin 1991, s.21.

4. Zarysowanie planu działania- rozwiązania problemu.
5. Produkcja hipotez- projektów odpowiedzi na pytanie zawarte w problemie.
6. Wstępne rozpatrzenie hipotez, ich selekcja i wybór tych, które będą weryfikowane.
7. Systematyczna weryfikacja hipotezy lub hipotez.
8. Sformułowanie wyniku i jego analiza.
9. Przyjęcie lub odrzucenie wyniku. W wypadku odrzucenia albo weryfikacja innych hipotez, albo poprawienie planu działania, albo uzupełnienie informacji, albo podanie uczniom wyniku poprawnego.
10. Wykorzystanie wyniku w rozmaitych sytuacjach, włączenie go w system wiedzy, uzupełnienie go dodatkowymi wiadomościami.²²³

F. Bereźnicki określił, jakie są zadania w związku z organizacją nauczania problemowego. Nauczyciel powinien tworzyć sytuację problemową, pomóc uczniom w sformułowaniu problemu i stworzyć warunki do jego rozwiązania, a także kierować procesem weryfikowania hipotez.²²⁴ Uczniowie dzięki działaniom nauczyciela muszą zainteresować się zadaniem, zdiagnozować rodzaj trudności i opracować plan działania. Następuje tworzenie oraz weryfikowanie hipotez, a także formułowanie odpowiedzi. Na tym etapie aktywność leży po stronie uczniów. Na zakończenie, często pod przewodnictwem nauczyciela uczniowie ćwiczą wykorzystanie nowo zdobytej wiedzy, uzupełniają ją dodatkowymi informacjami, dokonują analizy wykonanych czynności. Dzięki takiej organizacji lekcji nowe informacje zostają włączone w sposób logiczny do posiadanego przez ucznia systemu wiedzy. Tak zdobyta staje się operatywna, gdyż uczeń umiejscawia ją w systematycznej siatce powiązań, które w razie potrzeby mogą być swobodnie wykorzystywane.

W bardzo podobny sposób przebiega typowa japońska lekcja matematyki. Zwykle ma ona powtarzający się schemat:

1. Powtórzenie wiadomości z poprzedniej lekcji
2. Zapoznanie z problemem matematycznym
3. Indywidualna lub grupowa praca nad rozwiązaniem problemu
4. Dyskusja zaproponowanych metod rozwiązania

²²³ tamże, s. 175.

²²⁴ F. Bereźnicki, tamże, s. 278.

5. Podsumowanie i podkreślenie najważniejszych wniosków.²²⁵

Podobny schemat zajęć funkcjonuje w japońskiej metodyce nauczania. Zajęcia przebiegają podobnie: uczniowie zostają zapoznani z problemem do rozwiązania, zaopatrzeni w odpowiednią wiedzę i materiały uczniowie samodzielnie lub w grupach pracują nad zadaniem. Następuje omówienie poszczególnych pomysłów na forum klasy, często pokazywane są strategie błędne. Podczas dyskusji uczniowie analizują poszczególne rozwiązania, porównują je ze sobą, dokonują uogólnień i zauważają prawidłowości. Nauczyciel podsumowując pracę zwraca uwagę uczniów na najistotniejsze informacje, uzupełnia wiadomości, wskazuje możliwości wykorzystania w praktyce. Rola nauczyciela w przebiegu takich zajęć jest bardzo ważna. Opisuje ją kilka japońskich terminów: hatsumon, kikan-shido, neriage, matome²²⁶. Hatsumon polega na takim działaniu nauczyciela, które poprzez zadawanie odpowiednich pytań stymuluje uczniów do myślenia. W zasadzie umiejętność ta może być wykorzystana podczas dowolnego momentu zajęć, najczęściej jednak stosuje się ją w początkowej fazie lekcji, w celu sprawdzenia, czy uczniowie rozumieją problem, czy aby pobudzić ich ciekawość, a także na jej zakończenie, aby podsumować dyskusję i sprowokować dzieci do wysnucia wniosków. Kikan-shido to postępowanie nauczyciela, polegające na zapewnieniu sobie stałego wglądu w pracę i postępy uczniów podczas rozwiązywania problemu. Dzięki temu nauczyciel może dobrać uczniów, którzy będą mogli zaprezentować własne rozwiązanie przed całą klasą. Warto dodać, że często nauczyciel decyduje się na włączenie do dyskusji rozwiązań nie tylko oryginalnych, ale też błędnych. Neriage to w wolnym tłumaczeniu z japońskiego ugniatanie lub polerowanie. Terminem tym określa się takie działania nauczyciela, które polegają na umiejętnym kierowaniu dyskusją uczniów, aby wysnuli oni odpowiednie wnioski i dzięki rozwiązaniu problemu poszerzyli swoją wiedzę. Japońscy nauczyciele uznają ten etap za klucz do sukcesu danej lekcji. Matome to podsumowanie lekcji, dzięki któremu nauczyciel w ostrożny i wyważony sposób komentuje uczniowskie rozwiązania i zwraca uwagę na najważniejsze fakty.

²²⁵T. Miyakawa, A Study of „Good” Mathematics Teaching in Japan, In Proceedings of the APEC International Symposium on Innovation and Good Practice for Teaching and Learning Mathematics through Lesson Study 2006, s. 119-132.

²²⁶ Y. Shimizu, Aspects of Mathematics Teacher Education in Japan: Focusing on Teacher’s Roles, “Journal of Mathematics Teacher Education” 2/ 1999, s. 107–116.

Przebieg polskiej i japońskiej lekcji problemowej jest bardzo podobny, jednak jest pewna znacząca różnica. Lekcje problemowe w kształceniu matematycznym w Polsce zdarzają się bardzo rzadko, natomiast opisany tok japońskiej lekcji jest standardowym sposobem prowadzenia zajęć.

Wybrany sposób prowadzenia zajęć matematycznych wpływa nie tylko na wiedzę i umiejętności, ale także na kształtowanie osobowości ucznia. Jak uważa R. Reclik w edukacji matematycznej w klasach początkowych podmiotowość ucznia jest zależna od kilku czynników. Nauczyciel musi być świadomy celów nauczania matematyki, jakimi są doświadczanie i samodzielne konstruowanie przez uczniów pojęć na bazie tych doświadczeń. Poza tym nauczyciel powinien posiadać odpowiednie kompetencje komunikacyjne, powinien pobudzać do twórczej aktywności matematycznej.²²⁷ Ściśle z tym jest związane pojęcie pełnomocności uczniów. Jak pisze W. Puślecki „człowiek pełnomocny jest w stanie bez niczyjej pomocy (posiada pełną moc) rozwiązywać piętrzące się przed nim trudności, współdziałać z innymi dla dobra wspólnego, bronić uznawanego systemu wartości, być współczującym i tolerancyjnym, inicjować określone działania, wybierać według własnego działania spośród wielorakich ofert.”²²⁸ Oczywiście jest to pewien ideał wychowawczy, do którego można dążyć w procesie dydaktycznym. Zdaniem Puśleckiego w szkole uczeń doświadczają pełnomocności przede wszystkim wtedy, gdy:

- wybiera zaproponowane przez nauczyciela (szkołę) oferty edukacyjne,
- uzupełnia nauczycielskie (szkolne) oferty edukacyjne,
- z własnej woli inicjuje określone działania edukacyjne,
- współdecyduje o tematach lekcji, ich celach, środkach, formach organizacyjnych, sposobach sprawdzania i oceniania osiągnięć uczniów, zadaniach domowych itp.
- ma odmienne zdanie w określonych sprawach,
- według własnego uznania wybiera organizacyjne formy wykonania określonego zadania w szkole,
- swobodnie wybiera partnera (partnerów) do wspólnego wykonania zadania w szkole,

²²⁷ R. Reclik, Wczesnoszkolna edukacja matematyczna w kontekście podmiotowości,

http://www.konferencja.21.edu.pl/uploads/6/3/9/9/6399009/2.1.4._reclik.pdf S. 84, data dostępu 21. 03. 2015 r.

²²⁸ W. Puślecki, Pełnomocność ucznia, Kraków 2002, s. 27.

- ma nieograniczony dostęp do środków dydaktycznych w czasie wykonywania określonego zadania w szkole lub innym miejscu nauki szkolnej,
- w pełni odpowiada za swoje zachowanie i jego skutki.²²⁹

Pełnomocny uczeń podczas lekcji matematyki poszukuje własnych strategii rozwiązywania problemów, zadaje pytania i proponuje sposoby wykonania zadania, podczas wspólnej pracy z innymi uczniami negocjuje znaczenia pojęć matematycznych i nie daje się wtłoczyć w schematy proponowane przez nauczyciela, spełnia więc kryteria, aby być nie tylko świadomym użytkownikiem, ale też twórcą „własnej matematyki”. Postulaty te wydają się być szczególnie dobrze realizowane podczas nauczania metodą problemową.

Efektywność lekcji matematyki oprócz doboru celów, form i metod nauczania, a także toku zajęć zależy w dużej mierze od jakości komunikacji zachodzącej pomiędzy jej uczestnikami. K. Kuszak powołując się na badania i analizy teoretyczne wielu autorów określiła najważniejsze cechy komunikacji szkolnej. Jest ona komunikacją kulturową, opartą o autorytet nauczyciela i podręcznika. Jest także asymetryczna i dyrektywna (sterowana przez nauczyciela).²³⁰ Dominującą stroną w komunikacji szkolnej jest nauczyciel. On udziela głosu uczniom, określa kiedy mogą się wypowiadać, a także ocenia wypowiedzi dzieci. Z tego względu wymiana spostrzeżeń i doświadczeń podczas lekcji matematyki jest ograniczona. Zdaniem B. Behrnd- Wenzel i H. Wenzel w komunikacji nauczyciela z uczniami możliwe jest zbliżanie się do wzorca komunikacji symetrycznej. Może mieć to miejsce podczas wykorzystywania badawczych metod pracy, podczas których uczniowie są odpowiedzialni za własną pracę i mogą częściowo przejmować role nauczycieli np. wyjaśniają jakieś zagadnienie.²³¹ Aby do tego doszło nauczyciel musi zezwolić uczniom na samodzielność, dyskusję i swobodne wyrażanie własnych uwag np. na temat sposobu rozwiązania zadania. Niestety bardzo często równość nauczyciela i uczniów oraz ich samodzielność w tej kwestii jest pozorna. Nauczyciela stawiają pytanie oczekując konkretnej, z góry zaplanowanej odpowiedzi. Jeśli oczekiwana odpowiedź nie pada, to nauczyciel poprzez „pytania

²²⁹ Tamże, s. 30.

²³⁰ K. Kuszak, Paradoksy komunikacji szkolnej- rozważania na temat wybranych ograniczeń rozwoju kompetencji komunikacyjnych uczniów we współczesnej szkole, „Kultura- Społeczeństwo- Edukacja” 2 (4)/ 2013, s. 29.30.

²³¹ B. Behrnd- Wenzel, H. Wenzel, Refleksje na temat umiejętności komunikacyjnych w szkole, [w:] red. G. Mazurkiewicz, Przywództwo i zmiana w edukacji. Ewaluacja jako mechanizm doskonalenia, Kraków 2013, s. 205.

pomocnicze” stara się ją uzyskać.²³² W Japonii nauczyciele próbują pobudzać uczniów do wyjaśniania i oceniania proponowanych rozwiązań. Nauczyciele bardzo rzadko stosują wykład czy pogadankę, znacznie częściej zachęcają dzieci do dyskusji i uczenia się od siebie nawzajem.²³³

Jakość lekcji matematyki można ocenić na podstawie ilości, rodzaju, celowości i wartości kształcących stawianych na niej pytań. Ważne są tu zarówno pytania zadawane przez uczniów, jak i przez nauczyciela. Duża ilość pytań stawianych przez nauczyciela nie świadczy jeszcze o tym, że prowadzi on wartościową lekcję. Pytania stawiane przez dzieci wprost przeciwnie- są dowodem na ich aktywność intelektualną.²³⁴ Interesujący jest fakt, iż w Polsce podczas lekcji matematyki dzieci nie pytają o informacje, powtórzenia, potwierdzenia, nawet wtedy, gdy bez pomocy nauczyciela nie są w stanie wykonać zadania. W takiej sytuacji dzieci najczęściej milczą zmieszane i czekają na dalsze wskazówki.²³⁵ Świadczy to o dużym usztywnieniu procesu komunikowania się podczas lekcji. G. Czetwertyńska (PISA) jest zdania, że polscy uczniowie nie stawiają pytań, co jest to spowodowane brakiem przyzwolenia ze strony nauczycieli. Dziecięce pytania są traktowane jako niemądre, a więc nie wywołujące aprobaty nauczyciela.²³⁶

Japońscy nauczyciele stawiają pytania w innym celu niż polscy. Uważają oni nawet, że pytanie na które została udzielona natychmiastowa odpowiedź nie jest dobre, bo oznacza to, że uczeń nie musiał pomyśleć. Pytania podczas japońskiej lekcji matematyki stawia się po to, aby pobudzić do myślenia.²³⁷ Z badań prowadzonych na japońskich lekcjach matematyki w klasach pierwszych dotyczących dodawania i odejmowania wyniku, że nauczyciele zadają najczęściej pytania problemowe oraz pytania o własne strategie rozumowania ucznia. Tego typu pytania mogą przyczynić się do budowy zaawansowanej wiedzy matematycznej.²³⁸

²³² J. Karoń, Za zamkniętymi drzwiami klasy szkolnej- przemoc werbalna w kontaktach nauczyciela z dziećmi, „Problemy wczesnej edukacji” 4 (27)/ 2014, s. 133.

²³³ J. Stigler, H. W. Stewenson, How Asian Teachers Polish Each Lesson to Perfection, http://static1.1.sqspcdn.com/static/f/1398070/18183761/1336959833197/stigler_asian-teachers.pdf?token=PxnlyCfVUu2n1PkcV5V3X8aQmOc%3D, data dostępu: 13.12.2014.

²³⁴ S. Racinowski, Lekcja matematyki, t. 2, Warszawa 1961, s. 47.

²³⁵ E. Putkiewicz, Proces komunikowania się na lekcji, Warszawa 1990, s. 51.

²³⁶ G. Rura, M. Klichowski, tamże, s. 221.

²³⁷ J. Stigler, H. W. Stewenson, tamże.

²³⁸ M. Perry, S. Vander, W. Scott, L. Shirley, Asking Questions in First-grade Mathematics Classes: Potential Influences on Mathematical Thought, “Journal of Educational Psychology”, 1(85)/ 1993, s. 31-40.

Polscy nauczyciele także deklarują, że zadając pytania mają taki cel, jednak praktyka pokazuje wyraźnie, że są to jedynie deklaracje nie mające pokrycia w szkolnej rzeczywistości.

Charakterystyczne dla wypowiedzi dziecięcych na lekcjach w klasach I-III jest to, że prawie wszystkie skierowane są do nauczyciela.²³⁹ Rozmawiając z dziećmi polski nauczyciel w klasach I-III najczęściej stosuje metodę pogadanki- dzieje się tak na 14,4% czasu lekcji matematyki.²⁴⁰ Nie ma zatem mowy o swobodnym wymienianiu spostrzeżeń, negocjowaniu rozumienia danego pojęcia z rówieśnikami. Tymczasem tutoring (naturalne, nieformalne nauczanie przez rówieśników) może w niektórych sytuacjach z powodzeniem zastępować formalne nauczanie realizowane przez nauczyciela.²⁴¹ W Japonii dyskusowanie problemów matematycznych w małej grupie rówieśników jest popularne podczas lekcji. Bardzo często podczas zajęć uczniowie w małych zespołach pracują razem i są wspólnie odpowiedzialni za rezultat tej pracy.²⁴²

Dzieci bardzo rzadko rozmawiają ze sobą. Takie sytuacje dydaktyczne są bardzo rzadko podczas lekcji matematyki organizowane przez nauczyciela (np. podczas pracy grupowej), kiedy więc dochodzi do rozmowy między dziećmi, to najczęściej jest ona niedozwolona i bardzo szybko ucinana przez nauczyciela. Jak pisze J. Piaget dyskusja prawdziwa pojawia się w rozwoju dziecka po ukończeniu 7 r. ż.²⁴³, więc działalność taka jest dostępna uczniom II – III klas początkowych, jednak jest ona wykorzystywana jedynie sporadycznie. Jest ona wykorzystywana w polskiej jedynie na 0,1% czasu obserwowanych lekcji matematyki, średnio więc zajmuje 3 sekundy z 45 minutowych zajęć.²⁴⁴

Oprócz tego podczas lekcji matematyki mogą wystąpić rozmaite inne przeszkody w komunikacji. J. Slezakowa i E. Swoboda jako najważniejsze trudności w porozumiewaniu się nauczyciela i uczniów podczas lekcji matematyki podają:

- 1) różne rozumienie kontekstu sytuacji lub zadania
- 2) skupienie uwagi na różnych fragmentach informacji

²³⁹ E. Putkiewicz, tamże, s.59.

²⁴⁰ M. Dąbrowski, (Za) trudne, bo ... s. 207.

²⁴¹ A. Pawlak, Tutoring dziecięcy w procesie nauczania- uczenia się dzieci siedmioletnich i ośmioletnich, Lublin 2009.

²⁴² J.Hendre, Japończycy, s. 119.

²⁴³ J. Piaget, Mowa i myślenie dziecka, Warszawa 2011, s. 84.

²⁴⁴ M. Dąbrowski, tamże, s. 210.

3) skupienie się na własnych celach

4) różne znaczenie nadawane temu samemu kluczowemu słowu.²⁴⁵

Problemy te są szczególnie powszechne podczas rozwiązywania zadań matematycznych z najmłodszymi uczniami. B. Bugajska- Jaszczot zwraca uwagę, że „każde zadanie matematyczne zawiera opis pewnej sytuacji osadzonej w kontekście matematycznym lub pozamatematycznym. Fabułę zadania stanowią dwie składowe: forma i treść.”²⁴⁶ Uczniowie rozwiązując zadanie mogą bowiem skupiać się na nieistotnym z punktu widzenia matematyki szczególe lub na warstwie semantycznej zadania. Dzieci w młodszym wieku szkolnym często cechuje jeszcze uwaga dowolna, więc dowolny interesujący szczegół, który nie jest kluczowy dla rozwiązania zadania może skierować tok rozumowania i związaną z nimi wypowiedź na zupełnie inne tory. Uczeń nie wie, jaki cel ma nauczyciel stawiając przed nim dane zadanie, więc uczeń może skupić się na tej części wypowiedzi, która wcale nie jest najistotniejsza. Wreszcie niektóre terminy matematyczne mogą być rozumiane w różny sposób, a dziecko posługuje się nimi często w znaczeniu potocznym (np. podzielenie czegoś wcale nie musi dla dziecka oznaczać „po tyle samo”, dziecko może rozumieć „równo” jako „sprawiedliwie”).²⁴⁷ Język wypowiedzi może być nawet czynnikiem wpływającym na kształtowanie się pojęć matematycznych.²⁴⁸ Badania porównawcze nad rozumieniem pojęcia liczby oraz systemu liczbowego wśród pierwszoklasistów z kilku krajów świata (USA, Japonii, Francji, Szwecji i Korei) wykazały, że istnieją duże różnice w rozumieniu tych pojęć pomiędzy grupami z poszczególnych krajów, zarazem zróżnicowanie wewnątrz jednej grupy było stosunkowo niewielkie.²⁴⁹

W celu rozwijania umiejętności formułowania wypowiedzi dotyczących swoich strategii matematycznych przez uczniów nauczyciel musi w ogóle pozwolić im na wypowiedzianie się

²⁴⁵ J. Slezakowa, E. Swoboda, Dlaczego trudno jest się porozumieć z uczniem na lekcji matematyki.

http://math.ku.sk/data/portal/data/zbornik2007/Articles/Slezakova_Jana-Swoboda_Ewa.pdf, data dostępu 29.05.2015.

²⁴⁶ B. Bugajska- Jaszczot, M. Czajkowska, Nietypowe zadania rozwijające myślenie matematyczne, „Nauczanie początkowe” 1 / 2012/2013 s. 14-15.

²⁴⁷ M. Skura, Dziecięce strategie rozwiązywania zadań matematycznych, Warszawa 2008, s. 34.

²⁴⁸ N. F. Ellerton, P.C. Clarkson, Language Factors in Mathematics Teaching and Learning, [w:] red. A. Bishop, M.A. Clements, International Handbook of Mathematics Education, Dordrecht/Boston/London 1996.

²⁴⁹ I. T. Miura, Y. Okamoto, Ch. Kim, M. Steere, M. Fayol, First Graders' Cognitive Representation of Number and Understanding of Place Value: Cross-national Comparisons: France, Japan, Korea, Sweden, and the United States. „Journal of Educational Psychology” 1 (85)/ 1993, s. 24-30.

podczas lekcji. W polskiej szkole musiałaby nastąpić zmiana wzorców komunikowania się z autorytarnych na partnerskie.²⁵⁰

Komunikacja podczas lekcji może być indywidualna lub grupowa. Komunikacja indywidualna to komunikacja nauczyciela z uczniem, nauczyciela z uczniami lub ucznia z uczniem. W grupowej komunikacji mamy do czynienia z serią pytań i odpowiedzi na jakiś temat, najczęściej kierujący tym procesem nauczyciel udziela uczniom głosu, nie zawsze proporcje są sprawiedliwe.²⁵¹ Niezależnie od realizowanego rodzaju komunikacji podczas lekcji matematyki najczęściej osobą najbardziej aktywną werbalnie jest nauczyciel. Z niektórych badań wynika nawet, że w nauczaniu początkowym 90% komunikatów pada z ust nauczyciela.²⁵² Podczas innych badań podczas obserwacji 54 lekcji w klasach I-III zarejestrowano 2347 wypowiedzi: 1671 (71,2%) wypowiedzi nauczycieli i 676 (28,8%) wypowiedzi uczniów.²⁵³

Dużą rolę w procesie komunikowania się podczas lekcji matematyki i motywowania uczniów do nauki odgrywa sposób, w jaki nauczyciel chwali dzieci. C. Dweck wykazała, że ludzie mogą wykazywać dwie postawy: być nastawieni na rozwój lub nastawieni na trwałość. Okazuje się, że otrzymywane od nauczycieli i rodziców komunikaty zwrotne dotyczące wykonanej pracy mają duży wpływ na kształtowanie się tych postaw. Osoby nastawione na rozwój wierzą, że mogą poprawiać swoje osiągnięcia poprzez pracę i włożony w nią wysiłek. Ludzie nastawieni na trwałość są przekonani, że zdolności są cechą stałą i wrodzoną. Ma to ogromne znaczenie dla procesu nauczania matematyki. Na Uniwersytecie Stanford przeprowadzono eksperyment, w którym uczniowie mieli rozwiązywać serię zadań matematycznych. Eksperymentatorzy chwalili uczniów w dwojaki sposób: podkreślając ich wysiłek („bardzo dobrze, musiałeś bardzo się natrudzić”) lub zdolności („świetnie, jesteś bardzo utalentowany”). Następnie za pomocą kwestionariusza badali nastawienie uczniów. Okazało się, że ci chwaleni za pracę częściej wykazywali nastawienie na wysiłek, zaś ci chwaleni za zdolności nastawienie na trwałość. Co więcej, uczniowie nastawieni na pracę chętniej podejmowali się rozwiązywania trudniejszych zadań, natomiast uczniowie

²⁵⁰ E. Awramiuk, O dwóch błędnych przekonaniach dotyczących kształcenia mowy ucznia, [w:] red. Piotr Wróblewski, *Z Problematyki Kształcenia Językowego w Szkole*, t. III, Białystok 2008, s. 16-17.

²⁵¹ M. Nowicka, *Mówienie w szkole*, [w:] red. D. Klus- Stańska, M. Dągiel, *Edukacja polonistyczna na rozdrożach*, Olsztyn 1999, s. 22.

²⁵² M. Kawka, *Dyskurs szkolny. Zagadnienia języka*, Kraków 1999, s. 35.

²⁵³ E. Putkiewicz, tamże, s. 40

nastawieni na trwałość woleli rozwiązywać łatwiejsze zadania i szybko się zniechęcali.²⁵⁴ Okazuje się więc, że sposób, w jaki nauczyciel udziela komunikatów zwrotnych podczas lekcji matematyki może mieć znaczący wpływ na dalszy proces uczenia się.

Jednym z elementów sytuacji dydaktycznej jest treść kształcenia. Jej analiza powinna obejmować:

- analizę celów kształcenia
- analizę materiału kształcenia
- analizę wymagań programowych.²⁵⁵

W obu krajach opis celów, materiału kształcenia i wymagań programowych zawierają dokumenty oświatowe. J. Prucha uważa, że obecnie konieczne jest porównywanie programów nauczania z różnych krajów, co wynika z potrzeb polityki oświatowej. Programy nauczania stają się przedmiotem interesów i współpracy międzynarodowej, więc obecnie żadne rozwinięte państwo przy tworzeniu narodowych programów nauczania nie pominie analizy programów zagranicznych.²⁵⁶

Proces nauczania- uczenia się matematyki w klasach początkowych w Polsce reguluje dokument zwany Podstawą programową kształcenia ogólnego dla szkół podstawowych, będący załącznikiem do Rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23.12.2008 roku. W zakresie edukacji matematycznej określa ona w języku efektów kształcenia cele nauczania po zakończeniu pierwszego i trzeciego roku nauki oraz zalecane warunki i sposoby realizacji. W Japonii dokument regulujący nauczanie- uczenie się matematyki w szkołach podstawowych jest podzielony na cele i treści kształcenia przypisane konkretnej klasie. Treść dokumentu dotycząca klas I-III pochodzi z „English Translation of the Japanese Mathematics Curricula in the Course of Study” z marca 2008 roku i została przetłumaczona z języka japońskiego przez następujących autorów: Akihiko Takanashi, Tad Watanabe i Makoto

²⁵⁴ C. Dweck, *Nowa psychologia sukcesu*, Warszawa 2013.

²⁵⁵ J. Łysek, *Treść kształcenia jako element sytuacji dydaktycznej*, [w:] H. Moroz, *Sytuacje dydaktyczne w klasach I-III*, Katowice 1989, s. 37.

²⁵⁶ J. Prucha, *tamże*, s. 79.

Yoshida (jest to tłumaczenie nieoficjalne)²⁵⁷. Znajdujący się w aneksach program stanowi tłumaczenie własne.

Na proces nauczania początkowego matematyki ogromny wpływ mają postawione przed nim cele kształcenia. W. Okoń określa cele edukacji jako świadomie założone skutki, które społeczeństwo pragnie osiągnąć poprzez funkcjonowanie systemu oświaty, zależą one zatem od charakteru każdego społeczeństwa i jego system oświaty.²⁵⁸ Zarówno w Polsce jak i w Japonii w ten sposób rozumiane cele formułują obowiązujące dokumenty oświatowe: w Polsce Podstawa programowa kształcenia ogólnego, w Japonii tzw. curriculum. Istnieje bardzo wiele taksonomii celów nauczania, jednak z perspektywach niniejszej pracy nie są one istotne, gdyż badane kraje realizują cele narzucone przez wspomniane dokumenty. D. Walker i J. Soltis zwracają uwagę, że powinno być jasne, że program jest z natury tworem społecznym, dziełem kolektywnym. Ludzie, którym na mocy prawa przysługuje władza w kwestiach programowych, nie mogą po prostu narzucić swoich koncepcji. Ich moralna i zawodowa odpowiedzialność wymaga rozważenia poglądów i interesów wszystkich stron i zareagowania na nie.²⁵⁹ Program nauczania, jako uosobienie jego celów jest więc odzwierciedleniem sumy przekonań i dążeń członków danego społeczeństwa.

Dokument japoński formułuje cele za pomocą odwołania do czterech rodzajów aktywności: nabywania wiedzy i umiejętności dotyczących liczb, mira i figur geometrycznych, poznawania otaczający świat za pomocą narzędzi matematyki, cieszenia się aktywnością matematyczną oraz rozwijania nawyku stosowania matematyki w życiu. Polska podstawa programowa formułuje wymagania dotyczące matematyki krótko: dziecko ma zostać wyposażone w wiadomości i sprawności matematyczne potrzebne w sytuacjach życiowych i szkolnych oraz w rozwiązywaniu problemów. Nieco szerzej sformułowano w Polsce cele kształcenia matematycznego w szkole podstawowej. Ma ono zapewnić rozwój myślenia matematycznego rozumianego jako umiejętność korzystania z podstawowych narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz prowadzenie elementarnych rozumowań matematycznych. Z analizy polskich wymagań wynika, że matematyka jest traktowana bardzo użytkowo- ma służyć do rozwiązywania problemów życia codziennego. Japońskie

²⁵⁷ Tłumaczenie własne z "English Translation of the Japanese Mathematics Curricula in the Course of Study", http://www.seiservices.com/APEC/AEC_KB/KBDisplay.aspx?lngPkID=1567, data dostępu: 21.07. 2013.

²⁵⁸ W. Okoń, Nowy, s. 49.

²⁵⁹ D. Walker, J. Soltis, Program i cele kształcenia, Warszawa 2000, s.14.

dokumenty rozumieją rolę matematyki szerzej- także jako dziedziny, której uprawianie przynosi radość i pozwala lepiej rozumieć otaczający świat.

Cele nauczania matematyki w klasie pierwszej w Japonii zawierają sformułowanie, że mają one być osiągnane poprzez aktywność z wykorzystaniem konkretnych obiektów. Również w Polsce w zaleceniach do realizacji podstawy autorzy zwracają uwagę na konieczność manipulowania przedmiotami lub obiektami zastępczymi. Znajduje się tak nawet zakaz pracy z zeszytami ćwiczeń dłużej niż $\frac{1}{4}$ czasu przeznaczoną na edukację matematyczną, jednak z obserwacji zajęć w polskich szkołach wynika, że praktycznie nigdy wymóg ten nie jest spełniany. Jako cele nauki matematyki w pierwszej klasie w Japonii uznano wzbogacenie rozumienia sensu liczby oraz sensu dodawania i odejmowania, wzbogacenie doświadczeń będących podstawą dla budowania pojęć wielkościowych i geometrycznych, rozwijanie umiejętności przedstawiania liczb, wielkości i relacji między nimi za pomocą słów, wyrażeń matematycznych oraz diagramów. Polska podstawa programowa ujmuje cele krótko: wspomaganie rozwoju umysłowego oraz kształtowanie wiadomości i umiejętności matematycznych. Takie ujęcie celu niewiele wyjaśnia, warto więc przyjrzeć się treściom nauczania, które w Polsce zostały ujęte jako efekty kształcenia. W Japonii treści zostały podzielone na cztery działy: liczby i działania, wielkości i pomiary, figury geometryczne oraz relacje ilościowe. W Polsce są to także cztery działy: czynności umysłowe ważne dla uczenia się matematyki, liczenie i sprawność rachunkowa, pomiar i obliczenia pieniężne.

Tabela 2. Zakres treści nauczania matematyki w Polsce i w Japonii

Polska	Japonia	uwagi
Uczeń ustala równoliczność mimo obserwowanych zmian w układzie elementów w porównywanych zbiorach.	Porównywanie liczebności zbiorów za pomocą ustawiania w pary (jeden do jednego)	Zarówno w Polsce jak i w Japonii zaleca się porównywanie liczebności zbiorów za pomocą ustawiania w pracy. Polskie wymaganie znajduje się w dziale „czynności umysłowe ważne dla uczenia się matematyki”.

<p>Uczeń sprawnie liczy obiekty, wymienia kolejne liczebniki od wybranej liczby, także wspak (zakres do 20), zapisuje liczby cyframi (zakres do 10).</p>	<p>Poprawne liczenie, stosownie liczby głównej i porządkowej.</p>	<p>Polska podstawa w bardzo skąpy sposób opisuje wiedzę o liczbach, w zasadzie nie do końca jest jasne, jakich dokładnie umiejętności dotyczy sformułowanie „liczy”.</p>
<p>Porównywanie liczb.</p>	<p>Rozumienie kolejności liczb, przedstawianie ich na osi liczbowej poprzez porównywanie ich kolejności oraz wielkości.</p>	<p>W klasie pierwszej w Polsce uczniowie nie muszą umieć porównywać liczb, choć z analizy podręczników do klasy I wydawnictwa Nowa Era i WSiP wynika, że uczą się tego pomimo braku zapisu w podstawie.</p>
	<p>Rozumienie sposobu zapisu liczb trzycyfrowych (w prostych przypadkach)</p>	<p>W Polsce uczniowie mają umieć zapisywać liczby trzycyfrowe po ukończeniu klasy trzeciej.</p>
<p>Uczeń dostrzega regularności dziesiętkowego systemu liczenia.</p>	<p>Rozumienie, że liczby mogą być wyrażone za pomocą dziesiątek i jedności</p>	<p>Polska podstawa wymaga zauważenia regularności systemu dziesiętkowego, jednak bez jego analizy, zaś w dokumencie japońskim zwraca się uwagę na rozumienie sposobu wyrażania liczb. Może to nieść ze sobą niebezpieczeństwo błędnej interpretacji tego zapisu przez nauczycieli, którzy mogą dosłownie potraktować ten zapis i ograniczyć się do kształtowania umiejętności liczenia dziesiątkami i setkami.</p>

<p>Uczeń wyznacza sumy (dodaje) i różnice (odejmuje), manipulując obiektami lub rachując na zbiorach zastępczych, np. na palcach; sprawnie dodaje i odejmuje w zakresie do 10, poprawnie zapisuje te działania,</p>	<p>Uświadamianie sobie sytuacji, w których dodawanie i odejmowanie powinno być wykonane.</p>	<p>W Polsce wymaga się technicznej umiejętności dodawania i działania (oraz ich zapisu), zaś w Japonii chodzi o rozumienie istoty dodawania i odejmowania.</p>
<p>Uczeń radzi sobie w sytuacjach życiowych, których pomyślnie zakończenie wymaga dodawania lub odejmowania, zapisuje rozwiązanie zadania z treścią przedstawionego słownie w konkretnej sytuacji, stosując zapis cyfrowy i znaki działań.</p>	<p>Badanie możliwości obliczania sum i różnic liczb jednocyfrowych, także jako działań odwrotnych, dzięki czemu można dodawać i odejmować w sposób dokładny i niezawodny.</p>	<p>Porównywane wymagania pozornie dotyczą tych samych umiejętności: dodawania i odejmowania, jednak potraktowano je zupełnie inaczej. W Polsce zwrócono uwagę na użyteczność umiejętności w życiu codziennym i umiejętność symbolicznego zapisu. W Japonii umiejętności zapisu symbolicznego nie wyrażono wprost, nacisk położono raczej na poszukiwanie strategii obliczeń i wykorzystanie własności działań, co ma nastąpić w wyniku ich badania. Polski dokument traktuje umiejętność dodawania i odejmowania jako umiejętność praktyczną, do której stosowania nie jest niezbędna głębsza analiza i rozumienie własności, w przeciwieństwie do dokumentu japońskiego.</p>
	<p>Analizowanie sposobów obliczania sum i różnic liczb dwucyfrowych w prostych</p>	<p>Dodawanie i odejmowanie liczb dwucyfrowych jest wymagane dopiero po ukończeniu klasy trzeciej w</p>

	przypadkach.	Polsce, jednak z analizy podręczników wynika, że działania tego typu pojawiają się w klasie drugiej.
--	--------------	--

Polska podstawa programowa w porównaniu dokumentu japońskiego jest bardzo lakoniczna, wiele umiejętności opisano w taki sposób, że w zasadzie nie bardzo wiadomo, co się pod danym zapisem kryje. Z jednej strony może to mieć pozytywne skutki w postaci przyznania nauczycielom większej swobody w interpretacji wymagań i możliwość dostosowania do konkretnej klasy, stwarza jednak niebezpieczeństwo wypełnienia tylko skąpego minimum (co będzie zgodne z przepisami). W polskiej podstawie znajduje się dział, którego odpowiednika nie ma w programie japońskim. Autorzy polskiej podstawy zaakcentowali konieczność kształtowania czynności umysłowych ważnych dla uczenia się matematyki. Wśród nich wymieniono: omówione już ustalanie równoliczności zbiorów pomimo obserwowanych przekształceń w układzie elementów, układanie obiektów w serie rosnące i malejące wraz z numerowaniem ich, klasyfikowanie obiektów za pomocą tworzenia kolekcji, dążenie do wykonania zadania i rozumne zachowanie w sytuacjach trudnych i wymagających wysiłku intelektualnego, wyprowadzanie kierunków w stosunku do siebie i innych osób, orientacja w przestrzeni i na kartce papieru, dostrzeganie symetrii, powiększenia lub pomniejszania figur oraz kontynuowanie regularnego wzoru. Umiejętność orientacji w przestrzeni została przedstawiona w dokumencie japońskim w dziale „figury geometryczne”. Japoński program zakłada, że dziecko rozpoczynające naukę jest gotowe do myślenia operacyjnego na poziomie konkretnym i nie zakłada okresu przygotowawczego. Biorąc pod uwagę obserwowane lekcje można wnioskować, że nawet jeśli dziecko rozpoczyna naukę nie myśląc jeszcze w sposób operacyjny, to nie przeszkadza mu to zbytnio (wbrew powszechnemu pogładowi panującemu w polskiej pedagogice) w spełnianiu wymagań szkolnych.

Oba dokumenty zakładają w klasie pierwszej treści nauczania dotyczące pomiarów. W Japonii uczeń powinien wzbogacić doświadczenia, które posłużą za podstawę rozumienia pojęć wielkościowych i pomiarów poprzez aktywności tj. porównywanie wielkości- długości, powierzchni i objętości, wykorzystywać do mierzenia jednostkę nieustaloną oraz posługiwać się zegarem w codziennych sytuacjach. W Polsce pomiar jest rozumiany w sposób czysto techniczny- tzn. uczeń ma umieć mierzyć długość (np. linijką) i porównywać długości, ważyć i porównywać ciężar, odmierzać płyny kubkiem i miarką litrową, posługuje się zegarem oraz kalendarzem w prostych przypadkach. Dział dotyczący pomiarów jest bardziej rozbudowany

w Polsce, jednak nie zobowiązuje on nauczycieli do pogłębiania rozumienia sensu pomiaru, a ogranicza się do samej umiejętności mierzenia.

Pozostałe treści nie mają swoich odpowiedników w obu krajach. W Polsce w klasie pierwszej uczniowie mają w zakresie obliczeń pieniężnych poznać będące w biegu monety oraz banknot 10 zł, radzić sobie w sytuacji kupna i sprzedaży oraz znać pojęcie długu i wiedzieć, że trzeba go spłacić. Japoński program nie przewiduje rozwijania takiej umiejętności. Zakłada za to podstawowe umiejętności przedstawiania danych za pomocą rysunków i wykresów, czego w Polsce dzieci nie uczą się w ogóle w klasach I-III. Zamieszczono także dział „figury geometryczne”, który wymaga rozpoznawania kształtów przedmiotów i wyodrębnianie ich cech (w Polsce dzieci mają to umieć po skończeniu klasy III) oraz podstawowych umiejętności w zakresie orientacji w przestrzeni. Dokument japoński zawiera także opis czynności, które powinny wykonywać dzieci i spis symboli i terminów, które powinny poznać w danym roku nauczania. W klasie pierwszej są to znaki „+”, „-”, „=”, oraz terminy: „dziesiątki” i „jedności”.

W Japonii treści nauczania dla klasy II i III zostały wyodrębnione, zaś w Polsce stanowią całość. Z tego względu japońskie wymagania dla klas II-III także potraktowano jako całość (pomijając wymagania powtarzające się), aby umożliwić porównanie dokumentów z obu krajów. W Polskiej podstawie nie zapisano celów nauczania dla klas II-III, nie wyodrębniono także działów wśród efektów kształcenia. Są one potraktowane dość lakonicznie. Wiedza i umiejętności, które mają posiadać dzieci po ukończeniu I etapu edukacyjnego zostały zawarte w 17 punktach. Japoński dokument dzieli treści kształcenia na działy. W klasie II i III są takie same jak w klasie I.

W programie japońskim wyrażono cele kształcenia dla klasy II i III.

W klasie II :

- poprzez aktywność np. z wykorzystaniem realnych obiektów uczniowie powinni wzbogacić rozumienie pojęcia liczby. Powinni pogłębić rozumienie sposobów reprezentowania liczb, dodawania, odejmowania, ich zastosowanie oraz ich znaczenie. Uczniowie powinni zrozumieć sens mnożenia, poszukiwać sposobów wykonywania obliczeń oraz rozwijać umiejętność odpowiedniego ich stosowania.

- poprzez aktywność np. z wykorzystaniem realnych obiektów uczeń powinien zrozumieć na czym polega proces mierzenia oraz jednostki długości i objętości. Uczeń powinien nadal wzbogacać rozumienie pojęcia pomiaru.

- poprzez aktywność z wykorzystaniem realnych przedmiotów uczeń powinien być zdolny do rozumienia pojęcia figur geometrycznych tj. trójkąty i czworokąty a także powinien wzbogacać rozumienie innych pojęć geometrycznych.

- poprzez aktywność z wykorzystaniem realnych przedmiotów uczeń powinien być zdolny do przedstawiania liczb, wielkości i relacji między nimi używając słów, liczb i wyrażeń matematycznych, jak również diagramów, tabel i grafów oraz powinien umieć je interpretować.

W klasie III:

- uczeń powinien ze zrozumieniem dodawać i odejmować. Powinien pogłębiać rozumienie mnożenia i używać go odpowiednio. Powinien także rozumieć sens dzielenia, szukać własnych sposobów wykonywania obliczeń, jak również rozwijać umiejętność korzystania z nich we właściwy sposób. Ponadto powinien rozumieć pojęcie ułamków dziesiętnych i zwykłych oraz sposób ich zapisu.

- uczeń powinien rozumieć proces mierzenia oraz jednostki długości, wagi i upływającego czasu.

- uczeń powinien rozumieć, czym są figury geometryczne tj. trójkąty równoramienne i równoboczne, zwracając uwagę na elementy tworzące figury geometryczne.

- uczeń potrafi przedstawiać liczby, wielkości i relacje między nimi wykorzystując słowa, liczby, wyrażenia matematyczne tj. schematy, tabele i grafy i interpretować je.²⁶⁰

Tabela 3. Porównanie japońskiego i polskiego programu nauczania matematyki dla klas drugich i trzecich szkoły podstawowej

Polska	Japonia	uwagi
Uczeń liczy (w przód i w tył) od danej liczby po 1, dziesiątkami od danej	W klasie II: Liczenie obiektów	Polska podstawa w niezwykle lakoniczny sposób formułuje

²⁶⁰ Tłumaczenie własne.

<p>liczby w zakresie 100 i setkami od danej liczby w zakresie 1000.</p>	<p>tworzących zbiory powstałe za pomocą klasyfikacji ilościowej lub jakościowej.</p> <p>Rozumienie relatywnej wielkości liczb dzięki traktowaniu jako jednostki 10 i 100.</p> <p>W klasie III:</p> <p>Ciągłe rozszerzanie umiejętności wykorzystania liczb poprzez pogłębianie rozumienia systemu liczbowego.</p> <p>Znajomość jednostki 10 000 („Man” po japońsku)</p> <p>Rozumienie, że liczby mogą być dziesięciokrotnościami i stukrotnościami innych liczb lub być dziesięć razy mniejsze i potrafi je przedstawić.</p> <p>Pogłębianie rozumienie relatywnej wielkości liczb.</p>	<p>wymaganie dotyczące umiejętności liczenia i rozumienia liczb.</p> <p>W zasadzie zapis w podstawie może być rozumiany jako wymienienie liczb w odpowiedniej kolejności. Zdecydowanie głębiej temat omówiono w dokumentach japońskich. Położono tutaj nacisk na rozumienie znaczenia poszczególnych liczb i ich wzajemnych stosunków.</p>
<p>Uczeń zapisuje cyframi i odczytuje liczby w zakresie 1000.</p>	<p>W klasie II:</p> <p>Rozumienie istoty systemu dziesiątkowego i płynąca z niego umiejętność zapisywania i porównywania liczb czterocyfrowych.</p>	<p>Ponownie polska podstawa wymaga raczej mechanicznej umiejętności zapisywania i odczytywania, podczas gdy japoński odpowiednik zwraca uwagę na rozumienie systemu liczbowego.</p>
<p>Uczeń porównuje dowolne dwie liczby w zakresie 1000 (słownie i z użyciem znaków <, >, =).</p>	<p>W klasie I:</p> <p>Porównywanie liczb.</p>	<p>Umiejętność wymagana od ucznia pierwszej klasy w Japonii (co prawda w mniejszym zakresie</p>

		<p>liczbowym), w Polsce jest egzekwowana po ukończeniu klasy trzeciej. W obu jednak przypadkach uczeń w celu porównywania liczb musi rozumieć istotę systemu dziesiątkowego, więc niezrozumiały wydaje się fakt, dlaczego w polskiej szkole ta umiejętność wymagana jest tak późno.</p>
<p>Uczeń dodaje i odejmuje liczby w zakresie 100 (bez algorytmów działań pisemnych); sprawdza wyniki odejmowania za pomocą dodawania.</p>	<p>W klasie II:</p> <p>Rozumienie, że dodawanie i odejmowanie liczb dwucyfrowych jest oparte na podstawowych działaniach dodawania i odejmowania liczb jednocyfrowych, odkrycie na tej podstawie sposobów obliczania sum i różnic liczb dwucyfrowych, ich odwracalność. Używanie dodawania i odejmowania w sposób precyzyjny i adekwatny do sytuacji. Dodawanie i odejmowanie za pomocą algorytmów.</p> <p>Odkrywanie sposobów dodawania i odejmowania prostych liczb trzycyfrowych.</p> <p>Badanie własności dodawania i odejmowania w celu wykorzystania ich do odkrycia sposobów wykonywania obliczeń i sprawdzania poprawności odpowiedzi.</p>	<p>Ponownie, w Polsce wymagana jest sprawność wykonywania działań i sprawdzania wyniku. W Japonii zakres liczbowy w wykonywanych działaniach rozszerza się stopniowo, a rozumienie praw rządzących działaniami na mniejszych liczbach przenosi się na liczby większe. Kładzie się nacisk na badanie i wykorzystanie własności działań, rozumienie relacji między nimi. Japońscy uczniowie od klasy drugiej posługują się algorytmem dodawania i odejmowania pisemnego, podczas gdy w Polsce jest to zabronione (!) do klasy trzeciej włącznie. W japońskich szkołach posługiwanie się algorytmem działania pisemnego jest promowane nawet w sytuacji, gdy jego wykonanie nie wydaje się konieczne (w działaniach typu $1000 - 985$), jednak uczniowie poświęcają dużo</p>

	<p>Rozumienie wzajemnych relacji między dodawaniem i odejmowaniem.</p> <p>W klasie III:</p> <p>Odkrywanie sposoby dodawania i odejmowania liczb 3- i 4-cyfrowych. Rozumienie, że te obliczenia są oparte na dodawaniu liczb 1- i 2-cyfrowych. Rozumienie, jak dodawać i odejmować z wykorzystaniem algorytmów.</p> <p>Poprawne dodawanie i odejmowanie, korzystanie z działań adekwatnie do sytuacji</p> <p>Odkrywanie własności dodawania i odejmowania oraz używanie ich przy poszukiwaniu różnych sposobów dodawania, odejmowania oraz sprawdzania wyników obliczeń.</p>	<p>czasu na jego wypracowanie i autorskie wyjaśnianie. W Polsce intencją przeniesienia nauki algorytmów działań pisemnych do klasy czwartej jest założenie, że dzięki temu uczeń będzie poszukiwał innych, różnorodnych strategii, co jednak w praktyce się nie dzieje, ponieważ najczęściej na lekcjach matematyki uczniowie odtwarzają metody pokazane przez nauczyciela.</p>
<p>Uczeń podaje z pamięci iloczyny w zakresie tabliczki mnożenia; sprawdza wyniki dzielenia za pomocą mnożenia.</p>	<p>W klasie II:</p> <p>Znajomość sytuacji, w których mnożenie może zostać zastosowane.</p> <p>Odkrywanie prostych własności mnożenia i wykorzystywanie ich do nauki podstawowych faktów z tabliczki mnożenia i sprawdzania poprawności obliczeń.</p> <p>Nauka tabliczki mnożenia i</p>	<p>W polskiej podstawie programowej nie ma wzmianki na temat rozumienia sensu mnożenia, jedyne czego się wymaga to znajomość tabliczki mnożenia na pamięć (co można osiągnąć bez jakiegokolwiek wiedzy na temat tego działania). Nie ma też wzmianki na temat rozumienia sensu dzielenia poza wymogiem, aby było sprawdzane. Być</p>

	<p>poprawne mnożenie liczby jednocyfrowe.</p> <p>Odkrywanie sposobów mnożenia liczb dwucyfrowych i jednocyfrowych w prostych przypadkach.</p> <p>Przedstawianie mnożenia z wykorzystaniem wyrażenia matematycznego, interpretowanie takich wyrażzeń.</p> <p>W klasie III:</p> <p>Rozumienie, że mnożenie 2- i 3- cyfrowych liczb przez 1- i 2-cyfrowe opiera się na podstawowych iloczynach i wykorzystywanie ich do zakończenia obliczeń. Rozumienie algorytmu mnożenia.</p> <p>Poprawne mnożenie adekwatne do sytuacji.</p> <p>Badanie własności mnożenia i wykorzystywanie ich przy zastanawianiu się nad sposobem wykonanie mnożenia i sprawdzeniem odpowiedzi.</p> <p>Odkrycie sytuacji, w których można wykonać dzielenie oraz odkrycie istnienia reszty.</p> <p>Rozumienie relacji pomiędzy dzieleniem a mnożeniem oraz</p>	<p>może autorzy uznali, że wymagań tych nie trzeba wyrażać wprost, jednak takie sformułowanie w najważniejszym dokumencie regulującym proces nauczania jest niebezpieczne. Program japoński wyraźnie wymaga rozumienia sensu działań i odnoszenia ich do codziennych sytuacji. Uczniowie w klasie trzeciej mnożą także liczby dwu- i trzycyfrowe używając algorytmu działania pisemnego, który jest w Polsce w klasach I-III zabroniony. Zwrócono także uwagę na odwrotność mnożenia i dzielenia (w Polsce za taki wymóg można uznać sprawdzanie mnożeniem wyniku dzielenia).</p>
--	---	---

	<p>odejmowaniem.</p> <p>Wykonywanie obliczeń na liczba 1-cyfrowych w sposób poprawny i adekwatny do sytuacji</p> <p>Obliczanie prostych przypadków dzielenia w sytuacjach, gdy iloraz jest liczbą 2-cyfrową a dzielnik 1-cyfrową.</p>	
<p>Uczeń rozwiązuje łatwe równania jednodziałaniowe z niewiadomą w postaci okienka (bez przenoszenia na drugą stronę).</p>	<p>W klasie III:</p> <p>Przedstawianie relacji ilościowe za pomocą wyrażeń matematycznych z niewiadomą w postaci „okienka” i badanie wyrażenia matematyczne podczas zastępowania „okienka” liczbą</p>	<p>W Polsce niewiadoma od razu ma postać „okienka”. W Japonii najpierw używa się schematu graficznego, na podstawie którego wprowadza się „okienko” jako symbol niewiadomej. W Polsce niewiadoma pojawia się od razu w symbolicznym zapisie działania (po omówieniu słownym), zaś w Japonii uczniowie dzięki schematowi graficznemu mają szansę zrozumieć zależności między wiadomymi, niewiadomymi i wynikiem, jednak schemat ten też jest w wysokim stopniu abstrakcyjny.</p>
<p>Uczeń rozwiązuje zadania tekstowe wymagające wykonania jednego działania (w tym zadania na porównywanie różnicowe, ale bez porównywania ilorazowego).</p>		<p>Japoński program nie traktuje rozwiązywania zadań tekstowych jako osobnej umiejętności.</p>
<p>Uczeń wykonuje łatwe</p>		<p>W Japonii nie uważa się</p>

<p>obliczenia pieniężne (cena, ilość, wartość) i radzi sobie w sytuacjach codziennych wymagających takich umiejętności.</p>		<p>obliczeń pieniężnych jako osobnej umiejętności, ponieważ zasady wykonywania działań na liczbach są takie same.</p>
<p>Uczeń mierzy i zapisuje wynik pomiaru długości, szerokości i wysokości przedmiotów oraz odległości; posługuje się jednostkami: milimetr, centymetr, metr; wykonuje łatwe obliczenia dotyczące tych miar (bez zamiany jednostek i wyrażeń dwumianowanych w obliczeniach formalnych); używa pojęcia kilometr w sytuacjach życiowych, np. jechaliśmy autobusem 27 kilometrów (bez zamiany na metry).</p>	<p>W klasie II:</p> <p>Rozumienie sensu mierzenia długości, znajomość jednostki długości, umiejętność pomiaru długości.</p> <p>Znajomość jednostek długości- milimetr (mm), centymetr (cm) i metr (m).</p> <p>W klasie III:</p> <p>Znajomość jednostki długości- kilometr (km).</p> <p>Szacowanie długości.</p> <p>Dobór właściwych jednostek i przyrządów do pomiaru długości.</p>	<p>W Polsce i w Japonii uczniowie poznają takie same jednostki długości, choć w Polsce bez rozumienia znaczenia kilometra. W Japonii używa się wyrażeń dwumianowanych.</p> <p>W polskiej podstawie brakuje zapisu wymagającego ważnych życiowo umiejętności: szacowania oraz właściwego doboru jednostki.</p>
<p>Uczeń rysuje drugą połowę figury symetrycznej; rysuje figury w powiększeniu i pomniejszeniu; kontynuuje regularność w prostych motywach (np. szlaczki, rozety).</p>		<p>W japońskim programie nauczania matematyki nie ma wzmianki wprost o rozumieniu zjawisku symetrii, zaś regularności pojawiają się przy okazji poznawania własności figur geometrycznych.</p>
<p>Uczeń rozpoznaje i nazywa koła, kwadraty, prostokąty i trójkąty (również nietypowe, położone w różny sposób oraz w sytuacji, gdy figury zachodzą na siebie); rysuje odcinki o podanej</p>	<p>W klasie II:</p> <p>Rozumienie czym są figury geometryczne zwracając uwagę na elementy, z których są zbudowane poprzez obserwowanie i komponowanie kształtów</p>	<p>Program polski w zakresie nauczania geometrii jest bardzo ubogi. Nie wychodzi poza elementarną umiejętność rozpoznawania i nazywania podstawowych figur i rysowania</p>

<p>długości; oblicza obwody trójkątów, kwadratów i prostokątów (w centymetrach).</p>	<p>z tych obiektów.</p> <p>Rozpoznawanie trójkątów i czworokątów.</p> <p>Rozpoznawanie kwadratów, prostokątów i trójkąty prostokątne.</p> <p>Rozpoznaje obiekty, które mają kształt prostopadłościanu.</p> <p>W klasie III:</p> <p>Rozpoznawanie trójkątów równoramiennych i równobocznych</p> <p>Rozpoznawanie kątów</p> <p>Rozpoznawanie koła i kuli, oraz środka, promienia i średnicy.</p>	<p>odcinków. Można uznać, że jest to wiedza dość szczątkowa w porównaniu z programem japońskim.</p>
--	---	---

W programie japońskim w klasie II znalazły się zagadnienia, które nie mają odpowiedników w polskiej podstawie:

- rozumienie, że liczba może pozostawać w relacjach z innymi liczbami np. jako iloczyn tych liczb.
- rozumienie, czym są proste ułamki tj. $\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{4}$.
- organizowanie danych pochodzących z codziennego życia za pomocą prostych tabel i wykresów oraz interpretowanie ich.

Takie zagadnienia znajdują się również w programie trzeciej klasy:

- używanie ułamków dziesiętnych w celu wyrażenia wielkości mniejszych niż 1, rozumienie i zapisywanie miejsca wartości dziesiętnych w dziesiętkowym układzie pozycyjnym.
- rozumienie sens dodawania i odejmowania ułamków dziesiętnych w systemie dziesiętnym, szukanie sposobów wykonywania obliczeń, obliczanie sum i różnic dzięki znajomości

systemu dziesiętnego, potrafi obliczać sumy i różnice z przekroczeniem progów dziesiętkowych.

- rozumienie, że ułamki są używane do przedstawienia wartości powstałych w wyniku podziału na równe części mniejsze od 1, rozumienie sposobu zapisywania ułamków
- odkrycie, że ułamek może być rozumiany jako zbiór innych ułamków o liczniku 1
- proste przypadki dodawania i odejmowania ułamków oraz rozumienie znaczenia tych operacji.
- sposoby przedstawiania liczb za pomocą liczydła (sorobanu)
- umiejętność dodawania i odejmowania liczb z użyciem liczydła (sorobanu).
- umiejętność interpretowania i rysowania wykresów słupkowych.

Omówione dokumenty regulujące proces nauczania- uczenia się matematyki w Polsce i w Japonii nie są identyczne. Przede wszystkim program japoński zawiera o wiele więcej treści kształcenia niż polski (choć w polskim także pojawiają się zagadnienia nie omawiane w Japonii np. temperatura czy znaki rzymskie). Patrząc jednak całościowo, uczniowie japońscy opanowują znacznie większy zasób wiedzy niż ich polscy rówieśnicy. Uwagę zwraca także fakt formułowania zapisów w dokumentach. W Polsce są one bardzo lakoniczne i kładą nacisk na techniczną stronę umiejętności i jej użyteczność w życiu codziennym, podczas gdy w Japonii zwraca się uwagę na rozumienie sensu pojęć, tworzenie warunków do badania ich i wykorzystywania zauważonych zależności.

Po analizie programów nauczania nasuwa się jeszcze jeden ważny wniosek. W Japonii każdy temat wprowadzany jest w odpowiednio dobranym momencie i dogłębnie omawiany, na co przeznaczona jest spora ilość czasu. W Polsce, podobnie jak w USA, każde pojęcie omawia się kilkakrotnie, ale pobieżnie.²⁶¹ Wynika to ze spiralnego układu treści. Jego zaletą niewątpliwie jest możliwość wielokrotnych powtórek, jednocześnie jednak brakuje możliwości pogłębiania rozumienia nauczanych pojęć.

W nauczaniu początkowym matematyki w obu krajach wykorzystywane są różnorodne media dydaktyczne. Początkowo przedmioty takie określano mianem środków dydaktycznych, obecnie zastępuje się je terminem „media dydaktyczne”. Dawniej używano

²⁶¹ R. Nowicka, Czego możemy nauczyć się od Japończyków?, „Nowa Szkoła” 1/ 1996, s. 61.

terminu „środki dydaktyczne”, którego znaczenie E. Puchalska i Z. Semadeni wyjaśnili następująco; środki dydaktyczne to zarówno przedmioty, którymi nauczyciel posługuje się realizując cele i zadania kształcenia, przedmioty którymi posługuje się uczeń w trakcie uczenia się jak również podręczniki szkolne i inne przedmioty indywidualnego wyposażenia ucznia, w tym przybory do pisania, a także narzędzia, którymi posługuje się uczeń (linijka, cyrkiel) oraz gry dydaktyczne, komputery i inne przedmioty wspomagające proces nauczania.²⁶² Środki dydaktyczne zdaniem Cz. Kupisiewicza to przedmioty, które dostarczają uczniom określonych bodźców sensorycznych oddziałujących na ich wzrok, słuch, dotyk itd., ułatwiają im bez-pośrednie i pośrednie poznanie rzeczywistości.²⁶³ Do mediów dydaktycznych obok środków dydaktycznych można zaliczyć środki multimedialne, które obejmują urządzenia np. projektor, komputer, ekran oraz oprogramowanie czyli aplikacje multimedialne.²⁶⁴

Zależnie od sposobu ich wykorzystania mogą spełniać różne funkcje, które wyodrębnił F. Bereźnicki:

- funkcję motywacyjną polegającą na wywoływaniu pozytywnego nastawienia do uczenia się poprzez budzenie zaciekawienia i zainteresowania dla przedmiotu poznania,
- funkcję poznawczą, które pozwalają bezpośrednio poznać określoną rzeczywistość,
- funkcję dydaktyczną związaną z byciem głównym źródłem wiedzy dla uczniów ułatwieniem jej zrozumienia, utrwaleniem i usprawnieniem stopnia opanowania,
- funkcję wychowawczą, która polega na pobudzaniu sfery emocjonalnej, na wywoływaniu przeżyć i kształtowaniu postaw uczniów.²⁶⁵

Jak uważa M. Magda- Adamowicz „środki dydaktyczne wzmacniają funkcje procesu kształcenia, ułatwiają i pogłębiają poznawanie rzeczywistości, kształtowanie postaw oraz rozwijanie działalności przekształcającej rzeczywistość. Początkowo funkcję poznawania rzeczywistości, także w sposób zastępczy – za pomocą obrazów, zdjęć itp. pełniły podręczniki, obecnie coraz powszechniejsze staje się stosowanie w tym celu także gier

²⁶² E. Puchalska, Z. Semadeni, Przegląd pomocy naukowych [w:] red. Z. Semadeni, Nauczanie początkowe matematyki, t.1, Warszawa 1991, s. 86.

²⁶³ Cz. Kupisiewicz, Podstawy ..., s. 242.

²⁶⁴ H. Noga, Metodyka edukacji techniczno- informatycznej, Kraków 2010, s. 91.

²⁶⁵ F. Bereźnicki, tamże, s. 374.

dydaktycznych. Środki dydaktyczne wpływają też na kształtowanie postawy emocjonalnego stosunku do rzeczywistości matematycznej. Dzięki nim uczeń jest bardziej zaangażowany emocjonalnie w wykonywaną czynność, rozumie lepiej jej znaczenie, chce rozwiązać związany z nim problem. Wreszcie, dzięki odpowiednio dobranym środkom, następuje intensyfikacja kształtowania umiejętności w toku oddziaływania na otoczenie”.²⁶⁶

Wykorzystywane w nauczaniu matematyki środki pogładowe mogą mieć różne formy:

- a) Modele czyli przedmioty służące do oglądania i dotykania, które czasem mogą rozkładać się na części lub posiadać ruchome elementy,
- b) Gotowe rysunki do oglądania, przedstawione na papierze, tablicy, ekranie, monitorze itp.
- c) Materiał do manipulacji przez uczniów: klocki, papier, pręciki, geoplany, plastelina, programy komputerowe itp.²⁶⁷

M. Szurek podzielił materiały do manipulacji na strukturalne i niestrukturalne. Materiały strukturalne to np. materiały logiczne, liczby w kolorach, klocki do systemów pozycyjnych, geoplany, układanki, które mają narzuconą określoną strukturę, którą uczeń powinien poznać i w zasadzie w ramach tylko tej struktury stosować materiał. Materiały to rysunki, papiery, patyczki, druciki, można używać swobodnie korzystając z ich fizycznych właściwości.²⁶⁸ Z. Semadeni dzieli środki manipulacyjne na naturalne i ustrukturuwane.²⁶⁹

D. Zaremba zwraca uwagę na szczególną rolę modeli w nauczaniu geometrii. Podczas tworzenia i oglądania różnych modeli, także rysunków, uczeń może odkrywać własności geometryczne. W tym procesie czynności fizyczne są stopniowo zastępowane przez czynności myślowe, co umożliwia tworzenie się pojęć matematycznych.²⁷⁰

Uczeń manipulując różnymi przedmiotami może dokonywać przekształceń, obserwować własności i zależności, formułować hipotezy i weryfikować je. Jest to szczególnie istotne w pierwszych latach nauczania szkolnego matematyki, gdyż większość

²⁶⁶ M. Magda- Adamowicz, *Kształcenie matematyczne* [w:] red. M. Magda- Adamowicz, L. Kataryńczuk- Mania, *Dziedziny kształcenia w klasach I-III*, Warszawa 2013, s. 81.

²⁶⁷ S. Turnau, *Wykłady o nauczaniu matematyki*, Warszawa 1990, s. 70.

²⁶⁸ M. Szurek, *O nauczaniu matematyki*, Gdańsk 2005, s. 43.

²⁶⁹ Z. Semadeni, *Matematyka w edukacji początkowej jako fundament całej matematyki szkolnej*, „*Nauczanie Początkowe*” 1/2012/2013, s. 14-15.

²⁷⁰ D. Zaremba, *Sztuka nauczania matematyki w szkole podstawowej*, Gdańsk 1993, s. 101.

dzieci rozumie wtedy na poziomie operacji konkretnych, a co za tym idzie potrzebuje dostępu do realnych przedmiotów w celu rozwijania rozumienia pojęć matematycznych.

W związku z rozwojem technologicznym coraz powszechniej wykorzystuje się w procesie nauczania- uczenia się różnorodne media. Spowodowało to konieczność powołania nowej dyscypliny pedagogicznej- pedagogiki mediów.²⁷¹ Współcześni uczniowie swobodnie posługują się różnymi mediami (komputerem, smartfonem, tabletem, czytnikiem e-booków, telewizorem, odtwarzaczem DVD itp.) w celach dydaktycznych podczas zajęć lekcyjnych i poza nimi.²⁷²

Z przeprowadzonych przez R. Kozieł badań nad wykorzystaniem komputera w nauczaniu początkowym matematyki wynika, że wykorzystanie programów komputerowych sprzyja osiągnięciu przez uczniów wysokiego poziomu sprawności arytmetycznej oraz rozwija umiejętność posługiwania się poznanymi pojęciami oraz działaniami arytmetycznymi w rozwiązywaniu zadań tekstowych.²⁷³ Komputer sprawdza się również w pracy korekcyjno- wychowawczej z dziećmi mającymi specyficzne trudności w uczeniu się matematyki. Jak wynika z badań Ź. Kaczmarek zastosowanie odpowiednio dobranych narzędzi multimedialnych zwiększa efektywność kształcenia.²⁷⁴

Należy jednak pamiętać o tym, że wykorzystanie komputera nie podnosi samo z siebie efektywności kształcenia. Komputer nie może zastępować nauczyciela. Jest on tylko narzędziem w jego ręku, stąd kluczowe jest przygotowanie pedagogów do racjonalnego korzystania z dostępnej technologii informacyjnej.²⁷⁵

²⁷¹ W. Strykowski, Technologia kształcenia i pedagogika medialna jako nauki o mediach, „Neodidagmata” 22/ 1996, s. 135.

²⁷² M. Kielbasa, M. Socha, Multimedialne środki dydaktyczne ułatwiające naukę w opinii uczniów klas III i VI , [w:] Aktualne otázky prírodovedno- technických predmetov a prierezových tém v primárnej edukácii. Zborník príspevkov z medzinárodnej online konferencie konanej v dňoch 23. –25. 10. 2013, J. Kancír (red.) Pedagogická fakulta PU v Prešove Katedra prírodovedných a technických disciplín, Prešov 2013.

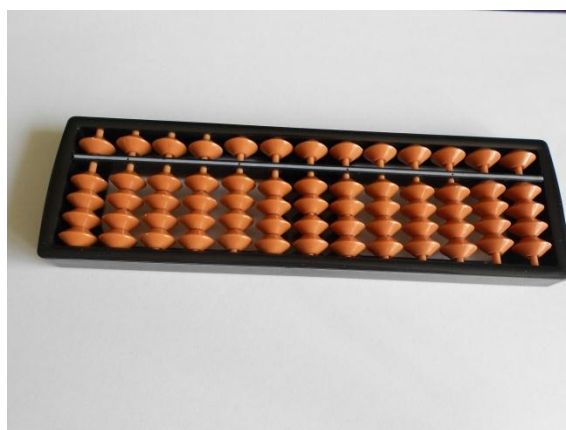
²⁷³ R. Kozieł, Komputer w procesie kształtowania umiejętności arytmetycznych uczniów klas wczesnoszkolnych, „Chowanna” 2 (29)/ 2007, s. 158-165.

²⁷⁴ Ź. Kaczmarek, Efektywność elementarnej edukacji matematycznej wspomaganiej komputerowo w pracy korekcyjno- wyrównawczej, „Neodidagmata”, 25/26/2003.

²⁷⁵ K. Wenta, Metodyka stosowania technologii informacyjnej w edukacji medialnej, [w]: red. W. Furmanek, A. Piecuch, Dydaktyka informatyki. Problemy metodyki, Rzeszów 2005, s. 62.

Oprócz komputera coraz większą popularność w szkołach podstawowych zarówno w Polsce jak i w Japonii zdobywa tablica multimedialna. Jest to narzędzie o charakterze multisensorycznym (oddziaływane na wzrok, dotyk, słuch uczniów) zaprojektowane specjalnie w celach dydaktycznych i pobudzające uczniów do aktywności.²⁷⁶ Jednak podobnie jak w przypadku komputera efektywność jej stosowania jest zależna od wielu czynników. Sam fakt pracy z tablicą multimedialną nie gwarantuje jeszcze osiągnięcia zamierzonych celów.

W obu krajach używa się różnorodnych mediów dydaktycznych w nauczaniu- uczeniu się matematyki. Przedstawione pomoce dydaktyczne są wykorzystywane podczas lekcji matematyki w japońskich szkołach podstawowych. Wybór konkretnej pomocy zależy od decyzji nauczyciela. Najpopularniejszą pomocą dydaktyczną (której użycie zakładają wszystkie podręczniki) jest soroban.



Fot.1. Soroban

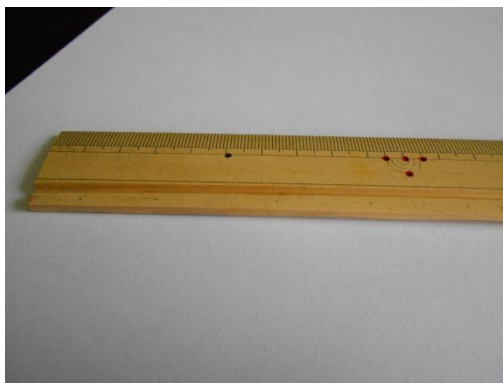
Soroban jest formą liczydła, które powstało w Japonii ponad 500 lat temu. Jego pierwowzór pochodził z Chin. Soroban składa się z dwóch części: w górnej znajduje się jeden koralik symbolizujący pięć danych jednostek (np. jedność, setek, dziesiątek tysięcy itp.), zaś w dolnej są cztery koraliki, z których każdy oznacza jedną jednostkę. Uczniowie wykonują obliczenia przesuwając koraliki w górę i w dół. Największą zaletą tego liczydła (w przeciwieństwie do chińskiego pierwowzoru oraz liczydła używanego w Europie) jest fakt, iż daną liczbę da się przedstawić wyłącznie na jeden sposób, co usprawnia obliczenia²⁷⁷.

²⁷⁶ K. Majewska, Tablica interaktywna- nowoczesne narzędzie czy dydaktyczne czy jedynie modny gadżet?, [w]: red. T. Lewowicki, B. Siemieniecki, Nowe media w edukacji, Toruń 2012, s. 260.

²⁷⁷ M. Mączka, Soroban- japońskie liczydło w edukacji matematycznej XXI wieku, „Chowanna” 2 (39) / 2012, s. 205-213.

Warto jednak wspomnieć, że choć nie jest to popularne, w sprzedaży pojawiają się także liczydła europejskie oraz publikacje skierowane do ucznia (mające formę ćwiczeń i używane w celu poznania sposobu posługiwania się takim liczydłem).

Innym powszechnie używanym przez japońskich uczniów środkiem dydaktycznym jest japońska linijka.



Fot. 2. Tradycyjna japońska linijka

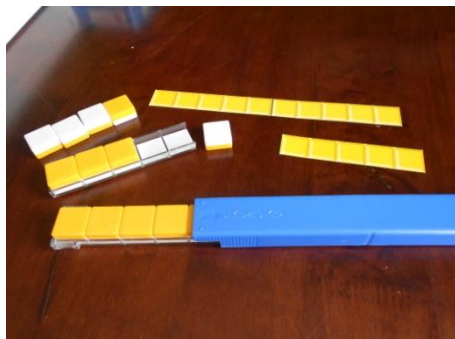
Jest ona tradycyjnym przyrządem do mierzenia i nadal znajduje się w wielu dziecięcych piórnikach. Zawiera ona podziałkę jednak bez zaznaczonych na niej liczb. Wyróżnione są odcinki długości 5 mm, 1 cm, 5 cm i 10 cm. Dzięki takiej konstrukcji linijkę można przyłożyć w dowolnym miejscu do mierzonego przedmiotu. Wspiera ona rozumienie aspektu miarowego liczb naturalnych.

Do nauczania matematyki w klasie pierwszej wyprodukowano szczególny zestaw pomocy. Są one zapakowane w kartonowe pudełko:



Fot. 3. Japoński zestaw do nauczania matematyki w klasie pierwszej

Zawiera ono wiele różnych elementów. Najczęściej używany na obserwowanych lekcjach był zestaw tzw. bloków czyli dwustronnych, kolorowych klocków zapakowanych w funkcjonalne pudełko.



Fot. 4. Bloki (klocki) w pudełku

Klocki te służą do wykonywania obliczeń na poziomie reprezentacji enaktywnych. Pozwalają ilustrować liczby dwucyfrowe (na jednej podkładce/ w jednym pudełku mieści się tylko dziesięć, pomocniczo wykorzystuje się także podkładki/ pudełka po pięć), a także ćwiczyć dopełnianie do 10 (druga część pudełka jest wsuwana, można wysunąć kilka klocków i zasłonić pozostałe w taki sposób, aby można było liczyć, ile brakuje do dziesiątki, a potem sprawdzić). Bardzo często nauczyciele decydują się na używanie w nauczaniu bloków, nawet jeśli nie stosuje całego opisanego zestawu. Niektóre szkoły dysponują demonstracyjnym zestawem bloków, których można używać do eksponowania czynności poprzez przyczepianie ich do tablicy szkolnej. Każdy klocek posiada w środku magnes, dzięki któremu może być układany na metalowej podkładce.

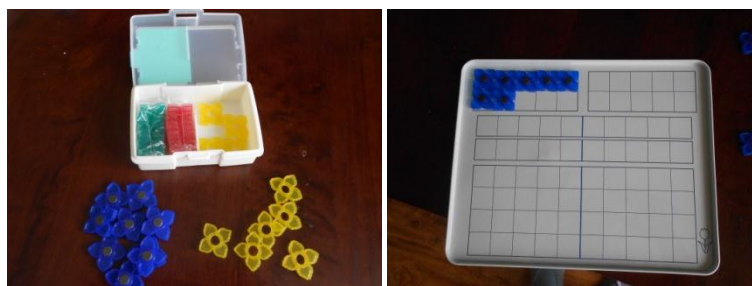


Fot. 5. Tacka magnetyczna

Podkładka na klocki jest podzielona na dwie części: u góry w dwóch rzędach ułożonych jest po 10 kratak (z wyodrębnieniem piątki), na dole dziesięć rzędów po dziesięć pól (także z zaznaczeniem progu piątkowego). Generalnie wyodrębnianie piątki w obliczeniach jest często stosowane w różnych sytuacjach w japońskich szkołach.

Usprawnia to obliczenia, gdyż odwołuje się do naturalnego dla dziecka liczenia na palcach (które są przecież ułożone na naszych dłoniach po pięć). W polskich szkołach niestety szczególna rola piątki w obliczeniach jest całkowicie pomijana.

Innym sposobem wykorzystania metalowej podkładki jest użycie jej w zestawie z kompletem liczmanów w kształcie kwiatków.



Fot. 6. Japońskie liczmany z podkładką i pudełkiem

Liczmany mają różne kolory, co może być wykorzystywane do przedstawiania np. różnych wielkości z zadania tekstowego oraz manipulowania nimi (np. zabierając przy odejmowaniu lub dokładając przy dodawaniu). Część z nich posiada magnes, dzięki któremu mogą być układane na metalowej podkładce podobnie jak bloki. W wielu podręcznikach znajdują się sugestie wykorzystania liczmanów. Opisywane liczmany są przechowywane w pudełku, które dodatkowo spełnia bardzo ciekawe funkcje.



Fot. 7. Pudełko do ćwiczenia zadań z niewiadomą

Pudełko służy do ćwiczeń w rozwiązywaniu równań z niewiadomą. Wkłada się określoną liczbę liczmanów do pudełka i potrząsa nim. Ścianka dzieląca pudełko na dwie komory sięga tylko do połowy, przedmioty mogą się więc w jego wnętrzu swobodnie przemieszczać. Niektóre liczmany wpadają do części pudełka z przezroczystą pokrywką, pozostałe do części z zamykaną klapką oznaczoną znakiem zapytania. Zadaniem ucznia jest określenie,

ile liczmanów kryje się pod znakiem zapytania. Co ważne, klapkę można unieść, aby sprawdzić, czy podany wynik jest poprawny.



Fot.8. Patyczki i miarka decylitrowa

Kolejnym środkiem dydaktycznym jest zestaw kolorowych patyczków włożonych w funkcjonalne pudełko. Patyczki mają nacięcia na końcach oraz na środku, dzięki czemu można je łączyć ze sobą. Mogą służyć do konstruowania różnych figur, porównywania ich ze sobą i omawiania ich własności. Szczególnie godne uwagi jest pudełko, którego jedna z części jest jednocześnie miarką, którą można wykorzystać do odmierzania płynów. Ma ona pojemność 1 decylitra- jednostki nie używanej powszechnie w Polsce. Na pudełku znajduje się także informacja, pomagająca uczniom w zamianie jednostek. Kolejną pomocą do nauki geometrii jest zestaw plastikowych brył.



Fot. 9. Modele brył

Pudełko zawiera pięć figur: sześcian, prostopadłościan, walec, kulę i graniastosłup prosty trójkątny. Warto wspomnieć, że japoński program nauczania matematyki przewiduje rozpoczęcie nauki geometrii od zapoznania z modelami podstawowych brył i dopiero na ich podstawie wprowadza się figury płaskie. Zupełnie odmiennie postępuje się w szkołach polskich, w których rozpoczyna się od rozpoznawania i nazywania figur płaskich, zaś podstawowe bryły są omawiane dopiero w czwartym lub piątym roku nauki.



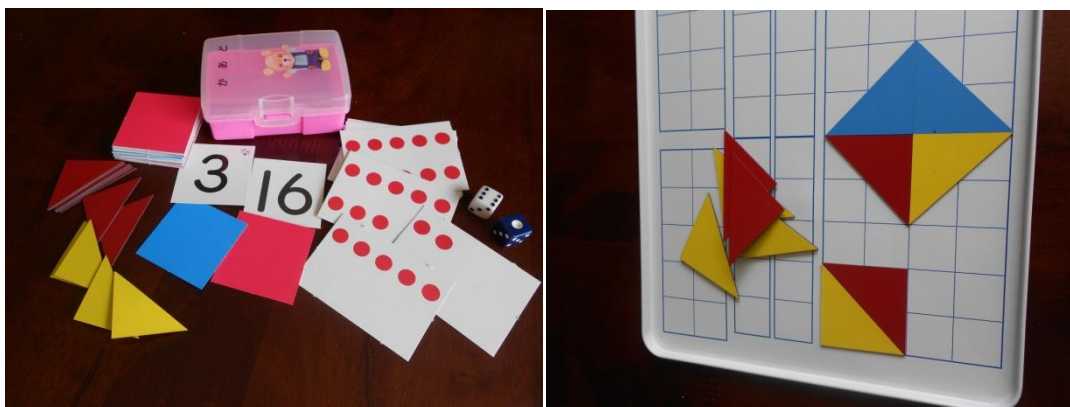
Fot. 10. Fiszki do nauki dodawania i odejmowania

Inną ciekawą pomocą jest komplet składający się z dwóch zestawów fiszek i zawierającego je zamykanego woreczka. Każda karteczka z jednej strony zawiera działanie, na odwrocie znajduje się wynik. Jeden zestaw zawiera działania wymagające dodawania w zakresie 20 z przekroczeniem progu dziesiątkowego, drugi zaś wymagające odejmowania w zakresie 20 z przekroczeniem progu dziesiątkowego. Można używać ich jako fiszek samokontrolnych do ćwiczenia sprawności dodawania i odejmowania, ale możliwości ich wykorzystania są wielorakie. W różnych podręcznikach znajdują się propozycje wykorzystania karteczek do zabaw i ćwiczeń.



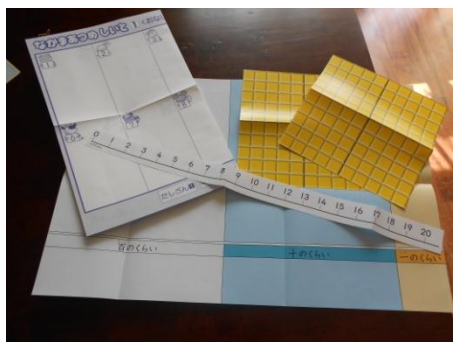
Fot. 11. Model zegara

W zestawie znajduje się także model zegara. Istotną różnicą między ćwiczebnymi zegarami używanymi w Polsce a przedstawionym na zdjęciu jest fakt, iż japoński model akcentuje jednostki czasu jako pewną odległość, nie zaś miejsce na tarczy zegarowej (co prezentują kolorowe linie oznaczające zarówno godzinę jak i pięć minut). Ciekawym rozwiązaniem jest możliwość dwóch ustawień tarczy: z ułatwieniami i bez. Ułatwienia zaprezentowane na drugim zdjęciu dotyczą pomocniczych liczb wskazujących upływ czasu, a także wskazują ilość minut. W miarę nabierania wprawy uczeń rezygnuje z tych podpowiedzi i posługuje się wersją widoczną na zdjęciu po lewej.



Fot. 12. Pomoce do gier i zabaw matematycznych

W ostatnim pudełku znajdują się różne drobiazgi przydatne na lekcjach. Przede wszystkim są to trójkąty wykonane z magnesów, które uczeń może układać na metalowej podkładce (traktując ją jak sieć kwadratową). Kostki do gry mogą być wykorzystane do różnych gier, kartoniki z kropkami i liczbami mogą służyć do ilustrowania/ układania działań, zaś kolorowe (czerwone i niebieskie) kartoniki mogą być wykorzystane jako liczmany, a także w nauce geometrii.



Fot. 13. Miarki i plansze matematyczne

Poza tym w zestawie znajdują się pomoce papierowe: tabela systemu dziesiętkowego, tabela do układania odpowiedniej ilości liczmanów, model osi liczbowej oraz model setki (dziesięć kwadratów po dziesięć).

Zestaw pomimo małej objętości jest dobrze przemyślany, może być wykorzystywany do ogromnej ilości różnych aktywności. Uwagę zwraca zwłaszcza spory nacisk na nauczanie geometrii, która jest prawie nieobecna w polskim nauczaniu początkowym matematyki.

Oprócz wspomnianego zestawu podczas konferencji dla nauczycieli w Tokio zakupiono także pojedyncze pomoce dydaktyczne.



Fot. 14. Fiszki do nauki mnożenia

Powyższe fiszki służą do nauki mnożenia. Ich konstrukcja jest podobna do opisanych już fiszek z dodawania i odejmowania w zakresie 20. Na jednej stronie kartki znajduje się symbolicznie zapisane działanie oraz jego ilustracja w schemacie szeregowo- kolumnowym, zaś na odwrocie wynik działania i komentarz słowny. Oprócz tego woreczek zawiera jeszcze karty z działaniami, skonstruowane w podobny sposób. Z jednej strony znajduje się bardzo wiele informacji na temat danego ułamka. Przede wszystkim przedstawiono ułamek jako część całości (podzielonej na równe części) w formie koła i prostokąta, ale także zapis symboliczny w formie ułamka zwykłego i dziesiętnego (w różnych formach, dodatkowo ilustrowanych jako dana część koła). Jest to ciekawe podejście metodyczne, gdyż w polskim nauczaniu początkowym matematyki w ogóle nie wspomina się o ułamkach. W starszych klasach rozpoczyna się od ułamków zwykłych i długo nie łączy się ze sobą obu form zapisu.



Fot. 15. Fiszki do nauki rozwiązywania zadań tekstowych

Ostatnia z prezentowanych pomocy została zakupiona w sklepie sieci Daiso (wielobranżowy supermarket z produktami w cenie 100 jenów + podatek). Generalnie wiele tego typu pomocy i książeczek wspomagających naukę matematyki można kupić w wielobranżowych sklepach, co w Polsce jest raczej niespotykane. Przedstawione na zdjęciu karty mają formę fiszek. Na jednej stronie znajduje się zadanie przedstawione na poziomie reprezentacji ikonicznej i symbolicznej, zaś na odwrocie odpowiedź do zadania. Co istotne,

nie widnieje tam tylko wynik, ale przede wszystkim wyjaśnienie sposobu rozwiązania. Świadczy to o myśleniu autorów o nauczaniu matematyki jako procesie, a nie rezultacie.

Media dydaktyczne na polskich lekcjach matematyki w klasach początkowych

Wyposażenie polskich szkół w media dydaktyczne znacznie różni się między sobą. Oprócz zaopatrzenia szkoły dużą rolę w zakresie wykorzystywanych podczas zajęć mediów dydaktycznych odgrywa wybrany przez nauczyciela pakiet dydaktyczny, gdyż bardzo często wydawnictwa edukacyjne w zamian za deklarację korzystania z wybranego zestawu podręczników wyposażają uczniów w niezbędne im pomoce.



Fot. 16. Zawartość kufierka matematycznego

Zdjęcie przedstawia zawartość kufierka matematycznego przygotowanego przez wydawnictwo WSiP. Zawiera on liczydło, klocki, miarkę metrową, kostki do gry, sznureczki np. do wyznaczania zbiorów, lusterko do zajęć geometrycznych i ćwiczeń orientacji przestrzennej, zestaw pchełek do przedstawiania liczb i działań na nich oraz woreczek, który może być wykorzystywany np. do zadań wymagających określania położenia obiektów.

Chyba najpopularniejszą pomoc w nauce liczenia oraz wykonywania działań stanowią zwykłe patyczki do liczenia.



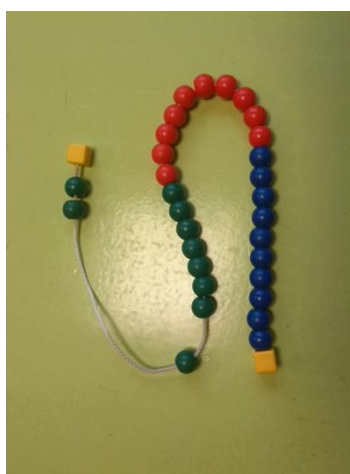
Fot. 17. Patyczki do liczenia

Jest to materiał wykorzystywany tradycyjnie w polskich szkołach i mający co najmniej kilkudziesięcioletnią tradycję. Uczniowie manipulując patyczkami mogą wykonywać działania np. dodawanie i odejmowanie w sytuacji, gdy nie są w stanie liczyć w oderwaniu od konkretnych przedmiotów. Niektórzy nauczyciele nie ograniczają wykorzystania patyczków tylko do klasy pierwszej. Mogą być one przydatne przy nauce mnożenia i dzielenia, a także rozumienia systemu dziesiątkowego (wiązanie patyczków po dziesięć). W polskich szkołach patyczki spełniają podobne funkcje jak bloki w Japonii, mają jednak zdecydowanie mniej możliwości zastosowania. Rzadziej w Polsce używa się do tych celów np. klocków (pochodzą one z kufereka matematycznego wydawnictwa WSiP).



Fot. 18. Klocki matematyczne

Inny bardzo często wykorzystywany materiał stanowi liczydło. Czasami ma ono postać liczydła koralikowego, które pozwala wykonywać obliczenia w zakresie dwudziestu lub trzydziestu.



Fot. 19. Liczydło koralikowe.

Dziecko przesuając koraliki nawleczone na sznurek może wykonywać dodawanie lub odejmowanie. Ważną zaletą liczydła koralikowego jest możliwość korzystania z niego bez znajomości cech systemu liczbowego (jak np. w sorobanie). Jest to pomoc bardzo lubiana przez uczniów. Inną formą liczydła jest tzw. liczydło prętowe.



Fot. 20. Liczydło prętowe

Jest ono zbudowane z 10 rzędów po 10 koralików nawleczonych na metalowe lub drewniane pręty, które dziecko może przesuwać wykonując działania. Najczęściej każdy koralik traktuje się, jakby symbolizował liczbę jeden, co w praktyce oznacza, że na takim liczydłe można wykonywać działania w zakresie 100. Podobnie jak liczydło koralikowe akcentuje odrębność poszczególnych dziesiątek, jednak tutaj często mamy do czynienia z dodatkowym oznaczeniem piątki. Raczej nie używa się tego liczydła w taki sposób, że poszczególne pręty oznaczają rzędy wielkości np. jednościami, setkami itp. W wielu klasach zamontowano duże, demonstracyjne liczydła prętowe.

Inną pomocą pomagającą zrozumieć dziecku pojęcie liczby są tzw. kolorowe liczby. Zdjęcie prezentuje oryginalną formę w postaci klocków. Jeśli szkoła nimi nie dysponuje to nauczyciel czasami decyduje się na zastąpienie ich paskami papieru w odpowiednich długościach i kolorach.



Fot. 21. Kolorowe liczby

Zaprezentowane na zdjęciu klocki matematyczne mogą spełniać różne funkcje. Z jednej strony są pomalowane na kolor przypisany danej liczbie, z drugiej są opisane za pomocą cyfr, z trzeciej posiadają odpowiadającą liczbie ilość kropek, a z czwartej posiadają wyodrębnioną daną ilość jednostek. Klocki te są wykorzystywane do wprowadzania kolejnych liczb i omawiania ich aspektów np. miarowego czy algebraicznego, ale mogą być też wykorzystane do mnożenia, dzielenia i badania podzielności liczb, a nawet do rozwiązywania równań i nierówności z niewiadomą.

W celu zaktywizowania wszystkich uczniów do wykonywania np. obliczeń i odpowiadania na pytania stosuje się tzw. lizaki matematyczne.



Fot. 22. Lizaki matematyczne

Najczęściej posiadają one zapisane na obu stronach liczby i znaki działań. Na znak nauczyciela uczniowie podnoszą je do góry pokazując prowadzącemu wybraną odpowiedź. Pozwala to na jednoczesne wypowiedzianie się wszystkich uczniów w klasie.

Osobną grupę mediów dydaktycznych stanowią te związane z tzw. umiejętnościami praktycznymi: mierzeniem, ważeniem, pojemnością, obliczeniami czasowymi.



Fot. 23. Środki dydaktyczne do nauki umiejętności praktycznych

Wykorzystywane są one do symulowania realnych czynności np. ważenia, ruchu wskazówek w celu obliczeń czasowych, ale także do badania znaczenia pojęć. Dzięki nim

dzieci uczą się, że np. litr wody może mieścić się w naczyniach o różnym kształcie. Mogą też doświadczyć empirycznie, ile waży kilogram, albo ile to jest pół litra.

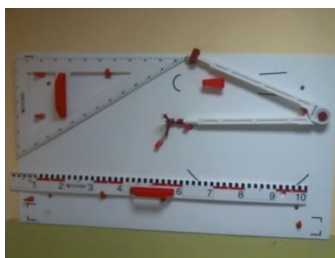
Specjalne pomoce dedykowane są do nauki geometrii. Do najpopularniejszych należy geoplan.



Fot. 24. Geoplan

Jest on przeznaczony do tworzenia modeli różnych płaskich figur geometrycznych. Robi się to za pomocą napinania gumek recepturek na wystające kołeczki. Dzięki temu dzieci mogą badać stworzone kształty, pomniejszać je i powiększać, szukać symetrii czy obliczać ich obwody.

Bardzo często w szkołach wykorzystuje się demonstracyjne przybory geometryczne, np. w celu prezentowania dzieciom sposobu ich wykorzystania czy wykonywania pewnych konstrukcji.



Fot. 25. Przybory geometryczne

Dla uatrakcyjnienie procesu nauczania- uczenia się stosuje się także różnorodne gry dydaktyczne. Zdjęcia prezentują kości i karty do gry, z pomocą których można angażować wartościowe poznawczo sytuacje podczas zajęć matematycznych.



Fot. 26. Karty i kostki do gry

Oprócz tego istnieje spora ilość gier planszowych i innych, które jednak najczęściej służą do ćwiczenia sprawności rachunkowej.

Bardzo często (według ich deklaracji) zarówno polscy jak i japońscy nauczyciele samodzielnie wykonują pomoce dydaktyczne. Zdjęcie przedstawia kostkę do gry, która zamiast oczek posiada wypisane zadania do wykonania.



Fot. 27. Środek dydaktyczny wykonany przez nauczyciela

Poza tym podczas lekcji wykorzystywane są w celach dydaktycznych przedmioty codziennego użytku.

Specyficzną grupę mediów dydaktycznych stanowią spotykane w szkołach w obu krajach plansze prezentujące najważniejsze fakty matematyczne, które powinny pozostać w pamięci uczniów. Na zdjęciu plansza przedstawiająca tabliczkę mnożenia.

Tabliczka mnożenia 7

*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

10

Fot. 28. Plansza dydaktyczna

Szkoły w obu krajach różnią się w zakresie wyposażenia w środki multimedialne. W prawie wszystkich japońskich klasach znajduje się notebook, projektor multimedialny, grafoskop lub telewizor. Szkoły polskie są pod tym względem słabiej wyposażone- tylko w jednej klasie na 12 badanych znajdował się rzutnik multimedialny, jednak połowa z nich była wyposażona w komputer. W ostatnim czasie wiele się zmienia w tej kwestii w Polsce i szkoły są masowo doposażone zwłaszcza w tablice multimedialne. Większość wydawnictw edukacyjnych na rynku polskim przygotowuje elektroniczne wydania swoich książek, bardzo często w formie tzw. multibooka, czyli publikacji pasującej do podręcznika, ale oprócz treści merytorycznych zawierających też dodatkowe materiały i interaktywne ćwiczenia. Czasami nawet nauczyciele mają do dyspozycji platformy internetowe wspierające uczenie się matematyki jak np. kosmikus.²⁷⁸

Pomimo tak wielkiego wyboru mediów dydaktycznych przydatnych w nauczaniu matematyki wciąż najpopularniejsze są podręcznik, kreda i tablica. Na większości obserwowanych lekcji, niezależnie od kraju grały one pierwsze skrzypce. Oprócz tego nauczyciele stosowali w polskiej klasie:

- 1) klocki, liczydła, kartoniki z działaniami w zakresie 10, kostka do gry, linijki.
- 2) zegary demonstracyjne, liczydła.
- 3) papierowe monety i banknoty

W Japonii w klasie:

- 1) bloki, , kartoniki z działaniami w zakresie 10

²⁷⁸ Platforma edukacyjna, www.kosmikus.pl

2) linijki, paski papieru wykorzystane do porównania długości, przedmioty codziennego użytku wykorzystane do mierzenia

3) brak

Zdecydowanie najczęściej używana jest jednak zwykła tablica i kreda. Jej wygląd i funkcje są jednak zupełnie odmienne w obu krajach. W japońskich klasach tablice są o wiele większe niż w Polsce i mają podłużny kształt. Bardzo rzadko zdarza się, aby coś zmazano w trakcie trwania zajęć (chyba że np. dla zademonstrowania jakiegoś procesu). Chodzi o to, aby uczniowie mieli w każdym momencie możliwość powrotu do wcześniej omówionych treści, a także, jeśli na chwilę zdekoncentrują się, to aby mogli poprzez analizę zapisu szybko włączyć się ponownie w tok lekcji. Także zapisy na tablicy są dokonywane w innym celu w Polsce i w Japonii. Polscy nauczyciele najczęściej piszą na tablicy (lub robią to wybrani uczniowie) po to, aby umożliwić wszystkim dzieciom skopiowanie umieszczonych tam treści do zeszytu czy do podręcznika. Tablica w Polsce służy więc najczęściej do przepisywania z niej. Zdecydowanie rzadziej zdarza się, aby tablicy użyto do wyjaśnienia jakiegoś zagadnienia. Czasami nauczyciel decyduje się opowiedzieć, jak wykonać dane zadanie demonstrując wykonywane przez siebie czynności krok po kroku. W Japonii na tablicy bardzo często piszą także uczniowie. Wyjaśniają oni swoje strategie obliczeń, opowiadają o wykonanych czynnościach. Czasem rolę tę przejmuje nauczyciel zapisując omawiane przez dzieci kroki. Zwykle na tablicy zapisuje się nie tylko działanie i wynik, ale całą drogę prowadzącą do jego osiągnięcia. Nauczyciele prezentują też rozwiązania błędne, wtedy tablica służy do znalezienia i wyjaśnienia przyczyn błędu w taki sposób, aby tok rozumowania mogły śledzić wszystkie dzieci w klasie. W japońskiej szkole tablica służy najczęściej jako pole do dyskusji nad treściami matematycznymi.

Danych w szerszej perspektywie udzielić może badanie TIMSS z 2011 roku. Jak pisze K. Konarzewski najczęściej podstawą nauczania (matematyki w badanych krajach) są podręczniki- korzysta z nich średnio 75% uczniów, zeszyty ćwiczeń- 46%, zestawy konkretnych przedmiotów pozwalające uchwycić abstrakcyjne pojęcia- 37% i aplikacje komputerowe – 9%.²⁷⁹ Polscy uczniowie częściej korzystają z ćwiczeń i rzadziej z komputerów (przeciwnie do uczniów japońskich).

²⁷⁹ K. Konarzewski, TIMSS i PIRLS 2011. Osiągnięcia szkolne polskich trzecioklasistów w perspektywie międzynarodowej, Warszawa 2012, s. 74.

Obecną erę nauczania matematyki w Polsce ochrzczono mianem „papierowej matematyki”. Termin ten stworzyła E. Gruszczyk- Kolczyńska, która uważa, że w edukacji wczesnoszkolnej dominuje papierowy sposób prowadzenia edukacji matematycznej. Preferowane są zeszyty ćwiczeń, a tam zadania są przedstawione na papierze (rysunki, grafy, działania), dzieci je rozwiązują także na papierze, wpisując w odpowiednie miejsce liczby, znaki działań itp. Analizując zachowania dzieci, można czasami dostrzec tylko fragmenty matematyzacji, o wiele za mało dla budowania systemu wiadomości i umiejętności matematycznych.²⁸⁰ Dziecko w wieku wczesnoszkolnym myśli na poziomie operacji konkretnych, co oznacza, że dla budowania w umyśle pojęć matematycznych potrzebuje doświadczeń związanych z działalnością na realnych przedmiotach, czego niewątpliwie zeszyty ćwiczeń nie zapewniają. Wspomniana już E. Gruszczyk- Kolczyńska podkreśla rolę zwykłych zeszytów w kratkę w edukacji matematycznej dzieci. Uważa ona, że kodowanie czynności matematycznych- zapisywanie ich za pomocą liczb i znaków działań, uproszczonych rysunków i grafów- jest tak ważne, że bez zeszytu w kratkę trudno sobie wyobrazić edukację matematyczną małych uczniów. Chodzi o wiodącą rolę kodowania w matematyzacji doświadczeń logicznych i matematycznych.²⁸¹ Nie kwestionuje się tutaj roli podręcznika, a jedynie bardzo rozbudowanego zestawu ćwiczeń, które nie wymagają od dziecka głębszej aktywności poznawczej. Nie sposób nie zauważyć licznych korzyści płynących z korzystania z podręcznika podczas zajęć, co wymienia W. Okoń. Jego zdaniem podręcznik może pełnić (zgodnie z teorią wielostronnego kształcenia) funkcje: informacyjną (dostarczając informacji z danej dziedziny w sposób poprawny pod względem rzeczowym, logicznym, psychologicznym i metodycznym), badawczą (pobudzając uczniów do samodzielnego zdobywania wiedzy i racjonalnego posługiwania się nią w praktyce), transformacyjną (wyrabiając sprawności niezbędne do działania praktycznego) i samokształceniową (motywuując do rozwijania zainteresowań i pozytywnej motywacji).²⁸² Podręcznik może być zatem wartościową pomocą podczas zajęć matematycznych, jednak nauczanie matematyki musi mieć przede wszystkim formę badawczej aktywności dzieci, a nie uzupełniania luk w zeszytach ćwiczeń.

²⁸⁰ E. Gruszczyk- Kolczyńska, Papierowa matematyka. „Matematyka” 1/2013, s. 48.

²⁸¹ E. Gruszczyk- Kolczyńska, Ważniejsze reguły wspierania rozwoju i edukacji dzieci uzdolnionych matematycznie, [w:] red. E. Gruszczyk – Kolczyńska, O dzieciach matematycznie uzdolnionych, Warszawa 2012.

²⁸² Cz. Kupisiewicz, Rola i funkcje podręcznika w nauczaniu początkowym [w:] red. B. Wilgocka- Okoń, Edukacja wczesnoszkolna, Warszawa 1985 s. 256.

Wachlarz wykorzystywanych podczas lekcji matematyki mediów dydaktycznych jest bardzo szeroki. Nauczyciele wykorzystują zarówno tradycyjne środki jak i używają narzędzi multimedialnych. Najistotniejszą kwestią jest jednak nie sam fakt użycia mediów, ale jego sposób i cel. Media dydaktyczne są tylko narzędziami w rękach nauczyciela, który przy ich pomocy powinien pomagać uczniom w odkrywaniu pojęć matematycznych.

Duży wpływ na efektywność nauczania, w tym także nauczania początkowego matematyki ma motywacja uczniów. Od jej poziomu i rodzaju zależy, czy i w jaki sposób uczniowie podejmują trud uczenia się. Jak pisał G. Mietzel psychologowie motywacji są zgodni co do tego, że zachowanie motywowane skierowane jest na konkretny cel i że zawsze idzie w parze z uaktywnieniem się organizmu.²⁸³ Można zatem uznać, że zachowanie nacechowane jakąś motywacją powoduje podjęcie działania zmierzającego do osiągnięcia tego celu. Zachowanie motywowane cechuje się pewnym poziomem wytrwałości, trwałości i intensywności. Im większą wytrwałość w osiągnięciu do celu przejawia osoba i im bardziej trwale jest to zachowanie tym większą motywację on posiada. Intensywność wykonywania także świadczy o poziomie motywacji, choć oczywiście jest ona zależna także od wielu innych czynników, związanych zarówno z samą osobą jak i jej środowiskiem. Podobnie o motywacji wypowiada się F. Gheinber, który twierdzi, że motywacją nazywamy aktywizujące ukierunkowanie aktualnego aktu życiowego na pozytywnie oceniany stan docelowy. W ukierunkowaniu tym uczestniczą najrozmaitsze procesy w sferze zachowań i doznań, które w swoim współdziałaniu i możliwościach wzajemnego oddziaływania na siebie wymagają bliższego naukowego wyjaśnienia.²⁸⁴ Z analizy obu definicji wypływa wniosek, że motywowane zachowanie zawsze wiąże się z jakąś aktywnością, która jest podejmowana, aby osiągnąć pożądaną skutek, jednak zarówno sam mechanizm jak i towarzyszące mu działania i emocje oraz związki między nimi mogą być skomplikowane i trudne do uchwycenia. W. Łukaszewski dodaje, że motywacja dotyczy wszelkich mechanizmów odpowiedzialnych za uruchomienie, ukierunkowanie, podtrzymywanie i zakończenie zachowania. Dotyczy to zarówno mechanizmów zachowań prostych, jak i zachowań złożonych, zarówno mechanizmów wewnętrznych, jak i zewnętrznych, afektywnych i poznawczych.²⁸⁵ Proces uczenia się matematyki jest ze swej natury bardzo

²⁸³ G. Mietzel, Wprowadzenie do psychologii, Gdańsk 2000, s. 259.

²⁸⁴ F. Gheinber, Psychologia motywacji, Kraków 2006, s. 18.

²⁸⁵ W. Łukaszewski, Motywacja w najważniejszych systemach teoretycznych [w:]red. J. Strelau, Psychologia. Podręcznik akademicki. Tom 2. Psychologia ogólna, Gdańsk GWP 2000, s. 427.

złożony, w związku z czym analiza kierujących nim motywacji może być bardzo skomplikowana. Wiadomo jednak, że przy analizie motywacji do nauki należy podjąć próby zrozumienia celu, jaki stawia sobie jednostka i wyodrębnienia zachowań, jakie podejmuje, aby go zrealizować. Przyjęte przez jednostkę do realizacji cele mogą mieć naturę wewnętrzną lub zewnętrzną, zależnie od tego, czy źródłem jest sama ucząca się osoba, czy wpływające na nią środowisko. P.G. Zimbardo, R.L. Jahanson, V. McCann wyróżniają motywację zewnętrzną i wewnętrzną.²⁸⁶ Ich zdaniem motywacja wewnętrzna pochodzi z wnętrza, jednostka angażuje się w działanie dla samego działania, także pod nieobecność zewnętrznej nagrody. Natomiast motywacja zewnętrzna pochodzi z zewnątrz i opiera się na nagrodach i karach. Jeśli dziecko uczy się matematyki, ponieważ czerpie z tego przyjemność i zaspokaja swoje potrzeby poznawcze to będziemy twierdzić, że jest to działanie motywowane wewnętrznie. Jeśli natomiast uczy się, ponieważ liczy na dobrą ocenę lub nagrodę od rodziców to mamy do czynienia z motywacją zewnętrzną. Motywacja może być uświadomiona lub nieświadomiona, w zależności od tego, czy osoba zdaje sobie sprawę z kierujących nią pobudek, czy też nie. Określenie źródeł motywacji do uczenia się jest trudne i w związku z tym pomocne może być przyjęcie określonego stanowiska teoretycznego. Próby uporządkowania dostępnych wyników badań nad motywacją do uczenia się i sklasyfikowania powstałych w ten sposób perspektyw badań podjęła się M. Żmudzka, która w swoim artykule²⁸⁷, w którym wyodrębniła perspektywę zewnętrzną (gdzie motywację powodują zewnętrzne stany otoczenia) i wewnętrzną (wewnętrzne stany uczącej się osoby). Badania z perspektywy zewnętrznej dotyczą wpływu nagród, kar, ocen, opinii innych osób na motywację do uczenia się. Możemy tu wyróżnić podejście behawiorystyczne, społeczno-poznawcze i społeczno-behawiorystyczne. Dla podejścia behawiorystycznego najważniejszym pojęciem jest wzmocnienie zachowania. Jeśli dane zachowanie nie spotyka się z pozytywnym wzmocnieniem jest wygaszane, podobnie dzieje się w przypadku wzmocnień negatywnych. Teoria ta jest bardzo ważna z punktu widzenia nauczania matematyki, gdyż popularnym narzędziem dydaktycznym stosowanym przez nauczycieli są różnego rodzaju nagrody i kary tj. oceny szkolne, nagrody rzeczowe, w tym także symboliczne np. znaczek, naklejka. Zagadnienie efektywności stosowania kar i nagród w nauczaniu matematyki zostanie omówione w dalszej części rozdziału.

²⁸⁶ P.G. Zimbardo, R.L. Jahanson, V. McCann. Psychologia. Kluczowe kompetencje, Warszawa 2010, s. 62-63.

²⁸⁷ M. Żmudzka, Przegląd badań nad motywacją do uczenia się. Wnioski dla praktyki edukacyjnej [w:] red.

M. Deptuła, Diagnostyka, profilaktyka, socjoterapia w teorii i praktyce pedagogicznej, Bydgoszcz 2005, s. 253-268.

Na zewnętrzne czynniki motywacji do nauki powołują się także teorie społeczno-poznawcze i społeczno-behawiorystyczne. Jak pisze M. Żmudzka wskazuje się tu na społeczne i emocjonalne wsparcie ze strony osób znaczących dla jednostki, np. okazywanie szacunku, troski, podnoszenie poczucia własnej wartości oraz zewnętrzne nagrody i bodźce płynące z otoczenia, np. okazywanie uznania za osiągnięcia.²⁸⁸ Osobami znaczącymi dla dziecka w wieku wczesnoszkolnym są przede wszystkim rodzice i nauczyciele, nieco później także rówieśnicy. W tych podejściach mamy więc także do czynienia z zewnętrznym wzmocnieniem, jednak nie występuje ono w postaci materialnej, a raczej odwołuje się do potrzeb psychicznych takich jak potrzeba uznania, akceptacji itp. Wynika z tego, jak uważa G. Uhman, że znacznymi sprzymierzeńcami w motywowaniu uczniów mogą być rodzice. Ten fakt można i należy wykorzystać dla sukcesu uczących się, zwłaszcza w pracy domowej. Niestety, zdarzają się rodzice odgrywający rolę demotywującą- obwiniają szkołę za brak osiągnięć, niewywiązywanie się z obowiązków szkolnych, niewyrównywanie szans. Czasem uważają, że wykształcenie i nauka nie są w życiu do niczego potrzebne lub nic nie dają; te opinie dzielają ich dzieci.²⁸⁹ Jeśli więc rodzice uważają naukę matematyki za ważną, wyrażają uznanie dla osiągnięć dzieci w tej dziedzinie to dziecko otrzymując od niego pozytywne komunikaty chętniej uczy się matematyki. Nie do przecenienia jest rola nauczyciela, który także jest dla dziecka osobą znaczącą. Płynące od niego pochwały i zachęty najczęściej stanowią wystarczający bodziec do zmiany zachowania np. ponownej próby rozwiązania zadania. Co ciekawe, jak uważa H. Hamer istnieje wprost proporcjonalna zależność między motywacją ucznia a motywacją nauczyciela²⁹⁰. Innymi słowy: im bardziej nauczyciel jest zmotywowany do swojej pracy polegającej na nauczaniu innych, tym większą motywację do owej nauki posiadają jego uczniowie.

Oprócz czynników natury zewnętrznej wielu badaczy zwraca uwagę na te czynniki, które mają związek ze stanem wewnętrznym jednostki. Możemy tu wyróżnić dwa podejścia: humanistyczne i poznawcze. Perspektywa humanistyczna kładzie nacisk na naturalną skłonność człowieka do rozwoju i realizacji własnego potencjału. Zgodnie ze znaną teorią piramidy potrzeb A. Masłowa²⁹¹ bardzo ważną potrzebą człowieka jest samorealizacja, do której dąży po zaspokojeniu potrzeb niższego rzędu. Można zatem uznać, że motywacja

²⁸⁸ Tamże, s. 257.

²⁸⁹ G. Uhman, *Motywowanie uczniów w praktyce*, Warszawa 2005, s. 11.

²⁹⁰ H. Hamer, *Klucz do efektywności nauczania*, Warszawa 1994.

²⁹¹ A. Maslow, *Motywacja i osobowość*, Warszawa 1990.

wewnątrz jest czymś, co cechuje każdego człowieka, gdyż jest jedną z właściwości natury ludzkiej.

Motywacja poznawcza to motywacja, w której powodem uczenia jest chęć poznania, zdobycia informacji, wiedzy, nauczenie się wykonywania jakiejś czynności.²⁹² Źródłem motywacji poznawczej będą więc czynniki wewnętrzne, w dodatku w dużym stopniu zależne od osobowości i doświadczenie konkretnej jednostki. S. Pacek uważa, że motywacja ma też wpływ na procesy poznawcze. Spostrzegamy zawsze lepiej to, co nas interesuje (do czego jesteśmy bardziej motywowani). Wpływ motywacji odgrywa także dużą rolę w procesie myślenia.²⁹³ Założenia te są istotne dla praktyki pedagogicznej, gdyż mają ścisły związek z procesem nauczania opartym na indywidualizacji. W ujęciu poznawczym M. Żmudzka wyodrębniła trzy podejścia teoretyczne:

1. Perspektywę atrybucji, kładącą nacisk na zdolności, wysiłek i poziom trudności zadania;
2. Perspektywę potrzeb dysonansu poznawczego, gdzie zwraca się uwagę na dwie kwestie: ciekawość i niepokój;
3. Perspektywę dyspozycji motywacyjnych tj. potrzebę osiągnięcia sukcesu, potrzebę afiliacji i potrzebę władzy.²⁹⁴

Teoria atrybucji zakłada, że ludzie mogą w różny sposób wyjaśniać przyczyny swoich sukcesów i niepowodzeń. Przykładowo, uczeń otrzymując dobrą ocenę z matematyki może przypisywać ją swoim zdolnościom matematycznym, zaś otrzymując złą ocenę może tłumaczyć ją np. wysoką trudnością zadań czy złośliwością nauczyciela. Wynika stąd wyraźnie, że przyczyn zarówno sukcesów jak i porażek można upatrywać w źródłach wewnętrznych lub zewnętrznych. R. Arends przytacza (za B. Weinerem) główne przyczyny, postrzegane przez ludzi jako źródło sukcesu lub porażki: zdolności, wysiłek, szczęście, poziom trudności.²⁹⁵ Szczęście i poziom trudności zadania są czynnikami pochodzenia zewnętrznego (ze środowiska), a zdolności i wysiłek wewnętrzne (są zależne od podmiotu). Często dzieje się tak, że ludzie są skłonni przypisywać sukces czynnikom wewnętrznym, a porażkę- zewnętrznym. Jeśli dana osoba przypisuje rezultaty swoich działań czynnikom

²⁹² M. Ledzińska, E. Czerniawska, Psychologia nauczania. Ujęcie poznawcze, Warszawa 2011, s. 244.

²⁹³ S. Pacek, Jak kierować samowychowaniem uczniów, Warszawa 1984, s. 52.

²⁹⁴ M. Żmudzka, tamże, s. 256.

²⁹⁵ R.I. Arends, Uczymy się nauczać, Warszawa 1998, s. 137.

zewnętrznym to zwykle ma silną motywację osiągnąć, jeśli zewnętrznym- słabą. Drugą kwestią jest stałość czynnika. F. Rheinber twierdzi, że osoby mające nadzieję na powodzenie przypisują niepowodzenie czynnikom zmiennym (niedostatecznemu wysiłkowi, pechowi), a powodzenie stałym np. zdolnościom. Jeśli osoba motywowana jest obawą to często tłumaczy niepowodzenie niedostatecznym zdolnościom, a sukces szczęściu lub łatwości zadania, co ma niewielką wartość nagradzającą.²⁹⁶ Jeśli dziecko mające nadzieję na sukces w uczeniu się matematyki rzeczywiście go odniesie to będzie odczuwało dużą satysfakcję. Jeśli się nie uda będzie skłonne przypisać to przejściowym czynnikom i podejmować wysiłek po raz kolejny. Jeśli dziecko obawia się porażki np. przy rozwiązywaniu zadania matematycznego to faktycznie ją ponosząc utwierdzi się w przekonaniu, że jest mało zdolne i przeciwnie, jeśli odniesie sukces nie będzie odczuwało wielkiej radości, gdyż uzna, że miało szczęście lub zadanie było bardzo łatwe.

Kolejnym motywem uczenia się mogą być potrzeby: osiągnięć, afiliacji i władzy. Potrzeba osiągnięć pojawia się, gdy uczeń pragnie odnosić sukcesy w nauce, podejmować wyzwania stawiane przez nauczyciela, poprawnie rozwiązywać trudne zadania. Potrzeba afiliacji opiera się przede wszystkim na chęci poczucia przynależności do grupy, bycia jej akceptowanym członkiem. Dobrze jest, jeśli grupa rówieśnicza ceni dobre wyniki w nauce. Jeśli jest przeciwnie, uczeń może uczyć się, próbując dostosować się do poglądów kolegów. Potrzeba władzy to potrzeba poczucia sprawowania kontroli nad własnym procesem uczenia się. Dziecko chce podejmować decyzje, czego w jaki sposób się uczy, jaką metodą rozwiąże podane zadanie matematyczne itp.²⁹⁷

Istotną rolę dla budowania motywacji dzieci do uczenia się matematyki mają działania motywacyjne podejmowane przez nauczyciela. R. I. Arends zwraca uwagę na szereg czynników, na które nauczyciel ma wpływ i proponuje sposoby ich wykorzystania w celu podniesienia poziomu motywacji do uczenia się u dzieci.²⁹⁸ Jednym z czynników jest poziom napięcia, który jest wynikiem połączenia poziomu stresu i poziomu trudności zadania. Najlepiej jest, gdy poziom napięcia jest umiarkowany. Proponując uczniom np. podczas lekcji matematyki zbyt łatwe lub zbyt trudne zadanie wywołujemy zbyt mały lub zbyt duży stres. W obu przypadkach uczniowie nie będą chętnie pracować nad rozwiązaniem. Koloryt emocjonalny powoduje wzrost motywacji do uczenia się, jeśli jest dla dziecka przyjemny.

²⁹⁶ F. Rheinber, tamże, s. 84.

²⁹⁷ M. Żmudzka, tamże.

²⁹⁸ R.I. Arends, tamże, s. 138-142.

Trzecim czynnikiem jest poziom poczucia sukcesu. Należy dostosowywać trudność zadania do potrzeb konkretnego ucznia, aby umożliwić mu odniesienie sukcesu oraz zwracać uwagę na związek między podjętym wysiłkiem a osiągniętym efektem. Poziom zainteresowania to dość oczywisty czynnik wpływający na motywację uczniów. Nauczyciel może go wykorzystać nawiązując do zainteresowań uczniów, uatrakcyjniając materiał, „ożywiając go”. Sprzężenie zwrotne polega na informowaniu ucznia, co powinien poprawić i co wykonuje dobrze. Nauczyciel może też wpływać na kształtowanie motywów panowania i afiliacji oraz strukturę dydaktyczną celu i nagród. Na motywy panowania i afiliacji można wpływać na wiele sposobów np. omawiać z uczniami cele lekcji, powierzać ważne zadania, dbać o strukturę zespołu klasowego i panującą w nim atmosferę.

Kwestia nagród i kar w nauczaniu matematyki jest kwestią bardzo skomplikowaną. Najczęściej gdy myślimy o nagradzaniu i karaniu to przychodzi nam do głowy myśl, że wpływamy na motywację zewnętrzną ucznia. Bardzo często w istocie tak jest, jednak pośrednio możemy w ten sposób wpływać na poziom motywacji wewnętrznej. Skutki stosowania zewnętrznej i wewnętrznej motywacji świetnie opisuje powszechnie znany eksperyment przeprowadzony przez Leppera, Greena i Nisbetta²⁹⁹, w którym grupy dzieci w wieku przedszkolnym otrzymały kartki i flamastry. Ich zadaniem było malowanie obrazków. Jednej grupie obiecano nagrodę za wykonaną pracę. Gdy po tygodniu obie grupy dzieci otrzymały identyczne zadanie okazało się, że wcześniej nagrodzone dzieci rysowały mniej spontanicznie- wystąpił efekt nadusprawiedliwienia. Przytoczony przykład jest dowodem na to, że znacznie lepszą motywacją do nauki matematyki jest motywacja wewnętrzna. Jednak, jak pisze R. J. Sternberg, nie wszystkie zewnętrzne środki motywujące przynoszą ujemne skutki. Wyniki badań, jakie przeprowadzili Edward Deci i inni, sugerują, że zależy to od kilku czynników. Jednym z nich jest oczekiwanie. Zewnętrzna motywacja będzie tłumiała wewnętrzną tylko wtedy, gdy człowiek będzie się spodziewał nagrody za wykonanie zadania. Drugim czynnikiem jest ważność nagrody. Jeśli nie będzie miała ona dla człowieka znaczenia, prawdopodobnie nie wpłynie na motywację wewnętrzną. Trzeci czynnik stanowi charakter nagrody. Jeśli jest ona wymierna, jak w przypadku pieniędzy czy stopni, będzie zapewne tłumiała motywację wewnętrzną, natomiast takie nagrody jak werbalna

²⁹⁹ M.R Lepper, D. Greene, R.E Nisbett., Undermining Children's Intrinsic Interest with Extrinsic Rewards: A Test of the "Overjustification" Hypothesis, „Journal of Personality and Social Psychology” 1(28)/1973,s. 129–137.

pochwała czy uśmiech, nie spowodują podobnych konsekwencji.³⁰⁰ Uwagi te mają dla nauczania początkowego matematyki bardzo duże znaczenie. Wynika z nich, że lepsze efekty osiągnie nauczyciel, który zamiast obiecać nagrodę przed lekcją nie zapowie jej, za to udzieli jej niespodziewanie, po wykonaniu zadania. Należy także uważnie wybierać nagrody. Powinny być one dla ucznia znaczące, ale raczej nie mieć charakteru materialnego, wymiernego. D.A de Catanzaro uważa, że często możliwe jest też podtrzymanie ustalonej reakcji przy użyciu wzmocnienia nieregularnego, czyli takiego, które nie następuje za każdym razem, gdy ma miejsce pożądane zachowanie.³⁰¹ Oznacza to, że nie każde zachowanie ucznia musi zostać nagrodzone, aby podtrzymać jego motywację do uczenia się, jednak brak wzmocnień spowoduje wygaszenie zachowania (chyba, że mamy do czynienia z motywacją wewnętrzną, niezależną od działań nauczyciela).

Stosowanie motywacji zewnętrznej przy jednoczesnym braku dbałości o ukształtowanie motywacji wewnętrznej może prowadzić do powstania wyuczonej bezradności, zwłaszcza w sytuacji, w której dziecko odnosi wiele niepowodzeń w uczeniu się matematyki. Jak pisze F. Rheinberg niedobory związane z niepodlegającymi kontroli niepowodzeniami występują wyraźnie wtedy, gdy przypisuje się je czynnikowi przyczynowemu, który jest czasowo stabilny, wewnętrzny i globalny.³⁰² Dziecko podczas lekcji matematyki czuje, że nie ma żadnej kontroli nad sytuacją, a ponoszone porażki są niezależne od tego, co i jak zrobi. Jest to szczególnie niebezpieczne, gdyż powoduje, że uczeń nie próbuje mierzyć się z problemami, które przecież są istotą matematyki, gdyż uważa, że z góry jest skazany na porażkę.

Innym rodzajem motywacji jest motywacja lękowa. Mamy z nią do czynienia wtedy, gdy uczeń co prawda uczy się, ale robi to w celu uniknięcia przykrych konsekwencji. D.A de Catanzaro uwagę na warunki sprzyjające efektywności kar i związane z nimi niebezpieczeństwa.³⁰³ Kara powinna nastąpić natychmiast po niepożądanym zachowaniu i występować w każdym jego przypadku, a także być odpowiednio intensywna. Może to jednak spowodować negatywny wpływ na emocje ukaranego, unikanie osoby karzącej, a nawet naśladownictwo takiego działania. M. Ledzińska i E. Czerniawska zwracają uwagę, że czasami strach nie wynika z oddziaływania otoczenia, ale jest wywołany przez samego

³⁰⁰ R. J. Sternberg, Wprowadzenie do psychologii, Warszawa 1999, s. 231.

³⁰¹ D.A de Catanzaro, Motywacja i emocje, Poznań 1999, s. 379.

³⁰² F. Rheinberg, tamże, s. 98.

³⁰³ D.A de Catanzaro, tamże, s. 380-381.

uczni, który mówi sobie: nie dam rady, mam za mało czasu, i tak tego nie zrozumie i nie próbuje mierzyć się z materiałem lub przystępuje do uczenia się z góry nastawiony na niepowodzenie.³⁰⁴ Wynika stąd, że zbyt wysoki poziom motywacji jest tak samo niekorzystny dla przebiegu procesu uczenia się jak poziom zbyt niski. Najlepsze efekty zostają osiągnięte przy optymalnym dla danej jednostki poziomie zmotywowania do konkretnego działania.

Podjęte rozważania na temat motywacji do uczenia się i jej wpływu na proces nauczania matematyki są niewątpliwie ważne, jednak przy próbach dokonania analizy porównawczej, która jest tematem niniejszej pracy nie sposób pominąć wpływu aspektów kulturowych. Generalnie zaznacza się odrębność tzw. Kultury Zachodu (Ameryka, Europa) i Wschodu (Azja), choć oczywiście i w ich obrębie mogą występować znaczące różnice. Podziałem na kultury podkreślające indywidualizm i kolektywizm posługuje się wielu autorów.³⁰⁵ Jak uważa Zimbardo w społecznościach kolektywistycznych Japonii, Hong Kongu i Korei Południowej, gdzie przypisuje się duże znaczenie sukcesowi w szkole czy w biznesie, celem nadrzędnym nie są osiągnięcia indywidualna, ale przynoszenie zaszczytu rodzinie, drużynie czy innej grupie.³⁰⁶ Społeczności kolektywistyczne np. Japonia, Chiny czy Korea zupełnie inaczej spostrzegają znaczenie sukcesu niż społeczności indywidualistyczne. W Japonii sukces jednostki ma znaczenie, ponieważ przynosi zaszczyt całej społeczności, do której owa jednostka należy (rodzinie, szkole, drużynie itp.).

Dodatkowo w japońskim społeczeństwie dobrze widziane jest manifestowanie skromności i rezygnacja z okazywania radości w przypadku wygranej, aby okazać szacunek dla uczuć przeciwnika. Niejednokrotnie przybiera to nawet postać umniejszania swoich osiągnięć.³⁰⁷

W społeczeństwach indywidualistycznych jest on przypisywany wyłącznie osiagającej go osobie i przypisywany jest jej osobistemu wysiłkowi, zdolnościom, talentowi. W społecznościach kolektywistycznych przyczyn sukcesu nie upatruje się wyłącznie

³⁰⁴ M. Ledzińska, E. Czerniawska, tamże, s. 245.

³⁰⁵ Np. C. Kinsky, J. Blue, M. Eguchi, S. Kapoor, Individualist-Collectivist Values: American, Indian and Japanese Cross-Cultural Study. *Intercultural Communication Studies IX-1* lub H.C. Triandis, The Psychological Measurement of Cultural Syndromes, „*American Psychologist*” 4 (51)/ 1996, s. 407-415.

³⁰⁶ P.G., Zimbardo, R.L. Johnso, V. McCann, Psychologia. Kluczowe koncepcje. Motywacja i uczenie się, Warszawa 2010.

³⁰⁷ P. Szarota, Japoński uśmiech: orientalistyczna inwencja czy skrypt kulturowy?, „*LUD*” nr 91, 2007, s. 148.

w jednostce, ale raczej w złożonego zespołu czynników zależnych od zdolności i emocji jednostki, ale także od jej kapitału społecznego, wsparcia, czynników zewnętrznych itp.

Podsumowując, motywacja to stan organizmu, który zostaje pobudzony do działania, aby osiągnąć konkretny cel. Poziom i rodzaj motywacji do uczenia się matematyki jest bardzo istotny z punktu widzenia praktyki pedagogicznej. Najważniejszym podziałem na rodzaje motywacji jest podział na motywację wewnętrzną i zewnętrzną. W ich obrębie ukształtowały się różne podejścia teoretyczne, zależne od przyjętej koncepcji natury człowieka i jego własności. Dzięki posiadanej wiedzy nauczyciel może motywować uczniów do uczenia się w sposób najbardziej efektywny. Stosowanie w nauczaniu nagród i kar należy dokładnie rozważyć biorąc pod uwagę zamierzony efekt i ewentualny negatywny wpływ na zachowanie ucznia. Postrzeganie czynników powodujących sukces lub porażkę może różnić się w zależności od kultury, z której wywodzi się osoba, co nie pozostaje bez wpływu na jej poziom i rodzaj motywacji do uczenia się, także uczenia się matematyki przez dzieci w wieku wczesnoszkolnym.

ROZDZIAŁ 2

ZAŁOŻENIA METODOLOGICZNE BADAŃ WŁASNYCH

2.1. Charakterystyka planowanych badań, ich przedmiot, cele i problemy badawcze

Planowane badania mają charakter empiryczny i porównawczy. Jak pisze R. Pachociński „empiryczne badania porównawcze pozwalają zatem na uzyskiwanie wiedzy o badanej rzeczywistości, która, z jednej strony, może być spożytkowana w polityce oświatowej, a z drugiej- służyć rozwojowi teorii dotyczącej związków między oświatą a społeczeństwem.”³⁰⁸ Oba te postulaty zostały uwzględnione przy planowaniu celów niniejszych badań. Zebrane zostaną dane dotyczące nauczania matematyki w klasach początkowych w dwóch krajach: w Polsce i w Japonii, a następnie zostaną wyodrębnione czynniki mające wpływ na skuteczność nauczania mierzoną międzynarodowym testem wiedzy i osiągnięć matematycznych TIMSS. Badaniom tym zostanie nadany charakter diagnostyczno- weryfikacyjny. Część weryfikacyjna będzie miała typ redukcyjny, ponieważ w założeniach badania te mają ustalić przyczyny znanych następstw.³⁰⁹ Będą to badania ilościowo- jakościowe, co jest niezbędne przy porównywaniu zjawisk w dwóch tak odmiennych od siebie kulturach. Połączenie metod ilościowych i jakościowych umożliwi pełniejsze rozumienie badanych zjawisk.³¹⁰ Uwzględnienie aspektu kulturowego jest niezbędne, ponieważ- jak pisze B. Przyborowska- „dopiero kompletna analiza wszystkich aspektów kultury w procesie badawczym daje właściwy ogląd rzeczywistości. Jednakże badacz musi uświadamiać sobie, co naprawdę chce obserwować, musi podjąć decyzję, z czego zrezygnować, a następnie dobrać do tego odpowiednią metodę i odpowiednie narzędzia badawcze.”³¹¹

Przedmiotem badań będzie proces nauczania- uczenia się matematyki przez uczniów w wieku wczesnoszkolnym w Polsce i w Japonii oraz jego determinanty.

³⁰⁸ R. Pachociński, *Pedagogika*..., s. 68.

³⁰⁹ A. W. Maszke, *Metody i techniki badań pedagogicznych*, Rzeszów 2008, s. 20- 23.

³¹⁰ M. Myszkowska- Litwa, *Badania porównawcze. Wprowadzenie*, [w:] red. S. Palka, *Podstawy metodologii badań w pedagogice*, Gdańsk 2010, s. 315.

³¹¹ B. Przyborowska, *Kulturowe uwarunkowania badań pedagogicznych*, [w:] red. S. Palka, *Podstawy metodologii badań w pedagogice*, Gdańsk 2010, s. 434.

Za cele teoretyczno- poznawcze przyjęto:

- porównanie wyników nauczania uzyskanych podczas badania TIMSS w 2011 roku w Polsce i w Japonii;
- wyodrębnienie i porównanie roli czynników determinujących efektywność nauczania matematyki w klasach początkowych w Polsce i w Japonii

Celem praktyczno- społecznym będzie:

- sformułowanie wniosków mających na celu poprawę jakości kształcenia matematycznego najmłodszych uczniów kierowanych do nauczycieli i władz oświatowych w Polsce.

Z celów wynikają bezpośrednio problemy badawcze, na które będę próbowała odpowiedzieć w toku badań empirycznych.

2.2. Problematyka badań

Za główny problem badawczy przyjęto następujące pytanie:

- Jak przebiega proces nauczania- uczenia się matematyki w Polsce i w Japonii i jakie czynniki determinują różnice osiągnięć w badaniach TIMSS przez polskich i japońskich uczniów w wieku wczesnoszkolnym?

Jako **problemy szczegółowe** przyjęto następujące pytania pogrupowane w kategorii tematyczne:

Wyniki nauczania:

- Które z treści objętych badaniem TIMSS są zawarte w krajowych programach nauczania w obu państwach?
- Jakie wyniki ogólne oraz wyniki w poszczególnych dziedzinach testu osiągnęli polscy i japońscy uczniowie?
- Jaki poziom zasobów i ich wykorzystania cechuje dzieci w obu krajach?

Proces dydaktyczny:

- Jaka jest rola rozwiązywania problemów podczas lekcji matematyki w Polsce i w Japonii oraz jak sposób realizacji tego sposobu nauczania wpływa na wyniki polskich i japońskich uczniów w międzynarodowych testach wiedzy i umiejętności matematycznych?
- Jakie są podobieństwa i różnice pomiędzy formami pracy stosowanymi podczas wczesnoszkolnej edukacji matematycznej w Polsce i w Japonii i jak wpływa to na wyniki uzyskiwane przez uczniów w badaniu TIMSS?
- Jakie są podobieństwa i różnice pomiędzy metodami pracy stosowanymi w trakcie realizacji edukacji matematycznej w Polsce i w Japonii oraz jaki ma to wpływ na osiągnięcia uczniów?
- Jakie są podobieństwa i różnice pomiędzy rodzajami i liczbą zachowań pełnomocnościowych prezentowanych przez polskich i japońskich uczniów?
- Jak wykorzystywany jest czas lekcji w obu krajach i czy ma to wpływ na wyniki osiągane przez uczniów w teście TIMSS?
- Jakie są podobieństwa i różnice pomiędzy stosowaniem przez nauczycieli kar i nagród podczas lekcji matematyki w Polsce i w Japonii?
- Jakie są podobieństwa i różnice pomiędzy liczbą i rodzajem zadań rozwiązywanych na lekcji matematyki w Polsce i w Japonii oraz jaki ma to związek z osiągnięciami matematycznymi uczniów?
- Jak skonstruowane są podręczniki do nauczania początkowego matematyki w obu krajach i jak determinuje to proces kształcenia?
- Czy i w jakiej formie w nauczaniu początkowym matematyki w obu krajach jest stosowana rywalizacja?
- Czy i w jakiej formie w nauczaniu początkowym matematyki w obu krajach jest stosowana indywidualizacja?

Praca i postawy nauczycieli

- Jakie są podobieństwa i różnice w obciążeniu dydaktycznym i pozadydaktycznym nauczycieli w obu krajach?

- Jak polscy i japońscy nauczyciele oceniają swoje przygotowanie do zawodu wyniesione z placówek kształcenia nauczycieli oraz warunki pracy?
- Jakie są podobieństwa i różnice pomiędzy sposobami kontaktowania się nauczycieli w Polsce i w Japonii z rodzicami uczniów oraz jakie są przyczyny takiego kontaktu?
- Jakie są podobieństwa i różnice pomiędzy sposobem i czasem przygotowania się do lekcji nauczycieli polskich i japońskich oraz jaki ma to wpływ na osiągnięcia szkolne w zakresie matematyki uczniów z Polski i Japonii?
- Jakie są podobieństwa i różnice w opiniach badanych nauczycieli na temat obowiązujących programów nauczania matematyki?
- Jakie są podobieństwa i różnice w opiniach nauczycieli z obu krajów na temat matematyki, jej nauczania oraz źródeł sukcesów uczniów oraz czy mają one związek z wynikami w badaniu TIMSS osiąganymi przez ich uczniów?

Rozwój i motywacja uczniów:

- Jakie są różnice pomiędzy poziomem operacyjnego rozumowania uczniów klas początkowych w Polsce i w Japonii?
- Jakie są podobieństwa i różnice występują pomiędzy dziećmi w Polsce i w Japonii w poziomie i rodzaju motywacji do uczenia się matematyki oraz jaki ma to związek z osiągnięciami matematycznymi uczniów mierzonymi testem TIMSS?

Hipotezy:

Z postawionych pytań szczegółowych wynikają hipotezy, które w dalszym toku postępowania badawczego mogą być potwierdzone przez zbieranie danych popierających postulowaną zależność lub odrzucone przez brak takich danych czy uzyskanie danych świadczących o fałszywości przypuszczenia.³¹² Zgodnie z tymi założeniami sformułowano następujące hipotezy, które zostaną zweryfikowane testami statystycznymi:

- Japońscy uczniowie osiągają znacznie lepsze wyniki ogólne i w poszczególnych dziedzinach testu TIMSS niż polscy uczniowie.

³¹² T. Pilch, T. Bauman, *Zasady badań pedagogicznych*, Warszawa 2010, s. 46.

- Japońskich uczniów cechuje wyższy poziom zasobów i wykorzystania zasobów niż polskich uczniów.
- Nie istnieją istotne różnice w faktycznym czasie pracy uczniów podczas lekcji matematyki w Polsce i w Japonii, więc nie ma to wpływu na wyniki nauczania tego przedmiotu.
- Polscy i japońscy nauczyciele w podobny sposób wykorzystują kary i nagrody podczas nauczania matematyki, co nie powoduje różnic w skuteczności nauczania w obu krajach.
- Liczba i rodzaj zadań rozwiązywanych podczas lekcji matematyki w Polsce i w Japonii znacznie się różnią, co ma istotny wpływ na wyniki nauczania.
- Polscy i japońscy uczniowie wykazują podobny poziom motywacji zewnętrznej i wewnętrznej do uczenia się matematyki, więc nie wpływa to na wyniki nauczania matematyki w obu krajach.

2.3. Zmienne i ich wskaźniki

Ze względu na dużą ogólność postawionego tematu oraz problemów badawczych konieczna jest ich operacjonalizacja, czyli przełożenie założeń teoretycznych na język badania przez dobranie do nich wskaźników³¹³. Zmienne to właściwości, które mogą przybierać różne i co najmniej dwie wartości.³¹⁴ W zależności od związków pomiędzy badanymi zjawiskami możemy mieć do czynienia ze zmiennymi zależnymi lub niezależnymi. W celu empirycznego zarejestrowania zmiennych ustala się ich wskaźniki. Wskaźniki to zdaniem K. Rubachy „zjawisko obserwowalne i służące do identyfikacji zmiennych nieobserwowalnych”.³¹⁵

W niniejszych badaniach za **zmienną zależną** uznano:

- wyniki nauczania matematyki w badaniu TIMSS 2011

zaś za **zmienną niezależną** globalną:

- przebieg procesu nauczania- uczenia się matematyki w Polsce i w Japonii

Za zmienne niezależne szczegółowe uznano:

³¹³ K. Rubacha, Metodologia badań nad edukacją, Warszawa 2008, s.54.

³¹⁴ A. W. Maszke, tamże, s. 114.

³¹⁵ K. Rubacha, tamże, s. 54.

- formy pracy stosowane w edukacji matematycznej w klasach początkowych w Polsce i w Japonii
- metody pracy stosowane w edukacji matematycznej w klasach początkowych w Polsce i w Japonii
- zachowania pełnomocnościowe prezentowane przez polskich i japońskich uczniów
- czas trwania zajęć z edukacji matematycznej w obu krajach
- kary i nagrody stosowane w edukacji matematycznej w Polsce i w Japonii
- rywalizacja stosowana w edukacji matematycznej w Polsce i w Japonii
- indywidualizacja stosowana w edukacji matematycznej w Polsce i w Japonii
- rodzaje zadań rozwiązywane podczas zajęć matematycznych w obu krajach
- konstrukcja polskich i japońskich podręczników do edukacji matematycznej
- wykorzystanie metody rozwiązywania problemów
- obciążenie dydaktyczne i pozadydaktyczne nauczycieli
- opinie nauczycieli na temat edukacji matematycznej i własnego przygotowania do zawodu
- sposoby kontaktowania się nauczycieli z rodzicami uczniów w obu krajach
- proces przygotowywania się do prowadzenia zajęć przez polskich i japońskich nauczycieli
- poziom operacyjnego rozumowania uczniów w Polsce i w Japonii
- poziom i rodzaj motywacji do uczenia się matematyki polskich i japońskich uczniów

Biorąc pod uwagę wymienione wskazówki określono następujące wskaźniki:

Tabela 4. Wskaźniki zmiennych

Zmienna niezależna	wskaźniki
organizacja procesu nauczania uczenia się matematyki w klasach początkowych w Polsce i w Japonii	treść podstaw programowych określających treści nauczania, treść dokumentów oświatowych regulujących liczbę godzin zajęć matematycznych, liczebność klas
formy pracy stosowane w edukacji matematycznej w klasach początkowych w Polsce i w Japonii	stosowana forma pracy (zbiorowa, grupowa, jednolita) – (scheduła obserwacji lekcji- aneks 1.)
metody pracy stosowane w edukacji matematycznej w klasach początkowych w Polsce i w Japonii	stosowane formy pracy (słowne, oglądowe, praktycznego działania, gry dydaktyczne) (scheduła obserwacji lekcji- aneks 1.)
Liczba i rodzaj zachowań pełnomocnościowych prezentowanych przez polskich i japońskich uczniów	Stopień pełnomocności polskich i japońskich uczniów podczas lekcji matematyki: (brak spełnionych kategorii pełnomocności, niski , średni, wysoki, bardzo wysoki (scheduła obserwacji lekcji -aneks1)
czas trwania zajęć z edukacji matematycznej w obu krajach	efektywność wykorzystania czasu na lekcji matematyki w szkołach polskich i japońskich (ilość czasu pustego, w którym nie realizowano celu lekcji- aneks 1.)
kary i nagrody stosowane w edukacji matematycznej w Polsce i w Japonii rywalizacja stosowana w edukacji matematycznej w Polsce i w Japonii	sposób motywowania uczniów w Polsce i Japonii (kary, nagrody, mieszany, brak- (scheduła obserwacji lekcji Aneks 1)
indywidualizacja stosowana w edukacji matematycznej w Polsce i w Japonii	sposób indywidualizacji pracy podczas lekcji matematyki (indywidualizacja metod, form pracy, treści nauczania, wsparcie indywidualne - scheduła obserwacji lekcji Aneks 1)
konstrukcja polskich i	konstrukcja polskich i japońskich podręczników do nauki

japońskich podręczników do edukacji matematycznej	matematyki (układ treści, szata graficzna, liczba i rodzaj zadań, pozostałe elementy- analiza podręczników)
wykorzystanie metody rozwiązywania problemów	liczba zadań rozwiązanych metodą problemową, cel zastosowania metody problemowej (wprowadzenie nowych treści, ćwiczenie umiejętności, utrwalenie wiedzy i umiejętności)
obciążenie dydaktyczne i pozadydaktyczne nauczycieli	obciążenia dydaktyczne i pozadydaktyczne mierzone ilością godzin pracy, odpowiedzi w wywiadzie pisemnym Aneks 3, pytania 3 i 4.
opinie nauczycieli na temat edukacji matematycznej i własnego przygotowania do zawodu	zadowolenia z praktycznego przygotowania do zawodu nauczyciela (zadowolenie lub jego brak, odpowiedzi w wywiadzie Aneks 3, pytanie 11), opinie nauczycieli matematyki na temat programu nauczania w Polsce i Japonii (materiał: za trudny, adekwatny do możliwości, zbyt łatwy; tempo wprowadzania materiału: zbyt szybkie, adekwatne do możliwości, zbyt wolne – odpowiedzi w wywiadzie pisemnym Aneks 3, pytania 14 i 15), opinie nauczycieli na temat matematyki (znajomość matematyki jest konieczna, przydatna, niepotrzebna w życiu- odpowiedzi w wywiadzie pisemnym Aneks 3, pytanie 16), opinie nauczycieli matematyki na temat czynników warunkujących sukces w uczeniu się matematyki (sukces zależny od zdolności, sukces zależny od włożonej pracy- odpowiedzi w wywiadzie pisemnym Aneks 3, pytanie 16)
sposoby kontaktowania się nauczycieli z rodzicami uczniów w obu krajach	sposób (osobiste, telefoniczne, korespondencyjne, zebrania, brak) i treść kontaktów (postępy w nauce, zachowanie, sprawy organizacyjne, inne, (odpowiedzi w wywiadzie pisemnym Aneks 3, pytania 9 i 10)
proces przygotowywania się do prowadzenia zajęć przez	ilość czasu (w wywiadzie pisemnym Aneks 3, pytania 12 i 13) i sposób przygotowywania się nauczycieli do lekcji

polских i japońskich nauczycieli	(rozmowy z innymi nauczycielami, literatura fachowa, formy kształcenia, rozmowy z dziećmi i rodzicami) w obu krajach
poziom operacyjnego rozumowania uczniów w Polsce i w Japonii	poziom rozwoju operacyjnego rozumowania u dzieci polskich i japońskich w wieku wczesnoszkolnym (poziom wysoki, średni, niski)
poziom i rodzaj motywacji do uczenia się matematyki polskich i japońskich uczniów	poziom i rodzaj motywacji do uczenia się matematyki polskich i japońskich uczniów (pozytywna motywacja zewnętrzna, pozytywna motywacja wewnętrzna, niska motywacja lub brak motywacji- odpowiedzi w ankiecie Aneks 2)
Zmienna zależna	wskaźniki
wyniki nauczania matematyki	wyniki uczniów polskich i japońskich w międzynarodowym teście obejmujących wiedzę i umiejętności matematyczne TIMSS 2011

2.4. Metody i techniki badań

W celu zbadania omówionych zjawisk zaplanowano wykorzystanie różnych metod i technik badawczych. Metody badawcze to zdaniem S. Nowaka „typowe i powtarzalne sposoby zbierania, opracowywania, analizy i interpretacji danych empirycznych, służące do uzyskiwania maksymalnie uzasadnionych i odpowiedzi na stawiane w nich pytania.”³¹⁶ Na potrzeby niniejszej pracy przyjęto podział metod i technik badawczych za M. Łobockim na: metody obserwacji, szacowania, eksperyment pedagogiczny, testy osiągnięć szkolnych, metody socjometryczne, analizę dokumentów, metody sondażu, metody dialogowe oraz metody biograficzne.³¹⁷

Całokształt badań ma charakter analizy porównawczej. Zostały ze sobą zestawione dane jakościowe i ilościowe zebrane podczas badań prowadzonych w polskich i japońskich

³¹⁶ S. Nowak, Metodologia badań społecznych, Warszawa 1985, s. 22.

³¹⁷ M. Łobocki, Metody i techniki badań pedagogicznych, Kraków 2003.

szkołach. Głównym celem porównań jest ustalenie podobieństw i różnic pomiędzy procesem nauczania- uczenia się matematyki w Polsce i w Japonii oraz odniesienie tych wniosków do wyników obu krajów w międzynarodowym badaniu TIMSS. Dzięki temu możliwe stało się wyłonienie tych elementów procesu kształcenia, które mogą powodować zwiększenie jego efektywności.

Pierwszą wykorzystaną w badaniach metodą była analiza dokumentów. Zostały jej podane dokumenty oświatowe regulujące pracę szkół oraz proces kształcenia nauczycieli, programy nauczania, podręczniki oraz materiały metodyczne dla nauczycieli. Przeanalizowano także wyniki międzynarodowego badania TIMSS z 2011 roku.

Ważne miejsce w badaniach zajęła obserwacja. Była ona skategoryzowana, jawna i bezpośrednia. Obserwowane były lekcje matematyki w klasach I-III w Polsce i w Japonii w celu określenia struktury lekcji, stosowanych metod i form pracy, czasu trwania lekcji, przejawów pełnomocności uczniów, liczby i rodzaju rozwiązywanych zadań, indywidualizacji, rywalizacji, stosowania kar i nagród oraz indywidualnego wsparcia dla uczniów tego potrzebujących. Obserwowany był także sposób wykorzystania podręcznika oraz innych mediów dydaktycznych, z uwzględnieniem multimediiów. W obserwacji lekcji japońskich brał udział tłumacz języka japońskiego, a lekcje te były rejestrowane za pomocą kamery oraz dyktafonu. Wyniki obserwacji były kategoryzowane za pomocą scheduły obserwacji (Aneks 1.).

Uzupełnieniem informacji uzyskanych podczas obserwacji była metoda sondażu diagnostycznego, w której została wykorzystana technika kwestionariuszowa: wywiad. Wywiad pisemny był skierowany do uczniów klas początkowych (Aneks 2)³¹⁸, nauczycieli (aneks 3). Oprócz wywiadów pisemnych przeprowadzono także wywiady bezpośrednie z nauczycielami dotyczące obserwowanej lekcji (Aneks 5) i z dyrektorami szkół (Aneks 6). Poziom rozwoju operacyjnego rozumowania uczniów został zbadany testem opracowanym przez E. Gruszczyk- Kolczyńską.³¹⁹

Hipotezy zweryfikowano za pomocą metod statystycznych. Różnice statystyczne pomiędzy grupami sprawdzano za pomocą testu t -Studenta dla prób niezależnych. Istotność

³¹⁸ Test został opracowany przez A. Repko i zmodyfikowany na potrzeby badań własnych. Zaczerpnięto z: S. Juszczyk, *Badania ilościowe w naukach społecznych*, Katowice 2005.

³¹⁹ E. Gruszczyk- Kolczyńska, *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki*, Warszawa 1997.

związków sprawdzano za pomocą współczynnika korelacji rang Spearmana. Przyjmuje on wartości od -1 (bardzo silne związki ujemne, wzrost jednej zmiennej, powodował spadek wartości drugiej zmiennej), poprzez 0 (brak zależności), do +1 (silne związki dodatnie, wzrost jednej zmiennej powodował wzrost drugiej zmiennej). Dla wszystkich obliczeń przyjęto jednakowy poziom istotności, wynoszący 0,05. Obliczenia dokonano za pomocą programu SPSS 17.0.0.

2.5. Charakterystyka terenu i grupy badawczej

Badania prowadzono w dwóch japońskich szkołach podstawowych i dwóch polskich szkołach podstawowych. W Japonii na przeprowadzenie badań wyraziły zgodę następujące placówki:

- Azabu Elementary School w Tokio

- Tendai Elementary School w Ayase (Ayase- shi nitsu-tendai Schogakko)

Obie szkoły są finansowane ze środków publicznych, przyjmują dzieci ze swojego okręgu oraz, jak w przypadku Azabu Elementary School, która znajduje się w ścisłym centrum Tokio, w związku z czym liczba dzieci w wieku szkolnym na jej terenie jest niewielka więc placówka przyjmuje dzieci także spoza swojego regionu. Dzieci te są dowożone przez rodziców (co nie jest częstą praktyką w Japonii), którzy zdecydowali się posłać do szkoły oddalonej od domu ze względu na jej dobrą opinię i wysokie wyniki nauczania. Co prawda w Japonii nie publikuje się rankingów szkół ani ich wyników nauczania, ale opinia społeczna w sposób nieformalny ranguje szkoły, nawet publiczne. Szkoła Azabu liczy niewielu uczniów (jedna klasa w roczniku).

Tabela 5. Liczba uczniów Azabu Elementary School (tabela zaczerpnięta z oficjalnego informatora szkoły, tłumaczenie własne).

klasa	chłopcy	dziewczynki	Razem
1	13	14	27
2	13	12	25
3	16	9	25
4	16	22	38
5	11	16	25
6	11	16	17
razem	83	84	167

Szkoła w Ayase to szkoła położona w niewielkim mieście, ok. godzinę jazdy od Tokio. Położona jest wśród zabudowy jednorodzinnej. Do szkoły uczęszczają uczniowie

mieszkańców o przeciętnym statusie ekonomicznym. Są to przede wszystkim dzieci mieszkające w obwodzie szkolnym. W każdym roczniku są po trzy klasy.

Tabela 6. Liczba uczniów Ayase Elementary School (tabela zaczerpnięta z oficjalnego informatora szkoły, tłumaczenie własne).

poziom	klasa	chłopcy	dziewczynki	Razem	Łącznie
1	1	14	13	27	79
	2	13	13	26	
	3	13	13	26	
2	1	16	12	28	82
	2	16	12	28	
	3	15	11	26	
3	1	20	11	31	95
	2	21	11	32	
	3	20	12	32	
4	1	14	13	27	78
	2	14	12	26	
	3	12	13	25	
5	1	17	17	34	102
	2	18	16	34	
	3	17	17	34	
6	1	13	15	28	85
	2	13	16	29	
	3	13	15	28	

W Ayase Tendai funkcjonuje także klasa międzynarodowa: uczą się w nich dzieci, które przyjechały do Japonii i nie znają języka japońskiego. W klasie pierwszej uczy się 23 uczniów, w klasie drugiej- 14. Do szkoły chodzą dzieci z Brazylii (21), Laosu (4), Wietnamu (12), Peru (6), Tajlandii (3) i Kambodży (2). Funkcjonuje także klasa, do której chodzą dzieci o specjalnych potrzebach edukacyjnych (6).

Przeprowadzono także obserwacje lekcji w szkołach niepublicznych:

- Keio Elementary School w Tokio

- Tsukuba Elementary School w Tokio.

Obie placówki należą do grupy najbardziej elitarnych szkół w Japonii. Są one częścią zespołów edukacyjnych, który obejmują przedszkola, szkoły podstawowe, gimnazja, szkoły średnie oraz prywatne uniwersytety. Opłaty za naukę są bardzo wysokie, jednak dziecko przechodząc całą ścieżkę edukacyjną w tych placówkach ma niejako zagwarantowane miejsce na prestiżowym uniwersytecie. Klasy w obu szkołach były bardzo liczne. W każdej z nich uczyło się 36 dzieci, ze znaczną przewagą chłopców. Szkoły niepubliczne zostały włączone

do badań w celu porównania nauczania matematyki w klasach młodszych pod kątem różnic pomiędzy szkolnictwem publicznym i prywatnym.

Szkoły do badań w Polsce wybrano biorąc pod uwagę jak największe podobieństwo do szkół japońskich. Wzięto pod uwagę cechy tj. wyniki nauczania i renoma placówek, średnia liczba uczniów w klasie i liczba klas, cechy środowiska działania szkoły i lokalnej społeczności. Z przyczyn organizacyjnych badania przeprowadzono w Gliwicach- dużym mieście wchodzącym w skład Aglomeracji Śląskiej. Badania prowadzono w dwóch szkołach podstawowych:

- Szkole Podstawowej nr 36 w Gliwicach,
- Szkole Podstawowej nr 32 w Gliwicach,

Szkoła Podstawowa nr 32 położona jest w spokojnej, starzejącej się okolicy, z tego względu liczba uczniów zamieszkujących w rejonie nie jest wielka. Do szkoły tej jednak uczęszcza wielu uczniów spoza rejonu, ze względu na wysokie wyniki nauczania i prowadzone w szkole klasy sportowe (pływanie i hokeja na trawie). Ze względu na wymienione cechy uznano, że SP 32 została uznana za podobną do Keio Elementary School. W SP 32 uczą się po trzy klasy na poziomie nauczania, liczące średnio po 24 uczniów.

Szkoła podstawowa nr 36 znajduje się na peryferiach miasta w środowisku podobnym do środowiska funkcjonowania Tendai Elementary School w Ayase (zabudowa jednorodzinna, niezamożni mieszkańcy). Szkoła ta ma przeciętne wyniki nauczania i skupia przede wszystkim dzieci ze swojego rejonu. W każdym roczniku uczą się 2-3 klasy liczące od 16 do 25 uczniów.

Oprócz tego badania prowadzono w szkole niepublicznej: I Społecznej Szkole Podstawowej w Gliwicach. Jest to szkoła niewielka, za to pobierająca bardzo wysokie jak na warunki lokalne czesne, ma bardzo wysokie wyniki egzaminów zewnętrznych oraz działa w zespole placówek (od przedszkola do liceum). Szkoła ta została włączona do badań w celu porównania przebiegu procesu nauczania- uczenia się matematyki w klasach początkowych w polskich szkołach publicznych i niepublicznych. Pomimo pewnych cech wspólnych placówka ta nie może być traktowana jako analogiczna do Keio Elementary School oraz Tsukuba Elementary School w Tokio z uwagi na różne środowiska działania, prestiż, wielkość, liczebność klas oraz poziom wykształcenia nauczycieli.

We wszystkich szkołach obserwacjom podlegały lekcje klas początkowych (I-III), w których uczyły się dzieci w wieku 6-10 lat. Badaniu sondażowemu badającemu motywację do uczenia się matematyki poddano uczniów wszystkich klas I-III ze szkół: Tendai Elementary School w Ayase oraz ze Szkoły Podstawowej nr 36 w Gliwicach. Badanie operacyjnego rozumowania przeprowadzono w Szkole Podstawowej nr 36 w Gliwicach oraz Azabu Elementary School z dziećmi uczęszczającymi do świetlicy szkolnej. We wszystkich szkołach publicznych z obu krajów prowadzono wywiady z nauczycielami i dyrektorami szkół oraz ankiety dla nauczycieli. Łącznie w badaniach wzięło udział 333 uczniów japońskich szkół publicznych, 144 uczniów japońskich szkół prywatnych, 385 uczniów polskich szkół publicznych, 51 uczniów polskich szkół niepublicznych, 16 nauczycieli japońskich szkół podstawowych, 22 nauczycieli polskich oraz po 2 dyrektorów szkół w Polsce i w Japonii. Szczegółowej analizie poddano polski i japoński program nauczania matematyki w klasach 1-3 oraz po trzy tytuły podręczników do nauczania matematyki w obu krajach.

Skonstruowane narzędzia badawcze zweryfikowano w badaniach pilotażowych prowadzonych zarówno w Polsce, jak i w Japonii. Pilotaż w Japonii odbywał się za pośrednictwem poczty elektronicznej. Dodatkowo poprawność tłumaczenia zweryfikowano poprzez zasięgnięcie opinii dwóch niezależnych japonistów, zaś poprawność językową skonsultowano z japońskim nauczycielem oraz dyrektorem szkoły.

2.6. Organizacja i przebieg badań

Realizacja badań przebiegała w kilku etapach.

Etap I- przygotowanie badań terenowych

- analiza dokumentów dotyczących systemów oświaty w Polsce i w Japonii
- wybór szkół, w których będą prowadzone badania i nawiązanie z nimi kontaktu.

Etap II- badania terenowe w Japonii

- obserwacja lekcji matematyki w szkołach podstawowych w klasach I-III
- ankieta dla uczniów badająca ich motywację do uczenia się
- badanie poziomu rozwoju myślenia operacyjnego
- wywiady z nauczycielami

- wywiady z dyrektorami szkół

- ankiety dla nauczycieli

Etap III- badania terenowe w Polsce

- obserwacja lekcji matematyki w szkołach podstawowych w klasach I-III

- ankieta dla uczniów badająca ich motywację do uczenia się

- badanie poziomu rozwoju myślenia operacyjnego

- wywiady z nauczycielami

- wywiady z dyrektorami szkół

- ankiety dla nauczycieli

Etap IV- opracowanie wyników

- analiza statystyczna i analiza porównawcza wyników badań

- opracowanie wyników badań

ROZDZIAŁ 3

SKUTECZNOŚĆ NAUCZANIA POCZĄTKOWEGO MATEMATYKI W POLSCE I W JAPONII- ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ

Badania nad skutecznością nauczania początkowego matematyki w Polsce i w Japonii miały charakter analizy porównawczej. Przeprowadzono je w czterech szkołach podstawowych w Japonii oraz odpowiednio w czterech szkołach podstawowych w Polsce dobranych w taki sposób, aby były pod wieloma względami możliwie podobne. W badaniach udział wzięli uczniowie i nauczyciele tych szkół (łącznie 477 uczniów szkół japońskich, 436 uczniów szkół polskich, a także 16 nauczycieli japońskich i 22 nauczycieli polskich). Przeprowadzono je w taki sposób, aby zebrać dane możliwie szerokie oraz mogące się wzajemnie weryfikować. Wykorzystano analizę dokumentów, obserwacje i wywiady. Obserwacji podlegały lekcje matematyki w klasach I-III w Polsce i w Japonii. Dla uzupełnienia obserwacji przeprowadzono wywiady z prowadzącymi je nauczycielami. Analizie dokumentów poddano przepisy oświatowe, podstawy programowe oraz podręczniki do matematyki w obu krajach. Ankiety wykorzystano do badania poglądów uczniów, zaś opinie nauczycieli dotyczące procesu nauczania- uczenia się matematyki zbadano za pomocą wywiadów pisemnych. Poziom rozwoju operacyjnego rozumowania uczniów został zbadany testem opracowanym przez E. Gruszczyk- Kolczyńską.³²⁰

3.1. Charakterystyka wyników TIMSS 2011

W celu sprawdzenia wyników kształcenia w Polsce i w Japonii posłużono się wynikami międzynarodowego testu zwanego TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study). Wykorzystany na potrzeby niniejszej pracy test został przeprowadzony w roku 2011, ponieważ wtedy rozpoczęto badania empiryczne. Zrezygnowano z prowadzenia własnych testów osiągnięć szkolnych w badanych szkołach z dwóch powodów. Po pierwsze żadna japońska szkoła nie wyraziła na nie zgody, a po drugie uznano, że międzynarodowe testy przygotowane tak, aby mogły służyć do porównań między i wewnątrz krajów i których wyniki mogą zostać uogólnione na całą populację uczniów stanowią najbardziej wiarygodne źródło informacji. Testy te są prowadzone przez IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement), która współpracuje z Timss and Pirls International Study Center, Lynch School of Education oraz Boston College. W Polsce za

³²⁰ E. Gruszczyk- Kolczyńska, Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki, Warszawa 1997.

przeprowadzenie ostatniego badania była odpowiedzialna Centralna Komisja Egzaminacyjna. Prowadzi się je co cztery lata. Najnowsze dostępne wyniki pochodzą z badania prowadzonego w 2011 roku. W badaniu tym uczestniczyło 69 krajów, w tym Polska i Japonia. Po raz kolejny badanie zostało przeprowadzone w 2015 roku (w niniejszej pracy wykorzystano wyniki z 2011 roku, ponieważ opisują one rzeczywistość edukacyjną w momencie prowadzenia badań empirycznych). Najprościej mówiąc, badanie sprawdza poziom wiedzy i umiejętności uczniów w czwartym i ósmym roku kształcenia szkolnego i porównuje je na poziomie międzynarodowym. Do badania losowane są całe klasy szkolne. Dla uzupełnienia informacji za pomocą ankiet bada się także nauczycieli i rodziców uczniów. W Polsce scholaryzacja na szczeblu podstawowym wynosiła 95, a na jednego nauczyciela w szkole podstawowej przypadało średnio 10 uczniów. W Japonii scholaryzacja na szczeblu podstawowym to 100, a na nauczyciela przypada średnio 18 uczniów.

Konstrukcja testu matematycznego uwzględnia warunki kraju, w którym są prowadzone. Test matematyczny składa się ze 168 zadań i 171 pytań. Z uwagi na taką liczbę pytań dzieli się ją na bloki, a następnie zeszyty zadań, które wykorzystuje się zgodnie z zasadami próbkowania macierzowego. Dzieci nad testem pracowały nie dłużej niż 36 minut. Jak już wspomniano do badania losuje się całe klasy. Badani uczniowie muszą kończyć czwarty rok nauczania szkolnego, a ich średni wiek w chwili wykonywania testu musi być wyższy niż 9,5 roku. W Polsce uczniowie w chwili badania mieli średnio 9,9 roku, zaś japońscy uczniowie mieli średnio 10,5 roku, więc byli średnio o kilka miesięcy starsi. Próbką w Polsce wynosiła 5027 osób, a w Japonii 4411. Z badania w szczególnych przypadkach mogły zostać wyłączone szkoły bardzo małe lub szkoły dla uczniów o specjalnych potrzebach edukacyjnych, a także pojedynczy uczniowie, jeśli wykazywali niepełnosprawność lub nie znali języka testu. I w Polsce i w Japonii badaniu zostali poddani uczniowie w czwartym roku nauki szkolnej, czyli naukę szkolną musieli rozpocząć w wieku 6 lat (w Polsce zalicza się w to roczne przygotowanie przedszkolne tzw. klasę zero). Nawiasem mówiąc różnice wyników stanowią argument potwierdzający słuszność obniżenia w Polsce wieku rozpoczynania obowiązku szkolnego.

TIMSS jest testem, który bada oczekiwany wynik kształcenia, inaczej mówiąc-realizację jego celów przedstawioną jako opis efektów kształcenia. Nie mają one związku z programami nauczania w danym kraju, lecz są wspólne dla wszystkich uczestniczących

w badaniu. W opracowaniu K. Konarzewski wymienia zakres badanych umiejętności matematycznych³²¹:

Wiedza o liczbie obejmuje 50% zadań i obejmuje:

1. Pojęcie liczby całkowitej, porządkowanie liczb, dzielniki i wielokrotności liczby
2. Dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie liczb całkowitych
3. Ułamki zwykłe o mianownikach: 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 100
4. Dodawanie i odejmowanie ułamków
5. Liczby dziesiętne z jedną lub dwoma cyframi po przecinku, jednostki pomiaru (milimetr, centymetr, metr, dekagram, kilogram, minuta, godzina)
6. Dodawanie i odejmowanie liczb dziesiętnych
7. Równania o rozwiązaniach całkowitych (np. $17 + \square = 29$)
8. Ciągi liczbowe (np. 4, 7, 10, ...) i relacje (np. w parze liczb druga powstaje z pierwszej przez pomnożenie jej przez 3 i dodanie 2)

Wiedza o obiektach geometrycznych i ich własnościach stanowi 35% zadań testowych i obejmuje następujące zagadnienia:

1. Odcinki, obliczanie długości, odcinki równoległe i prostopadłe
2. Rysowanie i porównywanie kątów, kąt prosty
3. Nieformalny układ współrzędnych i lokalizowanie punktów na płaszczyźnie
4. Elementarne własności typowych figur geometrycznych
5. Odbicia i obroty
6. Relacje między figurami dwu- i trzywymiarowymi
7. Obliczanie pól, obwodów i objętości.

Wiedza o sposobach przedstawiania danych stanowi 15% i obejmuje zagadnienia:

1. Odczytywanie danych z tabeli, piktogramu i wykresów: słupkowego i kołowego
2. Wyciąganie wniosków z tabel i wykresów
3. Przedstawianie danych za pomocą tabel i wykresów słupkowych.

Badanie sprawdza poziom zasobów matematycznych ucznia i umiejętność ich wykorzystania w wymienionych dziedzinach.

³²¹ K. Konarzewski, TIMSS i PIRLS 2011. Osiągnięcia szkolne polskich trzecioklasistów w perspektywie międzynarodowej. CKE. Warszawa 2012, s. 18.

Dla pełnego obrazu uzyskanych wyników należy porównać podany zakres badania z obowiązującymi w obu krajach standardami kształcenia określonymi przez dokumenty oświatowe (w Polsce przez podstawę programową). W Polsce w nauczaniu początkowym matematyki nie ma obowiązku realizacji wszystkich treści określonych przez TIMSS.

W zakresie liczb w Polsce obowiązkowo omawiane są punkty:

1. Pojęcie liczby całkowitej, porządkowanie liczb, (...)
2. Dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie liczb całkowitych
3. (...), jednostki pomiaru (milimetr, centymetr, metr, dekagram, kilogram, minuta, godzina)
4. Równania o rozwiązaniach całkowitych (np. $17 + \square = 29$)

W zakresie obiektów geometrycznych:

1. Odcinki, obliczanie długości, (...)
2. Elementarne własności typowych figur geometrycznych
3. Odbicia i (...)
4. Obliczanie (...), obwodów i objętości.

Dziedzina „przedstawianie danych” nie jest omawiana w ogóle.

Okolo 2/3 zagadnień objętych badaniem nie jest objęta nauczaniem szkolnym. Mógłby się zatem pojawić wniosek, że niższe wyniki w całym teście wynikają z różnic w materiale nauczania w poszczególnych krajach. W związku z tym przeprowadzono analizę, która wykazała, że ranking krajów według odsetek poprawnych odpowiedzi na pytania objęte programem nauczania był niemal w pełni zgodny z ogólnym rankingiem według średniej ogólnej.³²²

Japoński program nauczania zawiera znacznie więcej treści.

W zakresie liczb w Japonii omawiane są punkty:

1. Pojęcie liczby całkowitej, porządkowanie liczb, dzielniki i wielokrotności liczby
2. Dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie liczb całkowitych
3. Ułamki zwykłe o mianownikach: 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 100
4. Dodawanie i odejmowanie ułamków

³²² Tamże, s. 33.

5. Liczby dziesiętne z jedną lub dwoma cyframi po przecinku, jednostki pomiaru (milimetr, centymetr, metr, dekagram, kilogram, minuta, godzina)
6. Dodawanie i odejmowanie liczb dziesiętnych
7. Równania o rozwiązaniach całkowitych (np. $17 + \square = 29$)

W zakresie obiektów geometrycznych:

1. Odcinki, obliczanie długości, odcinki równoległe i prostopadłe
2. Rysowanie i porównywanie kątów, kąt prosty
3. Elementarne własności typowych figur geometrycznych
4. Odbicia i obroty
5. Relacje między figurami dwu- i trzywymiarowymi
6. Obliczanie (...), obwodów i objętości.

W zakresie przedstawiania danych:

1. Odczytywanie danych z tabeli, piktogramu i wykresów: słupkowego i kołowego
2. Wyciąganie wniosków z tabel i wykresów
3. Przedstawianie danych za pomocą tabel i wykresów słupkowych.

Nauczanie szkolne w Japonii obejmuje prawie całkowicie materiał objęty testem TIMSS. Jak już wyjaśniono wcześniej nie ma to jednak bezpośredniego wpływu na ranking krajów.

W badaniu z 2011 roku średnia Polski wyniosła 481 (przy odchyleniu standardowym 73), zaś Japonii 585 (odchylenie standardowe 72). Zarówno średnia Polski jak i Japonii jest istotnie różna od średniej badania. Polska znajduje się na 34 miejscu (za wszystkimi krajami europejskimi), zaś Japonia zajmuje wysokie 5 miejsce. Warto jednak przyjrzeć się rozkładowi wyników uzyskanych przez uczniów w obu krajach. K. Konarzewski w swojej publikacji przyjął cztery progi punktowe: liczba uczniów którzy przekroczyli 400 punktów, tych którzy przekroczyli 475, 550 i 625 punktów.

W Polsce pierwszy próg 400 punktów przekroczyło 87% uczniów, drugi- 475 punktów- 56%, trzeci- 550 punktów- 17% i najwyższy- 550 punktów- jedynie 2%. Porównanie tych wyników z japońskimi daje obraz umiejętności i ich rozkładu u polskich dzieci. W Japonii najniższy próg przekroczyło 99% uczniów, drugi- 93%, trzeci- 70% i czwarty- 30%. Warto też przyjrzeć się jak w poszczególnych dziedzinach wypadki polscy i japońscy uczniowie.

W raporcie K. Konarzewski zaprezentował wyniki dwóch skal: zasobów i wykorzystania zasobów, obie w kategoriach: liczby, obiekty geometryczne i przedstawianie danych.

Tabela prezentuje wyniki w zakresie zasobów matematycznych uczniów (czyli potencjalnie mogącej zostać wykorzystanej wiedzy).

Tabela 7. Wyniki TIMSS – zasoby matematyczne (na podstawie K. Konarzewski, TIMSS i PIRLS 2011. Osiągnięcia szkolne polskich trzecioklasistów w perspektywie międzynarodowej. Warszawa 2012, s. 34.)

	Liczby	Obiekty geometryczne	Przedstawianie danych
Polska	480 (2,2)	475 (2,7)	489 (2,9)
Japonia	584 (1,6)	589 (2,0)	590 (2,9)

Różnice w poziomie wyników są widoczne gołym okiem, różnica wynosi nawet 100 punktów. Zarówno polscy jak i japońscy uczniowie najlepsze wyniki w zasobie wiedzy matematycznej osiągnęli w przedstawianiu danych. Na tle wyników polskich jest to dość niezrozumiałe, jeśli weźmiemy pod uwagę, że jest to materiał nieujęty w podstawie programowej. Oznacza to mniej więcej tyle, że polskie dzieci najlepiej radzą sobie z zagadnieniami, które nie były nauczane w szkole! Muszą oni czerpać skutecznie wiedzę ze źródeł pozaszkolnych. Jest to dość smutna ocena jakości nauczania dla polskiej szkoły. Dziwi niewielka różnica pomiędzy wynikami działań liczby i obiekty geometryczne, ponieważ treści geometryczne ujęte w polskiej podstawie programowej mają postać szczątkową. Prawdopodobnie także tutaj uczniowie poradzili sobie korzystając z doświadczeń życiowych. K. Konarzewski³²³ pisał, że uczniowie polscy poradzili sobie znacznie lepiej z zadaniami problemowymi niż z zadaniami typowymi. Prawdopodobnie nie jest to jednak zasługa nauczycieli i nauczania szkolnego, ale zaradności uczniów. Skoro wiele materiału wykorzystywanego w TIMSS nie jest omawiana w Polsce w klasach początkowych to uczniowie nie posiadali schematów, które mogliby odtworzyć w przypadku wielu zadań, więc lepiej szło im w zadaniach, które były ukierunkowane na opracowanie własnej strategii.

Podobne wyniki oba kraje uzyskały dla kategorii wykorzystanie zasobów.

³²³ Tamże.

Tabela 8. Wyniki TIMSS- wykorzystanie zasobów (na podstawie K. Konarzewski, TIMSS i PIRLS 2011. Osiągnięcia szkolne polskich trzecioklasistów w perspektywie międzynarodowej. Warszawa 2012, s. 35.)

	Liczby	Obiekty geometryczne	Przedstawianie danych
Polska	475 (2,6)	489 (2,6)	493 (2,4)
Japonia	590 (1,7)	579 (1,6)	592 (2,0)

Również w zakresie wykorzystania zasobów japońscy uczniowie uzyskali średnie wyniki znacząco wyższe we wszystkich dziedzinach niż ich polscy koledzy. Porównując punkty zdobyte za zadania badające zasoby i ich wykorzystanie można stwierdzić, że w Japonii w zakresie liczb uczniowie uzyskali więcej punktów za wykorzystanie wiedzy (w przeciwieństwie do uczniów w Polsce) , w zakresie obiektów geometrycznych było przeciwnie (uczniowie polscy uzyskali lepsze wyniki w wykorzystaniu zasobów niż poziomie zasobów, Japończycy odwrotnie), a jeśli chodzi o przedstawianie danych to dzieci w obu krajach były lepsze w wykorzystaniu zasobów. Najlepiej stan ten podsumowują słowa autora raportu, który stwierdził, iż skoro średnia wyników krajowych w całym teście mówi o kraju niemal tyle samo co średnia odpowiedzi na pytania mieszczące się w lokalnych programach kształcenia, to niskich wyników nie można wyjaśnić niedostosowaniem testu do programu. Przyczyny muszą leżeć głębiej. Program może być niedostosowany do możliwości umysłowych uczniów, a nauczanie może się różnić z wymaganiami tej dziedziny wiedzy.³²⁴ Kluczowe pytanie brzmi zatem: czym różni się proces nauczania w Polsce i w Japonii, że uczniowie z tych krajów uzyskują tak bardzo różniące się od siebie wyniki? Oraz: co sprawia, że uczniowie japońscy są w stanie opanować znacznie bardziej wymagający program niż zakłada się, że są w stanie to zrobić dzieci w Polsce? Dalsza część pracy będzie stanowić próbę odpowiedzi na te pytania.

3.2. Charakterystyka procesu nauczania- uczenia się matematyki w Polsce i w Japonii

Bardzo ważnym elementem badań nad procesem nauczania- uczenia się matematyki w Polsce i w Japonii były obserwacje lekcji. Pozwoliły one zgromadzić materiał badawczy i dokonać analizy zarówno jakościowej jak i ilościowej. Obserwacji poddano łącznie 48 lekcji matematyki w obu krajach, w tym 21 w Japonii i 17 w Polsce. Ze względu na znaczne różnice

³²⁴ Tamże, s. 38.

w programie nauczania i czasie wprowadzania treści nauczania nie okazało się możliwe zrealizowanie obserwacji lekcji o takich samych tematach w Polsce i w Japonii. Porównane jakościowo zostały ze sobą tylko te zajęcia, które były prowadzone dla dzieci w tym samym wieku i miały podobne cele. Cechy wszystkich zajęć zostały ze sobą porównane za pomocą metod statystycznych. Ich wyniki zostaną omówione w dalszej części pracy. Dla omówienia istotnych różnic i podobieństw w nauczaniu matematyki szczegółowo porównano ze sobą wybrane przykłady lekcji.

W klasach pierwszych takim tematem było dodawanie i odejmowanie. Porównaniu zostały poddane dwie lekcje: w klasie I a w SP 36 w Gliwicach i w klasie 1 w Azabu Elementary School w Tokio. W lekcji w Polsce uczestniczyło 20 uczniów, zaś w Japonii klasa liczyła 26 dzieci. Obie lekcje zaplanowano na 45 minut, czas pusty (czas podczas którego nie realizowano celów lekcji) stanowił ich znikomą część (6 minut w Japonii i 3 minuty w Polsce). Japońska lekcja miała na celu pogłębienie rozumienia sensu dodawania i odejmowania. Uczniowie posługiwali się zakresem liczbowym do 10, w przeciwieństwie do dzieci w Polsce, które wykonywały obliczenia wewnątrz pierwszej i drugiej dziesiątki, jednak bez przekroczenia progu, w związku z tym wykonywane obliczenia nie różniły się zbyt od tych na japońskiej lekcji. Japoński nauczyciel skupił się na budowaniu rozumienia sensu operacji dodawania i odejmowania. W tym celu przez całą lekcję analizowano jedno zadanie, jednak zrobiono to bardzo szczegółowo. Było ono dokładnie omówione w podręczniku (wraz z dużą liczbą fotografii), jednak książka została wykorzystana tylko do zapoznania się z zadaniem i w toku lekcji nie odwoływano się do niej. Uczniowie inscenizując życiową sytuację- wsiadanie i wysiadanie z windy próbowali przedstawić ją w języku matematyki, dodając lub odejmując matematyczne klocki (bloki). Istotną rolę w analizowaniu odgrywanej sytuacji miała tablica, na której na bieżąco zapisywano spostrzeżenia dotyczące zmieniających się ilości. Dzieci nie przepisywały niczego z tablicy ani nie zapisywały działań. Miały się skupić na zrozumieniu sensu operacji matematycznych. Zdecydowanie więcej zadań rozwiązano podczas polskiej lekcji. Najpierw uczniowie wykonywali obliczenia w pamięci (lub licząc na palcach) losując działania. Następnie uczniowie wykonywali działania na klockach, choć chwilę wcześniej wykonywali obliczenia w pamięci. Prawdopodobnie to ćwiczenie miało wspomagać rozumienie sensu dodawania i odejmowania (podobnie jak na lekcji japońskiej), jednak sytuacja nie została wykorzystana do omówienia spostrzeżeń dzieci ani do odniesienia wykonywanych operacji do rozwiązywanych zadań lub sytuacji życia codziennego. Później uczniowie pracowali w podręczniku- stosownie do

rysunku (przy dodawaniu znajdowały się kulki w różnych kolorach, przy odejmowaniu część kulek była skreślona), w większości przypadków należało dopasować tylko liczby zgodnie z rysunkiem, gdyż znaki działań były już wpisane. Na zakończenie dzieci w grupach rozwiązały łamigłówkę wymagającą wykonania obliczeń (w pamięci) i przyporządkowania wynikom liter. Wszystkie wykonane na lekcji zadania dotyczyły dodawania i odejmowania, jednak żadne z nich tak naprawdę nie wymagało od uczniów refleksji nad wykonywanymi czynnościami, ani razu nie padło pytanie „dlaczego”. Uczniowie dość sprawnie wykonywali obliczenia, sprawniej niż dzieci japońskie. Różnica polegała na rozumieniu wykonywanych czynności. Polskie dzieci wykonywały obliczenia mechanicznie, a gdy nie potrafiły zidentyfikować typu zadania pytały nauczyciela „czy jest to zadanie na dodawanie czy na odejmowanie?”. W tym samym czasie japońscy uczniowie pogłębiali rozumienie sensu dodawania i odejmowania.

Podczas obu zajęć wykorzystano podobne media dydaktyczne: kredę i tablicę, podręcznik oraz klocki matematyczne. Z ich wykorzystania nie wynikały jednak takie same rezultaty. W Polsce i w Japonii wykorzystano zbiorową i indywidualną formę nauczania. W polskiej klasie dodatkowo uczniowie pracowali w grupach, jednak zadanie zostało tak dobrane, że nie wymagało interakcji między dziećmi i nie byłoby różnicy, gdyby zostało wykonane indywidualnie. Na obu lekcjach wykorzystywano metody słowne i praktycznego działania, jednak w Japonii dodatkowo miała miejsce symulacja sytuacji.

Podczas japońskiej lekcji dzieci były bardzo zaangażowane emocjonalnie, co przejawiało się wysokim poziomem hałasu i ruchliwości (prawdopodobnie nie do zaakceptowania przez polskiego nauczyciel), jednak prowadząca spokojnie prowadziła zajęcia. Podobna była liczba zaobserwowanych zachowań pełnomocnościowych.

Porównywane lekcje w klasie drugiej dotyczyły dodawania i odejmowania w zakresie 100. Nauczyciele używali różnych środków w tym samym celu. W lekcji japońskiej w klasie 2 w Azabu Elementary School w Tokio uczestniczyło 25 uczniów, w lekcji polskiej przeprowadzonej w klasie 2b w SP 36 w Gliwicach dla 22 uczniów. Obie lekcje formalnie trwały 45 minut, jednak podczas lekcji w Japonii 6 minut nie było efektywnie wykorzystane. Podczas lekcji japońskiej wykorzystano podręcznik, w Polsce źródłem zadań były przygotowane przez nauczyciela karty pracy. Głównym zadaniem uczniów w Japonii było rozważenie związków pomiędzy dodawaniem i odejmowaniem. Uczniowie sprawdzali wyniki odejmowanie w zakresie 100 za pomocą dodawania. Stosowali w tym celu różne

metody, często wybierając algorytmy działań pisemnych (które nie są nauczane w polskiej szkole w klasach początkowych). Dużą różnicą było też prezentowanie wyników błędnych i wspólne rozważanie przyczyn błędów i sposobów ich poprawienia. Uczniowie podczas lekcji poznali praktyczne wykorzystanie faktu, że dodawanie i odejmowanie są działaniami odwrotnymi. W zasadzie rozwiązano tylko dwa zadania, jedno w formie zbiorowej i jedno w formie indywidualnej, aby uczniowie mogli samodzielnie wykorzystać zdobytą wiedzę. Odmienna w swoim charakterze była polska lekcja. Składała się ona z ciągu bardzo wielu drobnych kroków wykonywanych pod dyktando nauczyciela, któremu dodatkowo zależało, aby dzieci wykonywały zadania „szybciutko” i zdołały ich zrobić jak najwięcej. Nauczyciel często odwoływał się do metafory drabiny, aby wytłumaczyć dzieciom, dlaczego mają zacząć uczenie się od zadań bardzo prostych i wykonywać je metodycznie, krok po kroku. Zgodnie z tym rozpoczęto od obliczeń w zakresie 10- dzieci dopełniały podane liczby. Następnie wykonano dwie karty pracy polegające na tym samym- dodawaniu liczb tak, aby dawały pełne dziesiątki. Pozostałe zadania polegały na dodawaniu liczb, jednak w sposób wymuszony przez nauczyciela. Wymagał on od uczniów, aby grupowały liczby w pełne dziesiątki i dopiero wtedy wykonywały działania. Uczniowie zapisywali na tablicy działania, jednak musieli to robić według wzoru podanego przez nauczyciela. Cała lekcja skupiała się na utrwaleniu tego jednego, konkretnego sposobu wykonywania obliczeń. Duża liczba zadań miała na celu wytrenowanie uczniów w tej umiejętności, która zdaniem nauczyciela ułatwia dzieciom obliczenia. Dzieci nie mogły poszukiwać ani stosować własnych strategii, miały tylko odtwarzać tę podaną przez nauczyciela. Japońska lekcja także miała jasny cel- uczniowie mieli zrozumieć, na czym polega odwrotność działań i nauczyć się w jaki sposób sprawdzać na tej podstawie wyniki działań. Dzieci japońskie miały jednak okazję do samodzielnego poszukiwania strategii obliczeń i popełniania błędów, na podstawie których mogli wysnuwać kształcące wnioski. Podczas obu lekcji wykorzystano takie same metody i formy pracy, jednak przebieg zajęć zawierał istotne różnice, spowodowane głównie odmiennymi przekonaniem nauczycieli na temat tego, czym jest nauczanie matematyki i kiedy jest skuteczne.

W klasach trzecich tematem lekcji, który mógł służyć do porównania było utrwalenie dodawania i odejmowania w zakresie 1000. Obie obserwowane lekcje miały charakter powtórkowy i ich zadaniem było powtórzenie wiadomości. Znaczne różnice występowały w trudności wykonywanych obliczeń. W Japonii uczniowie klasy trzeciej wykonywali dodawanie i odejmowanie w zakresie 1000, z przekroczeniem progów. Ich polscy rówieśnicy

wykonywali działania wyłącznie na pełnych setkach. Różnica poziomu jest więc kolosalna. Japońska lekcja została zrealizowana w klasie 3-3 w Tendai Elementary School i brało w niej udział 16 uczniów, lekcję polską przeprowadzono w SP 32 w Gliwicach dla 18 uczniów. W Japonii lekcja rozpoczęła się od omówienia zadania tekstowego, o którego rozwiązaniu mieli porozmawiać w parach, a następnie po zweryfikowaniu pomysłów przedyskutowano je na forum klasy. Kilku uczniów przedstawiło swoje sposoby obliczeń, a nawet wywiązała się dyskusja, gdy dzieci broniły formy zapisu działania zaprezentowanego przez kolegę (był on logiczny, lecz formalnie nieścisły). W podobny sposób uczniowie rozwiązali drugie zadanie. Nauczyciel akcentował nie tyle poprawność rozwiązania, ile drogę dojścia do niego. Podczas lekcji w Polsce rozwiązano aż 11 zadań. Był to materiał bardzo łatwy dla dzieci, więc powodował znudzenie lekcją, któremu tylko chwilowo zapobiegała stosowana przez nauczyciela rywalizacja (wykonywanie zadań na czas) i przyznawane bardzo często nagrody w postaci naklejek. Uczniowie rozwiązywali zadania na kartach pracy i w podręczniku. Schemat działania był w przypadku każdego taki sam: uczniowie samodzielnie rozwiązywali zadanie, podawali ustnie lub zapisywali wynik na tablicy, nauczyciel akceptował rozwiązanie i przechodził do kolejnego zadania. Nie analizowano otrzymanych wyników, nie szukano analogii czy możliwości wykorzystania własności działań.

Podczas badań terenowych udało się zaobserwować także lekcję mającą charakter treningowy. Działo się tak na większości lekcji obserwowanych w Japonii w klasie trzeciej. Nie zdarzały się jednak zajęcia, na których całkowicie by pominięto omówienie sposobu wykonania obliczenia. Sytuacje takie praktycznie nie miały miejsca na obserwowanych w Polsce lekcjach. Generalnie główną różnicą między nauczaniem matematyki w klasach początkowych było podejście do tego procesu. W Polsce (wbrew deklaracjom) naukę matematyki traktowano jako trening, podczas którego uczniowie mają przyswoić sobie pewne użyteczne umiejętności, podczas gdy w Japonii dzieci same musiały poszukiwać strategii, aby potem wykorzystać je w swojej działalności. Tezę tę potwierdzają pozostałe obserwowane lekcje, które jednak nie nadają się do rzetelnego porównania, ze względu na różne treści i cele.

Lekcja matematyki w klasie 1 w Azabu Elementary School w Tokio

Tematem lekcji było **rozwijanie rozumienia sensu dodawania i odejmowania**. Zajęcia prowadził nauczyciel, wspomagał go asystent. Trwała ona 45 minut, w tym około 6 minut stanowił czas pusty spowodowany długim przygotowywaniem przyborów potrzebnych do lekcji oraz zaburzeniem ładu klasowego, podczas którego musiał interweniować zarówno nauczyciel jak i asystent.

Lekcja rozpoczęła się od tradycyjnego powitania i przygotowania podręczników i klocków. Nauczyciel rozpoczął od przypomnienia treści poprzedniej lekcji (dodawania w zakresie 10). Następnie polecił uczniom otworzenie podręcznika Waku Waku Sansu na stronie 36 – 37. Uczniowie rozwiązywali zadanie w sposób przedstawiony w podręczniku, jednak w toku lekcji nie odnosili się do niego.



Fot. 29. Strona z japońskiego podręcznika do nauki matematyki i przebieg lekcji

Nauczyciel zapisał na tablicy zadanie, które dotyczyło ludzi wsiadających i wysiadających z windy. Następnie przeprowadził z uczniami pogadankę, mającą na celu przybliżenie dzieciom sytuacji przedstawionej w zadaniu oraz wyodrębnienie z niego danych i zależności pomiędzy nimi. Nauczyciel przypiął na tablicy kartki z numerami i nazwami pięter, a następnie zapisał także informacje zawarte w zadaniu na temat liczby osób. Kolejnym etapem lekcji była inscenizacja, której celem była matematyzacja sytuacji opowiedzianej w zadaniu. Nauczyciel pokazywał na kartce numer piętra, zaś uczniowie

zgodnie z sytuacją opisaną w zadaniu wchodzili lub wychodzili przez drzwi klasy symulując wsiadanie lub wsiadanie z windy.

Ważnym elementem rozwiązywania zadania było ułożenie bloków zgodnie z obserwowaną sytuacją przez dzieci nie biorące udziału w inscenizacji. Zdjęcie przedstawia nauczyciela, który podsumowuje jeden z etapów zadania ilustrując go odpowiednim ułożeniem demonstracyjnych bloków na karcie pracy. Po zakończeniu inscenizacji uczniowie przeliczyli ułożone bloki i podali odpowiedź do zadania. Następnie rozwiązano bardzo podobne zadanie, w identyczny sposób przy udziale pozostałych dzieci. Na zakończenie nauczyciel podsumował lekcję, która została zamknięta w tradycyjny sposób.

Podczas lekcji rozwiązano tylko dwa zadania, wykorzystano reprezentacje enaktywne. Interesujące było oparcie lekcji na praktycznej działalności uczniów, która miała spowodować zrozumienie przez nich problemu dodawania/ odejmowania jako zwiększania/ zmniejszania ilości. Nauczyciel dbał o rozumienie sensu sytuacji przez swoich uczniów. Podczas zajęć ani raz nie pojawił się symboliczny zapis działania matematycznego, który miał zostać wprowadzony dopiero na kolejnych lekcjach. Wyraźnie zadbano tutaj o wprowadzenie w życie dydaktycznej zasady „najpierw sens, potem symbol”



Fot. 30. Sposób wykorzystania tablicy podczas lekcji w klasie pierwszej

Do przeprowadzenia lekcji wykorzystano podręcznik, kartki z numerami pięter, karty pracy dla uczniów, bloki uczniów i bloki demonstracyjne (duże, do pokazywania na tablicy-widoczne na zdjęciu). Jak na większości japońskich lekcji, także tutaj tablica odgrywała bardzo dużą rolę. Służyła ona do rejestrowania najważniejszych informacji na bieżąco

zapisywanych w toku rozwiązywania zadania. Dla zaznaczenia wagi pewnych danych nauczyciel stosował ramki, podkreślenia, zaznaczenia kolorem.

Co istotne, w przeciwieństwie do zwyczajów panujących w polskich szkołach, tablica nie jest źródłem materiału, który uczeń ma za zadanie skopiować do zeszytu. Ważną różnicę stanowił także fakt, że zapisy na tablicy były nanoszone podczas całej lekcji. Jej rozmiar umożliwiał użytkowanie bez konieczności ścierania, co oznacza, że uczeń w każdej chwili może odwołać się do wcześniejszych informacji, a także szybko powrócić do udziału w lekcji w sytuacji, gdy z jakiegoś powodu stracił koncentrację lub np. wyszedł do toalety.

Podczas zajęć wykorzystano metody słowne (pogadanka, praca z książką) oraz grę dydaktyczną (inscenizację). Praca z książką (podręcznikiem) służyła przypomnieniu materiału z wcześniejszych lekcji oraz zapoznania z treścią i środkami pomocnymi przy rozwiązywaniu zadania. Pogadanka miała na celu omówienie treści zadania i wyodrębnienie z niego najważniejszych faktów. Główną część lekcji stanowiła inscenizacja sytuacji z zadania, co miało służyć jego wstępnej matematyzacji. Z obserwacji zachowania uczniów podczas lekcji wynika, że cel ten został osiągnięty.

Nauczyciel zdecydował się na zastosowanie tylko jednej formy pracy- zbiorowej. Cała lekcja była kierowana przez nauczyciela, rola asystenta ograniczała się indywidualnej pomocy dzieciom tego potrzebującym.

Podczas zajęć zaobserwowano niewiele przejawów pełnomocności uczniów. Zapewne nie sprzyjał im wiek dzieci oraz zastosowana zbiorowa forma nauczania. Jedyną aktywnością pełnomocnościową wykazaną przez dzieci było wnoszenie uwag do sposobów rozwiązania zadania, co zakwalifikowano do kategorii „opiniowanie pomysłów edukacyjnych”. Nauczyciel brał pod uwagę propozycje i sugestie uczniów.

Generalnie uczniowie byli bardzo zaangażowani emocjonalnie w przebieg lekcji, co objawiało się wysokim poziomem hałasu oraz stosunkowo częstymi przypadkami zakłóceń ładu klasowego.

Tabela 9. Kary przyznane podczas lekcji w klasie 1 w Azabu Elementary School

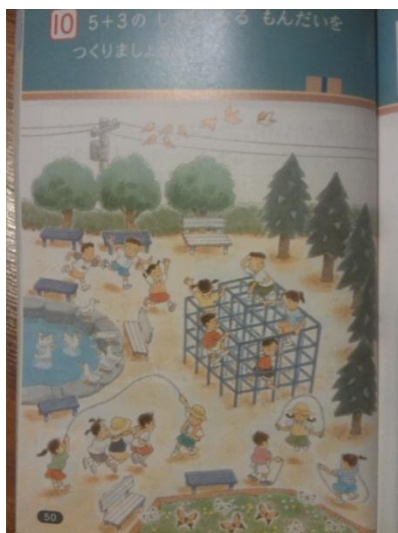
Rodzaj kary (konsekwencji)	Za co została przyznana	Efekty
Upomnienie ustne nauczyciela	Mówienie bez podnoszenia ręki	Uczniowie przez krótki czas pamiętają o podniesieniu ręki, gdy chcą coś powiedzieć
Upomnienie ustne asystenta	Uczeń bez pozwolenia podchodzi do tablicy, aby coś na niej pokazać	Dziecko zaprowadzone przez asystenta pozostaje w ławce
Wyprowadzenie ucznia z klasy	Uczeń wygłupia się pod tablicą, pomimo upomnienia nauczyciela nie wraca na miejsce, ucieka nauczycielowi	Po powrocie do klasy uczeń zachowuje się poprawnie
Upomnienie ustne nauczyciela	Uczeń wchodzi pod biurko	Brak, uczeń ponawia zachowanie

Wszystkie interwencje nauczyciel podejmował ze stoickim spokojem i szybko wracał do przerwanej toku lekcji.

Reasumując, celem lekcji było przygotowanie uczniów do rozumienia sensu dodawania i odejmowania. Wnioskując z wypowiedzi uczniów, został on osiągnięty poprzez inscenizację zadania i manipulowanie konkretami.

Lekcja matematyki w klasie 1- 2 w Tendai Elementary School w Ayase

Lekcja matematyki trwała 45 minut, w tym czas pusty stanowił 12 minut. Był to czas potrzebny na przygotowanie klasy do zajęć (wyciągnięcie zeszytów i podręczników, zajęcie miejsc itp.), zakończenie lekcji (uspokojenie uczniów, posprzątanie na ławkach) oraz czas, w którym większość uczniów zakończyła pracę a nauczyciel nie organizował nowej aktywności. Tematem lekcji było **układanie pytań do ilustracji**. Na wcześniejszych lekcjach matematyki uczniowie pracowali nad dodawaniem w zakresie 10, stąd można założyć, zgodnie z deklaracją nauczyciela, że posiadli tę umiejętność. Zgodnie ze zwyczajami panującymi w japońskich szkołach lekcja rozpoczęła się tradycyjnym powitaniem: formułą wygłoszoną przez uczniów i nauczyciela oraz ukłonem. Na tablicy interaktywnej nauczyciel wyświetlił stronę z podręcznika.



Fot. 31. Zadanie z podręcznika Atarashii Sansu 1 wykorzystane podczas lekcji w klasie 1-2

Tę samą ilustrację uczniowie mieli w swoich książkach. Nauczyciel omówił z dziećmi zadanie- dzieci opowiadały, co się dzieje na obrazku, głośno przeliczały znajdujące się na nim elementy. Kolejnym etapem lekcji było zapisanie w zeszytach daty i tematu lekcji. Nauczyciel wyjaśnił uczniom, na czym polega zadanie. Poleciał im, aby w grupach wymyślili zadania do ilustracji (do formuły matematycznej $5+3$). Ilustracja w podręczniku dawała bardzo wiele takich możliwości. Na tablicy nauczyciel zapisał pytania pomocnicze: co wiemy? Czego szukamy? Ile jest zwierząt/ rzeczy/ ptaków? Uczniowie sprawnie przeszli do pracy grupowej łącząc stoliki po cztery. Świadczy to o częstym występowaniu podczas lekcji grupowej formy pracy. Uczniowie w grupach wymyślali zadania tekstowe do ilustracji i zapisywali je w zeszytach. W tym czasie nauczyciel chodził po klasie, pomagał indywidualnie uczniom, kontrolował postępy pracy, zwracał uwagę na błędy, obserwował sposób pracy uczniów. Praca w grupach i zapisywanie pytań stanowiło zasadniczą część lekcji. W końcowym etapie lekcji grupy prezentowały wyniki swojej pracy na forum klasy. Zajęcia zakończyły się zwyczajowym pożegnaniem i ukłonem.

Podczas lekcji wykorzystano tablicę multimedialną i podręcznik „Shogakko Sansu 1”. Podręcznik stanowił materiał do pracy grupowej, na podstawie zaprezentowanej w nim ilustracji dzieci układały zadania tekstowe. Książka nie stanowiła źródła wiedzy, którą uczniowie powinni przyswoić, a jedynie inspirację dla własnych poszukiwań uczniów.

Zastosowano metody oglądowe, słowne oraz gry dydaktyczne. W kolejności chronologicznej były to następująco: pokaz, pogadanka, praca z książką, burza mózgów,

dyskusja. Metodę pokazu wykorzystano do zapoznania uczniów z ilustracją będącą podstawą do układania zadania. W tym celu poproszono uczniów o analizę sytuacji przedstawionej w podręczniku, wspomaganą tą samą stroną z podręcznika wyświetloną na tablicy interaktywnej. Część uczniów oglądała ilustrację w książce, jednak większość swoją uwagę skupiła na prezentacji. Pogadanka miała na celu ukierunkowanie uwagi uczniów na najważniejsze dla wykonania zadania części rysunku: ilości elementów oraz sytuacji sugerujące zwiększanie ich ilości. Podczas pracy z książką i burzy mózgów uczniowie w grupach czteroosobowych tworzyli zadania tekstowe do wybranej części ilustracji. Uczniowie rozmawiając ze sobą przedstawiali własne pomysły, nawzajem weryfikowali ich poprawność i decydowali, które pomysły są warte zapisania. Podsumowaniem lekcji była dyskusja, podczas której chętni uczniowie prezentowali na forum klasy pomysły wypracowane przez grupę. Pozostali uczniowie wypowiadali się na temat poprawności konstrukcji i sensu ułożonych zadań, proponowali zmiany. Nauczyciel pełnił funkcję moderatora dyskusji.

Podczas lekcji często zmieniano formy nauczania. Uczniowie pracowali zarówno indywidualnie, zbiorowo jak i grupowo. Pierwsza część lekcji, której celem było zapoznanie dzieci z zadaniem do wykonania miała formę zbiorową, pracą uczniów kierował dyrektywnie nauczyciel. Później nastąpiło przejście do pracy grupowej, która zajęła zasadniczą część lekcji. Uczniowie byli podczas niej aktywni, pomagali sobie nawzajem (np. uczniowie obcojęzyczni otrzymywali pomoc od kolegów). Po ustaleniu pytań uczniowie indywidualnie zapisywali ułożone zadania w zeszytach. Podsumowaniem lekcji była ponownie forma zbiorowa: na forum klasy grupy prezentowały wyniki pracy, które były poddawane dyskusji i ewentualnej korekcie.

Uczniowie podczas zajęć przejawiali wiele zachowań pełnomocnościowych, co prezentuje tabela:

Tabela 10. Zachowania pełnomocnościowe uczniów zaobserwowane podczas lekcji matematyki w klasie 1-2 w Tendai Elementary School

Kategorie pełnomocności uczniów	Przejawy pełnomocności i okoliczności towarzyszące	Reakcje nauczyciela
---------------------------------	--	---------------------

Prawo do nieskrępowanego zadawania pytań	Samorzutne pytania związane z tematem zajęcia edukacyjnego	Uczniowie pytają o sposób wykonania zadania	Nauczyciel cierpliwie udziela wyjaśnień
Opiniowanie pomysłów edukacyjnych	Uczniowie wyrażają sąd o proponowanym sposobie rozwiązania zadania.	Uczniowie wyrażają opinię na temat pytań ułożonych przez kolegów, wskazują błędy	Nauczyciel pomaga naprawić błąd, chwali za spostrzegawczość
Solidarne współdziałanie z rówieśnikami w realizacji zadań edukacyjnych	Uczniowie planują podział pracy przewidzianej do wykonania w grupie	Uczniowie dzielą się zadaniami podczas pracy grupowej	Nauczyciel przyjmuje to za oczywiste
	Uczniowie aktywnie uczestniczą w zespołowej realizacji zadań edukacyjnych	Organizacja przestrzeni klasowej do pracy w grupach	Nauczyciel obserwuje i pomaga
	Uczniowie prezentują na forum klasy wyniki pracy grupowej.	Uczniowie prezentują wyniki pracy w grupach (pytania do ilustracji)	Nauczyciel stwarza warunki do prezentacji wyników pracy

Z analizy zachowań świadczących o poziomie pełnomocności uczniów wywnioskowano, że jest ona wysoka szczególnie w obszarze solidarnego współdziałania z innymi. Uczniowie byli przyzwyczajeni do pracy w grupach, działali jako zespół, potrafili konstruktywnie współpracować z rówieśnikami. Jest to cecha szczególnie ceniona w japońskim społeczeństwie.

Podczas lekcji panowała umiarkowana dyscyplina. Uczniowie sprawnie wykonywali pytania nauczyciela, jednakże zdarzało im się łamać klasowe zasady utrzymania ładu: podchodzić bez pozwolenia do nauczyciela, mówić bez podniesienia ręki. Nauczyciel przypominał o zasadach słownie i gestem, ale rzadko karcił uczniów za ich łamanie.

Nauczyciel wielokrotnie udzielał uczniom wsparcia.

Tabela 11. Wsparcie udzielane przez nauczyciela w klasie 1-2 podczas lekcji matematyki

Sytuacja edukacyjna, w której znalazł się uczeń wymagający pomocy	Udzielone wsparcie	Efekty udzielonego wsparcia
Trudności z wyciągnięciem odpowiedniego zeszytu	Nauczyciel pomaga odnaleźć zeszyt.	Uczeń otwiera odnaleziony zeszyt i zapisuje temat (podejmuje pracę).
Uczniowie tak ustawili ławki, że w środku grupy znajduje się pusta	Nauczyciel pomaga przestawić ławki (w środku grupy znajduje się pusta)	Uczniowie łatwiej komunikują się ze sobą
Trudności ze zrozumieniem polecenia	Nauczyciel indywidualnie wyjaśnia	Uczeń podejmuje pracę
Uczeń nie wie, czy ma zapisać w zeszycie także działanie do wymyślonego zadania.	Nauczyciel zaprzecza.	Uczeń ściera zapisane działanie i kontynuuje pracę.
Uczeń ma kłopot z otwarciem zeszytu na odpowiedniej stronie	Nauczyciel pomaga otworzyć	Uczeń zaczyna pisać
Grupa nie potrafi zapisać słowa użytego w pytaniu	Nauczyciel pomaga zapisać słowo	Uczniowie zapisują trudne słowo i kontynuują pracę
Uczeń (obcokrajowiec, słabo mówiący po japońsku) nie wie, co ma robić, nie potrafi zapisać pytania	Inny uczeń pomaga koledze wykonać zadanie	Uczeń korzysta z pomocy kolegi i według jego wskazówek wykonuje pracę
Grupa uczniów zakończyła pracę	Nauczyciel prosi o przeczytanie ułożonych pytań, poprawia błędy językowe i zapis graficzny	Uczniowie poprawiają
Grupy uczniów wymyślają pytania.	Na tablicy nauczyciel zapisuje pomocniczą notatkę- schemat: to, co wiemy i to, czego szukamy oraz 3 pytania: ile jest zwierząt/ rzeczy/ ptaków	Uczniowie korzystają ze wskazówek.
Nieprawidłowy sposób siedzenia uczniów	Nauczyciel poprawia postawę w ławce podczas pisania.	Uczniowie starają się zachować odpowiednią postawę.
Uczeń ma kłopot z zapisem pytania w zeszycie	Nauczyciel pokazuje, w których kratkach dziecko ma pisać	Uczeń kontynuuje pracę.

Uczeń skończył zadania, pyta nauczyciela, czy może robić kolejne zadanie	Nauczyciel pozwala.	Uczeń rozwiązuje następne zadania z podręcznika.
Uczeń nie potrafi zapisać pytania	Nauczyciel prowadzi jego rękę	Uczeń nie protestuje
Uczeń źle zapisał znak	Nauczyciel wskazuje błąd.	Uczeń poprawia zapis.

Nauczyciel w każdym momencie lekcji był gotowy do pomocy uczniom. Jego pomoc ograniczała się jednak do czynności niezbędnych, aby uczeń sam mógł kontynuować pracę.

Jednocześnie nauczyciel rzadko stosował wzmocnienia pozytywne i negatywne. Tylko raz upomniał uczniów, którzy zbyt głośno rozmawiali w grupie po zakończeniu pracy. Nagrody też pojawiały się rzadko. Raz uczeń został nagrodzony słowami „Jesteś bardzo zdolny”. Oprócz tego formą nagrody były oklaski kolegów po prezentacji dobrze wykonanej pracy. Podczas lekcji nie występował element rywalizacji, nie zadano też pracy domowej. Nauczyciel w pewnym stopniu stosował indywidualizację pracy: udzielał szczególnej pomocy uczniom obcojęzycznym (którzy zajmowali pierwsze ławki, blisko nauczyciela), a także zezwolił uczniowi szybko pracującemu na samodzielne przejście do kolejnych zadań w podręczniku. Nauczyciel sprawdzał wiedzę uczniów poprzez obserwację ich pracy na lekcji. Ocenianie miało formę opisową i było dokonywane zarówno przez nauczyciela, jak i pozostałych uczniów.

Uczniowie stanowili w miarę jednolity pod względem przygotowania szkolnego zespół. Tylko troje dzieci nie chodziło wcześniej do przedszkola, u sześciu stwierdzono sytuację domową niesprzyjającą uczeniu się, natomiast dwoje posiadało zaburzenia koncentracji uwagi.

Warto wspomnieć, że podczas lekcji rozwiązano tylko jedno zadanie! Było to zadanie wykorzystujące reprezentację ikoniczną. Warto zwrócić uwagę, że był to problem otwarty, który pozwalał na wygenerowanie wielu poprawnych rozwiązań.

Lekcja matematyki w klasie 1- 1 w Tendai Elementary School w Ayase

Tematem lekcji, podobnie jak w opisaney już lekcji w klasie 1-2, było **układanie zadań do ilustracji**. Dobór tematu był zamierzony. Cel stanowiło porównanie sposobu prowadzenia lekcji na ten sam temat i z wykorzystaniem tego samego podręcznika (i scenariuszy zajęć) w zależności od stylu pracy nauczyciela. Innymi słowy, chodziło

o stwierdzenie, czy cechy osobowe nauczyciela mogą mieć w Japonii wpływ na przebieg lekcji oraz formę aktywności uczniów, a co za tym idzie efektywność kształcenia. Zachodziła bowiem uzasadniona obawa, że stopień ujednolicenia przebiegu procesu nauczania jest wysoki, w związku z tym wpływ postawy i opinii nauczyciela jest dość niski. Byłyby to ważne wnioski dla uogólniania wyników uzyskanych w Japonii.

Po dokonaniu obserwacji obu lekcji okazało się, że pomimo tego, że główne elementy i cele lekcji są takie same, to w pewnym stopniu postawa nauczyciela wpływa na sposób ich realizacji. Przebieg lekcji w głównych elementach był taki sam jak w klasie 1-2. Lekcja rozpoczęła się od tradycyjnego powitania i przygotowania do lekcji. W tym czasie, podobnie jak w klasie równoległej, nauczyciel wyświetlił na tablicy interaktywnej ilustrację z podręcznika, którą zaprezentowano na wcześniejszych stronach niniejszej pracy. W odróżnieniu od lekcji w klasie 1-2 nauczyciel nie ograniczył się do ogólnego omówienia treści ilustracji i wyjaśnienia treści zadania, ale za pomocą precyzyjnych pytań skierowanych do uczniów omówił kolejno większość sytuacji pasujących do formuły $5+3$. Uczniowie otrzymali zatem wzór zadań, jakie mieli następnie ułożyć podczas pracy w grupach. Kolejną ważną różnicą pomiędzy klasami był poziom zaangażowania w pracę grupową. W klasie 1-2 uczniowie rzetelnie pracowali w wyznaczonych grupach, zaś w klasie 1-1 większość dzieci nie brała udziału w rozwiązaniu zadania. Prawdopodobnym powodem był fakt, iż dla dzieci z klasy 1-2 sytuacja dydaktyczna była problemową, uczniowie sami musieli wymyślić sposób wykonania zadania, co spowodowało ich wysokie zaangażowanie i współpracę. Zadanie było dla nich po prostu ciekawe. Nieco inaczej wyglądała sytuacja w klasie równoległej. Tam uczniowie mieli jedynie skopiować postępowanie zaprezentowane przez nauczyciela w analogicznej sytuacji. Nic więc dziwnego, że zadanie nie wzbudziło entuzjazmu. Po zakończeniu pracy w grupach nauczyciel zaproponował przedstawienie wyników pracy na tablicy. Znaczące było to, iż mniej niż połowa uczniów zgłosiła się do odpowiedzi. Rozwiązania uczniów zostały przedstawione na tablicy i omówione przez nauczyciela. Istotnym elementem tej części lekcji było wyrażanie opinii na temat sposobu rozwiązania przez uczniów- zwrócili oni uwagę zarówno na błąd popełniony przez ucznia jak i przez nauczyciela. Świadczy to o wysokim stopniu pełnomocności w kategorii „Opiniowanie pomysłów edukacyjnych”. Lekcję zakończyło podsumowanie dnia, jako że były to ostatnie zajęcia. Wybrani uczniowie wypowiadali się na temat tego, co im się najbardziej podobało, co im się nie udało oraz nad czym chcą pracować w kolejnym dniu. Na koniec nauczyciel zwrócił uczniom uwagę, aby myśleli nie tylko o nauce, ale też o swoim zachowaniu.

Reasumując, pod względem przebiegu obie lekcje były podobne. Zastosowano identyczne media dydaktyczne, metody i formy pracy. Różne jednak było zaufanie nauczyciela do możliwości dzieci. Nauczycielka z klasy 1-2 przejawiała bardziej demokratyczny styl nauczania. Wierzyła, że dzieci poradzą sobie z zadaniem i dała im większą swobodę w wykonaniu polecenia. Uczniowie w związku z tym pracowali chętnie, nawet gdy nie byli bezpośrednio nadzorowani przez nauczyciela. Nauczyciel w klasie 1-1 reprezentował bardziej autorytarny styl nauczania. Uważał, że uczniom potrzebne są wzorce do naśladowania, ponieważ ułatwiają im one działania. Skutkowało to mniejszą motywacją do wykonania zadania w momencie, gdy nauczyciel nie kontrolował każdego kroku.

Tabela 12. Zachowania pełnomocnościowe uczniów zaobserwowane podczas lekcji matematyki w klasie 1-1 w Tendai Elementary School

Kategorie pełnomocności uczniów		Przejawy pełnomocności i okoliczności im towarzyszące	Reakcje nauczyciela
Prawo do nieskrępowanego zadawania pytań	Samorzutne pytania związane z tematem zajęcia edukacyjnego	Uczniowie pytają o sposób wykonania zadania	Nauczyciel cierpliwie udziela wyjaśnień
Opiniowanie pomysłów edukacyjnych	Uczniowie wyrażają sąd o proponowanym sposobie rozwiązania zadania.	Uczniowie wyrażają opinię na temat pytań ułożonych przez kolegów, wskazują błędy Uczniowie wskazują błąd popełniony przez nauczyciela	Nauczyciel pomaga naprawić błąd, chwali za spostrzegawczość Nauczyciel chwali uczniów, wyjaśnia, że nauczyciel też może popełnić błąd
Solidarne współdziałanie z rówieśnikami w realizacji zadań edukacyjnych	Uczniowie planują podział pracy przewidzianej do wykonania w grupie	Niektórzy uczniowie podejmują próby podziału obowiązków podczas pracy w grupie	Nauczyciel nie reaguje
	Uczniowie aktywnie	Organizacja przestrzeni klasowej do pracy	Nauczyciel obserwuje i pomaga

	uczestniczą w zespołowej realizacji zadań edukacyjnych	w grupach Uczniowie z jednej grupy starają się rozwiązać problem, patrzą do jednej książki, wskazują sobie elementy ilustracji	
	Uczniowie prezentują na forum klasy wyniki pracy grupowej.	Uczniowie prezentują wyniki pracy w grupach (pytania do ilustracji)	Nauczyciel stwarza warunki do prezentacji wyników pracy
Prawo do inności	Krytyczne ustosunkowanie się do przebiegu zajęcia edukacyjnego Niezgadzanie się z niektórymi stwierdzeniami nauczyciela	Uczniowie oceniają, co im się podobało podczas zajęć	Nauczyciel zachęca dzieci do wypowiedzi.

Przejawy pełnomocności w klasie 1-1 są bardzo podobne do tych w 1-2, jednak występowały w mniejszym natężeniu jak w przypadku opisanej już pracy w grupach. Upoważnia to do wniosku, iż styl pracy nauczyciela może mieć wpływ na poziom pełnomocności uczniów.

Nauczyciel w klasie 1-1 rzadziej udzielał wsparcia uczniom, co prezentuje tabela:

Tabela 13. Wsparcie udzielane przez nauczyciela w klasie 1-1 podczas lekcji matematyki

Sytuacja edukacyjna, w której znalazł się uczeń (uczniowie) wymagający pomocy	Udzielone wsparcie	Efekty udzielonego wsparcia
Uczeń ma trudności z odnalezieniem odpowiedniej strony w podręczniku.	Inny uczeń pomaga otworzyć książkę.	Uczeń kontynuuje pracę.
Grupa ma trudności z wymyśleniem pytania do ilustracji.	Nauczyciel podchodzi do grupy, rozmawia z dziećmi na temat sytuacji na rysunku zwracając uwagę na stosunki	Uczniowie zrozumieli zadanie, samodzielnie układają pytanie.

	ilościowe.	
Praca w grupach nad wymyśleniem zadania do ilustracji.	Nauczyciel chodzi po klasie i kontroluje pracę dzieci, zadaje im dodatkowe pytania.	Uczniowie wracają do przerwanej pracy.
Grupa nie jest pewna, czy poprawnie wykonała zadanie, więc jeden z uczniów podchodzi do nauczyciela i prosi o pomoc.	Nauczyciel podchodzi do grupy i potwierdza poprawność rozwiązania.	Uczniowie cieszą się, ale przestają zajmować się pracą.
Uczeń podaje niepoprawne rozwiązanie zadania.	Nauczyciel żartuje, zachęca dzieci do udziału w poprawieniu błędu.	Uczniowie wspólnie poprawiają błąd.
Zgłaszający się uczeń podchodzi do tablicy, ale nie wie, co powiedzieć.	Nauczyciel prosi o podejście ucznia z tej samej grupy, aby pomógł koledze.	Uczniowie wspólnie podają rozwiązanie.

Fakt ten wynika ze sposobu przedstawienia uczniom zadania. Nie musieli oni tworzyć własnej strategii, a jedynie skopiować sposób zaprezentowany przez nauczyciela, stąd sytuacji, w której niezbędna była pomoc nauczyciela było mniej.

Podczas lekcji uczniowie przestrzegają ustalonych reguł, natychmiast milkną po upomnieniu nauczyciela, potrafią w ciszy zgłaszać się, jeśli nauczyciel o to poprosi. Nie przemieszczają się swobodnie po klasie, podchodzą do tablicy za zgodą nauczyciela.

Czas zajęć nie był wykorzystany efektywnie. Łącznie czas pusty zajął aż 9 minut. Składały się na niego dwie sytuacje. W początkowej fazie lekcji, gdy uczniowie ustawili już ławki i czekali na sygnał do rozpoczęcia pracy w grupach nauczyciel przeglądał poradnik metodyczny. Najwięcej jednak czasu utracono podczas pracy grupowej, którą przez większość czasu uczniowie się nie zajmowali, a nauczyciel nie interweniował.

Nauczyciel częściej stosował wzmocnienia pozytywne niż negatywne. Nagrody stanowiła pochwała ustna i oklaski kolegów za poprawne wykonanie zadania. Uczniowie byli karani upomnieniem słownym za niedozwolone rozmowy podczas lekcji, odwracanie się i nie słuchanie wypowiedzi kolegów. Podczas lekcji nie zaobserwowano elementów rywalizacji, indywidualizacji ani nie zadano pracy domowej.

Z wywiadów z nauczycielami wynikało, że do tej pory omówiony zakres materiału obejmował dodawanie w zakresie 10. Przedstawione lekcje stanowiły podsumowanie tego działu, który w opinii nauczycieli zawierał dość dużo materiału. W planowaniu zajęć dydaktycznych nauczyciele posługiwali się scenariuszem lekcji z poradnika metodycznego, jednak wprowadzali do przebiegu zajęć własne modyfikacje. Warto podkreślić, że przedstawiona w poradniku metodycznym lekcja nie zawierała pracy w grupach, jednak wszyscy nauczyciele klas pierwszych pracujący w szkole wspólnie uzgodnili takie jej przeprowadzenie, aby uczniowie mieli możliwość rozwijania umiejętności dyskusowania swoich pomysłów w grupie rówieśników.

Bardziej doświadczeni nauczyciele modyfikują propozycje zajęć z poradnika bardzo często. Nauczycielka klasy 1-2 deklaruje częste korzystanie z zamieszczonych w poradniku scenariuszy z uwagi na swoje małe doświadczenie zawodowe (1 rok). Nie waha się jednak przed wprowadzaniem zmian, jeśli uznaje je za korzystne dla dzieci.

Lekcja matematyki w klasie 1 w Tsukuba Elementary School w Tokio

Obserwowana lekcja była lekcją pokazową zorganizowaną podczas konferencji dla nauczycieli szkół podstawowych organizowanej przez Uniwersytet Tsukuba. Zajęcia obserwowało około czterdziestu nauczycieli. Z uwagi na panujące podczas konferencji zasady przebieg lekcji nie mógł być rejestrowany za pomocą żadnych środków technicznych, wobec czego analiza zajęć opiera się wyłącznie na bieżących spostrzeżeniach badacza. Tematem zajęć było **dodawanie i odejmowanie w zakresie 10**. Nie była to jednak lekcja poświęcona ćwiczeniom rachunkowym. Jak czytamy w konspekcie zajęć, po jej zakończeniu dzieci miały klasyfikować działania ze względu na wynik lub składniki, odnajdować działania z wynikiem 7 oraz porównywać działania ze sobą wykorzystując bloki. Celem nauczyciela było zatem budowanie u uczniów rozumienia zależności pomiędzy dodawanymi liczbami a ich wynikiem. Czas pustych stanowił niewielki procent lekcji (około 5 minut), pomimo tego, że klasa była bardzo liczna (36 uczniów). Zajęcia rozpoczęły się od zabawy w grupach, dzieci bardzo sprawnie zsunęły stoliki po cztery i wyciągnęły fiszki z działaniami w zakresie 10. Jeden z uczniów wybierał działanie, a koledzy mieli podać jego wynik. Było to zatem ćwiczenie doskonalące sprawność rachunkową. Następnie uczniowie przeszli szybko do nauczania frontального, nauczyciel musiał pomóc tylko jednej grupie w schowaniu kart. Kolejnym krokiem było przyklejenie przez nauczyciela na tablicy kartoników z działaniami: $3+2$, $4+1$, $4+3$, $4+2$, $3+4$, $5+1$ i $5+2$ i podanie przez uczniów ich wyników. Podane wyniki

nauczyciel zapisywał na tablicy, a następnie poprosił uczniów o wybranie spośród nich tych, których wynik wynosi siedem. Jeden z uczniów podszedł do tablicy, wybrał dwa pasujące działania. Nauczyciel przypomniał, że prosił o wybranie jednego działania, więc uczeń po chwili namysłu pozostawił $4+3$, a odłożył $5+2$. Kolejny uczeń wybiera kartonik z działaniem $4+3$, przyczepia go nad działaniem $2+4$ i wyjaśnia, dlaczego tak sądzi (w obu działaniach dodajemy cztery, ale w jednym z nich dodawana liczba jest o jedno większa). Zgłaszane przez uczniów uwagi nauczyciel notuje w punktach na tablicy, tak, aby uczniowie w każdej chwili mogli je sobie przypomnieć. Następnie uczniowie pod kierunkiem nauczyciela pogrupowali pozostałe działania pod względem wyniku:

$3+2$	$5+2$	$4+2$
$4+1$	$3+4$	$5+1$

Zaproponowano, żeby zmienić kolejność ułożenia, powstał więc taki układ działań na tablicy, odwzorowujący zależności pomiędzy działaniami i ich wynikami:

5	6	7
$3+2$	$4+2$	$5+2$
$4+1$	$5+1$	$3+4$
		$4+3$

Nauczyciel odwrócił plansze z działaniami, ponieważ na ich odwrocie zapisano wyniki. Spowodowało to duże zmieszanie uczniów, gdyż na odwrocie działania $3+4$ widniał wynik 6. Był to celowy zabieg ze strony nauczyciela, aby sprowokować dzieci do zastanowienia się nad zależnością składników i sumy. Uczniowie natychmiast zauważyli błąd. Nauczyciel poprosił uczniów o głosowanie poprzez podniesienie ręki: kto uważa, że wynik jest błędny, kto uważa, że wynik jest poprawny. Celem głosowania było zaktywizowanie wszystkich uczniów i spowodowanie, aby rozważany problem stał się dla nich istotny. Większość dzieci stwierdziła, że podany przez nauczyciela wynik jest błędny. Nauczyciel poprosił uczniów o wyjaśnienie, dlaczego tak uważają. Jeden z uczniów zapisał na tablicy działanie $3+3$ i wyjaśnił, że wynik tego działania to sześć, więc $3+4$ musi równać się siedem. Inne dziecko zauważyło, że $4+3$ jest podobne do $4+2$, a $4+2$ równa się sześć. Nauczyciel pomógł innym uczniom zrozumieć ten argument przykładając planszę $4+3$ do planszy $4+2$ i zwracając uwagę, że dodajemy do tej samej liczby. Następnym krokiem zastosowanym przez

nauczyciela była ponowna prośba do uczniów o ustosunkowanie się do tych uwag. Poprosił wszystkich uczniów o wstanie z ławek i zasunięcie krzesełek (wybór sposobu głosowania zapewne był podyktowany koniecznością choć niewielkiego zaspokojenia potrzeby ruchu u pierwszoklasistów). Kolejny uczeń podszedł do tablicy i zauważył, że $4+2$ równa się 6, więc $4+3$ nie może wynosić sześć. Nauczyciel prosi uczniów, którzy zgadzają się z tymi uwagami o zajęcie miejsc w ławkach a następnie o przedyskutowanie w parach tego problemu. Kolejnym krokiem było zasugerowanie uczniom wykorzystania bloków do sprawdzenia postawionej hipotezy. Uczniowie wyciągnęli swoje zestawy klocków (niektórzy też plansze do nich) i za ich pomocą zasymulowali działanie $4+3$. W tym czasie nauczyciel chodził po klasie i sprawdzał, jak uczniowie wykonują zadanie. Następnie poprosił jedno z dzieci o ułożenie bloków demonstracyjnych na tablicy. Uczeń ułożył cztery żółte klocki i dołożył do nich dwa białe. Pozostałe dzieci zdziwiły się taki sposobem wykonania zadania. Wybrany przez nauczyciela uczeń wyjaśnił, że trzeba dołożyć jeden biały klocek. Po wykonaniu tego uczniowie potaknęli i nagrodzili kolegę oklaskami. Dzieci schowały bloki, a w tym czasie nauczyciel rozdał każdej parze karteczki z wykorzystywanymi na lekcji działaniami. Następnie poprosił o wyciągnięcie piórników i zapisanie wyniku każdego działania na odwrocie kartki. Kolejnym krokiem było umieszczenie w odpowiedniej kolumnie działań przyczepionych do tablicy pustej kartki oraz rozdaje dzieciom puste karteczki z poleceniem, aby wpisały inne działania, którym wynik wynosi siedem. Nauczyciel zweryfikował poprawność podanych przez dzieci przykładów, a następnie przeprowadził zabawę ruchową kończącą lekcję, polegającą na wskazywaniu przez uczniów wymienianych części ciała.

Podczas lekcji wykorzystano różnorodne formy nauczania: zbiorową, grupową i indywidualną. Forma zbiorowa została użyta do przeprowadzenia dyskusji na temat sposobu klasyfikowania działań oraz metod udowodnienia błędu. Indywidualnie uczniowie symulowali działanie za pomocą bloków. Forma grupowa wystąpiła kilkakrotnie: podczas wstępnej zabawy rachunkowej, przy dyskutowaniu hipotezy dotyczącej błędnego wyniku oraz przy ustalaniu innych działań o wyniku siedem.

Zastosowane zostały metody nauczania słowne i zajęcia praktyczne. Znaczącą większość czasu zajmowały metody słowne, wśród których przeważała dyskusja. Co istotne, rola nauczyciela ograniczyła się do stworzenia sytuacji sprzyjającej dyskutowaniu własnych opinii, moderowaniu dyskusji oraz podsumowaniu jej. Aktywność leżała zatem po stronie

uczniów. Praktyczne działanie polegało na manipulowaniu klockami w celu ustalenia wyniku działania.

Podczas lekcji uczniowie prezentowali wiele różnorodnych przejawów pełnomocności, które prezentuje tabela.

Tabela 14. Zachowania pełnomocnościowe uczniów zaobserwowane podczas lekcji matematyki w klasie 1 w Tsukuba Elementary School

Kategorie pełnomocności uczniów		Przejawy pełnomocności i okoliczności im towarzyszące	Reakcje nauczyciela
Opiniowanie pomysłów edukacyjnych	Uczniowie wyrażają sąd o zadaniu.	Uczniowie proponują sposób rozwiązania zadania	Sytuacja zaaranżowana przez nauczyciela
Opiniowanie pomysłów edukacyjnych Solidarne współdziałanie z rówieśnikami w realizacji zadań edukacyjnych	Uczniowie wyrażają sąd o proponowanym sposobie rozwiązania zadania.	Uczniowie oceniają rozwiązanie zaproponowane przez innego ucznia	Sytuacja zaaranżowana przez nauczyciela, nauczyciel pozwala na wypowiedzi, nie ocenia ich
	Uczniowie aktywnie uczestniczą w zespołowej realizacji zadań edukacyjnych	Uczniowie uczestniczą w zabawie dydaktycznej w grupach Uczniowie w parach określają wyniki działań i szukają działań do podanego wyniku	Sytuacja zaaranżowana przez nauczyciela Sytuacja zaaranżowana przez nauczyciela, nauczyciel wspiera uczniów w realizacji
Prawo do inności	Niezgadzanie się z niektórymi stwierdzeniami nauczyciela	Uczniowie protestują przeciwko błędnemu wynikowi podanemu przez nauczyciela, podają argumenty	Sytuacja zaaranżowana przez nauczyciela, nauczyciel zgadza się z podanymi argumentami

Warto podkreślić, że zaprezentowane w tabeli zachowania pełnomocnościowe zostały zaplanowane i sprowokowane przez nauczyciela. Uczniowie śmiało zwrócili nauczycielowi

uwagę na błąd oraz używali racjonalnych argumentów w celu uzasadnienia swojego zdania. Otwarcie prezentowali własne zdanie i zgodnie współpracowali z rówieśnikami. Biorąc pod uwagę, że obserwowane dzieci rozpoczęły naukę szkolną niespełna trzy miesiące wcześniej należy uznać, że takie zachowania są skutkiem otwartej postawy nauczyciela.

Podczas obserwowanych zajęć odnotowano niewiele wzmocnień negatywnych i pozytywnych. Czterokrotnie była to pochwała ustna ze strony nauczyciela za wypowiedź ucznia. Pojawiła się też nagroda ze strony całej klasy- oklaski. Upomnienia ustne nie stanowiły dla uczniów formy kary, ponieważ ograniczały się do przypomnienia uczniom zasad obowiązujących na lekcji i nie były wzmocnione tonem ani komunikatem pozawerbalnym.

Nie zastosowano rywalizacji, indywidualizacji ani nie zadano pracy domowej.

Tabela 15. Wsparcie udzielane przez nauczyciela w klasie 1 w Tsukuba Elementary School podczas lekcji matematyki

Sytuacja edukacyjna, w której znalazł się uczeń wymagający pomocy	Udzielone wsparcie	Efekty udzielonego wsparcia
Grupa nie schowała kart z działaniami w wymaganym czasie	Nauczyciel pomaga schować karteczki	Ograniczenie czasu pustego, przejście do kolejnej aktywności
Uczeń nieprawidłowo układa bloki demonstracyjne na tablicy (w sposób nie pasujący do działania)	Nauczyciel pyta pozostałych uczniów o opinię, moderuje dyskusję zmierzającą do naprawienia błędu przez uczniów	Uczniowie samodzielnie zauważają i poprawiają błąd
Uczeń nie ma piórnika	Inny uczeń bez słowa wyciąga ku niemu ołówek	Uczeń bez przeszkód kontynuuje pracę
Uczeń zapisuje działanie, które już znajduje się na tablicy (pomimo polecenia o podanie innych przykładów)	Inny uczeń wskazuje działanie na tablicy i na kartce	Uczeń ściera zdublowane działanie i wymyśla inne

W większości sytuacji, w których dzieci napotykały na trudności (kłopoty z obliczeniem, błąd rachunkowy) samodzielnie radziły sobie z nimi. W zaprezentowanych w tabeli sytuacjach dydaktycznych w połowie przypadków uczniowi pomógł inny uczeń. Świadczy to o dużym nacisku, jaki kładzie nauczyciel nie tylko na samodzielność uczniów, ale także pracę zespołową.

Liczba zadań rozwiązanych podczas lekcji jest zależna od kryterium rozpatrywania czym jest zadanie. Na potrzeby niniejszej pracy przyjęto za jedno zadanie sytuację edukacyjną, która wymaga rozwiązania i stanowi logiczną całość. Uznano zatem, że uczniowie rozwiązali podczas lekcji trzy zadania.

Po zakończeniu lekcji uczniowie opuścili klasę, a nauczyciel przeszedł do dyskusji i omówienia przebiegu lekcji. Ta część trwała około 40 minut. Uczestnicy konferencji brali w niej aktywny udział, zadawali prowadzącemu pytania i sugerowali zmiany mogące ulepszyć zajęcia.

Nauczyciel przyznał, że zrealizował lekcję inaczej niż zaplanował. Uczniowie nie używali w obliczeniach zera, które nie zostało jeszcze wprowadzone i liczyli w zakresie dziewięciu. Nauczyciel wybrał do omówienia tylko najtrudniejsze jego zdaniem działania z podanego zakresu. W jego opinii korzystniejsze było pominięcie najłatwiejszych przypadków i ćwiczenie tych, które sprawiają uczniom trudność. Chciał na to poświęcić więcej czasu, jednak ponieważ lekcja dobiegała końca zdecydował się ją podsumować i rozdał karty z działaniami. Głównym celem deklarowanym przez nauczyciela było skłonienie dzieci do zastanowienia się, w jaki sposób wielkość dodawanych liczb wpływa na wynik (ze szczególny uwzględnieniem, ile trzeba dodać do 4, aby było 7). Przypuszczał, że dzieci wiedzą, że jeśli zmniejszymy pierwszy składnik o jeden, a drugi zwiększymy o jeden o wynik nie ulegnie zmianie. Nauczyciel zadeklarował też, że celowo pokazał uczniom błędny wynik, aby sprowokować ich do dyskusji. Zależało mu nie tylko na pokazaniu, że $4+3 = 7$, ale przede wszystkim dlaczego tak jest. Obserwujący lekcję nauczyciele zadali pytanie, dlaczego nie zdecydował się na użycie bloków przy rozwiązywaniu równań. Prowadzący lekcję wytłumaczył się brakiem czasu. Istotne jest jednak to, że w ogóle wśród obserwatorów pojawiła się taka wątpliwość. Oznacza to, że rozumieją oni potrzebę manipulacji konkretnymi przedmiotami podczas nauki matematyki.

Lekcja matematyki w klasie I a w SP 36 w Gliwicach

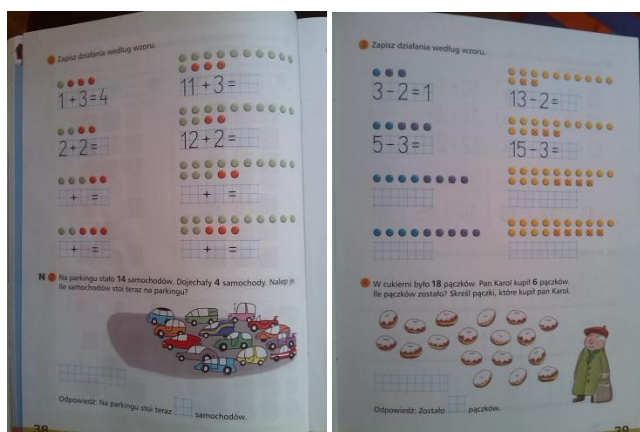
Obserwowane zajęcia trwały 45 minut. Czas pusty stanowiły jedynie 3 minuty (zamieszanie spowodowane chowaniem klocków do woreczków i kuferków). Brało w nich udział 20 uczniów, w tym 6 dziewczynek. Tematem lekcji było **dodawanie i odejmowanie w zakresie 20** (bez przekroczenia progu dziesiątkowego). Po czynnościach organizacyjnych przeprowadzono zabawę utrwalającą dodawanie i odejmowanie w zakresie 10. Uczniowie losowali z „magicznej skrzynki” karteczkę z działaniem, które musieli odczytać a następnie

rozwiązać. Około 1/3 dzieci pomagała sobie liczeniem na palcach, ale wszystkie bardzo chciały brać udział w zabawie. Następnie nauczyciel poprosił dzieci o wyciągnięcie klocków matematycznych i układanie ich według poleceń typu: weź 5 klocków zielonych, dołóż do nich 3 żółte, ile masz razem klocków? Ćwiczenie powtórzono kilkakrotnie.



Fot. 32. Wykorzystanie klocków matematycznych podczas lekcji matematyki w klasie pierwszej

Polecenia dotyczyły dodawania i odejmowania wewnątrz pierwszej i drugiej dziesiątki (bez przekraczania progu). Wybrany uczeń podawał działanie i wynik. Następnie nauczyciel polecił otworzyć podręcznik na stronie 38, co nie sprawiło dzieciom kłopotu (choć teoretycznie liczą tylko do 20!).



Fot.33. Strony z podręcznika „Tropiciele 2”

Uczniowie wykonywali dodawanie i odejmowanie w ramach drugiej dziesiątki. Nad działaniami matematycznymi znajdowały się mające ilustrować je kulki. Odejmowanie zostało pokazane jako skreślanie przedmiotów. Czasami uczniowie mieli wypisać tylko wynik, czasami dopasować liczby do ilustracji (znak działania był już wpisany), a w czterech

przypadkach należało samodzielnie ułożyć i zapisać działanie. W tym ostatnim przypadku podczas sprawdzania poprawności wykonania zadania wybrane dzieci wykonywały na tablicy odpowiedni zapis. Nauczyciel zdecydował się na pominięcie zadań tekstowych (wyjaśnił później, że nie chciał mieszać ćwiczeń rachunkowych z zadaniami tekstowymi i że kolejna lekcja będzie im poświęcona w całości). Następnie przeprowadzono ćwiczenia śródlekcyjne. Wybrane dziecko rzucało kostką i odczytywało ze ścianki polecenie typu: „trzy obroty w lewo”, „pięć przysiadów” itp. Kolejnym etapem lekcji była praca w grupach. Uczniowie usiedli na dywanie i każdy zespół otrzymał od nauczyciela łamigłówkę.



Fot. 34. Praca w grupach podczas lekcji matematyki

Zadaniem dzieci było obliczenie wyników działań i uszeregowanie ich w kolejności rosnącej, a następnie przyporządkowanie każdej liczbie odpowiedniej litery i odczytanie hasła, które brzmiało „Lubimy matematykę”. Uczniowie zapytani, czy to prawda z radością potwierdzili. Na zakończenie zajęć nauczyciel rozdał i omówił zadanie domowe. Polegało ono na wykonaniu obliczeń i uzupełnieniu kolorowanki matematycznej zgodnie z otrzymanym w ten sposób kodem. Zadzzwonił dzwonek, więc nauczyciel poprosił dzieci o przygotowanie się do jedzenia śniadania.

Nauczyciel wykorzystywał wszystkie dostępne formy nauczania: indywidualną, grupową i zbiorową. Całość lekcji miała formę zbiorową, jednak w dwóch momentach pojawiła się forma indywidualna (samodzielna praca uczniów nad rozwiązaniem zadania z podręcznika) i grupowa (rozwiązanie łamigłówki matematycznej w kilkuosobowych zespołach). Zaobserwowano wykorzystanie metod słownych (pogadanki, pracy z książką), praktycznego działania (zajęcia praktyczne).

Dzieci rozwiązały pięć zadań- jedno na poziomie reprezentacji enaktywnych, dwa na poziomie reprezentacji ikonicznych i dwa na poziomie symbolicznym.

Podczas zajęć, z uwagi na wiek uczniów i ich możliwości poznawcze wykorzystano różnorodne media dydaktyczne. Były to kreda i tablica, podręcznik, klocki matematyczne, liczydła, plansze z łamigłówkami. Dzięki temu dzieci nie traciły zainteresowania lekcją, a przy tym dzieci mogły wykonywać obliczenia na konkretnych obiektach. Podręcznik był źródłem rozwiązywanego zadania, jednak nauczyciel sam decydował, jaki materiał na danej lekcji wykorzystać.

Jako pracę domową zadano uczniom kolorowanke matematyczną. Była to forma atrakcyjna dla dzieci, ale jednocześnie utrwalająca poznany dotąd materiał (obliczenia w zakresie 20, ale bez przekraczania progu dziesiątkowego). Nie zaobserwowano stosowania rywalizacji czy indywidualizowania pracy. Zachowania pełnomocnościowe wykazane przez uczniów dotyczyły wyłącznie solidarnego współdziałania z rówieśnikami w realizacji zadań edukacyjnych: planowania podziału pracy przewidzianej do wykonania w grupie i aktywnego uczestnictwa w realizacji zespołowych zadań edukacyjnych. Kilkakrotnie miała miejsce sytuacja, w której nauczyciel udzielał uczniom indywidualnej pomocy.

Tabela 16. Wsparcie udzielane przez nauczyciela w klasie 1 b w SP 36

Sytuacja edukacyjna, w której znalazł się uczeń (uczniowie) wymagający pomocy	Udzielone wsparcie	Efekty udzielonego wsparcia
Uczeń nie potrafił samodzielnie przygotować przyborów potrzebnych do zajęć.	Nauczyciel pomaga wysypać klocki z woreczka.	Uczeń bierze udział w zajęciach z wykorzystaniem klocków.

Uczeń nie potrafił zapisać odpowiedniego zadania do ilustracji.	Nauczyciel wyjaśnia zadanie odwołując się do rysunku w podręczniku.	Z pomocą nauczyciela dziecko przelicza przedmioty na ilustracji i uzupełnia działanie.
Uczeń popełnia błąd w obliczeniach.	Nauczyciel nic nie mówiąc wskazuje błędny wynik.	Uczeń wykonuje ponownie obliczenie i poprawia błąd.

Podczas zajęć nauczyciel nie zastosował żadnych wzmocnień pozytywnych, dwukrotnie za to karmił słownie uczniów: za układanie klocków w wieżę zamiast według wskazówek nauczyciela oraz za próbę skorzystania z liczydła przy rozwiązywaniu zadania z podręcznika. Zwłaszcza druga sytuacja wydaje się niezrozumiała, gdyż na tej samej lekcji wymagano od uczniów liczenia na konkretach, pozwalano liczyć na palcach, a w dalszym toku lekcji (pracy w grupach) nauczyciel sam dał każdej grupie liczydło jako pomoc w obliczeniach.

Lekcja matematyki w SP 36 w Gliwicach w klasie I b

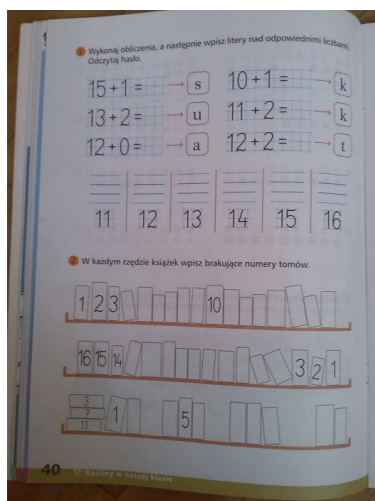
Przeprowadzone w klasie pierwszej zajęcia były poświęcone **rozwiązywaniu zadań tekstowych** wymagających dokonywania obliczeń w zakresie 20 bez przekraczania progu dziesiętkowego. Zajęcia trwały 45 minut, czas pusty stanowił 6 minut i był spowodowany wolnym tempem pracy kilku uczniów.

Po czynnościach organizacyjnych (powitanie, sprawdzenie obecności, przygotowanie potrzebnych książek i liczydeł) uczniowie zostali poproszeni o uzupełnienie ciągów liczb zapisanych na tablicy:

1, 2,, 6, ..., 9....

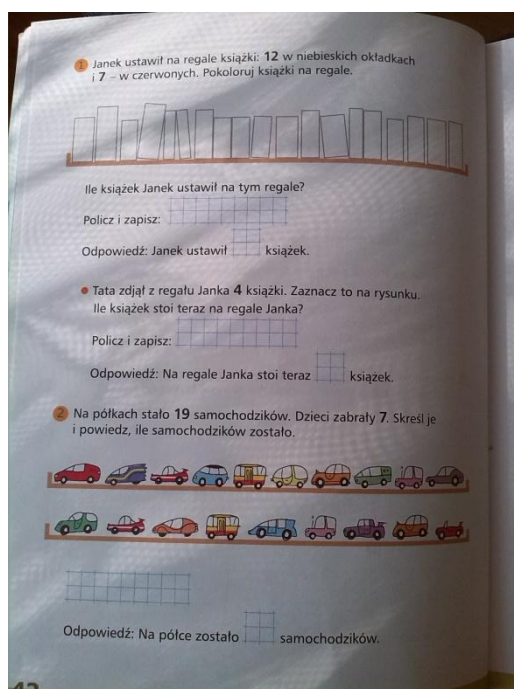
....., 12,, 15,, 17,, 19,

Wybrani uczniowie podchodzili do tablicy i wpisywali jedną brakującą liczbę. To zadanie nie sprawiło im żadnych trudności. Po uzupełnieniu wszystkich brakujących liczb nauczyciel poprosił o odczytanie ich wprzód i wstak. Następnie uczniowie otworzyli podręczniki na stronie, którą przedstawia fotografia.



Fot. 35. Strona z podręcznika „Tropiciele 2”, cz. 2, s. 40

Zadaniem dzieci było wpisanie brakujących numerów tomów. Nauczyciel poprosił, aby uczniowie samodzielnie rozwiązyli dwa pierwsze przykłady. Po chwili wybrani uczniowie zostali poproszeni o odczytanie wpisanych numerów. Jeśli uczeń popełniał błąd, to nauczyciel wskazywał błąd palcem i prosił o ponowne sprawdzenie. Trzeci przykład dzieci rozwiązały pod kierunkiem nauczyciela. Przewróciły stronę w podręczniku i rozwiązały kolejne zadanie dotyczące książek, które polegało na obliczeniu, ile tomów stoi na lewo i prawo od wskazanego oraz na pokolorowaniu danej ilości książek. Nauczyciel pominął jedno zadanie i przeszedł do kolejnego na ten sam temat:



Fot. 36. Podręcznik „Tropiciele 2”, cz. 2, s. 42

Zadanie wymagało od dzieci pokolorowania książek zgodnie z instrukcją (12 na niebiesko i 7 na czerwono) i obliczyć, ile jest razem książek. Po chwili samodzielnej pracy, w czasie której nauczyciel chodził po klasie i sprawdzał, jak dzieci sobie radzą, wybrany uczeń zapisał na tablicy odpowiednie działanie. Uczniowie też uzupełnili odpowiedź w podręczniku. Następnie rozwiązano dalszą część zadania wymagającą odejmowania („tata zdjął 4 książki”). Nauczyciel zasugerował, aby te książki, które zostały zdjęte skreślić lub otoczyć pętlą. Ponownie zapisano na tablicy działanie i uzupełniono odpowiedź. Uczniowie powoli przestawali koncentrować się na pracy, więc zorganizowano ćwiczenia śródlekcyjne. Nauczyciel podawał przykład działania w zakresie 10, uczniowie mieli zdecydować, czy wynik jest poprawny czy nie. Jeśli wynik był poprawny należało zrobić trzy „pajacyki”, jeśli błędny to jeden przysiad. Przeprowadzono jeszcze opisaną wcześniej zabawę z kostką oraz zaśpiewano piosenkę. Uczniowie powrócili do pracy z książką. Zaczęli rozwiązywać zadanie o mamie, która otrzymała od taty bukiet 11 kwiatów, a od dzieci bukiet 7 kwiatów. Należało obliczyć, ile wszystkich kwiatów otrzymała mama. Ponieważ czas przeznaczony na zajęcia upłynął, nauczyciel poprosił o szybkie zapisanie na tablicy działania i obliczenie za pomocą liczydła. Potem uczniowie wyszli na przerwę.

Uczniowie podczas lekcji rozwiązyli 5 zadań, w tym jedno na poziomie reprezentacji symbolicznych i cztery na poziomie reprezentacji enaktywnych. Pomimo tego, że na ławkach znajdowały się liczydła niewielu uczniów z nich korzystało. Wykorzystano tradycyjne media dydaktyczne: kredę i tablicę, podręcznik jako źródło zadań i sporadycznie liczydła (zależnie od decyzji konkretnego dziecka).

Zajęcia zostały przeprowadzone w formie zbiorowej i indywidualnej. Formę indywidualną miało rozwiązywanie niektórych zadań z podręcznika, zaś większa część lekcji polegała na pracy nauczyciela z całą grupą. Wykorzystano wyłącznie metody słowno-pogadankę i pracę z książką. Uczniowie byli zdyscyplinowani, jednak monotonna praca wywoływała ich widoczne znużenie. Nie zaobserwowano żadnych przejawów pełnomocności ze strony uczniów. Nie zastosowano rywalizacji, nie indywidualizowano pracy ani nie zadano zadania domowego. Kilkakrotnie nauczyciel słownie upominał dzieci, które łamały zasady zachowania: za niedozwolone rozmowy i nie wykonywanie poleceń.

Lekcja matematyki w SP 36 w Gliwicach w klasie I b

Po czynnościach organizacyjnych uczniowie przystąpili do rozwiązywania łamigłówek, aby poznać temat lekcji. Nauczyciel przyczepił do tablicy kartoniki z działaniami

(dodawanie i odejmowanie w zakresie 20 bez przekraczania progu dziesiątkowego). Najpierw wybrani uczniowie podawali wyniki działań, potem uszeregowali je rosnąco, a następnie odwrócili odstawiając hasło „Rozwiązujemy zadania”. Zgodnie z tym zajęcia zostały poświęcone **rozwiązywaniu zadań tekstowych** związanych z Wielkanocą. Trwały one 45 minut, ale 7 minut stanowił czas pusty, spowodowany czekaniem, aż wolniej pracujący uczeń ukończy zadanie. Po rozwiązaniu zagadki dzieci otworzyły podręcznik na s. 74 i aż do końca lekcji pracowali w książce. Pierwsze zadanie polegało na uzupełnieniu cen palm wielkanocnych według podanych wskazówek (najdłuższa kosztuje 10 zł, a najkrótsza 2 zł). Wybrani uczniowie opisali ceny palm i ich wygląd. Następne zadania dotyczyły obliczania kosztów zakupu poszczególnych palm. Ich rozwiązywanie przebiegało w podobnym schemacie: wybrany uczeń czytał zadanie, nauczyciel kierując rozmową prosił o podanie danych, przypominał pytanie, wybrany uczeń zapisywał na tablicy działanie, a inny czytał odpowiedź. Zadania były bardzo podobne, zmieniały się tylko dane liczbowe np. ile trzeba zapłacić za palmę z żółtego i palmę z niebieskiego dzbanka? W zadaniu wymagającym dodania trzech liczb: 3, 3 i 7 nauczyciel wymógł na uczniach, aby najpierw dopełnili do 10 ($3 + 7$) i rozpisali działanie $7 + 3 + 3 = 10 + 3 = 13$, choć wielu uczniów od razu znało wynik. Ostatnie zadanie było ciekawsze, ponieważ uczniowie otrzymali informację, że zakupiono trzy palmy i zapłacono za nie łącznie 16 zł. Uczniowie mieli narysować w ramce zakupione palmy i podać ich ceny. Jedyną możliwość, jaką zaproponowały dzieci to 3zł, 3 zł i 10 zł. Ani uczniowie ani nauczyciel nie dostrzegli możliwości 7 zł, 7 zł, 2 zł. Nauczyciel mógł też pominąć ją z uwagi na to, że obliczenie wymagałoby przekroczenia progu dziesiątkowego, a formalnie dzieci jeszcze się tego nie uczyły. Nie wszystkie dzieci rozumiały sens zapisu działania i pojawiających się w nim liczb- wielu uczniów wpisało jakiegokolwiek liczby, o których była mowa w zadaniu. Na zakończenie zajęć nauczyciel rozdał karty pracy z zadaniem domowym (zadanie tekstowe wymagające dodawania trzech liczb w zakresie 10) i poprosił o wklejenie go do zeszytu.

Podczas zajęć wykorzystano niewiele mediów dydaktycznych. Były to tylko tradycyjnie kreda i tablica, podręcznik oraz kartoniki z działaniami. Uczniowie bardzo chętnie brali udział w pierwszej części lekcji polegającej na rozwiązaniu łamigłówki, jednak praca z podręcznikiem wywoływała ich wyraźne znużenie. Dzieci rozwiązały siedem zadań podczas lekcji, w tym dwa na poziomie reprezentacji ikonicznych i pięć na poziomie reprezentacji symbolicznych.

Zaobserwowano tylko zbiorową formę nauczania. Uczniowie wszystkie czynności wykonywali pod kierunkiem nauczyciela, byli ciągle przez niego zachęceni, upominani i naprowadzani pytaniami na właściwą odpowiedź.

Również zasób zastosowanych metod pracy był ubogi- były to tylko metody słowne. Główną część lekcji stanowiła praca z książką (podręcznikiem, który był źródłem zadań), którą poprzedziła i przerywała pogadanka.

Nie zaobserwowano stosowania rywalizacji ani indywidualizacji pracy. Pracę domową stanowiło jedno zadanie tekstowe, będące utrwaleniem materiału omawianego na lekcji. Nie zaobserwowano zachowań świadczących o pełnomocności uczniów ani stosowania pozytywnych wzmocnień ze strony nauczyciela. Pojawiło się za to bardzo wiele wzmocnień negatywnych w postaci upomnień słownych:

- za kłótnię dwóch uczniów podczas lekcji i wyrywanie sobie przedmiotów
- za wstawanie z miejsca podczas zgłaszania się
- za głośne śmianie się
- za bawienie się ołówkiem
- za próbę pomocy koleżance w rozwiązaniu zadania
- za pozostawienie plecaka i banana w przejściu między ławkami
- za bawienie się gumką do mazania
- za rysowanie piórem zamiast ołówkiem
- za narysowanie dziwnych zdaniem nauczyciela palm wielkanocnych
- za wyjście z ławki

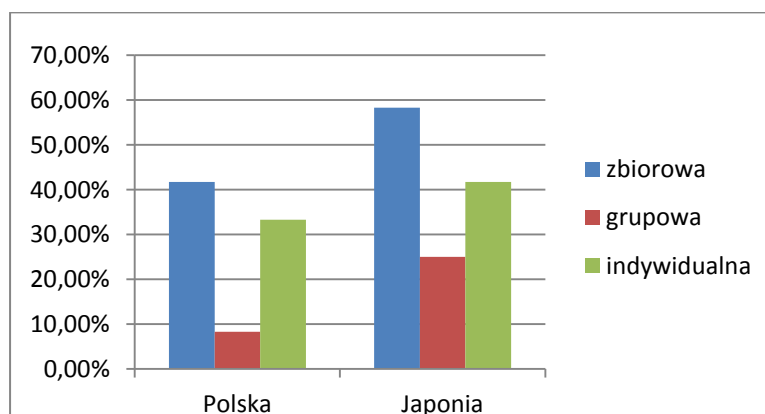
Po upomnieniu nauczyciela dzieci na krótką chwilę przerywały zachowanie, jednak bardzo szybko do niego powracały. Nauczyciel dążył do sprawowania pełnej kontroli nad całą klasą, jednak większość powodów upomnień spowodowana była cechami rozwojowymi dzieci np. potrzebą ruchu czy ich wrażliwością- chęć pomocy koleżance która sobie nie radzi z zadaniem. Zaobserwowano tylko trzy sytuacje, w których nauczyciel osobiście działał wsparcia uczniom: pożyczył klej, pomógł otworzyć podręcznik na odpowiedniej stronie

i zaproponował użycie liczydła uczniowi, który miał kłopot z wykonaniem obliczeń w pamięci. Wszystkie te interwencje były skuteczne.

Obserwowane polskie i japońskie lekcje matematyki miały postawiony wyraźny cel, a nauczyciele zakładali kształtowanie pewnych umiejętności matematycznych. Istnieje jednak kilka wyraźnych różnic, które można zaobserwować także na omówionych wcześniej przykładach. Przede wszystkim nauczyciele japońscy stosowali metodą problemową, praktycznie nieobecną w polskich szkołach. Często była ona wykorzystywana do wprowadzania nowych pojęć, podczas gdy w Polsce uczniowie najczęściej słuchali wyjaśnień nauczyciela na nowy temat. Uderzające różnice występują też w ilości rozwiązanych zadań. Polscy uczniowie rozwiązują znacznie więcej typowych zadań, podczas gdy ich japońscy rówieśnicy analizują ich zdecydowanie mniej, za to jest to analiza dogłębna i umożliwiająca uczniom zrozumienie matematycznych prawidłowości. Biorąc pod uwagę znacznie wyższe wyniki Japończyków w teście TIMSS można wnioskować, że wcale nie liczba rozwiązanych zadań, a jakość tego rozwiązywania poprzez wielostronną analizę i poszukiwanie zależności jest ważnym czynnikiem wpływającym na skuteczność nauczania.

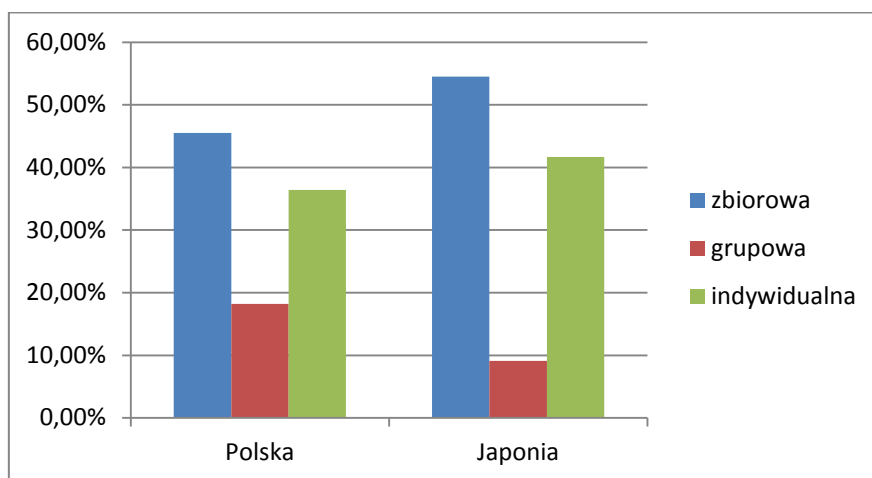
Częstość występowania poszczególnych metod i form pracy podczas obserwowanych lekcji została poddana także analizie ilościowej.

W japońskich szkołach, w przypadku klas pierwszych, zbiorową formę pracy stosowało 58,3% nauczycieli, 41% korzystało z formy indywidualnej, natomiast a pracę w grupach decydowało się 25% badanych W Polsce nauczyciele rzadziej decydowali się na wymienioną formę pracy.



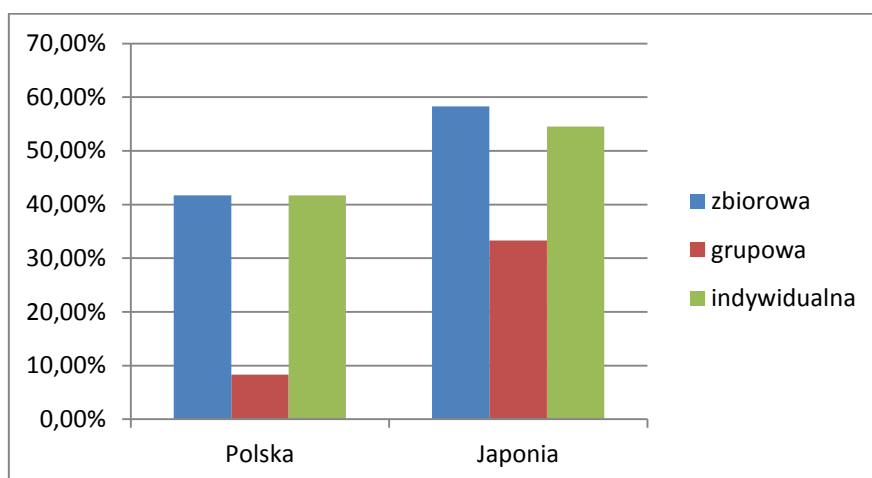
Wykres 1. Formy pracy stosowane w Polsce i w Japonii, klasa 1

W przypadku klas drugich w Japonii przeważała forma pracy zbiorowej oraz indywidualnej, natomiast w Polsce częściej stosowano pracę w grupach. Wartości procentowe wszystkich wariantów odpowiedzi przedstawiono na wykresie.



Wykres 2. Formy pracy stosowane w Polsce i w Japonii, klasa 2

W klasach trzecich w Polsce tak samo często wybierano formę zbiorową i indywidualną. W Japonii forma zbiorowa występowała częściej niż indywidualna.



Wykres 3. Formy pracy stosowane w Polsce i w Japonii, klasa 3

Formy pracy stosowane podczas lekcji matematyki w Polsce i w Japonii są podobne. Niewielkie różnice zaobserwowano w klasach pierwszych i w drugich w częstości stosowania grupowej formy pracy. Są one nieistotne i nie mają wpływu na wyniki nauczania matematyki. Co prawda forma grupowa może spełniać różne funkcje np. motywacyjne, aktywizacyjne,

wychowawcze³²⁵ szerzej opisane w rozdziale teoretycznym, to jej stosowanie nie jest konieczne, aby osiągnąć zadowalające wyniki nauczania matematyki.

Metodami słownymi najczęściej stosowanymi przez nauczycieli w szkołach polskich i japońskich, w przypadku klas pierwszych, były praca z książką oraz pogadanka. W Japonii stosowano również dyskusję, która w polskich szkołach nie występowała. Kolejną metodą pracy zdecydowanie częściej stosowaną w Japonii był pokaz. Częściej stosowano również różnego rodzaju gry dydaktyczne. W przypadku zajęć dla klas drugich metody słowne najczęściej stosowane przez nauczycieli to również pogadanka oraz praca z książką. Metodą oglądową stosowaną w Japonii, która w Polsce nie znalazła zastosowania był pomiar. W szkołach japońskich popularną metodą pracy były zajęcia praktyczne, natomiast w Polsce stosowano gry dydaktyczne, takie jak: burza mózgów i symulacje. Na lekcjach klas trzecich wśród metod słownych stosowanych w Polsce znalazła się po raz kolejny praca z książką, a także pogadanka. Rzadziej stosowano pokazy, które były bardzo popularną formą pracy w Japonii. Inną metodą stosowaną na zajęciach w polskich szkołach były zajęcia praktyczne. Z tej metody zupełnie zrezygnowano w Japonii. Polscy i japońscy nauczyciele stosują podobne metody nauczania, jednak ich częstotliwość jest różna na różnych etapach nauczania.

W zakresie zachowań pełnomocnościowych uczniów w obu krajach zaobserwowano pewną ich liczbę. W Japonii samorzutne pytania związane z tematem zajęć edukacyjnych zadało więcej dzieci, niż w Polsce. Zdecydowana większość dzieci nie zadawała pytań podczas lekcji. Żadne dziecko nie zapytało o wiedzę niezwiązaną z danym zajęciem edukacyjnym, natomiast tylko jedno dziecko zadało pytanie inspirowane na lekcjach w Polsce, a także jedno dziecko zadało takie pytanie w japońskiej szkole. W Polsce tylko jedno dziecko wyraziło sąd o zadaniu, natomiast w Japonii jedno dziecko wyraziło sąd o zadaniu czterokrotnie, a dwoje dzieci raz oceniło rozwiązywane zadanie. Dzieci mieszkające w Japonii sąd o proponowanym sposobie rozwiązania wyrażały zdecydowanie częściej.

Tylko jeden raz podczas zajęć w Polsce planowano podział pracy przewidzianej do wykonania w grupie. W Japonii uczniowie częściej planowali pracę. W polskich szkołach troje dzieci raz aktywnie uczestniczyło w zespołowej realizacji zadań edukacyjnych, natomiast jeden uczeń trzykrotnie przejawiał takie zachowanie. Podczas zajęć w japońskich szkołach większa liczba dzieci była aktywna podczas pracy w grupach. Wyniki pracy grupowej na forum klasy w szkołach japońskich prezentowano częściej niż w Polsce.

³²⁵ F. Bereźnicki, tamże, s. 349.

W Polsce żadne dziecko nie prezentowało własnego zadania. W japońskich szkołach takie zachowanie pojawiło się czterokrotnie. Polskie dzieci częściej krytycznie odnosiły się do przebiegu zajęć edukacyjnych. W Japonii tylko jedno dziecko krytycznie ustosunkowało się do przebiegu lekcji. Tylko jeden raz w Japonii uczniowie nie zgodzili się z niektórymi stwierdzeniami nauczyciela. Prawdopodobnie zaobserwowane różnice w dużej mierze wynikają z różnic kulturowych. Japończycy uważają, że publiczne krytykowanie kogoś i spieranie się z nim (szczególnie, gdy jest to osoba ciesząca się autorytetem) jest niekulturalne. Zamiast tego japońskie dzieci podczas lekcji częściej prezentują swoje zdanie, czyli wyrażają swoją opinię bez wartościowania. Jest to cenna umiejętność, ułatwiająca prowadzenie dialogu, nie tylko w sytuacjach edukacyjnych.

Nie bez znaczenia wydaje się także być rzeczywisty czas poświęcony na realizację celów lekcji (długość jednostki lekcyjnej minus czas pusty). Średni faktyczny czas pracy w Polsce wynosił 42,73 minuty przy odchyleniu standardowym 2,79, natomiast w Japonii 39,45 minut. Nie zauważono istotnych statystycznie różnic pomiędzy średnimi.

Tabela 17. Faktyczny czas pracy, porównanie średnich wyników.

kraj	średnia	SD	test t- Studenta	
			t	p
Polska	42,73	2,79	1,70	0,098
Japonia	39,45	7,04		

Czas pracy uczniów podczas lekcji był nieznacznie krótszy w Japonii, jednak nie ma to wpływu na wyniki nauczania matematyki. Ważniejszy wydaje się sposób wykorzystania tego czasu niż sama jego długość.

Podczas lekcji matematyki w obu krajach zauważono stosowanie zarówno wzmocnień pozytywnych, jak i negatywnych. W Japonii częściej stosowano wzmocnienia pozytywne, natomiast w Polsce zdecydowanie przeważały wzmocnienia negatywne. Nie zauważono jednak istotnych statystycznie różnic pomiędzy analizowanymi grupami. Wartości średnie oraz odchylenie standardowe przedstawiono w tabeli.

Tabela 18. Liczba wzmocnień pozytywnych i negatywnych podczas lekcji matematyki w obu krajach.

klasa		Kraj		Test t Studenta	
		Polska	Japonia	t	p
Liczba wzmocnień pozytywnych	Średnia	1,00	1,71	-0,55	0,595
	SD	1,41	2,63		
Liczba wzmocnień negatywnych	Średnia	8,60	1,43	2,07	0,066

Nauczyciele w Polsce i w Japonii w podobny sposób wykorzystują kary i nagrody podczas lekcji matematyki, japońscy nauczyciele nieco częściej stosowali wzmocnienia pozytywne, zaś polscy negatywnie. Różnice są nieistotne i nie mają wpływu na skuteczność nauczania matematyki.

W Polsce podczas zajęć klas pierwszych zdecydowanie częściej rozwiązywano zadania. Test chi-kwadrat wykazał istotne różnice w analizowanych grupach. Różnica w ilości zadań na poziomie enaktywnym również okazała się istotna statystycznie. W klasach drugich liczba rozwiązywanych zadań na lekcjach w Polsce znacznie przewyższała liczbę zadań rozwiązywanych w Japonii. Ilość zadań na poziomie symbolicznym także istotnym różniła się w analizowanych grupach. W przypadku klas trzecich liczba zadań rozwiązywanych na zajęciach w Polsce również była większa, choć nie zauważono istotnych statystycznie różnic pomiędzy średnimi wynikami. Test chi-kwadrat wykazał istotne statystyczne różnice w średnich wynikach liczby rozwiązywanych zadań, a także liczby zadań symbolicznych w analizowanych grupach. W polskich szkołach na lekcjach zdecydowanie częściej rozwiązywano zadania. Wartości średnie oraz wartości testu chi-kwadrat wraz z jego istotnością zamieszczono w tabeli.

Tabela 19. Liczba rozwiązywanych zadań, porównanie średnich

			kraj		Test t studenta	
			Polska	Japonia	t	p
Klasa I	Liczba	M	5,60	2,43	4,77	0,001

	rozwiązanych zadań	SD	0,89	1,27			
	Liczba zadań na poziomie enaktywnym	M	1,20	0,43	4,77	0,001	
		SD	1,64	,79			
	Liczba zadań na poziomie ikonicznym	M	2,00	1,29	0,92	0,377	
		SD	1,22	1,38			
	Liczba zadań na poziomie symbolicznym	M	2,40	0,71	2,23	0,050	
		SD	1,67	0,95			
Klasa II	Liczba rozwiązanych zadań	M	6,40	2,83	5,58	0,000	
		SD	,89	1,17			
	Liczba zadań na poziomie enaktywnym	M	0,80	0,83	-0,05	0,959	
		SD	1,30	0,75			
	Liczba zadań na poziomie ikonicznym	M	0,60	0,67	-0,13	0,900	
		SD	0,89	0,82			
	Liczba zadań na poziomie symbolicznym	M	5,00	1,33	2,70	0,024	
		SD	2,55	1,97			
	Klasa III	Liczba rozwiązanych zadań	M	7,60	4,57	1,78	0,106
			SD	3,05	2,82		
Liczba zadań na poziomie enaktywnym		M	0,00	0,00	0,87	0,405	
		SD	0,00	0,00			
Liczba zadań na poziomie ikonicznym		M	0,60	0,14	1,30	0,222	
		SD	1,34	0,38			
Liczba zadań na poziomie symbolicznym		M	7,00	4,43	2,23	0,050	
		SD	3,87	2,99			

Ogółem	Liczba rozwiązanych zadań	M	6,53	3,30	4,66	0,000
		SD	1,96	2,08		
	Liczba zadań na poziomie enaktywnym	M	0,67	0,40	0,817	0,420
		SD	1,23	0,68		
	Liczba zadań na poziomie ikonicznym	M	1,07	0,70	0,939	0,355
		SD	1,28	1,03		
	Liczba zadań na poziomie symbolicznym	M	4,80	2,20	2,60	0,014
		SD	3,28	2,65		

Liczba i rodzaj zadań rozwiązywanych podczas lekcji matematyki w Polsce i w Japonii znacznie się różnią, co ma istotny wpływ na wyniki nauczania. W Polsce rozwiązuje się podczas lekcji matematyki znacznie więcej zadań, jednak nie przekłada się to na lepsze wyniki nauczania. Można więc wysnuć wniosek, że korzystniejsze dla osiągnięć uczniów jest rozwiązanie mniejszej liczby zadań, za to poświęcając więcej czasu na ich dokładną analizę.

Ostatnie z postawionych pytań badawczych dotyczyło roli i konstrukcji podręcznika do matematyki w Polsce i w Japonii. Podręczniki pełnią bardzo ważną rolę w procesie nauczania- uczenia się matematyki. Jak pisze K. Konarzewski najczęściej podstawą nauczania są właśnie podręczniki- korzysta z nich średnio 75% uczniów, następnie zeszyty ćwiczeń- 46%, zestawy konkretnych przedmiotów pozwalające uchwycić abstrakcyjne pojęcia- 37% i aplikacje komputerowe – 9%.³²⁶ Polscy uczniowie częściej korzystają z ćwiczeń i rzadziej z komputerów (przeciwnie do uczniów japońskich), co jest zgodne z wynikami prowadzonych w obu krajach obserwacji. Skoro więc drukowane materiały edukacyjne odgrywają tak ważną rolę w nauczaniu matematyki to konieczne stało się wyodrębnienie i porównanie najistotniejszych związanych z nimi czynników pod kątem wpływu na skuteczność nauczania. Analizie zostały poddane zarówno polskie jak i japońskie podręczniki do klas I-III. Zbadano ich następujące elementy:

- treści nauczania

³²⁶ K. Konarzewski, tamże, s. 74.

- liczba zadań
- rodzaj zadań
- zróżnicowanie podręczników dostępnych w danym kraju.

Wśród japońskich książek oceniono następujące pozycje: Atarashii Sansu , który był podstawą analizy oraz Shogaku Sansu New, Shogaku Sansu , Waku Waku Sansu , Tanoshii Sansu i Minna to Manabu Shogakko , które pozwoliły na uzupełnienie spostrzeżeń. Generalnie japońskie podręczniki do matematyki pod względem merytorycznym nie różnią się zbytnio od siebie. Wprowadzane są takie same treści (występują nieznaczne różnice w ich układzie) w taki sam sposób (na takich samych przykładach), czasem autorzy proponują inne zabawy, ćwiczenia utrwalające. Głównymi czynnikami pozamerytorycznymi różniącymi książki są: szata graficzna, istnienie wiodących postaci (bohaterów występujących w podręczniku), a także dodatki (np. pomoce do wypychania zamieszczone na końcu podręcznika). Wobec tego uzasadniona była analiza jednego podręcznika i potraktowanie pozostałych w sposób pomocniczy.

Dobór polskich podręczników do badań nie był taki łatwy. Największą trudność stanowił fakt, że w Polsce w zasadzie nie istniał podręcznik do matematyki dla klas I-III w dosłownym tego słowa znaczeniu. Wszystkie używane w szkołach pozycje były jednocześnie podręcznikami i zeszytami ćwiczeń, czyli zbiorem różnorodnych zadań do wykonania przez ucznia wprost w książce wraz z niewielkimi fragmentami wyjaśniającymi pojęcia matematyczne lub sposoby postępowania w konkretnej sytuacji.

W czasie prowadzenia badań w polskich szkołach używano co najmniej dziesięciu różnych pakietów edukacyjnych, znacznie różniących się od siebie pod względem stopnia trudności (liczby zadań wykraczających poza Podstawę Programową), treści nauczania i ich układu, sposobu wprowadzania nowego materiału, liczby zadań i propozycji ćwiczeń itp. Wobec tego do analizy wybrano dwa tytuły. Pierwszy z nich to „Nasze razem w szkole” wydawnictwa WSiP, zaś drugi- „Gra w kolory” przygotowana przez wydawnictwo Juka.

Ważnym kryterium doboru podręczników do analizy z obu krajów było ich stosowanie w szkołach, w których prowadzono obserwacje.

Wybrane podręczniki poddano analizie pod kątem treści nauczania, liczby i rodzaju zadań.

Japoński podręcznik Atarashii Sansu do klasy pierwszej tak, jak wszystkie dostępne na japońskim rynku tytuły, obejmuje jeden tom. Dzieli się on na 19 rozdziałów i liczy 157 stron.

Tabela 20. Zawartość japońskiego podręcznika do klasy 1

rozdział	liczba stron	treści	liczba zadań
1	26	Przeliczanie, porównywanie liczebności zbiorów, wprowadzenie liczb 0-10 w aspekcie kardynalnym	30
2	4	Liczby 0-10 w aspekcie porządkowym	5
3	10	Liczby 0-10 w aspekcie algebraicznym	19
4	10	Wprowadzenie dodawania	19
5	12	Wprowadzenie odejmowania, porównywanie różnicowe,	20
6	12	Rozszerzenie zakresu liczbowego do 20, dodawanie i odejmowanie wewnątrz drugiej dziesiątki	25
7	2	Pomiar czasu (pełne godziny, pół godziny)	6
8	3	Przygotowanie do przedstawiania danych za pomocą wykresów i tabeli, utrwalenie wiadomości	7
9	6	Porównywanie długości bezpośrednio i za pomocą innego przedmiotu oraz jednostki nieustalonej	8
10	4	Rozwiązywanie zadań złożonych	8
11	4	Porównywanie pojemności- bezpośrednio i za pomocą kubka, utrwalenie wiadomości	7
12	7	Dodawanie w zakresie 20 z przekroczeniem	15

		progu dziesiątkowego	
13	5	Bryły – własności, obrysowywanie kształtów, utrwalenie wiadomości	7
14	9	Odejmowanie w zakresie 20 z przekroczeniem progu dziesiątkowego	16
15	1	Porównywanie powierzchni figur	1
16	17	Rozszerzenie zakresu liczbowego do 100, dodawanie i odejmowanie w zakresie 100 bez przekroczenia progu dziesiątkowego, utrwalenie wiadomości, przygotowanie do mnożenia	34
17	4	Pomiar czasu, odczytywanie godzin na zegarze, przygotowanie do mnożenia	10
18	8	Równania z niewiadomą w formie graficznej	9
19	9	Budowanie i rysowanie figur geometrycznych, piramidy, utrwalenie wiadomości	21
			267

Podręcznik Atarashii Sansu 1 zawiera łącznie 267 zadań. Treści nauczania obejmują zagadnienia związane z wprowadzeniem liczb w zakresie 10, rozszerzeniem zakresu liczbowego do 100, dodawaniem i odejmowaniem, mierzeniem długości, pojemności, czasu oraz pojęciami geometrycznymi (bryły, budowanie i własności figur płaskich). Kolejność omawianych treści jest logiczna i uporządkowana, dodatkowo tematy dotyczące arytmetyki przeplatają się z tematami geometrycznymi i dotyczącymi umiejętności praktycznych, aby uniknąć znużenia uczniów i utrzymać ich zainteresowanie. Szczegółowa zawartość tabeli zostanie dokładnie omówiona w dalszej części rozdziału, w formie porównania z analogicznym polskim podręcznikiem.

Polskie publikacje do nauki matematyki znacznie różnią się od japońskich. W skład pakietu edukacyjnego „Gra w kolory”³²⁷ dla klasy pierwszej wchodzi osobne ćwiczenia do matematyki. W klasie pierwszej są to dwie książki. Pierwsza część liczy 95 stron i jest podzielona na 12 rozdziałów, a druga na 87 stron i 8 rozdziałów, co daje 182 strony i 20 rozdziałów łącznie. Tabela prezentuje zawartość poszczególnych rozdziałów.

Tabela 21. Zawartość polskiego podręcznika „Gra w kolory” do klasy 1

rozdział	liczba stron	treści	liczba zadań
1	4	Orientacja przestrzenna	13
2	2	Następstwo pór roku, dni i nocy	5
3	3	Orientacja w przestrzeni i w czasie	6
4	4	Klasyfikacja przedmiotów, przeliczanie, porównywanie liczebności	10
5	9	Cechy wielkościowe, o ile mniej, o ile więcej, tyle samo	30
6	5	Figury geometryczne	15
7	16	Monografia liczb 1-5. Znaki: $>$, $<$, $=$. Wprowadzenie dodawania i odejmowania. Różne sposoby mierzenia.	55
8	17	Monografia liczb 6-9 oraz liczby 0. Porównywanie ciężaru przedmiotów. Przemienność dodawania. Dni tygodnia. Dodawanie, odejmowanie i porównywanie liczb. Gra planszowa.	51
9	6	Monografia liczby 10. Dodawanie, odejmowanie, porównywanie liczb	18

³²⁷ B. Sokołowska, Gra w kolory. Matematyka. Część 1 i 2. Wydawnictwo Juka. Warszawa, brak informacji o roku wydania.

		w zakresie 10. Rozkład liczby na składniki. Zabawy i łamigłówki matematyczne.	
10	10	Sieć kwadratowa. Kalendarz. Następstwo pór roku. Miesiące. Dni tygodnia. Liczby w aspekcie porządkowym. Konstruowanie gier planszowych.	20
11	7	Symetria. Porównywanie ciężaru. Porównywanie liczebności zbiorów. Porównywanie różnicowe. Porównywanie cech przeciwstawnych.	24
12	9	Dodawanie i odejmowanie w zakresie 10. Zadania tekstowe. Liczebniki porządkowe. Parzystość, nieparzystość. Przewidywanie następstw zachowań. Łamigłówki i gry matematyczne.	17
13	17	Porządkowanie, przeliczanie, dodawanie i odejmowanie liczb w zakresie 10. Stosunki przestrzenne, cechy wielkościowe. Liczebniki porządkowe.	41
14	12	Liczby 11 – 16. Dni tygodnia. Porównywanie różnicowe. Mierzenie. Zadania nietypowe.	32
15	10	Liczby od 17 do 20. Obliczenia pieniężne. Parzystość i nieparzystość. Dodawanie i odejmowanie liczb w zakresie 20 (bez przekraczania progu dziesiątkowego).	23
16	13	Figury geometryczne. Obliczenia zegarowe i pieniężne. Dodawanie i odejmowanie liczb w zakresie 20. Zero w dodawaniu i odejmowaniu. Powiększanie	31

		i pomniejszanie figur.	
17	11	Obliczenia zegarowe. Zagadki liczbowe. Liczebniki w zakresie 20. Kilogram. Zadania tekstowe.	20
18	17	Dyktando graficzne. Umiejętności praktyczne (ważenie, płacenie, obliczenia zegarowe). Zadania tekstowe.	35
19	6	Powtórzenie. Łamigłówki i gry matematyczne.	15
			Razem: 460

W polskim podręczniku liczba rozdziałów i stron jest podobna do podręcznika japońskiego (polska książka zawiera mniej rozdziałów, ale liczy więcej stron), jednak zakres i układ treści nauczania jest zupełnie inny. Przede wszystkim rzuca się w oczy większa liczba zadań. „Gra w kolory” liczy 460 propozycji, podczas gdy Atarashii Sansu tylko 267, czyli prawie dwukrotnie więcej. Wynika z tego prosty wniosek dotyczący ilości czasu przeznaczonego na rozwiązanie jednego zadania. Zakładając zrealizowanie przez nauczyciela wszystkich ćwiczeń proponowanych przez podręcznik polski nauczyciel ma niemal o połowę mniej czasu na rozwiązanie z uczniami jednego zadania niż pedagog w Japonii. Siłą rzeczy zadania rozwiązywane w krótszym czasie są analizowane bardziej pobieżnie, a to szczegółowa analiza umożliwi głębsze rozumienie pojęć matematycznych.

Także układ treści nauczania bardzo różni się w obu podręcznikach. W „Atarashii Sansu” materiał jest uporządkowany, jeden rozdział jest poświęcony jednemu tematowi. Natomiast autorzy „Gry w kolory” w większości rozdziałów zamieścili zadania wymagające bardzo różnych umiejętności jak np. w rozdziale szesnastym, który obejmuje następujące zagadnienia: figury geometryczne, obliczenia zegarowe i pieniężne, dodawanie i odejmowanie liczb w zakresie 20, zero w dodawaniu i odejmowaniu, powiększanie i pomniejszanie figur. Taki układ treści stwarza niebezpieczeństwo powierzchownego ich potraktowania. Uczniowie nie mają czasu na zatrzymanie się nad jakimś zagadnieniem, rozważeniem go w różnych sytuacjach, tworzeniem powiązań, ponieważ po rozwiązaniu

zadania muszą porzucić temat, aby poradzić sobie z kolejnym, zupełnie niezwiązanym z poprzednim. Zadania z „Gry w kolory” są często pozornie zintegrowane ze sobą za pomocą tematu dziennego np. w temacie „Cuda z papieru” uczniowie rozwiązują zadanie tekstowe dotyczące kwiatów z papieru (wymagające porównywania różnicowego), liczą narysowane drzewa oraz obliczają na podstawie rysunku słojuw ściętego drzewa, ile miało lat. Taka integracja treści jest niestety pozorna i nie prowadzi do pogłębienia rozumienia pojęć matematycznych.

Zakres treści nauczania „Gry w kolory” obejmuje następujące bloki tematyczne: orientacja przestrzenna, klasyfikacja, wprowadzenie liczb do 20, dodawanie i odejmowanie w zakresie 20 (bez przekroczenia progu dziesiątkowego), kalendarz, ważenie, mierzenie długości, obliczenia pieniężne, zegar, symetria i figury geometryczne. Częściowo treści nauczania pokrywają się w polskim i japońskim podręczniku (wprowadzenie liczb dodawanie i odejmowanie, mierzenie, ważenie, figury geometryczne), jednak istnieją znaczące różnice. Pierwsza z nich dotyczy zakresu liczbowego, którym operują dzieci. Japońscy uczniowie klasy pierwszej wykonują proste działania w zakresie 100, zaś ich polscy rówieśnicy jedynie w zakresie 20. Umiejętność klasyfikowania jest w obu podręcznikach potraktowana w różny sposób. W polskich wydawnictwach ćwiczenia klasyfikacji stanowią odrębne tematy i cel sam w sobie, podczas gdy Japończycy skupiają się na wykorzystaniu tej umiejętności do budowania kolejnych związanych np. z pojęciem liczby naturalnej. Wydaje się, że jest to podejście sensowne, gdyż skupianie się na działaniach na zbiorach jest dla dziecka sześciolatniego często bezsensowne i zbyt abstrakcyjne zwłaszcza w obliczu braku rozwiniętego rozumienia stałości ilości nieciągłych. Polski podręcznik tematy geometryczne ogranicza do zjawiska symetrii, powiększania i pomniejszania figur oraz rozpoznawania i nazywania podstawowych figur płaskich (koło, kwadrat, prostokąt, trójkąt), w japońskim uczniowie rozpoczynają od doświadczeń związanych z bryłami, a dopiero na tej podstawie poznają figury płaskie. W Polsce tradycyjnie geometrię przestrzenną przesuwa się do klas starszych, co może wydawać się niezrozumiałe biorąc pod uwagę fakt, że zdecydowanie bliższe doświadczeniu dziecka są bryły. Podręcznik japoński nie zawiera za to niektórych tematów związanych z umiejętnościami praktycznymi tj. obliczenia pieniężne czy kalendarz. Generalnie polska książka większy nacisk kładzie na zdobywanie umiejętności przydatnych w życiu codziennym, podczas gdy japońska skupia się na uczeniu czerpania przyjemności z nauki matematyki oraz jej społecznym kontekście. Różnice w podejściu mają wpływ na całokształt nauczania przedmiotu.

Z uwagi na wielkie zróżnicowanie treści w poszczególnych działach bardzo trudno poddać je analizie. Nie są one skonstruowane, jak w przypadku podręczników japońskich w oparciu o jeden temat. W polskim podręczniku treści są ze sobą wymieszane. Można jednak zauważyć pewne trendy. Naukę w klasie pierwszej uczniowie rozpoczynają od ćwiczeń związanych z cechami wielkościowymi przedmiotów, orientacją przestrzenną i klasyfikacją. Ma to stanowić przygotowanie dzieci do rozumienia pojęcia liczb naturalnych. W japońskich podręcznikach nie ma takich tematów- rozpoczynają się one od porównywania liczebności zbiorów. W badanym polskim podręczniku dużo miejsca zajmują monografie liczby (choć przemieszane z innymi tematami). Każda liczba w zakresie 10 jest omawiana oddzielnie, we wszystkich jej najważniejszych aspektach. Liczby drugiej dziesiątki są omawiane parami. W podręczniku japońskim stosuje się odmienną strategię: najpierw w aspekcie kardynalnym i symbolicznym zostają wprowadzone wspólnie liczby od 1 do 5 i od 6 do 10, a następnie wszystkie są omawiane w innych aspektach: porządkowym, algebraicznym, miarowym. Rozumienie danego aspektu określonej liczby kształtuje się jednak w oparciu o ten aspekt innych liczb, więc omawianie kolejnych w izolacji nie wydaje się być uzasadnione.³²⁸

W obu podręcznikach wprowadzono dodawanie i odejmowanie, jednak nacisk położono na inne rzeczy. Polski podręcznik proponuje bardzo wiele zadań ćwiczących sprawność rachunkową. Nie ma w ogóle ćwiczeń pogłębiających sens wykonywanych działań (poza elementarnym rozumienie, że gdy dodajemy to liczba się zwiększa, a przy odejmowaniu zmniejsza). W japońskim podręczniku zaproponowano wiele ćwiczeń mających prowadzić do odkrycia własności działań i wykorzystania tej wiedzy w obliczeniach.

Polski podręcznik omawia więcej tematów niż japoński, ale czyni to w sposób bardzo powierzchowny. Zresztą biorąc pod uwagę ilość proponowanych zadań można wysnuć wniosek, że jeśli mają zostać rozwiązane wszystkie, to nie da się ich długo rozważać. Japoński podręcznik dla pierwszoklasistów „Atarashii Sansu” zawiera 267 zadań, podczas gdy polska „Gra w kolory” aż 460, czyli prawie dwa razy tyle! W związku z tym można wysnuć wniosek, że przy założeniu, iż uczniowie rozwiązują tylko zadania z podręcznika (co często ma miejsce w polskich szkołach) to na jedno zadanie poświęca się w Polsce o połowę mniej czasu niż w Japonii. Zakładając realizację 159 lekcji matematyki w czasie roku

³²⁸ Z. Semadeni, Matematyka w edukacji początkowej- podejście konstruktywistyczne [w:] Z. Semadeni i in., Matematyczna edukacja wczesnoszkolna. Teoria i praktyka, Kielce 2015, s. 61.

szkolnego (jak założyli autorzy podręcznika), w Polsce na jednej lekcji rozwiązuje się średnio 3 zadania, a w Japonii średnio 1,5 zadania.

Analizie poddano także podręcznik do klasy pierwszej „Nasze Razem w szkole”³²⁹ przygotowany przez wydawnictwo WSiP. Jego autorzy nie zdecydowali się na wyodrębnienie treści matematycznych w osobnej pozycji. Podręczniki składają się z 10 części zawierających treści nauczania wszystkich edukacji. Treści matematyczne znajdują się zarówno w 10 częściach publikacji nazywanych podręcznikiem z ćwiczeniami, jak również w 10 częściach tzw. zeszytów ćwiczeń. Łącznie w dziesięciu częściach podręcznika zamieszczono 724 zadania, co oznacza średnio 4,5 zadania podczas lekcji. Biorąc pod uwagę możliwości pierwszoklasistów, jest to bardzo dużo. Jeśli nauczyciel chce zrealizować wszystkie ćwiczenia to na jedno przeznacz średnio podczas zajęć 10 minut. W takiej sytuacji nie ma mowy o dokładnej analizie wykonywanych czynności. Warto zwrócić uwagę, że polska podstawa programowa zawiera wymaganie, aby uczniowie klas I-III tylko $\frac{1}{4}$ czasu poświęconego na zajęcia matematyczne pracowali z książką, co daje niewiele ponad 11 minut na każdej lekcji. Chcąc w tym czasie zrealizować zadania proponowane przez podręcznik na jedno z nich przypada średnio 2,5 minuty! Oczywiście jest zatem, zwłaszcza biorąc pod uwagę poziom sprawności manualnej dzieci 6- i 7-letnich, jest to zadanie niewykonalne. Choć wydawcy podręczników nie przyznają tego wprost to podręczniki są tak zaprojektowane, aby za ich pomocą można było zorganizować całość lekcji. Można postawić pytanie, czy w takim razie nauczyciel nie zadaje po prostu części ćwiczeń jako pracy domowej. Zwykle tak się nie dzieje, gdyż podane liczby dotyczą tylko podręcznika z ćwiczeniami. Osobna publikacja nazywana zeszytem ćwiczeń zawiera zadania nie uwzględnione w omawianej tabeli i najczęściej służy nauczycielom jako tzw. domowniczek, czyli źródło zadań domowych.

Treści matematyczne nie są pogrupowane w osobne działy, jednak ich zakres odpowiada punktom:

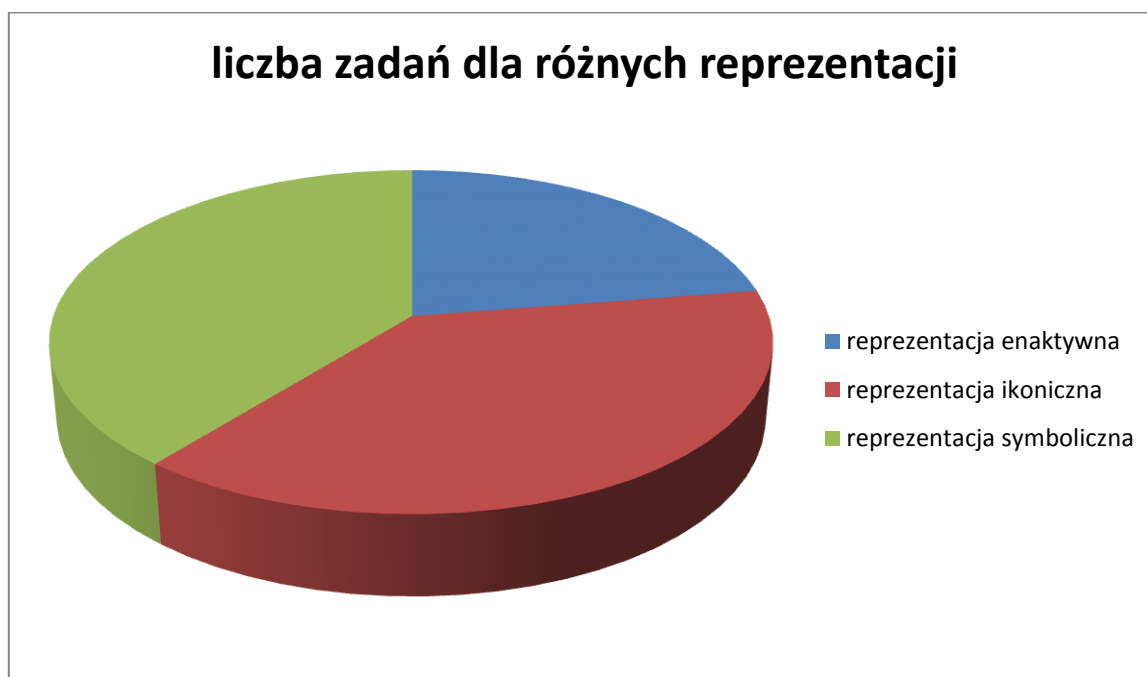
1. Stosunki przestrzenne
2. Figury geometryczne
3. Cechy wielkościowe
4. Klasyfikacja
5. Porównywanie liczebności zbiorów

³²⁹ J. Brzózka, K. Harmak, K. Izbińska, A. Jasiocha, W. Went, Nasze Razem w szkole. Podręcznik z ćwiczeniami. Klasa 1. Części 1-10 oraz Zeszyt ćwiczeń części 1-10. WSiP. Warszawa 2012.

6. Monografie liczb 1- 20
7. Porównanie liczebności z użyciem znaków $>$, $<$, $=$
8. Wprowadzenie dodawania i odejmowania
9. Dni tygodnia
10. Równania z niewiadomą w postaci okienka
11. Zegar. Obliczenia zegarowe
12. Kalendarz
13. Parzystość i nieparzystość
14. Mierzenie pojemności- litr
15. Wprowadzenie osi liczbowej
16. Wazenie- kilogram
17. Liczenie pieniędzy
18. Mierzenie długości
19. Odcinek
20. Przemienność dodawania
21. Ćwiczenia rachunkowe

W opisywanym podręczniku ćwiczenia zaproponowane w jednej jednostce lekcyjnej mają najczęściej ten sam cel, choć często zdarzają się pojedyncze zadania nie związane z tematem. W porównaniu do „Gry w kolory” treści nauczania są bardziej uporządkowane, jednak nie aż tak jak w przypadku japońskich podręczników. Uwagę zwraca zwłaszcza dodatek każdej części podręcznika zatytułowany „Matematyka w działaniu”. Zawiera on opisy ćwiczeń wyjaśniających najważniejsze wprowadzane zagadnienia, w zamyśle za pomocą aktywnego działania na rzeczywistych przedmiotach (co nie ma jednak miejsca w ostatnich częściach książki. Objęto nim następujące zagadnienia: rytmy, klasyfikacja, stałość liczby, dodawanie, dodawanie na liczydełku, rozkład liczby na składniki, kombinatoryka, myślenie przez analogię, porównywanie różnicowe, równoliczność, myślenie przyczynowo- skutkowe, działania okienkowe, wizualizacja liczb, odejmowanie, dopełnianie do danej liczby w zakresie 20 oraz intuicje geometryczne. Autorami tego działu są Michał Lisicki i Małgorzata Skura. Jest to część książki, która wspiera rozumienie wprowadzanych pojęć. Pozostałe zadania skupiają się raczej na ćwiczeniu sprawności rachunkowej i umiejętności praktycznych.

Analizowane podręczniki różnią się między sobą nie tylko pod kątem ilości zadań, ale także poziomu ich prezentacji. W każdej książce znajdują się zadania wymagają zarówno działania na poziomie reprezentacji enaktywnych, jak również ikonicznych i symbolicznych.

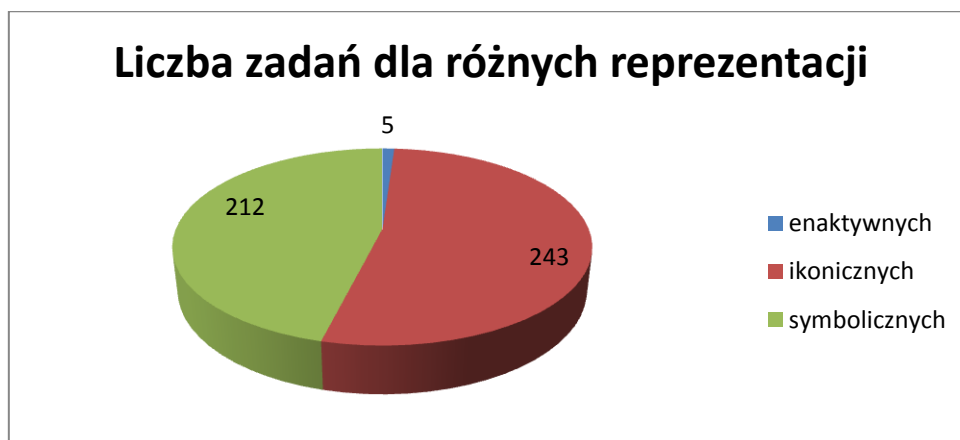


Wykres 4. Liczba zadań na różnych poziomach reprezentacji w japońskim podręczniku do klasy 1

Liczba reprezentacji każdego rodzaju w japońskim podręczniku jest zależna od tematu. Więcej reprezentacji enaktywnych jest sugerowanych w rozdziałach poświęconych tzw. umiejętnościom praktycznym: mierzeniu i pojemności. Stosunkowo dużo zadań sugerujących praktyczne działanie na konkretach zawierają początkowe rozdziały podręcznika, co prawdopodobnie ma pomóc uczniom w rozwijaniu rozumowania operacyjnego na poziomie konkretnym, a także przy wprowadzaniu nowych pojęć (liczby, dodawanie, odejmowanie). Pod tym względem podręcznik jest skonstruowany zgodnie z dydaktyczną zasadą stopniowania trudności oraz przechodzenia od konkretnego do abstrakcji.

Liczba zadań dla poszczególnych reprezentacji znacznie różni się między polskimi i japońskimi podręcznikami.

Wykres 5. Liczba zadań na poziomie poszczególnych reprezentacji w polskim podręczniku do klasy 1 „Gra w kolory”.



Pomimo zaleceń podstawy programowej tylko znikoma ilość zadań w polskim podręczniku zaleca działanie na poziomie reprezentacji enaktywnych. Oczywiście należy wziąć pod uwagę, że nauczyciel proponuje dzieciom także inną aktywność poza pracą w podręczniku, jednak z doświadczenia zawodowego wynika, iż bardzo często tak się nie dzieje. Podręcznik polski zawiera prawie wyłącznie zadania na poziomie reprezentacji ikonicznych i symbolicznych, rozłożone mniej więcej po równo. Inaczej sprawa wygląda w przypadku japońskiego „Atarashii Sansu”. Zadania na poziomie reprezentacji enaktywnych stanowią 22% zadań, reprezentacje ikoniczne- 37%, a symboliczne- 41%. Wynika z tego, że japoński podręcznik znacznie częściej stymuluje uczniów do realnego działania i badania zjawisk niż polski. Zawiera on także procentowo mniejszą ilość reprezentacji ikonicznych, jednak wiele zadań zachęca uczniów do tworzenia własnych (przedstawianie faktów matematycznych za pomocą rysunków), czego nie znaleziono w podręczniku polskim.

Wykres 7. Liczba zadań na poziomie poszczególnych reprezentacji w polskim podręczniku „Nasze razem w szkole”.



Dzięki działowi „Matematyka w działaniu” podręcznik zawiera nieco więcej propozycji praktycznego działania niż „Gra w kolory” jednak nadal jest to dużo mniej niż w przypadku podręcznika japońskiego. W obu polskich książkach procentowa ilość reprezentacji ikonicznych i symbolicznych jest podobna. W podręczniku wydawnictwa WSiP widać jednak pewną tendencję: w dalszych częściach zdecydowanie zwiększa się ilość zadań na poziomie symbolicznym, co jest strategią zgodną z wiedzą na temat rozwoju dziecka. Szkoda tylko, że zapominano, że nawet uczeń kończący pierwszą klasę jest wciąż dzieckiem, dla którego symbole matematyczne nie muszą być jeszcze naturalnym językiem wypowiedzi.

Reasumując, japońskie podręczniki do klasy pierwszej zawierają zdecydowanie bardziej uporządkowane treści od podręczników polskich. W Japonii proponuje się co najmniej o połowę mniej zadań do rozwiązania, co oznacza więcej czasu na dokładną analizę każdego z nich. Polskie podręczniki zadowolają się powierzchownym wprowadzeniem pojęć matematycznych, nie uczą szukania związków pomiędzy nimi, badania własności i wykorzystywania ich. Za to japońskie książki zawierają mniej treści, które mogą być użyteczne w życiu codziennym tj. kalendarz, obliczenia pieniężne czy ważenie.

Podręczniki do klasy drugiej

Analizie poddano japoński podręcznik do matematyki do klasy drugiej „Atarashii Sansu”, a także polskie publikacje zawierające treści z edukacji matematycznej pochodzące z pakietów edukacyjnych „Nasze razem w szkole” oraz „Gra w kolory” do klasy drugiej. Kryteria oceny były takie same jak dla publikacji do klasy pierwszej.

Podręcznik do klasy drugiej „Attarashi Sansu 2” składa się z dwóch części. Zawarte w nim treści nauczania stanowią kontynuację tematów omówionych w klasie pierwszej.

Tabela 22. Zawartość japońskiego podręcznika do klasy 2, część 1.

rozdział	liczba stron	treści
1	4	Przedstawianie danych w tabeli i na wykresie, powtórzenie wiadomości
2	4	Upływ czasu, system 24- godzinny, przeliczanie godzin na minuty i odwrotnie

3	13	Dodawanie w zakresie 100 , przemienności dodawania, algorytm dodawania pisemnego
4	13	Odejmowanie w zakresie 100, sprawdzenie wyniku odejmowania za pomocą dodawania, algorytm odejmowania pisemnego
5	14	Mierzenie długości, wprowadzenie centymetra i milimetra, użycie linijki japońskiej, wyrażenia dwumianowane, dodawanie długości, utrwalenie wiadomości
6	16	Rozszerzenie zakresu liczbowego do 1000, dodawanie i odejmowanie pełnych dziesiątek i setek
7	9	Pojemność, wprowadzenie jednostek: dl, l i ml, zamiana jednostek, dodawanie i odejmowanie pojemności, wyrażenia dwumianowane
8	5	Zadania złożone wymagające dodawania i odejmowania w zakresie 100
9	14	Dodawanie i odejmowanie w zakresie 1000, algorytm dodawania i odejmowania pisemnego
10	12	Tangram, wielokąty, kąt prosty
11	3	Wprowadzenie ułamków zwykłych, podział całości na równe części

Druga część podręcznika jest kontynuacją pierwszej, zachowana została nawet ciągła numeracja rozdziałów. Prawdopodobnie podział ten został dokonany ze względów technicznych np. ciężaru noszonych książek.

Tabela 23. Zawartość japońskiego podręcznika do klasy 2, część 2.

12	26	Wprowadzenie mnożenia (wielokrotne dodawanie, szeregowo-kolumnowo, własności tabliczki mnożenia)
13	19	Mnożenie w zakresie 100, tabliczka mnożenia, utrwalenie wiadomości

14	12	Rozszerzenie zakresu liczbowego do 10000
15	8	Mierzenie długości, wprowadzenie jednostki 1 m, zamiana jednostek, utrwalenia wiadomości
16	6	Rozwiązywanie równań z niewiadomą w postaci okienka
17	8	Bryły- prostopadłościanny i ich siatki, piramidy,
	7	Utrwalenie wiadomości

Japońscy uczniowie w klasie drugiej posługują się liczbami w zakresie 10000, wykonują algorytm dodawania i odejmowania pisemnego, mnożą w zakresie 100, mierzą długość, czas, pojemność (z przeliczaniem jednostek), poznają ułamki oraz badają bryły. Polski podręcznik do klasy drugiej nie zawiera w większości tych tematów, choć wydawnictwo Juka proponuje uczniom cztery części ćwiczeń matematycznych. Polscy uczniowie generalnie wykonują obliczenia w zakresie 100 bez algorytmów działań pisemnych, dopiero w ostatnim rozdziale rozszerzono numerację do 1000.

Tabela 24. Zawartość polskiego podręcznika „Gra w kolory” do klasy 2

rozdział	liczba stron	treści	liczba zadań
1	22	Doskonalenie spostrzegawczości i logicznego myślenia. Orientacja w przestrzeni. Cyfry od 0 do 9. Porównywanie liczb w zakresie 10. Liczby od 11 do 20 – porządkowanie liczb. Cechy wielkościowe. Liczby porządkowe. Odczytywanie i zapisywanie danych w tabeli. Klasyfikacja przedmiotów. Orientacja na kartce. Figury geometryczne. Mierzenie i kreślenie odcinków. Wielokąty.	54
2	9	Dodawanie i odejmowanie w zakresie 10. Oś liczbowa. Obliczenia pieniężne. Dodawanie	15

		i odejmowanie jako działania odwrotne.	
3	15	Dodawanie i odejmowanie kilku liczb. Rozkład liczb na składniki. Przemienność dodawanie. Ważenie- kilogram. Niewiadoma w postaci okienka. Zero w dodawaniu i odejmowaniu. Porównywanie różnicowe.	50
4	8	Liczby od 0 do 20. Analogie w dodawaniu. Obliczenia zegarowe. Obliczenia pieniężne. Zadania z niewiadomą. Pisownia liczebników.	25
5	10	Parzystość i nieparzystość. Dodawanie wielu składników. Przemienność dodawania. Odejmowanie typu 15-5-4.	31
6	11	Dodawanie z przekroczeniem progu dziesiętkowego. Odejmowanie jako działanie odwrotne do dodawania. Odejmowanie z przekroczeniem progu dziesiętkowego.	25
7	18	Obliczenia w zakresie 20. Rozkład liczb na składniki. Obliczenia pieniężne. odejmowanie jako działanie odwrotne do dodawania. Porównywanie różnicowe. Długość i szerokość prostokąta. Dodawanie i odejmowanie wielu liczb. Porównywanie liczb. Porządkowanie przedmiotów według ich ceny. Porównywanie różnicowe. Parzystość i nieparzystość. Orientacja na płaszczyźnie. Dаты i dni tygodnia. Obliczenia kalendarzowe i zegarowe.	43
8	29	Termometr. Dodawanie i odejmowanie w zakresie 20. Obliczenia zegarowe.	68

		Odejmowanie liczb dwucyfrowych. Mierzenie i kreślenie odcinków i łamanych.	
9	6	Dziesiątki i jedności w liczbie dwucyfrowej. Pisownia liczebników. Liczenie do 30. Porównywanie liczb. Dodawanie i odejmowanie w zakresie 30. Obliczenia pieniężne i zegarowe. Zegar. Liczby rzymskie. Kalendarz.	44
10	7	Obliczenia pieniężne. Porównywanie różnicowe. Pisanie dat. Dodawanie i odejmowanie w zakresie 30.	18
11	31	Miesiące. Rozszerzenie zakresu do 100. Dodawanie i odejmowanie pełnych dziesiątek. Banknoty: 10 zł, 20 zł i 50 zł. Dodawanie i odejmowanie w zakresie 100. Mierzenie długości- metr. Obliczenia pieniężne.	71
12	25	Przygotowanie do mnożenia. Mnożenie jako dodawanie tych samych składników. Wprowadzenie mnożenia w zakresie 30. Obliczenia pieniężne.	64
13	10	Przemienność mnożenia. Temperatura.	25
14	12	Przygotowanie do dzielenia. Termometr. Dzielenie po tyle samo. Dzielenie na części. Litr. Dzielenie w zakresie 30.	28
15	11	Dzielenia jako działanie odwrotne do mnożenia. Mnożenie i dzielenia w zakresie 30. Obliczenia pieniężne.	24
16	23	Mnożenie i dzielenie w zakresie 30.	54

		Obliczenia pieniężne. Temperatura. Obliczanie długości i kreślenie łamanej. Obliczenia zegarowe. Porządkowanie dat. Obliczenia pieniężne.	
17	9	Zadania logiczne. Tangram. Łamigłówki. Utrwalenie wiadomości.	19
18	20	Prawidłowości systemu dziesiętkowego. Pojęcie cyfry. Mierzenie i kreślenie odcinków. Pełne dziesiątki w obliczeniach w zakresie 100. Porządkowanie dat. Obliczenia w zakresie 100. Porównywanie różnicowe. Obliczenia pieniężne.	40
19	8	Obliczenia w zakresie 100. Litr. Porównywanie różnicowe. Waga. Obliczenia zegarowe.	18
20	14	Obliczenia zegarowe. Minuty. Obliczenia pieniężne. Podział na równe części, połowa. Dodawanie i odejmowanie w zakresie 30. Ważenie- dekagram, kilogram. Euro.	40
21	8	Obliczenia w zakresie 100. Mierzenie długości odcinków. Obliczenia pieniężne.	23
22	8	Obliczenia w zakresie 100.	28
23	8	Porządkowanie dat. Obliczenia kalendarzowe i zegarowe. Liczenie w zakresie 100. Mnożenie i dzielenie w zakresie 30. Mierzenie i kreślenie odcinków.	17

24	8	Figury geometryczne. Mierzenie długości boków figury. Obliczanie za pomocą mnożenia liczby kwadratów jednostkowych w prostokątach. Symetria. Powiększanie i pomniejszanie figur. Linie proste, krzywe i łamane. Liczby parzyste i nieparzyste. Liczenie w zakresie 100.	19
25	22	Rozszerzenie zakresu liczbowego do 1000. Dodawanie i odejmowanie pełnych setek. Jedności, dziesiątki i setki. Obliczenia pieniężne i zegarowe. Temperatura. Waga. Kalendarz. Łamigłówki.	59
			Razem - 902

Również w polskim podręczniku do klasy drugiej nie ma jasnego podziału na rozdziały. W każdym z nich znajduje się pomieszany ze sobą materiał, choć wyraźniej niż w klasie pierwszej ukierunkowany na wiodące treści. Autorzy polskiego podręcznika podjęli starania, aby w niewielu przypadkach pogłębić rozumienie własności pojęć. Zaproponowano m. in. ćwiczenia pokazujące dodawania i odejmowanie jako działania odwrotne, wykorzystanie przemienności dodawania i mnożenia a także wykorzystanie analogii z dodawania liczb jednocyfrowych w dodawaniu dwucyfrowych. W porównaniu z propozycją japońską jest tego niewiele, jednak to krok w dobrą stronę. Niestety te treści nie mają być odkrywane przez uczniów, a tylko przyjęte i zrozumiane na podstawie pokazanych przykładów. Takie podejście to największa różnica pomiędzy polskimi i japońskimi książkami szkolnymi. Ogromna różnica występuje także w liczbie zadań proponowanych do rozwiązania. W Atarashii Sansu zaproponowano 395 zadań do rozwiązania, zaś w Naszym Razem w szkole aż 902! Siłą rzeczy za taką liczbą zadań nie idzie w parze jakość. Przyjmując realizację 159 lekcji matematyki (za autorami podręcznika) na jednej lekcji należy rozwiązać średnio ok. 5,7 zadania, co daje średnio niecałe 8 minut na jedno. Nie może być wtedy mowy o wykorzystaniu wszystkich jego możliwości. Dla porównania zgodnie z japońskim

podręcznikiem w klasie drugiej na lekcję przypada o ponad połowę mniej zadań- tylko ok. 2,5, co daje średnio 18 minut na omówienie jednego z nich. Zaletą podręcznika „Gra w kolory” jest znaczne rozszerzenie ubogiej podstawy programowej. Autorzy proponują omówienie kolejności wykonywania działań, połowy i ćwierci, wyrażenia dwumianowane, prostopadłość i równoległość.

Nie znajdziemy ich za to w podręczniku do klasy drugiej wydawnictwa WSiP „Nasze Razem w szkole”. Realizuje on ściśle podstawę programową. Zakres treści omawianych w klasie drugiej obejmuje:

1. Stosunki przestrzenne
2. Porównywanie liczb i liczebności zbiorów
3. Dodawanie i odejmowanie w zakresie 10
4. Liczby dwucyfrowe (dziesiątki i jedności)
5. Dodawanie i odejmowanie w zakresie 20
6. Nazwy liczb w dodawaniu i odejmowaniu
7. Działania wzajemnie odwrotne
8. Ważenie- kilogram
9. Przemienność dodawania
10. Dodawanie i odejmowanie z przekroczeniem progu dziesiątkowego
11. Liczby parzyste i nieparzyste
12. Porównywanie różnicowe
13. Mierzenie pojemności- litr
14. Mnożenie
15. Przemienność mnożenia
16. Dzielenie w zakresie 20
17. Rozszerzenie zakresu liczbowego do 100
18. Dodawanie i odejmowanie pełnych dziesiątek
19. Obliczenia w zakresie 100
20. Krzywe i łamane
21. Odcinki i ich mierzenie
22. Znaki rzymskie
23. Kalendarz
24. Działania z niewiadomą
25. Zegar

26. Termometr

27. Figury geometryczne

28. Mierzenie długości- metr

Łącznie w 10 częściach „ Naszego razem w szkole” (pomijając zeszyty ćwiczeń) zamieszczono 883 zadania, co daje średnio 5,5 zadania na lekcję i około 8 minut na rozwiązanie jednego. Jest to ilość bardzo podobna do omówionego już innego podręcznika do klasy drugiej. W „Naszym razem w szkole” materiał jest bardziej uporządkowany, jednak zawiera tylko treści wymagane podstawą programową. Oznacza to o wiele więcej zadań ćwiczących proste treści. Można zaryzykować twierdzenie, że takie przetrenowanie nie powoduje lepszego rozumienia, a raczej wytrenowanie uczniów w stosowaniu pewnych procedur postępowania. Niestety jest to zgodne z literą polskiej podstawy programowej, która kładzie nacisk na użyteczność (w przeciwieństwie do japońskiej, która akcentuje aktywność matematyczną samą w sobie). Na uwagę zasługuje jednak dział „Matematyka w działaniu”, który odbiega charakterem od pozostałej części podręcznika (posiada też innych autorów) i porusza następujące treści: kombinatoryka, przemienność mnożenia, lustrzane odbicie, dodawanie i odejmowanie z przekroczeniem progu, koło, porównywanie różnicowe liczb dwucyfrowych, działania okienkowe w mnożeniu, tabliczka mnożenia, orientacja w przestrzeni, szacowanie, dzielenie przez podział i mieszczanie, geometria oraz dziesiętkowy system pozycyjny.

Podręczniki do klasy trzeciej

Kontynuacją omówionych podręczników do klasy pierwszej i drugiej są książki do klasy trzeciej. Także tutaj przeanalizowano japoński podręcznik „Atarashii Sansu” oraz polskie „Grę w kolory” i „Razem w szkole”.

Japoński, bardzo popularny podręcznik do matematyki do klasy trzeciej „Atarashii Sansu” składa się z dwóch części, które są spójną całością. W pierwszej części znajdziemy dziesięć rozdziałów, odpowiedzi do zadań oraz materiały dodatkowe. Część druga to dziewięć rozdziałów oraz odpowiedzi i materiały dodatkowe.

Tabela prezentuje zawartość pierwszej części podręcznika.

Tabela 25. Zawartość japońskiego podręcznika do klasy 3, część 1

rozdział	liczba stron	treści
1	16	Mnożenie, przemienność, rozdzielność dodawania względem mnożenia, mnożenie liczb dwucyfrowych przez jednocyfrowe,
2	4	Obliczanie ile czasu upływa
3	14	Wprowadzenie dzielenia, dzielenie jako odwrotność mnożenia,
4	12	Koło, kula, średnica, promień, utrwalenie wiadomości
5	10	Dodawanie i odejmowanie w zakresie 1000, algorytmy pisemnego dodawania i odejmowania
6	4	Strategie obliczeń
7	12	Dzielenie z resztą, utrwalenie wiadomości
8	12	Rozszerzenie zakresu liczbowego do miliona, tangram, utrwalenie wiadomości
9	18	Mnożenie liczb dwu- i trzycyfrowych przez jednocyfrowe, wprowadzenie algorytmu mnożenia pisemnego
10	7	Dzielenie liczb dwucyfrowych przez jednocyfrowe, utrwalenie wiadomości

W drugiej części podręcznika zachowano ciągłą numerację rozdziałów. Ich zawartość prezentuje tabela.

Tabela 26. Zawartość japońskiego podręcznika do klasy 3, część 2

11	10	Mierzenie długości, wprowadzenie jednostki: km, utrwalenie wiadomości
12	18	Wprowadzenie ułamków dziesiętnych, dodawanie i odejmowanie

		ułamków dziesiętnych
13	12	Trójkąty, kąty, utrwalenie wiadomości
14	12	Ułamki zwykłe, porównywanie, dodawanie i odejmowanie ułamków o wspólnych mianownikach
15	8	Równania z niewiadomą w postaci okienka
16	12	Mnożenie liczb dwu- i trzycyfrowych przez dwucyfrowe, utrwalenie wiadomości
17	12	Wykresy słupkowe i tabele
18	14	Ważenie, jednostka nieustalona i ustalona: g, kg, utrwalenie wiadomości
19	11	Obliczenia na sorobanie, utrwalenie wiadomości

W klasie trzeciej zakres treści nauczania w japońskim podręczniku znacznie wykracza ponad polską Podstawę Programową. Uczniowie japońscy mnożą liczby dwucyfrowe, wykonują algorytmy działań pisemnych, dzielą z resztą, posługują się liczbami w zakresie miliona, posługują się ułamkami zwykłymi i dziesiętnymi w prostych przypadkach, a także tworzą wykresy słupkowe i tabele.

Tak obszernego materiału nie omawiają polskie publikacje. Podręcznik „Gra w kolory” wydawnictwa Juka do klasy trzeciej ma taką samą konstrukcję jak w klasie drugiej. Zakres omawianych treści prezentuje tabela.

Tabela 27. Zawartość polskiego podręcznika do klasy 3

rozdział	liczba stron	treści	liczba zadań
1	31	Figury geometryczne. Mierzenie długości. Liczenie do 100. Nazwy liczb w dodawaniu i odejmowaniu. Dodawanie i odejmowanie w zakresie 100. Obliczenia pieniężne	81

		i zegarowe.	
2	10	Obliczenia w zakresie 100. Porównywanie różnicowe. Ważenie. Obliczenia pieniężne. Połowa i ćwierć. Pojemność. Obliczenia zegarowe.	72
3	16	Oś liczbowa. Obliczenia w zakresie 100. Obliczenia zegarowe. Porównywanie różnicowe. Ważenie.	37
4	20	Obliczenia w zakresie 100. Obliczenia zegarowe i pieniężne.	51
5	9	Obliczenia w zakresie 100. Kierunki świata. Porównywanie różnicowe. Pory roku.	52
6	11	Temperatura. Obliczenia w zakresie 100. Porównywanie różnicowe. Obliczenia pieniężne.	26
7	14	Obliczenia w zakresie 100. Mierzenie odcinków. Milimetr.	41
8	14	Łamana. Równoległość i prostopadłość. Mnożenie w zakresie 30.	44
9	12	Mnożenie i dzielenie w zakresie 30.	34
10	21	Obliczenia kalendarzowe. Mnożenie i dzielenie w zakresie 30. Porównywanie ilorazowe.	59
11	39	Liczenie do 1000. Dodawanie i odejmowanie w zakresie 1000 (bez przekraczania progu dziesiętkowego). Obliczenia zegarowe. Temperatura. Porównywanie różnicowe. Obliczenia zegarowe.	96

12	26	Obliczenia pieniężne. Mnożenie i dzielenie w zakresie 100.	79
13	23	Kolejność wykonywania działań. Porównywanie ilorazowe.	65
14	20	Porównywanie ilorazowe. Połowa i ćwierć. Mierzenie i rysowanie odcinków. Symetria. Obliczenia pieniężne. Euro. Ważenie. Mnożenie i dzielenie w zakresie 100.	57
15	15	Mierzenie i rysowanie odcinków. Milimetr. Porównywanie różnicowe. Ważenie-dekagram. Obwody figur.	35
16	12	Obwody figur. Liczenie do 10000. Obliczenia zegarowe.	41
17	10	Utrwalenie wiadomości. Prostokąt i równoległość. Odcinki. Liczenie w zakresie 10000. Termometr.	32
18	13	Dodawanie i odejmowanie w zakresie 100. Obliczenia pieniężne i zegarowe. Mnożenie i dzielenie w zakresie 100. Kolejność wykonywania działań. Ważenie. Utrwalenie wiadomości.	71
			Razem 973

Pomysł autorki na układ treści nie zmienił się także w klasie trzeciej. Treści nauczania w poszczególnych rozdziałach są ze sobą pomieszane. Zmienia się czcionka (na mniejszą), zwiększa się znacznie liczba zadań na poziomie reprezentacji symbolicznych oraz zmienia się sposób wyodrębniania zadań (już nie są rozdzielane linią). Zakres wprowadzanych treści znacznie przekracza podstawę programową- omawia się liczby w zakresie 10 000, kolejność wykonywania działań, porównywanie ilorazowe, kierunki świata. Ilość zadań jest nieco większa niż w klasie drugiej. Do wykonania przewidziano 973 ćwiczenia, co daje średnio

6 zadań na jedną lekcję i średnio 7,5 minuty na rozwiązanie jednego. Jak już wspomniano nie daje to możliwości analizowania sensu dokonywanych operacji. W porównaniu do japońskiego podręcznika, który w klasie trzeciej przewiduje 456 zadań jest to bardzo duża liczba. Idąc tym tropem w Japonii wypada średnio niecałe trzy zadania na lekcję, co daje około 16 minut na rozwiązanie jednego. Większa ilość zadań w klasie trzeciej w Japonii wynika z zamieszczenia dużej ilości ćwiczeń rachunkowych. Najpierw położono nacisk na rozumienie pojęć i wykonywanych operacji, aby w klasie trzeciej opanować sprawne ich stosowanie. Należy także zauważyć, że większość tematów wprowadzonych w japońskim podręczniku nie znalazła się w polskich propozycjach i jest omawiana dopiero w klasie czwartej. Warto zatem zadać sobie pytanie, dlaczego japońscy uczniowie będąc w tym samym wieku są w stanie opanować treści, które uznano za zbyt trudne dla ich polskich rówieśników. Prawdopodobną przyczynę stanowi tutaj różnica w metodach nauczania oraz- paradoksalnie- liczba rozwiązanych zadań. Okazuje się, że ilość nie musi iść w parze z jakością, zatem rozwiązanie mniejszej ilości zadań może być korzystne dla rozwoju wiedzy i umiejętności matematycznych uczniów.

Drugi z porównywanych podręczników należy jeszcze do starej serii, wychodzącej obecnie z użycia, noszącej tytuł „Razem w szkole” (której kontynuacją jest „Nasze razem w szkole”). W klasie trzeciej wyodrębniono w niej publikacje do edukacji matematycznej. W każdym semestrze przewidziano cztery części podręcznika z ćwiczeniami do edukacji matematycznej. Obejmują one dokładnie zakres podstawy programowej:

- mnożenie i dzielenie
- sprawdzanie wyników dzielenia za pomocą mnożenia
- zadania tekstowe
- obliczenia pieniężne i zegarowe
- mierzenie długości i rysowanie odcinków
- figury geometryczne- koło, kwadrat, prostokąt, trójkąt
- obwody figur
- symetrie
- dodawanie i odejmowanie w zakresie 100
- liczenie i zapisywanie liczb w zakresie 1000
- ważenie- gram, dekagram, kilogram
- mierzenie temperatury.

treści nauczania jest o wiele uboższy niż w „Grze w kolory”, a w japońskich podręcznikach większość znaleźć można już w klasie drugiej (poza dzieleniem i obliczaniem obwodów). Poza tym bardzo wiele zamieszczonych w podręczniku zadań jest schematycznych. Tak naprawdę zmieniają się tylko dane liczbowe, zaś struktura zadania pozostaje taka sama. Może to powodować mechaniczne rozwiązywanie zadań przez uczniów, bez wnikania w ich treść. W podręcznikach japońskich taka sytuacja ma miejsce bardzo rzadko, co umożliwia głębsze rozumienie treści matematycznych.

W „Razem w szkole” do klasy trzeciej zamieszczono 982 zadania, co stanowi podobną liczbę do „Gry w kolory” i znacznie większą od „Atarashii Sansu”.

Reasumując, japońskie podręczniki znacznie różnią się od polskich. Zawartość treści jest uzależniona od obowiązującego w danym kraju programu nauczania, jednak możemy w Polsce zaobserwować znaczne zróżnicowanie pomiędzy poszczególnymi tytułami, nie obserwowane w Japonii. Podręczniki polskie mają znacznie większą objętość i zawierają średnio dwa razy więcej zadań od japońskich. Główną różnicę stanowi jednak podejście autorów do nauczania matematyki. Za pomocą japońskich książek uczniowie mają sami odkryć prawa matematyczne i w toku ich badania dostrzegać użyteczne informacje. W polskich podręcznikach za pomocą wykonywania serii zadań uczeń ma za zadanie przyswoić przekazywane treści i wyćwiczyć je na dużej ilości przykładów. Biorąc pod uwagę wyniki w testach TIMSS 2011 uzyskane przez polskich i japońskich uczniów można stwierdzić, że model podręcznika stosowany w Japonii jest skuteczniejszy w nauczaniu matematyki w klasach I-III. W związku z tym można stwierdzić, że:

- podręczniki powinny zawierać uporządkowany materiał;
- liczba zadań powinna być niewielka;
- zadania powinny umożliwiać szczegółową analizę i wnioskowanie na temat praw matematycznych;
- podręczniki nie powinny być bardzo zróżnicowane pod względem treści nauczania.

Zrealizowanie tych postulatów przy tworzeniu polskich publikacji do nauki matematyki powinno spowodować wzrost skuteczności tego procesu i poprawić wyniki osiągane przez polskich uczniów.

Konstrukcja podręczników do matematyki stosowanych w obu krajach znacznie się różni, co ma duży wpływ na proces kształcenia. Japońskie podręczniki zawierają znacznie mniejszą ilość zadań, zaś każde nowe pojęcie jest wprowadzane za pomocą metody problemowej. W Polsce nie ma typowych podręczników do matematyki w klasach

początkowych, ich rolę pełnią zeszyty ćwiczeń zawierające prawie wyłącznie dużą ilość zadań do rozwiązania. Biorąc pod uwagę wysokie wyniki japońskich uczniów w testach TIMSS skuteczniejszą metodą wykorzystania podręcznika w nauczaniu matematyki jest sposób japoński.

3.3. Analiza wyników badań dotyczących pracy i postaw nauczycieli.

Ze względu na czynniki różnice kulturowe niewielu japońskich nauczycieli zgodziło się na udzielenie wywiadu pisemnego. Nawet wtedy część z nich pominęła pytania, które ich zdaniem były niestosowne lub zbyt osobiste. Udało się uzyskać tylko 9 kompletnych wypowiedzi, co nie jest oczywiście próbą na tyle liczną, aby mogły one być podstawą jakichkolwiek uogólnień. Włączono je do analizy tylko dla uzupełnienia materiałów i umożliwienia lepszego rozumienia postaw nauczycieli podczas obserwowanych zajęć. Analogiczną liczbę wywiadów pisemnych zebrano do polskich nauczycieli.

Wśród japońskich nauczycieli, którzy udzielili odpowiedzi (informacje dotyczące płci, wykształcenia i stażu podało osiem osób) było siedem kobiet i jeden mężczyzna. Wszyscy badani nauczyciele mieli wyższe wykształcenie (studia I stopnia na poziomie licencjackim). Byli zróżnicowani pod względem doświadczenia zawodowego: trzy osoby pracowały w zawodzie krócej niż dwa lata, dwie osoby od dwóch do pięciu lat, jedna osoba od dziesięciu do piętnastu lat, dwie osoby miały staż pracy dłuższy niż piętnaście lat.

Grupa polskich nauczycieli była bardzo mało zróżnicowana. Wśród nauczycieli polskich były same kobiety legitymujące się wyższym wykształceniem (wymóg formalny w Polsce). Siedmiu z nich miało staż pracy dłuższy niż 15 lat, jedna osoba pracowała dłużej niż 10 lat i jedna dłużej niż 5 lat. Należy zatem uznać, że byli to nauczyciele ze sporym doświadczeniem zawodowym.

Wynika z tego, że grupa polskich nauczycieli cechowała się zarówno wyższym poziomem wykształcenia (studia magisterskie), jak i dłuższym stażem pracy.

Wśród badanych w Japonii było dwóch nauczycieli klas pierwszych, trzech nauczycieli klas drugich i czterech nauczycieli klas trzecich. Uczęone przez nich klasy różniły się pod względem liczby uczniów. Najmniejsze klasy były 16 osobowe (w trzech przypadkach), następnie jedna 25- osobowa, dwie 26- osobowe, jedna 27- osobowa, jedna 28- osobowa i jednak 32 osobowa. Tak duże rozbieżności wynikają z faktu, że w badanej szkole lekcje matematyki w klasach trzecich odbywają się w podziale na grupy.

Polscy nauczyciele w momencie przeprowadzania wywiadów pisemnych uczyli klasy pierwsze (2 osoby), klasy drugie (3 osoby) i klasy trzecie (4 osoby), analogicznie jak w przypadku nauczycieli japońskich. Również w Polsce ich klasy były zróżnicowane pod względem liczebności. Najliczniejsza klasa liczyła 27 uczniów, a najmniejsza 17. W pozostałych przypadkach liczyły one po 20 (2), 22, 23 (2) i 25 (2) uczniów.

Badani japońscy nauczyciele spędzają w tygodniu od 15 do 25 godziny tygodniowo prowadząc zajęcia z uczniami. Większość z nich (4) pracuje 25 godzin w tygodniu, trzy osoby zadeklarowały pracę po 20 godziny tygodniowo i po jednej określiło swój czas pracy na 15 i 16 godzin. Do czasu spędzonego z uczniami należy doliczyć czas spędzony w szkole na wykonywaniu innych obowiązków. W ten sposób nauczyciele pracują od 5 do 15 kolejnych godzin w tygodniu (dwie osoby po 5 godzin, pięć osób po 10 godzin i jedna osoba około 15 godzin).

Polscy nauczyciele deklarują, że tygodniowo pracują prowadząc zajęcia dydaktyczne od 19 do 32 godzin. Czoro badanych prowadzi zajęcia 20 godzin tygodniowo, jeden 22 godziny, dwoje 24 godziny, jeden 25 godzin i jeden 32 godziny. Dodatkowe zajęcia wykonywane w szkole zajmują od 2 do 29 godzin. Liczba godzin była inna dla każdego nauczyciela: 2, 5, 10, 12, 14, 15, 20, 21, 29.

Można uznać, że czas spędzany „przy tablicy” jest podobny w przypadku badanych polskich i japońskich nauczycieli. Polskie nauczycielki deklarują spędzanie w szkole na pracy innej niż prowadzenie zajęć znacznie więcej (prawie dwukrotnie) niż ich japońscy koledzy i koleżanki.

Większość badanych Japończyków (5) jest średnio zadowolonych z pozycji społecznej zajmowanej przez nauczycieli. Trzy osoby są z niej bardzo zadowolone, a jedna niezadowolona. Większość badanych nauczycieli w Polsce (5) także wyraziło opinię, że jest średnio zadowolona z pozycji społecznej. Tylko jedna osoba jest bardzo zadowolona, ale aż 4 są niezadowolone. Oczywiście jest to opinia wąskiej grupy nauczycieli, nie dająca podstaw do uogólnień, jednak może wywoływać pewne zdziwienie związane ze stereotypowym wyobrażeniem, jakoby japoński nauczyciel cieszył się wielkim uznaniem społecznym i był powszechnie szanowany, w przeciwieństwie do polskiego.

Średnio zadowoleni (7) i niezadowoleni (2) są także japońscy nauczyciele z wyników w nauce osiągniętych przez uczniów. Może to świadczyć o wysokich wymaganiach w stosunku

do dzieci, a także o wierze w ich możliwości. W tym miejscu poglądy polskich nauczycieli różnią się od japońskich. Większość Polaków (6) jest średnio zadowolonych z osiągnięć szkolnych uczniów, a trzech jest bardzo zadowolonych. Prawdopodobnie mają niższe oczekiwania niż ich japońscy koledzy, a dodatkowo skromniejszy program nauczania matematyki w Polsce ułatwia osiągnięcie relatywnie lepszych wyników.

Siedmiu japońskich nauczycieli jest średnio zadowolonych z wysokości zarobków, zaś dwóch nauczycieli niezadowolonych. Jest to również niezgodne ze stereotypem dotyczącym wysokich zarobków japońskich nauczycieli. Trzeba jednak pamiętać, że wysokość zarobków nie może być rozpatrywana jako wielkość obiektywna, a tylko w odniesieniu do realiów życia w konkretnym miejscu. Wbrew panującemu w Polsce przekonaniu o niskich zarobkach nauczycieli, oni sami w większości (7) są z nich średnio zadowoleni, tylko 2 osoby były niezadowolone, co może mieć związek z ich stażem pracy, a co za tym idzie niższym stopniem awansu zawodowego i niższymi zarobkami.

Większość badanych nauczycieli w Japonii (6 osób) jest za to niezadowolonych z warunków pracy, dwoje jest średnio zadowolonych, zadowolony jest tylko jeden z ankietowanych. Polscy nauczyciele są bardziej zadowoleni z warunków pracy. Troje jest bardzo zadowolonych, pięcioro średnio zadowolonych i jeden niezadowolony. To również burzy mit o kiepskich warunkach i wyposażeniu w polskich szkołach. Po analizie wyposażenia odwiedzonych w czasie badań placówek należy stwierdzić, że szkoły polskie ustępują japońskim tylko pod względem wyposażenia w sprzęt multimedialny, jednak sytuacja ta z roku na rok się poprawia. Biorąc jednak pod uwagę różne wyniki nauczania w obu krajach i stosunkowo podobne wyposażenie szkół można wysnuć wniosek, że to nie media dydaktyczne są decydującym czynnikiem wpływającym na skuteczność nauczania, a zastosowane metody i sposób wykorzystania dostępnych mediów dydaktycznych. Po konsultacjach z nauczycielami i dyrektorami japońskich szkół zrezygnowano z ostatniego pytania wywiadu dla polskich nauczycieli. Dotyczy ono poziomu zadowolenia z perspektyw rozwoju zawodowego. Dla Japończyków pytanie to było niezrozumiałe, gdyż w Japonii nie istnieją w oświacie stopnie awansu zawodowego i jedyną drogą na awans jest objęcie funkcji dyrektora placówki (zresztą niezbyt pożądane). Polscy nauczyciele są z perspektyw rozwoju zawodowego raczej średnio zadowoleni (5), trzy osoby są bardzo zadowolone i jedna niezadowolona.

Spore zdziwienie budzą odpowiedzi na kolejne pytanie; czy gdyby mógł (mogła) pan(i) jeszcze raz wybrać zawód, to czy powtórnie zdecydował(a)by się Pan(i) na zostanie nauczycielem? Większość japońskich nauczycieli (5) odpowiedziała, że wybrałaby inny zawód, a jedynie trzy osoby stwierdziły, że nawet wówczas zdecydowałyby się na zostanie nauczycielem. Porównując odpowiedzi na to pytanie z nauczycielską oceną swojej satysfakcji z poszczególnych elementów pracy (pozycja społeczna, zarobki, warunki pracy, wyniki uczniów) można wnioskować, że ich poziom niezadowolenia nie jest na tyle wysoki, aby praca nauczyciela była bardzo nieatrakcyjna. Można przypuszczać, że ich opinie wynikają raczej ze świadomości istnienia zawodów po prostu atrakcyjniejszych pod wieloma względami, takimi jak prestiż czy zarobki. Trudno wnioskować o zaistnieniu zjawiska wypalenia zawodowego wobec faktu, iż większość badanych nauczycieli nie ma za sobą długiego stażu pracy i jest z niej umiarkowanie zadowolona. Prawie wszyscy polscy nauczyciele odpowiedzieli, że ponownie wybraliby zawód nauczyciela, tylko jedna osoba wybrałaby inny zawód. Biorąc pod uwagę w większości średni poziom zadowolenia można uznać, że badani nauczyciele stwierdzili, iż zawód ten sprawia im satysfakcję w innych dziedzinach, pozwala realizować zainteresowania lub po prostu jest dość stabilny na szybko zmieniającym się rynku pracy.

Kolejne pytania dotyczyły poszczególnych aspektów pracy nauczyciela podczas lekcji matematyki. Wszyscy badani nauczyciele japońscy zadeklarowali, że indywidualizują pracę uczniów podczas lekcji matematyki. Dokonane obserwacje nie potwierdzają tych deklaracji. Podczas większości zajęć nie zaobserwowano celowej indywidualizacji pracy. Nauczyciele byli w kwestionariuszu proszeni o podanie przykładów, które wiele wyjaśniły. Ich zdaniem indywidualizowanie pracy polega na indywidualnym pomaganiu uczniom, indywidualnym poświęcaniu im czasu, zadawanie prac domowych, zwiększenie ilości zadań lub zakresu liczenia lub rozwiązanie wspólnie z uczniem połowy zadania. W Polsce także większość (8) nauczycieli zadeklarowała, że indywidualizuje pracę uczniów podczas lekcji matematyki. Przejawia się to m.in. poprzez różnicowanie trudności zadań na lekcjach, różnicowanie zadań domowych, przygotowywanie dodatkowych zadań dla szybciej pracujących uczniów, dodatkowe ćwiczenia dla uczniów mających trudności w nauce, różnicowanie ilości zadań, proponowanie korzystania z pomocy dydaktycznych. Warto zwrócić uwagę, że nauczyciele japońscy indywidualizują raczej pracę uczniów słabszych, podczas gdy nauczyciele polscy bardzo często wymieniali poświęcanie uwagi uczniom zdolnym.

Dwóch badanych japońskich nauczycieli stosuje na lekcjach matematyki rywalizację w formie np. wyścigów w podawaniu wyników, rozwiązywaniu zadań na szybkość liczenia, rozwiązywania działań na czas. Pozostali nauczyciele nie stosują rywalizacji podczas zajęć z zakresu edukacji matematycznej. Wymienione przykłady świadczą o tym, iż rywalizacja jest stosowana w celu ćwiczenia sprawności rachunkowej, prawdopodobnie aby uatrakcyjnić tego typu ćwiczenia i zmobilizować uczniów do wysiłku intelektualnego. Deklaracje nauczycieli w tej dziedzinie są zgodne z wynikami obserwacji. W Polsce stosowanie rywalizacji podczas lekcji matematyki zadeklarowało troje nauczycieli. Ma ona postać konkursów, rywalizacji grup i wykorzystanie gier dydaktycznych.

Następne pytania dotyczyły kontaktów japońskich nauczycieli z rodzicami uczniów. Najczęściej takie kontakty mają formę rozmowy telefonicznej (9), osobistej (5) lub korespondencji (4). Dotyczą one najczęściej zachowania dziecka (7), spraw organizacyjnych (4), innych spraw np. stanu zdrowia dziecka i nieobecności w szkole (4). Tylko jeden nauczyciel kontaktuje się z rodzicami w sprawie postępów w nauce, co pozwala sądzić, że nauczyciele nie oczekują od rodziców pomocy w przekazywaniu czy utrwalaniu wiadomości. Polscy nauczyciele najczęściej kontaktują się z rodzicami uczniów telefonicznie (8), osobiście (7) i podczas zebrań w szkole (6), rzadziej korespondencyjnie (4). Kontakty dotyczą najczęściej zachowania dziecka (8), postępów w nauce (6) i spraw organizacyjnych (5). Można zatem sądzić, iż nauczyciele w Polsce oczekują od rodziców ingerowania zarówno w sprawy wychowawcze jak i dydaktyczne.

Większość japońskich nauczycieli (5) jest niezadowolonych z praktycznego przygotowania do zawodu nauczyciela. Należy wziąć pod uwagę, że japońscy nauczyciele poprzestają na ukończeniu czteroletnich studiów zawodowych, być może więc krótki czas poświęcony na przygotowanie do zawodu jest w ich opinii niewystarczający. Odmiennego zdania są polscy nauczyciele. W większości (6) są oni zadowoleni z przygotowania do zawodu nauczyciela wyniesionego ze studiów. Różnica wynika zapewne z faktu, iż żeby zostać nauczycielem nauczania początkowego w Polsce należy ukończyć studia pedagogiczne. System edukacji oraz sposób przygotowania nauczycieli do zawodu w obu krajach został bardziej szczegółowo nakreślony w rozdziale teoretycznym.

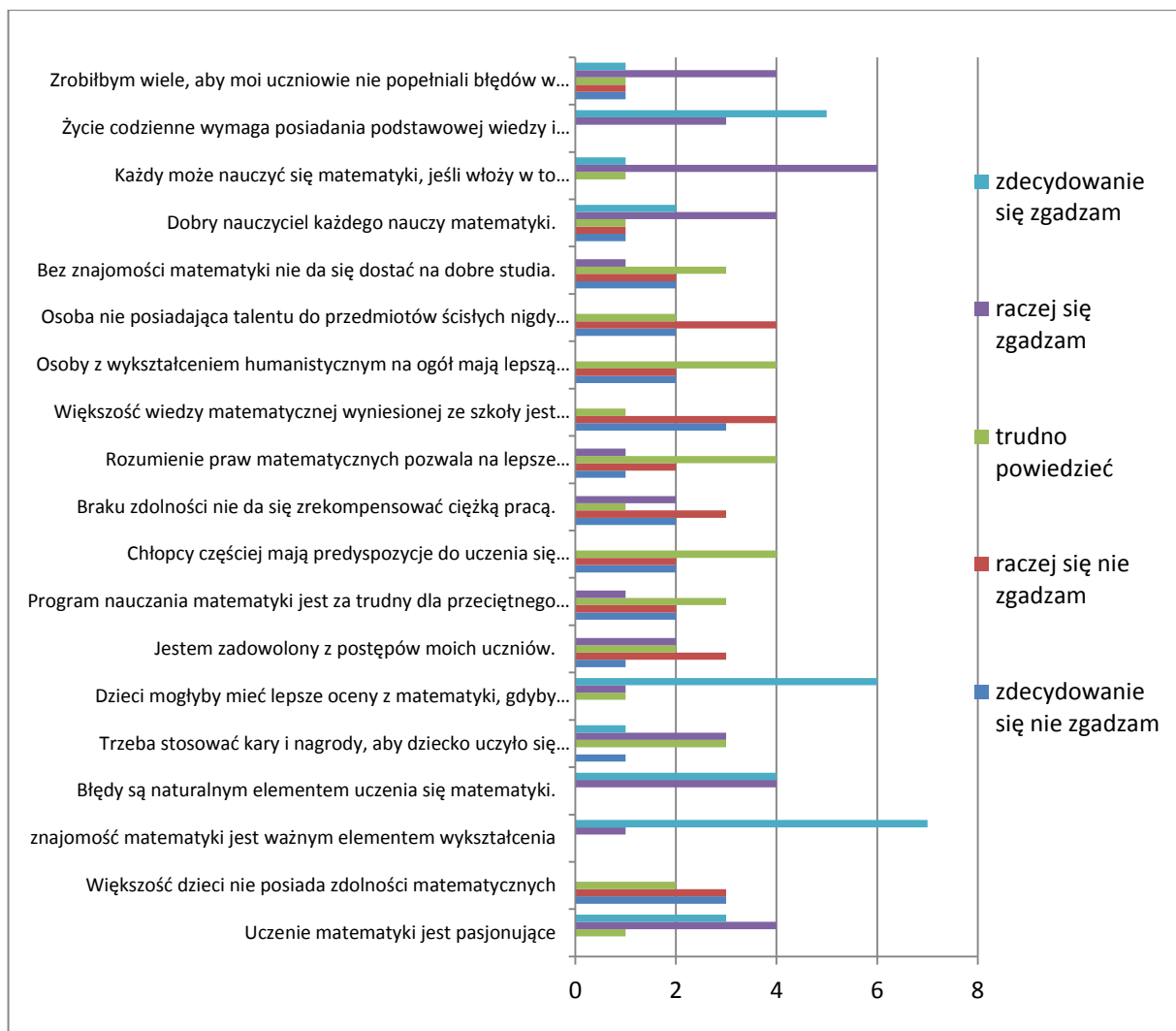
Najlepszą inspiracją i pomocą w przygotowaniu zajęć są zdaniem badanych Japończyków podręczniki i materiały dla nauczycieli (9), rozmowy z innymi nauczycielami (6) oraz propozycje dzieci lub rodziców (5). Stosunkowo rzadziej wymieniano prasę

pedagogiczną (4) i Internet (1). Zwłaszcza ostatnia pozycja budzi zdziwienie, gdyż dla polskich nauczycieli to strony internetowe są bardzo często źródłem informacji. Japońscy nauczyciele mają dostęp do Internetu, jednak wolą wykorzystywać słowo drukowane. W księgarniach znajduje się bardzo wiele pozycji książek i czasopism adresowanych do nauczycieli. Ich polscy koledzy także najczęściej wybierają podręczniki i materiały dla nauczycieli (9), ale równie często korzystają z Internetu (9), czego nie robią nauczyciele japońscy. Oprócz tego popularne jest wykorzystanie form doskonalenia zawodowego (4), z których nie korzystają Japończycy, rozmów z innymi nauczycielami, które z kolei są popularniejsze w Japonii oraz prasy pedagogicznej (2).

Przygotowanie jednej lekcji zajmuje badanym ankietowanym nauczycielom w Japonii od 15 do 60 minut. Najczęściej jest to przedział czasowy 30-60 minut (4), 15-30 minut (3) lub mniej niż 15 minut (2). W Polsce jest to najczęściej 15-30 minut (6), 30-60 minut (1) lub ponad 60 minut (2). Generalnie nauczyciele w Polsce poświęcają mniej czasu na przygotowanie lekcji, jednak jednocześnie dłużej przebywają w szkole. Prawdopodobnie wynika to z większej ilości innych obowiązków pozadydaktycznych, związanych głównie z prowadzeniem dokumentacji. Deklarowany czas poświęcony na przygotowanie lekcji nie ma związku z doświadczeniem zawodowym wykazany w kwestionariuszu.

Kolejne pytania poświęcone były opiniom na temat nauczania matematyki. Prawie wszyscy badani w Japonii uznali (8), że program nauczania jest adekwatny do możliwości uczniów. Tylko jedna osoba stwierdziła, że jest on zbyt trudny. W Polsce sytuacja wygląda podobnie. Większość badanych jest zdania, że program nauczania matematyki w klasach I-III jest adekwatny do możliwości dzieci, ale odwrotnie niż w przypadku japońskich nauczycieli, dwoje stwierdziło, iż jest on za łatwy. W kwestii tempa wprowadzania materiału nauczyciele nie byli już tak jednomyślni. Większość Japończyków (6) ocenia, że tempo odpowiada możliwościom uczniów, zaś troje było zdania, iż tempo jest zbyt szybkie. Większość nauczycieli badanych w Polsce stwierdziło, że tempo jest adekwatne do możliwości dzieci, jedna osoba uważa, że jest za szybkie, a dwie, że za wolne. Przy tak małej grupie badanych można przyjąć, że różnice wynikają z osobistych doświadczeń nauczyciela związanych z ogólnym poziomem klasy, z którą pracuje.

Nauczyciele ustosunkowywali się także do twierdzeń na temat matematyki i jej nauczania. Na podobne (zmodyfikowane do potrzeb) pytania odpowiadali także uczniowie. Pierwszy wykres przedstawia opinie japońskich nauczycieli.



Wykres 8. Opinie japońskich nauczycieli na temat matematyki i jej nauczania

Bardzo ciekawych informacji dostarcza analiza przedstawionego wykresu. Z pierwszym stwierdzeniem „Zrobiłbym wiele, aby moi uczniowie nie popełniali błędów w zadaniach matematycznych” zgodziła się większość nauczycieli (5). Jeden z nich zdecydował się na dopisek pod pytanie, że błędy też są potrzebne. Jest to o tyle interesujące, że wszyscy badani zgodzili się ze stwierdzeniem „Błędy są naturalnym elementem uczenia się matematyki”. Może to świadczyć o tym, że nauczyciele teoretycznie wiedzą, jaki powinien być stosunek uczącego do popełnianych błędów, jednak ich osobiste doświadczenie podpowiada im coś innego. Z rozmowy z wykładownicą i nauczycielem w szkole podstawowej przy Uniwersytecie Tsukuba w Tokio, który prowadził wykład na temat wykorzystania błędów uczniowskich w nauczaniu matematyki wynika, że wielu nauczycieli oficjalnie akceptuje pogląd, jakoby były one ważną częścią nauczania, jednak jeśli pojawiają się u ich uczniów to są odbierane jako porażka dydaktyczna. W porównaniu z polskimi szkołami w szkołach japońskich i tak

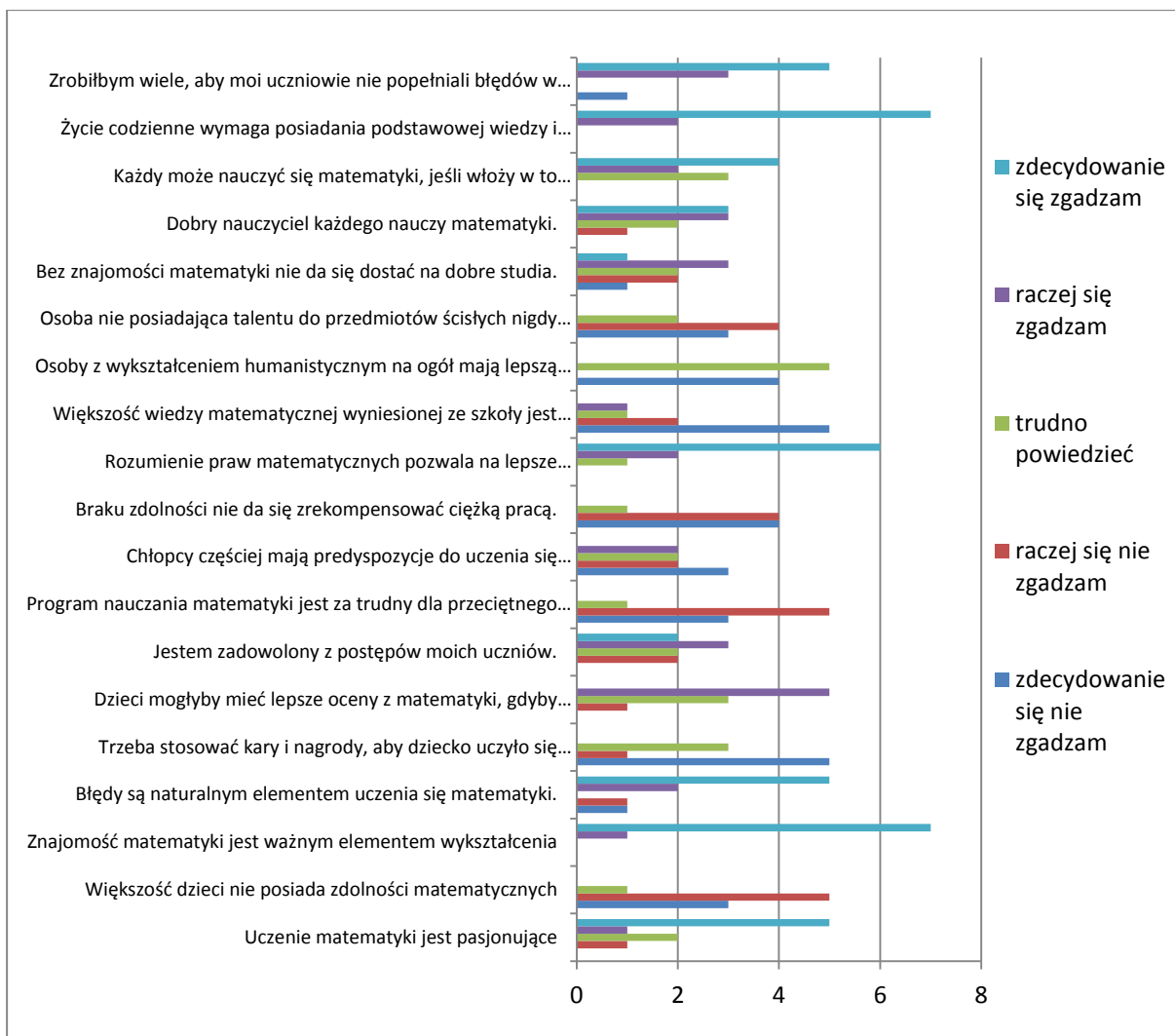
znacznie częściej wykorzystuje się potencjalną wartość dydaktyczną błędu- pokazuje się dzieciom np. błędne rozwiązanie zadania i wspólnie omawia, usiłując znaleźć przyczynę. W Polsce nauczyciele raczej nie decydują się w ogóle na to, aby umożliwić dzieciom kontakt z błędem w jakiegokolwiek formie, w obawie o to, aby się nie utrwały. Wszyscy badani nauczyciele zgodzili się ze stwierdzeniem, że „życie codzienne wymaga posiadania podstawowej wiedzy i umiejętności matematycznych”. Jest to dowód na to, iż nauczyciele są przekonani, że podczas lekcji matematyki dzieci mają nabyć wiele przydatnych życiowo umiejętności i także pod tym kątem planować proces nauczania- uczenia się matematyki. Japońscy nauczyciele uznali matematykę za narzędzie użyteczne w życiu codziennym, jednak nie wyrazili poparcia dla stwierdzenia „rozumienie praw matematycznych powala na lepsze rozumienie otaczającego świata”. Może wynikać z przekonania, że rozumienie świata opiera się na rozumieniu relacji międzyludzkich, które nie są przeliczalne. Zgodnie z tym badani nie poparli twierdzenia, jakoby „większość wiedzy matematycznej wyniesionej ze szkoły była zbędna”. Nauczyciele wyrazili także przekonanie, że „każdy może nauczyć się matematyki, jeśli włoży w to dostatecznie dużo wysiłku”. Poprzez takie stwierdzenie można wnioskować, że nauczyciele wierzą w sukces osiągnięty za pomocą ciężkiej pracy, a nie wrodzonych zdolności. Ma to doniosłe znaczenie dla procesu nauczania, gdyż oznacza, że znajomość matematyki jest dostępna dla każdego, a jeśli uczeń nie ma spodziewanych wyników to nie kładzie się tego na karb braku zdolności, ale uznaje, że konieczna jest dodatkowa praca z dzieckiem i wzmożony wysiłek. Potwierdza to zgoda badanych z kolejną opinią: „dobry nauczyciel każdego nauczy matematyki”. Jak należało oczekiwać badani nauczyciel zaprzeczyli także opiniom: „braku zdolności nie da się zrekompensować ciężką pracą”, „większość dzieci nie posiada zdolności matematycznych”, „większość dzieci nie posiada zdolności matematycznych”, „chłopcy częściej mają predyspozycje do uczenia się matematyki niż dziewczynki” oraz „osoba nie posiadająca talentu do przedmiotów ścisłych nigdy nie nauczy się matematyki”. Potwierdza to także zgodzenie się badanych nauczycieli ze stwierdzeniem, iż „dzieci mogłyby mieć lepsze oceny z matematyki, gdyby bardziej przyłożyły się do nauki”.

Opinie na temat tego, że „bez znajomości matematyki nie da się dostać na dobre studia” były podzielone. Większość nauczycieli uznała, że „trudno powiedzieć”. Prawdopodobnie ma to związek z inną rolą studiów wyższych w karierze zawodowej w Polsce i w Japonii. Dla Japończyków istotny jest sam fakt ukończenia studiów i rangi uczelni, podczas gdy w Polsce bardziej liczy się kierunek studiów nadający konkretne kwalifikacje. Prawdziwość

tej odpowiedzi weryfikowało stwierdzenie: „osoby z wykształceniem humanistycznym na ogół mają lepszą pracę i lepsze zarobki od osób z wykształceniem ścisłym”, dla którego rozkład odpowiedzi wygląda podobnie.

Ostatnią grupą stwierdzeń były zdania dotyczące samego procesu nauczania- uczenia się matematyki. Chyba najistotniejszą sprawą jest fakt, że badani nauczyciele uważają, iż nauczanie matematyki jest pasjonujące (tylko jedna osoba nie miała zdania na ten temat). Jest to bardzo ważne, gdyż oznacza, że z entuzjazmem podchodzą do przygotowania i prowadzenia lekcji, sprawiają im one satysfakcję oraz istnieje szansa, że przełożą swoje nastawienie własnym uczniom. Jeśli chodzi o konieczność stosowania kar i nagród po to, aby dzieci uczyły się matematyki to zdania były podzielone. Jedna osoba stwierdziła, że zdecydowanie się z tym nie zgadza (co prawdopodobnie oznacza, że wierzy w rolę wewnętrznej motywacji uczniów), trzy osoby nie miały zdania, trzy raczej zgadzały się z tą opinią, a jedna zgadzała się zdecydowanie. Z takiego rozkładu odpowiedzi wynika, że większość badanych nauczycieli uważa, że aby zmobilizować uczniów do uczenia się potrzeba motywacji zewnętrznej. Nauczyciele zostali także zapytani o ich ocenę postępów uczniów a także o poziom trudności programu nauczania matematyki. Opinie w tych kwestiach są zbieżne. Połowa badanych uznała, że poziom trudności programu nauczania matematyki nie jest za trudny dla przeciętnego ucznia, trzech badanych nie potrafiło określić, zaś jeden ankietowanych zgodził się z tą opinią. Jednocześnie badani uznali, że nie są zadowoleni z postępów swoich uczniów (trzy osoby nie potrafiły tego określić, jedna jest zadowolona). Biorąc pod uwagę oba pytania należy uznać, że w opinii nauczycieli ich uczniowie nie wkładają w naukę wystarczająco dużo pracy, gdyż lepsze rezultaty są w zasięgu ich możliwości.

Kolejny wykres prezentuje opinie wyrażone przez nauczycieli pracujących w Polsce.



Wykres 9. Opinie polskich nauczycieli na temat matematyki i jej nauczania

Generalnie ich opinie są dość podobne do kolegów z Japonii, jednak istnieje kilka ciekawych rozbieżności. Polscy nauczyciele uważają, że bez znajomości matematyki trudniej dostać się na dobre studia. Być może wynika to z powszechnie panującej opinii, że większość osób po ukończeniu kierunków humanistycznych nie znajduje pracy w zawodzie, oraz że studia ściśle gwarantują dobrze płatną pracę. W Japonii ukończony kierunek studiów ma mniejsze znaczenie. Podobnych odpowiedzi udzielono na pytanie, czy osoby po kierunkach humanistycznych mają lepszą pracę. Japońscy nauczyciele w większości nie mieli zdania w tej kwestii, ale wielu polskich nauczycieli nie zgodziło się z tym stwierdzeniem, zapewne z powodu opisanych już przyczyn. Polscy nauczyciele uważają, że rozumienie praw matematycznych pozwala na lepsze zrozumienie otaczającego świata, w przeciwieństwie do nauczycieli japońskich, którzy najczęściej nie mieli zdania na ten temat lub nie zgadzali się z tym stwierdzeniem. Jest to o tyle dziwne, że japoński program nauczania matematyki

kładzie na to nacisk, w przeciwieństwie do polskiej podstawy programowej. Różnice występują też w poziomie zadowolenia z postępów uczniów. Polscy nauczyciele są bardziej zadowoleni od japońskich. Silniejsze przekonanie żywili japońscy nauczyciel, twierdząc, że dzieci mogłyby mieć lepsze oceny z matematyki, gdyby bardziej przyłożyły się do nauki. Jest to zgodne z powszechnym w krajach dalekowschodnich przekonaniem, że sukces jest proporcjonalny do włożonego w pracę wysiłku. Mają oni także bardziej radykalny stosunek do stosowania kar i nagród w nauczaniu- uważają, że bez tego dzieci nie będą uczyć się matematyki. Co ciekawe, samych kar i nagród zaobserwowano podczas japońskich lekcji niewiele (w Polsce było ich znacznie więcej). Dla uczniów oznacza to, że jeśli już którąś z nich się stosuje, to powinna być ona o wiele bardziej znacząca niż w sytuacji, gdy jest stosowana powszechnie.

3.4. Charakterystyka rozwoju i motywacji badanych uczniów

Przebadano po 14 uczniów z klas I-III ze szkół polskich i japońskich. Dobór dzieci do badań był przypadkowy, podyktowany tym, kto w danym dniu pozostał po lekcjach w świetlicy szkolnej. Władze szkoły nie wyraziły zgody na przeprowadzenie badań podczas zajęć. Dwoje spośród badanych dzieci miało 6 lat, pięcioro 7 lat, pięcioro 8 lat i dwoje było w wieku 9 lat. Tabele prezentują wyniki testu poziomu operacyjnego rozumowania prowadzonego według metodyki opisanej przez E. Gruszczyk- Kolczyńską. Pierwsza tabela prezentuje wyniki dzieci japońskich, a druga dzieci polskich.

Tabela 28. Poziom rozwoju operacyjnego rozumowania u dzieci japońskich

			Poziom operacyjnego rozumowania w zakresie ustalania stałości masy	Poziom operacyjnego rozumowania w zakresie ustalania stałości ilości nieciągłych	Poziom operacyjnego rozumowania w zakresie szeregowania elementów w zbiorze	Poziom operacyjnego rozumowania w zakresie ustalania stałości długości	Poziom operacyjnego rozumowania w zakresie ustalania stałości objętości cieczy
1	6 lat	Hinata	niski	średni	średni	niski	niski
2		Erica	wysoki	niski	wysoki	niski	wysoki
3	7 lat	Kawari	niski	niski	wysoki	niski	wysoki

4		Alica	niski	średni	średni	niski	niski
5		Lisa	wysoki	wysoki	wysoki	niski	niski
6		Ayumi	niski	niski	średni	niski	średni
7		Rindo	niski	wysoki	średni	wysoki	wysoki
8	8 lat	Eric	wysoki	wysoki	średni	średni	niski
9		Kosei	niski	średni	wysoki	niski	wysoki
10		Yaya	wysoki	średni	wysoki	wysoki	wysoki
11		Kazume	wysoki	średni	wysoki	wysoki	wysoki
12		Akida	wysoki	wysoki	wysoki	wysoki	wysoki
13	9 lat	Hana	wysoki	średni	wysoki	niski	wysoki
14		Yuri	wysoki	wysoki	wysoki	niski	wysoki

W Polsce testom zostali poddani uczniowie w takim samym wieku.

Tabela 29. Poziom rozwoju operacyjnego rozumowania u dzieci polskich

			Poziom operacyjnego rozumowania w zakresie ustalania stałości masy	Poziom operacyjnego rozumowania w zakresie ustalania stałości ilości nieciągłych	Poziom operacyjnego rozumowania w zakresie szeregowania elementów w zbiorze	Poziom operacyjnego rozumowania w zakresie ustalania stałości długości	Poziom operacyjnego rozumowania w zakresie ustalania stałości objętości cieczy
1	6 lat	Filip	niski	niski	niski	niski	niski
2		Wiktoria	niski	niski	niski	niski	niski
3	7 lat	Melania	wysoki	wysoki	wysoki	wysoki	niski
4		Wiktoria	wysoki	wysoki	niski	wysoki	niski
5		Nina	wysoki	wysoki	niski	wysoki	niski

6		Olaf	wysoki	wysoki	wysoki	wysoki	niski
7		Laura	wysoki	wysoki	wysoki	wysoki	niski
8	8 lat	Sandra	wysoki	wysoki	wysoki	wysoki	niski
9		Dominik	niski	wysoki	wysoki	wysoki	niski
10		Ewa	niski	średni	niski	niski	niski
11		Marek	wysoki	wysoki	wysoki	niski	niski
12		Amelka	niski	niski	niski	niski	niski
13	9 lat	Michał	niski	wysoki	wysoki	wysoki	wysoki
14		Ola	wysoki	średni	niski	średni	niski

Za E. Gruszczyk- Kolczyńską przyjęto, że poziom wysoki świadczy o rozumowaniu operacyjnym na poziomie konkretnym, średni o rychłym przejściu na ten poziom, zaś poziom niski jest wskaźnikiem rozumowanie przedoperacyjnego. W Polsce uznaje się, że dziecko myślące na poziomie przedoperacyjnym nie jest w stanie uczyć się matematyki na sposób szkolny. Koncepcja ta jest popularna zwłaszcza dzięki publikacjom E. Gruszczyk-Kolczyńskiej³³⁰, które zostały szerzej omówione w rozdziale pierwszym. Przebadana próba jest zbyt mała, aby dać prawo do uogólnień i została zanalizowana jedynie w celach orientacyjnych.

Polskie sześciolatki wypadły słabiej niż ich japońscy rówieśnicy. Otrzymały one wyniki świadczące o przedoperacyjnym myśleniu, jednak nauczyciele nie zauważali u tych dzieci nadmiernych trudności w uczeniu się matematyki. Japońscy uczniowie wieku 6 lat wypadli nieco lepiej, ponieważ w niektórych kategoriach udało im się osiągnąć poziom wysoki, jednak świadczy to o nieharmonijności ich rozwoju.

Polskie siedmiolatki osiągnęły dużo lepsze rezultaty. Niski wynik osiągnęły tylko w próbie dotyczącej ustalania stałości objętości cieczy przy transformacjach zmieniających jej wygląd (co jest zgodne z normą rozwojową), a dwoje dzieci także przy szeregowaniu elementów w zbiorze. Wyniki japońskich dzieci były bardziej zróżnicowane. Osiągnęli oni lepsze wyniki w ostatniej próbie, ale zdecydowanie niższe, jeśli chodzi o ustalanie stałości

³³⁰ E. Gruszczyk- Kolczyńska, tamże, Warszawa 1997.

masy i długości. Japońskie ośmiolatki sporadycznie uzyskiwały wynik niski, u polskich uczniów pojawiał się on zdecydowanie częściej. Dwoje z nich należałoby na tej podstawie uznać za niedojrzałe do uczenia się matematyki. Niskie wyniki otrzymali też wszyscy polscy uczniowie w próbie badającej rozumienie stałości objętości, co ich japońskim rówieśnikom nie sprawiało już problemu. Japońskie dzieci uzasadniały swoje wybory twierdząc, że mówili o tym na lekcji. Dzieci w Polsce w pierwszej klasie także omawiają najprostsze zagadnienia związane z pojemnością, jednak pomija się ćwiczenia dotyczące rozumienia stałości. Japońskie dzieci wynik niski otrzymywały już tylko w zakresie ustalania stałości długości, choć tematem mierzenia długości uczniowie zajmują się w klasie drugiej. Polscy uczniowie w wieku lat 9 wynik niski otrzymywali w różnych próbach.

Chociaż porównując dzieci z obu krajów da się zauważyć pewne tendencje, to ogólnie należy uznać, że posiadają one podobne możliwości rozwojowe. Nie istnieją więc znaczące różnice pomiędzy poziomem operacyjnego rozumowania polskich i japońskich uczniów.

Ankieta skierowana do uczniów pierwszych trzech klas szkoły podstawowej miała za zadanie zbadać motywację dzieci do uczenia się matematyki. Łącznie w szkole japońskiej (Tendai Elementary School) wzięło w niej udział uczniów 217 (w tym 75 z klas pierwszych, 82 z klas drugich i 60 z klas trzecich). Uczniowie odpowiedzieli na 12 pytań. Kwestionariusz został zmodyfikowany ze względów językowych. W wyniku konsultacji z japonistami oraz dyrektorem Tendai przybrał on ostatecznie taki kształt:

1. Czy matematyka jest trudniejsza od innych przedmiotów?
2. Czy uczysz się, żeby mieć dobre oceny?
3. Czy lubisz matematykę?
4. Czy nauka matematyki jest przyjemna?
5. Czy uczysz się matematyki, żeby być najlepszy w klasie?
6. Czy gdy zaczyna się lekcja matematyki myślisz: "O nie, nie chcę"?
7. Czy uczysz się matematyki tylko dlatego, że zmuszają Cię do tego rodzice?
8. Czy jeśli nie potrafisz rozwiązać zadania, poddajesz się/zniechęcasz się?
9. Czy uważasz, że matematyka jest potrzebna w życiu codziennym?
10. Czy nudzisz się podczas nauki matematyki?
11. Czy rozwiązując zadania z matematyki, podoba Ci się gdy musisz się nad nimi zastanowić/zmuszają Cię do myślenia?

12. Czy chcesz dorównać kolegom/koleżankom, którzy dobrze uczą się matematyki?
Uczniowie mogli na każde z pytań odpowiedzieć „tak” lub „nie”.

Twierdząca odpowiedź na kolejne pytania potwierdzała występowanie pozytywnej motywacji zewnętrznej w punktach:

2. Czy uczysz się, żeby mieć dobre oceny?
5. Czy uczysz się matematyki, żeby być najlepszy w klasie?
7. Czy uczysz się matematyki tylko dlatego, że zmuszają Cię do tego rodzice?
12. Czy chcesz dorównać kolegom/koleżankom, którzy dobrze uczą się matematyki?

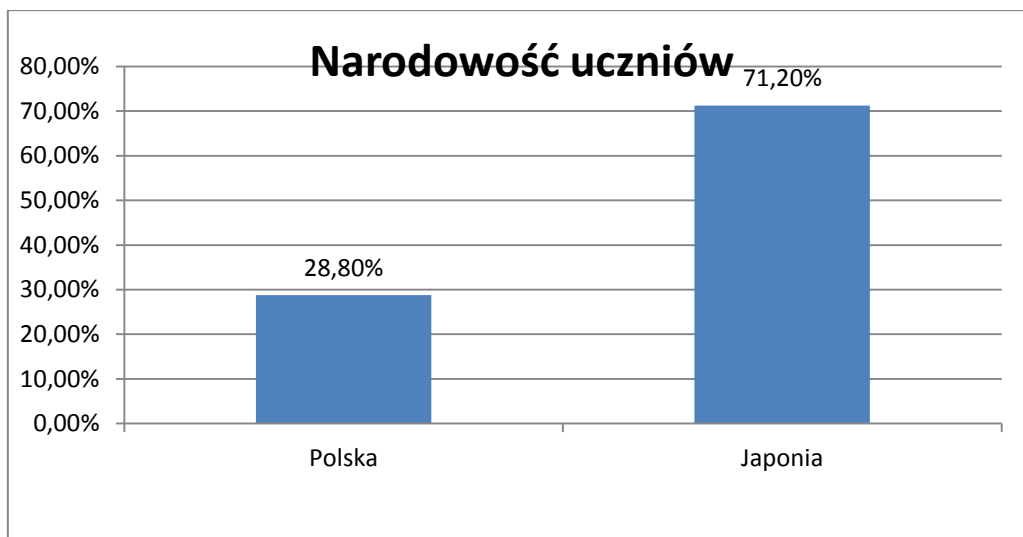
Twierdząca odpowiedź na kolejne pytania potwierdzała występowanie pozytywnej motywacji wewnętrznej w punktach:

3. Czy lubisz matematykę?
4. Czy nauka matematyki jest przyjemna?
9. Czy uważasz, że matematyka jest potrzebna w życiu codziennym?
11. Czy rozwiązując zadania z matematyki, podoba Ci się gdy musisz się nad nimi zastanowić/zmuszają Cię do myślenia?

Twierdząca odpowiedź na kolejne pytania potwierdzała występowanie niskiej motywacji lub jej brak w punktach:

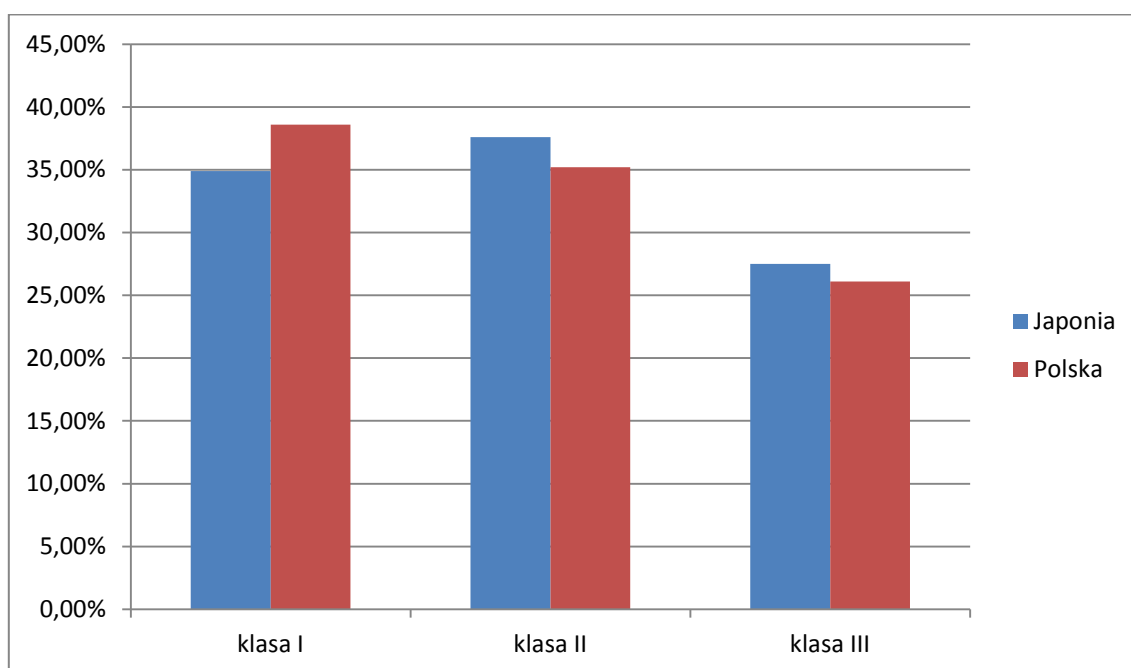
1. Czy matematyka jest trudniejsza od innych przedmiotów?
6. Czy gdy zaczyna się lekcja matematyki myślisz: "O nie, nie chcę"?
8. Czy jeśli nie potrafisz rozwiązać zadania, poddajesz się/zniechęcasz się?
10. Czy nudzisz się podczas nauki matematyki?

W badaniu poziomu i rodzaju motywacji do uczenia się matematyki wzięło udział 28,8% dzieci z Polski, oraz 71,2% dzieci z Japonii. Wśród dzieci z Polski, 38,6% uczęszczało do klasy pierwszej, 35,2% do klasy drugiej, 26,1% do klasy trzeciej. Z pośród dzieci z Japonii, 34,9% uczęszczało do klasy pierwszej, 37,6% do klasy drugiej, 27,5% do klasy trzeciej.



Wykres 10. Narodowość ankietowanych, dzieci

Liczba badanych uczniów jest różna w obu krajach. Wynika to z faktu, iż do japońskiej szkoły, w której prowadzono badania uczęszczało więcej uczniów. W ankiecie wzięły udział dzieci z klas I-III będące tego dnia w szkole. Zadbano o to, aby rozkład procentowy dzieci z poszczególnych klas w Polsce i w Japonii był porównywalny.



Wykres 11. Klasa do której uczęszczają dzieci

Pomiędzy procentowym udziałem dzieci z poszczególnych klas w Polsce i w Japonii występowały tylko niewielkie różnice, co prezentuje wykres.

Motywację do nauki matematyki zmierzono na trzech skalach: motywacja zewnętrzna, motywacja wewnętrzna, niska motywacja. Wysoki wynik w dwóch pierwszych skalach

oznaczał wysoką motywację, natomiast w przypadku trzeciej skali wysoki wynik oznaczał niską motywację.

Średni poziom motywacji zewnętrznej w przypadku dzieci polskich wynosił 2,19, zaś 2,18 w przypadku dzieci z Japonii. Nie stwierdzono istotnych różnic między obiema grupami. Oznacza to, że czynniki w postaci opinii kolegów, dobrych ocen czy wymagań rodziców są tak samo ważne dla dzieci japońskich i polskich.

Dzieci uczęszczające do klas pierwszych w Polsce wykazały nieco wyższą motywację zewnętrzną, ale nie były to różnice istotne statystycznie. Wśród drugoklasistów w Polsce średni wynik wynosił 2,35 i był trochę wyższy od wyniku uzyskanego w badaniu japońskich drugoklasistów, ale także nie były to różnice istotne statystycznie.

Różnicę statystyczne pomiędzy grupami sprawdzano za pomocą testu t Studenta dla prób niezależnych.

Istotność związków sprawdzano za pomocą współczynnika korelacji rang Spearmana. Przyjmuje on wartości od -1 (bardzo silne związki ujemne, wzrost jednej zmiennej, powodował spadek wartości drugiej zmiennej), poprzez 0 (brak zależności), do +1 (silne związki dodatnie, wzrost jednej zmiennej powodował wzrost drugiej zmiennej).

W przypadku klas trzecich, wyższe wyniki uzyskały dzieci z Japonii (średnia 2,32), niż dzieci z Polski (średnia 1,61) i w tym przypadku różnice były statystycznie istotne.

Tabela 30. Pozytywna motywacja zewnętrzna, porównanie średnich, z podziałem na klasy

Klasa		narodowość		Test t- studenta	
		Polska	Japonia	t	p
Pierwsza	Średnia	2,44	2,14	1,05	0,298
	Odchylenie standardowe	1,28	1,41		
Druga	Średnia	2,35	2,11	0,90	0,373
	Odchylenie standardowe	1,02	1,39		
Trzecia	Średnia	1,61	2,32	- 2,21	0,030

	Odchylenie standardowe	2,19	2,18		
Ogółem	Średnia	22,19	2,18	0,09	0,933
	Odchylenie standardowe	1,23	1,37		

Średni wynik dla skali motywacja wewnętrzna wynosił 2,93 punkty w przypadku dzieci z Polski oraz 2,72 punkty w przypadku dzieci z Japonii.

Uczniowie klas pierwszych i drugich z obu krajów uzyskały wyniki zbliżone do wyniku średniego, ale japońscy trzecioklasiści cechowali się większą motywacją wewnętrzną. Pomimo tego, zarówno w przypadku ogółu badanych, jak i w poszczególnych klasach nie stwierdzono istotnych statystycznie różnic pod względem motywacji wewnętrznej między dziećmi z Polski i z Japonii.

Tabela 31. Pozytywna motywacja wewnętrzna, porównanie średnich, z podziałem na klasy

Klasa		narodowość		Test t- studenta	
		Polska	Japonia	t	p
Pierwsza	Średnia	3,15	2,71	1,37	0,174
	Odchylenie standardowe	1,05	1,72		
Druga	Średnia	2,81	2,40	1,25	0,215
	Odchylenie standardowe	1,22	1,64		
Trzecia	Średnia	2,78	3,15	- 1,14	0,257
	Odchylenie standardowe	1,17	1,36		
Ogółem	Średnia	2,93	2,72	1,14	0,254
	Odchylenie standardowe	1,14	1,62		

Dzieci z Japonii uzyskały wyższe wyniki na skali "niska motywacja", niż dzieci z Polski. Różnice są istotne statystycznie. Oznacza to, że mali Japończycy przejawiają niższą motywację do uczenia się matematyki niż ich polscy rówieśnicy.

W przypadku dzieci z klas pierwszych nie zaobserwowano istotnych statystycznie różnic. Natomiast w przypadku dzieci z klas drugich dzieci z Japonii osiągały wyższy średni wynik (niższa motywacja), niż dzieci z Polski. W tym przypadku różnicę okazały się istotne statystycznie.

W przypadku dzieci z klas trzecich nie zaobserwowano różnic, zarówno japońskie, jak i polskie dzieci charakteryzowały się niską motywacją na podobnym poziomie.

Tabela 32. Niska motywacja, porównanie z podziałem na klasy

Klasa		narodowość		Test t- studenta	
		Polska	Japonia	t	p
Pierwsza	Średnia	0,59	0,76	-0,07	0,496
	Odchylenie standardowe	1,18	1,26		
Druga	Średnia	0,74	1,95	-4,10	0,000
	Odchylenie standardowe	1,32	1,43		
Trzecia	Średnia	0,43	0,65	-0,98	0,331
	Odchylenie standardowe	0,84	0,92		
Ogółem	Średnia	0,60	1,18	- 3,46	0,001
	Odchylenie standardowe	1,15	1,38		

Okazało się, że istnieje istotny związek pomiędzy motywacją zewnętrzną a klasą ucznia u dzieci polskich. Najwyższą motywację zewnętrzną wykazywali uczniowie klas pierwszych, a najniższą- trzecich. W pozostałych skalach nie było istotnych różnic w związku motywacji i klasy danego ucznia w obu krajach.

W przypadku niektórych stwierdzeń dotyczących motywacji częstość ich występowania wśród dzieci z obu krajów różniła się. Polscy uczniowie częściej uczyli się matematyki by być najlepszym w klasie niż uczniowie z Japonii. Polacy także częściej deklarowali, że lubią matematykę. W przypadku dzieci z Japonii zauważono, że częściej odczuwają zadowolenie z rozwiązywania zadań z matematyki. Jednak z drugiej strony znacznie większy

procent uważał, że matematyka jest trudniejsza od innych przedmiotów oraz częściej poddawali się gdy nie potrafili rozwiązywać zadania.

Udzielone przez badanych uczniów odpowiedzi zostaną omówione w kolejności wskazujących na występowanie określonego typu motywacji (lub jej braku). Pytanie numer 2, 5, 7, 12 sprawdzały występowanie pozytywnej motywacji zewnętrznej.

3. Czy uczysz się, żeby mieć dobre oceny?

Tabela 33. Odpowiedzi dzieci na pytanie 2.

		Tak		Nie	
Klasy I N= 75	Japonia (N=75)	62	82,5%	13	17,5%
	Polska (N=33)	26	79%	7	21%
Klasy II N= 82	Japonia (N=82)	54	66%	28	34%
	Polska (N=31)	29	93,5%	2	6,5%
Klasy III N=60	Japonia (N=60)	51	85%	9	15%
	Polska (N=23)	20	87%	3	13%
Razem	Japonia (N=217)	167	77%	50	23%
	Polska (N=87)	75	86%	12	14%

Większość badanych dzieci uznała, że otrzymywanie dobrych ocen jest dla nich ważną motywacją uczenia się. Wyniki te oznaczają, że nauczyciele skutecznie wykorzystują oceny

szkolne jako narzędzie mobilizujące dzieci do nauki. Dzieje się tak dzięki faktowi, że dobre oceny mają dla uczniów duże znaczenie. Ocena szkolna to w rękach nauczyciela narzędzie do kształtowania pozytywnej motywacji zewnętrznej. Odpowiedzi na to pytanie należało jednak analizować w kontekście innych odpowiedzi. Mogłyby one bowiem wskazywać, że chęć uzyskania dobrych ocen jest w rzeczywistości chęcią unikania ocen negatywnych, co może powodować niepokój i niechęć do przedmiotu. Poza tym oczekiwanie wysokich ocen, nawet jeśli są nieregularne jest czynnikiem sprzyjającym nauce matematyki, gdyż- jak uważa D.A. de Catanzaro wzmocnienie nieregularne może sprzyjać podtrzymaniu pożądanych zachowań.³³¹

Następnym pytaniem badającym występowanie motywacji zewnętrznej było pytanie piąte, brzmiące:” Czy uczysz się matematyki, żeby być najlepszy w klasie?”. Rozkład odpowiedzi uczniów prezentuje tabela.

Tabela 34. Odpowiedzi dzieci na pytanie 5.

		Tak		Nie	
Klasy I	Japonia (N=75)	25	33%	50	67%
	Polska (N=33)	23	69,5%	10	30,5%
Klasy II	Japonia (N=82)	34	41,5%	48	58,5%
	Polska (N=31)	20	64,5%	11	35,5%
Klasy III	Japonia (N=60)	38	63%	22	37%
	Polska (N=23)	11	48%	12	52%

³³¹ D.A. de Catanzaro, tamże, s. 380-381.

Razem	Japonia (N=217)	97	45%	120	55%
	Polska (N=87)	54	62%	33	38%

Z rozkładu wyników na poszczególne klasy wynika wyraźnie, że liczba twierdzących odpowiedzi ma tendencję wzrostową. Innymi słowy: im uczniowie japońscy są starsi, tym większe ma dla nich znaczenie rywalizacja i chęć bycia lepszym od kolegów. Taka prawidłowość nie zachodzi u uczniów polskich. Tak rozumiana, zdrowa rywalizacja może korzystnie wpływać na osiągnięcia szkolne uczniów. Patrząc na wyniki sumarycznie trzeba zauważyć, że osiąganie wyników lepszych niż klasowi koledzy ma znaczenie dla mniej niż połowy badanych uczniów (45%). Obala to stereotyp, ukazujący japońskich uczniów jako dzieci od niemalże urodzenia uczestniczące w tzw. „wyścigu szczurów”. Przyczyną rozkładu wyników mogą być także czynniki kulturowe. P. Szarota zwrócił uwagę, że Japończycy uważają za niegrzeczne okazywanie radości z sukcesów, gdyż sprawia to przykrość przegranym osobom. Być może więc japońscy uczniowie uznali za niestosowne deklarowanie chęci pokonania kolegów z własnej klasy.³³²

Innym czynnikiem zaliczanym do motywacji zewnętrznej może być zachęta ze strony rodziców. Występowanie jej badało pytanie siódme: „Czy uczysz się matematyki dlatego, że zmuszają Cię do tego rodzice?”.

Tabela 35. Odpowiedzi dzieci na pytanie 7.

		Tak		Nie	
Klasy I	Japonia(N=75)	22	29%	53	71%
	Polska (N=33)	6	18%	26	82%
Klasy II	Japonia(N=82)	20	24,5%	62	75,5%
	Polska (N=31)	2	6,5%	29	93,5%
Klasy III	Japonia (N=60)	10	16,5%	50	83,5%

³³² P. Szarota, tamże, s. 148.

	Polska (N=23)	1	4,5%	22	95,5%
Razem	Japonia(N=217)	52	24%	165	76%
	Polska (N=87)	9	10,5%	78	89,5%

Większość uczniów odpowiedziała, że wymagania rodziców nie są głównym powodem, dla którego uczą się matematyki (76% w Japonii i aż 89,5% w Polsce). Największe znaczenie ma opinia rodziców dla uczniów klas pierwszych, następnie systematycznie maleje w kolejnych latach. Jest to zgodne z poprzednio omówionym pytaniem dotyczącym pozycji wśród rówieśników. Im dzieci są starsze, tym mniejsze znaczenie ma dla nich opinia dorosłych (rodziców), a zwiększa się w pływ grupy rówieśniczej.

Ostatnie pytanie dotyczące motywacji zewnętrznej było pytaniem pozornie zbliżonym treściowo do pytania piątego. Brzmiało ono: "Czy chcesz dorównać kolegom/koleżankom, którzy dobrze uczą się matematyki?".

Tabela 36. Odpowiedzi dzieci na pytanie 12.

		Tak		Nie	
Klasy I	Japonia(N=75)	52	69%	23	31%
	Polska (N=33)	21	63,5%	12	46,5%
Klasy II	Japonia(N=82)	65	79%	17	21%
	Polska (N=31)	22	71%	9	29%
Klasy III	Japonia(N=60)	40	66,5%	20	33,5%
	Polska (N=23)	12	52%	11	48%
Razem	Japonia(N=217)	157	72,5%	60	27,5%
	Polska (N=87)	55	63%	32	37%

Większość uczniów (w Japonii 72,5% i 63% w Polsce) chciałaby dorównać kolegom, którzy dobrze uczą się matematyki. Jest to ciekawe, ponieważ w piątym pytaniu większość uczniów uznała, że nie uczą się, aby być najlepszymi w klasie. Ich celem jest zatem nie wyróżnienie się z grupy, ale zostanie członkiem grupy dobrych uczniów (lub utrzymanie tego statusu). Opinia rówieśników ma większe znaczenie dla uczniów japońskich. Potwierdza to tezę, że różnica jest spowodowana różnicami kulturowymi. Dla Japończyków jako społeczeństwa kolektywnego istotne jest bycie pożytecznym członkiem grupy, nie zaś osobisty sukces.³³³ Tłumaczy to znacznie większą liczbę odpowiedzi twierdzących w pytaniu 12 i pytaniu 5.

Kolejna grupa pytań weryfikowała występowanie pozytywnej motywacji wewnętrznej. Trzecie pytanie brzmiało: „Czy lubisz matematykę?”.

Tabela 37. Odpowiedzi dzieci na pytanie 3.

		Tak		Nie	
Klasy I	Japonia (N=75)	45	60%	30	40%
	Polska (N=33)	32	97%	1	3%
Klasy II	Japonia (N=82)	43	52,5%	32	47,5%
	Polska (N=31)	27	87%	4	13%
Klasy III	Japonia (N=60)	48	80%	12	20%
	Polska (N=23)	20	87%	3	13%
Razem	Japonia(N=217)	143	66%	74	34%
	Polska (N=87)	79	91%	8	9%

³³³ Np. P.G. Zimbardo, R.L. Johnson, V. McCann, tamże.

Większość badanych dzieci (w Japonii 66% i aż 91% w Polsce) deklaruje, że lubi matematykę. Największy procent dzieci lubiących przedmiot jest w klasach trzecich, a najniższy w klasach drugich. Jednocześnie klasy drugie charakteryzują się występowaniem wyższej motywacji zewnętrznej, co może tłumaczyć ten wynik.

Pytanie czwarte „ Czy nauka matematyki jest przyjemna?” sprawdzało nastawienie do uczenia się matematyki, a nie samej dziedziny wiedzy. Prawie $\frac{3}{4}$ uczniów uznało, że nauka matematyki sprawia im przyjemność. Jest to większy procent twierdzących odpowiedzi niż w przypadku pytania o sympatię do matematyki. Prawdopodobnie świadczy to bardzo dobrze o organizacji procesu nauczania- uczenia się. Wynika stąd bowiem, że nawet jeśli sama dziedzina wiedzy nie jest dla dzieci atrakcyjna, to zapewne za sprawą działania nauczycieli jej lekcje są przyjemne. Potwierdza to rolę nauczyciela w procesie budowania motywacji u dzieci, o czym pisał np. R. I. Arends.³³⁴

Tabela 38. Odpowiedzi dzieci na pytanie 4.

		Tak		Nie	
Klasy I	Japonia(N=75)	55	73,5%	20	26,5%
	Polska (N=33)	30	91%	3	9%
Klasy II	Japonia (N=82)	54	66%	28	34%
	Polska (N=31)	29	93,5%	2	6,5%
Klasy III	Japonia(N=60)	49	81,5%	11	18,5%
	Polska (N=23)	18	78%	5	22%
Razem	Japonia(N=217)	158	73%	59	27%
	Polska (N=87)	77	88,5%	10	11,5%

Także w wypadku pytania czwartego liczba odpowiedzi twierdzących była niższa w klasach drugich w Japonii. Prawdopodobnie przyczyny są podobne- uczniowie ci wykazują

³³⁴ R. I. Arends, tamże, s. 138-142.

większą motywację zewnętrzną niż wewnętrzną, być może za sprawą postępowania nauczycieli i przyjętych przez nich sposobów mobilizowania uczniów do nauki. W Polsce ilość odpowiedzi twierdzących była wyraźnie niższa w klasach trzecich.

Kolejne pytanie dotyczyło opinii uczniów na temat przydatności wiedzy matematycznej w życiu codziennym. Założono, że jeśli uczeń widzi korzyści z opanowania określonych umiejętności to wtedy chętniej się uczy i jest skłonny wkładać w naukę więcej wysiłku. Dziewiąte pytanie brzmiało: „Czy uważasz, że matematyka jest potrzebna w życiu codziennym?”.

Tabela 39. Odpowiedzi dzieci na pytanie 9.

		Tak		Nie	
Klasy I	Japonia(N=75)	46	61,5%	29	38,5%
	Polska (N=33)	15	45,5%	18	44,5%
Klasy II	Japonia(N=82)	58	71%	24	29%
	Polska (N=31)	21	68%	10	32%
Klasy III	Japonia(N=60)	52	86,5%	8	13,5%
	Polska (N=23)	20	87%	3	13%
Razem	Japonia(N=217)	156	72%	61	28%
	Polska (N=87)	56	64,5%	31	35,5%

Zgodnie z przypuszczeniami najwięcej twierdzących odpowiedzi pojawiło się w klasach trzecich, zaś najmniej w klasach pierwszych (zwłaszcza wśród uczniów polskich). Można z tego wyciągnąć wniosek, że świadomość możliwości praktycznego wykorzystania matematyki rośnie proporcjonalnie do wieku uczniów, zwiększa się wraz z ich doświadczeniem życiowym. Rozumienie tych korzyści może przekładać się na zwiększenie chęci do nauki i intensyfikowania wysiłków, ale jak pokazały wcześniej omówione pytania, nie musi automatycznie oznaczać lubienia przez ucznia matematyki lub samego jej uczenia się.

Ostatnie z pytań badających występowanie pozytywnej motywacji wewnętrznej brzmiało: „Czy rozwiązując zadania z matematyki, podoba Ci się gdy musisz się nad nimi zastanowić/zmuszają Cię do myślenia?”

Tabela 40. Odpowiedzi dzieci na pytanie 11.

		Tak		Nie	
Klasy I	Japonia(N=75)	56	74,5%	19	25,5%
	Polska (N=33)	26	79%	7	21%
Klasy II	Japonia(N=82)	42	51%	40	49%
	Polska (N=31)	12	39%	19	61%
Klasy III	Japonia(N=60)	40	66,5%	20	33,5%
	Polska (N=23)	6	26%	17	74%
Razem	Japonia (N=217)	138	63,5%	79	36,5%
	Polska (N=87)	63	72,5%	24	27,5%

W tym pytaniu występuje tendencja spadkowa- im dziecko starsze, tym mniej lubi wysiłek umysłowy związany z rozwiązywaniem zadań matematycznych. Najmniej odpowiedzi twierdzących w tym pytaniu udzielili w Japonii uczniowie klasy drugiej (51%), a w Polsce klasy trzeciej (26%), zaś najwięcej uczniowie klas pierwszych (prawie $\frac{3}{4}$ badanych). Konkluzja jest niepokojąca. Z rozkładu odpowiedzi wynika bowiem, że pomimo iż większość dzieci lubi myśleć podczas rozwiązywania zadań to ich liczba z każdym kolejnym rokiem nauki maleje. Dzieci przychodząc do szkoły chętniej pokonując trudności, zaś nauka w niej powoduje, że z czasem zaprzestają aktywności i zanika ich ciekawość.

Kolejna grupa pytań badała występowanie niskiej motywacji do uczenia się matematyki lub jej brak. Twierdząca odpowiedź na kolejne pytania potwierdzała ich występowanie.

Pierwsze pytanie brzmiało: „Czy matematyka jest trudniejsza od innych przedmiotów?”. Dotyczyło ono subiektywnej oceny ucznia co do trudności przedmiotu nauczania.

Tabela 41. Odpowiedzi dzieci na pytanie 1.

		Tak		Nie	
Klasy I	Japonia (N=75)	19	25,5%	56	74,5%
	Polska (N=33)	4	12%	29	88%
Klasy II	Japonia(N=82)	54	66%	28	34%
	Polska (N=31)	7	22,5%	24	77,5%
Klasy III	Japonia(N=60)	3	5%	57	95%
	Polska (N=23)	0	0%	23	100%
Razem	Japonia(N=217)	79	36,5%	141	63,5%
	Polska (N=87)	11	12,5%	76	87,5%

Największa ilość uczniów, których zdaniem matematyka jest trudniejsza od innych przedmiotów uczęszcza do klas drugich. W zestawieniu z poprzednio uzyskanymi danymi dotyczącymi ich wysokiej motywacji zewnętrznej przy niskiej wewnętrznej należy sądzić, że ich opinie są spowodowane wymaganiami stawianymi przez nauczycieli. W klasach pierwszych trudność matematyki uznaje ok. ¼ uczniów w Japonii i ok. 12% w Polsce, ale w klasach trzecich już tylko znikomy procent (lub żaden).

Pytanie szóste brzmiało: „Czy gdy zaczyna się lekcja matematyki myślisz: "O nie, nie chcę"?”.

Tabela 4. Odpowiedzi dzieci na pytanie 6

		Tak		Nie	
Klasy I	Japonia(N=75)	8	10,5%	67	89,5%
	Polska (N=33)	2	6%	31	94%
Klasy II	Japonia(N=82)	19	23%	63	77%
	Polska (N=31)	7	22,5%	24	77,5%
Klasy III	Japonia (N=60)	4	6,5%	56	93,5%
	Polska (N=23)	5	22%	18	78%
Razem	Japonia (N=217)	31	14,5%	186	85,5%
	Polska (N=87)	14	17%	73	83%

W klasach pierwszych rozpoczęcia lekcji matematyki obawia się w Japonii 10,5% uczniów i w Polsce 6%, w klasach drugich w Japonii 23% i w Polsce 22,5%, a w klasach trzecich w Japonii 6,5% i w Polsce 22%. Ponownie najwięcej odpowiedzi twierdzących pojawiło się w klasach drugich w Japonii i w klasach trzecich w Polsce.. Jak już wspomniano mniejsza motywacja do uczenia się matematyki uczniów klas drugich wynika z wymagań stawianych przez nauczycieli. Nie bez znaczenia może być fakt, iż zakres treści przewidzianych do opanowania w klasie drugiej w Japonii jest obszerny i dość skomplikowany, w Polsce dzieje się tak w klasie trzeciej. Pozytywny wydaje się fakt, że bardzo niewielu uczniów klas trzecich w Japonii reaguje niechęcią na rozpoczynającą się lekcje matematyki, co być może ma związek z tym, że w ogromnej większości uznają przedmiot za łatwy.

W punkcie ósmym zadano uczniom pytanie: „Czy jeśli nie potrafisz rozwiązać zadania, poddajesz się/zniechęcasz się?”.

Tabela 43. Odpowiedzi dzieci na pytanie 8

		Tak		Nie	
Klasy I	Japonia(N=75)	18	24%	93	76%
	Polska (N=33)	8	24%	25	76%
Klasy II	Japonia(N=82)	61	74,5%	21	25,5%
	Polska (N=31)	6	19%	25	81%
Klasy III	Japonia(N=60)	28	46,5%	32	53,5%
	Polska (N=23)	2	8,5%	21	91,5%
Razem	Japonia(N=217)	71	33%	146	67%
	Polska (N=87)	17	19,5%	70	80,5%

Okolo 1/3 uczniów w Japonii uznało, że gdy nie potrafią rozwiązać zadania zniechęcają się i nieco mniej w Polsce. Największy zapal wykazują uczniowie polskich i japońskich klas pierwszych oraz polskich klas drugich, co jest zgodne z wynikami pytania „Czy rozwiązując zadania z matematyki, podoba Ci się gdy musisz się nad nimi zastanowić/zmuszają Cię do myślenia?”. Ponownie najmniejszą motywację wykazują uczniowie klas drugich w Japonii. Ciekawe jest jednak porównanie pytania ósmego i jedenastego. W pytaniu jedenastym 63,5% japońskich uczniów stwierdziło, że lubi myśleć podczas rozwiązywania zadań, jednak zgodnie z odpowiedziami udzielonymi w pytaniu ósmym jednocześnie zniechęcają się, gdy nie potrafią ich rozwiązać. Oznacza to, że uczniowie w większości chętnie podejmują wysiłek umysłowy, jednak brakuje im wytrwałości w przypadku napotkania na trudności. Być może wynika to też z ich przeświadczenia o możliwym sukcesie lub porażce i jest związane z teorią atrybucji, którą szerzej omówiono w rozdziale pierwszym.

Dziesiąte pytanie brzmiało: „Czy nudzisz się podczas nauki matematyki?”

Tabela 44. Odpowiedzi dzieci na pytanie 10

		Tak		Nie	
Klasy I	Japonia(N=75)	9	12%	66	88%
	Polska (N=33)	4	12%	29	88%
Klasy II	Japonia(N=82)	10	12%	72	88%
	Polska (N=31)	2	6,5%	29	93,5%
Klasy III	Japonia(N=60)	4	6,5%	56	93,5%
	Polska (N=23)	3	13%	20	87%
Razem	Japonia(N=217)	23	10,5%	194	89,5%
	Polska (N=87)	9	10,5%	78	89,5%

Wyniki ostatniego z omawianych pytań są optymistyczne. Ogromna większość uczniów twierdzi, że nie nudzi się podczas lekcji matematyki.. Tak dobre rezultaty prawdopodobnie świadczą o atrakcyjnie organizowanym procesie dydaktycznym. Potwierdzają to wyniki pytania „Czy nauka matematyki jest przyjemna?”. Tam także większość uczniów uznała, że lekcje są ciekawe, co dobrze świadczy o kompetencjach pedagogicznych nauczycieli.

Reasumując, w pewnych zakresach istnieją znaczne różnice w poziomie i rodzaju motywacji u polskich i japońskich uczniów, co może mieć znaczenia dla wyników testu TIMSS.

PODSUMOWANIE I WNIOSKI KOŃCOWE

Wszystkie uzyskane wyniki zostały poddane starannej analizie. Udało się uzyskać odpowiedź na wszystkie postawione pytania badawcze. Na tej podstawie zaplanowano kolejne badania- tym razem eksperymentalne. Polegają one na próbie przeniesienia wniosków z badań na grunt polski. Czynniki zidentyfikowane jako te wpływające na podniesienie skuteczności nauczania początkowego matematyki zostały uwzględnione w konstrukcji i treści autorskiego programu nauczania. Jest on obecnie w formie badań pilotażowych prowadzony w jednej z gliwickich szkół podstawowych.

Z porównania wyników Polski i Japonii w badaniach TIMSS 2011 wynika, że pomiędzy krajami istnieje bardzo duża różnica. Polski średni wynik wynosił 481 punktów (przy odchyleniu standardowym równym 73 i założonej średniej badania wynoszącej 500), zaś w Japonii badani uczniowie uzyskali aż 585 punktów (przy odchyleniu standardowym 72), co stanowi wynik znacznie powyżej średniej i daje piąte miejsce w ogólnym rankingu krajów biorących udział w badaniu). Polscy uczniowie zarówno w kategorii zasoby jak i wykorzystanie zasobów uzyskali znacząco niższe wyniki. W zakresie zasobów najlepszy wynik Polacy uzyskali w przedstawianiu danych, zaś najgorszy w zadaniach dotyczących obiektów geometrycznych. Uczniowie japońscy także najwięcej punktów uzyskali w przedstawianiu danych (ale wiedzę o obiektach geometrycznych oceniono tylko o punkt niżej), zaś najslabiej wypadli w wiedzy o liczbach. Jeśli chodzi o zastosowanie zasobów, to polscy i japońscy uczniowie najlepiej poradzili sobie także z przedstawianiem danych, a najslabiej w zakresie liczb (Polacy) i obiektów geometrycznych (Japończycy). Dzieci z obu krajów dzieliła niewielka różnica wieku, jednak realizacja tematów objętych badaniem TIMSS nie była taka sama w obu krajach. W Japonii zrealizowano prawie wszystkie badane zagadnienia, natomiast w Polsce była to tylko 1/3 tego zakresu. Co więc sprawiło, że uczniowie japońscy byli w stanie z sukcesem opanować o wiele szerszy zakres materiału niż ich polscy koledzy? Na to właśnie pytanie miały za zadanie odpowiedzieć zrealizowane badania porównawcze.

Aby wytłumaczyć tak znaczne różnice w uzyskanych wynikach przeprowadzono analizę procesu dydaktycznego w obu krajach. Na początku porównano dokumenty regulujące nauczanie matematyki w obu krajach. W Japonii obowiązuje narodowe curriculum, które określa cele kształcenia matematycznego, jego treści i formy aktywności, w których powinni brać udział uczniowie. Takie wymagania są sformułowane dla każdej

klasy. W Polsce obowiązuje co prawda podstawa programowa, jednak każdy nauczyciel ma dowolność wyboru programu nauczania dla swojej klasy (może wybrać gotowy program nauczania lub napisać własny). Podstawa programowa nie omawia dokładnie celów kształcenia, a treści formułuje w języku efektów opisując to, co uczeń powinien umieć po skończeniu pierwszej i trzeciej klasy. Polski dokument kładzie nacisk na opanowanie umiejętności praktycznych, użytecznych w życiu codziennym i tylko w tych kategoriach rozpatruje dziedzinę wiedzy, jaką jest matematyka. Japońskie dokumenty rozumieją ją szerzej i zwracają uwagę na proces nauczania a nie jego efekt, zobowiązując nauczycieli do organizowania określonych czynności badawczych a także do pokazywania piękna matematyki jako nauki.

Na podstawie omówionych dokumentów tworzy się podręczniki szkolne, które mają niebagatelny wpływ na przebieg procesu kształcenia. Polski rynek podręczników jest bardzo zróżnicowany i poszczególne publikacje znacznie różnią się od siebie zakresem materiału i jego trudnością. Japońskie podręczniki są zdecydowanie mniej zróżnicowane i różnice te dotyczą przede wszystkim szaty graficznej i układu treści. W polskich podręcznikach jest średnio około dwa razy więcej zadań niż w japońskich. Oznacza to także o połowę mniej czasu na rozwiązanie jednego zadania w Polsce niż w Japonii. Na skutek tego w Polsce zadania omawiane są pobieżnie, bez ich dogłębnej analizy i umożliwienia dzieciom poszukiwania sposobu obliczenia na własną rękę. Analiza podręczników w Polsce przynosi także wniosek, że ich konstrukcja (wbrew deklaracjom) uniemożliwia realizację zaleceń do podstawy programowej, które mówią o tym, że dzieci podczas edukacji matematycznej mogą tylko $\frac{1}{4}$ czasu poświęcić na pracę z książką. Kolejną różnicą jest fakt, iż polskie podręczniki praktycznie nie zawierają zadań proponowanych do rozwiązania na poziomie reprezentacji enaktywnych, podczas gdy w japońskich jest to zwykle (zależnie od klasy i wydawnictwa) co najmniej kilkanaście procent. Wygląda więc na to, że mniejsza liczba zadań rozwiązywanych podczas lekcji i częstsze wykorzystywanie reprezentacji enaktywnych sprzyja rozwojowi umiejętności matematycznych na wysokim poziomie. W tym przypadku liczba wykonanych ćwiczeń nie idzie w parze z efektywnością kształcenia.

Japońscy uczniowie spędzają w szkole na zajęciach obowiązkowych znacznie więcej czasu niż ich polscy rówieśnicy, jednak czas udziału w lekcjach szkolnych jest tylko nieznacznie większy – nie istnieją istotne statystycznie różnice w faktycznej długości czasu pracy podczas lekcji matematyki. Polscy uczniowie zwykle uczą się matematyki cztery godziny w tygodniu, a uczniowie japońscy mają w klasie pierwszej po cztery lekcje

tygodniowo, a w klasie drugiej i trzeciej po pięć. Biorąc jednak pod uwagę znaczną ilość czasu pustego podczas japońskich lekcji oraz fakt, że prace domowe zadaje się tam rzadziej niż w Polsce można uznać, że czas przeznaczony na naukę matematyki w obu krajach jest porównywalny.

Proporcje dotyczące wykorzystania różnych form nauczania były w Polsce i w Japonii podobne, choć Japończycy nieco częściej stosowali pracę grupową. Jeśli chodzi o metody nauczania to w obu krajach najpopularniejsze były metody słowne- pogadanka oraz praca z książką. Japońscy nauczyciel dodatkowo wykorzystywali dyskusję, która nie była wykorzystywana w polskich szkołach. Japończycy pozwalali uczniom na wyrażanie swoich poglądów, stosowanie argumentów i wyrażanie poparcia (lub nie) dla zaproponowanego przez nauczyciela lub kolegę sposobu rozwiązania zadania. W Polsce nauczyciele wymagali raczej odtwarzania wiedzy, zadając nieskomplikowane pytania oczekiwali z góry ustalonej odpowiedzi. Jeśli ona nie padała to „podpowiadali” dotąd, aż padło to co chcieli usłyszeć.

W obu porównywanych krajach duże różnice wystąpiły też pomiędzy stylem pracy nauczyciela. W Polsce główną metodą wpływania na zachowania uczniów były upomnienia, a w Japonii- pochwały. Nie było za to znaczących różnic pomiędzy częstością wsparcia udzielanego indywidualnym uczniom przez nauczyciela.

Podczas zajęć z edukacji matematycznej zarówno polscy jak i japońscy nauczyciele posługiwali się różnorodnymi mediami dydaktycznymi. W Japonii znacznie częściej były to multimedia- tablice interaktywne, projektory multimedialne czy rzutniki pisma. Podczas wielu lekcji nauczyciele nie decydowali się na wykorzystanie tych środków, a prowadzone zajęcia oceniono jako efektywne, stąd wniosek, że obecności multimediiów podczas zajęć nie ma istotnego związku z wynikami kształcenia.

Na polskich lekcjach rozwiązywano znacznie więcej zadań, ale większość z nich miała formę symboliczną. Japończycy częściej odwoływali się do działania na poziomie enaktywnym. Jak już wspomniano, mniejsza ilość zadań pozwala na ich rzetelną analizę. Dodatkowo czynnikiem różnicującym zajęcia w obu krajach był sposób wykorzystania podręcznika. W Japonii był on najczęściej inspiracją do zadania, zawierał jego treść, którą analizowali podczas zajęć na wiele sposobów. W Polsce podręczniki i zeszyty ćwiczeń zdecydowanie determinowały to, co się dzieje na zajęciach. Były źródłem zadań i miejscem ich rozwiązywania. Uczniowie nie mieli jednak szansy na samodzielność myślenia, gdyż musieli dopasować się do pomysłu autora podręcznika. Wykazano istotne statystycznie

różnice związane z liczbą i rodzajem zadań rozwiązywanych podczas lekcji matematyki w Polsce i w Japonii.

W związku z faktem wspierania niezależności intelektualnej uczniów przez japońskich nauczycieli wśród japońskich uczniów pojawiło się więcej zachowań pełnomocnościowych niż wśród dzieci polskich. Niewielka ilość takich zachowań i brak dążenia ze strony nauczyciela do ich prowokowania może powodować niezdolność do samodzielnego myślenia i odejmowania decyzji, a w konsekwencji nawet do niezaradności matematycznej. Tylko na około 1/3 obserwowanych zajęć stosowano rywalizację i indywidualizację oraz zadano pracę domową.

Zbadano także poziom i rodzaj motywacji do uczenia się matematyki u dzieci z obu krajów. W zakresie motywacji zewnętrznej nie stwierdzono istotnych statystycznie różnic. Wynika z tego, że dla uczniów polskich i japońskich tak samo ważne są wzmocnienia w postaci dobrych ocen, opinii rodziców czy rówieśników. Również pod względem motywacji wewnętrznej nie stwierdzono występowania istotnych statystycznie różnic, choć polscy uczniowie częściej twierdzili, że po prostu lubią matematykę. Dzieci z Japonii częściej za to deklarowały, że sprawia im przyjemność rozwiązywanie zadań wymagających myślenia. Okazało się też, że istnieje związek pomiędzy motywacją a wiekiem ucznia. Najwyższy jej poziom wykazywały dzieci z klas pierwszych, zaś najniższą- trzecich. Wynika stąd smutny wniosek, że szkoła dość skutecznie niszczy dziecięcą chęć uczenia się matematyki.

W szkołach, które wzięły udział w badaniu w obu krajach większość nauczycieli stanowiły kobiety, choć w szkołach japońskich pracowali także mężczyźni. Polscy nauczyciele mieli większe doświadczenie zawodowe niż ich japońscy koledzy. Czas prowadzenia zajęć dydaktycznych jest podobny w obu krajach, ale (według deklaracji nauczycieli) Polacy spędzają w szkole wykonując inne obowiązki znacznie więcej czasu. Pomimo tego ogólny poziom zadowolenia z pracy jest wyższy o polskich niż u japońskich pedagogów. Wygląda więc na to, że czas poświęcony na pracę w placówce nie zwiększa efektywności prowadzonych zajęć, podobnie jak poziom satysfakcji u nauczycieli.

Po analizie danych zgromadzonych podczas badań okazało się, że w bardzo wielu aspektach proces nauczania- uczenia się matematyki w klasach początkowych w Polsce i w Japonii jest do siebie bardzo podobny. Warto więc przyjrzeć się tym obszarom, w których występują różnice, gdyż to tam należy upatrywać tajemnicy skuteczności nauczania. Przede wszystkim znaczenie ma znacznie szerszy program nauczania matematyki w Japonii niż

w Polsce. Jego realizacja nie byłaby jednak możliwa, gdyby nie inne cechy prowadzonego procesu dydaktycznego. Przede wszystkim lekcje japońskie cechuje zdecydowanie mniejsza ilość rozwiązywanych zadań, co zapewnia wysoką jakość nauczania. Uczniowie są tam aktywną stroną procesu edukacyjnego, zaś w Polsce najczęściej powielają wzorce podawane przez nauczyciela. Japońskie dzieci samodzielnie poszukują strategii obliczeń, omawiają je na forum klasy, samodzielnie notują w zeszytach zamiast przepisywać z tablicy (jak to się dzieje w Polsce). Poza tym japońscy nauczyciele znacznie częściej stosują wzmocnienia pozytywne niż negatywne. Częściej też rozwiązuje się zadania na poziomie enaktywnym.

Przytoczone wyniki nie są zależne od uwarunkowań kulturowych i mogą zostać przeszczepione po niewielkich modyfikacjach na grunt polski. W związku z tym postuluje się:

- ograniczenie roli podręczników i zeszytów ćwiczeń jako najważniejszej formy aktywności podczas lekcji na rzecz działań praktycznych i stosowania zeszytów w kratkę do prowadzenia obliczeń i zapisywania wniosków;
- radykalne zmniejszenie ilości zadań rozwiązywanych na lekcjach na rzecz ich dokładnej analizy;
- częstsze rozwiązywanie zadań na poziomie reprezentacji enaktywnych;
- umożliwienie uczniom poszukiwania własnych dróg rozwiązywania problemów oraz dyskusowania ich na formy klasy;
- omawiania co najmniej kilku różnych sposobów rozwiązania jednego zadania;
- analizowanie rozwiązań błędnych i wyciąganie wniosków z tej analizy;
- organizowanie procesu nauczania- uczenia się matematyki w taki sposób, aby dzieci samodzielnie odkrywały prawa matematyczne i czerpały z tego radość;
- umożliwienie dzieciom samodzielnego podejmowania decyzji w sprawie sposobu rozwiązania zadania;
- ograniczenie liczby wzmocnień negatywnych na rzecz wzmocnień pozytywnych.

Na pytania o możliwość pełnego stosowania tych wskazówek odpowiedzą prowadzone w Polsce badania nad ich wprowadzeniem. Po ich zakończeniu planuje się opublikowanie

wyników wraz z pomocniczymi materiałami dla nauczycieli, którzy chcieliby zmienić styl nauczania na taki, w którym to uczeń będzie odkrywcą i twórcą „własnej matematyki”. Praca ta powstała z myślą, iż jak najbardziej jest to możliwe.

BIBLIOGRAFIA

1. Aravena M.D, Caamano C.E., The Metod of Problem Solving Based on the Japanese and Polya's Method. A Classroom Experience in Chilean Schools.
<http://tsg.icme11.org/document/get/454>, data dostępu 03. 06.2015 r.
2. Arends R. I., Uczymy się nauczać, Warszawa 1998.
3. Awramiuk E., O dwóch błędnych przekonaniach dotyczących kształcenia mowy ucznia,[w:] red. Piotr Wróblewski, Z Problematyki Kształcenia Językowego w Szkole, t. III, Białystok 2008.
4. Becker C.B., Reasons for the Lack of Argumentation and Debate in the Far East, "International Journal of Intercultural Relations" 10/ 1986.
5. Becker G. S., Human Capital: A Theoretical and Empirical Analysis, With Special Reference to Education, Chicago/ London 1993.
6. Behrnd- Wenzel B., Wenzel H., Refleksje na temat umiejętności komunikacyjnych w szkole, [w:] red. G. Mazurkiewicz, Przywództwo i zmiana w edukacji. Ewaluacja jako mechanizm doskonalenia, Kraków 2013.
7. Bereźnicki F., Dydaktyka kształcenia ogólnego, Kraków 2001.
8. Biuletyn wydany przez Ambasadę Japonii w Polsce: Biuletyn informacyjny. Edukacja w Japonii, Grudzień 2010.
9. Bondyra K., Kołodziejczyk M., System edukacyjny w Polsce wobec potrzeb rynku pracy, „Ruch Prawniczy, Ekonomiczny i Socjologiczny” 3/ 2009.
10. Bruner J., Poza dostarczone informacje, Warszawa 1978.
11. Buchner- Jeziorska A., Studia wyższe- bez szans na sukces?!, „Acta Universitatis Lodizensis. Folia sociologica”, 39 / 2011.
12. Bugajska- Jaszczolt B., Czajkowska M., Nietypowe zadania rozwijające myślenie matematyczne, „Nauczanie Początkowe” 1 / 2012/2013.
13. Christ M., Indywidualizacja procesu kształcenia uczniów jako wyzwanie edukacyjne w XXI w. , „COLLOQUIUM WYDZIAŁU NAUK HUMANISTYCZNYCH I SPOŁECZNYCH” 1/2013.
14. Clancy P.M., The Acquisition of Communication Style in Japanese, [w:] red. Schieffelin B.B., Ochs E., Language Socialization Across Cultures, Cambridge 1986.
15. Cobb V., An International Comparison of Teacher Education, Washington 1999.

16. Cydzik Z., Nauczanie matematyki w klasie pierwszej i drugiej szkoły podstawowej, Warszawa 1986.
17. Cylkowska- Nowak M., Edukacja wczesnodziecięca w Japonii- przemiany programowe i organizacyjne , [w:]red. J. Bonar, nauczyciel wczesnej edukacji. Oczekiwania społeczne i praktyka edukacyjna, Łódź 2011.
18. Cylkowska- Nowak M., Wybór szkoły w Japonii- uwarunkowania polityczne i społeczne a polityka oświatowa, „Edukacja” 2 / 2008.
19. Czapiński J., Panek T. (red.), Diagnoza społeczna 2013. Warunki i jakość życia Polaków, Warszawa 2013.
20. Czuba- Wąsowska M., Mańko K., Egzekucja obowiązków szkolnego i do nauki: zagadnienia prawne. Teoria i praktyka, Warszawa 2011.
21. D. Sz. (oprac.) , Dylematy japońskiej edukacji, „Problemy Opiekuńczo- Wychowawcze” 1 /1993.
22. Domeracka B., Leśniewska I., Sikora R., Tałan P., Poradnik dla dyrektora szkoły podstawowej. Ramowe plany nauczania, Warszawa 2013.
23. Dudel B., Kreowanie przestrzeni edukacyjnej w kształceniu matematycznym uczniów klas młodszych w opinii przyszłych nauczycieli. Wybrane aspekty , [w:]red. E. Jaszczyszyn, J. Szada- Borzyszkowska, Edukacja dziecka- mity i fakty, Białystok 2010.
24. Dweck C., Nowa psychologia sukcesu, Warszawa 2013.
25. Dymek A., Japońska geometria świątynna, „Delta” 5/ 2012 r.
26. Dziennik Ustaw Rzeczypospolitej Polskiej z dnia 18 czerwca 2014 r. , poz. 803.
27. Ellerton N. F., Clarkson P.C., Language Factors in Mathematics Teaching and Learning, [w:] red. Bishop, M.A. Clements, International Handbook of Mathematics Education, 1996.
28. Falkowska E., Telusiewicz- Pacak A., Dzieci w Polsce. Dane, liczby, statystyki. Polski Komitet Narodowy UNICEF, Warszawa 2013.
29. Filip J., Rams T., Dziecko w świecie matematyki, Kraków 2000.
30. Fukagawa H., Sacred Mathematics: Japanese Temple Geometry, Princeton, 2008.
31. Gerald K., LeTendre, The Assertive Self: Japanese Middle School Students and Their Educational Decisions, <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED365584.pdf>, data dostępu: 16.05.2013.

32. Goyette K., Xie Y., Educational Expectations of Asian American Youth: Determinants and Ethnic Differences, „Sociology of Education” 1 (72)/ 1999.
33. Gózdź J., Zjawisko korepetycji w percepcji i doświadczeniach młodzieży, „COLLOQUIUM WYDZIAŁU NAUK HUMANISTYCZNYCH I SPOŁECZNYCH” 3/ 2012.
34. Gruszczyk- Kolczyńska E., Zielińska E., Nauczycielska diagnoza edukacji matematycznej dzieci, Warszawa 2013.
35. Gruszczyk- Kolczyńska E. (red.), O dzieciach uzdolnionych matematycznie, Warszawa 2012.
36. Gruszczyk- Kolczyńska E., Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki, Warszawa 1997.
37. Gruszczyk- Kolczyńska E., Dziecięca matematyka, Warszawa 1997.
38. Gruszczyk- Kolczyńska E., Papierowa matematyka, „Matematyka” 1/ 2013.
39. Hanisz J., Cele wczesnoszkolnej edukacji matematycznej, „Życie Szkoły” 6/2005.
40. Hayashi A., Tobin J., Continuity and Change in Japanese Preschool Education [w:] red. G. DeCoker, C. Bjork, Japanese Education in an Era of Globalization: Culture, Politics and Equity, New York 2013.
41. Hendry J., Becoming Japanese: the World of the Preschool Child, Honolulu 1986
42. Hendry J., Japończycy. Kultura i społeczeństwo, Kraków 2013.
43. Herbst M., Mierzenie jakości kapitału ludzkiego a nieuczciwość edukacyjna, „Psychologia Społeczna” 4/2009.
44. Hess R.D., Azuma H., Cultural Support for Schooling. Contrasts Between Japan and the United States., „Educational Researcher” 9 (20)/ 1991.
45. Hiebert S. J., Grouws D. A., The Effects of Classroom Mathematics Teaching on Students’ Learning, [w:] red. Lester F. K., Jr, Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, Charlotte 2007.
46. Hirst L., „Juku Culture”: the Impacts of Supplementary Educational on Educational Equality and Employment Opportunity in Japan, “Burgamann Journal” 11/2003.
47. Isoda M., Japan Models in Mathematics Education from the World Perspective, http://www.criced.tsukuba.ac.jp/pdf/13_Japan_Isoda.pdf,_data dostępu 18. 01. 2015 r.
48. Jofan N., Dawna kultura Japonii, Warszawa 1977.
49. Kaczmarek Ż., Efektywność elementarnej edukacji matematycznej wspomaganiej komputerowo w pracy korekcyjno- wyrównawczej, „Neodidagmata” 25, 26/ 2003.

50. Kariya T., Shimizu K. , Shimizu M. , Morota Y., The Truth About Declining Scholastic Achievement, „Japan Echo” 29/2002 (tłumaczenie z: Gakuryoku teika' no jittai ni semaru, „Ronza”, June 2002).
51. Karoń J., Za zamkniętymi drzwiami klasy szkolnej- przemoc werbalna w kontaktach nauczyciela z dziećmi, „Problemy Wczesnej Edukacji” 4 (27)/ 2014.
52. Karta Nauczyciela. Ustawa z dnia 26 stycznia 1982 r.
53. Kasiński M., Wybrane aspekty różnic kulturowych pomiędzy Polakami i Japończykami wpływające na zarządzanie filiami japońskich przedsiębiorstw w Polsce, „Przedsiębiorczość i Zarządzanie” 6/2012.
54. Kawka M., Dyskurs szkolny. Zagadnienia języka, Kraków 1999.
55. Kielbasa M., Socha M., Multimedialne środki dydaktyczne ułatwiające naukę w opinii uczniów klas III i VI , w: Aktualne otázky prírodovedno- technických predmetov a prierezových tém v primárnej edukácii. Zborník príspevkov z medzinárodnej online konferencie konanej v dňoch 23. –25. 10. 2013, J. Kancír (red.) Pedagogická fakulta PU v Prešove Katedra prírodovedných a technických disciplín, Prešov 2013.
56. Kirstein Z., Aktywne metody w kształceniu matematycznym, Opole 2006.
57. Kleszczewska- Albińska A., Albiński R., Wstyd i poczucie winy w teorii i badaniach. „Psychologia Jakości Życia” 1(8)/ 2009.
58. Klus- Stańska D., Kalinowska A., Rozwijanie myślenia matematycznego młodszych uczniów, Warszawa 2004.
59. Klus- Stańska D., Strategie wprowadzania podstawowych pojęć matematycznych jako źródło późniejszych niepowodzeń szkolnych. „Pismo PG” 4/2006.
60. Klus- Stańska D., W stronę dydaktyki interakcyjnej [w:] red. M. Nowicka, Nauczyciel i uczeń w przestrzeniach szkoły, Olsztyn 2002.
61. Kołaczek B., Edukacja i inwestycje rodziny w kształcenie młodego pokolenia a rynek prac „Polityka Społeczna” 10/2011.
62. Komunikat z badań CBOS „Aspiracje i motywacje edukacyjne Polaków w latach 1993-2009”, Warszawa 2009.
63. Konarzewski K., TIMSS i PIRLS 2011. Osiągnięcia szkolne polskich trzecioklasistów w perspektywie międzynarodowej, Warszawa 2012.
64. Korcz M., O potrzebie matematycznego kształcenia nauczycieli nauczania początkowego, [w:]red. H. Siwek, M. Bereźnicka, System integralny w edukacji dziecka, Warszawa 2011.

65. Korolczuk R., Zambrowska M., Pozwólmy dzieciom grać, Warszawa 2014.
66. Kozieł R., Komputer w procesie kształtowania umiejętności arytmetycznych uczniów klas wczesnoszkolnych, „Chowanna” 2/ 2007.
67. Kozłowski W., Matczak E., Aspiracje edukacyjne rodziców w stosunku do własnych dzieci, „Edukacja” 1/ 2014.
68. Krajna A., Małkiewicz E., Sujak- Lesz K., Wiedza potoczna ucznia i jej wykorzystanie w edukacji. Wokół pedagogiki ucznia w centrum, Wrocław, 2005.
69. Kruszewski K., Nauczanie i uczenie się rozwiązywania problemów, [w:] red. L. Kruszewski, Sztuka nauczania. Czynności nauczyciela, Warszawa 2007.
70. Krygowska Z., Elementy aktywności matematycznej, które powinny odgrywać znaczącą rolę w matematyce dla wszystkich, „Dydaktyka Matematyki” 6/ 1986.
71. Krygowska Z., Zarys dydaktyki matematyki, Warszawa 1979.
72. Kurdybacha Ł., (red.) Historia wychowania, Warszawa 1965.
73. Kuszak K., Paradoksy komunikacji szkolnej- rozważania na temat wybranych ograniczeń rozwoju kompetencji komunikacyjnych uczniów we współczesnej szkole, „Kultura- Społeczeństwo- Edukacja” 2 (4)/ 2013.
74. Ledzińska M., Czerniawska E., Psychologia nauczania. Ujęcie poznawcze, Warszawa 2011.
75. Leung F., East Asians Identity in Maths Education, “Educational Studies in Mathematics” 47/ 2001.
76. Lewis C.C., Educating Hearts and Minds: Reflections on Japanese Preschool and Elementary Education, Cambridge 1995.
77. Lewis C.C., The Roots of Japanese Educational Achievement: Helping Children Develop Bonds to School, [w:] red. W. Cummings, P. Altbach, The Challenge of Eastern Asian Education, New York 1997.
78. Leżańska W., Kształcenie nauczycieli wychowania przedszkolnego w Polsce, Łódź 1998.
79. Łysek J., Treść kształcenia jako element sytuacji dydaktycznej, [w:] H. Moroz, Sytuacje dydaktyczne w klasach I-III, Katowice 1989.
80. Magda- Adamowicz M., Kształcenie matematyczne [w:] red. M. Magda- Adamowicz, L. Kataryńczuk- Mania, Dziedziny kształcenia w klasach I-III, Warszawa 2013.

81. Magda- Adamowicz M., Kształcenie matematyczne [w:] red. M. Magda- Adamowicz, L. Kataryńczuk- Mania, Dziedziny kształcenia w klasach I-III, Warszawa 2013.
82. Majewska K., Tablica interaktywna- nowoczesne narzędzie czy dydaktyczne czy jedynie modny gadżet?, [w:] red. T. Lewowicki, B. Siemieniecki, Nowe media w edukacji, Toruń 2012.
83. Makarska T., Rodzina a stymulacja zdolności intelektualnych dziecka, Siedlce 1991.
84. Makishita H., Solving Problems from Sangaku with Technology, For Good Mathematics in Education.
http://atcm.mathandtech.org/ep2010/regular/3052010_18601.pdf, data dostępu: 9.04.2014.
85. Matczak E., W. Kozłowski, Zawód dla mojego dziecka: aspiracje rodziców, „Journal of Modern Science” 2/ 2012.
86. Mączka M., Soroban- japońskie liczydło w edukacji matematycznej XXI wieku , „Chowanna” 2 (39) / 2012.
87. Melosik Z., Społeczno- kulturowe funkcje egzaminów wstępnych na wyższe uczelnie japońskie, „Edukacja” 3/1991.
88. Mietzel G., Psychologia kształcenia, Gdańsk 2001.
89. Mikołajczyk M., Metody klasyczne i współczesne w nauczaniu matematyki?, „Społeczeństwo, Nauczanie” 35/ 2005.
90. Miura I. T., Okamoto Y., Kim Ch., Steere M., Fayol M., First Graders' Cognitive Representation of Number and Understanding of Place Value: Cross-national Comparisons: France, Japan, Korea, Sweden, and the United States. „Journal of Educational Psychology” 1 (85)/ 1993.
91. Miyakawa T., A Study of „Good” Mathematics Teaching in Japan, In Proceedings of the APEC International Symposium on Innovation and Good Practice for Teaching and Learning Mathematics through Lesson Study 2006.
92. Moroz A., Składniowe wyznaczniki przynależności kulturowej, „Investigationes Linguisticae” 29/ 2013.
93. Moroz H., Sytuacje dydaktyczne w klasach I-III, Katowice 1989.
94. Nagayama M., Gillard., J. L., An Investigation of Japanese and American Early Care and Education. „Early Childhood Educational Journal” 3 (33)/ 2005.
95. Nakane C., Japanese Society. Berkeley, Los Angeles 1970.
96. Nalaskowski S., Metody nauczania, Toruń 1998.

97. Nanakida A., *Early Childhood Education and Care Curriculum in Japan*, [w:]: red. L. Huo, S. Neuman, A. Nanakida, *Early Childhood in three cultures: China, Japan, and the United States*, Berlin 2014.
98. Niemierko B., *Ku czemu zmierzają egzaminy szkolne*, [w:] Niemierko B., Małecki B. (red.), *Dawne i nowe formy egzaminowania*, Wrocław 2001.
99. Nisbett R. E., *Geografia myślenia*, Sopot 2009.
100. Noga H., *Metodyka edukacji techniczno- informatycznej*, Kraków 2010.
101. Nowak W., *Konwersatorium z dydaktyki matematyki*, Warszawa 1989.
102. Nowicka M., *Mówienie w szkole*, [w:] red. D. Klus- Stańska, M. Dągiel, *Edukacja polonistyczna na rozdrożach*, Olsztyn 1999.
103. Nowicka R., *Czego możemy nauczyć się od Japończyków? „Nowa Szkoła”*. 1/ 1996.
104. Nowik J., *Kształcenie matematyczne w edukacji wczesnoszkolnej*, Opole 2011.
105. Nyczaj- Drąg M., *Udział środowiska rodzinnego w przygotowaniu dziecka do roli ucznia*, [w:] red. I. Nowosad, *Nauczyciele i rodzice: współpraca w wychowaniu*, Zielona Góra 2011.
106. Ochmańska B., *Możliwości rozwojowe i potrzeby dziecka w młodszym wieku szkolnym w kontekście edukacji matematycznej*, [w:] I. Fechner- Sędzicka, B. Ochmańska, W. Odrobina, *Rozwijanie zainteresowań i zdolności matematycznych uczniów klas I-III szkoły podstawowej*, Warszawa 2012.
107. Odrowąż- Coatech A., Stańczak J., *Strategie edukacyjne rodziców z klas średnich w Polsce i Arabii Saudyjskiej*, „*Pedagogika Społeczna*” 3/2013.
108. Ogawa T., *A Review of the History of Japanese Mathematics*, “*Revue d’Histoire des Mathematiques*” 1/2001.
109. Okoń W., *Słownik pedagogiczny*, Warszawa 1987.
110. Pachociński R., *Pedagogika porównawcza*, Warszawa 2007.
111. Pawlak A., *Tutoring dziecięcy w procesie nauczania- uczenia się dzieci siedmioletnich i ośmioletnich*, Lublin 2009.
112. Perry M., Vander S., Scott W., Shirley L., *Asking Questions in First-grade Mathematics Classes: Potential Influences on Mathematical Thought*, “*Journal of Educational Psychology*” 1(85)/ 1993.
113. Piaget J., *Mowa i myślenie dziecka*, Warszawa 2011.
114. Pieter J., *Sprawa uczniów zdolnych*. „*Chowanna*” 1/ 1967 .

- 115.Piróg D., Wybrane teorie przechodzenia absolwentów szkół wyższych na rynek pracy w warunkach gospodarki opartej na wiedzy. Prace Komisji Geografii Przemysłu Polskiego Towarzystwa Geograficznego 2013.
- 116.Potocka S. E., Japonia- patologie szkolne. „Dyrektor Szkoły” 10/2003.
- 117.Poznańska T., O kształtowaniu pojęć w klasach niższych, Warszawa 1976.
- 118.Prucha J., Pedagogika porównawcza, Warszawa 2004.
- 119.Przybylska I., Możliwości edukacji emocjonalnej w szkole, [w:] H. Siwek, M. Bereznička, System integralny w edukacji dziecka, Warszawa 2011 .
- 120.Puchalska E., Semadeni Z., Przegląd pomocy naukowych [w:] Z. Semadeni (red.), Nauczanie początkowe matematyki, t.1, Warszawa 1991.
- 121.Puślecki W., Pełnomocność ucznia, Kraków 2002.
- 122.Putkiewicz E., Proces komunikowania się na lekcji, Warszawa 1990.
- 123.Rabczuk W., Edukacyjne problemy Japonii, „Edukacja i Dialog” 3 (46)/ 1993.
- 124.Racinowski S., Lekcja matematyki tom 2, Warszawa 1961.
- 125.Radwiłłowicz R. (red.), Sposoby uczenia się na przykładach przedmiotów zawodowych, Warszawa 1979.
- 126.Rafał- Łuniewska J., Indywidualizacja nauczania a edukacja wczesnoszkolna. Publikacja ORE (materiał wykorzystany na kursie e-learningowym nt. ”Rozpoznawanie ryzyka dysleksji”).
- 127.Ramocka M., Relatywizm kulturowy w etyce życia gospodarczego. Analiza przypadku- przykład zderzenia kulturowego Polski i Japonii, „Zeszyty Naukowe Małopolskiej Szkoły Ekonomicznej w Tarnowie” 1/ 2010.
- 128.Raport MEXT, Higher Education in Japan.
- 129.Reclik R., Wczesnoszkolna edukacja matematyczna w kontekście podmiotowości, http://www.konferencja.21.edu.pl/uploads/6/3/9/9/6399009/2.1.4._reclik.pdf, data dostępu 21. 03. 2015 r.
- 130.Rokicka M., Sztanderska U., Cechy społeczno- ekonomiczne rodziny a ponoszenie wydatków na prywatne dobra i usługi edukacyjne, „Edukacja” 1/ 2013.
- 131.Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 31 sierpnia 2010 r. w sprawie rodzajów innych form wychowania przedszkolnego, warunków tworzenia i organizowania tych form oraz sposobu ich działania (Dz. U. Nr 161, poz.1080), zmienione rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 28 czerwca 2011 r. zmieniającym rozporządzenie w sprawie rodzajów innych form wychowania

- przedszkolnego, warunków tworzenia i organizowania tych form oraz sposobu ich działania (Dz. U. Nr 143, poz. 839).
132. Rura G., Klichowski M., Kompetencje matematyczne- założone sposoby kształtowania i dyskursy popkulturowe, [w:] red. H. Sowińska, Dziecko w szkolnej rzeczywistości. Założony a rzeczywisty obraz edukacji elementarnej, Poznań 2011.
 133. Sawicka- Wilgusiak S., Szkolnictwo w Japonii, „Edukacja” 1 / 1998.
 134. Semadeni Z., Matematyka w edukacji początkowej- podejście konstruktywistyczne [w:] Z. Semadeni i in., Matematyczna edukacja wczesnoszkolna. Teoria i praktyka. Kielce 2015.
 135. Semadeni Z., Matematyka w edukacji początkowej jako fundament całej matematyki szkolnej, „Nauczanie Początkowe” 1/ 2012/2013 .
 136. Shimizu Y., Aspects of Mathematics Teacher Education in Japan: Focusing on Teachers Role, „Journal of Mathematics Teacher Education” 2/ 1999.
 137. Sikorski W., Aspiracje. Studium psychologiczne i socjopedagogiczne, Nysa 2005.
 138. Siwek H., Kształcenie zintegrowane na etapie wczesnoszkolnym, Kraków 2004.
 139. Skura M., Dziecięce strategie rozwiązywania zadań matematycznych, Warszawa 2008.
 140. Slezakowa J., Swoboda E, Dlaczego trudno jest się porozumieć z uczniem na lekcji matematyki. http://math.ku.sk/data/portal/data/zbornik2007/Articles/Slezakova_Jana-Swoboda_Ewa.pdf, data dostępu 29.05.2015.
 141. Smith D.E., Mikami Y., A History of Japanese Mathematics, Chicago 1914.
 142. Smith J.R., Japanese Society: Tradition, Self and the Social Order, New York 1983.
 143. Snoch B., Pedagogika porównawcza systemów oświatowych, Warszawa 1991.
 144. Stigler J. W., Gonzales P., Kwanaka T., Knoll S., Serrano A., The TIMSS Videotape Classroom Study: Methods and Findings from an Exploratory Research Project on Eighth-Grade Mathematics Instruction in Germany, Japan, and the United States. A Research and Development Report, <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED431621.pdf>, data dostępu: 20.03.2014.
 145. Stigler J. W., J. Hiebert, Improving Mathematics Teaching, „Educational Leadership” 5 (61)/ 2004.
 146. Stigler J., Stewenson H. W., How Asian Teachers Polish Each Lesson to Perfection, http://static1.1.sqspcdn.com/static/f/1398070/18183761/1336959833197/stigler_asian

- teachers.pdf?token=PxnlyCfVUu2n1PkcV5V3X8aQmOc%3D, data dostępu:
13.12.2014.
- 147.Strykowski W., Technologia kształcenia i pedagogika medialna jako nauki o mediach, „Neodidagmata” 22/ 1996.
- 148.Stucki E., Metodyka nauczania matematyki w klasach niższych, Bydgoszcz 1992.
- 149.Sugimoto Y., An Introduction to Japanese Society, Sydney 2014.
- 150.Szarota P., Japoński uśmiech: orientalistyczna inwencja czy skrypt kulturowy? „LUD” 91/ 2007.
- 151.Szurek M., O nauczaniu matematyki, Gdańsk 2005 .
- 152.Takeuchi M., Children’s Play in Japan, [w:] red. J. L. Roopnarine, J. E. Johnson, F. H. Hooper, Children's Play in Diverse Cultures , New York 1994.
- 153.Taranowicz I., Szanse życiowe dzieci z różnych kategorii rodzin. Roczniki Socjologii Rodziny XI, Poznań 1999.
- 154.Tobin J., Early Childhood in Japan, “Journal of Developmental & Behavioral Pediatrics” 3 (31) / 2010.
- 155.Tobin J., Karasawa M., Hsueh Y., Komatsudani , Then and Now: Continuity and Change in a Japanese Preschool, “Contemporary Issues in Early Childhood” 5/2004.
- 156.Totman C., Historia Japonii, Kraków 2009
- 157.Treliński G., Edukacja matematyczna w kształceniu nauczycieli nauczania zintegrowanego, [w:] red. H. Siwek, M. Bereźnicka, System integralny w edukacji dziecka, Warszawa 2011.
- 158.Treliński G., Realistyczne nauczanie matematyki, „Nauczanie Początkowe” 4/2008.
- 159.Treliński, B. Bugajska- Jaszczolt, M. Czajkowska, Matematyczna edukacja wczesnoszkolna. Teoria i praktyka, Kielce 2015.
- 160.Tsuda M., Edukacja w Japonii, „Horyzonty Polonistyki” 7/2012.
- 161.Tsuda M., Edukacja w Japonii, ”Polonistyka” 7/2012.
- 162.Tubielewicz J., Historia Japonii, Wrocław 1984.
- 163.Turnau S., Wprowadzenie w dydaktykę geometrii przestrzeni trójwymiarowej [w:] red. B. Nowecki, Wybrane zagadnienia nauczania matematyki w szkole średniej, Warszawa 1975.
- 164.Turnau S., Wykłady o nauczaniu matematyki, Warszawa 1990.
- 165.Tyszkowa M., Czynniki determinujące pracę szkolną dziecka, Warszawa 1964.

166. Urbańska A., „Duże liczby” w rozumieniu dzieci, „Disputationes Scientificalae Universitatis Catholicae in Ružomberok” 3/ 2003.
167. Varley P., Kultura japońska, Kraków 2006.
168. Vogel E., Japan as Numer One: Lessons for America, Harvard 1979.
169. Walasek- Jarosz B., Dom i szkoła w perspektywie kształcenia. Otoczenie społeczne szkoły wobec kształcenia z perspektywy badań sześciolatków. [w:] J. Domalewski, K. Wasilewski, Zmiany w edukacji: szkoła i jej społeczne otoczenie, Toruń 2011.
170. Walker D., Soltis J., Program i cele kształcenia, Warszawa 2000.
171. Wenta K., Metodyka stosowania technologii informacyjnej w edukacji medialnej, [w:] red. W. Furmanek, A. Piecuch, Dydaktyka informatyki. Problemy metodyki, Rzeszów 2005.
172. Węgrzyn G., Parametryzacja edukacji drogą donikąd, „Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach” 131/ 2013.
173. Wiatrak H., Modele lekcji w nauczaniu początkowym, Warszawa 1984.
174. Wilgocka- Okoń B., Obciążenie uczniów a optymalizacja pracy szkoły, Warszawa 1976.
175. Wojciechowska- Charlak B., Efektywność współdziałania uczniów klas I-III w procesie dydaktyczno- wychowawczym, Lublin 1991.
176. Wojnowska M., Brunerowska koncepcja reprezentacji jako narzędzie planowania sytuacji dydaktycznych, zorientowanych na kształtowanie pojęć matematycznych w klasach początkowych. [w:] H. Moroz, Sytuacje dydaktyczne w klasach I-III, Katowice 1989.
177. Wragg E. C., Trzy wymiary programu, Warszawa 1999.
178. Wygotski L., Wybrane prace psychologiczne, Warszawa 1971.
179. Zając T., Jak kandydaci starają się dostać na studia? Analiza strategii kandydatów na wybrane kierunki studiów na Uniwersytecie Warszawskim, „Decyzje” 16/ 2011.
180. Zaremba D., Podstawy nauczania matematyki czyli jak przybliżać matematykę uczniom, Warszawa 2006.
181. Zaremba D., Sztuka nauczania matematyki w szkole podstawowej, Gdańsk 1993.
182. Żylińska M., Neurodydaktyka. Nauczanie i uczenie się przyjazne mózgowi, Toruń 2013.

SPIS TABEL

Tabela 1. Rozkład godzin nauczania poszczególnych przedmiotów w japońskich szkołach podstawowych

Tabela 2. Zakres treści nauczania matematyki w Polsce i w Japonii

Tabela 3. Porównanie japońskiego i polskiego programu nauczania matematyki dla klas drugich i trzecich szkoły podstawowej

Tabela 4. Wskaźniki zmiennych

Tabela 5. Liczba uczniów Azabu Elementary School (tabela zaczerpnięta z oficjalnego informatora szkoły, tłumaczenie własne).

Tabela 6. Liczba uczniów Ayase Elementary School (tabela zaczerpnięta z oficjalnego informatora szkoły, tłumaczenie własne).

Tabela 7. Wyniki TIMSS – zasoby matematyczne

Tabela 8. Wyniki TIMSS- wykorzystanie zasobów

Tabela 9. Kary przyznane podczas lekcji w klasie 1 w Azabu Elementary School

Tabela 10. Zachowania pełnomocnościowe uczniów zaobserwowane podczas lekcji matematyki w klasie 1-2 w Tendai Elementary School

Tabela 11. Wsparcie udzielane przez nauczyciela w klasie 1-2 podczas lekcji matematyki

Tabela 12. Zachowania pełnomocnościowe uczniów zaobserwowane podczas lekcji matematyki w klasie 1-1 w Tendai Elementary School

Tabela 13. Wsparcie udzielane przez nauczyciela w klasie 1-1 podczas lekcji matematyki

Tabela 14. Zachowania pełnomocnościowe uczniów zaobserwowane podczas lekcji matematyki w klasie 1 w Tsukuba Elementary School

Tabela 15. Wsparcie udzielane przez nauczyciela w klasie 1 w Tsukuba Elementary School podczas lekcji matematyki

Tabela 16. Wsparcie udzielane przez nauczyciela w klasie 1 b w SP 36

Tabela 17. Faktyczny czas pracy, porównanie średnich wyników.

Tabela 18. Liczba wzmocnień pozytywnych i negatywnych podczas lekcji matematyki w obu krajach.

Tabela 19. Ilość rozwiązywanych zadań, porównanie średnich

Tabela 20. Zawartość japońskiego podręcznika do klasy 1

Tabela 21. Zawartość polskiego podręcznika „Gra w kolory” do klasy 1

Tabela 22. Zawartość japońskiego podręcznika do klasy 2, część 1.

Tabela 23. Zawartość japońskiego podręcznika do klasy 2, część 2.

Tabela 24. Zawartość polskiego podręcznika „Gra w kolory” do klasy 2

Tabela 25. Zawartość japońskiego podręcznika do klasy 3, część 1

Tabela 26. Zawartość japońskiego podręcznika do klasy 3, część 2

Tabela 27. Zawartość polskiego podręcznika do klasy 3

Tabela 28. Poziom rozwoju operacyjnego rozumowania u dzieci japońskich

Tabela 29. Poziom rozwoju operacyjnego rozumowania u dzieci polskich

Tabela 30. Pozytywna motywacja zewnętrzna, porównanie średnich, z podziałem na klasy

Tabela 31. Pozytywna motywacja wewnętrzna, porównanie średnich, z podziałem na klasy

Tabela 32. Niska motywacja, porównanie z podziałem na klasy

Tabela 33. Odpowiedzi dzieci na pytanie 2.

Tabela 34. Odpowiedzi dzieci na pytanie 5.

Tabela 35. Odpowiedzi dzieci na pytanie 7.

Tabela 36. Odpowiedzi dzieci na pytanie 12.

Tabela 37. Odpowiedzi dzieci na pytanie 3.

Tabela 38. Odpowiedzi dzieci na pytanie 4.

Tabela 39. Odpowiedzi dzieci na pytanie 9.

Tabela 40. Odpowiedzi dzieci na pytanie 11.

Tabela 41. Odpowiedzi dzieci na pytanie 1

Tabela 42. Odpowiedzi dzieci na pytanie 6

Tabela 43. Odpowiedzi dzieci na pytanie 8

Tabela 44. Odpowiedzi dzieci na pytanie 10

SPIS FOTOGRAFII

Fot 1. Soroban

Fot. 2. Tradycyjne japońska linijka

Fot. 3. Japoński zestaw do nauczania matematyki w klasie pierwszej

Fot. 4. Bloki (klocki) w pudełku

Fot. 5. Tacka magnetyczna

Fot.6. Japońskie liczmany z podkładką i pudełkiem

Fot. 7. Pudełko do ćwiczenia zadań z niewiadomą

Fot. 8. Patyczki i miarka decylitrowa

Fot. 9. Modele brył

Fot. 10. Fiszki do nauki dodawania i odejmowania

Fot.11. Model zegara

Fot. 12. Pomoce do gier i zabaw matematycznych

Fot. 13. Miarki i plansze matematyczne

Fot. 14. Fiszki do nauki mnożenia

Fot.15. Fiszki do nauki rozwiązywania zadań tekstowych

Fot.16. Zawartość kuferka matematycznego

Fot 17. Patyczki do liczenia

Fot 18. Klocki matematyczne

Fot 19. Liczydło koralikowe.

Fot. 20. Liczydło prętowe

Fot. 21. Kolorowe liczby

Fot.22. Lizaki matematyczne

Fot. 23. Pomoce do nauki umiejętności praktycznych

Fot. 24. Geoplan

Fot. 25. Przybory geometryczne

Fot. 26. Karty i kostki do gry

Fot. 27. Pomoc wykonana przez nauczyciela

Fot. 28. Plansza dydaktyczna

Fot. 29. Strona z japońskiego podręcznika do nauki matematyki i przebieg lekcji

Fot. 30. Sposób wykorzystania tablicy podczas lekcji w klasie pierwszej

Fot. 31. Zadanie z podręcznika Atarashii Sansu 1 wykorzystane podczas lekcji w klasie 1-2

Fot. 32. Wykorzystanie klocków matematycznych podczas lekcji matematyki w klasie pierwszej

Fot.33. Strona z podręcznika „Tropieciele 2”

Fot. 34. Praca w grupach podczas lekcji matematyki

Fot. 35. Strona z podręcznika „Tropieciele 2”, cz. 2, s. 40

Fot. 36. Podręcznik „Tropieciele 2”, cz. 2, s. 42

SPIS WYKRESÓW

Wykres 1. Formy pracy stosowane w Polsce i w Japonii, klasa 1

Wykres 2. Formy pracy stosowane w Polsce i w Japonii, klasa 2

Wykres 3. Formy pracy stosowane w Polsce i w Japonii, klasa 3

Wykres 4. Liczba zadań na różnych poziomach reprezentacji w japońskim podręczniku do klasy 1

Wykres 5. Liczba zadań na poziomie poszczególnych reprezentacji w polskim podręczniku do klasy 1 „Gra w kolory”.

Wykres 7. Liczba zadań na poziomie poszczególnych reprezentacji w polskim podręczniku „Nasze razem w szkole”.

Wykres 8. Opinie japońskich nauczycieli na temat matematyki i jej nauczania

Wykres 9. Opinie polskich nauczycieli na temat matematyki i jej nauczania

Wykres 10. Narodowość ankietowanych, dzieci

Wykres 11. Klasa do której uczęszczają dzieci

Aneks 1.

Scheduła obserwacji lekcji matematyki.

Data obserwacji:.....

Czas trwania obserwacji:.....

Szkoła:.....

Klasa: Ilość uczniów: w tym:

dziewcząt: chłopców:.....

Czas trwania lekcji:

Temat lekcji:

Cele lekcji (z wywiadu z nauczycielem):

.....
.....
.....

Ocena ich realizacji (z wywiadu z nauczycielem):

.....
.....
.....

Konstrukcja lekcji

.....
.....
.....

Wykorzystywany podręcznik, temat, strony:

.....

Sposób wykorzystania podręcznika:

.....

Wykorzystane podczas lekcji media dydaktyczne:

....., w

tym: środki

multimedialne:.....

Zastosowane metody pracy (w kolejności chronologicznej):

.....

.....

Metody				
		Treści kształcenia	Realizacja	Czas trwania
Oglądowe	pokaz			
	pomiar			
Słowne	opowiadanie			
	wykład			
	pogadanka			
	dyskusja			
	praca z książką			
Praktycznego działania	metoda laboratoryjna			
	zajęcia praktyczne			
Gry dydaktyczne	symulacyjne			
	sytuacyjne			
	inscenizacje			
	burza mózgów			
	biograficzna			

Zastosowane formy pracy:

.....

.....

Formy pracy			
	Cele i zamierzenia dydaktyczne (z wywiadu z nauczycielem)	Realizacja	Czas trwania
Zbiorowa			
Grupowa			
Indywidualna			

Arkusz obserwacji pełnomocnościowych zachowań uczniów w procesie edukacyjnym (zmodyfikowany na potrzeby badań własnych):³³⁵

Kategorie pełnomocności uczniów		Przejawy pełnomocności i okoliczności im towarzyszące	Reakcje nauczyciela
Prawo do nieskrępowanego zadawania pytań	Samorzutne pytania związane z tematem zajęcia edukacyjnego		
	Samorzutne pytania o wiedzę niezwiązaną z danym zajęciem edukacyjnym		
	Pytania edukacyjnie inspirowane		
Opiniowanie pomysłów edukacyjnych	Uczniowie wyrażają sąd o zadaniu.		
	Uczniowie wyrażają sąd o proponowanym sposobie rozwiązania zadania.		
Solidarne współdziałanie z rówieśnikami w realizacji zadań edukacyjnych	Uczniowie planują podział pracy przewidzianej do wykonania w grupie		
	Uczniowie aktywnie uczestniczą w		

	zespołowej realizacji zadań edukacyjnych		
	Uczniowie prezentują na forum klasy wyniki pracy grupowej.		
Prawo do inności	Prezentowanie własnego zdania		
	Krytyczne ustosunkowanie się do przebiegu zajęcia edukacyjnego		
	Niezgadzanie się z niektórymi stwierdzeniami nauczyciela		

Wsparcie udzielane przez nauczyciela uczniom

Sytuacja edukacyjna, w której znalazł się uczeń wymagający pomocy	Wsparcie udzielone przez nauczyciela	Efekty udzielonego wsparcia

Sposoby utrzymania ład klasowego:

1. Obowiązujące reguły i procedury (z obserwacji i wywiadu z nauczycielem):.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Rozmowy

.....

.....

.....

3. Przemieszczanie się uczniów

.....
.....

4. Czas pusty

Czas pusty - okoliczności	Czas trwania

Wzmocnienia pozytywne i negatywne

Zastosowane nagrody

Rodzaj nagrody	Za co została przyznana	Efekty

Zastosowane kary (konsekwencje)

Rodzaj kary (konsekwencji)	Za co została przyznana	Efekty

Rywalizacja:

W jakiej formie, w jakim celu?:

.....
.....
.....

Indywidualizacja:

W jakiej formie, w jakim celu?:

.....
.....
.....

Praca domowa:

W jakiej formie, w jakim celu?:

.....
.....
.....
.....

Zadania wykorzystujące reprezentacje:

enaktywne:

ikoniczne:

symboliczne:

Aneks 2.

Kwestionariusz ankiety skierowanej do uczniów klas początkowych.

Pytanie	TAK	NIE
1. Czy matematyka jest trudniejsza od innych przedmiotów?		
2. Czy uczysz się, żeby mieć dobre oceny?		
3. Czy lubisz matematykę?		
4. Czy nauka matematyki jest przyjemna?		
5. Czy uczysz się matematyki, żeby być najlepszy w klasie?		
6. Czy jesteś niezadowolony, gdy zaczyna się lekcja matematyki?		
7. Czy uczysz się matematyki tylko dlatego, że zmuszają Cię do tego rodzice?		
8. Czy jeśli nie potrafisz rozwiązać zadania, poddajesz się?		
9. Czy uważasz, że matematyka jest potrzebna w życiu codziennym?		
10. Czy nudzisz się podczas nauki matematyki?		
11. Czy rozwiązując zadania z matematyki, podoba Ci się gdy zmuszają Cię do myślenia?		
12. Czy chcesz dorównać kolegom, którzy dobrze uczą się matematyki?		

Aneks 3.

Kwestionariusz wywiadu pisemnego skierowanej do nauczycieli.

Szanowni Państwo,
Instytut Pedagogiki Uniwersytetu Śląskiego prowadzi badania nad skutecznością nauczania matematyki w klasach początkowych. Ankieta jest całkowicie anonimowa. Uzyskane wyniki posłużą wyłącznie do celów naukowych. Prosimy o szczerą i przemyślaną odpowiedź.

Prowadząca

badania

Marta Mączka

1. Którą klasę uczy Pan(i) (matematyki)?
2. Ilu uczniów liczy klasa?
3. Proszę określić, przeciętnie ile godzin w tygodniu spędza Pan(i) w szkole prowadząc zajęcia?
4. Proszę określić, przeciętnie ile godzin w tygodniu spędza Pan(i) na pracy innej niż prowadzenie zajęć?
5. Proszę określić swój poziom satysfakcji z:

	Bardzo zadowolony(a)	Średnio zadowolony(a)	Niezadowolony (a)
Pozycji społecznej zajmowanej jako nauczyciel			
Wyników w nauce osiągniętych przez dzieci			
Wysokości zarobków			
Warunków pracy			
Perspektyw rozwoju zawodowego			

6. Gdyby mógł (mogła) Pan(i) jeszcze raz wybrać zawód, to czy powtórnie zdecydował(a)by się Pan(i) na zostanie nauczycielem?

- tak
nie

7. Czy indywidualizuje Pan(i) pracę uczniów podczas lekcji?

- Tak
nie

Jeśli tak, to w jakiej formie?.....

.....

8. Czy podczas lekcji matematyki stosuje Pan(i) rywalizację ?

- tak
nie

Jeśli tak, to w jakiej formie?.....

.....

9. W jaki sposób najczęściej kontaktuje się Pan(i) z rodzicami swoich uczniów:

- osobiście

- telefonicznie
 - korespondencyjnie
 - podczas zebrań w szkole
 - w ogóle się nie kontaktuję
10. Czego najczęściej dotyczą te kontakty:

- postępy dziecka w nauce
 - zachowanie dziecka
 - sprawy organizacyjne
 - inne
- (jakie?)

11. Czy jest Pan(i) zadowolona z przygotowania praktycznego do zawodu nauczyciela wyniesionego ze szkoły/ studiów?

- tak
- nie

12. Skąd czerpie Pan(i) pomysły i materiały do przygotowywania lekcji? (można zaznaczyć maksymalnie 3 odpowiedzi)

- rozmowy z innymi nauczycielami
- podręczniki i materiały dla nauczycieli
- prasa pedagogiczna
- internet
- różne formy doskonalenia (kursy, warsztaty, studia, itp.)
- propozycje dzieci lub rodziców

13. Ile przeciętnie czasu zajmuje Panu/ Pani przygotowanie się do jednej lekcji?

- wcale się nie przygotowuję
- do 15 minut
- 15-30 minut
- 30-60 minut
- ponad 60 minut

14. Czy uważa Pan(i), że program nauczania matematyki dla pierwszych trzech klas szkoły podstawowej jest:

- za trudny
- za łatwy
- adekwatny do możliwości dzieci

15. Czy uważa Pan(i), że tempo wprowadzania materiału z matematyki w pierwszych trzech klasach szkoły podstawowej jest:

- za szybkie
- za wolne
- adekwatne do możliwości dzieci

16. Proszę zaznaczyć przy każdym stwierdzeniu odpowiedź, która jest najbliższa Pani(a) przekonaniom.

		Nie zgadzam się	Raczej się nie zgadzam	Trudno powiedzieć	Raczej się zgadzam	Zgadzam się
1	Uczenie matematyki jest pasjonujące.					
2	Większość dzieci nie posiada zdolności matematycznych.					
3	Znajomość matematyki jest ważnym					

	elementem wykształcenia.					
4	Błędy są naturalnym elementem uczenia się matematyki.					
5	Trzeba stosować kary i nagrody, aby dziecko uczyło się matematyki.					
6	Dzieci mogłyby mieć lepsze oceny z matematyki, gdyby bardziej się przyłożyły do nauki.					
7	Jestem zadowolony z postępów moich uczniów.					
8	Program nauczania matematyki jest za trudny dla przeciętnego dziecka.					
9	Chłopcy częściej mają predyspozycje do uczenia się matematyki niż dziewczynki.					
10	Braku zdolności nie da się zrekomensować ciężką pracą.					
11	Rozumienie praw matematycznych pozwala na lepsze rozumienie otaczającego nas świata.					
12	Większość wiedzy matematycznej wyniesionej ze szkoły jest zbędna.					
13	Osoby z wykształceniem humanistycznym na ogół mają lepszą pracę i zarobki od osób z wykształceniem ścisłym.					
14	Osoba nie posiadająca talentu do przedmiotów ścisłych nigdy nie nauczy się matematyki.					
15	Bez znajomości matematyki nie da się dostać na dobre studia.					
16	Dobry nauczyciel każdego nauczy matematyki.					
17	Każdy może nauczyć się matematyki, jeśli włoży w to dostatecznie dużo wysiłku.					
18	Życie codzienne wymaga posiadania podstawowej wiedzy i umiejętności matematycznych.					
19	Zrobiłbym wiele, aby moi uczniowie nie popełniali błędów w zadaniach matematycznych.					

Metryczka:

1. Płeć:

kobietamęczyzna

2. Wykształcenie:

wyżsześredniezawodowe

3. Staż zawodowy:

0-1 lat2-5 lat5-10 lat10-15 latpowyżej 15 lat

Aneks 4.

拝啓

シレジア大学の教育学院で「小学校で効果的な数学の教え方」について研究が行われています。アンケートは作者不知です。得た結果は研究だけのためです。正直に答えてください。

研究者

マルタ・モン

チカ

1. 数学の何のクラスを教えていますか。

2. クラスに学生が何人いますか。

3. 一週間、たいてい何時間学校で教えますか。

4. 一週間、学校で教える仕事の他、たいてい何時間働きますか。

自分の満足のレベルを書いてください。：

	とても満足	まあまあ満足	不満足
教師として身分			
自分の学生の成績			
給料の高さ			
労働条件			
仕事発展の可能性			

6. もし、もう一度職を選ぶことができたなら、まだ教師の仕事を決めますか。

はい

いいえ

7. 皆の学生の一人一人を別々の個人として扱いますか？

はい

いいえ

もし、「はい」と答えたら、どうやってしますか？

.....
8. 数学の授業中、競争を用いますか。

はい

いいえ

もし、「はい」と答えたら、どうやってしますか？

9. どうやって学生の両親と連絡しますか

- 自分で
- 電話で
- 通信で
- 学校の会議で
- 全然、連絡しません。

10. たいてい、この連絡の話題は何ですか。

- 学生の成績
 - 学生の振る舞い
 - オーガナイズの事
 - その他（何ですか？）
-

11. 学校・大学で教師になる実用的な準備は良かったですか？満足を感じますか？

- はい
- いいえ

12. どうやって授業を準備するアイデアと書類が思いつきますか。
(3つの答えを選び出してもいいです。)

- 他の教師と話
- 教科書と教師のための書類
- 教育学の雑誌
- インターネット
- 色々な自己改善の形式（例えば：コース・研修会）
- 学生や両親の提案

13. 授業の準備はたいてい何時間かかりますか。

- 全然、準備しません。
- 15分以下
- 15分から30分まで
- 30分から60分まで
- 60分以上

14. あなたにとって小学校1～3学年の数学課程は：

- 難しすぎる
- 易しすぎる
- 学生の可能性に適切です。

15. あなたにとって小学校1～3学年で新しい事を教えられるテンポは：

- 速すぎる
- 遅すぎる
- 学生の可能性に適切です。

16. あなたの意見に一番近い答えを選んでください。

		大反対 です	反対で す	知りま せん	たいて い同じ 意見で す	同じ意見 です
1	数学を教えることはとても面白いです。					
2	大勢の子供は数学を習う能力がありません。					
3	数学を分かることは学歴の大切な部分です。					
4	間違いは自然的な数学を学習することの部分です。					
5	子どもは数学を勉強するために罰と賞のシステムが必要です。					
6	もし、学生はもっと頑張れば、成績はもっとよくなるでしょう。					
7	私の学生の成績はいいと思います。満足です。					
8	数学の課程は一般の子供にとって、難しすぎると思います。					
9	たいてい、男の子は女の子より数学を習う可能性があります。					
10	一生懸命頑張ることは非才の代わりにできません。					
11	数学の法則を分かるおかげで、世界の法則が分かりやすくなります。					
12	大部分の数学の知識は生活で必要じゃありません。					
13	一般的に、人間科学教育を得た人は理科の教育を得た人のより給料がもっと高いです。					
14	理科を習う能力はない人はいつも数学が分かる事ができません。					
15	数学が分からないといい大学に入ることができません。					
16	いい教師は、みんなの人に数学を教えてくれることができます。					

17	一生懸命頑張ると、みんなは数学ができるようになります。					
18	生活で基本的な数学の知識は必要です。					
19	私は自分の学生は数学の問題で間違いをしないことは何でもします。					

1.姓

女

男

2.学歴

大学等教育

高等教育

専門教育

3.職の任期間

0 - 1 年間

2 - 5 年間

5 - 10 年間

10 - 15 年間

15 年以上

Aneks 5.

Pytania do wywiadu z dyrektorem szkoły.

1. Ilu nauczycieli i jakiej płci pracuje w Pana(i) szkole?
2. Jakie jest ich wykształcenie?
3. Jaki jest system rekrutacji do zawodu nauczycielskiego?
4. Jakie obciążenia dydaktyczne mają nauczyciele zatrudnieni w Pana(i) szkole?
5. Jakie obciążenia pozadydaktyczne mają nauczyciele zatrudnieni w Pana(i) szkole?
6. Jak zorganizowany jest rok szkolny?
7. Jak zorganizowany jest dzień pracy w szkole?
8. Ile czasu przeciętnie spędza w szkole uczeń klas niższych?
9. Jakie zajęcia lekcyjne i pozalekcyjne proponuje uczniom klas niższych szkoła?
10. Jak określił(a)by Pan(i) środowisko, z którego pochodzą uczniowie?
11. W jaki sposób zorganizowana jest pomoc dla uczniów mających trudności w nauce?
12. W jaki sposób szkoła wspiera uczniów uzdolnionych?
13. W jaki sposób mierzona jest jakość pracy szkoły?
14. Co uznaje Pan(i) za największy sukces szkoły w ostatnim czasie?
15. Co jest aktualnie dla szkoły największym wyzwaniem?

Aneks 6. Program nauczania początkowego matematyki w Japonii

1. Cele

Poprzez aktywność matematyczną uczeń powinien: 1) nabyć podstawową wiedzę i umiejętności dotyczące liczb, miar i figur geometrycznych, 2) rozwijać zdolność do rozważania zdarzeń (zjawisk) życia codziennego w szerokim kontekście, aby prowadzić rozumowania metodą kolejnych logicznych kroków do zakończenia i przedstawiania tych zjawisk 3) poznać radość płynącą z aktywności matematycznej i użyteczność operacji matematycznych 4) wspierać nawyk stosowania matematyki w nauce szkolnej i życiu codziennym.

II. Cele i treści kształcenia w poszczególnych klasach

KLASA 1

Cele:

- poprzez aktywność z wykorzystaniem m.in. konkretnych obiektów uczeń powinien wzbogacić rozumienie pojęcia liczby. Uczniowie powinni zrozumieć znaczenie liczb i ich reprezentacji. Powinni także zrozumieć sens dodawania i odejmowania, poszukiwać różnych metod wykonywania obliczeń oraz rozwijać umiejętność właściwego nimi się posługiwania.
- poprzez aktywność z wykorzystaniem m.in. konkretnych obiektów uczeń powinien wzbogacać swoje doświadczenia, które stanowiąc będą podstawę dla rozumienia pojęć wielkościowych oraz wzbogacać rozumienie sensu pomiaru.
- poprzez aktywność z wykorzystaniem m.in. konkretnych obiektów uczeń powinien gromadzić doświadczenia, które będą stanowić podstawę dla rozumienia geometrii oraz wzbogacać jego pojęcia geometryczne.
- poprzez aktywność z wykorzystaniem m.in. konkretnych obiektów uczeń powinien umieć przedstawiać liczby, wielkości i relacje między nimi używając słów, wyrażeń matematycznych i diagramów oraz interpretować je.

Treści kształcenia:

A) Liczby i działania

- I) Poprzez aktywność tj. liczenie konkretnych przedmiotów uczeń powinien rozumieć znaczenie liczb i odpowiednio ich używać.

1. Porównywanie liczebności zbiorów za pomocą ustawiania w pary (jeden do jednego)
2. Poprawne liczenie, stosownie liczby głównej i porządkowej.
3. Rozumienie kolejności liczb, przedstawianie ich na osi liczbowej poprzez porównywanie ich kolejności oraz wielkości.
4. Porównywanie liczb.
5. Rozumienie liczby jako sumy lub różnicy innych liczb.
6. Rozumienie, na czym polega zapis liczb dwucyfrowych
7. Rozumienie sposobu zapisu liczb trzycyfrowych (w prostych przypadkach)
8. Rozumienie, że liczby mogą być wyrażone za pomocą dziesiątek i jedności

II. Uczeń powinien rozumieć znaczenie dodawania i odejmowania oraz używać tych działań odpowiednio do sytuacji.

1. Uświadamianie sobie sytuacji, w których dodawanie i odejmowanie powinno być wykonane.
2. Badanie możliwości obliczania sum i różnic liczb jednocyfrowych, także jako działań odwrotnych, dzięki czemu można dodawać i odejmować w sposób dokładny i niezawodny.
3. Analizowanie sposobu obliczania sum i różnic liczb dwucyfrowych w prostych przypadkach.

B) Wielkości i pomiary

- I. Uczeń powinien wzbogacić doświadczenia, które posłużą za podstawę rozumienia pojęć wielkościowych i pomiarów poprzez aktywności tj. porównywanie wielkości.
 1. Porównywanie długości, powierzchni i objętości.
 2. Porównywanie wielkości z wykorzystaniem jednostki nieustalonej (znane obiekty jako jednostki).
- II. Uczeń powinien umieć posługiwać się zegarem w codziennym życiu.

C) Figury geometryczne

Uczeń powinien wzbogacać swoje doświadczenia, które będą stanowić fundament dla rozumienia pojęcia figur geometrycznych poprzez obserwowanie kształtów przedmiotów w swoim otoczeniu i tworzeniu kształtów z wykorzystaniem różnych obiektów.

1. Rozpoznawanie kształtów przedmiotów i wyodrębnianie ich cech.

2. Określając położenie obiektu prawidłowo używa terminów: „z przodu i z tyłu”, „z lewej i z prawej”, „poniżej i powyżej”.

D) Relacje ilościowe

1. Uczeń potrafi zapisywać dodawanie i odejmowanie za pomocą znaków i symboli matematycznych oraz je interpretować.
2. Uczeń potrafi przedstawiać liczbę obiektów za pomocą rysunków i diagramów oraz je interpretować.

Aktywność matematyczna:

Dla tematów: „Liczby i działania”, „Wielkości i pomiary”, „Figury geometryczne”, „Relacje ilościowe” nauczanie powinno zawierać aktywności matematyczne z poniższej listy:

- a. Liczenie konkretnych obiektów, klasyfikowanie i tworzenie zbiorów równolicznych i reprezentowanie wyników działania w schematyczny sposób
- b. Przedstawianie sensu i przebiegu operacji matematycznych za pomocą konkretnych przedmiotów, słów, symboli matematycznych i diagramów.
- c. Porównywanie długości, powierzchni i objętości przedmiotów ze swojego otoczenia bezpośrednio lub z wykorzystaniem innego przedmiotu jako jednostki.
- d. Rozpoznawanie różnych figur geometrycznych w otoczeniu, konstruowanie i rozkładanie kształtów figur geometrycznych z wykorzystaniem realnych obiektów.
- e. Używanie symboli matematycznych do zapisu wielkości w konkretnych sytuacjach i interpretowanie wyrażeń matematycznych w tym kontekście.

Terminy/ Symbole

Dziesiątki

Jedności

+

-

=

KLASA 2

CELE:

- poprzez aktywność np. z wykorzystaniem realnych obiektów uczniowie powinni wzbogacić rozumienie pojęcia liczby. Powinni pogłębić rozumienie sposobów reprezentowania liczb, dodawania, odejmowania, ich zastosowanie oraz ich znaczenie. Uczniowie powinni zrozumieć sens mnożenia, poszukiwać sposobów wykonywania obliczeń oraz rozwijać umiejętność odpowiedniego ich stosowania.
- poprzez aktywność np. z wykorzystaniem realnych obiektów uczeń powinien zrozumieć na czym polega proces mierzenia oraz jednostki długości i objętości. Uczeń powinien nadal wzbogacać rozumienie pojęcia pomiaru.
- poprzez aktywność z wykorzystaniem realnych przedmiotów uczeń powinien być zdolny do rozumienia pojęcia figur geometrycznych tj. trójkąty i czworokąty a także powinien wzbogacać rozumienie innych pojęć geometrycznych.
- poprzez aktywność z wykorzystaniem realnych przedmiotów uczeń powinien być zdolny do przedstawiania liczb, wielkości i relacji między nimi używając słów, liczb i wyrażeń matematycznych, jak również diagramów, tabel i grafów oraz powinien umieć je interpretować.

Treści nauczania

A) Liczby i działania

1. Uczeń powinien rozwijać swoje umiejętności używania liczb dzięki polepszeniu rozumienia znaczenia i reprezentacji liczb.
 - A) Liczenie obiektów tworzących zbiory powstałe za pomocą klasyfikacji ilościowej lub jakościowej.
 - B) Rozumienie istoty systemu dziesiętkowego i płynąca z niego umiejętność zapisywania i porównywania liczb czterocyfrowych.
 - C) Rozumienie relatywnej wielkości liczb dzięki traktowaniu jako jednostki 10 i 100.
 - D) Rozumienie, że liczba może pozostawać w relacjach z innymi liczbami np. jako iloczyn tych liczb.
 - E) Rozumienie, czym są proste ułamki tj. $\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{4}$.

2. Uczeń pogłębia swoje rozumienie dodawania i odejmowania oraz rozwija swoje umiejętności wykonywania tych operacji.

A) Rozumienie, że dodawanie i odejmowanie liczb dwucyfrowych jest oparte na podstawowych działaniach dodawania i odejmowania liczb jednocyfrowych, odkrycie na tej podstawie sposobów obliczania sum i różnic liczb dwucyfrowych, ich odwracalność. Używanie dodawania i odejmowania w sposób precyzyjny i adekwatny do sytuacji. Dodawanie i odejmowanie za pomocą algorytmów.

B) Odkrywanie sposobów dodawania i odejmowania prostych liczb trzycyfrowych.

C) Badanie własności dodawania i odejmowania w celu wykorzystania ich do odkrycia sposobów wykonywania obliczeń i sprawdzania poprawności odpowiedzi.

3. Uczeń rozumie, czym jest mnożenie i używa go odpowiednio.

A) Znajomość sytuacji, w których mnożenie może zostać zastosowane.

B) Odkrywanie prostych własności mnożenia i wykorzystywanie ich do nauki podstawowych faktów z tabliczki mnożenia i sprawdzania poprawności obliczeń.

C) Nauka tabliczki mnożenia i poprawne mnożenie liczby jednocyfrowe.

D) Odkrywanie sposobów mnożenia liczb dwucyfrowych i jednocyfrowych w prostych przypadkach.

B) Wielkości i pomiary.

1. Uczeń rozumie sens mierzenia długości, zna jednostki długości, potrafi wykonać pomiar długości.

A) Znajomość jednostek długości- milimetr (mm), centymetr (cm) i metr (m).

2. Uczeń rozumie sens mierzenia pojemności i zna jednostki pojemności, potrafi mierzyć pojemność.

A) Znajomość jednostek pojemności- mililitr (ml), decylitr? (dl) i litr (l).

3. Uczeń rozumie upływ czasu i potrafi tę wiedzę odpowiednio wykorzystać.

A) Znajomość dni, godzin, minut i relacji między nimi.

C) Figury geometryczne.

1. Rozumie czym są figury geometryczne zwracając uwagę na elementy, z których są zbudowane poprzez obserwowanie i komponowanie kształtów z tych obiektów.

- A) Rozpoznawanie trójkątów i czworokątów.
- B) Rozpoznawanie kwadratów, prostokątów i trójkąty prostokątne.
- C) Rozpoznaje obiekty, które mają kształt prostopadłościanu.
- D) Relacje ilościowe
 - 1. Rozumienie wzajemnych relacji między dodawaniem i odejmowaniem.
 - 2. Przedstawianie mnożenia z wykorzystaniem wyrażenia matematycznego, interpretowanie takich wyrażień.
 - 3. Organizowanie danych pochodzących z codziennego życia za pomocą prostych tabel i wykresów oraz interpretowanie ich.

Aktywność matematyczna:

- 1) Dla tematów: „Liczby i działania”, „Wielkości i pomiary”, „Figury geometryczne”, „Relacje ilościowe” nauczanie powinno zawierać aktywności matematyczne z poniższej listy:
 - a) Zauważanie w codziennym życiu sytuacji, w których są używane liczby całkowite.
 - b) Rozpoznawanie prawidłowości i właściwości mnożenia, poprzez rozwój umiejętności i badanie tabliczki mnożenia.
 - c) Szacowanie długości i pojemności, a także pomiar przy użyciu standardowych jednostek.
 - d) Rysowanie i budowanie kwadratów, prostokątów i trójkątów prostokątnych, układanie ich w mozaiki.
 - e) Wyodrębnianie i wyjaśnianie relacji pomiędzy dodawaniem i odejmowaniem.

Terminy/ Symbole

Jednostka

Prosta

Kąt prosty

Wierzchołek

Bok

Powierzchnia

Uwagi dotyczące zawartości:

- (1) Jeśli chodzi o treść A-1 to dziesięć tysięcy (po japońsku „Man”) powinno zostać wprowadzone.
- (2) Jeśli chodzi o treść A-2 i D-1 nawiasy i okienka mogą być stosowane w razie potrzeby.
- (3) Jeśli chodzi o treść A-2-c przemienność i łączność powinny być omówione
- (4) Jeśli chodzi o treść A-3-b wzór na wzrost iloczynu przy powiększeniu mnożnika o 1 oraz przemienność mnożenia powinny zostać omówione.

KLASA 3

Cele:

- uczeń powinien ze zrozumieniem dodawać i odejmować. Powinien pogłębiać rozumienie mnożenia i używać go odpowiednio. Powinien także rozumieć sens dzielenia, szukać własnych sposobów wykonywania obliczeń, jak również rozwijać umiejętność korzystania z nich we właściwy sposób. Ponadto powinien rozumieć pojęcie ułamków dziesiętnych i zwykłych oraz sposób ich zapisu.
- uczeń powinien rozumieć proces mierzenia oraz jednostki długości, wagi i upływającego czasu.
- uczeń powinien rozumieć, czym są figury geometryczne tj. trójkąty równoramienne i równoboczne, zwracając uwagę na elementy tworzące figury geometryczne.
- uczeń potrafi przedstawiać liczby, wielkości i relacje między nimi wykorzystując słowa, liczby, wyrażenia matematyczne tj. schematy, tabele i grafy i interpretować je.

Treści:

A) Liczby i działania

- 1) Ciągłe rozszerzanie umiejętności wykorzystania liczb poprzez pogłębianie rozumienia systemu liczbowego.
 - a) Znajomość jednostki 10 000 („Man” po japońsku)

- b) Rozumienie, że liczby mogą być dziesięciokrotnościami i stukrotnościami innych liczb lub być dziesięć razy mniejsze i potrafi je przedstawić.
 - c) Pogłębianie rozumienia relatywnej wielkości liczb
2. Uczeń potrafi poprawnie i adekwatnie do sytuacji dodawać i odejmować, rozwija umiejętność odpowiedniego używania tych operacji.
- a) odkrywanie sposobu dodawania i odejmowania liczb 3- i 4-cyfrowych.
Rozumienie, że te obliczenia są oparte na dodawaniu liczb 1- i 2- cyfrowych.
Rozumienie, jak dodawać i odejmować z wykorzystaniem algorytmów.
 - b) poprawne dodawanie i odejmowanie, korzystanie z działań adekwatnie do sytuacji
 - c) odkrywanie własności dodawania i odejmowania oraz używanie ich przy poszukiwaniu różnych sposobów dodawania, odejmowania oraz sprawdzania wyników obliczeń.
3. Uczeń rozwija rozumienie mnożenia. Potrafi poprawnie mnożyć i robi to adekwatnie do sytuacji.
- a) rozumienie, że mnożenie 2- i 3- cyfrowych liczb przez 1- i 2- cyfrowe opiera się na podstawowych iloczynach i wykorzystywanie ich do zakończenia obliczeń.
Rozumienie algorytmu mnożenia.
 - b) poprawne mnożenie adekwatne do sytuacji.
 - c) Badanie własności mnożenia i wykorzystywanie ich przy zastanawianiu się nad sposobem wykonania mnożenia i sprawdzeniem odpowiedzi.
- 4) Uczeń rozumie, czym jest dzielenie i potrafi odpowiednio go używać.
- a) Odkrycie sytuacji, w których można wykonać dzielenie oraz odkrycie istnienia reszty.
 - b) rozumienie relacji pomiędzy dzieleniem a mnożeniem oraz odejmowaniem.
 - c) wykonywanie obliczeń na liczbach 1-cyfrowych w sposób poprawny i adekwatny do sytuacji
 - d) obliczanie prostych przypadków dzielenia w sytuacjach, gdy iloraz jest liczbą 2-cyfrową a dzielnik 1-cyfrową.
- 5) Uczeń rozumie znaczenie i zapis ułamków dziesiętnych.
- a) używanie ułamków dziesiętnych w celu wyrażenia wielkości mniejszych niż 1, rozumienie i zapisywanie miejsca wartości dziesiętnych w dziesiętkowym układzie pozycyjnym.
 - b) rozumienie sensu dodawania i odejmowania ułamków dziesiętnych w systemie dziesiętnym, szukanie sposobów wykonywania obliczeń, obliczanie sum i różnic

dzięki znajomości systemu dziesiętnego , potrafi obliczać sumy i różnice z przekroczeniem progów dziesiątkowych.

6) Uczeń rozumie znaczenie i zapis ułamków zwykłych.

a) rozumienie, że ułamki są używane do przedstawienia wartości powstałych w wyniku podziału na równe części mniejsze od 1, rozumienie sposobu zapisywania ułamków

b) odkrycie, że ułamek może być rozumiany jako zbiór innych ułamków o liczniku 1

c) proste przypadki dodawania i odejmowania ułamków oraz rozumienie znaczenie tych operacji.

7) Znajomość sposobu, w jaki liczby mogą być przedstawiane na liczydło (sorobanie). Umiejętność wykonywania na nim prostego dodawania i odejmowania.

a) sposoby przedstawiania liczb za pomocą liczydła

b) umiejętność dodawania i odejmowania liczb z użyciem liczydła.

B) Wielkości i pomiary

1) uczeń pogłębia swoją wiedzę na temat długości. Ponadto powinien zrozumieć znaczenie pomiaru i jednostek wagi, potrafić zważyć przedmioty.

a) Znajomość jednostki długości- kilometr (km)

b) Znajomość jednostek wagi- gram (g) i kilogram (kg)

2) uczeń potrafi oszacować długość i wagę. Potrafi wybrać właściwe jednostki i przyrządy do pomiaru długości i masy.

3) Rozumienie upływ czasu.

a) Znajomość jednostki czasu- sekundy.

b) określanie czasu za pomocą zegara oraz rozumienie jego upływ w sytuacjach codziennego życia.

C) Figury geometryczne

1) Uczeń rozumie, czym są figury geometryczne, zwraca uwagę na ich elementy dzięki obserwacji i budowaniu figur.

a) rozpoznawanie trójkątów równoramiennych i równobocznych

b) rozpoznawanie kątów

c) rozpoznawanie koła i kuli, oraz środek, promień i średnicę

D) Relacje ilościowe

1) Uczeń potrafi zapisać dzielenie w formie wyrażenia matematycznego i potrafi takie wyrażenia zinterpretować.

- 2) Uczeń rozumie wyrażenia przedstawiające relacje ilościowe i potrafi je zinterpretować.
- a) przedstawianie relacji ilościowych za pomocą wyrażeń matematycznych i dostrzeganie związku między wyrażeniem matematycznym a wykresem
- b) przedstawianie relacje ilościowe za pomocą wyrażeń matematycznych z niewiadomą w postaci „okienka” i badanie wyrażenia matematyczne podczas zastępowania „okienka” liczbą
- 3) Uczeń potrafi gromadzić, porządkować i organizować dane, wyraźnie przedstawiać je w tabelach i wykresach oraz je interpretować.
- a) umiejętność interpretowania i rysowania wykresów słupkowych.

Aktywność matematyczna:

Dla tematów: „Liczby i działania”, „Wielkości i pomiary”, „Figury geometryczne”, „Relacje ilościowe” nauczanie powinno zawierać aktywności matematyczne z poniższej listy:

- a) Badanie i wyjaśnianie znaczenia i sposobu obliczania liczb całkowitych, ułamków dziesiętnych i zwykłych, za pomocą konkretów, słów, liczb i wyrażeń matematycznych oraz schematów.
- b) Przedstawianie i porównywanie ułamków zwykłych i dziesiętnych za pomocą konkretów, schematów i osi liczbowej.
- c) Badanie relacji między jednostkami w ramach tej samej miary (długości, wagi, pojemności)
- d) Konstruowanie trójkątów równoramiennych i równobocznych z użyciem cyrkla i linijki
- e) Porządkowanie danych ze względu na czas, miejsce i przedstawianie ich w tabelach.

Terminy/ Symbole

Znak równości

Znak nierówności

przecinek

Miejsce 1/10 (części dziesiątych)

Oś liczbowa

Mianownik

Licznik

:

Uwagi dotyczące zawartości:

- 1) Jeśli chodzi o treść A-1 to sto milionów (po japońsku „oku”) powinno zostać wprowadzone.
- 2) Jeśli chodzi o treść A-2 i 3 uczeń powinien wykonywać proste obliczenia w pamięci.
- 3) Jeśli chodzi o treść A-2-c przemienność i łączność powinny być omówione
- 4) Jeśli chodzi o treść A-3 mnożenie przez 0 powinno zostać omówione
- 5) Jeśli chodzi o treść A-3-c przemienność, łączność i rozdzielność powinny zostać omówione
- 6) Jeśli chodzi o treść A-5 i 6 ułamki dziesiętne tj. 0,1 powinny zostać omówione w stosunku do ułamków zwykłych $1/10$ z użyciem osi liczbowej
- 7)) Jeśli chodzi o treść B-1 tona (t) jako jednostka powinna zostać omówiona.

