HYDROMECHANIK

Übungsaufgaben

Prof. Gerhard H. Jirka, Ph.D.
Dipl.-Ing. Tobias Bleninger

Institut für Hydromechanik
Universität Karlsruhe

2001

Vorwort

Die dargestellten Übungsaufgaben stellen nur eine kleine Sammlung vieler Möglichen Beispiele dar, mit der das Verständnis der Hydromechanik geprüft, unterstützt und trainiert werden kann. Es ist sehr hilfreich diese parallel zur Vorlesung in den Tutorien und auch zuhause durchzurechnen und aufkommende Fragen in den Lehrveranstaltungen mit dem Dozenten oder den Betreuern zu diskutieren.
Für die Prüfungsvorbereitung wird unbedingt auch geraten die Prüfungsaufgaben zu rechnen, da sich die Aufgabenstellungen und Formulierungen von denen der Übungsaufgaben unterscheiden können. Darüber hinaus sind natürlich vielerlei Lehrbücher mit Übungsaufgaben zur Hydromechanik zu empfehlen, die entweder in der Uni-Bibliothek oder natürlich im Buchhandel erhältlich sind.

Herr Dr.-Ing. W. Bürmann hat dieses Übungsskriptum zusammengestellt und gemeinsam mit cand.ing. R. Erhardt, C. Groddeck, R. Hünerbein, D. Lehmann, A. Rufle und E. Wilde aufgearbeitet und herausgegeben. Frau E. Staschewski hat alle Zeichnungen hergestellt.

In der ersten Ausgabe enthaltene Unstimmigkeiten und Fehler haben cand. ing. S. Brommann und A. Rufle entdeckt und korrigiert.

Die dritte Ausgabe wurde mit Unterstützung von cand.-ing. Gudrun Hillebrand aufgearbeitet.

Oktober 2001
Dipl.-Ing. Tobias Bleninger

Teil 1: Aufgaben

Hydromechanik I

1 Aufgaben zu Kapitel 2
Hydrostatik 4

2 Aufgaben zu Kapitel 3
Kinematik 12

3 Aufgaben zu Kapitel 4
Impulsgleichung 17

4 Aufgaben zu Kapitel 5
Energiegleichung 24

Hydromechanik II

5 Aufgaben zu Kapitel 6
Dimensionsanalyse 31

6 Aufgaben zu Kapitel 7
Grenzschichten...35

7 Aufgaben zu Kapitel 8
Rohrleitungen...37

8 Aufgaben zu Kapitel 9
Strömungswiderstand...41

9 Aufgaben zu Kapitel 10
Gerinneströmungen..43

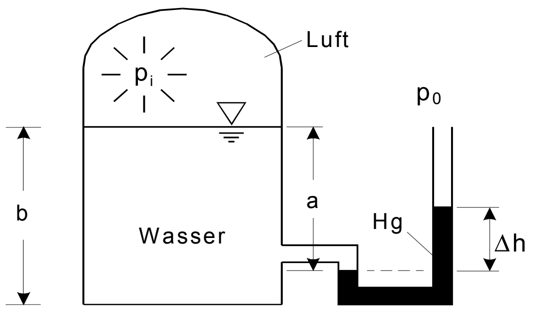
1 Aufgaben zu Kapitel 2: Hydrostatik

Aufgabe 2.1:

Im Windkessel einer großen Pumpenanlage wird der Innendruck p_i des Luftpolsters mit einem quecksilbergefüllten U-Rohr-Manometer gemessen.

2.1.1 Wie groß ist der Kesselüberdruck $p_i' = p_i - p_0$ in Abhängigkeit von der Höhendifferenz Δh der Quecksilbersäule?

2.1.2 Wie verteilt sich der Überdruck entlang der Kesselwände?



Gegeben:

Höhe	a [m]
Höhe	b [m]
Höhendifferenz	Δh [m]
Dichte Wasser	ρ_W [kg/m^3]
Dichte Quecksilber	ρ_{Hg} [kg/m^3]
Erdbeschleunigung	g [m/s^2]

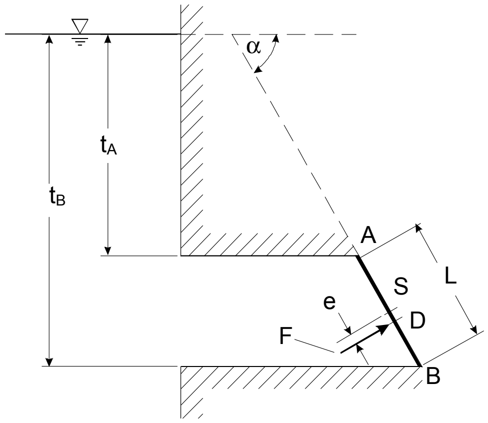
Abb. 2.1: Seitenansicht des Windkessels

Aufgabe 2.2:

Ein Abflußstollen wird durch eine ebene, rechteckige Klappe (Länge L, Breite b) verschlossen.

2.2.1 Ermitteln Sie die Größe der resultierenden Wasserkraft F auf der Klappe.

2.2.2 Wie groß ist die Exzentrizität e der Kraft F bezüglich des Schwerpunkts S der Klappe?



Gegeben:

Wassertiefe	t_A [m]
Wassertiefe	t_B [m]
Neigungswinkel	α [1]
Breite	b [m]
Dichte	ρ [kg/m^3]
Erdbeschleunigung	g [m/s^2]

Abb 2.1: Seitenansicht des Abflußstollens

<u>Aufgabe 2.3</u>:

Das Verschlußorgan von der Form eines Viertelkreissektors mit Radius R verhindert das Eindringen von salzigem Meerwasser in den landeinwärts gelegenen Speicherraum eines Flusses. Das im Gelenk D reibungslos drehbar gelagerte Organ ist bei geschlossenem Zustand im Punkt A abgedichtet.

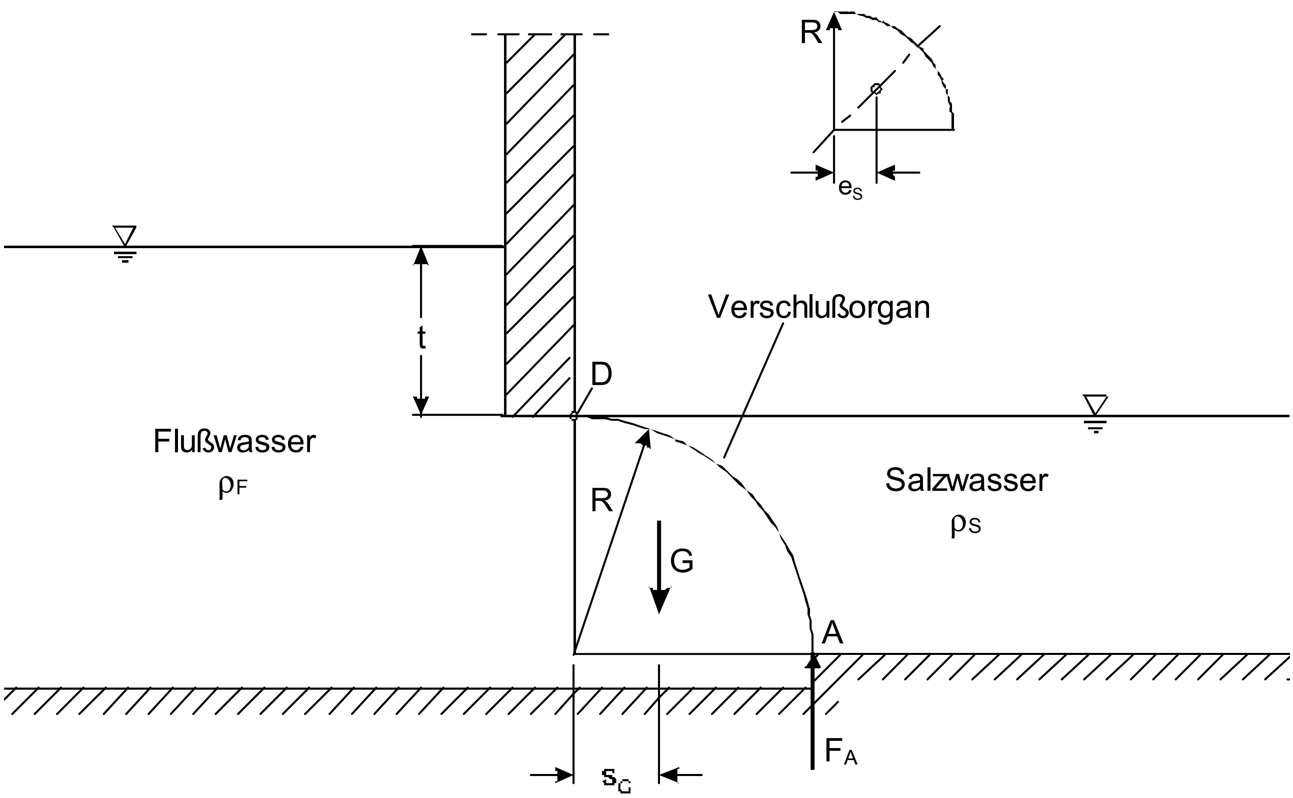
2.3.1 Tragen Sie die Lastflächen der hydrostatischen Belastung auf das Organ in horizontaler und vertikaler Richtung für die dargestellte Lage der Wasserspiegel in die Abb. 2.3 ein.

2.3.2 Geben Sie die auf das Organ im Punkt A senkrecht wirkende Dichtungskraft F_A pro Breiteneinheit in Abhängigkeit von der Tiefe t an.

2.3.3 Bis zu welcher Tiefe $t = t_0$ muß der Fluß bei unverändertem Salzwasserspiegel aufgestaut werden, damit sich das Organ gerade öffnet?

<u>Gegeben</u>:

Radius	$R = 1{,}0$ m	Dichte Flußwasser	$\rho_F = 997$ kg/m^3
Hebelarm	$s_G = \dfrac{R}{3}$	Dichte Salzwasser	$\rho_S = 1025$ kg/m^3
Schwerpunktabstand	$e_S = \dfrac{4 \cdot R}{3 \cdot \pi}$	Erdbeschleunigung	$g = 9{,}81$ m/s^2
Gewicht pro Breiteneinheit	$G = 30$ kN/m		



<u>Abb. 2.3</u>: Seitenansicht des Verschlußorgans

Aufgabe 2.4:

Ein trichterförmiger, unten offener Behälter (Caisson) mit Eigengewicht G wird auf die Wasseroberfläche abgesenkt.

Wie tief taucht der Behälter ein?

Gegeben:

Innenvolumen	$V_0 = 30000\ m^3$
Gewicht	$G = 1{,}5 \cdot 10^4\ kN/m$
Durchmesser	$D = 50\ m$
Höhe	$h = 5\ m$
Umgebungsdruck	$p_0 = 10^5\ Pa$
Dichte Wasser	$\rho = 1000\ kg/m^3$
Erdbeschleunigung	$g = 9{,}81\ m/s^2$

Hinweis:
Isotherme Kompression der Luft im Behälter nach Boyle-Mariotte ($p_0 \cdot V_0 = p_i \cdot V_i$).

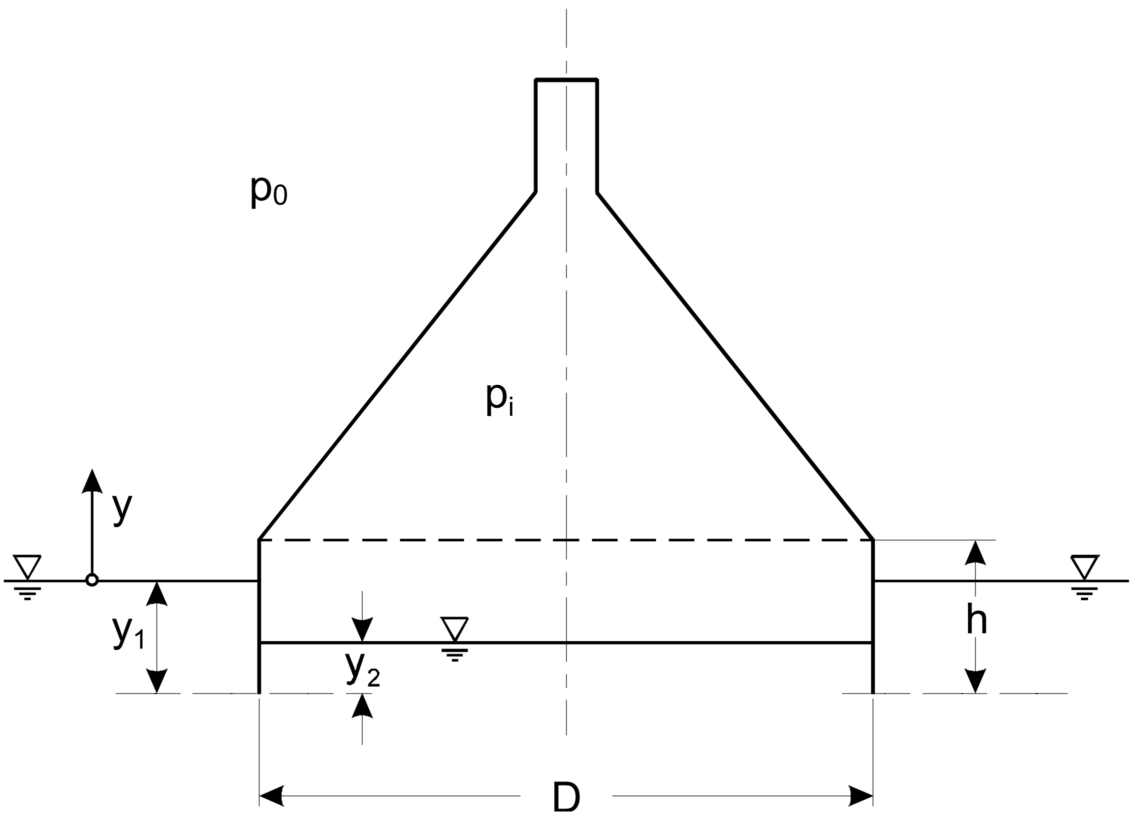


Abb. 2.4: Seitenansicht des Behälters

Aufgabe 2.5:

Ein System aus Luftbehälter und Steigrohr ist mit zwei verschiedenen Flüssigkeiten befüllt.

2.5.1 Wie groß ist der absolute Druck p_i im Luftvolumen?

2.5.2 Berechnen Sie die Druckverteilung entlang der Gefäßaußenwände und zeichnen Sie sie in Abb. 2.5 ein.

Gegeben:

Dichte	$\rho_1 = 1019{,}4\ kg/m^3$
Dichte	$\rho_2 = 10194\ kg/m^3$
Erdbeschleunigung	$g = 9{,}81\ m/s^2$
Umgebungsdruck	$p_0 = 10^5\ Pa$

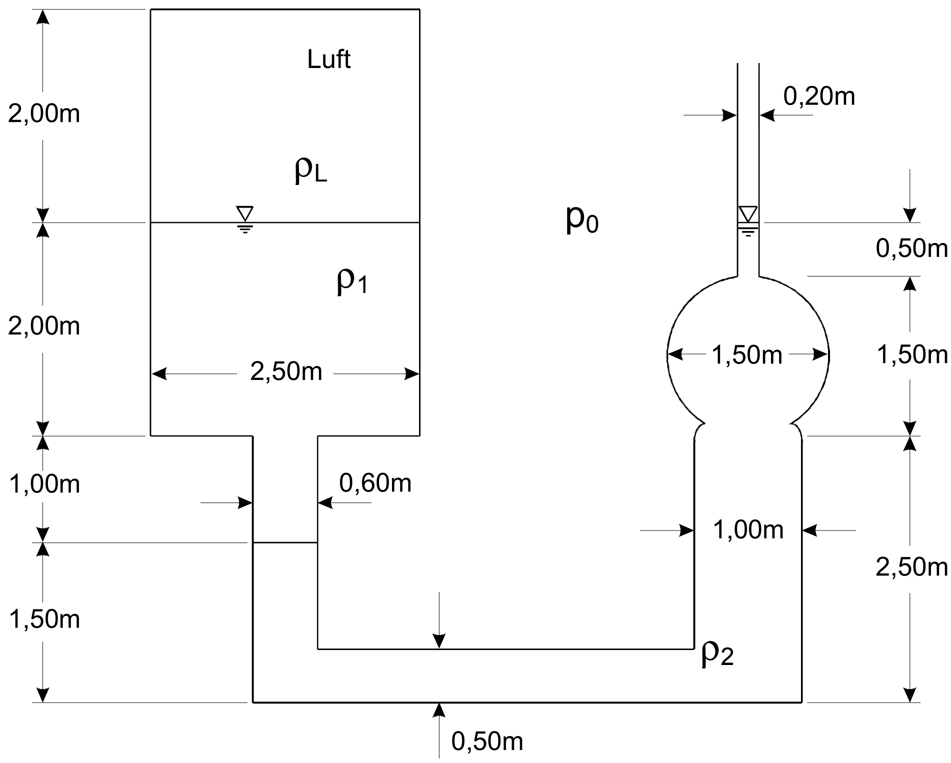


Abb. 2.5: Luftbehälter mit Steigrohr

<u>Aufgabe 2.6</u>:

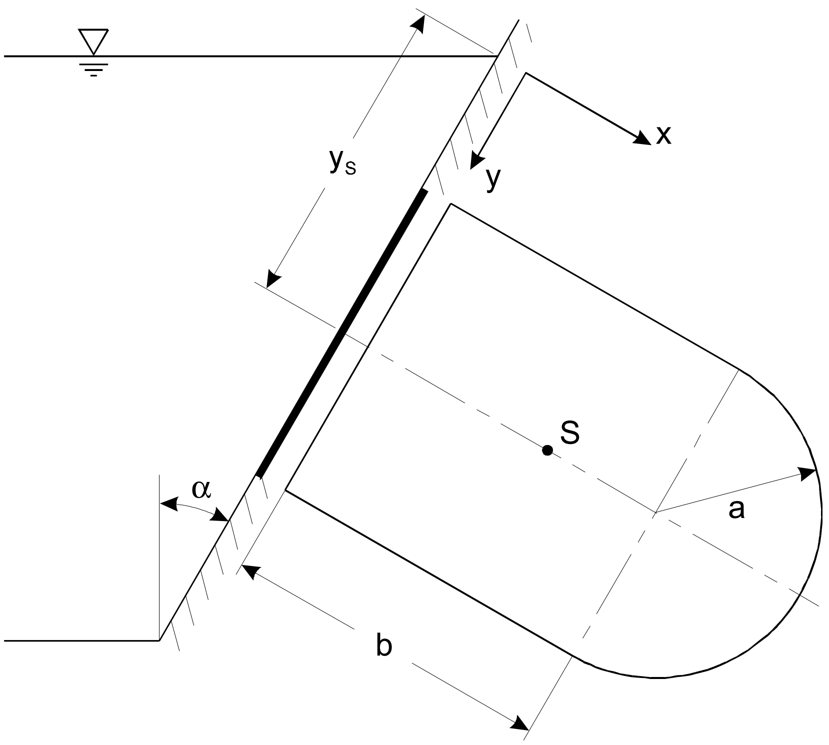
In Abb. 2.6 ist in zwei Ansichten eine Klappe dargestellt.

2.6.1 Bestimmen Sie die Koordinaten x_D und y_D des Druckmittelpunkts D der Klappe, durch den die resultierende Wasserkraft R auf die dargestellte Klappe geht, sowie

2.6.2 die Größe dieser Kraft R.

<u>Gegeben</u>:

Dichte	$\rho = 1000\ kg/m^3$
Erdbeschleunigung	$g = 9{,}81\ m/s^2$
Radius	$a = 1{,}0\ m$
Breite	$b = 2{,}0\ m$
Schwerpunktabstand	$y_S = 2{,}0\ m$
Neigungswinkel	$\alpha = 30°$



<u>Abb. 2.6</u>: Klappe in Seitenansicht und Draufsicht

Aufgabe 2.7:

Für die Verschlüsse in Abb. 2.7.1 bis 2.7.3 sollen die Drucklastflächen und die Wasserdruckkräfte nach Größe, Richtung und Lage bestimmt werden.

Gegeben:

Dichte $\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}$ Erdbeschleunigung $g = 9{,}81 \frac{m}{s^2}$

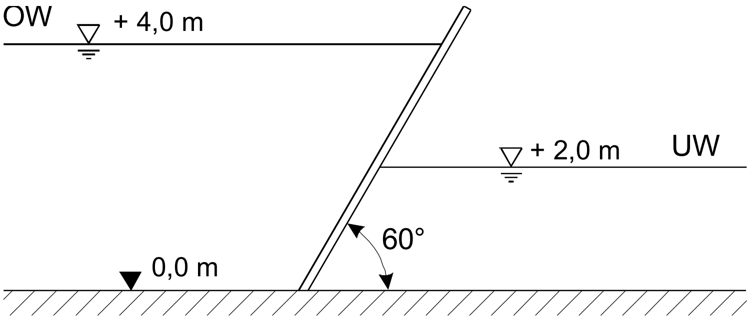


Abb. 2.2.1: Seitenansicht der geneigten Platte (B = 10 m)

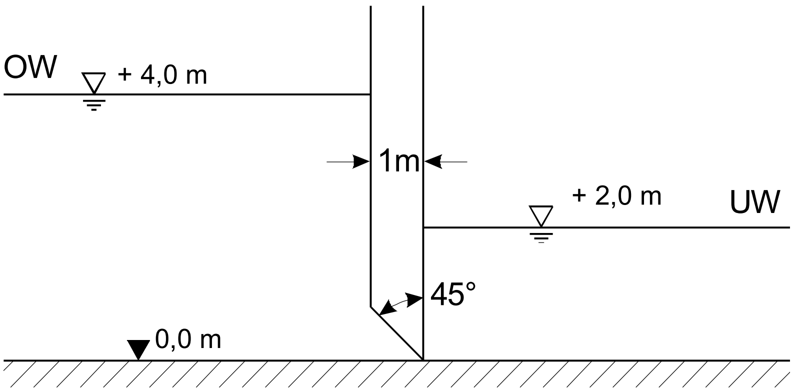


Abb. 2.7.2: Seitenansicht der vertikalen Platte (Breite B = 10 m)

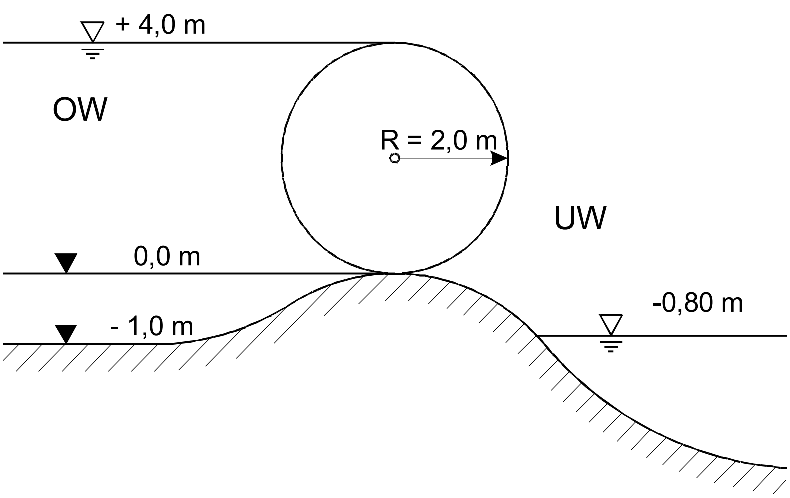


Abb. 2.7.3: Seitenansicht des zylinderförmigen Verschlusses (Breite B = 10 m)

Aufgabe 2.8:

Das Manometer in Abb. 2.8 ist an eine Rohrleitung angeschlossen.

Wie groß ist der Fluidüberdruck p auf der Achse der Rohrleitung?

Gegeben:
Erdbeschleunigung $g = 9{,}81\ m/s^2$
Dichte $\rho_1 = 1000\ kg/m^3$
Dichte $\rho_2 = 2 \cdot \rho_1$

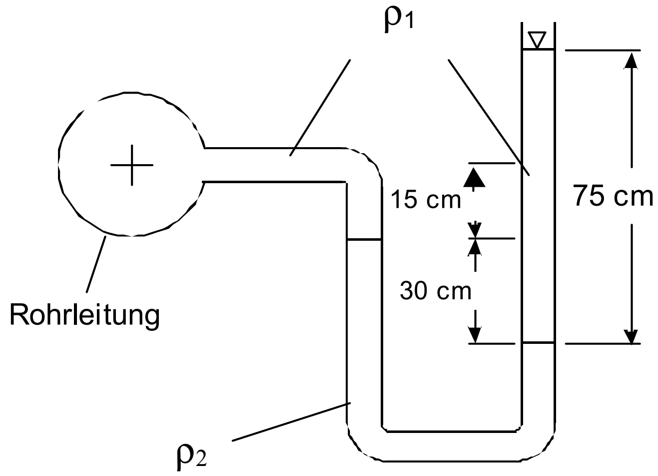


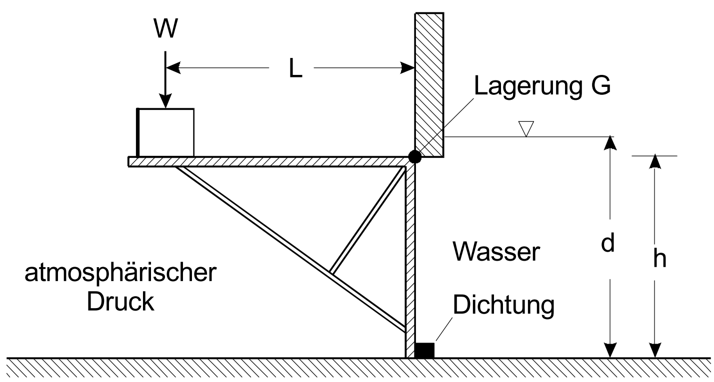
Abb. 2.8: Rohrleitung mit Manometer

Aufgabe 2.9:

Die mit dem Gewicht W belastete Klappe in Abb. 2.9 hat die Höhe h und die Breite b.

Welches Gewicht W ist erforderlich, damit die Klappe sich gerade öffnet, wenn die Kraft zwischen Dichtung und Klappe verschwindet?

Hinweis:
Das Gewicht der Klappe selbst kann vernachlässigt werden.



Gegeben:
Plattenhöhe $h = 4\ m$
Pattenbreite $b = 2\ m$
Hebelarm $L = 5\ m$
Wassertiefe $d = 5\ m$
Erdbeschl. $g = 9{,}81\ m/s^2$
Dichte $\rho = 1000\ kg/m^3$

Abb. 2.9: Seitenansicht der Klappe

Aufgabe 2.10:

Der Vollzylinder in Abb. 2.10.1 besteht aus zwei unterschiedlichen Materialien.

Wie tief sinkt der Zylinder in die geschichteten Fluide von Abb. 2.10.2 ein?

Gegeben:

Dichte Wasser	$\rho_{Wasser} = 1000\ kg/m^3$
Dichte Öl	$\rho_{Öl} = 900\ kg/m^3$
Dichte	$\rho_1 = 3{,}0 \cdot \rho_{Wasser}$
Dichte	$\rho_2 = 0{,}2 \cdot \rho_{Wasser}$
Erdbeschleunigung	$g = 9{,}81\ m/s^2$

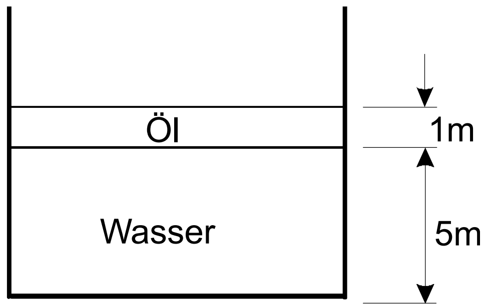


Abb. 2.10.2: Behälter mit zwei geschichteten Fluiden

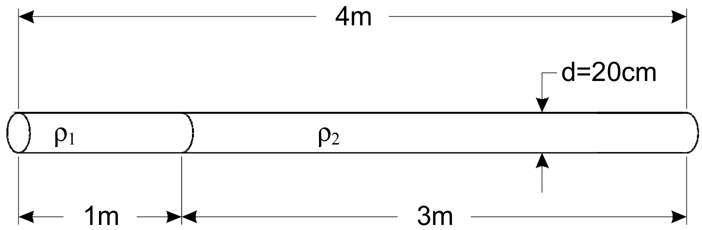


Abb. 2.10.1: Vollzylinder aus zwei verschiedenen Materialien

Aufgabe 2.11:

Der teilweise eingetauchte Balken mit der Querschnittsfläche F in Abb. 2.11 ist an seinen Enden in den Punkten A und B reibungslos drehbar befestigt.

Wird nach Entfernen des Gelenkbolzens B der Balken (a) aufschwimmen, (b) absinken oder (c) in seiner anfänglichen Lage verbleiben?

Gegeben:

Dichte Balken	$\rho_B = 800\ kg/m^3$
Dichte Fluid	$\rho_F = 1000\ kg/m^3$
Erdbeschleunigung	$g = 9{,}81\ m/s^2$

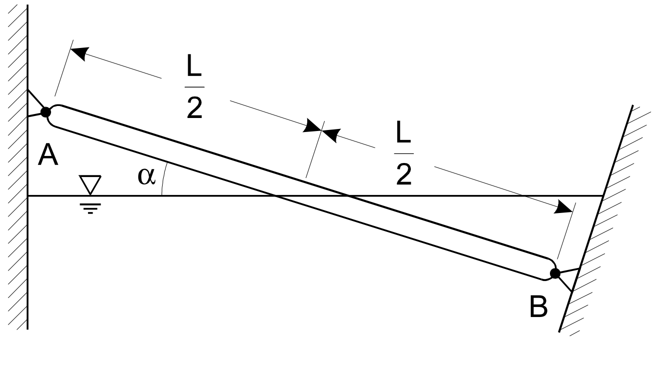


Abb. 2.11: Behälter mit schwimmendem Balken

2 Aufgaben zu Kapitel 3: Kinematik

Aufgabe 3.1:

Eine Flüssigkeitsschicht mit Rechteckquerschnitt strömt mit der konstanten Tiefe h (Abb. 3.1). Die Geschwindigkeitsverteilung ist näherungsweise gegeben durch die Gleichungen

$$u = u(y) = C \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{y}{h}\right)^2\right],$$

$$v = 0,$$

wobei die Konstante C die Dimension der Geschwindigkeit hat.

3.1.1 Stellen Sie die dimensionslose Geschwindigkeit u(y)/u(h) graphisch dar, wobei u(h) die Geschwindigkeit an der Flüssigkeitsoberfläche ist.

3.1.2 Berechnen Sie die Beschleunigungskomponenten. Welche Strömungsart liegt vor?

3.1.3 Ist die Strömung drehungsbehaftet? Wenn ja, geben Sie den Rotationsvektor an und stellen Sie seine Komponenten graphisch dar.

3.1.4 Untersuchen Sie die Winkeldeformation der Strömung.

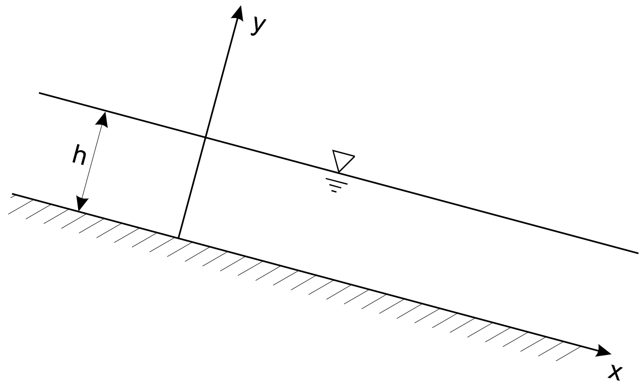


Abb. 3.1: Flußbett

Aufgabe 3.2:

Geben Sie (a) die lokalen und (b) die konvektiven Beschleunigungskomponenten der zeitlich veränderlichen Strömung im dreidimensionalen Raum an.

Aufgabe 3.3:

Inkompressibles Fluid durchströmt stationär die sich verengende Rohrleitung in Abb. 3.3.

Wie groß ist das Verhältnis zwischen Ein- und Austrittsgeschwindigkeit?

Gegeben:

Durchmesser	$d_1 = 10$ cm
Durchmesser	$d_2 = 5$ cm
Geschwindigkeit	$V_1 = 10$ m/s

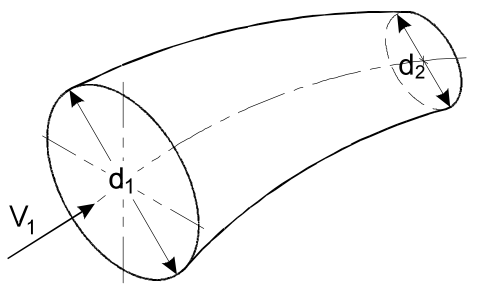


Abb. 3.3: Rohrleitung

Aufgabe 3.4:

Ein inkompressibles Fluid fließt stationär durch die Rohrverzweigung in Abb. 3.4.

Welche Größe und Richtung ergibt sich für die Geschwindigkeit V_4?

Gegeben:

Fläche	$A_1 = 4{,}5$ m^2	Geschwindigkeit	$V_1 = 2{,}0$ m/s
Fläche	$A_2 = 3{,}0$ m^2	Geschwindigkeit	$V_2 = 1{,}0$ m/s
Fläche	$A_3 = 2{,}0$ m^2	Geschwindigkeit	$V_3 = 3{,}0$ m/s
Fläche	$A_4 = 1{,}0$ m^2		

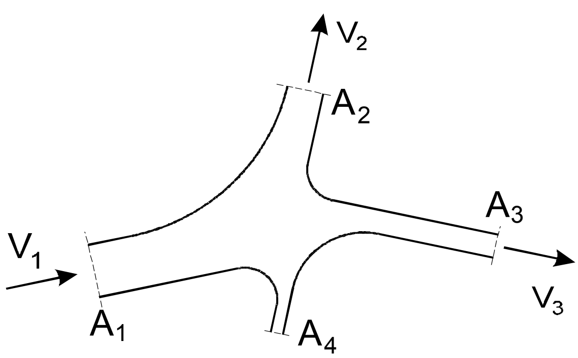


Abb. 3.4: Rohrverzweigung

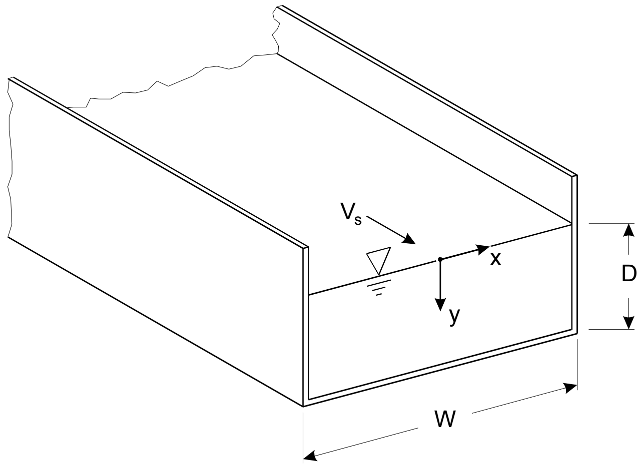
<u>Aufgabe 3.5</u>:

Wasser strömt in einem zweidimensionalen Kanal mit der Breite W und der Tiefe D (Abb. 3.5). Das hypothetische Geschwindigkeitsprofil der Strömung ist durch

$$V(x\,,\,y) = V_S \cdot \left(1 - \frac{4 \cdot x^2}{W^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{y^2}{D^2}\right)$$

gegeben, worin V_S die Geschwindigkeit in der Mitte der Wasseroberfläche bezeichnet.

Wie groß ist der Volumenfluß Q in Abhängigkeit von V_S, D und W?



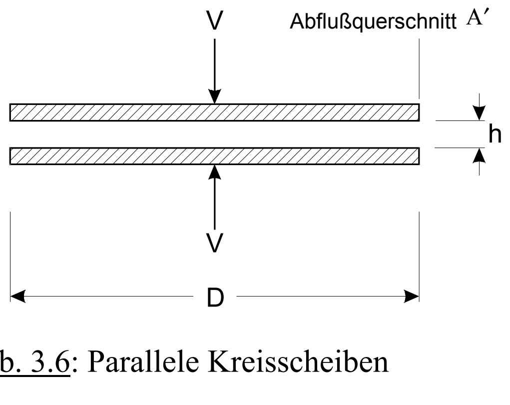
<u>Abb. 3.5</u>: Zweidimensionaler Kanal

<u>Aufgabe 3.6</u>:

Zwei parallele Kreisscheiben mit dem Durchmesser D nähern sich einander, jede mit der Geschwindigkeit V. Zwischen den Scheiben befindet sich ein inkompressibles Fluid.

3.6.1 Wie groß ist beim Scheibenabstand h die Radialkomponente a_K der **konvektiven** Beschleunigung im Abflußquerschnitt A', wenn in diesem Querschnitt eine konstante Geschwindigkeitsverteilung angenommen wird?

3.6.2 Wie groß ist die Radialkomponente a_L der **lokalen** Beschleunigung im Abflußquerschnitt A in Abhängigkeit von D, V und h?



<u>Abb. 3.6</u>: Parallele Kreisscheiben

Aufgabe 3.7:

Bestimmen Sie für die beiden Strömungsfälle (a) Windkessel und (b) Stromröhre in Abb. 3.7 mit B=M

3.7.1 den Wert von β und

3.7.2 den Wert von $\sum_{K.O.} \beta \cdot \vec{V} \cdot \vec{A}$.

3.7.3 Unter welcher Voraussetzung verschwindet $\left(\frac{dB}{dt} \right)_{Sys}$?

(a) Gegeben:	Geschwindigkeit	$V = 3$ m/s	
	Querschnittsfläche	$A = 0{,}15$ m^2	
	Dichte	$\rho = 1000$ kg/m^3	
(b) Gegeben:	Geschwindigkeit	$V_1 = 0{,}3$ m/s	$V_2 = 0{,}6$ m/s
	Querschnittsfläche	$A_1 = 0{,}2$ m^2	$A_2 = 0{,}1$ m^2
	Dichte	$\rho_1 = 1000$ kg/m^3	$\rho_2 = 1000$ kg/m^3

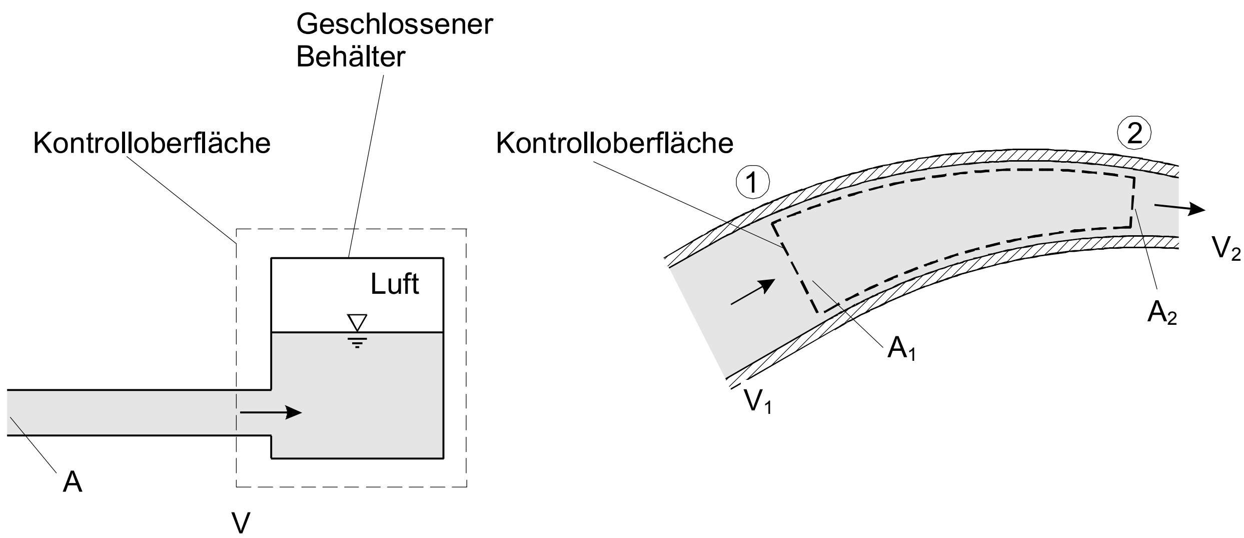


Abb. 3.7: (a) Windkessel (b) Stromröhre

Aufgabe 3.8:

In den Kessel von Abb. 3.8 hinein und aus ihm heraus fließt Luft (β=ρ).

Welche der folgenden Feststellungen sind richtig?

3.8.1 $B_{Sys} = 0$

3.8.2 $\sum_{K.O.} \beta \cdot \vec{V} \cdot \vec{A} = -1 \frac{kg}{s}$

3.8.3 $\beta = 0$

Gegeben:			
	Geschwindigkeit	$V_1 = 10$ m/s	$V_2 = 5$ m/s
	Querschnittsfläche	$A_1 = 0{,}1$ m^2	$A_2 = 0{,}2$ m^2
	Dichte	$\rho_1 = 3$ kg/m^3	$\rho_2 = 2$ kg/m^3

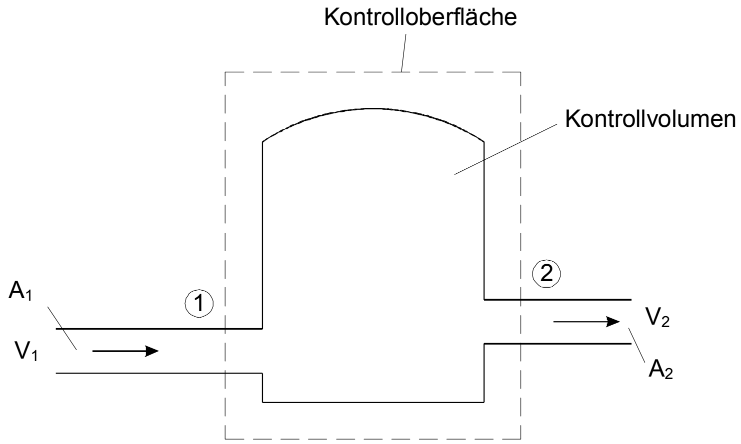


Abb. 3.8: Rohrleitung mit Luftkessel

Aufgabe 3.9:

Das Geschwindigkeitsfeld einer Rotationsströmung kann in Zylinderkoordinaten (r, φ, z) durch

$$V_\varphi = \frac{V_0}{7} \cdot \left(4 \cdot \left(\frac{r_0}{r} \right) + \left(\frac{r}{r_0} \right) + 2 \right)$$

$$V_r = V_z = 0$$

beschrieben werden.

3.9.1 Stellen Sie die Tangentialgeschwindigkeit V_φ als Funktion des Radius r graphisch dar.

3.9.2 Aus welchen Anteilen setzt sich die Tangentialgeschwindigkeit zusammen?

3.9.3 Genügt die Strömung der Kontinuitätsgleichung?

3 Aufgaben zu Kapitel 4: Impulsgleichung

<u>Aufgabe 4.1</u>:

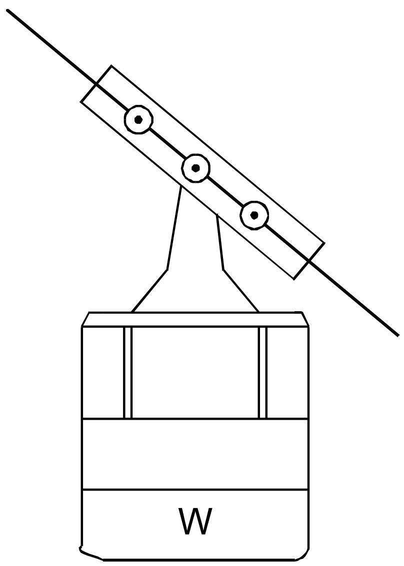
Große Kabinenseilbahnen werden gegen zu starkes Schwingen infolge von Windkräften mit einem Wasserballastbehälter ausgerüstet.

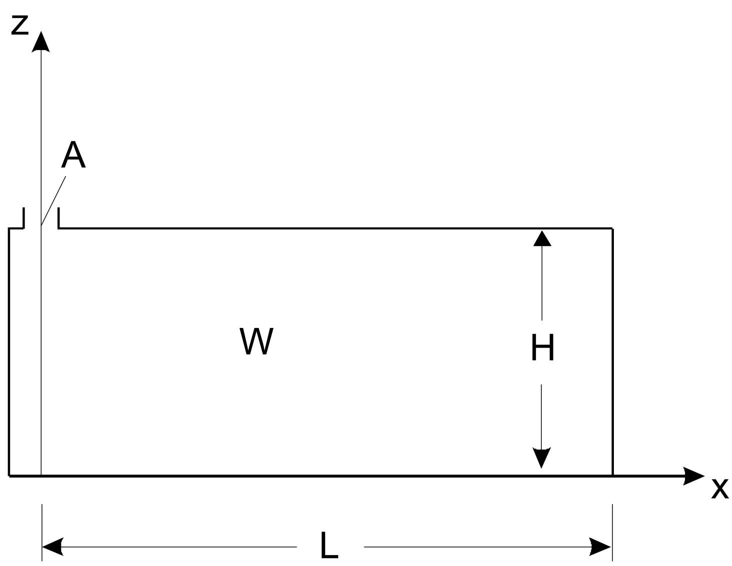
4.1.1 Berechnen Sie die Druckbelastung entlang der Behälterwandungen des an der Stelle A offenen, ganz mit Wasser gefüllten Behälters, der beim Abbremsen nach einer Talfahrt der Beschleunigung a ausgesetzt ist.

4.1.2 Stellen Sie die Druckbelastung graphisch dar.

<u>Gegeben:</u>

Horizontalbeschleunigung	$a_x = -0{,}75\ g$ [m/s²]	Höhe	H [m]
Vertikalbeschleunigung	$a_z = +0{,}50\ g$ [m/s²]	Länge	L = 5 H [m]
Erdbeschleunigung	g [m/s²]		





<u>Abb. 4.1 a:</u> Seilbahn

<u>Abb. 4.1 b</u>: Wasserbehälter

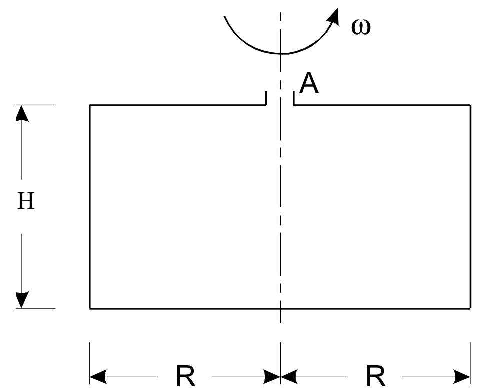
Aufgabe 4.2:

Ein fluidgefüllter, zylindrischer Behälter mit einer Öffnung im Punkt A rotiert bei konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um seine vertikale Achse. Das Fluid rotiert als solide Masse mit.

Ermitteln Sie die Verteilung der Druckhöhe $h = p/\gamma$ entlang der Behälterwände.

Gegeben:

Winkelgeschwindigkeit	ω [1/s]
Behälterradius	R [m]
Behälterhöhe	H [m]
Erdbeschleunigung	g [m/s²]



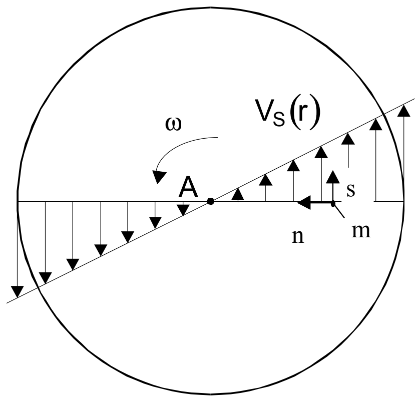


Abb. 4.2: Rotierender Behälter

Aufgabe 4.3:

Der Beschleunigungsmesser in Abb. 4.3 besteht aus einem U-Rohr mit Schenkelabstand L und ist auf einem Fahrzeug befestigt, das sich in horizontaler Richtung bewegt. Das U-Rohr ist mit einem Fluid der Dichte ρ gefüllt.

4.3.1 Wie groß ist die Horizontalbeschleunigung a des Fahrzeugs in Abhängigkeit von der Spiegeldifferenz Δh im U-Rohr?

4.3.2 Berechnen Sie die Druckverteilung im U-Rohr und stellen Sie sie graphisch dar.

Gegeben:

Schenkelabstand	$L = 20$ cm
Spiegeldifferenz	$\Delta h = 50$ mm
Fluiddichte	$\rho = 1000$ kg/m³
Erdbeschleunigung	$g = 9{,}81$ m/s²

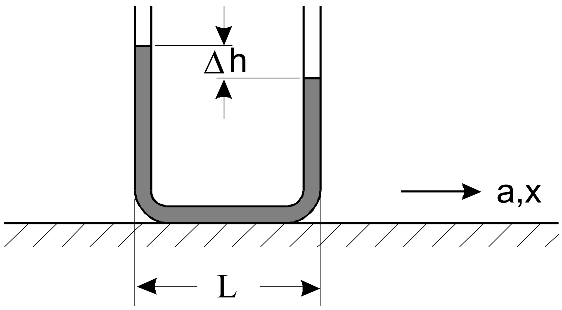


Abb. 4.3: Beschleunigungsmesser auf einem Fahrzeug

Aufgabe 4.4:

Ein Pitotrohr rotiert in einer horizontalen Ebene unterhalb der Oberfläche der ruhenden Flüssigkeit in Abb. 4.4 a. Das nach oben offene, vertikale Stück des Pitotrohrs auf der Rotationsachse reicht über die Flüssigkeitsoberfläche hinaus.

Wie hoch ist der Flüssigkeitsstand H im vertikalen Rohr oberhalb der Flüssigkeitsoberfläche?

Gegeben:

Tiefe	$T = 10$ cm	Winkelgeschwindigkeit	$\omega = 1\ s^{-1}$
Länge	$L = 20$ cm	Fluiddichte	$\rho = 1000\ kg/m^3$

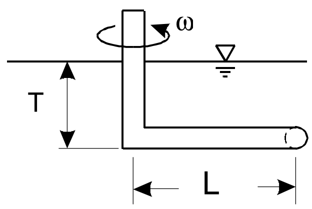


Abb. 4.4 a: Pitotrohr in Seitenansicht

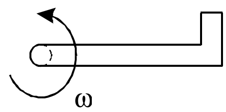


Abb. 4.4 b: Pitotrohr in Draufsicht

Aufgabe 4.5:

Ein horizontaler Wasserstrahl mit Kreisquerschnitt trifft aus einem Tank senkrecht mit der Geschwindigkeit V auf die vertikale Platte in Abb. 4.5.

4.5.1 Welche Strahlgeschwindigkeit V ist zur Erzeugung einer vorgegebenen Kraft F auf die Platte erforderlich?

4.5.2 Welcher Druck p_A ist im Punkt A des Tanks zur Erzeugung der Geschwindigkeit V unter 4.5.1 erforderlich?

Gegeben:

Querschnittsfläche	$A = 0{,}01\ m^2$	Plattenkraft	$F = 1000$ N
Wasserdichte	$\rho = 1000\ kg/m^3$		

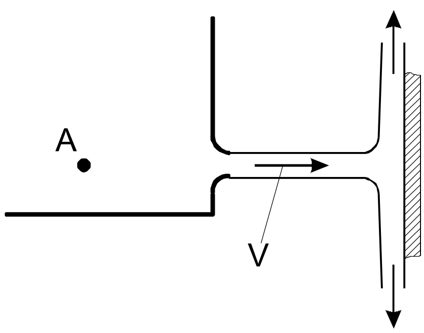


Abb. 4.5: Tank und Strahl

Aufgabe 4.6:

Abb. 4.6 zeigt einen horizontalen Rohrkrümmer.

Wie groß ist (a) die horizontale und (b) die vertikale Komponente der Haltekraft an den Flanschen des Rohrkrümmers?

Gegeben:

Durchmesser	$D = 30$ cm
Krümmervolumen	$\forall = 0{,}1$ m^3
Krümmergewicht	$G = 500$ N
Erdbeschleunigung	$g = 9{,}81$ m/s²
Volumenfluß	$Q = 0{,}6$ m^3/s
Wasserdichte	$\rho = 1000$ kg/m^3
Überdruck	$p = 120$ kPa

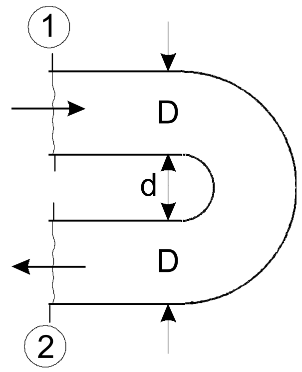


Abb. 4.6: Rohrkrümmer in Draufsicht

Aufgabe 4.7:

Ein horizontaler rechteckiger Wasserstrahl mit Querschnittsfläche A trifft tangential mit der Geschwindigkeit V_1 auf die Turbinenschaufel in Abb. 4.7 und wird von dieser umgelenkt.

4.7.1 Bestimmen Sie die von dem Strahl auf die ruhende Schaufel ausgeübte Kraft S_r.

4.7.2 Ermitteln Sie im Fall, daß die Schaufel sich mit der Geschwindigkeit V_0 in Richtung des auftreffenden Wasserstrahls bewegt, die vom Strahl auf die Schaufel wirkende Kraft S_b.

4.7.3 Geben Sie für den Fall der bewegten Schaufel unter 4.7.2 die Absolutgeschwindigkeit des Wassers im Punkt 2 nach Größe und Richtung an.

Gegeben:

Querschnittsfläche	$A = 10$ cm^2	Strahlgeschwindigkeit	$V_1 = 30$ m/s
Umlenkwinkel	$\alpha = 150°$	Schaufelgeschwindigkeit	$V_0 = 20$ m/s
Wasserdichte	$\rho = 1000$ kg/m^3		

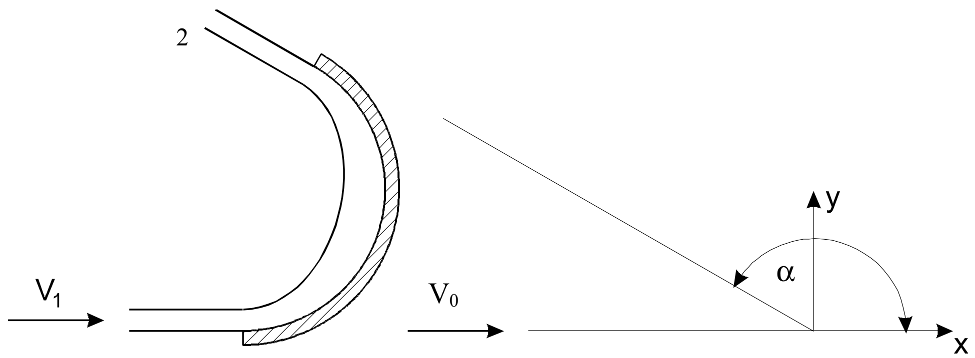


Abb. 4.7: Draufsicht auf die Turbinenschaufel

Aufgabe 4.8:

Eine an der Oberkante in D drehbar gelagerte, dünne Platte mit der Länge L und dem Gewicht G wird in der Entfernung e von einem dünnen Wasserstrahl mit Rechteckquerschnitt getroffen (Abb. 4.8).

4.8.1 Ermitteln Sie die Abflußmengen Q_1 und Q_2.

4.8.2 Berechnen Sie den Auslenkungswinkel β der Platte.

4.8.3 Wie groß ist die im Drehpunkt D wirkende Haltekraft F_D nach Größe und Richtung?

Hinweis:
Reibungskräfte können vernachlässigt werden.

Gegeben:

Länge	$L = 1$ m	Zufluß	$Q = 5$ l/s
Entfernung	$e = 0{,}8$ m	Geschwindigkeit	$V_0 = 15$ m/s
Gewicht	$G = 0{,}6$ kN	Dichte	$\rho = 1000$ kg/m^3

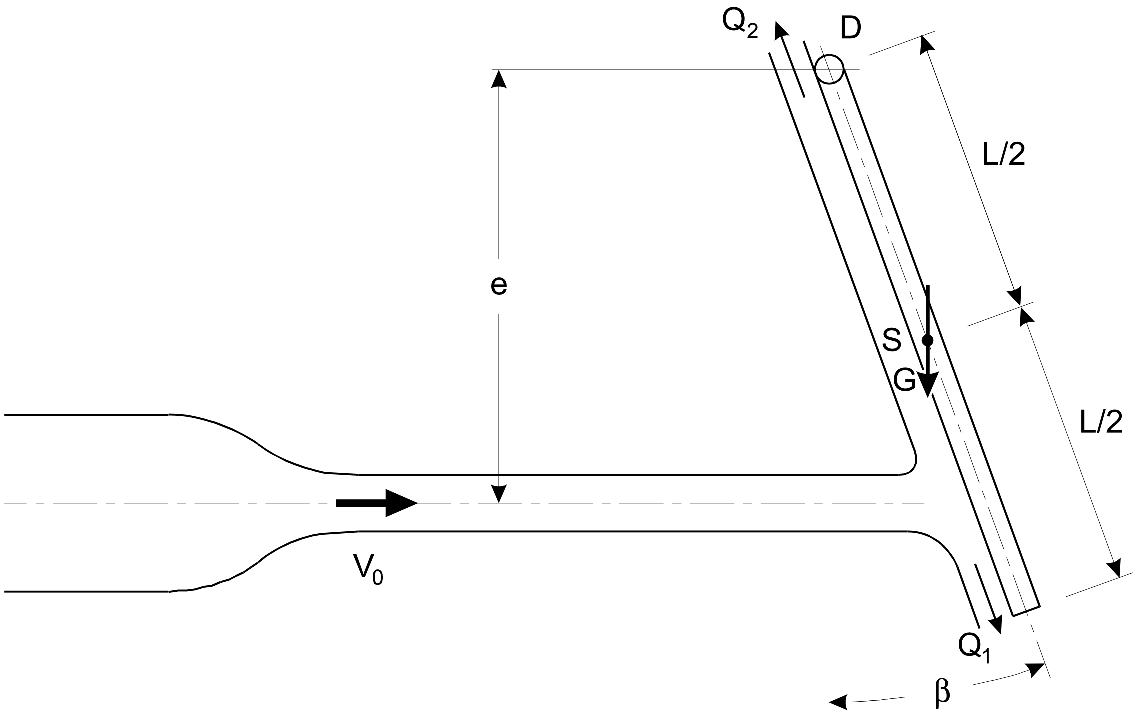


Abb. 4.8: Angeströmte Platte

Aufgabe 4.9

Bei der verlustfrei anzunehmenden Rohrströmung in Abb. 4.9 werden am Piezometerrohr an der Stelle 1 und am Pitotrohr an der Stelle 2 die Wasserhöhen a beziehungsweise b beobachtet.

Bestimmen Sie den Durchfluß Q.

Gegeben:

Durchmesser	$D = 10$ cm	Wasserhöhe	$a = 30$ cm
Durchmesser	$d = 5$ cm	Wasserhöhe	$b = 40$ cm
Länge	$L = 80$ cm	Wasserdichte	$\rho = 1000\ kg/m^3$

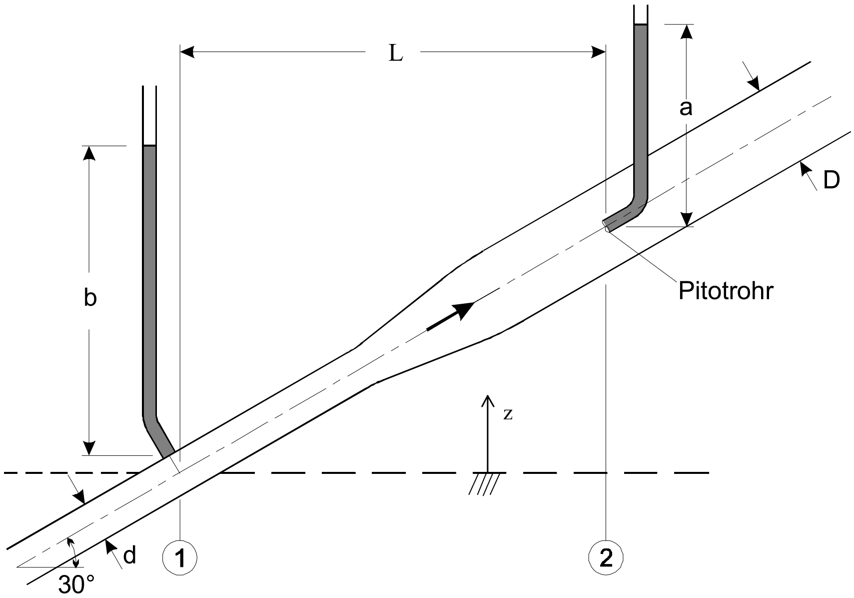


Abb. 4.9: Durchströmtes Rohr

Aufgabe 4.10:

Die Fläche in Abb. 4.10 teilt den auftreffenden Wasserstrahl so, daß in beiden Richtungen dieselbe Wassermenge abfließt.

Bestimmen Sie für die Zuflußgeschwindigkeit V die beiden Komponenten F_x und F_y der an der Fläche erforderlichen Haltekraft.

Gegeben:

Volumenfluß im Zufluß	$Q = 0{,}1\ m^3/s$
Zuflußgeschwindigkeit	$V = 15$ m/s
Wasserdichte	$\rho = 1000\ kg/m^3$

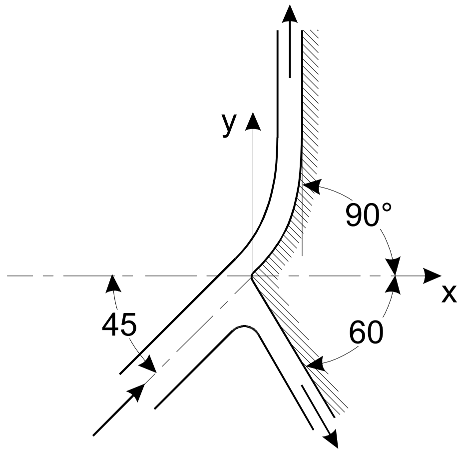


Abb. 4.10: Geteilter Wasserstrahl

Aufgabe 4.11:

Mit Hilfe des Injektors in Abb. 4.11 wird Flüssigkeit a der Flüssigkeit b zugemischt. Die injizierte Flüssigkeit a (Dichte ρ_a, Geschwindigkeit V_0) und die Flüssigkeit b (Dichte ρ_b, Geschwindigkeit $V_0/3$) erreichen die Mischkammer im Querschnitt 0. Im Querschnitt 1 sind die beiden Flüssigkeiten miteinander vermischt und die mittlere Geschwindigkeit der Mischung ist V_1.
Nehmen Sie an, daß der Druck über den Querschnitten 0 und 1 konstant, die Strömung stationär, die beiden Flüssigkeiten inkompressibel und die Flüssigkeitsreibung an den Wandungen der Mischkammer vernachlässigbar sind.

Leiten Sie einen Ausdruck für die Druckänderung zwischen den Querschnitten 0 und 1 her.

Gegeben:

Querschnittsfläche der Mischkammer	A [m^2]
Querschnittsfläche des Injektorrohrs	a = A/3 [m^2]
Flüssigkeitsdichte	ρ_a [kg/m^3]
Flüssigkeitsdichte	$\rho_b = 3\ \rho_a$ [kg/m^3]

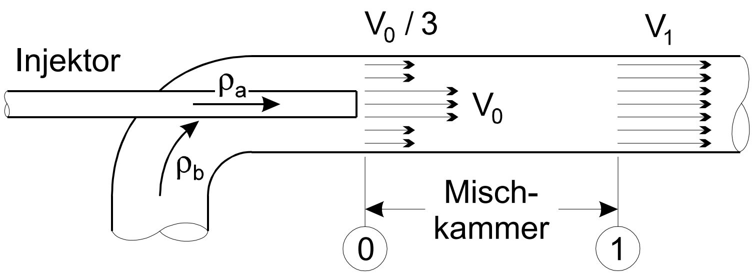


Abb. 4.11: Injektor

Aufgabe 4.12:

Der horizontale Wasserstrahl mit Kreisquerschnitt in Abb. 4.12 wird von einem Konus zerteilt.

Bestimmen Sie für die vorgegebene horizontale Haltekraft F des Konus den Volumenfluß Q der Düse.

Gegeben:

Strahldurchmesser	D = 15 cm	Haltekraft	F= 25 kN
Zentriwinkel	$\delta = 60°$	Dichte	$\rho = 1000\ kg/m^3$

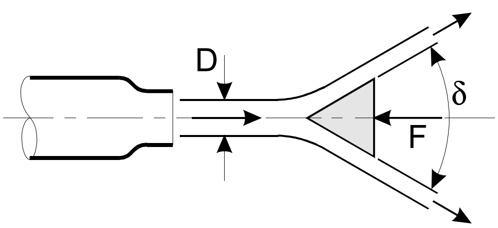


Abb. 4.12: Konischer Strahlteiler

4 Aufgaben zu Kapitel 5: Energiegleichung

Aufgabe 5.1:

Ein großes Becken wird über eine Rohrleitung durch einen großen Druckbehälter hindurch mit dem konstanten Volumenfluß Q versorgt (Abb. 5.1).

5.1.1 Wie groß ist der konstante Volumenfluß Q, wenn sich im durch Kavitation gefährdeten Bereich der Rohrleitung gerade die Dampfdruckhöhe h_D einstellt?

5.1.2 Wie groß ist der dabei herrschende Behälterinnendruck p_i?

5.1.3 Zeichnen Sie den Verlauf von Drucklinie und Energielinie mit den erforderlichen Maßangaben in Abb. 5.1 ein.

Hinweis:
Reibungseinflüsse innerhalb der Rohrleitung können vernachlässigt werden.

Gegeben:

Fläche $A_1 = 100\ cm^2$		Dampfdruckhöhe	$h_D = -9\ m$
Fläche $A_3 = 40\ cm^2$		Erdbeschleunigung	$g = 9{,}81\ m/s^2$
Fläche $A_6 = 50\ cm^2$		Dichte	$\rho = 1000\ kg/m^3$

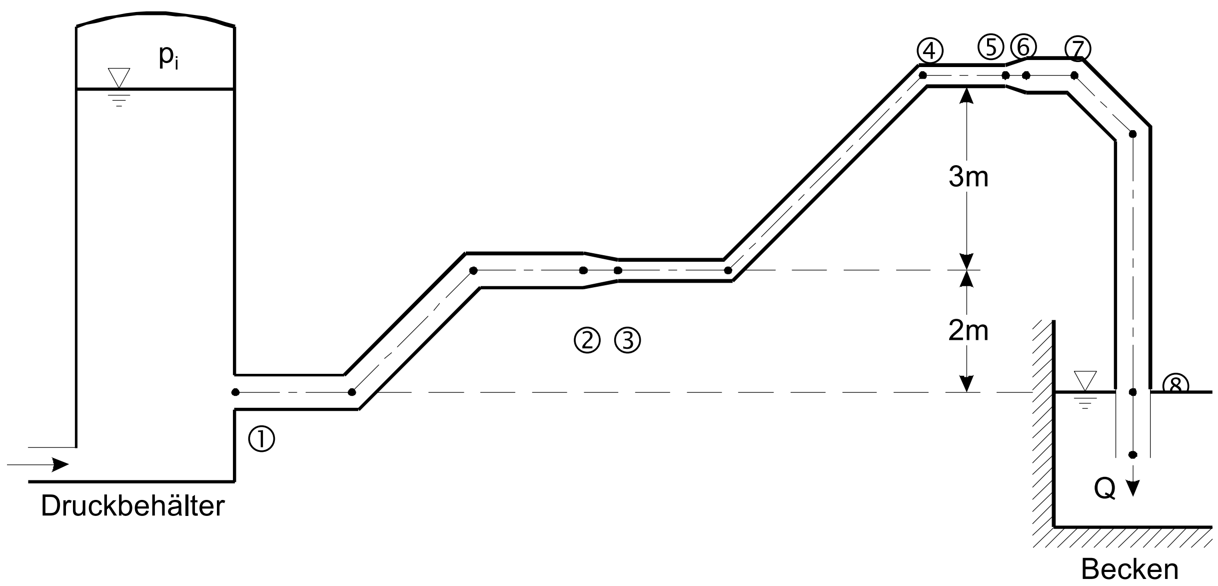


Abb. 5.1: Rohrleitung mit Becken und Druckbehälter

Aufgabe 5.2:

Aus einem großen, geschlossenen Behälter, der unter dem Druck p_i steht, wird Wasser über eine Steigleitung in einen Hochbehälter gefördert (Abb. 5.2). Das Manometer mißt die Druckhöhendifferenz $\Delta p/\gamma$ zwischen den Stellen 1 und 2 der Rohrleitung.

5.2.1 Welcher Volumenstrom Q wird durch die Rohrleitung gefördert?

5.2.2 Unter welchem Innendruck p_i steht hierbei der geschlossene Behälter?

5.2.3 Tragen Sie die Drucklinie und die Energielinie mit Maßangaben in Abb. 5.2 ein.

Hinweis:
Die Strömung in der Rohrleitung kann verlustfrei angenommen werden.

Gegeben:

Höhe	$a = 5$ m	Fläche	$A_1 = 1\ m^2$
Höhe	$b = 7{,}5$ m	Fläche	$A_2 = 1/\sqrt{3}\ m^2$
Höhe	$c = 6$ m	Erdbeschleunigung	$g = 9{,}81\ m/s^2$
Druckhöhendifferenz	$\Delta p/\gamma = 2$ m	Dichte	$\rho = 1000\ kg/m^3$

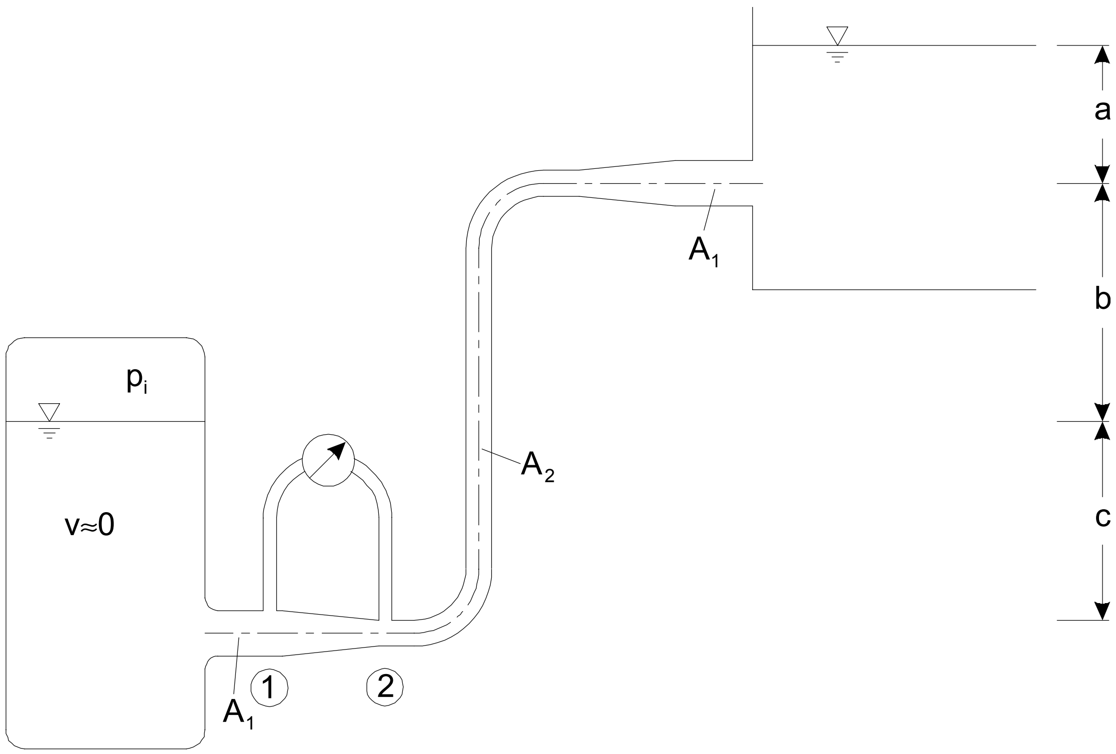


Abb. 5.2: Rohrleitung zwischen Druckbehälter und Hochbehälter

Aufgabe 5.3:

Eine Pumpe befindet sich zwischen den Stellen 1 und 2 einer Rohrleitung (Abb. 5.3).

5.3.1 Wie groß ist der Energieverlust $h_{V1\text{-}2}$ zwischen den Stellen 1 und 2?

5.3.2 Bestimmen Sie die Temperaturzunahme ΔT infolge des Energieverlusts unter 5.3.1.

Gegeben:

Höhe	$z_1 = 16$ m	Dichte	$\rho = 1000$ kg/m^3
Höhe	$z_2 = 24$ m	Volumenfluß	$Q = 1{,}4$ m^3/s
Fläche	$A_1 = 0{,}4$ m^2	Energieverteilungskoeffizient	$\alpha_1 = \alpha_2 = 1{,}05$ (turbulent)
Fläche	$A_2 = 0{,}2$ m^2		

Gemessen:

Druck	$p_1 = 70$ kPa
Druck	$p_2 = 150$ kPa
Pumpenleistung	$\dot{W}_P = 350$ kW

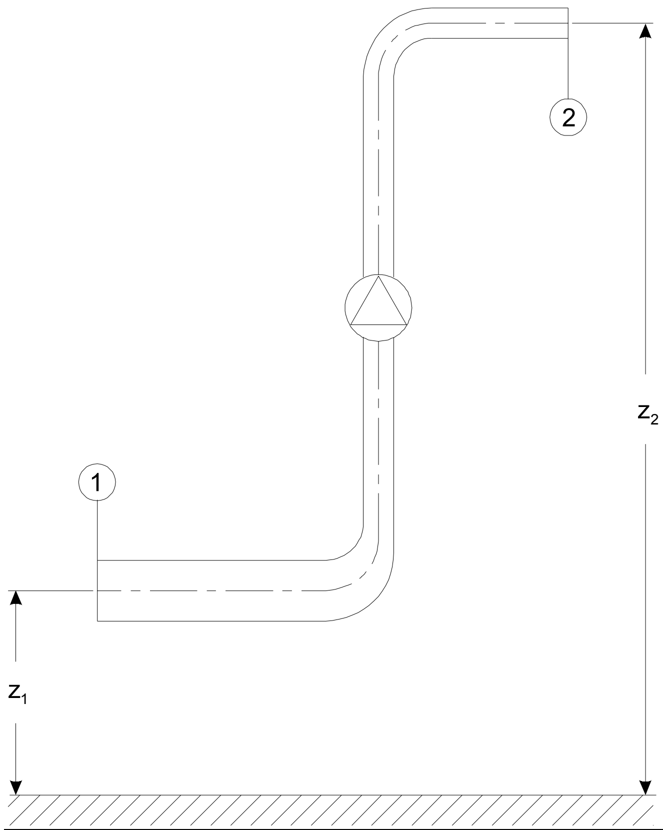


Abb. 5.3: Pumpe in einer Rohrleitung

Aufgabe 5.4:

Ein großer Behälter entleert sich über die Rohrleitung in Abb. 5.4.

5.4.1 Bestimmen Sie den Verlauf von Drucklinie und Energielinie und stellen Sie beide mit Maßangaben in Bild 5.4 dar.

5.4.2 Berechnen Sie den Durchfluß Q.

5.4.3 Diskutieren Sie Änderungen (a) des Behälterwasserspiegels sowie (b) der Leitungsführung hinsichtlich der Kavitation am Hochpunkt der Rohrleitung.

Hinweis:
Die Strömung kann reibungsfrei angenommen werden.

Gegeben:

Innendurchmesser	$d = 0{,}5$ m
Dichte	$\rho = 1000$ kg/m^3

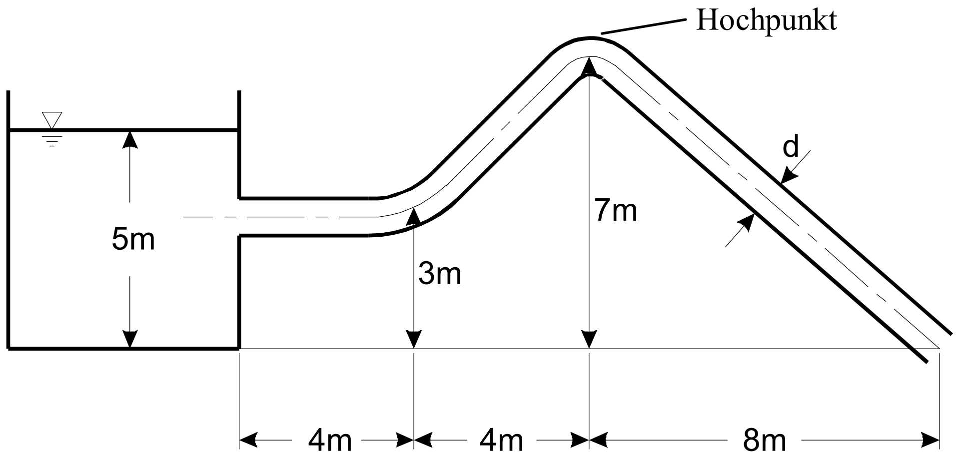


Abb. 5.4: Behälter und Rohrleitung

Aufgabe 5.5:

Ein großer Behälter wird durch ein vertikales Rohr mit gerundetem Einlauf und der Länge L entleert (Abb. 5.5).

5.5.1 Bestimmen Sie den Abfluß Q in Abhängigkeit von der Rohrlänge L.

5.5.2 Wie groß darf die Rohrlänge L höchstens sein, wenn nirgends Dampfdruck auftreten soll?

5.5.3 Stellen Sie Drucklinie und Energielinie in Abb. 5.5 dar.

Hinweis:
Die Strömung kann verlustlos angenommen werden.

Gegeben:

Wasserhöhe	$h = 1$ m	Dampfdruckhöhe	$p_D = -7$ m
Innendurchmesser	$d = 0{,}1$ m	Dichte	$\rho = 1000$ kg/m^3

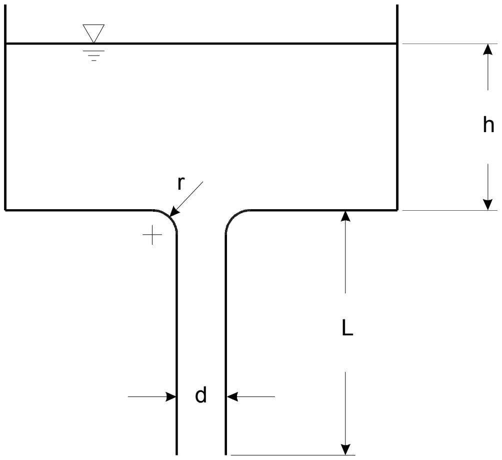


Abb. 5.5: Regenabflußrohr

Aufgabe 5.6:

Die beiden großen Behälter A und B in Abb. 5.6 sind durch ein Rohrleitungssystem miteinander verbunden. Zwischen den Rohrleitungsstellen 2 und 3 wird die Druckhöhendifferenz Δh gemessen.
Bestimmen Sie unter der Annahme einer verlustfreien Strömung in der Rohrleitung.

5.6.1 den Gesamtabfluß Q,

5.6.2 den erforderlichen Rohrinnendurchmesser d_7 so, daß durch den Querschnitt 6 doppelt soviel Wasser abgeführt wird wie durch Querschnitt 7,

5.6.3 die Wasserspiegeldifferenz ΔH zwischen den beiden Behältern und

5.6.4 skizzieren Sie den Verlauf von Drucklinie und Energielinie in Abb. 5.6.

Gegeben:

Durchmesser	$d_1 = d_2 = d_4 = d_5 = 0{,}2$ m	Druckhöhendifferenz	$\Delta h = 20$ m
Durchmesser	$d_3 = d_6 = 0{,}1$ m	Erdbeschleunigung	$g = 9{,}81$ m/s^2

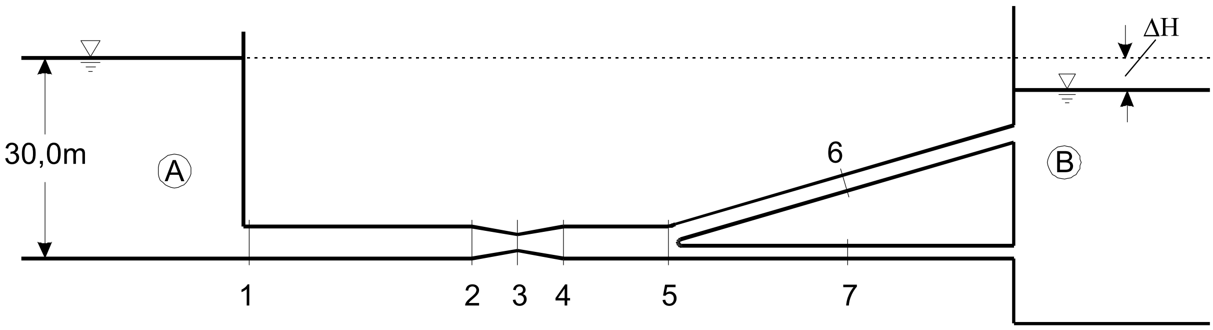


Abb. 5.6: Rohrleitungssystem

Aufgabe 5.7:

Die Pumpe in Abb. 5.7 fördert Wasser durch eine Rohrleitung mit einer Düse am Ende.
Wie groß ist die Wasserüberdruckhöhe im Punkt 2 der verlustfrei angenommenen Rohrleitung?

Gegeben:

Höhe	$x = 1$ m	Rohrdurchmesser	$D = 30$ cm
Höhe	$y = 2$ m	Düsendurchmesser	$d = 15$ cm
Höhe	$z = 8$ m	Volumenfluß	$Q = 0{,}2\ m^3/s$

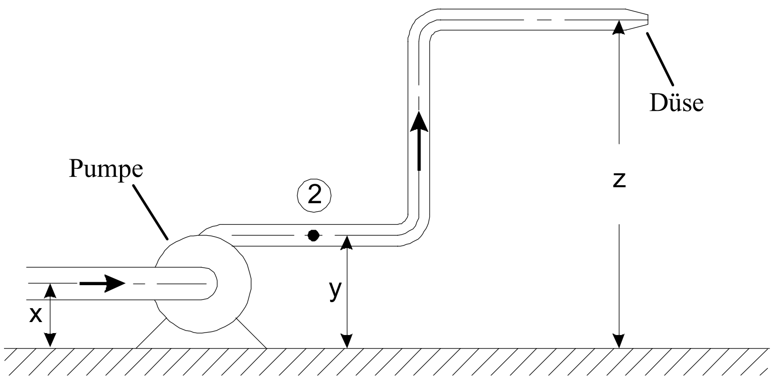


Abb. 5.7: Rohrleitung mit Pumpe

Aufgabe 5.8:

Der Druckanstieg der Pumpe in Abb. 5.8 wird als Spiegelunterschied Δh mit Hilfe von Quecksilber gemessen.

Berechnen Sie die Leistung, die die Pumpe dem Öl in der Rohrleitung während des Pumpenversuchs zuführt.

Gemessen:

Durchmesser	$D = 30$ cm
Durchmesser	$d = 15$ cm
Spiegelunterschied	$\Delta h = 90$ cm
Volumenfluß	$Q = 0{,}1\ m^3/s$
Quecksilberdichte	$\rho_{Hg} = 13550\ kg/m^3$
Öldichte	$\rho_{Öl} = 880\ kg/m^3$

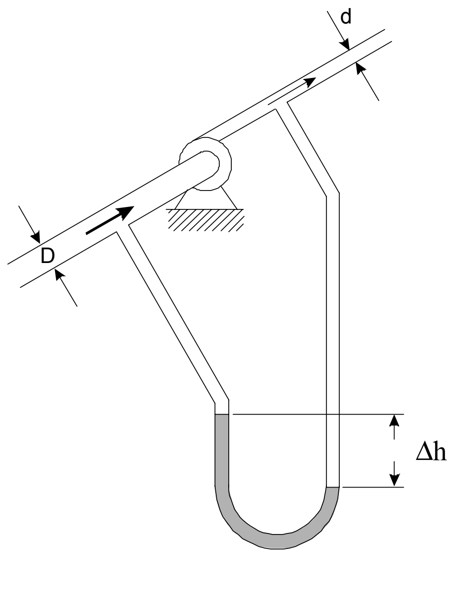


Abb. 5.8: Pumpenversuch

Aufgabe 5.9:

Durch das Rohr in Abb. 5.9 strömt Wasser in einen großen Behälter.

Wie groß ist der Energiehöhenverlust h_V des Wassers auf dem Weg aus dem Rohr in den Behälter hinein?

Gegeben:

Volumenfluß	$Q = 0{,}4\ m^3/s$
Rohrdurchmesser	$D = 30\ cm$
Erdbeschleunigung	$g = 9{,}81\ m/s^2$

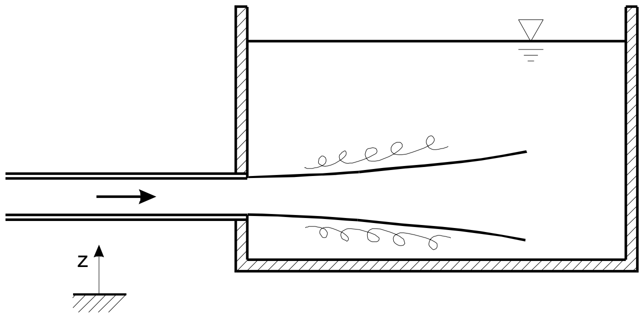


Abb. 5.9: Behälter

Aufgabe 5.10:

Abb. 5.10 zeigt eine Wasserversorgungsleitung mit Pumpe.

5.10.1: Welche Pumpenleistung muß dem Wasser zugeführt werden, um das Wasser zu heben?

5.10.2: Skizzieren Sie in Abb. 5.10 die Drucklinie und die Energielinie mit Maßangaben.

Gegeben:

Rohrlänge	$L_1 = 350\ m$	Wasserdichte	$\rho = 1000\ kg/m^3$
Rohrlänge	$L_2 = 700\ m$	Wassertemperatur	$T = 20\ °C$
Rohrdurchmesser	$D = 20\ cm$	Volumenfluß	$Q = 0{,}08\ m^3/s$
Erdbeschleunigung	$g = 9{,}81\ m/s^2$		

Druckhöhenverlust in der Rohrleitung $h_L = 0{,}015\ (L/D)\ (V^2/(2\ g))$ [m]

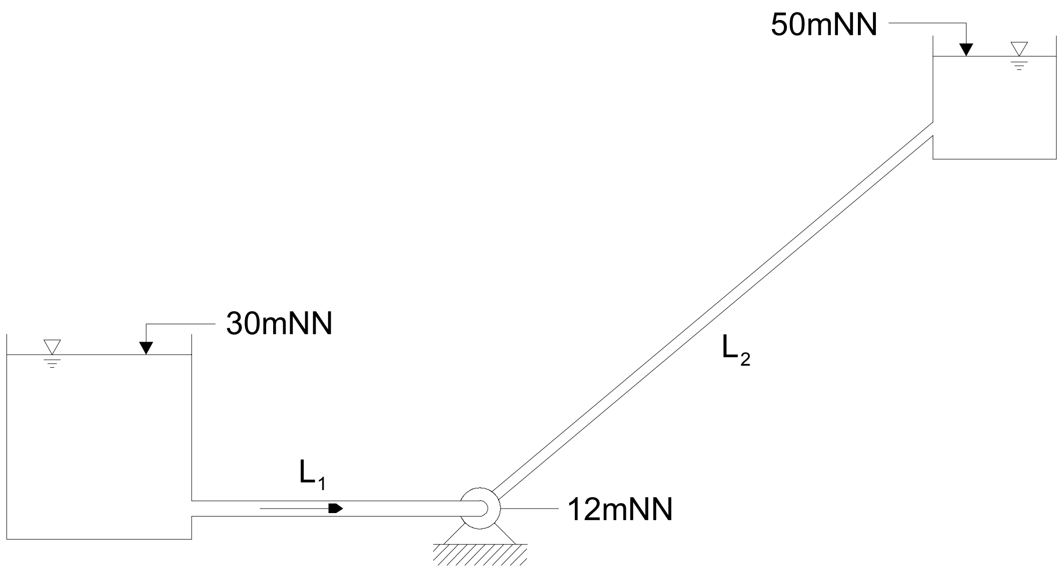


Abb. 5.10: Rohrleitungssystem zur Wasserversorgung

5 Aufgaben zu Kapitel 6: Dimensionsanalyse

<u>Aufgabe 6.1</u>:

6.1.1 Die Ablaßzeit t einer Badewanne hängt nur von der Fallbeschleunigung b und der Füllhöhe H ab. Eine Raumfahrtbehörde plant in der Zukunft die Einrichtung von Raumstationen auf dem Mond. Dort beträgt die Fallbeschleunigung $b = g/6$, wobei $g = 9{,}81\ m/s^2$ die Erdbeschleunigung ist. Wie lange würde der Ablaßvorgang der Badewanne auf dem Mond dauern, wenn auf der Erde die Ablaßzeit von $t = 60$ s für ein 1:5 Modell derselben Badewanne ermittelt wurde?

6.1.2 Führen Sie je eine Dimensionsanalyse unter Berücksichtigung (a) der kinematischen und (b) der dynamischen Viskosität durch.

<u>Aufgabe 6.2</u>:

Für den Bau eines Oberflächenbelüfters, dessen Rührer sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω [1/s] dreht, soll ein hydraulisches Modell angefertigt werden. Um die eingetragene Leistung N [N m/s] richtig zu simulieren, ist eine Dimensionsanalyse durchzuführen. Die dabei maßgeblichen Stoffeigenschaften des belüfteten Fluids sind die Dichte ρ, das spezifische Gewicht γ und die dynamische Zähigkeit μ.

6.2.1 Weshalb sind (a) die Dichte und (b) das spezifische Gewicht maßgebliche Größen für dieses Problem?

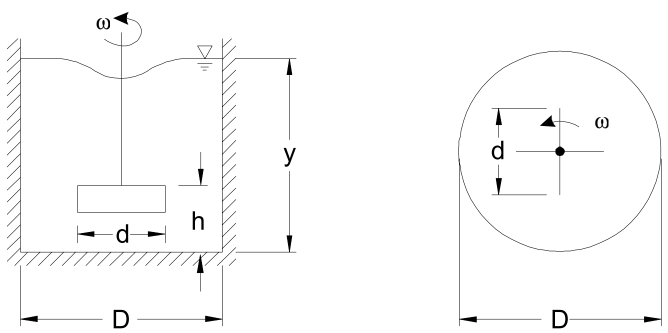
6.2.2 Bestimmen Sie die dimensionslosen Kennzahlen des Poblems und geben Sie deren funktionalen Zusammenhang an.

6.2.3 Definieren Sie (a) eine Froude- und (b) eine Reynoldszahl für das Problem.

6.2.4 Berechnen Sie für einen gewünschten geometrischen Maßstab L_r und das gleiche Medium Wasser in Modell und Natur (Prototyp) die notwendige Rührergeschwindigkeit ω_m im Modell, und zwar (a) nach dem Froudeschen und (b) nach dem Reynoldsschen Ähnlichkeitsgesetz.

<u>Gegeben</u>:

Durchmesser	$d = 1$ m	Winkelgeschwindigekeit	$\omega = 120\ s^{-1}$
Durchmesser	$D = 3$ m	Erdbeschleunigung	$g = 9{,}81\ m/s^2$
Abstand	$h = 1$ m	Dichte	$\rho = 1000\ kg/m^3$
Fluidtiefe	$y = 3$ m	Längenmaßstab	$L_r = ½$



<u>Abb. 6.2</u>: Oberflächenbelüfter

Aufgabe 6.3:

An einem Wehr, bestehend aus einer dreieckförmigen Öffnung in einer vertikalen ebenen Platte, soll der Abfluß mit Hilfe der Überfallhöhe h in einem offenen Gerinne gemessen werden.
Für den Fall, daß das Gerinne große Tiefe und Weite hat und die Einflüsse von Zähigkeit und Oberflächenspannung vernachlässigt werden können, ist zu zeigen, daß der Durchfluß der Gleichung $Q = k \cdot \sqrt{g} \cdot h^{5/2}$ folgt. Dabei ist k eine Konstante, die allein vom Öffnungswinkel des Dreieckswehres abhängt und die sich aus Versuchen beispielsweise mit k = 0,44 bei tg $\vartheta = \frac{1}{2}$ ergab.

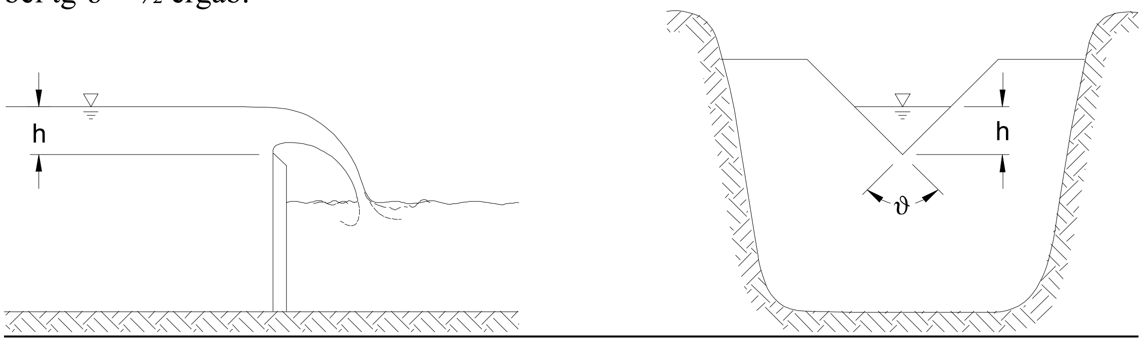


Abb. 6.3: Dreieckswehr in Seitenansicht (a) und im Querschnitt (b)

Aufgabe 6.4:

Ein mit der Geschwindigkeit U angeströmter kreisförmiger Pfeiler vom Durchmesser d steht in einem sehr breiten Kanal mit der Wassertiefe h. Am Pfeiler bildet sich oberstromig der Aufstau mit der Höhe Δh. Die maßgeblichen Fluideigenschaften sind die Dichte ρ, das spezifische Gewicht γ und die dynamische Zähigkeit μ.

Bestimmen Sie die dimensionslosen Kennzahlen des Problems und geben Sie deren funktionalen Zusammenhang an.

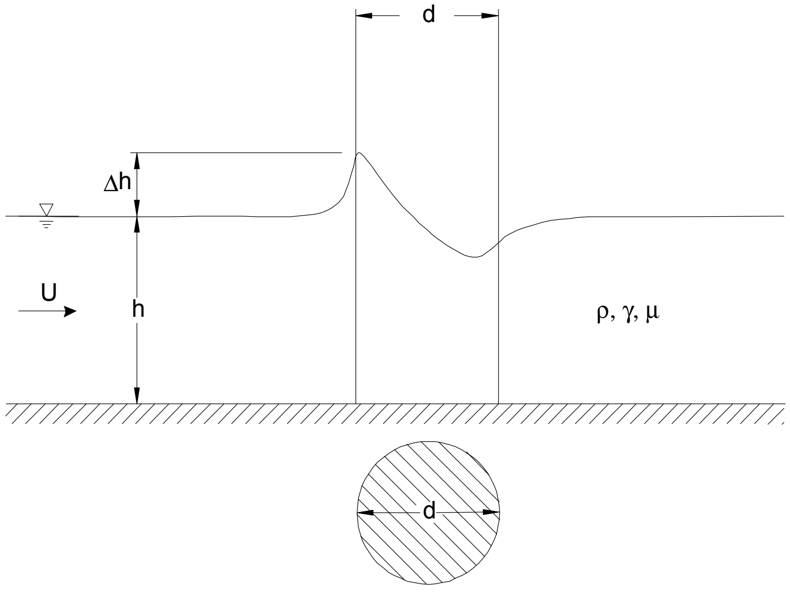


Abb. 6.4: Angeströmter Pfeiler mit Kreisquerschnitt

Aufgabe 6.5:

Bestimmen Sie, welche der Gleichungen

6.5.1 $Q = \frac{2}{3} C L \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}}$

mit Volumenfluß Q, dimensionsloser Konstante C, Länge L, Erdbeschleunigung g und Druckhöhe H,

6.5.2 $V = K_{St} R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$

mit Geschwindigkeit V, K_{st} mit der Dimension Länge$^{-1/6}$, der Länge R und der Neigung S,

6.5.3 $h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$

mit Druckhöhenverlust h_f, dimensionslosem Widerstandskoeffizient f, Länge L, Durchmesser D, Geschwindigkeit V und Erdbeschleunigung g,

6.5.4 $D = \frac{0{,}074}{Re^{0,2}} \frac{B x \rho V^2}{2}$

mit Widerstandskraft D, Reynoldszahl Re = V x/ν, Breite B, Länge x, Dichte ρ und Geschwindigkeit V

bezüglich der Dimensionen homogen sind.

Aufgabe 6.6:

Betrachten Sie die stationäre zähe Strömung durch ein kleines horizontales Rohr. Für diesen Strömungstyp sollte der Druckgradient $\Delta p/\Delta l$ entlang des Rohres eine Funktion der dynamischen Zähigkeit μ, der mittleren Geschwindigkeit V und des Durchmessers D sein.

Leiten Sie mit Hilfe der Dimensionsanalyse eine Formel ab, die diese Variablen miteinander verbindet.

Aufgabe 6.7:

Die Strömung einer Mischung aus Gas und Partikeln in einem Rohr erhöht die Erosion der Rohrwandung, denn auf die Wandung auftreffende Teilchen entfernen Material aus der Wandung. Für dieses Problem signifikante Materialeigenschaften sind der Elastizitätsmodul E, die Zerreißspannung σ und die dimensionslose Brinnellhärte Br. Maßgebende Partikel- und Strömungseigenschaften sind Geschwindigkeit V, Partikeldurchmesser d, Partikelmassenfluß $\dot{M}p$ und der Rohrdurchmesser D.

Führen Sie eine Dimensionsanalyse für die Erosionsrate e [kg/(m^2 s)] durch.

Aufgabe 6.8:

Ein kugelförmiger Ballon, der bei der Temperatur T = 15 °C benutzt werden soll, wird mit einem durch einen See gezogenen 1:3 Modell untersucht. Das Modell hat den Durchmesser d = 0,3 m und bei der Geschwindigkeit V = 1,5 m/s im tiefen Wasser wurde bei der Temperatur T = 15 °C eine Widerstandskraft von F = 90 N gemessen.

Welche Widerstandskraft ist für den Prototyp in Luft unter dynamisch ähnlichen Verhältnissen zu erwarten?

Aufgabe 6.9:

Das Modell eines Wasserflugzeugs hat den Maßstab 1:10. Welche Modellgeschwindigkeit ist ist zur Simulation des Abhebens bezüglich der Wasserumströmung der Schwimmer beim Start von einer Wasseroberfläche mit der Geschwindigkeit V = 110 km/h erforderlich?

6 Aufgaben zu Kapitel 7: Grenzschichten

Aufgabe 7.1:

Eine dünne Platte fällt laminar umströmt und stationär in vertikaler Richtung in einem Fluid.

Wie groß ist die Fallgeschwindigkeit V?
Schätzen Sie den Widerstandskoeffizienten mit $c_f = 0{,}003$ ab. Überprüfen und verbessern Sie gegebenenfalls den Wert.

Gegeben:

Dicke	$d = 1$ mm	Gewicht	$G = 23$ N
Breite	$B = 1$ m	Kinematische Viskosität	$\nu = 10^{-6}$ m^2/s
Länge	$L = 2$ m	Dichte	$\rho = 1000$ kg/m^3

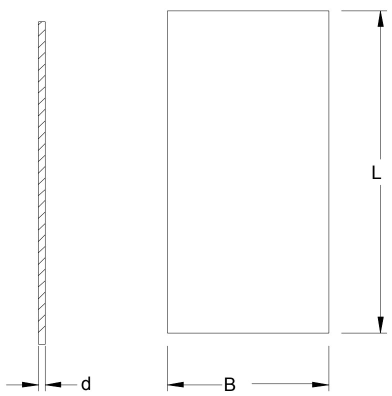


Abb. 7.1: Fallende Platte

Aufgabe 7.2:

Ein Würfel mit dem Gewicht G =100 N und der Seitenlänge L = 30 cm gleitet auf einem Ölfilm mit der dynamischen Viskosität $\mu = 10^{-2}$ N s/m^2 eine unter dem Winkel $\theta = 10°$ geneigte Ebene hinunter.

Wie groß ist die Endgeschwindigkeit des Würfels, wenn der Ölfilm die Dicke d = 0,1 mm hat?

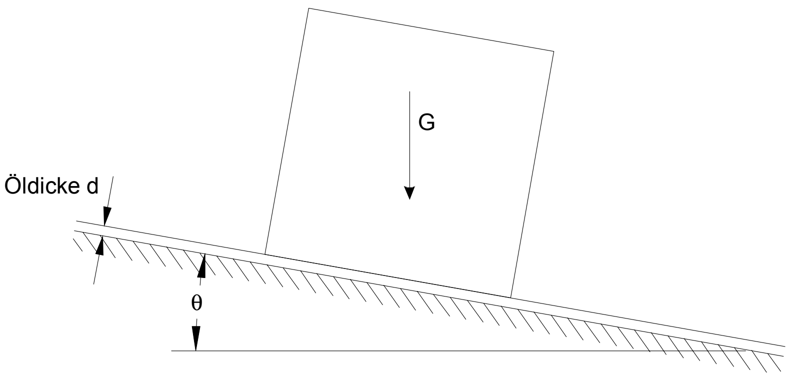


Abb. 7.2: Würfel auf geneigter Ebene

Aufgabe 7.3:

Ein beweglicher Kegel paßt in die konische Vertiefung in Abb. 7.3. Wenn auf den Kegel ein Drehmoment M aufgebracht wird, rotiert der Kegel mit einer Geschwindigkeit, die von den Neigungswinkeln θ und β, dem Radius r_0 und der dynamischen Viskosität μ des Fluids abhängt.

Leiten Sie für sehr kleine Winkel θ eine Gleichung für das Drehmoment M her.

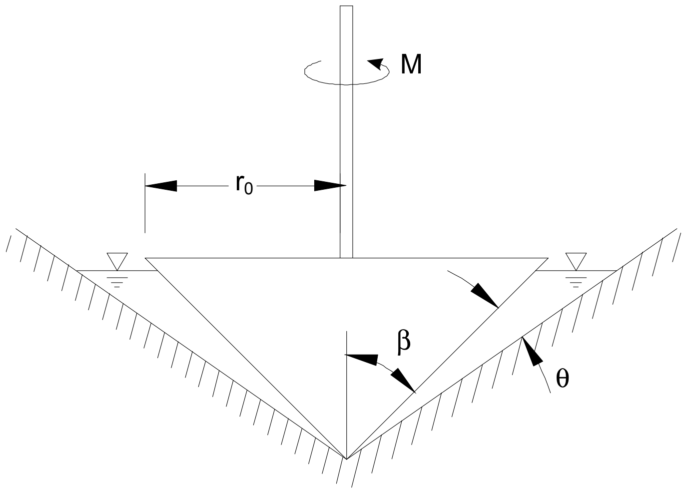


Abb. 7.3: Rotierender Kegel

Aufgabe 7.4:

Welches ist das Verhältnis zwischen den Oberflächenreibungskräften einer Platte mit 20 m Länge und 5 m Breite sowie einer Platte mit 10 m Länge und 5 m Breite, wenn beide Platten in ihrer Längsrichtung mit der Geschwindigkeit von 10 m/s bei der Temperatur von 20 °C durch Wasser gezogen werden?

7 Aufgaben zu Kapitel 8: Rohrleitungen

Aufgabe 8.1:

Von dem Tiefbehälter (NN + 65 m) soll Wasser mit dem Volumenfluß Q in den Hochbehälter (NN+ 100 m) gepumpt werden (Abb. 8.1). Hierzu wird beim Tiefbehälter eine Pumpe mit der Nettoleistung P (tatsächlich für den Pumpvorgang wirksamen Leistung) installiert. Beide Behälter sind belüftet. Die Einlauf- und Krümmungsverluste im Rohr können vernachlässigt werden.
Ermitteln Sie den Rohrdurchmesser D, wenn davon auszugehen ist, daß das Rohr die Länge L und die Rauheit ks hat.

Gegeben:

Länge	$L = 8000$ m	Kinematische Viskosität	$\nu = 1{,}5\ 10^{-6}$ m²/s
Rauheit	$k_s = 0{,}6$ mm	Volumenfluß	$Q = 2{,}5$ m³/s
Dichte	$\rho = 1000$ kg/m³	Nettoleistung	$P = 1560$ kW

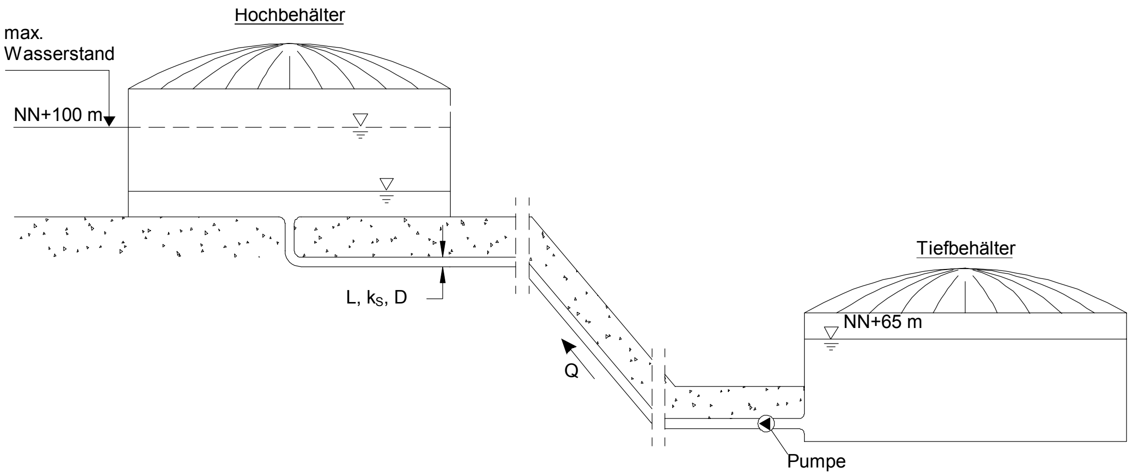


Abb. 8.1: Wasserleitung zwischen Hoch- und Tiefbehälter

Aufgabe 8.2:

Zwei große offene Wasserbehälter mit der konstanten Wasserspiegeldifferenz ΔH sind durch eine gerade, horizontale Rohrleitung aus Gußeisen mit dem Innendruchmesser D und der Länge L verbunden.

8.2.1 Bestimmen Sie die Energielinie und die Drucklinie sowie den Volumenfluß Q (a) unter Annahme einer Strömung ohne Einlauf- und Rohrreibungsverluste, sowie (b) für die tatsächliche Strömung mit Verlusten (der Einlaufverlustbeiwert ζ_E und die äquivalente Rauheit k_s des Rohres sind gegeben). Wie stark weicht der Volumenfluß von dem im Fall (a) ab?

8.2.2 Das Wasser wird in den rechten Behälter mit dem vorgegebenen Volumenfluß Q = 0,6 m³/s hochgepumpt (Abb. 8.2 c). Wie groß ist (c) die erforderliche Antriebsleistung P_A der Pumpe unter Berücksichtigung der Einlauf- und Reibungsverluste.

Gegeben:

Wasserspiegeldifferenz	$\Delta H = 5$ m	Dichte	$\rho = 1000$ kg/m^3
Länge	$L = 30$ m	Kinematische Viskosität	$\nu = 1{,}3\ 10^{-6}$ m^2/s
Durchmesser	$D = 0{,}3$ m	Wirkungsgrad der Pumpe	$\eta = 0{,}75$
Rauheit	$k_s = 1{,}5$ mm	Erdbeschleunigung	$g = 9{,}81$ m/s^2
Einlaufverlustbeiwert	$\zeta_E = 0{,}06$		

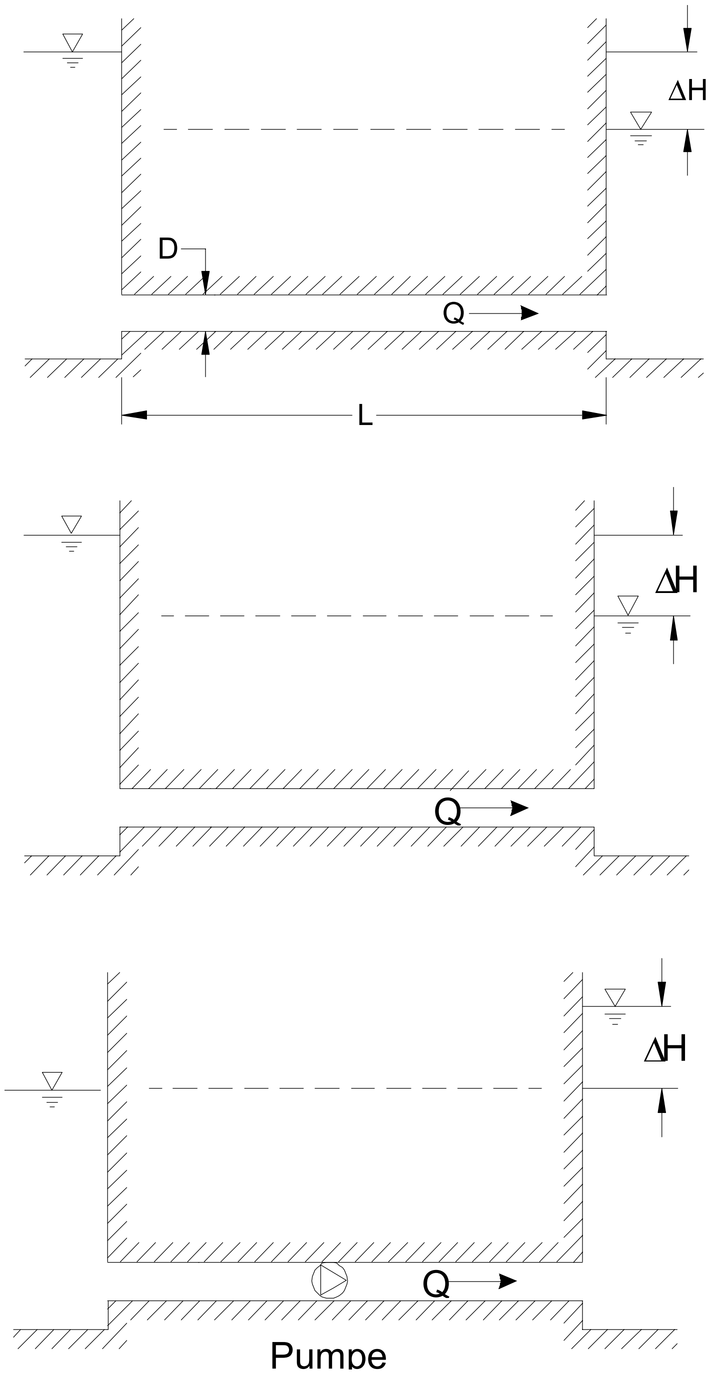


Abb. 8.2: Rohrleitung (a) ohne Verluste, (b) mit Verlusten und (c) mit Pumpe und Verlusten

Aufgabe 8.3:

Beim Bau einer Fernwasserversorgungsanlage werden Rohre mit dem Durchmesser D = 1 m und der Rauheit k_s = 0,1 mm verwendet. Der Volumenfluß beträgt $Q = 1\ m^3/s$.

8.3.1 Wie groß sind (a) bei der Wassertemperatur t= 10 °C (kinematische Viskosität $\nu = 1{,}31\ 10^{-6}\ m^2/s$) die Reibungsverluste pro km Rohrleitung und wie ändern sich (b) die Verluste, wenn die Temperatur auf t = 40 °C ($\nu = 0{,}66\ 10^{-6}\ m^2/s$) ansteigt?

8.3.2 Welche Werte ergeben sich anstelle von 8.4.1, falls verkrustete Rohre der Rauheit k_s = 1,0 mm eingesetzt werden?

Aufgabe 8.4:

Eine Wasserkraftanlage nutzt die Fallhöhe H = 350 m zwischen dem Wasserspiegel im Oberbecken und der Höhenlage der Turbine. Das Triebwasser (kinematische Viskosität $\nu = 1{,}3 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$) mit dem Volumenfluß $Q = 20\ m^3/s$ wird über einen Druckstollen (Länge L_1 = 3,2 km, Durchmesser D_1 = 3 m, Rauheit k_{s1} = 10 mm) einem großen Wasserschloß und anschließend einem verkleideten Druckschacht (Länge L_2 = 750 m, Durchmesser D_2 = 2,5 m, Rauheit k_{s2} = 1,5 mm) zugeführt.

8.4.1 Skizzieren Sie unter Vernachlässigung aller instationären Effekte und örtlichen Verluste die Energielinie und die Drucklinie in Abb. 8.4.

8.4.2 Wie hoch steht der Wasserpiegel im Wasserschloß?

8.4.3 Wie groß ist die abgegebene elektrische Leistung, wenn für Turbine, Generator und Transformator vom Gesamtwirkungsgrad η = 74 % ausgegangen wird?

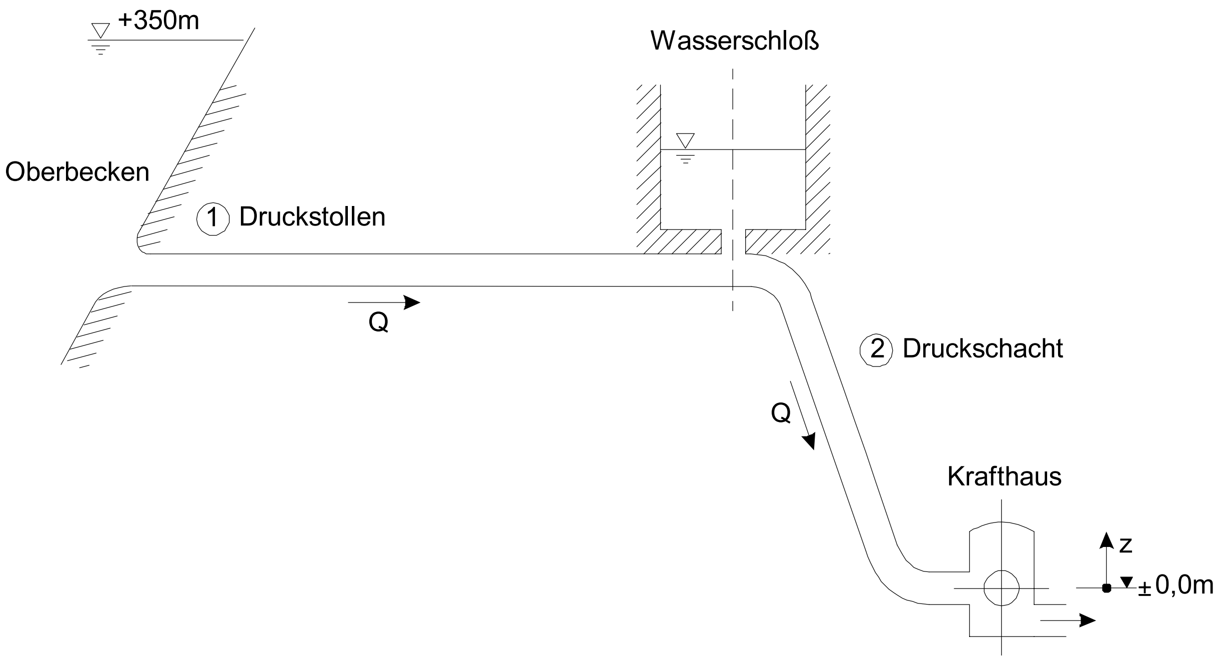


Abb. 8.4: Wasserkraftanlage mit Wasserschloß

Aufgabe 8.5:

Öl von der Dichte $\rho = 940\ kg/m^3$ und der dynamischen Viskosität $\mu = 0{,}048\ N\ s/m^2$ wird mit dem Volumenfluß $Q = 0{,}002\ m^3/s$ durch ein horizontales Rohr vom Durchmesser $d = 5$ cm gepumpt. Die Strömung ist laminar.

Wie groß ist der Druckabfall pro 100 m Rohrlänge?

Aufgabe 8.6:

Für ein Rohr mit dem Durchmesser $d = 40$ cm wurde der Widerstandskoeffizient $\lambda = 0{,}06$ bei der mittleren Geschwindigkeit $V = 3$ m/s und der kinematischen Viskosität $\nu = 10^{-5}\ m^2/s$ gefunden.

Erwarten Sie bei verdoppelter Geschwindigkeit (a) den doppelten, (b) den dreifachen oder (c) den vierfachen Druckverlust pro m Rohrleitungslänge?

Aufgabe 8.7

Fluid strömt durch eine Rohrleitung aus dem Tank in Abb. 8.7 ins Freie. Im Punkt A befindet sich ein Venturiquerschnitt und im Punkt B eine plötzliche Rohrverengung.

8.7.1 Skizzieren Sie (a) die Energielinie und (b) die Drucklinie.

8.7.2 Wo kann Kavitation auftreten?

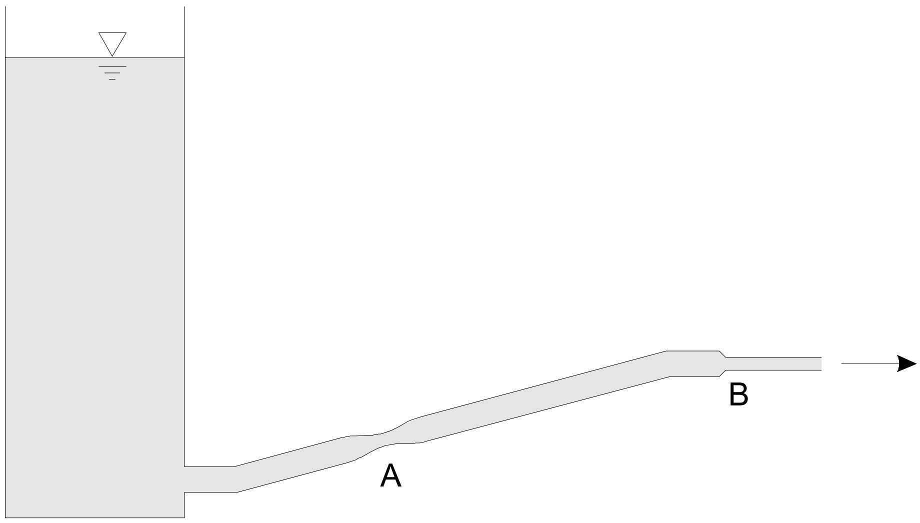


Abb. 8.7: Tank mit Rohrleitung

8 Aufgaben zu Kapitel 9: Strömungswiderstand

Aufgabe 9.1:

Abb. 9.1 zeigt die Verteilung des Druckkoeffizienten C_p für einen quer angeströmten Stab. Bedingt (a) der quadratische oder (b) der rechteckige Querschnitt den größeren Widerstandskoeffizient?

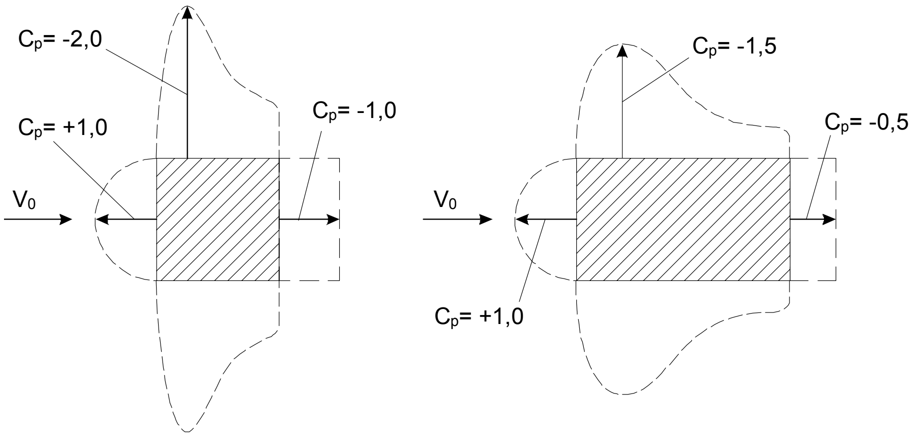


Abb. 9.1: Quer angeströmter Stab mit (a) quadratischem und (b) rechteckigem Querschnitt

Aufgabe 9.2:

Berechnen Sie das Kippmoment, das von einem Wind mit der Geschwindigkeit von 30m/s auf einen Schornstein mit 3 m Durchmesser und 80 m Höhe bei der Lufttemperatur von 20 °C und dem absoluten Luftdruck von 99 kPa ausgeübt wird.

Aufgabe 9.3:

Welche Widerstandskraft wird erzeugt, wenn eine Scheibe mit 1 m Durchmesser untergetaucht und von einem Boot mit der Geschwindigkeit von 3 m/s gezogen wird? Nehmen Sie die Orientierung der Scheibe so an, daß die maximale Widerstandskraft auftritt.

Aufgabe 9.4:

Bestimmen Sie die zusätzliche Antriebsleistung, die erforderlich ist, wenn der Dachgepäckständer in Abb. 9.4 benutzt wird und der Wagen die Geschwindigkeit von 80 km/h bei dem Gegenwind von 20 km/h besitzt.

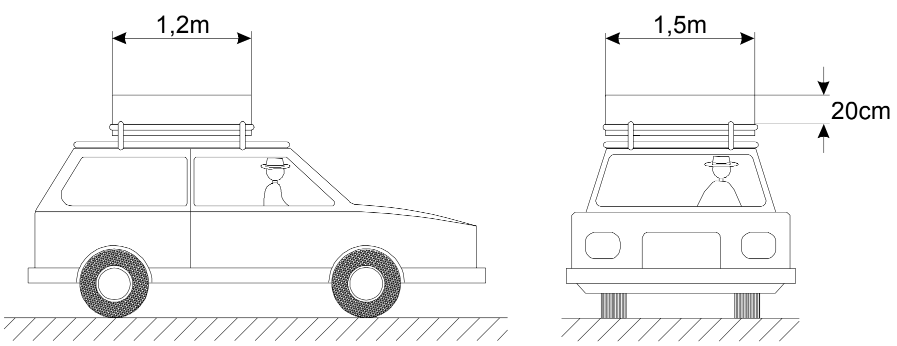


Abb. 9.4: Wagen mit Dachgepäckständer

Aufgabe 9.5:

Der Würfel in Abb. 9.5 ist so ausbalanciert, daß er mit der einen Kante nach vorn herabfällt. Er wiegt in Luft 20,8 N. Wie groß ist seine Endgeschwindigkeit beim Fall in Wasser?

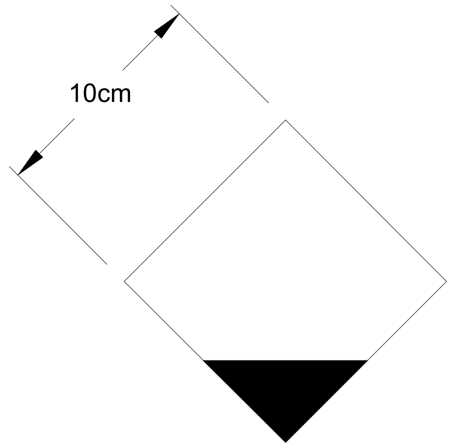


Abb. 9.5: Fallender Würfel

Aufgabe 9.6:

Bestimmen Sie die Dichte derjenigen Kugel, die beim Fall in Wasser bei der Temperatur von 20 °C die Endgeschwindigkeit von 0,5 m/s und einen Durchmesser zwischen 10 und 20 cm haben muß.

9 Aufgaben zu Kapitel 10: Gerinneströmungen

Aufgabe 10.1:

Der schießende Strahl in Abb. 10.1 hat die Geschwindigkeit $V_1 = 10$ m/s und die Wasserspiegelhöhe $y_1 = 0{,}2$ m. Zur Fixierung des entstehenden Wechselsprungs wird eine stufenförmige Sohlschwelle so vorgesehen, daß der Wechselsprung bei der Normalablußtiefe von $y_3 = 1{,}6$ m oberstrom der Schwelle gehalten wird.

Berechnen Sie die erforderliche Mindesthöhe Δz der Schwelle mit Hilfe der Wechselsprunggleichung.

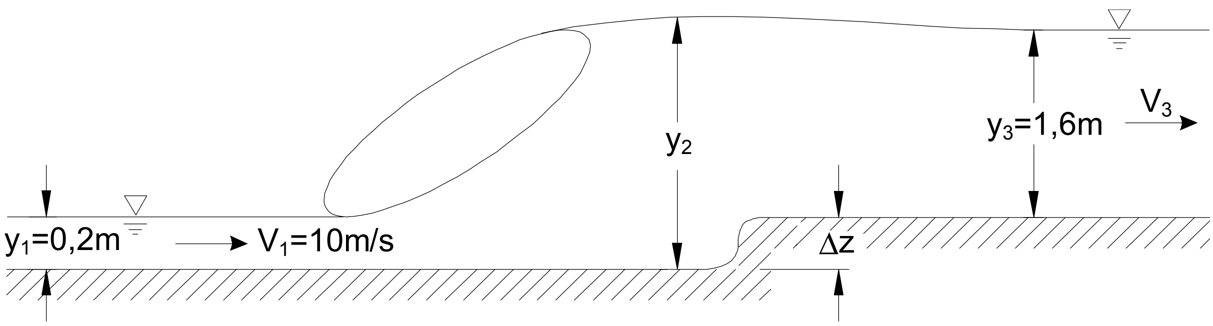


Abb. 10.1: Wechselsprung an einer Sohlschwelle im Rechteckgerinne

Aufgabe 10.2:

Durch ein Rechteckgerinne soll die Wassermenge $Q = 10$ m^3/s gefördert werden. Die Strömung kann verlustfrei angenommen werden. Bestimmen Sie den Wasserspiegelverlauf in der Nähe der Querschnittsänderungen für die drei Fälle in Abb. 10.2.

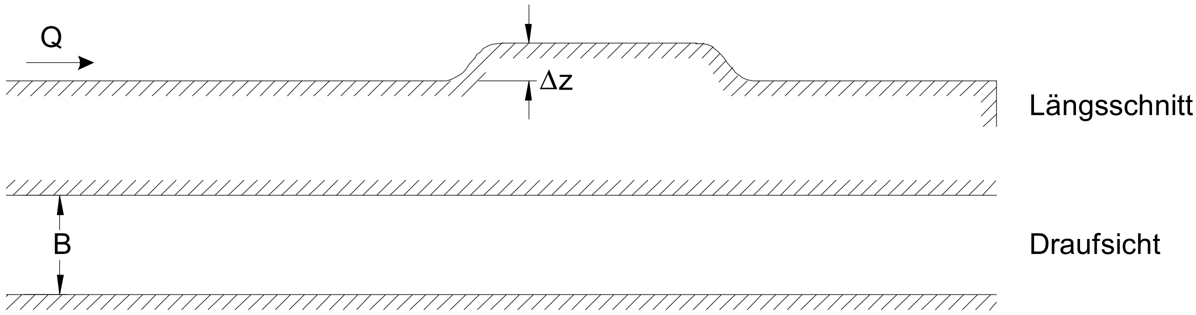


Abb. 10.2 a: Rechteckgerinne konstanter Breite B = 3 m mit Schwelle der Höhe $\Delta z = 0{,}5$ m

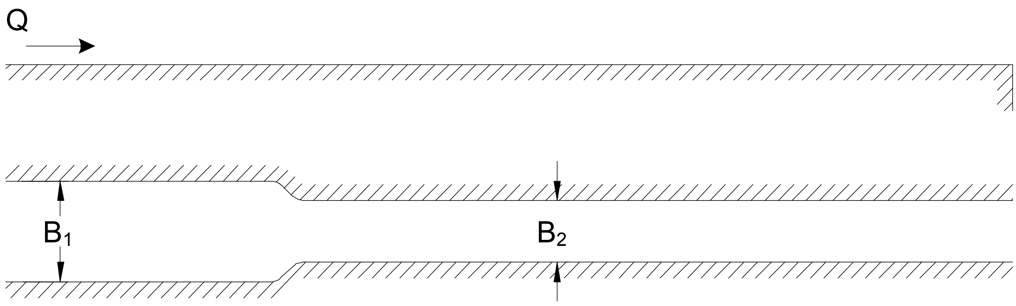


Abb. 10.2 b: Rechteckgerinne mit ebener Sohle und Einengung von der Breite $B_1 = 3$ m auf die Breite $B_2 = 2$m

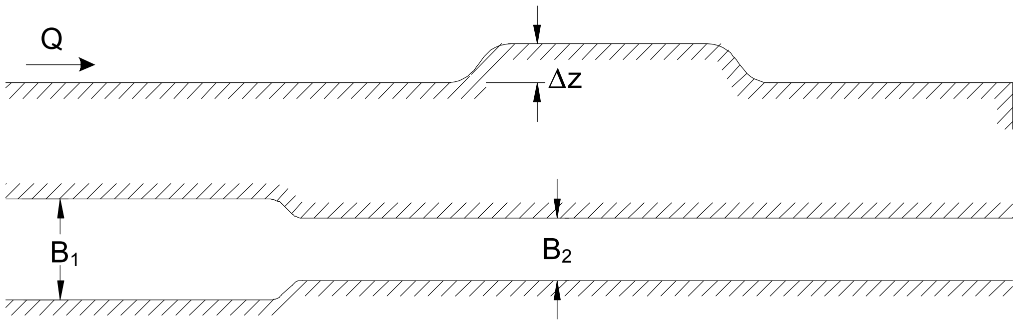


Abb. 10.2 c: Rechteckgerinne mit Einengung und Schwelle

Aufgabe 10.3:

Diskutieren Sie unter Annahme einer reibungsfreien Strömung die Abflußverhältnisse im Rechteckgerinne in Abb. 10.3 für die konstante Energiehöhe E im Oberwasser und für verschiedene Schützstellungen s und Unterwasserstauhöhen y_U (Einschnürungskoeffizient der Vena Contracta $C_c = 0{,}61$).

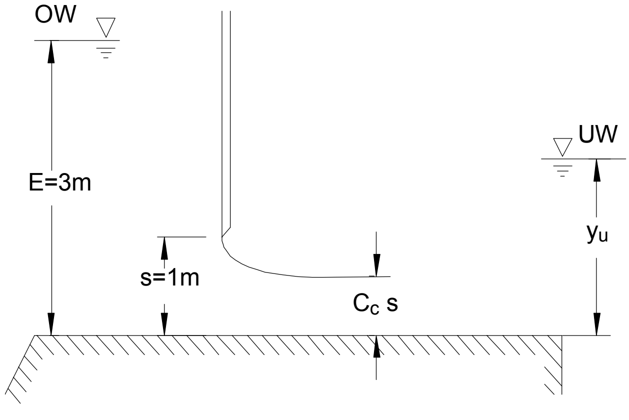


Abb. 10.3 a: Rechteckgerinne mit Schütz und Unterwasserstauhöhe $y_U < y_2$

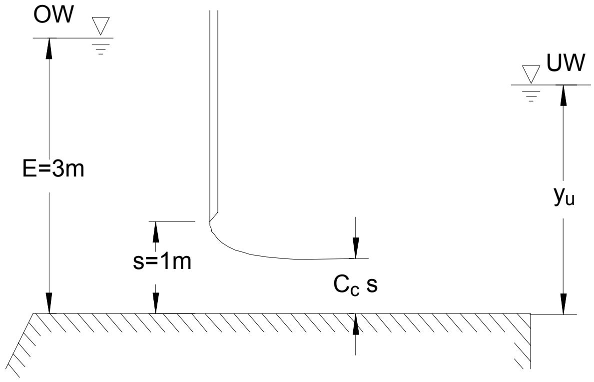


Abb. 10.3 b: Rechteckgerinne mit Schütz und Unterwasserstauhöhe $y_U = y_2$

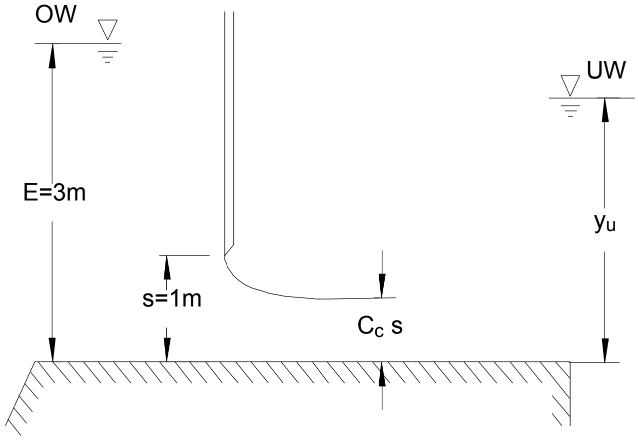


Abb. 10.3 c: Rechteckgerinne mit Schütz und Unterwasserstauhöhe $y_U > y_2$

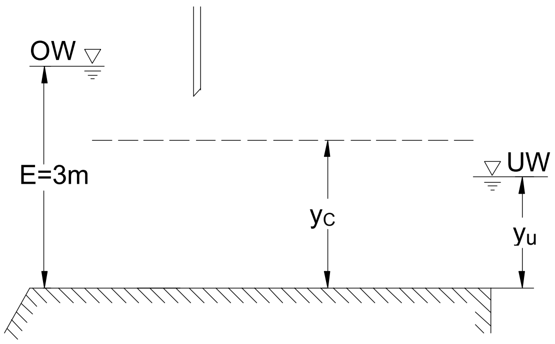


Abb. 10.3 d: Rechteckgerinne mit gezogenem Schütz und Unterwasserstauhöhe $y_U < y_c$

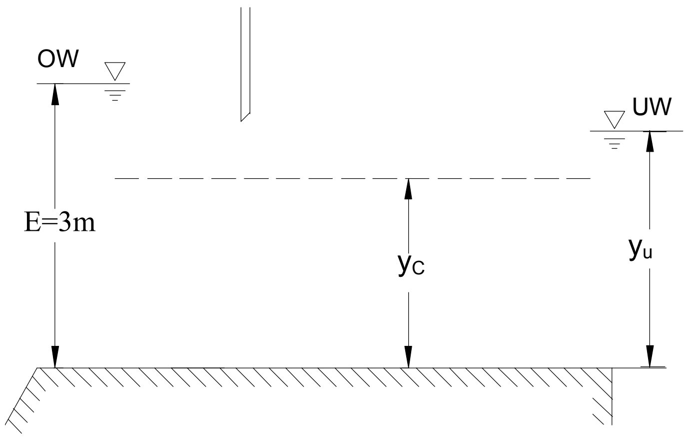


Abb. 10.3 e: Rechteckgerinne mit gezogenem Schütz und Unterwasserstauhöhe $y_U > y_c$

Aufgabe 10.4:

In einem Rechteckgerinne der Breite B = 10 m ist ein Überfallwehr eingebaut. Hinter dem Wehr tritt ein Wechselsprung mit freier Deckwalze auf. Für den Abfluß von Q = 43 m^3/s beträgt die Wassertiefe im Unterwasser y_2 = 3 m. Energieverluste, außer im Wechselsprung, können vernachlässigt werden.

10.4.1 Berechnen Sie die Wassertiefe y_1 im Querschnitt 1.

10.4.2 Wie reagiert der Wechselsprung, wenn zum Beispiel durch Veränderung der Wehrhöhe, die Wassertiefe von der unter 10.4.1 berechneten Größe y_1 abweicht?

10.4.3 Welche Energiehöhe ΔH wird im Wechselsprung in Wärme umgesetzt?

10.4.4 Skizzieren Sie die Energielinie mit den erforderlichen Maßangaben in Abb. 10.4.

10.4.5 Berechnen Sie die Wassertiefe y_0 im Querschnitt 0 vor dem Wehr.

10.4.6 Wo liegt die Abflußkontrolle?

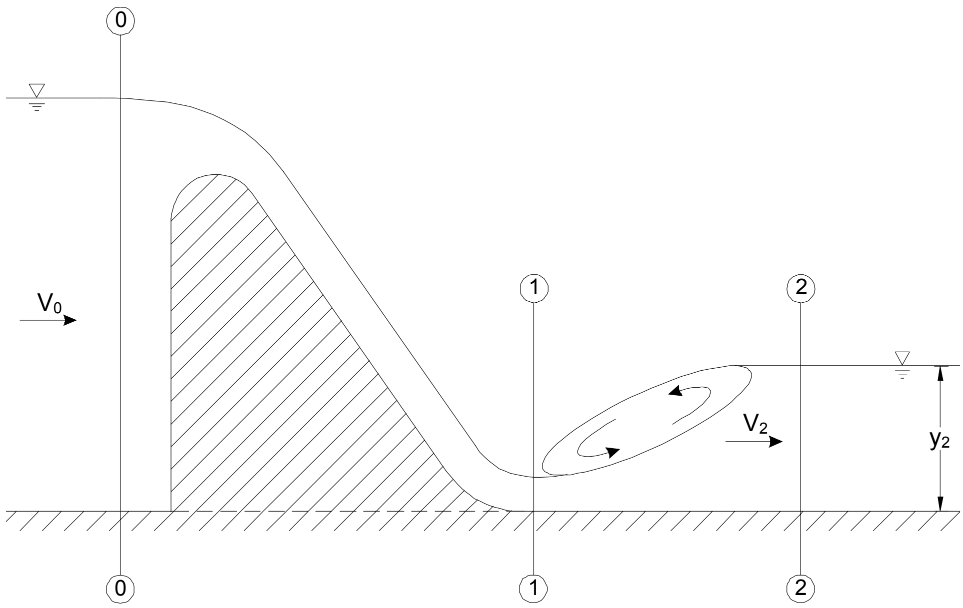


Abb. 10.4: Rechteckgerinne mit Überfallwehr

Aufgabe 10.5:

Der Volumenfluß in einem 5 m breiten, rechteckigen Kanal beträgt 10 m^3/s bei der Wassergeschwindigkeit von 1 m/s.

Erfolgt der Abfluß unterkritisch oder überkritisch?

Aufgabe 10.6:

In einem Teich von 0,3 m Tiefe wird eine kleine Welle erzeugt.

Wie groß ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle?

Aufgabe 10.7:

Eine kleine Welle pflanzt sich in einem Wasserbecken konstanter Tiefe mit der Geschwindigkeit von 2 m/s fort.

Wie tief ist das Wasser?