### Zugtragverhalten von Beton unter Ermüdungsbeanspruchung

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

#### DOKTOR-INGENIEURS

von der Fakultät für

Bauingenieur- und Vermessungswesen

der Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH)

genehmigte

#### DISSERTATION

von

Dipl.-Ing. Christoph Kessler-Kramer aus Schwenningen a. N.

Tag der mündlichen Prüfung: Hauptreferent: Korreferent: 17. Juli 2002 Univ.-Prof. Dr.-Ing. H. S. Müller Univ.-Prof. Dr.-Ing. H.-W. Reinhardt

Karlsruhe 2002

# Kurzfassung

Zur Untersuchung des Ermüdungsverhaltens von Beton bei Zugbeanspruchung wurde in der vorliegenden Arbeit das mechanische und bruchmechanische Verhalten analytisch, experimentell und numerisch untersucht.

In den experimentellen Untersuchungen wurde der Einfluss der Lastspielzahl, der Betongüte, der Nachbehandlungsmethode, der Verformungsgeschwindigkeit bzw. Belastungsfrequenz sowie der Unterspannung in kraft- und insbesondere in verformungsgeregelten Zugversuchen studiert.

Die monotonen Versuche an ungekerbten Zugprismen mit einem verjüngten Querschnitt im mittleren Bereich der Probe zeigten einen deutlichen Anstieg der einachsigen Zugfestigkeit, des Elastizitätsmoduls und der Bruchdehnung bei einer um den Faktor 10 höheren Dehnungsrate. Für die versiegelten Zugprismen wurden dabei für alle drei untersuchten Kennwerte jeweils höhere Werte als bei den unversiegelten Proben erzielt.

Die einachsigen zyklischen Zugversuche an gekerbten, normalfesten und hochfesten Betonprismen sowie die Biegezugversuche ergaben eine Abnahme der Werte für die Netto(biege)zugfestigkeit, die Verformung bei Erreichen der Maximallast, die kritische Rissöffnung, die Bruchenergie sowie die charakteristische Länge mit zunehmender Lastzyklenanzahl. Der zusätzliche Schädigungsbeitrag einer Zug-Druck-Wechselbeanspruchung nach Durchlaufen einer bestimmten Anzahl von Lastspielen konnte ebenfalls eindeutig nachgewiesen werden.

Erstmals konnte gezeigt werden, dass sich aufgrund der oben aufgezeigten Abhängigkeiten die Einhüllenden der Spannungs-Verformungskurven der Ermüdungsversuche mit zunehmender Lastspielzahl immer mehr von dem entsprechenden Kurvenverlauf bei monotoner Belastung unterscheiden.

Mit Hilfe phänomenologischer Untersuchungen – versuchsbegleitende Analyse des Rissfortschritts mittels Schallemissionsanalyse sowie anschließende Vermessung der Betonbruchflächen und Auswertung mit fraktologischen Methoden – konnten die gewonnenen experimentellen Ergebnisse hinsichtlich der Mechanismen der Rissentwicklung begründet interpretiert werden.

Aufbauend auf die Erkenntnisse der bruchmechanischen und phänomenologischen Untersuchungen wurde ein neues rheologisch-statistisches Werkstoffmodell zur Beschreibung des Betonverhaltens bei Ermüdungsbeanspruchung entwickelt, das die Bruchvorgänge im Beton in physikalisch eindeutiger und transparenter Weise, insbesondere durch die Berücksichtigung der Lastzyklenanzahl, der Zeiteffekte sowie der heterogenen Betonstruktur erfasst.

# Abstract

In this thesis, the fatigue behaviour of concrete under tensile stresses was investigated analytically, numerically and experimentally in order to describe the mechanical and fracture mechanical failure characteristics of this material.

The parameters examined in the experimental investigations were the number of load cycles to failure, the concrete grade, the curing conditions, the deformation rate and/or the loading frequency as well as the lower stress level using force and particularly deformation controlled tensile tests.

The uniaxial tensile tests on dog bone-shaped concrete prisms showed a clear increase in the uniaxial tensile strength, the Young's Modulus and the elongation at failure with the strain rate increased by a factor of 10. Moreover, for all three parameters investigated the sealed specimens always showed higher values than the unsealed ones.

For an increase in the number of load cycles to failure, the experimental results of the uniaxial tensile tests on notched normal-strength and high-strength concrete prisms and the bend tests showed a decrease in the uniaxial and flexural tensile strengths, the deformation at the peak load, the critical crack opening, the fracture energy and the characteristic length of the concrete prisms investigated. Also, the additional damaging effects of a lower stress level in the compression regime were clearly demonstrated after the completion of a certain number of load cycles.

For the first time it was possible to show that because of the above interdependencies the envelope curves of the stress/deformation relationship differ the more pronounced from the corresponding monotonic curve the higher the number of load cycles to failure.

In order to obtain a better understanding of crack formation and propagation in concrete under cyclic loading, an acoustic emission analysis was performed as part of the tensile tests. In addition, the condition of the fracture surfaces was studied and analysed using fractological methods. Herewith it was possible to clarify the findings of the experiments with regard to the mechanisms of crack development in concrete.

Using the results of the fracture mechanical and phenomenological investigations, a new constitutive law to describe the fatigue behaviour of concrete was developed. This law is based on a physically sound rheological-statistical model which takes into account as parameters in particular the number of load cycles, the time effects and the heterogeneity of concrete.

# Vorwort

Die anhaltende Zunahme der Verkehrsbelastung sowie die immer höhere Ausnutzung von Materialreserven werfen in Bezug auf Ingenieurbauwerke aus Beton wie Brücken, Türme, Hochhäuser etc. Fragen nach der Trag- und Ermüdungssicherheit auf.

> "Alles in der Welt endet durch Zufall oder Ermüdung"

> > Heinrich Heine (1797 – 1856)

Da wir Menschen (glücklicherweise) den Zufall nicht steuern können, beschäftigt sich die vorliegende Abhandlung mit Letzterem – der Ermüdung. Ich hoffe, dass ich mit meinen analytischen, experimentellen und numerischen Untersuchungen zum "Zugtragverhalten von Beton bei Ermüdungsbeanspruchung" zur Klärung einiger Fragestellungen in diesem Bereich beitragen konnte.

Die Arbeit entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Angestellter und Lehrstuhlassistent am Institut für Massivbau und Baustofftechnologie der Universität Karlsruhe. Das Thema ergab sich aus der Bearbeitung zweier von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderter Forschungsvorhaben mit den Titeln "Ermüdungsrissfortschritt im Beton bei Biegezugbeanspruchung" und "Materialmodell für Beton unter zyklischer Zugbeanspruchung".

Allen voran danke ich meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Harald S. Müller für seine wohlwollende Unterstützung, seine wertvollen Ratschläge und seine kritischen Anmerkungen, die wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Herzlich bedanken möchte ich mich auch für sein erfolgreiches Bestreben, mich für die vielfältigen Lehraufgaben am Institut zu begeistern.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Hans-Wolf Reinhardt danke ich für die Übernahme des Korreferats und der damit verbundenen Mühen sowie sein Interesse an meiner Arbeit. Seine zahlreichen wissenschaftlichen Publikationen zur Betonermüdung waren eine sehr große Hilfe.

Bei den Herren Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h. Hubert K. Hilsdorf, Prof. Dr.-Ing. Karl Schweizerhof sowie Prof. Dr.-Ing. Peter Vielsack bedanke ich mich für ihre Förderung und Ausbildung in den Bereichen Baustofftechnologie, Numerische Methoden und Technische Mechanik.

#### Vorwort

Weiterhin gilt mein Dank und meine Anerkennung allen Mitarbeitern des Institutes in den wissenschaftlichen und verwaltungstechnischen Bereichen sowie in den Werkstätten, der Messtechnik und den Labors für ihre jeweilige wertvolle Unterstützung und für das positive Arbeitsklima.

Ein besonderer Dank gilt hierbei unserem Oberingenieur Herrn Dr.-Ing. Viktor Mechtcherine, der mich an vielen Stellen meiner Arbeit kompetent und immer hilfsbereit unterstützt hat.

Ebenso unerlässlich für den Erfolg einer solchen Arbeit war die sehr gute Zusammenarbeit mit meinen Diplomanden, Vertieferstudenten und natürlich meinen Hilfsassistenten Marc Beitzel, Felix Möller, Lothar Stärk und – ohne den Beitrag der genannten zu schmälern – in besonderer Weise Klaus Diehl, die im Einzelnen sicher besser wissen, wo Sie mir überall geholfen haben.

Zu guter Letzt möchte ich mich bei denen bedanken, die mir am nächsten stehen. Besonders herzlich danke ich meiner Frau Esther und unseren Buben Noah und Levin für ihre immerwährende Aufmunterung und die positive Ablenkung während meiner Zeit am Institut sowie meinen Eltern, die mir die Durchführung dieser Arbeit durch ihren Zuspruch und ihr Verständnis ermöglichten.

Karlsruhe, im Oktober 2002

Christoph Kessler-Kramer

# Inhaltsverzeichnis

1	Prol	blemste	ellung	1	
	1.1	Einfül	hrung	1	
	1.2	Zielse	etzung	2	
	1.3	Aufba	au der Arbeit	3	
2	Star	Stand der Kenntnisse			
	2.1	Allger	meines	5	
	2.2	Linea	r elastische Bruchmechanik	6	
		2.2.1	Allgemeines	6	
		2.2.2	Energiekriterium	7	
		2.2.3	Spannungsintensitätskriterium	9	
	2.3	Nicht	-linear elastische Bruchmechanik	10	
		2.3.1	Allgemeines	10	
		2.3.2	Compliance-Methode	10	
		2.3.3	Two Parameter Model von Jenq und Shah	12	
		2.3.4	R-Kurven-Konzept	15	
		2.3.5	Size Effect Law von Bažant	16	
		2.3.6	Multifractal Scaling Law von Carpinteri	19	
		2.3.7	Kohäsionsrissmodelle	20	
	2.4	Phänc	25		
	2.5	Ermü	27		
		2.5.1	Allgemeines	27	
		2.5.2	Ermüdungsfestigkeit	28	
			2.5.2.1 Definitionen	28	
			2.5.2.2 Wöhlerlinien	29	
			2.5.2.3 Dauerfestigkeitsdiagramme	31	
			2.5.2.4 Betriebsfestigkeit	31	
		2.5.3	Schadensakkumulationshypothesen	32	
		2.5.4	Stoffgesetze zur Beschreibung des Rissfortschrittes	34	
	2.6	Einflu	ussparameter auf bruchmechanische Kenngrößen	36	
		2.6.1	Allgemeines	36	
		2.6.2	Datenbank zum bruchmechanischen Verhalten von Beton		
			bei monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung	36	
			2.6.2.1 Vorgehensweise	36	

			2.6.2.2 Einfluss des Versuchsaufbaus	37
			2.6.2.3 Betontechnologische Einflüsse	38
			2.6.2.4 Einfluss der Umweltbedingungen	39
			2.6.2.5 Zeiteinflüsse	40
	2.7	Ermüc	lungsverhalten von hochfestem Beton, Stahlbeton und Stahlfaserbeton	42
		2.7.1	Besonderheiten im Last-Verformungsverhalten von hochfestem Beton	42
		2.7.2	Besonderheiten bei Bauteilen aus Stahl- und Stahlfaserbeton	43
	2.8	Mater	ialmodelle für das Ermüdungsverhalten von Beton	
		unter 2	zyklischer Beanspruchung	46
		2.8.1	Allgemeines	46
		2.8.2	Materialmodell von Rots et al.	47
		2.8.3	Materialmodell von Gylltoft	49
		2.8.4	Materialmodell von Reinhardt et al.	50
		2.8.5	Focal-Point-Model von Yankelevsky und Reinhardt	52
		2.8.6	Continuous-Function-Model von Hordijk	53
		2.8.7	Rheologisches Materialmodell von Duda	56
		2.8.8	Materialmodelle zur Beschreibung des Ermüdungsverhaltens	
			bei Druckbeanspruchung	61
		2.8.9	Abschließende Wertung und Folgerungen	64
	2.9	Nume	rische Methoden	65
		2.9.1	Allgemeines	65
		2.9.2	Diskretes Rissmodell	66
		2.9.3	Verschmiertes Rissmodell	67
		2.9.4	Mesoskopische Modelle	69
	2.10	Einart	beitung des Wissenstands zum Ermüdungsverhalten von Beton	
		in Ric	htlinien, Normen und Vorschriften	70
3	Expe	erimen	telle bruchmechanische Untersuchungen	75
	3.1	Überb	lick über das Versuchsprogramm	75
	3.2	Beton	zusammensetzung und Probekörper	80
		3.2.1	Ausgangsstoffe und Betonzusammensetzung	80
		3.2.2	Geometrie der Probekörper	81
		3.2.3	Herstellung und Lagerung der Probekörper	85
		3.2.4	Frisch- und Festbetoneigenschaften	87
	3.3	Versu	chs- und Messtechnik	89
		3.3.1	Generelle Anforderungen	89
		3.3.2	Monotone und zyklische einachsige Zugversuche	
			an gekerbten und ungekerbten Prismen	93
		3.3.3	Monotone und zyklische Drei-Punkt-Biegezugversuche	
			an gekerbten Balken mit und ohne Eigengewichtskompensation	95

	3.4	Versu	chsdurchführung	97
		3.4.1	Probenvorbereitung	97
		3.4.2	Probeneinbau und Versuchsablauf	98
	3.5	Versu	chsergebnisse	99
		3.5.1	Monotone einachsige Zugversuche an ungekerbten Prismen	99
		3.5.2	Monotone und zyklische einachsige Zugversuche	
			an gekerbten Prismen	102
			3.5.2.1 Verformungsgeregelte Zugversuche an normalfestem Beton	104
			3.5.2.2 Verformungsgeregelte Zugversuche an hochfestem Beton	107
			3.5.2.3 Verformungsgeregelte zyklische Zugversuche	
			mit Zug-Druck-Wechselbeanspruchung	109
			3.5.2.4 Kraftgeregelte einachsige Zugversuche (Wöhlerversuche)	111
		3.5.3	Monotone und zyklische Drei-Punkt-Biegezugversuche	
			an gekerbten Balken ohne Eigengewichtskompensation	117
			3.5.3.1 Verformungsgeregelte Biegezugversuche	117
			3.5.3.2 Kraftgeregelte Biegezugversuche (Wöhlerversuche)	121
		3.5.4	Monotone und zyklische Drei-Punkt-Biegezugversuche	
			an gekerbten Balken mit Eigengewichtskompensation	121
4	Phänomenologische Untersuchungen			
	4.1	Schall	lemissionsanalyse	125
		4.1.1	Grundlagen und Anwendung in der Betontechnologie	125
		4.1.2	Versuchs- und Messtechnik	132
		4.1.3	Überblick über das akustische Untersuchungsprogramm	133
		4.1.4	Versuchsergebnisse der Schallemissionsanalyse	134
			4.1.4.1 Einfluss der Dehnungsrate	134
			4.1.4.2 Einfluss der Nachbehandlungsmethode	135
			4.1.4.3 Einfluss der Betongüte	136
			4.1.4.4 Einfluss der Lastzyklenanzahl	137
	4.2	Frakto	ologische Untersuchungen	146
		4.2.1	Grundlagen und Anwendung in der Betontechnologie	146
		4.2.2	Messtechnik und Auswerteverfahren	151
		4.2.3	Fraktometrisches Untersuchungsprogramm	155
		4.2.4	Versuchsergebnisse der fraktometrischen Untersuchungen	158
5	Disk	ussion	der experimentell gewonnenen Ergebnisse	163
	5.1	Einflu	iss der Dehnungsrate	163
	5.2	Einflu	iss der Nachbehandlungsmethode	166
	5.3	Einflu	iss der Betongüte	168
	5.4	Einflu	ıss der Lastzyklenanzahl	170

Lit	Literaturverzeichnis 245				
8	Zusa	amment	lassung ur	nd Ausblick	241
	7.5	Diskus	sion und F	Bewertung des neuen rheologisch-statistischen Materialmodells	s 239
		Nachro	echnung de	er monotonen und zyklischen Drei-Punkt-Biegezugversuche	236
	7.4	Anwei	ndung des	neuen rheologisch-statistischen Materialmodells bei der	
	1.5	unter V	/erwendun	ig des neuen rheologisch-statistischen Materialmodells	229
	7.3	mit de Nachre	n bekannte echnung de	en Modellvorstellungen er monotonen und zyklischen einachsigen Zugversuche	227
	7.2	Nachro	chnung de	er eigenen experimentellen Untersuchungen	007
	7.1	Einleit	ung		227
7	Nun	nerische	Untersuc	chungen	227
	0.5	veren		es materiaigesetzes zur Anwendung in der Bemessungspraxis	223
	65	0.4.5 Verein	fachung d	ang der Modenparameter und Zugehönger Lösungsargörfumnus	222
		613	0.4.2.4 I	Eliniuss der Lastzykienanzam	210
			6.4.2.3 f	Einfluss der Nachbenandlungsmethode	218
			6.4.2.2 E	Einfluss der Dehnungsrate	216
			6.4.2.1 E	Einfluss der Betongute	214
			von den u	Intersuchten Einflussparametern	213
		6.4.2	Funktiona	ale Abhangigkeiten der Betonkenngroßen	212
		(1)	und den e	experimentell ermittelten Werten	211
		6.4.1	Gegenübe	erstellung der Beziehungen nach MC 90	011
	6.4	Bestin	imung der	Kennwerte für die stoffgesetzlichen Beziehungen	210
		<b>D</b>	6.3.3.3 I	Beschreibung der parallel angeordneten Reibungselemente	209
			h	hysteretischen Verhaltens unter Berücksichtigung der Viskosität	200
			6.3.3.2 E	Beschreibung der Elementkombination zur Abbildung des	
			6.3.3.1 A	Aufbau des Stoffgesetzes	197
		6.3.3	Mathema	tische Beschreibung des Stoffgesetzes	197
		6.3.2	Entwicklu	ung eines neuen rheologisch-statistischen Werkstoffmodells	195
		6.3.1	Anwendu	ingsgrenzen der bislang entwickelten Materialmodelle	193
	6.3	Herlei	tung des St	toffgesetzes	193
	6.2	Verwe	ndung rhe	cologischer Elemente zur Beschreibung des Materialverhaltens	188
	6.1	Einleit	ung und V	Vorgehensweise	187
	des	Last-Ve	rformung	gsverhaltens bei Ermüdungsbeanspruchung	187
6	Rhe	ologisch	-statistisc	ches Materialmodell zur Beschreibung	
	5.6	Vergle	ich zwisch	hen kraft- und verformungsgeregelten Ermüdungsversuchen	180
	5.5	Einflu	ss der Unte	erspannung in zyklischen Versuchen	179

# Notationsverzeichnis<sup>1</sup>

### Lateinische Großbuchstaben

А	Fläche [mm <sup>2</sup> ]: Amplitude
R	empirische Konstante
C C	Nachgiehigkeit (Compliance): Koeffizient
CBM	Crack Band Model
CEM	Continuous Function Model
CIM	
CMOD	
	Rissspitzenoffnung [mm]
D	Hooke'sche Konstante; fraktale Dimension; Ermüdungsversagen;
	Schädigungsfunktion; Ereignisdauer [µs]
DBS	Probengeometrie mit verjüngtem Mittelquerschnitt
D <sub>cr</sub>	Rissufermatrix
DT	Einachsiger Zugversuch an einem gekerbten prismatischen Probekörper
E	Elastizitätsmodul [GPa oder N/mm <sup>2</sup> ]; Ereignisenergie [aJ]; Federelement
F	Kraft [N]
$F(\alpha)$	Formfunktion
FCM	Fictitious Crack Model
FEM	Finite-Elemente-Methode
$F_{\rm H}(w)$	Integral derVerteilungsfunktion nach Weibull
FPZ	Bruchprozesszone
G	Energiefreisetzungsrate [N/m]
$G_{\mathrm{f}}$	Bruchenergie (nach Bažant) bzw.
	Grenzwert der krit. Energiefreisetzungsrate [N/m]
$G_{\rm F}$	Bruchenergie (nach Hillerborg et al.) [N/m]
НО	Wegaufnehmerabstand [mm]
HSC	hochfester Beton
Ι	Intensitätsverlauf
Κ	Federsteifigkeit [MPa/mm]

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Eine Doppelbedeutung einzelner Symbole wird im Text an den entsprechenden Stellen erläutert.

\_

K <sub>I</sub>	Spannungsintensitätsfaktor bzw. Bruchzähigkeit [MN/m <sup>3/2</sup> ]
LEFM	Linear elastische Bruchmechanik
LVDT	induktiver Wegaufnehmer
MFSL	Multifractal Scaling Law
Ν	Bruchlastspielzahl bzw. Anzahl der Lastzyklen; Transformationsmatrix;
	Streckenanzahl
NLFM	Nicht-linear elastische Bruchmechanik
NSC	normalfester Beton
$P_{\ddot{u}}$	Überlebenswahrscheinlichkeit [%]
Q	kritische Materiallänge (Sprödigkeitszahl) [m]
R	Risswiderstandskraft [N/m]; Spannungsverhältnis; Anstiegszeit [µs]
R <sub>S</sub>	Oberflächenrauheit
S	Belastungsgrad (bezogene Oberspannung)
SE	Schallemissionen
SEA	Schallemissionsanalyse
SEL	Size Effect Law
SOM	Festigkeitslehre
SPH	Smooth-Particle-Hydrodynamics-Methode
T <sub>t</sub>	Totzeit [µs]
U; W	Energie [N/m]
U <sub>RMS</sub>	Effektivwert der elektrischen Spannung [V]
V(α)	Formfunktion
Y	Reibungselement

# Lateinische Kleinbuchstaben

а	halbe Risslänge [mm]
$a_0$	ursprüngliche Kerbtiefe [mm]
b	Breite des Biegebalkens [mm]
c	Konstante
$c_{f}$	effektive kritische Rissausdehnung [mm]
c <sub>n</sub>	Koeffizient zur Beschreibung der Spannungsverteilung
d	maßgebende Probenabmessung [mm]; Höhe des Biegebalkens [mm];
	Korngröße [mm]; fraktales Inkrement
$d_{\sigma}$	fraktales Dekrement
e	lokale Dehnungen
f	Festigkeit [MPa bzw. N/mm <sup>2</sup> ]; Belastungsfrequenz; Fließfunktion (-grenze)
f <sub>H</sub> (w)	Verteilungsfunktion nach Weibull
g	Erdanziehung [m/s <sup>2</sup> ]
$g(\alpha_0)$	dimensionslose Energiefreisetzungsrate; Geometriefunktion

h	Rissbandbreite beim CBM; Bruchflächenhöhe am Punkt i [mm]
i	Zählvariable
k	Abstand zwischen Kamera und Referenzebene [mm]; Federsteifigkeit [MPa/mm]
1	Länge [mm]
m	Masse [kg]
m	Einheitstensor: Gradient der Potentialfunktion
n	tatsächliche Anzahl der Schwingspiele
ñ	Einheitstensor: Gradient der Fließfunktion
р	Exponent
q	Potentialfunktion
S	Spann- bzw. Stützweite [mm]; versiegelte Probenlagerung; Skalierungsfaktor;
	deviatorischer Anteil des Spannungsvektors
s <sup>cr</sup>	Vektor der Rissuferspannungen
t	Zeit [s]
u	unversiegelte Probenlagerung
W	Rissöffnung [mm]; Verschiebung [mm]
w/b	Wasserbindemittelwert
W/Z	Wasserzementwert

## Griechische Buchstaben

α	relative Kerbtiefe; Schwellwert der Rissöffnung; Winkel
β	Sprödigkeitszahl; Modalwert der Weibullverteilung; Betrachtungswinkel
γ	spezifische Oberflächenenergie; Arbeit; Weibullexponent; Streifenamplitude
$\Delta$	inkrementeller Anteil
$\Delta K$	zyklische Spannungsintensität
$\Delta \sigma$	Schwingbreite; Spannungsabfall
δ	Verformung; Durchbiegung [mm]
δ	Verformungsrate bzw. –geschwindigkeit [µm/s]
ε	Dehnung
Ė	Dehnungsrate bzw. –geschwindigkeit [1/s]
η	Viskosität [MPa·s]
λ	Streifenabstand auf der Referenzebene; Koeffizient
$\lambda_0$	empirische Konstante
μ	Fluiditätskonstante [1/(MPa·s)]; Koeffizient
ν	Querkontraktionszahl
П	Potential
σ	Spannung [MPa bzw. N/mm <sup>2</sup> ]
$\overline{\sigma}$	Überspannung [N/mm <sup>2</sup> ]
τ	Verhältnis der Viskosität zum Elastizitätsmodul [s]

$ au_0$	Zeitpunkt des einsetzenden Risswachstums
Φ	Abstandsfunktion
$\Phi(w)$	Verteilungsfunktion
φ(x, y)	lokaler Phasenwert
ω	Interaktionsfaktor

### Indizes

А	Amplitude
a	außen
BC	Box Counting-Methode
bulk; co	ungeschädigter Beton
c	Druckbeanspruchung; Beton
c; cr	kritisch
CC	Cube Counting-Methode
ch	charakteristisch
cr; R; Riss	Riss
cyl	Zylinder (300/150 mm)
dyn	dynamisch
e	Einhüllende
E; e; el; elast	elastisch
EF	Eigenfrequenzanalyse
F; f; frac	Bruch
f; fl	Biegezugbeanspruchung
FSA	Fourier-Spektralanalyse
Grund	Grundwert
GS	Grid Scaling-Methode
H; Hyst.	Hysterese
Ι	Modus I (reiner Zug)
i	Zählvariable; innen; Anfangswert
imp	Kennwert bei Dehnungsrate größer 3·10 <sup>-6</sup> 1/s
inc	Anstieg
k	Zählvariable
korr	korrigierter Wert
KV	Kelvin-Voigt Element
L	unterer Umkehrpunkt
lig	Ligament
Μ	Makroebene
m	Mittelwert; Maximum; mechanisch; Generierungsschritt
max	Maximum

meas	Messwert
MFSL	Multifractal Scaling Law
min	Minimum
n	gekerbt; netto; Generierungsschritt
Ν	Nominalwert
0	Maximalwert
р	plastisch
R	Reibung
r	Wiederbelastung
REF	Referenzwert
RMS	Effektivwert (mittlere Amplitude)
S	kleinste Auflösung
SI	Slit Island-Methode
Т	Trägheit; transponierte Matrix
t	Zugbeanspruchung
th	Grenzwert
u	Extremwert; Entlastung
US	Ultraschallimpuls
vp	viskoplastisch
w,150	Würfel der Kantenlänge 150 mm
w,200	Würfel der Kantenlänge 200 mm
WS	Würfelserie
Y	Fließ- bzw. Reibgrenze
Ζ	Differenz zwischen der Einhüllenden und dem tatsächlichen Verlauf
η	Viskosität
0	kritisch; Anfangszustand bzw. Referenzwert
*	Meso- und Mikroebene
$\infty$	unendlich bzw. Endwert

Notationsverzeichnis

# 1 Problemstellung

### 1.1 Einführung

Seit Anfang der 60er Jahre wird das Betonverhalten unter zyklischer Beanspruchung intensiv studiert, z. B. [114, 178]. Eine zyklische Beanspruchung kann bereits weit unterhalb der statischen Festigkeit eines Werkstoffes zum Versagen eines Bauteils führen. Dieses Phänomen wird als Ermüdungsversagen bezeichnet.

Im Stahlbau gehören Nachweise zum Ermüdungsversagen seit etlichen Jahren zum Standard. Daher ist es auch nicht verwunderlich, dass man zunächst versuchte, die im Stahlbau erfolgreich angewandten Verfahren auf Beton zu übertragen. Dabei wurde zunächst auf Konzepte der linear elastischen Bruchmechanik zurückgegriffen. Der Werkstoff Beton weist jedoch aufgrund seines Herstellungsprozesses sowie seinem daraus resultierenden strukturellen Aufbau einen spezifisch anderen Bruchmechanismus auf als der Werkstoff Stahl, siehe auch Kapitel 2.1. Die zunehmende Schädigung und das Versagen von Beton bei statischer und dynamischer Beanspruchung sind durch die Entstehung und Ausbreitung von Rissen gekennzeichnet. Geeignete bruchmechanische Untersuchungen auf diesem Gebiet, die zur wirklichkeitsnahen Erfassung der Rissentwicklung erforderlich sind, wurden erst in jüngerer Zeit durchgeführt.

Die Notwendigkeit zur Schließung von Kenntnislücken auf dem Gebiet des Ermüdungsverhaltens von Beton ist unbestritten. Neuere Entwicklungen im konstruktiven Ingenieurbau, insbesondere die Fortschritte in der computergestützten Bemessung von Bauwerken und der zunehmende Einsatz von Hochleistungsbetonen, ermöglichen eine schlankere Bauweise (reduziertes Eigengewicht, zusätzliche Nutzflächen) und führen zu einer höheren Ausnutzung des Materials. Typische Beispiele für Betonkonstruktionen, die einer dynamischen oder zyklischen Beanspruchung unterworfen sind, sind Brücken, Hochhäuser, Türme, Kranbahnen, Flugzeuglandebahnen, Hochseekonstruktionen etc. Aber auch Altbauten können zunehmend einer zyklischen Beanspruchung durch sich ändernde Nutzungsbedingungen ausgesetzt werden [31].

Auch die Tatsache, dass relativ wenige Schäden bekannt sind, die eindeutig auf eine Betonermüdung zurückzuführen sind, mindert nicht die Bedeutung der Ermüdungsbeanspruchung. Korrosions- und ermüdungsbedingte Schädigungen können nicht immer klar unterschieden werden, so dass vielfach Schäden an Bauwerken der Korrosion zugeschrieben werden, die ebenso auf Ermüdung zurückzuführen sind. Des Weiteren sind die meisten Betonbauwerke erst in den letzten Jahrzehnten entstanden. Da Ermüdungsschädigungen häufig erst nach einer sehr langen Einwirkungsdauer zum Ende der Nutzungsdauer sichtbar werden, kann davon ausgegangen werden, dass eine Ermüdungsbeanspruchung, insbesondere auch im Hinblick auf die Dauerhaftigkeit von Betonbauwerken, in Zukunft eine immer wichtigere Rolle spielen wird.

Vor diesem Hintergrund und angesichts des bisherigen Kenntnisstandes verwundert es nicht, dass sowohl das RILEM-COMMITTEE 36 "Long Term Random Dynamic Loading of Concrete Structures" [157] als auch die CEB GENERAL TASK GROUP "Fatigue of Concrete Structures" [41] einen nach wie vor bestehenden, grundsätzlichen Untersuchungsbedarf zum Einfluss der zyklischen Beanspruchung auf das Bruchverhalten von Beton aufgezeigt haben. HOPKINS weist in [91] als Sprecher des ASTM-COMMITTEE E-8 "Fatigue and Fracture" neben den relevanten technischen Gesichtspunkten auch auf die ökonomischen Aspekte einer verbesserten, einheitlichen Ermüdungsbemessung hin.

Um die Sicherheit und die Wirtschaftlichkeit von Bauwerken unter zyklischen Beanspruchungen zu gewährleisten, sind zur Erfassung des Trag- und Verformungsverhaltens ferner entsprechende Materialmodelle für das Ermüdungsverhalten von Beton unverzichtbar. Wie aus neueren Untersuchungsergebnissen hervorgeht, gelten die bislang bekannten stoffgesetzlichen Beziehungen lediglich für Zugbeanspruchungen mit einer geringen Anzahl von Belastungszyklen, die für die Praxis meist von untergeordneter Bedeutung sind. Darüber hinaus bleiben wesentliche Einflussparameter außer Acht.

### 1.2 Zielsetzung

Das vorrangige Ziel der vorliegenden Arbeit besteht in der Entwicklung eines allgemeingültigen, auf bruchmechanischen Konzepten basierenden Stoffgesetzes zur Beschreibung des Ermüdungsverhaltens von Beton.

Die Kenntnis des Bruchverhaltens von Beton ist zur Entwicklung zutreffender Versagenshypothesen sowie zum Verständnis des Tragverhaltens einer Konstruktion unverzichtbar. Deshalb sind hierzu zunächst bruchmechanische Ermüdungsversuche notwendig, wobei zur Ableitung der relevanten Stoffkennwerte neben Dreipunktbiegezugversuchen mit und ohne Eigengewichtskompensation einachsige zyklische Zugversuche durchgeführt werden.

Da die Phänomenologie der Rissentwicklung bei einer Ermüdungsbeanspruchung bislang nicht eindeutig geklärt werden konnte, soll sie unter Verwendung der Schallemissionsanalyse und mittels fraktologischer Methoden studiert.

Aufbauend auf den Ergebnissen der bruchmechanischen und phänomenologischen Untersuchungen soll ein physikalisch begründetes Werkstoffmodell erarbeitet werden, auf dessen Grundlage die Formulierung eines Stoffgesetzes für Beton unter zyklischer Zugbeanspruchung und die Implementierung in ein FE-Programm angestrebt wird.

Anhand einer sich anschließenden numerischen Parameterstudie sollen praxisgerechte Beziehungen zur Beschreibung des Betonverhaltens unter Ermüdungsbeanspruchung hergeleitet werden, um die künftige Ermüdungsbemessung zutreffend und einfach zu ermöglichen.

### 1.3 Aufbau der Arbeit

Nach der Einführung in Kapitel 1 werden in Kapitel 2 zunächst mittels einer umfangreichen Literatursichtung die für die vorliegende Arbeit relevanten Grundlagen gelegt. Neben den Konzepten und Methoden der linear elastischen und der nichtlinearen Bruchmechanik werden die wesentlichen Definitionen zum Ermüdungsverhalten, die damit verbundene Mechanismen der Rissentwicklung und -ausbreitung sowie die wichtigsten Kenngrößen vorgestellt. Analyse und Diskussion der bislang entwickelten Materialmodelle sowie geeigneter numerischer Methoden werden ebenso dargelegt wie der derzeitige Stand zur Berücksichtigung von Ermüdungsnachweisen in nationale und internationale Regelwerke.

Die experimentellen Untersuchungen zur Bestimmung der mechanischen und bruchmechanischen Werkstoffkennwerte sind in Kapitel 3 dokumentiert. Dabei werden insbesondere der Einfluss der Lastspielzahl N, der Betongüte, der Nachbehandlungsmethode, der Verformungsgeschwindigkeit bzw. Belastungsfrequenz und der Unterspannung studiert.

Kapitel 4 umfasst die phänomenologischen Untersuchungen, wobei neben der versuchsbegleitenden Analyse des Rissfortschritts mittels Schallemissionsanalyse auch eine anschließende Vermessung der Betonbruchflächen und Auswertung mit fraktologischen Methoden vorgenommen wurde.

In Kapitel 5 werden die Ergebnisse der bruchmechanischen und phänomenologischen Untersuchungen eingehend diskutiert, insbesondere hinsichtlich der oben genannten Einflussparameter.

Aufbauend auf die Erkenntnisse der in den Kapiteln 3 bis 5 beschriebenen Untersuchungen wird in Kapitel 6 die Entwicklung eines neuen rheologisch-statistischen Werkstoffmodells vorgestellt. Auf der Grundlage dieses Werkstoffmodells wird ein Stoffgesetz abgeleitet, welches das Ermüdungsverhalten von Beton zutreffend beschreibt. Insbesondere werden in dem neu entwickelten Stoffgesetz erstmals die wichtigen zeitabhängigen Einflussparameter und die daraus resultierenden viskosen Vorgänge im Beton erfasst.

Kapitel 7 behandelt die durchgeführten numerischen Untersuchungen, welche zur Kalibrierung und zur Verifikation des neu entwickelten Stoffgesetzes notwendig waren. Das Schlusskapitel 8 fasst die wesentlichen Erkenntnisse aus der vorliegenden Arbeit zusammen und zeigt weitere offene wissenschaftliche Fragen auf dem Gebiet des Ermüdungsverhaltens von Beton auf.

# 2 Stand der Kenntnisse

### 2.1 Allgemeines

Das Materialverhalten von Beton lässt sich je nach Betrachtungsmaßstab unterschiedlich beschreiben. WITTMANN [216] definierte deshalb die drei Betrachtungsebenen – Mikro-, Mesound Makroebene. Die Mikroebene umfasst die Komponenten der Betonstruktur selbst als heterogene Gebilde unter Berücksichtigung der spannungs- und zeitabhängigen Änderungen. Die Normalzuschlagstoffe werden dabei in erster Näherung als rein elastisch betrachtet und die Zementsteinmatrix als im Allgemeinen aus den Hydratationsprodukten des Zementes, aus Poren, aus adsorbiertem und kapillarkondensiertem Wasser sowie aus Resten unhydratisierten Zementstein, Zuschlagstoffe, Poren und nicht gebundenes Wasser – als homogen idealisiert. Auf der Makroebene schließlich wird Beton als ein homogener Werkstoff mit globalen Verformungs- und Festigkeitseigenschaften betrachtet.

Die erwähnten Betrachtungsebenen beeinflussen maßgeblich die Analyse der Rissentwicklung und des Rissfortschrittes. In einer atomaren Größenordnung kann ein Bruchvorgang als eine thermodynamisch aktivierte Relativbewegung zweier Werkstoffpartikel betrachtet werden. Auf der Mesoebene werden Mechanismen wie Rissverzweigung, Rissarretierung, Rissuferüberbrückung und Rissuferverzahnung relevant. Auf der Makroebene kann ein Bruchverlauf lediglich durch die möglichst auf der feineren Betrachtungsebene hergeleiteten bruchmechanischen Stoffgesetze beschrieben werden.

Beton weist aufgrund der Hydratations- und Schwindvorgänge bereits vor einer äußeren Erstbelastung feine Mikrorisse, vorwiegend in der Kontaktzone zwischen den Zuschlagkörnern und der umgebenden Zementsteinmatrix, auf. Der Grund hierfür liegt in erster Linie an den im Zementstein ablaufenden chemischen und hygrischen Vorgängen, dem unterschiedlichen thermischen Verhalten der Zuschläge und der Zementsteinmatrix sowie der Anlagerung von freiem Wasser an den Korngrenzen [79, 224].

Die beschriebenen Mikrodefekte sowie das unterschiedliche Verformungsvermögen der Betonkomponenten bilden bei Anlegen einer äußeren Zugspannung Diskontinuitätsstellen. Das Auftreten dieser Diskontinuitätsstellen beeinflusst maßgeblich das Trag- und Verformungsverhaltens des Verbundwerkstoffes Beton, und zwar unabhängig von der äußeren Beanspruchung. Die im Rahmen einer Ermüdungsbeanspruchung auftretenden Besonderheiten werden in Abschnitt 2.4 sowie im Kapitel 5 erörtert. Im Folgenden wird eine Übersicht über das Tragverhalten von Beton bei Zug- sowie bei Zugermüdungsbeanspruchung gegeben. Dabei wird zunächst auf die Konzepte der linear elastischen und der nicht-linear elastischen Bruchmechanik zur Beschreibung der Rissentwicklung in Beton eingegangen. Nach einer kurzen Zusammenfassung der beim Rissfortschritt im Beton auftretenden Phänomene und Mechanismen wird in Abschnitt 2.5 das Ermüdungsverhalten von Beton näher charakterisiert. Das folgende Kapitel 2.6 ist das Ergebnis einer umfangreichen Sichtung der bislang durchgeführten bruchmechanischen Versuche an Beton unter monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung. Die gefundenen Zusammenhänge werden analysiert und bilden die Ausgangsbasis für die eigenen experimentellen Untersuchungen in Kapitel 3.

In Abschnitt 2.7 wird knapp auf die bei hochfestem Beton, bei Stahlbeton und Stahlfaserbeton im Vergleich zum unbewehrten normalfesten Beton zu berücksichtigenden Besonderheiten im Hinblick auf das Last-Verformungsverhalten eingegangen. Abschnitt 2.8 beinhaltet die wesentlichen bislang bekannten Materialmodelle und Stoffgesetze zum Ermüdungsverhalten von Beton und ist somit der Ausgangspunkt für das in Kapitel 6 hergeleitete eigene rheologisch-statistische Werkstoffmodell. Dieses hergeleitete Stoffgesetz wird in Kapitel 7 in einer numerischen Untersuchung angewendet, weswegen in Abschnitt 2.9 kurz die in diesem Zusammenhang benötigten numerischen Methoden erläutert werden.

Abschließend wird der Kenntnisstand in Bezug auf die bestehenden Normen, Richtlinien und Vorschriften zum Ermüdungsverhalten von Beton dargelegt.

### 2.2 Linear elastische Bruchmechanik

### 2.2.1 Allgemeines

Wie in Abschnitt 2.1 erwähnt, kann Beton auf der Mesoebene als ein inhomogener Werkstoff betrachtet werden. Wird eine äußere Beanspruchung auf den Werkstoff aufgebracht, ergeben sich an den Diskontinuitätsstellen Spannungskonzentrationen aufgrund der abgelenkten Spannungstrajektorien. Zur Erfassung dieser Spannungskonzentrationen in Beton können Konzepte der Bruchmechanik angewendet werden. Dabei ist der Anwendungsbereich der linear elastischen Bruchmechanik (LEFM, engl. linear elastic fracture mechanics) auf spröde bzw. quasispröde Werkstoffe mit einem scharfen Anriss, einer Risslänge in bestimmten Grenzen sowie einem ebenen Dehnungszustand (ausreichende Bauteildicke) beschränkt. Betonbauteile üblicher Größe erfüllen die genannten Anforderung nicht. Folglich kann das Trag- und Bruchverhalten dieser Betonbauteile nicht korrekt mit den Konzepten der LEFM beschrieben werden.

Im Folgenden werden dennoch die beiden grundlegenden Ansätze der LEFM dargelegt, da die im Weiteren angewendeten Konzepte der nicht-linearen Bruchmechanik (NLFM, engl. non-linear fracture mechanics) auf den beiden Versagenskriterien aus der LEFM – Spannungskriterium und Energiekriterium – aufbauen. Eine vollständige detaillierte Beschreibung der LEFM ist beispielsweise in [9, 27, 76, 106] enthalten.





Bei der Betrachtung von Relativbewegungen zweier Rissoberflächen zueinander wird gewöhnlich zwischen drei verschiedenen Rissöffnungsarten, abhängig vom Auftreten des spezifischen Spannungsfeldes in der unmittelbaren Nähe eines Risses, unterschieden (Abbildung 2.1). Die im Folgenden erläuterten bruchmechanischen Kenngrößen werden lediglich für Rissöffnungsart I (Modus I – reine Zugbeanspruchung) hergeleitet. Eine Übertragung auf Modus II (reine Schubbeanspruchung) und Modus III (Torsionsbeanspruchung) ist jedoch ohne Weiteres möglich [27].

#### 2.2.2 Energiekriterium

Wird ein spröder Werkstoff, der einen scharfen Riss aufweist, mit einer äußeren gleichmäßig verteilten Zugspannung beansprucht, so tritt in der Nähe der Rissspitze eine Spannung auf, deren Wert gegen unendlich strebt. Um dieses physikalisch unsinnige Ergebnis zu umgehen, führte GRIFFITH [75] bereits 1920 ein Energiekriterium ein. So setzt der Rissfortschritt erst ein, wenn die bei Anwachsen des Risses um den Betrag "da" freigesetzte elastische Verformungsenergie die zum Risswachstum notwendige Oberflächenenergie überschreitet.

Abbildung 2.2 zeigt eine unendlich ausgedehnte Scheibe mit einem scharfen Riss der Länge 2.a. Mit Hilfe der Energiebilanz zwischen der zur Bildung neuer Oberflächen notwendigen Energie

$$\frac{\mathrm{dW}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{da}} = 4 \cdot \gamma \tag{2.1}$$

und der bei Risswachstum freiwerdenden elastischen Energie

$$\frac{d(\Delta W_{\rm E})}{da} = \frac{2 \cdot \pi \cdot a \cdot \sigma_{\rm c}^{2}}{E}$$
(2.2)

ergibt sich nach Gleichsetzen von (2.1) und (2.2) für den ebenen Spannungszustand

$$\sigma_{\rm c} = \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma \cdot {\rm E}}{\pi \cdot {\rm a}}} \quad . \tag{2.3}$$

Dabei bezeichnet  $\sigma_c$  die kritische Spannung, ab der es zu einer Instabilität des Risswachstums kommt,  $\gamma$  die spezifische Oberflächenenergie und E den Elastizitätsmodul. Für den ebenen Dehnungszustand wird Gleichung (2.3) zusätzlich mit dem Faktor  $\sqrt{1/(1-v^2)}$  multipliziert, wobei v für die Querkontraktionszahl steht.



Abb. 2.2: Unendlich ausgedehnte Scheibe mit Zentralriss unter Zugbelastung

IRWIN [94] erweiterte Gleichung (2.3) um einen Energieanteil  $\gamma_p$ , der die für das Entstehen des instabilen Risswachstums notwendige plastische Arbeit berücksichtigt. Somit ergibt sich eine Größe

$$G_{Ic} = 2 \gamma + \gamma_p \quad , \tag{2.4}$$

welche alle für den instabilen Rissfortschritt verantwortlichen Energieanteile enthält und als kritische Energiefreisetzungsrate (engl. strain energy release rate) oder Risserweiterungskraft (engl. crack extension force) bezeichnet wird. G<sub>I</sub> kann auch wie folgt ausgedrückt werden:

$$G_{I} = -\frac{\partial U_{M}}{\partial A_{R}} \quad , \tag{2.5}$$

mit U<sub>M</sub> als mechanische Energie und A<sub>R</sub> als Rissfläche.

#### 2.2.3 Spannungsintensitätskriterium

Ein zweiter Ansatz basiert auf der Spannungsintensität. Betrachtet man das elastische Spannungsfeld in der Umgebung einer Rissspitze, ergibt sich für die unendlich ausgedehnte Scheibe unter Zugbelastung die Beziehung

$$K_{I} = \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \qquad , \qquad (2.6)$$

in der  $K_I$  für den Spannungsintensitätsfaktor steht. Ähnlich wie für die Energiefreisetzungsrate  $G_{Ic}$  ergibt sich für den Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  ein kritischer Wert  $K_{Ic}$ , welcher auch als Bruchzähigkeit (engl. fracture toughness) bezeichnet wird. Somit entspricht  $K_{Ic}$  sowohl einer Materialgröße (Widerstand des Materials gegen Rissfortschritt) als auch einem Maß für das Spannungsfeld in der Nähe einer Rissspitze, welches von äußeren Einwirkungen verursacht wird. Wie im Weiteren gezeigt wird, ist  $K_{Ic}$  jedoch insbesondere von der Probengröße abhängig (vgl. Abschnitt 2.6). Die Bezeichnung Materialgröße ist also für den Werkstoff Beton nicht zutreffend.

Durch Auflösen von (2.6) nach  $\sigma$  und Gleichsetzen mit (2.3) unter Verwendung von (2.4) ergibt sich folgende Beziehung zwischen K<sub>Ic</sub> und G<sub>Ic</sub>:

$$K_{Ic} = \sqrt{G_{Ic}E} \quad . \tag{2.7}$$

Die Gleichungen (2.3), (2.6) und (2.7) gelten durch Erweiterung um eine geometrieabhängige Korrekturfunktion F(a/d), mit d = Breite des angerissenen Querschnitts, auch für andere Kerbfälle.

### 2.3 Nicht-linear elastische Bruchmechanik

### 2.3.1 Allgemeines

Wie in den vorangegangenen Abschnitten erwähnt, sind insbesondere ein annähernd linear elastisches Materialverhalten sowie spannungsfreie neue Rissoberflächen Voraussetzung für die Anwendung der Sprödbruchtheorie (LEFM). Aufgrund von Mechanismen wie der Kornverzahnung, Rissüberbrückung etc. sind diese Forderungen bei Beton in der Regel jedoch nicht erfüllt. Die Sprödbruchtheorie ist lediglich für Bauteile aus Massenbeton mit ausreichend großen Abmessungen anwendbar, da dort die Zone, in welcher die Rissbildung zwar schon begonnen hat, aber noch nicht abgeschlossen ist, relativ gesehen zur Abmessung klein ist. Diese Zone wird für den Werkstoff Beton mit Bruchprozesszone (FPZ, engl. fracture process zone) bezeichnet.

Als Kennwert zur Anwendung der LEFM-Konzepte wird häufig ein Vergleich der charakteristischen Länge des Werkstoffes  $l_{ch}$  (vgl. Gleichung (2.27) in Abschnitt 2.3.7) mit der Risslänge a herangezogen. Die charakteristische Länge  $l_{ch}$  wird hier als Maß für die Größe der Bruchprozesszone verwendet und sollte zur uneingeschränkten Anwendung der LEFM ca. 20 bis 50% der Risslänge nicht überschreiten [17, 87]. Bei Betrachtung einer "korrigierten" Risslänge  $a_{korr} = a + 0,2 \cdot l_{ch}$  kann die LEFM auch bei Risslängen größer als annähernd  $l_{ch}$  angewendet werden.

Um jedoch auch Betonbauteile mit gebräuchlichen Abmessungen mit bruchmechanischen Kenngrößen zu beschreiben, wurden nichtlineare Konzepte entwickelt. Die Übergänge zur LEFM sind dabei teilweise fließend. Generell lassen sich die Modellvorstellungen der NLFM in die Konzepte des äquivalenten elastischen Risses sowie in die so genannten Kohäsionsrissmodelle einteilen. Zur ersten Gruppe zählen insbesondere das Two Parameter Model nach JENQ und SHAH [98] in Abschnitt 2.3.3, das auf der in Abschnitt 2.3.2 erläuterten Compliance-Methode aufbaut, sowie das Size Effect Model nach BAŽANT [13, 21] (Abschnitt 2.3.5). Die Kohäsionsrissmodelle gehen von einer Spannungsübertragung über den Riss aus und werden in Abschnitt 2.3.7 näher beschrieben.

### 2.3.2 Compliance-Methode

Die Compliance-Methode stellt ein experimentelles Verfahren zur Bestimmung der Energiefreisetzungsrate  $G_I$  dar, kann aber auch zur Ermittlung der aktuellen Risslänge eingesetzt werden. Abbildung 2.3 zeigt eine Probe unter axialer Zugbeanspruchung. Im Gegensatz zu Abbildung 2.2 handelt es sich hier um eine Probe mit endlichen Abmessungen. Die Dicke der Probe beträgt '1', die übrigen Abmessungen können der Abbildung entnommen werden. Die in der Probe gespeicherte elastische Energie ergibt sich zu

$$U(F) = \frac{1}{2} \cdot F \cdot \Delta l \quad . \tag{2.8}$$

Sind beide Enden der Probe fest eingespannt und vergrößert sich der Riss infolge F um  $2 \cdot da$ , sinkt die die Probe belastende Kraft auf einen Wert F' = F - dF ab. Die elastische Energie ergibt sich nun zu

$$U(F') = \frac{1}{2} \cdot (F - dF) \cdot \Delta 1$$
 (2.9)

Die Differenz aus Gleichung (2.8) und Gleichung (2.9),

$$dU = \frac{1}{2} \cdot dF \cdot \Delta l \quad , \tag{2.10}$$

stellt die elastische Energieänderung dar, die in Abbildung 2.3, rechts durch die schraffierte Fläche gekennzeichnet ist. Die elastische Energieänderung dU ist dabei äquivalent zum bezogenen freigesetzten Potential  $-d\Pi$ , welches sich wiederum aus der Addition aus dem äußeren Potential  $\Pi^a = -F \cdot \Delta l$  und dem inneren Potential  $\Pi^i = \frac{1}{2} \cdot F \cdot \Delta l$  ergibt.



Abb. 2.3:Probe mit Innenriss unter einachsiger Zugbeanspruchung (links) und elastische<br/>Energieänderung infolge des Rissfortschritts (rechts)

Formuliert man das Hooke'sche Gesetz mit Hilfe der Änderung der Nachgiebigkeit (Compliance) C als Reziprokwert der Hooke'schen Konstanten  $D = E \cdot A/l$  mit E = Elastizi-tätsmodul und A = maßgebende Querschnittsfläche, ergibt sich

$$F = \frac{1}{C} \cdot \Delta l \quad . \tag{2.11}$$

Mit dem vollständigen Differential für F und der Annahme einer festen Einspannung ( $\Delta l = const.$ ) erhält man aus Gleichung (2.10) die Beziehung

$$-d\Pi = dU = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta l^2}{C^2} \cdot dC \quad . \tag{2.12}$$

Mit Gleichung (2.11) und dem experimentell ermittelten Rissfortschritt  $2 \cdot da = d(2a)$  ergibt sich die Definition für die Energiefreisetzungsrate G<sub>I</sub> zu

$$G_1 = \frac{1}{2} \cdot F^2 \cdot \frac{dC}{d(2a)} \quad . \tag{2.13}$$

Der in Gleichung (2.13) hergeleitete Zusammenhang ist unabhängig von der Art der Belastung sowie der Rissgeometrie [76]. Anstelle der angenommenen Einspannung könnte beispielsweise auch die aufgebrachte Kraft F konstant gehalten werden.

#### 2.3.3 Two Parameter Model von Jenq und Shah

Eine Anwendung der Compliance-Methode stellt das Two Parameter Model von JENQ und SHAH [98] dar. Die zwei relevanten Parameter sind der Spannungsintensitätsfaktor K<sub>I</sub> (vgl. Gleichung (2.6) mit Berücksichtigung der Formfunktion F(a/d)) und die Rissspitzenöffnung CTOD (engl. crack tip opening displacement) an der Kerbwurzel. Das Bruchkriterium des Two Parameter Model ist nur erfüllt, wenn beide Parameter gleichzeitig einen kritischen Wert  $K_{Ic}^{s}$  beziehungsweise CTOD<sub>c</sub> erreichen. Nach Überschreiten der kritischen Risslänge a<sub>c</sub> kommt es zum instabilen Risswachstum.

Die experimentelle Bestimmung der für das Two Parameter Model notwendigen Stoffkennwerte kann anhand eines Dreipunkt-Biegezugversuches mittels der in Abschnitt 2.3.2 erläuterten Compliance-Methode geschehen [159]. Dabei wird ein verformungsgeregelter BieBiegezugversuch bis zu einem Lastniveau von ca. 95 % der Festigkeit nach Überschreiten der Maximallast belastet und anschließend entlastet (siehe Abbildung 2.4).



Abb. 2.4: Versuchsaufbau, Probengeometrie und typischer Kraft-Rissöffnungsverlauf nach [159]

Der Elastizitätsmodul E lässt sich nach Gleichung (2.14) bestimmen

$$E = \frac{6 \cdot s \cdot a_0 \cdot V_1(\alpha_0)}{C_i \cdot d^2 \cdot b} , \qquad (2.14)$$

wobei C<sub>i</sub> die Anfangsnachgiebigkeit bei Belastungsbeginn (engl. initial compliance) ist (siehe auch Abbildung 2.4). Die Formfunktion V<sub>1</sub>( $\alpha_0$ ) lässt sich aus der linear elastischen Bruchmechanik herleiten (z. B. [193]),  $\alpha_0$  beschreibt das Verhältnis zwischen der Anfangskerbtiefe a<sub>0</sub> und der Balkenhöhe d unter Berücksichtigung des Wegaufnehmerabstandes HO durch  $\alpha_0 = (a_0+HO)/(d+HO)$ . Die Definition der geometrischen Größen kann Abbildung 2.4 entnommen werden.

Die kritische effektive Risslänge  $a_c$ , die sich aus der Anfangsrisslänge  $a_0$  und dem stabilen Risszuwachs bei Erreichen der Maximallast zusammensetzt, lässt sich mit Hilfe des durch Gleichung (2.14) berechneten E-Moduls und der Entlastungsnachgiebigkeit C<sub>u</sub> (engl. unloading compliance, siehe Abbildung 2.4) durch Iteration aus (2.15) bestimmen:

$$E = \frac{6 \cdot s \cdot a_{c} \cdot V_{l}(\alpha)}{C_{u} \cdot d^{2} \cdot b}$$
(2.15)

Die Formfunktion  $V_1(\alpha)$  berücksichtigt dabei den Rissfortschritt des äquivalenten elastischen Risses durch  $\alpha = (a+HO)/(d+HO)$ .

Der kritische Spannungsintensitätsfaktor K<sup>s</sup><sub>Ic</sub> wird aus

$$K_{Ic}^{s} = \frac{3}{2} \cdot \frac{F_{max} \cdot s}{d^{2} \cdot b} \cdot \sqrt{\pi \cdot a_{c}} \cdot F(\alpha)$$
(2.16)

berechnet, wobei in  $F_{max}$  bereits das Eigengewicht des Biegebalkens berücksichtigt ist. Die nach der LEFM zu bestimmende Formfunktion  $F(\alpha)$  ist abhängig vom Verhältnis zwischen der äquivalenten elastischen Risslänge  $a_c$  und der Balkenhöhe d und ist nicht mit der Formfunktion  $V_1(\alpha)$  identisch.

Die kritische Rissspitzenöffnung  $CTOD_c$  schließlich kann nach Gleichung (2.17) berechnet werden:

$$CTOD_{c} = \frac{6 \cdot F_{max} \cdot s \cdot a_{c} \cdot V_{1}(\alpha)}{E \cdot d^{2} \cdot b} \cdot \sqrt{(1-\beta)^{2} + (1,081-1,149 \cdot \alpha) \cdot (\beta-\beta^{2})}$$
(2.17)

mit  $\alpha = a_c/d$  und  $\beta = a_0/a_c$ .

Kombiniert mit dem Elastizitätsmodul E ergibt sich aus den beiden Grenzwerten des Two Parameter Model die kritische Materiallänge Q in Analogie zur charakteristischen Länge eines Werkstoffes  $l_{ch}$  (vgl. Abschnitt 2.3.1 und Gleichung (2.27) in Abschnitt 2.3.7) als Parameter zur Bestimmung der Sprödigkeit:

$$Q = \left(\frac{E \cdot CTOD_{c}}{K_{lc}^{s}}\right)^{2}$$
(2.18)

Kleine Werte für Q zeigen eine hohe Sprödigkeit des Materials an.

Verschiedene Testreihen wurden durchgeführt, um das Two Parameter Model von JENQ und SHAH zu verifizieren [28, 161, 173]. Danach kann der kritische Spannungsintensitätsfaktor  $K_{Ic}^{s}$  als weitgehend unabhängig von der Prüfkörpergröße betrachtet werden, nicht jedoch CTOD<sub>c</sub>. MECHTCHERINE hat in [124] dargelegt, dass bei kritischer Betrachtung der Einzelergebnisse auch der  $K_{Ic}^{s}$ -Wert mit zunehmender Prüfkörpergröße sowie mit abnehmender relativer Kerbtiefe deutlich erkennbar ansteigt. Diese Feststellungen stehen im Gegensatz zum den Voraussetzungen bei der Herleitung des vorgestellten Modells und sind damit der Hauptkritikpunkt am Two Parameter Model. Des Weiteren liegen die in [161] nach Gleichung (2.18) ermittelten Sprödigkeitswerte für hochfeste Betone deutlich über den entsprechenden Werten für Normalbetone und widersprechen somit den experimentellen Beobachtungen.

### 2.3.4 R-Kurven-Konzept

Die kritische Energiefreisetzungsrate  $G_{Ic}$  in Gleichung (2.4) wird häufig auch als Risserweiterungskraft G je Längeneinheit des Risses verstanden, die zu einem instabilen Risswachstum an der Rissspitze führt. Dem entgegen wirkt die Risswiderstandskraft R des belasteten Materials. Das Kriterium für instabiles Risswachstum ergibt sich somit aus der Bedingung G = R und dG/da = dR/da. Folgende Unterteilungen der R-Kurve (engl.: resistance curve) werden dabei nach [26] vorgenommen, siehe auch Abbildung 2.5:

- <u>Bereich A B</u>: Der Risswiderstand ist größer als die beim Rissfortschritt maximal freiwerdende Energie. Die Spannung σ kann bei gleich bleibender Risslänge gesteigert werden.
- <u>Bereich B C</u>: Der Risswiderstand bleibt nach wie vor größer als die beim Rissfortschritt freiwerdende Energie. Wird die Spannung  $\sigma$  weiter gesteigert, kommt es zu einem stabilen Risswachstum.
- <u>Bereich C D:</u> Bei weiterem Rissfortschritt wird der Risswiderstand kleiner als die freiwerdende Energie. Da dies energetisch nicht möglich ist, kommt es zu instabilem Rissfortschritt.



Abb. 2.5: *R-Kurven zur Bestimmung der kritischen Risserweiterungskraft G*c

Abbildung 2.5 verdeutlicht das R-Kurven-Konzept. Die für zwei Anfangslängen jeweils dargestellte G-Kurve wird dabei nach Gleichung (2.3) und (2.4) ermittelt, mit der Risslänge a als variablem Laufparameter. R-Kurven werden ebenfalls nach den Gln. (2.3) und (2.4) bestimmt, nun aber mit Spannung  $\sigma$  als Variable zur Bestimmung des jeweiligen Risszuwachses  $\Delta a$ . Die beiden dargestellten R-Kurven unterscheiden sich durch unterschiedliche Anfangsrisslängen  $a_{01}$  und  $a_{02}$ . Mit steigender Risslänge ergibt sich also bei konstantem Verhältnis von Ausgangsrisslänge zu Probenhöhe eine größere kritische Risserweiterungskraft. Werden alle zu einer jeweiligen Risslänge  $a_0$  gehörigen R-Kurven zusammen geschoben, entsteht eine R-Kurve als Einhüllende aller G<sub>c</sub>-Werte in Abhängigkeit von  $\Delta a$  (siehe Abbildung 2.6). Der Verlauf der G-Kurve in Abbildung 2.6 wandert dabei mit zunehmender Probenhöhe nach rechts.



Abb. 2.6: *R-Kurve als Einhüllende aller G<sub>c</sub>-Werte für verschiedene Probenhöhen* 

Die in Abbildung 2.6 dargestellte R-Kurve dient zur Bestimmung der Bruchenergie  $G_f$ , der sich die R-Kurve für  $\Delta a$  gegen unendlich asymptotisch nähert. Danach ist die Bruchenergie  $G_f$  die für den Rissfortschritt in einem unendlich großen Körper notwendige Energie. Die in Abschnitt 2.3.2 vorgestellte Compliance-Methode kann dabei zur rechnerischen Abschätzung des Risszuwachses da bzw.  $\Delta a$  herangezogen werden.

### 2.3.5 Size Effect Law von Bažant

Die ursprüngliche Form des Size Effect Law (SEL) von BAŽANT [21] beschreibt den Übergang des Versagenskriteriums zwischen Modellen, die allein auf die Festigkeit eines Werkstoffes abheben (engl. strength of material = SOM), und Modellen, deren Versagenskriterium sich auf der Grundlage der linear elastischen Bruchmechanik (LEFM, vgl. Abschnitt 2.2) ergibt. Die nominale Spannung (kritische Spannung)  $\sigma_N$  zum Zeitpunkt des Versagens ist nach [21] durch

$$\sigma_{\rm N} = \frac{{\rm B} \cdot {\rm f}_{\rm t}}{\sqrt{1 + \frac{{\rm d}}{\lambda_0 \cdot {\rm d}_{\rm max}}}}$$
(2.19)

gegeben, mit d = maßgebende Probengröße,  $d_{max}$  = maximale Korngröße,  $f_t$  = Zugfestigkeit sowie B und  $\lambda_0$  = empirische Konstanten.

Nach dem SEL wird die Lastaufnahmekapazität für kleine Probenabmessungen relativ zur Zuschlagsgröße durch das Festigkeitskriterium (SOM-Kriterium) in der Form  $\lim_{d\to 0} \sigma_N = B \cdot f_t$  bestimmt, für große Probenabmessungen ist das LEFM-Modell durch  $\lim_{d\to\infty} \sigma_N = B \cdot f_t / \sqrt{d/\lambda_0 \cdot d_{max}}$  maßgebend (siehe auch Abbildung 2.7).

BAŽANT definiert analog zu JENQ und SHAH (Gleichung (2.18) in Abschnitt 2.3.3) und HILLERBORG et al. (Gleichung (2.27) in Abschnitt 2.3.7) einen Kennwert zur Charakterisierung der Sprödigkeit durch Gleichung (2.20):

$$\beta = \frac{d}{\lambda_0 \cdot d_{\max}}$$
(2.20)

Die Sprödigkeitszahl  $\beta$  nimmt am Schnittpunkt der asymptotischen Lösungen der genannten Versagenskriterien gerade den Wert 1 an. Der für die Praxis relevante Übergangsbereich zwischen SOM und LEFM ist durch ein allmähliches Ineinanderübergehen gekennzeichnet und wird durch die nicht-lineare Bruchmechanik (NLFM) beschrieben (Abbildung 2.7).



Abb. 2.7: Der Größeneffekt nach dem Size Effect Law in Anlehnung an [21]

Die Weiterentwicklung des SEL durch BAŽANT und KAZEMI [13] führte durch die Einführung der beiden bruchmechanischen Kenngrößen Bruchenergie G<sub>f</sub> und effektive kritische Rissausdehnung c<sub>f</sub> zum Size Effect Model (SEM). Die nominale Spannung (kritische Spannung)  $\sigma_N$  zum Zeitpunkt des Versagens ist nun durch Gleichung (2.21) gegeben:

$$\sigma_{\rm N} = c_{\rm n} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot G_{\rm f}}{g'(\alpha_0) \cdot c_{\rm f} + g(\alpha_0) \cdot d}} \quad , \qquad (2.21)$$

mit  $c_n = 3/2 \cdot (1/d)$  beim Einfeldbalken für eine rein elastische bzw.  $c_n = (1/d)$  für eine plastische Biegespannungsverteilung (rechteckige Spannungsverteilung),  $g(\alpha_0)$  bzw.  $g'(\alpha_0) =$  Funktion und zugehörige Ableitung nach der Kerbtiefe  $\alpha$  zur Berücksichtigung der Probengeometrie in Abhängigkeit von der relativen Anfangskerbtiefe  $\alpha_0 = a_0/d$ , d = maßgebende Probengröße.

Die Bruchenergie  $G_f$  ist als diejenige Energie definiert, die für einen stabilen Rissfortschritt in einem unendlich großen Körper aufgewendet wird, vergleiche Abbildung 2.6. Der wesentliche Vorteil des SEM liegt in erster Linie darin, dass im Vergleich z. B. zum Two Parameter Model nach JENQ und SHAH (vgl. Abschnitt 2.3.3) zur experimentellen Bestimmung der beiden bruchmechanischen Parameter  $G_f$  und  $c_f$  lediglich die Bestimmung der Maximallasten bei geometrisch ähnlichen Prüfkörpern notwendig ist. Auf die versuchstechnisch ungleich aufwendigere Erfassung des Entfestigungsverhaltens nach Überschreiten der maximal ertragbaren Last kann verzichtet werden. Die Bruchenergie  $G_f$  ergibt sich aus Gleichung (2.22):

$$G_{f} = \frac{g(\alpha_{0})}{E \cdot A} \quad , \qquad (2.22)$$

mit der dimensionslosen Energiefreisetzungsrate  $g(\alpha_0) = (s/d)^2 \cdot \pi \cdot \alpha_0 \cdot [1, 5 \cdot F(\alpha_0)]^2$ , wobei s = Stützweite, d = Balkenhöhe,  $\alpha_0 = a_{0i}/d_i$  = konstante relative Anfangskerbtiefe und  $F(\alpha_0)$  = Formfunktion nach der linear elastischen Bruchmechanik. Der Parameter A in Gleichung (2.22) lässt sich in einem  $(b \cdot d/F)^2$ -d-Diagramm (in [MPa<sup>-2</sup>; mm]) als Steigung der Regressionsgeraden (A) experimentell bestimmen.

Die effektive kritische Rissausdehnung  $c_f$  als Maß für die Bruchprozesszone entspricht nach [160] der Länge eines äquivalenten linear elastischen Risses, der die gleiche Entlastungsnachgiebigkeit aufweist wie der aktuell vorhandene Riss in einem unendlich großen Prüfkörper bei Erreichen der Maximallast. Sie lässt sich nach Gleichung (2.23) bestimmen:

$$c_{f} = \frac{g(\alpha_{0})}{g'(\alpha_{0})} \cdot \frac{C}{A}$$
(2.23)

Die Parameter C und A in Gleichung (2.23) ergeben sich in einem  $(b \cdot d/F)^2$ -d-Diagramm als Ordinatenabschnitt (C) bzw. als Steigung der Regressionsgeraden (A).

Allerdings weisen bereits BAŽANT und KAZEMI in [13] darauf hin, dass gerade die exakte Bestimmung der effektiven kritischen Rissausdehnung c<sub>f</sub> starken Streuungen unterworfen ist. Als weiterer Nachteil der SEM erweist sich die Beschränkung auf gekerbte Prüfkörper, die zudem bezüglich der Bauteilabmessungen proportionale Materialdefekte aufweisen müssen. Zur Überwindung dieser Einschränkung wurde von BAŽANT und LI in [14] ein so genanntes universelles Size Effect Law vorgeschlagen, das allerdings wiederum aufgrund der häufigeren Anwendung der Ableitungsfunktionen g'( $\alpha_0$ ) und g''( $\alpha_0$ ) eine erhöhte statistische Unsicherheit in Bezug auf die experimentelle Bestimmung der beschreibenden Parameter aufweist.

#### 2.3.6 Multifractal Scaling Law von Carpinteri

CARPINTERI [38] beschreibt die kritische Spannung ähnlich wie BAŽANT in Abhängigkeit von der Probengröße mit Hilfe der Methoden der fraktalen Geometrie (siehe hierzu auch Kapitel 4.2). Das von CARPINTERI entwickelte Multifractal Scaling Law (MFSL) geht dabei von einem mit tieferer Betrachtungsebene zunehmendem Grad der Heterogenität der Betonstruktur aus, siehe auch Abschnitt 2.1. Die nominale Zugfestigkeit auf der Makroebene  $\sigma_{N,M}$  ergibt sich nach Gleichung (2.24) zu

$$\sigma_{N,M} = \sigma_N^* \cdot \left(\frac{d^{2-d_{\sigma}}}{d^2}\right) = \sigma_N^* \cdot d^{D-2} \quad , \qquad (2.24)$$

wobei  $\sigma_N^* =$  lokale Zugfestigkeit auf der Meso- bzw. Mikroebene, d = maßgebende Probengröße,  $d_{\sigma} = 2 - D > 0 =$  fraktales Dekrement und D = fraktale Dimension. Mit Einführung der charakteristischen internen Materiallänge  $l_{ch}^{MFSL}$  zur Beschreibung der Sprödigkeit und den Randbedingungen, dass sich für unendlich große Bauteilabmessungen das SOM-Kriterium und für Betrachtungen auf der Mikroebene das LEFM-Kriterium anwenden lässt (vergleiche Abschnitt 2.3.5), kann Gleichung (2.24) umgeschrieben werden [35]:

$$\sigma_{\rm N} = f_{\rm t}^{\infty} \cdot \left(1 + \frac{l_{\rm ch}^{\rm MFSL}}{d}\right)^{\frac{1}{2}} \quad , \qquad (2.25)$$

wobei  $f_t^{\infty}$  in (2.25) die Zugfestigkeit in einem unendlich ausgedehnten Prüfkörper beschreibt.

In einer doppellogarithmischen log  $\sigma_N$ -log d-Darstellung in Abbildung 2.8 ergibt sich für das MFSL, ähnlich wie in Abbildung 2.7 für das SEL, ein kontinuierlicher Übergang zwischen den beiden asymptotischen Grenzzuständen, wobei im Gegensatz zum SEL der durch das MFSL beschriebene Übergang nun konkav aussieht. Dies zeigt anschaulich den unterschiedlichen Ansatz der beiden Maßstabsgesetze, die jedoch im baupraktisch relevanten Bereich bei Ableitung der jeweiligen Gesetzmäßigkeiten aus den gleichen Versuchsdaten eine gute Übereinstimmung erzielen [33].



Abb. 2.8: Der Größeneffekt nach dem Multifractal Scaling Law in Anlehnung an [35]

Der Schnittpunkt zwischen den beiden Randbedingungen ergibt gerade den logarithmischen Wert der charakteristischen internen Materiallänge log  $l_{ch}^{MFSL}$ . Die für  $l_{ch}^{MFSL}$  zu erwartenden Werte weisen allerdings im Vergleich zu den oben genannten Kenngrößen zur Charakterisierung der Sprödigkeit (Q,  $\beta$ ,  $l_{ch}$  in den Gleichungen (2.18), (2.20), (2.27)) eine deutlich größere Streuung auf [33].

### 2.3.7 Kohäsionsrissmodelle

Schon frühzeitig erkannte man in Untersuchungen über das Materialverhalten von Beton, dass Rissbildung und Rissfortschritt bei einer Modellbildung für alle Belastungsfälle in Betracht gezogen werden müssen. Mit Einführung der in Abschnitt 2.2 erläuterten Konzepte der Bruchmechanik in Modelle für Beton konnten erste Regeln für den Rissfortschritt gefunden werden, die die bis dahin auf empirischen Daten basierende Forschung ablösten. Im Folgenden werden kurz die wesentlichen Ansätze der entwickelten Modelle bis zum Fictitious Crack Model (FCM) von HILLERBORG et al. [86] und zum Crack Band Model (CBM) nach BAŽANT und OH [15] aufgezeigt, die die beiden wichtigsten Kohäsionsrissmodelle sind.
Der Energy Balanced Approach greift die Konzepte der LEFM direkt auf. Wenn die freigesetzte Energie größer oder gleich der für den Rissfortschritt notwendigen Energie ist, schreitet der Riss fort. Allerdings kann mit diesem Ansatz aufgrund der noch vorhandenen Spannungssingularität an der Risspitze die Rissbildung selbst nicht erklärt werden [170].

Beim DUGDALE-Modell nimmt man an, dass es in der Nähe der Risswurzel eine plastische Zone gibt. Innerhalb dieser Zone wirkt eine Spannung der gleichen Größe wie die Fließspannung  $\sigma_{Y}$  bei Stahl über die eigentlich geöffnete Zone (engl. visible crack) hinweg [59].

Das BARENBLATT-Modell ist ähnlich aufgebaut wie das DUGDALE-Modell. Es ist jedoch dadurch erweitert, dass die Spannungen in Abhängigkeit von den Verformungen angegeben werden [8].

HILLERBORG et al. führen in [86] erstmals den Begriff der "fiktiven" Rissöffnung in der Anwendung auf den Werkstoff Beton ein. Durch die erweiterte Berücksichtigung der nichtlinearen Verformungsanteile vor der eigentlichen Rissspitze – für Beton ist hier der Begriff Bruchprozesszone zutreffend – weicht das Fictitious Crack Model (FCM) von HILLERBORG et al. von den oben genannten Modellen für linear elastische und elastoplastische Materialien ab.



Abb. 2.9:Spannungsübertragung über einen Riss hinweg in einem senkrecht zum Riss bean-<br/>spruchten Betonkörper nach dem Konzept der Kohäsionsrissmodelle

Abbildung 2.9 zeigt die für Kohäsionsrissmodelle entscheidende Annahme, dass über einen bereits geöffneten Riss aufgrund von Materialbrücken und Rissuferverzahnung noch Spannungen senkrecht zu den Rissufern übertragen werden können. Die Spannungen nehmen dabei mit zunehmender Rissöffnung w stets ab, so dass man von einem Entfestigungsverhalten sprechen kann. Sobald die Spannung an der Risswurzel die Zugfestigkeit f<sub>t</sub> erreicht, schreitet der Riss fort.



**Abb. 2.10:** *Die additive Zerlegung der Spannungs-Verformungskurve nach HILLERBORG et al.* 

Abbildung 2.10 zeigt die nach HILLERBORG et al. vorgenommene additive Zerlegung der Spannungs-Verformungsbeziehung in eine  $\sigma$ - $\epsilon$ -Beziehung für den ungerissenen Betonanteil und eine  $\sigma$ -w-Beziehung für den Kohäsionsriss. Die kritische Rissbreite w<sub>c</sub> gibt diejenige Rissöffnung an, bei der keine Zugspannung mehr über den Riss übertragen werden kann. Die  $\sigma$ - $\epsilon$ -Beziehung wird in der Regel als linear elastisch beschrieben, kann aber auch als nichtlinear elastisch angenommen werden. Die Abnahme der Spannung  $\sigma$  mit der Rissbreite w wird nach HILLERBORG et al. vereinfacht mit einem linearen Verlauf beschrieben. Andere Vorschläge zur Beschreibung der  $\sigma$ -w-Beziehung reichen von bi- und multilinearen Ansätzen bis zu verschiedenen Exponentialfunktionen, wie Abbildung 2.11 verdeutlicht.



Abb. 2.11: Vorschläge zur Beschreibung der  $\sigma$ -w-Beziehung

Die Fläche unter der beschriebenen  $\sigma$ -w-Kurve stellt dabei diejenige Energie dar, die für die Rissöffnung erforderlich ist. Mathematisch wird die Bruchenergie G<sub>F</sub> durch

$$G_{\rm F} = \int_{0}^{w_{\rm c}} \sigma \, \mathrm{d}w \tag{2.26}$$

ausgedrückt. Mit der Annahme eines linearen Verlaufs der  $\sigma$ -w-Kurve ergibt sich für die maximale Rissöffnung w<sub>c</sub> = 2·G<sub>F</sub>/f<sub>t</sub>.

Mit dem FCM ist es nun erstmals möglich, nicht nur das Risswachstum zu beschreiben, sondern auch die Rissbildung selbst zu erklären. Ein Riss bildet sich dann aus, wenn die vorhandene Zugspannung  $\sigma$  die Zugfestigkeit f<sub>t</sub> erreicht. Damit wird sowohl für die Rissbildung (Entstehung des Erstrisses) als auch für den Rissfortschritt das gleiche Kriterium verwendet.

HILLERBORG et al. geben in [86] außerdem einen Indikator für die Sprödigkeit des Materials an, nämlich die charakteristische Länge  $l_{ch}$ . Sie setzt sich nur aus Materialkenngrößen zusammen, in der Form

$$l_{\rm ch} = \frac{E \cdot G_{\rm F}}{f_{\rm t}^2} \quad . \tag{2.27}$$

Sie entspricht nach [148] der halben Länge einer auf zentrischen Zug beanspruchten Probe, die während des Bruches so viel gespeicherte elastische Verformungsenergie freisetzt, wie zur vollständigen Trennung der beiden Rissufer notwendig ist. Kleine l<sub>ch</sub>-Werte weisen auf eine hohe Sprödigkeit hin.

Die Lokalisierung des zur Trennung der Zugprobe in zwei Hälften führenden Makrorisses im Beton findet jedoch nicht auf einem unendlich schmalen Pfad statt. Deshalb kann, insbesondere im Hinblick auf eine numerische Umsetzung (vgl. Abschnitt 2.9), ein Rissband definiert werden, über dessen Breite die Rissdeformationen "verschmiert" werden (engl. smeared crack). Dieses auf BAŽANT und OH [15] zurückgehende Konzept führte zum Crack Band Model (CBM) und weist im Vergleich zum FCM den Vorteil auf, dass es in der numerischen Anwendung lediglich auf Dehnungen basiert, ein Übergang von Dehnungen auf Rissöffnungen ist nicht notwendig. Innerhalb der Rissbandbreite lässt sich die Dehnung jedes Punktes  $\varepsilon_R$  nach Gleichung (2.28) bestimmen:

$$\varepsilon_{\rm R} = \varepsilon + \frac{\rm W}{\rm h} \quad , \tag{2.28}$$

wobei w =  $\Delta l - l \cdot \epsilon$  = Gesamtverformung des Rissbandes,  $\Delta l$  = Gesamtverformung einer Messstelle,  $l \cdot \epsilon$  = elastische Verformung innerhalb einer Messstelle, l = Messlänge und h = Rissbandbreite.

Obwohl beide Modelle – FCM und CBM – aufgrund der variablen Rissbandbreite mathematisch ineinander überführt werden können, weichen die mittels der beiden Modelle erhaltenen Ergebnisse möglicherweise leicht von einander ab. Dies ist insbesondere darauf zurückzuführen, dass die Rissbedingungen im FCM nur an einer Stelle, beim CBM jedoch über die gesamte Rissbandbreite h erfüllt sein müssen.

Zur Ermittlung der für die Kohäsionsrissmodelle notwendigen Eingabeparameter – die einachsige Zugfestigkeit, der Elastizitätsmodul, die Bruchenergie sowie der Verlauf der Spannungs-Rissöffnungsbeziehung – wäre ein zentrischer Zugversuch an einer ungekerbten Probe am Besten geeignet. Da dieser Versuch praktisch jedoch nur äußerst schwierig zu realisieren ist, empfiehlt das RILEM TC 50-FMC in [158] die Durchführung von Drei-Punkt-Biegezugversuchen als eine indirekte Methode zur Bestimmung der Bruchenergie. Darin werden konkrete Empfehlungen für die Probenabmessungen, Probenherstellung und -lagerung sowie zum Versuchsaufbau und zur Versuchsdurchführung gemacht. Die Bruchenergie  $G_F$ ergibt sich unter Berücksichtigung des Eigengewichtanteils nach

$$G_{\rm F} = \frac{W_0 + \mathbf{m} \cdot \mathbf{g} \cdot \boldsymbol{\delta}_0}{A_{\rm lig}} \quad . \tag{2.29}$$

In Gleichung (2.29) ist W<sub>0</sub> der unter der gemessenen Kraft-Verformungskurve ermittelte Energieanteil bei Drei-Punkt-Biegezugversuchen ohne Eigengewichtskompensation, m·g das Eigengewicht des gekerbten Biegebalkens zwischen den Auflagern einschließlich der direkt am Balken angebrachten Mess- bzw. Beanspruchungseinrichtung,  $\delta_0$  die gemessene Verformung, ab der keine weitere Kraftaufnahme mehr möglich ist und A<sub>lig</sub> die Ligamentfläche.

Bezüglich der experimentellen Bestimmung der beiden Kenngrößen einachsige Zugfestigkeit und Elastizitätsmodul werden in [158] keine Vorgaben gemacht. Der Verlauf der Kraft-Verformungsbeziehung bei einer reinen Zugbeanspruchung schließlich kann mittels einer inversen Analyse gewonnen werden [103, 107]. Die Kennwerte der Kohäsionsrissmodelle werden im Allgemeinen trotz teilweise vorhandener, geringer Abhängigkeiten von der Probengröße als Materialgrößen bezeichnet (z. B. [26]).

Für gängige Probengrößen liefern die Kohäsionsrissmodelle im Vergleich zu den Modellen des äquivalenten elastischen Risses (Abschnitte 2.3.3 und 2.3.5) aufgrund der in der Formulierung implizierten Spannungs-Verformungsbeziehung, gerade nach Überschreiten der Maximallast, deutlich unterschiedliche Ergebnisse. Für unendlich ausgedehnte Bauteile, in guter Näherung auch für massige Betonbauteile wie Staumauern und große Fundamente, kann die Bruchprozesszone als vollständig entwickelt betrachtet werden. Somit können auch die Modelle des äquivalenten elastischen Risses angewendet werden.

Zur Anwendung der Kohäsionsrissmodelle sind aufgrund ihrer Formulierungen numerische Methoden erforderlich. In der Regel wird hierzu die Methode der Finiten Elemente herangezogen (siehe auch Abschnitt 2.9).

# 2.4 Phänomenologie des Rissfortschrittes in Beton

Wie in Abschnitt 2.1 erwähnt, weist Beton durch die während der Hydratation im Zementstein ablaufenden Vorgänge bereits vor dem Aufbringen einer äußeren Beanspruchung Mikrorisse auf. Diese verlaufen herstellungsbedingt ohne eine ausgeprägte Richtung dreidimensional im Beton, primär innerhalb der Zementsteinmatrix und an den Kontaktstellen zwischen den Zuschlagkörnern und dem Zementstein. Die Anordnung dieser Diskontinuitäten folgt bei einem ausreichend großen Bauteilvolumen statistischen Gesetzmäßigkeiten.



# Abb. 2.12:Spannungs-Verformungsverlauf einer zentrisch auf Zug beanspruchten Betonpro-<br/>be (oben) und Mikrorissverteilung in drei unterschiedlichen Rissstadien A, B und<br/>C (unten)

Wird eine Betonprobe durch eine äußere Zugspannung monoton beansprucht, ergibt sich bei idealen Versuchsbedingungen (siehe Abschnitt 2.6.2.2 bzw. Kapitel 3) der in Abbildung 2.12 dargestellte Spannungs-Verformungsverlauf. Zunächst verhält sich die Zugprobe bis zum Punkt A nahezu linear elastisch. Bei weiterer Laststeigerung kommt es zur Bildung neuer und zum Zusammenwachsen der vorhandenen Mikrorisse. Das  $\sigma$ - $\delta$ -Verhalten im Bereich um den Punkt B, bei dem die maximal aufnehmbare Kraft erreicht wird, kann als ausgeprägt nichtlinear mit zunehmenden irreversiblen Verformungsanteilen beschrieben werden. Des Weiteren bildet sich ausgehend von einer Schwachstelle im Betongefüge ein Bereich erhöhter Mikrorisseichte, der als Bruchprozesszone bezeichnet wird. Der zwischen B und C zu beobachtende steile Abfall in der  $\sigma$ - $\delta$ -Kurve ergibt sich aus der fortschreitenden Lokalisierung der zum end-gültigen Trennriss führenden Mikro- und Mesorisse. Der abfallende Ast der  $\sigma$ - $\delta$ -Beziehung wird auch Entfestigungsbereich (engl. softening) genannt.

Die maßgebenden strukturellen Mechanismen des Betonversagens unter Ermüdungsbeanspruchung sind bis jetzt nur wenig erforscht. Im Wesentlichen gibt es zwei Hypothesen bezüglich der Rissentwicklung im Beton unter zyklischer Beanspruchung, die sich beide an die Erkenntnisse aus monotonen Versuchen anlehnen [92, 157]. Die erste Hypothese benennt die fortschreitende Auflösung des Verbundes zwischen den größeren Zuschlagkörnern und der Mörtelmatrix als Ursache für das Ermüdungsversagen. Die zweite Hypothese besagt, dass das Ermüdungsversagen von Beton durch das Wachstum der bereits vor der Belastung existierenden Mikrorisse in der Matrix verursacht wird. Mit zunehmender Verformung wachsen die Mikrorisse zusammen und bilden einen Makroriss, wodurch der beanspruchte Querschnitt geschwächt wird, so dass die aufgebrachte Last schließlich nicht mehr aufgenommen werden kann. Beide Hypothesen konnten bisher experimentell weder bestätigt noch widerlegt werden. Es ist jedoch wahrscheinlich, dass beide genannten Mechanismen im ermüdungsbeanspruchten Beton auftreten und sich überlagern.

Bei einer globalen Betrachtung des Betons auf Makroebene kann neben irreversiblen Verformungen auch ein kontinuierlicher Steifigkeitsverlust festgestellt werden. SCHLÄFLI [174] ordnet den im Beton festzustellenden Wirkungen aufgrund einer Ermüdungsbeanspruchung zwei "Ermüdungsmotoren" zu.

Der erste "Ermüdungsmotor" ist die viskoelastische Verformung, wobei es sich sowohl um reversible kurzfristige Vorgänge als auch um Verformungen langfristiger Art handeln kann [80]. Die kurzfristigen Verformungen können vorwiegend auf Diffusionsbewegungen des Kapillarwassers im Porensystem des Betons aufgrund des entstandenen thermodynamischen Ungleichgewichts zurückgeführt werden. Die langfristigen Verformungsanteile sind noch nicht vollständig erforscht. GUÉNOT-DELAHAIE [80] stellen hierzu die Hypothese auf, dass sich die Calcium-Silikat-Hydratplättchen aufgrund von Dislokationsmechanismen in den Nanoporen verschieben können. Überschreiten die viskoelastischen Verformungen lokal das Verformungsvermögen des Betons, tritt eine Schädigung in Form eines Rissfortschrittes auf. Das Auftreten der viskoelastischen Verformungen wird in Kapitel 6 bei der Formulierung eines neuen Werkstoffmodells mit Hilfe von rheologischen Dämpfungselementen wieder aufgegriffen.

Der zweite "Ermüdungsmotor" nach [174] liegt im wiederholten Öffnen und Schließen der Risse im Beton. Die aufgrund von gelockerten Zementstein- oder Zuschlagpartikeln sowie wegen der Rissuferreibung entstehenden lokalen Zugspannungen an der Rissspitze können bei Überschreiten der Zugspannung ebenfalls zum verstärkten Risswachstum führen. Diese Beobachtung auf der Mesoebene wird im rheologisch-statistischen Werkstoffmodell durch ein parallel angeordnetes Reibungselement berücksichtigt (siehe Kapitel 6).

Die Ergebnisse der mikroskopischen Untersuchungen von TOUMI et al. [199] deuten darauf hin, dass die aus den statischen Versuchen bekannten Phänomene, wie die Entwicklung der Risse entlang der Verbundzone zwischen dem Zuschlag und der Mörtelmatrix, auch unter zyklischer Beanspruchung vorhanden sind. An der Probenoberfläche wurde allerdings eine diffusere Mikrorissbildung in der Matrix im Bereich der Rissspitze beobachtet als in den entsprechenden statischen Versuchen. Im Inneren der Prüfkörper wurden bei zyklischen Versuchen im Gegensatz zu den in statischen Versuchen beobachteten Phänomenen keine verteilten Mikrorisse vor dem Makroriss verzeichnet. KÖNIG und DANIELEWICZ geben in [108] dagegen an, dass die Rissdichte in zyklisch beanspruchten Proben größer ist als die Rissdichte in Proben unter statischer Last.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass eine schlüssige Klärung der Phänomenologie des Rissfortschrittes unter zyklischer Zugbeanspruchung bislang noch nicht gelungen ist. Um neue Erkenntnisse zur Ermüdungsrissentwicklung im Beton zu gewinnen, wird in den eigenen experimentellen Untersuchungen die während der Ermüdungsversuche durch die Rissbildung ausgelöste Schallemission erfasst (Kapitel 4.1). Fraktologische Untersuchungen der Bruchflächen nach dem Versuch sollen weitere Informationen hinsichtlich der Prozesse und Mechanismen der Rissausbreitung liefern (Kapitel 4.2).

# 2.5 Ermüdungsverhalten von Beton

#### 2.5.1 Allgemeines

In den folgenden Abschnitten wird das Materialverhalten von Beton unter zyklischen Beanspruchungen näher untersucht. Dabei werden zunächst Begriffe und Definitionen aus dem Metallbau erläutert, die auch für die Beschreibung des Materialverhaltens von Beton verwendet werden. Da die bislang veröffentlichten experimentellen Untersuchungen zum Ermüdungsverhalten von Beton mit einer vorgegebenen Lastrate als Steuergröße durchgeführt wurden, werden im Folgenden nur die Zusammenhänge solcher kraftgeregelten Ermüdungsversuche beschrieben. Zur Erfassung des Entfestigungsverhaltens von Beton ist es erforderlich, eine Zugprobe über die Maximallast hinaus zu beanspruchen. Dies ist durch eine Verformungsregelung möglich, so dass bruchmechanische Kenngrößen wie beispielsweise die Bruchenergie  $G_F$  bestimmt werden können. Allerdings wurden bei einer Verformungsregelung neben monoton beanspruchten Zugproben lediglich zyklische Versuche mit einer geringen Hysteresenanzahl durchgeführt, so dass in diesem Fall nur unzureichend von einer wirklichen Ermüdungsbeanspruchung gesprochen werden kann. Die niederzyklischen Zugversuche dienten in erster Linie zur Ableitung der in Abschnitt 2.8 beschriebenen Materialmodelle.

#### 2.5.2 Ermüdungsfestigkeit

#### 2.5.2.1 Definitionen

Wird ein Bauwerk häufigen Lastwechseln unterworfen, führt dies zu einer Ermüdung des beanspruchten Materials. Zur Beschreibung einer kraftgeregelten Ermüdungsbelastung sind zwei Angabekombinationen möglich: Unter- und Oberspannung  $\sigma_{min}$  und  $\sigma_{max}$  oder alternativ Unter-, Mittel- bzw. Oberspannung  $\sigma_{min}$ ,  $\sigma_m$  bzw.  $\sigma_{max}$  und Schwingbreite  $\Delta \sigma$ .



Abb. 2.13: Charakteristische Kenngrößen bei periodischer Beanspruchung

In Abbildung 2.13 ist ein so genannter Wöhlerversuch (Einstufenversuch) dargestellt, bei dem die meist sinusförmige Beanspruchung mit konstanter Spannungsamplitude  $\sigma_A$  bei konstanter Mittelspannung  $\sigma_m$  erfolgt.

Durch die Definition des Spannungsverhältnisses

$$R = \frac{\pm \min \sigma}{\pm \max \sigma}$$
(2.30)

mit max  $\sigma$  = größter Absolutbetrag der Spannung und min  $\sigma$  = kleinster Absolutbetrag der Spannung werden die verschiedenen Arten der Beanspruchung bestimmt (siehe Abbildung 2.14).



Abb. 2.14: Beanspruchungsfälle beim Dauerschwingversuch

#### 2.5.2.2 Wöhlerlinien

Durch die Auswertung mehrerer der in Abschnitt 2.5.2.1 angesprochenen Wöhlerversuche erhält man aus dem Zusammenhang zwischen Schwingbreite  $\Delta \sigma$  und ertragbarer Lastspielzahl N, dargestellt in logarithmischem Maßstab, als Regressionsgerade die so genannte Wöhlerlinie. Sie grenzt im  $\Delta \sigma$ -log N-Diagramm die sich für das Festigkeitsverhalten ergebenden charakteristischen Bereiche voneinander ab (Abbildung 2.15).



Abb. 2.15:Schematische Darstellung einer Wöhlerlinie und der Bereiche der Ermüdungsfes-<br/>tigkeit in Anlehnung an [130]

Die Dauerschwingfestigkeit bezeichnet denjenigen Bereich, in dem die Schwingbeanspruchung im Einstufenversuch theoretisch gerade noch unendlich oft ertragen werden kann. Bei metallischen Werkstoffen ist die Grenze der Dauerschwingfestigkeit genau definiert und liegt für Spann- und Betonstahl nach DIN 50100 [57] und DIN 488 [56] bei 2 Millionen Lastzyklen. Bei Beton ist diese Grenzlastspielzahl nicht definiert. Man spricht daher von einer Quasi-Dauerschwingfestigkeit.

Wenn die Schwingbeanspruchung nach einer bestimmten Anzahl von Lastwechseln zum Versagen führt, spricht man von Zeitfestigkeit. Im Bereich nahe der Spannungsachse spricht man dabei von der Kurzzeitfestigkeit, siehe Abbildung 2.15.

Zwei Beanspruchungsbereiche seien in diesem Zusammenhang noch erwähnt. Liegen hohe Spannungen  $\sigma$  bei gleichzeitig kleiner Lastwechselzahl N vor, spricht man von niederzyklischen Ermüdungsversuchen mit großen Amplituden (engl. low-cycle high amplitude fatigue), im umgekehrten Fall (kleine Spannungen  $\sigma$  bei gleichzeitig größerer Lastwechselzahl N) von hochzyklischen Ermüdungsversuchen mit kleinen Amplituden (engl. high-cycle low amplitude fatigue). Die Lastspielzahl, bei der die beiden Beanspruchungsbereiche ineinander übergehen liegt bei ca. 100 Lastwechseln. Nach [108] ist ein spezieller Nachweis für niederzyklische Beanspruchungen bis 1000 Lastzyklen nicht notwendig, da die Gebrauchstauglichkeitsnachweise die zulässige maximale Beanspruchung so beschränken, dass die für ein Versagen in niederzyklischen Beanspruchungen notwendigen Oberspannungen ausgeschlossen sind.

Die Betriebsfestigkeit beschreibt die Lebensdauer für diejenigen Fälle, bei denen keine über die Zeit konstante Schwingbeanspruchung vorliegt. Da unter Betrieb auch Schwingbreiten mit einer niedrigeren Amplitude auftreten, ist die Betriebsfestigkeit immer mindestens so groß wie die zu den gleichen Schwingbreiten gehörige Zeitfestigkeit. Auf die Ermüdungsfestigkeit unter einer solchen wirklichkeitsnahen Beanspruchung wird in Abschnitt 2.5.2.4 gesondert eingegangen.



Abb. 2.16: Wöhlerlinien verschiedener Überlebenswahrscheinlichkeiten bei einer konstanten Unterspannung (S-P-N-Diagrammm)

Da die experimentell ermittelten Ergebnisse generell starken Schwankungen unterliegen, werden Wöhlerlinien bestimmter "Überlebens-"wahrscheinlichkeiten  $P_{\ddot{u}}$  ( $P_{\ddot{u}} = 1 - P_v$  mit  $P_v$  = Versagenswahrscheinlichkeit) angegeben. Abbildung 2.16 zeigt Wöhlerlinien mit konstanter Unterspannung  $\sigma_{min}$  für  $P_{\ddot{u}} = 5$  %,  $P_{\ddot{u}} = 50$  % und  $P_{\ddot{u}} = 95$  %. Diese Diagramme werden auch S-P-N-Diagramme (S = Belastungsgrad, P = Überlebenswahrscheinlichkeit, N = Anzahl der Lastwechsel) genannt.

#### 2.5.2.3 Dauerfestigkeitsdiagramme

Während eine Wöhlerlinie lediglich die Dauerschwingfestigkeit für eine bestimmte Mittelspannung  $\sigma_m$  angibt, können in einem Dauerfestigkeitsdiagramm alle Beanspruchungsbereiche für einen Werkstoff grafisch dargestellt werden. Für Beton haben sich besonders zwei Schaubilder durchgesetzt: Das GOODMAN-Diagramm und das SMITH-Diagramm. Während beim GOODMAN-Diagramm die ertragbare Oberspannung  $\sigma_{max}$  über die Unterspannung  $\sigma_{min}$  aufgetragen ist, beschreibt das SMITH-Diagramm die Oberspannung  $\sigma_{max}$  und die Unterspannung  $\sigma_{min}$  in Abhängigkeit von der mittleren Spannung  $\sigma_m$ . Abbildung 2.17 zeigt jeweils ein Beispiel der beiden Diagramme.



Abb. 2.17: GOODMAN-Diagramm (links) und SMITH-Diagramm (rechts) nach [79]

#### 2.5.2.4 Betriebsfestigkeit

Unter wirklichkeitsnahen Bedingungen ist die Schwingfestigkeit durch eine mehr oder weniger regellose Folge von Belastungen (Lastkollektiv) sowie selten auftretenden Höchstwerten gekennzeichnet. Um genaue Aussagen über das Ermüdungsverhalten eines Bauteils treffen zu können, müssten exakte Simulationsversuche durchgeführt werden, die jedoch für Betonbauwerke im Allgemeinen zu aufwendig und zu kostspielig sind. Weitere Möglichkeiten zur Ermittlung der Lebensdauer bieten Simulationen durch Blockversuche oder die Anwendung von Schadensakkumulationshypothesen (siehe Abschnitt 2.5.3).



Abb. 2.18: Grafische Darstellung der Reservoir-Zählmethode

Bei einer Simulation durch Blockversuche werden beliebige Last-Zeitverläufe nach bestimmten Regeln ausgezählt und zu Lastblöcken zusammengefasst. Die im Massivbau am häufigsten angewandte Zählmethode ist das Rainflow-Verfahren, das als Schwingbreite die Differenz der maximalen und minimalen Spannung einer geschlossenen Hysterese im Spannungs-Dehnungsdiagramm zählt [44]. Im Folgenden wird exemplarisch kurz die etwas anschaulichere Reservoir-Zählmethode vorgestellt (siehe auch Abbildung 2.18).

Das Diagramm wird zunächst wie ein Reservoir mit Wasser gefüllt. Anschließend wird am tiefsten Punkt das Wasser abgelassen, wobei die Höhe  $\Delta\sigma_1$  gerade dem vollen Schwingspiel mit der Spannungsdifferenz  $\Delta\sigma_1$  entspricht. Nach und nach werden so alle noch verbleibenden Wassersäulen abgelassen und die entsprechenden Höhen  $\Delta\sigma_2$ ,  $\Delta\sigma_3$  usw. ermittelt. Dabei kann man bezüglich der Häufigkeitsverteilung der  $\Delta\sigma_i$  annähernd von einer Gauß'schen Normalverteilung ausgehen. Die einzelnen Spannungsdifferenzen können der Größe nach geordnet in ein  $\Delta\sigma$ -N-Diagramm eingetragen werden. Aus diesem Summenhäufigkeitsdiagramm kann nun die Anzahl der Lastwechsel bestimmt werden, welche den Wert  $\Delta\sigma_i$  überschreiten [108].

#### 2.5.3 Schadensakkumulationshypothesen

Um mit Hilfe von Festigkeitsdaten, die bei konstanter Spannungsamplitude ermittelt wurden, Aussagen über die Lebensdauer von Bauwerken machen zu können, bedient man sich Schadensakkumulationshypothesen. Die einfachste Regel, die PALMGREN-MINER-Regel, stammt aus dem Stahlbau und geht von einer linearen Zunahme der Schädigung mit der Lastspielzahl aus. Bei mehrstufiger Schwingbeanspruchung werden die einzelnen Teilschädigungen linear aufsummiert. Ein Lastspiel ruft dabei die Schädigung 1/N<sub>i</sub> hervor, mit N<sub>i</sub> = ertragbare Bruchlastspielzahl bei der Spannungsamplitude  $\Delta \sigma_i$  im Wöhlerversuch. Mit n<sub>i</sub> als tatsächlich vorhandene Anzahl der Schwingspiele auf dem entsprechenden Spannungsniveau ergibt sich die Teilschädigung auf diesem Spannungsniveau zu n<sub>i</sub>/N<sub>i</sub>. Ein Versagen des Bauwerks tritt ein, wenn die Summe aus den einzelnen Teilschädigungen den Wert 1 erreicht. Für das Ermüdungsversagen D ergibt sich nach der PALMGREN-MINER-Regel Gleichung (2.31).

$$D = \sum_{i} \frac{n_{i}}{N_{i}} = \frac{n_{1}}{N_{1}} + \frac{n_{2}}{N_{2}} + \frac{n_{3}}{N_{3}} + \dots \le 1$$
(2.31)

In Abbildung 2.19 ist die PALMGREN-MINER-Regel grafisch dargestellt.



Abb. 2.19: Grafische Darstellung der Palmgren-Miner-Regel

Für die Anwendbarkeit der PALMGREN-MINER-Regel in der Bemessungspraxis existieren deutliche Grenzen. Neben einer Nichtberücksichtigung von Verfestigungen und so genannten Trainereffekten wird von einer möglichst konstanten Mittelspannung  $\sigma_m$  und Beanspruchungen oberhalb der Dauerfestigkeit ausgegangen.

In Bezug auf den Werkstoff Beton ist die Anwendung der PALMGREN-MINER-Regel noch weiter eingeschränkt. WEIGLER und RINGS weisen in [212] darauf hin, dass bei bewehrten Proben unter einer Zug-Druck-Wechselbelastung die Minerhypothese mit den Versuchsergebnissen nur für den Fall des Stahlversagens eine gute Übereinstimmung liefert. Das RILEM TC 36-RDL schlägt in [157] die Verwendung einer modifizierten PALMGREN-MINER-Regel vor. Dabei wird der Interaktionsfaktor  $\omega$  eingeführt, der je nach Beanspruchungsart Werte größer oder kleiner eins annehmen kann. Gleichung (2.31) kann somit durch Gleichung (2.32) ersetzt werden:

$$D = \sum_{i} \frac{n_{i}}{N_{i}} \le \omega$$
(2.32)

#### 2.5.4 Stoffgesetze zur Beschreibung des Rissfortschrittes

Um das Ermüdungsverhalten von Metallen zutreffend zu beschreiben, werden Rissfortschrittsgesetze verwendet. Das bekannteste darunter stammt von PARIS und ERDOGAN [145] und beschreibt den Zusammenhang der Rissfortschrittsgeschwindigkeit da/dN (a = halbe Risslänge, N = Anzahl der Lastzyklen) mit der zyklischen Spannungsintensität  $\Delta K$  in der Form

$$\frac{\mathrm{da}}{\mathrm{dN}} = \mathbf{C} \cdot \Delta \mathbf{K}^{\mathrm{n}} \quad . \tag{2.33}$$

Die Konstanten C und n in Gleichung (2.33) sind material- und spannungsabhängig. Die zyklische Spannungsintensität  $\Delta K$  gibt einen Bereich für den Spannungsintensitätsfaktor K<sub>I</sub> an [157].

PERDIKARIS und CALOMINO versuchten in [146], Gleichung (2.33) auf Beton zu übertragen. Die große Bandbreite der Ergebnisse wie auch Widersprüche in Bezug auf andere Veröffentlichungen lassen den Schluss zu, dass eine direkte Übertragung des obigen Zusammenhanges auf Beton nicht ohne Weiteres möglich ist, da in Gleichung (2.33) das strukturspezifische Bruchverhalten von Beton nicht berücksichtigt wird.

Eine Verbesserung des Rissfortschrittsgesetzes von PARIS und ERDOGAN stellt die Beziehung nach FORMAN et al. dar. Sie berücksichtigt neben dem Spannungsverhältnis R die Instabilität, welche auftritt, wenn der Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  gegen den kritischen Wert  $K_{Ic}$  geht. Das verbesserte Gesetz von FORMAN et al. lautet

$$\frac{\mathrm{da}}{\mathrm{dN}} = \frac{\mathrm{C} \cdot \Delta \mathrm{K}^{\mathrm{n}}}{(1-\mathrm{R}) \mathrm{K}_{\mathrm{lc}} - \Delta \mathrm{K}} \quad .$$
(2.34)

Da Gleichung (2.34) lediglich auf Kenngrößen der LEFM zurückgreift, stellt sie in der Anwendung auf Beton zwar im Vergleich zu Gleichung (2.23) eine Verbesserung dar, vermag aber das Materialverhalten von Beton dennoch nicht zutreffend beschreiben. FORMAN et al. weisen bereits darauf hin, dass weitere Verbesserungen durch Berücksichtigung der Rissoberflächengeometrie, der Lastsequenz, des Kriechens, des Temperatureinflusses etc. möglich und für eine Verallgemeinerung des Gesetzes und damit für die Anwendung auf Beton sogar unumgänglich sind.

In experimentellen Untersuchungen konnte festgestellt werden, dass der Rissfortschritt unterhalb eines bestimmten Wertes für  $\Delta K$  zum Erliegen kommt. Stellt man die Beziehung zwischen der Rissfortschrittsgeschwindigkeit da/dN und der zyklischen Spannungsintensität  $\Delta K$  im doppellogarithmischen Maßstab dar, zeigt sich deutlich eine Analogie zur traditionellen Wöhlerlinie (Abbildung 2.20). Der Grenzwert für den Rissfortschritt  $\Delta K_{th}$  entspricht dabei der Dauerfestigkeitsgrenze.



Abb. 2.20: Schematische Darstellung für die Rissfortschrittsgeschwindigkeit

TANAKA [194] benennt für die zyklische Spannungsintensität  $\Delta K$  drei charakteristische Bereiche I-III, die sich durch unterschiedliche Einflussparameter auszeichnen. Im Bereich I um den Grenzwert  $\Delta K_{th}$  ist vor allem der Einfluss der Materialstruktur, des Spannungsniveaus (ausgedrückt durch die Mittelspannung  $\sigma_m$ ) sowie der Umweltbedingungen signifikant. Der Rissfortschritt verläuft in diesem Bereich unkontrolliert. Der zweite Bereich (II) ist durch ein stetiges Risswachstum gekennzeichnet (in Abbildung 2.20 mit der annähernd konstanten Steigung m gekennzeichnet), der Einfluss der genannten Parameter wird geringer. Der dritte Bereich (III) kurz vor dem endgültigen Versagen ist wieder wesentlich von der Materialstruktur, vom Spannungsniveau und zusätzlich von der Probengeometrie abhängig, während der Einfluss der Umweltbedingungen irrelevant wird. Der Rissfortschritt in diesem Bereich kann wiederum als frei bzw. unkontrolliert beschrieben werden.

# 2.6 Einflussparameter auf bruchmechanische Kenngrößen

#### 2.6.1 Allgemeines

Die experimentelle Bestimmung bruchmechanischer Kenngrößen ist versuchstechnisch immer von den jeweiligen Randbedingungen beeinflusst. Diese Einflussparameter können in Anlehnung an [124] in die folgenden vier Gruppen unterteilt werden:

- Versuchsaufbau (Probengröße, -abmessungen, Versuchsart etc.)
- Betontechnologische Parameter (w/z-Wert, Größtkorndurchmesser, Zuschlagart etc.)
- Umweltbedingungen (hygrische und thermische Verhältnisse)
- Zeiteinflüsse (Betonalter, Lastgeschichte, Belastungsrate etc.)

Eine vollständige Aufzählung aller Einflussparameter auf sämtliche bruchmechanische Kenngrößen im Rahmen der vorliegenden Arbeit scheint nicht sinnvoll. Im Folgenden wird deshalb anhand einer neu geschaffenen Datenbank zum bruchmechanischen Verhalten von Beton bei monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung ein kurzer Einblick in die Vorgehensweise sowie eine Zusammenfassung der relevanten Einflüsse gegeben. Der Schwerpunkt liegt hierbei auf den bei monotoner oder zyklischer Beanspruchung festgestellten unterschiedlichen Einflüssen bezüglich der Zugfestigkeit  $f_t$  und der Bruchenergie  $G_F$ .

### 2.6.2 Datenbank zum bruchmechanischen Verhalten von Beton bei monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung

#### 2.6.2.1 Vorgehensweise

Um den bisherigen Stand der Kenntnisse bezüglich des Verhaltens von Beton unter monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung zu ermitteln, wurden die bislang veröffentlichten experimentellen Untersuchungsergebnisse in Form einer Datenbank zusammengestellt und ausgewertet. Dieser Ansatz war notwendig, da bisher noch keine systematische Sichtung und Gegenüberstellung der Versuchsergebnisse zum Zugermüdungsverhalten von Beton durchgeführt worden war. Die Datenbank beinhaltet mehr als 1400 einzelne Versuche aus über 50 verschiedenen Veröffentlichungen. Sie ist in zehn Hauptkategorien unterteilt und weist die in Abschnitt 2.6.1 genannten Merkmale wie die Belastungsart, die Betonzusammensetzung, den Versuchsaufbau, Materialkennwerte etc. aus.

Die gewonnenen Erkenntnisse aus der Analyse der Datenbank manifestierten die gewählten Untersuchungsparameter in den eigenen experimentellen Untersuchungen.

#### 2.6.2.2 Einfluss des Versuchsaufbaus

Der Einfluss der Probengröße wurde bereits bei der Darstellung des Size Effect Laws und des Multi Fractal Scaling Laws diskutiert (Abschnitte 2.3.5 und 2.3.6). In experimentellen Untersuchungen wurde für die Zugfestigkeit  $f_t$ , unabhängig von der Versuchsart, der Betonzusammensetzung oder anderen möglichen Einflussparametern generell eine Abnahme der  $f_t$ -Werte mit zunehmenden Probenabmessungen festgestellt, z. B. [12, 16, 18, 19, 20, 36, 205]. Zu begründen ist diese Beobachtung in erster Linie mit einer größeren Wahrscheinlichkeit einer maßgebenden Schwachstelle in einem größeren Prüfkörper, beispielsweise anhand der WEIBULL-Theorie [201].

Bezüglich des Einflusses der Probengröße auf die Bruchenergie  $G_F$  wurden teilweise unterschiedliche Tendenzen festgestellt. Während in [36, 82, 152, 173, 215] von einer Zunahme der Bruchenergie mit zunehmender Prüfkörperlänge berichtet wird, stellten VAN MIER et al. [205] und SAOUMA et al. für ein Größtkorn von 19 mm [173] eine Abnahme der  $G_F$ -Werte fest. Die unterschiedlichen Tendenzen können teilweise durch die Kombination des Probengrößeneinflusses mit anderen relevanten Einflussparametern, insbesondere den jeweils vorherrschenden thermischen und hygrischen Verhältnisse, erklärt werden. Des Weiteren lag die Variation der Probenabmessungen in unterschiedlichen Bereichen.

Der Einfluss der Versuchsart auf mechanische und bruchmechanische Kenngrößen liegt in erster Linie an der genauen Spannungsverteilung im maßgebenden Probenquerschnitt und insbesondere in ihrer möglichen rechnerischen Erfassung. Die Tatsache, dass die Kennwerte der Modelle des äquivalenten elastischen Risses und der Kohäsionsrissmodelle sowohl direkt, d. h. anhand eines einachsigen Zugversuches, als auch indirekt mit verschiedenen Biege-(z. B. Drei-Punkt- oder Vierpunktbiegung) bzw. Spaltzugversuchen (z. B. Keilspalt, Compact Tension etc.) ermittelt werden können, zeigt die Fülle möglicher Unsicherheiten und Fehlerquellen. Beispielhaft seien hier nur die beim klassischen Drei-Punkt-Biegezugversuch auftretenden Probleme der Eigengewichtskompensation und der Auflagerreibung genannt.

Auch der versuchtechnisch mit erheblichem Mehraufwand zu realisierende zentrische Zugversuch ist bislang nicht genormt und bietet insbesondere bezüglich der Krafteinleitung, der Randbedingungen, der Probenabmessungen einschließlich einer möglichen Querschnittsverjüngung oder einer Kerbung erhebliche Variationsmöglichkeiten. Dennoch scheint der zentrische Zugversuch am besten geeignet, da er die für die Kohäsionsrissmodelle erforderlichen Kenngrößen Zugfestigkeit, Elastizitätsmodul, Bruchenergie und den Verlauf der Spannungs-Rissöffnungsbeziehung ohne anschließende inverse Analyse liefern kann (siehe auch Abschnitt 2.3.7). Im Rahmen der eigenen experimentellen Untersuchungen (Kapitel 3) werden deshalb zur Ableitung der Stoffkenngrößen Zugfestigkeit und Elastizitätsmodul einachsige Zugversuche an ungekerbten Betonprismen durchgeführt. Die Bruchenergie und der Verlauf der Spannungs-Rissöffnungsbeziehung werden aus einachsige Zugversuche an zweiseitig gekerbten Betonprismen gewonnen.

Es kann festgestellt werden, dass der aus dem Versuchsaufbau einschließlich Probengröße resultierende Einfluss auf die genannten sowie weiteren mechanischen und bruchmechanischen Kenngrößen bei zyklischer Beanspruchung nicht stärker ausgeprägt ist als in monotonen Zugversuchen.

#### 2.6.2.3 Betontechnologische Einflüsse

Der Einfluss des Wasser-Zementwertes w/z, des Größtkorndurchmessers  $d_{max}$  und weiterer betontechnologischer Parameter war vielfach Gegenstand experimenteller Untersuchungen zum Spannungs-Verformungsverhalten bei monoton aufgebrachter Zugbeanspruchung. Eine gute Zusammenstellung findet sich beispielsweise in HORDIJK [92].



**Abb. 2.21:** Einfluss des Gröβtkorndurchmessers auf die Bruchenergie in monotonen Versuchen nach [92]

Wie aus Abbildung 2.21 ersichtlich, ergibt sich für die Bruchenergie  $G_F$  eine Zunahme mit steigendem Größtkorndurchmessers  $d_{max}$ . Eine Zunahme von  $G_F$  ergibt sich auch mit niedrigeren w/z-Werten (und damit höheren Betondruckfestigkeiten). Für die Zugfestigkeit ft stellt HORDIJK eine Zunahme mit steigendem  $d_{max}$ -Wert fest. Dies steht allerdings im Widerspruch zu anderen Untersuchungsergebnissen (z. B. [183, 206]). Die unterschiedlichen Schlussfolgerungen zeigen, dass es nicht möglich ist, betontechnologische Parameter einzeln zu betrachten. Für eine verarbeitbare Betonzusammensetzung mit festen Vorgaben bezüglich der Festbetonwerte ist es nicht möglich, einzelne Parameter zu ändern, ohne die übrigen Betonparameter anzupassen. Des Weiteren scheint in Bezug auf die Zuschlaggröße nicht nur der Größtkorndurchmesser d<sub>max</sub>, sondern vielmehr die Menge des gesamten Grobzuschlags für das Bruchverhalten von Beton ausschlaggebend. Verantwortlich hierfür ist in erster Linie die Tatsache, dass der in der Regel im Vergleich zur Zementsteinmatrix höherfeste Zuschlag als Materialbrücke zwischen den Rissufern wirkt. Aus diesem Grund fällt die festgestellte Zunahme der Bruchenergie G<sub>F</sub> für Betone höherer Festigkeit geringer aus als die Zunahme der Festigkeitswerte [156].

Eine kritische Analyse der gesichteten Daten zeigt, dass der Einfluss der betontechnologischen Parameter auf mechanische und bruchmechanische Kenngrößen dadurch eliminiert werden kann, dass die unter Ermüdungsbeanspruchung erhaltenen Kennwerte auf die bei monotoner Zugbeanspruchung ermittelten Werte bezogen werden. Diese Feststellung wird auch von KÖNIG und DANIELEWICZ bestätigt [108]. Allerdings wurden bislang keine hochzyklischen verformungsgeregelten Zugversuche zur Bestimmung bruchmechanischer Parameter durchgeführt. Deshalb wurden die eigenen Untersuchungen zur Überprüfung der Unabhängigkeit der Kennwerte von den betontechnologischen Parametern sowohl an normalfesten als auch an hochfesten Betonzusammensetzungen durchgeführt.

#### 2.6.2.4 Einfluss der Umweltbedingungen

Betrachtet man den Einfluss der Umweltbedingungen, so müssen die thermischen und hygrischen Verhältnisse nicht nur während der Versuchsdurchführung, sondern vor allem auch während der Lagerung betrachtet werden. Insofern ergibt sich ein enger Zusammenhang zu den in Abschnitt 2.6.2.5 diskutierten Zeiteinflüssen.

Wie ein Vergleich verschiedener Veröffentlichungen zeigen konnte, ist dabei die genaue Art der Nachbehandlungs- und Lagerungsmethode zu berücksichtigen. Die Bezeichnung "trocken" bzw. "unversiegelt" kann sich beispielsweise auf wassergelagerte Proben beziehen, die erst kurz vor der Prüfung ofengetrocknet werden (z. B. HORDIJK [92]) oder auf Prüfkörper, die ohne gesonderte Nachbehandlung oder Versiegelung direkt nach dem Ausschalen der freien Austrocknung ausgesetzt werden (z. B. MECHTCHERINE [124]). Des Weiteren sollten die thermischen und hygrischen Randbedingungen immer gekoppelt betrachtet werden, wie das angeführte Beispiel der Ofentrocknung deutlich macht.

Wie für die betontechnologischen Parameter gilt auch für den Einfluss der Lagerungstemperatur und der Lagerungsfeuchte, dass sie für Ermüdungsbeanspruchungen keine anderen Tendenzen bewirken, wenn die Kennwerte auf die entsprechenden bei monotoner Zugbeanspruchung ermittelten Werte bezogen werden. Dies kann anhand der kraftgeregelten Wöhlerversuche von CORNELISSEN [47], GALLOWAY et al. [70] oder STEMLAND et al. [190] gezeigt werden.

Da jedoch auch in Bezug auf den Einfluss der Umweltbedingungen bislang keine hochzyklischen verformungsgeregelten Zugversuche zur Bestimmung bruchmechanischer Parameter durchgeführt wurden, stellen verschiedene Arten der Nachbehandlungsmethode einen wichtigen Untersuchungsparameter in den eigenen experimentellen Untersuchungen dar.

#### 2.6.2.5 Zeiteinflüsse

Die Gruppe der Zeiteinflüsse umfasst im Wesentlichen die Parameter Betonalter, Verformungs- bzw. Belastungsgeschwindigkeit und die Lastgeschichte. Letztere ist für Ermüdungsversuche ein wichtiger Parameter, da sie den Beanspruchungshorizont (insbesondere die Unterspannung), die Belastungsfolge bzw. -sequenz sowie eine eventuelle Vorbelastung bzw. Vorschädigung durch mechanische, chemische oder physikalische Einwirkungen beinhaltet.



Abb. 2.22:Einfluss der bezogenen Oberspannung S (max. Zugspannung bezogen auf die Zug-<br/>festigkeit) auf die Lastzyklenanzahl in kraftgeregelten Ermüdungsversuchen bei<br/>Biegezugbeanspruchung aus der Literatur

Werden die Oberspannung, die Belastungsfrequenz oder die Unterspannung in Wöhlerversuchen erhöht, nimmt der Risswiderstand des Betons deutlich ab. Abbildung 2.22 zeigt exemplarisch die in verschiedenen Versuchsreihen ermittelten Beziehungen zwischen der bezogenen Oberspannung und der Anzahl der Lastwechsel bis zum Versagen bei Zugbeanspruchung. In der Legende in Abbildung 2.22 sind weitere Einflussfaktoren wie die Probengröße, die Umweltbedingungen, das Spannungsverhältnis R und eine Vorbelastung angegeben. Es ist unabhängig von der jeweiligen Einflussparameterkombination klar zu erkennen, dass mit zunehmender Lastspielzahl die maximal aufnehmbare Spannung abnimmt. Ein weiterer wichtiger Einflussparameter, der in Abbildung 2.22 nur indirekt aufgeführt ist, ist die Unterspannung  $\sigma_{min}$ . CORNELISSEN [47] konnte beobachten, dass sich der Einfluss eines Vorzeichenwechsels für die Unterspannung  $\sigma_{min}$  drastisch auf die ertragbare Lastspielzahl N für gleiche Oberspannungen  $\sigma_{max}$  auswirkt (siehe Abbildung 2.23). Da der Einfluss der Unterspannung  $\sigma_{min}$  bisher aber nur in kraftgeregelten Wöhlerversuchen überprüft wurde, schien es angezeigt, diesen Parameter auch bei den eigenen hochzyklischen Versuchen mit Verformungsregelung zu berücksichtigen (siehe Kapitel 3.5.2.3).



Abb. 2.23:Einfluss der Unterspannung in Wöhlerversuchen auf die ertragbare Lastspielzahl<br/>für trocken gelagerte Proben bei einer Prüffrequenz von 6 Hz nach [47]

Die in der Literatur dokumentierten experimentellen Ergebnisse zeigen ferner übereinstimmend eine verstärkte Abnahme der bruchmechanischen Kennwerte Bruchenergie  $G_F$  und Bruchzähigkeit K<sub>Ic</sub> bei vorbelasteten Proben mit zunehmender Lastzyklenanzahl (z. B. [150]).

Der Einfluss der Dehnungsrate bzw. in kraftgeregelten Wöhlerversuche der Prüffrequenz ist bereits vielfach untersucht worden. Zusammenstellungen der dazu durchgeführten Untersuchungen finden sich beispielsweise in [5, 175]. Es ist allgemein anerkannt, dass die Festigkeitssteigerung für Dehnungsraten  $\dot{\epsilon} < 10^0$  1/s vor allem durch den Einfluss der Feuchte ("Stefan-Effekt", vergleiche Kapitel 5.2) und die Zunahme von Zuschlagkornrissen verursacht wird. Erst für Dehnungsraten  $\dot{\epsilon} > 10^0$  1/s liegt ein exponentieller Anstieg der dynamischen Festigkeit aufgrund von Trägheitskräften bei der Mikrorissbildung vor. Bezüglich der Bruchenergie in dynamischen Versuchen gibt es unterschiedliche Auffassungen. Während REINHARDT [155] aufgrund der verstärkten Mikrorissbildung verbunden mit der Festigkeitssteigerung infolge des Zuschlagkornversagens ein Anwachsen der Gesamtbruchfläche und damit der Bruchenergie G<sub>F</sub> beschreibt, beobachtete WEERHEIJM [209] in dynamischen einachsigen Zugversuchen an gekerbten Betonprismen ein spröderes Nachbruchverhalten, was zu niedrigeren Bruchenergiewerten führt. Dies zeigt wiederum den wechselseitigen Einfluss verschiedener Parameter, insbesondere den Einfluss von Materialeigenschaften in Kombination mit prüftechnischen Einflüssen (Versuchsaufbau/-technik).

Eine Gegenüberstellung der in der Datenbank gesammelten Versuche zeigt, dass neben den betontechnologischen Parametern (Abschnitt 2.6.2.3) und den Umweltbedingungen (Abschnitt 2.6.2.4) auch die Verformungs- bzw. Belastungsgeschwindigkeit für die Ermüdungsfestigkeit fast immer eine untergeordnete Rolle spielen. Um diese Feststellung auf den Einfluss auf bruchmechanische Kennwerte übertragen zu können, wurde die Verformungs- bzw. Belastungsgeschwindigkeit in den eigenen experimentellen Untersuchungen variiert.

Wie in Abschnitt 2.5.1 angedeutet, basieren alle bislang durchgeführten Untersuchungen zur Ermüdung von Beton bei Zugbeanspruchung auf kraftgeregelten Wöhlerversuchen. Eine hochzyklische Zugermüdungsbeanspruchung bei Verformungsregelung ist bislang nicht erfolgt. Aus diesem Grunde schließen die in Kapitel 3 vorgestellten eigenen experimentellen Untersuchungen – mit der Lastspielzahl N als Hauptuntersuchungsparameter – diese vorhandene Lücke und tragen zur Klärung des Entfestigungsverhaltens von Beton bei Zugermüdung bei.

# 2.7 Ermüdungsverhalten von hochfestem Beton, Stahlbeton und Stahlfaserbeton

#### 2.7.1 Besonderheiten im Last-Verformungsverhalten von hochfestem Beton

Hochfeste Betone, die gegenüber normalfesten Betonen aufgrund ihrer dichteren Struktur neben einem deutlichen Festigkeitszuwachs auch eine verbesserte Dauerhaftigkeit aufweisen, finden in der Baupraxis eine immer breitere Anwendung. Neben der höheren Festigkeit zeigen hochfeste Betone bei optimierten Mischungsrezepturen auch vergleichsweise geringere zeitabhängige Verformungen [42].

Erreicht wird die dichtere Zementsteinstruktur insbesondere durch niedrigere Wasser-Zementwerte sowie der Zugabe von Silicastaub, der aufgrund seiner geringen Partikelgröße (ca. 0,1-0,2 µm; entspricht ca. 1/100 der Zementkorngröße) verbunden mit einer nahezu ideal sphärischen Form die Zwischenräume in der Zementsteinmatrix und vor allem in der Kontaktzone zwischen den Zuschlagskörnern und dem Zementstein optimal ausfüllt. Neben dem Füllereffekt sorgt in erster Linie die zwischen dem Silicastaub und dem bei der Zementhydratation entstehenden Calciumhydroxid ablaufende puzzolanische Reaktion für eine Festigkeitssteigerung. Im Vergleich zur beobachteten Steigerung der Druckfestigkeit ist der Einfluss der Zugabe von Silicastaub auf die Zugfestigkeit erheblich geringer ausgeprägt, da neben den genannten festigkeitssteigernden Auswirkungen vor allem das in hochfesten Betonen mit niedrigen w/z-Werten verstärkt auftretende autogene Schwinden zu zusätzlichen inneren Spannungen führen kann.

Aufgrund der verbesserten Eigenschaften der Zementsteinmatrix und der Kontaktzone von hochfesten Betonen ergeben sich auch Auswirkungen hinsichtlich des bruchmechanischen Verhaltens. Die Angleichung der Materialeigenschaften von Matrix und Zuschlag führt zu einer homogeneren Betonstruktur und bei Aufbringen einer äußeren Beanspruchung dazu, dass die zur Trennung der Struktur führenden Risse nicht mehr um die Zuschlagkörner herum, sondern vielmehr durch diese hindurch laufen. Dies führt letztendlich zu deutlich ebeneren Bruchflächen und, bei Betrachtung des Spannungs-Verformungsverlaufs von hochfesten Betonen, zu einem steilen Abfall der aufnehmbaren Spannung nach Überschreiten der Maximallast. Die an hochfesten Betonen ermittelten Bruchenergiewerte wachsen nach REMMEL [156] lediglich spürbar bis zu einer Druckfestigkeit von ca. 80 MPa und bleiben darüber hinaus in erster Näherung konstant.

Das Ermüdungsverhalten von Bauteilen aus hochfestem Beton ist bislang nur selten untersucht worden. Sowohl die beiden CEB Bulletins 197 und 228 [42, 43] als auch der "State-ofthe-Art-Report" des NATIONAL RESEARCH COUNCIL [223] weisen auf einen dringenden Forschungsbedarf hin. Als vorläufige Schlussfolgerung wird in [42] festgehalten, dass sich die bei Ermüdungsbeanspruchung erhaltenen Kennwerte nicht signifikant von denen unterscheiden, die an normalfesten Betonen ermittelt wurden, wenn die Ermüdungsfestigkeiten auf die jeweiligen statischen Festigkeiten bezogen werden. Dem entgegen stellen KIM und KIM in [101] einen erhöhten Ermüdungsrissfortschritt bei höheren Betonfestigkeiten fest.

Aus den angeführten Gründen schien es dringend erforderlich, in den eigenen Ermüdungsversuchen neben normalfesten Betonen auch einen hochfesten Beton zu untersuchen. Die aus den Versuchsergebnissen gewonnenen Erkenntnisse können weiterhin für die Herleitung einer adäquaten und zutreffenden analytischen Beziehung bei der Bemessung von Bauteilen aus hochfestem Beton dienen (siehe Kapitel 6).

#### 2.7.2 Besonderheiten bei Bauteilen aus Stahl- und Stahlfaserbeton

Das Trag- und Verformungsverhalten von bewehrten Betonbauteilen bei zyklischer Belastung wird in der Regel an Balken, Plattenbalken, Stützen oder Platten untersucht. Dabei kann der Versagensmechanismus in Biege- und Schubversagen unterteilt werden.

Der Unterschied zu unbewehrten Betonbauteilen besteht in erster Linie darin, dass der Werkstoff Stahlbeton bereits auf der Makroebene als Verbundwerkstoff aus den zwei Komponenten Bewehrungsstahl und umgebender Beton betrachtet werden kann. Bezüglich des Ermüdungsverhaltens spielen die Oberflächenbeschaffenheit der Bewehrungsstähle (Rippen), der Stabdurchmesser, der Bewehrungsgrad bzw. die Bewehrungsanordnung sowie möglicherweise vorhandene Verbindungen durch Überlappung, Muffenstöße oder Schweißverbindungen eine wichtige Rolle [116]. Die Korrosion reduziert insbesondere bei lokalem Auftreten spürbar die Ermüdungsfestigkeit von Bewehrungsstahl [41].

Neben den beiden Komponenten Stahl und Beton kommt dem Verbundverhalten eine besondere Bedeutung zu [129]. Beim Aufbringen einer äußeren Last weisen beide Komponenten zunächst die gleiche Dehnung auf. Aufgrund der unterschiedlichen Steifigkeiten erfährt der Bewehrungsstahl allerdings eine höhere Spannung. Entsteht bei Überschreiten der Betonzugfestigkeit im Beton ein Riss (siehe Abbildung 2.24), nimmt der Stahl schlagartig eine deutlich höhere Spannung auf, während es in der Rissumgebung im Beton zu einer Entspannung kommt. Die nun vorhandenen Dehnungsunterschiede verursachen Schubspannungen zwischen der Bewehrung und dem Beton, so dass es bei Überschreiten dieser Spannung zum Verbundversagen kommt. Wie in Abbildung 2.24 angedeutet, erfährt ein Bewehrungsstahl aufgrund der gerippten Oberfläche eine zusätzliche Beanspruchung an den Rippen.



Abb. 2.24:Verformungen des Betons um einen eingebetteten Bewehrungsstahls beim Aus-<br/>ziehversuch nach der Bildung innerer Risse, nach [74]

Wird ein im Beton eingebetteter Bewehrungsstahl zyklisch statt monoton beansprucht, ergibt sich nach [7, 69] ein zusätzlicher Schädigungsbeitrag, da die wiederholte Belastung zu einer reduzierten Steifigkeit des Gesamtsystems führt.

Betrachtet man in einer ersten Näherung die statische Spannungs-Verformungskurve als ein auch für Ermüdungsbelastungen gültiges Bruchkriterium, kann stark vereinfacht das Zugtragverhalten des Betons und der Stahlbewehrung superponiert werden (siehe Abbildung 2.25). Die Ausprägung des in Abbildung 2.25, rechts dargestellten Übergangbereichs ist vom Bewehrungsgehalt abhängig und kann bei Aufbringen einer kraftgeregelten Ermüdungsbeanspruchung mit einer Oberlast oberhalb der abgebildeten Talsohle bei schwach bewehrten Stahlbetonbauteilen zu einem beschränkten instabilen Risswachstum führen [174].



Abb. 2.25: Superposition von Stahl- und Betonzugtragverhalten als stark vereinfachtes Verbundverhalten nach [174]

Wie Abbildung 2.26 verdeutlicht, ist das Verhalten eines Bauteils bei Aufbringen einer kraftgesteuerten Ermüdungsbeanspruchung als ermüdungssensitiv zu bezeichnen, wenn der Übergangsbereich ein Tal oder ein Plateau aufweist (Abb. 2.26, links).



Abb. 2.26:Last-Verformungskurven von ermüdungssensitiven (links) und nicht ermüdungs-<br/>sensitiven Stahlbetonbauteilen (rechts) nach [174]

Ist der Übergang hingegen durch ein streng monotones Anwachsen der aufnehmbaren Kraft mit zunehmender Verformung gekennzeichnet, kann das durch diese Spannungs-Verformungsbeziehung beschriebene Bauteil als nicht ermüdungssensitiv bezeichnet werden (Abb. 2.26, rechts). Bei der Betrachtung von Spannbetonbauteilen ergibt sich keine besondere Behandlung des Ermüdungsproblems [116].

Der Einsatz von Stahlfasern in Beton kann etliche Materialeigenschaften wie beispielsweise die Zugfestigkeit, die Bruchzähigkeit sowie den Widerstand gegen Ermüdungs- oder Schockbeanspruchung verbessern. Der Grad der Verbesserung hängt dabei vor allem von der Art, der Größe, der Form und dem Gehalt an Fasern ab. Typische Beispiele für stahlfaserbewehrte Betonbauteile sind hochbeanspruchte Industriefußböden, Flugplatzbefestigungen, Brückenbeläge, Wasserbauten oder auch extrem dünnwandige Bauteile [184]. RAMAKRISHNAN und LOKVIK stellen in [151] fest, dass die Ermüdungsfestigkeit von Stahlfaserbeton stark vom Verbundverhalten der Fasern abhängt. Demnach sind hakenförmige bzw. sehr raue Fasern gegenüber einer zyklischen Beanspruchung besser geeignet als glatte Fasern. Des Weiteren spielt für die Ermüdungsfestigkeit die Verteilung der Fasern in einem Betonbauteil eine entscheidende Rolle. Werden der Betonmischung anstelle von Stahlfasern Polypropylenfasern zugegeben, wirkt sich diese Zugabe zwar nicht auf die Zugfestigkeit aus, verbessert jedoch signifikant das Trag- und Verformungsverhalten unter Ermüdungsbeanspruchung [151, 196].

Die Untersuchung des Entfestigungsverhaltens von faserbewehrtem Beton bei wiederholter Belastung ist bislang nur vereinzelt erfolgt. Dabei konnten CANGIANO et al. [32] bezüglich des Schädigungsbeitrags von inneren Lastzyklen in einachsigen Zugversuchen keinen Einfluss erkennen, während dieselbe Forschergruppe diesen Schädigungsbeitrag in Vier-Punkt-Biegezugversuchen beobachtete [149]. Dieses Beispiel, auf das in Kapitel 4.1 nochmals eingegangen wird, verdeutlicht, dass das bruchmechanische Verhalten von Stahlfaserbeton bei Zugermüdung bisher nicht eindeutig geklärt werden konnte.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit scheint es allerdings angebracht, das Spannungs-Verformungsverhalten unter zyklischer Zugbeanspruchung im Hinblick auf die Fülle der ungeklärten Einflussparameter zunächst für unbewehrten Beton zu entwickeln. Im Anschluss daran kann ein geeignetes Materialmodell nach einer entsprechenden experimentellen Verifizierung für die Anwendung auf stahlfaserbewehrten Beton erweitert werden.

# 2.8 Materialmodelle für das Ermüdungsverhalten von Beton unter zyklischer Beanspruchung

#### 2.8.1 Allgemeines

Im Folgenden wird versucht, die bislang entwickelten Materialmodelle zur Beschreibung des Spannungs-Verformungsverhaltens von Beton bei Ermüdungsbeanspruchung kurz darzustellen. Da das Hauptaugenmerk der vorliegenden Arbeit dem Zugtragverhalten von Beton gilt, werden in den Abschnitten 2.8.2 bis 2.8.7 die wichtigsten Modelle zur Beschreibung der  $\sigma$ - $\delta$ -Beziehung bei Zugermüdung vorgestellt. In Abschnitt 2.8.8 werden zusammenfassend die entsprechenden Modellvorstellungen für die Druckermüdung präsentiert. Eine abschließende kurze Diskussion der beschriebenen Modelle in Abschnitt 2.8.9 zeigt, dass für eine zutreffende Materialbeschreibung unter Einbeziehung der Ergebnisse der eigenen bruchmechanischen und phänomenologischen Untersuchungen (Kapitel 3, 4 und 5) die Entwicklung eines eigenen neuen Stoffgesetz für Beton bei zyklischer Zugbelastung notwendig ist (Kapitel 6).

#### 2.8.2 Materialmodell von ROTS et al.

Rots et al. stellen in [165] ein Materialmodell für zyklische Beanspruchungen vor, das nur als eine sehr grobe Näherung des realen zyklischen Zugverhaltens angesehen werden kann. Wie in Abbildung 2.27 erkennbar ist, wird für die Ent- und die Wiederbelastung derselbe Weg zurückgelegt, der von einem Punkt auf der Einhüllenden, an dem die Entlastung startet, geradlinig auf den Koordinatenursprung führt.



Abb. 2.27: Das Materialmodell von ROTS et al. für zyklische Zugbeanspruchung [165]

Rots et al. verwenden einen "verschmierten" Ansatz (vergleiche Abschnitt 2.3.7), der von einer additiven Zerlegung der Gesamtdehnungsinkremente  $\Delta \varepsilon$  in einen linear elastischen Anteil  $\Delta \varepsilon^{el}$  für den ungerissenen Beton und einen Rissanteil  $\Delta \varepsilon^{cr}$  ausgeht. Der Vektor der globalen Rissdehnungen  $\varepsilon^{cr}$  wird durch die lokalen Rissdehnungen  $e^{cr}$  und eine Transformationsmatrix N zur Berücksichtigung der Rissorientierung, der Vektor der Rissuferspannungen s<sup>cr</sup> durch den globalen Spannungsvektor  $\sigma$  und die transponierte N-Matrix gebildet:

$$\varepsilon^{\rm cr} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{e}^{\rm cr} \tag{2.35a}$$

$$\mathbf{s}^{\mathrm{cr}} = \mathbf{N}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{\sigma} \tag{2.35b}$$

Die inkrementelle Beziehung zwischen den Rissuferspannungen und den lokalen Rissdehnungen ergibt sich nach Gleichung (2.35c):

$$\Delta s^{\rm cr} = D^{\rm cr} \cdot \Delta e^{\rm cr} \quad , \tag{2.35c}$$

wobei in der Rissufermatrix  $D^{cr}$  das Nachrissverhalten sowie eine mögliche Kornverzahnung berücksichtigt werden kann [165]. Sie setzt sich aus einem Zuganteil  $D_c$  und einem davon unabhängigen Schubanteil  $G_c$  zusammen. Die Bezeichnung  $D_c = D_c^0 < 0$  dient zur Beschreibung des Rissfortschrittes und wird auch als Zug-Entfestigungsmodul bezeichnet.  $D_c = D_c^c > 0$  ist die positive Sekantensteifigkeit und beschreibt das Schließen eines Risses (siehe auch Abbildung 2.27). Für den ungerissenen Betonanteil lässt sich eine konstitutive Beziehung der Form

$$\Delta \sigma = \mathbf{D}^{co} \cdot \Delta \varepsilon^{co} \tag{2.36}$$

angeben, mit  $D^{co}$  = Steifigkeitsmatrix nach dem Hooke'schen Gesetz und  $\Delta \varepsilon^{co} = \Delta \varepsilon^{el}$ .

Unter Berücksichtigung der angesprochenen additiven Zerlegung der Dehnungsinkremente ergibt sich aus der Kombination der Gleichungen (2.35a) und (2.36) Gleichung (2.37a), aus der Kombination der Gleichungen (2.35b) und (2.35c) Gleichung (2.37b):

$$\Delta \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}^{\mathrm{co}} \cdot \left( \Delta \boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{N} \cdot \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{cr}} \right) \quad , \tag{2.37a}$$

$$\mathbf{D}^{\mathrm{cr}} \cdot \Delta \mathbf{e}^{\mathrm{cr}} = \mathbf{N}^{\mathrm{T}} \cdot \Delta \boldsymbol{\sigma} \quad . \tag{2.37b}$$

Durch Einsetzen von Gleichung (2.37b) in Gleichung (2.37a), Auflösen nach  $\Delta \varepsilon^{cr}$  und anschließendes Rückeinsetzen in Gleichung (2.37a) erhält man daraus eine Spannungs-Verformungsbeziehung für angerissenen Beton in inkrementeller Form nach Gleichung (2.38):

$$\Delta \sigma = \left[ \mathbf{D}^{co} - \mathbf{D}^{co} \cdot \mathbf{N} \left[ \mathbf{D}^{cr} + \mathbf{N}^{\mathrm{T}} \mathbf{D}^{co} \mathbf{N} \right]^{-1} \mathbf{N}^{\mathrm{T}} \mathbf{D}^{co} \right] \cdot \Delta \varepsilon \quad .$$
 (2.38)

Gleichung (2.38) verdeutlicht die Analogie zur Plastizitätstheorie durch die Reduzierung der elastischen Steifigkeitsmatrix D<sup>co</sup>.

#### 2.8.3 Materialmodell von GYLLTOFT

GYLLTOFT [83] verwendet zur Beschreibung von Ent- und Wiederbelastungsvorgängen Geraden, deren Steigung der Anfangssteigung im Spannungs-Dehnungsdiagramm entspricht. Abbildung 2.28 zeigt eine Ent- und Wiederbelastung, welche dem Materialmodell nach GYLLTOFT folgt.

Die Punkte O, A, B, C in Abbildung 2.28, links beschreiben die Einhüllende. Die Entlastung startet in Punkt E und verläuft parallel zur Anfangssteigung bis zum Punkt F ( $\varepsilon = \varepsilon_f$ ;  $\sigma = 0$ ). Die weitere Entlastung verläuft zunächst auf der  $\varepsilon$ -Achse bis zum Punkt G, bevor wieder parallel zur Anfangssteigung bis zu Punkt H in den Druckbereich hinein belastet wird. Nach der Spannungsumkehr verläuft die Beziehung auf der gleichen Strecke mit dem Unterschied, dass auf der  $\varepsilon$ -Achse Punkt F nicht mehr erreicht wird, sondern die  $\varepsilon$ -Achse bereits bei F' verlassen wird. Der dadurch erreichte Punkt E' liegt auf dem gleichen Spannungsniveau wie Punkt E, ist aber um die Differenz der Strecken FG =  $g_c \cdot \varepsilon_f$  und GF' =  $g_0 \cdot g_c \cdot \varepsilon_f$  nach links verschoben.  $g_c$  und  $g_0$  werden als Materialkonstanten betrachtet und können nach [83] experimentell bestimmt werden. Somit entstehen für zyklische Beanspruchungen Verformungsanteile ohne Spannungsübertragung, die dem Öffnen und Schließen von Mikrorissen entsprechen. Die graduelle Abnahme der nach Durchlaufen eines Lastzyklus verbleibenden Spannungs-Dehnungsbeziehung wird von GYLLTOFT als Schädigungsfaktor bezeichnet.



Abb. 2.28:Das Materialmodell von GYLLTOFT (links) mit Energiebetrachtung (rechts) für<br/>zyklische Zugbeanspruchung [83]

Wie in Abbildung 2.28, rechts zu erkennen ist, erfüllt das Materialmodell von GYLLTOFT als Bruchbedingung das Energiekriterium. Während die Gesamtfläche unter der  $\sigma$ - $\epsilon$ -Kurve der Bruchenergie G<sub>F</sub> entspricht, steht die Fläche A<sub>1</sub> innerhalb einer Hysterese für diejenige Energie, die für die Bruchzone in einem Lastzyklus benötigt wird. Die Fläche A<sub>1</sub> entspricht genau der Fläche  $A_2$ , die durch die Herabsetzung der Einhüllenden entsteht. Somit wird angedeutet, dass in jedem Lastzyklus eine bestimmte Energiemenge verbraucht wird.

#### 2.8.4 Materialmodell von REINHARDT et al.

Auf der Basis von Versuchen stellen REINHARDT et al. Modelle sowohl für statische als auch für zyklische Beanspruchungen auf [153]. Das Modell für statische Beanspruchungen dient bei zyklischen Beanspruchungen als Einhüllende und kann durch

$$\sigma(\delta) = f_t \cdot \left[ \left( 1 + (c_1 \frac{\delta}{\delta_0})^3 \right) \cdot e^{-c_2 \frac{\delta}{\delta_0}} - \frac{\delta}{\delta_0} \cdot (1 - c_1^3) \cdot e^{-c_2} \right]$$
(2.39)

beschrieben werden. Die Koeffizienten  $c_1$  und  $c_2$  in Gleichung (2.39) werden als Materialkonstanten betrachtet. Für zyklische Beanspruchungen unterscheiden REINHARDT et al. zwischen zwei Fällen: Reine Zugschwellbelastung (siehe Abbildung 2.29, links) und Zug-Druck-Wechselbelastung (Abbildung 2.29, rechts).



Abb. 2.29: Modell von REINHARDT et al. für reine Zugschwellbelastung (links) und Zug-Druck-Wechselbelastung (rechts) [153]

REINHARDT et al. nehmen wie ROTS et al. (Abschnitt 2.8.2) die additive Zerlegung der Dehnungen nach dem FCM von HILLERBORG et al. auf (siehe Abschnitt 2.3.7). Beim Modell für reine Zugschwellbelastung (Abbildung 2.29, links) beginnt die Entlastung bei  $\sigma_1$  auf der Einhüllenden und erreicht das Gleichgewicht bei konstanter Rissbreite  $\delta_1$  wieder bei  $\sigma_2$ . Während der elastische Anteil eine reversible Verformung darstellt, bleibt die Rissöffnung bei Entlastung konstant, was einer starken Vereinfachung des tatsächlichen Materialverhaltens entspricht. Die Spannung  $\sigma_3$ , die nach Durchlaufen eines Lastzyklus auf der Einhüllenden wieder erreicht wird, berechnet sich aus

$$\sigma_3 = \sigma_1 - \alpha \cdot \Delta \sigma \quad , \tag{2.40}$$

wobei der Spannungsabfall  $\Delta \sigma$  experimentell bestimmt wird. Der Faktor  $\alpha$  berücksichtigt die Abhängigkeit des Spannungsabfalls von der Unterspannung  $\sigma_2$  in der Form

$$\alpha = 1 - \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad . \tag{2.41}$$

Der Verlauf der Wiederbelastung wird durch die Steifigkeit  $C_3 = \sigma_3/\delta_3$  bestimmt, welche wiederum iterativ aus Gleichung (2.39) berechnet wird. Zuletzt wird die Spannung  $\sigma_r$  aus  $C_3 \cdot \delta_1$  berechnet.

Beim Modell für Zug-Druck-Wechselbelastung (Abbildung 2.29, rechts) beginnt die Entlastung wie beim Modell für die reine Zugschwellbelastung bei  $\sigma_1$ . Da der Verlauf der Hystereseschleife wesentlich von der Wiederbelastungsverformung  $\delta_3$  bestimmt wird, müssen wiederum zunächst  $\sigma_3$  und  $\delta_3$  mit Hilfe des Spannungsabfalls  $\Delta \sigma$  iterativ aus Gleichung (2.39) berechnet werden. Die Entlastung verläuft bei konstanter Verformung  $\delta_1$ , bis die Gerade A erreicht ist, und läuft entlang der Geraden B und C weiter, bis bei  $\delta_2$  wieder das Gleichgewicht erlangt wird. Die Geraden A und B berechnen sich nach

Gerade A: 
$$\frac{\sigma}{f_t} = \frac{1}{6} \left( \frac{\delta}{\delta_3} - 1 \right)$$
, (2.42a)

Gerade B: 
$$\frac{\sigma}{f_t} = \frac{\delta}{0, 3 \cdot \delta_3} - 1$$
 . (2.42b)

Gerade C berücksichtigt die irreversible Rissbreite  $\delta_2^c$  und lässt sich für Normalbeton näherungsweise aus Gleichung (2.43) berechnen:

$$\delta_2^c = 0,35 \cdot \delta^{0,66} \quad . \tag{2.43}$$

Die Wiederbelastung setzt bei Spannung  $\sigma_2$  ein und verläuft mit konstanter Verformung  $\delta_2^c$ , bis die Steifigkeit C<sub>3</sub> bei Spannung  $\sigma_r$  erreicht ist. Die Einhüllende wird bei  $\sigma_3$  wieder erreicht.

Im Gegensatz zum Modell für reine Zugschwellbelastung wird beim Modell für die Zug-Druck-Wechselbelastung die Energiedissipation berücksichtigt, die aufgrund der Rissuferreibung entsteht.

#### 2.8.5 Focal-Point-Model von YANKELEVSKY und REINHARDT

Beim Focal-Point-Model von YANKELEVSKY und REINHARDT [221] wird das hysteretische Verhalten mit Hilfe von sieben festgelegten Punkten (Focal Points) O und  $z_1$  bis  $z_6$  sowie zusätzlichen Hilfspunkten A bis N beschrieben. Abbildung 2.30 verdeutlicht die Lage der einzelnen Punkte sowie die prinzipielle Vorgehensweise bei der Konstruktion des Focal-Point-Model.



Abb. 2.30: Focal-Point-Model von YANKELEVSKY und REINHARDT [221]

Die Konstruktion des Focal-Point-Models basiert auf der experimentellen Beobachtung, dass sich die Steifigkeit während der Ent- und Wiederbelastung in einer Hystereseschleife ändert. Die Punkte O und  $z_1$  bis  $z_5$  sind allein von der statischen Zugfestigkeit  $f_t$  abhängig und werden durch die in Abbildung 2.30 angeführten Koordinaten beschrieben. Die Lage von Punkt  $z_6$ , der von Zyklus zu Zyklus variiert, ist abhängig von Punkt A, an dem die Entlastung startet. Er ergibt sich zu  $z_6$  (1/2·w<sub>A</sub>; -0,075·f<sub>t</sub>) mit  $w_A$  = aktuelle Rissöffnung bei Entlastung. Die Hystereseschleife startet von Punkt A auf der Einhüllenden und ergibt einen Polygonzug über alle Hilfspunkte.

Die mathematische Beschreibung der einhüllenden Spannungs-Verformungs- bzw. Rissöffnungsbeziehung wird in [221] als gegeben vorausgesetzt. Auf die detaillierte Beschreibung der einzelnen Konstruktionsschritte wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit verzichtet, sie kann entnommen werden. Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass sich die Konstruktionsbeschreibung in [221] auf die Spannungs-Gesamtverformungskurve bezieht, während für Abbildung 2.30 eine Spannungs-Rissöffnungsbeziehung gewählt wurde.

#### 2.8.6 Continuous-Function-Model von HORDIJK

Im Gegensatz zu den aufwendigen Rechenschritten beim Focal-Point-Model (Abschnitt 2.8.5) zielte die Arbeit von HORDIJK darauf ab, mit dem Continuous-Function-Model (CFM) eine möglichst geschlossene analytische Beschreibung des hysteretischen Zugverhaltens von Beton zu finden [92].



Abb. 2.31: Continuous-Function-Model von HORDIJK [92]

Abgesehen von der Beschreibung der Einhüllenden basiert das Modell im Wesentlichen auf drei mathematischen Beziehungen für die Entlastungskurve (I), die Lücke in der Einhüllenden zur Beschreibung des Spannungsabfalls nach dem Durchlaufen einer Hystereseschleife (II) und die Wiederbelastungskurve (III). In Abbildung 2.31 sind die wichtigsten Kenngrößen des CFM aufgeführt. Die Einhüllende entspricht der von REINHARDT et al. vorgeschlagenen Beziehung (2.39), wobei für  $\delta$  nun die Rissöffnung w eingesetzt wird. Die Einhüllende ergibt sich aus einachsigen Zugversuchen mit monotoner Beanspruchung zu

$$\frac{\sigma}{f_{t}} = \left\{ 1 + \left( c_{1} \cdot \frac{W}{W_{c}} \right)^{3} \right\} e^{-c_{2} \frac{W}{W_{c}}} - \frac{W}{W_{c}} \left( 1 + c_{1}^{3} \right) \cdot e^{-c_{2}} \quad .$$
(2.44)

In experimentellen Versuchen bestimmte HORDIJK die Koeffizienten  $c_1 = 3,0$  und  $c_2 = 6,93$ . Die kritische Rissöffnung w<sub>c</sub> wurde mit w<sub>c</sub> = 160 µm angenommen.

Mit Hilfe der Zugfestigkeit  $f_t$ , der kritischen Rissöffnung  $w_c$  und der Form der Spannungs-Rissöffnungskurve lässt sich die Bruchenergie  $G_F$  berechnen. Eine Integration von Gleichung (2.44) nach der Rissöffnung w führt zu

$$G_{F} = f_{t} \cdot w_{c} \left[ \frac{1}{c_{2}} \left\{ 1 + 6 \left( \frac{c_{1}}{c_{2}} \right)^{3} \right\} - \left\{ \frac{1}{c_{2}} + c_{1}^{3} \cdot \left( \frac{1}{c_{2}} + \frac{3}{c_{2}^{2}} + \frac{6}{c_{2}^{3}} + \frac{6}{c_{2}^{4}} \right) + \frac{1}{2} \cdot \left( 1 + c_{1}^{3} \right) \right\} \cdot e^{-c_{2}} \right] \quad . (2.45)$$

Mit den Werten für  $c_1$  und  $c_2$  erhält man für die kritische Rissöffnung die Beziehung  $w_c = 5,14 \cdot G_F/f_t$ . Ein Vergleich mit Versuchsergebnissen aus der Literatur ergab trotz unterschiedlichen Betonzusammensetzungen nach [92] eine sehr gute Übereinstimmung mit der vorgestellten Spannungs-Rissöffnungsbeziehung.

Die Entlastungskurve (I) beginnt auf der Einhüllenden in Punkt ( $w_{eu}$ ;  $\sigma_{eu}$ ), siehe auch Abbildung 2.31, und ist gegeben durch

$$\frac{\sigma}{f_t} = \frac{\sigma_{eu}}{f_t} + \left\{ \frac{1}{3 \cdot \frac{W_{eu}}{W_c} + 0.4} \right\} \cdot \left[ 0.014 \left\{ \ln\left(\frac{w}{W_{eu}}\right) \right\}^5 - 0.57 \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{w}{W_{eu}}\right)} \right] \quad .$$
(2.46)

Die Lücke in der Einhüllenden wird durch das Anwachsen der Rissöffnung  $w_{inc}$  (II) beschrieben, welche mit Hilfe der Punkte ( $w_{eu}$ ;  $\sigma_{eu}$ ) und ( $w_L$ ;  $\sigma_L$ ) in der Form

$$\frac{\mathbf{W}_{\text{inc}}}{\mathbf{W}_{\text{c}}} = 0, 1 \cdot \frac{\mathbf{W}_{\text{eu}}}{\mathbf{W}_{\text{c}}} \cdot \left\{ \ln \left( 1 + 3 \cdot \frac{\mathbf{\sigma}_{\text{eu}} - \mathbf{\sigma}_{\text{L}}}{\mathbf{f}_{\text{t}}} \right) \right\}$$
(2.47)

ausgedrückt wird.  $\sigma_{er}$  lässt sich aus  $w_{er} = w_{eu} + w_{inc}$  und Gleichung (2.44) bestimmen. Der dritte mathematische Ausdruck beschreibt den Verlauf der Wiederbelastungskurve (III):

$$\frac{\sigma}{\sigma_{L}} = 1 + \left[\frac{1}{c_{3}} \cdot \left\{\frac{w - w_{L}}{w_{er} - w_{L}}\right\}^{0, 2 \cdot c_{3}} + \left\{1 - \left(1 - \frac{w - w_{L}}{w_{er} - w_{L}}\right)^{2}\right\}^{c_{4}}\right] \cdot \left(\frac{c_{3}}{c_{3} + 1}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_{er}}{\sigma_{L}} - 1\right) \quad , \quad (2.48)$$

mit den Koeffizienten

$$\mathbf{c}_{3} = 3 \cdot \left(3 \cdot \frac{\mathbf{f}_{t} - \boldsymbol{\sigma}_{L}}{\mathbf{f}_{t}}\right)^{\left(-1 - 0.5 \cdot \frac{\mathbf{w}_{eu}}{\mathbf{w}_{c}}\right)} \cdot \left\{1 - \left(\frac{\mathbf{w}_{eu}}{\mathbf{w}_{c}}\right)^{\left(\frac{0.71 \cdot \mathbf{f}_{t}}{\mathbf{f}_{t} - \boldsymbol{\sigma}_{L}}\right)}\right\}$$
(2.49)

und

$$c_{4} = \left[2 \cdot \left(3 \cdot \frac{f_{t} - \sigma_{L}}{f_{t}}\right)^{-3} + 0,5\right]^{-1}$$
 (2.50)

Ein entscheidender Vorteil des CFM besteht darin, dass es im Vergleich zu den in den Abschnitten 2.8.2 bis 2.8.5 vorgestellten Modellen in der Lage ist, Hystereseschleifen zu beschreiben, deren Ausgangs- und Endpunkt nicht auf der Einhüllenden liegen [92].

TOUMI et al. [198] modifizieren die mathematische Beschreibung der Hystereseschleifen, verwenden jedoch als Einhüllende die von REINHARDT et al. bzw. HORDIJK vorgeschlagene Beziehung (2.39) resp. (2.44). Nach [198] wird die Entlastungskurve in einer Schleife durch Gleichung (2.51), die Wiederbelastungskurve durch (2.52) beschrieben:

$$\sigma = \frac{\sigma_{eu}}{\lambda - 1} \left[ \lambda \cdot \frac{w}{w_{eu}} - 1 \right] \quad , \tag{2.51}$$

$$\sigma = \sigma_{\rm er} \cdot \left[ \frac{W}{W_{\rm er}} \right] \quad , \tag{2.52}$$

mit  $\sigma_{er} = (1 - \mu) \cdot \sigma_L$ . Die Konstanten  $\lambda$  und  $\mu$  werden in [198] mittels einer inversen Analyse zu  $\lambda = 2,0$  und  $\mu = 0,05$  bestimmt. TOUMI gibt in [200] hingegen durch Gleichung (2.53) auch eine eigene funktionale Beschreibung der Einhüllenden an:

$$\frac{\sigma}{f_t} = e^{-5 \cdot \frac{W}{W_c}} \quad . \tag{2.53}$$

Des Weiteren entfällt in [200] der in Gleichung (2.51) angegebene Term  $1/(\lambda - 1)$  bei der Formulierung der Entlastungsphase.

#### 2.8.7 Rheologisches Materialmodell von DUDA

Das rheologische Materialmodell von DUDA [58] hebt sich deutlich von den bisher vorgestellten Modellen ab. Während bei den in den Abschnitten 2.8.2 bis 2.8.6 vorgestellten Modellen die funktionalen Abhängigkeiten mittels einer Anpassung an die Versuchsergebnisse ("best fit") ermittelt wurden, verwendet DUDA Feder- und Reibungselemente, um die Spannungs-Rissöffnungsbeziehung physikalisch eindeutig zu beschreiben.

Die dem Modell zugrunde liegende Idee besteht darin, dass die zwischen den Zuschlagkörnern und der Zementmatrix wirkenden Reibkräfte Spannungen auch noch über einen Riss hinweg übertragen können, die durch die Modellierung der einzelnen Körner als Reibelemente erfasst werden. Diese Spannungsübertragung ist bis zu einer Grenzrissbreite w<sub>i,max</sub> möglich, die Wirksamkeit wird durch eine Verteilungsfunktion  $\Phi(w)$  festgelegt. Diese Verteilungsfunktion  $\Phi(w)$  muss so beschaffen sein, dass sie für eine Rissbreite w = 0 gleich 1 ist, monoton fällt und für große Rissbreiten gegen Null geht [58].

DUDA geht bei der Entwicklung seines rheologischen Modells so vor, dass er zunächst ein Modell für monoton steigende Rissbreiten entwickelt, um dieses anschließend durch die rheologische Beschreibung von Hystereseschleifen zu erweitern. Auf eine detaillierte Beschreibung dieser Vorgehensweise wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit verzichtet, sie kann z. B. [58] entnommen werden.

Das hysteretische Werkstoffverhalten von Beton lässt sich durch die in Abbildung 2.32, links dargestellte Anordnung rheologischer Elemente beschreiben.


Abb. 2.32:Verwendete rheologische Elemente im Werkstoffmodell von DUDA für zyklische<br/>Belastungen (links) und daraus resultierende Spannungs-Verformungsbeziehung<br/>(rechts) [58]

In Abbildung 2.32, links ist die klare Trennung in drei Elementgruppen A, B und C zu erkennen. Die Elementgruppen A und B bestehen jeweils aus einer Reihenschaltung von zwei Feder- und zwei Reibungselementen und beschreiben den Verlauf der Hystereseschleifen. Sie unterscheiden sich darin, dass Elementgruppe A für die Primärtragwirkung steht, die nach DUDA aus dem Haftverbund zwischen den Zuschlagkörnern und der umgebenden Zementsteinmatrix resultiert, und Elementgruppe B, die die Sekundärtragwirkung (Reibung zwischen Korn und Matrix nach bereits erfolgter Rissbildung) abbildet. Elementgruppe C wird lediglich innerhalb von Hystereseschleifen aktiviert und beschreibt die Tatsache, dass ein einmal geöffneter Riss aufgrund von Partikelverlagerungen nur unter erheblicher Druckbeanspruchung wieder geschlossen werden kann.

Die Mechanismen der Elementgruppe A werden durch

$$\sigma_{a}(w) = \begin{cases} (\sigma_{a1,0} + \sigma_{a2,0}) \cdot \Phi_{a}(w) & \text{zwischen } 1 \text{ und } 2 \\ (w - w_{a1}) \cdot K_{a1} \cdot \Phi_{a}(w) & \text{zwischen } 2 \text{ und } 3 \\ (w - w_{a1}) \cdot K_{a1} \cdot \Phi_{a}(w) & \text{zwischen } 3 \text{ und } 4 \\ (w - w_{a1}) \cdot K_{a1} \cdot \Phi_{a}(w) & \text{zwischen } 4 \text{ und } 5 \\ (w - w_{a1}) \cdot K_{a1} \cdot \Phi_{a}(w) & \text{zwischen } 5 \text{ und } 6 \\ (\sigma_{a1,0} + \sigma_{a2,0}) \cdot \Phi_{a}(w) & \text{ab } 6 \end{cases},$$
(2.54)

$$w_{a1} = \begin{cases} w - \frac{\sigma_{a,0}}{K_{a1}} & w_{a1} - \frac{\sigma_{a2,0}}{K_{a2}} & zwischen ① und ② \\ w_{a1}^{(2)} & w_{a1} + \frac{\sigma_{a1,0}}{K_{a1} + K_{a2}} & w_{a2} = \\ w_{a1}^{(4)} & w_{a2} - \frac{w_{a1}^{(2)}}{K_{a1} + K_{a2}} & w_{a2} = \\ w_{a1}^{(2)} & zwischen ③ und ④ \\ w_{a1}^{(2)} & zwischen ④ und ⑤ \\ w_{a1}^{(2)} & zwischen ④ und ⑤ \\ w_{a1}^{(2)} & zwischen ⑤ und ⑥ \\ w_{a1}^{(2)} & zwischen ⑥ und ⑥ \\ w_{a1}^{(2)} & zwischen \% \end{cases}$$

und

$$K_{a2} = \frac{\sigma_{a1,0} + \sigma_{a2,0}}{w_{max} - (3 \cdot \sigma_{a1,0} + \sigma_{a2,0}) / (K_{a1})}$$
(2.56)

beschrieben. Die Verteilungsfunktion  $\Phi(w)$  beschreibt das Ausfallen der durch die einzelnen rheologischen Elemente beschriebenen Mechanismen.  $w_{a1}$  und  $w_{a2}$  bezeichnen die Verschiebungen der ersten bzw. zweiten Reibungselemente der Gruppe A,  $\sigma_{a1,0}$  und  $\sigma_{a2,0}$  die Summe der von den entsprechenden Reibungselementen übertragenen Reibspannung. K<sub>a1</sub> und K<sub>a2</sub> stehen für die Summe der Federkonstanten der ersten bzw. zweiten Federn der Gruppe A,  $w_{a1}^{(1)}$ und  $w_{a2}^{(1)}$  für die Verschiebung  $w_{a1}$  und  $w_{a2}$  bei Punkt (i). Die in den Gleichungen (2.54) bis (2.56) beschriebenen Punkte (i) beziehen sich auf die in Abbildung 2.32, rechts dargestellten Punkte. Die in Gleichung (2.56) aufgeführte größte während der Verformungsgeschichte erreichte Rissöffnung  $w_{max}$  berechnet sich nach Gleichung (2.57) und spiegelt den auch von anderen Autoren beobachteten Effekt des Spannungsabfalls nach Durchlaufen einer Hystereseschleife wider (vergleiche z. B. Gleichung (2.47) nach HORDIJK):

$$w_{max} = \begin{cases} w & zwischen (1) und (2) \\ w_{max}^{(2)} + C_1 \cdot (w_{max}^{(2)} - w) & zwischen (2) und (3) \\ w_{max}^{(3)} + C_1 \cdot (w_{max}^{(3)} - w) & zwischen (3) und (4) \\ w_{max}^{(4)} + C_1 \cdot (w - w_{max}^{(4)}) & zwischen (4) und (5) \\ w_{max}^{(5)} + C_1 \cdot (w - w_{max}^{(5)}) & zwischen (5) und (6) \\ max (w, w_{max}^{(6)} + C_1 \cdot (w - w_{max}^{(6)})) & ab (6) \end{cases}$$
(2.57)

mit  $w_{max}^{(1)}$  = bei Punkt (i) errechnete Rissbreite  $w_{max}$ ,  $C_1$  = Konstante (für normalfesten Beton = 0,1).

Die Modellierung der Elementgruppe B erfolgt in der gleichen Weise mit dem Unterschied, dass der Index a durch b ersetzt wird. Die Verteilungsfunktionen  $\Phi_a(w)$  und  $\Phi_b(w)$ wurden von DUDA mit Hilfe von Experimenten angepasst und lauten

$$\Phi_{a}(w) = e^{-\left(\frac{w_{max}}{w_{a}}\right)^{2}}$$
(2.58)

bzw.

$$\Phi_{b}(w) = e^{-\left(\frac{w_{max}}{w_{b}}\right)} , \qquad (2.59)$$

mit  $w_a$ ;  $w_b$  = Gesamtverschiebung der Elementgruppe A bzw. B. Wie erwähnt, wird die Elementgruppe C lediglich innerhalb einer Hystereseschleife aktiviert. Wenn ein Riss geöffnet wird, können sich kleine Partikel an den Rissoberflächen dahingehend verlagern, dass ein Wiederschließen des Risses nur unter erheblicher Druckbeanspruchung möglich ist. Die erforderliche Druckkraft ist um so größer, je weiter ein Riss wieder geschlossen werden soll. Die Verteilungsfunktion  $\Phi_c(w)$  bestimmt die Anzahl der aktiven Elemente der Gruppe C mittels eines Hyperbelansatzes der Form

$$\Phi_{c}(w) = \begin{cases} 1 - \frac{W_{max}}{W} & \text{für Entlastungsast} \\ \left(1 - \frac{W_{max}}{W}\right) \cdot C_{2} & \text{für Wiederbelastungsast} \end{cases}$$
(2.60)

Mit der Konstanten  $C_2$  in Gleichung (2.60) wird die Fläche zwischen Ent- und Wiederbelastungskurve eines Zyklus und damit die Energiedissipation innerhalb dieser Hystereseschleife bestimmt. Das Verhalten der Elementgruppe C wird durch

$$\sigma_{c} = \sigma_{c,0} \cdot \Phi_{c} \left( \mathbf{w} \right) \tag{2.61}$$

beschrieben, mit  $\Phi_c(w)$  aus Gleichung (2.60) und  $\sigma_{c,0}$  als Summe der übertragbaren Reibspannungen. Der durch die Gleichungen (2.60) und (2.61) beschriebene Zusammenhang wird bei der Entwicklung eines eigenen rheologisch-statistischen Materialmodells in Kapitel 6 nochmals aufgenommen.

Das Gesamtverhalten des rheologischen Werkstoffmodells für zyklische Beanspruchung von DUDA ergibt sich aus der additiven Überlagerung der Elementgruppen A, B und C und ist in Abbildung 2.32, rechts dargestellt. Für die Gesamtspannung gilt dann:

$$\sigma(w) = \sigma_a(w) + \sigma_b(w) + \sigma_c(w) \quad . \tag{2.62}$$

Für  $\sigma_{c,0} = 0$  ergibt sich aus dem vorgestellten Modell gerade das Modell für monoton steigende Rissbreiten. Um das Werkstoffmodell mit Hilfe von Versuchen zu verifizieren, muss zusätzlich eine linear elastische Feder vorgeschaltet werden, um den in einer Messlänge  $l_{meas}$ enthaltenen Anteil des ungerissenen Betons (Dehnung  $\varepsilon = \sigma / E_0$ ) zu erfassen.

Das rheologische Werkstoffmodell von DUDA enthält elf freie Parameter (fünf Reibspannungen  $\sigma_{a1,0}$ ,  $\sigma_{a2,0}$ ,  $\sigma_{b1,0}$ ,  $\sigma_{b2,0}$  und  $\sigma_{c,0}$ , zwei Rissbreiten w<sub>a</sub> und w<sub>b</sub>, zwei Federsteifigkeiten K<sub>a1</sub> und K<sub>b1</sub> sowie zwei Konstanten C<sub>1</sub> und C<sub>2</sub>.). Die Federsteifigkeiten K<sub>a2</sub> und K<sub>b2</sub> werden durch Gleichung (2.56) bestimmt und sind dadurch festgelegt. Mit Hilfe der elf Parameter kann nach DUDA jede gewünschte Form sowohl für die Einhüllende als auch für die Hystereseschleifen gefunden werden. Zur Anwendung des Modells in der Praxis ist die freie Wahl der genannten Parameter allerdings zu aufwendig. Daher werden sie in Abhängigkeit von der statischen Zugfestigkeit f<sub>t</sub> und der Bruchenergie G<sub>F</sub> bestimmt.

REMMEL [156] erweiterte das von DUDA entwickelte rheologische Werkstoffmodell für die Anwendung auf hochfeste Betone. Die wesentlichen Änderungen liegen zum einen in der Beschreibung des Spannungsabfalls nach dem Durchlaufen einer Hystereseschleife. REMMEL geht hier anstelle der von DUDA vorgeschlagenen Definition von  $w_{max}$  (Gleichung 2.57)) den Weg über eine separate Funktion für den Spannungsabfall, die er ähnlich wie HORDIJK aus den eigenen Versuchsergebnissen ableitet. Zum anderen legt er den erreichbaren unteren Umkehrpunkt einer Hystereseschleife bei Betrachtung einer einzigen Elementkette der Gruppe A (die von DUDA eingeführte Elementgruppe B entfällt, Elementgruppe C wird zu B) bei einer Verformung w = 0 durch die von beiden Reibungselementen übertragbare Spannung fest, während DUDA diesen Punkt durch die Umkehrbewegung der ersten Reibungselemente definiert (siehe hierzu auch die Entwicklung des eigenen rheologisch-statistischen Materialmodells in Kapitel 6, insbesondere Abbildung 6.9). Des Weiteren wählt REMMEL zur Berücksichtigung des Druckbereichs beim Schließen und anschließenden Wiederöffnen von Rissen (Elementgruppe C nach DUDA) anstelle der in Gleichung (2.60) angeführten Hyperbelbeziehung eine Logarithmusgleichung.

## 2.8.8 Materialmodelle zur Beschreibung des Ermüdungsverhaltens bei Druckbeanspruchung

Für den Fall, dass es sich um eine Ermüdungsbeanspruchung handelt, bei der unbewehrter Beton unter Druck belastet wird, steht eine Vielzahl von Modellen zur Verfügung.

Im Folgenden wird eine Auswahl davon kurz diskutiert, wobei auf eine Beschreibung der mathematischen Formulierungen verzichtet wird. Dabei werden beispielsweise die Modelle von BAHN und HSU [6] und ELMORSI et al. [61] gänzlich außer Acht gelassen, da diese Modelle lediglich beschreibende Modelle darstellen und sich nicht als Vorhersagemodelle eignen.



Abb. 2.33:Materialmodell von KARSAN UND JIRSA für zyklische Druckbelastungen (links) und<br/>Vergleich der Steifigkeitsverläufe in den "common points" für drei verschiedene<br/>Modellvorstellungen (rechts) in Anlehnung an [100] und [121]

KARSAN und JIRSA [100] entwickelten sehr einfache analytische Beziehungen zur Beschreibung des Last-Verformungsverhaltens von unbewehrtem Beton unter zyklischer Beanspruchung, die den Steifigkeitsabfall mit zunehmender Lastwechselzahl und den zunehmenden Steifigkeitsabfall innerhalb der Hystereseschleifen berücksichtigen. Abbildung 2.33, links zeigt das Spannungs-Dehnungsverhalten des Modells im Vergleich zu experimentell ermittelten  $\sigma$ - $\epsilon$ -Verläufen ( $\epsilon_{cu}$  = Dehnung bei Erreichen der maximal aufnehmbaren Spannung f<sub>c</sub>). Ebenfalls markiert sind in Abbildung 2.33, links die so genannten "common points", die als Schnittpunkte der Entlastungs- und Wiederbelastungsbereiche entstehen. Als Hüllkurve verwenden KARSAN und JIRSA eine von SMITH und YOUNG [189] entwickelte Spannungs-Dehnungsbeziehung für Beton unter monotoner Belastung. Die Anwendbarkeit des Modells ist deshalb wie die der im Folgenden vorgestellten Modelle auf den niederzyklischen Bereich beschränkt und scheint für eine wirklichkeitsnahe Beschreibung des Verhaltens von Beton unter zyklischer Druckbeanspruchung im Bereich großer Lastwechselzahlen nicht geeignet [29]. Weiterhin wird der nicht zu vernachlässigende Einfluss der Belastungs- bzw. Dehnungsrate nicht berücksichtigt [175].

Das Materialmodell von SINHA et al. [185] geht davon aus, dass die Hüllkurve und die Entlastungs- und Wiederbelastungskurven von der Belastungsgeschichte unabhängig sind. Dies wurde in Versuchen widerlegt, so dass das Modell nur als grobe Näherung des realen Verhaltens von Beton anzusehen ist [6, 100].

YANKELEVSKY und REINHARDT [219] entwickelten ein Materialmodell, das die Entlastungs- und Wiederbelastungskurven auf grafischem Wege ermittelt (vergleiche auch Abschnitt 2.8.5). Dabei wird – wie in den meisten Modellen – der zunehmende Steifigkeitsabfall der Entlastungskurve mit anwachsender Dehnung erfasst. Das Modell ermöglicht eine wirklichkeitsnahe Beschreibung des Materialverhaltens von Beton und ist für jede Hüllkurve anwendbar. Allerdings ist die Konstruktion der Entlastungs- und Wiederbelastungskurven aufgrund der vielen Hilfspunkte äußerst aufwendig. Des Weiteren wird der Einfluss der Belastungs- bzw. Dehnungsrate außer Acht gelassen.

Den Modellen von KARSAN und JIRSA bzw. YANKELEVSKY und REINHARDT sehr ähnlich ist das Modell von LAN und GUO [109] für zweiachsige Spannungszustände. Es berücksichtigt wiederum den zunehmenden Steifigkeitsabfall mit steigender Zahl von Lastwechseln sowie den Steifigkeitsabfall innerhalb der Hystereseschleifen. Allerdings werden auch in diesem Modell Zeiteffekte nicht miteinbezogen.

Das Materialmodell von BUYUKOZTURK und TSENG [30] eignet sich ebenfalls zur Beschreibung von zweiachsigen Spannungszuständen, wobei das Materialverhalten über eine äquivalente einachsige Spannungs-Dehnungsbeziehung beschrieben wird. Die einfachen Beziehungen zur Erfassung des Verhaltens von Beton unter zyklischer Beanspruchung können in ein Finite-Elemente-Programm implementiert werden. Die Allgemeingültigkeit des Modells ist aber auch hier in Frage gestellt, da u. a. der Einfluss der Belastungsrate nicht in das Modell eingeht. MANDER et al. [120] stellen ein Materialmodell zur Beschreibung des Verhaltens von umschnürten Beton unter einachsiger zyklischer Beanspruchung vor. Dieses Modell ermöglicht neben dem Modell von SINHA et al. [185] eine Berücksichtigung des Einflusses der Dehnungsrate, indem verschiedene Kontrollparameter modifiziert werden. Ein wesentlicher Nachteil dieses Modells besteht darin, dass die Abnahme der Festigkeit mit zunehmender plastischer Dehnung nicht berücksichtigt wird. Vielmehr ergibt die Bestimmungsgleichung der plastischen Dehnung für große Dehnungen einen Steifigkeitszuwachs, der im Widerspruch zu Beobachtungen aus Versuchen steht (siehe auch Abbildung 2.33, rechts mit E = Steifigkeit, E<sub>0</sub> = Elastizitätsmodul (Anfangssteifigkeit),  $\varepsilon_{cu}$  = Dehnung bei Erreichen der maximal aufnehmbaren Spannung).

Auf die Verbesserung der Schwachstellen des Materialmodells von MANDER et al. zielte das Modell von MARTINEZ-RUEDA und ELNASHAI [121] ab. MARTINEZ-RUEDA und ELNASHAI bedienen sich derselben Hüllkurve wie MANDER et al., verwenden aber andere mathematische Ausdrücke zur Beschreibung der Festigkeitsabnahme, der plastischen Dehnung und der Form der Entlastungskurven. Dadurch wird der zunehmende Festigkeits- und Steifigkeitsabfall mit anwachsender Zahl von Lastwechseln berücksichtigt (vergleiche Abbildung 2.33, rechts). Auf den Einfluss der Belastungs- bzw. Dehnungsrate wird auch in diesem Modell nicht eingegangen.

In Abbildung 2.34 sind die Hüllkurven der verschiedenen Materialmodelle in einem bezogenen Spannungs-Dehnungsdiagramm dargestellt. Als Bezugswerte dienen dabei die Spannung bei Erreichen der maximal aufnehmbaren Last bzw. die zugehörige Dehnung.



Abb. 2.34:Vergleich verschiedener Hüllkurven der Druckermüdungsmodelle im bezogenen<br/>Spannungs-Dehnungsdiagramm

Das Modell von YANKELEVSKY und REINHARDT [219] enthält keine eigene Formulierung einer Hüllkurve, sondern geht davon aus, dass die Einhüllende bekannt ist. Neben der Gleichung von SMITH und YOUNG [189] zur Beschreibung des Verhaltens von Beton unter monotoner Belastung, die KARSAN und JIRSA in modifizierter Form verwenden, werden in Abbildung 2.34 zwei weitere Formulierungen von POPOVICS (Popovics1 und Popovics2) aufgenommen.

Die von KARSAN und JIRSA angewandte Formulierung der Einhüllenden, die eigentlich einen Größtwert von  $\sigma/f_c = 0,85$  aufweist (vergleiche Abbildung 2.33, links), wurde mit dem Faktor 1/0,85 multipliziert, so dass sie ihr Maximum bei  $\sigma/f_c = 1,0$  liegt und mit den anderen Kurven verglichen werden kann. Damit stimmt die Hüllkurve von KARSAN und JIRSA exakt mit der Kurve von SMITH und YOUNG überein. Der von KARSAN und JIRSA in die Gleichung von SMITH und YOUNG eingeführte Faktor von 0,85 ist darauf zurückzuführen, dass KARSAN und JIRSA in der bezogenen Darstellung der Hüllkurve die Zylinderdruckfestigkeit als Bezugswert wählen und nicht die Spannung bei Erreichen der maximal aufnehmbaren Last.

Die Hüllkurve von MANDER et al. [120] bzw. MARTINEZ-RUEDA und ELNASHAI [121] für umschnürten Beton wurde in Abbildung 2.34 nicht mit aufgenommen, da sie nicht direkt für unbewehrten Beton angewendet werden kann.

Aus Abbildung 2.34 wird deutlich, dass sich die Hüllkurven – abgesehen vom ansteigenden Ast der Kurve – zum Teil sehr stark von einander unterscheiden. Während die Hüllkurven von SINHA et al., POPOVICS (Popovics1) und LAN und GUO ein sehr sprödes Nachbruchverhalten aufweisen, zeigen die übrigen Kurven ein relativ duktiles Nachbruchverhalten an und erreichen teilweise erst bei sehr großen Dehnungen den Wert  $\sigma/f_c = 0$ . Bereits diese Betrachtung ohne Berücksichtigung der unterschiedlichen Formulierungen der Hystereseschleifen zeigt deutlich, dass die Beschreibung des Verhaltens von Beton unter Druckermüdung bislang noch nicht zufrieden stellend gelöst werden konnte.

Weitere Details zu den Materialmodellen zur Beschreibung des Verhaltens von Beton unter zyklischer Druckbeanspruchung, insbesondere auch zur Anwendbarkeit auf hochfeste Betone, können u. a. BRÜNEMANN [29] entnommen werden.

## 2.8.9 Abschließende Wertung und Folgerungen

Im Folgenden wird bezüglich der bislang zum Ermüdungsverhalten von Beton entwickelten Materialgesetze eine knappe Zusammenfassung gegeben. Dabei wird nicht mehr auf die Besonderheiten bei einer Druckermüdung hingewiesen, da dies bereits im vorangegangenen Abschnitt zusammenfassend geschehen ist. Eine detaillierte Diskussion der Anwendungsgrenzen der einzelnen Modellvorstellungen für Zugermüdungsbeanspruchungen findet sich in Kapitel 6 bei der Entwicklung eines eigenen rheologisch-statistischen Materialmodells. Neben der Nichtberücksichtigung des Schädigungsbeitrages innerer Hystereseschleifen fehlt bei vielen Modellen die in experimentellen Versuchen beobachtete Diskontinuität, die bei einer Unterspannung  $\sigma_{min} = 0$  in Bezug auf das Anwachsen der Rissöffnung auftritt. In Versuchen konnte festgestellt werden(z. B. [47]), dass negative Unterspannungen  $\sigma_{min}$  ein deutlich stärkeres Anwachsen der Rissöffnung zur Folge haben (siehe auch Abbildung 2.23).

Des Weiteren werden bei allen hier vorgestellten Modellen Zeiteffekte, also Phänomene wie Kriechen, Schwinden, Belastungsgeschichte, Belastungsfolge etc. gänzlich außer Betracht gelassen. Daraus lässt sich direkt ableiten, dass sich bei allen Modellen, mit Ausnahme des Modells von GYLLTOFT, als Einhüllende gerade die statische Last-Verformungskurve ergibt, die somit das Versagenskriterium für Ermüdungsversagen bildet.

Ein weiterer Kritikpunkt ist der bei manchen Modellen unübersichtliche und aufwendige Formelapparat (z. B. beim Focal-Point-Model von YANKELEVSKY et al.).

Die Erforschung des Ermüdungsverhaltens von Beton wurde bislang in erster Linie auf empirischer Basis geführt. Ohne eine konsistente Modellvorstellung bezüglich der im Beton ablaufenden Versagensmechanismen ist eine Beurteilung und Bemessung von Bauteilen aus Beton – hierzu zählt beispielsweise auch die Entwicklung einer geeigneten und zutreffenden Schadensakkumulationstheorie für Beton – nicht möglich. Deshalb ist ungeachtet der großen Zahl bereits vorliegender Versuchsdaten die Durchführung zielgerichteter bruchmechanischer und phänomenologischer Untersuchungen sowie die Entwicklung neuer Stoffgesetze für Beton bei zyklischer Zugbelastung notwendig.

## 2.9 Numerische Methoden

## 2.9.1 Allgemeines

Die immer weitergehende und vertiefte Anwendung numerischer Methoden findet auch in der Analyse des Trag- und Verformungsverhaltens von bewehrten und unbewehrten Betonbauteilen ihren Niederschlag.

In erster Linie spielt hier die Methode der Finiten Elemente (FEM) eine herausragende Rolle. Eine Diskretisierung mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode ermöglicht immer nur eine näherungsweise Erfassung bzw. Abbildung des tatsächlichen Materialverhaltens eines gerissenen Kontinuums. Die Ergebnisse einer FE-Rechnung werden durch die Wahl der Elementtypen, durch Netzanordnung sowie Interpolations- und Integrationsschemata und vor allem durch die Wahl der Stoffgesetze beeinflusst. Trotz dieser Nachteile der FE-Methode wird sie nach wie vor am häufigsten zur Lösung numerischer Problemstellungen eingesetzt. Zur Analyse des Rissfortschritts in Beton wird meist auf die Konzepte des diskreten bzw. verschmierten Risses zurückgegriffen (siehe Abschnitte 2.9.2 und 2.9.3). Diese beiden Konzepte greifen direkt die in Abschnitt 2.3.7 vorgestellten Kohäsionsrissmodelle – Fictitious Crack Model (FCM) von HILLERBORG et al. [86] und Crack Band Model (CBM) nach BAŽANT und OH [15] – auf.

Auf die FE-spezifischen Probleme und Lösungsansätze wird im Folgenden nicht eingegangen. Dazu sei ebenso wie auf eine generelle Einführung in die Verwendung numerischer Methoden auf die einschlägige Literatur hingewiesen, z. B. [11, 225, 226].

#### 2.9.2 Diskretes Rissmodell

Das Kennzeichen des diskreten Rissmodells ist die Abbildung eines Risses als geometrische Diskontinuität (z. B. [166]), wie in Abbildung 2.35 dargestellt.



Abb. 2.35:Diskrete Abbildung von Rissen in Beton (links in Anlehnung an [191]) und zuge-<br/>hörige konstitutive Beziehung für die Übergangsformulierung (rechts)

Durch permanentes Teilen von Finite-Elemente-Knoten in jeweils zwei separate Knoten ergibt sich eine kontinuierliche Änderung der Knotenverbindungen. Dadurch wächst die Anzahl der Unbekannten ständig mit der Folge, dass sich die ursprüngliche, meist schmale Bandstruktur der Gesamtsteifigkeitsmatrix erheblich verbreitert (STEMPNIEWSKI und EIBL [191]). Eine weitere Möglichkeit zur Abbildung diskreter Risse stellt die diskontinuierliche Interpolation innerhalb der finiten Elemente dar, die allerdings der Einführung zusätzlicher Freiheitsgrade, z. B. zur Betrachtung einer linear veränderlichen Rissbreite innerhalb eines Elementes, bedarf (siehe auch HOFSTETTER und MANG [89]). Beide genannten Varianten führen zu einer beträchtlichen Erhöhung des numerischen Rechenaufwandes zur Lösung des Gleichungssystems.

Ein weiteres Problem stellt die Abhängigkeit des Rissverlaufes von den Elementkanten dar. Durch die Wahl der Elemente kann ein bestimmter Rissverlauf auf einem vordefinierten Pfad erzwungen werden. Dieser Verlust der Objektivität wird als Netzempfindlichkeit in Bezug auf die Elementart bzw. Elementorientierung bezeichnet. Mit Hilfe grafisch unterstützter automatischer Netzneugenerierung sowie Techniken zur Abbildung von Rissen innerhalb eines Elementes versucht man, diese Nachteile auszugleichen (siehe z. B. WAWRZYNEK und INGRAFFEA [208]). Für die Simulation einachsiger Zug- bzw. Biegezugversuche an gekerbten Prüfkörpern (vergleiche Kapitel 7) ist das Problem der Rissrichtung jedoch generell nicht entscheidend, da der Rissverlauf im Allgemeinen im Voraus bekannt ist.

Ist die Lokalisierung eines Risses von vornherein bekannt, kann zwischen sich öffnenden Knoten eine Übergangsformulierung über so genannte Interface-Elemente eingebaut werden [71, 166]. Diesen Interface-Elementen werden zunächst sehr große Scheinsteifigkeiten zugewiesen. Nach Verletzung eines Rissfortschrittskriteriums nehmen die Steifigkeiten der Interface-Elemente ab und man erhält somit ein konstitutives Modell zur Abbildung diskreter Risse. Alternativ zur Verwendung der Interface-Elemente können den Rissufern die entsprechenden Kohäsionskräfte auch direkt über einen Einflussfunktionsansatz zugewiesen [73] oder stark vereinfachend Federelemente eingesetzt werden [92].

## 2.9.3 Verschmiertes Rissmodell

Das Gegenstück zum diskreten Rissmodell stellt das verschmierte Rissmodell dar. Anstelle einer kontinuierlichen Neudefinition des Finite-Elemente-Netzes erfolgt die Abbildung der Risse durch das "Verschmieren" über die Breite der finiten Elemente (Abbildung 2.36).

Danach ist es möglich, beliebige Rissrichtungen ohne deutliche Bandbreitenerhöhung der Gesamtsteifigkeitsmatrix abzubilden. Der Ansatz des verschmierten Risses wird in einer Spannungs-Dehnungsbeziehung formuliert. Von einem ursprünglich isotropen Spannungs-Dehnungsgesetz wird nach Rissbildung auf ein orthotrophes Gesetz gewechselt. Somit wird nicht nur die Topologie des ursprünglichen Finite-Elemente-Netzes beibehalten, sondern es gibt auch kaum Einschränkungen in Bezug auf die Orientierung der Rissebenen.



Abb. 2.36:Der Ansatz der verschmierten Risse in Beton (links in Anlehnung an [191]) und<br/>zugehörige konstitutive Beziehung für die Kontinuumselemente (rechts)

Als Hauptnachteil bezüglich der Analyse des Rissverhaltens von Beton hat sich die Abbildung der Bruchprozesszone auf die vorgegebene Elementbreite erwiesen, die zu einer Netzsensitivität der FE-Rechenergebnisse führen kann [2]. Bei der Anwendung des Crack Band Model nach BAŽANT und OH [15] wird die Lokalisierung beschränkt, indem das Verhältnis zwischen der Elementgröße und dem bruchmechanischen Grundmodell stets so gewählt, dass die im gerissenen Element dissipierte Energie gerade der Bruchenergie G<sub>f</sub> entspricht, siehe auch Abbildung 2.36, rechts. Des Weiteren kann es bei Verwendung eines Ansatzes des verschmierten Risses notwendig sein, zusätzliche Randbedingungen einzuführen, um die Verschiebungskontinuität zu gewährleisten [143].

Nach ROTS [166] kann der Ansatz des verschmierten Risses in zwei Kategorien unterteilt werden: Ein Ansatz, bei dem die Rissrichtung während der gesamten Rissöffnung innerhalb eines Elements beibehalten wird ("Fixed Smeared Crack Concept") und ein zweiter Ansatz, bei dem sich die Rissausrichtung immer normal zur Richtung der Hauptzugspannungen orientiert ("Rotating Smeared Crack Concept"). Der erste Ansatz kann weiter in ein "Standard Fixed Smeared Crack Concept", ein "Fixed Smeared Crack Concept With Strain Decomposition" sowie ein "Multi-Directional Fixed Smeared Crack Concept" unterteilt werden.

Das Standard Fixed Smeared Crack Concept weist lediglich eine feste Rissrichtung auf. Aufgrund des plötzlichen Wechsels von einem isotropen Spannungs-Verzerrungs-Gesetz zu einem orthotrophen Gesetz mit Nullwerten für Steifigkeitsmodule kommt es zu einer Diskontinuität, die numerische Schwierigkeiten zur Folge haben kann. Beim Multi-Directional Fixed Smeared Crack Concept wird die Rissausrichtung innerhalb eines Elements mit Hilfe eines Grenzwinkels schrittweise angepasst, während beim Rotating Smeared Crack Concept diese Anpassung kontinuierlich erfolgt. Die kontinuierliche Anpassung der Rissrichtung führt jedoch dazu, dass ein Abspeichern der vorangegangenen Schädigung im Gegensatz zu den "Fixed crack Konzepten" nicht möglich ist. Somit können inaktive Risse (also Risse, die bereits einmal entstanden und wieder geschlossen wurden) in einem nachfolgenden Belastungsschritt nicht wieder reaktiviert werden, was insbesondere für zyklische Beanspruchungen Konsequenzen hat.

Ein weiterer Unterschied zwischen den Fixed Crack bzw. Rotating Crack Konzepten besteht in der Miteinbeziehung von Schubeffekten, beispielsweise aufgrund von Kornverzahnungen. Bei den Fixed Crack Modellen ist diese Berücksichtigung infolge der festgehaltenen Rissebenen zwar ein Vorteil, kann aber zu einer unkontrollierten Drehung der Hauptspannungsachsen und somit zu einer Versteifung führen.

Für weitere Details, insbesondere in Bezug auf die mathematische Formulierung der verschiedenen verschmierten Ansätze, sei auf [166, 66, 89] verwiesen.

## 2.9.4 Mesoskopische Modelle

Neben den in den vorangegangenen Abschnitten vorgestellten Ansätzen existieren noch einige weitere Methoden bzw. Ansätze zur Analyse des Rissfortschritts in Beton, auf die im Folgenden knapp eingegangen werden soll.

Dabei sei zunächst auf das "Lattice-Model" von VAN MIER et al. [204] verwiesen. Das Kontinuum wird dabei als ein Netzwerk spröde brechender Balkenelemente mit zufallsverteilten Balkenlängen modelliert, um ein heterogenes Modell zu erhalten. Um das aus der Betonstruktur resultierende Materialverhalten möglichst genau zu erfassen, werden den Balkenelementen jeweils Eigenschaften zugeordnet, die den drei Bereichen Matrix-, Zuschlag- und Verbundzone entsprechen (siehe Abbildung 2.37).



Abb. 2.37:Regelmäßiges Dreiecksnetz (links), ein Zufallsnetz (Mitte) und die den Balkenele-<br/>menten zugeordneten Eigenschaften (rechts) aus [204]

Nachteilig ist beim Lattice Model insbesondere der relativ hohen Rechenaufwand. Ferner stellen die einzusetzenden Modellparameter keine wirklichen Werkstoffkennwerte dar, sondern müssen zunächst durch eine Nachrechnung von Laborversuchen ermittelt werden. Das Lattice Model eignet sich demnach vorwiegend für eine qualitative Betrachtungsweise.

Eine andere Möglichkeit der numerischen Simulation von Rissen bieten Partikelmodelle. Die Zuweisung meist statistisch verteilter Kennwerte wie beispielsweise die Festigkeit an die einzelnen Komponenten Zuschlagkörner und Zementsteinmatrix [162, 164] sowie der Verbundzone [169] ermöglicht die wirklichkeitsnahe Beschreibung des Betonversagens (Abbildung 2.38, links). Neuere Ansätze verbinden die diskret verteilten Partikel durch Interfaceelemente bzw. einfache Balken zur Berücksichtigung der wirksamen Kohäsivkräfte [48, 207] und können anhand entsprechender Versagenskriterien den Rissverlauf in der heterogenen Betonstruktur nachvollziehen (Abbildung 2.38, rechts).



Abb. 2.38:Beispiel für die statistische Verteilung der Elementeigenschaften (links nach<br/>[169]) und Anordnung der verschobenen Partikel nach einer Zugbeanspruchung<br/>(rechts aus [48])

Die Smooth-Particle-Hydrodynamics-Methode (SPH) ist eine netzfreie Lagrangemethode, die das Kontinuum nicht durch Finite Elemente, sondern durch Partikel abbildet, die sich völlig unabhängig voneinander im Raum bewegen können und somit auch die Berechnung großer Deformation zulassen [22]. Die SPH-Methode benutzt eine Interpolationsfunktion, deren Stützstellen einer bestimmten Masse zugeordnet sind. An ihren jeweiligen Orten werden Dichte, Geschwindigkeit, Spannung etc. berechnet.

Ein weiteres Verfahren, bei dem das Finite-Elemente-Netz seinen negativen Einfluss auf die Objektivität der Ergebnisse verliert (vgl. Abschnitt 2.9.1), ist das elementfreie Galerkin-Verfahren, bei dem freie Gaußpunkte ohne Netzlinien nach einem Spannungsdifferenzkriterium verteilt sind und durch eine glockenförmige Einflussfläche der einzelnen Integrationspunkte Rissverläufe nachgebildet werden können [85]. Da dieses Verfahren für praktische Anwendungen im Stahlbetonbau derzeit noch nicht zum Stand der Technik gehört wird es im Verlauf der vorliegenden Arbeit nicht näher dargestellt.

# 2.10 Einarbeitung des Wissenstands zum Ermüdungsverhalten von Beton in Richtlinien, Normen und Vorschriften

Während im Stahlbau Nachweise gegen das Ermüdungsversagen zum Standard gehören, wird das Ermüdungsversagen von Beton nur in wenigen nationalen und internationalen Normen berücksichtigt. Zudem wird es in denjenigen Regelwerken, in denen es Erwähnung findet, sehr unterschiedlich behandelt.

In einigen Regelwerken (z. B. [55]) wird die Ermüdung beispielsweise als eigenständiger Grenzzustand behandelt, in anderen dagegen ist der Nachweis der Ermüdung ein Teil des Gebrauchstauglichkeits- oder des Tragfähigkeitnachweises (z. B. [40]). Die Zielsetzung der Ermüdungsbemessung liegt entweder in der Vermeidung eines Ermüdungsversagens oder einer Abnahme der Sicherheit einer Konstruktion bzw. eines Konstruktionselementes infolge von zyklischen Lasten während der Lebenszeit des Bauwerks [41].

Generell wird ein Ermüdungsnachweis in allen nachfolgend aufgeführten Regelwerken lediglich für Betonbauteile unter Druck- oder zum Teil unter Schubbeanspruchung gefordert. Nur in [40] wird neben einer Zug-Druck-Wechselbeanspruchung mit kritischen Betonbeanspruchungen im Druckbereich auch ein Nachweis für die Betonermüdung im Zugbereich aufgeführt.

Der CEB-FIP Model Code 1990 [40] beinhaltet drei Nachweismethoden des Grenzzustandes der Ermüdung, die von einem vereinfachten Nachweis über einen Nachweis auf der Grundlage der Maximalbeanspruchung bis hin zu einem Nachweis auf der Grundlage des Lastspektrums reichen. Den Nachweisen geht eine qualitative Überprüfung der Ermüdungswirksamkeit der veränderlichen Beanspruchungen voraus. Eine Einwirkung ist nach [40] ermüdungswirksam, wenn sie mehr als 10<sup>4</sup> mal während der Nutzungsdauer des Bauteils auftritt. Die Wöhlerlinien des Model Codes beruhen auf experimentellen Untersuchungen und weisen keine Dauerschwingfestigkeitsgrenze auf. Dies ist in Anbetracht der Tatsache, dass bislang keine Dauerschwingfestigkeit für Beton nachgewiesen werden konnte (vergleiche Abschnitt 2.5.2.2), sicherlich sinnvoll.

Zur Vorhersage der Schädigung bei unterschiedlichen Belastungsniveaus wird die PALMGREN-MINER-Regel angewendet (Abschnitt 2.5.3), wobei die Auszählung der Lastspiele mit dem Rainflow-Verfahren (vergleiche Abschnitt 2.5.2.4) erfolgt.

Der vereinfachte Nachweis des Grenzzustandes der Ermüdung für Bauteile, die weniger als 10<sup>8</sup> Schwingspielen unterworfen sind, stellt im Prinzip einen Nachweis der Quasi-Dauerschwingfestigkeit dar. Es muss nachgewiesen werden, dass die maximale Druckspannung des Betonquerschnittes einen auf den Referenzwert der Ermüdungsfestigkeit bezogenen Wert nicht überschreitet. Ein Nachteil dieses Nachweises ist die Tatsache, dass die Begrenzung der maximalen Druckspannungen unabhängig von der Spannungsschwingbreite erfolgt, so dass ein Nachweis auch bei sehr geringen Spannungsamplituden auf höheren Unterspannungshorizonten geführt werden muss [108].

Ist die während der Nutzungsdauer eines Bauwerks erwartete Lastspielzahl bekannt, kann der Nachweis auf der Grundlage der Maximalbeanspruchung geführt werden. Der Nachweis ist erfüllt, wenn die erwartete Lastspielzahl n kleiner ist als die zulässige Lastspielzahl N, die aus der entsprechenden Wöhlerlinie bestimmt wird. Dabei ist zu beachten, dass die Nachweise unter Berücksichtigung von Teilsicherheitsbeiwerten und eines Faktors zur Berücksichtigung der ungleichmäßigen Verteilung der Betondruckspannungen zu führen sind.

In Eurocode 2, Teil 1 (Hochbau) [62] wird lediglich darauf hingewiesen, dass Betonstahl und Spannstahl bei einer Beanspruchung durch wiederholte, nicht ruhende Lasten eine angemessene Ermüdungsfestigkeit aufweisen müssen. Dagegen wird in Eurocode 2, Teil 2 (Betonbrücken) [63] für "tragende Bauteile, die beträchtlichen Spannungsänderungen unterworfen sind", ein expliziter Ermüdungsnachweis gefordert, wobei der Nachweis getrennt für Beton und Stahl zu führen ist. In [63] werden einige Tragwerke und Tragwerksteile wie z. B. Fußgängerbrücken oder Fundamente genannt, für die im Allgemeinen kein Nachweis der Ermüdungsfestigkeit notwendig ist.

Der Nachweis der Ermüdung von Beton unter Druckbeanspruchung wird über die Einhaltung zulässiger Spannungsschwingbreiten geführt (vergleiche auch Abbildung 2.17). Der Einfluss der Unterspannung auf das Ermüdungsverhalten von Beton wird berücksichtigt, da die zulässige Spannungsschwingbreite mit zunehmender Unterspannung kleiner wird. Dagegen gehen die Einflüsse der Belastungsfrequenz, der Umweltbedingungen und der Belastungsgeschichte nicht in den Nachweis ein.

Werden die Kriterien des vereinfachten Ermüdungsnachweises nicht erfüllt, kann ein genauerer Ermüdungsnachweis nach EC 2, Teil 2, Anhang 106 für Eisenbahnbrücken geführt werden. Dieser Nachweis erfolgt mit Hilfe von schädigungsäquivalenten Druckspannungen, d. h. Ober- und Unterspannungen der Versagensschwingbreite mit einer Anzahl von N= $10^6$  Lastspielen.

In DIN 4212 – Kranbahnen aus Stahlbeton und Spannbeton [55] wird für Bauteile aus Stahlbeton ein Nachweis der Betriebsfestigkeit für Schwingspielzahlen größer  $10^4$  gefordert. Der Nachweis erfolgt in Form eines Spannungsnachweises getrennt für Beton und Betonstahl, wobei die ermittelten Spannungsschwingbreiten zulässige Werte nicht überschreiten dürfen. Die zulässigen Schwingbreiten der Betonspannungen werden aus Wöhlerlinien in Abhängigkeit von der Art des Kranbetriebes (sehr leichter Betrieb S<sub>0</sub>, leichter Betrieb S<sub>1</sub>, mittlerer Betrieb S<sub>2</sub>, schwerer Betrieb S<sub>3</sub>), der Anzahl der Lastspiele N und der Größe der Unterspannung  $\sigma_{min}$  ermittelt und als Bruchteil der Serienfestigkeit  $\beta_{WS}$  des Betons angegeben. Für Bauteile aus Spannbeton wird ein Nachweis der Schwingbreite der Betondruckspannungen im Gebrauchszustand erforderlich, falls ein schwerer Kranbetrieb mit einer Spannungsamplitude  $\leq 1/6$  der Serienfestigkeit des Betons und eine Lastspielzahl größer  $10^6$  vorliegt.

In DIN 4227, Teil 1 – Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter oder voller Vorspannung wird lediglich ein Nachweis für Betonstahl und Spannstahl bei nicht vorwiegend ruhender Belastung gefordert. Das Ermüdungsverhalten des Betons wird wie auch in den anderen Teilen der DIN 4227 vollkommen außer Acht gelassen. Während DIN 1045:88 [52] keinerlei Hinweise für die Bemessung von Betonkonstruktionen unter zyklischer Belastung enthält, orientiert sich der Ermüdungsnachweis der DIN 1045-1:01 [53] am Eurocode 2, Teil 2 (Betonbrücken) [63].

In den ÖNormen B 4202 und B 4253 [139, 140] wird lediglich ein Nachweis der Ermüdungsfestigkeit höherwertiger Stähle in Form von Versuchen bzw. ein Nachweis der Spannungsschwingbreite an Kupplungen von Spanngliedern gefordert, während das Ermüdungsverhalten von Beton gänzlich außer acht gelassen wird.

Der auf dem Konzept der Spannungsbegrenzung basierende Ermüdungsnachweis wurde in der Schweiz erstmals 1989 mit der Einführung der SIA 162 verlangt [180, 181]. Der Nachweis ist getrennt für Beton und Stahl zu führen, wobei der Nachweis der Ermüdungssicherheit für Beton auf der Grundlage von Ermüdungsfestigkeitskurven erfolgt. Erfährt ein Bauteil während der vorgesehenen Nutzungsdauer weniger als  $5 \cdot 10^4$  Lastwechsel, erübrigt sich der Nachweis.

Ein Vergleich experimentell ermittelter Ergebnisse von Ermüdungsversuchen an Beton unter zyklischer Druckbeanspruchung mit der Ermüdungsfestigkeitskurve nach [180] zeigt, dass die nach [180] ermittelte Bruchlastspielzahl auf der sicheren Seite liegt [181]. Allerdings ergibt sich für die Zeitfestigkeitskurve eine relativ geringe Neigung, so dass bereits eine geringfügige Abweichung in der Spannungsberechnung eine große Änderung der Lebensdauer zur Folge hat. Aus diesem Grund wird in der SIA 162 auf eine Schadensakkumulation verzichtet. Zusätzlich zu dem in der Norm SIA 162 vorgesehenem Nachweis wird dort auch ein alternativer Nachweis vorgestellt, der den Einfluss der Unterspannung auf das Ermüdungsverhalten von Beton berücksichtigt und so eine differenziertere Betrachtung möglich macht.

SIEMES beschreibt in [182] einige niederländische und skandinavische Vorschriften, die auf das Ermüdungsverhalten von Beton unter zyklischer Beanspruchung eingehen. Dabei wird deutlich, dass die beschriebenen Regelwerke untereinander inkonsistent sind und wesentliche Lücken aufweisen. Nahezu alle Regelwerke bedienen sich der (modifizierten) PALMGREN-MINER-Regel zur Vorhersage der Schädigung. Der Wert der MINER-Summe für Versagen schwankt dabei zwischen 0,2 und 1,0. Diese Unterschiede führt SIEMES auf den fehlenden Grundstock gesicherter Daten, nicht berücksichtigte Einflussparameter wie die Belastungsfrequenz oder die unterschiedlichen Herkunftsquellen der verwendeten Daten und Informationen zurück. Nach [182] hat die Modifikation der MINER-Summe auf die erreichbare Sicherheit aufgrund des für das Ermüdungsverhalten von Beton typischen logarithmischen Zusammenhangs zwischen der aufnehmbaren Spannung und der Anzahl der Lastwechsel einen geringen Einfluss. Die Einführung eines so genannten Materialfaktors als Sicherheitsfaktor zur Berücksichtigung der Streuung der zu erwartenden Festigkeitswerte einer Betonkonstruktion hat dagegen eine größere Auswirkung auf die erreichbare Sicherheit [182].

Wird in den Vorschriften lediglich ein Nachweis der Quasi-Dauerfestigkeit geführt, liegt man zwar auf der sicheren Seite, die Bemessung ist aber sehr unwirtschaftlich. Deshalb ist es günstiger, sich des Wöhlerlinienverlaufs im Zeitfestigkeitsbereich zu bedienen. Dazu muss allerdings die erwartete Lastspielzahl während des Nutzungszeitraums des Bauwerks bekannt sein. Anzustreben ist sicherlich ein Nachweis der Betriebsfestigkeit, da damit die wirtschaftlichste Bemessung erreicht werden kann, wobei jedoch die gesamte Bandbreite der Spannungsamplituden und ihre Häufigkeit bekannt sein muss.

Bei der Bemessung von Betonkonstruktionen ist es in der Regel sinnvoll, die Bruchlastspielzahlen bei der Anwendung der genannten Nachweisverfahren mit Hilfe von Wöhlerlinien zu bestimmen. Insbesondere im Hinblick auf die reale Erfassung des Versagensablaufes einer Betonkonstruktion scheint es jedoch auch wichtig, die bruchmechanischen Eigenschaften von Beton in die Ermüdungsnachweise zu integrieren (siehe auch Kapitel 5.6). Des Weiteren müssen für eine wirtschaftliche und sichere Bemessung die wesentlichen Einflussfaktoren wie Unterspannung, Belastungsfrequenz bzw. Belastungsgeschwindigkeit, Spannungsschwingbreite, Umweltbedingungen und Belastungsgeschichte bei der Ermüdungsbemessung von Betonbauteilen berücksichtigt werden. Allerdings wurde in den vorangehenden Abschnitten deutlich, dass diese Einflüsse bislang in den wenigsten Normen beachtet wurden.

Abschließend lässt sich sagen, dass das Ermüdungsverhalten von Beton unter zyklischer Beanspruchung in den verschiedenen Normen und Vorschriften sehr unterschiedlich berücksichtigt wird und bislang nicht zufrieden stellend in die Normen eingearbeitet wurde. Erst in den neueren Regelwerken wird der Ermüdungsbemessung ein größerer Stellenwert beigemessen.

## **3** Experimentelle bruchmechanische Untersuchungen

## 3.1 Überblick über das Versuchsprogramm

Experimentelle bruchmechanische Untersuchungen bilden einen zentralen Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit. Zur Entwicklung eines wirklichkeitsnahen Stoffgesetzes ist es eine grundlegende Voraussetzung, alle für das zu beschreibende Materialverhalten relevanten Einflussparameter zu kennen und entsprechend in der Formulierung zu berücksichtigen. Die in Abschnitt 2.6 aufgezeigten Lücken in Bezug auf diese Einflussparameter bildeten den Rahmen für die eigenen experimentellen Untersuchungen.

Dabei kommt dem Einflussparameter Lastspielzahl (Zyklenanzahl) bei der Bestimmung mechanischer und bruchmechanischer Betonkennwerte in verformungsgeregelten Zugversuchen eine herausragende Bedeutung zu, da dieser Parameter bislang überhaupt noch nicht untersucht wurde. Wie im Folgenden noch gezeigt wird, ist es jedoch unbedingt erforderlich, diese Einflussgröße in einer stoffgesetzlichen Formulierung des Zugermüdungsverhaltens zu berücksichtigen. Weitere relevante Einflussparameter, die in der durchgeführten Literatursichtung insbesondere in verformungsgeregelten Ermüdungsversuchen mit einer höheren Lastspielzahl keine eindeutigen und schlüssigen Zusammenhänge erbringen konnten, sind der Einfluss der Nachbehandlung und der Rissöffnungsgeschwindigkeit. Um dem immer größer werdenden Einsatzbereich des Hochleistungsbetons Rechnung zu tragen, wurde neben normalfesten Betonen auch hochfester Beton untersucht. Zusätzliche Untersuchungen wurden in Bezug auf die Variation der Unterspannung in zyklischen Versuchen durchgeführt.

Neben den verformungsgeregelten Zugversuchen wurden auch kraftgeregelte Wöhlerversuche durchgeführt, um den Anschluss an bereits in gültige Regelwerke und Richtlinien eingearbeitete Zusammenhänge und Gesetzmäßigkeiten zu gewährleisten. Dabei wurde neben den oben genannten Parametern die Oberspannung in Abhängigkeit von der jeweiligen Festigkeit bei monotoner Beanspruchung variiert.

Tabelle 3.1a fasst die wesentlichen untersuchten Prüfparameter, die jeweiligen Versuchsarten und die dabei ermittelten Kennwerte im Überblick zusammen.

## **Tab. 3.1a:**Überblick über das experimentelle bruchmechanische Untersuchungsprogramm

	Einachsige Zugversuche			Biegezugversuche		
	ungekerbt	beidseitig ge	einseitig gekerbt			
Versuchsart		F φ φ φ φ φ φ φ φ φ φ φ F F φ φ φ φ φ F φ φ φ φ φ φ φ		↓ F → P ☆: ☆ ☆.		
Betonart	NSC-I HSC	NSC-I HSC		NSC-I HSC		
Nach- behandlung	versiegelt; unversiegelt	versiegelt unversiegelt		versiegelt		
	Verfor	mungsgeregelte Zug-	und Biegezugve	rsuche		
Messgrößen	σ-ε $f_t$ , $E_0$ , $ε_{tu}$	$σ$ -δ $f_{tn}$	, G <sub>F</sub> I	$F-\delta, F-CMOD \qquad f_{tn,fl}, G_F, K_{Ic}, G_{Ic}$		
Prüfgeschwin- digkeit	$ \begin{aligned} \dot{\epsilon}_1 &= 1 \cdot 10^{-4} \ 1/s \\ \dot{\epsilon}_2 &= 1 \cdot 10^{-5} \ 1/s \end{aligned} $	$  \dot{\delta}_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mm/s} \ \dot{\delta}_1 \\  \dot{\delta}_2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ mm/s} $	$1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mm/s}$	$dCMOD/dt_1 = 0,015 \text{ mm/s}$		
Unter- spannung	$\sigma_{\text{min},1}=0$	$\sigma_{\text{min},1}=0$	$\begin{split} \sigma_{min,1} &= 0 \\ \sigma_{min,2} &= \textbf{-} \ f_{tn} \end{split}$	$\sigma_{min,1}=0$		
Zyklenanzahl	N = 1	$N = 10^{k} \text{ mit}$ k = 0, 1, 3 $+ k = 5 (\dot{\delta}_{1})$	$N = 10^{k} mit$ k = 0, 1, 3, 5	$N = 10^{k}$ mit k = 0, 1, 3, 5		
Parameter- kombinationen	2.2.2.1.1	$2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4$ $+ 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3$	$2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4$ $+ 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3$	2.1.1.1.4		
Kraftgeregelte Zugversuche (Wöhlerversuche mit 1 und 10 Hz)						
Bezogene		$\sigma_{\rm o} = {\rm S} \cdot {\rm f}_{\rm tn} {\rm n}$	nit			
Oberspannung		S = 0,6; 0,7	; 0,8; 0,9			
Parameter-		$2 \cdot 1 \cdot 4 + 1 \cdot 1 \cdot 4$	1.1.4			
kombinationen		(10 Hz) (1 Hz)	(10 Hz)			

Zur Ermittlung der Zugfestigkeit  $f_t$ , des Elastizitätsmoduls  $E_0$  und der Bruchdehnung bei Erreichen der Zugfestigkeit  $\varepsilon_{tu}$  wurden monotone Zugversuche an den ungekerbten Betonprismen aus den beiden Betonarten NSC-I und HSC durchgeführt. Dabei wurden zwei verschiedene Belastungsgeschwindigkeiten  $\dot{\varepsilon}_1 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ l/s}$  und  $\dot{\varepsilon}_2 = 1 \cdot 10^{-5} \text{ l/s}$  verwendet. Die beiden gewählten Geschwindigkeiten ergaben sich aus den gegenläufigen Anforderungen, dass einerseits die verformungsgeregelten Ermüdungsversuche mit hohen Lastwechselzahlen in möglichst kurzer Zeit durchzuführen waren, andererseits eine stabile Versuchsregelung (Verformungsregelung, siehe auch Abschnitt 3.3) gewährleistet bleiben musste. Der Unterschied zwischen beiden Geschwindigkeiten lag bei einer Zehnerpotenz, da dies die in der Literatur genannte kleinste Differenz zwischen zwei Geschwindigkeiten ist, bei der Unterschiede feststellbar sind [88]. In allen Versuchsserien an ungekerbten Betonprismen wurde der Einfluss der beiden Nachbehandlungsmethoden "versiegelt" und "unversiegelt" untersucht.

Die Bruchenergie G<sub>F</sub> und die Nettozugfestigkeit f<sub>tn</sub> wurden aus Versuchen an gekerbten Prüfkörpern bestimmt. Um den Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit auf das Bruchverhalten von Beton zu erfassen, kamen auch an den gekerbten Betonprismen der Betonarten NSC-I und HSC zwei unterschiedliche Verformungsgeschwindigkeiten  $\dot{\delta}_{_1}=5\cdot 10^{-3}$  mm/s und  $\dot{\delta}_2 = 5 \cdot 10^{-4}$  mm/s zum Einsatz. Mit der Verformungsgeschwindigkeit  $\dot{\delta}_1$  wurden Zugversuche mit einer Lastspielzahl von 1 (monotone Versuche), 10, 1.000 und 100.000 durchgeführt. Die Prüfungen mit der geringeren Verformungsgeschwindigkeit  $\dot{\delta}_2$  wurden mit einer Zyklenanzahl von 1, 10 bzw. 1.000 durchgeführt, da eine höhere Lastspielzahl zu einer zu langen Versuchsdauer geführt hätte. Die Verformungsgeschwindigkeiten  $\dot{\delta}_1$  und  $\dot{\delta}_2$  entsprechen bei einer gewählten Messlänge von  $l_{meas} = 50 \text{ mm}$  gerade den beiden Belastungsgeschwindigkeiten  $\dot{\epsilon}_1$ und  $\dot{\epsilon}_2$  aus den Versuchen an den ungekerbten Betonprismen. Die Versuche mit der Prüfgeschwindigkeit  $\dot{\delta}_1$  wurden sowohl an versiegelten als auch an unversiegelten Prüfkörpern, die Versuche mit der Prüfgeschwindigkeit  $\dot{\delta}_2$  nur an versiegelten Prüfkörpern durchgeführt. Alle einachsigen Zugversuche wurden mit unverdrehbaren Lasteinleitungsplatten durchgeführt, da diese einen steiferen Versuchsaufbau zur Folge hatten und ein eventuell auftretender Biegeanteil im Rissquerschnitt im Vergleich zu Versuchen mit verdrehbaren Lasteinleitungsplatten minimiert werden konnte (siehe Abschnitt 3.3.2).

Die Biegezugversuche mit Eigengewichtskompensation wurden an versiegelt gelagerten Prüfkörpern aus den Betonmischungen NSC-I und HSC durchgeführt. Die Anzahl der Belastungszyklen variierte wie in den einachsigen Zugversuchen von 1 (monotone Versuche) bis zu 100.000. In den Biegezugversuchen wurde die Rissöffnungsgeschwindigkeit von dCMOD/dt = 0,015 mm/s konstant gehalten. Mit Hilfe der Biegezugversuche konnten neben der Bruchenergie G<sub>F</sub> und der Nettobiegezugfestigkeit f<sub>tn,fl</sub> insbesondere die Parameter Bruchzähigkeit K<sub>Ic</sub> und kritische Energiefreisetzungsrate G<sub>Ic</sub> aus der linearen Bruchmechanik bestimmt werden. Dies war notwendig, um die eigenen Versuchsergebnisse mit den bekannten Untersuchungsergebnissen aus der Literatur vergleichen zu können. Die kraftgeregelten Wöhlerversuche rundeten das Untersuchungsprogramm ab. Dabei wurden einachsige Wöhlerversuche an gekerbten, versiegelten und unversiegelten Betonprismen aus NSC-I sowie an versiegelten Prismen aus der hochfesten Mischung HSC durchgeführt. Der Zusammenhang zwischen der Oberspannung  $\sigma_0$  (in Tabelle 3.1a angegeben als auf die statische Festigkeit bezogene Oberspannung mit S = Belastungsgrad) und der Lastzyklenanzahl N wurde in Versuchen mit variabler Oberspannung bei einer konstanten Frequenz f von 10 Hz gewonnen. Zur Überprüfung des Einflusses der Prüffrequenz war ferner eine Versuchsreihe mit einer Frequenz von 1 Hz vorgesehen, die sich aus der Tatsache ergab, dass die Maximallast nach etwa der gleichen Versuchsdauer wie bei den verformungsgeregelten Zugversuchen mit  $\dot{\delta}_1 = 5 \cdot 10^{-3}$  mm/s erreicht wurde.

Für jede Kombination der Prüfparameter wurden in den einachsigen Zugversuchen sowie in den Biegezugversuchen mit Eigengewichtskompensation mindestens 5 Versuche durchgeführt [144].

In einem zu den in Tabelle 3.1a aufgeführten Untersuchungen vorangegangenen Forschungsvorhaben wurde ein umfangreiches Versuchsprogramm zum Festigkeits-, Verformungs- und Bruchverhalten von Beton unter zyklischer Biegezugbeanspruchung ohne Eigengewichtskompensation durchgeführt (Tabelle 3.1b). Die im Rahmen dieses Vorhabens angestellten Untersuchungen und die dabei erzielten Ergebnisse sind in [131] ausführlich dokumentiert. Die verformungs- und kraftgeregelten Biegezugversuche ohne Eigengewichtskompensation wurden an der Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM) in Berlin durchgeführt und anschließend an der Universität Karlsruhe ausgewertet und interpretiert. Die relevanten Ergebnisse und Erkenntnisse werden in den folgenden Abschnitten mit aufgenommen, da sie zur Vervollständigung der Interpretation der Versuchsergebnisse sowie zur Verifizierung des entwickelten Stoffgesetzes dienten (siehe Abschnitte 3.2.1, 3.3.3 und 3.5.3).

Die Biegezugversuche ohne Eigengewichtskompensation wurden an feucht und trocken gelagerten Prüfkörpern aus der Betonmischung NSC-II durchgeführt. Die Anzahl der Belastungszyklen variierte von 1 (monotone Versuche) bis zu 1 Million. In den Biegezugversuchen ohne Eigengewichtskompensation wurde die Rissöffnungsgeschwindigkeit von dCMOD/dt = 0,140 mm/s (Versuche) konstant gehalten. Die mit Hilfe der Biegezugversuche ohne Eigengewichtskompensation bestimmten Parameter waren im Wesentlichen die Nettobiegezugfestigkeit f<sub>tn,fl</sub>, kritische Rissöffnung CMOD<sub>0</sub> und die Bruchenergie G<sub>F</sub>.

Neben den verformungsgeregelten Biegezugversuchen ohne Eigengewichtskompensation wurden auch kraftgeregelte Biegezugversuche an trocken und feucht gelagerten Biegebalken mit einer konstanten Prüffrequenz von 10 Hz durchgeführt. Wie in den einachsigen Wöhlerversuchen wurde auch hier die Oberspannung  $\sigma_o$  durch die vorgegebene Wahl des Belastungsgrades S variiert.

Tab. 3.1b:Überblick über das an der Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung in<br/>Berlin durchgeführte experimentelle bruchmechanische Untersuchungsprogramm

	Biegezugversuche				
	einseitig gekerbt				
Versuchsart	F				
	<u>, , , , , , , , , , , , , , , , , </u>				
777.	<u> </u>				
Betonart	NSC-II				
Nachbehandlung	trocken; feucht				
Verformungsgereg	gelte Biegezugversuche				
Messgrößen	F- $\delta$ , F-CMOD $f_{traft}$ , GE, CMOD				
Prüfgeschwindigkeit	$dCMOD/dt_2 = 0,140 \text{ mm/s}$				
Unterspannung	$\sigma_{\min,1}=0$				
Zyklenanzahl	N = $10^k$ mit k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6				
Parameterkombinationen	1.5.1.1.7				
Kraftgeregelte Biegezugversuche (Wöhlerversuche mit 10 Hz)					
Bezogene Oberspannung	$\sigma_{o}$ = S $\cdot$ f_{tn,fl} mit S = 0,4; 0,5;; 0,9				
Parameterkombinationen	1.2.6				

Die Anzahl der durchgeführten Biegezugversuche ohne Eigengewichtskompensation sowie der Wöhlerversuche an den Biegebalken ergab sich aus der Anwendung der Varianzanalyse zur Auswertung der Versuchsergebnisse nach [104]. Insgesamt wurden im Hauptprogramm einschließlich der Vorversuche zur Optimierung der jeweiligen Versuchsbedingungen ca. 500 Versuche durchgeführt.

Neben diesen Hauptversuchen wurden weitere Prüfungen in Ergänzung und zur Interpretation der gefundenen Ergebnisse durchgeführt. Dazu gehören in erster Linie betontechnologische Untersuchungen zur Charakterisierung der untersuchten Werkstoffe nach DIN 1048 [54], insbesondere statische und dynamische E-Modulbestimmungen sowie die Bestimmung der Druckfestigkeit an üblichen Probekörpern im Alter von 28 Tagen. Mit Hilfe des umfangreichen begleitenden Versuchsprogramms sollten vornehmlich mögliche Fehlerquellen in der Herstellung und Lagerung sowie in der Versuchsdurchführung ausgeschlossen werden.

## 3.2 Betonzusammensetzung und Probekörper

#### 3.2.1 Ausgangsstoffe und Betonzusammensetzung

Für die experimentellen Untersuchungen wurden einschließlich der "Berliner Versuche" insgesamt drei verschiedene Betonzusammensetzungen eingesetzt. Dabei wurde bei den für die Entwicklung des Stoffgesetzes herangezogenen Betonmischungen NSC-I und HSC eine gleiche Sieblinie sowie gleiche Verarbeitbarkeit angestrebt. Um die im Rahmen dieser Arbeit erhaltenen Kennwerte zu verifizieren, wurden die verwendeten Mischungen an Rezepturen angelehnt, die bereits erfolgreich für bruchmechanische Untersuchungen zum Einsatz kamen [124].

Der Normalbeton NSC-I wies einen Wasserzementwert w/z von 0,55 auf, der hochfeste Beton HSC von w/z = 0,30 (Wasserbindemittelwert w/b = 0,27). Als Bindemittel wurde ein Portlandzement der Festigkeitsklasse CEM I 32,5 R der Firma Heidelberger Zement, Werk Leimen eingesetzt, als Betonzuschlag Rheinsand und Rheinkies mit einem Größtkorn von 16 mm. Die verwendete Sieblinie ist in Abbildung 3.1, gestrichelte Linie, dargestellt. Die Mischung des hochfesten Betons HSC enthielt zusätzlich 45 kg/m<sup>3</sup> Silicastaub in Form einer 50%igen Suspension (90 kg/m<sup>3</sup> Elkem Microsilica SF der Firma Woermann, Darmstadt). Durch Zugabe des Fließmittels FM 95 der Firma Addiment, Heidelberger Bauchemie, konnte für beide Betone eine plastische Frischbetonkonsistenz KP erzielt werden.



**Abb. 3.1:** *Sieblinien des verwendeten Zuschlags* 

Für die Betonherstellung NSC-II wurde Quarzkies und -sand aus dem Oder-Elbe-Raum verwendet. Das Zuschlaggemisch wurde aus acht Kornfraktionen entsprechend der Sieblinie B 16 zusammengesetzt, siehe Abbildung 3.1, punktierte Linie. Als Bindemittel diente ein Portlandzement der Festigkeitsklasse CEM I 32,5 R aus dem Werk Teutonia in Niesburg. Der Wasserzementwert w/z betrug 0,63. Aus der Zementleimmenge ergab sich ohne weitere Zuga-

be eines Fließmittels eine plastische bis weiche Konsistenz, die eine gute Verarbeitung des Frischbetons ermöglichte. Die genaue Zusammensetzung der Betone ist in Tabelle 3.2 wiedergegeben.

Beton- bezeich-	Beton- W ezeich- w/z		Wasser Zement CEM I 32,5 R		Silica- Fließmittel staub		Zuschlag [kg/m <sup>3</sup> ] Kornfraktion		
nung		[Kg/m <sup>3</sup> ]	[Kg/m <sup>3</sup> ]	[Kg/m <sup>3</sup> ]	[Kg/m <sup>3</sup> ]	0/2	2/8	8/16	
HSC	0,30	125	470	45	21	516	654	551	
NSC-I	0,55	175	318	-	1,20	555	703	592	
NSC-II	0,63	180	285	-	-	763	612	482	

<b>Fab. 3.2:</b> Zusammensetzung d	er verwendeten Betone	HSC, NSC-I und NSC-II
------------------------------------	-----------------------	-----------------------

#### 3.2.2 Geometrie der Probekörper

Zur Untersuchung des einachsigen Betonzugermüdungsverhaltens wurden unterschiedliche Prismengeometrien verwendet. Gemeinsam war den Proben jedoch die im zu erwartenden Rissbereich gewählte Querschnittsabmessung mit 100×60 mm<sup>2</sup>.

Zur Bestimmung der Betonzugfestigkeit  $f_t$ , des Elastizitätsmoduls  $E_0$  und der Bruchdehnung beim Erreichen der Zugfestigkeit  $\varepsilon_{tu}$  wurden ungekerbte Prismen mit einem verjüngten Mittelquerschnitt eingesetzt. Die Prüflänge wurde so gewählt, dass der zur Bestimmung der genannten Parameter relevante mittlere Bereich außerhalb der durch die Lasteinleitung gestörten Randbereiche lag. Man kann somit von einem reinen einachsigen Zugspannungszustand ausgehen. Die kleinste Abmessung des Prüfkörpers war durch die Forderung nach dem mindestens Dreifachen des Größtkorndurchmessers [21] nach unten beschränkt. Aufgrund der genannten Grenzen wurden die in Abbildung 3.2 dargestellten Probenabmessungen gewählt.

Im Vergleich zur betonierten Prüfkörperlänge von 450 mm ergab sich aus dem Planparallelschleifen der Stirnflächen zur Vermeidung einer geschwächten Randzone und einer eventuellen Exzentrizität bei der Lasteinleitung eine reduzierte Prüfkörperlänge von 440 mm. Die gewählte Messlänge  $l_{meas} = 250$  mm ist ebenfalls in Abbildung 3.2 angedeutet und entspricht in etwa der erwarteten charakteristischen Länge  $l_{ch}$  des Betons.



Abb. 3.2: Probenabmessungen für die ungekerbten, verjüngten Zugprismen (links, Maße in [mm]) und damit zu bestimmende charakteristische Betonkennwerte, dargestellt mit einem typischen Messkurvenverlauf (rechts)

Die Verwendung eines gekerbten, kürzeren Zugprismas erlaubte das Aufzeichnen des kompletten Spannungs-Verformungsverhaltens einschließlich des abfallenden Astes, siehe Abbildung 3.3. Beidseitig eingebrachte 20 mm tiefe Kerben in Probenmitte ergaben einen Restquerschnitt von 100×60 mm<sup>2</sup>, der damit dem Querschnitt der verjüngten Proben im mittleren Bereich entspricht. Eine Verkürzung der Probenlänge auf 220 mm war notwendig, um eine stabile Versuchsregelung auch für höherfestere Betone zu gewährleisten, da ansonsten während der Entfestigungsphase mehr in der Probe gespeicherte elastische Energie frei wird als zur Bildung einer stabilen Rissentwicklung verfügbar sein darf ist. Des Weiteren kann durch reduzierte Probenlängen eine höhere Steifigkeit des Versuchsaufbaus erzielt werden, die speziell für dynamische zyklische Beanspruchungen notwendig ist.

Aufgrund der beidseitig eingebrachten Kerbe und der somit festgelegten Sollbruchstelle war es möglich, die Messlänge für diese Probengeometrie auf 50 mm zu verringern und damit eine deutliche Verbesserung der verformungsgeregelten Versuchsdurchführung zu erreichen. Die zur Regelung verwendeten induktiven Wegaufnehmer wurden über dem Kerbmund angebracht und erlaubten ein möglichst rasches Gegensteuern des Maschinenquerhauptes zum Zeitpunkt des verstärkten Rissfortschrittes bei Erreichen der Maximallast. Somit konnte eine konstante Rissöffnungsrate erzielt werden (siehe hierzu auch Abschnitt 3.3). Trotz der verkürzten Probenlänge kann aufgrund der Sollbruchstelle in Probenmitte davon ausgegangen werden, dass der Randeinfluss der Klebefuge, die zu einem dreiachsigen Zug-Druck-Druck-Spannungszustand in der Nähe der Lasteinleitungsplatten führt, auf die Rissentwicklung im einachsigen Zugspannungszustand mit den gewählten Probenabmessungen eliminiert war.



Abb. 3.3: Probenabmessungen für die gekerbten Zugprismen (links, Maße in [mm]) und damit zu bestimmende charakteristische Betonkennwerte, dargestellt mit einem typischen Messkurvenverlauf (rechts)

Für die Durchführung der Biegezugversuche wurden zwei verschiedene Probengeometrien verwendet. Die Versuche mit Eigengewichtskompensation wurden an Biegebalken der Abmessungen 570×100×100 mm<sup>3</sup> durchgeführt, siehe Abbildung 3.4. In Balkenmitte wurde eine einseitige 40 mm tiefe Kerbe eingesägt, um wiederum eine definierte Sollbruchstelle zu haben. Somit hatte diese Probengeometrie den gleichen Restquerschnitt von 100×60 mm<sup>2</sup> wie die beiden Probengeometrien in den einachsigen Zugversuchen. Die Eigengewichtskompensation erfolgte durch die Wahl der Stützweite von 285 mm, so dass der Momentenverlauf aufgrund der Eigengewichtsbelastung in Balkenmitte gerade einen Nulldurchgang aufweist. Diese Vorgehensweise war notwendig, da eine Belastung von unten wie in [26] und [124] den Versuchsaufbau für dynamische Ermüdungsversuche aufgrund der Belastungsumkehr zu weich gemacht hätte, was Voruntersuchungen zeigen konnten. Eine Beanspruchung in der horizontalen Ebene anstelle einer vertikalen Lasteinleitung schied aus versuchstechnischen Gründen aus, da hierfür keine ausreichend steife Versuchsanlage zur Verfügung stand. Weitere Möglichkeiten der Eigengewichtskompensation wie zusätzliche Gewichte an den Stirnflächen der Betonproben, horizontale externe Vorspannung oder vertikal angebrachte Federn an der Kerbe in Probenmitte wurden ebenfalls vorwiegend aus versuchstechnischen Gründen verworfen.



Abb. 3.4:Probenabmessungen für die Biegebalken mit Eigengewichtskompensation (links,<br/>Maße in [mm]) und damit zu bestimmende charakteristische Betonkennwerte, dar-<br/>gestellt mit einem typischen Messkurvenverlauf (rechts)

Die Biegezugversuche ohne Eigengewichtskompensation wurden an Betonbalken mit den Abmessungen  $840 \times 200 \times 100$  mm<sup>3</sup> durchgeführt, siehe Abbildung 3.5. In Balkenmitte wurde eine einseitige 100 mm tiefe Kerbe eingesägt, so dass diese Probengeometrie einen Restquerschnitt von  $100 \times 100$  mm<sup>2</sup> aufwies. Die Stützweite betrug bei dieser Probengeometrie 800 mm.



Abb. 3.5:Probenabmessungen für die Biegebalken ohne Eigengewichtskompensation (links,<br/>Maße in [mm]) und damit zu bestimmende charakteristische Betonkennwerte, dar-<br/>gestellt mit einem typischen Messkurvenverlauf (rechts)

Die mit dieser Probengeometrie ermittelten bruchmechanischen Kennwerte, insbesondere die spezifische Bruchenergie  $G_F$ , mussten wegen des zusätzlich rechnerisch zu berücksichtigenden Eigengewichtsbeitrages, in Abbildung 3.5 mit der Fläche unterhalb des gemessenen Kurvenverlaufs angedeutet, durch eine Extrapolation des kritischen Verformungswertes abgeschätzt werden, siehe hierzu Abschnitt 3.5.3.

#### 3.2.3 Herstellung und Lagerung der Probekörper

Die Herstellung des Frischbetons erfolgte mit Hilfe eines Zwangsmischers, der eine Nennkapazität von 150 Litern besitzt. Die Ausgangsstoffe der Betonmischungen wurden auf 50 Gramm genau eingewogen. Eine Mischung besaß ein Volumen von etwa 120 Litern, mit dem sich zwölf Prismen (Balken bzw. Zugproben), sechs Zylinder der Höhe 300 mm und drei Würfel mit 150 mm Kantenlänge herstellen ließen. Bei der Herstellung der Betonmischung NSC-II wurden keine einzelnen Prüfkörper hergestellt, sondern die Proben mit Hilfe einer Säge aus einer 860×500×200 mm<sup>3</sup> großen Betonplatte herausgeschnitten.

Die Zuschläge aller Kornfraktionen und der Zement wurden zunächst trocken gemischt. Anschließend wurde der trockenen Mischung bei rotierendem Mischwerkzeug das Zugabewasser und das Fließmittel zugegeben. Die Mischdauer nach der Zugabe des Anmachwassers betrug ca. 1,5 Minuten. Bei der Herstellung der hochfesten Betonmischung HSC wurde vor der Fließmittelzugabe noch zusätzlich Silicasuspension beigemischt. Die gesamte Mischzeit von ca. 3 Minuten wurde in diesem Fall nochmals um ca. 0,5 Minuten verlängert. Zur Kontrolle der Frischbetoneigenschaften wurde direkt im Anschluss an das Mischen das Ausbreitmaß, der Luftporengehalt sowie im Fall der Betonmischung NSC-II zusätzlich das Verdichtungsmaß bestimmt.

Der gesamte Frischbeton einer Charge wurde innerhalb von 30 Minuten in die Schalungen eingebracht. Die Würfel-, Zylinder- und Prismenschalungen bestanden aus Stahl, die Schalung für die Platte der Mischung NSC-II aus kunstharzverleimten Holzplatten. Die Verdichtung des Frischbetons mittels eines Hochfrequenzrüttlers dauerte ca. 15-30 Sekunden. Die Plattenkörper aus NSC-II wurden zudem in zwei Lagen betoniert, um eine möglichst optimale Verdichtung zu erreichen.

Um ein Austrocknen der freien Oberflächen zu verhindern, wurden die Prüfkörper nach dem Betonieren mit feuchten Jutetüchern und mit Polyethylenfolie abgedeckt. Nach einer 24stündigen Lagerung bei Raumtemperatur wurden die Prüfkörper ausgeschalt.

Ein Teil der Prüfkörper, die im Folgenden als "unversiegelt" bezeichnet werden, wurde direkt nach dem Ausschalen der freien Austrocknung ausgesetzt, indem die Proben ohne weitere Nachbehandlung im Klimaraum bei einer Temperatur von 20 °C und einer relativen Luftfeuchte von 65 % bis zur Prüfung gelagert wurden. Hiermit werden die Feuchteverhältnisse in

schlanken Betonbauteilen nachgebildet, die unzureichend bzw. überhaupt nicht nachbehandelt sind.

Ein großer Teil der Proben wurde direkt nach dem Ausschalen wasserdampfdicht versiegelt ("versiegelte" Lagerung), um ein frühzeitiges Austrocknen des Betons und die sich dabei einstellenden Mikrorisse infolge des Trocknungsschwindens zu vermeiden. Dazu wurden diejenigen Bereiche der Proben, in denen der Riss bei Aufbringen der äußeren Belastung erwartet wurde, zunächst mit einer dünnen, enganliegenden Polyethylenfolie umwickelt, um einen möglichen Beitrag der aufgebrachten Versiegelung zur Lastabtragung auszuschließen. Die eigentliche Versiegelung bestand aus einer Epoxydharzbeschichtung und anschließend aufgeklebter Aluminiumfolie. Eine zusätzliche Polyethylenfolie, die zum Schutz vor mechanischer Beschädigung von außen um die Probe gewickelt wurde, vervollständigt die Versiegelung. Mit Hilfe der angewandten Versiegelungstechnik soll eine über den Probenquerschnitt ungleichmäßige Austrocknung mit den daraus resultierenden Konsequenzen vermieden werden. Diese Nachbehandlungsmethode repräsentiert die Feuchtebedingungen in massiven Betonbauteilen.



Abb. 3.6: Gewichtsverlust der in der vierten Betoniercharge hergestellten Betonprismen

Die Güte der angewandten Versiegelungstechnik konnte durch kontinuierliche Gewichtsmessungen der Prüfkörper während der Lagerung in Normklima bis zum Prüfungstag nachgewiesen werden. Abbildung 3.6 zeigt exemplarisch den Gewichtsverlust der in der vierten Betoniercharge hergestellten Betonprismen. Es wird offensichtlich, dass die unversiegelten Proben, in der Legende der Abbildung 3.6 als Probekörper "unversiegelt Pk 1-4" gekennzeichnet, durch die Austrocknung an den freien Oberflächen deutlich an Gewicht verlieren und nach ca. 150 Tagen die Ausgleichsfeuchte erreichen. Dem entgegen liegt der bei den versiegelten Proben gemessene Massenverlust, in Abbildung 3.6 durch "versiegelt Pk 1-8" gekennzeichnet, bis zur vorletzten Messung nach ca. 120 Tagen durchweg im Bereich der Mess-genauigkeit der Waage. Der bei der letzten Messung nach ca. 250 Tagen gemessene Wasserverlust ist in erster Linie auf eine Zerstörung der Aluminiumschicht an den Probenenden zurückzuführen. Da die mittleren Bereiche, in denen der Riss erwartet wird bzw. die Kerbe eingesägt wird, zusätzlich von einer weiteren Polyethylenfolie umgeben waren, kann daraus geschlossen werden, dass die angewandte Versiegelungstechnik dennoch die gewünschte Wasserdampfdichtigkeit im maßgeblichen Probenquerschnitt voll erbringen konnte.

Eine modifizierte Vorgehensweise wurde bei der Probennachbehandlung aus der Betonmischung NSC-II angewendet. Alle Proben wurden direkt im Anschluss an das Ausschalen sieben Tage unter Wasser gelagert. Anschließend erfolgte eine Aufbewahrung der Betonkörper entsprechend dem Versuchsprogramm in "feuchtem" und "trockenem" Umgebungsklima.

Die als trocken bezeichneten Betonkörper lagerten ab dem achten Tag bis zur Prüfung bzw. dem Schneiden zu Prüfkörpern in einem Klimaraum unter Normklima (20 °C, 65 % rel. Luftfeuchte). Die Feuchtlagerung erfolgte stehend, senkrecht zur Betonierrichtung ohne direkten Wasserkontakt in einem abgedeckten Kunststoffbehälter bei einer Umgebungsfeuchte von ca. 98 %. In den Viertelspunkten der Platten befanden sich die Auflager, so dass an den Stellen, an denen später die Kerbe eingebracht wurde, keine Biegemomente entstehen konnten und eine Vorschädigung aufgrund der Lagerung ausgeschlossen war.

Die Lagerung der zur Bestimmung der Festbetoneigenschaften notwendigen Würfel und Zylinder, vgl. folgender Abschnitt 3.2.4, erfolgte nach DIN 1048. Unabhängig von der Betonmischung wurden alle hierzu verwendeten Probekörper direkt nach dem Ausschalen sieben Tage unter Wasser und anschließend bis zum Prüftag bei einer Temperatur von 20 °C und einer relativen Luftfeuchte von 65 % gelagert.

#### 3.2.4 Frisch- und Festbetoneigenschaften

In den Tabellen 3.3 und 3.4 sind die Ergebnisse der betontechnologischen Untersuchungen nach DIN 1048 [54] wiedergegeben. Die Frischbetonkennwerte (Tabelle 3.3) wurden direkt nach dem Mischen bestimmt, wobei zunächst das Ausbreitmaß, anschließend der Luftporengehalt ermittelt wurde. Die Frischbetonrohdichte wurde durch Wiegen der leeren Prüfkörperschalungen vor und der gefüllten Schalungen nach Beendigung des Einfüllvorgangs ermittelt. Die Festbetonkennwerte Druckfestigkeit  $f_c$ , statischer und dynamischer E-Modul  $E_c$  und  $E_{dyn}$  wurden im Alter von 28 Tagen ermittelt, siehe Tabelle 3.4. Die Druckfestigkeit  $f_c$  wurde dabei sowohl an Würfeln mit der Kantenlänge 150 mm als auch an Zylindern mit dem Durchmesser 150 mm und der Höhe 300 mm bestimmt.

Beton	w/z	Ausbreitmaß [cm]	Luftporengehalt [Vol%]	Frischbetonrohdichte [kg/m <sup>3</sup> ]
HSC	0,30	39 (6,1)	1,6 (0,30)	2467 (15)
NSC-I	0,55	39 (3,7)	1,2 (0,19)	2407 (9)
NSC-II	0,63	41 (2,4)	2,0 (0,42)	2346 (6)

**Tab. 3.3:** Frischbetonkennwerte der verwendeten Betone nach DIN 1048 (Standardabweichung in Klammern)

 Tab. 3.4:
 Festbetonkennwerte der verwendeten Betone nach DIN 1048 (Standardabweichung in Klammern)

		Druckfe	stigkeit	Elastizitätsmodul [N/mm <sup>2</sup> ]		
Beton	w/z	$f_{c,w150}$ $f_{c,cyl}$		statisch	dynamisch	
		[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	Ec	$E_{dyn,US}$	$E_{dyn, EF}$
HSC	0,30	109,9 (3,21)	101,8 (3,12)	36490 (1280)	41580 (340)	47310 (230)
NSC-I	0,55	50,5 (2,16)	43,3 (2,43)	27750 (1270)	34050 (170)	37230 (160)
NSC-II	0,63	33,5 (1,85)	-	30800 (589)	-	39000 (553)

Die Werte für den dynamischen Elastizitätsmodul wurden mittels Laufzeitmessung eines Ultraschallimpulses  $E_{dyn,US}$  sowie mit Eigenfrequenzanalyse bei Resonanzerregung  $E_{dyn,EF}$  nach [49] ermittelt. Die in den Tabellen 3.3 und 3.4 angegebenen Werte stellen Mittelwerte dar, die Standardabweichungen sind jeweils in Klammern angegeben.

## 3.3 Versuchs- und Messtechnik

#### 3.3.1 Generelle Anforderungen

Um den vollständigen Kraft-Verformungsverlauf einer Betonprobe aufzeichnen zu können, sind verformungsgeregelte Versuche notwendig. Wird ein Versuch kraftgeregelt durchgeführt, tritt nach dem Erreichen der Maximallast ein instabiles Risswachstum auf und der Versuchskörper versagt schlagartig. Die weg- oder verformungsgeregelte Versuchsdurchführung setzt eine sehr steife und verformungsarme Prüfeinrichtung voraus. Nach dem Erreichen der maximal aufnehmbaren Kraft geht die Verformung der Betonprobe außerhalb der Risszone infolge der sich lokalisierenden Entfestigung in der nun entstehenden Risszone zurück, und es kommt zu einem plötzlichen Freiwerden der gespeicherten elastischen Verformungsenergie. Dieses so genannte Zurückschnappen (engl. snap-back) ist in Abbildung 3.7 schematisch dargestellt.



Abb. 3.7: Schematische Darstellung der Verformungsanteile in einem einachsigen Zugversuch, in Anlehnung an [58]

Man erkennt, dass zwischen den Punkten A und B in der Spannungs-Gesamtverformungskurve ( $\sigma$ - $\Delta$ l-Kurve) ein Zurückschnappen zu beobachten ist. Bei Verwendung der Gesamtverformung als Regelungsgröße wäre ein solches Zurückschnappen nicht vermeidbar, es käme aufgrund des instabilen Rissfortschritts zu einem schlagartigen Versagen. Theoretisch würde sich ein derartig geregelter Versuch an Punkt B wieder fangen, d. h. bei einer Gesamtverlängerung der Probe, die gerade wieder der bei Punkt A erreichten Gesamtverlängerung entspricht (in Abbildung 3.7 durch die gestrichelte Linie gekennzeichnet).

In der Realität stellt sich jedoch fast immer ein späterer Punkt ein. Punkt B ergibt sich aus einer Energiebilanz, indem die durch die äußere Beanspruchung in den Prüfkörper insgesamt eingeleitete Energie W in einen im ungeschädigten Bereich des Prüfkörpers gespeicherten elastischen Anteil  $W_{elast}$  und in einen zum Fortschreiten des Risses notwendigen Anteil  $W_{Riss}$  zerlegt wird. Wie in Abbildung 3.8 zu sehen ist, tritt im Punkt A ein lokales Energiemaximum auf. In der Gesamtenergiebilanz wird dieses Energieniveau erst wieder im Punkt B erreicht. Die gespeicherte elastische Energie  $W_{elast}$  nimmt mit zunehmendem Rissfortschritt ab (gestrichelte Linie in Abbildung 3.8), während die zum Rissfortschritt benötigte Energie  $W_{Riss}$ (punktierte Linie in Abbildung 3.8) zunimmt und schließlich die gesamte Energie ausmacht, die gerade der Bruchenergie G<sub>F</sub> entspricht. Obige Ausführungen gelten nicht nur wie hier dargestellt für einen einachsigen Zugversuch, sondern ebenso für Biegezugversuche.



Abb. 3.8:Schematische Darstellung der Energieanteile mit zunehmendem Rissfortschritt in<br/>einem einachsigen Zugversuch, in Anlehnung an [58]

Der plötzliche Kraftabfall stellt ebenso wie die geringe Verformung der Betonproben bis zum Erreichen der maximalen Tragkraft hohe Anforderungen an die Prüfeinrichtung. Mit Rücksicht auf die vorangehenden Ausführungen wurde für die hier durchgeführten Zug- und Biegezugversuche eine Universal-Zug-Druckprüfmaschine (MTS 100 mit einer maximalen Prüflast von 100 kN) mit einem sehr steifen mechanischen Aufbau und demzufolge entsprechend geringer Eigenverformung eingesetzt. Dies ermöglichte eine stetige Verformungsänderung des Probekörpers über den gesamten Belastungsbereich. Eine Servohydraulik mit einer Leistung von 180 l/min bei 210 bar stellte den notwendigen Ölbedarf zur Verfügung.

Auch an die Regelungstechnik waren besondere Anforderungen zu stellen. Eine reine Wegregelung schied für die vorgesehenen Versuche aus, da damit lediglich ein konstanter Kolbenvorschub am Querhaupt einer Prüfmaschine zu erreichen wäre und es unweigerlich nach dem Erreichen der Maximallast zum oben beschriebenen Zurückschnappen kommen muss. Aus diesem Grunde wurden sowohl für die Zug- als auch für die Biegezugversuche eine Verformungsregelung gewählt. Dabei wurde die größere der beiden über dem Kerbmund gemessenen Rissöffnungen über eine vorher festgelegte Messlänge als Regelgröße (Istwert) herangezogen, siehe auch Abschnitt 3.2.2. Zur Erfassung der Verformungen wurden induktive Wegaufnehmer vom Typ HBM W2 bzw. W5 für 1,0 bzw. 2,5 mm Messweg eingesetzt. Die

Führungsgröße (Sollwert) der Rissöffnung wurde im Rechner generiert und über eine Analog/Digital-Wandlerkarte (12 Bit, 100 kHz) der Firma National Instruments dem PID-Regler der Prüfmaschine zugewiesen.

Die zyklischen Versuche wurden wie die monotonen Zugversuche verformungsgeregelt durchgeführt, siehe Abbildung 3.9, links. Somit ergaben sich zusätzliche Anforderungen an die Versuchsregelung, da hier Kriterien zur Belastungsumkehr festgelegt werden mussten. Der Verlauf der Verformungs-Sollwertfunktion ist in Abbildung 3.9, rechts gezeigt. Das Verformungsinkrement  $\Delta\delta$ , das als Zunahme der Gesamtverformung innerhalb der festgelegten Messlänge im Wesentlichen der Rissöffnung entspricht, wurde als Zuwachs pro Hysterese konstant gehalten ( $\Delta\delta = d\delta/dn = \text{const.}$ , wobei n = Anzahl der Lastzyklen). Damit ist die Schädigung jedes Teilbereichs des gesamten Bruchquerschnitts unter der Annahme eines linearen Zusammenhanges zwischen Rissöffnung und Risswachstum gleich groß. Wächst der Riss mit einer konstanten Vergrößerungsrate, ruft jeder Zyklus die gleiche Teilermüdung hervor.



Abb. 3.9: Typischer Kraft-Verformungsverlauf (links) Verlauf der Verformungs-Sollwertfunktion bei dreiecksförmiger Belastungsfunktion (rechts) in den Ermüdungsversuchen

Der Kolben am Querhaupt der Prüfmaschine wurde nun solange in Zugrichtung vorgeschoben, bis das gewünschte Verformungsinkrement  $\Delta\delta$  erreicht war. Die Geschwindigkeit des Kolbenvorschubs war dabei dergestalt, dass eine konstante, vorher festgelegte Verformungsrate d $\delta$ /dt an der Betonprobe erreicht wurde.

Wenn der vorgewählte Verformungswert erreicht ist, dreht sich die Kolbenvorschubrichtung um und der Prüfkörper wird mit der gleichen Verformungsrate  $d\delta/dt$  bis zum unteren Umkehrpunkt entlastet. Der untere Umkehrpunkt ergibt sich als Funktion einer a priori bestimmten unteren Kraft  $F_{min} = \text{const.}$  Er wurde in den einachsigen Zugversuchen für  $F_{min} = 0$ , in den Biegezugversuchen für  $F_{min} = 25$  N bestimmt. Alle durchgeführten Versuche mit Ausnahme der Zugversuche zur Untersuchung des Einflusses einer Wechselbeanspruchung können somit als Zugschwell- bzw. Zugursprungsversuche bezeichnet werden, vgl. Abschnitt 2.5.2. Die Wahl einer Verformungsbedingung am unteren Umkehrpunkt einer Hystereseschleife schied aus, da der Probekörper aufgrund gelockerter und verschobener Zuschlag- und Zementsteinpartikel während der Be- und Entlastung eine zunehmende irreversible Verformung erfährt und nicht mehr in seine Ausgangslage zurückkehrt.

Bei jedem weiteren Zyklus wurde die Amplitude des Verformungs-Sollwerts um einen einstellbaren Differenzbetrag  $\Delta\delta$  (Abbildung 3.9) erhöht, so dass die maximale Verformung gleichmäßig zunahm. Aus dem Verhältnis von zu erwartender Gesamtverformung bis zum Bruch (aus monotonen Versuchen gemittelt) und der Verformungszunahme kann die vorgesehene Anzahl der Zyklen für den jeweiligen Ermüdungsversuch abgeschätzt werden. Dieses Verfahren konnte allerdings bei den einachsigen Zugversuchen nicht angewendet werden, da die Versuche an monoton und zyklisch zu prüfenden Proben zeitgleich lagen, um mögliche Einflüsse aus den unterschiedlichen Betonherstellungen auszuschließen. Deshalb wurde als kritische Rissöffnung (als zu erwartende Gesamtverformung) ein konstanter Wert von  $\delta_{cr} = 160 \ \mu m$  aus der Literatur angesetzt, siehe z. B. [92]. Daraus folgt direkt, dass die in Abschnitt 3.5 dargestellten Versuchsergebnisse für verschiedene Lastzyklenanzahlen N lediglich in der selben Größenordnung liegen, nicht aber exakt z. B. eine Lastzyklenanzahl von N = 100 aufweisen.

Das Versuchsende wurde dadurch festgelegt, dass keine weitere Kraftaufnahme mehr möglich war. Da dieses Vorgehen jedoch teilweise vom Ermessen des Beobachters abhängig ist, wurde der kritische Verformungswert w<sub>crit</sub> nachträglich durch "Abschneiden" der  $\sigma$ - $\delta$ -Beziehung bei einer Restkraftaufnahme von F = 300 N bestimmt. Somit waren die in den Versuchen ermittelten w<sub>crit</sub> miteinander vergleichbar, siehe auch Abbildungen 3.20, 3.23 bzw. 3.27.

Als geeignete Belastungsfunktion hat sich ein linearer Verlauf (Dreiecksbelastung) erwiesen. Eine sinusförmige Vorgabe würde bei Umkehr der Belastungsrichtung zu einer ungleichförmigen Beanspruchung führen. Andere Belastungsfunktionen können unter Umständen zu leicht höheren oder niedrigeren Kenngrößen führen, was für eine konkrete Bemessung eines Betonbauwerks für Ermüdung zu berücksichtigen wäre [90]. Allerdings ist davon auszugehen, dass die Wahl der Belastungsfunktionen die im Folgenden beschriebenen Tendenzen nicht beeinflussen sondern lediglich zusätzlich zu berücksichtigen ist.

Durch die veränderliche Amplitude bei den zyklischen Versuchen ergab sich bei konstanter Verformungsgeschwindigkeit zwangsläufig eine Veränderung der Belastungsfrequenz während des Versuchsablaufs. Die Angabe einer Prüffrequenz als Kenngröße für einen verformungsgeregelten Ermüdungsversuch ist demnach nicht möglich.

Da kein kommerzielles Computerprogramm in der Lage war, eine mit den gewünschten Randbedingungen versehene Versuchsregelung anzubieten, musste die Versuchsregelung extern über ein eigenes Unterprogramm innerhalb des Softwarepakets Catman der Firma Hottin-
ger Baldwin Messtechnik [39] gelöst werden. Die Erfassung sowie die Regelung der Zug- und Biegezugversuche wurde auf zwei separaten Rechnern bewerkstelligt. Abbildung 3.10 zeigt einen Blick auf die gesamte Versuchsanlage.



Abb. 3.10: Blick auf die gesamte Versuchsanlage während eines einachsigen Zugversuches

Aus den gespeicherten Daten stellte der Erfassungsrechner online auf dem Monitor den Zusammenhang zwischen der Kraft und der Rissöffnung dar. Gleichzeitig wurde die aktuelle Rissöffnung in Echtzeit dargestellt. Dies ermöglichte die Beobachtung und gleichzeitige Beurteilung des Versuchsablaufs während der gesamten Prüfung. Auf dem Monitor des Regelungs-PCs kam die bis zu diesem Zeitpunkt aktuell erreichte Lastzyklenanzahl zur Anzeige.

# 3.3.2 Monotone und zyklische einachsige Zugversuche an gekerbten und ungekerbten Prismen

Um den steifen Versuchsaufbau der Universal-Zug-Druckprüfmaschine optimal auszunutzen, wurden die zentrischen Zugproben nicht über Kalotten mit verdrehbaren Lasteinleitungsplatten eingebaut, sondern direkt in der Prüfmaschine über die vorab geschliffenen Stirnflächen auf steife Stahladapter geklebt. Als Klebstoff diente ein Zweikomponentenkleber auf Methylmethacrylatbasis. Die Stahladapter waren starr mit der Kraftmessdose auf der Grundplatte bzw. dem Maschinenquerhaupt verbunden und gewährleisteten die geforderte Behinderung der Probenverdrehung, wie aus Abbildung 3.11, links deutlich wird. Voruntersuchungen mit frei verdrehbaren Lasteinleitungsplatten ergaben das in Abbildung 3.11, rechts dargestellte Kraft-Verformungsverhalten.



Abb. 3.11:Typischer Verlauf der Kraft-Verformungsbeziehungen für die beiden über dem<br/>Kerbmund angebrachten Wegaufnehmer (LVDT 1 und 2, siehe auch Abb. 3.12)<br/>sowie dem daraus resultierenden Mittelwert bei unverdrehbaren Lasteinleitungs-<br/>platten (links) und bei verdrehbarer Lasteinleitung (rechts)

Die Anordnung der beiden zur Regelung herangezogenen induktiven Wegaufnehmer ergab sich aus Untersuchungen, bei denen insgesamt acht Wegaufnehmer auf einer gekerbten Zugprobe angebracht wurden, siehe Abbildung 3.12. Mit Hilfe dieser Versuche konnte festgestellt werden, dass ein frühzeitiges Erkennen eines Rissfortschrittes nur mit den Wegaufnehmern über dem Kerbmund zu erreichen ist. Werden wie beispielsweise in [124] die beiden an den ungekerbten Seitenflächen angebrachten Wegaufnehmer ④ und ⑦ zur Versuchsregelung herangezogen, kann es im kritischen Bereich kurz nach Erreichen der Maximallast zu einer kurzzeitigen Übersteuerung und damit zu einem instabilen Risswachstum kommen, so dass der Probekörper schlagartig versagt. Dies konnte in Vorversuchen bei ansonsten gleichen Randbedingungen gezeigt werden.

Wie aus Abbildung 3.12 weiter hervorgeht, ergibt die Mittelbildung der beiden Wegaufnehmer über dem Kerbmund (Nummer (1) und (2)) eine mittlere Rissöffnung, die etwas größere Werte liefert als bei einer Mittelwertbildung aller acht Wegaufnehmer. Eine Überprüfung ergab, dass die somit bestimmte Bruchenergie als bezogene Fläche unter der Kraft-Rissöffnungsbeziehung nur unbedeutend größere Werte liefert, da die beiden relevanten Verläufe ab einer Rissöffnung von ca. 50 µm ineinander übergehen.



Abb. 3.12:Schematische Darstellung der Anordnung der Wegaufnehmer (links, Maße in<br/>[mm]), Foto der Wegaufnehmeranordnung nach Versuchsende (rechts, unten) und<br/>typischer Verlauf der Kraft-Verformungsbeziehungen für die an den verschiedenen<br/>Positionen auf dem Prüfkörper angebrachten Wegaufnehmer (rechts, oben)

# **3.3.3 Monotone und zyklische Drei-Punkt-Biegezugversuche an gekerbten Balken mit und ohne Eigengewichtskompensation**

Während bei den einachsigen Zugversuchen die ermittelten Verformungen auf Rissöffnungen beschränkt waren, wurden bei den Biegezugversuchen zusätzlich Durchbiegungen relativ zu vorher festgelegten Punkten bestimmt. Dazu wurde ein spezieller an der Betonprobe in Höhe der neutralen Faser auf den beiden Widerlagern befestigter Messrahmen verwendet, siehe Abbildung 3.13.



Abb. 3.13:Messrahmen für die induktiven Wegaufnehmer zur Bestimmung der Balkendurch-<br/>biegung bei den Biegezugversuchen mit Eigengewichtskompensation

Zur Durchbiegungsmessung wurden zwei induktive Wegaufnehmer eingesetzt, die im Abstand von 60 mm mittig exakt unterhalb der Kerbe angebracht waren (siehe Abbildung 3.14). Als Berührungsfläche für die Tastspitzen der Wegaufnehmer wurden dünne Stahlplättchen einseitig über dem Kerbmund angeklebt.

Vorversuche unter Verwendung eines festen, brückenförmigen Rahmens zeigten Eindrückungen an den Betonbalken (Setzungserscheinungen) im Auflagerbereich, welche die gemessenen Durchbiegungswerte verfälschen. Der gewählte Messrahmen (Abbildung 3.13) kann möglichen horizontalen und vertikalen Bewegungen des Balkens folgen und besitzt die notwendige Steifigkeit gegenüber zyklischen Beanspruchungen. Ferner ist die Messeinrichtung auch für die Prüfung feuchter, versiegelter Probekörper geeignet. Bei den Biegezugversuchen ohne Eigengewichtskompensation wurde ein Messrahmen mit einem anderen Aussehen eingesetzt, der jedoch den oben genannten Anforderungen ebenso entsprach, siehe [131].

Die Erfassung der Rissöffnungen im Bereich des Kerbmundes CMOD (engl. crack mouth opening displacement) sowie an der Kerbspitze CTOD (engl. crack tip opening displacement) erfolgte durch induktive Wegaufnehmer auf beiden Balkenseitenflächen, die wie bei den einachsigen Zugversuchen über Wegaufnehmerhalter aus Messing mittels eines Zweikomponentenklebers appliziert wurden. Abbildung 3.14 zeigt die Platzierung der Wegaufnehmer zur Messung der Durchbiegung sowie der Rissöffnungen.



Abb. 3.14:Platzierung der induktiven Wegaufnehmer zur Durchbiegungs- und Rissöffnungs-<br/>messung bei den Biegezugversuchen (Maße in [mm])

Bei allen Biegezugversuchen wurde eine Verformungsregelung mittels der Rissöffnung CMOD der Durchbiegungsregelung vorgezogen, da in letzterer neben dem Einfluss des Risses und der Rissprozesszone der Einfluss des ungeschädigten Betons außerhalb des Risses (engl. bulk behaviour) hinzukommt, vergleiche [12].

## 3.4 Versuchsdurchführung

#### 3.4.1 Probenvorbereitung

Ca. 14 Tage vor der Zugprüfung wurden die Betonprismen an den Stirnflächen planparallel geschliffen und in Höhe der Probenmitte durch einen Sägeschnitt beidseitig gekerbt. Zur Aufnahme der induktiven Wegaufnehmer wurden Wegaufnehmerhalter aus Messing mittels eines Zweikomponentenklebers appliziert. Mit Hilfe desselben Klebers konnte bereits die untere der beiden Lasteinleitungsplatten angebracht werden.

Die Betonbalken für die Biegezugversuche ohne Eigengewichtkompensation wurden ca. 14 Tage vor dem Prüfungsdatum aus der Betonplatte geschnitten. Alle Prüfkörper für die Biegezugversuche, also auch die Proben für die Biegezugversuche mit Eigengewichtkompensation, wurden ebenfalls ca. 14 Tage vor der Prüfung einseitig gekerbt, mit den entsprechenden Wegaufnehmerhaltern versehen und an ihren jeweiligen Lagerungsort zurückgebracht.

Die Betonprismen und -balken wurden erst unmittelbar vor der Prüfung zur Prüfungseinrichtung gebracht. Die feucht gelagerten Biegebalken wurden dabei durch Einschlagen in Polyethylenfolie vor Austrocknung geschützt.

Das Betonalter der einachsigen Zugprismen zum Zeitpunkt der Zugprüfung betrug ca. 300 Tage, die Prüfkörper für die Biegezugversuche mit bzw. ohne Eigengewichtkompensation waren ca. 500 bzw. 800 Tage alt.

#### 3.4.2 Probeneinbau und Versuchsablauf

Die einachsigen Zugprismen wurden über die bereits angeklebte untere Lasteinleitungsplatte mit der Kraftmessdose starr verbunden. Das Einkleben der Prüfkörper mit Hilfe der oberen Lasteinleitungsplatte erfolgte direkt in der Prüfmaschine bei einem konstanten Anpressdruck von ca. 1,0 kN. Während der Aushärtungszeit des Klebers konnten die induktiven Wegaufnehmer sowie bei einigen Proben die Sensoren zur Aufnahme der Schallemissionen (vgl. Abschnitt 4.2) angebracht und kalibriert werden.

Der Probeneinbau bei den Biegezugversuchen erfolgte durch vorsichtiges Ablegen der Prüfkörper auf die Widerlager und anschließendem Anklemmen des Messrahmens zur Durchbiegungsmessung an die Betonprobe. Der Einbau wurde auch hier durch das Anbringen der induktiven Wegaufnehmer zur Rissöffnungs- und Durchbiegungsmessung abgeschlossen. Unmittelbar vor Prüfbeginn wurde die Krafteinleitungsvorrichtung vorsichtig auf den Probekörper aufgesetzt und die Grundkraft eingestellt. Bei allen Versuchen hatte sich eine Grundkraft  $F_{Grund} = 150$  N als notwendig erwiesen, da niedrigere Kräfte zu nahe an der Abschaltbedingung ( $F_0 = 20$  N) lagen und nicht vermeidbare äußere kurze Störeinflüsse, z. B. über die Spannungsversorgung, zum Abbruch des Versuchs führen konnten. Die Position des Kolbens zuzüglich 5 mm dienten als Bezugsgröße für den unteren Grenzwert des Kolbenweges zum Schutz vor Zerstörung der Versuchseinrichtung bei Störfällen. Erreichte der Kolben diese Position, wurde die Prüfmaschine automatisch abgeschaltet.

Die Regelung der Prüfmaschine, die während des gesamten Probeneinbaus durch den Kolbenweg kontrolliert wurde, wurde nun manuell auf Verformungskontrolle umgestellt. Die Startwerte für den Maschinenweg, die Rissöffnungen sowie die Kraft wurden protokolliert und nach abschließender Kontrolle und gegebenenfalls erforderlichen Korrekturen wurde der Versuch mit den vorgegebenen Parametereinstellungen am Rechner gestartet. Das Rechnerprogramm erkannte das Versuchsende bei den Zug- und Biegezugversuchen daran, dass entweder eine Beanspruchung des Prüfkörpers über die vorgegebene Grundkraft hinaus nicht mehr möglich war oder die Verformungswerte aufgrund eines Trennbruchs außerhalb des Messbereichs lagen.

### 3.5 Versuchsergebnisse

#### 3.5.1 Monotone einachsige Zugversuche an ungekerbten Prismen

Typische Spannungs-Dehnungsverläufe, die bei den Untersuchungen an den ungekerbten Zugprismen mit verjüngtem Mittelquerschnitt ermittelt wurden, sind in Abbildung 3.15 dargestellt. Dabei zeigt die linke Abbildung den Einfluss der Dehnungsrate und der Nachbehandlungsart auf den Verlauf der Spannungs-Dehnungsbeziehungen, wie er bei normalfestem Beton aus der Mischung NSC-I festgestellt werden konnte. Die  $\sigma$ - $\epsilon$ -Beziehungen der Betone aus der hochfesten Betonmischung HSC liefern qualitativ dieselben Verläufe.



**Abb. 3.15:** Einfluss der Dehnungsrate und der Nachbehandlungsart auf den Verlauf der Spannungs-Dehnungsbeziehungen bei normalfestem Beton aus der Mischung NSC-I (links) und Einfluss der Betongüte auf den Verlauf der Spannungs-Dehnungsbeziehungen bei versiegelt gelagerten Betonproben, ermittelt bei einer Dehnungsrate von  $\dot{\varepsilon} = 1.10^4$  1/s (rechts)

Der Einfluss der Betongüte bzw. der Betonzusammensetzung ist in Abbildung 3.15, rechts dargestellt. Es ist klar zu sehen, dass alle drei untersuchten Betonkennwerte, die einachsige Zugfestigkeit  $f_t$ , der Elastizitätsmodul  $E_0$  sowie die Bruchdehnung  $\varepsilon_{tu}$  bei einer hochfesten Mischungszusammensetzung zunehmen. Des Weiteren ist zu erkennen, dass sich der ansteigende Ast der  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Beziehung einer hochfesten Betonzusammensetzung auch bei höherer Belastung noch als annähernd linear-elastisch beschreiben lässt. Bei den Proben der Betonmischung NSC-I tritt die Abweichung vom linear-elastischen Verlauf bereits bei niedrigeren Lastniveaus deutlich auf.

In der Regel gelang es mit dem gewählten Versuchsaufbau wegen der großen Messlänge erwartungsgemäß nicht, den abfallenden Ast der Spannungs-Dehnungsbeziehung aufzuzeichnen.

Bei insgesamt vier Einzelversuchen konnte dennoch aufgrund einer günstigen Rissentwicklung auch das Entfestigungsverhalten von Beton an den ungekerbten Prismen ermittelt werden (Tabelle 3.5a). Sie lieferten neben den eigentlich untersuchten Betonkennwerten  $f_t$ ,  $E_0$  und  $\varepsilon_{tu}$  Werte für die Bruchenergie  $G_F$ , die charakteristische Länge  $l_{ch}$  sowie komplette Spannungs-Dehnungsbeziehungen. Ein Vergleich dieser Werte mit den an den gekerbten Zugprismen erhaltenen Kenngrößen zeigt, dass sie genau im Rahmen der zu erwartenden Werte liegen, vergleiche Abschnitt 3.5.2. Dies rechtfertigt insbesondere die Durchführung der bruchmechanischen Untersuchungen an gekerbten Proben zur Ermittlung bruchmechanischer Kennwerte.

## Tab. 3.5a:Bruchmechanische Einzelergebnisse der einachsigen Zugversuche an den unge-<br/>kerbten Prismen mit verjüngtem Mittelquerschnitt

Beton- art	Dehnungs- rate Ė	Brucher [N	nergie G <sub>F</sub> /m]	charakteristische Länge l <sub>ch</sub> [m]		
	[1/s]	versiegelt	unversiegelt	versiegelt	unversiegelt	
NSC-I	$1 \cdot 10^{-4}$	232	-	0,47	-	
	1.10-5	204	219	0,52	0,78	
HSC	$1.10^{-5}$	-	240	-	0,45	

## Tab. 3.5b:Ergebnisse der einachsigen Zugversuche an den ungekerbten Prismen mit verjüng-<br/>tem Mittelquerschnitt (Standardabweichung in Klammern)

Beton- art	Dehnungs- rate Ė	Dehnungs- Einachsige Zugfestigkeit f <sub>t</sub> rate έ [MPa]		Elastizitätsmodul E <sub>0</sub> [MPa]		Bruchdehnung $\epsilon_{tu}$ [10 <sup>-6</sup> ]	
	[1/s]	versiegelt	unversiegelt	versiegelt	unversiegelt	versiegelt	unversiegelt
	$1 \cdot 10^{-4}$	4,01	3,35	37650	33930	127	123
NSC-I		(0,28)	(0,13)	(1920)	(2000)	(13)	(6)
	$1 \cdot 10^{-5}$	3,68	3,21	36010	33440	124	121
		(0,27)	(0,13)	(1380)	(1730)	(8)	(7)
HSC	$1 \cdot 10^{-4}$	6,29	5,58	44790	43540	163	160
		(0,99)	(0,34)	(1490)	(810)	(14)	(13)
	$1 \cdot 10^{-5}$	5,96	5,22	44160	43390	159	154
		(0,28)	(0,34)	(1440)	(510)	(11)	(12)

Die wichtigsten Versuchsergebnisse, die an den ungekerbten Zugprismen mit verjüngtem Mittelquerschnitt ermittelt wurden, sind in Tabelle 3.5b zusammengestellt. Die angegebenen Werte stellen Mittelwerte aus mindestens fünf Versuchen dar, die Standardabweichung ist jeweils in Klammern angegeben.

Zur besseren Veranschaulichung ist der Einfluss der Dehnungsrate auf die einachsige Zugfestigkeit  $f_t$ , den Elastizitätsmodul  $E_0$  sowie die Bruchdehnung  $\varepsilon_{tu}$  für die beiden Nachbehandlungsarten "versiegelt" und "unversiegelt" in den Abbildungen 3.16 für normalfeste Betone und 3.17 für hochfeste Betone bildlich dargestellt.



Abb. 3.16:Einfluss der Dehnungsrate und der Nachbehandlung auf die einachsige Zugfestig-<br/>keit (links), den Elastizitätsmodul (Mitte) und die Bruchdehnung (rechts) bei nor-<br/>malfestem Beton aus der Mischung NSC-I

Es ist deutlich zu erkennen, dass ein Anstieg der Dehnungsgeschwindigkeit um den Faktor 10 eindeutig zu höheren Werten aller drei untersuchten Kennwerte führt. Dies konnte auch in anderen Untersuchungen festgestellt werden, z. B. [122] oder [154].

Dabei ergaben sich unabhängig von der Betongüte für die Prüfkörper mit versiegelter Lagerung jeweils höhere Werte für alle untersuchten Kennwerte als für die unversiegelt gelagerten Proben. Wie an den unterschiedlichen Steigungen der Abhängigkeit der drei Parameter von der Dehnungsrate zu erkennen ist (Abbildung 3.16), ist der Grad der Abhängigkeit bei den normalfesten Betonen für alle untersuchten Kennwerte für die versiegelten Prüfkörper deutlicher ausgeprägt. Bei den hochfesten Betonproben konnte dieses Phänomen nicht festgestellt werden (Abbildung 3.17).



Abb. 3.17:Einfluss der Dehnungsrate und der Nachbehandlung auf die einachsige Zugfestig-<br/>keit (links), den Elastizitätsmodul (Mitte) und die Bruchdehnung (rechts) bei hoch-<br/>festem Beton aus der Mischung HSC

Betrachtet man den Anstieg der untersuchten Kennwerte aufgrund der versiegelten Lagerungsbedingung bei jeweils gleichen Dehnungsraten, ist zu erkennen, dass der Einfluss (in Prozent) beim hochfesten Beton geringer ausfällt als bei den entsprechenden normalfesten Proben.

Der Einfluss der Betongüte – Verwendung einer hochfesten anstelle einer normalfesten Betonmischung – ergibt unabhängig von der Dehnungsrate eine deutliche Steigerung aller untersuchten Kennwerte. Diese Beobachtung ist bei den unversiegelten Proben generell etwas ausgeprägter.

#### 3.5.2 Monotone und zyklische einachsige Zugversuche an gekerbten Prismen

In den Versuchen an den gekerbten Zugprismen wurden neben den direkt gemessenen Kenngrößen Nettozugfestigkeit f<sub>tn</sub>, Verformung bei Erreichen der Maximallast  $\delta_{tu}$  sowie kritische Rissöffnung w<sub>cr</sub> auch die bruchmechanischen Kennwerte Bruchenergie G<sub>F</sub> und charakteristische Länge l<sub>ch</sub> ermittelt. Die G<sub>F</sub>-Werte werden hierbei aus der Fläche unter der Spannungs-Verformungskurve berechnet, siehe Abbildung 3.18a, links.



Abb. 3.18a:Schematische Spannungs-Verformungsbeziehungen für einen monotonen (links)<br/>und zyklischen (rechts) Zugversuch und daraus resultierende Bruchenergie

Dieses Vorgehen beinhaltet, dass die nichtlinearen Anteile der Spannungs-Verformungsbzw. Spannungs-Dehnungsbeziehung im ansteigenden Ast vor dem Erreichen der Höchstlast (siehe beispielsweise auch Abbildung 3.15) komplett der Rissöffnung zugeordnet werden. Die Ursache für die beobachtete Nichtlinearität der Spannungs-Dehnungsbeziehung liegt nicht nur in den bruchmechanischen Materialeigenschaften wie Mikrorissbildungen im Zementsteingefüge und in der Kontaktzone zwischen den Zuschlägen und dem Zementstein begründet, sondern auch in versuchstechnischen Gegebenheiten. Insbesondere wird der Grad der Nichtlinearität auch von den thermischen und hygrischen Randbedingungen, der Probengröße sowie einer möglicherweise trotz sorgfältiger Versuchsvorbereitung auftretenden Exzentrizität bei der Lasteinleitung über die aufgeklebten Lastplatten bestimmt, siehe auch Kapitel 2.6.

Da diese einzelnen Einflüsse in ihrer jeweiligen Größe nicht exakt voneinander getrennt erfasst werden können, wurden die von der linearen Spannungs-Dehnungsbeziehung abweichenden Verformungsanteile vollständig der Spannungs-Rissöffnungsbeziehung zugewiesen, siehe auch [124].

Für die zyklischen Versuche wurden die entsprechenden Einhüllenden der Spannungs-Verformungsbeziehungen verwendet (Abbildung 3.18a, rechts), so dass ein eventueller Beitrag der Flächen innerhalb der Hystereseschleifen nicht berücksichtigt wurde (siehe hierzu auch Kapitel 5.4). Des Weiteren wurde die charakteristische Länge  $l_{ch}$  der Zugprismen bestimmt. Die charakteristische Länge ist ein Maß für die Sprödigkeit eines Werkstoffes und ergibt sich nach Gleichung (3.1), die Gleichung (2.27) in Kapitel 2.3.7 entspricht:

$$l_{\rm ch} = \frac{G_{\rm F} \cdot E_0}{f_{\rm t}^2} \tag{3.1}$$

Je niedriger die  $l_{ch}$ -Werte, desto spröder ist das Materialverhalten. Die Werte für den Elastizitätsmodul  $E_0$  und die Zugfestigkeit  $f_t$  werden jeweils aus den entsprechenden Versuchen an den ungekerbten Proben bestimmt, vergleiche Abschnitt 3.5.1.

#### 3.5.2.1 Verformungsgeregelte Zugversuche an normalfestem Beton

Im Gegensatz zu den Zugversuchen an den ungekerbten Zugprismen (Abschnitt 3.5.1) konnten in den Versuchen an den gekerbten Proben komplette Kraft-Verformungsbeziehungen erfasst werden. Abbildung 3.18b zeigt einen typischen Kraft-Verformungsverlauf eines niederzyklischen Zugermüdungsversuchs.



Abb. 3.18b:Typischer Kraft-Verformungsverlauf eines gekerbten, normalfesten Zugprismas<br/>unter niederzyklischer Beanspruchung

Die bruchmechanischen Untersuchungen an den gekerbten Zugprismen aus normalfestem Beton zeigen eine Abnahme der maximal ertragbaren Last und damit der Nettozugfestigkeit  $f_{tn}$  mit zunehmender Lastzyklenanzahl, siehe Abbildung 3.19. Dabei bleiben die  $f_{tn}$ -Werte im Bereich einer niederzyklischen Beanspruchung mit weniger als 100 Lastwechseln für die kleinere Dehnungsrate (0,5 µm/s) annähernd konstant, während sie für die größere Dehnungsrate (5 µm/s) sogar leicht zunehmen. Weiterhin konnte mit zunehmender Lastwechselzahl eine Abnahme sowohl der Verformung bei Erreichen der Maximallast  $\delta_{tu}$  (Abbildung 3.20, links) als auch der kritischen Rissöffnung w<sub>cr</sub>, bei der keine weitere Kraftübertragung mehr möglich ist (Abbildung 3.20, rechts), festgestellt werden.



Abb. 3.19: Einfluss der Lastzyklenanzahl auf die Nettozugfestigkeit für verschiedene Dehnungsraten und Nachbehandlungsarten bei normalfesten Zugproben

Die Werte für die Kennwerte Nettozugfestigkeit  $f_{tn}$  und Verformung bei Erreichen der Maximallast  $\delta_{tu}$  sind für die versiegelten Proben in der Regel höher als für die unversiegelten. Dies bestätigt die beobachtete Abhängigkeit der Kennwerte von der Nachbehandlungsart, wie sie in den Versuchen an den ungekerbten Proben festgestellt wurde. Der in den Versuchen an den ungekerbten Proben festgestellte Einfluss der Dehnungsrate auf die Nettozugfestigkeit  $f_{tn}$  ist bei den gekerbten Proben in Abbildung 3.19 ebenfalls erkennbar.

Die Werte der kritischen Rissöffnung  $w_{cr}$  (bei  $\sigma = 0,05$  MPa), die in den Versuchen an den ungekerbten Proben erwartungsgemäß meist nicht ermittelt werden konnte, sind im hochzyklischen Bereich für die niedrigere Dehnungsrate höher als der entsprechende Wert, der bei der höheren Dehnungsrate ermittelt wurde. Bei den beiden Versuchsreihen mit der höheren Dehnungsrate (5 µm/s) liegen die Werte für die versiegelt gelagerten Proben im hochzyklischen Bereich klar unter den entsprechenden Werten der an den unversiegelt gelagerten Proben ermittelten (Abbildung 3.20, rechts).

Abbildung 3.21, links zeigt die Abhängigkeit der Bruchenergie  $G_F$  von der Anzahl der Lastzyklen. Danach ergibt sich für die Bruchenergie eine Abnahme mit zunehmender Zyklenanzahl, insbesondere im hochzyklischen Bereich.



Abb. 3.20: Einfluss der Lastzyklenanzahl auf die Verformung bei Erreichen der Maximalspannung (links) und auf die kritische Verformung (rechts) für verschiedene Dehnungsraten und Nachbehandlungsarten bei normalfesten Zugproben

Die im Vergleich zu den aus der Literatur bekannten Bruchenergiewerten (vergleiche Abbildung 2.21) im oberen Bereich anzusiedelnden  $G_F$ -Werte ergaben sich in erster Linie aufgrund der optimierten Messtechnik, der Verwendung von starren Lasteinleitungsplatten (Abschnitt 3.3), der relativ hohen Betonfestigkeiten (Tabelle 4.3) sowie einem vergleichsweise großen Verhältnis von Größtkorndurchmesser zur maßgebenden Nettoquerschnittsfläche (Abschnitt 3.2.2).



Abb. 3.21: Einfluss der Lastzyklenanzahl auf die Bruchenergie (links) und auf die charakteristische Länge (rechts) für verschiedene Dehnungsraten und Nachbehandlungsarten bei normalfesten Zugproben

Aus Abbildung 3.21, links ist ferner ersichtlich, dass die G<sub>F</sub>-Werte im hochzyklischen Bereich für die unversiegelt gelagerten Proben jeweils höher sind als die entsprechenden Werte für die versiegelte Lagerung. Der Einfluss der Dehnungsrate ist hier lediglich im niederzyklischen Bereich feststellbar. Wie aus Abbildung 3.21, rechts erkennbar ist, nimmt die charakteristische Länge mit zunehmender Lastzyklenanzahl ab. Die hochzyklischen Versuche zeigen also ein spröderes Bruchversagen. Die l<sub>ch</sub>-Werte für die unversiegelten Proben sind dabei für die gleiche Zyklenanzahl jeweils höher als die entsprechenden Werte für die versiegelten Proben.

#### 3.5.2.2 Verformungsgeregelte Zugversuche an hochfestem Beton

Die Untersuchungen an den gekerbten, hochfesten Zugprismen zeigen wie bei den normalfesten Zugproben (Abbildung 3.19) eine Abnahme der maximal ertragbaren Last und damit der Nettozugfestigkeit  $f_{tn}$  mit zunehmender Lastzyklenanzahl, siehe Abbildung 3.22. Auch für die hochfesten Proben beginnt die Abnahme der  $f_{tn}$ -Werte erst im Bereich einer hochzyklischen Beanspruchung, also bei mehr als 100 Lastwechseln. Die jeweiligen  $f_{tn}$ -Werte der Proben aus der hochfesten Mischung sind jeweils deutlich höher als die entsprechenden Proben aus normalfestem Beton. Der Einfluss der Dehnungsrate auf die Nettozugfestigkeit – höhere  $f_{tn}$ -Werte für eine schnellere Lastaufbringung – sowie der Nachbehandlungsart – versiegelte Proben ergeben die größeren  $f_{tn}$ -Werte – konnte auch bei den hochfesten Betonen festgestellt werden.



Abb. 3.22: Einfluss der Lastzyklenanzahl auf die Nettozugfestigkeit für verschiedene Dehnungsraten und Nachbehandlungsarten bei hochfesten Zugproben

Eine Abnahme sowohl der Verformung bei Erreichen der Maximallast  $\delta_{tu}$  (Abbildung 3.23, links) als auch der kritischen Rissöffnung w<sub>cr</sub> (Abbildung 3.23, rechts) mit zunehmender Lastwechselzahl konnte, wie schon bei den Zugproben aus normalfestem Beton, auch für die Proben aus der hochfesten Mischung festgestellt werden.



Abb. 3.23:Einfluss der Lastzyklenanzahl auf die Verformung bei Erreichen der Maximal-<br/>spannung (links) und auf die kritische Verformung (rechts) für verschiedene Deh-<br/>nungsraten und Nachbehandlungsarten bei hochfesten Zugproben

Im Vergleich zu den Proben aus normalfestem Beton sind die Verformungswerte bei  $F_{max}$  für gleiche Randbedingungen bezüglich der Dehnungsrate und der Nachbehandlungsart in der Regel wiederum höher. Dies bestätigt den an den ungekerbten Zugprismen erhaltenen Zusammenhang zwischen der Betongüte und der Verformung  $\delta_{tu}$ , siehe z. B. Abbildung 3.15. Dem entgegen ergeben sich für die kritische Rissöffnung w<sub>cr</sub> fast immer niedrigere Werte für die hochfesten Proben im Vergleich zu den entsprechenden normalfesten Prismen.



Abb. 3.24: Einfluss der Lastzyklenanzahl auf die Bruchenergie (links) und auf die charakteristische Länge (rechts) für verschiedene Dehnungsraten und Nachbehandlungsarten bei hochfesten Zugproben

Dies weist bereits auf das sprödere Verhalten der Zugproben aus hochfestem Beton hin, der durch die im Vergleich zu Abbildung 3.21, rechts generell niedrigeren Werte für die charakteristische Länge  $l_{ch}$  in Abbildung 3.24, rechts eindeutig bestätigt wird. Der Einfluss der Lastzyklenanzahl auf die Bruchenergie G<sub>F</sub> ist in Abbildung 3.24, links dargestellt. Wie für die normalfesten Betonproben ergibt sich für die Proben aus hochfestem Beton eine Abnahme der Bruchenergie mit zunehmender Zyklenanzahl, vorwiegend im hochzyklischen Bereich.

#### 3.5.2.3 Verformungsgeregelte zyklische Versuche mit Zug-Druck-Wechselbeanspruchung

Zur Untersuchung des Einflusses der Unterspannung  $\sigma_{min}$  in zyklischen Zugversuchen wurde im Gegensatz zu den übrigen durchgeführten Untersuchungsreihen eine Druckspannung in Höhe der erwarteten Zugfestigkeit als untere Umkehrbedingung in den Hystereseschleifen vorgegeben. Ein typischer Kraft-Verformungsverlauf für eine gekerbte, normalfeste Zugprobe ist in Abbildung 3.25 dargestellt. Die Versuche können also den Zug-Druck-Wechselversuchen zugerechnet werden, vergleiche Kapitel 2.5.2.1. Die weiteren Untersuchungsparameter wie Betongüte, Verformungsgeschwindigkeit und Nachbehandlungsart wurden innerhalb dieser Versuchsreihe konstant gehalten.



Abb. 3.25:Typischer Kraft-Verformungsverlauf eines gekerbten, normalfesten Zugprismas<br/>unter zyklischer Zug-Druck-Wechselbeanspruchung

Abbildung 3.26 zeigt die Abhängigkeit der Nettozugfestigkeit von der Anzahl der Lastspiele. Da bei niederzyklischen Versuchen die Maximallast bereits während des ersten oder zweiten Zyklus erreicht wird, kann sich der Einfluss der Unterspannung hier nicht auswirken, wie Abbildung 3.26 klar zeigt. Bei zunehmender Lastzyklenanzahl ist zwar eine größer werdende Differenz zwischen den erhaltenen Nettozugfestigkeiten aus der Versuchsserie mit der Unterspannung  $\sigma_{min}=0$  und den Zug-Druck-Wechselversuchen mit  $\sigma_{min}=-f_t$  zu erkennen. Die maximale Abweichung bei 100.000 Lastzyklen liegt mit  $\Delta \sigma \approx 0,5$  MPa allerdings relativ niedrig im Vergleich zur Streuung dieses Kennwerts innerhalb einer Versuchparameterkombination, vergleiche z. B. die in Tabelle 3.5b aufgeführten Standardabweichungen.



Abb. 3.26: Einfluss der Lastzyklenanzahl auf die Nettozugfestigkeit für reine Zugschwellsowie Zug-Druck-Wechselversuche



Abb. 3.27: Einfluss der Lastzyklenanzahl auf die Verformung bei Erreichen der Maximalspannung (links) und auf die kritische Verformung (rechts) für reine Zugschwellsowie Zug-Druck-Wechselversuche

Der Einfluss der Druckunterspannung macht sich auch auf die Verformungen erst nach etlichen Lastspielen bemerkbar, wie Abbildung 3.27 zeigt. Während sich die Druckunterspannung auf die Verformung bei Erreichen der Maximallast überhaupt nicht auswirkt (Abbildung 3.27, links), sieht man den schädigenden Einfluss bei Betrachtung der kritischen Rissöffnung gegen Versuchsende deutlich (Abbildung 3.27, rechts).

Die deutlich niedrigeren Verformungswerte am Versuchsende wirken sich direkt auf die Bruchenergie aus (Abbildung 3.28, links). Hier zeigt sich qualitativ eine ähnliche Abhängigkeit der Bruchenergie von der Druckunterspannung – niedrigere G<sub>F</sub>-Werte für die Versuchsreihe mit  $\sigma_{min}$ = -f<sub>t</sub> – wie sie bei den kritischen Rissöffnungen festgestellt wurde.

Die Versuche mit Zug-Druck-Wechselbeanspruchung verlaufen also erheblich spröder, was sich mit der in Abbildung 3.28, rechts dargestellten charakteristischen Länge belegen lässt. Auch hier verläuft die Kurve für die Zug-Druck-Wechselbeanspruchung deutlich unterhalb der Kurve für die reine Zugschwellbeanspruchung.



Abb. 3.28:Einfluss der Lastzyklenanzahl auf die Bruchenergie (links) und auf die charakte-<br/>ristische Länge (rechts) für reine Zugschwell- sowie Zug-Druck-Wechselversuche

Für alle fünf dargestellten Untersuchungsparameter (Abbildungen 3.26 bis 3.28) bleibt jedoch die Abnahme der jeweiligen Werte mit zunehmender Lastzyklenanzahl im hochzyklischen Bereich unabhängig von der Unterspannung erhalten.

#### 3.5.2.4 Kraftgeregelte einachsige Zugversuche (Wöhlerversuche)

Um einen besseren Anschluss an die in der Literatur dokumentierten Ermüdungsergebnisse zu erhalten, wurden neben den verformungsgeregelten Versuchen auch kraftgeregelte Zugversuche, so genannte Wöhlerversuche an gekerbten Probekörpern durchgeführt.



**Abb. 3.29:** Typischer Kraft-Verformungsverlauf eines gekerbten, normalfesten Zugprismas unter kraftgesteuerter, zyklischer Beanspruchung bei einer Prüffrequenz von  $10 \text{ Hz} (\sigma_o = 0,9 \cdot f_m; \sigma_u = 0)$ 

Abbildung 3.29 zeigt einen typischen Kraft-Verformungsverlauf in einem Wöhlerversuch. Deutlich zu erkennen ist die überproportionale Zunahme der Verformung bei gleichzeitiger Abnahme der Steifigkeit in den letzten Lastzyklen vor dem Bruch. Die dabei erreichte Oberspannung ist nicht, wie Abbildung 3.29 vermuten lässt, geringer als die angestrebte Oberspannung, sondern der dargestellte Spannungsabfall rührt aus der gewählten Erfassungsrate, die nur in jedem n-ten Zyklus die Speicherung der exakten Oberspannung ermöglichte. Dass die vorgewählte Oberspannung dennoch in jedem Zyklus erreicht wurde, konnte durch die Onlinekontrolle des angeschlossenen Oszillographen überprüft werden.

Betrachtet man die Zunahme der mittleren Verformung ( $\delta_m = \frac{1}{2} (\delta(F_o) + \delta(F_u))$ ) im Verlauf eines Wöhlerversuches, so ergeben sich die in Abbildung 3.30 dargestellten Beziehungen, siehe auch Kapitel 2.5. Es lassen sich dabei deutlich drei Rissphasen voneinander unterscheiden, siehe Abbildung 3.30, links. Die Anfangsphase bis ca. 0,2·N (Rissphase I) ist durch eine ausgeprägte Verformungszunahme gekennzeichnet ( $d\delta/dN > 0$ ;  $d^2\delta/d^2N < 0$ ), die hauptsächlich auf die Rissinitiierung zurückzuführen ist. Rissphase II weist einen nahezu linearen Anstieg (konstanter Verformungszuwachs  $d\delta/dN$ ) bis ca. 0,8·N auf. Oberhalb von 0,8·N nehmen die Verformungen bis zum Bruch überproportional zu (Rissphase III), bis letztlich das Versagen eintritt. Der beobachtete Verformungsverlauf weist im Wesentlichen die gleichen charakteristischen Merkmale auf, unabhängig vom Belastungsgrad (Abbildung 3.30, links), von der Prüffrequenz und von der Nachbehandlungsmethode (Abbildung 3.30, rechts). Lediglich die Verwendung von hochfestem Beton anstelle von normalfestem verschiebt die "zyklische Kriechkurve" (engl. cyclic creep curve) auf höhere Werte. Dies ist jedoch in erster Linie auf die höheren Absolutwerte der Oberspannung bei gleichem Belastungsgrad zurückzuführen.



Abb. 3.30:Mittlere Rissverläufe von gekerbten Zugprismen in Wöhlerversuchen mit zuneh-<br/>mender Lastspielzahl für verschiedene Belastungsgrade (links) und verschiedene<br/>Betongüten, Prüffrequenzen bzw. Nachbehandlungsarten (rechts)

Die angesprochene abnehmende Steifigkeit im Verlauf eines Wöhlerversuchs ist in Abbildung 3.31 in Abhängigkeit von der bezogenen Lastspielzahl dargestellt. Die angewandte Methode der Bildung von Mittelwertsgeraden in den Hystereseschleifen ist an [90] angelehnt.



Abb. 3.31: Mittlere Abnahme der Steifigkeit in Wöhlerversuchen mit zunehmender Lastspielzahl für verschiedene Belastungsgrade (links) und verschiedene Betongüten, Prüffrequenzen bzw. Nachbehandlungsarten (rechts)

Auch hier scheint der Einfluss der untersuchten Parameter Belastungsgrad (Abbildung 3.31, links), Betongüte, Prüffrequenz und Nachbehandlungsmethode (Abbildung 3.31, rechts) von untergeordneter Bedeutung zu sein. Die Streuung ist allerdings im Vergleich zu den Verformungsverläufen erheblich größer (Abbildung 3.31, links). Dennoch lassen sich auch die Steifigkeitsverläufe in drei Bereiche, ähnlich der zyklischen Kriechkurve, einteilen. Der erste Bereich geht allerdings bereits bei ca. 0,05·N in den zweiten Bereich mit annähernd konstanter Steifigkeitsabnahme über. Bei einzelnen Versuchen konnte der erste Bereich überhaupt nicht identifiziert werden. Der dritte Bereich beginnt wie bei den Verformungsverläufen bei ca. 0,8·N. Im letzten Zyklus ist die beobachtete Steifigkeit teilweise bis zu 60 % niedriger als die Anfangssteifigkeit (z. B. punktierte Linie in Abbildung 3.31, links).

Werden die für die Steifigkeitsverläufe gebildeten Mittelwertgeraden zweier aufeinander folgender Lastzyklen in Höhe der Ober- und der Unterlast miteinander verbunden, schließen sie eine Fläche ein, welche einen Aufschluss auf die in diesem Rissstadium dissipierte Energie gibt. Wie in Abbildung 3.32, links angedeutet, lassen sich die Verläufe der dissipierten Energie über die bezogene Lastspielzahl wiederum in drei charakteristische Bereiche einteilen. Die Energieverläufe ähneln dabei stark den in Abbildung 3.30 dargestellten Verformungsverläufen. Bis ca. 0,1·N nimmt die Energie stark zu, um danach während der meisten Zeit der Versuchsdauer kontinuierlich mit zunehmender Lastspielzahl anzusteigen. Ab einer Lastspielzahl von ca. 0,8·N kommt es zu einer deutlich stärkeren Energiedissipation, bevor die Versuche mit einem instabilen Risswachstum enden.



Abb. 3.32: Mittlere Zunahme der dissipierten Energie in Wöhlerversuchen mit zunehmender Lastspielzahl für verschiedene Belastungsgrade (links) und verschiedene Betongüten, Prüffrequenzen bzw. Nachbehandlungsarten (rechts)

Wie aus Abbildung 3.32, links hervorgeht, liegen die Energiedissipationsverläufe für höhere Belastungsgrade über den entsprechenden Verläufen mit einem niedrigeren Belastungsgrad. Diese Beobachtung wird auch durch die Betrachtung der übrigen Versuchsreihen bestätigt. Dies liegt zumindest teilweise an den bei höheren Belastungsgraden höheren Oberspannungen, die direkt in die Berechnung der dissipierten Energie eingehen. Bezüglich der Einflussparameter Betongüte, Prüffrequenz und Nachbehandlungsmethode (Abbildung 3.32, rechts) gelten wieder die obigen Ausführungen zu den Rissverläufen.

Neben den Verformungsverläufen während der Wöhlerversuche wurden auch die Bruchverformungen der einzelnen Versuche untersucht, die sich im letzten Lastzyklus ergaben. Abbildung 3.33 zeigt die Bruchrissöffnungen w<sub>cr</sub> in Abhängigkeit von der Lastspielzahl im logarithmischen Maßstab für verschiedene Betongüten, Prüffrequenzen und Nachbehandlungsmethoden. Da insbesondere für die beiden Serien an den unversiegelten, normalfesten Proben mit einer Prüffrequenz von 10 Hz und an den versiegelten, normalfesten Proben mit einer Prüffrequenz von 1 Hz lediglich zwei mittlere Bruchrissöffnungen ermittelt werden konnten, ist eine detaillierte Untersuchung der beiden Parameter Prüffrequenz und Nachbehandlungsmethode nicht möglich. So lässt sich lediglich feststellen, dass sich für alle vier Untersuchungsreihen eine eindeutige Zunahme der Bruchrissöffnung mit zunehmender Lastzyklenanzahl ergibt. Dabei scheint die Zunahme für die Versuchsreihe aus hochfestem Beton geringer auszufallen, was allerdings durch eine Versuchsreihe mit einem größeren Probenumfang zu verifizieren wäre.



Abb. 3.33: Einfluss der Zyklenanzahl auf die Bruchrissöffnung in den Wöhlerversuchen für verschiedene Oberlasten, Prüffrequenzen und Nachbehandlungsarten bei normalund hochfesten Zugproben

Werden die Versuchsergebnisse der kraftgeregelten Zugversuche in einem Spannungs-Zyklenanzahldiagramm logarithmisch aufgetragen, erhält man die in Abbildung 3.34 dargestellten Wöhlerlinien.

Erwähnenswert ist zunächst, dass zwei Versuchsreihen – normalfeste und hochfeste Proben, jeweils versiegelt und mit einer Prüffrequenz von 10 Hz beansprucht – bei einem Belastungsgrad von S = 0,6 bis zu 10 Millionen Lastspiele erfahren haben, bevor der Wöhlerversuch beendet wurde und die Probe einer verformungsgeregelten, monotonen Anschlussprüfung unterzogen wurde. Die dabei erhaltenen Kraft-Verformungsverläufe wiesen im Gegensatz zu den hochzyklischen verformungsgeregelten Versuchen trotz der Wöhler-Vorbelastung keine Änderung der erreichten mechanischen und bruchmechanischen Kennwerte auf. Dies untermauert die Existenz einer Dauerschwingfestigkeit auch für Beton.

Aus den annähernd gleichen Neigungen der Wöhlerlinien in Abbildung 3.34 ergibt sich kein signifikanter Einfluss der Prüffrequenz und der Nachbehandlungsart auf das Ermüdungsverhalten von Beton. Im Gegensatz hierzu ist jedoch die den hochfesten Beton beschreibende Wöhlerlinie stärker geneigt, was auf eine höhere Ermüdungsempfindlichkeit schließen lässt.



Abb. 3.34: Einfluss der Oberspannung auf die erreichte Lastspielzahl für verschiedene Prüffrequenzen und Nachbehandlungsarten bei normal- und hochfesten Zugproben (Wöhlerlinien)

#### 3.5.3 Monotone und zyklische Drei-Punkt-Biegezugversuche an gekerbten Balken ohne Eigengewichtskompensation

#### 3.5.3.1 Verformungsgeregelte Biegezugversuche

Ein typischer Kraft-Durchbiegungsverlauf eines Ermüdungsversuches mit ca. 100 Lastzyklen, gemessen an einem trocken gelagerten Biegebalken, ist in Abbildung 3.35 dargestellt. Die Form der Einhüllenden ist dabei ähnlich wie der F- $\delta$ -Verlauf bei einem monotonen Biegezugversuch an einem Balken mit denselben Lagerungsbedingungen. Des Weiteren ist in Abbildung 3.35 die kontinuierliche Steifigkeitsabnahme in den Hystereseschleifen durch die gestrichelten Steigungslinien gekennzeichnet.

Die Nettobiegezugfestigkeit  $f_{tn,fl}$  wurde unter der Annahme eines linear-elastischen Verhaltens bei Vernachlässigung der geringfügig größeren Balkenlänge gegenüber der Stützweite nach Gleichung (3.2) berechnet:

$$f_{\text{tn,fl}} = 1.5 \cdot \frac{\left(F_{\text{m}} + \frac{\text{m} \cdot \text{g}}{2}\right) \cdot \text{s}}{\text{b} \cdot (\text{d} - \text{a}_{0})^{2}}$$
(3.2)

Darin sind  $F_m$  = maximal ertragbare Kraft [N], m·g = Eigengewicht des Biegebalkens. Die geometrischen Abmessungen sind durch Abbildung 3.36 erläutert.



Abb. 3.35: Typischer Kraft-Durchbiegungsverlauf eines niederzyklischen Biegezugversuches

Die Werte für die Bruchenergie  $G_F$  wurden entsprechend der RILEM-Empfehlung [158] nach Gleichung (3.3) berechnet, vergleiche auch Gleichung (2.29) in Kapitel 2.3.7:

$$G_{\rm F} = \frac{W_0 + W_1 + 2 \cdot W_2}{b \cdot (d - a_0)}$$
(3.3)

Der Energieanteil  $W_0$  bezeichnet die Fläche unter der gemessenen Kraft-Durchbiegungskurve, während  $W_1$  das Eigengewicht mit  $W_1 = 2 \cdot (m \cdot g/2 \cdot \delta_0)$  berücksichtigt (siehe auch Abbildung 3.36). Der Energieanteil  $W_2$  ergibt sich aus der Differenz zwischen der Abschaltkraft  $F_0$  und der Kraft F = 0. Die Abschaltkraft  $F_0 > 0$  wurde als Bedingung für den unteren Umkehrpunkt gewählt (vergleiche Abschnitt 3.3.1), um ein definiertes Ende der Biegezugversuche zu erreichen. Des Weiteren sollte der Kraftschluss zum Kolben nicht verloren gehen.



Abb. 3.36: Zerlegung der zum Bruch benötigten Energie in die einzelnen Energieanteile

Wie bei den einachsigen Zugversuchen wurde auch bei den Biegezugversuchen mit zyklischer Belastung die Einhüllende zur Bestimmung der Bruchenergie herangezogen.

In den hochzyklischen Ermüdungsversuchen ergibt sich mit zunehmender Lastzyklenanzahl eine Abnahme der Bruchzähigkeit K<sub>Ic</sub>, der Bruchdurchbiegung  $\delta_m$  und der maximal ertragbaren Kraft F<sub>m</sub> [131]. Der Einfluss der Lastzyklenanzahl auf die Nettobiegezugfestigkeit f<sub>tn,fl</sub> für verschiedene Nachbehandlungsarten ist in Abbildung 3.37 dargestellt. Wie bereits in den einachsigen Zugversuchen festgestellt werden konnte, sind die Zug- bzw. Biegezugfestigkeitswerte im niederzyklischen Bereich bis ca. 100 Lastwechsel annähernd konstant, vgl. Abschnitt 3.5.2. Im hochzyklischen Bereich ist jedoch eine deutliche Abnahme der f<sub>tn,fl</sub>-Werte mit zunehmender Lastzyklenanzahl zu erkennen. Die f<sub>tn,fl</sub>-Werte für die trocken gelagerten Proben liegen bis auf den Wert bei 10 Lastwechseln immer über den entsprechenden  $f_{tn,fl}$ -Werten für die feucht gelagerten Proben.



Abb. 3.37:Einfluss der Lastzyklenanzahl auf die Nettobiegezugfestigkeit für verschiedene<br/>Nachbehandlungsarten bei normalfesten Biegebalken aus der Mischung NSC-II



Abb. 3.38:Einfluss der Lastzyklenanzahl auf die kritische Rissöffnung für verschiedene<br/>Nachbehandlungsarten bei normalfesten Biegebalken aus der Mischung NSC-II

Abbildung 3.38 zeigt die Zunahme der kritischen Rissöffnung CMOD<sub>0</sub>, bei der keine Kraft mehr übertragen werden kann, mit anwachsender Lastzyklenanzahl. Dabei wurde der Wert für trocken gelagerte Prüfkörper bei 1000 Lastwechseln nicht berücksichtigt (in Abbil-

dung 3.38 in Klammern), da er lediglich einen einzigen erfolgreich durchgeführten Versuch darstellt. Ein nahezu identischer Verlauf ergibt sich für die Abhängigkeit der kritischen Durchbiegung  $\delta_0$  von der Lastzyklenanzahl, vergleiche [131].

Die oben genannten Abhängigkeiten für die Nettobiegezugfestigkeit  $f_{tn,fl}$  und die kritische Rissöffnung CMOD<sub>0</sub> von der Lastspielzahl sind in erster Linie für die Beziehung zwischen der Bruchenergie G<sub>F</sub> und der Lastzyklenanzahl verantwortlich. Auf der einen Seite führt eine mit zunehmender Lastspielzahl abnehmende Nettobiegezugfestigkeit zu niedrigeren G<sub>F</sub>-Werten im höherzyklischen Bereich, auf der anderen Seite führen die zunehmenden Werte der kritischen Rissöffnung zu höheren Bruchenergiewerten. Da die Biegezugversuche ohne Eigengewichtskompensation durchgeführt wurden, war die in Abbildung 3.36 dargestellte Zerlegung der Bruchenergie in einzelne Energieanteile notwendig geworden. Somit musste der Eigengewichtsanteil abgeschätzt werden, der mit den vorliegenden Abmessungen einen Anteil zur gesamten Bruchenergie von ca. 50 % ausmacht.



Abb. 3.39:Einfluss der Lastzyklenanzahl auf die Bruchenergie für verschiedene Nachbehand-<br/>lungsarten bei normalfesten Biegebalken aus der Mischung NSC-II

Wie aus Abbildung 3.39 hervorgeht, ist der Wert für die Bruchenergie der trocken gelagerten Biegebalken mit zunehmender Lastzyklenanzahl annähernd konstant. Für die  $G_F$ -Werte der feucht gelagerten Proben ist sogar ein leichter Anstieg zu verzeichnen. Dabei wird der Wert für trocken gelagerte Prüfkörper bei 1000 Lastwechseln aus den oben angesprochenen Gründen wiederum außer Acht gelassen. Die  $G_F$ -Werte der trocken gelagerten Proben liegen bis auf den Wert bei 100.000 Lastwechseln immer über den entsprechenden  $G_F$ -Werten der feucht gelagerten Proben.

#### 3.5.3.2 Kraftgeregelte Biegezugversuche (Wöhlerversuche)

Auch bei den Biegzugversuchen ohne Eigengewichtkompensation wurden einige Ermüdungsversuche kraftgeregelt durchgeführt. Dabei konnten in erster Linie dieselben Zusammenhänge festgestellt werden, wie sie bereits im Abschnitt 3.5.2.4 bei den einachsigen Wöhlerzugversuchen beschrieben wurden.

Die Versuchsergebnisse an den gekerbten, normalfesten Biegebalken mit einer Wöhlerbeanspruchung sind in Abbildung 3.40 zusammengefasst. Wie unschwer an dem parallelen Verlauf der Wöhlerlinien für die Versuche an den feucht und trocken gelagerten Balken zu erkennen ist, bestätigen die Wöhlerbiegezugversuche die Unabhängigkeit des Ermüdungsverhaltens von der Nachbehandlungsmethode.



Abb. 3.40:Einfluss der Oberspannung auf die erreichte Lastspielzahl für verschiedene Prüf-<br/>frequenzen und Nachbehandlungsarten bei normalfesten Biegezugbalken (Wöhler-<br/>linien)

#### 3.5.4 Monotone und zyklische Drei-Punkt-Biegezugversuche an gekerbten Balken mit Eigengewichtskompensation

Um die in Abbildung 3.36 dargestellte Zerlegung der einzelnen Energieanteile zu vermeiden, wurden monotone und zyklische Biegezugversuche auch an Biegebalken durchgeführt, deren Stützweite genau der halben Balkenlänge entsprach.

Typische Verläufe der Kraft-Durchbiegungsbeziehung sowie der Kraft-Rissöffnungsbeziehungen an der Kerbwurzel (CMOD) und an der Kerbspitze (CTOD) ohne Hystereseschleifen sind in Abbildung 3.41 gezeigt. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Werte der Rissspitzenöffnung CTOD zu jedem Zeitpunkt des Versuches kleiner sind als die entsprechenden CMOD- und  $\delta$ -Werte.



Abb. 3.41:Typische Kraft-Durchbiegungs- bzw. Kraft-Rissöffnungsverläufe eines gekerbten,<br/>normalfesten Biegebalkens unter monotoner Biegezugbeanspruchung

Abbildung 3.42 zeigt die in erster Näherung bilineare Beziehung zwischen den Rissöffnungen und der Durchbiegung sowie die Kraft-Durchbiegungskurven für normalfeste (Abbildung 3.42, links) und hochfeste Betone (Abbildung 3.42, rechts).



Abb. 3.42:Verhältnis zwischen den Rissöffnungen CMOD bzw. CTOD und der Durchbiegung<br/> $\delta$  für normalfeste Betone (links) und hochfeste Betone (rechts) bei monotoner Bie-<br/>gezugbeanspruchung

Die  $\delta$ -Werte sind zunächst zu den Rissöffnungen CTOD und CMOD proportional, was in erster Linie auf ein linear-elastisches Materialverhalten zurückzuführen ist. Die Neigung der Beziehung ändert sich anschließend kontinuierlich während der Ausbildung der Rissprozesszone vor der Kerbwurzel. Ab einer Durchbiegung von ca. 100 µm entwickeln sich die Rissöffnungen wieder proportional zur Durchbiegung, d. h. die CMOD- $\delta$ - und die CTOD- $\delta$ -Beziehungen weisen wieder eine konstante Steigung auf. Diese Beobachtungen wurden auch von KIM [102], von MECHTCHERINE [124] sowie von NAVALURKAR und HSU [132] gemacht.

Die Abhängigkeit der Nettobiegezugfestigkeit  $f_{tn,fl}$  von der Lastspielzahl ist in Abbildung 3.43, links aufgetragen. Sowohl für normalfeste als auch für hochfeste Betone ist eine eindeutige Abnahme der  $f_{tn,fl}$ -Werte mit zunehmender Lastspielzahl zu erkennen.

Die hier nicht dargestellten Verformungswerte  $CMOD_{tu}$  bei Maximallast und  $CMOD_{cr}$ , bei der keine Kraftaufnahme mehr möglich ist, weisen nur eine sehr geringe Abnahme mit zunehmender Lastspielzahl auf. Somit ergibt sich für die Werte der Bruchenergie G<sub>F</sub> eine klar erkennbare Abnahme mit steigender Lastspielzahl, wie Abbildung 3.43, rechts verdeutlicht. Dies bestätigt klar die in den einachsigen Versuchen festgestellte Abhängigkeit und zeigt, dass die in Abschnitt 3.5.3 vorgenommene Zerlegung der Energieanteile zur rechnerischen Abschätzung des Eigengewichts unzureichend ist. Dennoch sei bereits an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass der Energiebeitrag der einzelnen Hystereseschleifen in der angewandten Berechnungsmethode für die Bruchenergie G<sub>F</sub> nicht erfasst wird (siehe hierzu Kapitel 5.4).



Abb. 3.43:Einfluss der Lastzyklenanzahl auf die Nettobiegezugfestigkeit (links) und auf die<br/>Bruchenergie (rechts) für normal- und hochfeste Biegezugbalken

Um den Anschluss an Versuchsergebnisse zu gewährleisten, die bislang in der Literatur dokumentiert sind, wurden ferner mit Hilfe der Compliance-Methode bzw. den Bestimmungsgleichungen des Two Parameter Model nach JENQ und SHAH die Bruchzähigkeitswerte  $K_{Ic}$  und anschließend die Werte für die kritische Energiefreisetzungsrate  $G_{Ic}$  ermittelt [98, 159].



Abb. 3.44:Einfluss der Lastzyklenanzahl auf die Bruchzähigkeit (links) und auf die kritische<br/>Energiefreisetzungsrate (rechts) für normal- und hochfeste Biegezugbalken

Dazu wurde das in Kapitel 2.3.3 beschriebene Verfahren insofern modifiziert, als dass anstelle der vorgesehenen Entlastung bei 95 % der Maximallast im abfallenden Ast die Entlastung bei einem konstanten Verformungswert von 120  $\mu$ m vorgenommen wurde. Der Wert von 120  $\mu$ m ergab sich aus der Tatsache, dass aufgrund der Verformungsregelung alle zyklischen Biegezugversuche bei dieser Verformung entlastet wurden. Die Gesamtverformung wurde a priori auf 1200  $\mu$ m geschätzt, so dass es sich bei den niederzyklischen Versuchen um die erste Entlastung handelt, bei den hochzyklischen Versuchen um die Einhundertste bzw. die Zehntausendste.

Wie aus Abbildung 3.44 zu erkennen ist, nehmen sowohl die Bruchzähigkeitswerte  $K_{Ic}$  als auch die Werte für die kritische Energiefreisetzungsrate  $G_{Ic}$  mit zunehmender Lastspielzahl ab. Die Abnahme fällt für die normalfesten Betone im Vergleich zu den hochfesten Betonen sehr viel geringer aus. Die Absolutwerte der Bruchzähigkeit  $K_{Ic}$  und der kritischen Energiefreisetzungsrate  $G_{Ic}$  liegen im guten Mittel der in der Literatur für normalfeste und hochfeste Betone festgestellten Werte, siehe z. B. [124].

## 4 Phänomenologische Untersuchungen

Wird ein Betonprüfkörper durch das Aufbringen einer äußeren Zugkraft beansprucht, speichert er die so in das Material eingeleitete Energie zunächst als elastische Verformungsenergie. Diese Energie wird bei Erhöhung der äußeren Beanspruchung bis zum Versagen in verschiedene Energieformen umgewandelt. In erster Linie ist hierbei die Schaffung neuer Oberflächen von Bedeutung, die sich bei Beton sowohl in einer ausgeprägten Bruchprozesszone als auch in der Bildung einer Trennrissoberfläche äußert. Weitere Umwandlungsformen sind die Freisetzung von Wärmeenergie – diese Energieform kann bei hydratisiertem Beton als vernachlässigbar betrachtet werden – sowie die Emission akustischer Signale.

Die Erfassung akustischer Emissionen während der Durchführung der bruchmechanischen Versuche war ohne Beeinträchtigung des eigentlichen Versuches möglich. Aus diesem Grunde kam diese Technik auch in den eigenen bruchmechanischen Untersuchungen zum Einsatz. Die dabei verwendeten Ansätze, die entsprechende Versuchs- und Messtechnik sowie die gewonnenen Erkenntnisse werden im folgenden Abschnitt 4.1 eingehend erläutert.

Bis heute stehen keine geeigneten Hilfsmittel zur Erfassung der Abmessungen und der Beschaffenheit (z. B. der Rissdichte) der Bruchprozesszone während der Versuchsdurchführung mit einem adäquaten Aufwand zur Verfügung. Daher wurde versucht, durch anschließende fraktometrische Untersuchungen an den Betonbruchflächen auch indirekte Schlüsse auf die Beschaffenheit der Bruchprozesszone zu ziehen. In Abschnitt 4.2 werden deshalb ausführlich die durchgeführten fraktologischen Untersuchungen dargestellt.

### 4.1 Schallemissionsanalyse

#### 4.1.1 Grundlagen und Anwendung in der Betontechnologie

Bei der Umwandlung der elastisch gespeicherten Formänderungsenergie in plastische Verformungen, Reibungsvorgänge oder Rissbildung und Risswachstum erzeugt ein Teil dieser Energie im Material eine kugelförmige Welle, welche an der Werkstoffoberfläche in eine Flächenwelle umgewandelt wird und je nach Transformation als Longitudinal- oder als Transversalwelle weiterwandert. Die dadurch an der Oberfläche entstehenden Schwingungen können mit geeigneten Sensoren in ein elektrisches Signal umgewandelt werden [76].

Schallemissionen (SE) werden beträchtlich von der Heterogenität des Materials beeinflusst. Ein homogener Werkstoff reagiert auf eine äußere Belastung durch Gleitvorgänge, so dass eine kontinuierliche Emission mit geringer Energie entsteht. Bei heterogenen Materialien wie Beton sind diese Gleitvorgänge behindert. Auf diese Weise können sich z. B. an Korngrenzen lokal große Spannungen aufbauen. Wird die Festigkeit in der Kontaktzone zwischen den Zuschlagkörnern und der umgebenden Zementsteinmatrix überschritten, treten durch schlagartige Deformationen energiereiche Emissionen auf, die als Einzelereignisse (engl. bursts) bezeichnet werden, siehe auch Abbildung 4.1.



Abb. 4.1:Elektrischer Signalverlauf einer kontinuierlichen Emission (links) und eines<br/>"Burst"-Signals (rechts)

Bedingt durch die Schallausbreitung in der Probe, in erster Linie durch die Reflexionen und die Dämpfung, sowie durch die Charakteristik der Aufnehmer, weichen die elektrischen Spannungsverläufe der beiden Signaltypen deutlich vom Verlauf des jeweiligen akustischen Ursprungssignals ab. Das Frequenzspektrum des Ursprungssignals wird durch die Zeitfunktion der Rissuferverschiebung und die geometrische Ausdehnung der Quelle bestimmt. Im Beton ergibt sich nach [99] für Risslängen von 1 mm bis 10 cm ein optimaler Nachweisbereich von 10 kHz bis 1 MHz.

Eine Schallemissionsmessanordnung besteht im Wesentlichen aus den Teilen Sensor, Vorverstärker, Filter und Auswerteeinheit, siehe Abbildung 4.2. Als Sensoren kommen vorwiegend piezoelektrische Wandler mit breitbandiger oder resonanter Frequenzcharakteristik zur Anwendung. Da Schallemissionsimpulse sehr niedrige Amplituden haben können, ist eine Vorverstärkung des vom Sensor abgehenden elektrischen Signals nötig. Dabei ist der Weg der Signalübertragung bis zum Vorverstärker möglichst kurz zu halten, da natürliche elektrische Störungen durch Streufelder, Induktion etc. auf schwache Signale einen großen Einfluss haben. Bei einer Schallemissionsmessung werden außer den SE-Signalen noch zahlreiche andere Geräusche (z.B. Hydraulik der Prüfmaschine) erfasst. Liegen die Hauptfrequenzen des Signals und des Rauschens in verschiedenen Frequenzbereichen, können die Störsignale durch entsprechende Filter ausgeblendet und somit die Qualität der SE-Signale erhöht werden.



Abb. 4.2: Schema einer Schallemissionsmesskette nach [202]

Erfolgt die Auswertung der von einem oder mehreren Aufnehmern registrierten Ereignisse durch die Extraktion eines Parametersatzes ohne Aufzeichnung des eigentlichen Signals, spricht man von einer qualitativen Schallemissionsanalyse (SEA). Demgegenüber zeichnet man bei der quantitativen SEA die registrierten Signale vollständig auf und führt sie einer umfangreichen Signalverarbeitung zu.

Bei der qualitativen SEA unterscheidet man SE-Parameter, die über die Zeit oder eine andere Größe (z. B. Kraft oder Dehnung) erfasst werden, und so genannte Einzelsignalparameter. Zur ersten Gruppe gehören sowohl Häufigkeitsparameter in Raten- oder Summenform wie die Anzahl der Impulse oder der Ereignisse (Abbildung 4.3) als auch energieabhängige Parameter wie der Effektivwert der elektrischen Spannung U<sub>RMS</sub>, welcher der Wurzel der über ein konstantes Zeitintervall  $\Delta t$  gemittelten quadrierten Spannung entspricht (Gleichung 4.1):

$$U_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} U^2(t) dt} \quad \text{mit } \Delta t = t_1 - t_2 = \text{const.}$$
(4.1)

Bei jeder Überschreitung der Diskriminatorschwelle, auch Triggerschwelle genannt, wird ein Impuls registriert. Ein Ereignis besteht aus mehreren Impulsen, wobei das Ereignisende dadurch gekennzeichnet ist, dass in einem bestimmten nachfolgenden Zeitintervall, der so genannten Totzeit  $T_t$ , die Triggerschwelle nicht überschritten wird.



Abb. 4.3: Häufigkeitsparameter der Schallemission in Anlehnung an [186]

Einzelsignalparameter wie die Ereignisenergie E, die Maximalamplitude A<sub>max</sub>, die Ereignisdauer D oder der Leistungsanteil verschiedener Frequenzbereiche erlauben eine Beschreibung der einzelnen Ereignisse, siehe Abbildung 4.4. Weisen die Ereignisse charakteristische Parameter bzw. Parameterkombinationen auf, ist eine Unterscheidung zwischen verschiedenen Signaltypen und eine Zuordnung zu einem bestimmten Quellmechanismus möglich. Beispielsweise ist die Energieabgabe bei einem Makroriss größer als bei einem Mikroriss und somit auch die Intensität der Schallemission, was sich direkt auf die gemessenen SE-Parameter auswirkt. Ein unmittelbarer, allgemeingültiger Zusammenhang zwischen den einzelnen SE-Signalkenngrößen und Quellparametern wie der Risswachstumsgeschwindigkeit oder den Rissabmessungen besteht jedoch nicht [99].

Die abzuspeichernde Datenmenge fällt bei der qualitativen SEA erheblich niedriger aus als bei der quantitativen SEA. Da die Datenabspeicherung in der Erfassungseinheit eine bestimmte Zeit benötigt, während der keine Schallemissionen erfasst werden können, verfügt die qualitative SEA über eine höhere Erfassungsrate. Die Wahl der Aufnehmer und der Triggerschwelle haben einen starken Einfluss auf die SE-Parameter, wobei die Anzahl der Impulse empfindlicher auf Geräteeinstellungen reagiert als die Anzahl der Ereignisse.


Abb. 4.4: Einzelsignalparameter der Schallemission in Anlehnung an [186]

Die Grundlage für die Anwendung quantitativer Verfahren ist neben den messtechnischen Voraussetzungen (z. B. Aufzeichnung der Signale, breitbandige Sensoren) die dreidimensionale Lokalisierung der SE-Quellen. Da dieses Verfahren im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht näher betrachtet werden soll, sei auf die entsprechende Literatur verwiesen [77, 78, 142].

Die erstmalige Anwendung der SEA bei Beton bzw. mineralisch gebundenen Werkstoffen gelang Rüsch 1959 [168]. Mit Hilfe eines Kristallmikrophons registrierte er die in den Probekörpern auftretenden Eigengeräusche bei Druckbeanspruchung.

Neben den genannten Einflüssen aus dem SE-Messsystem spielen zahlreiche weitere Faktoren wie die Beanspruchungsart, die Dehnungsrate und die Betoneigenschaften eine Rolle für die Messergebnisse der SEA [135, 167]. Deshalb ist ein direkter Vergleich verschiedener Versuche aus der Literatur oft nicht möglich.

Untersuchungen zur Entwicklung der Schallemission in monotonen, verformungsgeregelten Zugversuchen wurden von NOTTER [135], REMMEL [156] sowie von LI und SHAH [113] durchgeführt. CANGIANO et al. [32] wendeten die SEA in verformungsgeregelten Zugermüdungsversuchen an.

NOTTER [135] untersuchte sowohl beidseitig gekerbte als auch ungekerbte, 500 mm lange Betonprismen mit einem maßgebenden Querschnitt von 50 mm  $\times$  125 mm. Das Kerbverhältnis der gekerbten Proben lag bei 1/6, 1/3 oder 1/2. Bei den Impulssummenkurven aus den Versuchen an den ungekerbten Proben traten starke qualitative und quantitative Schwankungen auf, so dass eine Beurteilung des Einflusses von Betonparametern wie Prüfalter und Zementgehalt kaum möglich ist. Für die gekerbten Probekörper wählte NOTTER für die Darstellung der Impulssummenkurve über der mittleren Dehnung einen doppellogarithmischen Maßstab, so dass Vergleiche mit anderen Untersuchungen erschwert werden. Nach NOTTER bewirkt eine Zunahme des Kerbverhältnisses einen stetigeren Verlauf der Impulssummenkurve. Ferner konnte zu Beginn der Belastung ein deutlicherer Anstieg der Impulssummenverläufe von gekerbten Proben im Vergleich zu den entsprechenden Impulssummenverläufen der ungekerbten Proben aufgrund der vorhandenen Spannungskonzentration in der Kerbwurzel beobachtet werden.

REMMEL [156] verwendete zur Bewertung der Rissbildung in gekerbten, einachsig beanspruchten Zugproben aus hochfestem Beton die Summe der registrierten Schallimpulse. Da die Empfindlichkeit der Registriereinheit zur Vermeidung von Störeinflüssen herabgesetzt wurde, schlagen sich die vor dem Erreichen von etwa 90 % der Maximallast auftretenden Ereignisse geringer Energie nicht in der Impulssummenkurve nieder. Erst danach lässt ein leichter Anstieg der aufgezeichneten Impulse auf eine vermehrte Mikrorissbildung schließen, die nach dem Überschreiten der Maximallast aufgrund der Mikrorissakkumulation stärker zunimmt. Im zweiten, flacheren Teil des abfallenden Astes nimmt die Impulsrate wieder ab, da nur eine vergleichsweise niedrige Zugspannung durch die Reibung der Rissufer und Materialbrücken übertragen wird.

LI und SHAH [113] führten verformungsgeregelte, einachsige Zugversuche an ungekerbten Betonprismen mit einer freien Probenhöhe von 127 mm durch. Die Betonproben waren gelenkig gelagert, die Schallimpulse wurden mit sechs an der Probe verteilten SE-Sensoren erfasst. Aus den georteten SE-Ereignissen konnten LI und SHAH schließen, dass der Ort der Makrorissbildung nicht vor dem Erreichen der Maximallast, sondern erst zu einem späteren Zeitpunkt in der Entfestigungsphase festliegt. Ähnlich wie bei REMMEL [156] ist aus der zunehmenden Steigung der Ereignissummenkurve über den gemessenen mittleren Verformungen erkennbar, dass eine verstärkte Schädigung erst bei ungefähr 80 % der Maximallast einsetzt.

CANGIANO et al. [32] untersuchten gekerbte und ungekerbte stahlfaserbewehrte Betonzylinder in verformungsgeregelten, einachsigen Zugermüdungsversuchen. Als Belastungsfunktion wählten sie eine monotone Beanspruchung (i) bis in den Entfestigungsbereich hinein, gefolgt von so genannten inneren Zyklen mit einer festgelegten Ober- und Unterlast (ii). Wird die obere Schranke nicht mehr erreicht, beginnt ein Bereich (iii), in dem Ent- und Wiederbelastungen stattfinden, wenn die Kraft 95 % der Maximallast des vorangegangenen Zyklus beträgt. Nach Unterschreiten einer a priori festgelegten Kraft wird der Versuch monoton beendet (iv). Aus dem Verlauf der Ereignissumme schließen CANGIANO et al., dass eine Werkstoffschädigung hauptsächlich im Bereich (iii) verursacht wird, während die inneren Zyklen (ii) nur eine geringe Werkstoffschädigung zur Folge haben. In einer Untersuchung derselben Forschergruppe [149] an Vier-Punkt-Biegezugversuchen mit dem gleichen Belastungsschema konnte hingegen auch während der inneren Zyklen eine verstärkte Schallemission beobachtet werden, was auf eine zunehmende Werkstoffschädigung hindeutet (vgl. Kapitel 2.7.2).

Über Untersuchungen zur Erfassung des Rissfortschritts im Werkstoff Beton mittels der Schallemissionsanalyse in Drei-Punkt-Biegezugversuchen berichteten in jüngerer Zeit u. a. LANDIS und SHAH [111], ZHANG und WU [222] und WU et al. [218], siehe auch DIEHL [51].

BERTHELOT und ROBERT [23], NOMURA et al. [134] sowie OTSUKA und DATE [141] erfassten während Versuchen an CT- bzw. DCB-Proben (engl. compact tension bzw. double cantilever beam, vgl. Kapitel 2.6.2) Ort und Amplitude der auftretenden SE-Ereignisse. Mit diesen Kenngrößen war es möglich, die Rissprozesszone in die Bereiche der Mikrorissbildung (in erster Linie im ersten, steilen Teil der Entfestigungskurve) und Makrorissakkumulation (im zweiten Teil der Entfestigungsphase) einzuteilen, da letztere von einer relativ großen Ereignisanzahl mit hoher Amplitude geprägt ist. Ferner konnte eine Abnahme der SE-Aktivität in Richtung des spannungsfreien Risses festgestellt werden. Eine Beeinflussung der Zuschlaggröße bzw. des Größtkorndurchmessers auf die SE-Quellenverteilung war nicht zu beobachten.

Der Bereich der Riss- oder Bruchprozesszone (engl. fracture process zone) wurde von OTSUKA und DATE als der Bereich festgelegt, in dem Ereignisse mit einem Energiegehalt höher als  $1 \cdot 10^{-4} \text{ V}^2 \mu \text{s}$  (Volt<sup>2</sup>·Mikrosekunden) auftraten [141]. Das Gebiet mit Ereignissen, die einen Energiegehalt größer als  $1 \cdot 10^{-3} \text{ V}^2 \mu \text{s}$  aufweisen, wird als innere Bruchprozesszone (engl. fracture core zone) bezeichnet. In der inneren Bruchprozesszone entsteht ca. 70 % der Schallemissionsenergie. Die Größe und Form dieser 70 %-Zone ist mit der Mikrorisszone identisch, die in begleitenden Untersuchungen mit Hilfe von Röntgenstrahlen beobachtet werden konnte.

Die Korrelation bruchmechanischer Kenngrößen wie Bruchenergie und Energiefreisetzungsrate zur Schallemissionsenergie wurde von LANDIS und BAILLON [110] und von IZUMI et al. [97] überprüft. Allerdings ergaben sich in beiden Untersuchungsreihen beträchtliche Streuungen, so dass eine schlüssige Beurteilung der gesuchten Relationen kaum möglich scheint. DIEHL konnte in [51] einen Zusammenhang zwischen der verrichteten plastischen Arbeit und der Impulssumme aufzeigen. Danach nimmt die Impulssumme linear mit dem Quadrat der verrichteten plastischen Arbeit zu, solange ein einseitiges Risswachstum vorliegt und die Ausdehnung der Bruchprozesszone nicht durch die Probenabmessung beschränkt wird.

Auf der Grundlage der ausgewerteten Literatur wird in den eigenen Untersuchungen zur Charakterisierung der Werkstoffschädigung vorwiegend die Impulssumme verwendet, da sie die auftretenden SE-Signale zutreffender beschreibt als die Ereignissumme und gleichzeitig, wie in Abschnitt 4.1.4 gezeigt wird, eine niedrigere Streuung als der Verlauf der Energiesumme aufweist. Die exaktere Charakterisierung der Schallemission durch den Signalparameter Impuls wird anhand einer Betrachtung von Abbildung 4.3 deutlich. Es ist leicht vorstellbar, dass ein Wellenzug, der die Registrierung von drei Ereignissen bewirkt, vergleichsweise beliebig beschaffen sein kann.

### 4.1.2 Versuchs- und Messtechnik

Das verwendete 2-Kanalmesssystem der Firma Physical Acoustics Corporation bestand aus piezoelektrischen Sensoren, die mit Hilfe eines gewöhnlichen Maschinenfetts an die Versuchskörper angekoppelt wurden, Vorverstärkern mit integrierten Filtern und einer Auswerteeinheit einschließlich der entsprechenden Software [128], vergleiche Abbildung 4.2.

Aufgrund eines hohen Störgeräuschpegels der hydraulischen Prüfmaschine wurden Sensoren (Typ R80) mit einem für die Anwendung der SEA am Werkstoff Beton ungewöhnlich hohen Resonanzbereich von 800 kHz gewählt [67]. Der hohe Frequenzbereich erlaubte eine niedrige Triggerschwelle von 26 dB und somit eine geringe Einschränkung des Messbereiches, dessen obere Grenze 100 dB betrug. Das im Vorverstärker (Typ 1220A) um 40 dB verstärkte Signal wurde in der Erfassungseinheit mit einer Rate von 4 MHz digitalisiert und durch einen Parametersatz in seinen Eigenschaften beschrieben. Die Erfassungseinheit bestand aus einem Computer mit einer eingebauten PC-Karte (AEDSP-32/16B), die selbst bei einer großen Anzahl von Signalparametern über 15.000 Ereignisse pro Sekunde je Kanal aufzeichnen kann. Weiterhin bestand die Möglichkeit, über zwei Datenkanäle mechanische bzw. bruchmechanische Kenngrößen wie Kraft oder Verformungen zu erfassen, um eine Zuordnung der SE-Ereignisse zu ermöglichen. Aufgrund eines Gerätedefekts war jedoch nur ein Kanal funktionsfähig.



Abb. 4.5:Energieanteil verschiedener Frequenzbereiche an der Summe der SE-Energie<br/>(Einzelversuche, links) und kumulative Häufigkeitsverteilung der durchschnittli-<br/>chen Impulsrate der SE-Ereignisse (rechts) bei einer mittleren Verformung von<br/>45 µm

Die Untersuchungen mittels der Schallemissionsanalyse wurden in zwei von einander getrennten Zeiträumen I und II durchgeführt, zwischen denen eine Änderung an den Vorverstärkern erfolgte. Dies schränkte die Vergleichbarkeit der in den beiden Zeiträumen gewonnenen Messergebnisse ein. In Abbildung 4.5, links ist für jeweils zwei Versuche pro Messreihe für die Verformungsgeschwindigkeiten  $\dot{\delta}_1 = 5 \cdot 10^{-3}$  mm/s (schnell) und  $\dot{\delta}_2 = 5 \cdot 10^{-4}$  mm/s (langsam) der relative Energiegehalt der drei Frequenzbereiche von 0-500, 500-1000, 1000-1200 kHz dargestellt. Während bei Proben der ersten Messreihe der Energieanteil des Frequenzbereiches von 0-500 kHz verschwindend gering ausfällt, ist für die zweite Messreihe ein beträchtlicher Anteil festzustellen, was auf ein Fehlen bzw. eine mangelnde Funktionsfähigkeit der in die Vorverstärker integrierten Hochpässe (600 kHz) hindeutet. Die Veränderung des Leistungsspektrums spiegelt sich auch in der kumulativen Häufigkeitsverteilung der durchschnittlichen Impulsrate (Abbildung 4.5, rechts) wider, die der auf die Ereignisdauer bezogenen Anzahl der Impulse pro Ereignis entspricht. Der höhere Verlauf der Verteilungsfunktion bei Versuchen der zweiten Messung deutet darauf hin, dass eine Zunahme des niederfrequenten Bereiches eine Abnahme der Impulsraten bewirkt. Sowohl die Veränderung des Leistungsspektrums als auch der Impulsraten fällt bei Versuchen mit der Verformungsgeschwindigkeit von  $\dot{\delta}_2 = 5 \cdot 10^{-4}$  mm/s deutlicher aus.

## 4.1.3 Überblick über das akustische Untersuchungsprogramm

Da zur Anwendung der SEA im Vergleich zum bruchmechanischen Untersuchungsprogramm lediglich ein sehr enger Zeitrahmen zur Verfügung stand, musste das akustische Untersuchungsprogramm auf die wesentlichen Untersuchungsparameter beschränkt werden. Insbesondere konnte im Rahmen der vorliegenden Arbeit keine SE-Messung an Zugermüdungsproben mit einer Lastspielzahl von N =  $10^5$  vorgenommen werden. Auch auf die Untersuchungen zum Einfluss der Unterspannung, der Kerbung sowie der Kraftregelung musste verzichtet werden. Tabelle 4.1 gibt einen Überblick über das Versuchsprogramm an den einachsig auf Zug beanspruchten gekerbten Zugprismen, bei welchen die SEA zum Einsatz kam.

	Betonart	Prüfgeschwindigkeit	Nach- behandlung	Zyklenanzahl
	NSC-I; HSC	$\dot{\delta}_1 = 5 \ \mu m/s$ $\dot{\delta}_2 = 0.5 \ \mu m/s$	versiegelt	$N = 10^{k}$ mit k = 0, 1, 3
-	NSC-I; HSC	$\dot{\delta}_1 = 5 \ \mu m/s$	unversiegelt	$N = 10^{k} mit$ k = 0, 1, 3

**Tab. 4.1:** Überblick über das akustische Versuchsprogramm an gekerbten Zugprismen

An versiegelten gekerbten Zugproben aus normal- und hochfestem Beton konnte sowohl der Einfluss der Prüfgeschwindigkeit als auch der Zyklenanzahl untersucht werden. Bei der Untersuchung der unversiegelten Proben wurde dem entgegen auf den Einflussparameter Prüfgeschwindigkeit verzichtet. Mit Ausnahme der hochzyklischen Versuche wurden pro Parameterkombination drei Einzelversuche durchgeführt.

Aufgrund der fehlenden Möglichkeit einer umfangreichen Datenauswertung innerhalb des SE-Programms MISTRAS [128] wurden die SE-Daten in einen ASCII-Code umgewandelt und anschließend in das Messprogramm CATMAN [39] importiert, das auch zur Erfassung der mechanischen und bruchmechanischen Parameter sowie zur Steuerung des Versuches eingesetzt wurde. Der vorhandene Datenkanal der SE-Anlage wurde zur Aufzeichnung der Kraft verwendet. Dies ermöglichte die Darstellung eines Kraft-Zeitverlaufs, der in CATMAN mit den Daten des Erfassungsrechners synchronisiert wurde. Somit konnte über die Zeit jedem SE-Ereignis der entsprechende gemessene mittlere Verformungswert zugeordnet werden. Die Kombination der SE-Daten mit denjenigen des Erfassungsrechners sowie die anschließende Auswertung erfolgte mit selbst erstellten Unterprogrammen innerhalb des Messprogramms CATMAN.

## 4.1.4 Versuchsergebnisse der Schallemissionsanalyse

## 4.1.4.1 Einfluss der Dehnungsrate

Die Impulssummenverläufe über die gemessene mittlere Verformung der ersten Messreihe (Abbildung 4.6, links) lassen vermuten, dass eine Zunahme der Verformungs- bzw. Dehnungsrate eine Abnahme der Impulssumme zur Folge hat.



Abb. 4.6:Verlauf der Impulssumme für niederzyklische Versuche (N = 10) an hochfesten<br/>Betonproben aus der ersten Messung (links) und aus der zweiten Messung (rechts)

Dem entgegen konnte RUETZ [167] in Betondruckversuchen mit zunehmender Verformungsrate eine baldigere stärkere Zunahme der Impulssumme beobachten. Allerdings wurden die Versuche von RUETZ mit deutlich niedrigeren Verformungsgeschwindigkeiten durchgeführt als in der vorliegenden Untersuchung.

Innerhalb der zweiten Messung konnte für die in Abbildung 4.6, rechts gezeigten hochfesten Betone ebenso wie für die hier nicht dargestellten normalfesten Betone die Abhängigkeit von der Verformungsrate nicht mehr deutlich festgestellt werden. Dies bestätigt, dass die Ergebnisse der SEA einer starken Beeinflussung durch die Messtechnik unterliegen (vergleiche Abschnitt 4.1.2).

### 4.1.4.2 Einfluss der Nachbehandlungsmethode

Bei Versuchen der ersten Messung (Abbildung 4.7, links) kann aufgrund von starken Streuungen der Impulssummenverläufe der unversiegelten Betonproben keine Aussage bezüglich eines Einflusses der Nachbehandlungsart auf die Impulssumme getroffen werden. Ein Vergleich zwischen den Impulssummenkurven von versiegelten und unversiegelten Zugproben der zweiten Messung (Abbildung 4.7, rechts) deutet trotz eines im Mittel leicht höheren Verlaufs für die versiegelten Proben darauf hin, dass die Nachbehandlungsmethode keinen signifikanten Einfluss auf die Impulssumme ausübt.



**Abb. 4.7:** Verlauf der Impulssumme für niederzyklische Versuche (N = 10) aus der ersten Messung (links) und für monotone Versuche aus der zweiten Messung (rechts) an hochfesten Betonproben bei einer Verformungsrate von 5  $\mu$ m/s

Da dieser Einflussparameter bislang überhaupt noch nicht mittels der Schallemissionsanalyse untersucht wurde, ist ein Vergleich mit Ergebnissen anderer Autoren nicht möglich.

#### 4.1.4.3 Einfluss der Betongüte

Der Einfluss der Betongüte auf den Impulssummenverlauf ist bei Versuchen, die mit einer Verformungsrate von  $0.5 \,\mu$ m/s durchgeführt wurden, gut erkennbar (Abbildung 4.8, links). Die Impulssummen der hochfesten Betonproben liegen während der gesamten Versuchsdauer deutlich über den entsprechenden Kurven für normalfeste Betonproben. Obwohl bei einer Verformungsrate von 5  $\mu$ m/s der Impulssummenverlauf in einem Versuch an einer hochfesten Betonprobe unter dem einer normalfesten Probe liegt, kann auch für diese Verformungsgeschwindigkeit die offensichtliche Abhängigkeit der Impulssummenverläufe von der Betongüte festgestellt werden (Abbildung 4.8, rechts).



**Abb. 4.8:** Verlauf der Impulssumme für niederzyklische Versuche (N = 10) mit einer Verformungsrate von 0,5 µm/s (links) und mit einer Verformungsrate von 5 µm/s (rechts) aus der zweiten Messung

Die Differenz zwischen den Impulssummenkurven der beiden untersuchten Betongüten fällt bedeutend größer aus als beispielsweise der Unterschied zwischen den entsprechenden Bruchenergien (vergleiche Abbildungen 3.21 und 3.24 in Kapitel 3.5.2). Dies kann zum Teil auf die bessere Schallleitfähigkeit von hochfesten Betonen zurückgeführt werden, deren Ursache darin liegt, dass die Kapillarporosität mit abnehmendem w/z-Wertes geringer ausfällt und die Porosität durch den Einsatz von silikatischen Feinstäuben vor allem in der Kontaktzone zwischen den Zuschlagkörnern und der umgebenden Zementsteinmatrix weiter reduziert wird.

Unabhängig von den Betonparametern und der Dehnungsrate konnte nach Erreichen der Maximallast ein verstärkter Anstieg der Impulssumme beobachtet werden. Dies deutet auf eine vermehrte Mikrorissbildung hin und konnte auch von REMMEL [156] in einachsigen Zugversuchen an gekerbten, hochfesten Betonproben beobachtet werden (siehe Abschnitt 4.1.1).

#### 4.1.4.4 Einfluss der Lastzyklenanzahl

In Abbildung 4.9 ist der typische Verlauf von Kraft und Impulssumme für einen niederzyklischen Versuch über der Zeit aufgetragen. Die Impulssumme nimmt im Bereich der Maximallast in den einzelnen Zyklen besonders deutlich zu. Dies deutet bereits darauf hin, dass die Werkstoffschädigung, die durch die Entlastung sowie durch die anschließende Wiederbelastung bis zum Wegmaximum des vorigen Zyklus entsteht, im Vergleich zur Gesamtschädigung gering ist.

In Bereichen niedriger Beanspruchungen kann die Impulssumme anfangs als konstant angesehen werden. Mit fortschreitender Versuchsdauer ist jedoch eine wenn auch relativ geringe Zunahme während der Entlastung in der Nähe des unteren Umkehrpunktes zu erkennen. Verursacht wird dieses Phänomen durch die Reibung zwischen den aus der Matrix gelösten Zuschlag- und Zementsteinpartikeln zwischen den beiden Rissufern eines Makrorisses. Das Auftreten von Schallemissionen in diesem Bereich kann als Indiz für eine Werkstoffschädigung gewertet werden und wird bei der Entwicklung eines neuen Stoffgesetzes in Kapitel 6.3 berücksichtigt.



**Abb. 4.9:** Typischer Verlauf der Impulssumme und der Kraft für einen niederzyklischen Versuch (N = 10) an einer normalfesten Betonprobe bei einer Verformungsrate von  $5 \mu m/s$ 

Des Weiteren sind in Abbildung 4.9 im Kraft-Zeitverlauf zur Überprüfung des so genannten Kaisereffekts Punkte aufgetragenen, die den Zeitpunkt markieren, ab dem die Impulssumme, bezogen auf den unteren Umkehrpunkt, den Wert 300 überschreitet. Der Wert wurde festgelegt, um Störeinflüsse sowie nur vereinzelt auftretende Schallemissionen auszublenden und ist im Vergleich zu den Werten der Impulssummen, die während der Wiederbelastung verursacht wurden, gering.

Der nach dem Entdecker der Schallemission benannte Kaisereffekt besagt, dass ein Werkstoff bzw. ein Prüfkörper erst wieder Schall emittiert, wenn er über das vorhergehende Lastmaximum hinaus belastet wird. Während dieser Effekt bei den meisten metallischen Werkstoffen zutrifft, ist er beim Werkstoff Beton nur unter bestimmten Voraussetzungen vorhanden [67, 133]. Der Kaisereffekt kann im Werkstoff Beton zur Beurteilung der Gefügeschädigung herangezogen werden. Solange die Schädigung noch gering ist, ist der Kaisereffekt vorhanden. Erst bei einem größeren Schädigungsgrad wird der Werkstoff auch während der Wiederbelastung geschädigt, was die Erzeugung von Schallemissionen verursacht.

Im ersten Zyklus treten erste Schallemissionen nach Überschreiten von ca. 60 % der Maximallast auf. Diese Emissionen können auf eine durch die Spannungsspitzen im Bereich der Einkerbung hervorgerufene Mikrorissbildung zurückgeführt werden. Bei der Wiederbelastung im zweiten Zyklus wurden bereits vor Erreichen des Kraftmaximums des vorangegangenen Zyklus einzelne Impulse registriert. Dennoch kann der Kaisereffekt als eingehalten betrachtet werden, so dass man von einer geringen Werkstoffschädigung ausgehen kann.

Im abfallenden Ast ist, bedingt durch eine zunehmende Materialschädigung, eine Verringerung der Kraft zu beobachten, ab der in einem Zyklus erste Schallemissionen auftreten. Nach Beendigung des dritten Zyklus weist der Kraft-Zeitverlauf der Wiederbelastungen ein bilineares Verhalten auf, dessen Übergangsbereich mit den in Abbildung 4.9 markierten Punkten übereinstimmt. Daraus lässt sich schließen, dass innerhalb des ersten Teils des Wiederbelastungsastes ein vorwiegend elastisches Materialverhalten vorliegt, während im zweiten Teil Reibungs- und Schädigungsmechanismen stattfinden. Mit zunehmender Entfestigung nimmt der elastische Bereich sowohl absolut als auch relativ zum Lastmaximum des betrachteten Lastzyklus ab.





Definition der einzelnen Verformungsanteile für zyklische Versuche nach [51]

Eine Unterteilung der Verformungsfunktion (vgl. Abbildung 3.9 in Kapitel 3.3) in verschiedene Verformungsanteile erlaubt eine genauere Beurteilung des Schädigungsverlaufes bei einer zyklischen Beanspruchung (siehe Abbildung 4.10 sowie [51]). Die Verformungszunahme  $\Delta\delta$  eines Zyklus wird im ansteigenden Bereich mit "2" und im abfallenden Ast mit "3" bezeichnet. Der bereits in einem vorigen Zyklus zurückgelegte Weg unterteilt sich in die Bereiche "1" (Belastung) und "4" (Entlastung). Folglich entspricht der Verformungsanteil "2" dem Weg, der auch in monotonen Versuchen zurückgelegt wird, während die Abschnitte "1", "3" und "4" den zusätzlichen Weg darstellen.



Abb. 4.11: Verlauf von Rissöffnung, Kraft und Impulssumme der verschiedenen Verformungsabschnitte über die Zeit für einen niederzyklischen Zugversuch an einer normalfesten Betonprobe (zu den Verformungen an LVDT 1 und 2 siehe Abb. 3.12)

Die Impulssumme der durch Abbildung 4.10 definierten einzelnen Verformungsanteile und der Kraft-Zeitverlauf für einen niederzyklischen Zugversuch an einer normalfesten Betonprobe sind in Abbildung 4.11, oben dargestellt. Das Ende eines Verformungsanteils in der abgebildeten F-t-Beziehung ist durch die Markierungen Raute (Verformungsanteil "1"), Rechteck ("2"), Kreis ("3") bzw. Stern ("4") angegeben. Es ist deutlich zu erkennen, dass das Kraftmaximum eines Zyklus nach Überschreiten der Zugfestigkeit in unmittelbarer Nähe des Verformungsmaximums des vorangegangenen Zyklus auftritt. Der anschließend in Abschnitt "2" einsetzende Entfestigungsvorgang verursacht den Großteil der während des Versuches entstehenden Impulse.

Abbildung 4.11, unten zeigt die Werte der beiden über den Kerbbereichen angebrachten induktiven Wegaufnehmer LVDT 1 und LVDT 2 sowie ihren Mittelwert. Da der Wegaufnehmer LVDT 1 mit den größeren Verformungswerten zur Versuchssteuerung verwendet wurde, entspricht er dem Sollwert der Verformungsfunktion, während die von LVDT 2 gemessenen Werte von dieser Funktion abweichen können (vergleiche Kapitel 3.3). Die Differenz zwischen beiden Wegaufnehmern nimmt mit fortschreitender Versuchsdauer zunächst zu, bis zu einem Zeitpunkt, an dem die Differenz zwischen den beiden Wegaufnehmern aufgrund der unverdrehbar gelagerten Lasteinleitungsplatten zurückgeht. Trotz kurzer Probenlängen und einem relativ steifen Versuchsaufbau war eine völlige Vermeidung dieser anfänglich asymmetrischen Rissentwicklung über den maßgebenden Betonquerschnitt nicht möglich. Eine erste deutliche Zunahme der von LVDT 2 gelieferten Werte ist nach 60 s festzustellen und durch eine hohe Impulssumme im Abschnitt "2" gekennzeichnet, während bei weiteren Zunahmen der Werte von LVDT 2 keine außergewöhnlich hohen Schallemissionen mehr auftraten.

In Abbildung 4.12 sind die Verläufe der addierten Abschnittssummen und der gesamten Schallemissionssumme, charakterisiert durch die Signalparameter Impulse (links) bzw. Energie (rechts, in  $[aJ] = Attojoule = 10^{-18}$  Joule), für Zugversuche an normal- und hochfesten Betonproben bei verschiedenen Verformungsgeschwindigkeiten über die Verformungsmaxima der Belastungszyklen aufgetragen. Die Gesamtsumme (1-4) entspricht der bis zum Erreichen der jeweiligen Verformungsamplitude freigesetzten Schallemission, d. h. die während der Entlastung (Abschnitte "3" und "4") im i-ten Zyklus entstehende Schallemission ist in der Gesamtsumme bei der Betrachtung des i-ten Zyklus noch nicht enthalten, sondern erst im i+1ten Zyklus. Ferner ist die Einhüllende des Kraft-Verformungsverlaufs abgebildet, die sich aus den Kraftmaxima der einzelnen Lastzyklen zusammensetzt.

Bis zum Erreichen der Maximallast wird bei niederzyklischen Versuchen nur ein Entund ein Wiederbelastungszyklus durchlaufen. Dieser Zyklus bewirkt nach Abbildung 4.12 keine Erhöhung der SE-Energie, da im zweiten Belastungszyklus bei allen Versuchen die SE-Energie des Verformungsanteils "2", der der Verformung bei einer monotonen Beanspruchung entspricht, mit der Gesamtsumme übereinstimmt. Dagegen weist die Impulssumme teilweise einen geringen Unterschied auf. Aus diesem Beobachtungen lässt sich schließen, dass in Hysteresen im ansteigenden Ast des Kraft-Verformungsverlaufs zwar vereinzelt Impulse entstehen, die jedoch durch energiearme Ereignisse erzeugt werden.



Abb. 4.12:Verlauf der Impulssumme (jeweils links) bzw. der Ereignissumme (jeweils rechts)<br/>sowie der Kraft über die Verformung für einen niederzyklischen Versuch (N = 10) an<br/>einer normalfesten Betonprobe bei einer Verformungsgeschwindigkeit von 5 µm/s<br/>(oben), bei 0,5 µm/s (Mitte) sowie für eine hochfeste Betonprobe bei 0,5 µm/s (unten)

Eine Bestätigung dieser Aussage erhält man aus der Betrachtung der Ereignisenergie in Abbildung 4.13, in welcher neben der relativen Verteilung der gesamten Ereignisenergie auch die Energieanteile > 200 bzw. > 400 [×1000 aJ] aufgeführt sind. Die Ereignisanzahl der Verformungsanteile "1", "3" und "4" bzw. "2" pro Zyklus ist im Verhältnis zur jeweiligen Energieereignissumme bei Versuchsende über die Verformungsmaxima aufgetragen. Dabei setzen sich die Anteile "1", "3", "4" eines Zyklus aus der während der Wiederbelastung des aktuellen und der Entlastung des vorangegangenen Zyklus auftretenden Schallemission zusammen.



Abb. 4.13:Relative Verteilung der Ereignisse des Verformungsanteils "2" und der<br/>Verformungsanteile "1", "3" und "4" bezogen auf die Ereignisanzahl

Energiereiche Signale, die auf ein fortschreitendes Risswachstum hindeuten, treten nach Abbildung 4.13 erst in Hysteresen nach dem zweiten Zyklus auf, in welchem bei allen Versuchen die Zugfestigkeit erreicht wird. Ein Einfluss einer niederzyklischen Belastung auf die Zugfestigkeit ist somit nach der Auswertung der Schallemissionsdaten nicht vorhanden. Dieses Ergebnis wird durch die in den bruchmechanischen Untersuchungen festgestellte Abhängigkeit der Zugfestigkeit von der Lastzyklenanzahl bestätigt, für die erst bei einer größeren Anzahl von Lastwechseln eine Abnahme festzustellen ist (Kapitel 3.5.2). Dem entgegen entsteht bei hochzyklischen Versuchen bereits im ansteigenden Ast aufgrund der durchlaufenen Lastwechsel eine im Vergleich zu monotonen Versuchen verstärkte Werkstoffschädigung, die eine Reduktion der maximal ertragbaren Kraft und somit der Zugfestigkeit bewirkt.



**Abb. 4.14:** Verlauf der Impulssumme von hochfesten Betonproben, die mit einer Verformungsrate von  $0,5 \ \mu$ m/s (links) bzw.  $5 \ \mu$ m/s (rechts) belastet wurden (jeweils aus der ersten Messreihe)

In Abbildung 4.14 sind die Impulssummenverläufe von Versuchen aus der ersten Messreihe getrennt nach der Verformungsgeschwindigkeit dargestellt. Bei zyklischen Versuchen sind zusätzlich die Summenkurven der in Abschnitt "2" auftretenden Impulse enthalten.

Unabhängig von der Verformungsrate ist bis zu einer Rissöffnung von ca. 30  $\mu$ m eine gute Übereinstimmung der Impulssummenkurven aus den monotonen Versuchen und der Verformungsanteile "2" der niederzyklischen Versuche zu erkennen. Bei fortschreitendem Risswachstum weisen die niederzyklischen Versuche einen niedrigeren Verlauf auf. Aufgrund der Übereinstimmung kann davon ausgegangen werden, dass bei niederzyklischen Versuchen die innerhalb des Abschnitts "2" auftretende Werkstoffschädigung bis ca. 30  $\mu$ m Rissöffnung gleich der von monotonen Versuchen ist. Die in den Hysteresen verursachte Schallemission kann weitestgehend auf Reibmechanismen zurückgeführt werden. Ein möglicher Grund für den anschließend niedrigeren Verlauf des Abschnitts "2" ist in einer Verlagerung der Werkstoffschädigung in die Hysteresen zu sehen. Dies wird durch eine Zunahme energiereicher Ereignisse in den Abschnitten "1", "3" und "4" bestätigt, siehe Abbildung 4.13. Berücksichtigt man die Übereinstimmung der Bruchenergie von monotonen und niederzyklischen Versuchen, handelt es sich um keine zusätzliche, sondern um eine vorgreifende Werkstoffschädigung (siehe auch Kapitel 5.4).

Bei der Auswertung von hochzyklischen Versuchen war aufgrund einer Verformungszunahme von 0,16 µm pro Zyklus, die unterhalb der Auflösung der AD-Karten lag, eine wie bei niederzyklischen Versuchen vorgenommene Zuordnung der auftretenden Schallemissionen zu einzelnen Verformungsanteilen nicht möglich. Daher wurde neben der gesamten Impuls- bzw. Energiesumme die Summe der Impulse bzw. Energien gebildet, die bis maximal 2 µm unterhalb des jeweiligen Wegmaximums verursacht wurde.

Der Verlauf der gesamten Impulssumme und die Summe der in der Nähe des Wegmaximums auftretenden Impulse sowie die Kraft-Rissöffnungsbeziehung für eine normalfeste Betonprobe (oben) und eine hochfeste Betonprobe (unten) sind in Abbildung 4.15, links dargestellt. Abbildung 4.15, rechts zeigt die entsprechenden Zusammenhänge für den Signalparameter Schallemissionsenergie.



Abb. 4.15:Verlauf der Impulssumme (links) und der SE-Energiesumme (rechts) sowie der Ein-<br/>hüllenden des Kraft-Verformungsverlaufs von normalfesten Betonproben (oben)<br/>und hochfesten Betonproben (unten), jeweils bei einer Verformungsrate von 5 μm/s<br/>aus der zweiten Messreihe

Bis zum Erreichen der Zugfestigkeit ist unabhängig von der Betongüte für beide Signalparameter kein Unterschied zwischen der gesamten Schallemission und der im Bereich des Wegmaximums festzustellen, was die Annahme zulässt, dass innerhalb des ansteigenden Astes Ent- und Wiederbelastungen bis maximal 2 µm unterhalb des oberen Umkehrpunktes keine zusätzliche Werkstoffschädigung hervorrufen und somit noch keine gravierende Materialschädigung vorliegt. Der höhere Wert der gesamten Impulssumme kann durch die innerhalb von Hysteresen auftretende Schallemission erklärt werden. Da die Impulssumme nicht eindeutig der Ent- und Wiederbelastung bzw. dem Weg, der auch bei monotonen Versuchen durchfahren wird, zugeordnet werden kann, ist aufgrund dieser Betrachtung keine konkretere Aussage bezüglich des Einflusses einer hochzyklischen Belastung auf die Zugfestigkeit möglich.

Ein Vergleich der Impulssummen in Abbildung 4.16 mit monotonen und niederzyklischen Versuchen der gleichen Verformungsrate, die bei einer Verformung von z. B. 27  $\mu$ m – also nach dem Überschreiten der Maximallast – ermittelt wurden, belegt, dass die gesamte Impulssumme des hochzyklischen Versuches an einer normalfesten Betonprobe mit 134.000 deutlich oberhalb der Impulssummen der monotonen und niederzyklischen Versuche liegt. Dieser Unterschied ist bei dem Versuch mit hochfestem Beton mit 453.000 Impulsen noch deutlicher.



**Abb. 4.16:** Vergleich der mittleren Impulssummen von normal- und hochfesten Betonproben bei einer mittleren Verformung von 27  $\mu$ m, die bei Verformungsraten von 0,5  $\mu$ m/s bzw. 5  $\mu$ m/s monoton, niederzyklisch (N = 10) oder hochzyklisch (N = 1000) belastet wurden

Die Impulssumme der Zyklenwegmaxima aus den hochzyklischen Versuchen bei einer Verformung von 27 µm liegt bei normalfesten Proben mit 77.000 und bei hochfesten Proben mit 204.000 Impulsen im oberen Bereich der Impulssummen von monotonen Versuchen der jeweiligen Betongüte, vergleiche Abbildungen 4.15 und 4.16. Da die Impulssumme, wie bereits erwähnt, nicht eindeutig zugeordnet werden kann, ist eine genauere Beurteilung des Schädigungsverlaufes anhand dieser Werte, insbesondere bei Berücksichtigung der mit der SEA verbundene Streuungen der Messergebnisse, nicht möglich.

Der im Vergleich zu monotonen und niederzyklischen Versuchen niedrigere Wert der Bruchenergie bei hochzyklischen Versuchen (Kapitel 3.5.2) ergibt sich aus dem niedrigeren Verlauf der Einhüllenden im Spannungs-Verformungsdiagramm. Ursache für den niedrigeren Verlauf dürfte ein durch die zahlreichen Ent- und Wiederbelastungen erhöhter Schädigungsgrad bei einer bestimmten Rissöffnung sein sowie ein weiteres Phänomen, das im Folgenden beschrieben wird. Nach Beendigung einer Hysterese konnte bei niederzyklischen Versuchen ein Kraftabfall bei gleicher Verformung beobachtet werden (vergleiche auch Kapitel 2.6). Bei weiterer Verformungszunahme ergibt sich eine Kraftaufnahme, die wieder leicht höher liegt als bei Beendigung der Hystereseschleife. Diese Beobachtung lässt vermuten, dass diese Unterschiede zum Teil durch eine vorgreifende Werkstoffschädigung verursacht werden, die mit zunehmender Rissöffnung ausgeglichen wird. Da die Verformungszunahme  $\Delta\delta$  bei Proben mit 1000 Belastungszyklen nur 0,016 µm pro Lastzyklus beträgt, kann dieser "Erholungsvorgang" bei höherzyklischen Versuchen in dieser Form nicht stattfinden. Er ist jedoch auch bei dieser Beanspruchung möglich, wie an einzelnen hochzyklisch beanspruchten Proben gezeigt werden konnte, die ab einer bestimmten Rissöffnung anstelle der hochzyklischen Beanspruchung monoton bis zum Bruch geprüft wurden.

# 4.2 Fraktologische Untersuchungen

# 4.2.1 Grundlagen und Anwendung in der Betontechnologie

Die Verwendung der Ansätze der fraktalen Geometrie [118, 119] hat im Vergleich zu herkömmlichen Methoden der Rauigkeitsbestimmung den Vorteil, dass die so erhaltenen Kennwerte nahezu maßstabsunabhängig sind. Zahlreiche Beispiele aus der Natur zeigen, dass die sonst übliche euklidische Geometrie Objekte wie Gebirge, Flüsse, Küsten etc. nicht ausreichend beschreiben kann. Beispielhaft sei die Länge der Grenze zwischen Portugal und Spanien angeführt, die nach portugiesischen Lexika 1214 km lang ist, in spanischen Büchern hingegen nur mit 987 km angegeben wird [176]. Das von den Portugiesen verwendete Messinstrument war demnach kleiner, die Grenze somit länger.





Das typische Kennzeichen eines Fraktals besteht darin, dass sich seine Struktur auf unterschiedlichen Betrachtungsebenen wiederholt. Bei einer vollkommenen Übereinstimmung eines Fraktals mit dem ganzen Objekt spricht man von einem selbstähnlichen Fraktal. Tritt die Übereinstimmung, wie beispielsweise auch bei Betonbruchflächen, jedoch nur mit einer bestimmten statistischen Wahrscheinlichkeit auf, wird ein solches Gebilde selbstaffin genannt. Abbildung 4.17 illustriert diese Begriffe durch verschiedene Transformationen einer Ausgangsfigur A.

Die Bestimmung des Begriffes einer fraktalen Dimension lässt sich am einfachsten anhand der bereits 1904 bekannten triadischen Koch-Kurve erläutern. Wie aus Abbildung 4.18 hervorgeht, werden in jedem Generierungsschritt die vorhandene Streckenlängen gedrittelt und um ein weiteres Drittel vergrößert. Bei zunehmender Generierung werden die Streckenlängen immer kleiner, die Gesamtstrecke hingegen größer.



Abb. 4.18: Konstruktion der triadischen Koch-Kurve

Unter Verwendung der Grenzbetrachtung für eine unendliche Anzahl von Generierungsschritten ergibt sich die HAUSDORFF-BESICOVITCH-Dimension D nach [65] zu

$$D = \lim_{l \to 0} \frac{\ln(N)}{\ln(1/l)} = \lim_{s \to \infty} \frac{\ln(N)}{\ln(s)} \quad , \tag{4.2}$$

mit N = Streckenanzahl, l = Streckenlänge, s = Skalierungsfaktor.

Für selbstähnliche Fraktale wie die triadische Koch-Kurve ist die relative Längenänderung in jedem Generierungsschritt gleich. Deshalb kann Gleichung (4.2) umgeschrieben werden in

$$D = \frac{\ln(N_{n}) - \ln(N_{m})}{\ln(s_{n}) - \ln(s_{m})} , \qquad (4.3)$$

wobei n und m Generierungsschritte mit n > m sind. Der nach den Gleichungen (4.2) und (4.3) zu berechnende Wert D = 1,2619 entspricht nach [65] für ein selbstähnliches Fraktal gerade dem exakten Wert der fraktalen Dimension.

Zur Ermittlung der fraktalen Dimension von selbstaffinen Fraktalen müssen allerdings geeignete numerische Methoden eingesetzt werden. Beispiele hierfür sind die Grid Scaling-Methode oder das Box Counting-Verfahren. Im Rahmen der eigenen fraktometrischen Untersuchungen wurde die Grid Scaling-Methode gewählt, da ihre Programmierung leicht zu bewerkstelligen ist und die Bestimmung der fraktalen Dimension eine relativ kurze Rechenzeit erfordert. Im Folgenden wird am Beispiel der triadischen Koch-Kurve allerdings das Box Counting-Verfahren erläutert, da es zum Einen häufig zum Einsatz kommt, zum Anderen recht anschaulich ist.



Abb. 4.19: Koch-Kurve mit überlagertem zweidimensionalem Netzwerk (Box Counting-Methode) in Anlehnung an [176]

In Abbildung 4.19 ist die triadische Koch-Kurve mit vier verschieden großen Gittern gezeigt. Je nach Skalierungsfaktor s durchquert die Kurve eine unterschiedliche Anzahl von Kästchen N. Trägt man den Zusammenhang zwischen der durchquerten Kästchenanzahl und dem zugehörigen Skalierungsfaktor doppellogarithmisch auf (Abbildung 4.20, links), ergibt sich die fraktale Dimension als Steigung der Regressionsgerade.



**Abb. 4.20:** Bestimmung der fraktalen Dimension  $D_{BC}$  und des fraktalen Inkrements  $d_{BC}$  der Koch-Kurve mit der Box Counting-Methode

Die fraktale Dimension  $D_{BC}$  nach der Box Counting-Methode ergibt sich somit aus Gleichung (4.4) zu

$$\mathbf{N}_{i} = \mathbf{N}_{0} \cdot \left(\frac{\mathbf{S}_{i}}{\mathbf{S}_{0}}\right)^{\mathbf{D}_{\mathrm{BC}}} , \qquad (4.4)$$

wobei

- $N_i$  = Anzahl der die Bruchfläche schneidenden Kästchen bei einem Skalierungsfaktor s<sub>i</sub>,
- $N_0$  = Anzahl der die Bruchfläche schneidenden Kästchen bei einem Skalierungsfaktor s<sub>0</sub>,
- s<sub>i</sub> = beliebiger Skalierungsfaktor (Umkehrwert der Kantenlänge l),
- $s_0 = Referenzskalierungsfaktor.$

Die Abweichung zu dem mit den Gleichungen (4.2) und (4.3) berechneten exakten Wert D = 1,2619 ergibt sich aus der Tatsache, dass zur Bildung der Regressionsgerade in Abbildung 4.20, links lediglich die ersten vier Skalierungsfaktoren verwendet wurden. Nimmt man anstelle der absoluten Werte N die relativen Werte (N/s), lässt sich direkt auf jeder Betrachtungsebene ein Maß für die Rauheit angeben (Abbildung 4.20, rechts).

Zur Bestimmung des fraktalen Inkrements d<sub>BC</sub> wird Gleichung (4.4) umgeschrieben in

$$\frac{N_{i}}{s_{i}} = \frac{N_{0}}{s_{0}} \cdot \left(\frac{s_{i}}{s_{0}}\right)^{D_{BC}-l} = \frac{N_{0}}{s_{0}} \cdot \left(\frac{s_{i}}{s_{0}}\right)^{d_{BC}} = \frac{N_{0}}{s_{0}} \cdot \left(\frac{l_{i}}{l_{0}}\right)^{-d_{BC}} .$$
(4.5)

Gleichung (4.5) besagt, dass sich das fraktale Inkrement  $d_{BC}$  als Neigung der Regressionsgeraden in einem doppellogarithmischen (N/s)-s- bzw. (N/s)-*l*-Diagramm ergibt. Die fraktale Dimension lässt sich dann leicht durch Aufaddieren des fraktalen Inkrements  $d_{BC}$  an die Dimension einer geraden Strecke ( $\equiv 1$ ) berechnen.

Aufgrund des logarithmischen Charakters ist es sinnvoll, bezüglich der Maschenweite eine annähernd geometrische Reihe (Skalierungsfaktoren 1, 2, 4, 6, 8, 11, 16, 23, 32) zu verwenden, da sich ansonsten bei Verwendung einer arithmetischen Reihe ein Übergewicht der bei großen Maschenweiten erhaltenen Daten ergibt.

Bei der Generierung dreidimensionaler kubischer Netze mit verschiedenen Maschenweiten (Kantenlängen von Würfeln) wird neben der ebenen Betrachtung die räumliche Komponente mit einbezogen. Die sich hieraus ergebende fraktale Dimension  $D_{CC}$  bzw. das fraktale Inkrement d<sub>CC</sub> nach der so genannten Cube Counting-Methode lässt sich aus Gleichung (4.6) bestimmen:

$$\frac{N_{i}}{s_{i}^{2}} = \frac{N_{0}}{s_{0}^{2}} \cdot \left(\frac{s_{i}}{s_{0}}\right)^{D_{CC}-2} = \frac{N_{0}}{s_{0}^{2}} \cdot \left(\frac{s_{i}}{s_{0}}\right)^{d_{CC}} = \frac{N_{0}}{s_{0}^{2}} \cdot \left(\frac{l_{i}}{l_{0}}\right)^{d_{CC}} .$$
(4.6)

Die Anwendung fraktologischer Methoden in der Betontechnologie ist erst in jüngerer Zeit erfolgt. WINSLOW gehörte im Jahre 1985 zu den ersten, der Bruchflächen aus Zementstein vermaß und für die fraktale Dimension einen Wert von D  $\approx$  3 ermittelte [214]. SAOUMA et al. [171] untersuchten drei Betone mit unterschiedlichem Größtkorn durch Abtasten mit einem Profilometer und bestimmten die fraktale Dimension mit Hilfe des Box Counting-Verfahrens im Mittel zu D<sub>BC</sub> = 1,20 auf mikroskopischer bzw. D<sub>BC</sub> = 1,10 auf makroskopischer Betrachtungsebene. Eine Abhängigkeit der Werte für die fraktale Dimension vom Größtkorndurchmesser konnten SAOUMA et al. im Gegensatz zu ISSA et al. [95] nicht feststellen. Die erhaltenen Werte bei einer Vermessung parallel zur entstandenen Rissrichtung waren jedoch etwas größer als bei Aufnahme der Rissprofile senkrecht dazu [171].

LANGE et al. untersuchten mit Hilfe eines konfokalen Mikroskops sowohl Zementsteinals auch Feinmörtelproben [112]. Sie berichten von Mittelwerten für die fraktale Dimension für die Zementsteinproben von D = 2,087, für die Feinmörtelproben von D = 2,117 und stellten eine eindeutige Zunahme der Werte für die fraktale Dimension mit zunehmender Bruchzähigkeit fest. Diese Tendenz konnte von SAOUMA und BARTON [172] nicht bestätigt werden, jedoch warnen sie vor einer voreiligen Verallgemeinerung solcher Schlüsse. Bezüglich des Zusammenhangs zwischen der Bruchenergie und der fraktalen Dimension ermittelten SAOUMA und BARTON eine lineare Beziehung [172]. Diese Beobachtung steht im Einklang mit den Untersuchungsergebnissen von MIHASHI et al., die mit Hilfe der Grid Scaling-Methode fraktale Dimensionen an Mörtelproben von  $D_{GS} = 2,07$ , an Betonproben von  $D_{GS} = 2,09$  bis 2,12 errechneten [126]. Weitere Untersuchungen von MIHASHI und UMEOKA an faserbewehrten Zementmörtelproben bestätigen diese Tendenz ebenfalls [127].

ISSA und HAMMAD verwendeten zur Auswertung derselben Betonbruchflächen zwei verschiedene Methoden – eine modifizierte Slit Island-Methode und eine zweidimensionale Fourier-Spektralanalyse [96]. Die so erhaltenen Werte der fraktalen Dimensionen unterscheiden sich beträchtlich:  $D_{SI} = 2,21$  für die Slit Island-Methode gegenüber  $D_{FSA} = 2,59$  für die Fourier-Spektralanalyse. Ein ähnliches Phänomen diskutieren HAMMAD und ISSA auch in [84] beim Vergleich der Variogram-Methode mit der Schrittteiler-Methode (engl. step divider method).

MECHTCHERINE und MÜLLER untersuchten Bruchflächen aus normalfestem und hochfestem Beton, die mittels eines Streifenprojektionsverfahrens und einem konfokalen Mikroskop vermessen wurden [123]. Die mit dem Streifenprojektionsverfahren vermessenen Bruchflächen ergaben fraktale Dimension von  $D_{GS} = 2,029$  für hochfesten Beton,  $D_{GS} = 2,044$  für normalfesten, versiegelten Beton und  $D_{GS} = 2,052$  für normalfesten, unversiegelten Beton. Die sich aus den mit dem konfokalen Mikroskop vermessenen Flächen ergebenden Werte für die fraktalen Dimensionen bestätigten die genannten Tendenzen, lagen aber durchweg deutlich höher (Werte von  $D_{GS} = 2,047$  für gebrochene Grobzuschläge im hochfesten Beton bis  $D_{GS} = 2,119$  für normalfeste, unversiegelte Zementsteinphasen).

CARPINTERI und INVERNIZZI stellen in [37] eine funktionale Beziehung zwischen der fraktalen Dimension und dem Grad der Schädigung auf. Die fraktale Dimension der ungeschädigten Betonfläche ist demnach D = 1,958 und nimmt mit zunehmendem Schädigungsgrad nicht linear ab.

### 4.2.2 Messtechnik und Auswerteverfahren

Zur quantitativen Erfassung der Oberflächenkontur von Probekörpern stehen eine Vielzahl von Möglichkeiten zur Verfügung (Lasersensoren, elektrische Tastschnittgeräte, induktive Wegaufnehmer etc., siehe z. B. [81]). Im Rahmen der eigenen Untersuchungen wurde dabei das Streifenprojektionsverfahren angewendet, das neben dem Schattenmoiré, dem Twykman-Green-Interferometer und der Verschiebungsmessung mittels Electronic Speckle Pattern Interferometry (ESPI) zu den optischen Messmethoden zählt, welche Streifenmuster als Informationsträger verwenden. In allen genannten Verfahren wird ein direkter Zusammenhang zwischen der Kontur einer Oberfläche und der lokalen Phasenlage eines Streifenmusters über eine

Kamera erfasst. Die Streifenmuster sind Grauwertbilder der Intensitätsverteilung der Streifen und stehen für eine anschließende numerische Auswertung bereit. Der Intensitätsverlauf kann nach Gleichung (4.7)

$$I(x, y) = I_0(x, y) \cdot [1 + \gamma(x, y) \cdot \cos \phi(x, y)]$$

$$(4.7)$$

in Abhängigkeit von der ortsabhängigen Untergrundhelligkeit  $I_0(x, y)$ , die in der Regel zwischen 0 und 255 Grauwerten liegt, der Amplitude der Streifen  $\gamma(x, y)$ , auch Streifensichtbarkeit genannt, und dem lokalen Phasenwert  $\phi(x, y)$  ermittelt werden [81].

Beim Streifenprojektionsverfahren wird ein Streifenmuster über einen Diaprojektor auf die Oberfläche des zu analysierenden Probenstücks projiziert, siehe auch Abbildung 4.21.



Abb. 4.21: Schematischer Aufbau des Streifenprojektionsverfahrens

Aus dem Verlauf des abgebildeten Streifenmusters ergibt sich die gewünschte Information über die Oberflächenkontur, sofern der Winkel zwischen den optischen Achsen des abbildenden Systems und der Kamera ausreichend groß ist. Ist dieses so genannte Triangulationsprinzip eingehalten, erscheint das Streifenmuster unter dem Einfluss der Oberflächenkontur ausreichend "verbogen", um die Höhenkoordinate eines Oberflächenpunktes zu liefern. Sie ergibt sich aus der Differenz der Phase in einem Objektpunkt zur Phase im ortsgleichen Punkt einer planen Referenzebene ( $\Delta \phi(x, y) = \phi_{Ref}(x, y) - \phi(x, y)$ ) zu

$$h(x,y) = \frac{\Delta \phi(x,y)}{2\pi} \cdot \frac{\lambda}{\tan \alpha + \tan \beta} \quad . \tag{4.8}$$

In Gleichung (4.8) ist  $\lambda$  der Abstand der Streifen auf der Referenzebene, tan  $\beta = x/k$  der Betrachtungswinkel unter der Voraussetzung, dass die Phase in positiver x-Richtung ansteigt. Die weiteren Größen sind in Abbildung 4.21 angegeben.

Bei nicht-telezentrischen Kameraobjektiven müssen die tatsächlichen Koordinaten eines Objektpunktes mittels einer Koordinatentransformation berechnet werden. Nach Bestimmung der Höhenkoordinate (in Abbildung 4.21 die z-Komponente) ergibt sich die Lage des ortsgleichen Punktes auf der Referenzebene aus den Gleichungen (4.9a) und (4.9b):

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} \cdot \left(1 - \frac{\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\mathbf{k}}\right) \quad , \tag{4.9a}$$

$$\mathbf{y'} = \mathbf{y} \cdot \left(1 - \frac{\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\mathbf{k}}\right) \quad . \tag{4.9b}$$

Da die in den eigenen Untersuchungen verwendeten Bruchflächen, insbesondere die Bruchflächen der normalfesten Betone, starke Höhenunterschiede aufgrund der aus der Zementsteinmatrix herausstehenden Grobzuschläge aufwiesen, war die Streifenprojektion von zwei Seiten und anschließender Überlagerung der so gewonnenen Teilbilder notwendig. Dies wurde über einen zweiten Umlenkspiegel realisiert, der das von Umlenkspiegel 1 in veränderter Position einfallende Projektionsmuster auf die zu vermessende Oberfläche lenkte. Ein entsprechender Algorithmus zur Überlagerung dieser beiden Teilbilder berücksichtigte auch die durch den optischen Aufbau bedingte mögliche Verkippung der beiden Teilbilder. Die Lage der jeweiligen Bruchfläche wurde während der Projektion von beiden Seiten nicht verändert.



Abb. 4.22: Versuchsaufbau der Anlage zur Bruchflächenvermessung

Ein Foto des gesamten Versuchsaufbaus ist in Abbildung 4.22 wiedergegeben.

Zur Auswertung der mit dem Streifenprojektionsverfahren erhaltenen Messdaten wurde zunächst die Rauheit  $R_S$  als Quotient aus der mit der feinsten Auflösung gemessenen Bruchoberfläche A<sub>frac</sub> und der Bezugsfläche A<sub>0</sub> nach Gleichung (4.10) bestimmt:

$$R_{s} = \frac{A_{\text{frac}}}{A_{0}} \tag{4.10}$$

Neben der Bestimmung der maßstabsabhängigen Rauheit wurde ferner die Grid Scaling-Methode als eine Methode zur Bestimmung der fraktalen Dimension eingesetzt.

Im Gegensatz zur Box bzw. Cube Counting-Methode verwendet das Grid Scaling-Verfahren Flächennetzwerke in Form von Dreieckmustern, die durch das quadratische Messpunkteraster aus dem Streifenprojektionsverfahren gebildet werden. Abbildung 4.23 zeigt schematisch das Vorgehen bei der Grid Scaling-Methode.



Abb. 4.23:Erfassung einer Bruchoberfläche durch Flächennetzwerke unterschiedlicher Grö-<br/>
ße (Grid Scaling-Methode) nach [124]

Nach [34] errechnet sich die fraktale Dimension aus der Grid Scaling-Methode aus

$$D_{GS} = 2 - \lim_{l \to 0} \frac{\ln(A)}{\ln(l)} = 2 + d_{GS} \quad , \tag{4.11}$$

wobei
 A = Summe der Dreiecksflächen bei einer Netzfeinheit 1 ,
 und
 1 = Maschenweite (Netzfeinheit) .

Aus Gleichung (4.11) ergibt sich näherungsweise der durch Gleichung (4.12) beschriebene Zusammenhang zwischen der Maschenweite l und der Fläche A:

$$A = A_{\min} \cdot l^{-d_{GS}} \tag{4.12}$$

Die Fläche  $A_{min}$  ist dabei die sich aus der Summe der Dreiecksflächen ergebende Gesamtfläche bei kleinster Maschenweite  $l_{min}$ ,  $d_{GS}$  das nach der Grid Scaling-Methode ermittelte fraktale Inkrement. Unter Verwendung der durch Gleichung (4.10) gegebenen Definition der Rauheit  $R_S$  lässt sich Gleichung (4.12) in Gleichung (4.13) überführen:

$$\mathbf{R}_{\mathrm{S}} = \mathbf{R}_{\mathrm{S,min}} \cdot \mathbf{l}^{-\mathrm{d}_{\mathrm{GS}}} \tag{4.13}$$

Dabei ist  $R_{S,min}$  die Rauheit der Bruchfläche bei der kleinsten Maschenweite  $l_{min}$ . Das fraktale Inkrement  $d_{GS}$  lässt sich also als Neigung der linearen Regressionsgeraden in einem doppellogarithmischen  $R_S$ -l-Diagramm interpretieren, vergleiche auch Abbildung 4.20. Auch hier ist es aufgrund des logarithmischen Charakters sinnvoll, bezüglich der Maschenweite eine annähernd geometrische Reihe zu verwenden.

### 4.2.3 Fraktometrisches Untersuchungsprogramm

Zur Straffung des Versuchsprogramms wurden Untersuchungen zum Einfluss der Nachbehandlungsmethode, der Rissöffnungsgeschwindigkeit sowie der Betongüte in einem reduzierten Umfang durchgeführt, indem zwar alle Parameter berücksichtigt wurden, nicht jedoch in jeder Parameterkombination. Dieses Vorgehen scheint jedoch angesichts der in Kapitel 3 erhaltenen Ergebnisse gerechtfertigt. Des Weiteren wurde bei der optischen Vermessung der Betonbruchoberflächen auf eine Untersuchung des in Kapitel 3 beschriebenen Einflusses der Unterspannung verzichtet.

Tabelle 4.2 gibt einen Überblick über das fraktometrische Untersuchungsprogramm.

	lfd. Nr.	Beton- güte	Nachbehandlung	Rissöffnungs- geschwindigkeit bzw. Frequenz	Lastzyklen- anzahl N	Sonstiges
	1	NSC-I	versiegelt	$\dot{\delta}=5\;\mu\text{m/s}$	1	gekerbt
	2	NSC-I	versiegelt	$\dot{\delta}=5\;\mu\text{m/s}$	10	gekerbt
	3	NSC-I	versiegelt	$\dot{\delta}=5\;\mu\text{m/s}$	1000	gekerbt
_	4	NSC-I	versiegelt	$\dot{\delta}=5\;\mu\text{m/s}$	100.000	gekerbt
	5	NSC-I	unversiegelt	$\dot{\delta}=5\;\mu\text{m/s}$	1	gekerbt
	6	NSC-I	versiegelt	$\dot{\delta}=0{,}5~\mu\text{m/s}$	1	gekerbt
_	7	NSC-I	versiegelt	$\dot{\delta}=0{,}5~\mu\text{m/s}$	1	ungekerbt
	8	HSC	versiegelt	$\dot{\delta}=5\;\mu\text{m/s}$	1	gekerbt
	9	HSC	unversiegelt	$\dot{\delta}=5\;\mu\text{m/s}$	1	gekerbt
	10	HSC	versiegelt	$\dot{\delta}=0{,}5~\mu\text{m/s}$	1	gekerbt
_	11	NSC-I	versiegelt	1  Hz (S = 0,70)	1.000.000	gekerbt
	12	NSC-I	versiegelt	1 Hz (S = 0,90)	4.800	gekerbt

Tab. 4.2:Überblick über das fraktometrische Untersuchungsprogramm

Die als laufende Nummer 1 aufgeführte Parameterkombination diente bei der Beurteilung der einzelnen Einflussparameter als Referenzkombination. Der Einfluss der Lastspielzahl wurde mit den laufenden Nummern 2 bis 4 untersucht. Die Auswirkung der angewandten Nachbehandlungsmethode (Nummer 5) wurde ebenso erfasst wie die der Rissöffnungsgeschwindigkeit (Nummer 6). Um auch den möglichen Einfluss der eingebrachten Kerbe auf die Versuchsergebnisse zu ermitteln, wurden Proben aus dem Versuchsprogramm mit verjüngten Mittelquerschnitten ohne Kerbe untersucht (Nummer 7).

Der Einfluss der Betongüte, auch in Kombination mit den Parametern Nachbehandlungsmethode und Rissöffnungsgeschwindigkeit, konnte anhand der Bruchflächen an hochfestem Beton festgestellt werden (Nummern 8 bis 10). Um auch etwaige Unterschiede zwischen verformungs- und kraftgeregelten Versuchen erkennen zu können, wurden zwei Parameterkombinationen aus dem Wöhlerprogramm an den einachsigen Zugversuchen optisch vermessen (Nummern 11 und 12 mit Belastungsgraden S von 70 % bzw. 90 %). Für jede der aufgeführten Prüfparameterkombinationen wurden Bruchflächen aus drei dazu durchgeführten Versuchen verwendet.

Durch das in Abschnitt 4.2.2 beschriebene Streifenprojektionsverfahren ergaben sich pro Betonbruchfläche insgesamt zehn Streifenbilder – jeweils fünf von jeder Seite bei einem Phasenversatz von 72° (d. h. das Streifendia wurde fünfmal jeweils um 72° senkrecht zum Projektor verschoben). Abbildung 4.24, oben zeigt jeweils ein Streifenbild von jeder Seite einer versiegelt gelagerten normalfesten Betonbruchfläche, die durch einen monotonen Zugversuch an einer gekerbten prismatischen Probe mit einer Rissöffnungsgeschwindigkeit von  $\dot{\delta} = 5 \,\mu$ m/s entstanden ist (Referenzkombination). An den verschatteten Bereichen (z. B. an dem heraus gelösten Grobzuschlagkorn oben rechts bei Projektion von rechts in Abbildung 4.24) ist deutlich zu erkennen, dass zur Vermeidung großflächiger nicht vermessbarer Bereiche das Beleuchten von zwei Seiten notwendig war. Die glatten Randbereiche oben und unten waren die vor Aufbringung der Belastung bereits eingesägten Kerbbereiche. Zur Auswertung der Werte für die Rauheit und der fraktalen Dimension wurden diese Bereiche natürlich nicht berücksichtigt, sie dienten lediglich zur Ermittlung einer Bezugshöhe. Mittels des beschriebenen Verfahrens ließen sich im Pixelabstand von 0,142 mm nun die Höhenwerte ermitteln. Die Visualisierung dieser Höhenwerte ist in Abbildung 4.24, unten links in Grauwertstufen dargestellt, rechts daneben das entsprechende Foto der Bruchfläche.



Abb. 4.24:Streifenbilder bei Projektion von links und rechts (oben) und zugehöriges Grau-<br/>wertbild und Foto (unten) einer Betonbruchfläche aus der Referenzkombination

Verbliebene kleinere Bereiche, die trotz der Projektion von zwei Seiten nicht zu erfassen waren, wurden zunächst mit der so genannten "branch-cut-Methode" behandelt (siehe auch [81]), um die fehlenden Höhenwerte rechnerisch zu erhalten. Die danach übrig gebliebenen unklaren Bereiche waren bezogen auf die gesamte Bruchfläche verschwindend klein und wurden bei der Bestimmung der Rauheit und der fraktalen Dimension vernachlässigt.

# 4.2.4 Versuchsergebnisse der fraktometrischen Untersuchungen

Die durch die in den vorangegangenen Abschnitten beschriebene Methode erhaltenen Werte für die Rauheit  $R_S$  und die fraktale Dimension  $D_{GS}$  nach der Grid Scaling-Methode sind in den Tabellen 4.3 und 4.4 zusammengefasst.

ad. 4.3:	Rauheit und fraktale Dimension von Betonbruchflächen für verschiedene Nach handlungsarten, Rissöffnungsgeschwindigkeiten und Zyklenanzahlen (Mittelwe Standardabweichung in Klammern)			
lfd.	Betongüte; Nachbehandlung; Rissöffnungs-	Rauheit	fraktale Di-	
Nr.	geschwindigkeit; Zyklenanzahl	R <sub>s</sub> [-]	mension D <sub>GS</sub> [-]	
1	NSC-I; versiegelt; $\dot{\delta} = 5 \ \mu m/s$ ; N = 1	1,281 (0,003)	2,043 (0,005)	
2	NSC-I; versiegelt; $\dot{\delta} = 5 \ \mu m/s$ ; N = 10	1,297 (0,017)	2,043 (0,004)	
3	NSC-I; versiegelt; $\dot{\delta} = 5 \ \mu m/s$ ; N = 1000	1,325 (0,032)	2,050 (0,002)	
4	NSC-I; versiegelt; $\dot{\delta} = 5 \ \mu m/s$ ; N = 100.000	1,335 (0,033)	2,051 (0,003)	
5	NSC-I; unversiegelt; $\dot{\delta} = 5 \ \mu m/s$ ; N = 1	1,291 (0,017)	2,047 (0,001)	
6	NSC-I; versiegelt; $\dot{\delta} = 0.5 \ \mu m/s$ ; N = 1	1,290 (0,030)	2,046 (0,004)	
7	NSC-I; versiegelt; $\dot{\delta} = 0,5 \ \mu m/s$ ; N = 1 (ungekerbt)	1,284 (0,045)	2,043 (0,003)	

Ein Vergleich sowohl der Mittelwerte für die Rauheiten als auch für die fraktalen Dimensionen lässt trotz der hohen Werte für die Standardabweichung den Schluss zu, dass mit steigender Lastspielzahl die entsprechenden Werte zunehmen. Diese Beobachtung deutet auf einen höheren Energieverbrauch zur Bildung der Trennbruchflächen hin und wird im folgenden Kapitel 5 nochmals eingehend diskutiert.

Trägt man die Einzelwerte für die Rauheit R<sub>S</sub> über die Lastzyklenanzahl im logarithmischen Maßstab auf, so erhält man einen nahezu linearen Zusammenhang (Abbildung 4.25). Das Bestimmtheitsmaß R<sup>2</sup> – berechnet nach der Methode der kleinsten quadratischen Abweichung (Quadrat des Pearson'schen Korrelationskoeffizienten) – beträgt in diesem Fall R<sup>2</sup> = 0,95.



**Abb. 4.25:** Einfluss der Lastzyklenanzahl auf die Werte für die Rauheit  $R_s$  bei versiegelten Zugproben aus normalfestem Beton mit  $\dot{\delta} = 5 \, \mu m/s$ 

Der Einfluss der Lastzyklenanzahl auf die Rauheit ist ferner mit Hilfe der Varianzanalyse statistisch ausgewertet worden [104]. Danach ist der Einfluss der Lastzyklenanzahl auf die Rauheit R<sub>s</sub> auf einem Signifikanzniveau von 90 % statistisch als gesichert anzusehen.

Die Rauheiten und fraktalen Dimensionen der Bruchflächen von unversiegelten Zugprismen sowie der Bruchflächen, die in den Zugversuchen mit einer langsameren Rissöffnungsgeschwindigkeit entstanden sind, weisen ebenfalls eine Zunahme auf. Die dabei beobachteten Tendenzen sowie die absoluten Werte stimmen sehr gut mit den Ergebnissen anderer Autoren überein, z. B. [124]. Ein Einfluss der Kerbung auf die Werte der Rauheit und der fraktalen Dimension konnte nicht festgestellt werden. Dies lässt wiederum den Schluss zu, dass bruchmechanische Untersuchungen an gekerbten Prüfkörpern durchaus zu vergleichbaren Ergebnissen führen wie Versuche an ungekerbten Proben, allerdings mit einer vielfach höheren Erfolgsaussicht, das Entfestigungsverhalten korrekt zu erfassen.

Tab. 4.4:Rauheit und fraktale Dimension von Betonbruchflächen aus hochfestem Beton und<br/>aus den Wöhlerversuchen (Mittelwerte, Standardabweichung in Klammern)

lfd. Nr.	Betongüte; Nachbehandlung; Rissöffnungs- geschwindigkeit; Zyklenanzahl	Rauheit R <sub>s</sub> [-]	fraktale Di- mension D <sub>GS</sub> [-]
8	HSC; versiegelt; $\dot{\delta} = 5 \ \mu m/s$ ; N = 1	1,245 (0,027)	2,041 (0,003)
9	HSC; unversiegelt; $\dot{\delta} = 5 \ \mu m/s$ ; N = 1	1,243 (0,005)	2,041 (0,001)
10	HSC; versiegelt; $\dot{\delta} = 0.5 \ \mu m/s$ ; N = 1	1,243 (0,010)	2,042 (0,005)
11	NSC-I; versiegelt; f = 1 (S = 0,70); N = 1.000.000	1,325 (0,050)	2,045 (0,004)
12	NSC-I; versiegelt; f = 1 (S = 0,90); N = 4.800	1,311 (0,035)	2,044 (0,004)

Die in Tabelle 4.4 aufgeführten Werte für die Rauheit und die fraktale Dimension von Bruchflächen aus hochfestem Beton liegen klar unter den entsprechenden in Tabelle 4.3 aufgeführten Werten für die Bruchflächen aus normalfestem Beton und bestätigen wiederum die Messergebnisse von z. B. [124]. Ein direkter Vergleich der Ergebnisse mit den ermittelten Werten andere Autoren ist zum Teil sehr schwierig, da zum Einen unterschiedliche Messverfahren, zum Anderen unterschiedliche Auswerteverfahren verwendet wurden. Des Weiteren ist die Bandbreite der untersuchten Betonbruchflächen durchweg verschieden, so dass in der Literatur dokumentierte Tendenzen nicht ohne Weiteres generalisiert werden dürfen.

Die bei den hochfesten Betonbruchflächen auftretenden Unterschiede aufgrund der Nachbehandlungsmethode und der Rissöffnungsgeschwindigkeit verschwinden sowohl für die  $R_{s}$ - als auch für die  $D_{Gs}$ -Werte nahezu ganz. Die geringere Rauheit der hochfesten Bruchflächen ist vorwiegend auf das verstärkte Auftreten von Zuschlagbrüchen zurückzuführen, wie Abbildung 4.26 verdeutlicht. Bei Bruchflächen aus normalfestem Beton ragen dem entgegen viele Zuschlagkörner aus der Zementsteinmatrix heraus, da die Risspfade aufgrund der schwächer ausgebildeten Verbundzone um die Grobkörner herum führen.



Abb. 4.26: Bilder von versiegelt gelagerten Bruchflächen aus hochfestem Beton (oben) und normalfestem Beton (unten)

Die an den Bruchflächen aus den Wöhlerversuchen ermittelten Werte (lfd. Nr. 11 und 12 in Tabelle 4.4) bestätigen den bereits diskutierten Einfluss der Lastzyklenzahl. Allerdings liegen sowohl die Werte für die Rauheit als auch für die fraktale Dimension niedriger als die entsprechenden  $R_{s}$ - bzw.  $D_{Gs}$ -Werte, die an den Bruchflächen aus den verformungsgeregelten Ermüdungsversuchen ermittelt wurden (lfd. Nr. 3 und 4 in Tabelle 4.3). Dies ist in erster Linie auf eine gleichmäßige kontinuierliche Schädigung der Trennrissfläche bei einer Verformungsregelung zurückzuführen, während bei den kraftgeregelten Wöhlerversuchen in den letzten Belastungszyklen vor dem endgültigen Trennriss eine überproportionale Risszunahme auftritt. Somit kann in diesem Rissstadium keine Materialzermürbung mehr stattfinden, die  $D_{Gs}$ -Werte fallen entsprechend niedriger aus.

# 5 Diskussion der experimentell gewonnenen Ergebnisse

Im Folgenden werden die in den Kapiteln 3 und 4 dargelegten bruchmechanischen und phänomenologischen Untersuchungsergebnisse analysiert und in Bezug auf die jeweiligen Einflussparameter diskutiert. Neben der expliziten Behandlung der Einflussfaktoren Dehnungsrate, Nachbehandlungsmethode, Betongüte, Lastzyklenanzahl und Unterspannung wird in Abschnitt 5.6 ein Vergleich zwischen den klassischen Wöhlerversuchen und den in der vorliegenden Untersuchung erstmals durchgeführten verformungsgeregelten (hoch-)zyklischen Ermüdungsversuchen angestellt.

# 5.1 Einfluss der Dehnungsrate

Der Einfluss der Dehnungsrate, wie er hauptsächlich in den einachsigen Zugversuchen an ungekerbten Proben festgestellt werden konnte, ist im Wesentlichen darauf zurückzuführen, dass der Rissfortschritt in Beton einen thermodynamisch aktivierten, zeitabhängigen Prozess darstellt. Ferner ist das ausgeprägt viskoelastische Verhalten des Zementsteins für die Dehnungsratenabhängigkeit verantwortlich [1]. Der Rissfortschritt verläuft immer auf dem Weg des geringsten Widerstands, der für normalfeste Betone entlang der Zuschlagkörner durch die so genannte Verbundzone führt. Bei einer höheren Dehnungsrate ist aufgrund der genannten Mechanismen die erreichbare Festigkeit lokal höher und damit auch die Energie, die der Rissfortpflanzung zur Verfügung steht. Die Risspfade führen bei normalfestem Beton häufig nicht mehr um die Zuschlagkörner herum, sondern auf direktem Wege durch die Zuschlagkörner hindurch.

Die Veränderung der Rissverläufe führt zwangsläufig zu höheren Werten für die Zugfestigkeit und die Bruchdehnung im Falle einer höheren Dehnungsrate (Kapitel 3.5.1) und wird von verschiedenen Autoren bestätigt, siehe z. B. die Zusammenstellung dynamischer Versuche in [5]. Die im Falle einer höheren Dehnungsrate festgestellten höheren Werte für den Elastizitätsmodul können im untersuchten Dehnungsratenbereich in erster Linie auf viskose Effekte zurückgeführt werden. Im Vergleich zur Zugfestigkeit ist der Einfluss der Dehnungsrate auf den Elastizitätsmodul allerdings geringer, da die Zuschläge bezüglich der Betonsteifigkeit eine größere Rolle spielen und fast keine viskose Eigenschaften aufweisen.

In den Zugversuchen an den gekerbten Proben war diese eindeutige Abhängigkeit nicht mehr deutlich festzustellen, was in erster Linie auf den Einfluss der beidseitig eingebrachten Kerbe zurückzuführen ist. Durch die bei äußerer Zugbeanspruchung entstehenden Spannungsspitzen am Kerbgrund wird der Einfluss der Dehnungsrate reduziert, allerdings nicht eliminiert.

Der unterschiedliche Versagensmechanismus findet sich auch in den Ergebnissen für die Bruchenergie  $G_F$  seinen Niederschlag. Die mit der in Kapitel 3.5.2 vorgestellten Berechnungsmethode – ohne Berücksichtigung der von den Hystereseschleifen eingeschlossenen Flächen im Spannungs-Verformungsdiagramm – ermittelten Bruchenergiewerte liegen für die langsame Prüfgeschwindigkeit bzw. Dehnungsrate generell unterhalb der entsprechenden Werte für die schnelle Beanspruchung. Diese Beobachtung lässt auf einen höheren Energieverbrauch für die Überwindung des Risswiderstands bei einer höheren Dehnungsrate schließen, der zu einem vermehrten Zuschlagversagen führt.

Wird anstelle der nach dem Versuchsende ermittelten G<sub>F</sub>-Werte der Energieverbrauch mit zunehmender Rissöffnung während der Versuchsdurchführung betrachtet, ergibt sich der in Abbildung 5.1 dargestellte charakteristische Verlauf. Ein anfänglich hoher Energieverbrauch nähert sich mit zunehmender Rissöffnung fast asymptotisch seinem Endwert, der gerade dem Bruchenergiewert G<sub>F</sub> entspricht. Wie aus Abbildung 5.1, links deutlich wird, liegt der Energieverbrauch bei der schnelleren Beanspruchung während des gesamten Versuches über der Kurve für die langsamere Prüfgeschwindigkeit, wobei der Abstand zwischen den beiden Kurven mit zunehmender Rissöffnung größer wird. Auch diese Beobachtung bestätigt den höheren Energieverbrauch für die Überwindung des Risswiderstands und das verstärkte Auftreten von Zuschlagkornversagen.



Abb. 5.1:Energieverbrauch mit zunehmender Rissöffnung für verschiedene Dehnungsraten<br/>bei normalfesten, monoton beanspruchten Zugproben, absolute Werte (links) bzw.<br/>bezogene Werte (rechts)
Nimmt man statt des absoluten Energieverbrauchs die auf die jeweilige Bruchenergie bezogenen relativen Werte W/G<sub>F</sub>, ergibt sich der in Abbildung 5.1, rechts abgebildete Zusammenhang. Es zeigt sich, insbesondere im Bereich einer Rissöffnung von etwa 50 bis 200 µm, ein höherer relativer Energieverbrauch für die Zugversuche mit der langsameren Prüfgeschwindigkeit. Diese Phänomen ist auf die jeweils in den verschiedenen Bereichen der Entfestigungskurve ablaufenden Mechanismen zurückzuführen. Während im ersten, steileren Teil der Entfestigung (bis ca. 50 µm Rissöffnung) vorwiegend Mikrorissakkumulation stattfindet und die Haftwirkung zwischen den Zuschlagkörnern und der umgebenden Zementsteinmatrix für die übertragbare Spannung ausschlaggebend ist, wirkt im zweiten, flacheren Teil des abfallenden Astes (ab ca. 50 µm Rissöffnung) in der Spannungs-Verformungsbeziehung in erster Linie die Reibung zwischen den Zuschlagkörnern und der Matrix. Die dabei maßgebenden Mechanismen sind hauptsächlich die Rissuferüberbrückung und die Rissuferverzahnung (siehe auch [58, 206]).

Für den Energieverbrauch in Zugversuchen an hochfestem Beton sowie bei zyklisch beanspruchten Proben ergeben sich qualitativ die gleichen Zusammenhänge wie für die in Abbildung 5.1 dargestellten normalfesten, monoton beanspruchten Zugproben. Die absoluten Werte weisen für die hochfesten Betonproben jedoch aufgrund der verbesserten Verbundzonenfestigkeit eine deutlich geringere Differenz bezüglich der unterschiedlichen Dehnungsrate auf.

Die mit Hilfe der Schallemissionsanalyse ermittelten Impulssummenverläufe (Kapitel 4.1) erlauben aufgrund der starken Einflüsse aus dem SE-Messsystem, vor allem wegen des während des zweiten Messzeitraums nicht unterdrückten niederfrequenten Bereichs, keine Rückschlüsse auf einen unterschiedlichen Rissverlauf für verschiedene Prüfgeschwindigkeiten.

Dagegen konnten die im Anschluss an die bruchmechanischen Versuche durchgeführten fraktologischen Untersuchungen die oben genannten unterschiedlichen Rissverläufe als Ursache für die Differenz der mechanischen und bruchmechanischen Kenngrößen für verschiedene Prüfgeschwindigkeiten bei normalfesten Betonproben bestätigen (vergleiche Kapitel 4.2.4). Sowohl die Werte für die Rauheit  $R_s$  als auch für die fraktale Dimension  $D_{GS}$  lagen für die Versuche mit der langsameren Prüfgeschwindigkeit über den entsprechenden Werten aus den schnellen Versuchen. Da die Zuschlagkornfestigkeit in der Regel höher liegt als die Verbundzonenfestigkeit, kann aus dem vermehrten Zuschlagkornversagen bei einer höheren Dehnungsrate direkt auf höhere Werte für die gemessene Zugfestigkeit geschlossen werden. Da bei hochfesten Betonen die Differenz zwischen der Zuschlagfestigkeit und der Verbundzonenfestigkeit mit zunehmender Betongüte kleiner wird, kann dieser unterschiedliche Rissverlauf für Betone höhere Güte nicht mehr beobachtet werden. Folgerichtig sind auch die Werte für die Rauheit  $R_s$  und für die fraktale Dimension  $D_{GS}$  für beide Prüfgeschwindigkeit nahezu gleich groß (Kapitel 4.2.4).

Auf den unterschiedlich stark ausgeprägten Einfluss der Dehnungsrate auf die untersuchten Kenngrößen für verschieden nachbehandelte Betone wird im folgenden Abschnitt 5.2 eingegangen.

## 5.2 Einfluss der Nachbehandlungsmethode

Die höheren Zugfestigkeitswerte der versiegelt gelagerten Proben im Vergleich zu den Werten, die sich aus den Versuchen an den unversiegelten Proben ergaben, lassen sich in erster Linie durch einen höheren Hydratationsgrad im Fall der versiegelten Lagerung erklären. Da die unversiegelten Prismen bereits ab dem ersten Tag nach der Herstellung ohne Nachbehandlung der freien Austrocknung ausgesetzt wurden, stellte sich neben einem geringeren Hydratationsgrad außerdem ein Feuchtegradient von innen nach außen ein. Dieser Feuchtegradient kann als Ursache für Verbundrisse zwischen den Zuschlagkörnern und der Zementsteinmatrix angesehen werden, die vorwiegend als Folge des chemischen Schwindens bereits als Mikrorisse vor dem Anlegen einer äußeren Beanspruchung vorhanden waren.

Dieses Phänomen wird durch den so genannten "wall effect" noch verstärkt. Da die Zugprismen einzeln in Schalungen hergestellt wurden, findet sich in der Nähe der geschalten Seitenflächen ein höherer Zementsteingehalt als in der Probenmitte. Dies führt zu einer empfindlicheren und damit rissanfälligeren Betonqualität dieser Bereiche. Insbesondere sind aufgrund des höheren Zementsteingehalts eine größere Anzahl von Mikrorissen vorhanden. Die genannten Phänomene wirken sich nicht nur auf die Zugfestigkeitswerte  $f_t$  bzw.  $f_{tn}$ , sondern in geringerem Maße auch auf den Elastizitätsmodul  $E_0$  und die Bruchdehnung  $\varepsilon_{tu}$  bzw. die Verformung bei Erreichen der Maximallast  $\delta_{tu}$  aus, siehe Kapitel 3.5.1 und 3.5.2.

Auch der unterschiedlich starke Einfluss der Dehnungsrate auf die untersuchten Parameter – er ist bei den versiegelt gelagerten Proben deutlich ausgeprägter (siehe z. B. Abbildung 3.16 in Kapitel 3.5.1) – ist in erster Linie auf die unterschiedliche Nachbehandlungsmethode zurückzuführen. ROSSI und TOUTLEMONDE nennen als maßgebenden physikalischen Mechanismus den so genannten "Stéfan Effekt". Aufgrund des freien Wassers in den Mikroporen des hydratisierten Zementsteins bilden sich nichtlinear viskose Rückhaltekräfte an den Oberflächen innerhalb einer Betonprobe. Bei schnellen Prüfgeschwindigkeiten vergrößern sich diese Rückhaltekräfte proportional zur Geschwindigkeit, mit der die Poren aufgeweitet werden. Diese dynamische Wirkung kann an zwei planparallelen Platten, zwischen denen ein Wasserfilm vorhanden ist, nachgewiesen werden. Der Stéfan Effekt verzögert insbesondere bei höheren Dehnungsraten die Bildung von Mikrorissen und behindert nach der Lokalisierung den Rissfortschritt (nach [175]).

Bezüglich der bruchmechanischen Kenngrößen Bruchenergie  $G_F$  und charakteristische Länge  $l_{ch}$  sowie der kritischen Rissöffnung am Versuchsende  $w_{cr}$  ergaben sich in der Regel höhere Werte für die unversiegelt gelagerten Proben. Diese Beobachtung ist bei normalfesten Betonen vor allem auf eine stärkere Rissuferverzahnung zurückzuführen, so dass bei gleichen Rissweiten größere Kräfte über die Risse hinweg übertragen werden können. Die fraktologischen Untersuchungen an den normalfesten Betonproben bestätigen diese Mechanismen durch die höheren Werte für die Rauheit  $R_S$  und die fraktale Dimension  $D_{GS}$  bei unversiegelter Lagerung (Kapitel 4.2.4).

Für die hochfesten Proben ergaben sich für die unversiegelt gelagerten Proben fast die gleichen  $R_{s}$ - und  $D_{Gs}$ -Werte wie für die versiegelt gelagerten Zugproben. Die Ursache für das sprödere Bruchverhalten der unversiegelt gelagerten Proben aus hochfestem Beton im Vergleich zu den versiegelten, hochfesten Proben ist demnach vermutlich auf eine stärker ausgedehnte Bruchprozesszone bzw. eine höhere Anzahl von Rissverzweigungen zurückzuführen. Gestützt wird diese Hypothese durch die im Vergleich zu normalfestem Beton deutlich verbesserte Verbundzone, siehe auch [10]. Da im Rahmen der eigenen Untersuchungen keine direkte Analyse der Bruchprozesszone erfolgte, kann diese Frage nicht abschließend beantwortet werden (vergleiche auch Kapitel 2.4).

Eine detailliertere Analyse der während der Versuche umgewandelten Energie bietet die Betrachtung des Energieverbrauchs mit zunehmender Rissöffnung in Abbildung 5.2. Wie aus Abbildung 5.2, links zu erkennen ist, liegen die absoluten Werte für den Energieverbrauch in den Versuchen an versiegelt gelagerten Proben bis zu einer Rissöffnung von ca. 50  $\mu$ m über den entsprechenden Werten, die an unversiegelt gelagerten Proben ermittelt wurden. Erst bei größeren Rissweiten, d. h. im zweiten, flacheren Teil der Entfestigungsphase, liegen die Werte der unversiegelten Proben höher, was insbesondere an den Mechanismen Rissuferverzahnung und Rissuferüberbrückung liegt, siehe auch Abschnitt 5.1 bzw. [58, 206]. Die in Abbildung 5.2, rechts gezeigten bezogenen Werte für den Energieverbrauch W/G<sub>F</sub> belegen durch die Annäherung der beiden Kurvenverläufe nach ca. 50  $\mu$ m die obigen Ausführungen. Für hochfeste Betone sowie für monoton und niederzyklisch beanspruchte Proben ergeben sich qualitativ ähnliche Verläufe wie in Abbildung 5.2 gezeigt.



**Abb. 5.2:** Energieverbrauch mit zunehmender Rissöffnung für verschiedene Nachbehandlungsarten bei normalfesten, hochzyklisch ( $N = 10^5$ ) beanspruchten Zugproben, absolute Werte (links) bzw. bezogene Werte (rechts)

In den Biegezugversuchen ohne Eigengewichtkompensation wurden sowohl die feucht als auch die trocken gelagerten Proben zunächst sieben Tage unter Wasser nachbehandelt. Es kann somit auch bei den trockenen Proben von einem ausreichend hohen Hydratationsgrad und von einer geringeren Anzahl von Mikrorissen ausgegangen werden. Des Weiteren wurden die Biegebalken aus einer großen Betonplatte herausgeschnitten, so dass die obigen Anmerkungen zum "wall Effekt" hier nicht wirksam werden. Dem entgegen sind bei Prüfungen an feuchten Proben die einzelnen Partikel der Gelstruktur des Betons weiter voneinander entfernt, so dass hier geringere van der Waal'sche Kräfte wirken als bei trockenen Proben. Dies erklärt – im Gegensatz zu den Ergebnissen aus den einachsigen Zugversuchen mit den Nachbehandlungsarten versiegelt und unversiegelt – die höheren Werte der Nettobiegezugfestigkeit, der verschiedenen Verformungswerte sowie der Bruchenergie (Abschnitt 3.5.3) für die trockenen im Vergleich zu den feucht gelagerten Proben, wie sie z. B. auch von BONZEL und KADLECEK [25], HORDIJK [92] oder SLOWIK [187] ermittelt wurden.

Der Einfluss der Nachbehandlungsmethode auf die untersuchten Kenngrößen in den Biegezugversuchen ohne Eigengewichtkompensation ist zusätzlich mit Hilfe der Varianzanalyse statistisch ausgewertet worden [104]. Demnach ist der Einfluss der Lagerungsbedingungen auf die Bruchenergie G<sub>F</sub> sowie auf die Bruchverformungen  $\delta_m$  und CMOD<sub>m</sub> auf einem Signifikanzniveau von 95 %, bezüglich der Nettobiegezugfestigkeit f<sub>tn,fl</sub> auf einem Signifikanzniveau von 90 % statistisch als gesichert anzusehen.

## 5.3 Einfluss der Betongüte

Betrachtet man die analysierten Parameter, die sich aus den Versuchen an hochfestem Beton ergaben, liefern alle – abgesehen von der charakteristischen Länge  $l_{ch}$  als Kenngröße für die mit der Betonfestigkeit zunehmende Sprödigkeit, der Rauheit R<sub>S</sub> und der fraktalen Dimension D<sub>GS</sub> – deutlich höhere Werte, als sie an normalfesten Proben ermittelt werden konnten (Kapitel 3.5 und 4.2.4). Die Werte der ermittelten Nettozugfestigkeit f<sub>tn</sub> liegen für hochfeste Betonproben im Mittel um 48 %, für die Bruchenergie G<sub>F</sub> um 20 % höher als die entsprechenden an normalfesten Proben festgestellten Werte. Dies bestätigt die von MECHTCHERINE an geometrisch gleichen Proben ähnlicher Betonzusammensetzungen festgestellten Werte [124]. Der festgestellte Zuwachs ist unabhängig von der Nachbehandlungsmethode, fällt allerdings mit zunehmender Lastspielzahl für die f<sub>tn</sub>-Werte deutlich, für die G<sub>F</sub>-Werte etwas größer aus.

Die Analyse des Energieverbrauchs mit zunehmender Rissöffnung in Abbildung 5.3 zeigt, dass die Werte für die hochfesten Betonproben sowohl absolut als auch bezogen auf die Bruchenergie G<sub>F</sub> klar über den entsprechenden Werten liegen, die an den normalfesten Proben festgestellt wurden. Daraus lässt sich folgern, dass insbesondere im ersten, steileren Teil des abfallenden Astes im Spannungs-Verformungsdiagramm der Energieverbrauch in den Versu-

chen an den hochfesten Zugprismen aufgrund der höheren Zugfestigkeit größer ist. Die Bildung von Mikrorissen ist in höherfestem Beton vor allem aufgrund der verbesserten Verbundzone mit einem höheren Energieaufwand verbunden, so dass vermehrt Mikrorisse in der Zementsteinmatrix und nicht in der Kontaktzone auftreten. Der zweite, flachere Teil des abfallenden Astes der  $\sigma$ -w-Beziehung ist in erster Linie durch die Rissuferüberbrückung und die Rissuferverzahnung geprägt.



Abb. 5.3:Energieverbrauch mit zunehmender Rissöffnung für normal- und hochfeste, nie-<br/>derzyklisch beanspruchte Zugproben, absolute Werte (links) bzw. bezogene Werte<br/>(rechts)

Da die Festigkeits- und Steifigkeitsverhältnisse in höherfestem Beton deutlich homogener sind, sind die genannten Mechanismen weniger ausgeprägt. Es ist also eine schlechtere Kraftübertragung über die Risse hinweg möglich, wie die anschließenden fraktologischen Untersuchungen an den Bruchoberflächen klar belegen. Ungeachtet der Dehnungsrate und der Nachbehandlungsmethode ergeben sich stets niedrigere Werte für die Rauheit  $R_s$  und die fraktale Dimension  $D_{GS}$  bei den Zugproben aus hochfestem Beton (Kapitel 4.2.4).

Die Impulssummenverläufe aus der Schallemissionsanalyse, die für hochfeste Betonprismen bedeutend höher liegen als für Proben aus normalfestem Beton, bestätigen die obigen Ausführungen, siehe Kapitel 4.1.4.3.

Die Abnahme der Werte für die an hochfesten Betonproben ermittelte charakteristische Länge bezüglich der an normalfesten Proben festgestellten  $l_{ch}$ -Werte liegt bei ca. 42 % und ist von der Nachbehandlungsmethode und von der Lastspielzahl weitestgehend unabhängig. Dies belegt das deutlich sprödere Bruchverhalten von hochfestem Beton, wie es bereits von etlichen anderen Autoren beschrieben wurde [124, 156, 195].

Weiterhin ergab sich sowohl für die Bruchzähigkeit  $K_{Ic}$  als auch für die Energiefreisetzungsrate  $G_{Ic}$ , die aus den Biegezugversuchen mit Eigengewichtskompensation bestimmt wurden, im Mittel ein 20 %-iger Zuwachs der an den hochfesten im Vergleich zu den normalfesten Proben ermittelten Werte (Kapitel 3.5.4.). Dieser Zuwachs wurde allerdings mit zunehmender Lastzyklenanzahl erheblich kleiner. Dies könnte darauf hin deuten, dass hochfester Beton auf eine Ermüdungsbeanspruchung anfälliger reagiert als ein normalfester Beton, siehe auch Abschnitt 5.4. Allerdings zählen sowohl die Bruchzähigkeit als auch die Energiefreisetzungsrate zu den Parametern der linear elastischen Bruchmechanik. Wie in Kapitel 2.2.1 erwähnt, sind die Konzepte der LEFM nicht ohne Einschränkung auf Betonbauteile üblicher Abmessungen anzuwenden, so dass die hier gefundenen Abhängigkeiten nur eingeschränkt gültig sind. Ferner ergeben sich für hochfesten Beton größere Werte für die äquivalente elastische Risslänge, die direkt in die Berechnung der K<sub>Ic</sub>-Werte eingeht (vergleiche Kapitel 2.3.3).

#### 5.4 Einfluss der Lastzyklenanzahl

Wie in der vorliegenden Untersuchung erstmals festgestellt werden konnte, unterscheiden sich die Einhüllenden der Spannungs-Verformungskurven der Ermüdungsversuche mit zunehmender Lastspielzahl immer mehr von dem entsprechenden Kurvenverlauf bei monotoner Belastung. Abbildung 5.4 zeigt diesen Sachverhalt am Beispiel der einachsigen Zugversuche an gekerbten, versiegelt gelagerten Prismen aus normalfestem Beton.



Abb. 5.4: Einhüllende der Spannungs-Verformungsbeziehungen der monotonen und zyklischen einachsigen Zugversuche an versiegelten, normalfesten Prüfkörpern

Die ansteigenden Kurvenbereiche weisen bis ca. 80 % der Nettozugfestigkeit für alle Versuche in etwa den gleichen Verlauf auf. Im darüber liegenden Kurvenverlauf ist der nichtlineare Verformungsanteil bei monotoner bzw. niederzyklischer Beanspruchung etwas ausgeprägter. Die Kurve erreicht höhere Werte für die Nettozugfestigkeit f<sub>in</sub>, vergleiche Abbildung 3.19 in Kapitel 3.5.2. Diese Unterschiede sind hauptsächlich auf eine stärkere Materialzermürbung aufgrund der stetigen Be- und Entlastung im Fall der höherzyklisch beanspruchten Proben zurückzuführen. Wegen der niedrigeren ftn-Werte für die höherzyklischen Versuche verlaufen die zugehörigen Kurven im ersten, steilen Teil des abfallenden Astes unterhalb der entsprechenden Kurven für niederzyklische und monotone Beanspruchungen und weisen einen steileren Abfall auf (Abbildung 5.4). Des Weiteren zeigt sich, dass die Verläufe für die zyklischen Versuche ab einer Rissöffnung von ca. 150  $\mu$ m sehr dicht beieinander liegen. Der mittlere  $\sigma$ - $\delta$ -Verlauf bei monotoner Belastung liegt in diesem Rissstadium etwas höher und ist erst ab einer Rissöffnung von ca. 350 µm annähernd deckungsgleich zu den Einhüllenden der zyklischen Versuchen. Der aus einer zyklischen Beanspruchung resultierende Energieanteil ist also für die hier dargestellten normalfesten Betonproben in diesem Rissstadium eher geringer. Im Falle der hochfesten Betonproben weist der zweite, flache Teil der Entfestigungskurve für die monotonen und zyklischen Versuche ab einer Rissöffnung von ca. 200 µm in etwa den gleichen Verlauf auf.

Aus den beobachteten Tendenzen ergibt sich insgesamt mit zunehmender Lastzyklenanzahl eine deutliche Abnahme der Bruchenergiewerte  $G_F$  (Abbildung 3.21, links und 3.24, links). Bei einer hochzyklischen Beanspruchung liegen die  $G_F$ -Werte, gewonnen aus der Fläche unter der Umhüllenden, für normalfeste Betonproben bis zu 42 %, für Prüfkörper aus hochfestem Beton bis zu 37 % unter dem entsprechenden Wert für die monotone Beanspruchung. Insgesamt kann festgestellt werden, dass der zweite, flachere Teil der Entfestigungskurve im Vergleich zum ersten Teil bei der Ermittlung der Bruchenergie eine untergeordnete Rolle spielt.

Die zur Bestimmung der Bruchenergie  $G_F$  angewandte Berechnungsmethode soll anhand von Abbildung 5.5 verdeutlicht werden. Die Bruchenergie  $G_F$  entspricht dem Integral der Einhüllenden (gestrichelte Linie) und lässt somit die innerhalb der Hysteresen verrichtete Arbeit (A<sub>H1</sub> und A<sub>H2</sub>) sowie die Abweichungen des tatsächlichen Spannungs-Verformungsverlaufs von der Einhüllenden (schraffierte Bereiche A<sub>Z1</sub> und A<sub>Z2</sub>) unberücksichtigt. Diese Berechnungsweise geht also davon aus, dass die innerhalb der Hystereseschleifen verrichtete Arbeit hauptsächlich durch innere Reibung dissipiert wird sowie gegebenenfalls in der Prüfeinrichtung verloren geht. Der geringere für den Rissfortschritt benötigte Anteil wird näherungsweise durch die schraffierten Bereiche A<sub>Z1</sub> und A<sub>Z2</sub> berücksichtigt, d. h. A<sub>Z1</sub> « A<sub>H1</sub> und A<sub>Z2</sub> « A<sub>H2</sub>. Unter der Annahme, dass die Einhüllende aus einem zyklischen Versuch gerade mit dem Spannungs-Verformungsverlauf eines monotonen Versuches übereinstimmt, entspricht eine Ent- und Wiederbelastung im Vergleich zu einer monotonen Beanspruchung lediglich einer bezüglich des Rissstadiums vorgreifenden Werkstoffschädigung. Dieselbe Werkstoffschädigung tritt also bereits bei kleineren erreichten Rissbreiten auf und wird im Verlauf einer Beanspruchung nicht zusätzlich erhöht.



Abb. 5.5:Energiebetrachtung und Einhüllende, die sich aus der angewandten  $G_{F}$ -Berechnungsmethode ergibt, in einem niederzyklischen Zugversuch (Detail)

Aus der Annahme einer einzigen aus den monotonen Zugversuchen abgeleiteten Einhüllenden ergibt sich direkt, dass die Bruchenergie, die aus Zugversuchen an monoton und niederzyklisch beanspruchten Betonproben ermittelt wird, gleich groß sein muss, wie in Kapitel 3.5.2 bestätigt werden konnte. Mit zunehmender Zyklenanzahl ist jedoch eine Abnahme der Bruchenergie festzustellen (Abbildungen 3.21 und 3.24 in Kapitel 3.5.2). Eine mögliche Begründung für dieses Phänomen ist, dass ein geringfügig größerer Anteil der innerhalb der Hysteresen verrichteten Arbeit für den Rissfortschritt verwendet wird, als durch die Abschätzung (Flächen  $A_{Z1}$ und  $A_{Z2}$ ) angenommen wurde. Diese Abweichung bewirkt folglich die mit zunehmender Zyklenanzahl beobachtete Abnahme der Bruchenergiewerte.

Die Größe der in Abbildung 5.5 dargestellten Hystereseflächen wurde für etliche Versuche rechnerisch ermittelt. Die jeweils von den Hysteresen umschlossenen Flächen sind in Abbildung 5.6 für einen niederzyklischen, versiegelt gelagerten Zugversuch exemplarisch dargestellt. Es wird deutlich, dass im Bereich des ersten, steilen Teil der Entfestigungsphase die innerhalb der Hysteresen dissipierte Energie am größten ist (in Abbildung 5.6 durch die gestrichelte Linie dargestellt). Betrachtet man die Summe der von den einzelnen Hystereseflächen umschlossenen Energieanteile (punktierte Linie), ergibt sich ein Gesamtwert, der in etwa einem Drittel der nach der oben beschriebenen Methode ermittelten Bruchenergie  $G_F$  entspricht.

Wendet man diese Betrachtungsweise auf die hochzyklischen Versuche an, ergeben sich sogar Werte für die gesamte innerhalb der Hysteresen dissipierte Energie, die weit über dem entsprechenden Bruchenergiewert liegen. Für hochzyklische Versuche mit 1000 Lastspielen ergab sich z. B. ein in etwa zehnfacher Bruchenergiewert für die von den Hysteresen umschlossenen Flächen. Dies belegt, dass zur Bestimmung der Bruchenergie die einfache Auf-

summierung der Hystereseflächen nicht sinnvoll ist, da sich die innerhalb der Hysteresen dissipierte Energie wiederum in verschiedene Energieanteile aufteilen lässt, deren exakte Größe bislang noch nicht ermittelt werden konnte.

Im Falle der hochzyklischen Versuche wurde allerdings ein vereinfachtes Verfahren angewendet, indem lediglich jede n-te Hysterese exakt erfasst und die dazwischen liegenden Lastzyklenflächen durch die nächstliegenden "Stützstellen" abgeschätzt werden. Die für höherzyklische Versuche verwendeten Stützstellen sind in den entsprechenden Verläufen des niederzyklischen Versuchs in Abbildung 5.6 durch die jeweiligen Markierungen (Kreis, Raute, Rechteck) in den einzelnen Kurvenverläufen gekennzeichnet.



Abb. 5.6:Kraft-Verformungsbeziehung und Energieanteile innerhalb der Hystereseflächen<br/>eines niederzyklischen, versiegelten Zugversuches

Abbildung 5.7 zeigt für drei Ermüdungsversuche mit unterschiedlicher Lastspielzahl exemplarisch jeweils drei Hystereseschleifen in verschiedenen Rissstadien. Aus den bei höherzyklischen Versuchen jeweils deutlich kleineren Hystereseflächen wird ersichtlich, dass die Größe der innerhalb der Hysteresen dissipierten Energie nicht um den Faktor N<sub>i</sub> - N<sub>j</sub> (Differenz der in zwei verglichenen Versuchen durchlaufenen Lastspiele) größer wird, sondern deutlich darunter liegt. Die Ursache für die kleineren Hystereseflächen bei den höherzyklischen Versuchen liegt zumindest partiell an der Begrenzung des Verformungsinkrements, die sich aus der Art der Versuchsregelung ergibt (Kapitel 3.3.2) und zu annähernd gleichen Ent- und Belastungspfaden führt.



Abb. 5.7:Detailbetrachtung einzelner Hystereseschleifen eines niederzyklischen und zweier<br/>hochzyklischer Zugversuche zu drei verschiedenen Rissöffnungen

In Abbildung 5.8 ist der Energieverbrauch – ohne Berücksichtigung der von den Hysteresen umschlossenen Flächen – mit zunehmender Rissöffnung in Abhängigkeit von der Lastzyklenanzahl dargestellt. Die absoluten Werte (Abbildung 5.8, links) zeigen die aufgrund der angewandten Berechnungsmethode für die G<sub>F</sub>-Bestimmung erwartete Tendenz, nach der sich höhere Werte für monotone und niederzyklische Beanspruchungen ergeben. Die bezogenen Werte W/G<sub>F</sub> in Abbildung 5.8, rechts zeigen den niedrigeren relativen Energieverbrauch für monoton und niederzyklisch beanspruchte Proben bis zu einer Rissöffnung von ca. 200 µm (niederzyklisch) bzw. ca. 300 µm (monoton). Im weiteren Verlauf ändert sich dieses Verhalten. Die relativen Energieverläufe für die hochzyklischen Versuche nehmen schwächer zu als die entsprechenden monotonen und niederzyklischen Verläufe. Dies deutet auf eine stärkere Materialzermürbung in diesem Rissstadium bei den hochzyklischen Zugversuchen hin. Die gespeicherte Energie wird also verstärkt zur Reibung zwischen den Rissufern dissipiert. Diese Vermutung steht im Einklang mit den Ergebnissen der fraktologischen Untersuchungen, die eine eindeutige Zunahme der Werte für die Rauheit Rs und die fraktale Dimension DGS mit steigender Lastspielzahl erbrachten (Kapitel 4.2.4). Da in den untersuchten Bruchflächen die übrigen Randbedingungen wie Dehnungsrate, Nachbehandlungsmethode und Betongüte gleich waren, kann die Ursache für die höheren R<sub>S</sub>- bzw. D<sub>GS</sub>-Werte nur in den zahlreichen Ent- und Wiederbelastungen liegen. Wird ein einmal geöffneter Riss bei einer Entlastung wieder geschlossen, können sich aufgrund verlagerter Zuschlag- oder Zementsteinpartikel, die sich bei geöffnetem Riss aus der Rissoberfläche gelockert haben, im Bereich der Rissspitze lokale Zug- und Druckspannungen aufbauen. Dies hat zur Folge, dass es einerseits zu einem zusätzlichen Rissfortschritt kommen kann, wie sich leicht mit den mit höherer Lastspielzahl abnehmenden Zugfestigkeitswerten belegen lässt, die für die Zugprismen aus hochfestem Beton um ca. 20 %, für normalfeste Proben um ca. 35 % kleiner sind. Andererseits ergibt sich eine zusätzliche Reibungsbeanspruchung der Rissufer, die in einer höheren Rauheit mündet. Dieser Schädigungsbeitrag wird im folgenden Abschnitt 5.5 bei der Diskussion des Einflusses einer Druckunterspannung nochmals aufgegriffen.



Abb. 5.8:Energieverbrauch mit zunehmender Rissöffnung bei normalfesten, versiegelten<br/>Zugproben in Abhängigkeit von der Lastzyklenanzahl, absolute Werte (links) bzw.<br/>bezogene Werte (rechts)

Belegen lässt sich die schädigende Wirkung einer zyklischen Belastung auch mit den während der Beanspruchung emittierten akustischen Energieanteilen (vergleiche Kapitel 4.1.4). Insbesondere die Betrachtung der Impulssummenverläufe, die für die Versuche an den hochzyklisch beanspruchten Betonproben klar über den entsprechenden Kurven für die monoton oder niederzyklisch beanspruchten Proben liegen, aber auch die in Kapitel 4.1.4 vorgenommene Einteilung in einzelne Verformungsanteile innerhalb einer Hysterese verdeutlichen den innerhalb der Hystereseschleifen akkumulierten Schädigungsbeitrag.

Die in Abbildung 5.4 gezeigte Tendenz für die Spannungs-Verformungsbeziehungen sowie der in Abbildung 5.8 dargestellte Energieverbrauch ist qualitativ auch für unversiegelte Proben, für Versuche, die mit einer langsameren Dehnungsgeschwindigkeit durchgeführt wurden, sowie für hochfeste Betone gültig. Das Ermüdungsverhalten von hochfestem Beton unterscheidet sich demnach nicht signifikant von dem normalfester Betone. Neben den genannten mechanischen und bruchmechanischen Kennwerten ändert sich auch die in den Hystereseschleifen festzustellende Steifigkeit bzw. Nachgiebigkeit mit zunehmender Lastspielzahl, wie aus Abbildung 5.9 deutlich wird. Die Nachgiebigkeit wird hier wie bei der Bestimmung der Parameter des Two Parameter Model von JENQ und SHAH [98] ermittelt (siehe insbesondere Abbildung 2.4 in Kapitel 2.3.3). Unabhängig von der Dehnungsrate und der Nachbehandlungsmethode ergeben sich für höherzyklische Zugversuche bei einer gegebenen Rissöffnung jeweils größere Werte für die Nachgiebigkeit als für die Ermüdungsversuche mit einer niedrigeren Lastzyklenanzahl. Diese Beobachtung konnte auch an hochfestem Beton festgestellt werden (Abbildung 5.9, rechts), wobei die Verläufe an hochfestem Beton im Bereich des ersten, steileren Teils der Entfestigungsphase generell niedriger sind als die entsprechenden Verläufe, die an den normalfesten Betonn ermittelt wurden. Die geringere Nachgiebigkeit in diesem Rissstadium beim hochfesten Beton liegt in erster Linie an der deutlich verbesserten Kontaktzone und dem damit verbundenen schmaleren Rissband im Vergleich zu normalfestem Beton.



Abb. 5.9:Verlauf der Nachgiebigkeit mit zunehmender Rissöffnung bei normalfesten, ver-<br/>siegelten Zugproben (links) und hochfesten, unversiegelten Zugproben (rechts) in<br/>Abhängigkeit von der Lastzyklenanzahl

Die beobachtete Abnahme der Steifigkeit bzw. Nachgiebigkeit mit zunehmender Lastspielzahl ist insbesondere bei mehrteiligen Betonbauwerken von Bedeutung, wenn nachgeordnete verformungsempfindliche Bauteile zu berücksichtigen sind oder das Trag- und Verformungsverhalten auf anschließende tragende Konstruktionselemente abzustimmen ist.

Ein Vergleich mit den Kraft-Rissöffnungsverläufen aus den Biegezugversuchen ohne Eigengewichtskompensation an trocken gelagerten Biegebalken bestätigt im Wesentlichen die obigen Ausführungen (siehe Abbildung 5.10). Auch hier bleiben aufgrund der niedrigeren Nettobiegezugfestigkeitswerte bei höherzyklischer Beanspruchung (vergleiche Abbildung 3.37 in Kapitel 3.5.3) die entsprechenden Kurven im ersten, steilen Teil des abfallenden Astes unterhalb der Kurvenbereiche für die niederzyklische bzw. monotone Belastung. Allerdings erhält hier der mit zunehmender Lastspielzahl höhere Energieverbrauch im zweiten, flachen Teil des Entfestigungsverhaltens eine größere Bedeutung, weil der Eigengewichtsanteil durch das in Abschnitt 3.5.3.1 beschriebene Verfahren berechnet werden musste. Aufgrund der in den Biegezugversuchen beobachteten Zunahme der kritischen Rissöffnung CMOD<sub>0</sub> mit zunehmender Lastzyklenanzahl (Kapitel 3.5.3, Abbildung 3.38) ergibt sich eine Zunahme des Energieverbrauchs in diesem Rissstadium, der die Abweichung im ersten, steileren Teil des Entfestigungsverhaltens gerade ausgleicht. Folglich konnte der Abfall der Bruchenergie mit zunehmender Lastzyklenanzahl in den Biegezugversuchen ohne Eigengewichtkompensation nicht festgestellt werden (Abbildung 3.39).



Abb. 5.10:Einhüllende der Kraft-Rissöffnungsbeziehungen der monotonen und zyklischenBiegezugversuche (ohne Eigengewichtskompensation) an trockenen Prüfkörpern

Åhnlich wie bei der Untersuchung zum Einfluss der Nachbehandlungsmethode in Abschnitt 5.2 wurde auch zum Einfluss der Lastzyklenanzahl eine statistische Auswertung mit Hilfe der Varianzanalyse nach [104] vorgenommen. Sie ergab, dass der Einfluss der Lastzyklenanzahl auf die Nettobiegezugfestigkeit  $f_{tn,fl}$ , auf die kritische Rissöffnung CMOD<sub>0</sub> sowie auf die Bruchverformungen  $\delta_m$  und CMOD<sub>m</sub> auf einem Signifikanzniveau von 95 % statistisch als gesichert anzusehen sind. Da die hochzyklischen Versuche im Vergleich zu den monotonen und niederzyklischen Versuchen eine deutlich längere Versuchsdauer aufwiesen, wurde durch parallel durchgeführte Kurzzeitkriechuntersuchungen geprüft, ob die längere Versuchsdauer signifikante Verformungsanteile infolge Kriechen hervorruft. Die gemessenen Kriechverformungen lagen allerdings deutlich unter den aus der Ermüdungsbeanspruchung resultierenden Verformungen. Weitere Hinweise können dem entsprechenden Forschungsbericht von MÜLLER et al. [131] entnommen werden.

Die im Rahmen der durchgeführten Biegezugversuche mit Eigengewichtskompensation (Kapitel 3.5.4) bestätigen ebenfalls die obigen Ausführungen zum Einfluss der Lastzyklenanzahl auf die untersuchten Parameter. Eine Detailuntersuchung, die hier besonders hervorzuheben ist, betrifft die Entwicklung der nach der Compliance-Methode (Kapitel 2.3.3) berechneten Bruchzähigkeiten mit zunehmender Rissöffnung. Abbildung 5.11 verdeutlicht, dass die K<sub>Ic</sub>-Werte mit zunehmendem Rissfortschritt abnehmen. Dies lässt sich leicht mit der materialspezifischen Bruchprozesszone begründen, die sich bei größeren Rissöffnungen nicht mehr vollständig ausbilden kann und somit zu einem geringeren Risswiderstand führt. BRAMESHUBER fand dem entgegen in [26] eine leichte Zunahme der K<sub>Ic</sub>-Werte, wobei er die Bruchzähigkeit allerdings an 400 mm hohen Betonbalken ermittelte. Des Weiteren trug er auf der Abszisse die berechnete Risstiefe ac auf, während für Abbildung 5.11 die gemessene Rissöffnung w gewählt wurde. Die gefundene Abnahme der KIc-Werte mit fortschreitendem Risswachstum ließ sich auch für die normalfesten Betonbiegebalken klar feststellen. Die Streuung der Einzelwerte war allerdings beträchtlich, so dass aus dem in Abbildung 5.11 gezeigten Verlauf der Bruchzähigkeit mit zunehmender Rissöffnung keine Rückschlüsse bezüglich eines etwaigen Einflusses der Lastspielzahl gezogen werden sollten.



Abb. 5.11:Einhüllende der Kraft-Rissöffnungsbeziehungen der monotonen und zyklischenBiegezugversuche an trocken gelagerten Prüfkörpern

Zusammenfassend lässt sich aufgrund der in den eigenen experimentellen Untersuchungen gewonnenen Ergebnissen zum Einfluss der Lastzyklenanzahl zweifelsfrei feststellen, dass die bislang verbreitete Annahme einer einzigen Hüllkurve, die dem Spannungs-Verformungsverlauf unter monotoner Beanspruchung entspricht, nicht aufrecht erhalten werden kann. Nach detaillierter Analyse der hier gewonnenen Ermüdungsdaten behält diese entscheidende Feststellung auch bei Verwendung eines Auswerteverfahrens zur Berücksichtigung der von den Hysteresen eingeschlossenen Energieanteile ihre Gültigkeit.

#### 5.5 Einfluss der Unterspannung in zyklischen Versuchen

Der bereits im vorangegangenen Abschnitt 5.4 angesprochene Einfluss einer Ent- und Wiederbelastung auf die Schädigung des Betongefüges wird durch eine Unterspannung im Druckbereich deutlich verstärkt. Wie in Kapitel 3.5.2.3 klar gezeigt werden konnte, wirkt sich eine Zug-Druck-Wechselbeanspruchung im Vergleich zu einer reinen Zugschwellbeanspruchung nicht auf die Nettozugfestigkeitswerte f<sub>tn</sub> sowie auf die Verformungswerte bei Erreichen der Maximallast  $\delta_{tu}$  aus. Der zusätzliche Schädigungsbeitrag aufgrund der Druckunterspannung wird erst nach dem Durchlaufen mehrerer Hystereseschleifen bemerkbar. Er ist folglich bei den am Versuchsende feststellbaren Kenngrößen kritische Rissöffnung w<sub>cr</sub>, Bruchenergie G<sub>F</sub> und charakteristische Länge l<sub>ch</sub> deutlich. Der zusätzliche Schädigungsbeitrag einer Zug-Druck-Wechselbeanspruchung wurde auch von CORNELISSEN [47] in kraftgeregelten Wöhlerversuchen beobachtet, vergleiche Kapitel 2.6.2.5.



**Abb. 5.12:** Energieverbrauch mit zunehmender Rissöffnung von normalfesten, unversiegelten Zugproben bei hochzyklischer Beanspruchung ( $N = 10^5$ ) in Abhängigkeit von der Unterspannung, absolute Werte (links) bzw. bezogene Werte (rechts)

Verantwortlich für das beobachtete Phänomen sind in erster Linie die bereits in Abschnitt 5.4 angesprochenen Mechanismen. Durch die Druckbeanspruchung am unteren Umkehrpunkt der Hystereseschleifen wirken sich die lokalen Zug- und Druckspannungen an der Rissspitze, die aufgrund der aus der Matrix gelockerten Zuschlag- und Zementsteinpartikel entstehen, erheblich stärker aus, so dass es zu einem zusätzlichen Rissfortschritt jeweils an den unteren Umkehrpunkten der Hysteresen kommt. Die in Kapitel 4.1.4.4 festgestellten Impulse im Bereich der unteren Umkehrpunkte bei der Analyse des Rissfortschritts mittels Schallemissionsanalyse wären für den Fall einer Zug-Druck-Wechselbeanspruchung deutlich ausgeprägter.

Bei der Betrachtung des Energieverbrauchs mit zunehmender Rissöffnung fällt auf, dass bei den bezogenen Verläufen (in Abbildung 5.12, rechts) der Verlauf für wechselbeanspruchte Proben oberhalb der Kurve für die reine Zugbeanspruchung liegt. Dies belegt die obigen Ausführungen bezüglich der innerhalb der Hystereseschleifen dissipierten Energie, die sich mit der angewandten Berechnungsmethode zur Ermittlung der Bruchenergie G<sub>F</sub> nicht erfassen lässt und zu niedrigeren Absolutwerten im Falle einer Wechselbeanspruchung führt (Abbildung 5.12, links). Der Verlauf der dissipierten Energie ist qualitativ auch für niederzyklische und hochzyklische Versuche mit N = 1000 gleich.

## 5.6 Vergleich zwischen kraft- und verformungsgeregelten Ermüdungsversuchen

Wie in Kapitel 2.5 bereits angesprochen, wurden die meisten in der Literatur dokumentierten Ermüdungsversuche in Form von kraftgeregelten Wöhlerversuchen durchgeführt. Um den Übergang von den klassischen Wöhlerversuchen zu den verformungsgeregelten Zugermüdungsversuchen ohne einen zusätzlichen Rechengang – beispielsweise zur Anpassung der an Betonproben anderer Betongüte erhaltenen Ergebnisse – zu bewerkstelligen, wurden Wöhlerversuche auch in die eigenen experimentellen Untersuchungen integriert. Im Folgenden werden die Wöhlerversuche in ihren Charakteristiken im Vergleich zu den verformungsgeregelten Ermüdungsversuchen analysiert.

Abbildung 5.13 zeigt den Spannungs-Verformungsverlauf für monotone und für hochzyklische, verformungsgeregelte Ermüdungsversuche, die an normalfesten und hochfesten, versiegelt gelagerten Betonproben ermittelt wurden. Im Fall der hochzyklischen Versuche ist wie in Kapitel 3 nur die Einhüllende ohne Hystereseschleifen dargestellt. Zusätzlich ist die Bruchrissöffnung, d. h. die Verformung im letzten Lastzyklus aus den Wöhlerversuchen für unterschiedliche Belastungsgrade S = 0.7; 0.8 und 0.9 markiert. Wie aus der Abbildung hervorgeht, liegen die Bruchrissöffnungen aus den Wöhlerversuchen unabhängig von der Prüffrequenz und der Betongüte sehr dicht an der entsprechenden Verformung, die sich in den verformungsgeregelten monotonen Versuchen ergab. Dies legt die Vermutung nahe, dass sich möglicherweise doch ein Versagenskriterium auf der Grundlage der Verformung bilden ließe. Wie die Detailbetrachtungen für normalfeste Betonproben in Abbildung 5.14 und für hochfeste Prüfkörper in Abbildung 5.15 zeigen, stellt ein Verformungskriterium allerdings eine sehr grobe Näherung dar.



Abb. 5.13: Vergleich der monotonen Spannungs-Verformungsbeziehung, der Umhüllenden bei einem hochzyklischen Versuch und der Bruchrissöffnungen der Wöhlerversuche an versiegelten, normalfesten Prüfkörpern (links) und hochfesten Prüfkörpern (rechts)

Abbildung 5.14, rechts zeigt den mittleren Verformungsverlauf für Wöhlerversuche mit einem Belastungsgrad von S = 0,8 über der bezogenen Lastspielzahl (vergleiche auch Abbildung 3.30 in Kapitel 3.5.2). Im linken Teil der Abbildung ist der Spannungs-Verformungsverlauf für einen monotonen und einen hochzyklischen Versuch dergestalt abgebildet, dass die Verformungsachse mit der Verformungsachse aus dem Wöhlerversuch übereinstimmt. Die charakteristischen Punkte des Verformungsverlaufs aus dem Wöhlerversuch zur Kennzeichnung der jeweiligen Abschnitte der so genannten zyklischen Kriechkurve – A, B und C – sind in die jeweiligen verformungsgeregelten Kurvenverläufe übertragen. Die punktierte Linie markiert die entsprechende Belastungshöhe des Wöhlerversuchs im  $\sigma$ - $\delta$ -Diagramm. Aus den übertragenen Punkten lässt sich keine Übereinstimmung der beiden Versuchsarten feststellen.

Wie bereits bei der Analyse von Abbildung 5.13 festgestellt werden konnte, liegen die Bruchrissöffnungen, gekennzeichnet durch die Punkte C, in der Nähe des abfallenden Astes der monotonen  $\sigma$ - $\delta$ -Beziehung. Für die Punkte A und B lässt sich keine sichere Zuordnung vornehmen. Die Punkte C, die sich erst durch einen überproportionalen Verformungszuwachs in den letzten Lastspielen vor dem Versagen der Probe ergeben, sind nach den Erfahrungen nicht zuletzt in den eigenen Untersuchungen deutlich größeren Streuungen unterworfen als die charakteristischen Punkte A und B, so dass eine zielsichere Zuordnung hier nochmals erschwert wird. Ein weiterer Punkt ist der in den experimentellen Untersuchungen nicht zu vermeidende Einfluss der Messlänge, der sich insbesondere in den verformungsgeregelten Zugversuchen vor der Risslokalisierung bemerkbar macht (siehe auch [92]).



Abb. 5.14: Vergleich der monotonen Spannungs-Verformungsbeziehung, der Umhüllenden bei einem hochzyklischen Versuch und des mittleren Rissverlaufes der Wöhlerversuche an versiegelten, normalfesten Zugproben

Vergleicht man die Verformung aus dem Wöhlerversuch mit einem verformungsgeregelten, hochzyklischen Ermüdungsversuch, fällt zunächst auf, dass das Belastungsniveau von S = 0.8 bei Vorgabe eines konstanten Verformungsinkrementes zu keinem Zeitpunkt des verformungsgeregelten Versuches erreicht wird (siehe hierzu die Diskussion in Abschnitt 5.4).



Abb. 5.15: Vergleich der monotonen Spannungs-Verformungsbeziehung, der Umhüllenden bei einem hochzyklischen Versuch und des mittleren Rissverlaufes der Wöhlerversuche an versiegelten, hochfesten Zugproben

Auch ist die bei Punkt B erreichte Lastzyklenanzahl in beiden Versuchsarten stark unterschiedlich – 210 im Mittel beim Wöhlerversuch gegenüber fast 5000 Lastspielen in den verformungsgeregelten Ermüdungsversuchen mit insgesamt  $10^5$  Lastspielen. Ein Vergleich über die in den beiden Versuchsarten gemessene Verformung bzw. Rissöffnung scheint also ausgeschlossen.

Dem entgegen stellen SUBRAMANIAM et al. in [192] auf der Basis des Two Parameter Models [98] eine Beziehung zwischen Wöhlerversuchen und monotonen bzw. niederzyklischen, verformungsgeregelten Zugversuchen auf genau diesem Verformungskriterium auf. Nach [192] liegen die in den Abbildungen 5.14 und 5.15 markierten Punkte A, B und C genau auf der monotonen Spannungs-Verformungskurve im ansteigenden Ast (A), bei der Maximallast (B) bzw. in der Entfestigungsphase (C). SUBRAMANIAM et al. verwenden als Laufparameter nicht wie in den Abbildungen 5.14 und 5.15 die Verformung  $\delta$ , sondern die nach [98] bzw. [159] berechnete effektive äquivalente elastische Risslänge (siehe auch Kapitel 2.3). Die entwickelte Beziehung basiert allerdings auf der Annahme eines konstanten Bruchzähigkeitswertes K<sub>Ic</sub> für alle Beanspruchungsarten sowie für verschiedene Risstiefen. Wie mit den Abbildungen 3.44 (Kapitel 3.5.4) und 5.11 (Abschnitt 5.4) deutlich gezeigt werden konnte, ist eine Bruchbedingung auf der Basis der Bruchzähigkeit jedoch nicht gegeben (siehe auch [124, 159]).

Die für die normalfesten Zugproben gemachten Ausführungen gelten ohne Einschränkung auch für die in den Versuchen an hochfesten Betonproben festzustellenden Merkmale (Abbildung 5.15).



Abb. 5.16:Vergleich der dissipierten Energie bei verformungsgeregelten Versuchen und<br/>Wöhlerversuchen an normalfesten Prüfkörpern (links) und hochfesten Prüfkörpern<br/>(rechts), jeweils versiegelt gelagert

Nachdem ein Versagenskriterium auf der Basis der Verformung keine verlässlichen Aussagen liefert, schien ein Energiekriterium mit einem konstanten Wert für die dissipierte Energie eine weitere Möglichkeit zu bieten. Wie aus Abbildung 5.16 allerdings schnell deutlich wird, besteht zwischen der in den Wöhlerversuchen umgewandelten Energie und der in den verformungsgeregelten Zugversuchen dissipierten Energie keinerlei Zusammenhang. Wie bereits in Abbildung 3.32 in Kapitel 3.5.2 gezeigt, nimmt die in den letzten Lastspielen vor dem Bruchversagen dissipierte Energie im Falle der Wöhlerversuche überproportional zu, während in verformungsgeregelten Zugversuchen in diesem Versuchsstadium die gesamte Bruchenergie G<sub>F</sub> bereits fast erreicht ist. Die absoluten Werte, die in den Wöhlerversuchen erreicht werden, liegen in der Größenordnung von ca. 10 % der entsprechenden G<sub>F</sub>-Werte. Dies verdeutlicht wiederum, dass die Betrachtung eines einzelnen mechanischen oder bruchmechanischen Kennwerts keinen direkten Vergleich der beiden Versuchsarten ermöglicht.

Auch die in den beiden Versuchsarten – verformungs- und kraftgeregelte Zugversuche – zu beobachtenden Steifigkeits- bzw. Nachgiebigkeitsverläufe brachten keine neuen Erkenntnisse (Abbildung 5.17). Wie insbesondere bei der Detailbetrachtung in Abbildung 5.17, rechts festzustellen ist, gibt es bezüglich der Nachgiebigkeit in beiden Versuchsarten keine signifikanten Unterschiede. Dennoch eignet sich die Nachgiebigkeit als Kenngröße in einem Versagenskriterium nicht, da insbesondere die in den Wöhlerversuchen zu messenden Unterschiede sehr klein und auf einen beschränkten Rissöffnungsbereich begrenzt sind.



Abb. 5.17: Vergleich der Nachgiebigkeit in verformungs- und kraftgeregelten Zugversuchen mit zunehmender Rissöffnung bei normalfesten, versiegelten Zugproben (links), Detailbetrachtung (rechts)

Ähnlich wie in Abbildung 5.13 bei den einachsigen Zugversuchen wurde in Abbildung 5.18 ein Vergleich der Gesamtverformung zum Zeitpunkt des Versagens im Wöhlerversuch zu den Ergebnissen der monotonen Biegezugversuche (ohne Eigengewichtskompensation) durchgeführt. In Abbildung 5.18, links sind die mittlere Kraft-Rissöffnungskurve aus den monotonen Versuchen an den trocken gelagerten Proben und die Wertepaare F<sub>max</sub> und CMOD<sub>max</sub> bei Beendigung der Wöhlerversuche in einem Diagramm eingetragen.

Dabei ist deutlich zu erkennen, dass alle Versuche, die durch Erreichen der vorgegebenen maximalen Zyklenanzahl (in den Biegezugversuchen  $N = 10^6$ ) beendet wurden, eine Endrissöffnung aufweisen, die maximal so groß wie die im Mittel in den statischen Versuchen erreichte Rissöffnung CMOD<sub>m</sub> bei der Maximallast F<sub>m</sub> ist.

Die beiden Wöhlerversuche mit einem Belastungsgrad von S = 0.8 bzw. S = 0.9, deren Versuchsende durch Bruch nach einer Zyklenanzahl kleiner als  $10^6$  erreicht wurde, weisen hingegen Endrissöffnungen größer als CMOD<sub>m</sub> auf. Die entsprechenden Wertepaare (F<sub>max</sub>; CMOD<sub>max</sub>) liegen sehr nahe dem abfallenden Ast der F-CMOD-Beziehung aus den statischen Biegezugversuche. Dieses Ergebnis stimmt mit den Beobachtungen an den einachsigen Zugversuchen sowie anderer Autoren überein, siehe beispielsweise [92].



Abb. 5.18:Gegenüberstellung der End- bzw. Bruchrissöffnungen in den Wöhlerversuchen und<br/>der mittleren Kraft-Rissöffnungskurve aus den monotonen Biegezugversuchen an<br/>trocken gelagerten Prüfkörpern (links) und Vergleich der monotonen Kraft-<br/>Durchbiegungskurve und der End- bzw. Bruchdurchbiegungen der Wöhlerversu-<br/>che an feucht gelagerten Biegebalken (rechts)

Die Überlagerung der in den Wöhlerversuchen gemessenen Enddurchbiegungen und der mittleren monotonen Kraft-Durchbiegungskurve für die feucht gelagerten Prüfkörper ist in Abbildung 5.18, rechts dargestellt. Für die Wöhlerversuche, in denen die Biegebalken nach  $10^{6}$  Zyklen noch nicht gebrochen waren, gilt dasselbe wie für die Wöhlerversuche an den trocken gelagerten Prüfkörpern. Die maximale Enddurchbiegung ist kleiner als die im Mittel bei den statischen Versuchen erreichte Durchbiegung  $\delta_m$  beim Erreichen der Maximallast F<sub>m</sub>. Die Enddurchbiegungen in den Versuchen bei den nach weniger als  $10^{6}$  Zyklen gebrochenen Proben liegen dagegen teilweise sogar außerhalb der statischen Kraft-Durchbiegungskurve. Dies lässt sich mit der überproportional großen Verformungszunahme in den letzten Zyklen kurz vor dem Bruch erklären und wird durch andere Untersuchungen bestätigt [47, 92, 136, 212].

Für den Vergleich der Rissverläufe, des Energieverbrauchs sowie der Steifigkeitsverläufe aus den Biegezugversuchen gelten prinzipiell die obigen Ausführungen wie beim Vergleich der einachsigen Zugversuche.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass zur Untersuchung des Materialverhaltens von Beton bei einer Ermüdungsbeanspruchung verformungsgeregelte, einachsige Zugversuche am besten geeignet scheinen. Zum einen liefern sie die gesamte Spannungs-Verformungsbeziehung einschließlich der Entfestigungsphase mit allen daraus ableitbaren Kenngrößen wie Bruchenergie, charakteristische Länge etc. Zum anderen weisen sie, was bislang noch nicht explizit angesprochen wurde, aufgrund der Verformungsvorgabe im Vergleich zu den klassischen Wöhlerversuchen eine deutlich kleinere Streuung der jeweils untersuchten Kennwerte auf.

Sollen allerdings reale Betonkonstruktionen unter einer mechanischen Ermüdungsbeanspruchung innerhalb eines eng gesteckten Zeitrahmens untersucht werden, so sind auch klassische Wöhlerversuche zweckmäßig, um mit Hilfe einer geeigneten Schadensakkumulationsregel (Kapitel 2.5.3) die Lebensdauer unter Betriebslast abzuschätzen. Das Zugtragverhalten von Beton unter Ermüdungsbeanspruchung kann jedoch bei einer solchen Versuchsregelung aus den genannten fehlenden Zusammenhängen zwischen beiden Versuchsarten – verformungs- und kraftgeregelt – nicht beschrieben werden.

## 6 Rheologisch-statistisches Materialmodell zur Beschreibung des Last-Verformungsverhaltens bei Ermüdungsbeanspruchung

## 6.1 Einleitung und Vorgehensweise

Die bislang zur Beschreibung des Ermüdungsverhaltens von Beton entwickelten Materialgesetze liefern lediglich für den niederzyklischen Bereich eine gute stoffgesetzliche Beschreibung (siehe Abschnitt 2.8.9). Bei der Anwendung im hochzyklischen Bereich, der für baupraktische Anwendungen häufig der relevantere ist, ist mit keinem der vorhandenen Gesetze eine adäquate Materialbeschreibung zu erreichen. Die Entwicklung eines neuen Stoffgesetzes zur Erfassung dieses hochzyklischen Bereiches ist insofern unumgänglich.

Zur Charakterisierung des Materialverhaltens von Beton sind einfach aufgebaute, physikalisch eindeutige Werkstoffmodelle und Stoffgesetze unentbehrlich. Im vorliegenden Fall wird zur Beschreibung des Ermüdungsverhaltens von Beton von der Verwendung so genannter rheologischer Elemente Gebrauch gemacht, da sie in einfacher Weise physikalische Vorgänge widerspiegeln und durch eine nahezu unbegrenzte Kombinationsmöglichkeit prinzipiell in der Lage sind, jede denkbare Beanspruchung darzustellen.

Im Folgenden wird die systematische Entwicklung eines auf den Ergebnissen der experimentellen und phänomenologischen Untersuchungen aufbauenden Modells beschrieben. Auf der Grundlage dieses neuen Werkstoffmodells erfolgt die mathematische Formulierung eines Stoffgesetzes zur Beschreibung des Verformungs- und Bruchverhaltens von Beton unter monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung.

Das neue Werkstoffmodell ist unter Einbeziehung von statistischen Methoden teilweise an das rheologische Modell von DUDA [58] angelehnt. Die Einarbeitung neuer, im Rahmen der vorliegenden Arbeit gewonnener Erkenntnisse, insbesondere zum Einfluss der Lastspielzahl, der Rissöffnungsgeschwindigkeit, der Betonzusammensetzung und der Nachbehandlung in das Materialmodell, wird durch die Einführung zusätzlicher rheologischer Elemente, die Entwicklung neuer Elementkombinationen sowie die Zuweisung entsprechend geeigneter Versagensfunktionen an die Elemente und die Elementgruppen erreicht.

Die Kalibrierung sowie die Verifikation des neuen Stoffgesetzes wird im nachfolgenden Kapitel 7 mittels einer umfassenden numerischen Simulation der experimentellen Untersuchungen sowie einer Parameterstudie unter Verwendung des neuen Stoffgesetzes beschrieben. Anhand der Ergebnisse der numerischen Parameterstudien werden abschließend durch Approximation der gewonnenen Abhängigkeiten praxisgerechte analytische Beziehungen für das Ermüdungsverhalten von Beton unter Zugbeanspruchung hergeleitet.

## 6.2 Verwendung rheologischer Elemente zur Beschreibung des Materialverhaltens

Die klassische Rheologie als Teildisziplin der Physik dient zur Beschreibung des Verformungsverhaltens von Stoffen, insbesondere des inelastischen Anteils. Idealisierte mechanische Grundelemente mit zugewiesenen Eigenschaften bilden bei Kombination mit anderen Grundelementen so genannte Grundmodelle, die nachfolgend beschrieben sind. Weitere Kombinationsmöglichkeiten erlauben schließlich die Beschreibung nahezu jedes denkbaren Verformungs- und Bruchverhaltens von unterschiedlichsten Materialien.

Die drei rheologischen Grundelemente sind in Abbildung 6.1 dargestellt. Dabei beschreibt das Hooke'sche Federelement die lineare Elastizität mit dem Hooke'schen Gesetz

$$\sigma(t) = E \cdot \varepsilon(t) \quad . \tag{6.1}$$

Die Reibung bzw. das ideal plastische Materialverhalten wird durch einen St. Venant'schen Körper, also durch ein Reibungselement dargestellt. Das mittels eines Reibungselements beschriebene Stoffgesetz lautet

$$\varepsilon = 0; \dot{\varepsilon} = 0 \quad \forall \sigma < \sigma_{\rm Y}$$
, (6.2a)

$$\varepsilon$$
 nicht definiert,  $\dot{\varepsilon} \neq 0 \quad \forall \sigma = \sigma_{\rm Y}$ , (6.2b)

wobei  $\sigma_Y$  für die Fließgrenze des dadurch beschriebenen Materials steht. Das Kürzel  $\dot{\epsilon}$  stellt die allgemein gebräuchliche Schreibweise zur Differentiation der Dehnung  $\epsilon$  nach der Zeit t dar ( $\dot{\epsilon} = d\epsilon/dt$ ).

Zur Beschreibung des viskosen Stoffverhaltens dient das Newton'sche Dämpfungselement. Das hierdurch dargestellte Stoffgesetz in der Form

$$\sigma(t) = \eta \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} = \eta \cdot \dot{\varepsilon}(t)$$
(6.3)

gibt den proportionalen Zusammenhang zwischen der Spannung  $\sigma(t)$  und der Dehnungsrate  $\dot{\epsilon}(t)$  mit der Proportionalitätskonstanten  $\eta$  an, die als Viskosität bezeichnet wird.





Rheologische Grundelemente und zugehörige Arbeitslinien

**PRANDTL-REUSS** 

$$\circ \int \frac{Y}{\sqrt{2}} \sum_{e_{1}}^{E} \varepsilon_{e_{1}} + \varepsilon_{p}$$

$$\circ \int \frac{Y}{\sqrt{2}} \sum_{e_{1}}^{E} \varepsilon_{e_{1}} + \varepsilon_{p}$$

$$\varepsilon_{e_{1}} = \sigma/E$$

$$\varepsilon_{e_{1}} + \varepsilon_{p}$$

$$\varepsilon_{e_{1}} = \sigma/E$$

MAXWELL

**KELVIN-VOIGT** 



BURGERS	
E <sub>1</sub> ዮ₩₩ኁ	$\eta_0 = E_0$
$ \eta_1 $	<b>-</b> •////~

 $\sigma = \sigma_{el} = \sigma_{vp}$  $\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{vp}$  $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_{el} + \dot{\epsilon}_{vp}$ mit  $\dot{\epsilon}_{vp} = \sigma/\eta$  $\dot{\sigma} + E/\eta \cdot \sigma = E \cdot \dot{\epsilon}$ 

$$\sigma = \sigma_{el} + \sigma_{vp}$$
  

$$\varepsilon = \varepsilon_{el} = \varepsilon_{vp}$$
  

$$\dot{\varepsilon} + 1/\tau \cdot \varepsilon = \sigma/\eta \qquad \text{mit } \tau = \eta/E$$

 $\sigma = \sigma_{el,0} = \sigma_{vp,0} = \sigma_{el,1} + \sigma_{vp,1}$  $\epsilon = \epsilon_{el} + \epsilon_{vp} + \epsilon_{KV}$  mit  $\epsilon_{KV} = \epsilon_{el} = \epsilon_{vp}$  $E_0 \cdot \eta_0 \cdot \eta_1 \cdot \ddot{\epsilon} + E_0 \cdot E_1 \cdot \eta_0 \cdot \dot{\epsilon} = \eta_0 \cdot \eta_1 \cdot \ddot{\sigma} + a \cdot \dot{\sigma} + E_0 \cdot E_1 \cdot \sigma$ mit  $\mathbf{a} = \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{\eta}_0 + \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{\eta}_1 + \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{\eta}_0$ 



Durch serielle oder parallele Kombination der Grundelemente lassen sich einfache rheologische Modelle bilden, die einschließlich der relevanten Stoffgesetze in Abbildung 6.2 dargestellt sind. Die serielle Kombination eines Federelements und eines Reibungselement bilden das sog. PRANDTL-REUSS-Modell zur Beschreibung eines elastisch-ideal plastischen Stoffverhaltens. Wird anstelle eines Reibungselementes ein Dämpfungselement mit einer Feder in Serie geschaltet, spricht man von einem MAXWELL-Modell und kann das Kriech- und Relaxationsverhalten abbilden. Werden das Feder- und das Dämpfungselement parallel statt seriell kombiniert, ergibt sich das KELVIN-VOIGT-Modell zur Darstellung des viskoelastischen Stoffverhaltens. Insbesondere zur Modellierung des Betonkriechens können das MAXWELL- sowie das KELVIN-VOIGT-Modell in Serie geschaltet werden. In dieser Kombination spricht man von einem BURGERS-Modell. Weitere Hinweise zu den genannten Grundmodellen, insbesondere zu den entsprechenden Kriech-Compliance- und Relaxationsfunktionen, finden sich z. B. in FLÜGGE [68].

Ein weiteres Grundmodell, das zur Beschreibung des elasto-viskoplastischen Materialverhaltens herangezogen wird, sei an dieser Stelle ausführlicher vorgestellt, da es alle drei erwähnten rheologischen Grundelemente kombiniert (Abbildung 6.3). Durch die parallele Anordnung eines Dämpfungselements und eines Reibungselements werden zeitabhängige irreversible Verformungsanteile wiedergegeben. Mit Hilfe der Viskoplastizität können im Gegensatz zur klassischen Plastizität Spannungszustände außerhalb der Fließfläche beschrieben werden, die bei eindimensionaler Betrachtung gerade der bekannten Fließgrenze  $\sigma_{\rm Y}$  entspricht. Die in einem solchen Beanspruchungsfall bei Spannungen außerhalb der Fließfläche erreichten Verformungen werden "eingefroren", so dass die Spannungen zurück auf die Fließfläche relaxieren. In diesem Zusammenhang spricht man auch häufig von so genannten "Overstress"-Gesetzen [175, 188].



Abb. 6.3: Verallgemeinertes BINGHAM-Modell

Wie bereits bei der Betrachtung des elastoplastischen Verformungsverhaltens durch die Grundmodelle und in Abbildung 6.3 mit den Verformungsanteilen  $\varepsilon_{vp}$  und  $\varepsilon_{el}$  angedeutet, lässt

sich die gesamte Dehnungsrate des BINGHAM-Modells additiv in einen elastischen Anteil  $\dot{\epsilon}_{el}$  und einen viskoplastischen Anteil  $\dot{\epsilon}_{vp}$  zerlegen:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_{el} + \dot{\varepsilon}_{vp} \quad . \tag{6.4}$$

Unter Verwendung der Formulierung nach DUVAUT-LIONS [60] ergibt sich die lineare viskoplastische Fließregel

$$\dot{\varepsilon}_{vp} = f(\sigma - \sigma_p) = \frac{1}{\eta} E^{-1} (\sigma - \sigma_p) \quad .$$
(6.5)

 $\sigma_p$  in Gleichung (6.5) steht für die äquivalente Spannung, die sich bei der Betrachtung eines zeitunabhängigen plastischen Problems ergibt. Viskoplastische Verformungen treten also erst nach Überschreiten der Fließbedingung auf [188].

Alternativ kann eine nichtlineare Formulierung der viskoplastischen Fließregel nach PERZYNA [147] zur Anwendung kommen. Die Grundidee der Fließregel nach PERZYNA besteht in der Annahme, dass die viskose Dehnungsrate  $\dot{\epsilon}_{vp}$  proportional zum Abstand des Spannungszustandes von der Fließfläche ist:

$$\dot{\epsilon}_{vp} = \mu \langle \Phi(f) \rangle \frac{\partial q_{vp}}{\partial \sigma} \quad \text{mit} \quad \Phi = \left(\frac{\overline{\sigma}}{\sigma_{Y}} - 1\right)^{p} \quad .$$
 (6.6)

Hierin bezeichnet  $q_{vp}$  die viskoplastische Potentialfunktion,  $\Phi$  die Abstandsfunktion, d. h.  $\overline{\sigma} > \sigma_Y$  gibt die Größe der Überspannung (engl. overstress) an, p den Exponenten zur Anpassung der Abstandsfunktion an Versuchsdaten und die Fluiditätskonstante  $\mu = 1/\eta$  das Fließvermögen. Je größer der Wert von  $\mu$  desto flüssiger verhält sich das Material oberhalb der Elastizitätsgrenze.

Die eckigen Klammern  $\langle \bullet \rangle$  in (6.6) sind die so genannten MCAULY-Klammern und stellen lediglich eine kompaktere Schreibweise für die Bedingung

$$\left\langle \Phi(\mathbf{f})\right\rangle = \begin{cases} \mathbf{f} \ \forall \ \mathbf{f} > 0\\ 0 \ \forall \ \mathbf{f} \le 0 \end{cases}$$
(6.7)

dar.

Wendet man eine assoziierte Fließregel an, d. h. die Richtung der (visko-)plastischen Verformungsrate  $\vec{n}$  ist parallel zum Gradienten der viskoplastischen Potentialfunktion  $\vec{m}$  (vergleiche Abbildung 6.4), erhält man für die Fließbedingung nach VON MISES

$$\frac{\partial q_{vp}}{\partial \sigma} = \frac{\partial f_{vp}}{\partial \sigma} = s \quad . \tag{6.8}$$

Hierbei steht s für den deviatorischen Anteil des Spannungstensors, der die Richtung der (visko-)plastischen Dehnungsrate in der so genannten J<sub>2</sub>-Plastizität widerspiegelt, siehe z. B. WILLAM [213].



Abb. 6.4:Schematische Darstellung der Fließfläche und des Potentials im Spannungsraum<br/>für ein viskoplastisches Modell

Zusammenfassend ergibt sich das viskoplastische Fließgesetz nach PERZYNA in der Form [175, 188]

$$\dot{\varepsilon}_{vp} = \mu \left\langle \left( \frac{\overline{\sigma}}{\sigma_{Y}} - 1 \right)^{p} \right\rangle s \quad .$$
(6.9)

Vertiefendere Beschreibungen zu den Grundlagen der Viskoplastizität finden sich beispielsweise bei BETTEN [24] oder MALVERN [117], zur numerischen Umsetzung insbesondere in AURICCHIO UND TAYLOR [4], SCHWER [177] und in SLUYS [188].

## 6.3 Herleitung des Stoffgesetzes

#### 6.3.1 Anwendungsgrenzen der bislang entwickelten Materialmodelle

Bereits in Abschnitt 2.8 wurde bei der Beschreibung der Materialmodelle kurz auf die Nachteile der einzelnen Ansätze eingegangen, die hier nochmals zusammengefasst werden. Dabei wird das Materialmodell von ROTS et al. [165] nicht weiter verfolgt, da es lediglich eine sehr grobe Näherung des wirklichen Ermüdungsverhaltens darstellt.

GYLLTOFT berücksichtigt als einziger ein Energiekriterium in seinem in [83] vorgestellten Materialmodell. Die pro Hystereseschleife verbrauchte Energie wird durch die gleich großen Flächen  $A_1$  und  $A_2$  in Abbildung 2.28, rechts (Kapitel 2.8.3) berücksichtigt. Dies hat zur Folge, dass die einhüllende Kurve im Spannungs-Verformungsdiagramm nach Durchlaufen einer Schleife nicht wieder erreicht wird. Die somit aufzubringende Energie müsste also in Versuchen mit monotoner und mit zyklischer Beanspruchung gleich sein. Allerdings konnte in den eigenen Versuchen nachgewiesen werden, dass die von GYLLTOFT mit  $A_1$  und  $A_2$  bezeichneten Flächen nicht gleich groß sind und dementsprechend nicht der gleiche Energieanteil dissipiert wird (siehe Kapitel 3).

Die innerhalb der Hystereseschleifen eingeschlossene Energie lässt sich sowohl in einen Anteil zur Berücksichtigung der "Zwickel", vergleiche Abbildung 5.5 in Kapitel 5.4, in einen Anteil, der durch innere Reibung beim Öffnen und Wiederschließen der Risse dissipiert wird, einen Anteil zur Berücksichtigung der "neuen" Einhüllenden sowie gegebenenfalls zur Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Prüfeinrichtung aufteilen. Die Verwendung der monotonen Last-Verformungskurve als Einhüllende ist in guter Näherung für niederzyklische Versuche noch zutreffend. Erweitert man die Anwendung des Materialmodells jedoch auf den Bereich der hochzyklischen Beanspruchungen, muss sich, wie die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen zeigen, eine neue Einhüllende ergeben, die sich mit zunehmender Anzahl der Lastzyklen signifikant von der statischen Einhüllenden unterscheidet. Diese neue Einhüllende ist beim Materialmodell von GYLLTOFT nicht vorgesehen.

Das Materialmodell von REINHARDT et al. [153] bietet eine gute Möglichkeit, experimentelle Versuche zu reproduzieren. Zur mathematischen Beschreibung muss jedoch vor Durchlaufen einer Hystereseschleife die Spannung  $\sigma_{min}$  bekannt sein, bis zu welcher entlastet wird bzw. die in dieser Schleife zu Beginn der Wiederbelastung herrscht. Das Modell arbeitet also mit Kenngrößen, die in der Regel vorab nicht bekannt sind. Eine Vorhersage des Ermüdungsverhaltens von Beton ist folglich nicht möglich. Das Modell von REINHARDT et al. kann als beschreibendes Modell angesehen werden, nicht jedoch als "echtes" Stoffgesetz.

Beim Focal-Point-Model von YANKELEVSKY UND REINHARDT [221] gelingt es mit Hilfe etlicher Konstruktionspunkte, das Materialverhalten unter zyklischer Zug- oder Druckbeanspruchung detailliert wiederzugeben. Das Modell erweist sich jedoch aufgrund der vielen Hilfspunkte als sehr komplex und damit äußerst rechenintensiv, so dass ein praktischer Einsatz in Finite-Elemente-Programmen mit gerechtfertigtem Rechenaufwand kaum durchführbar ist. Des Weiteren wird beim Focal-Point-Model von YANKELEVSKY UND REINHARDT die in experimentellen Untersuchungen, z. B. in [47] oder in den eigenen Versuchen beobachtete Abhängigkeit des Spannungsabfalls  $\Delta \sigma$  von der Unterspannung  $\sigma_{min}$  nicht berücksichtigt (vergleiche Abbildung 2.23 sowie Kapitel 3.5.2.3).

Das Continuous-Function-Model von HORDIJK [92] besteht aus einer nahezu geschlossenen analytischen Beschreibung des zyklischen Zugverhaltens von Beton. HORDIJK beschränkt sich jedoch auf eine rein empirische Analyse auf der Grundlage einer sehr großen Anzahl von experimentellen Versuchen. Auch wenn die Übereinstimmung zwischen Modellierung und Experiment größtenteils recht gut gelungen ist, stellt das Continuous-Function-Model wie alle bislang aufgeführten Modellvorstellungen lediglich eine bestmögliche Anpassung an vorhandene Versuchsergebnisse ("curve fitting") dar.

Das Continuous-Function-Model (CFM) berücksichtigt allerdings einige der Probleme, die bei den oben genannten Modellen auftraten. Es kommt insbesondere mit erheblich weniger Hilfs- und Konstruktionspunkten aus als das vorgenannte Focal-Point-Model von YANKELEVSKY UND REINHARDT. Des Weiteren kann das CFM als ein echtes Vorhersagemodell betrachtet werden. Nicht berücksichtigt wird allerdings der Schädigungsbeitrag innerer Hystereseschleifen, die unterschiedlich starke Abhängigkeit des Rissfortschrittes von der Unterspannung  $\sigma_{min}$  sowie insbesondere Zeiteffekte wie die Belastungsgeschichte und die Belastungsfolge. Da HORDIJK als Basis für sein "curve fitting" lediglich niederzyklische Versuche durchführte, ist auch in seinem Modell der Einfluss der Lastzyklenzahl nicht berücksichtigt. Somit bietet das Continuous-Function-Model zwar eine hervorragende Beschreibung der von HORDIJK in [92] vorgestellten Versuche, ist aber in der vorliegenden Formulierung schwierig auf andere Beanspruchungsfälle, insbesondere im hochzyklischen Bereich zu erweitern.

TOUMI et al. [198] modifizieren das CFM lediglich bezüglich der Beschreibung der Hysteresen, nicht jedoch der Einhüllenden. Somit ergeben sich hier im Wesentlichen die gleichen Kritikpunkte wie beim Originalmodell nach HORDIJK.

DUDA verwendet für sein Materialmodell rheologische Elemente [58]. Er hebt sich damit deutlich von den bislang genannten Materialmodellen ab, da er an Stelle einer rein empirischen Beschreibung mit einem Modell auf physikalisch eindeutiger Grundlage arbeitet. Die Anwendung des rheologischen Werkstoffmodells von DUDA ist wie alle bislang entwickelten Modelle allerdings auf die Beschreibung des Last-Verformungsverhaltens von Beton im niederzyklischen Bereich beschränkt. Der experimentell ermittelte Einfluss der Lastzyklenzahl ist nicht berücksichtigt, so dass nach DUDA die Bruchenergie G<sub>F</sub> auch für zyklische Versuche aus der monotonen Last-Verformungsbeziehung bestimmt wird.

Im rheologischen Werkstoffmodell nach DUDA ist das Anwachsen der Rissöffnung nach dem Durchlaufen einer Hystereseschleife im Vergleich zur vorherigen Rissöffnung, bei der die monotone Einhüllende verlassen bzw. wieder erreicht wird, durch die separate Berechnung einer während der Verformungsgeschichte maximal erreichten Rissöffnung w<sub>max</sub> erfasst. Der von DUDA erarbeite Gedankengang spiegelt sich allerdings in der von ihm vorgeschlagenen mathematischen Beschreibung von w<sub>max</sub> nicht wider (vergleiche Gleichung (2.57) in Kapitel 2.8.7). Des Weiteren scheint die von ihm beschriebene Berücksichtigung von w<sub>max</sub> in der Verteilungsfunktion der Elementgruppe C (Gleichung (2.60)) sowie zur Berechnung der Federsteifigkeit (Gleichung (2.56)) nicht geeignet zu sein. Hier wäre ein innerhalb einer Hystereseschleife konstanter Wert von w<sub>max</sub> physikalisch richtiger, da dem rheologischen Grundelement Feder per Definition eine konstante Steifigkeit während eines Be- oder Entlastungsvorgangs zugewiesen wird.

Bei der Erweiterung bzw. Modifikation des rheologischen Werkstoffmodells von DUDA auf hochfeste Betone durch REMMEL [156] werden die letztgenannten Defizite bezüglich der maximal erreichten Rissöffnung weitestgehend eliminiert. REMMEL geht demgegenüber den indirekten Weg über die Berechnung der Rissöffnungslücke w<sub>inc</sub>, für die er ähnlich wie HORDIJK eine funktionale Abhängigkeit von der Spannung und der Rissöffnung bei Beginn der jeweiligen Hystereseschleife angibt. Allerdings bezieht sich REMMEL hierbei auf eine sehr beschränkte Anzahl von niederzyklischen Zugversuchen, so dass die angegebene Beziehung kaum auf eine allgemeine Spannungs-Rissöffnungsbeziehung zu übertragen ist.

Die Diskussion der vorhandenen Stoffgesetze zeigt offenkundig die Schwierigkeit auf, einerseits alle relevanten Einflussparameter zu berücksichtigen und andererseits eine handliche Handhabung der mathematischen Beschreibung im Hinblick auf eine Anwendung in der Bemessungspraxis zu liefern. Die vorliegenden Modelle weisen generell eine zu starke Beschränkung auf wenige Parameter auf, so dass zur Entwicklung eines neuen verbesserten Stoffgesetzes eigene experimentelle Untersuchungen notwendig waren, siehe Kapitel 3. Aus der in Kapitel 5 geführten Diskussion resultieren somit die relevanten Parameter, die für ein allgemein gültiges Stoffgesetz zum Ermüdungsverhalten von Beton berücksichtigt werden müssen.

#### 6.3.2 Entwicklung eines neuen rheologisch-statistischen Werkstoffmodells

Wie in den vorangegangenen Abschnitten erwähnt, wird im Folgenden ein neues rheologischstatistisches Werkstoffmodell hergeleitet, das in der Lage ist, den Einfluss der Lastspielzahl, der Rissöffnungsgeschwindigkeit, der Betongüte, der Nachbehandlung und der Heterogenität des Betons auf das Verformungs- und Bruchverhalten zu erfassen. Durch die Verwendung der rheologischen Grundelemente Feder-, Dämpfungs- und Reibungselement werden elastische, viskose sowie rissbezogene Verformungsanteile des Betons anschaulich dargestellt.

Das gewählte Grundmodell besteht aus zwei KELVIN-VOIGT- und drei Reibungselementen (Abbildung 6.5). Die Hystereseschleifen werden dabei durch die serielle Anordnung von jeweils zwei Reibungs- und KELVIN-VOIGT-Elementen beschrieben.

DUDA verwendet in einem früheren rheologischen Modell zur Beschreibung des zyklischen Zugverhaltens lediglich Feder- und Reibungselemente [58] (siehe auch Kapitel 2.8.7). Die im neuen Werkstoffmodell zu den Federelementen ( $E_{i,1}$  und  $E_{i,2}$ ) parallel angeordneten Dämpfungselemente ( $\eta_{i,1}$  und  $\eta_{i,2}$ ) dienen zur Berücksichtigung des Einflusses der Dehnungsrate, z. B. durch die Belastungsfolge oder die Belastungsgeschichte. Die parallele Anordnung eines weiteren Reibungselements  $Y_{i,3}$  berücksichtigt den Effekt, dass sich Zuschlag- oder Zementsteinpartikel aus der Rissoberfläche lockern und bei geöffnetem Riss verlagern können. Bei Entlastung nach vorangegangener äußerer Zugbeanspruchung lässt sich ein Riss somit nicht mehr zwängungsfrei schließen. Es entstehen lokale Zug- und Druckspannungen im Bereich der Rissspitze, die das Gesamtverhalten beeinflussen und dementsprechend im Modell berücksichtigt werden müssen (vergleiche Kapitel 5). Da dieser Effekt lediglich während dem Durchlaufen einer Hystereseschleife auftritt, wird der zugehörige Reibungskoeffizient  $\mu_{i,3}$  als Funktion der Lastspielzahl N angegeben (Abbildung 6.5).



Abb. 6.5: Rheologisch-statistisches Werkstoffmodell zur Beschreibung des Ermüdungsverhaltens von Beton unter Zugbeanspruchung

Um das Verformungs- und Bruchverhalten möglichst wirklichkeitsnah abbilden zu können, besteht das Gesamtmodell aus n parallel angeordneten Grundmodellen, wobei die Kennwerte der Elementparameter Y, E und  $\eta$  nach der Verteilungsfunktion von WEIBULL [210, 211] variieren bzw. streuen. Hierdurch wird der heterogenen Betonstruktur Rechnung getragen.

Da die in Versuchen gemessene Verformung immer über eine vorgegebene Messlänge erfolgt und somit auch die Verformung des Bereiches außerhalb des Risses beinhaltet, muss im rheologisch-statistischen Werkstoffmodell zusätzlich eine Feder vorgeschaltet werden, die diesen Verformungsanteil hinreichend genau mit der Annahme eines linear-elastischen Verhaltens abbildet. Sie ist in Abbildung 6.5 mit der charakteristischen Kenngröße  $E_{bulk}$  gekennzeichnet. Da die Messlänge  $l_{meas}$  direkt in die zugehörige Federsteifigkeit  $k_{bulk}$  ( $k_{bulk} = E_{bulk}/l_{meas}$ ) eingeht, ist  $k_{bulk}$  kein Werkstoffkennwert, sondern vielmehr ein vom Versuchsaufbau abhängiger Geometrieparameter.

Diese Vorstellung greift auf die im Fictitious Crack Model nach HILLERBORG et al. [86] vorgenommene additive Zerlegung der Spannungs-Verformungsbeziehung in eine linearelastische Spannungs-Dehnungsbeziehung und eine Spannungs-Rissöffnungsbeziehung zurück (vergleiche Kapitel 2.3.7). Im rheologisch-statistischen Modell wird die  $\sigma$ -w-Beziehung mittels der Elementkombinationen  $\sigma_H(w) + \sigma_R(w)$  abgebildet (Gleichung (6.10)). Das seriell angeordnete Federelement E<sub>bulk</sub> spiegelt die  $\sigma$ - $\epsilon$ -Beziehung wider.

Ein Vergleich des neu entwickelten rheologisch-statistischen Werkstoffmodells mit dem in Abbildung 6.3 dargestellten verallgemeinerten BINGHAM-Modell zur Beschreibung des elastoviskoplastischen Materialverhaltens zeigt, dass das neue rheologisch-statistische Werkstoffmodell durch die parallele Anordnung der Dämpfungselemente zu den Federelementen und nicht zu den Reibungselementen das viskoelastische Verhalten bei gleichzeitiger Berücksichtigung der im Beton ablaufenden Reibungs- bzw. Rissbildungsmechanismen erfasst. Nach [175] wird der Einfluss der Dehnungsrate auf die Festigkeit beim Werkstoff Beton mit einer durch das BING-HAM-Modell repräsentierten viskoplastischen Formulierung insbesondere bei zyklischen Beanspruchungen überschätzt. Aus diesem Grund wurde beim neuen rheologisch-statistischen Werkstoffmodell auf eine weitere Anordnung von Dämpfungselementen parallel zu den Reibungselementen verzichtet.

#### 6.3.3 Mathematische Beschreibung des Stoffgesetzes

#### 6.3.3.1 Aufbau des Stoffgesetzes

Die Spannung  $\sigma$ , die durch das in Abschnitt 6.3.2 entwickelte Modell übertragen wird, ergibt sich in Abhängigkeit von der aktuellen Rissbreite w aus der Addition der von den in Serie geschalteten Reibungselementen Y<sub>i,1</sub> und Y<sub>i,2</sub>, den KELVIN-VOIGT-Elementen E<sub>i,1</sub>,  $\eta_{i,1}$  und

 $E_{i,2},\,\eta_{i,2}$  sowie den dazu parallel angeordneten Reibungselementen  $Y_{i,3}$  übertragbaren Spannungen zu

$$\sigma(w) = \sigma_{H}(w) + \sigma_{R}(w) \tag{6.10}$$

mit  $\sigma_H(w)$ : übertragbare Spannung durch die Elementkombination zur Abbildung des hysteretischen Verhaltens

und  $\sigma_R(w)$ : übertragbare Spannung durch die Reibungselemente  $Y_{i,3}$ .

Abbildung 6.6 verdeutlicht die durch Gleichung (6.10) beschriebene Beziehung.



Abb. 6.6:Übertragbare Spannung durch eine Elementkombination aus dem neuen Werk-<br/>stoffmodell ohne Berücksichtigung der statistischen Verteilung und der elastischen<br/>Verformung außerhalb des eigentlichen Rissbereiches

Zur Herleitung der kinematischen Bewegungsgleichung wird die serielle Anordnung der beiden Reibungselemente  $Y_{i,1}$  und  $Y_{i,2}$  und der beiden KELVIN-VOIGT-Elemente  $E_{i,1}$ ;  $\eta_{i,1}$  und  $E_{i,2}$ ;  $\eta_{i,2}$  zur Beschreibung der Hystereseschleifen in Abbildung 6.7 frei geschnitten. Die entsprechenden Kräfte bzw. Spannungen werden in Abbildung 6.7 zunächst für eine äußere monotone Zugbeanspruchung am frei geschnittenen Modell angetragen, können aber auch für eine zyklische Zugbeanspruchung in Abhängigkeit von der äußeren Beanspruchung (Ent- oder Belastungsphase, vergleiche Abbildung 6.9) bestimmt werden.



 $\begin{array}{lll} \mbox{mit} & \mbox{Federspannungen} & \sigma_{E1} = k_1 \cdot (w_2 - w_1) \mbox{ und } \sigma_{E2} = k_2 \cdot (w - w_2) \mbox{ ,} \\ \mbox{Spannungen in den Dämpfern} & \sigma_{\eta 1} = \eta_1 / l_{meas} \cdot (\dot{w}_2 - \dot{w}_1) \mbox{ und } \sigma_{\eta 2} = \eta_2 / l_{meas} \cdot (\dot{w} - \dot{w}_2) \mbox{ ,} \\ \mbox{Trägheitsspannungen} & \sigma_{T1} = m_1 \cdot \ddot{w}_1 \mbox{ und } \sigma_{T2} = m_2 \cdot \ddot{w}_2 \mbox{ ,} \\ \mbox{Reibspannungen} & \sigma_{Y1,0} \mbox{ und } \sigma_{Y2,0} \mbox{ .} \end{array}$ 

# Abb. 6.7:Freischnitt der Elementkombination zur Beschreibung der Hystereseschleifen aus<br/>dem rheologisch-statistischen Werkstoffmodell

Die Formulierung des Gleichgewichts nach Abbildung 6.7 ergibt das durch die Gleichungen (6.11a-c) beschriebene System gekoppelter Differentialgleichungen. Hierbei stellen die Wegparameter w,  $w_1$  und  $w_2$  abhängige Variablen dar, die Zeit t die unabhängige Variable:

$$\mathbf{m}_{1} \cdot \ddot{\mathbf{w}}_{1} + \frac{\eta_{1}}{l_{\text{meas}}} \cdot \dot{\mathbf{w}}_{1} + k_{1} \cdot \mathbf{w}_{1} + \sigma_{\mathrm{Y}1,0} = \frac{\eta_{1}}{l_{\text{meas}}} \cdot \dot{\mathbf{w}}_{2} + k_{1} \cdot \mathbf{w}_{2} \quad , \qquad (6.11a)$$

$$m_{2} \cdot \ddot{w}_{2} + \frac{\eta_{1} + \eta_{2}}{l_{meas}} \cdot \dot{w}_{2} + (k_{1} + k_{2}) \cdot w_{2} + \sigma_{Y2,0} = \frac{\eta_{2}}{l_{meas}} \cdot \dot{w} + k_{2} \cdot w + \frac{\eta_{1}}{l_{meas}} \cdot \dot{w}_{1} + k_{1} \cdot w_{1} \quad , (6.11b)$$

$$-\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{H}} + \frac{\boldsymbol{\eta}_2}{\boldsymbol{l}_{\mathrm{meas}}} \cdot \dot{\boldsymbol{w}} + \boldsymbol{k}_2 \cdot \boldsymbol{w} = \frac{\boldsymbol{\eta}_2}{\boldsymbol{l}_{\mathrm{meas}}} \cdot \dot{\boldsymbol{w}}_2 + \boldsymbol{k}_2 \cdot \boldsymbol{w}_2 \quad . \tag{6.11c}$$

Gleichung (6.11a) ergibt sich hierbei direkt aus dem Freischnitt am ersten Reibungselement, Gleichung (6.11b) am zweiten Reibungselement und Gleichung (6.11c) am zweiten KELVIN-VOIGT-Element. Die Gleichungen (6.11a-c) beschreiben noch nicht das Verhalten des gesamten Werkstoffmodells, sondern lediglich den Anteil, der durch die in Abbildung 6.7 gezeigte Elementkombination beschrieben wird.  $k_1$  und  $k_2$  bezeichnen die Federsteifigkeiten der ersten bzw. zweiten Federelemente,  $\eta_1$  und  $\eta_2$  bezeichnen die Viskosität der ersten respektive zweiten Dämpfungselemente und sind ein Maß für die Anelastizität des Werkstoffes. Der Parameter  $l_{meas}$  stellt die verwendete Messlänge dar und ist ein versuchstechnischer Parameter. Die Größe  $\dot{w}(t)$  steht als Kurzform für die Änderung der Rissbreite mit der Zeit t (= Verformungsrate), wobei gilt:  $\dot{w}(t) = \dot{\epsilon}(t) \cdot l_{meas}$ .

Die in den Trägheitskräften aufgeführten Massen  $m_1$  und  $m_2$  stellen Mikrorissufermassen dar, die beispielsweise über kontinuumsmechanische Betrachtungen bestimmt werden können [175]. Für die im Rahmen der eigenen experimentellen Untersuchungen eingesetzten Verformungsraten, die nach [5] dem quasistatischen Bereich ( $\ddot{w} \rightarrow 0$ ) zuzuordnen sind – vergleiche auch Kap. 2.6 und Kap. 5.1 – spielen Trägheitskräfte eine untergeordnete Rolle. Demnach können jeweils die ersten Terme in den Gleichungen (6.11a+b) zu Null gesetzt werden.

Des Weiteren wurden die eigenen Untersuchungen wie alle dem Autor bekannten verformungsgeregelten Untersuchungen aus der Literatur mit einer konstanten Rissöffnungsgeschwindigkeit ( $\dot{w}(t) = \text{const.}$ ) durchgeführt. Damit ergibt sich für die Rissöffnung eine Geradengleichung der Form w(t) = ( $\sigma \cdot l_{\text{meas}}/\eta$ ) · (t- $\tau_0$ ), mit  $\tau_0$  = Zeitpunkt des einsetzenden Risswachstums.

Die Verträglichkeitsbedingungen (Kinematik/Geometrie) ergeben sich in Abhängigkeit von der externen Beanspruchung – monotone Beanspruchung, Entlastung oder Wiederbelastung – und werden in Abschnitt 6.3.3.2 erläutert.

#### 6.3.3.2 Beschreibung der Elementkombination zur Abbildung des hysteretischen Verhaltens unter Berücksichtigung der Viskosität

Die in Abhängigkeit von der aktuellen Rissöffnung w übertragbare Spannung des gesamten rheologisch-statistischen Werkstoffmodells nach Überschreiten einer bestimmten Kraft F, die sich aus der Bedingung ergibt, dass beide in Serie geschalteten Reibglieder des Grundmodells (Y<sub>i,1</sub> und Y<sub>i,2</sub>) zum betrachteten Zeitpunkt bereits in Bewegung sind und somit die volle übertragbare Reibkraft aufnehmen, lässt sich für monotone Beanspruchungen bzw. im Falle einer zyklischen Beanspruchung auf der Einhüllenden aus Gleichung (6.12a) berechnen. Die Einhüllende im Fall einer zyklischen Beanspruchung beinhaltet dabei diejenigen Verformungsanteile  $\Delta\delta$ , die außerhalb der Hystereseschleifen zurückgelegt werden (vergleiche Abbildung 3.9):

$$\sigma_{\rm H}(w) = \sigma_{\rm Y1}(w) + \sigma_{\rm Y2}(w) \tag{6.12a}$$

mit  $\sigma_{Y1}(w)$ : übertragbare Spannung durch die ersten Reibungselemente  $Y_{i,1}$  aus der Elementkombination zur Abbildung des hysteretischen Verhaltens,  $\sigma_{Y2}(w)$ : übertragbare Spannung durch die zweiten Reibungselemente  $Y_{i,2}$  aus

$$G_{Y2}(w)$$
. der Elementkombination zur Abbildung des hysteretischen Verhaltens.
Bei Erstbelastung werden zunächst viskoelastische Verformungen hervorgerufen, die im rheologisch-statistischen Werkstoffmodell durch die Verschiebung des zweiten KELVIN-VOIGT-Elements veranschaulicht werden können (siehe z. B. Abbildung 6.6). Bei weiterer Laststeigerung wird das zweite Reibungselement ausgelöst, mit dem gleichzeitig weitere viskoelastische Verformungen hervorgerufen werden (erstes KELVIN-VOIGT-Element). In der Spannungs-Verformungsbeziehung ergibt sich beim Auslösen des zweiten Reibungselements ein Knickpunkt (siehe Abbildung 6.9). Wird die äußere Beanspruchung noch weiter gesteigert, beginnt auch das erste Reibungselement sich zu verschieben, so dass nun die durch Gleichung (6.12a) beschriebene Spannung übertragen wird. Eine Spannungsaufnahme größer als die übertragbaren Reibspannungen  $\sigma_{Y1}(w)$  und  $\sigma_{Y2}(w)$  ist nicht möglich, vgl. Gleichung (6.2). Die sich bei Erreichen der genannten Kraft F ergebende Rissöffnung wird mit w = 0 festgelegt.

Unter Einbeziehung statistischer Methoden zur Berücksichtigung der heterogenen Betonstruktur lässt sich Gleichung (6.12a) in Gleichung (6.12b) umschreiben:

$$\sigma_{\rm H}(w) = (\sigma_{\rm Y1,0} + \sigma_{\rm Y2,0}) \cdot f_{\rm H}(w)$$
 (6.12b)

mit σ<sub>Y1,0</sub>: übertragbare Spannung ("Ausgangsspannung") durch die ersten Reibungselemente Y<sub>i,1</sub>,
 σ<sub>Y2,0</sub>: übertragbare Spannung ("Ausgangsspannung") durch die zweiten Reibungselemente Y<sub>i,2</sub>.

 $f_{\rm H}(w)$  in Gleichung (6.12b) ist die gewählte Verteilungsfunktion nach WEIBULL [210, 211] zur Angabe der Versagenswahrscheinlichkeit der rheologischen Elemente. Sie ist nach [93] besonders für die Beschreibung der Lebensdauer bei Materialermüdung geeignet und ist durch Gleichung (6.13) bestimmt:

$$f_{\rm H}(w) = \frac{\gamma}{\beta} \cdot \left(\frac{w - \alpha}{\beta}\right)^{\gamma - 1} \cdot e^{-\left(\frac{w - \alpha}{\beta}\right)^{\gamma}} \quad . \tag{6.13}$$

Die Integration von Gleichung (6.13) liefert die durch Gleichung (6.14) gegebene Verteilungsfunktion zur Angabe der Anzahl der ausgefallenen rheologischen Elemente, d. h. der rheologischen Elemente, die nicht mehr zur Übertragung der Spannung beitragen können:

$$F_{\rm H}(w) = \int f_{\rm H}(w) = 1 - e^{-\left(\frac{w-\alpha}{\beta}\right)^{\gamma}}$$
(6.14)

mit	α:	Schwellwert der Rissöffnung,
	β:	Modalwert der WEIBULL-Verteilung
	γ:	WEIBULL-Exponent.

Die Ausgangsspannungen  $\sigma_{Y1,0}$  und  $\sigma_{Y2,0}$  in Gleichung (6.12b) stellen Konstanten dar und beschreiben infolge der Wahl des Ansatzes die ursprüngliche Anzahl der jeweiligen intakten rheologischen Reibungselemente.

Im Rahmen der Kontinuumsmechanik entwickelte Schädigungsmodelle beinhalten die in Gleichung (6.14) aufgeführte Verteilungsfunktion nach WEIBULL zur Beschreibung der Schädigungsfunktionen D [5, 115, 175]. Die Auswirkung verschiedener Werte für die Koeffizienten  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  wird durch Abbildung 6.8 veranschaulicht.



Abb. 6.8: Einfluss der Koeffizienten  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  der Weibullverteilung auf den Verlauf der Verteilungsfunktion zur Angabe der Versagenswahrscheinlichkeit (links) und der Anzahl der ausgefallenen rheologischen Elemente (rechts)

Die Konstanten  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  in Gleichung (6.13) bzw. (6.14) sind Materialparameter und werden in Abschnitt 6.4 näher bestimmt. Die Durchführung einer inversen Analyse (Berechnung von  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$ ) ergab, dass zur korrekten Wiedergabe der experimentell ermittelten Spannungs-Rissöffnungsverläufe zwei verschiedene Verteilungsfunktionen  $f_{H1}(w)$  und  $f_{H2}(w)$ notwendig sind, die sich jedoch lediglich um die genannten Koeffizienten  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  unterscheiden. Zur besseren Kennzeichnung werden diese im Folgenden mit  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$ ,  $\gamma_1$  bzw.  $\alpha_2$ ,  $\beta_2$ und  $\gamma_2$  bezeichnet. Gleichung (6.12b) geht somit in Gleichung (6.15) über:

$$\sigma_{\rm H}(w) = c_1 \cdot (\sigma_{\rm Y1,0} + \sigma_{\rm Y2,0}) \cdot f_{\rm H1}(w) + c_2 \cdot (\sigma_{\rm Y1,0} + \sigma_{\rm Y2,0}) \cdot f_{\rm H2}(w) \quad . \tag{6.15}$$

Darin stellen c1 bzw. c2 Korrelationsbeiwerte dar.



Abb. 6.9:Verhalten der Elementkombination zur Beschreibung des hysteretischen Verhal-<br/>tens während des Durchlaufs eines Entlastungs- und Wiederbelastungszyklus in<br/>den verschiedenen Kurvenbereichen U1, U2, R1, R2 sowie auf der Einhüllenden

Das Verhalten der Elementkombination zur Beschreibung des hysteretischen Verhaltens während des Durchlaufs eines Entlastungs- und Wiederbelastungszyklus ist in Abbildung 6.9 dargestellt (siehe auch Abbildung 6.10). In den abgebildeten Kurvenbereichen Einhüllende, U1, U2, R1 und R2 ergeben sich jeweils unterschiedliche Verträglichkeitsbedingungen (Kinematik/Geometrie). Die Verträglichkeitsbedingungen führen für die Verschiebungen w<sub>1</sub> und w<sub>2</sub> der ersten bzw. zweiten Reibungselemente sowie für die entsprechenden Verschiebungsgeschwindigkeiten  $\dot{w}_1$  und  $\dot{w}_2$  auf der Einhüllenden zu den Gleichungen (6.16) bis (6.19):

$$w_{2}(\text{Einhüllende}) = w - \frac{\sigma_{E2}}{k_{2}} = w - \frac{\sigma_{\eta_{2}}}{\eta_{2}/l_{\text{meas}}} (t - \tau_{0}) \quad , \qquad (6.16)$$

$$w_1(\text{Einhüllende}) = w_2 - \frac{\sigma_{E1}}{k_1} = w_2 - \frac{\sigma_{\eta 1}}{\eta_1 / l_{\text{meas}}} (t - \tau_0)$$
, (6.17)

$$\dot{w}_2$$
 (Einhüllende) =  $\dot{w} - \frac{\sigma_{\eta 2}}{\eta_2 / l_{\text{meas}}} = \dot{w} - \frac{\dot{\sigma}_{E2}}{k_2}$ , (6.18)

$$\dot{\mathbf{w}}_1(\text{Einhüllende}) = \dot{\mathbf{w}}_2 - \frac{\boldsymbol{\sigma}_{\eta 1}}{\boldsymbol{\eta}_1 / \boldsymbol{l}_{\text{meas}}} = \dot{\mathbf{w}} - \frac{\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{\text{E1}}}{\boldsymbol{k}_1}$$
 (6.19)

Zu beachten ist, dass die in den Gleichungen (6.16) bis (6.19) aufgeführten Spannungen  $\sigma_{E1}$ bzw.  $\sigma_{E2}$  und  $\sigma_{\eta 1}$  bzw.  $\sigma_{\eta 2}$  keine generellen Konstanten, sondern die jeweils in Abhängigkeit von der äußeren Beanspruchungsgeschichte von den entsprechenden Elementen momentan zu übertragende Spannung darstellen. Im Falle einer monotonen Beanspruchung bei voll ausgelenkten Dämpfungselementen (= quasistatische monotone Beanspruchung) sind die Spannungen  $\sigma_{E1}$  bzw.  $\sigma_{E2}$  und  $\sigma_{\eta 1}$  bzw.  $\sigma_{\eta 2}$  indes gerade konstant und ergeben sich aus den Verhältnissen der Federsteifigkeiten zu den Viskositäten der Dämpfungselemente.

Innerhalb der Hystereseschleifen bestimmen sowohl in der Entlastungs- als auch in der Wiederbelastungsphase die KELVIN-VOIGT-Elemente  $E_{i,1}$ ,  $\eta_{i,1}$  und  $E_{i,2}$ ,  $\eta_{i,1}$  sowie die Reibungselemente  $Y_{i,2}$  die übertragbare Spannung. Die Reibungselemente  $Y_{i,1}$  bleiben während des gesamten Entlastungs- und Wiederbelastungszyklus in Ruhe. Die innerhalb der Hystereseschleifen übertragbare Spannung  $\sigma_H(w)$  ergibt sich aus der additiven Überlagerung der an der zweiten Feder und am zweiten Dämpfungselement anliegenden Spannung  $\sigma_{E2}$  bzw.  $\sigma_{\eta 2}$  (siehe auch Abbildung 6.7) nach Gleichung (6.20) zu

$$\sigma_{\rm H}(w) = \sigma_{\rm E2} + \sigma_{\eta 2} = c_1 \cdot \left[ (w - w_2) \cdot k_2 + \frac{\eta_2}{l_{\rm meas}} \cdot (\dot{w} - \dot{w}_2) \right] \cdot f_{\rm H1}(w_{\rm max}) + c_2 \cdot \left[ (w - w_2) \cdot k_2 + \frac{\eta_2}{l_{\rm meas}} \cdot (\dot{w} - \dot{w}_2) \right] \cdot f_{\rm H2}(w_{\rm max}) \quad .$$
(6.20)

Die Verteilungsfunktionen  $f_{H1}(w_{max})$  bzw.  $f_{H2}(w_{max})$  wurden bereits durch Gleichung (6.13) definiert und ergeben sich innerhalb der Hysteresen in Abhängigkeit von der während der Beund Entlastung maximal erreichten Verformung nach den Gleichungen (6.27) und (6.28). Die Koeffizienten c<sub>1</sub> bzw. c<sub>2</sub> entsprechen den in Gleichung (6.15) eingeführten Korrelationsbeiwerten. Die durch Gleichung (6.20) gegebene Beziehung ist lediglich eine Umformulierung von Gleichung (6.11c).

Die Verschiebung  $w_2$  der zweiten Reibungselemente ist abhängig davon, ob ein Werkstoff gerade entlastet oder wiederbelastet wird. Dabei werden sowohl der Entlastungs- als auch der Wiederbelastungsast in zwei Unterbereiche U1, U2 bzw. R1, R2 unterteilt, siehe Abbildung 6.9. Zur Verdeutlichung wird die in Abbildung 6.6, oben bzw. 6.7 gezeigte Elementkombination in Abbildung 6.10 für die einzelnen Kurvenbereiche in den jeweiligen verformten Zuständen dargestellt. Dieser bilineare Entlastungs- bzw. Wiederbelastungsverlauf entspricht sehr gut den experimentell beobachteten Kraft-Verformungsverläufen, siehe Kapitel 3. Ferner werden dadurch direkt die mittels der Schallemissionsanalyse aufgezeigten Rissphänomene in Beton in die Modellierung aufgenommen, vergleiche Kapitel 4.1 und 5.4.



Abb. 6.10: Verformungen der Kelvin-Voigt-Elemente aus der Elementkombination zur Beschreibung des hysteretischen Verhaltens während des Durchlaufs eines Entlastungs- und Wiederbelastungszyklus in den verschiedenen Bereichen

Wie in den Abbildungen 6.9 und 6.10 angedeutet, sind in den Kurvenbereichen U1 (unloading1) und R1 (reloading1) sowohl die ersten und zweiten Reibungselemente als auch die ersten KELVIN-VOIGT-Elemente in Ruhe. Die an den Reibungselementen anliegenden Spannungen sind also dem Betrag nach kleiner als die jeweils übertragbaren Reibspannungen  $\sigma_{Y1}(w)$  und  $\sigma_{Y2}(w)$ . Folglich wird die übertragbare Spannung allein über die Federsteifigkeit der zweiten Federelemente sowie die Viskosität der zweiten Dämpfungselemente berechnet. Die Verschiebung des zweiten Reibungselements w<sub>2</sub> bleibt in diesen Bereichen konstant und wird für den Bereich U1 durch die Verschiebung der zweiten Reibungselemente bei Beginn

der Entlastung bzw. dem Verlassen der Einhüllenden  $w_2^{eu}$  (eu = envelope unloading) bestimmt:

$$w_2(U1) = w_2^{eu} = const.$$
 (6.21)

Der Begriff der Einhüllenden wird hier im Rahmen der Modellierung eingeführt, da sich auch bei hochzyklischen Versuchen eine Einhüllende bestimmen lässt (vgl. Kapitel 3). Dennoch sei darauf hingewiesen, dass diese Einhüllende im Gegensatz zu allen bislang entwickelten Modellvorstellungen nicht der monotonen Spannungs-Verformungskurve entspricht, sondern sich vielmehr in Abhängigkeit von den Lastpielzahlen ergibt.

Für den ersten Bereich der Wiederbelastung R1 ergibt sich:

$$w_2(R1) = w_2^L = const.$$
, (6.22)

wobei  $w_2^L$  die Verschiebung des zweiten Reibungselementes am unteren Umkehrpunkt (lower reversal point) einer Hystereseschleife beschreibt und durch Gleichung (6.23) bestimmt wird.

Aus den Gleichungen (6.21) und (6.22) ergibt sich sofort, dass die Verschiebungsrate  $\dot{w}_2$  in Gleichung (6.20) für die Bereiche U1 und R1 zu Null wird.

Die Verschiebung der zweiten Reibungselemente in den Bereichen U2 und R2, in denen in erster Linie Reibvorgänge sowie Effekte wie die Rissuferverzahnung und –überbrückung stattfinden (vgl. Kap. 5), ergibt sich jeweils aus einer Gleichgewichtsbetrachtung an den zweiten Reibungselementen, siehe Abbildung 6.11.



Abb. 6.11:Gleichgewichtsbedingungen an den zweiten Reibungselementen während des Durch-<br/>laufs eines Entlastungs- und Wiederbelastungszyklus in den Bereichen U2 und R2

Für den Bereich U2 ergibt sich aus dieser Gleichgewichtsbetrachtung unter Vernachlässigung der Trägheitskräfte Gleichung (6.23), für den Bereich R2 Gleichung (6.24):

$$w_{2}(U2) = \frac{w_{1} \cdot k_{1} + w \cdot k_{2} + \sigma_{Y2,0} + \frac{\eta_{2}}{l_{meas}} \cdot (\dot{w} - \dot{w}_{2}) - \frac{\eta_{1}}{l_{meas}} \cdot (\dot{w}_{2} - \dot{w}_{1})}{k_{1} + k_{2}} , \qquad (6.23)$$

$$w_{2}(R2) = \frac{w_{1} \cdot k_{1} + w \cdot k_{2} - \sigma_{Y2,0} + \frac{\eta_{2}}{l_{meas}} \cdot (\dot{w} - \dot{w}_{2}) - \frac{\eta_{1}}{l_{meas}} \cdot (\dot{w}_{2} - \dot{w}_{1})}{k_{1} + k_{2}} \qquad . \tag{6.24}$$

Die Verschiebung  $w_1$  der ersten Reibungselemente ist innerhalb der gesamten Hystereseschleife konstant und ergibt sich aus der Verschiebung bei Beginn der Entlastung, d. h. beim Verlassen der Einhüllenden  $w_1^{eu}$  (eu = envelope unloading) nach Gleichung (6.25):

$$w_1$$
(Hysterese) =  $w_1^{eu}$  = const. (6.25)

Aus der konstanten Verschiebung der ersten Reibungselemente ergibt sich direkt, dass die Verformungsrate  $\dot{w}_1$  gleich Null ist und in den Gleichungen (6.23) und (6.24) somit entfällt.

Die Beziehung zur Bestimmung der Federsteifigkeit  $k_1$  ergibt sich aus der Annahme, dass ein gedachter unterer Umkehrpunkt innerhalb einer Hystereseschleife für die Rissbreite w = 0, d. h. nach dem vollständigen Wiederschließen eines Risses, gerade die Ordinate -( $\sigma_{Y1,0} + \sigma_{Y2,0}$ ) aufweist, bei der das gewählte Grundmodell in die Gegenrichtung verschoben würde (vgl. gestrichelter Verlauf in Abbildung 6.9). Wird Gleichung (6.23) in Gleichung (6.20) unter Berücksichtigung der Randbedingungen, dass am oberen und am unteren Umkehrpunkt einer Hystereseschleife gerade  $\dot{w} = \dot{w}_1 = \dot{w}_2 = 0$  gilt und die Verträglichkeitsbedingungen für die Verschiebungen w<sub>1</sub> und w<sub>2</sub> am oberen Umkehrpunkt eingehalten sind (Gleichungen (6.16) und (6.17)), eingesetzt, lässt sich die Federsteifigkeit k<sub>1</sub> nach Gleichung (6.26) bestimmen:

$$k_{1} = \frac{2 \cdot \sigma_{Y1,0}}{w^{eu} - 2 \cdot (\sigma_{Y1,0} + \sigma_{Y2,0}) / k_{2}} \qquad (6.26)$$

Sowohl die eigenen experimentellen Untersuchungen als auch die in der Literatur dokumentierten zyklischen Versuche (Kapitel 2.6 und Kapitel 3) zeigen, dass die bei Beginn einer Hysterese aufnehmbare Zugbeanspruchung nach dem Durchlaufen der Hystereseschleife nicht wieder erreicht wird, siehe auch Abbildung 5.5 in Kapitel 5.4. Dieses Phänomen wird im rheologischstatistischen Modell, in Anlehnung an [58], durch den Ausfall einzelner Elementkombinationen innerhalb der Hystereseschleifen berücksichtigt. In der mathematischen Modellbeschreibung ergibt sich hierdurch eine Vergrößerung der maximal erreichten Rissbreite  $w_{max}$ .

Die während der Verformungsgeschichte maximal erreichbare Rissbreite  $w_{max}$  entspricht auf der Einhüllenden bzw. bei monotoner Zugbeanspruchung gerade der aktuell erreichten Rissbreite w. Im Fall einer Entlastung ergibt sich auf der Grundlage der genannten Überlegungen  $w_{max}$  nach Gleichung (6.27):

$$w_{max}(Entlastung) = w^{eu} + const._{u} \cdot (w^{eu} - w) , \qquad (6.27)$$

wobei w<sup>eu</sup> die Rissbreite bei Beginn der Entlastung bzw. dem Verlassen der Einhüllenden darstellt (Abbildung 6.12).



Abb. 6.12:Detail einer Hystereseschleife mit charakteristischen Punkten zur Erfassung des<br/>Kraftabfalls nach dem Durchlaufen der Schleife

Die Konstante const.<sub>u</sub> steuert die Anzahl der bei einer Entlastung innerhalb einer Hystereseschleife ausfallenden rheologischen Elemente und weist Werte zwischen 0 (keine Ausfall von rheologischen Elementen innerhalb der Entlastung) und 1 (gleiche Ausfallwahrscheinlichkeit von rheologischen Elementen wie auf der Einhüllenden) auf. Mit Gleichung (6.27) wird näherungsweise angenommen, dass die Ausfallwahrscheinlichkeit von rheologischen Elementen, die die entsprechenden lokalen Versagensmechanismen widerspiegeln, dem innerhalb einer Entlastung zurückgelegten Weg proportional ist. Dies spiegelt das in Experimenten beobachtete Versagensverhalten (vgl. insbesondere Kapitel 4.1.4 bzw. 5.4) nicht exakt wieder, ist jedoch im Hinblick auf eine baupraktische Anwendung ausreichend genau, da Gleichung (6.27) im Vergleich zu experimentellen Beobachtungen lediglich innerhalb der Hysteresen zu kleinen Ungenauigkeiten führt, nicht jedoch auf der Einhüllenden.

Für den Wiederbelastungsast ergibt sich w<sub>max</sub> nach Gleichung (6.28):

$$w_{max}(Wiederbelastung) = w_{max}^{L} + const._{r} \cdot (w - w^{L}) \quad .$$
(6.28)

 $w_{max}^{L}$  gibt die maximale Rissbreite am unteren Umkehrpunkt der Hystereseschleife an, die sich aus Gleichung (6.27) ergibt,  $w^{L}$  die aktuell erreichte Rissbreite am unteren Umkehrpunkt der Hysterese (siehe Abbildung 6.12). Die Konstante const.<sub>r</sub> muss dabei mindestens so groß wie const.<sub>u</sub> sein.

### 6.3.3.3 Beschreibung der parallel angeordneten Reibungselemente

Die parallel angeordneten Reibungselemente  $Y_{i,3}$  werden lediglich innerhalb von Hystereseschleifen für Entlastungs- und Wiederbelastungsphasen im Druckbereich aktiviert, d. h. für das in Abbildung 6.6 dargestellte Grundmodell liegt somit eine Fallunterscheidung vor. Die durch  $Y_{i,3}$  übertragbare Spannung lässt sich nach Gleichung (6.29) bestimmen:

$$\sigma_{\rm R}({\rm w}) = \sigma_{\rm Y3,0} \cdot f_{\rm Y3}({\rm w})$$
 (6.29)

mit	σ <sub>Y3,0</sub> :	übertragbare Spannung ("Ausgangsspannung") durch das parallel ange- ordnete Reibungselement $Y_{\rm i,3}$
und	f <sub>Y3</sub> (w):	Verteilungsfunktion zur Angabe der Anzahl der aktiven Reibungselemente $Y_{i,3}$ .

Während REMMEL zur Berücksichtigung des Druckbereiches eine Logarithmusfunktion vorschlägt [156], wurde hier für die Verteilungsfunktion  $f_{Y3}(w)$  in Anlehnung an DUDA [58] ein Hyperbelansatz gewählt, da er zum einen für kleine Rissbreiten einen Wiederbelastungsast liefert, der in einem Spannungs-Rissöffnungsdiagramm parallel zur Ordinate verläuft (siehe Abbildung 6.13), zum anderen für große Rissbreiten gegen einen Endwert strebt. Die Anzahl der aktiven Reibungselemente  $Y_{i,3}$  ist somit nach Gleichung (6.30) definiert

$$\mathbf{f}_{Y3}(\mathbf{w}) = \left(1 - \frac{\mathbf{W}_{\max}}{\mathbf{w}}\right) \cdot \mathbf{c}_{U;R} \quad , \tag{6.30}$$

wobei  $c_U$  eine Konstante für die Entlastungsphase darstellt und mit dem Wert 1,0 festgelegt wird. Der Parameter  $c_R$  stellt entsprechend die Konstante für den Wiederbelastungsast dar, welche die Fläche innerhalb einer Hystereseschleife in einer Spannungs-Rissöffnungsbeziehung beeinflusst und Werte zwischen 0 und 1 aufweist. Die Größe  $c_R = 0$  bedeutet, dass der Wiederbelastungsast in einem Spannungs-Rissöffnungsdiagramm parallel zur Ordinate verläuft und somit die durch die Hysterese einbeschriebene Fläche maximal wird. Nimmt  $c_R$ hingegen den Wert 1 an, entspricht der Wiederbelastungsast genau dem Entlastungsast, die Fläche innerhalb der Hystereseschleife ist also gleich Null.



Abb. 6.13: Spannungs-Rissöffnungsbeziehung der parallel angeordneten Reibungselemente während des Durchlaufs eines Entlastungs- und Wiederbelastungszyklus im Druckbereich

## 6.4 Bestimmung der Kennwerte für die stoffgesetzlichen Beziehungen

Im Folgenden wird der Übergang von den experimentellen bruchmechanischen Untersuchungen zu einer stoffgesetzlichen Beschreibung auf der Grundlage des in den vorangegangenen Abschnitten vorgestellten rheologisch-statistischen Werkstoffmodells gezeigt. Dabei wird zunächst auf die im CEB Model Code 90 [40] aufgeführten Zusammenhänge Bezug genommen, da die eigenen entwickelten funktionalen Abhängigkeiten der Betonkennwerte an die Beziehungen aus dem CEB Model Code 90 angelehnt sind. Aufbauend auf die funktionalen Abhängigkeiten werden die Modellparameter bestimmt, um mit Hilfe des in Abschnitt 6.3 hergeleiteten Stoffgesetzes das Ermüdungsverhalten von Beton zutreffend vorhersagen zu können. Die Anwendung des Stoffgesetzes mit Hilfe numerischer Methoden wird in Kapitel 7 vorgenommen.

## 6.4.1 Gegenüberstellung der Beziehungen nach MC 90 und den experimentell ermittelten Werten

In einem ersten Schritt werden die experimentell ermittelten Spannungs-Dehnungs- sowie die Spannungs-Rissöffnungsverläufe (Kapitel 3) mit den im CEB Model Code 90 (MC 90) vorgeschlagenen Beziehungen für eine monotone Zugbeanspruchung miteinander verglichen (Abbildung 6.14). Abbildung 6.14, links zeigt die experimentell ermittelte  $\sigma$ - $\epsilon$ -Kurve aus der Referenzkombination (normalfester Beton NSC-I; versiegelte Lagerung; Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ 1/s}$ ) sowie zwei bilineare Beziehungen, die nach den MC 90-Formeln unter Berücksichtigung der experimentell ermittelten Werte für den Elastizitätsmodul  $E_0 = 37650$  MPa und die Zugfestigkeit ft = 4,01 MPa (durchgezogene Linien) bzw. ohne experimentelle Daten berechnet wurden, d. h. mit den in [40] vorgeschlagenen Zusammenhängen zwischen Betondruckfestigkeit und den entsprechend gesuchten Kennwerten (punktierte Linien). Es wird deutlich, dass die Vorhersage nach MC 90 mit Berücksichtigung der gemessenen  $E_0$ - und ft-Werte das beobachtete Betonzugverhalten zutreffend wiedergibt. Lediglich bezüglich der nach MC 90 festgelegten Bruchdehnung  $\varepsilon_{tu} = 0,00015$  ergibt sich nach der Vorhersage eine leichte Überschätzung der Verformung beim Bruch.



Abb. 6.14:Vergleich der experimentell ermittelten Spannungs-Dehnungs- (links) und Span-<br/>nungs-Rissöffnungsverläufe (rechts) mit den nach CEB Model Code 90 berechne-<br/>ten Beziehungen

Liegen keine experimentelle Daten für den Elastizitätsmodul und die Zugfestigkeit vor, führt die nach MC 90 berechnete Beziehung abgesehen von der Bruchdehnung zu einer konservativen Abschätzung.

MECHTCHERINE weist in [124] darauf hin, dass der Grad der Nichtlinearität der  $\sigma$ - $\epsilon$ -Kurve, dem in der MC 90-Formulierung durch den bilinearen Verlauf Rechnung getragen wird, nicht nur materialspezifisch ist, sondern auch von der gewählten Bezugslänge sowie weiteren versuchstechnischen Einflüssen (z. B. ungewollte exzentrische Lasteinleitung, ungleichmäßige Rissbildung etc.) abhängt. Aus diesem Grund wird für die hier vorgeschlagene Formulierung vereinfachend ein linear elastischer Zusammenhang in Anlehnung an das Fictitious Crack Model nach HILLERBORG et al. [86] gewählt (vergleiche auch Abbildung 2.10 in Kapitel 2.3.7).

Die in Abbildung 6.14, rechts dargestellten Spannungs-Rissöffnungsverläufe weisen dagegen eine stärkere Abweichung zwischen der experimentell bestimmten σ-w-Kurve und den nach MC 90 berechneten Verläufen auf. Dies ist insbesondere auf die vereinfachende bilineare Beschreibung des Entfestigungsverhaltens zurückzuführen. Die Verschiebung der beiden charakteristischen Rissöffnungen –  $w_1$  beim Übergang der beiden Geraden und  $w_{cr}$  beim Schnitt mit der Rissöffnungsachse - infolge einer Änderung des Bruchenergie-Zugfestigkeitsverhältnisses ist nicht ausreichend erfasst. Des Weiteren führt die Berechnung des σ-w-Verlaufs ohne experimentell ermittelte Bruchenergie- und Zugfestigkeitswerte zu einer deutlichen Unterschätzung der Bruchenergie GF sowie der Rissöffnung wer- Aus diesem Grund werden im folgenden Abschnitt insbesondere die funktionalen Beziehungen für die Bruchenergie nicht direkt aus dem MC 90 übernommen, sondern entsprechend modifiziert. Aus Gründen der Vergleichbarkeit wurde für die rechnerisch ermittelten  $\sigma$ -w-Beziehungen bei w = 0 als größte übertragbare Spannung die einachsige Zugfestigkeit ft eingesetzt, während die σ-w-Kurve in den experimentellen Untersuchungen an gekerbten Prüfkörpern ermittelt wurde und dementsprechend die etwas geringere Nettozugfestigkeit  $f_{tn}$  bei w = 0 aufweist. Weiterhin ist zu berücksichtigen, dass die experimentellen Ergebnisse an Zugprismen im Betonalter von ca. 300 Tagen gewonnen wurden.

Da im MC 90 keine Angaben bezüglich der Spannungs-Dehnungs- und Spannungs-Rissöffnungsverläufe bei einer Ermüdungsbeanspruchung gemacht werden, ist lediglich ein Vergleich für die kraftgeregelten Wöhlerversuche möglich. Abbildung 6.15 zeigt die experimentell ermittelte mittlere Wöhlerlinie für die Referenzkombination (normalfester Beton NSC-I; versiegelte Lagerung; Prüffrequenz f = 10 Hz) sowie die sich nach MC 90 ergebende Wöhlerlinie für den Fall einer reinen Zugschwellbeanspruchung. Als Bezugswerte für den jeweiligen Belastungsgrad wurde für die experimentell ermittelte Wöhlerlinie ähnlich wie für den experimentell ermittelten  $\sigma$ -w-Verlauf in Abbildung 6.14, rechts die Nettozugfestigkeit herangezogen. Im Falle der Beziehung nach MC 90 ergibt sich der Belastungsgrad bezogen auf die minimale charakteristische Zugfestigkeit.



Abb. 6.15:Vergleich der experimentell ermittelten Wöhlerlinie mit der nach CEB Model Co-<br/>de 90 berechneten Beziehung für reine Zugbeanspruchung

Aus Abbildung 6.15 ist klar zu erkennen, dass die nach MC 90 berechnete Wöhlerlinie eine konservative Abschätzung des Ermüdungsverhaltens von Beton liefert. Dies ist insbesondere auf die Tatsache zurückzuführen, dass zur Ermittlung der MC 90-Formulierung die im Betonbau bei der Bemessung üblichen 5%-Fraktilenwerte herangezogen wurden.

Eine Einschränkung für die in MC 90 zugrunde gelegte Formulierung liegt in der Nichtberücksichtigung der Unterspannung  $\sigma_{min}$  bzw. dem sich daraus ergebenden Spannungsverhältnis R. Wie auch in den eigenen Untersuchungen klar gezeigt werden konnte, beeinflusst die Unterspannung die untersuchten Betonkenngrößen maßgeblich (Kapitel 3.5.2 und 5.5). Weitere Vergleiche mit Formulierungen von CORNELISSEN und REINHARDT [46], TEPFERS und KUTTI [197] sowie VAN LEEUWEN und SIEMES [203], welche die Unterspannung berücksichtigen, konnten zeigen, dass alle genannten Beziehungen das Ermüdungsverhalten im Vergleich zu den experimentell erhaltenen Daten auf der sicheren Seite liegend erfassen.

## 6.4.2 Funktionale Abhängigkeiten der Betonkenngrößen von den untersuchten Einflussparametern

Die Ableitung der funktionalen Beziehungen aus den eigenen experimentellen Untersuchungen erfolgte in Anlehnung an die in MC 90 aufgeführten Beziehungen. Diese Vorgehensweise war insbesondere für die Einflussparameter Betongüte und Dehnungsrate notwendig, da in den Zugversuchen lediglich jeweils zwei verschiedene Betonarten (NSC-I und HSC) bzw. Dehnungsgeschwindigkeiten ( $\dot{\epsilon}_1 = 1 \cdot 10^{-4} 1/s \ \dot{\epsilon}_2 = 1 \cdot 10^{-5} 1/s$ ) Verwendung fanden und die Ableitung einer zutreffenden Beziehung nur schwer möglich ist. Es wurden nur die in den einachsigen Zugver-

suchen gefundenen Abhängigkeiten berücksichtigt, da die durchgeführten Biegezugversuche mit und ohne Eigengewichtskompensation bereits kleinere Bauteilversuche darstellen und somit als Verifikationsversuche herangezogen werden können (siehe Kapitel 7).

#### 6.4.2.1 Einfluss der Betongüte

Der in MC 90 quantifizierte Einfluss der Betongüte auf die Zugfestigkeit  $f_t$  sowie auf den Elastizitätsmodul  $E_0$  konnte in den eigenen Versuchen bei einer Abweichung der Vorhersage nach MC 90 von maximal 5 % verifiziert werden. Zur Bestimmung der in das Stoffgesetz einzuarbeitenden Abhängigkeit von der Betongüte werden die in [40] dokumentierten Beziehungen demzufolge übernommen.

$$f_t = 1,40 \cdot \left(\frac{f_c}{10}\right)^{2/3}$$
 (6.31)

und

$$E_0 = 2,15 \cdot 10^4 \cdot \left(\frac{f_c}{10}\right)^{1/3} .$$
 (6.32)

In der eigenen Formulierung wird allerdings im Gegensatz zum MC 90 nicht zwischen einem charakteristischen und einem mittleren 28-Tage-Druckfestigkeitswert unterschieden. Stattdessen wird für die Druckfestigkeit  $f_c$  einheitlich der Druckfestigkeitswert  $f_{c,200}$  verwendet (vergleiche hierzu Kapitel 3.2.4).

Wie in Abschnitt 6.4.1 deutlich gemacht wurde, wird die Größe der Bruchenergie  $G_F$  in den Beziehungen nach MC 90 unterschätzt. Aus diesem Grund wurde eine eigene funktionale Beziehung entwickelt, die sich jedoch an der MC 90-Formulierung orientiert. Kalibriert mit Hilfe der Ergebnisse aus den eigenen bruchmechanischen Untersuchungen ergibt sich für die Bruchenergie Gleichung (6.33):

$$G_{\rm F} = 157 \cdot \left(\frac{f_{\rm c}}{10}\right)^{0.215}$$
 (6.33)

Die hergeleitete Beziehung (6.33) liefert insbesondere im Bereich der normalfesten Betone deutlich größere Werte für die Bruchenergie als mit der in MC 90 präsentierten Formulierung (Abbildung 6.16) erhalten wird. Die großen Unterschiede resultieren dabei in erster Linie aus den in Kapitel 3.5.2.1 genannten Gründen (optimierte Messtechnik, der Verwendung von starren Lasteinleitungsplatten, vergleichsweise großes Verhältnis von Größtkorndurchmesser zur maßgebenden Nettoquerschnittsfläche in den eigenen Versuchen). Gleichung (6.33) berücksichtigt in der oben dargestellten Formulierung den vorhandenen Einfluss des Größtkorndurchmessers nicht, da dieser Parameter nicht Untersuchungsgegenstand der vorliegenden Arbeit war. Bei einem vom hier verwendeten Größtkorndurchmesser von 16 mm abweichenden Wert kann beispielsweise auf die in Kapitel 2.6.2.3 in Abbildung 2.21 aufgeführten Zusammenhänge zurückgegriffen werden, um Gleichung (6.33) entsprechend modifiziert zu verwenden.



Abb. 6.16:Vergleich der Formulierungen für die Abhängigkeit der Bruchenergie von der Beton-<br/>druckfestigkeit nach Gleichung (6.33) und nach dem CEB-Model Code 90

Aus den Gleichungen (6.31) bis (6.33) ergibt sich für die charakteristische Länge über die Beziehung (2.27) in Kapitel 2.3.7 der durch Gleichung (6.34) beschriebene Zusammenhang:

$$l_{ch} = 1,722 \cdot \left(\frac{f_c}{10}\right)^{-0.785}$$
 (6.34)

Die rechnerische Bruchdehnung  $\varepsilon_{tu'}$  ergibt sich entsprechend dem Hooke'schen Gesetz aus den Gleichungen (6.31) und (6.32):

$$\varepsilon_{tu} = 65 \cdot 10^{-6} \cdot \left(\frac{f_c}{10}\right)^{1/3}$$
 (6.35)

Da zur Beschreibung der Spannungs-Dehnungsbeziehung eine lineare Formulierung gewählt wurde, entspricht der durch Gleichung (6.35) bestimmte  $\varepsilon_{tu'}$ -Wert nicht der experimentell er-

mittelten Bruchdehnung  $\varepsilon_{tu}$ . Gegenüber der hier gewählten Beziehung (6.35) gibt der MC 90 einen von der Betongüte unabhängigen konstanten Bruchdehnungswert von 150·10<sup>-6</sup> 1/s an (siehe auch Abbildung 6.14, links), der nach heutigem Wissensstand ebenso wie der entsprechende konstante Bruchdehnungswert von -2200·10<sup>-6</sup> 1/s bei Druckbeanspruchung nicht aufrecht gehalten werden kann.

#### 6.4.2.2 Einfluss der Dehnungsrate

Der Einfluss der Dehnungsrate auf die Zugfestigkeit wird ähnlich wie im vorangegangenen Abschnitt aus dem MC 90 übernommen, da die dort angegebene Formulierung eine Abschätzung auf der sicheren Seite liegend mit einer maximalen Abweichung der Vorhersagegenauigkeit von 2 % liefert. Des Weiteren vermag Gleichung (6.36) den phänomenologisch beobachteten unterschiedlich starken Einfluss auf Betone mit unterschiedlichen Betongüten richtig wiederzugeben (vergleiche insbesondere Kapitel 5.1).

$$\frac{\mathbf{f}_{t,imp}}{\mathbf{f}_{t}} = \left(\frac{\dot{\epsilon}}{3 \cdot 10^{-6}}\right)^{1,016/(10+6\cdot\frac{t_{c}}{10})} , \qquad (6.36)$$

mit  $f_{t,imp}$  = Zugfestigkeit bei einer Dehnungsrate größer als die Referenzdehnungsrate 3·10<sup>-6</sup> 1/s.

Für den Elastizitätsmodul wird im MC 90 eine ähnliche Formulierung wie in (6.36) angegeben gewählt, wobei der Exponent allerdings einen konstanten Wert von 0,026 aufweist, der sich aus Gleichung (6.36) gerade für die eigene Betonmischung NSC-I ergibt. Damit bleibt der geringere Einfluss der Dehnungsrate bei höherfesten Betonen unberücksichtigt. Demzufolge wird der Elastizitätsmodul bei einer Vorhersage mit der MC 90-Formulierung im Fall des hochfesten Betons HSC überschätzt. Aus diesem Grund wird eine eigene Formulierung (6.37) vorgeschlagen, die exakt der Formulierung (6.36) für die Zugfestigkeit folgt:

$$\frac{\mathrm{E}_{0,\mathrm{imp}}}{\mathrm{E}_{0}} = \left(\frac{\dot{\epsilon}}{3 \cdot 10^{-6}}\right)^{1.016/(10+6\cdot\frac{c_{\mathrm{c}}}{10})} , \qquad (6.37)$$

mit  $E_{0,imp}$  = Elastizitätsmodul bei einer Dehnungsrate größer 3·10<sup>-6</sup> 1/s.

Während im MC 90 keine Angaben zum Einfluss der Dehnungsrate auf die Bruchenergie gemacht werden, wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit eine Formulierung in Anlehnung an die Gleichungen (6.36) und (6.37) erarbeitet:

$$\frac{G_{F,imp}}{G_F} = \left(\frac{\dot{\epsilon}}{3 \cdot 10^{-6}}\right)^{1,016/(10+6\cdot\frac{t_c}{10})} , \qquad (6.38)$$

mit  $G_{F,imp}$  = Bruchenergie bei einer Dehnungsrate größer 3·10<sup>-6</sup> 1/s. Sie liefert für normalfeste Betone eine Abschätzung, die auf der sicheren Seite liegt (7 % Abweichung vom experimentell ermittelten Bruchenergiewert). Aufgrund dem hierfür herangezogenen Bruchenergiewert bei monotoner Zugbeanspruchung der versiegelten Proben, der deutlich höher liegt als die entsprechenden G<sub>F</sub>-Werte der unversiegelten Proben bzw. Proben bei einer niedrigeren Dehnungsrate (siehe Abbildung 3.21, links) sowie wegen den generell hohen Standardabweichungen bei den Bruchenergiewerten kann die gewählte Formulierung (6.38) als ausreichend zutreffend bezeichnet werden. Für hochfeste Betone liefert (6.38) eine zutreffende Vorhersage mit einer maximalen Abweichung von 2 % bezüglich der experimentell bestimmten G<sub>F</sub>-Werte.

Unter Berücksichtigung der Definition für die charakteristische Länge (Gleichung (2.27) in Kapitel 2.3.7) ergibt sich direkt, dass die charakteristische Länge nicht von der Dehnungsrate abhängt. Diese Feststellung konnte auch in den eigenen experimentellen Untersuchungen beobachtet werden (siehe insbesondere Abbildungen 3.22, rechts und 3.24, rechts in Kapitel 3.5.2).

Für die Bruchdehnung gilt nach MC 90 ein ähnlicher Zusammenhang wie für den Elastizitätsmodul mit einem konstanten Exponenten. Da somit der unterschiedlich stark ausgeprägte Einfluss der Dehnungsrate bei Betonen unterschiedlicher Betongüte nicht erfasst wird, ist die hier vorgestellte Formulierung (6.39) wiederum an die Beziehung (6.36) für die Zugfestigkeit angelehnt:

$$\frac{\varepsilon_{\rm tu',imp}}{\varepsilon_{\rm tu'}} = \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{3 \cdot 10^{-6}}\right)^{1,016/(10+6\cdot\frac{f_{\rm c}}{10})} , \qquad (6.39)$$

mit  $\varepsilon_{tu',imp}$  = Bruchdehnung bei einer Dehnungsrate größer 3·10<sup>-6</sup> 1/s. Gleichung (6.39) liefert für beide Betone NSC-I und HSC eine Vorhersagegenauigkeit mit einer maximalen Abweichung von 5 %. Wie im vorangegangenen Abschnitt sei nochmals darauf hingewiesen, dass der durch Gleichung (6.39) bestimmte  $\varepsilon_{tu'}$ -Wert aufgrund der gewählten linearen Formulierung der Spannungs-Dehnungsbeziehung nicht der experimentell ermittelten Bruchdehnung  $\varepsilon_{tu}$  entspricht.

Abbildung 6.17 zeigt grafisch den durch die Gleichungen (6.36) bis (6.39) beschriebenen relativen Einfluss der Dehnungsrate auf die Betonkennwerte Zugfestigkeit  $f_t$ , Elastizitätsmodul  $E_0$ , Bruchenergie  $G_F$  und Bruchdehnung  $\varepsilon_{tu}$ .



**Abb. 6.17:** Einfluss der Dehnungsrate auf die Betonkennwerte  $f_b$ ,  $E_0$ ,  $G_F$  und  $\varepsilon_{tu'}$  nach den Gleichungen (6.36) bis (6.39)

### 6.4.2.3 Einfluss der Nachbehandlungsmethode

Bezüglich der Nachbehandlungsmethode wurde auf die Herleitung einer expliziten funktionalen Beziehung verzichtet. Wie in den eigenen Untersuchungen festgestellt werden konnte, ist dieser Einflussparameter über die gesamte Herstellungs- und Lagerungszeit bis zur Zugprüfung zu beachten (siehe auch die Diskussion in Kapitel 5.2). Eine andere als die hier gewählte Referenzlagerung "versiegelt" muss entsprechend in einem einachsigen Zugversuch hinsichtlich ihrer Abweichung von den Referenzkennwerten untersucht werden. Die Berücksichtigung der Einflussparameter Betongüte, Dehnungsrate und Lastzyklenanzahl erfolgt dann in erster Näherung analog der in den entsprechenden Abschnitten beschriebenen Vorgehensweise mit einem modifizierten Referenzwert. Die erhöhte Dehnungsratenabhängigkeit von feuchtem Beton wird somit nicht erfasst.

### 6.4.2.4 Einfluss der Lastzyklenanzahl

Wie in Abschnitt 6.4.1 angedeutet, werden im MC 90 keine Angaben bezüglich der Spannungs-Dehnungs- und Spannungs-Rissöffnungsverläufe bei einer Ermüdungsbeanspruchung gemacht. Somit können die funktionalen Abhängigkeiten der entsprechenden Betonkennwerte der  $\sigma$ - $\epsilon$ - bzw.  $\sigma$ -w-Beziehungen nicht direkt an MC 90-Formulierungen angelehnt werden.

Eine Auswertung der vorhandenen Daten sowie die dazugehörigen phänomenologischen Betrachtungen (Kapitel 3 bis 5) zeigen, dass die in den vorangegangenen Abschnitten aufgeführten Parameter und der Einfluss der Lastzyklenzahl sich nicht wechselseitig beeinflussen. Somit kann die Abhängigkeit der relevanten Betonkenngrößen von der Lastzyklenanzahl in guter Näherung mittels einer linearen bzw. bilinearen Regression der Kennwerte aus der Referenzkombination (normalfester Beton NSC-I; versiegelte Lagerung; Dehnungsrate  $\dot{\epsilon}_1 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ l/s}$ ) durchgeführt und auf andere Parameterkombinationen (Änderung der Betongüte, der Dehnungsrate oder der Nachbehandlungsmethode) übertragen werden.

Die Wahl eines bilinearen Ansatzes zur Beschreibung der Abhängigkeit der Betonkennwerte von der Lastzyklenzahl trägt der Beobachtung Rechnung, dass eine niederzyklische Beanspruchung die relevanten Kenngrößen wie Zugfestigkeit, Bruchenergie und charakteristische Verformungswerte nicht beeinflusst. Der bilineare Ansatz wird indirekt durch die Beziehungen zum kraftgeregelten Ermüdungsverhalten nach MC 90 bestätigt. Die mit Hilfe der MC90-Beziehungen sich ergebenden Wöhlerlinien sind abgesehen von einigen Ausnahmefällen multilinear aufgebaut [40].

Für die Zugfestigkeit  $f_t$  ergibt sich demnach eine lineare Abhängigkeit von der logarithmierten Lastzyklenanzahl log N nach Gleichung (6.40a) sowie ein bilinearer Bezug zu log N nach Gleichung (6.40b):

$$f_t = f_{t,0} - 0,20 \cdot \log N$$
 , (6.40a)

bzw.

$$\begin{aligned} & f_t = f_{t,0} & \forall \log N \leq 1 \\ & f_t = f_{t,0} - 0,27 \cdot \log N & \forall \log N > 1 \end{aligned} \tag{6.40b}$$

Der Grundwert  $f_{t,0} = 3,66$  MPa für normalfesten Beton NSC-I ergibt sich aus dem arithmetischen Mittel bei monotoner bzw. niederzyklischer Zugbeanspruchung mit 10 Lastzyklen. Bei hochfestem Beton HSC wird  $f_{t,0} = 5,23$  MPa unter der Bedingung bestimmt, dass der Einfluss der Lastzyklenanzahl für beide Betongüten gleich ausgeprägt ist, d. h. der Faktor 0,20 in Gleichung (6.40a) bzw. 0,27 in Gleichung (6.40b) wird beibehalten. Dies führt aufgrund der Streuung der experimentell ermittelten Werte zu einer minimalen Abweichung von 1,5 % zum experimentell festgestellten Mittelwert  $f_{t,0} = 5,30$  MPa.

Diese Vorgehensweise wurde bei der Ableitung der funktionalen Abhängigkeit der Betonkennwerte von der Lastzyklenanzahl für alle untersuchten Kenngrößen beibehalten. Dabei wurde im Gegensatz zu den beiden vorangegangenen Abschnitten der Elastizitätsmodul nicht betrachtet, da er nicht von der Lastzyklenanzahl beeinflusst wird. Auf die veränderte Steifigkeit innerhalb von Hystereseschleifen wird in Abschnitt 6.5 eingegangen.

Für die Bruchenergie  $G_F$  ergibt sich nach der oben beschriebenen Vorgehensweise der durch die Gleichungen (6.41a) und (6.41b) beschriebene Zusammenhang:

$$G_F = G_{F,0} - 16,0 \cdot \log N$$
 , (6.41a)

bzw.

$$G_{F} = G_{F,0} \qquad \forall \log N \le 1$$
  

$$G_{F} = G_{F,0} - 21, 4 \cdot \log N \qquad \forall \log N > 1 \qquad .$$
(6.41b)

Die Grundwerte  $G_{F,0}$  betragen 220 N/m für normalfesten Beton NSC-I und 260 N/m für hochfesten Beton HSC. Der Wert für normalfesten Beton wurde dabei gegenüber dem experimentellen Wert leicht abgemindert (vergleiche Abschnitt 6.4.2.2).



Abb. 6.18:Einfluss der Lastzyklenanzahl auf die Nettozugfestigkeit (links) und die Bruch-<br/>energie (rechts) für normal- und hochfeste Zugproben (experimentell bestimmte<br/>Mittelwerte sowie lineare und bilineare Regressionen)

In Abbildung 6.18 sind die durch die Gleichungen (6.40a) bis (6.41b) bestimmten Zusammenhänge gemeinsam mit den entsprechenden Mittelwerten für die Nettozugfestigkeit und die Bruchenergie dargestellt. Die gute Übereinstimmung mit der einfachen stoffgesetzlichen Beschreibung ist deutlich zu erkennen. Aus Gründen der Anschaulichkeit sind in Abbildung 6.18 die entsprechenden Ansätze lediglich für zwei Parameterkombinationen dargestellt. Sie gelten in gleicher Weise auch für alle anderen untersuchten Kombinationen.

Für die Verformungswerte  $\delta_{tu}$  bei Erreichen der Maximallast und w<sub>crit</sub> am Ende der Entfestigung, wenn keine weitere Spannungsübertragung mehr möglich ist, wurde die gleiche funktionale Abhängigkeit gefunden (Gleichungen (6.42a) und (6.42b) bzw. (6.43a) und (6.43b)):

$$\delta_{tu} = \delta_{tu,0} - 0,34 \cdot \log N \qquad , \qquad (6.42a)$$

bzw.

$$\begin{split} \delta_{tu} &= \delta_{tu,0} & \forall \log N \leq 1 \\ \delta_{tu} &= \delta_{tu,0} - 0,44 \cdot \log N & \forall \log N > 1 \end{split} \tag{6.42b}$$

und

$$w_{crit} = w_{crit,0} - 0,34 \cdot \log N$$
 , (6.43a)

bzw.

$$\begin{split} \mathbf{w}_{\text{crit}} &= \mathbf{w}_{\text{crit},0} & \forall \log N \leq 1 \\ \mathbf{w}_{\text{crit}} &= \mathbf{w}_{\text{crit},0} - 0,44 \cdot \log N \quad \forall \log N > 1 \quad . \end{split} \tag{6.43b}$$

Die Grundwerte  $\delta_{tu,0}$  bzw. w<sub>crit,0</sub> betragen 12,2 µm bzw. 426 µm für normalfesten Beton NSC-I und 12,9 µm bzw. 384 µm für hochfesten Beton HSC.

Für die Abhängigkeit der charakteristischen Länge  $l_{ch}$  von der Lastzyklenanzahl wurden mit Hilfe der linearen Regression unterschiedliche Steigungen für normalfesten und hochfesten Beton gefunden (Gleichungen (6.44a) und (6.44b) sowie (6.45a) und (6.45b)):

$$\mathbf{l}_{ch} = \mathbf{l}_{ch,0} - \mathbf{s}_{l} \cdot \log \mathbf{N} \qquad , \qquad (6.44a)$$

bzw.

$$\begin{split} l_{ch} &= l_{ch,0} & \forall \log N \leq 1 \\ l_{ch} &= l_{ch,0} - s_{bl} \cdot \log N & \forall \log N > 1 \end{split} \tag{6.44b}$$

mit

$$s_1 = -0.138 \cdot \left(\frac{f_c}{10}\right)^{-0.785}$$
, (6.45a)

$$s_{bl} = -0.178 \cdot \left(\frac{f_c}{10}\right)^{-0.785}$$
 (6.45b)

Der Einfluss der Betongüte wurde dabei analog Beziehung (6.34) berücksichtigt. Die Grundwerte  $l_{ch,0}$  betragen 0,522 m für normalfesten Beton NSC-I und 0,316 m für hochfesten Beton HSC.

Die unterschiedlichen Steigungen aufgrund der Betongüte sind jedoch kein Indiz für ein unterschiedliches Verhalten gegenüber einer Ermüdungsbeanspruchung. Betrachtet man statt der absoluten Werte für die charakteristische Länge relative Werte, die sich auf die ermittelte charakteristische Länge bei monotoner Beanspruchung beziehen, verlaufen die Beziehungen für normalfesten Beton NSC-I und für hochfesten Beton HSC nahezu deckungsgleich. Der Einfluss der Unterspannung  $\sigma_{min}$  konnte auf der Grundlage der eigenen Versuche nicht mit einer funktionalen Abhängigkeit dargestellt werden. Dies ist im Hinblick auf das entwickelte Stoffgesetz auch nicht notwendig, da dieser Schädigungsbeitrag über die parallel angeordneten dritten Reibungselemente im Grundmodell berücksichtigt wird (Abbildung 6.5 in Abschnitt 6.3.2 sowie Abschnitt 6.3.3.3) und daher bereits erfasst ist.

Auf die Einarbeitung weiterer Einflussparameter wie die Probengrößenabhängigkeit wurde im Rahmen der Stoffgesetzentwicklung verzichtet, da sie in den eigenen bruchmechanischen Untersuchungen nicht betrachtet wurde. Eine Berücksichtigung weiterer Parameter ist aber analog der in diesem Abschnitt beschriebenen Vorgehensweise prinzipiell möglich.

### 6.4.3 Bestimmung der Modellparameter und zugehöriger Lösungsalgorithmus

Nach der Entwicklung der funktionalen Abhängigkeiten in Abschnitt 6.4.2 müssen nun die Modellparameter so festgelegt werden, dass das neue Stoffgesetz das Bruchverhalten von Beton unter Ermüdungsbeanspruchung auch quantitativ zutreffend vorhersagt.

Die Modellparameter, welche in die Spannungs-Dehnungsbeziehung eingehen, sind die im vorangegangenen Abschnitt bestimmten Kenngrößen einachsige Zugfestigkeit  $f_t$  und Elastizitätsmodul E<sub>0</sub>. Zur Beschreibung des  $\sigma$ - $\epsilon$ -Verhaltens genügen also die Gleichungen (6.31), (6.32) sowie (6.36) und (6.37).

Die Spannungs-Rissöffnungsbeziehung unter monotoner bzw. die Einhüllende bei zyklischer Zugbeanspruchung werden durch Gleichung (6.15) wiedergegeben, die hier nochmals als bezogene  $\sigma$ -w-Beziehung angegeben ist (Gleichung (6.46)):

$$\sigma_{H}(w)/f_{t} = c_{1} \cdot \frac{\gamma_{1}}{\beta_{1}} \cdot \left(\frac{w - \alpha_{1}}{\beta_{1}}\right)^{\gamma_{1} - 1} \cdot e^{-\left(\frac{w - \alpha_{1}}{\beta_{1}}\right)^{\gamma_{1}}} + c_{2} \cdot \frac{\gamma_{2}}{\beta_{2}} \cdot \left(\frac{w - \alpha_{2}}{\beta_{2}}\right)^{\gamma_{2} - 1} \cdot e^{-\left(\frac{w - \alpha_{2}}{\beta_{2}}\right)^{\gamma_{2}}} \quad . \quad (6.46)$$

Im Vergleich zur Formulierung in Gleichung (6.15) entfallen die Terme ( $\sigma_{Y1,0} + \sigma_{Y2,0}$ ), da die Summe der beiden durch die Reibungselemente übertragbaren Spannungen definitionsgemäß gerade der Zugfestigkeit entspricht (siehe Abschnitt 6.3.3.2). Es ergeben sich aus Gleichung (6.46) somit acht unbekannte Parameter, für deren Bestimmung im Idealfall ein Gleichungssystem mit acht Gleichungen notwendig wäre.

Da die Bestimmung eines solchen Gleichungssystems kaum machbar ist, wird im Folgenden in Anlehnung an [124] auf ein Gleichungssystem mit lediglich drei Bestimmungsgleichungen zurückgegriffen. Die somit verbleibenden fünf Modellparameter werden mit Hilfe einer inversen Analyse konstant gesetzt.

Die drei Bestimmungsgleichungen ergeben sich aus der Tatsache, dass die Zugfestigkeit bei Erreichen der Bruchrissöffnung  $w_{tu}$  erreicht wird (Gleichung (6.47)), dass der Übergang vom ansteigenden in den abfallenden Ast der Spannungs-Rissöffnungsbeziehung bei einer stetigen Funktion durch Nullsetzen der ersten Ableitung der Funktion gekennzeichnet ist (Gleichung (6.48)) sowie dass sich die Bruchenergie aus der Fläche unter der Spannungs-Rissöffnungsbeziehung ergibt (Gleichung (6.49)):

$$\mathbf{f}_{t} = \boldsymbol{\sigma} \left( \mathbf{w}_{tu} \right) \quad , \tag{6.47}$$

$$\frac{d\sigma(w)}{dw} = 0 \quad \text{an der Stelle } w = w_{tu} \quad , \tag{6.48}$$

$$G_{F} = \int_{0}^{w_{er}} \sigma(w) dw \qquad (6.49)$$

Die Bruchrissöffnung ergibt sich hierbei als die Differenz zwischen der gemessenen Bruchverformung  $\delta_{tu}$  und dem linear elastischen Anteil  $f_t/E_0$  nach dem Hooke'schen Gesetz, der auf die in Kalibrierungsversuchen verwendete Messlänge bezogen wird.

Die Durchführung einer umfangreichen Parameterstudie zur befriedigenden Beschreibung des Entfestigungsverhaltens bei gleichzeitiger Reduktion der Parametergrößen erbrachte folgende Festlegung der Parameter  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$ ,  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$  (vergleiche Abbildung 6.8):

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 0$$
;  $\beta_1 = 0.02$ ;  $\gamma_1 = 2.0$  und  $\gamma_2 = 1.2$ . (6.50)

Die verbleibenden Modellparameter, der Modalwert der zweiten WEIBULL-Verteilung  $\beta_2$ , sowie die beiden Koeffizienten  $c_1$  und  $c_2$  werden durch das Gleichungssystem (6.47) bis (6.49) bestimmt.

Die Festlegung der Modellparameter zur Beschreibung der Hystereseschleifen (Gleichungen (6.20) bis (6.30)) ergab sich aus einer inversen Analyse anhand von einzelnen Hystereseschleifen in verschiedenen Rissstadien. Dazu wurden sowohl niederzyklische Versuche (N = 10) als auch hochzyklische Zugversuche (N = 100.000) verwendet und bei einer Verformung von ca. 20  $\mu$ m (d. h. kurz nach dem Überschreiten der Maximallast), bei ca. 60  $\mu$ m (Übergang zwischen erstem, steilerem Teil und zweiten, flacheren Teil des abfallenden Astes im Spannungs-Verformungsdiagramm) sowie bei ca. 100  $\mu$ m (im flacheren Teil des abfallenden Astes) untersucht. Danach ergeben sich folgende Abhängigkeiten:

$$\sigma_{Y1,0} = 2/3 \cdot f_t \quad ; \sigma_{Y2,0} = 1/3 \cdot f_t \quad ; \sigma_{Y3,0} = 0,05 \cdot f_t \quad ; k_2 = (167 - 5 \cdot \log N) \cdot f_t \quad ; c_u = 1,0 \quad ; c_R = 0,2 \quad ; const._u = 0,1 \quad ; const._r = 0,2 \qquad .$$
(6.51)

Die Viskositäten  $\eta_1$  und  $\eta_2$  der beiden Dämpfungselemente im Grundmodell konnten nicht aus den eigenen experimentellen Untersuchungen abgeleitet werden, da die gewählten Verformungsgeschwindigkeiten im quasistatischen Bereich liegen [5]. Wie sich aus der Betrachtung der Gleichungen (6.23) und (6.24) ergibt, entfallen diese Terme jedoch bei einer Beanspruchung mit einer Verformungsrate  $\dot{w}_1 = 0$  (Gleichung (6.25)). Der Einfluss der Lastzyklenanzahl auf die Federsteifigkeit k<sub>2</sub> in Gleichung (6.51) ergibt sich aus einer linearen Regression und berücksichtigt die Beobachtung, dass die Hystereseflächen mit zunehmender Lastspielzahl kleiner sind (vergleiche Kapitel 5.4).

Die Vorgehensweise bei der Bestimmung der Kennwerte des neuen Stoffgesetzes lässt sich wie folgt zusammenfassen:

- Festlegung bzw. experimentelle Bestimmung der Betonkennwerte Zugfestigkeit, Elastizitätsmodul, Bruchdehnung und Bruchenergie als Referenzwerte bei normalfestem, versiegelt gelagertem Beton NSC-I, der mit einer Dehnungsgeschwindigkeit von  $\dot{\epsilon}_1 = 1 \cdot 10^{-4}$  1/s monoton auf Zug beansprucht wird.
- Berechnung der Betonkennwerte Zugfestigkeit, Elastizitätsmodul, Bruchdehnung und Bruchenergie bei von der Referenzkombination abweichenden Parametern mit Hilfe der in Abschnitt 6.4.2 entwickelten funktionalen Abhängigkeiten.
- Bestimmung der Modellparameter β<sub>2</sub>, c<sub>1</sub> und c<sub>2</sub> durch das Gleichungssystem (6.47) bis (6.49) bei Festsetzung der Konstanten nach Gleichung (6.50)
- Ermittlung der Spannungs-Dehnungsbeziehung nach dem Hooke'schen Gesetz, der Spannungs-Rissöffnungsbeziehung nach Gleichung (6.46) sowie des Hysteresenverlaufs nach Gleichung (6.20) unter Berücksichtigung von (6.51).

Die entsprechende Kalibrierung und Verifikation des neuen Stoffgesetzes mittels numerischer Methoden ist in Kapitel 7 zusammengefasst.

# 6.5 Vereinfachung des Materialgesetzes zur Anwendung in der Bemessungspraxis

Da die grundlegenden Ansätze des neuen rheologisch-statistischen Materialmodells auch für die Baupraxis zur Verfügung gestellt werden sollen, wird im Folgenden versucht, mittels sinnvoller Vereinfachungen eine handliche Formulierung zu extrahieren, die eine einfache Anwendung bei der Bemessung von zugermüdungsbeanspruchten Betonbauwerken ermöglicht. Dazu wird die Spannungs-Dehnungsbeziehung wie bereits im vorangegangenen Abschnitt mit einem linearen Ansatz nach dem Hooke'schen Gesetz beschrieben. Die hierzu notwendigen Kenngrößen Zugfestigkeit und Elastizitätsmodul lassen sich mit einfachen Versuchen bestimmen.

Bei der Beschreibung der Spannungs-Rissöffnungsbeziehung wird auf die explizite Behandlung der Hystereseschleifen verzichtet. Dies ist insofern möglich, da bei der Ableitung des rheologisch-statistischen Materialmodells der Einfluss der Lastzyklenanzahl auch in Bezug auf die "neue" Einhüllende berücksichtigt wurde (vergleiche Abschnitte 6.3.3.1 und 6.3.3.2). Folglich kann Gleichung (6.46) direkt zur Bestimmung der  $\sigma$ -w-Beziehung angewendet werden. Eine weitere Vereinfachung in Form einer Approximation mittels eines bilinearen Ansatzes im abfallenden Ast scheint nicht geeignet, da er zu viele Einschränkungen bezüglich des Übergangs zwischen den beiden Geraden mit sich brächte (siehe auch Abschnitt 6.4.1).

Da unter einer Ermüdungsbeanspruchung neben der einhüllenden Spannungs-Rissöffnungsbeziehung auch die Verformung bei den einzelnen Zwischenentlastungen von Interesse ist, wird anstelle der detaillierten Beschreibung der Hystereseschleifen eine Beziehung für die Nachgiebigkeit (engl. compliance) in Abhängigkeit von der aktuellen Rissöffnung auf der Einhüllenden vorgestellt (Gleichung (6.52)):

 $C_u(w) = C_i + C_{u,0} \cdot w^p$  (6.52)

mit

$$C_{u,0} = -0,012 \cdot \left(\frac{f_c}{10}\right)^{-5,898} + \frac{0,034 \cdot \left(\frac{f_c}{10}\right)^{-5,747}}{\left(\log N\right)^{0,405}}$$
(6.53)

und

$$p = 0,654 \cdot \left(\frac{f_c}{10}\right)^{0,628} + \frac{\log N}{10} \quad . \tag{6.54}$$

Die Konstante  $C_i$  in Gleichung (6.52) stellt die Anfangsnachgiebigkeit (engl. initial compliance) dar und kann als Reziprokwert des Elastizitätsmoduls interpretiert werden. Sie ergibt sich in Abhängigkeit von der Betongüte. Bei der Ableitung der Beziehungen (6.52) bis (6.54) wurden wiederum nur einachsige Zugversuche herangezogen und Formulierungen in Anlehnung an den funktionalen Aufbau nach MC 90 [40] gewählt. Deshalb ist insbesondere die Beziehung (6.53) zur Bestimmung des Grundwertes für die Nachgiebigkeit  $C_{u,0}$  nur für den in den eigenen Untersuchungen verwendeten Betondruckfestigkeitsbereich gültig.

Abbildung 6.19 zeigt den Verlauf der mit Gleichung (6.52) beschriebenen Nachgiebigkeit  $C_u$  in Abhängigkeit von der aktuellen Rissöffnung w für die in den eigenen Versuchen angewendeten Betongüten und Lastzyklenanzahlen. Für beide Betongüten ist die Zunahme der Nachgiebigkeit (abnehmende Steifigkeit) mit fortschreitender Rissöffnung zu erkennen. Die Nachgiebigkeit ist bei den normalfesten Betonen anfänglich noch größer, wird aber durch eine ausgeprägtere Zunahme der Nachgiebigkeit von den hochfesten Betonen im fortgeschrittenen Rissstadium (bei ca. 55  $\mu$ m) überholt. Der Einfluss der Lastzyklenzahl macht sich durch die stärkere Nachgiebigkeitszunahme mit fortschreitender Rissöffnung bei beiden Betonen bemerkbar.



Abb. 6.19:Verlauf der Nachgiebigkeit mit zunehmender Rissöffnung nach den Gleichungen<br/>(6.52) bis (6.54) für normalfeste, versiegelte und hochfeste, unversiegelte Zugpro-<br/>ben in Abhängigkeit von der Lastzyklenanzahl

Wie aus den Gleichungen (6.52) bis (6.54) deutlich wird, bleiben die Einflussparameter Nachbehandlungsmethode und Dehnungsrate für die Nachgiebigkeit mit zunehmender Rissöffnung unberücksichtigt. Diese Vereinfachung steht im Einklang mit der experimentellen Beobachtung, nach der sich diese beiden Einflussparameter lediglich auf die Anfangsnachgiebigkeit auswirken, nicht jedoch auf die Veränderung der Nachgiebigkeit mit zunehmender Rissöffnung (Kapitel 5.4). Der Unterschied bezüglich der Anfangsnachgiebigkeit kann durch entsprechend modifizierte C<sub>i</sub>-Werte in Gleichung (6.52) berücksichtigt werden.

Mit der genannten Vereinfachung werden dennoch sowohl die Festigkeiten als auch die entsprechenden Verformungen zu jedem Zeitpunkt einer zyklischen Beanspruchung mit für praktische Belange ausreichender Genauigkeit vorhergesagt (siehe auch Kapitel 7).

# 7 Numerische Untersuchungen

## 7.1 Einleitung

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten numerischen Untersuchungen beschränken sich im Wesentlichen auf die Kalibrierung und Verifizierung des neu entwickelten rheologisch-statistischen Materialmodells. Dabei wird im folgenden Abschnitt 7.2 zunächst nochmals verdeutlicht, dass die bislang bekannten Modelle die Spannungs-Rissöffnungsbeziehungen nur unzureichend wiedergeben.

In Abschnitt 7.3 wird das neue rheologisch-statistische Materialmodell unter Zuhilfenahme der experimentellen Ergebnisse aus den einachsigen Zugversuchen kalibriert. Dabei werden sowohl die einhüllenden Spannungs-Verformungsbeziehungen als auch die einzelnen Hystereseschleifen für verschiedene Kombinationen bezüglich der untersuchten Einflussparameter (Betongüte, Nachbehandlungsmethode, Dehnungsgeschwindigkeit und Lastzyklenanzahl) nachgerechnet.

Eine erste Anwendung zur Verifizierung und Überprüfung der Leistungsfähigkeit des neuen rheologisch-statistischen Materialmodells wird durch die Nachrechnung der Ergebnisse der Dreipunkt-Biegezugversuche gezeigt, die als kleine Bauteilversuche anzusehen sind und bei der Kalibrierung der stoffgesetzlichen Beziehungen nicht betrachtet wurden (Abschnitt 7.4). Abschließend wird das neue rheologisch-statistische Materialmodell im Hinblick auf seine Leistungsfähigkeit und Übertragbarkeit auf reale Betonbauteile kurz diskutiert.

## 7.2 Nachrechnung der eigenen experimentellen Untersuchungen mit den bekannten Modellvorstellungen

Bei der Entwicklung des neuen rheologisch-statistischen Materialmodells in Kapitel 6 wurden die Einschränkungen der bislang bekannten Materialmodelle zum Ermüdungsverhalten von Beton unter Zugbeanspruchung bezüglich ihrer Eignung zur Vorhersagefähigkeit bereits eingehend diskutiert (siehe hierzu insbesondere Abschnitt 6.3.1).

Eine Überprüfung der stoffgesetzlichen Beziehungen zum Spannungs-Rissöffnungsverhalten bei monotoner Zugbeanspruchung zeigt, dass bereits bei dieser Beanspruchungsart keine gute Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen der Vorhersagemodelle und den experimentell erhaltenen Ergebnissen vorliegt.

Wie Abbildung 7.1 am Beispiel der Referenzkombination (normalfester Beton NSC-I, versiegelte Lagerung, Verformungsgeschwindigkeit 5  $\mu$ m/s) deutlich macht, ist lediglich das Modell von YANKELEVSKY und REINHARDT [220] in der Lage, bis zu einer Rissöffnung von ca. 120  $\mu$ m dem experimentell ermittelten Spannungs-Rissöffnungsverlauf zu folgen. Anschließend wird die Spannungsaufnahmekapazität von diesem Modell allerdings erheblich überschätzt. Alle anderen in Abbildung 7.1 aufgeführten  $\sigma$ -w-Beziehungen unterschätzen dem entgegen die Spannungsaufnahmefähigkeit über einen geöffneten Riss hinweg. Insbesondere bei größeren Rissöffnungen im zweiten Teil des abfallenden Astes ist eine deutliche Diskrepanz zwischen den Modellvorhersagen und der experimentell gewonnenen  $\sigma$ -w-Kurve zu erkennen. Die Modelle von GOPALARATNAM und SHAH [72] sowie CORNELISSEN et al. [45] geben zudem einen kritischen Rissöffnungswert w<sub>crit</sub> an, der weit unterhalb des experimentell festgestellten Wertes liegt, ab dem keine Spannungsübertragung mehr möglich ist.



Abb. 7.1:Vergleich der Spannungs-Rissöffnungsbeziehungen nach verschiedenen Vorschlä-<br/>gen aus der Literatur mit dem experimentell ermittelten σ-w-Verlauf an einer<br/>normalfesten, versiegelten Betonprobe bei monotoner Zugbeanspruchung

Die in Abbildung 7.1 aufgeführten Spannungs-Rissöffnungsbeziehungen stellen zwar nur eine kleine Auswahl der bislang entwickelten Beziehungen bei monotoner Zugbeanspruchung dar, können aber als repräsentativ angesehen werden. Des Weiteren werden die  $\sigma$ -w-Beziehungen von CORNELISSEN et al. [45], YANKELEVSKY und REINHARDT [220], DUDA [58] und TOUMI [200] auch als Einhüllende innerhalb der jeweiligen Modelle für zyklische Zugbeanspruchungen eingesetzt.

# 7.3 Nachrechnung der monotonen und zyklischen einachsigen Zugversuche unter Verwendung des neuen rheologischstatistischen Materialmodells

Wie in Abschnitt 7.1 angedeutet, wurde das neu entwickelte rheologisch-statistische Materialmodell anhand der eigenen einachsigen Zugversuche an gekerbten und ungekerbten Betonzugprismen kalibriert.

MECHTCHERINE konnte mittels seiner numerischen Untersuchungen in [124] unter Beweis stellen, dass zur Ableitung von stoffgesetzlichen Beziehungen die Kombination aus gekerbten und ungekerbten Proben, die in einachsigen Zugversuchen mit unverdrehbaren Randbedingungen beansprucht werden, am besten geeignet ist. Idealerweise sollten alle relevanten mechanischen und bruchmechanischen Kenngrößen aus Versuchen an ungekerbten Proben gewonnen werden. Wie in Kapitel 3 bei den experimentellen Untersuchungen gezeigt wurde, sind zur zielsicheren Erfassung des Entfestigungsverhaltens von Beton allerdings gekerbte Proben geeigneter, um eine stabile Versuchsdurchführung zu gewährleisten (siehe insbesondere Kapitel 3.3.1).

Im Folgenden werden Spannungs-Rissöffnungsbeziehungen für verschiedene experimentelle Parameterkombinationen mit der nach der in Kapitel 6.4.3 vorgestellten Vorgehensweise bestimmten Spannungs-Rissöffnungsbeziehung verglichen.



Abb. 7.2:Vergleich der Spannungs-Rissöffnungsbeziehungen nach dem neuen rheologisch-<br/>statistischen Materialmodell mit dem experimentell ermittelten σ-w-Verlauf an ei-<br/>ner normalfesten, versiegelten Betonprobe bei monotoner Zugbeanspruchung

Abbildung 7.2 zeigt einen Vergleich der Spannungs-Rissöffnungsbeziehungen nach dem neuen rheologisch-statistischen Materialmodell nach Gleichung (6.46) mit dem experimentell ermittelten mittleren  $\sigma$ -w-Verlauf an normalfesten, versiegelten Betonproben bei monotoner Zugbeanspruchung mit einer Verformungsgeschwindigkeit von 5 µm/s (Referenzkombination). Die drei freien Modellparameter  $\beta_2$ ,  $c_1$  und  $c_2$  werden durch das Gleichungssystem (6.47) bis (6.49) wie folgt bestimmt:  $\beta_2 = 0.1$ ;  $c_1 = 0.0155$  und  $c_2 = 3 \cdot c_1 = 0.0465$ .

Die Übereinstimmung ist bis zu einer Rissöffnung von ca. 250 µm sehr gut. Anschließend wird die aufnehmbare Spannung von der Modellformulierung etwas unterschätzt, so dass für eine größere Rissöffnung von einer konservativen Abschätzung gesprochen werden kann. Dies kann in Anbetracht der Streubreite der Einzelergebnisse als gerechtfertigt angesehen werden.

Eine exakte Wiedergabe der experimentell ermittelten Spannungs-Rissöffnungsbeziehung wäre lediglich auf Kosten der Einfachheit der Formulierung – die Implementierung einer weiteren WEIBULL-Verteilung oder die Wahl einer anderen Verteilungsfunktion – und damit auch der Transparenz der im Beton ablaufenden Versagensmechanismen möglich.



Abb. 7.3:Vergleich der Spannungs-Rissöffnungsbeziehungen nach dem neuen rheologisch-<br/>statistischen Materialmodell mit dem experimentell ermittelten σ-w-Verlauf an ei-<br/>ner hochfesten, versiegelten Betonprobe bei monotoner Zugbeanspruchung

In Abbildung 7.3 ist ein Vergleich der Spannungs-Rissöffnungsbeziehungen nach dem neuen rheologisch-statistischen Materialmodell mit dem experimentell ermittelten mittleren  $\sigma$ -w-Verlauf an Betonproben aus hochfestem Beton dargestellt (versiegelte Lagerung, monotone Zugbeanspruchung mit 5 µm/s). Die drei freien Modellparameter  $\beta_2$ ,  $c_1$  und  $c_2$  ergeben sich hierbei zu  $\beta_2 = 0.08$ ;  $c_1 = 0.0142$  und  $c_2 = 3 \cdot c_1 = 0.0426$ . Bis auf eine leichte Unterschätzung der Spannungsaufnahmekapazität bei Rissöffnungen im Bereich von ca. 50 bis 150 µm ist eine sehr gute Übereinstimmung festzustellen.

Um auch andere Nachbehandlungsmethoden in der mathematischen Formulierung des rheologisch-statistischen Materialmodells berücksichtigen zu können, wurde ein Vergleich zwischen der Modellvorhersage nach Gleichung (6.46) und dem experimentell ermittelten mittleren  $\sigma$ -w-Verlauf an unversiegelten Betonproben durchgeführt. Die drei freien Modellparameter  $\beta_2$ ,  $c_1$  und  $c_2$  ergeben sich in diesem Fall zu  $\beta_2 = 0.1$ ;  $c_1 = 0,014$  und  $c_2 = 4 \cdot c_1 = 0,056$ . Insbesondere auffällig ist der im Vergleich zu den Versuchen an versiegelten und hochfesten Betonproben höhere Wert des zweiten Koeffizienten  $c_2$ , der direkt die bei unversiegelten Proben ausgeprägten Phänomene wie Rissuferverzahnung und Rissuferüberbrückung widerspiegelt (siehe auch Kapitel 5.2). Die Vorhersagegenauigkeit des Modells ist, ähnlich wie in Abbildung 7.2 für die versiegelte Lagerung, bis zu einer Rissöffnung von ca. 250 µm sehr gut. Anschließend wird die aufnehmbare Spannung von der Modellformulierung wiederum nur unerheblich unterschätzt.



Abb. 7.4:Vergleich der Spannungs-Rissöffnungsbeziehungen nach dem neuen rheologisch-<br/>statistischen Materialmodell mit dem experimentell ermittelten σ-w-Verlauf an ei-<br/>ner normalfesten, unversiegelten Betonprobe bei monotoner Zugbeanspruchung

Ein relevanter Einfluss der Dehnungsrate auf den Verlauf der Spannungs-Rissöffnungsbeziehung konnte in den eigenen experimentellen nicht beobachtet werden. Eine Erhöhung der Dehnungsrate um den Faktor 10 machte sich lediglich bei den Absolutwerten für die Zugfestigkeit, die Bruchenergie sowie die Verformungswerte bemerkbar (Kapitel 3.5). Der im Rahmen der vorliegenden Arbeit erstmals untersuchte Einflussparameter in verformungsgeregelten Zugversuchen, die Lastzyklenanzahl, wurde bei der Modellformulierung in der Spannungs-Rissöffnungsbeziehung, der Hysteresenformulierung sowie bei der Betrachtung der Nachgiebigkeitsänderung berücksichtigt.

Die Abhängigkeit der Spannungs-Rissöffnungsbeziehung unter monotoner bzw. der Einhüllenden bei zyklischer Zugbeanspruchung ist in Abbildung 7.5 dargestellt. Zur Hervorhebung der funktionalen Abhängigkeit der Zugfestigkeit von der Lastzyklenanzahl ist der Vergleich zwischen den experimentell ermittelten Kurven und den entsprechenden Modellformulierungen nicht wie oben in einem bezogenen  $\sigma$ -w-Diagramm abgebildet. Eine bezogene Detaildarstellung mit den Modellformulierungen ist in Abbildung 7.5, rechts oben integriert. Die verwendeten drei freien Modellparameter  $\beta_2$ ,  $c_1$  und  $c_2$  sind in Tabelle 7.1 aufgeführt.

1 1 11

Tab. 7.1:

Modeliparameter $p_2$ , $c_1$ und $c_2$ nach den Gleichungen (0.47) bis (0.49) für monotone
und zyklische Beanspruchungen an normalfesten, versiegelten Zugproben

 $\alpha_1 \cdot 1$ 

(( 17) 1: (( 10) ("

	Modellparameter		
Lastzyklenanzahl N	$\beta_2$	$c_1$	$c_2 = 3 \cdot c_1$
1	0,10	0,01550	0,04650
10	0,09	0,01490	0,04470
1000	0,08	0,01425	0,04275
100.000	0,07	0,01340	0,04020

Die Gewichtung zwischen den im ersten, steileren und den im zweiten, flacheren Teil des abfallenden Astes vorherrschenden Mechanismen wie Mikrorissakkumulation, Haftwirkung zwischen den Zuschlagkörnern und der Zementsteinmatrix sowie Rissuferverzahnung und Rissuferüberbrückung bleibt also durch das konstante Verhältnis  $c_2 = 3 \cdot c_1$  von der Lastzyklenanzahl in physikalisch korrekter Weise unberührt.

Es ist aus Abbildung 7.5 ersichtlich, dass die Modellformulierungen das experimentell beobachtete Verhalten prinzipiell richtig wiedergeben. Lediglich bei der niederzyklischen Spannungs-Rissöffnungskurve mit N = 10 ist zwischen ca. 50 und 250  $\mu$ m eine stärkere Abweichung der Modellvorhersage vom experimentell ermittelten  $\sigma$ -w-Verlauf zu beobachten. Dies ist im Wesentlichen auf die für diese Beanspruchung experimentell festgestellten hohen Zugfestigkeitswerte zurückzuführen (vergleiche Abbildung 3.19 in Kapitel 3.5.2). Die Detailbetrachtung im bezogenen Spannungs-Rissöffnungsdiagramm in Abbildung 7.5, rechts oben

verdeutlicht die kontinuierlich abnehmende Spannungsaufnahmekapazität mit zunehmender Lastzyklenanzahl ab einer Rissöffnung von ca. 50 µm.



Abb. 7.5:Vergleich der Spannungs-Rissöffnungsbeziehungen nach dem neuen rheologisch-<br/>statistischen Materialmodell mit den experimentell ermittelten σ-w-Verläufen an<br/>normalfesten, versiegelten Betonproben bei monotoner und zyklischer Zugbean-<br/>spruchung



Abb. 7.6:Verlauf der Nachgiebigkeit mit zunehmender Rissöffnung nach dem rheologisch-<br/>statistischen Werkstoffgesetz (Gleichungen (6.52) bis (6.54)) sowie experimentell<br/>ermittelt bei normalfesten, versiegelten Zugproben (links) und hochfesten, unver-<br/>siegelten Zugproben (rechts) in Abhängigkeit von der Lastzyklenanzahl

Neben der Spannungsaufnahmefähigkeit in den verschiedenen Rissstadien spielt die Verformbarkeit eine wichtige Rolle. Als Kenngröße hierfür wird im vereinfachten Modell die Veränderlichkeit der Nachgiebigkeit mit zunehmender Rissöffnung herangezogen. Wie Abbildung 7.6 verdeutlicht, vermag die mit den Gleichungen (6.52) bis (6.54) beschriebene funktionale Abhängigkeit der Nachgiebigkeit von der Lastzyklenanzahl sowohl für normalfeste Betone (Abbildung 7.6, links) als auch für hochfeste Betone (Abbildung 7.6, rechts) das experimentell beobachtete Verhalten richtig wiederzugeben.

Betrachtet man anstelle der Nachgiebigkeit die explizite Beschreibung der Hystereseschleifen durch das neue rheologisch-statistische Materialmodell, ergeben sich für ausgewählte Hysteresen die in Abbildung 7.7 für eine niederzyklische und in Abbildung 7.8 für eine hochzyklische Zugbeanspruchung dargestellten Zusammenhänge.

Die entsprechenden Steifigkeiten bzw. Nachgiebigkeiten nach den Gleichungen (6.52) bis (6.54) des vereinfachten Modells sind ebenfalls in den Abbildungen 7.7 und 7.8 dargestellt.



Abb. 7.7:Vergleich der Hysteresenbeschreibung nach dem neuen rheologisch-statistischen<br/>Materialmodell sowie nach der vereinfachten Methode mit den experimentell er-<br/>mittelten Hystereseschleifen an normalfesten, versiegelten Betonproben bei nie-<br/>derzyklischer Zugbeanspruchung (N = 10)

Es ist klar zu erkennen, dass sowohl die exakte Hysteresenbeschreibung als auch die Formulierung der Nachgiebigkeit in der Lage sind, das Verformungsverhalten unter Ermüdungsbeanspruchung richtig wiederzugeben. Mit Hilfe der exakten Hysteresenbeschreibung können außerdem die Entlastungs- und Wiederbelastungspfade im Wesentlichen richtig wiedergegeben werden. Eine kleine Abweichung ist lediglich im Bereich der Wiederbelastung unmittelbar nach der Belastungsumkehr am unteren Umkehrpunkt zu erkennen. Dies liegt in erster Linie an der Vereinfachung durch die bilineare Beschreibung des Wiederbelastungspfades (siehe Abbildung 6.9) und kann phänomenologisch durch den in Kapitel 5.4 beschriebenen Effekt der aus der Rissoberfläche gelockerten und verlagerten Zuschlag- oder Zementsteinpartikel erklärt werden. Dieser Effekt ist trotz der Berücksichtigung im rheologischstatistischen Materialmodell durch die parallel angeordneten Reibungselemente  $Y_{i,3}$  nur grob erfasst. Abhilfe könnte hier durch die Wahl einer modifizierten Elementanordnung im Werkstoffmodell geschaffen werden, wodurch allerdings die einfache und transparente Darstellung der wesentlichen Wirkungsmechanismen verloren gehen würde.

Wie Abbildung 7.8 zeigt, werden die bei hochzyklischen Beanspruchungen beobachteten erheblich kleineren Hystereseflächen von der Modellformulierung sehr gut erfasst. Somit tritt bei höherzyklischen Beanspruchungen das oben beschriebene Phänomen der Abweichung aufgrund der bilinearen Vereinfachung nicht mehr so augenscheinlich auf.



Abb. 7.8:Vergleich der Hysteresenbeschreibung nach dem neuen rheologisch-statistischen<br/>Materialmodell sowie nach der vereinfachten Methode mit den experimentell er-<br/>mittelten Hystereseschleifen an normalfesten, versiegelten Betonproben bei hoch-<br/>zyklischer Zugbeanspruchung (N = 100.000)

Ein Einfluss der Parameter Dehnungsrate und Nachbehandlungsmethode auf den Verlauf der Entlastungs- und Wiederbelastungspfade in den Hystereseschleifen konnte im Rahmen der

eigenen experimentellen Untersuchungen nicht festgestellt werden. Folglich ist ihr Einfluss bei der Modellkalibrierung auch nicht berücksichtigt. Es ist jedoch zu erwarten, dass sich insbesondere der Dehnungsrateneffekt bei sehr hohen Verformungs- bzw. Belastungsgeschwindigkeiten auch hier bemerkbar machen wird. Dazu sind im rheologisch-statistischen Werkstoffmodell Dämpfungselemente angeordnet, deren Viskosität auf der Grundlage geeigneter experimenteller Hochgeschwindigkeitsuntersuchungen kalibriert werden kann.

# 7.4 Anwendung des neuen rheologisch-statistischen Materialmodells bei der Nachrechnung der monotonen und zyklischen Drei-Punkt-Biegezugversuche

Um das nun vorliegende und anhand der einachsigen Zugversuche kalibrierte rheologischstatistische Werkstoffmodell zu verifizieren, wurden die eigenen Drei-Punkt-Biegezugversuche mit Hilfe des Finite-Elemente-Programms DIANA [50] simuliert.

Abbildung 7.9 zeigt das hierbei verwendete regelmäßige FE-Netz, wobei der gesamte Biegebalken verwendet wurde. Aufgrund der relativ kurzen Rechenzeiten wurde auf eine unterschiedlich feine Diskretisierung des Balkens verzichtet, so dass sich die in Abbildung 7.9 dargestellte regelmäßige Feindiskretisierung ergab. Als Elemente außerhalb des Rissbereichs wurden isoparametrische 4-Knoten-Rechteckelemente für den ebenen Spannungszustand eingesetzt (Q8MEM), da aufgrund der geometrischen Abmessungen der Biegebalken vorwiegend von einem ebenen Spannungszustand ausgegangen werden kann. Die genannten Elemente basieren auf einer linearen Interpolation und einem  $2\times2$ -Integrationsschema nach Gauß [50]. Im Ligamentquerschnitt in Balkenmitte wurden so genannte Interfaceelemente eingesetzt (L8IF), die ebenfalls auf einer linearen Interpolation und einem  $2\times2$ -Integrationsschema nach Gauß basieren und sich für eine zweidimensionale Simulation eignen. Die beiden gewählten Elementarten lassen sich sehr einfach miteinander kombinieren, weisen einfache Elementansätze und gute Konvergenzeigenschaften auf [191].



Abb. 7.9:Verwendetes Finite-Elemente-Netz
Den Rechteckelementen wurden die in den experimentellen Versuchen festgestellten Materialeigenschaften wie einachsige Zugfestigkeit und Elastizitätsmodul zugeordnet. Als Entfestigungsfunktion wurde den Interface-Elementen die anhand der einachsigen Zugversuche kalibrierte Spannungs-Rissöffnungsbeziehung nach dem rheologisch-statistischen Materialgesetz (Gleichung (6.46)) zugewiesen.

Die nichtlineare Berechnung folgte mit Hilfe der modifizierten Newton-Raphson-Methode, bei welcher die Tangentensteifigkeitsmatrix nur zu Beginn eines Berechnungsschrittes aufgestellt werden muss und innerhalb einer Iteration konstant gehalten wird. Auch wenn zur Lösung des Kräftegleichgewichts mithilfe des modifizierten Newton-Raphson-Verfahrens mehr Iterationsschritte notwendig sind als beispielsweise mit dem regulären Newton-Raphson-Verfahren, ist diese Methode insbesondere für zyklische Beanspruchungen aufgrund der schnelleren Lösung innerhalb eines Iterationsschrittes und der Tatsache, dass die Iteration immer auf eine bereits konvergierte Lösung zurückgreift, geeignet [50].

Als Konvergenzmerkmal wurde ein Energiekriterium gewählt. Die Berechnung eines Verschiebungsinkrements erfolgt dergestalt, dass das Vektorprodukt des Lastinkrements und des Verschiebungsinkrements im ersten Iterationsschritt gerade dem Vektorprodukt des letzten Lastinkrements und des Verschiebungsinkrements im vorangehenden Iterationsschritt entspricht.

Die Ergebnisse der numerischen Berechnungen werden nun im Folgenden mit den entsprechenden experimentellen Ergebnissen verglichen. Abbildung 7.10 zeigt einen Vergleich zwischen den numerisch berechneten und den experimentell beobachteten Verhältnissen zwischen den Rissöffnungen CMOD bzw. CTOD und der Durchbiegung  $\delta$  bei monotoner Biegezugbeanspruchung an normalfestem Beton. Hierbei wird die horizontale Verschiebung des Knotens in Balkenmitte an der Balkenunterseite als CMOD-Wert für die numerisch ermittelten Werte festgelegt, die horizontale Verschiebung des Knotens in Balkenmitte an der Kerbspitze als CTOD-Wert. Es zeigt sich, dass die numerische Berechnung die in guter Näherung als bilineare Beziehungen zu bezeichnenden Verhältnisse CMOD/ $\delta$  bzw. CTOD/ $\delta$  prinzipiell sehr gut widerspiegelt (vergleiche auch Kapitel 3.5.4). Allerdings werden die Werte für die Rissöffnungen in der numerischen Berechnung generell etwas überschätzt.



Abb. 7.10: Vergleich der Verhältnisse zwischen den Rissöffnungen CMOD bzw. CTOD und der Durchbiegung  $\delta$  bei monotoner Biegezugbeanspruchung

Ein Vergleich der CMOD/δ- bzw. CTOD/δ-Verhältnisse aus der numerischen Berechnung und den experimentellen Untersuchungen an hochfestem Beton zeigt die gleichen Tendenzen.

Die Spannungs-Rissöffnungsbeziehungen für monotone und hochzyklische Beanspruchungen mit einer Lastzyklenanzahl von  $N = 10^5$  (ohne Darstellung der Hysteresen) und die entsprechenden experimentell ermittelten Beziehungen an normalfestem Betonbiegebalken sind in Abbildung 7.11 gezeigt.

Sowohl der Abfall der aufnehmbaren Spannung als auch die Größe der aufnehmbaren Spannungen selbst wird von dem neuen Stoffgesetz sehr gut vorhergesagt. Auch der etwas flachere Abfall des ersten Teils des Entfestigungsastes für Rissöffnungen von ca. 50 bis 250 µm im Fall der hochzyklischen Beanspruchung wird korrekt wiedergegeben. Allerdings wird die aufnehmbare Spannung in diesem Rissstadium von beiden mit Hilfe des Stoffgesetzes numerisch ermittelten Kurven überschätzt. Des Weiteren weisen die numerisch ermittelten Kurven eine geringfügig kleinere Anfangssteifigkeit auf.



Abb. 7.11:Spannungs-Rissöffnungsbeziehungen nach dem rheologisch-statistischen Stoffgesetz<br/>und die entsprechenden experimentell ermittelten Beziehungen an normalfesten Be-<br/>tonbiegebalken für monotone und hochzyklische Beanspruchungen mit  $N = 10^5$ 

Die bezüglich des Einflusses der Lastzyklenanzahl gemachten Anmerkungen gelten im Prinzip auch für den Einfluss der Betongüte. Abbildung 7.12 zeigt die Spannungs-Rissöffnungsbeziehungen für normalfesten und hochfesten Beton sowie die entsprechenden experimentell ermittelten Beziehungen.



Abb. 7.12:Spannungs-Rissöffnungsbeziehungen nach der numerischen Berechnung mit Hilfe<br/>des rheologisch-statistischen Stoffgesetzes und die entsprechenden experimentell<br/>ermittelten Beziehungen an normalfesten und hochfesten Betonbiegebalken

Wiederum ist der Abfall der aufnehmbaren Spannung und im Wesentlichen auch die Größe der aufnehmbaren Spannungen selbst in den numerisch ermittelten Spannungs-Rissöffnungsverläufen unter Verwendung der entsprechenden stoffgesetzlichen Beziehungen gut wiedergegeben. Des Weiteren zeigen die numerisch ermittelten Kurven auch das experimentell beobachtete sprödere Nachbruchverhalten des hochfesten Betons im Vergleich zum normalfesten Beton.

#### 7.5 Diskussion und Bewertung des neuen rheologischstatistischen Materialmodells

Anhand der numerischen Untersuchungen konnte gezeigt werden, dass das neu entwickelte rheologisch-statistische Materialmodell eine zutreffende und relativ einfache Beschreibung des Ermüdungsverhaltens von Beton unter Zugbeanspruchung liefert.

Neben der transparenten Formulierung durch die direkte Abbildung der im Werkstoff Beton ablaufenden Bruch- und Versagensmechanismen in den verschiedenen Rissstadien mit Hilfe der rheologischen Elemente liegt ein weiterer Vorteil des neuen Modells gegenüber den bislang existierenden Beziehungen in der Berücksichtigung der relevanten Einflussparameter. Hier ist in erster Linie die Lastzyklenanzahl zu nennen. Das rheologisch-statistische Materialmodell weist vielfältige Erweiterungsmöglichkeiten, beispielsweise für dynamische Belastungen oder eine Langzeitbeanspruchung auf. Aber auch thermische und hygrische Einflüsse können prinzipiell durch die entsprechende Modifikation der Elementanordnung oder eine entsprechend angepasste Modellformulierung erfasst werden.

Das vorliegende Modell ist neben der im vorangegangene Abschnitt gezeigten verformungsgeregelten Zugbeanspruchung auch für kraftgeregelte Wöhlerversuche sowie für Druckermüdungsbeanspruchungen einsetzbar, wobei für letztere eine entsprechende neue bzw. zusätzliche Kalibrierung mit Hilfe von weiteren experimentellen Untersuchungen notwendig wäre. Dies gilt auch für die adäquate Berücksichtigung einer Zug-Druck-Wechselbeanspruchung mit verschiedenen Unterspannungen sowie für die Beschreibung des Zugtragverhaltens von Sonderbetonen wie Leichtbeton, Faserbeton und selbstverdichtendem Beton bei Ermüdungsbeanspruchung.

Es konnte ein leistungsfähiges Stoffgesetz für die Ermüdungsbeanspruchung von Beton hergeleitet werden, welches in Kombination mit einer geeigneten Beziehung zur Erfassung des Probengrößeneffekts (Kapitel 2.3.5 und 2.3.6) in der Lage ist, auch reale unbewehrte Betonkonstruktionen in ihrem Verhalten unter einer derartigen Beanspruchung zu beschreiben.

Wird das Stoffgesetz lediglich zur Beschreibung der Werkstoffkomponente Beton eingesetzt und das Verbundverhalten durch zusätzliche Beziehungen zutreffend erfasst, können damit auch Stahl- und Spannbetonbauteile unter Ermüdungsbeanspruchung bemessen werden. Insbesondere sollte hierbei auch eine Abschätzung der zu erwartenden bzw. bei bestehenden Ingenieurbauwerken der vorhandenen Rissbreite im Hinblick auf eine Dauerhaftigkeitsprognose möglich sein.

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde das mechanische und bruchmechanische Verhalten von Beton unter monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung analytisch, experimentell und numerisch untersucht.

Zunächst wurde mittels einer umfassenden Literatursichtung der für die vorliegende Arbeit relevante Kenntnisstand der Bruchmechanik von Beton aufgezeigt und diskutiert. Dabei konnte dargestellt werden, dass mit Hilfe der nichtlinearen Bruchmechanik und insbesondere mit dem Konzept der Kohäsionsrissmodelle eine zutreffende Analyse, Beschreibung und auch Vorhersage des Zugtragverhaltens unter einer Ermüdungsbeanspruchung möglich ist.

Die im Werkstoff ablaufenden Mechanismen wie Mikrorissakkumulation, Haftwirkung zwischen den Zuschlagkörnern und der Zementsteinmatrix sowie Rissuferverzahnung und Rissuferüberbrückung in den verschiedenen Rissstadien wurden insbesondere im Hinblick auf eine zyklische Belastung kritisch analysiert. Dadurch konnten offene, wissenschaftliche Fragen zu den phänomenologischen Aspekten einer Ermüdungsbeanspruchung herausgearbeitet. Mittels einer umfangreichen Datenbank wurden die für das Ermüdungsverhalten relevanten Einflussparameter aus den bislang veröffentlichten Untersuchungen identifiziert, welche in das eigene experimentelle Untersuchungsprogramm eingingen. Insbesondere konnte aus den in der Literatur dokumentierten Versuchen geschlossen werden, dass der Einfluss der Lastzyklenanzahl in verformungsgeregelten Ermüdungsversuchen und somit in seinem Einfluss auf Kenngrößen wie die Zugfestigkeit, die Bruchenergie sowie den Verlauf der Spannungs-Rissöffnungsbeziehung bisher, abgesehen von [131], noch nicht untersucht worden ist.

Die bisher entwickelten Materialmodelle wurden detailliert analysiert und diskutiert. Ebenso konnte der derzeitige nicht zufrieden stellende Stand zur Einarbeitung von Ermüdungsnachweisen in nationale und internationale Regelwerke dargelegt werden.

Die experimentellen Untersuchungen zur Bestimmung der mechanischen und bruchmechanischen Werkstoffkennwerte bilden einen zentralen Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit. Insbesondere wurde der Einfluss der Lastspielzahl von 1 (monoton) bis zu 1 Million, der Betongüte durch die Wahl von zwei normalfesten Betonen (einschließlich [131]) und einem hochfesten Beton, der Nachbehandlungsmethoden versiegelte und unversiegelte Lagerung, zweier Verformungsgeschwindigkeiten bzw. Belastungsfrequenzen sowie der Unterspannung (reine Zugversuche und Zug-Druck-Wechselversuche) studiert. Neben verformungsgeregelten einachsigen Zugversuchen an gekerbten und ungekerbten Zugprismen wurden Biegezugversuche an gekerbten Balken mit und ohne Eigengewichtskompensation durchgeführt. Die Versuche an den ungekerbten Zugprismen mit einem verjüngten Mittelquerschnitt zeigten für den hochfesten Beton höhere Spannungs-Dehnungsverläufe mit einem ausgeprägteren linearen Verhalten als für die entsprechenden normalfesten Betone. Bezüglich des Einflusses der Dehnungsgeschwindigkeit konnte unabhängig von der Betongüte ein deutlicher Anstieg der einachsigen Zugfestigkeit, des Elastizitätsmoduls und der Bruchdehnung bei einer um den Faktor 10 höheren Dehnungsrate festgestellt werden. Für die versiegelten Zugprismen wurden dabei für alle drei untersuchten Kennwerte jeweils höhere Werte als bei den unversiegelten Proben erzielt. Des Weiteren war die Zunahme der drei Kennwerte für die normalfesten, versiegelten Proben ausgeprägter als bei den normalfesten, unversiegelten Proben.

Die einachsigen Zugversuche an gekerbten, normalfesten und hochfesten Prismen ergaben eine Abnahme der Werte für die Nettozugfestigkeit, die Verformung bei Erreichen der Maximallast und die kritische Rissöffnung mit zunehmender Lastzyklenanzahl. Die Lastzyklenanzahl ergab sich hierbei durch das a priori gewählte konstante Verformungsinkrement, mit dem die Zugproben in den verformungsgeregelten Ermüdungsversuchen beansprucht wurden und das der Zunahme der Gesamtverformung innerhalb einer Hystereseschleife entspricht.

Die Bruchenergie – für die zyklischen Versuche ohne Berücksichtigung eines eventuellen Beitrages der Flächen innerhalb der Hystereseschleifen ermittelt – sowie die charakteristische Länge nehmen mit zunehmender Lastzyklenanzahl ebenfalls ab, wobei beide Werte für die unversiegelte Lagerung jeweils höher liegen als die entsprechenden ermittelten Werte an den versiegelten Proben. Der zusätzliche Schädigungsbeitrag einer Zug-Druck-Wechselbeanspruchung nach Durchlaufen einer bestimmten Anzahl von Lastspielen konnte ebenfalls deutlich gezeigt werden. Ferner ließen die gewonnenen Ergebnisse den Schluss zu, dass der untersuchte hochfeste Beton auf eine Ermüdungsbeanspruchung nicht sensitiver reagiert als die untersuchten normalfesten Betone.

Erstmals konnte nachgewiesen werden, dass sich aufgrund der oben aufgezeigten Abhängigkeiten die Einhüllenden der Spannungs-Verformungskurven der Ermüdungsversuche mit zunehmender Lastspielzahl immer mehr von dem entsprechenden Kurvenverlauf bei monotoner Belastung unterscheiden.

Parallel zu den verformungsgeregelten Ermüdungsversuchen wurden auch klassische kraftgeregelte Wöhlerversuche durchgeführt. Ein Vergleich der beiden Ermüdungsversuchsarten ergab, dass sich eine Werkstoffschädigung aufgrund einer Ermüdungsbeanspruchung weder mit einem reinen Verformungskriterium noch mit einem reinen Energiekriterium beschreiben lässt. Bezüglich der Veränderung der Steifigkeit bzw. Nachgiebigkeit mit zunehmender Rissöffnung konnte zwischen den beiden Beanspruchungsarten – verformungsgeregelt und kraftgeregelt – kein Unterschied festgestellt werden.

Die Biegezugversuche mit und ohne Eigengewichtkompensation bestätigen die in den einachsigen Zugversuchen festgestellten Abhängigkeiten, wobei die Abnahme der Bruchenergie mit steigender Lastspielzahl bei fehlender Eigengewichtskompensation aufgrund der somit nötigen Abschätzung des Eigengewichtsenergieanteils nicht gezeigt werden konnte. Die in den Biegezugversuchen ohne Eigengewichtkompensation eingesetzten modifizierten Lagerungsbedingungen – feuchte und trockene Lagerung nach siebentägiger Nachbehandlung im Wasser – lieferten ebenfalls schlüssige Ergebnisse: höhere Werte für die Nettobiegezugfestigkeit, verschiedene Verformungswerte sowie die Bruchenergie bei trocken gelagerten Proben.

Mit Hilfe der phänomenologischen Untersuchungen – versuchsbegleitende Analyse des Rissfortschritts mittels Schallemissionsanalyse sowie anschließende Vermessung der Betonbruchflächen und Auswertung mit fraktologischen Methoden – konnten die gewonnenen experimentellen Ergebnisse hinsichtlich der Mechanismen der Rissentwicklung begründet interpretiert werden. Insbesondere die während der Versuchdurchführung gemessenen Impulssummenkurven deuten darauf hin, dass die innerhalb der Hysteresen verursachte Schallemission weitestgehend auf Reibmechanismen zurückgeführt werden kann. Die in den hochzyklischen Versuchen festgestellte zusätzliche Werkstoffschädigung macht sich erst bei größeren Rissöffnungen aufgrund der energiereicheren Signale bemerkbar. In den fraktologischen Untersuchungen wurden eindeutige Korrelationen zwischen der Rauheit bzw. der fraktalen Dimension und den einzelnen Prüfparametern gefunden.

Zur Erfassung des Trag- und Verformungsverhaltens von Beton bei zyklischer Zugbeanspruchung sind entsprechende Materialmodelle unverzichtbar. Wie mit den eigenen Untersuchungen gezeigt werden konnte, gelten die bislang bekannten stoffgesetzlichen Beziehungen lediglich für Zugbeanspruchungen mit einer geringen Anzahl von Belastungszyklen. Aufbauend auf den Erkenntnissen der bruchmechanischen und phänomenologischen Untersuchungen wurde deshalb ein neues rheologisch-statistisches Werkstoffmodell entwickelt, das die Beschreibung der Bruchvorgänge im Beton in physikalisch eindeutiger und transparenter Weise ermöglicht. Auf der Grundlage dieses Werkstoffmodells konnte ein Stoffgesetz abgeleitet werden, welches das Ermüdungsverhalten von Beton zutreffend und sicher beschreibt. Insbesondere wurde in dem neu entwickelten Stoffgesetz erstmals der Einfluss der Zeit und die daraus resultierenden viskosen Vorgänge im Beton erfasst. Die Kennwerte für die stoffgesetzlichen Beziehungen wurden in Anlehnung an die Konzepte des CEB Model Codes 90 hergeleitet.

Des Weiteren konnte eine vereinfachte Formulierung präsentiert werden, welche anstelle einer expliziten Beschreibung der Hystereseschleifen die Veränderung der Nachgiebigkeit mit zunehmender Rissöffnung als Kenngröße für die Verformbarkeit in den verschiedenen Rissstadien verwendet.

Das neue Materialgesetz wurde anhand der eigenen einachsigen Zugversuche kalibriert. Das kalibrierte und um die Einflussfunktionen erweiterte Stoffgesetz kam bei der Nachrechnung der zyklischen Biegezugversuche, die bei der Entwicklung des Stoffgesetzes nicht betrachtet wurden, unter Verwendung numerischer Methoden zum Einsatz und konnte somit verifiziert werden. Dabei zeigte sich die Leistungsfähigkeit, die Universalität sowie die relativ einfache Handhabung des neuen Stoffgesetzes.

Durch die Formulierung weiterer funktionaler Abhängigkeiten der Modellparameter von anderen Einflussparametern innerhalb des neu entwickelten rheologisch-statistischen Werkstoffmodells eröffnen sich weitere Anwendungsmöglichkeiten. Speziell durch die Berücksichtigung des in den eigenen Untersuchungen nicht integrierten Maßstabseffekts bzw. Probengrößeneffekts kann das nun vorliegende Stoffgesetz weiter optimiert werden.

Die Vereinheitlichung des Aufbaus der in nationalen und internationalen Regelwerken gültigen Stoffgesetze für Beton sollte in Zukunft einen Schwerpunkt bei der Stoffgesetzentwicklung bilden. Im Rahmen dieser Arbeit wurde dies durch die Anlehnung der funktionalen Abhängigkeiten an den Aufbau der Formulierungen des CEB Model Codes 90 versucht. Dabei sollten auch einheitliche Richtlinien zur experimentellen Bestimmung der gesamten Spannungs-Rissöffnungsbeziehung von Beton bei Zugbeanspruchung vorliegen, wie sie derzeit vom RILEM TC 187-SOC erarbeitet werden.

Hinsichtlich des Ermüdungsrissfortschritts ist besonders der Einfluss der Temperatur sowie einer betonkorrosiven Umgebung bei der Abschätzung der Lebensdauer von Betonkonstruktionen von großer Bedeutung. Die Klärung dieser Fragen stellt ein wichtiges künftiges Arbeitsfeld dar.

## Literaturverzeichnis

- [1] ACI COMMITTEE 446: State-of-the-Art Report on Dynamic Fracture. Report ACI 03.95 R8860, 1995
- [2] ACI COMMITTEE 446: Fracture Mechanics: Finite Element Analysis of Fracture in Concrete Structures. Report ACI 446.3R, Final Draft, 1996
- [3] ALLICHE, A., FRANCOIS, D.: Damage of Concrete in Fatigue. ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 118, No. 11, 1992
- [4] AURICCHIO, F., TAYLOR, R. L.: A Generalized Visco-Plasticity Model and its Algorithmic Implementation. Department of Civil Engineering, University of California Berkeley, California, Report UCB/SEMM-93/02, 1993
- [5] BACHMANN, H.: Die Massenträgheit in einem Pseudo-Stoffgesetz für Beton bei schneller Zugbeanspruchung. Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, Heft 19, 1993
- [6] BAHN, B. Y., HSU, C.-T. T.: Stress-Strain Behavior of Concrete under Cyclic Loading. ACI Materials Journal, Vol. 95, No. 2, 1998
- [7] BALÁZS, G. L.: Fatigue of Bond. ACI Materials Journal, Vol.88, No.6, 1991
- [8] BARENBLATT, G. J.: The Mathematical Theory of Equilibrium Crack in the Brittle Fracture. Advance in Applied Mechanics, Vol.7, 1962
- [9] BARSOM, J. M., ROLFE, S. T.: Fracture & Fatigue Control in Structures. Application of Fracture Mechanics, 2<sup>nd</sup> edition, Prentice-Hall, 1987
- [10] BASCOUL, A. (RILEM TC-122-MLC): State of Art Report Part 2: Mechanical Micro-Cracking of Concrete. Materials and Structures, Vol. 29, 1996
- [11] BATHE, K.-J.: Finite-Elemente-Methoden. Springer-Verlag, Tokyo Berlin Heidelberg, 1990
- [12] BAŽANT, Z. P., GETTU, R.: Rate Effects and Loading Relaxation in Static Fracture of Concrete. ACI Materials Journal, Vol. 89, No. 5, 1992
- [13] BAŽANT, Z. P., KAZEMI, M. T.: Determination of Fracture Energy, Process Zone Length and Brittleness Number from Size Effect, with Application to Rock and Concrete. International Journal of Fracture, Vol. 44, 1990

- [14] BAŽANT, Z. P., LI, Z.: Zero-Brittleness Size-Effect Method for One-Size Fracture Test of Concrete. Journal of Engineering Mechanics, Vol. 122, No. 5, 1996
- [15] BAŽANT, Z. P., OH, B. H.: Crack band theory for fracture of concrete. Materials and Structures, Vol. 16, 1983
- [16] BAŽANT, Z. P., PFEIFFER, P. A.: Determination of Fracture Energy from Size Effect and Brittleness Number. ACI Materials Journal, Vol. 84, Nov.-Dec. 1987
- [17] BAŽANT, Z. P., PLANAS, J.: Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials. CRC Press, Boca Raton, 1998
- [18] BAŽANT, Z. P., PRAT, P. C.: Effect of Temperature and Humidity on Fracture Energy of Concrete. ACI Materials Journal, Vol. 85, July-August, 1988
- [19] BAŽANT, Z. P., SCHELL, W. F.: Fatigue Fracture of High-Strength Concrete and Size-Effect. ACI Materials Journal, Vol. 90, No. 5, 1993
- [20] BAŽANT, Z. P., XU, K.: Size Effect in Fatigue Fracture of Concrete. ACI Materials Journal, Vol. 88, No. 4, 1991
- [21] BAŽANT, Z. P.: Size Effect in Blunt Fracture: Concrete, Rock, Metal. Journal of Engineering Mechanics, Vol. 110, No. 4, 1984
- [22] BENZ, W.: Smooth Particle Hydrodynamics: A Review. in Numerical Modeling of Nonlinear Stellar Pulsations, ed. by J. R. Buchler, 1990
- [23] BERTHELOT, J. M., ROBERT, J. L.: Modeling Concrete Damage by Acoustic Emission. Journal of Acoustic Emission, Vol. 6, No. 1,1987
- [24] BETTEN, J.: Kontinuumsmechanik Elastisches und inelastisches Verhalten isotroper und anisotroper Stoffe. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2. Aufl., 2001
- [25] BONZEL, J., KADLECEK, V.: Einfluß der Nachbehandlung und des Feuchtigkeitszustands auf die Zugfestigkeit des Betons. Betontechnische Berichte, Forschungsinstitut der Zementindustrie, Heft 7, 1970
- [26] BRAMESHUBER, W.: Bruchmechanische Eigenschaften von jungem Beton. Schriftenreihe des Institutes für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, Heft 5, 1988
- [27] BROEK, D.: Elementary Engineering Fracture Mechanics. Martinus Nijhoff Publishers, New York, 1986
- [28] BRÜHWILER, E., BROZ, J., SAOUMA, V.: Fracture Model Evaluation of Dam Concrete. Journal of Materials in Civil Engineering, Vol. 3, No. 4, 1991

- [29] BRÜNEMANN, A.: Materialmodelle zur Beschreibung des Last-Verformungsverhaltens von Beton unter zyklischer Druckbeanspruchung. Vertieferarbeit am Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, 2000
- [30] BUYUKOZTURK, O., TSENG, T.-M.: Concrete in Biaxial Cyclic Compression. ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 110, Nr. 3, 1984
- [31] BYERS, W. G., MARLEY, M. J., MOHAMMADI, J., NIELSEN, R. J., SARKANI, S.: Fatigue Reliability Reassessment Procedures: State-of-the-Art Paper. ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 123, No. 3, 1997
- [ 32 ] CANGIANO, S., PLIZZARI, G. A., SLOWIK, V.: The Fatigue Behaviour of Cracked Concrete. Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures, ed. by H. Mihashi and K. Rokugo, Gifu, Aedificatio, 1998
- [33] CARPINTERI, A., CHIAIA, B., FERRO, G.: Multifractal Scaling Law: An Extensive Application to Nominal Strength Size Effect of Concrete Structures. Politecnico di Torino, Dipatimento di ingegneria strutturale, Atti del dipartimento, No. 51, 1995
- [34] CARPINTERI, A., CHIAIA, B., INVERNIZZI, S.: Three-Dimensional Fractal Analysis of Microstructural Morphologies in Concrete. Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures, ed. by H. Mihashi and K. Rokugo, Gifu, Aedificatio, 1998
- [35] CARPINTERI, A., FERRO, G., INVERNIZZI, S.: A Truncated Statistical Model for Analyzing the Size-Effect on Tensile Strength of Concrete Structures. Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Conference on Fracture Mechanics of Concrete Structures, ed. by F. H. Wittmann, Zürich, Aedificatio, 1995
- [36] CARPINTERI, A., FERRO, G.: Size Effects on Tensile Fracture Properties: A Unified Explanation Based on Disorder and Fractality of Concrete Microstructure. Materials and Structures, Vol. 27, 1994
- [37] CARPINTERI, A., INVERNIZZI, S.: Influence of Damage on the Fractal Properties of Concrete Subjected to Pure Tension. Materials and Structures, Vol. 34, 2001
- [38] CARPINTERI, A.: Strength and Toughness in Disordered Materials: Complete and Incomplete Similarity. Size-Scale Effects in the Failure Mechanisms of Materials and Structures, edited by A. Carpinteri, E & FN Spon Publishers, London, 1996
- [39] CATMAN V2.1: User's Manual, Hottinger Baldwin Messtechnik, Darmstadt, 1998
- [40] CEB COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON: CEB FIP Model Code 1990. CEB Bulletin D'Information, No. 213/214, Lausanne, 1990

- [41] CEB STATE OF THE ART REPORT: Fatigue of Concrete Structures. CEB Bulletin D'Information, No. 188, 1988
- [42] CEB STATE OF THE ART REPORT: High Strength Concrete. CEB Bulletin D'Information, No. 197, 1990
- [43] CEB STATE OF THE ART REPORT: High Performance Concrete, Recommended Extensions to the Model Code 90, Research Needs. CEB Bulletin D'Information, No. 228, 1995
- [44] CLORMANN, U., SEEGER, T.: Rainflow-HCM: Ein Zählverfahren für Betriebsfestigkeitsnachweise auf werkstoffmechanischer Grundlage. Stahlbau, Vol. 55, Nr. 3, 1986
- [45] CORNELISSEN, H. A. W., HORDIJK, D. A., REINHARDT, H.-W.: Experimental Determination of Crack Softening Characteristics of Normalweight and Lightweight Concrete. Heron, Vol. 31, No. 2, 1986
- [46] CORNELISSEN, H. A. W., REINHARDT, H.-W.: Uniaxial Tensile Fatigue Failure of Concrete under Constant Amplitude and Programme Loading. Magazine of Concrete Research, Vol. 36, No. 129, 1984
- [47] CORNELISSEN, H. A. W.: Constant-Amplitude Tests on Plain Concrete in Uniaxial Tension and Tension-Compression. Report 5-84-1, Research No. 7804, Delft University of Technology, Delft, 1984
- [48] D'ADDETTA, G. A., KUN, F., RAMM, E., HERRMANN, H. J.: From Solids to Granulates

   Discrete Element Simulations of Fracture and Fragmentation Processes in Geomaterials. Continuous and Discontinuous Modelling of Cohesive-Frictional Materials, Lecture Notes in Physics, ed. by P. A. Vermeer et al., Vol. 568, Springer-Verlag, Berlin, 2001
- [49] DEUTSCHER AUSSCHUSS FÜR STAHLBETON: Prüfung von Beton: Empfehlungen und Hinweise als Ergänzung zur DIN 1048. Heft 422, Beuth Verlag, Berlin, 1991
- [50] DIANA Release 7.2: User's Manuals, TNO Building and Construction Research, Delft, The Netherlands, 1999
- [51] DIEHL, K.: Untersuchung des Rissfortschritts in Beton mittels Schallemissionsanalyse. Diplomarbeit am Institut f
  ür Massivbau und Baustofftechnologie, Universit
  ät Karlsruhe, 2002
- [52] DIN 1045, Ausgabe 01-88: Beton und Stahlbeton Bemessung und Ausführung. Beuth Verlag, Berlin, Januar 1988
- [53] DIN 1045-1, Ausgabe 07-2001: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Beuth Verlag, Berlin, Juli 2001

- [54] DIN 1048: Prüfverfahren für Beton. Beuth Verlag, Berlin, Juni 1991
- [55] DIN 4212: Kranbahnen aus Stahlbeton und Spannbeton Berechnung und Ausführung. Beuth Verlag, Berlin, Januar 1986
- [56] DIN 488, Teil 3: Betonstahl; Betonstabstahl; Prüfungen. Beuth Verlag, Berlin, Juni 1986
- [57] DIN 50100: Werkstoffprüfung; Dauerschwingversuch, Begriffe, Zeichen, Durchführung, Auswertung. Beuth Verlag, Berlin, Februar 1978
- [58] DUDA, H.: Bruchmechanisches Verhalten von Beton unter monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung. Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, Heft 419, Beuth Verlag, Berlin, 1991
- [59] DUGDALE, D. S.: Yielding of Steel Sheets Containing Slits. Journal of Mech. Phys. Solids, Vol. 8, 1960
- [60] DUVAUT, G., LIONS, J. L.: Les Inéquations en Mécanique et en Physique. Dunod, Paris, France, 1972
- [61] ELMORSI, M., KIANOUSH, M. R., TSO, W. K.: Nonlinear Analysis of Cyclically Loaded Reinforced Concrete Structures. ACI Structural Journal, Vol.95, No. 6, 1998
- [62] EUROCODE 2, TEIL 1 / DIN V ENV 1992-1-1: Planung von Stahlbeton und Spannbetontragwerken. Teil 1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau, Beuth Verlag, Berlin, Juni 1992
- [63] EUROCODE 2, TEIL 2 / DIN V ENV 1992-2: Planung von Stahlbeton und Spannbetontragwerken. Teil 2: Betonbrücken, Beuth Verlag, Berlin, 1996
- [64] FALCONER, K. J.: Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications. John Wiley & Sons Ltd., Chichester, England, 1990
- [65] FEDER, J.: Fractals. Plenum Press, New York, 1988
- [66] FEENSTRA, P. H., DE BORST, R.: Aspects of Robust Computational Modeling for Plain and Reinforced Concrete. Heron, Vol. 38, No. 4, 1993
- [67] FEINEIS, N.: Anwendung der Schallemissionsanalyse (SEA) als zerstörungsfreies Prüfverfahren für Beton. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 1982
- [68] FLÜGGE, W.: Viscoelasticity. Blaisdell Publishing Company, Waltham, Massachusetts, 1967
- [69] FRITZ, W.: Behavior of Reinforced High Strength Concrete Columns Subjected to Cyclic Lateral Loading. Diplomarbeit am Institut f
  ür Massivbau und Baustofftechnologie, Universit
  ät Karlsruhe, 2000

- [70] GALLOWAY, J. W., HARDING, H. M., RAITHBY, K. D.: Effect of Moisture Changes on Flexural and Fatigue Strength of Concrete. TRRL Report LR 864, 1979
- [71] GERSTLE, K. H., XIE, M.: FEM Modeling of Fictitious Crack Propagation in Concrete. ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 118, No. 2, 1992
- [72] GOPALARATNAM, V. S., SHAH, S. P.: Softening Response of Plain Concrete in Direct Tension. ACI Journal, Vol. 82, No. 27, 1985
- [73] GOPALARATNAM, V. S., YE, B. S.: Numerical Characterization of Nonlinear Fracture Process in Concrete. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 40, 1991
- [74] GOTO, Y.: Cracks Formed in Concrete Around Deformed Tension Bars. ACI Journal, Vol. 68, No. 4, 1971
- [75] GRIFFITH, A. A.: The Phenomena of Rupture and Flow in Solids. Philosophical Transactions of The Royal Society of London, Series A Vol. 221, 1920
- [76] GROSS, D.: Bruchmechanik. 2. Auflage, Springer Verlag, Berlin, 1996
- [77] GROSSE, C. U.: Quantitative zerstörungsfreie Prüfung von Baustoffen mittels Schallemissionsanalyse und Ultraschall. Dissertation, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, 1996
- [78] GROSSE, C. U.: Grundlagen der Inversion des Momententensors zur Analyse von Schallemissionsquellen. In Werkstoffe und Werkstoffprüfung – Festschrift zum 60. Geburtstag von Prof. Reinhardt, Verlag Libri-BOD, 1999
- [79] GRÜBL, P., WEIGLER, H., KARL, S.: Beton, Arten Herstellung Eigenschaften. 2. Auflage, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2001
- [80] GUENOT-DELAHAIE, I.: Contribution à l'analyse physique et à la modélisation du fluage propre du béton. Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Série Ouvrages d'Art OA25, Paris, 1997
- [81] GUTMANN, B.: Ermittlung des Phasenfeldes bei streifengebenden optischen Messverfahren mit einer verbesserten Branch-cut Methode. Dissertation, Fakultät für Chemieingenieurwesen und Verfahrenstechnik, Universität Karlsruhe, Shaker Verlag, Aachen, 2000
- [82] GYLLTOFT, K.: Fracture Mechanics Models for Fatigue in Concrete Structures. Dissertation, Division of Structural Engineering, University of Lulea, 1983
- [83] GYLLTOFT, K.: A Fracture Mechanics Model for Fatigue in Concrete. Materials and Structures, Vol. 17, No. 97, 1984
- [84] HAMMAD, A. M., ISSA, M. A.: Fractal Dimension as a Measure of Roughness of Concrete Fracture Trajectories. Advanced Cement Based Materials, No. 1, 1994

- [85] HÄUBLER-COMBE, U., KORN, C., EIBL, J.: Die elementfreie Galerkin-Methode: Grundlagen und Einsatzmöglichkeiten. In Finite Elemente in der Baupraxis, Ernst & Sohn, Berlin, 1998
- [86] HILLERBORG, A., MODÉER, M., PETERSSON, P. E.: Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements. Cement and Concrete Research, Vol. 6, 1976
- [87] HILLERBORG, A.: Analysis of one single crack. Report to RILEM TC 50- FMC, Jan.1981
- [88] HILSDORF, H. K.: Vorlesungsskriptum Werkstoffmechanik. Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, 1989
- [89] HOFSTETTER, G., MANG, H. A.: Computational Mechanics of Reinforced Concrete Structures. Fundamentals and Advances in the Engineering Sciences, Vieweg-Verlag, Braunschweig, 1995
- [90] HOLMEN, J. O.: Fatigue of Concrete by Constant and Variable Amplitude Loading. Division of Concrete Structures, Norwegian Institute of Technology, University of Trondheim, 1979
- [91] HOPKINS, S.: Standardization Improves Structural Integrity. ASTM Standardization News, Oct. 1998
- [92] HORDIJK, D. A.: Local Approach to Fatigue of Concrete. Dissertation, Delft University of Technology, Delft, 1991
- [93] HÜTTE: Die Grundlagen der Ingenieurwissenschaften. 29. Auflage, Springer Verlag, Berlin, 1991
- [94] IRWIN, G. R.: Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate. Journal of Applied Mechanics, Vol. 24, 1957
- [95] ISSA, M. A., HAMMAD, A. M., CHUDNOVSKY, A.: Fracture Surface Characterization of Concrete. Proceedings of the 9<sup>th</sup> ASCE Conference on Engineering Mechanics, New York, 1992
- [96] ISSA, M. A., HAMMAD, A. M.: Assessment and Evaluation of Fractal Dimension of Concrete Fracture Surface Digitized Images. Cement and Concrete Research, Vol. 24, No. 2, 1994
- [97] IZUMI, M., MIHASHI, H., NOMURA, N.: Acoustic Emission Technique to Evaluate Fracture Mechanics Parameters of Concrete. Fracture Toughness and Fracture Energy of Concrete, edited by F. H. Wittmann, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1986

- [98] JENQ, Y. S., SHAH, S. P.: Two Parameter Model for Concrete. ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 111, No. 10, 1985
- [99] KAPPHAHN, G.: Messtechnische Grundlagen der Schallemissionsanalyse als Prüfverfahren an nichtmetallischen Baustoffen. Dissertation, Technische Hochschule Leipzig, 1990
- [100] KARSAN, I. D., JIRSA, J. O.: Behaviour of Concrete under Compressive Loads. Journal of the Structural Division, Vol. 95, Nr. ST12, 1969
- [101] KIM, J.-K., KIM, Y.-Y.: Fatigue Crack Growth of High-Strength Concrete in Wedge-Splitting Test. Cement and Concrete Research, Vol. 29, 1999
- [102] KIM, S. K.: The Constant Fracture Angle Model for Cementitious Materials. Dissertation, Department of Civil and Environmental Engineering, New Jersey Institute of Technology, Newark, N. J., 1996
- [103] KITSUTAKA, Y., UCHIDA, Y., MIHASHI, H, KANEKO, Y., NAKAMURA, S., KURIHARA, N.: Draft on the JCI Standard Test Method for Determining Tension Softening Properties of Concrete. Proceedings of the 4<sup>th</sup> International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures, ed. by R. de Borst et al., Cachan, Balkema, 2001
- [104] KLEINSCHRODT, H. D., FRITZ, T.: Varianzanalyse bruchmechanischer Kennwerte von repariertem Beton. Materialprüfung 32, Nr. 9, 1990
- [105] KLEINSCHRODT, H. D., WINKLER, H.: The Influence of the Maximum Aggregate Size and the Size of Specimen on Fracture Mechanics Parameters. in Fracture Toughness and Fracture Energy of Concrete, edited by F. H. Wittmann, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1986
- [106] KNOTT, J. F.: Fundamentals of Fracture Mechanics. Butterworths, 4<sup>th</sup> edition, London, 1981
- [107] KOIDE, H., AKITA, H., SOHN, D., TOMON, M.: A Comparison in Tension Softening Curves Obtained by a Uniaxial Tension Test and a 3-Point Bending Test with an Inverse Analysis. Proceedings of the 4<sup>th</sup> International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures, ed. by R. de Borst, Cachan, Balkema, 2001
- [ 108 ] KÖNIG, G., DANIELEWICZ, I.: Ermüdungsfestigkeit von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen mit Erläuterungen zu den Nachweisen gemäß CEB-FIP Model Code 1990. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 439, Beuth Verlag, Berlin, 1994
- [ 109 ] LAN, S., GUO, Z.: Biaxial Compression Behaviour of Concrete under Repeated Loading. ASCE Journal of Materials in Civil Engineering, Vol. 11, No. 2, 1999

- [110] LANDIS, E. N., BAILLON, L.: Acoustic Emission Measurements of Fracture Energy. Proceedings of the 4<sup>th</sup> International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures, ed. by R. de Borst et al., Cachan, Balkema, 2001
- [111] LANDIS, E. N., SHAH, S. P.: The Influence of Microcracking on the Mechanical Behaviour of Cement Based Materials. Advanced Cement Based Materials, Elsevier 2, 1995
- [112] LANGE, D. A., JENNINGS, H. M., SHAH, S. P.: Relationship between Fracture Surface Roughness and Fracture Behaviour of Cement Paste and Mortar. Journal of the American Ceramic Society, Vol. 76, No. 3, 1993
- [113] LI, Z., SHAH, S. P.: Localization of Microcracking in Concrete under Uniaxial Tension. ACI Materials Journal, Vol. 91, No. 4, 1994
- [114] LINGER, D. A., GILLESPIE, A.: A Study of the Mechanism of Concrete Fatigue and Fracture. Highway Research News, Board No.22, Washington DC, 1966
- [115] LOHRMANN, G.: Faserbeton unter hoher Dehngeschwindigkeit. Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, Heft 33, 1998
- [116] MALLET, G.: Fatigue of Reinforced Concrete. State of the Art Review 2, Transport and Road Research Laboratory, London, 1991
- [117] MALVERN, L. E.: Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium. Prentice Hall, New Jersey, 1977
- [118] MANDELBROT, B. B.: Les Objets Fractals: Form, Hazard et Dimension. Flammarion, Paris, 1975
- [119] MANDELBROT, B. B.: The Fractal Geometry of Nature. ed. by W. H. Freeman, San Francisco, 1982
- [ 120 ] MANDER, J. B., PRIESTLEY, M. J. N., PARK, R.: Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete. Journal of Structural Engineering, Vol. 114, No. 8, 1988
- [121] MARTINEZ-RUEDA, J. E., ELNASHAI, A. S.: Confined concrete model under cyclic load. Materials and Structures, Vol. 30, April, 1997
- [122] MECHTCHERINE, V., GARRECHT, H., HILSDORF, H. K.: Effect of Temperature and Loading Rate on Fracture Behaviour of Concrete Subjected to Uniaxial Tension. Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Conference on Fracture Mechanics of Concrete Structures, ed. by F. H. Wittmann, Zürich, Aedificatio, 1995
- [123] MECHTCHERINE, V., MÜLLER, H. S.: Fracture Mechanical and Fractological Investigations on Normal and High-Strength Concrete. Proceedings 5<sup>th</sup> International Symposium on Brittle Matrix Composites, Warsaw, 1997

- [124] MECHTCHERINE, V.: Bruchmechanische und fraktologische Untersuchungen zur Rissausbreitung in Beton. Schriftenreihe des Institutes f
  ür Massivbau und Baustofftechnologie, Universit
  ät Karlsruhe, Heft 40, 2000
- [125] MIHASHI, H., NOMURA, N., IZUMI, M.: Influence of Matrix Strength and Gravel Grain Size on Fracture Properties of Concrete. Fracture of Concrete and Rock – Recent Developments, edited by S. P. Shah et al., 1989
- [126] MIHASHI, H., NOMURA, N., UMEOKA, T.: Fracture Mechanics Parameters of Cementitious Composite Materials and Fractured Surface Properties. Europe - U.S. Workshop on Fracture and Damage in Quasibrittle Structures, Prague, 1994
- [127] MIHASHI, H., UMEOKA, T.: Fracture Properties of Fiber Reinforced Cementitious Composite Materials. Proceedings of the 3<sup>rd</sup> Japan International SAMPE Symposium, 1993
- [ 128 ] MISTRAS Rev.1: Mistras-2001, AEDSP-32/16, User's Manual, Physical Acoustics Corporation, Princeton, N.J., 2001
- [129] MOR, A., GERWICK, B. C., HESTER, W. T.: Fatigue of High Strength Reinforced Concrete. ACI Materials Journal, Vol. 89, No. 2, 1992
- [ 130 ] MÜLLER, F. P., KEINTZEL, E., CHARLIER, H.: Dynamische Probleme im Stahlbetonbau
   Teil 1: Der Baustoff Stahlbeton unter dynamischer Beanspruchung. Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, Heft 342, Beuth Verlag, Berlin, 1983
- [131] MÜLLER, H. S., KESSLER, C., WINKLER, H.: Ermüdungsrissfortschritt im Beton bei Biegezugbeanspruchung. Schlussbericht zum DFG Forschungsvorhaben, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, 1998
- [132] NAVALURKAR, R. K., HSU, C.-T. T.: Fracture Analysis of High Strength Concrete Members. ASCE Journal of Materials in Civil Engineering, Vol. 13, No. 3, 2001
- [133] NIELSEN, J., GRIFFIN, D. F.: Acoustic Emission of Plain Concrete. Journal of Testing and Evaluation, Vol. 5, No. 6, 1977
- [134] NOMURA, N., MIHASHI, H., IZUMI, M.: Correlation of Fracture Process Zone and Tension Softening Behaviour in Concrete. Cement and Concrete Research, Vol. 21, 1991
- [135] NOTTER, R.: Schallemissionsanalyse für Beton im dehnungsgesteuerten Zugversuch. Dissertation, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, 1982
- [136] OH, B. H.: Cumulative Damage Theory of Concrete under Variable-Amplitude Fatigue Loadings. ACI Materials Journal, Vol. 88, No. 1, 1991
- [137] OH, B. H.: Fatigue-Life Distributions of Concrete for Various Stress Levels. ACI Materials Journal, Vol. 88, No. 2, 1991

- [138] OHLSSON, U., DAERGA, P. A., ELFGREN, L.: Fracture Energy and Fatigue Strength of Unreinforced Concrete Beams at Normal and Low Temperatures. International Conference on Fracture and Damage of Concrete and Rock, Vienna, Austria, 1988
- [ 139 ] ÖNORM B 4202: Berechnung und Ausführung der Tragwerke. Massivbau, Straßenbau, März 1995
- [140] ÖNORM B 4253: Spannbeton Eisenbahnbrücken. Berechnung und Ausführung, 1989
- [141] OTSUKA, K, DATE, H.: Fracture Process Zone in Concrete Tension Specimen. Engineering Fracture Mechanics 65, 2000
- [142] PALMER, I. G., HEALD, P. T.: The Application of Acoustic Emission Measurements to Fracture Mechanics. Materials Science and Engineering, Vol. 11, No. 4, 1973
- [143] PAMIN, J., DE BORST, R.: Numerical Simulation of Localization Phenomena using Gradient Plasticity and Finite Elements. Heron, Vol. 40, No. 1, 1995
- [144] PASKOVA, T., MEYER, C.: Optimum Number of Specimens for Low-Cycle Fatigue Tests of Concrete. ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 120, No. 7, 1994
- [145] PARIS, P. C., ERDOGAN, F.: A Critical Analysis of Crack Propagation Laws. Journal of Basic Engineering, ASME Trans. Series D, 85, 1963
- [146] PERDIKARIS, P. C., CALOMINO, A. M.: Kinetics of Crack Growth in Plain Concrete. SEM/RILEM International Conference on Fracture of Concrete and Rock, edited by S. P. Shah and S. E. Swartz, Houston, Texas, 1987
- [147] PERZYNA, P.: Fundamental Problems in Viscoplasticity. Recent Advances in Applied Mechanics, Academic Press, New York, Vol. 9, 1966
- [148] PETERSSON, P. E.: Crack Growth and Development of Fracture Zones in Plain Concrete and Similar Materials. Report TVBM-1006 / 1-174, Division of Building Materials, Lund Institute of Technology, 1981
- [149] PLIZZARI, G. A., CANGIANO, S., CERE, N.: Sul Comportamento a Frattura di Travi Fessurate in Calcestruzzi Ordinari, ad Alta Resistenza e Fibrorinforzati. Giornate AICAP, Rome, No. 1, 1997
- [150] PONS, G., RAMODA, S. A., MASO, J. C.: Influence of the Loading History on Fracture Mechanics Parameters of Microconcrete: Effects of Low-Frequency Cyclic Loading. ACI Material Journal, Vol. 85, No. 5, 1988
- [151] RAMAKRISHNAN, V., LOKVIK, B. J.: Fatigue Strength and Endurance Limit of Plain and Fibre Reinforced Concretes – A Critical Review. International Symposium on Fatigue and Fracture in Steel and Concrete Structures, edited by A. G. Madhava Rao and T. V. S. R. Appa Rao, Madras, India, 1991

- [152] RATANALERT, S., WECHARATANA, M.: Evaluation of the Fictitious Crack and Two-Parameter Fracture Models. Fracture Toughness and Fracture Energy (edited by Mihashi et al.), 1989
- [153] REINHARDT, H.-W., CORNELISSEN, H. A. W., HORDIJK, D. A.: Tensile Tests and Failure Analysis of Concrete. ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 112, No. 11, 1986
- [154] REINHARDT, H.-W., ROSSI, P., VAN MIER, J. G. M.: Joint investigation of concrete at high rates of loading. Materials and Structures, Vol. 23, 1990
- [155] REINHARDT, H.-W.: Concrete under Impact Loading, Tensile Strength and Bond. Heron, Vol. 27, 1982
- [156] REMMEL, G.: Zum Zug- und Schubtragverhalten von Bauteilen aus hochfestem Beton. Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses f
  ür Stahlbeton, Heft 444, Beuth Verlag, Berlin, 1994
- [157] RILEM COMMITTEE 36-RDL: Long Term Random Dynamic Loading of Concrete Structures. Materials and Structures, Vol. 17, Nr. 97, 1984
- [158] RILEM DRAFT RECOMMENDATION (50-FMC): Determination of Fracture Energy of Mortar and Concrete by Means of Three-Point Bend Test on Notched Beams. Materials and Structures, Vol. 18, 1985
- [159] RILEM DRAFT RECOMMENDATION (89-FMT): Determination of Fracture Parameters of Plain Concrete using Three-Point Bend Tests. Materials and Structures, Vol. 23, 1990
- [ 160 ] RILEM DRAFT RECOMMENDATION (89-FMT): Size-Effect Method for Determining Fracture Energy and Process Zone Size of Concrete. Materials and Structures, Vol. 23, 1990
- [161] RILEM REPORT 5 (89-FMT): Fracture Mechanics Test Methods for Concrete. edited by S. P. SHAH, UND A. CARPINTERI, Chapman & Hall, 1991
- [162] ROELFSTRA, P. E., SADOUKI, H., WITTMANN, F. H.: Le Béton Numérique. Materials and Structures, Vol. 18, 1985
- [163] ROELFSTRA, P. E., WITTMANN, F. H.: Numerical Method to link Strain Softening with Failure of Concrete. Fracture Toughness and Fracture Energy of Concrete, edited by F. H. Wittmann, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1986
- [164] ROELFSTRA, P. E.: Simulation of Failure in Computer Generated Structures. Fracture Toughness and Fracture Energy. ed. by H. Mihashi, et al., Balkema, Rotterdam, 1989
- [165] ROTS, J. G., NAUTA, P., KUSTERS, G. M. A., BLAAUWENDRAAD, J.: Smeared Crack Approach and Fracture Localization in Concrete. Heron, Vol. 30, No. 1, 1985

- [ 166 ] ROTS, J. G.: Computational Modeling of Concrete Fracture. Dissertation, Delft University of Technology, Delft, 1988
- [ 167 ] RUETZ, W.: The two Different Physical Mechanisms of Creep in Concrete. International Conference on the Structure of Concrete, London, 1965
- [ 168 ] RÜSCH, H.: Physikalische Fragen der Betonprüfung. Zement Kalk Gips, Vol. 12, No. 1, 1959
- [ 169 ] SADOUKI, H., WITTMANN, F. H.: Numerical Concrete Applied to Investigate Size Effect and Stability of Crack Propagation. Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Conference on Fracture Mechanics of Concrete Structures, ed. by F. H. Wittmann, Zürich, Aedificatio, 1995
- [170] SALAH EL-DIN, A. S., EL-ADAWY NASSEF, M. M.: A Modified Approach for Estimating the Cracking Moment of Reinforced Concrete Beams. ACI Journal, No. 7, 1975
- [171] SAOUMA, V. E., BARTON, C. C., GAMAL-EL-DIN, N. A.: Fractal Characterisation of Fracture Surfaces in Concrete. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 35, No. 1/2/3, 1990
- [172] SAOUMA, V. E., BARTON, C. C.: Fractals, Fractures, and Size Effects in Concrete. Journal of Engineering Mechanics, Vol. 120, No. 4, 1994
- [173] SAOUMA, V., BROZ, J., BRÜHWILER, E., BOGGS, H.: Effect of Aggregate and Specimen Size on Fracture Properties of Dam Concrete. Journal of Materials in Civil Engineering, Vol. 3, No. 3, 1991
- [174] SCHLÄFLI, M.: Ermüdung von Brückenfahrbahnplatten aus Stahlbeton. Dissertation, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, 1999
- [175] SCHMIDT-HURTIENNE, B.: Ein dreiaxiales Schädigungsmodell für Beton unter Einschluss des Dehnrateneffekts bei Hochgeschwindigkeitsbelastung. Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, Heft 42, 2001
- [176] SCHOLL, R., PFEIFFER, O.: Natur als fraktale Grafik. Markt & Technik Verlag, 1991
- [177] SCHWER, L. E.: A Viscoplastic Augmentation of the Smooth Cap Model. Advanced Computational Methods for Material Modeling, Vol. 180/PVP-Vol. 268, 1993
- [178] SHAH, S. P. (Editor): Fatigue of Concrete Structures. ACI COMMITTEE 215 "Fatigue of Concrete, ACI Publication SP-75, Detroit, 1982
- [179] SHI, X. P., FWA, T. F., TAN, S. A.: Flexural Fatigue Strength of Plain Concrete. ACI Materials Journal, Vol. 90, No. 5, 1993
- [180] SIA SCHWEIZERISCHER INGENIEUR- UND ARCHITEKTEN-VEREIN: Ermüdung von Betonbauten. Arbeitsgruppe SIA 162-3, SIA-Dokumentation D 0133, 1997

- [181] SIA SCHWEIZERISCHER INGENIEUR- UND ARCHITEKTEN-VEREIN: Grundlagen und Annahmen für den Nachweis der Ermüdungssicherheit in den Tragwerksnormen des SIA. P. Kunz, M. A. Hirt, SIA-Dokumentation D 076, 1991
- [ 182 ] SIEMES, A. J. M.: Fatigue Evaluation of Concrete Structures Preliminary Studies, Procedure and Examples. Heron, Vol. 33, No. 3, 1988
- [183] SIMSCH, G.: Test Methods for Strain-Softening Response of Concrete. Darmstadt Concrete, Vol. 7, 1992
- [184] SINGH, S. P., GAMBHIR, M. L., KUKREJA, C. B.: Fatigue Behaviour of Fibre Reinforced Concrete. International Symposium on Fatigue and Fracture in Steel and Concrete Structures, edited by A. G. Madhava Rao and T. V. S. R. Appa Rao, Madras, India, 1991
- [185] SINHA, B. P., GERSTLE, K. H., TULIN, L. G.: Stress-Strain Relations for Concrete under Cyclic Loading. ACI Journal, Vol. 61, No. 2, 1964
- [186] SLOWIK, V.: Anwendung der Schallemissionsanalyse am Material Beton. Dissertation, Technische Hochschule Leipzig 1990
- [187] SLOWIK, V.: Beiträge zur experimentellen Bestimmung bruchmechanischer Materialparameter von Betonen. Building Materials Reports, ETH Zürich, No. 3, Aedificatio, 1993
- [188] SLUYS, L. J.: Wave Propagation, Localization and Dispersion in Softening Solids. Dissertation, Delft University of Technology, Delft, 1992
- [189] SMITH, G. M., YOUNG, L. E.: Ultimate Flexural Analysis Based on Stress-Strain Curves of Cylinders. ACI Journal, Vol. 53, No. 6, 1956
- [190] STEMLAND, H., PETKOVIC, G., ROSSELAND, S.: Model-Code 90 Design Rules for Fatigue. SINTEF FCB, Trondheim, 1990
- [191] STEMPNIEWSKI, L., EIBL, J.: Finite Elemente im Stahlbeton. Betonkalender 1996 Teil II, ed. by J. Eibl, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1996
- [192] SUBRAMANIAM, K. V., POPOVICS, J. S., SHAH, S. P.: Fatigue Crack Propagation in Biaxial Compression-Tension. Materials for Building and Structures (EUROMAT 99), Vol. 6, ed. by F. H. Wittmann, Wiley-VCH Verlag, Weinheim, 2000
- [193] TADA, H.: The Stress Analysis of Cracks Handbook. Second Edition, 1985
- [194] TANAKA, K.: Mechanics and Micromechanics of Fatigue Crack Propagation. Fracture Mechanics: Perspectives and Directions (12<sup>th</sup> Symposium), ASTM STP 1020, Philadelphia, 1989

- [195] TA DEMIR, C., TA DEMIR, M. A., GRIMM, R., KÖNIG, G.: Microstructural Effects on the Brittleness of High Strength Concretes. Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Conference on Fracture Mechanics of Concrete Structures, ed. by F. H. Wittmann, Zürich, Aedificatio, 1995
- [196] TAWFIQ, K., ARMAGHANI, J., RUIZ, R.: Fatigue Cracking of Polypropylene Fiber Reinforced Concrete. ACI Materials Journal, Vol. 96, No. 2, 1999
- [197] TEPFERS, R., KUTTI, T.: Fatigue Strength of Plain Ordinary and Lightweight Concrete. ACI Journal, Vol. 76, 1979
- [198] TOUMI, A., BASCOUL, A,. TURATSINZE, A.: Modeling of Fatigue Crack Growth in Concrete Subjected to Mode I Crack. Proceedings of the 4<sup>th</sup> International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures, ed. by R. de Borst, Cachan, Balkema, 2001
- [199] TOUMI, A., BASCOUL, A., TURATSINZE, A.: Crack Propagation in Concrete Subjected to Flexural-Cyclic Loading. Materials and Structures, Vol. 31, 1998
- [200] TOUMI, A.: Etude du Processus de Propagation des Fissures par Fatigue dans le Béton. Dissertation, Laboratoire Matériaux et Durabilité des Constructions, INSA-UPS, Université Paul Sabatier, Toulouse, France, 1998
- [201] TRUNK, B., SADOUKI, H., WITTMANN, F. H.: Size Effect and Stability of Fracture. Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Conference on Fracture Mechanics of Concrete Structures, ed. by F. H. Wittmann, Zürich, Aedificatio, 1995
- [202] VALLEN, H.: Schallemissionsprüfung: Grundlagen Gerätetechnik Anwendungen. Jahrestagung der DGZfP – ZfP in Anwendung, Entwicklung und Forschung, Berichtsband 75-CD, Berlin, 2001
- [203] VAN LEEUWEN, J., SIEMES, A. J. M.: Miner's Rule with Respect to Plain Concrete. Heron, Vol. 24, No. 1, 1979
- [204] VAN MIER, J. G. M., SCHLANGEN, E., VERVUURT, A.: Grundlegende Aspekte der Rissbildung in Beton: Versuche und numerische Modellierung. Forschungskolloquium des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, Delft, 1994
- [205] VAN MIER, J. G. M., SCHLANGEN, E., VERVUURT, A.: Tensile Cracking in Concrete and Sandstone: Part 2 -Effect of Boundary Rotations. Materials and Structures, Vol. 29, No. 3, 1996
- [ 206 ] VAN MIER, J. G. M.: Crack Face Bridging in Normal, High Strength and Lytag Concrete. RILEM Fracture Processes in Concrete, Rock and Ceramics, 1991
- [207] VONK, E.: Softening of Concrete Loaded in Compression. Dissertation, Eindhoven University of Technology, 1992

- [208] WAWRZYNEK, P. A., INGRAFFEA, A. R.: Interactive Finite Element Analysis of Fracture Processes: An Integrated Approach. Theory and Application of Fracture Mechanics, Vol. 8, 1987
- [209] WEERHEIJM, J.: Concrete under Impact Tensile Loading and Lateral Compression. Dissertation, Delft University of Technology, Delft, 1992
- [210] WEIBULL, W.: A Statistical Theory of the Strength of Materials. Ingeniörs Vetenskaps Akademien (The Royal Swedish Institute for Engineering Research), Handlingar (Proceedings) Nr. 151, Stockholm, 1939
- [211] WEIBULL, W.: The Phenomenon of Rupture in Solids. Ingeniörs Vetenskaps Akademien (The Royal Swedish Institute for Engineering Research), Handlingar (Proceedings) Nr. 153, Stockholm, 1939
- [212] WEIGLER, H., RINGS, K. H.: Unbewehrter und bewehrter Beton unter Wechselbelastung. Betonwerk+Fertigteil-Technik 51, Heft 11, 1985
- [213] WILLAM, K.: Plasticity and Elastic Degradation. Lecture Notes CVEN 6831 Special Topics, University of Colorado at Boulder, 1995
- [214] WINSLOW, D. N.: The Fractal Nature of the Surface of Cement Paste. Cement and Concrete Research, Vol. 15, 1985
- [215] WITTMANN, F. H., ROKUGO, K., BRÜHWILER, E., MIHASHI, H., SIMONIN, P.: Fracture Energy and Strain Softening of Concrete as Determined by Means of Compact Tension Specimens. Materials and Structures, Vol. 21, 1988
- [216] WITTMANN, F. H.: Structure of Concrete with Respect to Crack Formation. Fracture Mechanics of Concrete, edited by F. H. Wittmann, Elsevier Publishers, Amsterdam, 1983
- [217] WOLINSKI, S., HORDIJK, D. A., REINHARDT, H.-W., CORNELISSEN, H. A. W.: Influence of Aggregate Size on Fracture Mechanics Parameters of Concrete. International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete, Vol. 9, No. 2, 1987
- [218] WU, K., CHEN, B., YAO, W.: Study of the Influence of Aggregate Size Distribution on Mechanical Properties of Concrete by Acoustic Emission Technique. Cement and Concrete Research Vol. 31, 2001
- [219] YANKELEVSKY, D. Z., REINHARDT, H.-W.: Model for Cyclic Compressive Behaviour of Concrete. ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 113, Nr. 2, 1987
- [220] YANKELEVSKY, D. Z., REINHARDT, H.-W.: Response of Plain Concrete to Cyclic Tension. ACI Materials Journal, Vol. 84, September-October, 1987

- [221] YANKELEVSKY, D. Z., REINHARDT, H.-W.: Uniaxial Behavior of Concrete in Cyclic Tension. ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 115, No. 1, 1989
- [222] ZHANG, D, WU, K.: Fracture Process Zone of Notched Three-Point-Bending Concrete Beams. Cement and Concrete Research Vol. 29, 1999
- [223] ZIA, P., LEMING, M. L., AHMAD, S. H.: High Performance Concretes. Strategic Highway Research Program, National Research Council, Washington, D.C., 1991
- [224] ZIEGELDORF, S., MÜLLER, H. S., HILSDORF H. K.: Effect of Aggregate Particle Size on Mechanical Properties of Concrete. 5<sup>th</sup> International Conference on Fracture, edited by D. Francois, Pergamon Press, Paris, 1981
- [225] ZIENKIEWICZ, O. C., TAYLOR, R. L.: The Finite Element Method 1 + 2: The Basis + Solid Mechanics. Butterworth and Heneimann, 5<sup>th</sup> Edition, 2000
- [226] ZIENKIEWICZ, O. C.: Methoden der finiten Elemente. Carl Hanser Verlag, München/Wien, 1984

# Lebenslauf

Geburtsdatum:	09.06.1970
Geburtsort:	Schwenningen am Neckar, jetzt Villingen-Schwenningen
Geburtsname:	Kessler
Familienstand:	verheiratet seit 1997 mit Esther Maria Kramer
	1999 Geburt von Noah Lucca
	2001 Geburt von Levin Samuel
Staatsangehörigkeit:	deutsch
08/1976 - 07/1980	Grundschule Eichendorffschule Donaueschingen
08/1980 - 04/1989	Fürstenberg-Gymnasium Donaueschingen
25.04.1989	Allgemeine Hochschulreife
10/1990 - 08/1996	Bauingenieurwesen an der Universität Karlsruhe (TH)
05.08.1996	Diplomzeugnis
08/1995 - 11/1995	Auslandsstudium an der University of Colorado at Boulder, USA
10/1991 - 05/1996	Begleitstudium Angewandte Kulturwissenschaft mit Abschluss
10/1991 - 08/1996	Stipendium der bischöflichen Studienförderung Cusanuswerk
10/1991 - 07/1995	Hilfswissenschaftler am Institut für Mechanik
10,1771 07,1775	Universität Karlsruhe (TH)
seit 10/1996	Wissenschaftlicher Angestellter und Lehrstuhlassistent am Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe (TH)

#### Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie

#### Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. Harald S. Müller und Prof. Dr.-Ing. Lothar Stempniewski ISSN 0933-0461

- Heft 1Manfred Curbach: Festigkeitssteigerung von Beton bei hohen<br/>Belastungsgeschwindigkeiten. 1987
- **Heft 2** Franz-Hermann Schlüter: *Dicke Stahlbetonplatten unter stoβartiger Belastung - Flugzeugabsturz*. 1987
- Heft 3 Marlies Schieferstein: Der Zugflansch von Stahlbetonplattenbalken unter Längsschub und Querbiegung bei kritischer Druckbeanspruchung von Beton. 1988
- **Heft 4** Thomas Bier: *Karbonatisierung und Realkalisierung von Zementstein und Beton.* 1988
- Heft 5 Wolfgang Brameshuber: Bruchmechanische Eigenschaften von jungem Beton. 1988
- Heft 6Bericht DFG-Forschungsschwerpunkt: Durability of Non-Metallic<br/>Inanorganic Building Materials. 1988
- Heft 7 Manfred Feyerabend: Der harte Querstoβ auf Stützen aus Stahl und Stahlbeton. 1988
- Heft 8 Klaus F. Schönlin: Permeabilität als Kennwert der Dauerhaftigkeit von Beton. 1989
- **Heft 9** Lothar Stempniewski: *Flüssigkeitsgefüllte Stahlbetonbehälter unter Erdbebeneinwirkung*. 1990
- **Heft 10** Jörg Weidner: Vergleich von Stoffgesetzen granularer Schüttgüter zur Silodruckermittlung. 1990
- Heft 11 Pingli Yi: Explosionseinwirkungen auf Stahlbetonplatten. 1991
- Heft 12 Rainer Kunterding: Beanspruchung der Oberfläche von Stahlbetonsilos durch Schüttgüter. 1991

- **Heft 13** Peter Haardt: Zementgebundene und kunststoffvergütete Beschichtungen auf Beton. 1991
- **Heft 14** Günter Rombach: *Schüttguteinwirkungen auf Silozellen Exzentrische Entleerung*. 1991
- **Heft 15** Harald Garrecht: Porenstrukturmodelle für den Feuchtehaushalt von Baustoffen mit und ohne Salzbefrachtung und rechnerische Anwendung auf Mauerwerk. 1992
- **Heft 16** Violandi Vratsanou: Das nichtlineare Verhalten unbewehrter Mauerwerksscheiben unter Erdbebenbeanspruchung - Hilfsmittel zur Bestimmung der q-Faktoren. 1992
- Heft 17Carlos Rebelo: Stochastische Modellierung menschenerzeugter<br/>Schwingungen. 1992
- Heft 18 Seminar 29./30. März 1993: Erdbebenauslegung von Massivbauten unter Berücksichtigung des Eurocode 8. 1993
- Heft 19 Hubert Bachmann: Die Massenträgheit in einem Pseudo-Stoffgesetz für Beton bei schneller Zugbeanspruchung. 1993
- Heft 20 DBV/AiF-Forschungsbericht: H. Emrich: Zum Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen unter Querkraft- und Längszugbeanspruchung. 1993
- Heft 21Robert Stolze: Zum Tragverhalten von Stahlbetonplatten mit von<br/>den Bruchlinien abweichender Bewehrungsrichtung Bruchli-<br/>nien-Rotationskapazität. 1993
- Heft 22 Jie Huang: Extern vorgespannte Segmentbrücken unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion. 1994
- Heft 23 Rolf Wörner: Verstärkung von Stahlbetonbauteilen mit Spritzbeton. 1994
- Heft 24 Ioannis Retzepis: Schiefe Betonplatten im gerissenen Zustand. 1995
- Heft 25 Frank Dahlhaus: Stochastische Untersuchungen von Silobeanspruchungen. 1995

- Heft 26Cornelius Ruckenbrod: Statische und dynamische Phänomene bei<br/>der Entleerung von Silozellen. 1995
- Heft 27 Shishan Zheng: Beton bei variierender Dehngeschwindigkeit, untersucht mit einer neuen modifizierten Split-Hopkinson-Bar-Technik. 1996
- Heft 28 Yong-zhi Lin: Tragverhalten von Stahlfaserbeton. 1996
- Heft 29 DFG: Korrosion nichtmetallischer anorganischer Werkstoffe im Bauwesen. 1996
- Heft 30Jürgen Ockert: Ein Stoffgesetz für die Schockwellenausbreitung in<br/>Beton. 1997
- Heft 31Andreas Braun: Schüttgutbeanspruchungen von Silozellen unter<br/>Erdbebeneinwirkung. 1997
- Heft 32 Martin Günter: Beanspruchung und Beanspruchbarkeit des Verbundes zwischen Polymerbeschichtungen und Beton. 1997
- Heft 33 Gerhard Lohrmann: Faserbeton unter hoher Dehngeschwindigkeit. 1998
- Heft 34 Klaus Idda: Verbundverhalten von Betonrippenstäben bei Querzug. 1999
- Heft 35Stephan Kranz: Lokale Schwind- und Temperaturgradienten in<br/>bewehrten, oberflächennahen Zonen von Betonstrukturen. 1999
- Heft 36 Gunther Herold: Korrosion zementgebundener Werkstoffe in mineralsauren Wässern. 1999
- Heft 37 Mostafa Mehrafza: Entleerungsdrücke in Massefluss-Silos Einflüsse der Geometrie und Randbedingungen. 2000
- Heft 38 Tarek Nasr: Druckentlastung bei Staubexplosionen in Siloanlagen. 2000
- Heft 39Jan Akkermann: Rotationsverhalten von Stahlbeton-Rahmen-<br/>ecken. 2000
- **Heft 40** Viktor Mechtcherine: *Bruchmechanische und fraktologische Untersuchungen zur Riβausbreitung in Beton.* 2001

- Heft 41 Ulrich Häußler-Combe: Elementfreie Galerkin-Verfahren Grundlagen und Einsatzmöglichkeiten zur Berechnung von Stahlbetontragwerken. 2001
- **Heft 42** Björn Schmidt-Hurtienne: *Ein dreiaxiales Schädigungsmodell für Beton unter Einschluß des Dehnrateneffekts bei Hochgeschwindigkeitsbelastung.* 2001
- Heft 43Nazir Abdou: Ein stochastisches nichtlineares Berechnungsver-<br/>fahren für Stahlbeton mit finiten Elementen. 2002
- Heft 44Andreas Plotzitza: Ein Verfahren zur numerischen Simulation von<br/>Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen. 2002
- Heft 45Timon Rabczuk: Numerische Untersuchungen zum Fragmentie-<br/>rungsverhalten von Beton mit Hilfe der SPH-Methode. 2002
- Heft 46 Norbert J. Krutzik: Zu Anwendungsgrenzen von FE-Modellen bei der Simulation von Erschütterungen in Kernkraftbauwerken bei Stoβbelastungen. 2002
- Heft 47 Thorsten Timm: Beschuss von flüssigkeitsgefüllten Stahlbehältern. 2002
- Heft 48Slobodan Kasic: Zum Tragverhalten von Segmentbauteilen mit<br/>interner und externer Vorspannung ohne Verbund. 2002
- Heft 49 Christoph Kessler-Kramer: Zugtragverhalten von Beton unter Ermüdungsbeanspruchung. 2002

#### Frühere Berichte des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie

Ulrich Häußler:	Geschwindigkeits- und Spannungsfelder beim Entleeren von Silozellen. 1984
Wilfried Gladen:	Numerische Untersuchungen der Lasten in Silozellen beim exzentrischen Entleeren. 1985

Bezug der Hefte: Institut für Massivbau und Baustofftechnologie Universität Karlsruhe Postfach 6980, **D - 76128 Karlsruhe** Tel. 0721/608-2263; Fax 0721/608-2265

Druckkostenzuschuss incl. Porto: je Heft € 18,-

Außerdem noch erhältlich:

Festschrift Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Dr.techn. h.c. Josef Eibl

## Aus dem Massivbau und seinem Umfeld

788 Seiten, Preis incl. Versand: € 25,-