IV Workshop on Pensions and Insurance 2018

La rentabilidad esperada de una renta de jubilación. ¿Es aplicable en la toma de decisiones por parte de un asegurado?

Antonio Alegre Escolano
Universitat de Barcelona
María José Pérez-Fructuoso
Universidad a Distancia de Madrid (UDIMA)

Introducción

Orden ECC/2329/2014, de 12 de diciembre, introduce la obligación de informar al asegurado (y por tanto de calcular) de la rentabilidad esperada de los seguros de vida que contrata.

Rentabilidad Esperada: ***"tipo de interés anual que iguala los valores actuales de las prestaciones esperadas que se puedan percibir en la operación por todos los conceptos y los pagos esperados de prima"***

Objetivo:

- dotar de transparencia al mercado asegurador
- crear una medida homogénea de la rentabilidad de las operaciones actuariales para favorecer las decisiones de inversión de los asegurados.

⬇

≅ TAE en el sector bancario

Objetivo de la investigación

Objetivo: desarrollar las expresiones que permitan calcular la rentabilidad real y la rentabilidad esperada de una operación de seguros "renta de supervivencia" bajo diferentes escenarios de gastos, desgravaciones fiscales e impuestos, y proporcionar índices de riesgo que midan la probabilidad de no perder con la operación y la confianza del asegurado en obtener una rentabilidad real como mínimo superior al rendimiento esperado calculado.

Metodología

Definición de dos variables aleatorias:

(1) Tanto efectivo anual de rendimiento: que nos permitirá, a partir de la determinación de su distribución de probabilidad, obtener los valores de las rentabilidades reales en cada periodo de duración de la operación, según se produzca o no la contingencia cubierta en el contrato.

(2) Función valor actual financiero del beneficio del producto: que nos permitirá a partir de la determinación de su distribución de probabilidad calcular la rentabilidad esperada igualando a cero su valor esperado.

Coeficientes de Riesgo

- **Coeficiente relacionado con la rentabilidad real de la operación**: informa acerca de la confianza del asegurado en obtener una rentabilidad positiva:

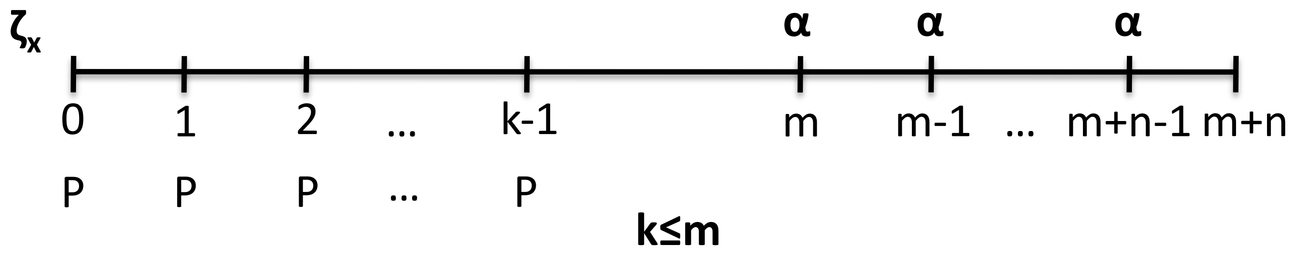
$$P\left[\tilde{i} \geq 0\right]$$

- **Coeficiente relacionado con la rentabilidad esperada de la operación**: informa acerca de la confianza del asegurado en obtener una rentabilidad real que sea como mínimo la rentabilidad esperada:

$$P\left[\tilde{i} \geq i^*\right]$$

Planteamiento de los casos analizados: Prima periódica

Prima Pura Periódica (PPP):



Ecuación de equilibrio financiero-actuarial en el origen de la operación:

$$P \cdot {}_{/k}\ddot{a}_x = \sum_{t=m}^{m+n} \alpha_t \cdot (1+i)^{-t} \cdot {}_t p_x \Longrightarrow P = \frac{\sum_{t=m}^{m+n} \alpha_t \cdot (1+i)^{-t} \cdot {}_t p_x}{\sum_{t=0}^{k} (1+i)^{-t} \cdot {}_t p_x}$$

$${}_{/k}\ddot{a}_x$$

con:

${}_t p_x = p[\varsigma_x > t]$

i: tipo efectivo de interés compuesto

$V^t=(1+i)^{-t}$ factor financiero de actualización

Prima Pura Periódica (PPP)
Distribución de probabilidad y cálculo de la rentabilidad real

$\tilde{i}$	Probabilidades	Cálculo
i_0	$_{/m}q_x$	-1
i_1	$_{m/1}q_x$	$P\cdot \ddot{a}_{\overline{k}\lvert i_1} = \alpha_m \cdot (1+i_1)^{-m}$
i_2	$_{m+1/1}q_x$	$P\cdot \ddot{a}_{\overline{k}\lvert i_2} = \sum_{t=m}^{m+1} \alpha_t \cdot (1+i_2)^{-t}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
i_{n-1}	$_{m+n\text{-}2/1}q_x$	$P\cdot \ddot{a}_{\overline{k}\lvert i_{n-1}} = \sum_{t=m}^{m+n-2} \alpha_t \cdot (1+i_{n-1})^{-t}$
i_n	$\dfrac{_{m+n-1}p_x}{1}$	$P\cdot \ddot{a}_{\overline{k}\lvert i_n} = \sum_{t=m}^{m+n} \alpha_t \cdot (1+i_n)^{-t}$

Prima Pura Periódica (PPP)
Distribución de probabilidad y cálculo de la rentabilidad esperada

$\underline{\tilde{B}}$	Probabilidades
$-P$	$_{/1}q_x$
$-P\cdot \ddot{a}_{\overline{2}\vert i^*}$	$_{1/1}q_x$
$-P\cdot \ddot{a}_{\overline{3}\vert i^*}$	$_{2/1}q_x$
$\vdots$	$\vdots$
$-P\cdot \ddot{a}_{\overline{k}\vert i^*}$	$_{k-1/m-(k-1)}q_x$
$-P\cdot \ddot{a}_{\overline{k}\vert i^*} + \alpha_m\cdot\left(1+i^*\right)^{-m}$	$_{m/1}q_x$
$-P\cdot \ddot{a}_{\overline{k}\vert i^*} + \sum_{t=m}^{m+2}\alpha_t\cdot\left(1+i^*\right)^{-t}$	$_{m-1/1}q_x$
$\vdots$	$\vdots$
$-P\cdot \ddot{a}_{\overline{k}\vert i^*} + \sum_{t=m}^{m+n-1}\alpha_t\cdot\left(1+i^*\right)^{-t}$	$_{m+n-2/1}q_x$
$-P\cdot \ddot{a}_{\overline{k}\vert i^*} + \sum_{t=m}^{m+n}\alpha_t\cdot\left(1+i^*\right)^{-t}$	$\dfrac{_{m+n-1}p_x}{1}$

$$P\cdot\sum_{t=0}^{k}\left(1+i^*\right)^{-t}\cdot{}_t\,p_x=\sum_{t=m}^{m+n}\alpha_t\cdot\left(1+i^*\right)^{-t}\cdot{}_t\,p_x \Longrightarrow i^*=i$$

Prima Comercial Periódica (PCP)

$$P' = P \cdot \left(1+g\right)$$

Distribución de probabilidad y cálculo de la rentabilidad real

$\tilde{i}'$	Probabilidades	Cálculo
i'_0	$_{/m}q_x$	-1
i'_1	$_{m/1}q_x$	$P \cdot \left(1+g\right) \cdot \ddot{a}_{\overline{k}\mid i_1} = \alpha_m \cdot \left(1+i_1\right)^{-m}$
i'_2	$_{m+1/1}q_x$	$P \cdot \left(1+g\right) \cdot \ddot{a}_{\overline{k}\mid i_2} = \sum_{t=m}^{m+1} \alpha_t \cdot \left(1+i_2\right)^{-t}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
i'_{n-1}	$_{m+n\text{-}2/1}q_x$	$P \cdot \left(1+g\right) \cdot \ddot{a}_{\overline{k}\mid i_{n-1}} = \sum_{t=m}^{m+n-2} \alpha_t \cdot \left(1+i_{n-1}\right)^{-t}$
i'_n	$\dfrac{_{m+n-1}p_x}{1}$	$P \cdot \left(1+g\right) \cdot \ddot{a}_{\overline{k}\mid i_n} = \sum_{t=m}^{m+n} \alpha_t \cdot \left(1+i_n\right)^{-t}$

Prima Comercial Periódica (PCP)
Distribución de probabilidad y cálculo de la rentabilidad esperada

$$P\cdot(1+g)\cdot\sum_{t=0}^{k}(1+i^*)^{-t}\cdot {}_t p_x = \sum_{t=m}^{m+n}\alpha_t\cdot(1+i^*)^{-t}\cdot {}_t p_x$$

Prima Comercial Periódica con desgravación fiscal y pago de impuestos sobre el capital

Distribución de probabilidad y cálculo de la rentabilidad real

$\tilde{i}''$	Probabilidades	Cálculo
i''_0	$_{/m}q_x$	-1
i''_1	$_{m/1}q_x$	$P\cdot(1+g)\cdot(1-\beta)\cdot\ddot{a}_{\overline{k}\vert i_1} = \alpha_m\cdot(1-\delta)\cdot(1+i_1)^{-m}$
i''_2	$_{m+1/1}q_x$	$P\cdot(1+g)\cdot(1-\beta)\cdot\ddot{a}_{\overline{k}\vert i_2} = (1-\delta)\cdot\sum_{t=m}^{m+1}\alpha_t\cdot(1+i_2)^{-t}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
i''_{n-1}	$_{m+n\text{-}2/1}q_x$	$P\cdot(1+g)\cdot(1-\beta)\cdot\ddot{a}_{\overline{k}\vert i_{n-1}} = (1-\delta)\cdot\sum_{t=m}^{m+n-2}\alpha_t\cdot(1+i_{n-1})^{-t}$
i''_n	$\dfrac{_{m+n-1}p_x}{1}$	$P\cdot(1+g)\cdot(1-\beta)\cdot\ddot{a}_{\overline{k}\vert i_n} = (1-\delta)\cdot\sum_{t=m}^{m+n}\alpha_t\cdot(1+i_n)^{-t}$

Prima Comercial Periódica con desgravación fiscal y pago de impuestos sobre el capital

Distribución de probabilidad y cálculo de la rentabilidad esperada

$$P \cdot \left(1+g\right) \cdot \left(1-\beta\right) \cdot \sum_{t=0}^{k} \left(1+i^{*}\right)^{-t} \cdot {}_{t}p_{x} = \left(1-\delta\right) \cdot \sum_{t=m}^{m+n} \alpha_{t} \cdot \left(1+i^{*}\right)^{-t} \cdot {}_{t}p_{x}$$

Prima comercial periódica con pago de impuestos sobre los rendimientos

La prima periódica correspondiente a la renta se obtiene como suma de las primas periódicas de cada término suponiendo que dichos términos son capitales diferidos que se pagan en cada uno de los periodos de duración de la renta, esto es,

$$P = \sum_{t=m}^{m+n} P_t$$

con, $P_t \cdot \ddot{a}_{\overline{k}|i} = \alpha_t \cdot (1+i)^{-t} \cdot {}_t p_x$ de forma que P_t vale:

$$P_t = \alpha_t \cdot \frac{(1+i)^{-t} \cdot {}_t p_x}{\sum_{t=0}^{k} (1+i)^{-t} \cdot {}_t p_x}$$

Prima comercial periódica con pago de impuestos sobre los rendimientos

El término de la renta neto de impuestos vendrá dado por la siguiente expresión

$$\alpha_t^N = \alpha_t - \left(\alpha_t - k \cdot P_t\right) \cdot \delta = \alpha_t \cdot \left(1 - \delta\right) + k \cdot P_t \cdot \delta =$$

$$= \alpha_t \cdot \left(1 - \delta\right) + = \alpha_t \cdot k \cdot \alpha_t \cdot \frac{\left(1+i\right)^{-t} \cdot {}_t p_x}{\sum_{t=0}^{k} \left(1+i\right)^{-t} \cdot {}_t p_x} \cdot \delta =$$

$$= \alpha_t \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{k \cdot \left(1+i\right)^{-t} \cdot {}_t p_x}{\sum_{t=0}^{k} \left(1+i\right)^{-t} \cdot {}_t p_x}\right) \cdot \delta\right]$$

Prima comercial periódica con pago de impuestos sobre los rendimientos
Distribución de probabilidad y cálculo de la rentabilidad real

$\tilde{i}'''$	Probabilidades	Cálculo
i'''_0	${}_{/m}q_x$	-1
i'''_1	${}_{m/1}q_x$	$P\cdot\left(1+g\right)\cdot\ddot{a}_{\overline{k}\vert i_1} = \alpha_m^N\cdot\left(1+i_1\right)^{-m}$
i'''_2	${}_{m+1/1}q_x$	$P\cdot\left(1+g\right)\cdot\ddot{a}_{\overline{k}\vert i_2} = \sum_{t=m}^{m+1}\alpha_t^N\cdot\left(1+i_2\right)^{-t}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
i'''_{n-1}	${}_{m+n\text{-}2/1}q_x$	$P\cdot\left(1+g\right)\cdot\ddot{a}_{\overline{k}\vert i_{n-1}} = \sum_{t=m}^{m+n-2}\alpha_t^N\cdot\left(1+i_{n-1}\right)^{-t}$
i'''_n	$\frac{{}_{m+n-1}p_x}{1}$	$P\cdot\left(1+g\right)\cdot\ddot{a}_{\overline{k}\vert i_n} = \sum_{t=m}^{m+n}\alpha_t^N\cdot\left(1+i_n\right)^{-t}$

Prima comercial periódica con pago de impuestos sobre los rendimientos
Distribución de probabilidad y cálculo de la rentabilidad esperada

$$P \cdot (1+g) \cdot \sum_{t=0}^{k} (1+i^*)^{-t} \cdot {}_t p_x = \sum_{t=m}^{m+n} \alpha_t^N \cdot (1+i^*)^{-t} \cdot {}_t p_x$$

Aplicación numérica

Asegurado de edad actual 40 años.

Operación actuarial: renta de supervivencia prepagable.

Prima pura única: 1 unidad monetaria

Diferimiento: m=25

Duración de la operación: Vitalicia

Cuantía de la renta: constante igual a α.

g=5%; β=30%, δ=20%

Tipo de interés técnico de la operación: 1,09%

Tablas de mortalidad: PASEM 2010.

Caso Prima Pura Periódica

$i^*=0,0109$

Edad	Rentabilidad	Probabilidad
65	-1	0,134577129
66	-0,110376105	0,010993467
67	-0,076643492	0,012012423
68	-0,056765833	0,01319562
69	-0,042805282	0,014562786
70	-0,032168959	0,016135942
71	-0,023708893	0,017934818
72	-0,016734167	0,019986951
73	-0,010889266	0,022326678
74	-0,005859442	0,024978031
75	-0,001599433	0,027962636
76	0,00219329	0,031276566
77	0,005512622	0,034890668
78	0,008468799	0,038731947
79	0,011088632	0,042680498
80	0,013418926	0,046540982
81	0,015553396	0,047556282
82	0,017473973	0,047994325
83	0,019185745	0,047751686
84	0,020797937	0,046765095
85	0,022242865	0,04501643
86	0,023573352	0,042529971
87	0,024803837	0,039343881
88	0,025886274	0,03553499
89	0,026923111	0,031232853
90	0,027872852	0,026625046
91	0,028751082	0,021942632
92	0,029564387	0,017429793
93	0,030318568	0,013312193
94	0,031018755	0,009756297
95	0,031669499	0,006849716
96	0,032274857	0,004600317
97	0,032838457	0,002951224
98	0,033372562	0,001805725
99	0,033881316	0,001051919
100	0,034345861	0,000582309
101	0,034781244	0,000305641
102	0,035189733	0,000160294
103	0,035573399	7,07E-05
104	0,035934134	2,85E-05
105	0,036235952	1,04E-05
106	0,036555205	3,38E-06
107	0,036855704	9,60E-07

$$p\left[\tilde{i} \geq 0\right] = 0,68533323$$

$$p\left[\tilde{i} \geq i^*\right] = p\left[\tilde{i} \geq 0,0109\right] =$$

$$= 0,58043405$$

Aplicación numérica: Prima Periódica

	PPP	PCP	PCP con β y δ	PCP con δ
Rentabilidad Mínima	-1	-1	-1	-1
Rentabilidad Máxima	0,036855704	0,03549431	0,039329684	0,031499174

	PPP	PCP	PCP con β y δ	PCP con δ
Rentabilidad esperada	0,0109	0,009223326	0,01383216	0,005608937

	PPP	PCP	PCP con β y δ	PCP con δ
Primer coeficiente de riesgo	0,685333234	0,685333234	0,71329587	0,65405667
Segundo coeficiente de riesgo	0,58043405	0,58043405	0,58043405	0,58043405

Conclusiones

Generales:

1. Para que la rentabilidad esperada pueda considerarse un indicador homogéneo de la rentabilidad de las operaciones actuariales debería concretarse legalmente la metodología a seguir para calcularla y hacer extensivo su cálculo a todas las operaciones de seguros.

2. La ley debería incluir otros indicadores de riesgo que faciliten la toma de decisiones por parte de los asegurados.

Conclusiones

Respecto al cálculo de las rentabilidades:

1. Importancia del análisis estocástico de cualquier operación actuarial y en particular de las rentas de supervivencia sobre una persona.

2. El "*tanto efectivo de rentabilidad esperada*" se obtiene A partir de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria función valor actual del beneficio del producto, igualando a cero su valor esperado.

Pero este valor esperado, no deja de ser un promedio y su representatividad puede ser muy pequeña cuando queremos analizar de forma individual la operación para un asegurado → Información adicional: Coeficientes de riesgo.

Conclusiones

3. El cálculo de la rentabilidad esperada y de ambos coeficientes de riesgo se ha realizado para una renta de supervivencia a prima única y periódica analizando ambos casos a partir de las primas puras y de las primas comerciales afectadas por un cierto recargo y considerando la fiscalidad de la operación, con los correspondientes impuestos y bonificaciones en su caso.

4. Para determinar la base imponible del impuesto aplicable a los rendimientos de la operación, hemos determinando la cuantía del rendimiento imputable a cada uno de los términos de la renta de supervivencia, suponiendo que la renta es una suma de capitales diferidos.

UNIVERSITAT DE BARCELONA

Muchas gracias por vuestra atención

aalegre@ub.edu

mariajose.perez@udima.es