



April 1973

KFK 1786

Institut für Experimentelle Kernphysik

Kühlung langer Rohrsysteme mit superfluidem Helium

G. Krafft



Als Manuskript vervielfältigt

c

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M.B.H. KARLSRUHE

## KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

KFK 1786

Institut für Experimentelle Kernphysik

.

KÜHLUNG LANGER ROHRSYSTEME MIT SUPERFLUIDEM HELIUM\*)

von

Gerd Krafft

Gesellschaft für Kernforschung m.b.H., Karlsruhe

\*) von der Fakultät für Physik der Universität (TH) Karlsruhe genehmigte Dissertation

.

## Zusammenfassung

Wärmetransport-Experimente mit superfluidem Helium in Kupferrohren mit Längen zwischen 60 und 400 cm und 0.3 bis 1.0 cm großen Durchmessern zeigen das Vorhandensein einer kritischen Wärmeflußdichte, bei der Blasenbildung auftritt und der superfluide Zustand zerstört wird. Der kritische Wärmefluß wird durch die maximal mögliche "Überhitzung" des Helium II bestimmt. Die Größe und Temperaturabhängigkeit der gemessenen Überhitzungen können durch die Annahme, daß superfluide Wirbel Keime der Blasenbildung sind, erklärt werden.

### Abstract

Cooling of Long Tubes with Superfluid Helium

Heat transport experiments with superfluid helium in pipes of 60 - 400 cm length and diameters between 0.3 - 1.0 cm show the existence of a critical heat flow density, when superfluidity breaks down an vaporization onset starts. The critical heat flux is mainly determined by the amount of superheating required for bubble formation. Assuming that nucleation occurs on the superfluid vortex lines or vortex rings the measured values of superheat can be explained.

# INHALTSVERZEICHNIS

,

			Seite					
<u>1.</u>	EINL	EINLEITUNG						
<u>2.</u>	VERS	6						
	2.1	Helium II - Bad - Apparatur	6					
	2.2	Drucktankapparatur	9					
	2.3	Rohr- und Wendelsysteme	9					
	2.4	.4 Temperatur- und Druckmessung						
		2.4.1 Temperaturmessung	12					
		2.4.2 Druckmessung	13					
	2.5	Festlegung der kritischen Wärmeflußdichten	15					
<u>3.</u>	WÄRM	17						
	3.1	3.1 Das Zwei-Flüssigkeits-Modell						
		3.1.1 Thermohydrodynamische Grundgleichungen	17					
		3.1.2 Phasenübergänge	19					
	3.2	Temperaturprofilberechnungen	24					
	3.3	Meßergebnisse und Diskussion	30					
		3.3.1 Thermomechanische Druckmessungen	30					
		3.3.2 Badmessungen	33					
		3.3.3 Drucktankmessungen	38					
<u>4.</u>	KRIT	41						
	4.1	.1 Thermophysikalische Grenzen						
	4.2	Die Sättigungshypothese	42					
	4.3	Meßergebnisse und Diskussion	48					
		4.3.1 Rohrmessungen	48					
		4.3.2 Helixmessungen	51					
	4.4	Kühlkapazitäten bei Bad- und Drucktanktechnik	56					

.

Seite

<u>5.</u>	THERMOSIPHON-KÜHLUNG MIT HELIUM I UND HELIUM II	60
	5.1 Siedeverhalten von He I 5.2 Meßergebnisse und Diskussion	60 62
6.	ANHANG: ZUR BLASENBILDUNG IN HELIUM II	70
<u>7.</u>	ZUSAMMENFASSUNG	76
8.	SYMBOLVERZEICHNIS	78
9.	LITERATURVERZEICHNIS	80

#### 1. EINLEITUNG

Im Rahmen des Projektes eines supraleitenden Linearbeschleunigers <sup>1</sup> ergab sich die Notwendigkeit einer experimentellen und theoretischen Untersuchung der Kühlung der Wellenleiter und Beschleunigungsstrukturen mit flüssigem Helium bei einer Temperatur von T = 1.8 K.

Wie in Abb. 1.1 angedeutet, bestehen diese Beschleunigungsstrukturen aus mehreren in einem Hohlraumresonator angeordneten Spiralen aus supraleitenden Niobhohlrohren. Die einzelnen Niobwendeln haben eine Rohrlänge von rund drei Metern, einen inneren und äußeren Durchmesser von 0,5 cm, bzw. 0,6 cm, sowie einen Windungsradius von etwa 3,5 cm, d.h. 14 Windungen mit einer Steigung von rund 1 cm. Die offenen Enden der Wendeln sind mit einem Heliumbad verbunden, so daß alle Niobwendeln mit flüssigem Helium gefüllt sind. Die Abbildungen 1.2 -1.4 zeigen diese einzelnen Komponenten und den gesamten 1. Teil des Linearbeschleunigers.



Wendel-Kühlung mit He II

Die durch dissipative Effekte (Hochfrequenzabsorption) in den Niobwendeln entstehende Wärme soll durch Wärmetransport im Helium II abgeführt werden. Nach den Vorstellungen des Zwei-Flüssigkeits-Modells läßt sich Wärmetransport in Helium II modellmäßig folgendermaßen beschreiben  $^2,^3$ : He II wird als eine aus zwei Komponenten bestehende Flüssigkeit beschrieben: eine superfluide Komponente mit der Dichte  $\rho_s$  und eine normalfluide Komponente mit der Dichte o



ide Komponente mit der Dichte  $\rho_n$ . Für die Gesamtdichte  $\rho$  gilt:

$$\rho = \rho_{s} + \rho_{n}$$
  
mit  $\rho_{n} \rightarrow 0$  und  $\rho_{s} \rightarrow \rho$  für  $T \rightarrow 0$  K (1.1)

 $\rho_s \rightarrow o \text{ und } \rho_n \rightarrow \rho \quad \text{für } T \rightarrow T_{\lambda} = 2.17 \text{ K}.$ 

Da die superfluide Komponente als entropiefrei betrachtet wird, erfolgt der Wärme- oder Entropietransport durch die normalfluide Komponente. Sie strömt von dem wärmeerzeugenden Heizelement zur Dampf-Flüssigkeits-Oberfläche des Helium II-Bades, während gleichzeitig von dort ein Gegenstrom der superfluiden Komponente zur Wärmequelle fließt. Die Strömungen mit den Geschwindigkeiten v<sub>n</sub> (normalfluide Komponente) und v<sub>s</sub> (superfluide Komponente) erfolgen so, daß für die mittlere Massenflußdichte <p·v> gilt:

$$\langle \rho \cdot v \rangle = \langle \rho_s \cdot v_s + \rho_n \cdot v_n \rangle = 0, \qquad (1.2)$$

d.h. beim Wärmetransport tritt kein Massentransport auf. Die Gültigkeit der thermohydrodynamischen Gleichungen des Zwei-

- 2 -

Flüssigkeits-Modells wurde fast ausschließlich für Kapillaren mit sehr geringen Durchmessern zwischen  $10^{-3}$  cm bis  $10^{-1}$  cm experimentell bestätigt.<sup>4-8</sup>



Abb. 1.3 Kavität mit eingebauten Wendeln

Die Gültigkeit der thermohydrodynamischen Gleichungen bei Kühlsystemen der oben angegebenen Dimensionen ist nicht gewährleistet, da aus den vorliegenden Untersuchungen <sup>4-8</sup> nicht eindeutig hervorging, ob einige phänomenologisch eingeführte Parameter<sup>\*)</sup> vom Rohrradius oder vom Verhältnis Rohrlänge : Rohrdurchmesser abhängen, d.h. geometrieabhängig sind.

Ein Ziel der vorliegenden Arbeit war daher, Aussagen über die Gültigkeit und Anwendbarkeit der Wärmetransportgleichungen in Rohrsystemen solcher Abmessungen zu finden, welche die oben beschriebenen Niobwendeln einschließen.

\*) z.B. der Gorter-Mellink Faktor A (s. Abschnitt 3.1)

Die bei diesen Untersuchungen durchgeführten Wärmetransportmessungen an Helium II in Rohren zwischen 60 - 400 cm Gesamtlänge und inneren Durchmessern von 0.3 - 1.0 cm erschließen einen bisher experimentell nicht ausreichend erfaßten Bereich.



Abb.1.4 Kryostat mit Heliumreservoir(Zwillingsrohr), Kavität und Wendeln

Eine Ausnahme hiervon bildet die Arbeit von Critchlow und Hemsteet<sup>9</sup> über den Wärmetransport durch He II in Rohrspiralen von 2 m Länge und Durchmessern zwischen 0.1 - 1.0 cm. Ihre Untersuchungen beschränken sich jedoch auf einseitig geschlossene Rohrsysteme sowie auf maximale Temperaturdifferenzen von  $\Delta T$  = 20 mK zwischen Heizelement (geschlossenes Ende) und He II-Bad (offenes Ende). Erste Ergebnisse über die Kühlung kontinuierlich geheizter Rohrsysteme mit He II werden weiterhin von Passow <sup>10,11</sup> berichtet.

Die hier durchgeführten Messungen an superfluidem Helium knüpfen an diese beiden Untersuchungen an. Sie erweitern nicht nur den Meßbereich weitgehend, sondern erlauben auch eine kritische Diskussion der von Passow <sup>10,11</sup> gewonnenen Ergebnisse (vgl. Kapitel 3.3 und 4.3). Schließlich konnten bisher noch nicht unternommene Wärmetransportmessungen an He II durchgeführt werden, dessen Druck größer ist als der der vorgegebenen Temperatur entsprechende Sättigungsdampfdruck  $p_D$ . Im Phasendiagramm der Abb. 1.5 liegt dieser He II-Bereich oberhalb der Flüssigkeit-Gas-Gleichgewichtskurve und links von der  $\lambda$ -Linie.



Abb. 1.5 Phasendiagramm (nicht maßstabgetreu) für <sup>4</sup>He

#### 2. VERSUCHSAUFBAU UND -DURCHFÜHRUNG

### 2.1 Helium II-Bad-Apparatur

In Abb. 2.1 ist die Versuchsapparatur schematisch dargestellt.

Die Testrohre und -wendeln (1,2) wurden in einem zylinderförmigen (Durchmesser: 260 mm, Höhe: 250 mm) Vakuumtopf (3) montiert, der über das Ventil (V1) mit Hilfe des Turbomolekularpumpstandes (I) evakuiert wurde. Die genaue Beschreibung der Rohr- und Wendelsysteme erfolgt in Kapitel 2.3, während die Temperatur- und Druckmessung in Abschnitt 2.4 erläutert wird.

Der Vakuumtopf (3) mit den Testsystemen (1,2) befindet sich im Heliumbad (4) des Kryostaten (5). Der mit einem Strahlungsschild aus flüssigem Stickstoff (6) versehene Kryostat (5) hat einen inneren Durchmesser von 400 mm und eine Höhe von 1500 mm.

Zur Ermittlung der Füllstandshöhe des He II-Bades (4) über den Testwendeln, diente eine kontinuierlich anzeigende Standmeßsonde<sup>\*)</sup> (7). Die Sonde arbeitet nach dem Hitzdrahtprinzip in Verbindung mit der Supraleitung. Der eingetauchte Teil des gestreckt in der Sonde verlaufenden Meßdrahtes aus supraleitendem Material ist supraleitend, während der nicht eingetauchte Teil durch seine Joule'sche Wärme wegen des schlechteren Wärmeüberganges im Dampf normalleitend ist. Durch Messung des Gesamtwiderstandes, der eine Funktion der eingetauchten Länge ist, kann die Füllstandshöhe des flüssigen Heliums bestimmt werden.

Der Dampfdruck des Heliums wurde mit Absolutdruck-Feinmeßmanometern (8)<sup>\*\*)</sup> gemessen. Durch die Pumpstände (II) und (III) – Rootspumpen mit Drehschiebevorpumpen – konnte das Heliumgas über dem Bad zur Erreichung von Temperaturen unterhalb 4.2 K abgepumpt werden.

- \*) Linde AG., München
- \*\*) Wallace & Tiernau, Günzburg/Donau

- 6 -



Abb. 2.1 Versuchsapparatur

Dampfdrücke zwischen O - 50 Torr wurden mit einer pneumatischen Regeleinrichtung (9)<sup>\*)</sup> stabilisiert. Meßgrößenumformer und Regelventil (V4, NW80) waren im He II-Arbeitsbereich für thermische Belastungen des Heliumbades bis zu 10 Watt ausgelegt. Mit dem Regelsystem konnten im Bereich zwischen O - 50 Torr Druckstabilitäten von  $\Delta P_D \leq 0.1$  Torr erreicht werden.



Abb. 2.2 Drucktankapparatur

### 2.2 Drucktankapparatur

Um in den mit He II gefüllten Wendeln einen höheren Druck als den Sättigungsdampfdruck zu erhalten, wurde der Vakuumtopf (3) mit den Testsystemen in einem zusätzlichen zylindrischen Gefäß, dem sogenannten "Drucktank" (10), eingebaut. Diese gesamte Anordnung wurde dann, wie es in Abb. 2.2 schematisch dargestellt ist, in das He II-Bad (4) im Kryostaten (5) eingetaucht. Der Drucktank (10) konnte durch das Kaltventil (11) mit Helium gefüllt werden und über eine Druckkapillare (12) unter Druck gesetzt werden, wenn das Ventil (11) geschlossen wurde.

Hierbei behält die Temperatur des Experimentierbades (13) im Tank (10) den gleichen Wert, den das umgebende Temperaturkontrollbad (4) im Kryostaten (5) besitzt. Die Temperatur des Experimentierbades (13) wurde mit zwei geeichten Germaniumwiderständen kontrolliert, während der Druck mit Feinmeßmanometern, die am oberen Ende der Druckkapillare angebracht waren, abgelesen wurde.

Mit dieser "Drucktanktechnik" war es möglich, durch entsprechende Temperatureinstellung des Bades (4) und Druckregulierung im Tank (10), für das Heilum in den Wendeln jeden Systemzustand mit Temperaturen zwischen 1.40 K bis 2.17 K und Drücken zwischen 4 - 100 Torr einzustellen.

## 2.3 Rohr- und Wendelsysteme

Eine Zusammenstellung aller untersuchten Rohr- und Wendelkonfigurationen ist in Tabelle 1 angegeben. Um bei der späteren Diskussion der experimentellen Ergebnisse auf einen Blick zu erkennen, an welchem System die entsprechenden Messungen durchgeführt wurden, ist neben einer fortlaufenden Numerierung der Meßobjekte noch folgende Kurzcodierung (Spalte 2 in Tabelle 1), die alle wesentlichen Parameter enthält, eingeführt:



Tabelle 1 Zusammenstellung der Helix- und Rohrsysteme

Nummer	Kenn- zeichnung	Gesamt- länge L (cm)	Beheizte Länge L <sub>H</sub> (cm)	Innerer Durchmes d (cm)	Verhältnis L/d	Wand- stärke w(cm)	Windungs- durchmes D (cm)	Anzahl der Windungen n	Lageschema
1	1H <sub>w</sub> 03 - 370	370	340	0,3	12 30	0,05	14	8	
2	2Hw0,5 - 370	370	340	0,5	740	0,1	14	8	
3	3H <sub>W</sub> 0,8-330	330	300	0,8	410	0,1	8,5	11	TYTERE
4	4H <sub>w</sub> 0,5 - 275	275	250	0,5	550	0,15	6,5	13	
5	5H <sub>5</sub> Q5 - 270	270	250	0,5	540	0,15	6,5	13	888
6	6R <sub>s</sub> 0,5 - 370	370				0,1	+ — — — 14		
7	7Rs 0,5 - 200	200	-	0,5	400	0,1	14	4	. Th
8	8Rs 05 - 60	60	-	0,5	120	0,1	14	1	
9	9Rs 08 - 330	330	-	0,8	410	0,1	8,5	11	
10	10R <sub>s</sub> 0,8 - 60	60	-	OB	75	0,1	8,5	2	
11	11R <sub>w</sub> 0,3 - 370	370		0,3	1230	0,05	14	8	
12	12Rw 0,8 - 330	330	-	0,8	410	0,1	8,5	11	
13	13R <sub>W</sub> 0,8 - 60	60	-	0,8	75	0,1	8,5	. 2	
14	14H <sub>ws</sub> 0,5 - 240	240	220	Q5	480	0,15	6,5	10	

Wie im Lage-Schema in der Tabelle 1 (Spalte 10) angedeutet, wird eine zur Oberfläche des Helium-Bades parallele Lage der Spiralachse des Systems mit "w" (waagerecht) und mit "s" (senkrecht) eine zur Helium-Oberfläche im rechten Winkel stehende Position bezeichnet.

Durch Angabe der Systemart "H" oder "R" soll im weiteren bei den Rohrspiral- oder Wendelsystemen immer unterschieden werden zwischen:

- I. <u>Helix (H)</u>: Wendelsystem, das durch beide offenen Enden mit dem Helium-Bad verbunden ist und kontinuierlich über eine Länge L<sub>H</sub> (4. Spalte in Tab. 1) geheizt wird.
- II. <u>Rohr (R):</u> Spiralrohrsystem, das nur einseitig mit dem Helium-Bad verbunden ist und am geschlossenen Ende geheizt wird.

Auf die unter Nr. 14 in Tabelle 1 stehende Sonderausführung wird in Abschnitt 5.2 näher eingegangen.

Alle Meßsysteme wurden aus Kupferrohren mit den in Tab. 1 angegebenen Maßen hergestellt. Die Wärmezufuhr erfolgte durch eine auf der Außenwand der Kupferrohre mit Epoxydharzen angeklebte Heizwicklung aus Chrom-Nickel-Draht (d = 0.25 mm). Die Größe der eingespeisten Wärmeleistung wurde aus Strom-Spannungsmessungen ermittelt. Kalibriermessungen zeigen die Übereinstimmung zwischen der den Wendeln elektrisch zugeführten Leistung P =  $R \cdot I^2$  = U·I und der aus der Abdampfrate des Heliumbades ermittelten Wärmeleistung Q, die an das Helium abgegeben wurde, auf ± 1 % an.

Für alle Berechnungen kann angenommen werden, daß die durch die äußere Heizung eingespeiste Wärme allein durch das Helium II abtransportiert wird, da die Wärmeleitung im Kupfer um Größenordnungen kleiner ist als die im Helium II, wie folgendes Beispiel zeigt: für die Helix 2 H<sub>w</sub> 0.5 - 370 ergibt sich die durch das Kupfer abgeführte "Verlustleistung" Q<sub>v</sub>, mit

$$Q_{v} = \lambda_{cu} \cdot \frac{F_{cu}}{L_{B}} \cdot \Delta T_{B}$$
 (2.1)

und den Werten  $\lambda_{cu} \simeq 2$  Watt/cm K (Wärmeleitfähigkeit des Kupfers bei T = 1.5 - 2.0 K),  $F_{cu} \simeq 0.135$  cm<sup>2</sup> (Kupferquerschnittsfläche der Helix),  $L_B = 15$  cm ("Bein"-Länge: Distanz zwischen Helium-Bad und Heizungsende an der Wendel) und  $\Delta T_B = 0.1$  K (Temperaturdifferenz auf der Länge  $L_B$ ), zu 2 - 3 ‰ der maximal zuführbaren Leistung von Q  $\simeq 0.65$  Watt, wobei  $\Delta T_B = 0.1$  K die auftretende Temperaturdifferenz für Q = 0.65 W ist. Noch kleinere "Verlustleistungen" ergeben sich für die "R"-Systeme.

## 2.4 Temperatur- und Druckmessung

## 2.4.1 Temperaturmessung

Da die Kontaktierung der üblichen zur Temperaturmessung benutzten Kohlewiderstände<sup>\*)</sup> an den runden Rohraußenwänden erhebliche Schwierigkei-

ten bereitete, wurden zur Temperaturbestimmung Meßfühler verwandt, wie sie in Abb. 2.3 dargestellt sind. Der gute Kontakt über den Kupferstift mit der Flüssigkeit, die große Wärmeleitfähigkeit des Kupferdrahtes (0.5 - 1.0 mm Durch-



Abb. 2.3 Temperaturmeßfühler

messer) und die große Kontaktfläche zwischen Kohlefilmschicht und Kupfer garantieren die Übereinstimmung zwischen der Temperatur des Meßobjektes (He II) und der des Fühlers (Kohle) für die hier notwendige Genauigkeit.

Wie bei normalen Kohlewiderständen zeigte sich auch bei diesen Temperaturmeßfühlern nach wiederholten Kalt-Warm-Zyklen eine Änderung des Widerstandes. Daher wurden alle Widerstände vor Beginn jeder Meßreihe kalibriert. Zum Kalibrieren wurden im Kryostaten bei unbeheizten Rohr- und Wendelsystemen nacheinander verschiedene Drücke eingestellt. Da sich das flüssige Helium bei allen Drücken im Sättigungszustand befand, konnte die zum eingestellten Druck p gehörende Temperatur T der Dampfdrucktabelle von Helium entnommen werden.

Die absolute Temperatur für den hier untersuchten Bereich ist entsprechend der internationalen Temperaturskala von 1958 durch den Dampfdruck von <sup>4</sup>He definiert<sup>12</sup>.

Die Widerstandswerte R wurden mit Digital-Ohm-Metern<sup>\*</sup>) mit einer Meßgenauigkeit von  $\Delta R/R = 10^{-4}$  gemessen. Temperaturänderungen wurden mit Kompensationsschreibern registriert. Die Belastung der Widerstände lag bei  $10^{-8} - 10^{-7}$  Watt und war somit hinreichend gering, um eine Eigenerwärmung innerhalb der erreichten Auflösung auszuschließen.

Die Berücksichtigung aller Fehlerquellen (Widerstandsmessung, Eigenerwärmung, Ablesegenauigkeit des Feinmeßmanometers<sup>\*\*)</sup>, Druckstabilität des Regelsystems) ergibt sich, daß der relative Fehler der Temperaturmessung im Bereich zwischen 1.4 K -2.2 K bei ΔT/T < 1 % liegt.

## 2.4.2 Druckmessung

Zur Messung von Druckdifferenzen zwischen geschlossenem (Heizung) und offenem Ende (He II-Bad) eines Rohres wurde ein nach dem Dehnungsmeßstreifen-Prinzip arbeitender Druckaufnehmer (DMS-Brücke) für tiefe Temperaturen verwendet<sup>\*\*\*)</sup>.

<sup>\*)</sup> Hartmann u. Braun, Berlin; Vogt, Berlin \*\*) Wallace u. Tiernan, Günzburg, Modell FA-160 \*\*\*) Bell u. Howell, Friedberg, CEC-Modell 4-356, 0 - 500 Torr

Seine Anbringung am geschlossenen Ende eines Spiralrohres ist in Abb. 2.4 skizziert.

Bei Raumtemperatur betrug für eine Speisespannung von  $U_E = 1 V$ die lineare Zunahme der Ausgangsspannung der DMS-Brücke  $\Delta U_A = 0.75 \mu V$ pro Druckanstieg von  $\Delta p = 1$  Torr. Diese Empfindlichkeit erhöhte sich bei Temperaturen von T = T<sub> $\lambda$ </sub> = 2.17 K geringfügig auf d U<sub>A</sub>/dp = 0.8  $\mu$ V/Torr und blieb für Temperaturen T < T<sub> $\lambda$ </sub> konstant.





Da der Widerstand der Brücke bei diesen Temperaturen R = 350  $\Omega$ betrug, konnte bei allen Druckmessungen mit einer Erregerspannung von U<sub>E</sub> = 1 V gearbeitet werden. Der aufgrund der geringen Dissipation von P = U<sup>2</sup>/R = 1 V<sup>2</sup>/350  $\Omega$  = 3 mW bewirkte Temperaturanstieg am Rohrende beträgt nur Bruchteile der  $\Delta$ T-Erhöhung, die durch die Heizung (im Mittel: Q = 100 - 600 mW) hervorgerufen wird<sup>\*)</sup>.

Die dem Druck proportionale Änderung der Ausgangsspannung  $\Delta U_A$  der DMS-Brücke wurde mit Hilfe eines Nanovolt-Meßsystems<sup>\*\*)</sup> bestimmt.

- \*) Hierzu ist anzumerken, daß ein permamenter Wärmefluß vom Druckaufnehmer ins angrenzende He II nicht vorlag, da die DMS-Brücke nicht ständig betrieben wurde. Die Druckmessungen wurden nur kurzzeitig nach Erreichen der vorgesehenen Helium-Temperaturen am Rohrende ausgeführt.
- \*\*) Burster Präzisionsmeßtechnik, Gernsbach, Nanovolt-Meßplatz Typ 9201/02

Zahlreiche Versuche zur Bestimmung der P-U<sub>A</sub>-Relation zeigten, daß bei Einschluß aller Fehlerquellen (Hysterese-Effekte, Nichtlinearitäten, Nullpunktsverschiebungen, Empfindlichkeitsänderungen) eine zwischen geschlossenem Ende und He II-Badöffnung bestehende Druckdifferenz von mindestens  $\Delta p$  = 0.5 Torr angezeigt wird.

Die Druckmessungen wurden an den Systemen mit den Nummern 6, 7, 9 und 12 (Tabelle 1) durchgeführt.

## 2.5 Festlegung der kritischen Wärmeflußdichten

Unter der Wärmeflußdichte q (Einheit: Watt/cm<sup>2</sup> oder erg/cm<sup>2</sup>·sec) ist hier immer die in der Zeiteinheit und pro Flächeneinheit des Rohr-, bzw. Wendelquerschnittes (Durchmesser d) im Helium II fließende Wärme gemeint.

Hat die bei den Rohrsystemen  $R_w$  und  $R_s$  an den Heizelementen zugeführte Wärmeleistung den Wert Q, so ergibt sich die Wärmeflußdichte q aus:

$$q = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{Q}{d^2} |Watt/cm^2| \qquad (2.2)$$

Da bei den kontinuierlich geheizten Wendelsystemen ( $H_w$ ,  $H_s$ und  $H_{ws}$ ) die Wärmeflußdichte nicht über die gesamte Länge konstant ist, führt man hier die Variable

$$Q^* = \frac{Q}{L_H} |Watt/m| \qquad (2.3)$$

ein, welche die gesamte eingespeiste Wärmeleistung (Q) pro Meter geheizter Wendellänge  $(L_H)$  angibt.

Unter kritischer Wärmeflußdichte q<sub>c</sub> wird hier der Wert q verstanden, bei dem ein Zusammenbruch der superfluiden Kühlung stattfindet. Experimentell läßt sich dieser Prozess an einem plötzlichen Anstieg der Temperatur oder am Beginn unregelmäßiger Temperaturoszillationen erkennen.

Auf die physikalische Interpretation dieser Vorgänge wird in Abschnitt 4.3 näher eingegangen.

#### **3.** WÄRMETRANSPORTEXPERIMENTE

### 3.1 Das Zwei-Flüssigkeits-Modell

Ein Wärmefluß in Helium II wird als eine Bewegung der Gesamtheit aller "elementaren thermischen Anregungen" (Phononen und Rotonen) betrachtet. Diese Bewegung des "Gases der Anregungen" wird als normalfluide Strömung bezeichnet. Das "Anregungsgas" ist zum Impulsaustausch fähig und zeigt viskoses Verhalten, während die superfluide Komponente keine Viskosität aufweist, d.h. als ideale Flüssigkeit betrachtet wird.

Die Übertragung der hier nur unvollständig skizzierten Beschreibung des Helium II auf seine makroskopischen Stömungseigenschaften führt zu dem schon in der Einleitung beschriebenen Zwei-Flüssigkeits-Modell.

## 3.1.1 Thermohydrodynamische Grundgleichungen

Wie in vielen Lehrbüchern<sup>2</sup>,<sup>3</sup>,<sup>13</sup> ausführlich beschrieben, lassen sich aus den Vorstellungen des Zwei-Flüssigkeits-Modells heraus zwei hydrodynamische Bewegungsgleichungen für die normal- und superfluide Komponente ableiten<sup>\*\*)</sup>:

$$\rho_{\rm s} \cdot \frac{{\rm d} v_{\rm s}}{{\rm d} t} = -\frac{\rho_{\rm s}}{\rho} \nabla p + \rho_{\rm s} \cdot S \cdot \nabla T - F_{\rm sn}$$
(3.1)

$$\rho_n \cdot \frac{dv_n}{dt} = -\frac{\rho_n}{\rho} \nabla p - \rho_s \cdot S \cdot \nabla T + F_{sn} + R \qquad (3.2)$$

mit 
$$R = n_n (\nabla^2 v_n + \frac{1}{3} \text{ grad div } v_n)$$

\*) Hier werden die Gleichungen in linearer Approximation verwendet, da bei den untersuchten Wärmetransportproblemen die vernachlässigten Terme 2. Ordnung (Koeffizienten der 2. Viskosität usw.) keine Rolle spielen. Eine ausführliche Behandlung dieser Terme mit den entspr. Bewegungsgleichungen findet man bei Wilks<sup>2</sup> und Khalatnikov<sup>3</sup>. Der Term R beschreibt die nur in der normalfluiden Komponente wirkenden Reibungskräfte nach dem Hagen-Poisseuille'schen Gesetz. Der Term  $F_{sn}$  erfaßt die Reibungskraft zwischen dem normal- und superfluiden Teil der Flüssigkeit. Diese Wechselwirkungskraft  $F_{sn}$  tritt erst auf, wenn die Geschwindigkeit der superfluiden Komponente  $v_s$  größer als eine gewisse kritische Geschwindigkeit  $v_c$  wird. Wenn  $v_s > v_c$ , werden im superfluiden Helium Wirbellinien oder -ringe gebildet<sup>3</sup>. Streuprozesse der Phononen und Rotonen der normalfluiden Komponente an den Wirbeln in der superfluiden Komponente erzeugen die Reibungskraft  $F_{sn}$ . Gorter und Mellink<sup>14</sup> zeigten, daß diese Kräfte durch

$$\mathbf{F}_{sn} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{\rho}_{s} \cdot \mathbf{\rho}_{n} |\mathbf{v}_{s} - \mathbf{v}_{n}|^{3}$$
(3.3)

beschrieben werden können. In (3.3) ist der Faktor A (heute gewöhnlich als Gorter-Mellink-Faktor bezeichnet) eine temperaturabhängige Größe, die noch nicht aus der Theorie abgeleitet werden kann, sondern experimentell bestimmt werden muß<sup>4</sup>.

Für stationäre und eindimensionale Strömungsverhältnisse (wie sie bei den hier untersuchten Geometrien immer vorlagen) ergibt sich unter Vernachlässigung der Terme  $\eta_n \nabla^2 v_n$  und  $\nabla P$  aus (3.1) und (3.2) die Beziehung:

$$\nabla T = \frac{F_{sn}}{\rho_s \cdot S}$$
(3.4)

Für den Zusammenhang zwischen der Wärmestromdichte

$$q = \rho \cdot S \cdot T \cdot v_n \tag{3.5}$$

und dem Temperaturgradienten VT folgt unter der Bedingung, daß beim Wärmetransport für die mittlere Massenstromdichte

$$\langle \rho \cdot v \rangle = \langle \rho_s \cdot v_s + \rho_n \cdot v_n \rangle = 0 \tag{3.6}$$

gelten soll, aus (3.3), (3.4), (3.5) und 3.6) die Beziehung:

$$\nabla T = \frac{A \cdot \rho_n}{S} \cdot \left(\frac{1}{\rho_s \cdot S \cdot T}\right)^3 \cdot q^3.$$
 (3.7)

Wie in der Einleitung schon erwähnt, wurde dieser Zusammenhang zwischen Temperaturgradient und Wärmestromdichte für dünne Kapillaren in zahlreichen Untersuchungen experimentell verifiziert<sup>4-8</sup>.

Da die Arbeiten von Critchlow<sup>9</sup> und Passow<sup>10,11</sup> zur endgültigen Klärung der Frage nicht ausreichen, ob die oben abgeleitete Gleichung (3.7) zur Berechnung der superfluiden Kühlung von Rohrsystemen der hier vorliegenden Dimensionen gültig ist, wurden die jetzt zu beschreibenden Messungen durchgeführt.

Zuvor sollen noch einige Bemerkungen eingeschoben werden, die bei der Anwendung von Gl. (3.7) beachtet werden müssen.

### 3.1.2 Phasenübergänge

Wir betrachten zwei He II-Bad-Systeme, wie sie schematisch in Abb. 3.1.a angedeutet sind. Durch den Sättigungsdampfdruck  $p_D$ über dem Bad I ist die Temperatur in beiden Systemen eindeutig vorgegeben:  $T_1 = T_2 = T_s = T_s(p_D)$ . Während im oberen Bad I der Druck  $p_1 = p_D$  ist, ergibt sich der Druck  $p_2$  im Bad II als Summe aus  $p_1$  und dem zusätzlichen hydrostatischen Anteil g•p•h zu  $p_2 = p_1+g•p•h$ .

Im Phasendiagramm (Abb. 3.1.b) sind die entsprechenden Zustände der Systeme als Punkte I und II eingezeichnet. Eine Vergrößerung des Sättigungsdampfdruckes p<sub>D</sub> bewirkt eine gleichzeitige Erhöhung der Temperatur in beiden Systemen. Druckund Temperaturänderungen lassen sich mit Hilfe der Clausius-Clapeyron'schen Gleichung

$$\frac{\Delta p_{\rm D}}{\Delta T} = \frac{1}{T} \cdot \lambda \cdot \rho \cdot \rho_{\rm D} \cdot \frac{1}{\rho - \rho_{\rm D}} \approx \frac{\lambda \cdot \rho_{\rm D}}{T}$$
(3.8)



Abb.3.1 Systemzustände für zwei HeII – Bäder (I und II), die durch ein vertikales Rohr verbunden sind. (Erläuterungen im Text)

berechnen. Die entsprechenden Zustandsänderungen bei größer werdenden Sättigungsdrücken sind für die Systeme I und II in Abb. 3.1.b durch die Pfeilrichtungen a und c angedeutet. Sie enden in einem Phasenübergang 2. Ordnung von He II + He I. Eine isotherme Zustandsänderung (Pfeilrichtung d) kann mit Hilfe der in Abschnitt 2.2 beschriebenen Drucktankapparatur hervorgerufen werden. Sie endet bei Druckerhöhungen - je nach Ausgangstemperatur - im Phasenübergang He II + He I oder He II + festes Helium (vgl. hierzu Abb. 1.5).

Bei einer einseitigen Temperaturerhöhung des Systems II (mit  $p_D$  = konst., d.h. auch  $T_1$  = konst.) erfolgt in II zunächst eine isobare Zustandsänderung (Pfeilrichtung b) bis der Sättigungszustand beim Erreichen der Gleichgewichtskurve  $p = p_D$  hergestellt ist.

Diesem Prozess kann aber eine Zustandsänderung überlagert sein, die von der nur bei Helium II auftretenden Erscheinung des thermomechanischen Druckes<sup>2</sup> bestimmt wird. Mit  $F_{sn} = 0$  bewirkt nach Gl. (3.1) ein Temperaturgradient  $\nabla T$  in Helium II einen Druckgradienten  $\nabla p_F$  der Größe:

$$\nabla p_{\rm P} = \rho \cdot S \cdot \nabla T \quad . \tag{3.9}$$

Da für ein vorgegebenes  $\Delta T$  die Druckdifferenz  $\Delta p_F$  nach (3.9) immer größer ist als der diesem  $\Delta T$  entsprechende  $\Delta p_D$ -Wert, besteht – wie in Abb. 3.2 schematisch dargestellt – die Wirkung des Fontänen-Druckes darin, den Systemzustand des Bades II bei einer Temperaturerhöhung  $\Delta T$  immer in das Gebiet der "ungesättigten" He II-Phase zu verschieben (Zustand II' in Abb. 3.2), bis die  $\lambda$ -Linie erreicht wird, d.h. der Übergang He II + He I erfolgt.



Abb. 3.2 Zustandsänderung eines Systems (II) unter dem Einfluß des thermomechanischen Druckes Δp<sub>E</sub>

Es muß ausdrücklich betont werden, daß sich bei einer Temperaturerhöhung  $\Delta T = T_2 - T_1$  des Systems II die eben beschriebene Zustandsänderung eintreten kann. Ob sie eintritt, ist davon abhängig, inwieweit sich die ideale thermomechanische Druckdifferenz  $\Delta p_F = .\rho \cdot S \cdot \Delta T$  längs des Rohres einstellt, das die beiden Systeme verbindet. Dies wiederum hängt in hohem Maße von den hydrodynamischen Strömungsverhältnissen der super- und normalfluiden Komponenten ab, d.h. es wird im wesentlichen von Rohrgeometrie und der Wärmeflußdichte q bestimmt.

Aufgrund der bisher vorliegenden Erfahrungen läßt sich folgende qualitative Übersicht geben:

- 1) Für Geschwindigkeiten der superfluiden Komponente v<sub>s</sub> < v<sub>c</sub>, d.h. vor der Bildung quantisierter Wirbel im superfluiden Helium ist die London-Gleichung (3.9) immer erfüllt<sup>15</sup>. Da v<sub>c</sub>  $\sim d^{-1/4}$ ,<sup>16</sup> ist als Verbindung zwischen beiden Bädern dann meist eine dünne Kapillare (einige µ Durchmesser) oder ein Superfilter erforderlich.
- 2) Für  $v_s > v_c$ , d.h. für eine Wechselwirkungskraft  $F_{sn} \neq 0$ , gilt (3.9) nicht mehr exakt. Der effektive Druckgradient  $\nabla p_{eff}$ . ist kleiner als  $\nabla p_F$ . Die Gleichung (3.9) kann aber unter der Voraussetzung laminarer Strömungsverhältnisse in der normalfluiden Komponente modifiziert werden, wie von Craig, Hammel und Keller gezeigt wurde<sup>7</sup>.
- 3) Tritt in der normalfluiden Komponente der Übergang von der laminaren zur turbulenten Strömung ein, liegen die gemessenen Druckgradienten um Größenordnungen unter denen, wie sie die London-Gleichung vorhersagt<sup>17</sup>.

Zu der unter Punkt 3 erwähnten Turbulenz ist zu bemerken, daß diese Strömungsart der normalfluiden Komponente nach Überschreiten einer kritischen Reynoldzahl auftritt. Für die Reynoldzahl Re<sub>v\_</sub> der normalfluiden Strömung gilt:

$$\operatorname{Re}_{\mathbf{v}_{n}} = \frac{\rho \cdot \mathbf{v}_{n} \cdot d}{\eta_{n}} = \frac{d}{\eta_{n} \cdot S \cdot T} \cdot q. \qquad (3.10)$$

Man spricht von Turbulenz, da in völliger Analogie zu

- 22 -

normalen Flüssigkeiten auch für He II bei Re<sub>vn</sub> > Re<sup>\*)</sup> das für turbulente Strömungen gültige Widerstandsgesetz von Blasius<sup>19</sup>

$$Re_{p} = 4.94 \times 10^{-3} Re_{v_{n}}^{1.75}$$
(3.11)

den Zusammenhang zwischen v $_n$  und  $\Delta p$  widergibt, wobei in (3.11) unter der dimensionslosen Größe Re $_p$  der Ausdruck

$$\operatorname{Re}_{p} = \frac{\rho \cdot d^{3}}{32 \cdot \eta_{n}^{2}} \cdot \nabla p \qquad (3.12)$$

zu verstehen ist<sup>17</sup>. In Abschnitt 3.3 wird bei der Diskussion der Meßergebnisse näher auf diese Zusammenhänge eingegangen.

Nach dieser Betrachtung kann man zur Beschreibung des Wärmetransportes in einem System, wie es in Abb. 3.1.a schematisch dargestellt ist<sup>\*\*)</sup>, folgende Aussagen machen:

A) Bei der Existenz
 einer thermomecha nischen Druckdifferenz
 Δp<sub>F</sub> zwischen den Bä dern I und II kann man



Abb. 3.3 Temperaturabhängigkéit der kritischen Reynoldzahl

- \*) Die kritische Reynoldzahl Re<sub>c</sub> ist temperaturabhängig. Abb. 3.3 zeigt Re<sub>c</sub> als Funktion der Temperatur<sup>18</sup>.
- \*\*) Für die hier untersuchten Rohre kann z.B. das System II mit dem beheizten Rohrende und I mit dem offenen Rohrende identifiziert werden.

das untere System bis zur Temperatur T =  $T_{\lambda}$  erwärmen, da seine Zustandsänderung in Pfeilrichtung c (Abb. 3.1.b) erfolgt. Der größtmögliche Wärmetransport wird durch  $\Delta T = T_{\lambda} - T_{1}$  bestimmt und durch den Phasenübergang He II + He I begrenzt.

B) Wenn sich kein thermomechanischer Druck aufbauen kann, wird der Wärmetransport des He II erheblich eingeschränkt, da jetzt das System II seinen Zustand in Pfeilrichtung b (Abb. 3.1.b) ändert. Zum Wärmetransport ist nur eine kleinere Temperaturdifferenz vorhanden. Die Begrenzung der aus dem System II abführbaren Wärme hat in diesem Fall meist ihre Ursache in einem He II + Gas- Phasenübergang. Ist  $p_2 > p_{\lambda} = 37.8$  Torr, wird auch hier der Wärmetransport - und damit die Kühlkapazität - durch einen He II + He I-Übergang beim Überschreiten der  $\lambda$ -Linie begrenzt.

Vor der experimentellen Prüfung, ob Fall A) oder Fall B) für die hier untersuchten Rohr- und Helixsysteme zutrifft, sollte die Gültigkeit der Gleichung (3.7) untersucht werden. Es mußte deshalb zunächst theoretisch das aus dieser Gleichung sich ergebende Temperaturprofil entlang eines Rohrsystems berechnet werden, um es mit dem experimentell gemessenen vergleichen zu können. Das Verfahren hierzu soll nun kurz beschrieben werden.

## 3.2 Temperaturprofilberechnungen

Ausgangspunkt für die Berechnung des Temperaturverlaufes entlang (z-Richtung) eines an einem Ende geheizten Systems ist die Gleichung (3.7):

grad T = 
$$\nabla T = \frac{dT}{dz} = \frac{A \cdot \rho_n}{S} \cdot \left(\frac{1}{\rho_s \cdot S \cdot T}\right)^3$$
. (3.7)

Die am Rohranfang (z = 0) vorgegebene Badtemperatur  $T = T_B$ ist eine Integrationskonstante der Differentialgleichung (3.7), während die über die Rohrlänge L konstante Wärmeflußdichte q ein frei wählbarer Parameter ist, und die Temperatur  $T = T_L$  am Ende des Rohres (z = L) sich aus der Integration ergibt. Der Verlauf der Temperaturverteilung T(z) hängt von der Größe des Temperaturgradienten grad T längs des Rohres ab, d.h. er wird im wesentlichen von den temperaturabhängigen Größen A, S,  $\rho_n$  und  $\rho_s$  bestimmt.

Die Temperaturabhängigkeit des Koeffizienten

$$B(T) = \frac{A \cdot \rho_n}{S} \cdot \left(\frac{1}{\rho_s \cdot S \cdot T}\right)^3$$
(3.13)

ist in Tabelle 2 zusammengestellt.

Der Verlauf der entsprechenden Gradienten

$$\nabla T = B(T) \cdot q^3$$
 (3.14)

ist für einige q-Werte in Abb. 3.4 dargestellt. Wie man deutlich erkennt, besitzt der Temperaturgradient bei T  $\simeq$  1.95 K ein Minimum. Für T < 1.95 K nimmt grad T mit zunehmender Temperatur ab, während er für Temperaturen T > 1.95 K eine monoton steigende Funktion ist.

Aus diesem Verhalten des Temperaturgradienten ergeben sich zwangsläufig einige Aussagen über den prinzipiellen Verlauf der Temperaturverteilung entlang des Rohres. Folgende Fälle lassen sich unterscheiden:

## 1. Fall: $T_B < T_L < 1.95 K$

Ist sowohl die Badtemperatur  $T_B(z=o)$  als auch die Temperatur  $T_L(z=L)$  am beheizten Ende kleiner als die "Minimumtemperatur" von T  $\approx$  1.95 K, so nimmt grad T von z = o bis z = L stetig ab. Betrachtet man grad T als Funktion der Variablen z, so gilt dann für T = T(z) und  $\frac{dT}{dz}$  = grad T:

$$\frac{d}{dz}(\text{grad }T) = T''(z) < 0.$$
 (3.15)

Temperaturabhängigkeit der Größe B(T) =  $\frac{A \cdot \rho_n}{S} (\frac{1}{\rho_s \cdot S \cdot T})^{3*}$ 

T /K/	$\frac{B}{Watt^{3}}$	т /К/	$\frac{1}{B} \frac{K \cdot cm^{5}}{Watt^{3}}$	Τ /Κ/	$B / \frac{K \cdot cm^{5}}{Watt^{3}} /$		
1.400 1.425 1.450 1.475 1.500 1.525 1.550 1.575 1.600 1.625	$2,065 \times 10^{-2}$ $1,623 \times 10^{-2}$ $1,182 \times 10^{-2}$ $9,649 \times 10^{-3}$ $7,479 \times 10^{-3}$ $6,081 \times 10^{-3}$ $4,683 \times 10^{-3}$ $3,924 \times 10^{-3}$ $3,165 \times 10^{-3}$ $2,614 \times 10^{-3}$	1.650 1,675 1.700 1.725 1.750 1.775 1.800 1.825 1.850 1.875	2,064 x $10^{-3}$ 1,812 x $10^{-3}$ 1,560 x $10^{-3}$ 1,344 x $10^{-3}$ 1,128 x $10^{-3}$ 1,016 x $10^{-3}$ 9,051 x $10^{-4}$ 8,391 x $10^{-4}$ 7,731 x $10^{-4}$ 7,092 x $10^{-4}$	1.900 1.925 1.950 1.975 2.000 2.025 2.050 2.075 2.100 2.125 2.150	$6,454 \times 10^{-4}  6,422 \times 10^{-4}  6,391 \times 10^{-4}  6,331 \times 10^{-4}  6,352 \times 10^{-4}  7,167 \times 10^{-4}  8,053 \times 10^{-4}  1,117 \times 10^{-3}  1,429 \times 10^{-3}  2,829 \times 10^{-3}  4,230 \times 10^{-3} $		
<ul> <li>*) Die numerischen Werte der Größen S, ρ<sub>n</sub>, ρ<sub>s</sub> wurden<sup>3</sup> entnommen.</li> </ul>							

Für A der von W.F. Vinen angegebene Wert<sup>4</sup> eingesetzt.

- 26 -



Für die Funktion T(z) resultiert dann der in Abb. 3.5 a) dargestellte konvexe Verlauf.

2. Fall:  $T_L > T_B > 1.95$  K

In diesem Fall ist grad T im Bereich von z = 0 bis z = Leine steigende Funktion, d.h. es gilt:

$$\frac{d}{dz}(\text{grad }T) = T''(z) > 0$$
 (3.16)

Der entsprechende konkave Temperaturverlauf ist in Abb. 3.5 b) skizziert.

# 3. Fall: $T_B < 1.95 K < T_L$

Zwischen z = 0 und z = L nimmt die Temperatur bei z =  $z_w$  den Wert der "Minimumstemperatur" T = 1.95 K an.





An dieser Stelle gilt:

$$\frac{d}{dz}$$
 (grad T) = T''(z) = 0 (3.17)
Für den Temperaturverlauf T(z) resultiert daher bei  $z = z_w$ ein Wendepunkt und es ergibt sich eine Verteilung, wie sie in Abb. 3.5.c angedeutet ist.

Die quantitative Ermittlung des Temperaturverlaufes wurde mit Hilfe einer numerischen Integrationsmethode der Gleichung

$$\frac{dT}{dz} = \nabla T = B(T) \cdot q^3 \qquad (3.14)$$

durchgeführt. Hierbei wurden die q-Werte und die Badtemperatur  $T_B(\geq 1.400$  K) an der Stelle z = 0 vorgegeben, und die Temperatur mit den in Tabelle 2 angegebenen B(T)-Werten in Intervallen von  $\Delta z$  = 10 cm entlang des Rohres berechnet. Ein Beispiel erläutere kurz das Verfahren:

Mit  $T_B = 1.500$  K (z = 0), einer Wärmeflußdichte q und  $\Delta z = 10$  cm, ergibt sich bei z = 10 cm eine Temperatur von

$$T_{z=10} = T_B + B(T = 1.500 \text{ K}) \cdot q^3 \cdot \Delta z.$$

Für  $T_{z=10}$  < 1.525 K wird mit dem B(T = 1.500 K)-Wert im nächsten  $\Delta z$ -Intervall weitergerechnet:

 $T_{z=20} = T_{z=10} + B(T = 1.500 \text{ K}) \cdot q^3 \cdot \Delta z.$ 

Für  $T_{z=10} \ge 1.525$  K wird der B(T)-Wert für T = 1.525 K genommen, es gilt dann:

$$T_{z=20} = T_{z=10} + B(T = 1.525 \text{ K}) \cdot q^3 \cdot \Delta z.$$

Diese Schritt-für-Schritt-Integration wird so lange fortgesetzt bis die Temperatur T =  $T_{\lambda}$  = 2.172 K erreicht wird. Sie besteht im Prinzip in einer Aufteilung der in Abb. 3.4 dargestellten grad T =  $\nabla T(T)$ -Kurve in eine Stufenfunktion, bei der in Temperaturintervallen von  $\Delta T$  = 0.025 K, die den B(T)-Wert bestimmenden physikalischen Größen A,  $\rho_n$ ,  $\rho_s$  und S konstant gehalten werden. Wie die experimentell gemessene Temperaturabhängigkeit dieser Größen zeigt<sup>3</sup>, führt die Annahme ihrer Konstanz über ein Temperaturintervall von  $\Delta T$  = 0.025 K zu keinem nennenswerten Fehler (<0.5%).

Die Berechnung des Temperaturverlaufs in den kontinuierlich beheizten "H"-Systemen erfolgt mit demselben Verfahren, nur ist in diesem Falle noch eine Integration aller Wärmeflußdichten pro Längeneinheit erforderlich, da der Wärmestrom in z-Richtung bei diesen Systemen nicht konstant ist.

# 3.3. Meßergebnisse und Diskussion

## 3.3.1. Thermomechanische Druckmessungen

An den Rohrsystemen 6 R<sub>s</sub> 0.5 - 370, 7 R<sub>s</sub> 0.5 - 200, 9 R<sub>s</sub> 0.8 - 330 und 12 R<sub>w</sub> 0.8 - 330 wurden im Badkryostaten Druckmessungen bei Temperaturen zwischen T<sub>B</sub> = 1.4 K - 2.0 K durchgeführt.

Selbst bei der maximalen Temperaturdifferenz von  $\Delta T = 0.4$  K zwischen geschlossenem und offenem Ende konnte bei keinem der untersuchten Systeme eine Druckdifferenz gemessen werden, die größer war als die untere experimentelle Nachweisgrenze von  $\Delta p \simeq 0.5$  Torr.

Bei Gültigkeit von (3.9) sollte sich ein Druck von\*)

$$P_{F} = \int_{T_{B}}^{T_{L}} \rho \cdot S \cdot dT \qquad (3.18)$$

\*) Gl. (3.9)  $\Delta p_F = \rho \cdot S \cdot \Delta T$  muß aufgrund der großen Temperaturvariation längs des Rohres integriert werden. ergeben. Für die beim 12 R<sub>W</sub> 0.8 - 330-System gemessenen Werte für  $\Delta T = T_L - T_B = 1.8$  K - 1.4 K = 0.4 K (dies entspricht einem Wert von q = 0.7 W/cm<sup>2</sup>; vgl. Abb. 3.8) ergibt sich theoretisch nach (3.18) der gesamte <sup>t</sup>hermomechanische Druck zu: P<sub>F</sub> ~ 134 Torr.

Innerhalb der experimentellen Fehlergrenze kann man daher aufgrund der Ergebnisse der Druckmessungen schließen, daß sich kein thermomechanischer Druck aufbaut, und somit der in Abschnitt 3.1.2.beschriebene Fall B (Seite 24) für alle hier untersuchten Rohr- und Helixsysteme zutrifft.

Bei Turbulenz in der normalfluiden Komponente sollte nach Gleichung (3.11) ein Druckabfall  $\Delta p$  auftreten. Aus den Gleichungen (3.5), (3.10), (3.11) und (3.12) errechnet sich dieser Druckabfall zu:

$$\Delta p = 0.158 \cdot \frac{L}{d^{1.25}} \cdot \frac{\eta_n^{0.25}}{\rho \cdot (S \cdot T)^{1.75}} q^{1.75}$$
(3.19)

In Abb. 3.6 ist dieser Druckabfall als  $\Delta p/L$  (Torr/m) für ein "R"-System mit d = 0.8 cm als Funktion der Wärmestromdichte q für verschiedene Temperaturen aufgetragen. Die auftretenden Druckdifferenzen erreichen erst für nicht realisierbare q-Werte in der Größenordnung von 10 W/cm<sup>2</sup> die experimentelle Nachweisgrenze.

Man kann daher - ohne einen nennenswerten Fehler zu begehen diese Druckdifferenzen bei allen in dieser Arbeit untersuchten Kühlsystemen vernachlässigen und den Wärmetransport im He II hier als isobaren Prozess betrachten.

Neben dieser, für die Helix- und Rohrkühlkapazität entscheidenden Aussage, ergeben diese Messungen einen Hinweis darauf, daß die zuerst von Gorter und Mellink<sup>14</sup> ausgesprochene These, daß der die gegenseitige "Reibung" zwischen superund normalfluider Komponente beschreibende Term F<sub>sn</sub> nur die



.

Temperaturverteilung (Gl. 3.4), nicht aber den Druckgradienten, beeinflußt, auch für den Wärmetransport von He II in langen Rohren großen Durchmessers gültig ist.<sup>\*)</sup>

Ohne auf nähere Einzelheiten einzugehen, muß schon hier festgestellt werden, daß aufgrund der Ergebnisse dieses Ab-

\*) Für dünne Kapillaren (80 - 250 μ Durchmesser) wurde dies zuerst von Staas nachgewiesen<sup>17</sup>. Wegen der sehr viel geringeren Kapillardurchmesser konnten in<sup>17</sup> Druckdifferenzen direkt gemessen werden, während hier die aufgrund der großen Rohrdurchmesser sehr kleinen Druckunterschiede messtechnisch nicht mehr erfassbar waren. schnittes und der Erörterungen in Kapitel 3.1.2, die von Passow <sup>10</sup>,<sup>11</sup> aus seinen Arbeiten gezogene Schlußfolgerung nicht aufrecht erhalten werden kann. Die Modifizierung seiner Aussage, daß man das Helium in der Mitte kontinuierlich geheizter Wendeln immer bis zu  $\lambda$ -Temperatur erwärmen kann, um somit den maximal möglichen Wärmetransport im He II zu erreichen, soll in Abschnitt 4.3.2 erfolgen.

# 3.3.2 Badmessungen

Für die Messungen wurde das in Abschnitt 2.1 beschriebene Kryostatsystem verwendet.

Es sollen hier nicht die vollständigen Messreihen für alle in Tabelle 1 aufgeführten Systeme aufgezählt werden, vielmehr wird versucht, die wesentlichen Resultate der gesamten Untersuchung an besonders prägnanten Beispielen zu erläutern.

Als erstes seien hierzu vier Messungen gezeigt, bei denen der in 3.2 diskutierte Temperaturverlauf für  $T_B < T_L < 1.95$  K und  $T_L > T_B > 1.95$  K experimentell nachgeprüft wurde. Abb. 3.7 zeigt die Ergebnisse der Messungen beim 12 R<sub>w</sub> 0.8 - 330-System für  $T_B = 1.40$  K und  $T_B = 2.05$  K. Die ausgezogenen Kurven geben den Temperaturverlauf nach der integrierten Gleichung (3.7) an. Die gemessenen Werte stimmen mit den berechneten sehr gut überein, und der unterschiedliche Temperaturverlauf für die beiden T''(z)-Werte mit entgegengesetztem Vorzeichen ist deutlich sichtbar. Der in der Abbildung (und in allen weiteren) angegebene Wert des hydrostatischen Druckes  $P_{hydr}$ . resultiert von der Füllstandshöhe des He II über den Wendeln (1 cm He  $\approx$  0.10 Torr), bei der die Messungen ausgeführt wurden.

In Abb. 3.8 sind für mehrere q-Werte die berechneten Temperaturprofile gezeichnet und für das 12 R $_{\rm W}$  0.8 - 330-System mit einigen experimentell ermittelten verglichen. Der nichtlineare Zusammenhang zwischen Wärmestromdichte q und dem

- 33 -



Temperaturverlauf ist klar zu erkennen. Der angegebene Wert  $q = 0.7 \text{ W/cm}^2$  bildet die obere Grenze einer stabilen superfluiden Kühlung; höhere Wärmeströme verursachen einen thermischen Zusammenbruch (vgl. Abschnitt 4).

In den weiteren Abb. 3.9 - 3.10 sind die experimentell gemessenen Temperaturverläufe mit den theoretisch berechneten für die untersuchten "R"-Systeme bei den Badtemperaturen zwischen  $T_B = 1.80$  K - 1.90 K verglichen.

Anhand der in diesen Abbildungen gezeigten Kurven und Messwerte läßt sich folgendes ablesen: Erst für relativ große q-Werte und für niedrige Badttemperaturen  $T_B$  ist der charakteristische konvexe oder konkave



Abb. 3.8



Abb. 3.8 - 3.10

Temperaturprofile für verschiedene Wärmeströme q (Zahlen geben q in W/cm<sup>2</sup> an ) und Badtemperaturen

Abb. 3.9



Abb. 3.10

Temperaturverlauf für  $T_B \lesssim 1.95$  K gut zu erkennen. Für q  $\leq 0.5$  W/cm<sup>2</sup> resultiert meist eine nahezu lineare Temperaturzunahme längs des Rohres, d.h.  $\forall T$  ist über die Länge konstant.

Ein Temperaturverlauf mit einem Wendepunkt, wie er für T<sub>B</sub> < 1.95 K < T<sub>L</sub> nach Abb. 3.5.c erwartet wird, konnte bei den Badmessungen nicht nachgewiesen werden<sup>\*)</sup>, da die untersuchten Längen zu klein, bzw. die erforderlichen Wärmestromdichten über dem Maximum, bei dem ein Zusammenbruch der superfluiden Kühlung erfolgte, lagen.

Der Vergleich der berechneten Kurven mit den gemessenen Daten zeigt, daß die Gleichungen des Zwei-Flüssigkeits-Modells innerhalb der Meßgenauigkeit auch bei diesen Rohrdimensionen gültig sind. Der Gorter-Mellink-Faktor A ist nicht geometrieabhängig, denn für d = 0.3 - 0.8 cm und  $\frac{L}{d}$  = 75 - 1230 (Abb. 3.7 - 3.10, Systeme 6, 7, 9, 11 - 13) ist er im Rahmen der Messgenauigkeit (± 10%) gleich und stimmt mit den von Vinen<sup>4</sup> angegebenen Werten überein.<sup>\*\*</sup>)

In allen Abb. 3.7 - 3.10 ist durch eine punktierte Linie die sogen. Sättigungstemperatur T<sub>s</sub> eingezeichnet. Dieser Wert T<sub>s</sub> ist die Gleichgewichtstemperatur, die dem Druck  $p = p_D + P_{hydr}$ , unter dem das System steht, entspricht. Nimmt das System während des isobaren Aufheizvorgangs die Temperatur T<sub>s</sub> an, so erreicht es nach dem Phasendiagramm in Abb. 3.1.b (Pfeilrichtung b) den Gleichgewichtszustand Flüssigkeit - Gas. Bei jeder Systemtemperatur T > T<sub>s</sub>, rechts von der Gleichgewichtslinie p = p<sub>D</sub>, befindet sich das

\*)Vgl. hierzu aber die Drucktankmessungen Abb. 3.14

\*\*) Es sei daran erinnert, daß die in den Abb. 3.7 - 3.12 gezeigten Temperaturprofile nach Abschnitt 3.2 (Tabelle 2) mit diesen Werten berechnet wurden. Temperaturprofilberechnungen mit anderen in der Literatur angegebenen Werten<sup>18</sup> zeigten keine Übereinstimmung mit den gemessenen Temperaturverläufen. flüssige He II in einem überhitzten, d.h. metastabilen Zustand.

Obwohl eine genauere Diskussion dieser Tatbestände (Größe der Überhitzung, Temperaturabhängigkeit usw.) erst im nächsten Kapitel erfolgen soll, muß hier schon ausdrücklich darauf hingewiesen werden, daß nach den in den Abb. 3.7 – 3.10 gezeigten Messungen, Helium II als metastabile Phase existenzfähig ist. Nicht nur die Überhitzung ist bemerkenswert, sondern auch die Tatsache, daß für diese Phase die Gleichungen des Zwei-Flüssigkeits-Modells noch Gültigkeit besitzen, da, wie aus allen Abbildungen ersichtlich, die experimentell gemessene Temperaturverteilung auch für Temperaturen T > T<sub>s</sub> mit der berechneten Zusammenfällt. Da die in Gleichung (3.7) vorkommenden thermodynamischen Größen nur sehr schwach druckabhängig sind, wurde zur Berechnung der Temperaturprofile für Temperaturen T > T<sub>s</sub> nur ihre Temperaturabhängigkeit berücksichtigt.



b. 3.11 Abnangigkeit der lemperatur 1/2 in der Helixmitte von der Warmeleistun bei verschiedenen Badtemperaturen T<sub>B</sub>

- 37 -

Alle bis jetzt beschriebenen Ergebnisse über die Wärmetransporteigenschaften von He II in den "R"-Systemen lassen sich uneingeschränkt auf die kontinuierlich beheizten Helix-Systeme übertragen.

Von den zahlreich durchgeführten Messungen an den Wendeln 1-4 sei hier nur als ein Beispiel in Abb. 3.11 die Temperatur  $T_{L/2}$  in der Mitte der Helix 2 Hw 0.5 - 370 als Funktion der eingespeisten Wärme angeführt. Die Übereinstimmung zwischen gemessener und errechneter Temperatur zeigt auch hier die Anwendbarkeit der thermohydrodynamischen Gleichungen (3.1), (3.2) und vor allem (3.7) zur Berechnung der Kühlkapazität dieser Systeme.

## 3.3.3 Drucktankmessungen

Bei allen Messungen im Badkryostaten konnten wegen der begrenzten Füllstandsniveaus des Experimentierbades über den Wendeln nur hydrostatische Drücke bis zu maximal 5 Torr erreicht werden. Erst durch die in Abschnitt 2.2 beschriebene Drucktanktechnik war es möglich, in den Rohr- und Helixsystemen das He II unter höherem Druck zu erhalten.

Im Anschluß an die Badmessungen sollte zunächst untersucht werden, ob der He II-Wärmetransport in diesem Zustand ebenfalls durch die Gleichungen (3.1), (3.2) und (3.7) beschrieben werden kann, da experimentelle Untersuchungen in diesem Bereich noch nicht durchgeführt wurden.<sup>\*)</sup>

Da - wie im vorhergehenden Abschnitt schon bemerkt - man die in den Gleichungen (3.1), (3.2) und (3.7) vorkommenden Parameter im untersuchten Druckbereich zwischen p = 2 - 50 Torr als druckunabhängig annehmen kann, erwartet man zunächst,

<sup>\*&#</sup>x27; Fragen, welche die anwendungsorientierten Aspekte der Untersuchung (maximale Kühlkapazität usw.) betreffen, werden näher in Abschnitt 4.4 behandelt.

daß auch in diesem Bereich die Gültigkeit der Wärmetransportgleichungen gewährleistet ist. Diese Erwartung wurde durch die Experimente bestätigt.

Wie in den Abb. 3.12 und 3.13 am Beispiel mehrerer Messreihen, die mit dem 12  $R_w$  0.8 - 330-System bei  $T_B = 1.60$  K, p = 20 Torr und  $T_B = 1.80$  K, p = 50 Torr, durchgeführt wurden, zu erkennen ist, stimmen die nach Gleichung (3.7) berechneten Temperaturen gut mit den experimentell ermittelten überein.

Abschließend und zusammenfassend sei noch in Abb. 3.14 auf eine Messung am System 6 R<sub>s</sub> 0.5 - 370 hingewiesen, die bei einer Temperatur des Experimentierbades im Drucktank von  $T_B = 1.40$  K und unter einem Druck von p = 25 Torr mit q-Werten zwischen 0.65 W/cm<sup>2</sup> bis 0.85 W/cm<sup>2</sup> durchgeführt wurde. Das Temperaturprofil für den q = 0.85 W/cm<sup>2</sup>-Wert zeigt nicht nur den Verlauf mit einem Wendepunkt, sondern diese Messung bestätigt auch explizit alle in diesem Kapitel erwähnten Tatbestände, daß

- a) das Zwei-Flüssigkeits-Modell für die untersuchten Rohrund Helixdimensionen gültig ist;
- b) die thermohydrodynamischen Gleichungen für He II unter Druck gelten, wobei der Druck größer als der der vorgegebenen Heliumtemperatur entsprechende Sättigungsdampfdruck ist,
- c) Helium II überhitzt werden kann, d.h. als metastabile Phase existenzfähig ist, und in diesem Bereich die obigen Wärmeleitungsgleichungen anwendbar sind.

Auf weitere Drucktankmessungen wird im nächsten Kapitel eingegangen, in dem die Überhitzungstemperaturen und die hieraus folgenden maximalen oder kritischen Wärmeflußdichten näher behandelt werden sollen.



Abb. 3.12



Abb. 3.13



Abb. 3.12 - 3.14

Temperaturprofile für verschiedene Wärmeströme q (Zahlen geben q in W/cm<sup>2</sup> an ) und Badtemperaturen im Drucktank

Abb. 3.14

## 4.1 Thermophysikalische Grenzen

Für einen Wärmestrom q im Helium II - ohne makroskopischen Massenaustausch - gilt nach den Gleichungen (1.2) und (3.5):

$$q = \rho_{s} \cdot S \cdot T \cdot (v_{n} - v_{s}) = \frac{\rho_{s}}{\rho} \cdot \rho \cdot S \cdot T \cdot (v_{n} - v_{s})$$
(4.1)

Für sehr tiefe Temperaturen begrenzt der 3. Hauptsatz der Thermodynamik (S + O für T + O) nach (4.1) jeden Wärmestrom zu q + O. Wenn auch andererseits für Temperaturen T +  $T_{\lambda}$ die Entropie S groß wird, ergibt sich nach Gleichung (4.1) auch hier für den Wärmestrom: q + O, da für  $\rho_s$  (oder  $\rho_s/\rho$ ) bei T +  $T_{\lambda}$  gilt:  $\rho_s$  + O. Zwischen beiden Grenzen besitzt die Wärmestromdichte q ein Maximum.

Auf der Grundlage des Zwei-Flüssigkeits-Modells von Gorter und Casimir<sup>20</sup>,<sup>21</sup> gilt i.a. zwischen T = OK und T =  $T_{\lambda}$  für die Temperaturabhängigkeit der Entropie S:

$$s \sim s_{\lambda} \cdot \left(\frac{T}{T_{\lambda}}\right)^{6}$$
, (4.2)

und für den Ordnungsparameter  $\rho_s/\rho$ :

$$\frac{\rho_{\rm s}}{\rho} \sim 1 - \left(\frac{{\rm T}}{{\rm T}_{\lambda}}\right)^7 \tag{4.3}$$

Mit (4.2) und (4.3) ergibt sich dann für den Wärmestrom q zwischen T = OK und T =  $T_{\lambda}$  näherungsweise:

$$q \sim \left[1 - (T/T_{\lambda})^{7}\right] \cdot (T/T_{\lambda})^{7}$$
 (4.4)

Diese Funktion hat ein Maximum  $q_{max}$  bei  $T_{max}/T_{\lambda} = (1/2)^{1}/7$ oder  $T_{max} = 1.96$  K.

Der Wärmestrom q ist aber nicht nur eine Funktion der Temperatur: q = q(T), sondern wird nach Gleichung (3.7) auch noch durch die jeweils vorhandenen Temperaturdifferenzen  $\Delta T$ bestimmt: q = q( $\Delta T$ ,T). Analog der oben eingeführten Maximumtemperatur T<sub>max</sub> gibt es maximale oder kritische  $\Delta T$ -Werte. Diese größtmöglichen  $\Delta T = \Delta T_{max}$ -Werte bestimmen die sogenannten kritischen Wärmeflußdichten:

$$q_{c}(T) = q(\Delta T,T) |_{\Delta T} = \Delta T_{max},$$
 (4.5)

Nach den oben dargelegten Betrachtungen sind diese kritischen Wärmeströme  $q_c(T)$  ebenfalls temperaturabhängig und erreichen bei der Temperatur T =  $T_{max}$  ihren Extremwert:

$$q_{c,max} = q_{c}(T) |_{T} = T_{max}$$
 (4.6)

Während die Temperaturabhängigkeit der  $q_c(T)$ -Werte aus dem Zwei-Flüssigkeits-Modell abgeleitet werden kann, muß man zur Bestimmung der maximalen  $\Delta T$ -Werte, d.h. zur Festlegung der kritischen Wärmeströme  $q_c$ , eine zusätzliche Bedingung einführen. Diese Bedingung führt zur sogenannten Sättigungshypothese, die jetzt erläutert werden soll.

## 4.2 Die Sättigungshypothese

Für eine Strömung der normalfluiden Komponente, die Wärme transportiert, gilt nach (3.5):

$$\tilde{q} = \rho \cdot S \cdot T \cdot v_n \qquad (4.7)$$

Wir bezeichnen hier den Wärmestrom mit  $\tilde{q}$ , da der ideale Fall dissipationsfreier Energieumwandlung angenommen werden soll, d.h. für die Wechselwirkungskraft  $F_{sn}$  gilt:  $F_{sn} = 0$ , im Gegensatz zu einem durch Gleichung (3.7) festgelegten Wärmestrom q mit  $F_{sn} \neq 0$ .

Die entropieerzeugende Quelle (Heizdraht, Heizfläche usw.) liege in der Tiefe H unter dem Flüssigkeitsniveau des He II-Bades. Der Wärmestrom q̃ transportiert nicht nur Entropie, sondern auch Impuls. Der diesem Impuls entsprechende Reaktionsdruck auf das Heizelement hat die Größe:

$$\Delta p_{\rm R} = \rho_{\rm n} \cdot v_{\rm n}^2 + \rho_{\rm s} \cdot v_{\rm s}^2 \tag{4.8}$$

Für den angenommenen Fall dissipationsfreier Energieumwandlung ist der Reaktionsdruck  $\Delta p_R$  gleich dem thermomechanischen Druck  $\Delta p_F$ . Nach Gleichung (3.9) gilt dann:

$$\Delta p_{R} = \Delta p_{F} = \rho \cdot S \cdot \Delta T \qquad (4.9)$$

Für einen Entropietransport ohne Massenaustausch gilt nach Gleichung (1.2):

$$j_n = v_n \cdot \rho_n = -\rho_s \cdot v_s \tag{4.10}$$

Mit (4.8) bis (4.10) ergibt sich  $\tilde{q}$  zu:

$$\tilde{q} = \rho \cdot S \cdot T \cdot \left(\frac{\rho_{S}}{\rho_{n}} \cdot S \cdot \Delta T\right)^{1/2}$$
(4.11)

Die Sättigungshypothese postuliert nun den AT-Wert als Maximum, der zu einem Flüssigkeit-Dampf-Gleichgewichtszustand in der Nähe des Heizelementes führt und bei dessen Überschreitung nach Kapitel 3.1.2 ein Phasenübergang He II  $\rightarrow$  Gas einsetzt, der als Filmsiedebeginn am Heizer zu beobachten ist.

Als  $\Delta T_{max}$  ergibt sich mit  $\Delta p = \rho \cdot g \cdot H$  aus der Clausius-Clapeyron'schen Gleichung (3.8):

$$\Delta T_{\max} = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot T}{\rho_D \cdot \lambda} \quad . \tag{4.12}$$

(4.12) in (4.11) eingesetzt, ergibt den kritischen  $\tilde{q}_{e} = \tilde{q}_{e}(T)$ -Wert:

$$\tilde{q}_{c} = \rho \cdot S \cdot T \cdot \left(\frac{\rho_{s}}{\rho_{n}} \cdot S \cdot T \cdot \frac{\rho}{\rho_{D} \cdot \lambda}\right)^{1/2} \cdot \left(g \cdot H\right)^{1/2}$$
(4.13)

In Abb. 4.1 ist diese (auf  $\tilde{q}_{c,max} = \tilde{q}_{c}(T) \Big|_{T=T_{max}}$  normierte) Funktion in Abhängigkeit von der Temperatur aufgetragen. Wie man sieht, liegt die Maximumtemperatur von  $T_{max} \approx 2.00$  K sehr nahe bei der durch die Beziehung (4.4) bestimmten Temperatur von  $T_{max} = 1.96$  K. Der Grund dieser geringfügigen Diskrepanz kann durch die kleine Abweichung der experimentell ermittelten Temperaturabhängigkeit von  $\rho_s$  und S<sup>2,3</sup> - mit der nach (4.13) das Maximum von  $\tilde{q}_c$  berechnet wurde - von der durch Gleichung (4.2) und (4.3) angegebenen Proportionalität erklärt werden. Da die Herleitung dieser  $\tilde{q}_c$ -Werte alle Energieverluste vernachlässigt, bilden sie eine obere Grenze der möglichen Wärmeströme in He II.

Wie Messungen an Heizdrähten, -zylindern, und -platten in offenen He II-Bädern zeigen <sup>22,23</sup>, wird das Temperaturverhalten der kritischen Wärmeströme, sowie deren Abhängigkeit von der Niveauhöhe H, bei diesen Heizanordnungen durch (4.13) richtig beschrieben. Auf eine weitere Diskussion der Gleichung (4.13) soll an dieser Stelle verzichtet werden, da sie in der angegebenen Literatur ausführlich durchgeführt wurde.

Es soll jetzt der Wärmetransport in einem Rohr mit der entsprechenden Aussage der Sättigungshypothese über den kritischen Wärmefluß q untersucht werden. Es soll dabei zunächst vom Fall eines vertikalen Rohres der Länge L in einem He II-Bad mit der Niveauhöhe H ausgegangen werden. Wenn das Rohr am Boden geheizt wird, so tritt, thermisch gesehen, eine Zustandsverschiebung des Heliums in der Nähe des Heizers vom ungesättigten Zustand zur Dampf-Flüssigkeit-Gleichge-



Abb. 4.1 Temperaturabhängigkeit der kritischen Wärmeströme  $\widetilde{q}_c$  ( $F_{ns}$  0) und  $q_c$  ( $F_{ns}$   $\pm$  0)

wichtskurve ein (vgl. Abb. 3.1 und Ausführungen in Abschnitt 3.1.2).

Bis zur Erreichung des Gleichgewichtszustandes kann das Helium am unteren Rohrende nach Gleichung (3.8) und (4.12) um

$$\Delta T_{\max} = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot T}{\rho_D \cdot \lambda}$$
(4.12)

erhitzt werden. Da für den Wärmetransport im Rohr - F<sub>sn</sub> ‡ O - Gleichung (3.7):

$$\nabla T = \frac{A \cdot \rho_n}{S} \left(\frac{1}{\rho_s \cdot S \cdot T}\right)^3 \cdot q^3$$
 (3.7)

- 45 -

gilt, ergibt sich mit  $\nabla T = \frac{\Delta T}{L}$  und  $\Delta T = \Delta T_{max}$  nach Gleichung (4.12) der kritische Wärmefluß q<sub>c</sub> im Rohr zu:

$$q_{c} = \frac{\rho_{s} \cdot S^{4/3} \cdot T}{(A \cdot \rho_{n})^{1/3}} \cdot \left(\frac{g \cdot \rho \cdot T}{\rho_{D} \cdot \lambda}\right)^{1/3} \cdot \left(\frac{H}{L}\right)^{1/3}$$
(4.14)

Für ein nur bis zum oberen Ende mit Helium gefülltes Rohr (H=L) ergibt sich der dann von der Niveauhöhe H und der Rohrlänge L unabhängige kritische Wärmestrom q<sub>e</sub> zu:

$$q_{c} = q_{c}(T) = \frac{\rho_{s} \cdot S^{4/3} \cdot T}{(A \cdot \rho_{n})^{1/3}} (\frac{g \cdot \rho \cdot T}{\rho_{D} \cdot \lambda})^{1/3}$$
 (4.15)

Diese  $q_c$ -Werte sind (wieder auf  $q_{c,max} = q_c(T) \Big|_{T=T_{max}}$ normiert) in Abb. 4.1 als Funktion der Temperatur eingetragen. Im Vergleich zu den  $\tilde{q}_c$ -Werten verschiebt sich das Maximum der  $q_c$ -Werte in Rohren zu tieferen Temperaturen und liegt bei  $T_{max} \simeq 1.85$  K.

In mehreren Untersuchungen<sup>24-28</sup> wurde versucht, die Gültigkeit von Gleichung (4.14), bzw. (4.15) nachzuweisen. Ohne Gefahr einer allzu einfachen Schematisierung kann man die Arbeiten in zwei Gruppen einteilen: in die der Verfechter (z.B. Broadwell, Frederking und Eaton<sup>12,25,26</sup>) der Sättigungshypothese und in die der Gegner (Irey, Vinson<sup>27,28</sup>) dieser Annahme.

Ohne auf alle Details der angeführten Arbeiten eingehen zu wollen, sollen hier kurz die Schwierigkeiten erläutert werden, definitive Schlußfolgerungen aus den Experimenten zu ziehen. Fast alle Messungen wurden an sehr kurzen, senkrechten Rohren oder Kanälen (L  $\leq$  20 cm) durchgeführt. Die daraus resultierenden kleinen  $\Delta T$ -Werte sind experimentell schwierig zu erfassen. Der Vorteil für Werte  $\Delta T$  << T liegt darin, daß die Temperaturvariation der Parameter in Gleichung (3.7) längs des Rohres nicht berücksichtigt werden muß, und man für die Temperatur T in den Gleichungen (4.14) oder (4.15) den Wert T =  $\frac{T_L + T_B}{2}$  nehmen kann, wobei hier T<sub>L</sub> die Temperatur in der Nähe des Heizelementes ist und T<sub>B</sub> die Badtemperatur am offenen Ende. Bei den Experimenten bildet der Boden der vertikalen Rohre gleichzeitig die Heizfläche für die Zuführung der Wärme an das Helium. Experimentell wird der q<sub>c</sub>-Wert bei diesen Anordnungen durch eine sprunghafte Temperaturerhöhung des Heizers bestimmt. die durch den Beginn des Filmsiedeprozesses an der Heizoberfläche bewirkt wird.

Auch bei Wärmeströmen q < q<sub>c</sub> muß man beachten, daß aufgrund des Kapitzawiderstandes<sup>29</sup> die Temperatur T<sub>Heiz</sub>. des Heizers nicht mit der Temperatur T<sub>L</sub> "in der Nähe" der Heizfläche identisch ist, sondern T<sub>Heiz</sub>. > T<sub>L</sub> ist. Über einen gewissen Bereich a (a << L) wird sich ein Temperaturausgleich zwischen T<sub>Heiz</sub>. und T<sub>L</sub> einstellen.

Stellt man nun experimentell fest, daß der kritische Wärmefluß q<sub>c</sub> bei einer Temperatur T =  $\frac{T_B + T_L}{2}$  erreicht wird, und dieser Wert mit dem aus der Sättigungshypothese – nach Gl. (4.12) und (3.7) – abgeleiteten Wert übereinstimmt, so kann die Schlußfolgerung hieraus, daß der Phasenübergang He II → Gas in der Nähe des Heizelementes bei der Temperatur T = T<sub>L</sub> (welche der Sättigungstemperatur entspricht) eintritt, zumindest umstritten sein. Denn, wie oben ausgeführt, muß das Helium im Bereich a eine höhere Temperatur als T<sub>L</sub> besitzen. Die Möglichkeit, daß der Siedeprozess in diesem Gebiet überhitzten Helium seinen Ursprung hat, ist nicht auszuschließen.

Ein Weg, um diese Schwierigkeiten zu beseitigen, besteht darin, auf experimentelle Anordnungen zurückzugreifen, bei denen für die Kapitzatemperaturdifferenz zwischen Heizoberfläche und Helium gilt:  $\Delta T_K << T_B + \Delta T_{max}$  und bei denen ein Filmsiedeprozess an der Heizfläche nicht auftritt. Wie sich zeigen wird, läßt sich dies bei den kontinuierlich geheizten Helixsystemen erreichen. Doch seien zunächst die Resultate der q<sub>c</sub>-Messungen bei den "R"-Systemen beschrieben.

- 47 -

#### 4.3 Meßergebnisse und Diskussion

#### 4.3.1 Rohrmessungen

Eine direkte Anwendung der Gleichung (4.14), bzw. (4.15) auf die Messungen an den waagerechten Rohrsystemen ist aus folgenden Gründen nicht gestattet:

- a) Der Flüssigkeitsdruck p<sub>L</sub> in den waagerechten Rohren ist konstant: p<sub>L</sub> = p<sub>D</sub> + p<sub>hydr</sub>. Daher gilt die Beziehung ∇p = ρ•g, die zur Ableitung der q<sub>c</sub>-Werte nach Gleichung (4.15) erfüllt sein muß, bei diesen Systemen nicht mehr.
- b) Die Temperaturvariation längs der Rohre muß berücksichtigt werden. Die Herleitung der Gleichung (4.15) wurde unter der Voraussetzung  $\Delta T_{max} << T_B$  durchgeführt. Eine Temperaturvariation wurde nicht berücksichtigt, sondern die Werte der Parameter in Gleichung (3.7) für die mittlere Temperatur T =  $\frac{T_B + T_L}{2}$  eingesetzt. Nur aufgrund dieser Mittlung war es möglich, jedem q<sub>c</sub>-Wert eine eindeutige Temperatur T zuzuordnen.

Wie schon aus den Wärmetransportmessungen (Kapitel 3.3) bekannt, können bei den Rohr- und Helixsystemen große Temperaturvariationen entlang der Rohre auftreten. Daher ist es für diese Systeme auch nicht mehr möglich, einen - Gleichung (4.15) analogen - analytischen Ausdruck für die q<sub>c</sub>-Werte anzugeben. Sie müssen vielmehr aus den physikalischen Aussagen der Sättigungshypothese für diese Anordnungen abgeleitet werden.

Hierzu ist in Abb. 4.2 schematisch der Temperaturverlauf längs eines Rohres für verschiedene Wärmeströme q dargestellt, wie er schon aus Kapitel 3.3 bekannt ist.

Der Sättigungshypothese zufolge sollte für ein Rohr der Länge L<sub>2</sub> Blasenbildung, d.h. ein Phasenübergang He II + Gas, am Rohrende (z = L<sub>2</sub>) stattfinden, wenn dort das Helium die Sättigungstemperatur T<sub>s</sub> erreicht hat. Als kritischer q<sub>c</sub>-Wert kann dann derjenige q-Wert definiert werden, der den Temperaturverlauf hervorruft, bei dem die Temperatur  $T_s$  an der Stelle z =  $L_2$  erreicht wird. Er ist in der Abbildung hervorgehoben und mit  $q_s$  bezeichnet, um deutlich zu machen, daß der sich auf die Temperatur  $T_s$  bezieht.

Für ein Rohr der Länge  $L_1$  ( $L_1 < L_2$ ) ergibt sich ein kritischer Wärmefluß  $q_c = q_s(T_s)$ , der größer ist als der Wert für die Rohrlänge  $L_2$ .



Ermittlung des q<sub>c</sub> = q<sub>s</sub> (T<sub>s</sub>) -Wertes

Zur eindeutigen Kennzeichnung wird der  $q_c$ -Wert im folgenden immer auf die jeweilige Badtemperatur  $T_B$  und die Rohrlänge L bezogen.

In Abb. 4.3 geben die Kurven 1 und 2 die  $q_c = q_s(T_s)$ -Werte für die Rohre Nr. 13 (L = 0,60 m) und Nr. 14 (L = 3,30 m) als Funktion der Badtemperatur  $T_B$  bei einem hydrostatischen Druck von  $p_{hydr}$ . = 4 Torr an. Vergleicht man die Kurven mit den experimentell gemessenen q-Werten, sieht man, daß die Sättigungshypothese zu kleine Werte vorhersagt. Wie schon aus den Wärmetransportmessungen in Abschnitt 3.3 zu erkennen war, erfolgt der Phasenübergang He II → Gas nicht bei der Sättigungstemperatur  $T_s$ , sondern muß nach den  $q_c$ -Messungen bei einer höheren Temperatur  $T_m$  stattfinden.



Abb. 4.3 Kritische Wärmeströme q<sub>c</sub> für die Rohre Nr.12 und 13 in Abhängigkeit von der Badtemperatur T<sub>B</sub>

Aus Abb. 4.3 kann man weiter erkennen, daß das Maximum der gemessenen  $q_c$ -Werte bei einer Badtemperatur von  $T_B \approx 1.85$  K liegt. Es stimmt mit dem für Rohre in Abb. 4.1 gezeigten  $q_c$ -Wert in der Temperaturabhängigkeit überein.

Ebenfalls zeigen die gemessenen kritischen Wärmeströmq q eine den q<sub>s</sub>(T<sub>s</sub>)-Werten völlig analoge Längenabhängigkeit.\*\*

<sup>\*)</sup> Dies ist nur eine Folge des schon in Abschnitt 3.3 erwähnten Tatbestandes, daß auch für überhitztes He II die Gleichungen des Zwei-Flüssigkeits-Modells - insbesondere Gleichung (3.7) - anwendbar sind.

Da der Betrag der kritischen Wärmedichten  $q_c$  durch die maximalen Überhitzungswerte  $T_m$  bestimmt werden, sind diese Temperaturen die physikalisch relevanten Größen. Doch bevor auf diese, bei den Rohrsystemen gemessenen  $T_m$ -Werte, näher eingegangen wird, sollen kurz die Messungen an den Helixsystemen beschrieben werden, da hier der Temperatur  $T_m$  noch größeres Gewicht zukommt.

# 4.3.2 Helixmessungen

In den kontinuierlich geheizten Helixsystemen ist die Wärmeflußdichte q nicht mehr entlang der Helixlänge konstant. Daher ist die Kennzeichnung des thermischen Zusammenbruchs der superfluiden Kühlung durch einen bestimmten q<sub>c</sub>-Wert nicht sinnvoll.

Die wesentlichen Größen, die neben der effektiven Wärmeleitfähigkeit des He II die Kühlkapazität dieser Systeme bestimmen, sind die maximal möglichen Überhitzungstemperaturen T<sub>m</sub> des Heliums in der Mitte einer Helix.

Sie sind daher in Abb. 4.4 für die Helix 2  $H_w$  0.5 - 370 und einige Rohrsysteme sowohl für Badmessungen als auch für die Drucktankversuche angegeben<sup>\*)</sup>. Die Punkte im Phasendiagramm auf der linken Seite der Flüssigkeit-Dampf-Gleichgewichtslinie p =  $p_D$  (Kurve a) kennzeichnen die jeweiligen Systemzustände des He II in den Rohr- oder Helixsystemen vor jeder Wärmezufuhr und mit größer werdenden Heizleistungen verschieben sich die Punkte längs der gestrichelten Geraden (isobare Zustandsänderung, vgl. Kapitel 3.1.2). Alle Werte entsprechen - nach Überqueren der p =  $p_D$ -Linie (Kurve a) metastabilen Überhitzungszuständen des He II. Die in der Abbildung eingezeichneten Punkte rechts von der Gleichgewichtslinie a geben die jeweils an den Enden (Rohre) oder in der Mitte (Helix) gemessenen Temperaturen  $T_m$  an, bei

\*) Abb. 6.1 enthält weitere Messungen



Abb. 4.4 Phasendiagramm von Helium mit Gleichgewichtslinie p=p<sub>D</sub> {Kurve a} und maximalen Überhitzungstemperaturen T<sub>m</sub> (Kurve b)

denen ein Zusammenbruch der superfluiden Kühlung beobachtet wurde. Die gemessenen Überhitzungstemperaturen  $T_m$  sind sowohl von der Art und Anordnung der Systeme, als auch von der Heizmethode (punktförmig beim Rohr, kontinuierlich bei der Helix) unabhängig. Sie liegen innerhalb der Meßgenauigkeit und der Reproduzierbarkeit auf einer durch die Kurve b gekennzeichneten Linie. Wie an dem Verlauf der Kurve b qualitativ zu erkennen ist, nehmen die Überhitzungen  $\Delta T_1 = T_m - T_s$  bei Annäherung an die  $\lambda$ -Temperatur ab. Eine Hypothese zur Erklärung dieser Temperaturabhängigkeit der  $\Delta T_1$ -Werte wird im Anhang (Abschnitt 6) gegeben.

Critchlow<sup>9</sup> gibt bei seinen Messungen an einem Spiralrohr (L = 200 cm) einen Wert von q = 1.0 Watt/cm<sup>2</sup> als maximalen Wärmestrom bei einer Badtemperatur von  $T_B = 1.91$  K an. Er bemerkt dazu, daß die Temperatur am geschlossenen Ende nur etwas über T = 2.00 K liegt. Vergleicht man diese Angabe mit den  $T_m$ -Werten in Abb. 4.4, so sieht man, daß sein Wert von T = 2.00 K auf der Kurve b liegt, wenn man davon ausgeht, daß die Versuche bei hydrostatischen Drücken von  $P_{hydr}$ .  $\simeq 2-3$  Torr ausgeführt wurden, über die aber in der zitierten Arbeit keine Angaben vorliegen. Weiter Übereinstimmungen bei anderen Badtemperaturen lassen sich nicht angeben, da Critchlow und Hemsteet keine Aussagen über kritische q-Werte bei kleineren oder größeren Temperaturen machen.

In Abschnitt 3.31 wurde die Aussage von Passow <sup>10</sup>,<sup>11</sup> erwähnt, daß das Helium in der Mitte kontinuierlich geheizter Wendeln immer bis zur  $\lambda$ -Temperatur erhitzt werden kann. Da der Wärmetransport bei den hier vorliegenden Systemen ein isobarer Prozess ist, bedeutet dies, daß He II eine konstante Überhitzungstemperatur von  $T_m = T_{\lambda} = 2.17$  K besitzt. Dies wurde mit den hier vorliegenden Helixmessungen, die variable Überhitzungstemperaturen ergeben, nicht bestätigt. Die andere Schlußfolgerung von Passow<sup>10</sup>,<sup>11</sup>, daß der thermische Zusammenbruch der superfluiden Kühlung<sup>\*)</sup> nicht durch Blasenbildung in den Wendeln, sondern durch Druck-, bzw. Temperaturschwankungen des äußeren He II-Bades verursacht wird, widerspricht den hier gewonnenen Resultaten.



Abb. 4,5 Thermogramm des Zusammenbruchsder superfluiden Kühlung bei der Helix Nr.4

Bei allen Experimenten wurde beobachtet, daß der thermische Zusammenbruch, als dessen Ursache jetzt der Phasenübergang He II  $\rightarrow$  Gas angegeben werden kann, zeitlich verzögert eintrat. Im Mittel betrug diese zeitliche Verzögerung 1-2 Minuten, nachdem die Temperatur T<sub>m</sub> erreicht war.

Erkennen kann man diese Verzögerung anhand eines Originalthermogrammes bei der Helix 4 H $_{\rm w}$  0.5 - 275 in Abb. 4.5.

<sup>\*)</sup> Auch Passow berichtet von thermischen Zusammenbrüchen bei Temperaturen der Helixmitte  $T_{L/2} < T_{\lambda}$ ; vgl. Abb. 2 in<sup>11</sup>.

Der aufgezeichnete Temperaturverlauf läßt sich folgendermaßen erklären: für die waagerechten Systeme ergeben sich die großen Temperaturerhöhungen daraus, daß für diese Anordnungen das beim thermischen Zusammenbruch entstehende Heliumgas nicht entweichen kann, sondern in den obenliegenden Windungen der Spiralen festgehalten wird und sich erwärmt. Bei den senkrechten Systemen können die entstehenden Gasblasen nach oben entweichen. Die nachströmende (kältere) Flüssigkeit wird erwärmt und neue Gasblasen bilden sich. Die Folge ist eine unregelmäßige Temperaturschwankung.

Der in Abb. 4.5 angegebene Wert von Q = 0.65 Watt für die 4  $H_W$  0.5 - 275 - Helix, mit einer Temperatur von  $T_m$  = 1.97 K in der Helixmitte, ist die maximale Kühlkapazität dieses Systems für Badtemperaturen  $T_B$  = 1.8 K. Auch für die supraleitenden Niobwendeln des Linearbeschleunigers, die nahezu die gleichen Abmessungen haben wie die Helix Nr. 4, kann man den Wert von Q = 0.65 Watt als obere Grenze der abführbaren Verlustleistungen angeben, obwohl bei diesen Strukturen die Wärmezufuhr nicht gleichmäßig über die gesamte Länge, sondern nach einer cos<sup>2</sup>-förmigen Verteilung erfolgt. Beide Verteilungen unterscheiden sich um weniger als 3 % in ihrer maximalen Kühlkapazität.

Der Wert von Q = 0.65 W bildet für die 4 H<sub>W</sub> 0.5 - 275 -Helix das Maximum der Wärmezufuhr. Wie in Dauerversuchen festgestellt werden konnte, war es ohne thermischen Zusammenbruch möglich, über mehrere Stunden eine Leistung von Q = 0.60 W, d.h. rund 90 % des Maximalwertes, aus der Helix abzuführen. Da für diesen Q-Wert die Temperatur in der Helixmitt  $T_{L/2} > T_s$  ist, kann man aus diesen Versuchen eine bemerkenswerte Stabilität des metastabilen Zustandes des He II in der Helix folgern.

- 55 -

In diesem letzten Abschnitt sollen an einem Beispiel die unterschiedlichen Kühlkapazitäten des Drucktankverfahrens und der normalen Badkühlung diskutiert werden.

Dazu sind in Abb. 4.6 (s. auch Abb. 3.12) für das 12 R<sub>w</sub> 0.8 - 330 - System die kritischen Wärmeflußdichten q<sub>c</sub> für eine Badmessung (p<sub>1</sub> = 9,6 Torr) und eine Drucktankmessung (p<sub>2</sub> = 20 Torr) bei jeweils T<sub>B</sub> = 1.60 K dargestellt. Die Werte q<sub>s</sub>(p<sub>1</sub>) = 0.6 W/cm<sup>2</sup> und q<sub>s</sub>(p<sub>2</sub>) = 1.0 W/cm<sup>2</sup> entsprechen den Sättigungstemperaturen T<sub>s</sub>(p<sub>1</sub>) und T<sub>s</sub>(p<sub>2</sub>).

Würde ein thermischer Zusammenbruch beim Erreichen des Gleichgewichtszustandes einsetzen, wäre die Steigerung von  $q_s(p_1)$  bei der Badkühlung auf  $q_s(p_2)$  bei der Drucktank-kühlung einem Zuwachs der Kühlkapazität von rund 60 % gleich-zusetzen.

Wie aber aus dem Ausschnitt des Phasendiagramms und dem Temperaturverlauf hervorgeht, liegen die aufgrund der Überhitzung des He II tatsächlich erreichbaren  $q_c$ -Werte bei  $q_c(p_1) = 0.9 \text{ W/cm}^2$  und  $q_c(p_2) = 1.1 \text{ W/cm}^2$ . Die effektive Kühlkapazitätsvergrößerung bei Anwendung der Drucktanktechnik beträgt daher nur einen Faktor 1.2 oder knapp 20 %.

Wie man dem Phasendiagramm (vgl. auch Abb. 4.4) entnehmen kann, ist dies dadurch begründet, daß die Überhitzung

$$\Delta T_1(p_2) = T_m(p_2) - T_s(p_2)$$

kleiner ist als

$$\Delta T_1(p_1) = T_m(p_1) - T_s(p_1),$$

obwohl

$$\Delta T_2(p_2) = T_s(p_2) - T_B$$

sehr viel höher als

$$\Delta T_2(p_1) = T_s(p_1) - T_B,$$

- 57 -



Abb. 4.6 Temperaturprofile für das Rohr Nr. 12 bei verschiedenen Wärmeströmen q und  $T_B = 1.60 \text{ K}$ 

ist die gesamte Temperaturdifferenz

$$\Delta T_3(p_2) = \Delta T_1(p_2) + \Delta T_2(p_2) = T_m(p_2) - T_B,$$

welche  $q_c(p_2)$  bestimmt, nur wenig größer als die  $q_c(p_1)$  festlegende Differenz von  $\Delta T_3(p_1) = T_m(p_1) - T_B$ .

Damit können wir als wesentliche Ergebnisse festhalten:

 Die Anwendung höherer Drücke verbessert die Kühlrate nur geringfügig, da die Überhitzungen AT<sub>1</sub> kleiner werden, und für p<sub>2</sub> > 38.5 Torr der Phasenübergang He II → He I stattfindet. 2) Kleinere Badtemperaturen erhöhen zwar die gesamte Temperaturdifferenz  $\Delta T_3$ , führen aber auch bei höheren Flüssigkeitsdrücken zu keiner Steigerung der Kühlkapazität, da die effektive Wärmeleitfähigkeit des He II für Badtemperaturen  $T_B \leq 1.6$  K so gering wird, daß selbst bei großen Temperaturdifferenzen  $\Delta T_3$  nur kleine Wärmestromdichten möglich sind.

Beide Ergebnisse liefern zusammen mit der Tatsache, daß bei der Badkühlung für Temperaturen  $T_B \simeq 1.80$  K die größte Kühlkapazität erreicht wird<sup>\*)</sup>, die weitere Aussage:

3) Nur für Temperaturen von  $T_B \simeq 1.80$  K ermöglicht das Drucktankverfahren eine Steigerung der Kühlkapazität gegenüber der Badkühlung.

Um diesen Sachverhalt deutlich hervorzuheben, betrachten wir anhand der Abb. 3.13, 4.3 und 4.4 folgende Daten:

Bei einer Badkühlung mit  $T_B = 1.80$  K und p = 16.5 Torr ( $P_{hydr.} = 4$  Torr) liegt nach Abb. 4.3 der kritische Wärmestrom für das 12 R<sub>w</sub> 0.8 - 330 - System bei  $q_c = 0.95$  W/cm<sup>2</sup>. Im Drucktanksystem mit p = 16,5 Torr und  $T_B = 1.40$  K beträgt der maximale Wärmestrom jetzt aber nur  $q_c = 0.8$  W/cm<sup>2</sup> (Abb. 4.3 und 4.4). Auch eine Druckerhöhung auf p > 38.5 Torr bewirkt nur eine Steigerung auf  $q_c \approx 0.9$  W/cm<sup>2</sup> und liegt somit noch unter dem Wert der Badkühlung bei  $T_B = 1.8$  K. Läßt man die Temperatur  $T_B = 1.8$  K konstant und erhöht den Druck auf p > 38.5 Torr, so kann man einen Zuwachs des Wärmestroms um rund 20 % auf  $q_c = 1.10$  W/cm<sup>2</sup> erreichen (Abb. 3.13).

Die relativ geringen und zudem nur bei der Temperatur  $T_B = T_{max} \simeq 1.8$  K erreichbaren Kühlkapazitätsvergrößerungen des Drucktankverfahrens, dürften u.U. bei einer Anwendung, z.B. im supraleitenden Linearbeschleuniger, nicht ausreichen, um den erheblich größeren technischen und finanziellen Aufwand des Drucktanksystems zu rechtfertigen.

<sup>\*)</sup> Der Wärmestrom q hat nach Abb. 4.3 bei dieser Temperatur ein Maximum.

Besteht aber die Notwendigkeit, höhere Verlustleistungen aus den Helixsystemen abführen zu müssen, ist es erforderlich, andere Kühlmethoden anzuwenden. Als eine mögliche bot sich die bisher nur bei Helium I untersuchte Methode der sogenannten "Thermosiphon"-Kühlung an. Da aber nicht bekannt war, ob dieses Kühlverfahren auch mit Helium II durchführbar ist, wurden zur Beantwortung dieser Fragestellung, die im nächsten Kapitel beschriebenen Experimente unternommen. Da der Begriff "Thermosiphon"-Kühlung aus dem Bereich des Wärmeübergangs an He I in Kühlkanälen entnommen ist, soll zunächst kurz das Siedeverhalten von He I beschrieben werden.

## 5.1 Siedeverhalten von He I

Abb. 5.1 zeigt schematisch ein Wärmeübergangsdiagramm für He I. Beim Wärmeübergang von einer beheizten Fläche zur Flüssigkeit lassen sich 4 Bereiche unterscheiden. Bei kleinen Wärmeflußdichten q<sup>\*</sup> \*)

bilden sich noch keine Dampfblasen. Durch Temperaturerhöhungen und Dichteänderungen stellt sich eine Konvektionsströmung ein. Es ist der Bereich der Konvektionskühlung (A).

Bei Erhöhung des Wärmestroms q<sup>\*</sup> beginnt der Siedeprozess unter Bildung von einzelnen Dampfbläschen (nucleate boiling). In diesem Bereich





des Bläschensiedens (B) lösen sich die Blasen von der Oberfläche des Heizelementes und können die (Konvektions)-Strömung beschleunigen.

In vertikalen Kühlkanälen kann durch die aufsteigenden Dampfblasen eine erhebliche Strömung angefacht werden. Man spricht in diesem Fall vom sogenannten "Schornstein"- oder auch "Thermosiphon"-Effekt.

\*) Hier sind die Wärmeflußdichten mit q<sup>\*</sup> bezeichnet, da sie in diesem Fall (wie allgemein üblich) die Heizleistung (Watt) pro Heizflächeneinheit (cm<sup>2</sup>) angeben. In diesem Bereich steigt die Temperaturdifferenz ∆T zwischen Heizfläche und Flüssigkeit nur langsam mit wachsenden q<sup>\*</sup>-Werten.

Bei weiterer Erhöhung des Wärmestroms erfolgt der Übergang zum Filmsiedebereich (D), (film boiling), bei dem die Ausbildung eines geschlossenen Dampffilms auf der Oberfläche erfolgt. Während der Einstellung des Filmsiedegleichgewichtes wird noch der Übergangsbereich (C) durchschritten, in dem erst teilweise die Bildung des Gasfilms an der Heizfläche erfolgt ist.Der q<sup>\*</sup>-Wert, bei dem der Übergang in den Filmsiedebereich erfolgt, wird allgemein mit q<sup>\*</sup><sub>PNB</sub> (PNB: peak nucleate boiling) bezeichnet. Bei Herabsetzung der Heizleistung tritt der Übergang in den Bläschensiedebereich jedoch nicht bei q<sup>\*</sup><sub>PNB</sub> ein, sondern bei einem geringeren Wärmefluß q<sup>\*</sup><sub>MFB</sub> (MFB: minimum film boiling).

Die Größe des q<sup>\*</sup><sub>PNB</sub>-Wertes hängt von vielen Faktoren ab. Die Parameter, die ihn bestimmen sind allgemein: h: Enthalpie der Flüssigkeit; L: Kühlkanallänge; d: hydraulische Durchmesser<sup>\*)</sup>; m: Massengeschwindigkeit der siedenden Flüssigkeit.

Für gerade, vertikale Kühlrohre konnten Léhongre et al. eine Formel zur Bestimmung von q<sup>\*</sup><sub>PNB</sub> angeben <sup>30</sup>. Sie fanden;

$$q^{*}_{PNB} = \frac{1}{1.7 + 0.125 (L/d)^{0.88}}$$
 (5.1)

Bei der Anwendung dieser Gleichung muß man jedoch bedenken, daß in kontinuierlich beheizten, langen, vertikalen Kanälen  $(L \ge 10 \text{ cm})$  zur oberen Öffnung hin der Dampfgehalt des Flüssigkeit-Dampf-Gemisches immer größer wird. Daher setzt der Filmsiedebeginn am oberen Ende ein und pflanzt sich mit wachsendem Wärmefluß nach unten fort. Der q<sup>\*</sup><sub>PNB</sub>-Wert (5.1) wird daher noch ortsabhängig<sup>31</sup>.

Zur Klärung der Frage, ob diese für vertikale Kühlkanäle

\*)  $\tilde{d} = 4 \cdot \frac{\text{Querschnitt}}{\text{Umfang}}; d = \tilde{d}$  für Rohre

geltenden Aussagen über den q<sup>\*</sup><sub>PNB</sub>-Wert ebenfalls auf kontinuierlich geheizte Helixsysteme übertragbar sind, wurden die folgenden Experimente durchgeführt.

# 5.2 Messergebnisse und Diskussion

Alle Messungen wurden an den Systemen 4 H<sub>w</sub> 0.5 - 275, 5 H<sub>s</sub> 0.5 - 270 und an der Helix 14 H<sub>ws</sub> 0.5 - 240 im Badkryostaten bei Temperaturen zwischen T<sub>B</sub> = 4.2 K bis T<sub>B</sub> = 1.5 K ausgeführt. Mit q<sup>\*</sup> = Q/F<sup>\*</sup> wird immer die gesamte eingespeiste Wärmeleistung Q (Watt) pro Heizfläche F<sup>\*</sup> bezeichnet. F<sup>\*</sup> ergibt sich aus der mit Heizdraht umwickelten Länge L<sub>Heiz</sub> der Wendel (Helix 4 und 5: L<sub>Heiz</sub> = 250 cm, Helix 14: L<sub>Heiz</sub> = 220 cm) und ist kleiner als die gesamte Oberfläche F.

Bei allen Messungen im He I-Bereich an der 5 H<sub>s</sub> 0.5 - 270 -Helix zeigte sich etwas Überraschendes. Statt der erwarteten sprunghaften Temperaturerhöhung beim Erreichen eines gewissen Wärmestroms, der dann dem  $q_{PNB}^*$ -Wert gleichzusetzen wäre, wurde bei einem bestimmten – hier mit  $q_c^*$  bezeichneten – Wärmefluß der Beginn stabiler Temperaturoszillationen festgestellt.

Diese Beobachtungen sind in Abb. 5.2 zunächst schematisch zur Erläuterung dargestellt. Der Anfang der zuerst geringen Temperaturschwankungen lag bei  $q^* = q^*_c$ . Bei Erhöhung der Heizleistung Q wurde sowohl die Amplitude der  $\Delta$ T-Schwingungen größer (wie durch die Länge der Pfeile in Abb. 5.2 angedeutet), als auch die Helixtemperatur selbst. Bei noch größeren Wärmeströmen nahm der Betrag der T-Oszillationen wieder ab, während die Temperatur stieg. Bei  $q^* = q^*_f$  hörten die Oszillationen auf. Nach Herabsetzung der Heizleistung wiederholte sich der Vorgang in umgekehrter Reihenfolge.

Weiter wurde beobachtet, daß die Temperaturoszillationen am oberen Ende begannen und sich bei Erhöhung der Heizleistung

nach unten fortpflanzten. Es ist hier nicht mehr möglich, einen q<sup>\*</sup><sub>PNB</sub>oder q<sup>\*</sup><sub>MFB</sub>-Wert zu definieren, da keine Hystereseeffekte mehr auftreten. Dies erinnert deutlich an eine Zwei-Phasen-Strömung, bei der die Begriffe "maximaler Bläschensiedefluß". q<sup>\*</sup><sub>PNR</sub>, oder "minimaler Filmsiedefluß", q<sup>\*</sup><sub>MFB</sub>, ihre Bedeutung verlieren und nicht mehr anwendbar sind<sup>32</sup>.



Abb.5.2 Typische Temperaturschwingungen bei senkrechten Wendeln für Wärmeströme zwischen q<sup>e</sup><sub>c</sub> und q<sup>e</sup><sub>f</sub>

Die Ausbildung einer konvektiven Zwei-Phasen-Strömung aufrund des "Thermosiphoneffektes" erklärt dann auch den in Abb. 5.3 dargestellten Verlauf der Temperatur, bzw. der  $\Delta T$ -Schwankungen über die Länge der Helix. Für q<sup>\*</sup> < q<sup>\*</sup><sub>c</sub> ist die Wendel zunächst noch völlig mit Helium gefüllt. Bei Vergrößerung des Wärmestroms beginnt ab q<sup>\*</sup> > q<sup>\*</sup><sub>c</sub>, vom oberen Ende beginnend, eine teilweise Verdampfung des Heliums, die sich mit wachsenden q<sup>\*</sup>-Werten immer mehr nach unten fortsetzt. Die Thermosiphonwirkung garantiert einen ständigen Nachfluß von flüssigem Helium durch die untere öffnung. Bei q<sup>\*</sup> > q<sup>\*</sup><sub>f</sub> wird das Helium völlig verdampft, so daß sich, wieder von oben anfangend, allmählich in der Helix nur Gas befindet. Dieser Zustand des Heliums in der Wendel ist in Abb. 5.3 ebenfalls dargestellt.

Abb. 5.4 zeigt anhand von Originalschreiberdiagrammen eine Messung am 5 H<sub>s</sub> 0.5 - 270 - System bei T<sub>B</sub> = 4.23 K. Wie man sieht, zeigen der untere (S23) und der mittlere (S26) Temperaturfühler bei einer Heizleistung von Q = 10 Watt

- 63 -



Abb. 5.3 Temperaturoszillationen in Abhängigkeit von der Helixlänge L bei einer Zwei-Phasen – Konvektionsströmung

 $(q^* = 0.013 \text{ W/cm}^2; \text{ F}^* = 785 \text{ cm}^2, \text{ F} = 845 \text{ cm}^2)$  noch keine wesentlichen Oszillationen an. Erst bei Q  $\simeq 13$  Watt  $(q^* = 0.017 \text{ W/cm}^2)$  beginnen die  $\Delta T$ -Schwingungen in der Helixmitte. Sichtbar ist ebenfalls die schon in Abb. 5.3 dargestellte Tendenz der  $\Delta T$ -Amplituden erst größer zu werden, um dann wieder zu fallen: S23 :  $T \simeq 0.2K$ ; S26 :  $\Delta T \simeq 2.0 \text{ K}$ ; S30 :  $\Delta T \simeq 1.8 \text{ K}$ .

Zu bemerken ist ferner noch, daß erst bei Q  $\simeq$  20 Watt (q<sup>\*</sup> = 0.025 W/cm<sup>2</sup>) die Temperaturoszillationen in der Mitte aufhören, d.h. die obere Helixhälfte nur Gas enthält, und daß für Q  $\leq$  4 Watt (q<sup>\*</sup>  $\leq$  0,005 W/cm<sup>2</sup>) über die gesamte Länge keine  $\Delta$ T-Schwankungen auftreten.

Weiter ist festzustellen, daß sowohl die Frequenz, als auch die Amplitude aller  $\Delta T$ -Schwingungen zeitlich außerordentlich stabil waren. Dies wurde in einem einstündigen Dauertest an der 5 H<sub>g</sub> 0.5 - 270 - Helix für T<sub>B</sub> = 4.23 K und Q = 13 W
nachgewiesen, und ist an den Kurven in Abb. 5.4 zu erkenen. Die Frequenz betrug für diesen Wert f = 0.15 Hz; sie erhöht sich mit größer werdenden Q-Werten geringfügig (z.B. für Q = 16 W ist f = 0.19 Hz). Die Abweichungen der  $\Delta$ T-Amplituden untereinander ist geringer als 0.1 %.

Da die Angabe des  $q^* = q^*_c$ -Wertes, bei dem die Temperaturoszillation beginnt, vom Ort abhängt, ist bei der weiteren Diskussion der Meßdaten unter dem  $q^*_c$ -Wert immer der Wärme-



Abb. 5.4 Temperaturoszillation für T<sub>B</sub> = 4.23K bei der Helix Nr. 5

fluß gemeint, bei dem in der Mitte der Helix die ΔT-Schwingungen beginnen.

Die  $q_c^*$ -Werte erwiesen sich als temperaturabhängig. Abb. 5.5 zeigt die gemessene Temperaturabhängigkeit der (auf  $q_c^*$ (T = 4.2 K) normierten)  $q_c^*$ -Werte.

In der Abbildung sind auch für T < T $_{\lambda}$  q $_{c}^{*}$ -Werte eingetragen, die jetzt etwas näher erläutert werden sollen. Für Badtemperaturen T $_{B}$  < T $_{\lambda}$  wird die Wärme zunächst durch den super-



Abb 5.5 Temperaturabhängigkeit der Wärmeflußdichten beim Beginn stabiler ΔT-Oszillationen für die Helix Nr.5

fluiden Kühlmechanismus aus der Helix abgeführt. Nach dem thermischen Zusammenbruch dieses Kühlprozesses erfolgen sehr unregelmäßige Temperaturschwankungen (vgl. Kap. 4.3.1). Erhöht man aber die Heizleistung, so treten erstaunlicherweise sehr regelmäßige ΔT-Schwingungen auf. Abb. 5.6 zeigt diese Erscheinung für  $T_B = 1.80$  K beim 5  $H_S$  0.5 - 270 - System. Bei Q = 0.65 W bricht die superfluide Kühlung zusammen. Erhöht man die Heizleistung auf Q  $\approx$  2.5 W, treten zeitlich stabile  $\Delta$ T-Oszillationen auf. Wie weiter deutlich erkennbar ist, nehmen bei Q  $\approx$  4 Watt die  $\Delta$ T-Amplituden ab, während die Temperatur steigt, und bei der Herabsetzung des Wärmestroms (hier Q = 0) wird das Gebiet der Temperaturoszillationen wieder durchlaufen, indem die Temperatur sinkt. Diese  $\Delta$ T-q<sup>\*</sup>-Charakteristik und die Größe der  $\Delta$ T-Amplituden lassen vermuten, daß sich das in die Helix nachströmende Helium II unter teilweiser



Abb. 5.6 Temperaturschwingungen für T<sub>B</sub> = 1.8K bei der Helix Nr. 5

Verdampfung auf Temperaturen T > T $_{\lambda}$  erwärmt und die stabilen Temperaturoszillationen im He I-Bereich auftreten.

Die in Abb. 5.5 für T < T<sub> $\lambda$ </sub> eingetragenen q<sup>\*</sup><sub>c</sub>-Werte entsprechen nicht den Wärmeströmen, bei denen die Temperaturschwankungen beginnen (Zusammenbruch der superfluiden Kühlung), sondern sind diejenigen Werte, bei denen das Auftreten stabiler T-Schwingungen beobachtet wurde. Sie waren für Badtemperaturen T<sub>B</sub> < T<sub> $\lambda$ </sub> nicht mehr temperaturabhängig und lagen bei einem Wert von rund 2.5 Watt (q<sup>\*</sup><sub>c</sub>  $\simeq$  0.003 W/cm<sup>2</sup>).

Vergleicht man den Wert von Q  $\simeq$  4 Watt für T<sub>B</sub> = 4.2 K (dies ist die maximale Heizleistung, bei der in der gesamten Helix noch keine  $\Delta$ T-Schwankungen auftraten) mit der größten Heizleistung von Q = 0.65 W für T<sub>B</sub> = 1.8 K, so stellt sich die Frage, ob diese effektive Kühlkapazitätsvergrößerung um rund 500 % nicht auch für die waagerecht angebrachten Wendel beim Linearbeschleuniger erreicht werden können, wenn man je ein "Bein" oben und unten anbringt, d.h. zu einer Anordnung gelangt, wie sie die Helix 14 H<sub>ws</sub> 0.5 - 240 (Tabelle 1) darstellt.



Abb. 5.7 Temperaturprofil bei T = 4.2K in der Helix Nr.4 für Q = 0,4W und Q = 4W

Doch zeigten die Untersuchungen, daß dieses System völlig analog der 4 H<sub>W</sub> 0.5 - 275 -Wendel war, deren Verhalten in Abb. 5.7 dargestellt ist. Bei einer Erhöhung der Heizleistung steigt die Temperatur des Heliums in der Wendel gleichmäßig an. Für Q = 0.4 Watt ergibt sich der eingezeichnete Temperaturverlauf.<sup>\*)</sup>

Die Ausbildung einer konvektiven Zwei-Phasen-Strömung mit Hilfe des "Thermosiphoneffektes" muß durch die waagerechte Anordnung der Wendel verhindert werden, denn bei einer weiteren Erhöhung der Wärmezufuhr verdampft ein Teil des Heliums, und das so entstandene Gas sucht sich einen Austritt durch eine obere Öffnung. Für Q = 4 Watt resultiert eine Temperaturverteilung, wie sie ebenfalls in Abb. 5.7 gezeichnet wurde.

Stabile Temperaturschwingungen, wie sie bei den senkrechten Anordnungen auftraten, konnten für die waagerechten Wendeln (auch bei der Helix Nr. 14) in keinem Fall festgestellt werden.

<sup>\*)</sup> Der Grund für den nicht spiegelbildlichen Temperaturverlauf (mit einem Maximum in der Helixmitte) war eine geringe unsymmetrische Verteilung der äußeren Heizwicklung entlang der Wendel.

Die Sättigungshypothese postuliert einen lokalen Siedebeginn in der Flüssigkeit, wenn der Gleichgewichtszustand zwischen gesättigtem He II und seinem Dampf erreicht ist.

Aufgrund der in den Kapiteln 3 und 4 dargelegten experimentellen Untersuchungen, muß man diese Hypothese ergänzen und feststellen, daß auch für He II die Möglichkeit einer metastabilen Überhitzung besteht, und der Siedeprozess erst nach Überschreiten des Flüssigkeit-Dampf-Gleichgewichtes eintreten kann.

Wie bekannt<sup>33</sup>, muß bei einem Phasenübergang Flüssigkeit  $\rightarrow$  Gas die neue Phase Gas, wenn sie existenzfähig sein soll, in Form von mikroskopischen Keimen mit einem Minimumradius R<sub>o</sub>, dem sogenannten kritischen Radius, auftreten. Für den Betrag  $\Delta T_1$  der Überhitzung der Flüssigkeit mit einer Oberflächenspannung o gilt dann:

$$\Delta T_{1} = T_{m} - T_{s} = \frac{2\sigma}{R_{o}} \cdot \frac{T_{s}}{\lambda \cdot p_{D}}$$
(6.1)

Geschieht der Phasenübergang allein durch statistische Fluktuationserscheinungen in der überhitzten Flüssigkeit, so spricht man von "homogener Keimbildung". Findet die Umwandlung unter Mitwirkung evtl. vorhandener "Fremdkeime" statt, spricht man von "heterogener Keimbildung".

Für Siedeprozesse bei Flüssigkeiten mit heterogener Keimbildung, z.B. durch Gas- und Dampfblasen in Oberflächenvertiefungen, sind die Überhitzungswerte  $\Delta T_1$  sehr viel kleiner als die  $\Delta T_1$ -Werte für Siedevorgänge mit homogener Keimbildung.

Da flüssiges Helium I unterhalb der Tripelpunkte aller anderen Elemente liegt, kann hier bei Siedevorgängen nur Heliumdampf als Keimbildungsträger in Frage kommen, obwohl dies sehr unwahrscheinlich ist.

Sehr viel plausibler ist die von Purdy, Linnet und Frederking vorgeschlagene Wechselwirkung zwischen Heizelementoberfläche und Helium I aufgrund von Ad- und Desorptionsphänomenen.<sup>34</sup> Die hieraus folgenden T<sub>m</sub>-Werte ergeben zusammen mit den aus dem Prinzip der korrespondierenden Zustände<sup>35</sup> abgeleiteten Überhitzungstemperaturen T<sub>m</sub> gute Übereinstimmung mit den experimentell ermittelten Werten.<sup>34</sup>

Für Helium II versagen die gerade skizzierten  $T_m$ -Berechnungen. Ebenfalls ergibt die für normale Flüssigkeiten gültige homogene Keimbildungstheorie<sup>33</sup> keine  $T_m$ -Werte, die mit den gemessenen übereinstimmen. Die Sättigungshypothese läßt die Frage der Keimbildung offen; ein theoretisches Modell zur Beschreibung des Phasenübergangs He II + Dampf fehlt.

Den ersten experimentellen Hinweis zum Keimbildungsproblem in superfluidem Helium lieferten Edwards, Cleary und Fairbank.<sup>36</sup> Sie wiesen nach, daß an superfluiden Wirbeln im He II Blasenbildungsprozesse, d.h. lokale Siedevorgänge, erfolgen können<sup>\*)</sup>.

Wie jetzt gezeigt werden soll, führt diese These der Blasenbildung an Wirbeln in Zusammenhang mit der superfluiden Turbulenztheorie von Hall und Vinen<sup>\*\*)</sup> zu einer Erklärung der experimentell ermittelten Überhitzungstemperaturen  $T_m$  bei Helium II (vgl. Abb. 4.4).

Nimmt man mit Vinen eine isotrope und homogene Verteilung der Wirbel an, so genügt ein Parameter L<sub>o</sub> zur Beschreibung dieser superfluiden Turbulenz. L<sub>o</sub> ist die Länge der Wirbel pro Volumeneinheit im Gleichgewichtszustand. Dieser Zustand wird

\*) Angemerkt sei noch ihre Feststellung, daß in He II keine Blasenbildung durch heterogene "Fremdkeime" erfolgte, da ionisierte Teilchen keine Blasen erzeugten.

\*\*) Eine Zusammenfassung dieser Theorie findet man bei Wilks<sup>2</sup>.

 $\frac{dL_w}{dt} = \dot{L}_w$  und die Zerfallsrate  $\frac{dL_z}{dt} = \dot{L}_z$ der Wirbel bestimmt. Hierbei ist unter Wachstum sowohl die dynamische Expansion eines Wirbelringes (ein in sich geschlossener Wirbel), als auch die Entstehung neuer Wirbel zu verstehen. Der Zerfall erfolgt nach einer Idee von Feynman<sup>37</sup> durch die Vernichtung zweier Wirbel mit entgegengesetzter Zirkulation und erzeugt thermische Anregungen.

Nach Vinen ist die Anzahl der Wirbel proportional zu  $L_O^2$ . Wenn Wirbel Keime der Blasenbildung sind, gilt daher für die Anzahl k der Keime:

$$k \sim L_0^2 \tag{6.2}$$

Da die Überhitzung  $\Delta T_1$  einer Flüssigkeit umgekehrt proportional zur Zahl der vorhandenen Keim k ist, folgt mit (6.2) für  $\Delta T_1$ :

$$T_{m} - T_{s} = \Delta T_{1} \sim \frac{1}{k} \sim \frac{1}{L_{0}^{2}}$$
 (6.3)

Wird die Wirbelbildung "thermisch" durch einen Wärmetransport  $q = \rho \cdot S \cdot T \cdot v_n$  ohne makroskopischen Massenaustausch - $\rho_s \cdot v_s + \rho_n \cdot v_n = 0$  - hervorgerufen, so gilt für L<sub>o</sub> der Ausdruck:

$$L_{o}^{1/2} = \frac{\beta}{\kappa} \cdot q \cdot \frac{\rho}{\rho_{g}^{2} \cdot S \cdot T}$$
(6.4)

wobei  $\beta$  ein dimensionsloser Faktor und  $\kappa = \frac{h}{m}$  die Zirkulation eines Wirbels bedeuten.

Nach Kapitel 4.1 gelten für die in (6.4) vorkommenden Größen folgende Temperaturabhängigkeiten<sup>\*)</sup>:

\*)  $\beta$  und  $\kappa$  sind temperaturunabhängig.

$$q \sim \left[1 - \left(\frac{T}{T_{\lambda}}\right)^{7}\right] \cdot \left(\frac{T}{T_{\lambda}}\right)^{7}$$
(6.5)

$$\frac{\rho_{\rm s}}{\rho} \sim 1 - \left(\frac{{\rm T}}{{\rm T}_{\lambda}}\right)^7 \tag{6.6}$$

$$T \cdot S \sim \left(\frac{T}{T_{\lambda}}\right)^{7}$$
 (6.7)

Aus (6.4) - (6.7) ergibt sich:

$$L_{O}^{2} \sim \left[1 - \left(\frac{T}{T_{\lambda}}\right)^{7}\right]^{-4}$$
 (6.8)

Für die auf eine Temperatur  $T_B = 1.4$  K normierten Überhitzungswerte  $\frac{\Delta T_1}{\Delta T_1}$  muß dann nach (6.3) und (6.8) gelten:

$$\frac{\Delta T_{1}(T)}{\Delta T_{1}(1.4)} = \frac{L_{0}^{2}(1.4)}{L_{0}^{2}(T)} = \frac{\left[1 - \left(\frac{T}{T_{\lambda}}\right)^{7}\right]^{4}}{\left[1 - \left(\frac{1.4}{T_{\lambda}}\right)^{7}\right]^{4}}$$
(6.9)

Mit T $_{\lambda}$  = 2.17 K und bei Einführung der normierten Überhitzung

$$\Delta T_{\rm N} = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_1} \frac{(T)}{(1.4)}$$
(6.10)

ergibt sich aus (6.9):

$$\Delta T_{\rm N} = 1.21 \left[ 1 - 0.0044 \cdot T^7 \right]^4 \tag{6.11}$$

In der Abbildung 6.1 sind die bei verschiedenen "R"- und "H"-Systemen gemessenen Überhitzungen (auf  $T_B = 1.40$  K nor-

miert) als Funktion der Temperatur aufgetragen. Die eingezeichneten "Fehlerbalken" stellen kein Maß für experimentelle Unsicherheit der Meßdaten dar, sondern geben die Schwankungsbreite der gemessenen Überhitzungstemperaturen  $T_m$  bei mehreren Versuchsreihen an. Wie man anhand der Abb. 6.1 erkennen kann, wird der Verlauf der experimentellen Werte sehr gut durch Gleichung (6.11) beschrieben.



Abb.6.1 HeI-Überhitzung △ Ti in Abhängigkeit von der Temperatur

Diese Übereinstimmung zwischen gemessenen und berechneten Werten ist eine weitere Erhärtung der These, daß superfluide Wirbel Keime bei der Blasenbildung sind.

Fairbank und seine Mitarbeiter<sup>36</sup> erzeugten die Wirbel "mechanisch" mit Hilfe eines rotierenden "Wirbelgenerators". In den hier beschriebenen Experimenten wurde die Wirbelbildung "thermisch" durch einen Wärmetransport ohne makroskopischen Massenaustausch hervorgerufen. Blasenbildung tritt in beiden Fällen auf, d.h. die Art der Wirbelentstehung ist offensichtlich nicht entscheidend für den Dampfbildungsprozess. Da sowohl die superfluide Turbulenztheorie als auch die These von der Blasenbildung an superfluiden Wirbeln in Einklang mit den experimentellen Messungen stehen, sollte der Ausgangspunkt zu einer Theorie des Phasenübergangs He II → Gas feststehen. Im Rahmen dieser Theorie sollte dann auch ein Zusammenhang des von Erben und Pobell<sup>38</sup> beobachteten metastabilen Zustandes einer anomalen Dichte in He II mit den hier gemessenen metastabilen Überhitzungen deutlich werden.

## 7. ZUSAMMENFASSUNG

Es wurde der Wärmetransport bei Helium II in Rohrspiralsystemen mit Gesamtlängen zwischen 60 - 400 cm und Durchmessern von 0.3 - 1.0 cm untersucht. Die Messungen wurden

Die Messungen wurden

- a) in einem normalen Badkryostaten bei  $p_{L} \simeq p_{D}$  und
- b) in einem speziellen "Drucktank" bei  $p_{T_i} > p_{D}$

ausgeführt, wobei  $\mathbf{p}_{\rm L}$  der Druck ist, unter der die Flüssig-keit steht, und  $\mathbf{p}_{\rm D}$  der Sättigungsdampfdruck.

Sie erstreckten sich auf Rohrsysteme, die

- α) einseitig geschlossen oder durch beide Enden mit dem He II-Bad verbunden waren,
- $\beta$ ) kontinuierlich oder punktweise geheizt wurden, und
- $\gamma$ ) waagerecht oder senkrecht angebracht waren.

Für alle unter  $\alpha$ ) -  $\gamma$ ) aufgeführten Systeme konnten im gemessenen Temperaturbereich von T = 1.4 K - 2.17 K die thermohydrodynamischen Gleichungen des Zwei-Flüssigkeits-Modells für den Wärmetransport experimentell verifiziert werden. Insbesondere konnte gezeigt werden, daß die Gleichungen auch für Helium II unter Druck ( $p_L > p_D$ ; T = 1.4 K - 2.0 K,  $p_L = 4 - 50$  Torr) gültig sind. Für den Gorter-Mellink-Parameter<sup>14</sup> konnte in Übereinstimmung mit anderen Arbeiten<sup>9</sup> keine Geometrieabhängigkeit festgestellt werden. Im Rahmen der Meßgenauigkeit (± 10 %) stimmt er mit dem von Vinen<sup>4</sup> angegebenen Wert überein.

Im Gegensatz zu Kapillaren geringen Durchmessers wurde bei den unter  $\alpha$ ) -  $\gamma$ ) aufgeführten Systemen kein der Temperaturdifferenz längs der Rohre entsprechender thermomechanischer Druck beobachtet. Als Ursache für den thermischen Zusammenbruch des Wärmetransportes in He II gelang es den Phasenübergang He II + Gas, d.h. Blasenbildung, zu identifizieren. Bei allen Messungen der kritischen Wärmeflußdichte, bei der ein Zusammenbruch der superfluiden Kühlung erfolgte, ergab sich jedoch nicht die thermodynamische Grenz- oder Sättigungs-Temperatur T<sub>s</sub> (Temperatur beim Erreichen der Koexistenz kurve) als maximale Temperatur für den Beginn der Blasenbildung, sondern eine um 0.1 - 0.4 K höhere Temperatur T<sub>m</sub>. Die Größe und die Temperaturabhängigkeit der gemessenen überhitzungen  $\Delta T_1 = T_m - T_s$  können durch die Annahme, daß superfluide Wirbel Keime der Blasenbildung sind, erklärt werden.

Weiterhin zeigten die Messungen, daß der Wärmetransport in diesem Bereich metastabiler Überhitzung ( $T_s \leq T \leq T_m$ ) ebenfalls durch die thermohydrodynamischen Gleichungen des Zwei-Flüssigkeits-Modells beschrieben werden kann.

Als obere Grenze der thermischen Belastung ergibt sich bei einer Badtemperatur von  $T_B = 1.8$  K für eine im supraleitenden Linearbeschleuniger benutzte Helixstruktur (L = 2.70 m, d = 0.5 cm) ein Wert von Q = 0.65 Watt. Etwas höhere thermische Verlustleistungen (10 - 20 %) können für Temperaturen  $T_B = 1.8$  K durch Anwendung des "Drucktankverfahrens" ( $p_L > p_D$ ) abgeführt werden.

Wie ergänzende Messungen zeigten, können für den Fall senkrecht installierter Wendeln (beidseitig nach oben und unten offen) wesentlich größere Wärmeleistungen (Q  $\simeq$  4 Watt) abgeführt werden. Im Gegensatz zu den waagerecht angebrachten Systemen kommt es hier zu der Ausbildung einer konvektiven Zwei-Phasen-Strömung (Thermosiphon-Effekt), die größere thermische Verlustleistungen ermöglicht. Das Maximum der Kühlkapazität dieser Thermosiphon-Kühlung wird mit He I bei einer Temperatur von T = 4.2 K erreicht.

## 8. SYMBOLVERZEICHNIS

A :	Gorter-Mellink-Faktor
d:	Innendurchmesser der Rohre und Wendeln
D:	Helix-Windungsdurchmesser
F:	Helix- und Rohroberfläche
$\mathbf{F}^* = \pi \cdot \mathbf{d} \cdot \mathbf{L}_{\mathrm{H}}^{\mathbf{L}}$	Oberfläche der mit Heizdraht umwickelten Länge L <sub>H</sub> einer Helix
Fns:	Wechselwirkungskraft zwischen super- und normalfluider Komponente.
g:	Erdbeschleunigung
H,h:	Füllstandshöhe des Heliums
L:	Rohr- bzw. Helixlänge
L <sub>H</sub> :	Länge der mit Heizdraht umwickelten Strecke einer Helix
L <sub>o</sub> :	Gleichgewichtslänge eines Wirbels
L <sub>w</sub> :	Wachstumsrate eines Wirbels
$L_z$ :	Zerfallsrate eines Wirbels
p:	Druck
p <sub>L</sub> :	Flüssigkeitsdruck
p <sub>D</sub> :	Sättigungsdampfdruck von Helium
p <sub>F</sub> :	Thermomechanischer Druck
<sup>p</sup> hydr. = g·p·h:	Hydrostatischer Druck
ୟ :	Gesamte einer Helix oder einem Rohr zuge- führte Heizleistung
$Q^* = \frac{Q}{L_H}$ :	Wärmeleistung pro Meter geheizter Wendel- länge
đ:	Wärmeflußdichte im Helium
q <sup>*</sup> <sub>PNB</sub> ∶	Maximaler Bläschensiedefluß
q* <sub>MFB</sub> :	Minimaler Filmsiedefluß
q <sup>*</sup> c∶	Wärmefluß beim Beginn von ∆T-Oszillationen in senkrechten Wendeln

q<sup>\*</sup><sub>τ</sub>: Wärmefluß am Ende der ΔT-Schwingungen q<sub>c</sub> = q<sub>c</sub>(T): Kritische Wärmeflußdichte bei F<sub>ns</sub> ‡ 0  $q_{c,max} = q_c (T = T_{max})$ : Maximum des  $q_c (T)$ -Wertes bei der Temperatur  $T = T_{max}$ . q<sub>s</sub> = q (T=T<sub>s</sub>): Kritischer Wärmefluß beim Sättigungszustand  $\tilde{q}_{c} = \tilde{q}_{c}(T)$ : Kritischer Wärmefluß bei  $F_{ns} = 0$  $\tilde{q}_{c,max} = \tilde{q}_{c}(T = T_{max})$ : Maximaler  $\tilde{q}_{c}(T)$ -Wert bei der Temperatur  $T = T_{max}$ . R \_: Kritischer Radius einer Dampfblase s: Entropie (pro Gramm) des fl. Heliums т: Temperatur T<sub>B</sub> Heliumbadtemperatur Temperatur am geheizten Ende eines Rohres Т<sub>т.</sub>: Temperatur in der Mitte der Helix T<sub>1/2</sub>: Temperatur, bei der  $\tilde{q}_{c}$  und  $q_{c}$  ein Maximum T<sub>max</sub>: haben Größte Überhitzungstemperatur T<sub>m</sub>: Τ Sättigungstemperatur Nach der Clausius-Clapeyron'schen Glei- $\Delta T_{max}$ : chung maximaler Temperaturgradient  $\Delta T_1 = T_m - T_s$ : Überhitzung  $\Delta T_2 = T_s - T_B:$ Temperaturdifferenz zwischen Sättigungsund Badtemperatur  $\Delta T_3 = \Delta T_1 + \Delta T_2 = T_m - T_B$ : Gesamte Temperaturdifferenz

- v<sub>n</sub>: Geschwindigkeit der normalfluiden Komponente v<sub>s</sub>: Geschwindigkeit der superfluiden Komponente
  - λ : Verdampfungswärme von Helium
  - n<sub>n</sub>: Viskosität der normalfluiden Komponente

ρ: Dichte des fl. Heliu
-------------------------

- $\rho_D$ : Dichte des gasförmigen Heliums
- ρ<sub>n</sub>: Dichte der normalfluiden Komponente
- $\rho_s$ : Dichte der superfluiden Komponente
- σ: Oberflächenspannung
- κ : Zirkulation eines Wirbels

9. LITERATURVERZEICHNIS

A. Brandelik et al., 1 Particle Accelerators, Vol. 4 (1972) J. Wilks, 2 The Properties of Liquid and Solid Helium, Oxford University Press (1967) R.J. Donnelly, Experimental Superfluidity, University of Chicago 3 Press (1967) 4 W.F. Vinen Proc. Roy. Soc. <u>A240</u>, 114 (1957) A240, 128 (1957); (1957); A243, 400 (1957) 493 D.F. Brewer und D.O. Edwards, 5 Phil. Mag. 6, 775 (1961) 6 C.E. Chase, Phys. Rev. 131, 1898 (1963) P.P. Craig, W.E. Keller, E.F. Hammel. 7 Anuals of Physics 21, 72 (1963) 8 H.C. Kramers. Physica 26, \$81 (1960) P.R. Critchlow, R.A. Hemsteet, 9 J. Appl. Phys. 40, 2675 (1969) 10 C H. Passow, Proc. ICEC 3, Berlin 1970, 144 (1970) C.H. Passow et al., Cryogenics, Vol. 12, 143 (1971) 11 12 H. van Dijk, Progr. in Cryogenics, Vol. 2, 124 (1960) J.M. Khalatnikov, 13 Introduction to the Theory of Superfluidity; W.A. Benjamin, New York (1965) 14 C.J. Gorter, J.H. Mellink, Physica 15, 285 (1941) C.J.N. van den Meijdenberg, K.W. Taconis, 15 R.de Bruyn Ouboter, Physica 27, 197 (1961) W.M. van Alphen, 16 Physica 40, 490 (1968) 17 F.A. Staas. Dissertation, Univers. Leiden (1961) V. Arp, Cryogenics, Vol. 10, 96 (1970) 18 19 H. Schlichting "Grenzschicht-Theorie", G. Braun, Karlsruhe (1965)

20	C.J. Gorter, H. Casimir, Z. Techn. Phys. <u>15</u> , 539 (1934)
21	E.A. Lynton "Supraleitung", Bibliographisches Institut, Mannheim (1966)
22	T.H.K. Frederking, R.L. Haben, Cryogenics, 32, Febr. 1968
23	R.C. Steed, R.K. Irey, Advanc. Cryog. Eng., Vol. 15, 299 (1970)
24	Y.W. Chang, T.H.K. Frederking u. C. Linnet, Phys. Letters <u>29A</u> , 363,(1969)
25	J.E. Broodwell und H.W. Liepmann, Phys. Fluids <u>12</u> , 1533 (1969)
26	R.Eaton et al., Phys. Rev. A, Vol. 5, Nr. 3, 1342 (1972)
27	R.K. Irey et al., Advamc. Cryog. Eng., Vol. 10, 361 (1965)
28	J.S. Vinson et al., Phys. Rev., Vol. 168, Nr. 1, 180 (1968)
29	N.S. Snyder, NBS Technical Note, Nr. 385 (1969)
30	S. Léhongre et al., Proc. ICEC2, Brighton 1968, 274 (1968)
31	C. Johannes, Proc. ICEC3, Berlin 1970, 194 (1970)
32	L.S. Tong, "Boiling Heat Transfer and Two-Phase Flow", Wiley (1965)
33	M. Volmer, "Kinetik der Phasenbildung, Steinkopf, Dresden und Leipzig (1939)
34	V. Purdy, C. Linnet, T.H.K. Frederking, Advances in Cryogenic Engineering, Vol. 16, 359 (1971)
35	C.B. Cobb, E.L. Park jr., Advances in Cryogenic Engineering, Vol. 13, 381 (1968)
36	M.H. Edwards, R.M. Cleary, W.M. Fairbank "Quantum Fluids", Hrsg. D.F. Brewer, North- Holland, Amsterdam 1966, S.140
37	R.P. Feynman, Progress in Low Temperature Physics, Vol. 1, 17 (1955)
38	K.D. Erben, F. Pobell Z. f. Physik, <u>215</u> , 103 (1968)

,