

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM
KARLSRUHE**

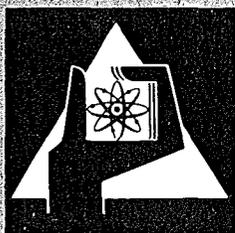
Februar 1973

KFK 1817

Institut für Experimentelle Kernphysik

**Untersuchungen zu multiperiodischen Strukturen und
zum Stabilitätsverhalten einer uniformperiodischen
Struktur für supraleitende Separatoren**

G. Dammertz



**GESELLSCHAFT
FÜR
KERNFORSCHUNG M.B.H.**

KARLSRUHE



KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Februar 1973

KFK 1817

Institut für Experimentelle Kernphysik

UNTERSUCHUNGEN ZU MULTIPERIODISCHEN STRUKTUREN UND
ZUM STABILITÄTSVERHALTEN EINER UNIFORMPERIODISCHEN
STRUKTUR FÜR SUPRALEITENDE SEPARATOREN⁺

von

G. Dammertz

Gesellschaft für Kernforschung mbH, Karlsruhe

⁺) von der Universität (TH) Karlsruhe genehmigte Dissertation



Berichtigungen

Seite 17:

$$\tilde{E}_\theta = - \left\{ \frac{k_z}{k_r^2} E_1 X_1(k_r r) + \frac{k}{k_r} H_1 X_1'(k_r r) \right\} ij \sin(k_z z + \phi)$$

$$\tilde{E}_r = \left\{ \frac{k_z}{k_r} E_1 X_1'(k_r r) + \frac{k}{k_r^2} H_1 X_1(k_r r) \right\} j \sin(k_z z + \phi)$$

Seite 20:

$$E_{B\theta n} = - \frac{k_{zn}}{k_{rn}^2 ar} \left\{ \frac{a J_1(k_{rn} r)}{J_1(k_{rn} a)} - \frac{r J_1'(k_{rn} r)}{J_1'(k_{rn} a)} \right\}$$

Seite 22:

$$E_{D\theta n}^i = - \frac{1}{k_{rn}^2} \left\{ k \cdot k_{rn}^i \frac{Y_1^i(k_{rn}^i r)}{Y_1^i(k_{rn}^i a)} - \frac{k_{zn}^i}{k \cdot k_{rn}^i ar} \frac{Z_1^i(k_{rn}^i r)}{Z_1^i(k_{rn}^i a)} \right\}$$

Seite 24:

$$C_m^{ij} = \mu_m^i \sum_n \left\{ (A_n^i h_{A\theta n} + B_n^i h_{B\theta n}) \frac{1}{d^i} \int_{z^{ij} - \frac{1}{2}d^i}^{z^{ij} + \frac{1}{2}d^i} \cos k_{zn} z \cos k_{zm}^i (z - z^{ij} + \frac{1}{2}d^i) dz \right\}$$

$$D_m^{ij} = \mu_m^i \sum_n \left\{ (A_n^i h_{Azn} + B_n^i h_{Bzn}) \frac{1}{d^i} \int_{z^{ij} - \frac{1}{2}d^i}^{z^{ij} + \frac{1}{2}d^i} \sin k_{zn} z \sin k_{zm}^i (z - z^{ij} + \frac{1}{2}d^i) dz \right\}$$

Seite 25:

$$\begin{aligned} B_n &= \frac{v_n}{\Lambda} \int_0^\Lambda \left(C_m^{ij} e_{Czm}^i + D_m^{ij} e_{Dzm}^i \right) \cos k_{zn} z \cos k_{zm}^i (z - z^{ij} + \frac{1}{2}d^i) dz \\ &= \frac{v_n}{\Lambda} \sum_{m,i,j} \left(C_m^{ij} e_{Czm}^i + D_m^{ij} e_{Dzm}^i \right) \int_{z^{ij} - \frac{1}{2}d^i}^{z^{ij} + \frac{1}{2}d^i} \cos k_{zn} z \cos k_{zm}^i (z - z^{ij} + \frac{1}{2}d^i) dz \end{aligned}$$

$$A_n = \frac{v_n}{\Lambda} \sum_{m,i,j} \left(C_m^{ij} e_{C\theta m}^i + D_m^{ij} e_{D\theta m}^i \right) \int_{z^{ij} - \frac{1}{2}d^i}^{z^{ij} + \frac{1}{2}d^i} \sin k_{zn} z \sin k_{zm}^i (z - z^{ij} + \frac{1}{2}d^i) dz$$

Seite 26:

$$C_{nm}^{ij} = \frac{1}{d^i} \int_{z^{ij} - \frac{d^i}{2}}^{z^{ij} + \frac{d^i}{2}} \cos k_{zn} z \cos k_{zm}^i (z - z^{ij} + \frac{d^i}{2}) dz$$

$$S_{nm}^{ij} = \frac{1}{d^i} \int_{z^{ij} - \frac{d^i}{2}}^{z^{ij} + \frac{d^i}{2}} \sin k_{zn} z \sin k_{zm}^i (z - z^{ij} + \frac{d^i}{2}) dz$$

Seite 35:

$$|i_n| = \left| 2 \frac{N-n}{N} \sum_{m=0}^{n-1} \epsilon_m^{-2} \frac{n}{N} \sum_{m=n+1}^N \epsilon_m - \frac{N-n}{N} \epsilon_0 + \frac{n}{N} \epsilon_N \right| \quad n \text{ ungerade}$$

Zusammenfassung

Die Ablenkkelder in supraleitenden Deflektorstrukturen sind zur Zeit begrenzt durch magnetische Spitzenfeldstärken an der Oberfläche. Für eine möglichst große Ablenkkeldstärke sind multiperiodische Strukturen geeignet, da man mit ihnen günstige Verhältnisse von H_p/E_o erreichen kann. In dieser Arbeit wird eine Theorie beschrieben, die eine Erweiterung der Theorie für uniformperiodische Iris-Deflektor-Strukturen darstellt und die die Berechnung der Feldverteilung für beliebige periodische und nicht periodische Resonatoren ermöglicht. Mit dieser Theorie wurden die Geometrien einiger multiperiodischer Deflektorstrukturen berechnet, insbesondere die Geometrie, die zu einer Schließung der Frequenzlücke führt.

Die Ansteuerung von mehreren Resonatoren mit einem Generator erfordert es, daß die Frequenzen der Resonatoren innerhalb der Bandbreite übereinstimmen. Für die grobe Abstimmung sowie für die Regelung wurden mechanisch angetriebene, supraleitende Stempel gewählt. Die Anordnung, Parameter des Systems und Testmessungen werden beschrieben.

Investigations on multiperiodic structures and on the frequency tuning of uniform periodic structures for superconducting separators.

Abstract

The deflecting fields in superconducting separator structures are limited, up to now by the magnetic surface fields. In order to reach high deflecting fields, multiperiodic structures are preferable, because they allow a favourable ratio of H_p/E_o . In this paper a theory is described, which is an extension of the theory of the uniform periodic iris loaded deflector and which allows the calculation of the dipole fields in any periodic or non periodic resonators. With this theory the geometry of a few multiperiodic structures has been calculated, especially the ones, which leads to confluence in the dispersion diagram at the wanted frequency.

The powering of two resonators by one generators requires, that the frequencies of the two resonators correspond within one bandwidth. For the coarse tuning as well as for the regulating, mechanically driven, superconducting tuners are chosen. The layout, the parameter of the system and test measurements are described.



INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
I. Einleitung	1
1. Optimierungsbedingungen	1
2. Toleranzbedingungen	2
II. Multiperiodische Deflektoren	4
1. Deflektoreigenschaften	4
2. Optimierungsbedingungen für eine Deflektorstruktur	6
3. Eigenschaften multiperiodischer Strukturen	7
4. Eigenschaften multiperiodischer Deflektorstrukturen	13
III. Theoretische Untersuchungen	16
1. Felddarstellung	16
2. Hybride Wellen	18
3. Innengebiet	19
4. Außengebiet	21
5. Anpassung der Felder	23
6. Dispersionsdiagramm multiperiodischer Strukturen	28
IV. Toleranzprobleme der uniformperiodischen Struktur für den $\pi/2$ -mode	34
1. Parameter des geplanten Separators	34
2. Einfluß von Geometriefehlern auf die Feldverteilung	34
3. Einfluß der Feldstörung auf die Deflektion	38
4. Einfluß der Feldstörung auf die Verluste	39
5. Anordnung und Anzahl der Stellglieder	40
V. Beschreibung der Stellglieder für die Vorabstimmung	42
1. Stellbereich	42
2. Verluste durch den Stempel	45
3. Auslegung der Stempel	50
4. Testmessungen	51

VI.	Frequenzregelung	53
1.	Regelgrößen	53
2.	Notwendigkeit für eine Frequenzregelung	56
3.	Frequenzschwankungen	56
4.	Zeitkonstanten	58
5.	Regelbereich und Stellglieder	59
6.	Einstellgenauigkeit	60
7.	Stellglied	61
8.	Testmessungen	62
9.	Verstellvorrichtung	64
VII.	Zusammenfassung	65

I. EINLEITUNG

1. Optimierungsbedingungen

Das Prinzip eines HF-Teilchenseparators zur Trennung hochenergetischer, relativistischer Teilchen im Sekundärstrahl eines Beschleunigers ist von vielen Autoren ausführlich beschrieben worden.^{1,2,3,4} Separatoren mit normalleitenden Oberflächen sind im CERN (Genf, Schweiz)⁵, im BNL (Brookhaven, USA)⁶, im SLAC (Stanford, USA)⁷ und im IHEP (Serpuchov, UdSSR)⁸ in Betrieb.

Für eine gute Trennung der Sekundärteilchen in diesen Separatoren werden HF-Leistungen von einigen Megawatt benötigt, die beim heutigen Stand der Technik nur im Pulsbetrieb bei Pulsdauern von einigen Mikrosekunden aufgebracht werden können.

Für Zählerexperimente sind Separatoren nur dann sinnvoll, wenn bei gleicher Ablenkung durch die Deflektoren die Pulsdauer verlängert werden kann, d.h. wenn es möglich ist, die HF-Verluste wesentlich zu reduzieren.

Verschiedene Autoren^{9,10,11} haben eine mit einem Dielektrikum belastete Separatorstruktur vorgeschlagen, die verglichen mit den existierenden Strukturen eine größere Dämpfungslänge besitzt. Eine andere Möglichkeit liegt in der Verringerung des Oberflächenwiderstandes bei tiefen Temperaturen.

Wegen des anomalen Skineffektes kann der Oberflächenwiderstand durch eine Temperatursenkung nicht genügend reduziert werden, sofern man nicht zu Temperaturen übergeht, bei denen die Struktur supraleitend geworden ist.

Supraleitende Resonatoren ermöglichen Verbesserungsfaktoren, d.h. Reduktionen des Oberflächenwiderstandes, bis zu Werten $>10^6$.^{12,13,14} Die erforderlichen HF-Leistungen sind damit ohne Schwierigkeiten kontinuierlich aufzubringen. Anstelle der HF-Leistung treten jedoch andere die Amplitude begrenzende Faktoren auf: die Feldemission¹⁵ und der magnetische Zusammenbruch. Bei Linearbeschleunigern werden die erreichbaren Feldamplituden in der Hauptsache durch Feldemission, bei Separatorstrukturen durch magnetischen Zusammenbruch bestimmt.

Es zeigt sich, daß der magnetische Zusammenbruch bei einer Feldstärke auftritt, die wesentlich unter der kritischen Feldstärke H_c liegt. Diese Erscheinung kann durch Feldüberhöhung an mikroskopischen Rauigkeiten der Oberfläche erklärt werden.

Im Gegensatz zu normalleitenden Separatoren, in denen eine bestimmte Ablenkung mit möglichst kleiner HF-Leistung erzielt werden muß, muß bei supraleitenden Separatoren auch gefordert werden, daß eine bestimmte Ablenkung mit möglichst kleinen magnetischen Feldstärken an der Oberfläche erreicht wird

Messungen¹⁶ zeigen, daß die günstigste Geometrie für eine im π -mode betriebene Struktur gegeben ist. Für die praktische Anwendung ist eine solche Struktur ungeeignet, da sie keine feldfreien Zellen besitzt und sich die Feldverteilung als sehr empfindlich gegenüber Störungen in der Geometrie erweist.

Diese Nachteile können in einer multiperiodischen Struktur unterdrückt werden, während die Vorteile des π -modes erhalten bleiben. Experimentelle Messungen für die Ermittlungen einer derartigen Geometrie sind sehr aufwendig, da viele freie Parameter existieren. In der vorliegenden Arbeit wird eine Methode beschrieben, die es ermöglicht, die Feldverteilungen multiperiodischer Strukturen sowie das Dispersionsdiagramm zu berechnen und die Geometrien herauszufinden, die für eine Deflektorstruktur geeignet sind.

2. Toleranzbedingung

Die hohe Güte supraleitender Resonatoren führt zu Problemen, die bei einem Separator mit normalleitenden Strukturen nicht oder nicht in dem Maße auftreten. Bei inhomogenen Oberflächen muß dafür Sorge getragen werden, daß Feldverzerrungen nicht zu einer Reduktion der Güte führen.

Im Idealfall muß ein realer Deflektor aus "feldvollen" und "feldfreien" Zellen bestehen. In den feldfreien Zellen können einzelne Sektionen zusammengeflanscht werden. Durch Verschiedenheiten in den einzelnen Zellenfrequenzen wird diese Feldverteilung gestört und in den feldfreien Zellen baut sich ein Feld

auf. Der Einfluß dieser Feldstörung auf die Ablenkung ist vernachlässigbar, jedoch muß bei inhomogenen Oberflächen (Flansche) eine Verschlechterung der Güte vermieden werden. Die Toleranzen müssen den möglichen Verlusten am Flansch angepaßt werden oder umgekehrt.

Weiterhin müssen die Eigenfrequenzen der verschiedenen Deflektoren innerhalb der Bandbreite übereinstimmen. Durch eine starke überkritische Ankopplung kann die Bandbreite auf etwa 600 Hz bei einer Betriebsfrequenz von 2,855 GHz künstlich erhöht werden. Damit müßten die Abweichungen in der Geometrie der einzelnen Deflektoren $< 2 \cdot 10^{-7}$ sein: eine nicht zu erreichende Forderung. Die Frequenzen der Deflektoren müssen nach der Fertigung durch Frequenzstellglieder auf die Betriebsfrequenz gebracht werden. Als Frequenzstellglieder sind supraleitende Stempel vorgesehen.

Eine Veränderung der Eigenfrequenz der beiden Deflektoren gegeneinander während des Betriebes muß vermieden werden. Für die Auslegung der Stellglieder spielen die Regelfrequenzen f_{St} , mit der Störungen ausgeregelt werden können, eine wesentliche Rolle. Die Untersuchungen zeigten, daß eine langsame Regelung mit $f_{St} \ll \tau_0^{-1}$ (τ_0 ist die Abklingzeit der gespeicherten Energie) für die Separatorstruktur ausreichend ist. Für die Frequenzregelung sind dünne, mit Helium gekühlte Niobstempel geplant, die durch einen Schrittmotor gesteuert werden und mehr oder weniger tief in den Deflektor eintauchen.

II. MULTIPERIODISCHE DEFLEKTOREN

1. Deflektoreigenschaften

Für normalleitende Deflektoren, für die die Amplitude im Normalfall durch die zur Verfügung stehende HF-Leistung begrenzt wird, ist man bestrebt, mit dieser Leistung eine möglichst große Ablenkung zu erzielen. Die Deflektion wird durch eine "äquivalente ablenkende Feldstärke E_0 " definiert. Sie gibt die Amplitude eines zeitlich konstanten Feldes an, das die gleiche Ablenkung hervorruft.

Das Verhältnis

$$R_t = \frac{E_0^2}{P_R / \ell} \quad (1)$$

dieser Feldstärke zu den auf eine Längeneinheit bezogenen Verlusten P_R in der Struktur wird transversale Shuntimpedanz genannt und gibt sozusagen den Wirkungsgrad der Struktur an. Sie ist unabhängig von der Leistung, enthält jedoch die Geometrie und den Oberflächenwiderstand.

Zweckmäßigerweise eliminiert man den Oberflächenwiderstand durch Division der Shuntimpedanz durch die Güte

$$Q_0 = \frac{W}{P_R / \omega} \quad (2)$$

die definiert ist als Verhältnis der gespeicherten Energie W zu den Verlusten in einer HF-Periode multipliziert mit 2π ; und erhält

$$\frac{R_t}{Q_0} = \frac{E_0^2}{\omega W / \ell} \quad (3)$$

Die "normierte" Shuntimpedanz ist eine Funktion der Geometrie und Feldverteilung und kann durch Kugelmessungen an Modellen ermittelt werden.¹⁷

Durch Auflösen nach E_0 erhält man die ablenkende Feldstärke zu

$$E_0 = \sqrt{\frac{R_t}{Q_0} \cdot \frac{1}{\ell} \cdot Q_0 \cdot P_R} \quad (4)$$

Eine ebenfalls nur von der Geometrie und der Feldverteilung abhängige Größe ist der Geometriefaktor G , der den Zusammenhang zwischen der Güte und dem Oberflächenwiderstand r_s gemäß

$$Q_o = \frac{G}{r_s} \quad (5)$$

liefert.

Die unbelastete Güte Q_o ist der direkten Messung nur zugänglich, wenn die Verluste aufgrund der Abstrahlung in die Ankopplungen vernachlässigbar sind. Ist dies nicht der Fall, so muß aus der experimentell bestimmbaren belasteten Güte Q_L und dem Koppelfaktor β die unbelastete Güte Q_o über

$$Q_o = Q_L(1+\beta)$$

errechnet werden. Der Koppelfaktor β gibt die durch die Ankopplung abgestrahlten Verluste P_{ab} in Einheiten der Oberflächenverluste P_R an:

$$\beta = P_{ab}/P_R .$$

Von großem Interesse für die Konzeption von Deflektoren sind Größen, die die maximalen an der Oberfläche auftretenden elektrischen Felder E_p und die magnetischen Felder H_p mit der ablenkenden Feldstärke E_o verknüpfen; die Verhältnisse H_p/E_o sowie E_p/E_o .

Wegen der starken Reduktion der Oberflächenverluste bei supra-leitenden Strukturen wird die Begrenzung der HF-Amplitude i.a. entweder durch die elektrischen Spitzenfeldstärken E_p^{15} oder durch die magnetischen Spitzenfeldstärken H_p gegeben.

Testmessungen zeigen, daß die Amplitudenbegrenzungen in Deflektoren durch magnetische Zusammenbrüche bewirkt werden. Für Niob liegt die magnetische Zusammenbruchfeldstärke H_c bei $H_c \approx 1800$ Oe; aufgrund lokaler Feldüberhöhungen tritt der magnetische Zusammenbruch schon bei kleineren Werten auf. Die höchsten erreichten magnetischen Feldstärken liegen bei $H_p \approx 1200$ Oe für X-Band-Resonatoren^{12,18} ($f_o \approx 10$ GHz) und bei $H_p \approx 500$ Oe für Resonatoren¹⁹ und Deflektorstrukturen im S-Band²⁰ ($f \approx 3$ GHz) und $H_p \approx 1200$ Oe bei Helix-Resonatoren ($f \approx 90$ MHz).²¹

2. Optimierungsbedingungen für eine Deflektorstruktur

Aufgrund dieser Ergebnisse muß eine Deflektorstruktur nicht nur bezüglich der transversalen Shuntimpedanz, sondern auch bezüglich der magnetischen Feldstärke optimiert werden. Die vorliegenden experimentellen Ergebnisse zeigen sogar, daß R_t für die Optimierung eine untergeordnete Rolle spielt. Es lassen sich in Deflektorstrukturen Güten erzielen, für die auch bei hohen Feldern die Oberflächenverluste, die vom Helium als Kühlleistung aufgebracht werden müssen, unter den kryostateigenen Verlusten (Abstrahlung, Durchführungen etc.) liegen.

Abgesehen von Strukturen im Wanderwellenbetrieb weist bei einer gegebenen Irisöffnung a und einer vorgegebenen Scheibendicke t ein im π -mode arbeitender Deflektor das geringste H_p/E_o auf. Der π -mode ist jedoch aus zwei Gründen für einen Separator ungeeignet.

a) Koppelzellen.

Im π -mode der uniformperiodischen Struktur existieren keine "feldfreien"* Zellen, sog. Koppelzellen. Zur Erzielung glatter und sauberer Flächen, die eine Voraussetzung für eine hohe Güte bilden, müssen die Resonatoren in einem UHV-Ofen mit extrem gutem Vakuum ($\sim 10^{-8}$ Torr) bei Temperaturen ($\sim 1900^\circ\text{C}$) nur wenig unterhalb des Schmelzpunktes ($\sim 2400^\circ\text{C}$) ausgeglüht werden. Danach darf weder eine mechanische noch eine chemische Bearbeitung erfolgen, insbesondere können einzelne ausgeheizte Sektionen nicht mehr zusammengeschweißt werden.

Der zur Verfügung stehende UHV-Ofen besitzt eine Länge von etwa 60 cm. Der Deflektor muß aus mehreren Sektionen zusammen-

*Der Begriff "feldfrei" ist nicht korrekt. Für diese Zellen gilt lediglich, daß im Idealfall die azimutale magnetische Feldkomponente H_θ in der Zellenmitte verschwindet und keine achsialen Ströme fließen. Im folgenden sollen diese Zellen in multiperiodischen Strukturen als Koppelzellen bezeichnet werden, während bei der uniformperiodischen Struktur der Begriff "feldfrei" und "feldvoll" benutzt wird.

gesetzt sein, wobei die Länge der Sektionen durch den Ofen vorgegeben ist. Eine geeignete Flanschverbindung mit einem guten HF-Kontakt (geringer Übergangswiderstand) ist bisher nicht entwickelt worden. Es muß daher angestrebt werden, daß in der Struktur Koppelzellen vorliegen, in denen über den Kontakt keine Ströme fließen und damit keine Verluste auftreten.

b) Verstimmte Zellen.

Der zweite und wichtigere Grund gegen die Benutzung des π -modes in einer uniformperiodischen Struktur liegt in der Empfindlichkeit der Feldverteilung gegenüber Herstellungsfehlern. Abweichungen der Zellenfrequenzen von der Sollfrequenz bewirken, daß die möglichen Nachbarmoden zu dem Betriebsmode dazugemischt werden. Die Amplitude dieser ungewünschten Moden ist umgekehrt proportional zu dem Modeabstand ($\omega_n^2 - \omega_0^2$) zwischen den Nachbarmoden mit der Frequenz ω_n und dem gewünschten Mode der Frequenz ω_0 . Diese Abhängigkeit der Störungen begünstigt bei einer uniformperiodischen Struktur den $\pi/2$ -mode, für den der Modeabstand sehr groß ist, und verhindert das Arbeiten im π -mode.

Die Vorteile des π -modes und die des $\pi/2$ -modes ohne deren Nachteile können in einer multiperiodischen Struktur vereinigt werden.

3. Eigenschaften multiperiodischer Strukturen

Unter einer multiperiodischen Struktur verstehen wir im folgenden jede Struktur, die entlang der Achse (z-Richtung) periodisch ist und deren kleinste Periode aus mehr als einer Zelle besteht. Die biperiodische Struktur wird nach dieser Definition zu einem Spezialfall der multiperiodischen Struktur.

Über die Feldverteilung, insbesondere über die Abhängigkeit der Eigenfrequenz von der Wellenzahl k_z - können einige für gekoppelte Schwingungssysteme allgemein gültige Aussagen gemacht werden. Die Feldverteilung (symbolisiert durch die z-Komponente E_z des elektrischen Feldes) ergibt sich als Lösung der Maxwellgleichung oder der daraus herzuleitenden Schwingungsgleichung unter Berücksichtigung der periodischen Randbedingungen.

Die Lösung kann durch eine Fourierreihe gemäß

$$E_z(r, \theta, z, t) = \sum_s E_{zs}(r, \theta) e^{-j(k_{zs}z - \omega t)} \quad (6)$$

dargestellt werden.* Für laufende Wellen sind die Wellenzahlen durch das Floquet-Theorem bestimmt:

$$k_{zs} \cdot L = k_{z0}(\omega) \cdot L + 2s\pi \quad s = \dots -1, 0, 1, \dots \quad (7)$$

Dieses Theorem besagt, daß alle Teilwellen über eine Periode die gleiche Phasendifferenz $k_{z0}(\omega) \cdot L$ besitzen. (Wegen der Periodizität kann k_{z0} auf den Wertebereich $-\pi \leq k_{z0}L \leq \pi$ beschränkt werden (reduziertes Zonenschema²³). Wir werden jedoch sehen, daß eine Erweiterung des Wertebereichs sinnvoll werden kann.) Die Feldverteilung entlang z kann also durch die Angabe der Phasenverschiebung über eine Periode charakterisiert werden. Vielfach geschieht die Charakterisierung (nicht korrekt) durch die Phasenverschiebung über eine Zelle. Wir werden im folgenden die mathematisch definierte und korrekte Phasenverschiebung über eine Periode zur Bezeichnung der Schwingung anwenden.

Für eine einfach periodische Struktur ist die Schwingung durch diese Angabe eindeutig definiert, für multiperiodische Strukturen existieren jedoch zu jedem $k_{z0}(\omega)$ mehrere Schwingungszustände mit verschiedenen Eigenfrequenzen. Abb. 1 zeigt eine (willkürliche) Dispersionskurve $\omega = \omega(k_{z0})$ für eine triperiodische Struktur. Brillouin²² zeigt, daß die Anzahl der Frequenzbänder gleich ist der Anzahl der Freiheitsgrade je Periode (Elementarzelle). Ohne Kopplung kann jede Zelle genau einen Schwingungszustand * einnehmen, so daß also die Anzahl der Freiheitsgrade gleich ist der Anzahl der Zellen N_z in einer Periode.

*Die Lösung ist nicht eindeutig. Es gibt vielmehr unendlich viele solcher Lösungen, die sich voneinander in der azimutalen Abhängigkeit unterscheiden. Wir wollen uns hier auf Dipolfelder mit der Abhängigkeit $e^{-i\theta}$ beschränken. Damit ist (6) durch die Randbedingung eindeutig (bis auf einen konstanten Faktor) festgelegt. Mit dieser Festlegung ist das Feld innerhalb einer Zelle eindeutig definiert, d.h. es gibt nur einen Freiheitsgrad je Zelle.

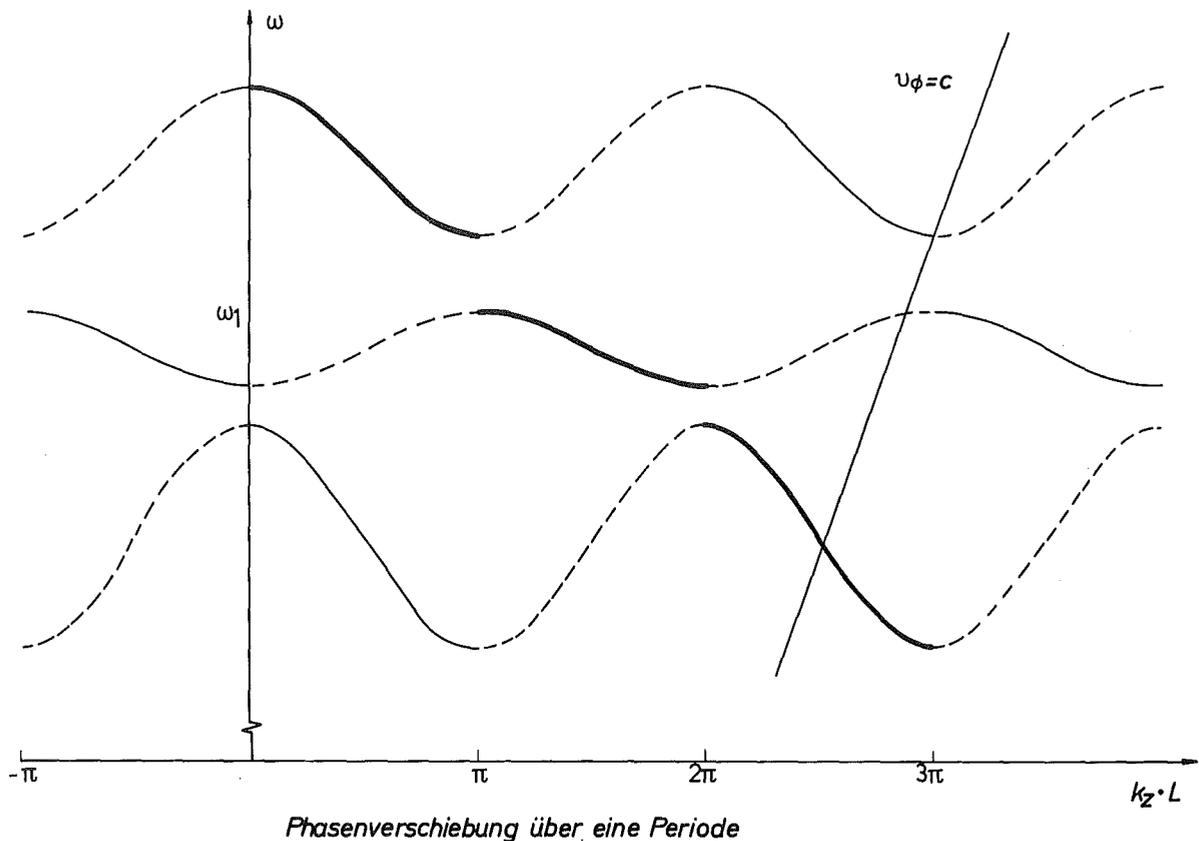


Abb. 1: Dispersionskurve einer triperiodischen Struktur.

Diese Mehrdeutigkeit ist behebbar durch eine Erweiterung des Definitionsbereichs von k_{z0} derart, daß jedem Frequenzband ein eigener Definitionsbereich zugeordnet wird. (Die ausgezogenen Linien in Abb. 1 zeigen den Definitionsbereich für k_{z0} in den verschiedenen Frequenzbändern für $k_{z0} \geq 0$. Da durch $-k_{z0}$ die in entgegengesetzter Richtung laufende Welle definiert wird und diese Welle ebenfalls eine Lösung der Schwingungsgleichung darstellt, muß der Definitionsbereich symmetrisch zur Ordinate liegen.) Der gesamte Definitionsbereich von $k_{z0}L$ wird erweitert auf den Bereich $-N_z \cdot \pi \leq k_{z0}L \leq N_z \cdot \pi$ (erweitertes Zonenschema²³).

Diese Definition sieht auf den ersten Blick recht willkürlich aus. Der Vorteil liegt jedoch darin, daß bei einem kontinuierlichen Übergang einer uniformperiodischen Struktur zu einer multiperiodischen Struktur auch die Dispersionsdiagramme stetig ineinander übergehen.

Abb. 2a zeigt den Übergang von der einfachen Periodizität zur multiperiodischen Struktur mit $N_z = 3$ durch Deformation der

mittleren Zelle (gestrichelte Linie) und Abb. 2b den entsprechenden Übergang der Dispersionskurve.

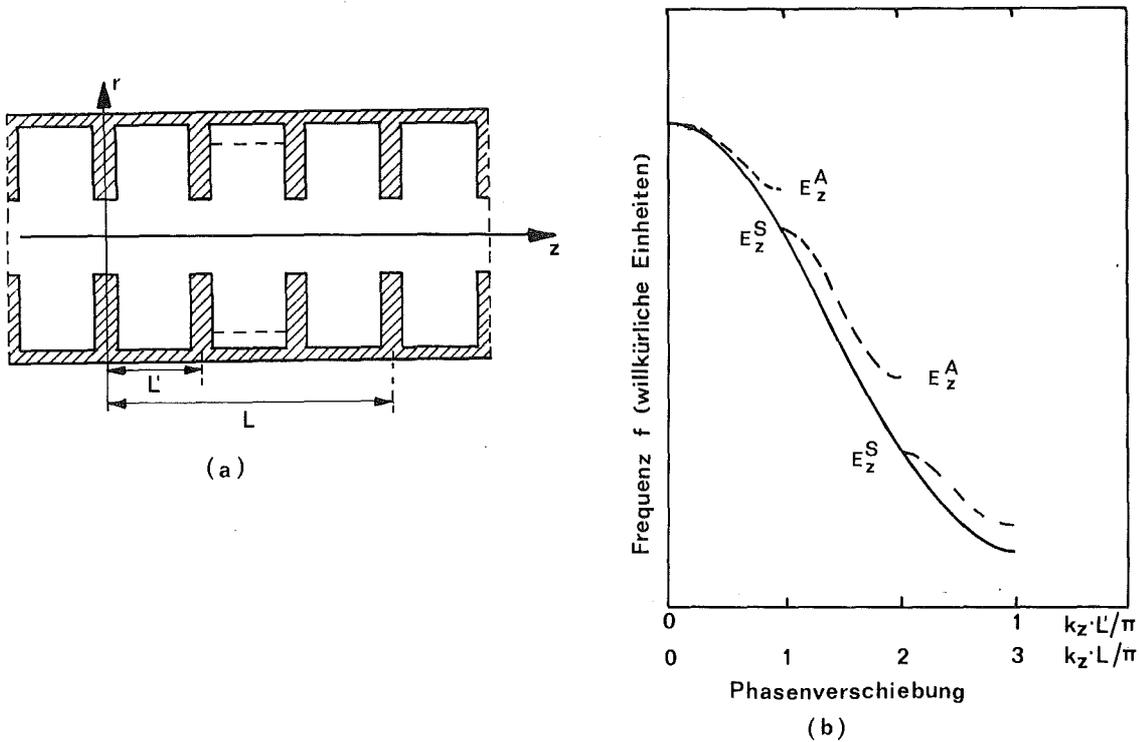


Abb. 2a: Übergang von einer einfach periodischen Struktur zur triperiodischen Struktur durch Deformation der mittleren Zelle (gestrichelt) und
2b: der entsprechende Übergang in der Dispersionskurve.

Die einfache periodische Struktur habe die Periode L' . Das Dispersionsdiagramm einfach periodischer Strukturen ist (normalerweise) eine monotone Funktion, definiert in dem Intervall $-\pi \leq k_{z0} \cdot L' \leq \pi$. Um einen stetigen Übergang von der einfach periodischen Struktur zur multiperiodischen Struktur durchführen zu können, müssen zunächst die Perioden der beiden Strukturen übereinstimmen. Mit L' ist auch $L = N_z \cdot L'$ eine Periode, die aus N_z identischen Zellen besteht. Ersetzt man in der Abszisse der Dispersionskurve $k_{z0} L'$ durch $k_{z0} L = N_z \cdot k_{z0} L'$, so gelangt man zwanglos zum erweiterten Definitionsbereich des Wellenvektors. Durch eine kleine Deformation einer Zelle entsteht

eine multiperiodische Struktur. Man kann erwarten, daß sich dabei die Dispersionskurve nur geringfügig ändert (gestrichelte Kurve in Abb. 2b).

Das Auftreten von Frequenzlücken bei $k_{z0} \cdot L = s\pi$ ($s=1,2,\dots, N_z-1$) ist leicht einzusehen.

Gemäß (7) sind die Wellenzahlen der Teilwellen bestimmt, die zur Beschreibung der Felder für Wanderwellen benötigt werden. Stehwellen lassen sich mathematisch beschreiben als Überlagerung zweier laufender Wellen mit entgegengesetzten Phasengeschwindigkeiten.

Außer den Wellenzahlen nach (6) wird ein weiterer Satz gemäß

$$k_{zs} \cdot L = -k_{z0}(\omega) \cdot L + 2s\pi \quad s = \dots -1, 0, 1, 2, \dots \quad (8)$$

zur Beschreibung der Feldverteilung für Stehwellen notwendig.

Für $k_{z0} L = s\pi$ ($s=1,2,\dots, N_z-1$) sind die Wellenzahlen nach Gleichung (7) mit denen von (8) identisch. Der Ansatz für eine laufende Welle nach (6) führt für $k_{z0} L = s\pi$ zu einer stehenden Welle.

Für eine Stehwelle kann man die Lösung in der Form ansetzen:

$$E_z^S(r, \theta, z, t) = \sum_s E_{zs}(r, \theta) \cos \frac{2\pi s z}{L} e^{j\omega t} \quad (9)$$

bzw.

$$E_z^A(r, \theta, z, t) = \sum_s E_{zs}(r, \theta) \sin \frac{2\pi s z}{L} e^{j\omega t}. \quad (10)$$

(Die Bezeichnung E_z^S bzw. E_z^A soll die bezüglich $z=0$ symmetrische und antisymmetrische Lösung unterscheiden.)

Abb. 3 zeigt die symmetrische und antisymmetrische Lösung in der triperiodischen Struktur nach Abb. 2.

Die symmetrische Lösung hat in der gestörten Zelle einen Nulldurchgang, die Frequenz wird also kaum von der Geometrie dieser Zelle beeinflusst. Die Frequenz der antisymmetrischen Lösung ist stark abhängig von der Geometrie, da diese Feldverteilung in der gestörten Zelle ein Maximum besitzt.

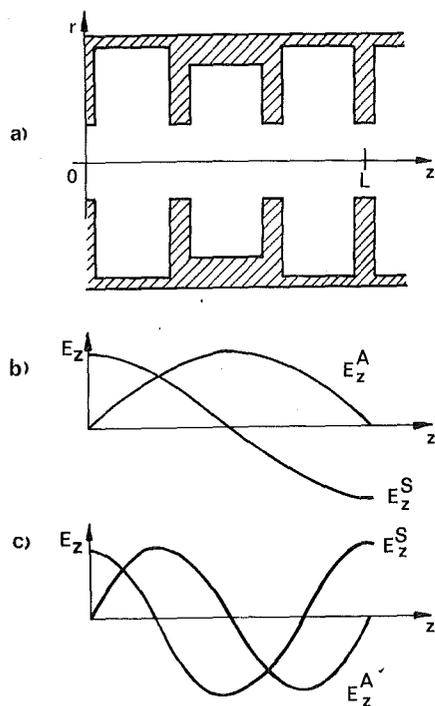


Abb. 3:

Symmetrische Lösung E_z^S und anti-symmetrische Lösung E_z^A in einer triperiodischen Struktur.

a) Darstellung der triperiodischen Struktur

b) Lösung für $k_{z0} L = \pi$

c) Lösung für $k_{z0} L = 2\pi$

Die oben hergeleitete Darstellung wäre exakt, wenn die Lösung der Schwingungsgleichung durch die E_z -Komponente gegeben wäre. In Wirklichkeit müssen natürlich auch die anderen elektrischen und magnetischen Komponenten berücksichtigt werden. Im Prinzip bleibt jedoch diese Darstellung richtig; man muß nur statt der E_z -Komponente die gespeicherte Energie einsetzen.

Für eine Ablenkung relativistischer Teilchen wird angestrebt, daß die Phasengeschwindigkeit einer Teilwelle gleich ist der Lichtgeschwindigkeit. Abb. 1 zeigt, daß für eine multiperiodische Struktur für mehrere Frequenzen Teilwellen (i.a. N_z Teilwellen) mit $v_\phi = c$ existieren, wobei über die Amplitude der Teilwellen keine Aussagen gemacht werden können.* Aus Stetigkeitsgründen könnte man vermuten, daß bei kleinen Abweichungen von der uniformen Periodizität die größte Amplitude für die Grundwelle gegeben ist und daß die Oberwellen um so stärker angeregt werden, je größer die Abweichung von der einfachen Periodizität ist.

*Die Darstellung der Dispersionskurve im erweiterten Zonenschema gemäß Abb. 2b erweckt den Eindruck, als sei die Dispersionskurve periodisch mit der Periode $N_z \cdot \pi$. Man muß sich vor Augen halten, daß darin definitionsgemäß nur die Grundwelle dargestellt wird, und in Wirklichkeit gemäß (6) und (7) eine Periodizität mit 2π vorliegt.

4. Eigenschaften multiperiodischer Deflektorstrukturen

Für eine multiperiodische Deflektorstruktur muß die Existenz einer Koppelzelle gefordert werden, in der die H_0 -Komponente einen Nulldurchgang besitzt. Man wird die Struktur so anordnen, daß in jeder Periode nur eine Koppelzelle existiert und somit nur ein Nulldurchgang der H_0 -Komponente auftritt; die Phasenverschiebung muß also ein ungerades Vielfaches von π betragen:
 $k_{z0} \cdot L = (2s+1) \cdot \pi.$

Die Ablenkung der Teilchen wird am größten, wenn die Teilchengeschwindigkeit $v_T = c$ identisch ist mit der Phasengeschwindigkeit $v_\phi = \omega/k_z$ einer beliebigen Teilwelle. Daraus ergibt sich die Periodenlänge zu

$$L = \frac{(2s+1)\pi c}{\omega}, \quad s = 0, 1, 2 \dots \quad (11)$$

in der s die Teilwelle angibt, die die ablenkende Kraft bewirkt.

Bei $(2s+1)$ Zellen gleicher Geometrie stellt sich genau der π -mode der uniformperiodischen Struktur ein, für die die Nulldurchgänge nicht in einer Zellenmitte, sondern an den Irisscheiben liegen. Ein Nulldurchgang in einer Zellenmitte ist nur durch eine Änderung der Anzahl der Zellen zu erreichen.

Damit die Feldverteilung sich gegenüber dem π -mode der uniformperiodischen Struktur nur wenig verschiebt (denn dieser mode wird wegen des geringen H_p/E_0 angestrebt), muß die Anzahl der Zellen um eine Zelle vergrößert oder verringert werden.

Einen Nulldurchgang in einer Zellenmitte erreicht man entweder indem man

- a) eine Irisscheibe wegläßt, so daß zwei Zellen zusammengelegt werden (Abb. 6a) oder
- b) eine Zelle hinzufügt und die Nachbarzellen verkürzt (Abb. 7a).

Die zweite Methode ist für den Elektronenlinearbeschleuniger in Stanford geplant,²⁴ jedoch scheint die erste Variante folgende Vorteile aufzuweisen.

Zunächst befinden sich in einer solchen Struktur zwei Zellen und damit zwei Irisscheiben weniger, so daß anzunehmen ist, daß

wegen der kleineren Oberfläche die Oberflächenverluste geringer sind. Zum zweiten kann man für die Zellenlänge und damit die Irisscheibendicke t größere Werte wählen (bis zu relativ dicken Irisscheiben nimmt H_p/E_0 mit steigendem t im π -mode der uniformperiodischen Struktur ab), so daß man die Struktur auch durch Variation der Scheibendicke optimieren kann, ohne zu kleine Abstände für eine chemische Behandlung oder für ein Auftreten von Multipactoring befürchten zu müssen.

Aus Abb. 1 ist ersichtlich, daß in den $(2s+1)\pi$ -moden Frequenzlücken auftreten und die Gruppengeschwindigkeit v_g (für Resonatoren) kann die Gruppengeschwindigkeit als ein Maß für den Modeabstand $\omega_n^2 - \omega_0^2$ aufgefaßt werden) unendlich klein wird. Damit würde die Feldverteilung wie bei der uniformperiodischen Struktur sehr empfindlich auf Frequenzfehler reagieren.

Dieser Umstand wird in einer kompensierten²⁵ Struktur umgangen, in der durch geeignete Dimensionierung die Frequenzlücke zum Verschwinden gebracht wird. Durch diesen Umstand erzielt man eine endliche Gruppengeschwindigkeit, und damit einen endlichen Abstand benachbarter Moden, so daß also der Einfluß der Störungen verringert wird.

In Kapitel IV wird gezeigt werden, daß im $\pi/2$ -mode des geplanten uniformperiodischen Deflektors ($|v_g/c| \approx 0,034$) bei den einzuhaltenen Toleranzen in den "feldfreien" Zellen ein Feld aufgebaut wird, dessen Amplitude etwa 10% der Amplitude in den feldvollen Zellen beträgt. Es soll gefordert werden, daß auch für die multiperiodische Struktur die Amplitude in den Koppelzellen diesen Wert nicht überschreitet.

Bei einer multiperiodischen Struktur ist die Anzahl der Zellen ungefähr um einen Faktor 2 gegenüber dem $\pi/2$ -mode der uniformperiodischen Struktur reduziert. Damit sich für die multiperiodische Struktur der gleiche Modeabstand ergibt, kann die Gruppengeschwindigkeit ebenfalls um einen Faktor 2 reduziert sein; d.h. sie sollte mindestens den Wert $|v_g/c| \gtrsim 0,02$ annehmen.

Die Bestimmung der Eigenschaften multiperiodischer Strukturen aufgrund experimenteller Arbeiten ist aufwendig. Eine Möglichkeit zur Berechnung multiperiodischer Strukturen ist daher von großem Interesse. Die theoretischen Untersuchungen werden sich auf Deflektoren möglichst einfacher Zellengeometrie beschränken, d.h.

die Randbedingungen sind stückweise nur von einem Parameter abhängig. Der Einfluß z.B. abgerundeter Irisscheiben wird in diesem Formalismus nicht enthalten sein.

Im Gegensatz zu der allgemeinen Feldverteilung werden die magnetischen und elektrischen Spitzenfeldstärken von diesen Effekten beeinflusst. Eine Optimierung dieser Größen ist mit der folgenden Theorie also nicht möglich. Es bedeutet jedoch schon eine wesentliche Reduzierung des experimentellen Aufwandes, die Geometrie aufgrund der anderen Kriterien festzulegen und die Spitzenfeldstärken experimentell zu bestimmen.

III. THEORETISCHE UNTERSUCHUNGEN

1. Felddarstellung

Obwohl schon eine Reihe von Theorien zur Berechnung der Feldverteilung nicht-rotationssymmetrischer Felder in uniform-periodischen Strukturen^{26, 27, 28, 29} veröffentlicht worden sind und kürzlich eine Erweiterung zur Berechnung des π -modes* biperiodischer Strukturen erschien,³⁰ fehlte bislang die Möglichkeit, allgemein die Feldverteilung multiperiodischer Strukturen für nicht rotationssymmetrische Felder theoretisch zu bestimmen.

In der vorliegenden Arbeit soll die von Hahn und Bauer³⁰ entwickelte Theorie so erweitert werden, daß eine Berechnung der Feldverteilung in multiperiodischen Strukturen möglich ist. Obwohl die Theorie für Dipolfelder entwickelt wird, ist eine Erweiterung auf andere Symmetrien leicht durchzuführen.

Die Beschreibung elektromagnetischer Felder gewinnt man als Lösung der Maxwellgleichungen mit bestimmten Randbedingungen und Anfangswerten. Die allgemeinste Lösung enthält zwei Lösungstypen: die TE-Welle ($E_z=0$) und die TM-Welle ($H_z=0$).

Wegen der komplizierten Randbedingungen ist eine Lösung in geschlossener Form nicht mehr anzugeben. Man kann jedoch das Gebiet, in der die Lösungen definiert sind, in verschiedene Teilgebiete aufteilen und versuchen, in den Teilgebieten die allgemeinsten Lösungen bei den dort gegebenen Randbedingungen zu finden. Dann müssen die für die verschiedenen Gebiete gefundenen Lösungen an den gemeinsamen Grenzflächen angepaßt werden.

Für die Separatorstruktur bietet sich eine Unterteilung in das Innengebiet ($r < a$) und in die Außengebiete der verschiedenen Zellen ($r > a$) an (Abb. 4).

*Man beachte, daß die Moden durch die Angabe der Phasenverschiebung über eine Periode (zwei Zellen) benannt werden. Die Autoren von ³⁰ bezeichnen diese Feldverteilung als $\pi/2$ -mode.

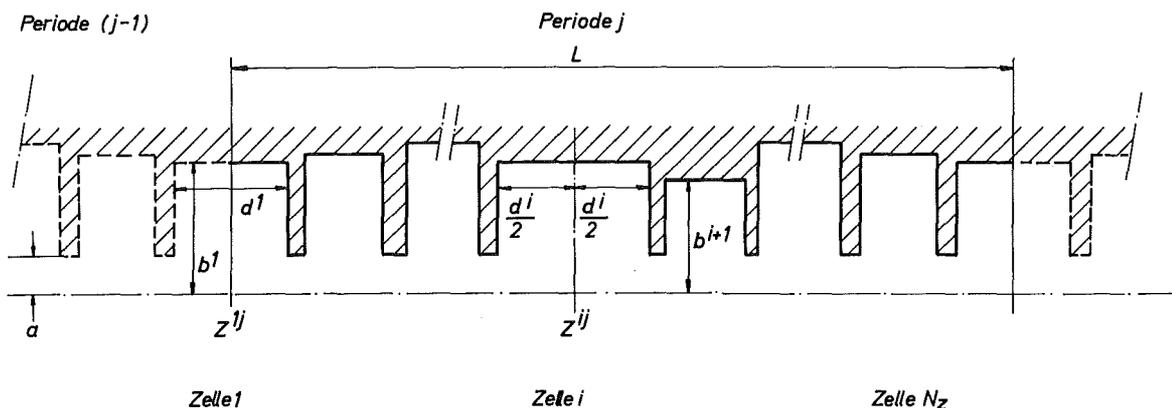


Abb. 4: Multiperiodische Struktur.

In den Teilgebieten müssen die allgemeinsten Lösungen als Linearkombination der TE- und TM-Wellen dargestellt werden. Bei Beschränkung auf monochromatische Felder mit der Zeitabhängigkeit $e^{j\omega t}$ und mit Dipolcharakter, bei denen die azimutale Abhängigkeit durch den Faktor $e^{-i\theta}$ dargestellt wird, lassen sich die Lösungen für Stehwellen ohne diese Faktoren in der folgenden Form schreiben:

$$\begin{aligned}
 \tilde{E}_z &= \{E_1 X_1(k_r r)\} \quad j \cos(k_z z + \phi) \\
 \tilde{H}_z &= \{H_1 X_1(k_r r)\} \quad i \sin(k_z z + \phi) \\
 \tilde{E}_\theta &= \left\{ \frac{k_z}{k_r^2} E_1 X_1(k_r r) + \frac{k}{k_r} H_1 X_1'(k_r r) \right\} \quad ij \sin(k_z z + \phi) \\
 \tilde{H}_\theta &= \left\{ \frac{k}{k_r} E_1 X_1'(k_r r) + \frac{k_z}{k_r^2} H_1 X_1(k_r r) \right\} \quad \cos(k_z z + \phi) \quad (12) \\
 \tilde{E}_r &= -\left\{ \frac{k_z}{k_r} E_1 X_1'(k_r r) + \frac{k}{k_r^2} H_1 X_1(k_r r) \right\} \quad j \sin(k_z z + \phi) \\
 \tilde{H}_r &= \left\{ \frac{k}{k_r^2} E_1 X_1(k_r r) + \frac{k_z}{k_r} H_1 X_1'(k_r r) \right\} \quad i \cos(k_z z + \phi)
 \end{aligned}$$

Darin bedeuten:

- X_1 beliebige Linearkombination der Bessel- und Neumannfunktion 1. Ordnung
- X_1' Ableitung von X_1 nach dem gesamten Argument
- $k = \omega/c$ Wellenzahl des freien Raumes

k_z, k_r z- bzw. r-Komponente des Wellenvektors: $k^2 = k_z^2 + k_r^2$

E_1, H_1 frei wählbare Integrationskonstanten.

k_z und k_r sowie ϕ werden durch die Randbedingungen festgelegt. Die allgemeinste Lösung ergibt sich durch die Summation aller Lösungen gemäß (12) mit verschiedenen k_z . Zur Vermeidung von Entartungen müssen jedoch erst spezielle Linearkombinationen gebildet werden, durch die man zu den hybriden Wellen gelangt und deren Linearkombinationen die allgemeinsten Lösungen ergeben.

2. Hybride Wellen

Es stellt sich heraus, daß HF-Felder gemäß Gleichung (12) keine Ablenkung relativistischer Teilchen bewirken können; denn die ablenkende Kraft F_t auf Teilchen der Geschwindigkeit $v_T = c$ verschwindet sowohl für die TE- als auch für die TM-Welle.

Das Auftreten von Instabilitäten des Elektronenstrahls mit relativistischen Elektronen im Linearbeschleuniger in Stanford konnte jedoch nur durch die Annahme ablenkender elektromagnetischer Felder interpretiert werden.³¹

In der Tat stellt man für den Spezialfall $v_\phi = \omega/k_z = c$ eine Entartung der beiden Lösungen fest. Für diesen Fall nämlich ist $k_r = 0$ und die TE- sowie TM-Welle entarten in eine TEM-Welle mit $E_z = H_z = 0$.

Durch spezielle Wahl der Integrationskonstanten E_1 und H_1 kann die Entartung aufgehoben werden. Die Transversalkomponenten in (12) können endlich bleiben, obwohl jeder Term für sich unendlich wird.

Durch die Forderung, daß E_θ für $r = a$ den (endlichen) Wert e_θ annimmt (ohne Beschränkung der Allgemeinheit kann $e_\theta = 0$ gesetzt werden), erhält man

$$0 = \frac{k_z}{a} E_1 X_1(k_r a) + k_r k H_1 X_1'(k_r a)$$

und daraus

$$H_1 = - \frac{k_z}{k} \frac{X_1(k_r a)}{k_r a X_1'(k_r a)} E_1 \quad (13)$$

Man kann leicht nachweisen, daß mit dieser Definition auch alle anderen Tangentialkomponenten endlich bleiben. Eine Feldkonfiguration, die Bedingung (13) erfüllt, besitzt sowohl eine H_z - als auch eine E_z -Komponente. Dieser Wellentyp wird HEM-Welle genannt.

3. Innengebiet

Die allgemeinste Lösung für das Innengebiet besteht aus der Linearkombination aller Teillösungen (12) unter Beachtung der Randbedingungen. Unterscheidet man die Teillösungen durch den Index n , so erhält man:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \sum_n (A_n \vec{E}_{An} + B_n \vec{E}_{Bn}) \\ \vec{H} &= \sum_n (A_n \vec{H}_{An} + B_n \vec{H}_{Bn}). \end{aligned} \tag{14}$$

Die Teillösungen $(\vec{E}_{An}, \vec{H}_{An})$ und $(\vec{E}_{Bn}, \vec{H}_{Bn})$ werden durch das Gleichungssystem (12) mit verschiedenen Wertepaaren (E_1, H_1) gegeben, wobei jedoch mindestens ein Wertepaar die Nebenbedingung (13) erfüllen muß.

Die Größen ϕ_n , $k_{zn}^2 = k^2 - k_{rn}^2$ sowie X_1 werden durch die Randbedingung bestimmt. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit kann der Koordinatenursprung so gelegt werden, daß E_z bei $z = 0$ maximal wird. Daraus folgt: $\phi_n = 0$. Die Wellenzahlen k_{zn} werden für eine periodische Struktur mit der Periodizität L durch das Floquet-Theorem definiert zu

$$k_{zn} = k_{z0} + \frac{2n\pi}{L}.$$

Die Lösungen im Innenraum sind auch für $r = 0$ definiert und dürfen daher die Neumannfunktionen nicht enthalten. Die Linearkombination $X_1(k_{rn}r)$ wird ersetzt durch die Besselfunktion $J_1(k_{rn}r)$.

Mit der Normierung

$$\begin{aligned} e_{A\theta n} &= 1 & e_{Az n} &= 0 \\ e_{B\theta n} &= 0 & e_{Bz n} &= 1 \end{aligned}$$

(kleine Buchstaben geben den Wert der Funktion bei $r = a$ an:
 $e_{A\theta n} = E_{A\theta n}(r = a)$) erhalten wir im Innengebiet für die Radial-
 abhängigheit der Felder

$$\begin{aligned}
 E_{Azn} &= 0 \\
 H_{Azn} &= - \frac{k_{rn}}{k} \frac{J_1(k_{rn}r)}{J_1'(k_{rn}a)} \\
 E_{A\theta n} &= \frac{J_1'(k_{rn}r)}{J_1'(k_{rn}a)} \\
 H_{A\theta n} &= - \frac{k_{zn}}{k} \frac{J_1(k_{rn}r)}{k_{rn}r J_1'(k_{rn}a)} \\
 E_{Arn} &= - \frac{1}{k_{rn}r} \frac{J_1(k_{rn}r)}{J_1'(k_{rn}a)} \\
 H_{Arn} &= - \frac{k_{zn}}{k} \frac{J_1'(k_{rn}r)}{J_1'(k_{rn}a)} \\
 E_{Bzn} &= \frac{J_1(k_{rn}r)}{J_1(k_{rn}a)} \\
 H_{Bzn} &= - \frac{k_{zn}}{k \cdot k_{rn}a} \frac{J_1(k_{rn}r)}{J_1'(k_{rn}a)} \\
 E_{B\theta n} &= \frac{k_{zn}}{k_{rn}^2 a r} \left\{ \frac{a J_1(k_{rn}r)}{J_1(k_{rn}a)} + \frac{r J_1'(k_{rn}r)}{J_1'(k_{rn}a)} \right\} \\
 H_{B\theta n} &= \frac{1}{k_{rn}^2 a} \left\{ k \cdot k_{rn} a \frac{J_1'(k_{rn}r)}{J_1(k_{rn}a)} - \frac{k_{zn}^2}{k k_{rn}r} \frac{J_1(k_{rn}r)}{J_1'(k_{rn}a)} \right\} \\
 E_{Brn} &= \frac{1}{k_{rn}^2 a} \left\{ k_{zn} \cdot k_{rn} a \frac{J_1'(k_{rn}r)}{J_1(k_{rn}a)} - \frac{k_{zn}}{k_{rn}r} \frac{J_1(k_{rn}r)}{J_1'(k_{rn}a)} \right\} \\
 H_{Brn} &= \frac{1}{k_{rn}^2} \left\{ \frac{k}{r} \frac{J_1(k_{rn}r)}{J_1(k_{rn}a)} - \frac{k_{zn}^2}{ka} \frac{J_1'(k_{rn}r)}{J_1'(k_{rn}a)} \right\} .
 \end{aligned} \tag{15}$$

4. Außengebiet

Im Außengebiet setzen wir aus den verschiedenen Teillösungen (12) für jede Zelle eine unendliche Reihe gemäß (14) an. Zur Unterscheidung der Zellen werden zwei Indizes i, j benutzt, wobei der Index i die Zelle in einer Strukturperiode unterscheidet ($i = 1, 2, \dots, N_z$; N_z gibt die Anzahl der Zellen je Strukturperiode an). Der Index j zählt die Strukturperioden ($j = 1, 2, \dots, N_p$; N_p ist die Anzahl der Strukturperioden über das kleinste ganzzahlige Vielfache einer Feldperiode λ). Von j unabhängige Größen tragen nur den Index i , z.B. $b^{ij} = b^{i1} = b^i$ (Abb. 4). (Im Außengebiet definierte Größen werden von denen im Innengebiet grundsätzlich durch den oder die hochgestellten Indizes unterschieden.)

Die Felder in den Zellen werden dargestellt durch

$$\begin{aligned} \tilde{E}^{ij} &= \sum_m (C_m^{ij} \tilde{E}_{Cm}^i + D_m^{ij} \tilde{E}_{Dm}^i) \\ \tilde{H}^{ij} &= \sum_m (C_m^{ij} \tilde{H}_{Cm}^i + D_m^{ij} \tilde{H}_{Dm}^i) \end{aligned} \quad (16)$$

Die Randbedingung $E_r^{ij} = E_\theta^{ij} = 0$ für $z = z^{ij} \pm \frac{1}{2}d^i$ bestimmt die Größen k_{zm}^i und ϕ_m^{ij} aus (12) zu

$$k_{zm}^i = \frac{m\pi}{d^i} \quad m = 0, 1, \dots \quad (17)$$

und

$$\phi_m^{ij} = -k_{zm}^i (z^{ij} - \frac{1}{2}d^i) \quad (18)$$

Da für den Außenraum $r \neq 0$ gilt, gehört zur vollständigen Beschreibung der Radialabhängigkeit eine Linearkombination der Besselfunktion $J_1(k_{rm}^i r)$ und der Neumannfunktion $N_1(k_{rm}^i r)$. Außerdem muß berücksichtigt werden, daß für $r = b^i$ die Parallelkomponenten des elektrischen Feldes verschwinden und die Normalkomponenten des magnetischen Feldes maximal werden.

Mit den Definitionen

$$\begin{aligned} Z_1^i(k_{rm}^i r) &= J_1(k_{rm}^i r) \cdot N_1(k_{rm}^i b^i) - J_1(k_{rm}^i b^i) \cdot N_1(k_{rm}^i r) \\ Y_1^i(k_{rm}^i r) &= J_1(k_{rm}^i r) \cdot N_1'(k_{rm}^i b^i) - J_1'(k_{rm}^i b^i) \cdot N_1(k_{rm}^i r) \end{aligned} \quad (19)$$

und den entsprechenden Ableitungen ergeben sich mit der Normierung

$$\begin{aligned} h_{C\theta m}^i &= 1 & h_{Czm}^i &= 0 \\ h_{D\theta m}^i &= 0 & h_{Dzm}^i &= 1 \end{aligned}$$

die Felder zu

$$\begin{aligned} E_{Czn}^i &= \frac{k_{rn}^i}{k} \frac{Z^i(k_{rn}^i r)}{Z',^i(k_{rn}^i a)} \\ H_{Czn}^i &= 0 \\ E_{C\theta n}^i &= - \frac{k_{zn}^i}{k \cdot k_{rn}^i r} \frac{Z^i(k_{rn}^i r)}{Z',^i(k_{rn}^i a)} \\ H_{C\theta n}^i &= \frac{Z',^i(k_{rn}^i r)}{Z',^i(k_{rn}^i a)} \\ E_{Crn}^i &= \frac{k_{zn}^i}{k} \frac{Z',^i(k_{rn}^i r)}{Z',^i(k_{rn}^i a)} \\ H_{Crn}^i &= \frac{1}{k_{rn}^i r} \frac{Z^i(k_{rn}^i r)}{Z',^i(k_{rn}^i a)} \\ E_{Dzn}^i &= - \frac{k_{zn}^i}{k \cdot k_{rn}^i a} \frac{Z^i(k_{rn}^i r)}{Z',^i(k_{rn}^i a)} \\ H_{Dzn}^i &= \frac{Y^i(k_{rn}^i r)}{Y^i(k_{rn}^i a)} \\ E_{D\theta n}^i &= \frac{1}{k_{rn}^i} \left\{ k \cdot k_{rn}^i \frac{Y',^i(k_{rn}^i r)}{Y^i(k_{rn}^i a)} + \frac{k_{zn}^i}{k \cdot k_{rn}^i a r} \frac{Z^i(k_{rn}^i r)}{Z',^i(k_{rn}^i a)} \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned}
 H_{D\theta n}^i &= \frac{1}{k_{rn}^{i2}} \left\{ \frac{k_{zn}^i}{r} \frac{Y^i(k_{rn}^i r)}{Y^i(k_{rn}^i a)} - \frac{k_{zn}^i}{a} \frac{Z^i(k_{rn}^i r)}{Z^i(k_{rn}^i a)} \right\} \\
 E_{Drn}^i &= \frac{1}{k_{rn}^{i2}} \left\{ \frac{k}{r} \frac{Y^i(k_{rn}^i r)}{Y^i(k_{rn}^i a)} - \frac{k_{zn}^{i2}}{ka} \frac{Z^i(k_{rn}^i r)}{Z^i(k_{rn}^i a)} \right\} \\
 H_{Drn}^i &= \frac{1}{k_{rn}^{i2}} \left\{ k_{zn}^i k_{rn}^i \frac{Y^i(k_{rn}^i r)}{Y^i(k_{rn}^i a)} - \frac{k_{zn}^i}{k_{rn}^i a r} \frac{Z^i(k_{rn}^i r)}{Z^i(k_{rn}^i a)} \right\} . \quad (20)
 \end{aligned}$$

5. Anpassung der Felder

Die Gleichungssysteme (14) mit den Feldverteilungen (15) im Innenraum und die Gleichungssysteme (16) mit den Feldverteilungen (20) stellen die allgemeinste Lösung der Maxwellgleichungen unter Beachtung der Randbedingung in den Teilgebieten dar. Die bisher frei wählbaren Entwicklungskoeffizienten A_n, B_n, C_m und D_m müssen nun so gewählt werden, daß die Lösung der physikalischen Wirklichkeit entspricht. Eine Forderung besteht in der Stetigkeit aller Komponenten entlang den Grenzflächen.

Für eine angenäherte Lösung (endliche Zahl von Termen in (14) und (16)) ist diese Forderung nicht erfüllbar. In ³⁰ wurde als Anpassungskriterium die Stetigkeit des Leistungsflusses an der Grenzfläche gefordert. Diese Forderung läßt sich jedoch nicht für multiperiodische Strukturen formulieren. Eine Anpassungsbedingung auch für multiperiodische Strukturen besteht darin, daß die Abweichung der Feldkomponenten an der Grenzfläche minimal wird. Die mathematische Formulierung geschieht über die Methode der geringsten quadratischen Abweichung. Man kann leicht zeigen, daß mit dieser Formulierung auch ein Variationsproblem bezüglich der gespeicherten Energie vorliegt.

Aus Gleichungssystem (12) geht hervor, daß mit der Stetigkeit jeweils zweier Komponenten von \vec{E} und \vec{H} die Stetigkeit der dritten Komponente gegeben ist. Es genügt also, die Stetigkeit von E_z, H_z, E_θ und H_θ zu fordern.

Soweit nicht anders angegeben, soll im folgenden der Index n für im Innengebiet definierte Größen und m für die im Außengebiet definierten Größen gelten.

Die Anpassung für die magnetischen Felder kann zellenweise erfolgen. Der aufgrund der Stetigkeit von H_θ gewonnene Ausdruck

$$z^{ij} + \frac{1}{2}d^i \\ \int_{z^{ij} - \frac{1}{2}d^i}^{z^{ij} + \frac{1}{2}d^i} \left\{ \sum_n (A_n h_{A\theta n} + B_n h_{B\theta n}) \cdot \cos k_{zn} z \right. \\ \left. - \sum_m (C_m^{ij} h_{C\theta m}^i + D_m^{ij} h_{D\theta m}^i) \cos k_{zm}^i (z - z^{ij} + \frac{1}{2}d^i) \right\}^2 dz$$

und der entsprechende für H_z muß für die richtige Feldverteilung minimal werden. Wegen $h_{C\theta n} = 1$, $h_{D\theta n} = 0$ und der Orthogonalität von $\sin k_{zm}^i (z - z^{ij} + \frac{1}{2}d^i)$ und $\cos k_{zm}^i (z - z^{ij} + \frac{1}{2}d^i)$ folgt daraus durch Ableitung nach C_m^{ij} :

$$C_m^{ij} = \mu_m^i \sum_n \left\{ (A_n h_{A\theta n} + B_n h_{B\theta n}) \cdot \frac{2}{d^i} \int_{z^{ij} - \frac{1}{2}d^i}^{z^{ij} + \frac{1}{2}d^i} \cos k_{zn} z \cos k_{zm}^i (z - z^{ij} + \frac{1}{2}d^i) dz \right\} \\ (21)$$

und entsprechend

$$D_m^{ij} = \mu_m^i \sum_n \left\{ (A_n h_{Azn} + B_n h_{Bzn}) \cdot \frac{2}{d^i} \int_{z^{ij} - \frac{1}{2}d^i}^{z^{ij} + \frac{1}{2}d^i} \sin k_{zn} z \sin k_{zm}^i (z - z^{ij} + \frac{1}{2}d^i) dz \right\} \\ (22)$$

mit $\mu_m^i = 1$ für $k_{zm}^i = 0$
 $\mu_m^i = 2$ für $k_{zm}^i \neq 0$.

Die elektrischen Felder dürfen nicht zellenweise angepaßt werden, denn außer der Gleichheit der Feldkomponenten muß die Randbedingung eingearbeitet werden, daß $E_z = E_\theta \equiv 0$ auf den Irisscheiben wird.

Damit im Innengebiet für die Anpassungsgleichungen eine Orthogonalitätsrelation vorliegt, soll die Anpassung über ein ganzzahliges Vielfaches N_λ der Feldperiode λ und über ein ganzzahliges Vielfaches N_p der Strukturperiode L durchgeführt werden.

Mit $\Lambda = N_\lambda \lambda = N_p \cdot L$ muß

$$\int_0^\Lambda \left\{ \sum_n (A_n e_{Azn} + B_n e_{Bzn}) \cos k_{zn} z - \sum_m (C_m^{ij} e_{Czm}^i + D_m^{ij} e_{Dzm}^i) \cos k_{zm}^i (z - z^{ij} + \frac{d^i}{2}) \right\}^2 dz$$

und der entsprechende Ausdruck für E_θ minimal werden. Dabei ist zu beobachten, daß e_{Czm}^i und e_{Dzm}^i nur in der i -ten Zelle, d.h.

für $z^{ij} - \frac{1}{2}d^i < z < z^{ij} + \frac{1}{2}d^i$ ($j = 1, 2, \dots, N_p$) definiert sind und außerhalb dieses Bereichs identisch verschwinden.

Wegen $e_{Azn} = 0$ und $e_{Bzn} = 1$ erhält man die Koeffizienten

$$\begin{aligned} B_n &= \frac{2v_n}{\Lambda} \int_0^\Lambda \left[(C_m^{ij} e_{Czm}^i + D_m^{ij} e_{Dzm}^i) \cos k_{zn} z \cos k_{zm}^i (z - z^{ij} + \frac{1}{2}d^i) \right] dz \\ &= \frac{2v_n}{\Lambda} \sum_{m,i,j} (C_m^{ij} e_{Czm}^i + D_m^{ij} e_{Dzm}^i) \int_{z^{ij} - \frac{1}{2}d^i}^{z^{ij} + \frac{1}{2}d^i} \cos k_{zn} z \cos k_{zm}^i (z - z^{ij} + \frac{1}{2}d^i) dz \end{aligned} \quad (23)$$

und entsprechend aus der Anpassung von E_θ die Koeffizienten

$$A_n = \frac{2v_n}{\Lambda} \sum_{m,i,j} (C_m^{ij} e_{C\theta m}^i + D_m^{ij} e_{D\theta m}^i) \int_{z^{ij} - \frac{1}{2}d^i}^{z^{ij} + \frac{1}{2}d^i} \sin k_{zn} z \sin k_{zm}^i (z - z^{ij} + \frac{1}{2}d^i) dz \quad (24)$$

mit der Definition

$$\begin{aligned} v_n &= 1 & \text{für} & & k_{zn} &= 0 \\ v_n &= 2 & \text{für} & & k_{zn} &\neq 0. \end{aligned}$$

Es ist für die weitere Rechnung einfacher, die Entwicklungskoeffizienten A_n und B_n sowie C_m^{ij} und D_m^{ij} zu den erweiterten Spaltenvektoren (A_B) und $(C_D)^{ij}$ zusammenzufassen.

Damit lassen sich die letzten Gleichungen in Matrixschreibweise darstellen durch

$$\begin{aligned} (A_B) &= \sum_{i,j} \underline{T}^{ij} (C_D)^{ij} \\ (C_D)^{ij} &= \underline{U}^{ij} (A_B) \end{aligned} \quad (25)$$

mit

$$\underline{T}^{ij} = (T_{n',m'}^{ij}) = \frac{d^i}{\Lambda} \begin{pmatrix} (v_n e_{C\theta m}^i S_{nm}^{ij}) & (v_n e_{D\theta m}^i S_{nm}^{ij}) \\ (v_n e_{Czm}^i C_{nm}^{ij}) & (v_n e_{Dzm}^i C_{nm}^{ij}) \end{pmatrix} \quad (26)$$

und

$$\underline{U}^{ij} = (U_{m'n'}^{ij}) = \begin{pmatrix} (\mu_m^i h_{A\theta n} C_{nm}^{ij}) & (\mu_m^i h_{B\theta n} C_{nm}^{ij}) \\ (\mu_m^i h_{Az n} S_{nm}^{ij}) & (\mu_m^i h_{Bz n} S_{nm}^{ij}) \end{pmatrix}. \quad (27)$$

Die Matrizen \underline{C}^{ij} und \underline{S}^{ij} sind definiert durch

$$\begin{aligned} C_{nm}^{ij} &= \frac{2}{d^i} \int_{z_{ij} - \frac{d^i}{2}}^{z_{ij} + \frac{d^i}{2}} \cos k_{zn} z \cos k_{zm}^i (z - z_{ij} + \frac{d^i}{2}) dz \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin \frac{1}{2} (k_{zn} - k_{zm}^i) d^i}{\frac{1}{2} (k_{zn} - k_{zm}^i) d^i} + (-1)^m \frac{\sin \frac{1}{2} (k_{zn} + k_{zm}^i) d^i}{\frac{1}{2} (k_{zn} + k_{zm}^i) d^i} \right\} \cos(k_{zn} z_{ij} - \frac{m\pi}{2}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{nm}^{ij} &= \frac{2}{d^i} \int_{z_{ij} - \frac{d^i}{2}}^{z_{ij} + \frac{d^i}{2}} \sin k_{zn} z \sin k_{zm}^i (z - z_{ij} + \frac{d^i}{2}) dz \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin \frac{1}{2} (k_{zn} - k_{zm}^i) d^i}{\frac{1}{2} (k_{zn} - k_{zm}^i) d^i} - (-1)^m \frac{\sin \frac{1}{2} (k_{zn} + k_{zm}^i) d^i}{\frac{1}{2} (k_{zn} + k_{zm}^i) d^i} \right\} \cos(k_{zn} z_{ij} - \frac{m\pi}{2}). \end{aligned}$$

Aus Gleichungssystem (25) erhält man den Lösungsvektor (A_B) als Eigenvektor des Eigenwertproblems

$$(A_B) = \sum_{i,j} \underline{T}^{ij} \underline{U}^{ij} (A_B), \quad (28)$$

das genau dann lösbar ist, wenn die Determinante der Matrix $(\sum \underline{T}^{ij} \underline{U}^{ij} - \underline{E})$ verschwindet, wobei \underline{E} die Einheitsmatrix symbolisiert.

Die Frequenzen, für die Gleichung (28) lösbar ist, liefern als Funktion von k_{z0} die Dispersionskurve.

In den Matrizen \underline{T}^{ij} und \underline{U}^{ij} ist der Index j nur über den Term $\cos(k_{zn} z_{ij} - m\pi/2)$ in den Integralen enthalten. Eliminiert man diesen Term, so erhält man über

$$\begin{aligned} (T_{n'm'}^{ij}) &= (t_{n'm'}^i \cdot h_{n'm'}^{ij}) \\ (U_{m'n'}^{ij}) &= (u_{m'n'}^i \cdot h_{n'm'}^{ij}) \end{aligned}$$

von j unabhängige Matrizen \underline{t}^i und \underline{u}^i . Die Matrix \underline{h}^{ij} ist definiert durch den zur großen Matrix erweiterten Term $\cos(k_{zn} z^{ij} - m\pi/2)$:

$$\begin{aligned} (h_{n',m'}^{ij}) &= \langle \cos(k_{zn} z^{ij} - m\pi/2) \rangle \\ &= \begin{pmatrix} \cos(k_{zn} z^{ij} - m\pi/2) & \cos(k_{zn} z^{ij} - m\pi/2) \\ \cos(k_{zn} z^{ij} - m\pi/2) & \cos(k_{zn} z^{ij} - m\pi/2) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Diese Art der Klammern $\langle \rangle$ soll andeuten, daß die Matrix aus vier gleichen Untermatrizen gebildet wird.

Damit läßt sich das Matrizenprodukt aus (28) umformen zu

$$\begin{aligned} &(\sum_j \underline{T}^{ij} \underline{U}^{ij})_{n'n''} \\ &= \frac{N}{2} \left\{ \sum_{m'} t_{n',m'}^i u_{m',n''}^i h_{n',n''}^{-,i} + \right. \\ &\quad \left. \delta_1 \cdot (\sum_{m'} t_{n',m'}^i u_{m',n''}^i - 2 \sum_{m'} u_{m',n''}^i t_{n',m'}^i) h_{n',n''}^{+,i} \right\}, \end{aligned} \quad (29)$$

in dem die Summation über j eliminiert ist. Bei dem Zeichen \sum_u wird die Summation über ungerade Indizes durchgeführt.

$$\delta_1 = \begin{cases} 1 & \text{für } k_{zo} \cdot L = s\pi \quad (s = 1, 2, \dots, N_z - 1) \\ 0 & \text{für } k_{zo} \cdot L \neq s\pi \quad (s \neq 1, 2, \dots, N_z - 1) \end{cases}$$

und die Matrizen $h_{n',n''}^{\pm,i}$ sind definiert durch

$$(h_{n',n''}^{\pm,i}) = \langle \cos(k_{zn'} z^{i1} \pm k_{zn''} z^{i1}) \rangle .$$

Da in der Definition (29) die Lage der Zellen nur über die Matrizen $\underline{h}^{\pm,i}$ eingeht, während der Rest nur von der Geometrie abhängig ist, ist es zur Verkürzung von Rechenzeit sinnvoll, die Summation über i erst über die Zellen gleicher Dimension durchzuführen, da für diese Fälle die Summation über i durch die Matrizen $\underline{h}^{\pm,i}$ herausgezogen werden kann.

6. Dispersionsdiagramm multiperiodischer Strukturen.

Mit Hilfe dieser Theorie wurden für einige mögliche multiperiodische Deflektorstrukturen das Dispersionsdiagramm, die Feldverteilung, die Shuntimpedanz sowie die Gruppengeschwindigkeit berechnet. Die Berechnungen beschränken sich bisher auf Strukturen der Periodenlänge $L = 26,25$ cm.

Diese Periodenlänge wurde gewählt, um mit möglichst wenig Rechenaufwand das Verhalten multiperiodischer Strukturen herauszuarbeiten, insbesondere den Unterschied zwischen den beiden Varianten

- a) Weglassen einer Irisscheibe
- b) Hinzufügen einer verkürzten Zelle und Verkürzung der Nachbarzellen.

Mit der Periodenlänge und der Frequenz $f = \omega/2\pi = 2,855$ GHz liegt der Arbeitspunkt fest. Wegen

$$v_{\phi} = c = \frac{\omega}{k_{zs}} = \frac{\omega L}{k_{zs} L} \quad \text{folgt} \quad k_{zs} L = \frac{\omega L}{c} = 5\pi .$$

Die Phasenverschiebung der Teilwelle, die die Ablenkung verursacht, muß über eine Periode 5π betragen.

Die nächsten Abbildungen (Abb. 6a, b; 7a, b, c) zeigen Dispersionskurven verschiedener multiperiodischer Strukturen mit der Periodenlänge $L = 26,25$ cm. Die Durchmesser der Zellen sind so gewählt, daß erstens im Betriebsmode die Frequenzlücke verschwindet und zweitens in diesem Mode die Frequenz $f \approx 2855$ MHz entsprechend einer Wellenlänge $\lambda = 10,5$ cm beträgt.

Die Dimensionen wurden von der uniformperiodischen Struktur des π -modes abgeleitet. Die Dicke der Irisscheiben entspricht der bezüglich H_p/E_o optimalen Dicke, die von der Fabrikation her noch realistisch erscheint. Der Durchmesser der Irisöffnung beträgt $2a = 40$ mm wie bei dem geplanten uniformperiodischen Separator. Die Abrundungen an den Irisscheiben werden in der Berechnung durch eine leichte Änderung der Irisöffnung nach $a = \bar{a} + t/2 \cdot (1 - \pi/4)^{1/2}$ berücksichtigt.

Das Dispersionsdiagramm für eine Struktur der ersten Variante mit 4 Zellen je Periode ist in Abb. 6a bzw. 6b dargestellt. Die Dicke der Irisscheiben beträgt $t = 25$ mm. In der Struktur der Abb. 6a haben drei Zellen den gleichen Durchmesser, während die mittlere, die verlängerte, zum Schließen der Frequenzlücke vergrößert werden mußte.

Die Struktur nach Abb. 6b wurde so dimensioniert, daß in allen "feldvollen" Zellen ein Feld mit der gleichen Amplitude angeregt wird.

In Abb. 6a und 6b ist der Wertebereich für die Grundwelle gegeben durch $0 \leq k_{z0}L \leq 4\pi$. Da der Arbeitsmode bei $k_{zs} \cdot L = 5\pi$ liegt, kann die Ablenkung nicht durch die Grundwelle hervorgerufen werden, sondern durch die 1.Oberwelle zu $k_{z0} \cdot L = 3\pi$.

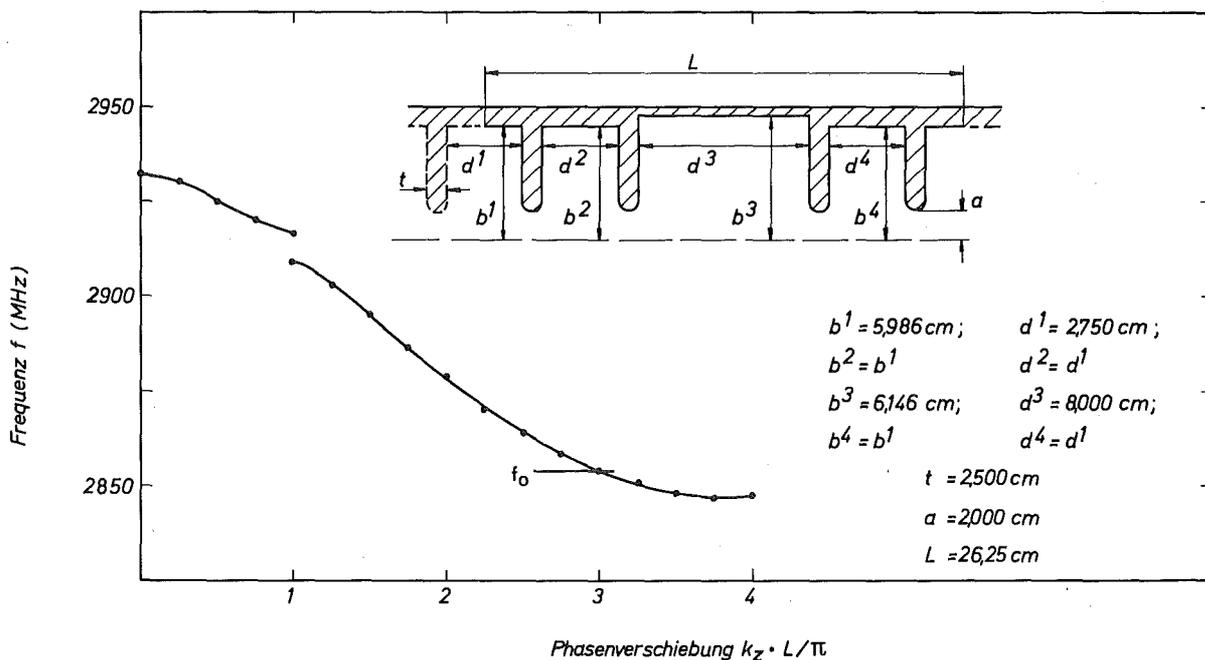


Abb. 6a: Dispersionskurve einer multiperiodischen Struktur mit 4 Zellen je Periode. (Die Geometrie wurde so gewählt, daß möglichst viele Zellen gleiche Abmessungen haben.)

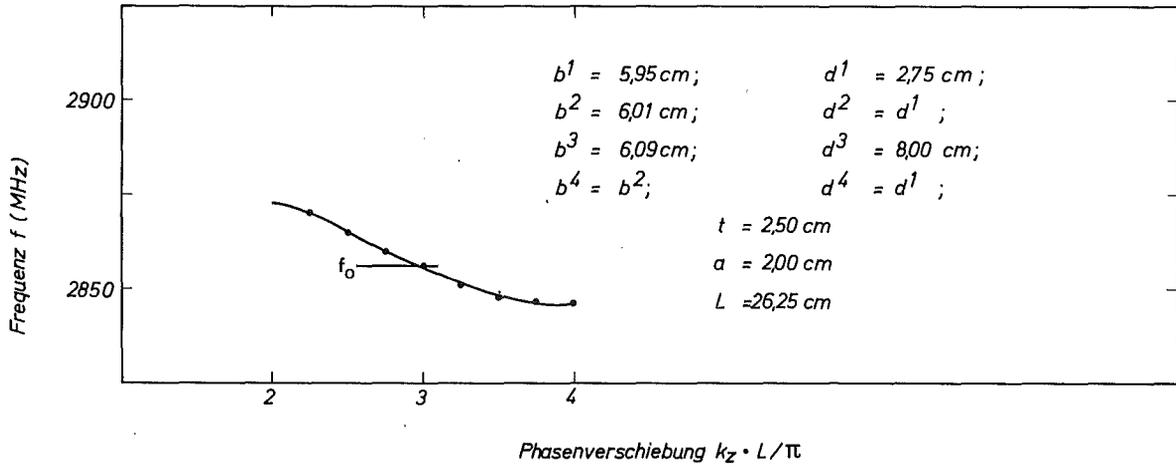


Abb. 6b: Teil einer Dispersionskurve einer multiperiodischen Struktur mit 4 Zellen je Periode. (Die Zellen wurden so dimensioniert, daß in den "feldvollen" Zellen die gleichen Amplituden auftreten.)

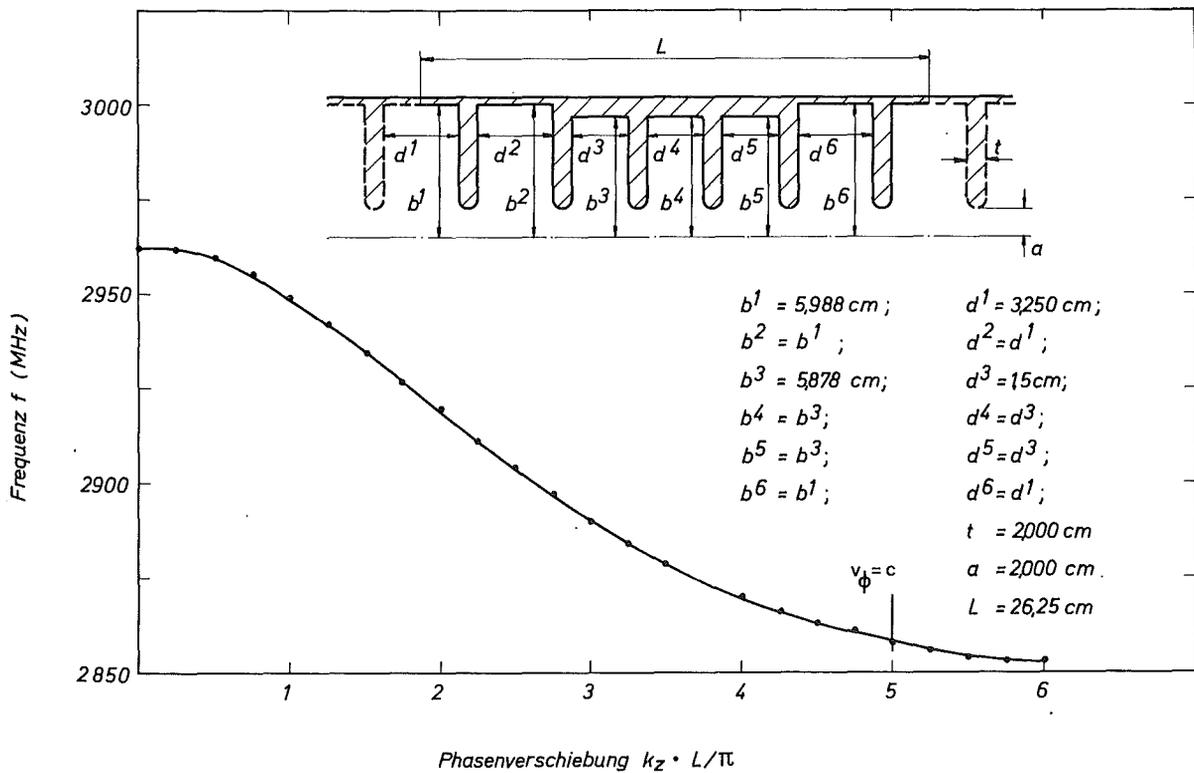


Abb. 7a: Dispersionskurve für eine Struktur mit 6 Zellen je Periode, in der möglichst viele Zellen gleich sind.

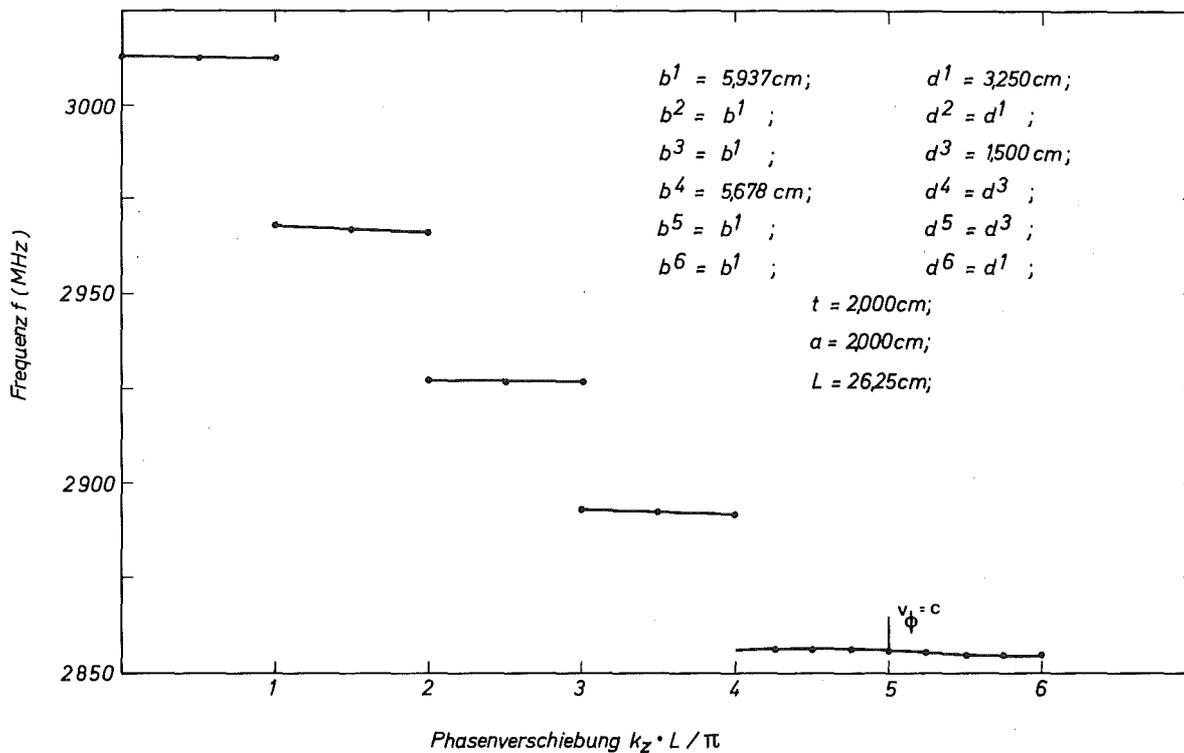


Abb. 7b: Dispersionskurve für eine Struktur, für die der Durchmesser in möglichst vielen Zellen gleich gewählt wurde.

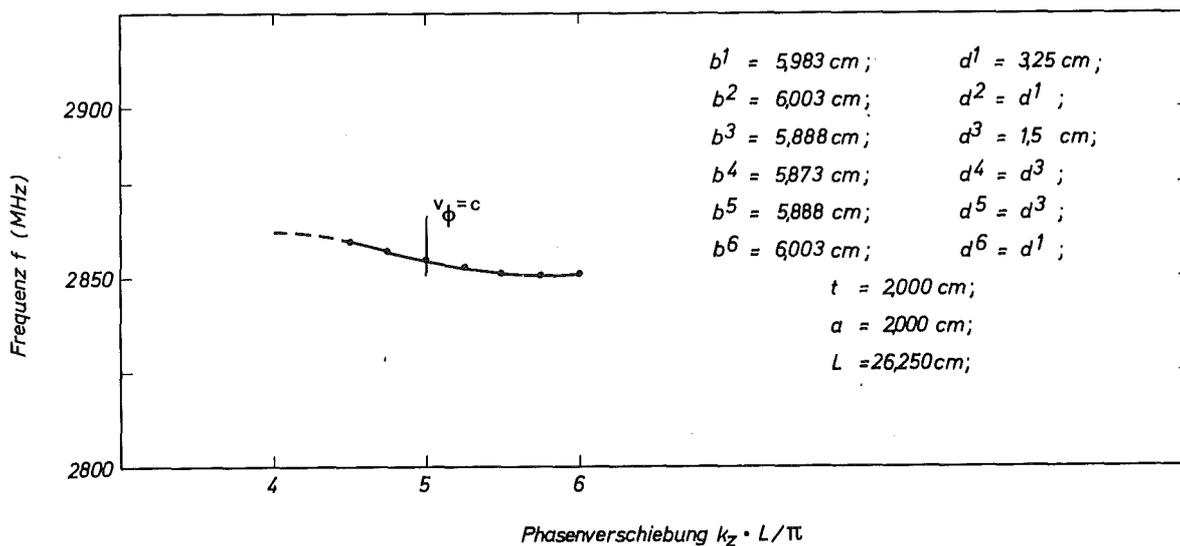


Abb. 7c: Dispersionskurve für eine Struktur mit 6 Zellen je Periode, in der auf eine gleichmäßige Verteilung der Feldamplitude in den "feldvollen" Zellen optimiert wurde.

Abb. 7a bis Abb. 7c zeigen Dispersionskurven von Strukturen mit 6 Zellen je Periode nach der zweiten Variante. Die Dicke der Irisscheiben beträgt $t = 20$ mm, da bei dickeren Irisscheiben die Länge der verkürzten Zelle z.B. für chemische Behandlungen zu klein werden. Die Strukturen der ersten beiden Abbildungen gehen aus der Forderung hervor, möglichst wenig geometrische Parameter zu variieren. Für Abb. 7a wurde der Durchmesser der drei verkürzten Zellen verkleinert, während in der Struktur gemäß Abb. 7b nur die mittlere verkürzte Zelle einen kleineren Durchmesser erhielt.

Schließlich wurde noch eine Struktur untersucht, die in allen Zellen die gleiche Feldamplitude besitzt (Abb. 7c).

Eine Zusammenstellung der charakteristischen Eigenschaften enthält Tabelle I. Zum Vergleich wurden auch die Eigenschaften einer uniformperiodischen π -mode Struktur mit der Dicke der Irisscheiben $t=20$ mm sowie $t=25$ mm gegeben. In dieser Tabelle ist auch die Gruppengeschwindigkeit aufgeführt. Streng genommen ist diese Größe für resonante Deflektorstrukturen nicht definiert. Aus diesem Grunde soll sie hier nur als Maß für den Modeabstand und damit für die Empfindlichkeit gegen Frequenzstörungen verstanden sein.

Tabelle I: Charakteristische Eigenschaften der multiperiodischen Strukturen

Struktur gemäß Abb.:	Mode	Irisdicke t (mm)	R_t/Q (Ω/cm)	v_g/c	Q (Cu)	G (Ω)
-	π	25	10,7	0	14190	200
6a	3π	25	6,4	-0,031	13800	192
6b	3π	25	6,7	-0,031	13800	193
-	π	20	11,5	0	15660	220
7a	5π	20	9,1	-0,017	13200	185
7b	5π	20	6,1	-0,005	10000	141
7c	5π	20	9,3	-0,016	13000	182

Für die Strukturen nach Abb. 6a und 6b liegen die Gruppengeschwindigkeiten weit über dem wegen der Empfindlichkeit gegen Frequenzstörungen geforderten Wert $|v_g/c| > 0,02$. Daher könnte

eine solche Struktur für einen supraleitenden Deflektor eingesetzt werden. Die Shuntimpedanz $R_t/Q \approx 6 \div 7 \Omega/\text{cm}$ liegt allerdings weit unterhalb der Shuntimpedanz des π -modes der einfachperiodischen Struktur. Der Grund dafür könnte darin liegen, daß in dieser Struktur nicht die Grundwelle, sondern die 1.Oberwelle die Bedingung $v_\phi = c$ erfüllt. Da bisher die Strukturen nicht optimiert worden sind, kann man vermuten, daß eine Erhöhung der Shuntimpedanz möglich ist.

Für die multiperiodischen Strukturen mit 6 Zellen liegen die Werte für die Shuntimpedanz etwa 20% unter den π -mode-Werten (abgesehen von der Struktur gemäß 7b). Dies ist, da die Strukturen nicht optimiert wurden und bei einer Optimierung sicherlich verbessert werden können, zufriedenstellend. Die Gruppengeschwindigkeiten liegen für diese Strukturen knapp unter den geforderten Werten, könnten jedoch vielleicht noch toleriert werden. Die bisher berechneten Strukturen zeigen, daß multiperiodische Strukturen einige Vorteile aufweisen. Die gewonnenen Ergebnisse lassen noch keinen Schluß zu, welche der beiden Varianten für eine Deflektorstruktur geeigneter ist. Dazu müssen zunächst die Strukturen der beiden Varianten mit der Nebenbedingung bezüglich der Gruppengeschwindigkeit optimiert werden. Die Optimierung darf gemäß Kapitel II nicht nur darin bestehen, eine große Shuntimpedanz zu erzielen. Als wesentliches Kriterium sollte das Verhältnis H_p/E_0 dienen.

Eine Aussage darüber kann mit Hilfe der Feldberechnung für abgerundete Irisscheiben nicht gewonnen werden, da dieses Verhältnis wesentlich von der örtlichen Geometrie abhängt. Es ist jedoch zu vermuten, daß der Zusammenhang zwischen den errechneten Spitzenfeldstärken und den aufgrund der Krümmungen wirklich auftretenden Feldstärken nur eine Funktion des Krümmungsradius ist. Mit den im CERN experimentell bestimmten Verhältnissen H_p/E_0 an uniformperiodischen Strukturen soll versucht werden, empirisch den Einfluß der Rundung zu bestimmen und einen Zusammenhang zwischen den berechneten und den experimentellen Daten zu finden. Damit wäre es möglich, direkt bezüglich H_p/E_0 optimierte Strukturen zu finden. Diese Arbeit soll in Kürze begonnen werden.

IV. TOLERANZPROBLEME DER UNIFORMPERIODISCHEN STRUKTUR

FÜR DEN $\pi/2$ -MODE.

1. Parameter des geplanten Separators

Für Sekundärenergien im Bereich 5÷15 GeV genügen ablenkende Feldstärken $E_0 \sim 2$ MV/m. Diese Feldstärken sind im $\pi/2$ -mode einer uniformperiodischen Struktur schon mehrmals erreicht worden.³² Für 1976 wird daher ein Separator bestehend aus einer uniformperiodischen Struktur im $\pi/2$ -mode geplant und gebaut.³³ Tabelle II faßt die wesentlichen Parameter für die Deflektoren und deren Anordnung zusammen.

Tabelle II: Parameter für den Separator

Impulsbereich p	10-30 GeV/c
Betriebsfrequenz f	2,855 GHz
Betriebsmode	$\pi/2$
transversale Shuntimpedanz R_t/Q	8,8 Ω/cm
Gruppengeschwindigkeit v_g/c	-0,034
Kopplungsfaktor $\kappa = 2v_g/\pi c$	0,022
Anzahl der Deflektoren	2
Anzahl der Sektionen je Deflektor	5
Anzahl N der Zellen je Deflektor	104
Länge l der Deflektoren	2,73 m
Abstand der Deflektoren	~ 100 m
Temperatur T	1,8 K
Ablenkfeldstärke E_0	> 2 MV/m
Spitzenfeldstärke H_p	~ 300 Oe
unbelastete Güte Q_0	$\sim 10^9$
belastete Güte Q_L	$\sim 5 \cdot 10^6$
Bandbreite B	550 Hz

2. Einfluß von Geometriefehlern auf die Feldverteilung

Bei idealer Geometrie beträgt die Phasenverschiebung $k_{z0}L$ des Feldes zwischen benachbarten Zellen im Betriebsmode $\pi/2$. Die Amplituden in den "feldvollen" Zellen sind dem Betrage nach untereinander gleich, in der Mitte der "feldfreien" Zelle verschwindet die θ -Komponente des Magnetfeldes; d.h. es treten keine achsialen Ströme in der Oberfläche auf.

Abweichungen von der idealen Geometrie verursachen eine Änderung der Feldverteilung, wodurch einerseits die Ablenkung und andererseits die Verluste beeinflusst werden können. Insbesondere kann bei inhomogenen Oberflächen eine wesentliche Erhöhung der Verluste induziert werden. Eine makroskopische Inhomogenität liegt durch die Flanschverbindungen zwischen den einzelnen Sektionen vor. (Die Strukturen der Länge $L = 2,73\text{m}$ werden aus fünf Sektionen zusammengesetzt. Innerhalb einer Sektion werden die Zellen durch Elektronenstrahlschweißung zusammengefügt und anschließend ausgeheizt. Die Sektionen werden mechanisch zusammengeflanscht, so daß in den feldfreien Zellen 19, 41, 63, 85 Flanschverbindungen vorliegen.)

Eine geeignete Flanschverbindung mit einem guten HF-Kontakt ist bisher nicht entwickelt worden. Es muß daher angestrebt werden, Ströme über den HF-Kontakt zu vermeiden oder möglichst weit zu reduzieren.

Der Einfluß der Störungen könnte mit dem oben entwickelten Formalismus bestimmt werden. Dies würde für 104 Zellen einen großen Rechenaufwand bedeuten. Es ist einfacher, den Einfluß der Störungen über ein Ersatzschaltbild aus gekoppelten elektrischen Schwingkreisen zu ermitteln.* 34, 35, 36, 37

Für den $\pi/2$ -mode gelangt man in linearer Näherung zu übersichtlichen und elementar auswertbaren Gleichungen. Danach ergeben sich die Feldamplituden i_n der n-ten Zelle ($0 \leq n \leq N$; N Anzahl der Zellen in einem Deflektor) für den $\pi/2$ -mode zu

$$i_n = (-1)^{n/2} \quad n \text{ gerade} \quad (\text{"feldvoll"})$$
$$i_n = -2 \left(\frac{N-n}{N} \sum_{m=0}^{n-1} \epsilon_m - 2 \frac{n}{N} \sum_{m=n+1}^N \epsilon_m - \frac{N-n}{N} \epsilon_0 + \frac{n}{N} \epsilon_N \right) \quad n \text{ ungerade} \quad (30)$$

*Die freien Parameter (Kopplungen zwischen den Schwingkreisen und Eigenfrequenz der Schwingkreise) müssen experimentell oder theoretisch mit dem oben beschriebenen Formalismus bestimmt werden. Normalerweise werden diese Daten durch eine Angleichung der Dispersionskurve an die der Struktur gewonnen.

Die Amplituden sind so normiert, daß sich bei einer idealen Feldverteilung in den feldvollen Zellen der Wert $|i_n| = 1$ ergibt. (Die Bezeichnung i_n kommt natürlich von den Strömen in den Schwingkreisen des Ersatzschaltbildes her, soll hier aber eine der Feldkomponenten E_z , H_r , H_θ oder die achsialen Ströme in der Oberfläche symbolisieren). Das Zeichen \sum_e deutet an, daß die Summation nur über geradzahlige Indizes durchgeführt wird. Die normierte Verstimmung

$$\epsilon_m = \frac{1}{\kappa} \frac{\Delta f_m}{f} = \frac{\pi c}{2v_g} \frac{\Delta f_m}{f} \quad (31)$$

hängt linear mit der Frequenzabweichung Δf_m der m-ten Zelle von der Sollfrequenz zusammen. Der Kopplungsfaktor κ ist hier nicht (wie eigentlich üblich) über die Breite des Frequenzbandes definiert, sondern gemäß Gleichung (31) über die Gruppengeschwindigkeit im $\pi/2$ -mode.

Die Frequenzabweichung ϵ der gesamten Struktur erhält man durch eine Summation aller Zellenabweichungen zu

$$\epsilon = (2 \cdot \sum_{m=0}^N \epsilon_m - \epsilon_0 - \epsilon_N) \cdot \frac{1}{N} \quad (32)$$

Zur Überprüfung der Theorien wurde ein Experiment durchgeführt, bei dem es möglich war, die Frequenz einer Zelle zu stören und die Feldamplitude in einigen Zellen zu messen. An einem 10-zelligen Messingmodell (9 Zellen und 2 Halbzellen) wurde mittels eines dielektrischen Stempels die 6. Zelle verstimmt und über die Ankoppelschleifen der Betrag der Amplituden in verschiedenen Zellen nachgewiesen (Abb. 8).

Durch eine Kugelmessung wurden die Amplituden in den Zellen gemessen und die Ankoppelsonden entsprechend geeicht. Aufgrund der schwierigen Eichung müssen die Meßfehler mit $\pm 20\%$ angenommen werden.

Abb. 9 zeigt die Amplitude in den feldfreien Zellen 1,3,5 und in den feldvollen Zellen 4 und 8, aufgetragen gegen die Verstimmung der 6. Zelle, die nach (32) aus der gemessenen Gesamtverstimmung berechnet wurde. Alle Amplituden sind normiert auf die Zelle 2; d.h. $|i_2| = 1$.

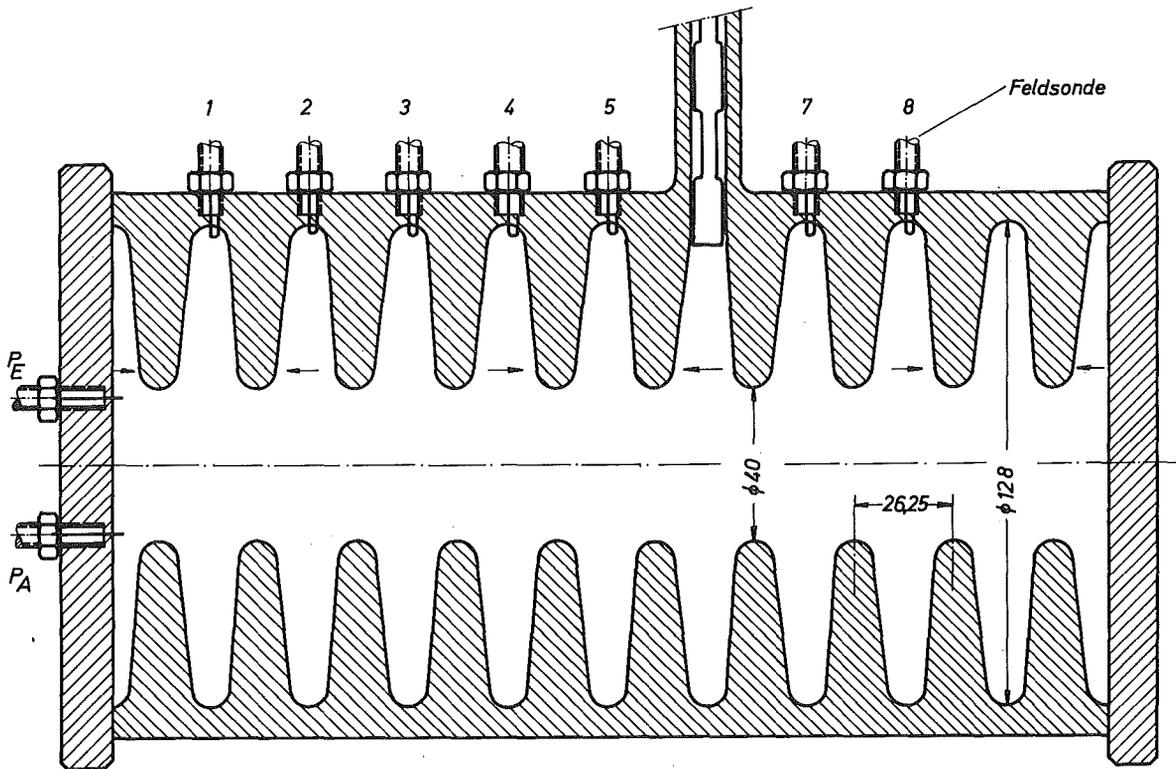


Abb. 8: Aufbau zur Bestimmung des Einflusses von Störungen auf die Feldverteilung

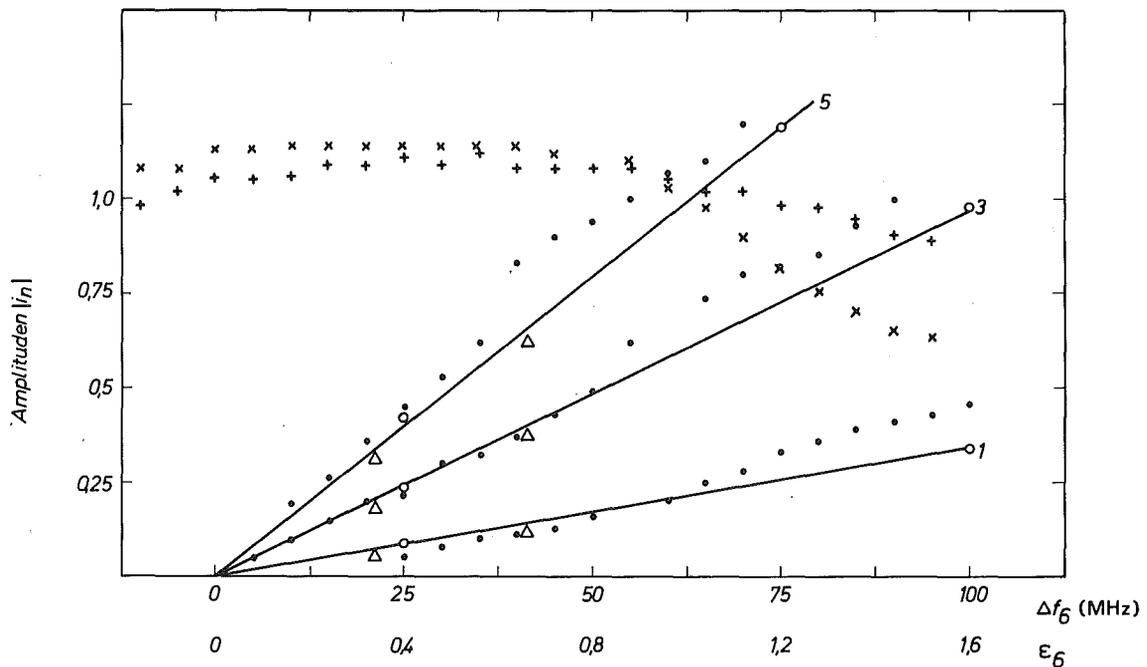


Abb. 9: Amplitude in den "feldfreien" Zellen 1,3,5 und in den "feldvollen" Zellen 4 und 8.

- exp. Werte für die Zellen 1,3,5
 - × exp. Werte für die Zelle 8
 - + exp. Werte für Zelle 4
 - o theor. Werte nach Jüngst^{3 5}
 - Δ theor. Werte nach der in Kapitel III beschriebenen Methode
 - theor. Verlauf nach (30).
- Die theoretischen Werte für die Amplituden in den feldvollen Zellen ergeben sich nach (30) zu $|i_n| = 1$.

Die Übereinstimmung zwischen den Theorien und den Meßwerten ist recht gut, zumal Abweichungen durch die Meßfehler erklärt werden können. Erstaunlich ist, in welchem großem Bereich die Linearität zwischen den Amplituden und der Frequenzstörung erfüllt ist.

3. Einfluß der Feldstörung auf die Deflektion

Mit den vorgegebenen Toleranzen im Außendurchmesser $\Delta(2b) = \pm 25 \mu\text{m}$ und in der Zellenlänge $\Delta h = \pm 100 \mu\text{m}$, die aus der Unsicherheit der Schrumpfung beim Elektronenstrahlschweißen resultiert,³⁸ können die Abweichungen Δf_m der Zellenfrequenz Werte bis zu $\Delta f_m = \pm 1,3 \text{ MHz}$ annehmen.

Da die Zellen statistisch zusammengesetzt werden, nehmen wir für die folgende Rechnung das Gauß'sche Fehlergesetz an. Damit ergeben sich die Amplituden in der n-ten Zelle (n ungerade) zu

$$i_n = \pm \frac{\sqrt{2|\epsilon_m|}}{N} \{(N-n)^2 + n^2 + (N-n)\}^{1/2} \quad (33)$$

mit $\epsilon_m = 0,02$. Der Verlauf dieser Funktion mit der Zellenzahl n ist in Abb. 10 dargestellt.

Die Änderung der Ablenkung und der gespeicherten Energie erhält man durch Integration dieser Kurve. Für eine Abschätzung genügt es, die Amplituden in allen "feldfreien" Zellen gleich dem Maximalwert zu setzen.

Gegenüber der idealen Struktur kann die ablenkende Feldstärke E_0 um ΔE_0 mit $0 < \Delta E_0/E_0 < 0,02$ vergrößert werden.³⁸

Aufgrund des Zusatzfeldes in den "feldfreien" Zellen erhöht sich die gespeicherte Energie W um ΔW mit $0 < \Delta W/W < 0,03$. Dies bedeutet, daß die Shuntimpedanz R_t/Q um 3% abnehmen kann.

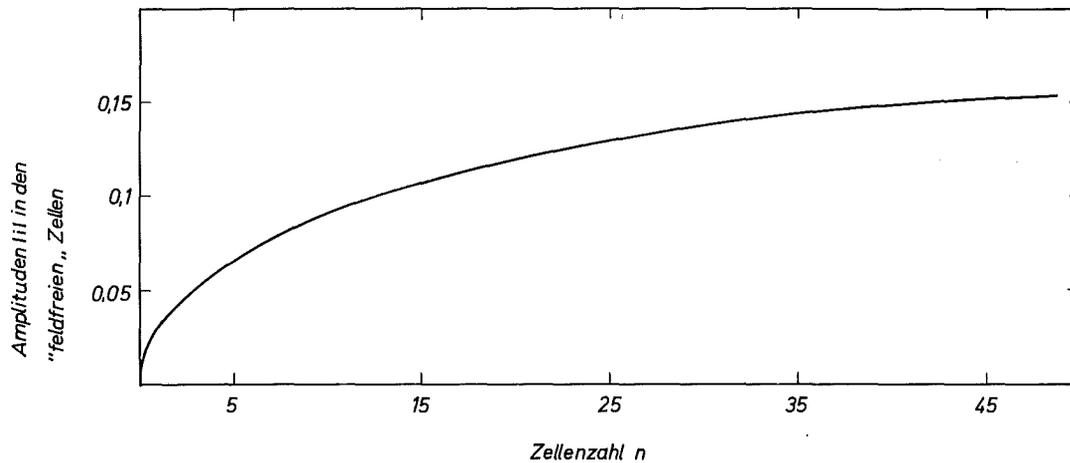


Abb. 10: Mittlere Wahrscheinlichkeit für die Verteilung der Ströme in den "feldfreien" Zellen für $N = 104$ und $\Delta f_m = \pm 1,3$ MHz.

4. Einfluß der Feldstörung auf die Verluste

Die Verluste der Struktur steigen bis zu 4% gegenüber der idealen Feldverteilung, wenn der Deflektor eine homogene Oberfläche besitzt.

Da der Deflektor aus fünf Sektionen zusammengesetzt wird, treten in den Zellen 19, 41, 63 und 85 Kontaktverbindungen auf, die verglichen mit der Oberfläche einen hohen Widerstand bieten. Für statistisch zusammengesetzte Zellen können die Ströme in den Flanschzellen aus Abb. 10 entnommen werden.

Es stellt sich die Frage, ob durch geeignete Maßnahmen die Ströme in diesen 4 Flanschzellen reduziert werden können. Nach Gleichung (30) heißt dies, daß die Ausdrücke

$$\sum_0^n \epsilon_m ; \quad \sum_n^N \epsilon_m \quad m = 19, 41, 63, 85$$

so klein wie möglich gemacht werden müssen, was gleichbedeutend mit der Aussage ist, die Frequenzabweichungen der Sektionen untereinander zu minimalisieren.

Bei einer rein statistischen Zusammensetzung der Zellen ergibt sich eine mittlere Abweichung der Sektionen von $\Delta f_{\text{Sekt}} = \pm 400$ kHz. Durch iteratives Elektropolieren vor dem letzten Ausheizen können die Abweichungen auf $\Delta f_{\text{Sekt}} = \pm 200$ kHz vermindert werden. Diese Abweichung resultiert vom Ausheizen. Die bisherigen Versuche an 4-, 8- und 12-zelligen Strukturen weisen auch nach mehrmaligem Ausheizen Frequenzänderungen zwischen 50 kHz und 350 kHz auf. Da anschließend keine Behandlung mehr erfolgen darf, erscheint ein Abstimmen der Sektionen auf kleinere Frequenzabweichungen nicht möglich.

Für den gesamten Deflektor resultiert eine mittlere Abweichung $\Delta f_{\text{Def}} = \pm 100$ kHz, die mit Hilfe von Stellgliedern korrigiert werden muß, damit die Eigenfrequenzen der beiden Deflektoren innerhalb der Bandbreite übereinstimmen.

5. Anordnung und Anzahl der Stellglieder

Es ist wünschenswert, die Stellglieder zur Verstimmung so anzuordnen, daß mit ihnen die Stromverteilung beeinflußt und in den Flanschzellen reduziert werden kann.

Bei Benutzung nur eines Stempels muß dieser so eingestellt werden, daß die Frequenzabweichung des Deflektors eliminiert wird. Eine gewünschte Beeinflussung der Feldverteilung ist nicht möglich. Die Wahrscheinlichkeit, die Felder in den Flanschzellen zu vergrößern, ist beträchtlich, es sei denn, die Korrekturstelle wird so gewählt, daß die Symmetrie der Struktur erhalten bleibt. Da - aus Symmetriegründen - die mittlere Zelle für die Einkopplung benutzt wird, müssen zum Abstimmen mindestens zwei Stellglieder vorgesehen werden. Bei mehreren Stellgliedern ist es möglich, die Sektionen verschieden zu verstimmen und so die Frequenzabweichungen der Sektionen zu verringern, mit ihnen also die Nulldurchgänge der Felder zu verschieben und sie in die Flanschzellen zu legen.

Ein Nulldurchgang der Ströme in allen Flanschzellen erreicht man nur, wenn in allen Sektionen bei $T = 1,8$ K verstellbare Stellglieder angebracht werden. Damit lassen sich nämlich alle Sektionen auf die gleiche Frequenz, auf die gewünschte Eigenfrequenz, einstellen, so daß sich nach (30) $i_n = 0$ für die Flanschzellen ergibt.

Mechanisch erfordert das Anbringen von fünf Stellgliedern einen hohen Aufwand, zumal zu diesen Stellgliedern weitere für eine kontinuierliche Frequenzregelung hinzugefügt werden müssen. Dieser Aufwand ist nur dann gerechtfertigt, wenn es nicht gelingt die Kontakte zwischen den Sektionen zu verbessern.

Es sollte also danach gestrebt werden, HF-Kontakte zu entwickeln, die die in Abb. 10 angegebenen Ströme ohne nennenswerte Verschlechterung der Güte vertragen. Zur Frequenzabstimmung sind aus Symmetriegründen zwei Stellglieder je Deflektor vorgesehen, die zur Minimalisierung der Ströme bei der Arbeitstemperatur eingestellt werden können. Die Stellglieder werden die zweite und vierte Sektion verstimmen, da dort die größte Reduzierung durch zwei Stempel erzielt werden kann.

V. BESCHREIBUNG DER STELLGLIEDER FÜR DIE VORABSTIMMUNG

1. Stellbereich

Die Stellglieder zur Verschiebung der Eigenfrequenzen der beiden Deflektoren auf einen gemeinsamen Wert müssen zwei Anforderungen erfüllen: sie dürfen die Güte der Struktur nicht verschlechtern und müssen einen genügend großen Stellbereich besitzen.

Die zweite Forderung kann durch Vergrößern der Anzahl der Stellglieder immer erreicht werden. Aus ökonomischen Gründen ist es jedoch wünschenswert, möglichst wenig Stellglieder einzuplanen.

Im nächsten Kapitel werden wir sehen, daß die oben gestellten Forderungen nur durch mechanische Veränderungen der Struktur erfüllt werden können. Smith³⁹ schlug vor, durch eine Änderung der Länge der Struktur die Frequenz zu variieren. Einfacher wäre es, den äußeren Durchmesser oder die Länge einer Zelle mit Hilfe von Klammern zu verändern. Tests an verbleiten Kupferstrukturen ergaben genügend große Frequenzänderungen. Vorgezogen wurde jedoch ein Verfahren, bei dem keine Spannungen in der supraleitenden Oberfläche erzeugt werden. Die Veränderung der Geometrie kann mit supraleitenden metallischen Stempeln oder durch dielektrische Stempel mit geringem Verlustwinkel geschehen. Für supraleitende Resonatoren ist es natürlich vernünftig, als Stellglieder supraleitende Stempel zu verwenden.^{40,41}

Abb. 11 zeigt den mechanischen Aufbau eines Stellgliedes an einem Resonator.

Die Größe des notwendigen Störvolumens kann in 1. Näherung elementar bestimmt werden. Außerhalb des Strahlbereichs entspricht die Feldverteilung dem TM_{110} -mode.

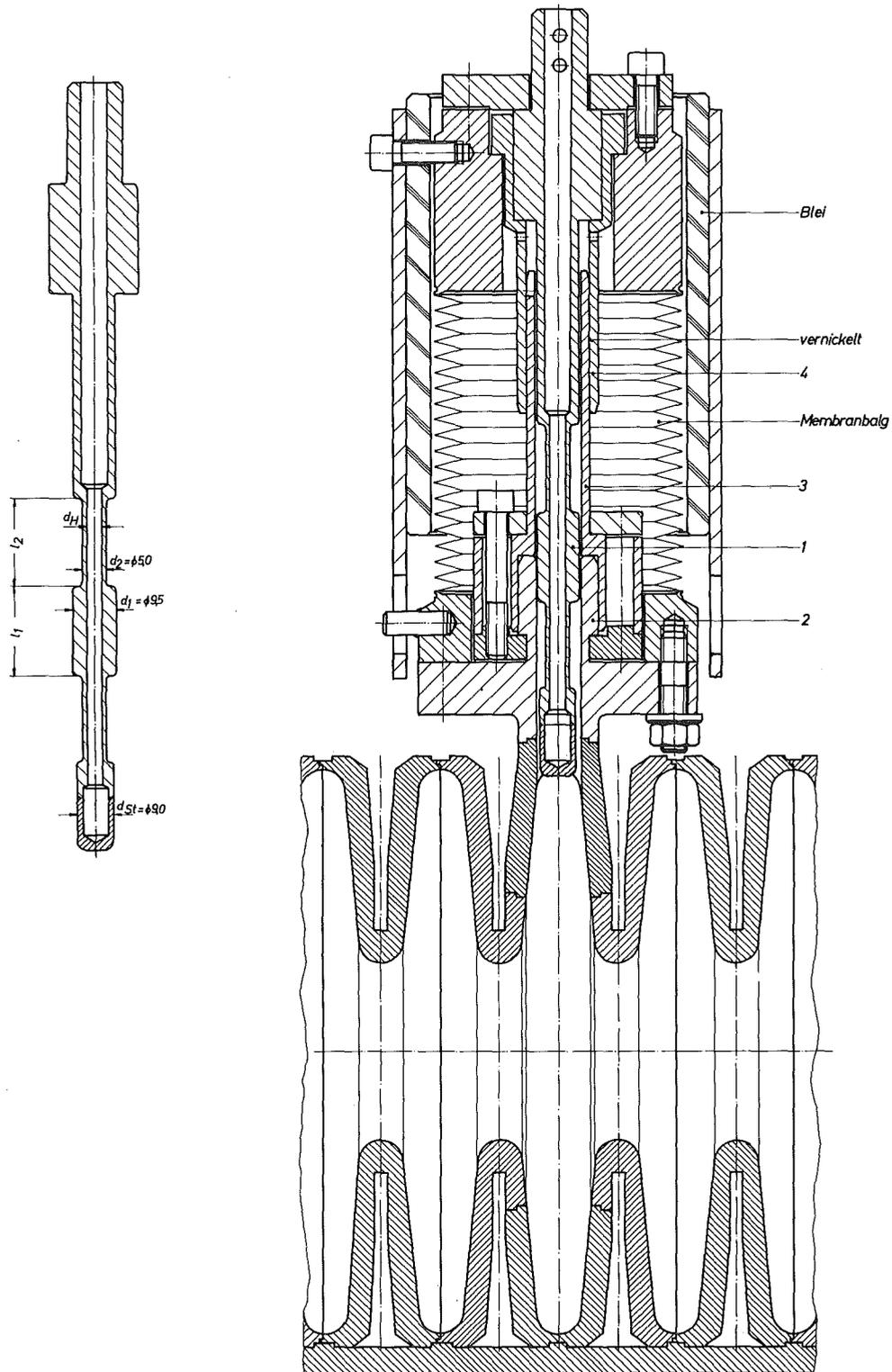


Abb. 11: Mechanischer Aufbau des Stellgliedes

Für diese Feldverteilung lauten die von Null verschiedenen Komponenten

$$E_z = j E_1 J_1(k_r r) e^{-i\theta} e^{j\omega t}$$

$$H_r = i \frac{\omega}{k_r^2 r} E_1 J_1(k_r r) e^{-i\theta} e^{j\omega t}$$

$$H_\theta = \frac{\omega}{k_r} E_1 J_1'(k_r r) e^{-i\theta} e^{j\omega t} .$$

Die Randbedingung $E_z(b) = 0$ bestimmt k_r durch $J_1(k_r b) = 0$ zu $k_r \cdot b = 3,84$. Da die Feldverteilung nicht von z abhängt ($k_z = 0$), wird $k = \omega = k_r$ und die gespeicherte Energie W für eine Zelle der Länge d :

$$W = \frac{1}{4} \pi \cdot d \cdot b^2 \cdot J_1'^2(k_r b) .$$

Das Einführen des Stempels an der Stelle $r = b$ bedeutet eine kleine Änderung der Berandung und die dazugehörige Frequenzänderung ergibt sich nach dem Slaterschen Theorem zu

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{k_1 \int (|H|^2 - |E|^2) dV}{2W} .$$

Die Integration muß über das Volumen V_{St} der Störung durchgeführt werden. Für einen Zylinder als Störung ergibt sich der Formfaktor $k_1 = 1$.⁴²

An der Stelle $r = b$ verschwindet das elektrische Feld, während das magnetische Feld bei nicht zu großem Störvolumen konstant ist.

Nach Gleichung (32) ist die Frequenzänderung für N Zellen, von denen eine durch ein Stellglied verstimmt wird, gegeben durch

$$\frac{\Delta f}{f} = 2 \cdot \frac{V_{St}}{\pi db^2} \cdot \frac{2}{N} , \quad (34)$$

Um die mögliche Abweichung der Deflektoren $\Delta f_{Def} = \pm 100$ kHz auszuregeln, ist ein Störvolumen $V_{St} = \pm 0,15$ cm³ notwendig. (Für die Zellenlänge d wurde ein Mittelwert $d = 1,3$ cm eingesetzt.)

Dieses Störvolumen entspricht einem Metallzylinder mit dem Radius $r_{St} = 0,45$ cm und dem Hub $\Delta h = \pm 0,3$ cm um die Nullage.

Ein Faktor 2 an Reserve wird erreicht durch eine Erweiterung des Hubs auf $\Delta h = \pm 6$ mm.

Eine weitere Vergrößerung des mechanischen Stellbereichs ist nicht sinnvoll, denn damit ist keine Vergrößerung des Frequenzbereichs verbunden. Taucht der Stempel weiter als $h = 12$ mm in den Resonator ein, so wird die Frequenzerhöhung aufgrund des magnetischen Feldes durch das elektrische Feld kompensiert.

Andererseits bewirkt ein Herausziehen des Stempels aus dem Resonator fast keine Frequenzänderung mehr, da das Außenrohr als Hohlleiter wirkt, in dem das Feld exponentiell abklingt. Um die Frequenz der Strukturen verringern zu können, muß also die Nulllage des Stempels in die Zelle hineinverlegt werden, damit der Stellbereich symmetrisch zur Nulllage liegt (Abb. 14).

Um nicht durch die Definition der Nulllage eine starke Verstimmung der Sektion einzuführen, muß die Frequenz dieser Sektion vor dem Zusammenbau korrigiert werden, derart, daß sie auch mit dem Stempel so wenig wie möglich von der Sollfrequenz abweicht. Der Stempel verursacht bei $h = 0,6$ cm eine Frequenzabweichung $\Delta f_{\text{Sekt}} = +1,2$ MHz. Durch verstärktes Elektropolieren dieser Sektionen soll der Durchmesser um $\Delta(2b) = 50$ μm vergrößert werden, wodurch diese Frequenzabweichung korrigiert wird.

2. Verluste durch den Stempel

a) Abstrahlungsverluste

Der Stempel bildet mit dem ihn umgebenden Führungsrohr ein Koaxialsystem, in dem für jede Frequenz eine Ausbreitung der Welle möglich ist. Dadurch kann dem Resonator über diese Leitung Energie entzogen werden, die von den normalleitenden Oberflächen absorbiert wird.

Für die ideale Geometrie (Stempel und Außenleiter konzentrisch) findet keine Ankopplung zwischen dem über die Öffnung nahezu homogenen Feld und dem rotationssymmetrischen Feld des Koaxialleiters statt. Jedoch können die nicht kontrollierbaren Abweichungen eine nennenswerte Ankopplung herbeiführen.

Eine Ausbreitung der Welle kann verhindert werden, indem man den Querschnitt des Innenleiters periodisch sprunghaft variiert und damit das System zu einem Filter ausbildet.

In sehr guter Näherung läßt sich die Wirkung eines derartigen Gebildes (Abb. 12) nach der Leitungstheorie berechnen.

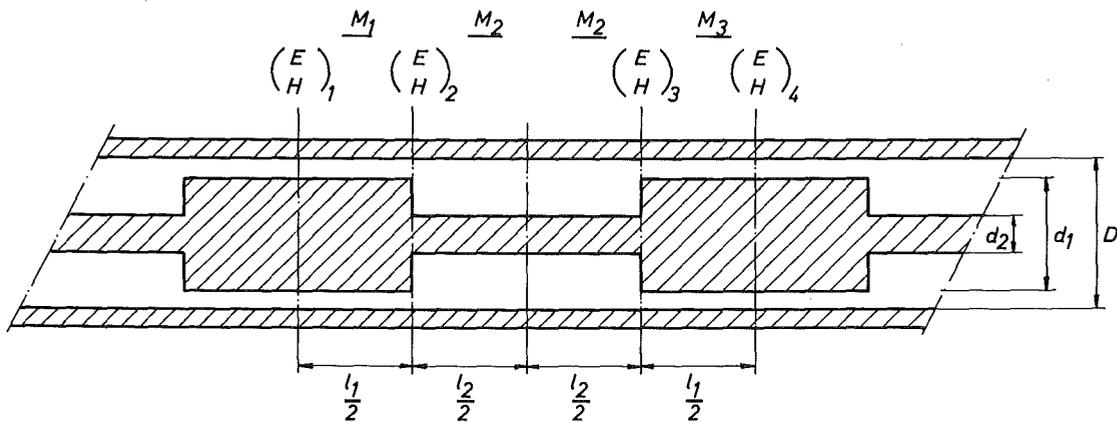


Abb. 12: Auslegung eines Filters

Die Transformation des Feldes $\begin{pmatrix} E \\ H \end{pmatrix}$ entlang einem Wellenleiter mit festem Querschnitt wird beschrieben durch eine Matrix \underline{M} gemäß

$$\begin{pmatrix} E \\ H \end{pmatrix}_{z+z_1} = \underline{M} \begin{pmatrix} E \\ H \end{pmatrix}_z .$$

Durch Transformation über die vier Teilstücke erhält man

$$\begin{pmatrix} E \\ H \end{pmatrix}_4 = \underline{M}_1 \cdot \underline{M}_2 \cdot \underline{M}_2 \cdot \underline{M}_1 \cdot \begin{pmatrix} E \\ H \end{pmatrix}_1 \quad (35)$$

mit den Übergangsmatrizen

$$\underline{M}_i = \begin{pmatrix} \cos \gamma_i l_i / 2 & -j Z_i \sin \gamma_i l_i / 2 \\ \frac{-j}{Z_i} \sin \gamma_i l_i / 2 & \cos \gamma_i l_i / 2 \end{pmatrix} \quad (36)$$

$Z_i = 60 \ln \frac{D}{d_i}$ ist der Wellenwiderstand.

Für supraleitende Oberflächen kann die Dämpfung durch Ohmsche Verluste vernachlässigt werden, so daß die Wellenzahl γ_i reell wird und den Wert $\gamma_i = c/\omega = c/2\pi f$ annimmt.

Andererseits läßt sich wegen der Symmetrie der Übergang direkt durch eine Matrix der Form (36) beschreiben:

$$\begin{pmatrix} E \\ H \end{pmatrix}_4 = \begin{pmatrix} \cos \gamma l_F & -jZ \sin \gamma l_F \\ -\frac{j}{Z} \sin \gamma l_F & \cos \gamma l_F \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ H \end{pmatrix}_1 \quad (37)$$

mit $l_F = l_1 + l_2$.

Aus (36) kann die Übergangsmatrix (37) berechnet werden. Die Dämpfung über eine Periode ergibt sich durch γ aus der Gleichung

$$\cos \gamma l_F = \cos \gamma_1 l_1 \cos \gamma_2 l_2 - \frac{1}{2} \left(\frac{Z_1}{Z_2} + \frac{Z_2}{Z_1} \right) \sin \gamma_1 l_1 \sin \gamma_2 l_2 \quad (38)$$

Da der Ausdruck auf der rechten Seite reell ist, wird γ für $\cos \gamma l_F \leq 1$ reell und für $\cos \gamma l_F \geq 1$ rein imaginär.

Bei $\cos \gamma l_F > 1$ wird die Welle gedämpft, und die Dämpfung ist um so größer, je größer $|\gamma l_F|$ bzw. $\cos \gamma l_F$ ist. Man kann leicht nachprüfen, daß das Maximum bei $\gamma_1 l_1 = \gamma_2 l_2 = \pi/4$ liegt.

Für die Auslegung des Stempels soll nicht die Dämpfung über eine Periode, sondern die Dämpfung je Längeneinheit zu einem Maximum gemacht werden.

Die Dämpfung je Längeneinheit ergibt sich zu

$$\gamma = \frac{1}{(l_1 + l_2)} \arccos \left\{ \cos \gamma_1 l_1 \cos \gamma_2 l_2 - \frac{1}{2} \left(\frac{Z_1}{Z_2} + \frac{Z_2}{Z_1} \right) \sin \gamma_1 l_1 \sin \gamma_2 l_2 \right\} \quad (39)$$

Es ist trivial, daß $|\gamma|$ mit wachsendem Z_1/Z_2 zunimmt und für festes Z_1/Z_2 bei $\gamma_1 l_1 = \gamma_2 l_2$ ein Maximum besitzt.

Die Lösung der Gleichung für das Aufsuchen des Maximalwerts von γ bezüglich l_1 kann nicht elementar gewonnen werden. Daher wurde Gleichung (39) für einen Elektronenrechner programmiert. Abb. 13 zeigt den Verlauf der Dämpfung $\alpha = 20 \cdot \ln(10) \cdot \gamma$ als Funktion von $l = l_1 + l_2 = 2l_1$ für verschiedene Widerstandsverhältnisse Z_1/Z_2 .

Die Ableitung der Dämpfung stellt eine Näherung dar, da die Feldverzerrungen am Sprung nicht berücksichtigt worden sind, sondern der Übergang durch die Einheitsmatrix dargestellt wurde. Eine genaue Beschreibung unter Berücksichtigung der Feldverzerrungen

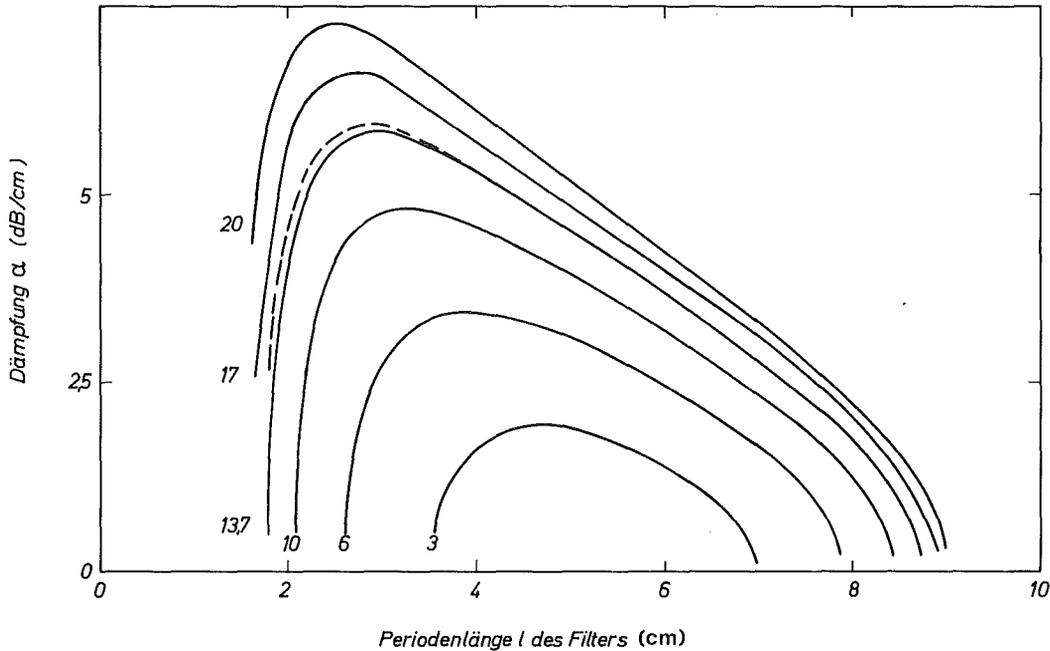


Abb. 13: Verlauf der Dämpfung des Filters je Längeneinheit als Funktion der Periodenlänge l für verschiedene Widerstandsverhältnisse Z_1/Z_2 wieder. Die gestrichelte Kurve zeigt den exakten Verlauf bei Berücksichtigung der Feldverzerrungen für ein Filter mit $d_1 = 0,95$ cm; $d_2 = 0,5$ cm und $D = 1,0$ cm ($Z_1/Z_2 = 13,7$).

ist von Wejers⁴³ abgeleitet worden. Die Abweichungen sind jedoch so gering (Abb. 13), daß auf eine Darstellung verzichtet werden soll. Mit der Anordnung nach Abb. 11 erhält man über zwei Perioden eine Dämpfung $2\alpha l_P \sim 40$ dB (s. Tab. III), so daß die Verluste durch Abstrahlung vernachlässigbar klein sind.

b) Oberflächenverluste

Bei gleichem Oberflächenwiderstand von Resonator und Stempel ist die Verschlechterung der Güte ungefähr proportional zu den Flächenverhältnissen zwischen dem eintauchenden Teil des Stempels und dem Resonator und damit vernachlässigbar klein. Es muß jedoch sichergestellt werden, daß die Temperatur an der Spitze des Stempels aufgrund der eingestrahelten Wärmeverluste nicht ansteigt und dies wieder zu einer Vergrößerung der Verluste führt, da der Oberflächenwiderstand mit zunehmender Temperatur steigt.

Die Verluste P_{St} bei einem maximal eingetauchten Stempel und Spitzenfeldstärken $H_p \approx 300$ Oe an der Oberfläche des Stempels errechnen sich gemäß

$$P_{St} = \frac{R}{2} \int_{F_{St}} H_p^2 d\sigma$$

zu $P_{St} = 25$ mW

bei einem Verbesserungsfaktor $I = 10^5$ ($R = 1,4 \cdot 10^{-7} \Omega$) und der Störfläche $F_{St} = 5$ cm². (Abb. 11)

c) Temperaturänderung durch die endliche Leitfähigkeit

Mit der Wärmeleitfähigkeit⁴⁴ $\lambda_N = 0,5$ W/cm K von ausgeglühtem Niob erhält man bei einem Durchmesser $d_2 = 0,5$ cm und einer Länge $l_{St} = 17$ cm eine Temperaturerhöhung $\Delta T = 1$ K, die weit über dem erlaubten Wert liegt.

Man kann die hohe Leitfähigkeit von suprafluidem Helium ausnützen, indem man den Stempel mit einer Bohrung mit dem Durchmesser d_H versieht, in die Helium einströmen kann. Nach Kraft⁴⁵ ist bei einem Heliumstand von ~ 20 cm oberhalb der Wärmequelle eine Temperaturerhöhung von 1,8 K auf 1,95 K erlaubt, bevor durch Blasenbildung die Superfluidität verloren geht.

Bei einem Durchmesser $d_H = 0,3$ cm beträgt die Wärmeflußdichte 200 mW/cm² bei einer Wärmestrahlung $P_{St} = 25$ mW. Nach V. Arp⁴⁶ ist die Temperaturerhöhung über den gesamten Stempel $\Delta T \ll 0,001$ K und liegt damit weit unterhalb des geforderten Wertes von einigen Hundertstel Grad. Für eine Temperaturerhöhung von 0,001 K kann die am Stempel entstehende Verlustleistung um einen Faktor 5 größer sein, d.h. Feldstärken $H_p = 600$ Oe würden etwa zu dieser Temperaturerhöhung führen.

d) Temperaturerhöhung durch den Kapitza Widerstand R_K

Ein weiterer Grund für eine Temperaturerhöhung des mit Helium gekühlten Niobstempels ist gegeben durch den endlichen Übergangswiderstand zwischen der Nioboberfläche und dem Heliumbad. Für reines, ausgeheiztes Niob ist der Kapitza Widerstand R_K gegeben durch⁴⁴

$$R_K \approx 50 \cdot T^{-4,6} \quad [\text{cm}^2 \text{K/W}]$$

und nimmt für $T = 1,8 \text{ K}$ den Wert $R_K = 4 \text{ cm}^2 \text{K/W}$ an.

Für die Verlustleistungsdichte $P_{\text{St}}/F_{\text{St}} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ W/cm}^2$ beträgt die Temperaturdifferenz zwischen dem Niobstempel und dem Helium $\Delta T \approx 0,02 \text{ K}$. Dieser Wert kann toleriert werden; außerdem nimmt mit steigender Temperatur der Kapitzwiderstand stark ab.

3. Auslegung der Stempel

Die Abb. 11 zeigt die Anordnung und Dimensionierung des Stellgliedes im Detail.

Unter Berücksichtigung des Durchmessers $D = 1,0 \text{ cm}$ für das Führungsrohr 2; 3 und der Helium-Bohrung im Stempel 1 sollte der Sprung im Durchmesser des Stempels so groß wie möglich gemacht werden. Eine technisch gut realisierbare Lösung wurde mit $d_1 = 0,95 \text{ cm}$ und $d_2 = 0,5 \text{ cm}$ gewählt, so daß für die Kühlbohrung im Stempel ein Durchmesser $d_H = 0,3 \text{ cm}$ ermöglicht wird. Mit diesen Werten ergibt sich ein Wellenwiderstandsverhältnis $Z_1/Z_2 = 13,7$. Obwohl das Maximum der Dämpfung nach Abb. 13 bei $l_1 = l_2 = 1,4 \text{ cm}$ liegt, wurde aus mechanischen Gründen die Periodenlänge auf $l_F = 3,8 \text{ cm}$ vergrößert. Damit ergibt sich eine Dämpfung über zwei Perioden $2\alpha l \sim 40 \text{ dB}$. Da das Führungsrohr aus zwei Teilen 2 und 3 besteht und eine leichte Neigung zwischen ihnen möglich ist, wurde der unterste Teil des Stempels verkleinert auf $d_{\text{St}} = 0,9 \text{ cm}$. Damit ist sichergestellt, daß ein Kontakt zwischen Führungsrohr und Stempel nicht auftreten kann.

Die Teilung des Führungsrohrs hat folgende Gründe:

Der Ansatz am Resonator muß kurz sein, da der Durchmesser der Struktur durch die heiße Zone des UHV-Ofens begrenzt ist. Außerdem muß das Führungsrohr 3 über das Teil 4 den Stempel führen, ohne daß dem Stempel in Querrichtung Bewegungsfreiheit gegeben wird. Eine derartige enge Führung ist zwischen zwei Niobteilen nicht möglich, es käme nach kurzer Zeit zum Festklemmen der Teile. Um dies zu verhindern, wurden die beiden Teile auf den Gleitflächen vernickelt, und zwar nach verschiedenen Verfahren, die zu verschiedenen Härtegraden der Nickelschicht führen.

Zur Verschiebung der Feldverteilung sollen die Stellglieder bei der Betriebstemperatur verstellt werden können. Diese Verstellvor-

richtung liegt noch nicht in allen Einzelheiten fest. Wesentlich ist jedoch, daß die Stellglieder nach der Einstellung gegen die Struktur gekontert werden und nicht mit dem Kryostat in Verbindung stehen dürfen, um Schwingungen zwischen Kryostat und Struktur nicht in Frequenzänderungen umzusetzen.

4. Testmessungen

Der in Abb. 11 dargestellte Stempel wurde an einer 8-zelligen Struktur bei $T = 1,8$ K getestet. Dabei ergab sich die in Abb. 14 gezeigte Verstimmung als Funktion der Stellung.

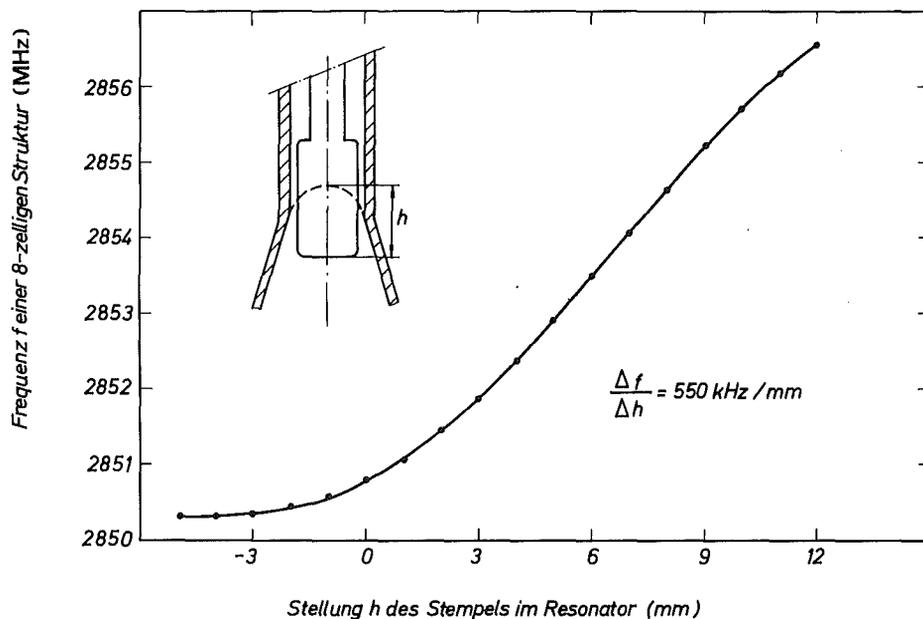


Abb. 14: Verstimmung einer 8-zelligen Struktur.

Der nach Gleichung (34) geforderte geradlinige Verlauf ist sehr gut erfüllt und zeigt, daß sich das Magnetfeld über den Verstellbereich nur wenig ändert. Man erkennt bei $h \sim 12$ mm die durch das elektrische Feld hervorgerufene Abnahme der Frequenzänderung. Für die 8-zellige Struktur ergibt sich eine Empfindlichkeit

$$\frac{\Delta f}{\Delta h} = 550 \text{ kHz/mm für } N = 8,$$

der mit dem theoretischen Wert $\Delta f/\Delta h = 560$ kHz/mm erstaunlich gut übereinstimmt.

Für einen Deflektor aus $N = 104$ Zellen beträgt demnach die Empfindlichkeit

$$\frac{\Delta f}{\Delta h} = 40 \text{ kHz/mm für } N = 104,$$

so daß mit einem Hub $h = 12 \text{ mm}$ eine Verstimmung $\Delta f = \pm 250 \text{ kHz}$ erreicht werden kann. Leider konnte dieses Stellglied bisher nur an Strukturen mit mäßigen Güten und Feldstärken getestet werden. Die größten Feldstärken $H_p \sim 200 \text{ G}$ und Güten $Q_o = 10^8$ wurden durch die Stellung des Stempels nicht beeinflusst, und die Messungen an einem dünneren Stempel, der im nächsten Kapitel beschrieben wird, zeigen, daß dieser Stempel auch bei höheren Güten und Feldstärken diese Werte nicht verschlechtert.

In Tabelle III sind die Parameter des Stellgliedes zusammengefaßt:

Tabelle III: Parameter des Stellgliedes für einen Deflektor mit 104 Zellen.

Durchmesser D des Außenrohres	1,0 cm
gr. Durchmesser d_1 des Stempels	0,95 cm
kl. Durchmesser d_2 des Stempels	0,5 cm
Durchmesser des Störzylinders d_{St}	0,9 cm
Durchmesser d_H der Kühlbohrung	0,3 cm
Länge l_{St} des Stempels	17 cm
Dämpfung $2\alpha \cdot l_F$	40 dB
Periodenlänge des Filters	3,8 cm
Verstellhub $h \pm \Delta h$	(6±6) mm
Frequenzhub	±250 kHz

VI. FREQUENZREGELUNG

1. Regelgrößen

Im vorigen Kapitel wurde beschrieben, wie die Feldverteilung auf die Ablenkung der Teilchen wirkt, wie die Feldverteilung beeinflußt werden und die beiden Deflektoren aufeinander abgestimmt werden können. In diesem Abschnitt soll untersucht werden, von welchen Größen die Deflektion abhängig ist und auf welche Weise diese Größen geregelt werden können.

Die Wirkungsweise eines Separators mit zwei Deflektoren ist in Abb. 15 dargestellt.

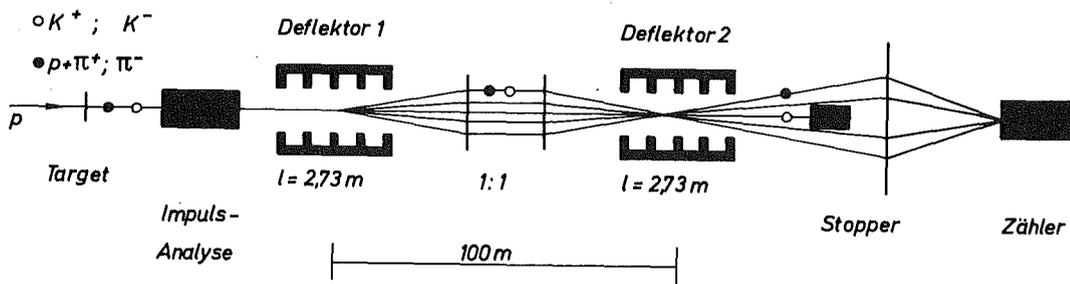


Abb. 15: HF-Separator

Die Deflektion D_u der ungewünschten Teilchen setzt sich linear zusammen aus den Deflektionen in den beiden Strukturen:

$$D_u = - A_1 \sin \omega t + A_2 \sin(\omega t + \psi + \omega t_u) \quad (40)$$

mit

- | | |
|------------------------|---|
| $A_1 = A + \Delta A_1$ | Amplitude im 1. Deflektor |
| $A_2 = A + \Delta A_2$ | Amplitude im 2. Deflektor |
| $A = eE_0 l / pc$ | Amplitude des Sollfeldes |
| ωt | Phase des Teilchens bezüglich des HF-Feldes |
| ψ | Phase des HF-Feldes im zweiten Deflektor relativ zu der im ersten Deflektor |
| t_u | Laufzeit der ungewünschten Teilchen. |

Die Deflektion der ungewünschten Teilchen soll identisch verschwinden, wodurch $A_1 = A_2$ und $\psi + \omega t_u = 2s\pi$ (s ganzzahlig) erfordert wird.

Durch kleine Abweichungen in der Amplitude und Phase ($\Delta A_1 \neq 0$, $\Delta A_2 \neq 0$, $\psi + \omega t_u = \Delta\psi$) erhält man eine endliche Deflektion, die sich in linearer Näherung ergibt zu

$$D_u = A \left\{ \frac{\Delta A_2 - \Delta A_1}{A} \sin \omega t + \Delta\psi \cos \omega t \right\} = D_u^0 \sin(\omega t + \rho) \quad (41)$$

mit

$$D_u^0 = A \sqrt{\frac{1}{A^2} (\Delta A_2 - \Delta A_1)^2 + \Delta\psi^2}$$

$$\text{und } \tan \rho = \frac{A \cdot \Delta\psi}{\Delta A_2 - \Delta A_1} .$$

Die Deflektion der gewünschten Teilchen erhält man nach (40), wenn t_u durch die Laufzeit t_w der gewünschten Teilchen ersetzt wird. Für sie können die Fehler vernachlässigt werden, weil sie nur zu geringen Schwankungen in der Ablenkamplitude führen:

$$\begin{aligned} D_w &= A \sin \frac{\psi + \omega t_w}{2} \cos \left(\omega t + \frac{\psi + \omega t_w}{2} \right) \\ &= A \sin \frac{\omega(t_w - t_u)}{2} \cos \omega(t + t_w - t_u) \end{aligned} \quad (42)$$

Die Abweichung $\Delta\psi$ in (41) wird sowohl durch Fehler in der Phase des HF-Feldes als auch durch Unterschiede in der Laufzeit t_u , z.B. durch die Unschärfe im Energiespektrum oder durch Wegunterschiede, hervorgerufen. Der Fehler Δt_u müßte im Strahlführungssystem korrigiert werden, und soll jetzt nicht berücksichtigt werden. Wir nehmen an, daß der Fehler $\Delta\psi$ nur durch Phasenverschiebungen im zweiten Deflektor verursacht wird.

Ein strenger Wert für die erlaubten Abweichungen in der Amplitude und Phase kann nicht angegeben werden. Sie hängen von den jeweiligen Versuchsbedingungen ab. Für die Separation eines Teilchens ist die Forderung vernünftig, daß die Amplitude D_u^0 kleiner sein soll als 5% der Amplitude D_w^0 .

$$\frac{D_u^0}{D_w^0} = \frac{D_u^0}{A \sin\left(\frac{\omega t_w + \psi}{2}\right)} \lesssim 0,05 .$$

Da eine gute Trennung nur für $\sin\left(\frac{\omega t_w + \psi}{2}\right) \geq \frac{1}{2}$ möglich ist,⁴⁷ ist

die oben aufgestellte Forderung gleichbedeutend mit

$$D_u^0 < 0,025 \text{ A} . \quad (43)$$

Bei einem Phasenfehler

$$|\Delta\psi| < 2^\circ \hat{=} 0,011 \quad (44)$$

und einem relativen Amplitudenfehler

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{|\Delta A_1 - \Delta A_2|}{A} < 0,02 \quad (45)$$

ist die Forderung (43) erfüllt. Amplitude und Phase im zweiten Deflektor müssen also relativ zu den Werten im ersten Deflektor innerhalb dieser Toleranzen eingehalten werden.

Die einfachste und eleganteste Methode, die Amplitude und Phase im Resonator zu stabilisieren, liegt darin, die Amplitude und Phase der zum Resonator laufenden Welle mit elektronischen Stellgliedern zu regeln, wobei die zu stabilisierenden Größen mittels einer Sonde gemessen werden und mit den Sollwerten verglichen werden (Abb. 16).

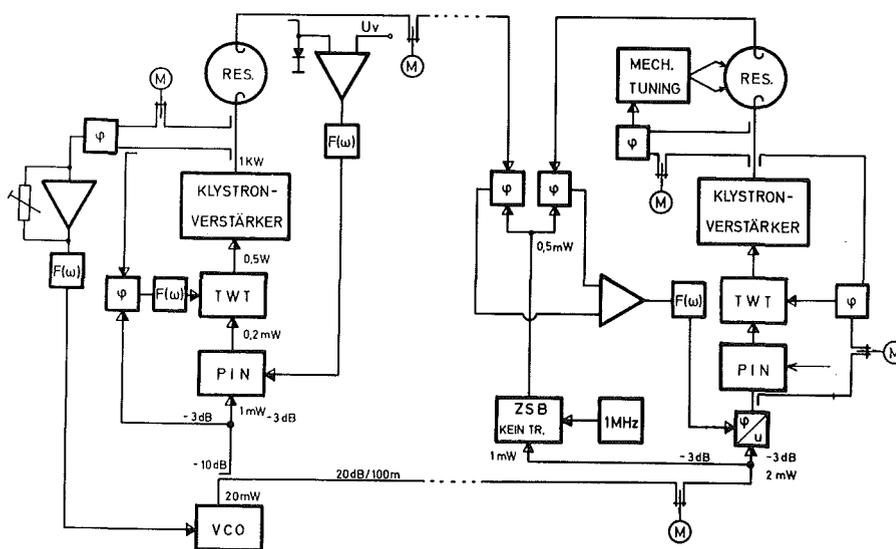


Abb. 16: HF-System für einen supraleitenden Separator

2. Notwendigkeit für eine Frequenzregelung

Obwohl mit der Stabilisierung des HF-Feldes im Resonator durch Variation der zum Resonator laufenden Welle die Forderungen an die Separation erfüllt werden können, muß aus ökonomischen Gründen auch eine Forderung für die Eigenfrequenz der Deflektoren aufgestellt werden.

Für einen Resonator, der mit einer Einkopplung mit dem Kopplungsfaktor β_E und einer Auskopplung β_A versehen ist, ist das Verhältnis Verlustleistung zu Generatorleistung

$$\frac{P_R}{P_g} = \frac{4\beta_E}{(1+\beta_E+\beta_A)^2} \cdot \frac{1}{1+\delta^2} \quad (44)$$

abhängig von der Verstimmung

$$\delta = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} Q_L = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} Q_L = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \cdot \frac{Q_0}{1+\beta_E+\beta_A} \quad (45)$$

Nach (4) muß P_R konstant gehalten werden, da die ablenkende Feldstärke E_0 konstant sein soll. Durch Variation von P_g kann eine Änderung in der Verstimmung δ korrigiert werden. Da die maximal vom Generator zu liefernde Leistung P_g^{\max} endlich ist, muß die mögliche Verstimmung δ jedoch durch eine Frequenzregelung begrenzt werden. Es ist also nicht notwendig, die Eigenfrequenz auf die Generatorfrequenz oder umgekehrt einzustellen, sondern es muß dafür gesorgt werden, daß die Abweichungen innerhalb eines Bereichs liegen, in dem die Amplitudenregelung arbeitet. Größere Abweichungen müssen durch ein Frequenzregelsystem korrigiert werden. Es erhebt sich also die Frage, in welcher Größenordnung die Frequenzänderungen auftreten und mit welcher Zeitkonstanten sich Änderungen bemerkbar machen.

3. Frequenzschwankungen

a) Einfluß der Feldamplitude

Der Strahlungsdruck, der linear mit der gespeicherten Energie ansteigt, verursacht eine Deformation der Struktur und damit eine Änderung in der Eigenfrequenz. An einem 8-zelligen Modell - das bis auf die Länge die gleiche Geometrie aufweist wie der Deflektor - wurde eine Frequenzänderung

$$\Delta f = c_1 H_p^2 \quad c_1 = 0,002 \frac{\text{Hz}}{\text{Oe}^2}$$

gemessen. Bei einer Amplitudenkonstanz $\Delta H_p / H_p = \pm 0,01$ und einem Absolutwert $H_p = 300 \text{ Oe}$ beträgt die Frequenzänderung

$$\frac{\Delta f}{f} = \pm 10^{-9} .$$

Eine Schwankung der Amplitude bringt eine Änderung der Eindringtiefe mit sich. Die daraus resultierende Frequenzänderung ist vernachlässigbar klein.

b) Elektronenströme im Resonator

Sowohl durch Feldemission¹⁵ als auch durch Sekundäremission^{48,49} werden Elektronenströme erzeugt, die eine Änderung der Eigenfrequenz als auch eine Verschlechterung der Güte verursachen. Für die Deflektoren mit den geforderten Feldstärken sind beide Effekte vernachlässigbar.

Für $H_p \approx 300 \text{ Oe}$ konnte bisher Feldemission noch nicht beobachtet werden, während die Multipactorschwellen bei diesen Feldstärken nicht mehr auftreten.⁵⁷

c) Druckschwankungen im He-Bad

Diese bewirken eine Änderung der Geometrie und damit der Eigenfrequenz. Experimentell wurde an einem der Deflektorstruktur ähnlichem Modell eine Empfindlichkeit

$$\frac{\Delta f}{\Delta p} = 120 \frac{\text{Hz}}{\text{Torr}}$$

gemessen.

Bei einer Druckstabilität im Heliumbad $\Delta p = \pm 0,1 \text{ Torr}$, die ohne großen Aufwand erreicht werden kann, ergibt sich daraus eine Frequenzschwankung

$$\frac{\Delta f}{f} = \pm 4 \cdot 10^{-9} .$$

d) Temperaturschwankungen

Bei der Arbeitstemperatur $T = 1,8 \text{ K}$ entsprechend dem Druck $p = 12,5 \text{ Torr}$ resultiert aus den Druckschwankungen $\Delta p = \pm 0,1 \text{ Torr}$

eine Temperaturschwankung $\Delta T = \pm 0,02$ K.

Für diese Temperaturunterschiede ist der Einfluß der Geometrie-, der Eindringtiefe- und der Impedanzänderung auf die Frequenz kleiner als die Meßgenauigkeit.

Die bei weitem größte Frequenzänderung wird also durch die Druckschwankungen in den Kryostaten hervorgerufen. Der Einfluß der Druckschwankungen kann reduziert werden, indem man das HF-System so anordnet, daß nur der Druckunterschied zwischen den Kryostaten für das Frequenzverhalten maßgebend wird. Dazu wird einer der Deflektoren als frequenzbestimmendes Element vorgesehen, Generator und Eigenfrequenz des zweiten Deflektors darauf stabilisiert (Abb. 16).

4. Zeitkonstanten

Das zeitliche Verhalten eines Resonators (bzw. eines schwingungsfähigen Gebildes) läßt sich durch die Differentialgleichung

$$\ddot{u} + \frac{1}{2\tau_L}\dot{u} + \omega_0^2 u = j \cdot \omega U \cdot e^{j\omega t}$$

beschreiben. u bedeutet die komplexe Amplitude im Resonator; \dot{u} , \ddot{u} die erste bzw. zweite zeitliche Ableitung der Amplitude; U ist die an der Einkopplung zum Resonator anliegende Spannung. Das Verhalten des Resonators bei Änderung einer der charakteristischen Größen U , ω_0 wird durch die Lösung der Differentialgleichung vor und nach dem Sprung gewonnen und man erhält die Amplitude

$$\begin{aligned} u &= u_i e^{j\omega_0 t} e^{-\frac{\omega_0}{2Q_L} t} + u_f (e^{j\omega t} - e^{j\omega_0 t} e^{-\frac{\omega_0}{2Q_L} t}) \\ &= e^{j\omega t} \left\{ u_i e^{j\Delta\omega t} e^{-\frac{\omega_0}{2Q_L} t} + u_f (1 - e^{j\Delta\omega t} e^{-\frac{\omega_0}{2Q_L} t}) \right\} \end{aligned} \quad (46)$$

u_i bezeichnet den Zustand vor dem Sprung, u_f den stationären Zustand nach dem Sprung, $\Delta\omega = \omega_0 - \omega$ ist die Abweichung zwischen Generator und Eigenfrequenz.

Man sieht, daß der alte Zustand mit der Eigenfrequenz ω_0 oszilliert und mit der Zeitkonstanten $\tau_L = Q_L/\omega_0$ abklingt und sich mit der gleichen Periode und Zeitkonstanten ein neuer Zustand aufbaut.

Man kann nun Gleichung (46) für einige Beispiele (Phasensprung,

Amplitudensprung usw.) auswerten, für uns genügt es jedoch, das wesentliche Verhalten des Resonators bei Sprüngen herauszufinden.

In (46) sind zwei Zeitkonstanten $\tau_s = 2\pi/\Delta\omega$ und $\tau_L = Q_L/\omega_0$ enthalten; die mit der Schwebungsfrequenz $\Delta\omega$ oszillierende Amplitude und Phase klingt mit der Zeitkonstanten $\tau_L = Q_L/\omega_0$ ab.

Ist die Schwingungsperiode groß im Vergleich zur Abklingzeit, so wird das Verhalten durch die Abklingzeit bestimmt (aperiodischer Grenzfall einer gedämpften Schwingung). Anderenfalls wird die Änderung in der Amplitude und in der Phase durch τ_s bestimmt.

5. Regelbereich und Stellglieder

Die Stellglieder zur Vorabstimmung der Resonatoren weisen eine Empfindlichkeit

$$\frac{\Delta f}{\Delta h} = \frac{40 \text{ kHz}}{\text{mm}} \quad \text{für } N = 104$$

auf. Nehmen wir an, daß eine Einstellgenauigkeit der Stellglieder auf $\Delta h = \pm 50 \mu\text{m}$ erfolgreich durchgeführt werden kann, so verbleibt eine mögliche Frequenzabweichung $\Delta f_0 = \pm 2 \text{ kHz}$.

Bei belasteten Güten $Q_L = 5 \cdot 10^8$ ($Q_0 = 10^9$, $\beta_E = 1$) beträgt der Regelbereich mehr als 10^2 Bandbreiten.

Ein elektronisches Stellglied zur Frequenzregelung wäre die eleganteste Lösung. Zwei Möglichkeiten wurden untersucht; die Regelung über einen injizierten Elektronenstrahl^{50,51} sowie über die Ankopplung eines Kurzschlußschiebers.^{51,52}

Die Nachteile der Regelung über einen Elektronenstrahl liegen in der starken Abhängigkeit der Frequenzverstimmung von der Amplitude und in der recht schwierigen mechanischen Konzeption.

Für den Kurzschlußschieber beträgt der Stellbereich, in dem ohne Verschlechterung der Güte die Frequenz variiert werden kann, nur einige Bandbreiten und ist damit nicht ausreichend. Arndt et al.^{53,54} haben die Verstimmung durch einen Ge-Halbleiter untersucht, dessen Dielektrizitätskonstante mittels eines Lichtstrahls geändert wird. Das Anbringen des Ge-Kristalls bringt aber eine wesentliche Verschlechterung der Güte, wodurch diese Methode auf $Q_0 \leq 10^7$ beschränkt bleibt.

Eine Regelung scheint nur mit einem supraleitenden Stempel,⁴¹ oder durch eine supraleitende Membrane,⁵⁵ die als Teil der Wand ausgebildet ist, möglich. Als Antrieb des Stempels oder der Membrane wurden Superlecks,⁵⁵ Piezo-Kristalle⁴¹ und Magnete⁵⁶ vorgeschlagen, mit denen eine relativ (im Vergleich zur Abklingzeit) schnelle und genaue Einstellung möglich ist.

Eine genaue Untersuchung zeigt jedoch, daß die Genauigkeit und Schnelligkeit, die durch einen Motor bei Raumtemperatur und einer einfachen mechanischen Übertragung möglich ist, zur Regelung ausreicht, wenn man die Bandbreite der Resonatoren durch eine starke Ankopplung vergrößert.

6. Einstellgenauigkeit

Der Verluste wegen, die durch das Heliumbad weggekühlt werden, muß die unbelastete Güte $Q_0 \approx 10^9$ betragen. Ohne diese Verluste zu beeinflussen, kann man die Bandbreite vergrößern durch eine stärkere Einkopplung. Allerdings muß man diese Verbreiterung mit Generatorleistung bezahlen, die in einer externen Last absorbiert wird.

Verstärker mit Ausgangsleistungen bis zu einigen Tausend Watt sind als Standardausführungen zu kaufen. Für jeden Deflektor wird ein Verstärker mit einer Leistung $P_g^{\max} = 1 \text{ kW}$ zur Verfügung stehen.

Für die Amplitudenregelung muß eine gewisse Reserve an Generatorleistung verfügbar bleiben; und es erscheint sinnvoll, mindestens die Hälfte der Maximalleistung dafür zu reservieren. Damit können nach (44) Frequenzänderungen $\Delta\omega = \pm\omega_0/2Q_L$ über die Amplitude und Phase ausgeglet werden.

Bei einer starken Einkopplung ($\beta_E \gg 1$; $\beta_E \gg \beta_A$) kann die Ablenkfeldstärke E_0 näherungsweise durch die Generatorleistung ausgedrückt werden durch den Zusammenhang

$$E_0 = \sqrt{\frac{R_t}{Q} \cdot \frac{1}{2} \cdot P_g \cdot Q_L} .$$

Durch Senken der belasteten Güte auf $Q_L \sim 5 \cdot 10^6$ kann mit $P_g = 500 \text{ Watt}$ ein Feld $E_0 = 2 \text{ MV/m}$ angeregt werden, unabhängig von Q_0 . Damit wird die Bandbreite vergrößert auf

$$B = 550 \text{ Hz} .$$

Der Koppelkoeffizient β_E ergibt sich aus der unbelasteten Güte und dem Sollwert für die belastete Güte zu

$$\beta_E = \frac{Q_0}{Q_L} - 1 \approx \frac{Q_0}{Q_L} .$$

Eine Einstellgenauigkeit auf die Frequenz mit einer Genauigkeit $\Delta f = \pm 250$ Hz ist auch mit einem mechanischen Stellglied einfach durchzuführen.

Mit der Erhöhung der Bandbreite ist eine Verringerung der Abklingzeit τ_L verbunden. Mit $B = 550$ Hz beträgt sie $250 \mu\text{sec}$. Änderungen irgendwelcher charakteristischen Größen machen sich mit dieser Zeitkonstanten bemerkbar.

Die oben aufgeführten Frequenzschwankungen sind verglichen mit dieser Bandbreite sehr klein. Sie können daher durch das Amplituden- und Phasenregelsystem ausgeglichen werden. Die Frequenzstellglieder dienen der genauen Einstellung der Eigenfrequenz (innerhalb der Bandbreite) und der Nachregelung langsamer Driften der Resonatorfrequenzen.

7. Stellglied

Die vorigen Kapitel haben gezeigt, daß ein mechanisches Stellglied zur Regelung der Frequenz ausreichend ist. Die Einstellgenauigkeit sollte 250 Hz bei einem Regelbereich $\gtrsim 4$ kHz betragen.

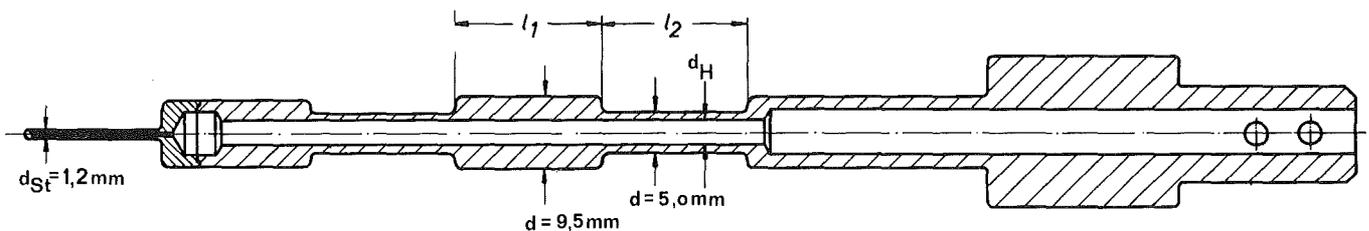


Abb. 17: Stempel zur Frequenzregelung

Der Aufbau für das Stellglied zur Regelung kann der gleiche sein wie zur Vorabstimmung (Abb. 11), lediglich das Störvolumen am Stempel muß verkleinert werden (Abb. 17). Die Spitze des Stempels erhält einen Durchmesser $d_{St} = 1,2$ mm, die zur Kühlung mit

Helium II mit einer Bohrung $d_H = 0,6$ mm versehen wird. Diese Bohrung stellt für Helium noch kein kapillares Röhrchen dar, so daß eine gute Kühlung gewährleistet wird.

8. Testmessungen

Von der Messung des Stellgliedes zur Vorabstimmung (Abb. 14) leitet man für ein kleineres Störvolumen mit $d_{St} = 1,2$ mm eine Empfindlichkeit $\Delta f/\Delta h = 6,2$ kHz/mm für eine 8-zellige Struktur ab. Dieser Wert wurde durch eine Messung überprüft. Er stimmt sehr gut mit dem gemessenen Wert $\Delta f/\Delta h = 6,3$ kHz/mm (Abb. 18) überein.

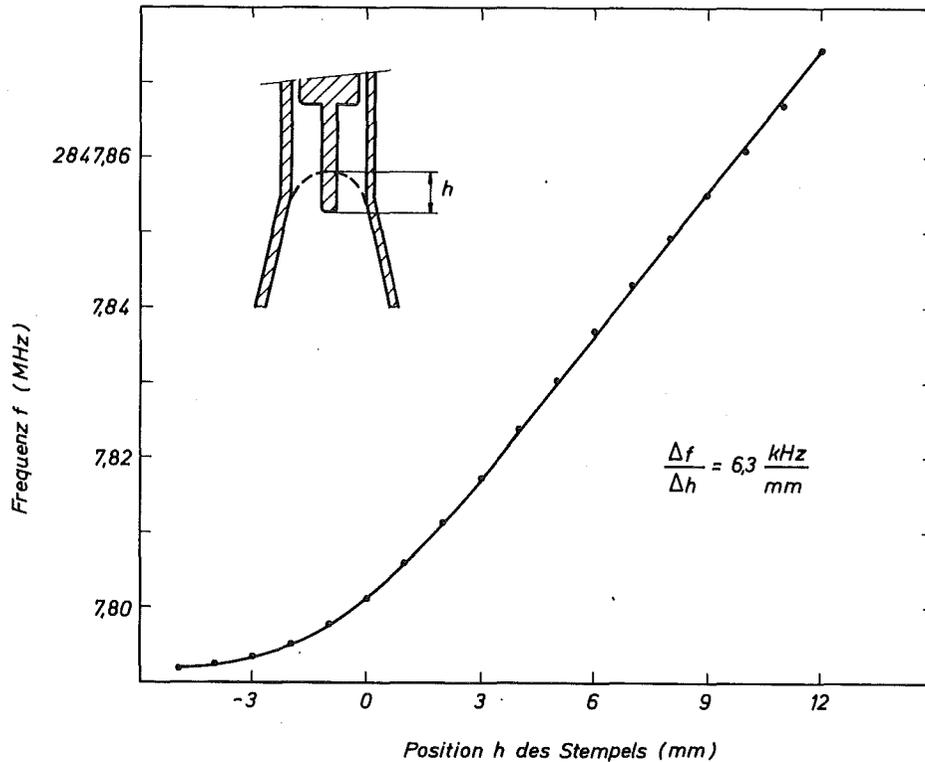


Abb. 18: Verstimmung einer 8-zelligen Struktur durch einen Stempel mit dem Durchmesser $d_{St} = 1,2$ mm.

Für einen Deflektor mit $N = 104$ Zellen beträgt die Empfindlichkeit

$$\frac{\Delta f}{\Delta h} \approx 500 \frac{\text{Hz}}{\text{mm}} \quad \text{für } N = 104 .$$

Die Stellung des Stempels kann sicher auf $\pm 50 \mu\text{m}$ genau eingestellt werden, so daß eine Frequenzabweichung

$$\Delta f = \pm 25 \text{ Hz}$$

resultiert.

Bei einem Hub $\Delta h = \pm 6 \text{ mm}$ ergibt sich ein Regelbereich $\Delta f = \pm 3 \text{ kHz}$. Wegen der kleinen Radien an der Spitze des Stempels besteht die Gefahr, daß durch Feldüberhöhungen die Supraleitfähigkeit verloren geht und der Stempel die Güte beeinflusst.

Die Messung ergab, daß bei Spitzenfeldstärken $H_p = 275 \text{ G}$ keine Abhängigkeit der Güte von der Stellung des Stempels beobachtet werden konnte (Abb. 19). Oberhalb dieser Feldstärken gab es magnetischen Zusammenbruch.

Da die Zusammenbruchfeldstärke nicht durch den Stempel beeinflusst werden konnte, muß gefolgert werden, daß der Zusammenbruch weder am Stempel erfolgte noch durch ihn induziert wurde.

Die maximale Belastung des Stempels konnte nicht ermittelt werden, sie liegt jedoch bei Feldstärken $H_p > 275 \text{ Oe}$.

Der Stempel wurde nach der Fertigung in einer Ätzlösung (30% HNO_3 , 20% HF und 50% H_2SO_4) kurz gereinigt und anschließend in einem UHV-Ofen bei $T = 1850^\circ\text{C}$ ausgeheizt.

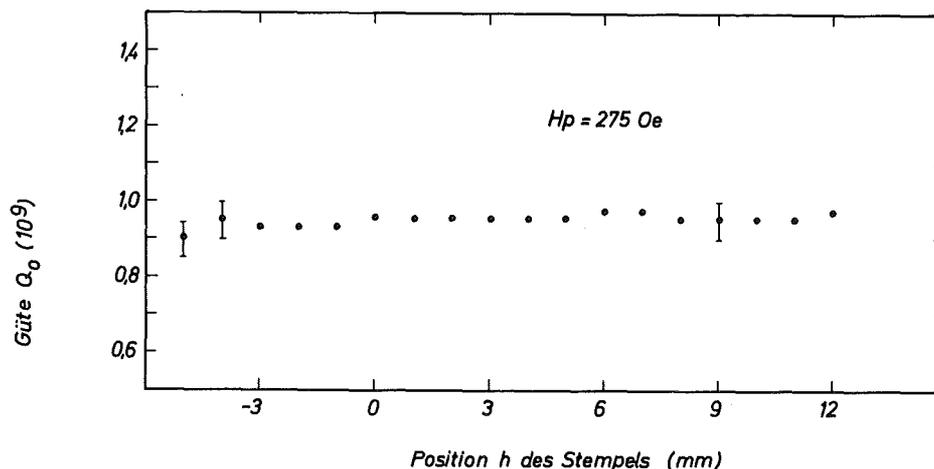


Abb. 19: Abhängigkeit der Güte von der Position des Stempels für $H_p = 275 \text{ Oe}$.

9. Verstellvorrichtung

Die Verstellung des Stempels geschieht über einen Motor außerhalb des Kryostaten. Um die Wärmeverluste klein zu halten, soll die Kraftübertragung über einen Draht mit einem Durchmesser $d = 1 \text{ mm}$ vollzogen werden, der jedoch den Stempel nur in einer Richtung bewegen kann. Der Überdruck im He-Tank und ein zusätzliches Bleigewicht sorgen dafür, daß sich der Stempel auch in die Struktur hineinschiebt (Abb. 11). Bei den oben beschriebenen Messungen ist diese Vorrichtung erfolgreich getestet worden.

Als Antrieb ist ein Schrittmotor vorgesehen, dessen Drehbewegung über eine Gewindestange in eine Vertikalbewegung umgesetzt wird. Der Schrittmotor wird durch einen Impuls von einer Phasenmeßbrücke angesteuert, sobald die Phasenabweichung und damit die Frequenzabweichung einen vorgegebenen Wert überschreitet. Der Steuerimpuls liegt so lange an, bis die Phasenabweichung kompensiert ist.

VII. ZUSAMMENFASSUNG

Durch die Möglichkeit, die Feldverteilung auch in multiperiodischen Strukturen zu berechnen, kann die multiperiodische Struktur theoretisch optimiert werden, so daß für ihren Einsatz als Deflektorstrukturen keine aufwendigen experimentellen Arbeiten notwendig sind. Es wäre wünschenswert, das Verhältnis H_p/E_0 ebenfalls theoretisch bestimmen zu können, und diese Möglichkeit soll in Kürze untersucht werden.

Es ist gezeigt worden, daß die Gruppengeschwindigkeit für die multiperiodische Struktur im Deflektormode genügend groß ist, um unanfällig gegen Störungen in der Geometrie zu sein.

Für eine uniformperiodische Struktur im $\pi/2$ -mode sind Stellglieder in Form von supraleitenden Stempeln, die in den Resonator eingetaucht werden und die bis zu Feldstärken $H_p \approx 275$ Oe keine Verschlechterung der Güte verursachen. Ein Test bei höheren Feldstärken und damit eine Überprüfung der Belastungsfähigkeit der Stempel konnte nicht durchgeführt werden.

Der große Stellbereich $\Delta f = \pm 200$ kHz je Deflektor und die genaue Einstellmöglichkeit $\Delta f_0 = \pm 200$ Hz wird erreicht durch Trennung der Funktionen: ein großes Störvolumen sorgt für einen ausreichenden Stellbereich, ein kleines Störvolumen für eine genügend genaue Einstellung und für eine Frequenzregelung. Beide Stempel sind erfolgreich in einer 8-zelligen Struktur getestet worden.

Die Regelung über ein mechanisches Stellglied kann natürlich keine schnellen Änderungen ausregeln. Durch Erweiterung der Bandbreite wird erreicht, daß Schwankungen in der Eigenfrequenz klein sind im Vergleich zur Bandbreite und daher über die Amplituden- und Phasenregelung eliminiert werden können.

Bezeichnung der Symbole

		Seite
a	Radius der Irisöffnung	17
A	Sollfeld in den Deflektoren	53
A_1/A_2	Amplitude im 1. bzw. 2. Deflektor	53
(A_B)	Lösungsvektor im Innenraum	25
A_n	Entwicklungskoeffizient im Innengebiet	19
b	Außenradius einer Zelle	44
B	Bandbreite: $B = f/Q_L$	34
b^i	Außenradius der i-ten Zelle	17
B_n	Entwicklungskoeffizient im Innengebiet	19
c	Lichtgeschwindigkeit	
c_1	Proportionalitätskonstante	
$(C_D)^{ij}$	Lösungsvektor im Außenraum für die i-te Zelle und die j-te Strukturperiode	25
C_m^{ij}	Entwicklungskoeffizient im Außengebiet	21
C_{nm}^{ij}	Elemente der Matrix für die Integrale über die cos-Funktionen	26
d	Zellenlänge	44
D	Durchmesser des Außenleiters des Filters	46
d_1/d_2	Durchmesser des Innenleiters des Filters	46
d_H	Durchmesser der Bohrung im Stempel	49
d^i	Abstand der Irisscheiben in der i-ten Zelle	17
dO	Oberflächenelement	49
D_u	Deflektion der ungewünschten Teilchen	53
D_u^o	Amplitude von D_u	54
D_w	Deflektion der gewünschten Teilchen	54
D_w^o	Amplitude von D_w	54
D_m^{ij}	Entwicklungskoeffizient im Außengebiet	21
\underline{E}	Einheitsmatrix	26
E_o	äquivalente ablenkende Feldstärke	4
E_1	Integrationskonstante	18
E_p	elektrische Spitzenfeldstärke auf der Oberfläche	5
\vec{E}	elektrisches Vektorfeld im Innengebiet	19
$\vec{E}_{An}/\vec{E}_{Bn}$	Teillösungen des Vektorfeldes \vec{E}	19
$\vec{E}_{An}/\vec{E}_{Bn}$	Radialabhängigkeit von \vec{E}_{An} bzw. \vec{E}_{Bn}	
$E_{Arn}/E_{A\theta n}/E_{Azn}$	Komponenten von \vec{E}_{An}	20
$E_{Brn}/E_{B\theta n}/E_{Bzn}$	Komponenten von \vec{E}_{Bn}	20
$e_{A\theta n}/e_{Azn}$	Funktionswert von E_{Azn} bzw. $E_{A\theta n}$ für $r = a$	19
$e_{B\theta n}/e_{Bzn}$	Funktionswert von E_{Bzn} bzw. $E_{B\theta n}$ für $r = a$	19
\vec{E}^{ij}	elektrisches Vektorfeld im Außengebiet	21
\vec{E}^{ij}	wie E..., jedoch für das Außengebiet definiert	

E_z	z-Komponente des elektrischen Vektorfeldes	8
E_z^S/E_z^A	symmetrische bzw. antisymmetrische Lösung von E_z für $k_{z0} = s\pi$	11
$(\frac{E}{H})_m$	$m=1,2,3,4$; Feldvektor zur Beschreibung der tangentialen Feldkomponente des Filters	46
f	Generatorfrequenz	
f_0	Eigenfrequenz des Resonators	
F_{St}	Oberfläche des Störkörpers	49
f_{St}	Übertragungsfrequenz des Regelkreises	3
F_t	transversale Kraft	9
G	Geometriefaktor	5
h	Eintauchtiefe des Störkörpers	
H_1	Integrationskonstante	18
H_c	kritisches Magnetfeld eines Supraleiters	5
H_p	magnetische Spitzenfeldstärke an der Oberfläche	5
$H...$	wie $E...$, jedoch für magnetische Feldkomponenten	
$h...$	wie $e...$,	
$h_{\pm,i}$	von j unabhängiger Teil der Übergangsmatrix	27
$h_{n'm'}^{ij}$	von j abhängiger Teil der Übergangsmatrizen $(T_{n'm'})^{ij}$ bzw. $(U_{n'm'})^{ij}$	27
$h_{n'n''}^{\pm,i}$	Elemente spezieller Matrizen	27
i	Index: Bezeichnung der Zellen	
i	$\sqrt{-1} : e^{-i\theta}$	17
i_n	norm. Amplitude der Felder in der n -ten Zelle	35
j	Index: Bezeichnung der Strukturperioden	17
j	$\sqrt{-1} : e^{j\omega t}$	
$J_1(k_r r)$	Besselfunktion 1. Ordnung	19
$J_1'(k_r r)$	Ableitung von $J_1(k_r r)$ nach $k_r r$	19
k	Wellenzahl im freien Raum: $k = \omega/c$	17
k_1	Formfaktor von Störkörpern	44
k_z/k_r	beliebige z- bzw. r-Komponente des Wellenvektors	18
k_{zn}/k_{rn}	z- bzw. r-Komponente des Wellenvektors	8
k_{zm}^i/k_{rm}^i	z- bzw. r-Komponente des Wellenvektors im Außengebiet der i -ten Zelle	21
l	Länge eines Deflektors	4
l_F	Länge der Filterperiode	47
L/L'	Strukturperiode	10
l_1/l_2	Länge der Teilstücke des Filters	46
l_{St}	Länge des Stempels	49
\underline{M}	Übergangsmatrix für eine Periode des Filters	46
$\underline{M}_1/\underline{M}_2$	Übergangsmatrizen für Teilstücke des Filters	46

N	Anzahl der Zellen pro Deflektor	34
N_p	Anzahl der Strukturperioden über Λ	21
N_z	Anzahl der Zellen pro Periode	21
N_λ	Anzahl der Feldperioden über Λ	24
$N_1(k_r r)$	Neumannfunktion 1.Ordnung	21
$N'_1(k_r r)$	Ableitung von $N_1(k_r r)$ nach $k_r r$	21
p	Impuls der Sekundärteilchen	34
P_{ab}	durch Koppellemente abgestrahlte Leistung	5
P_g	angebotene Resonatorleistung	56
P_g^{\max}	maximal anzubietende Resonatorleistung	56
P_R	Oberflächenverluste im Resonator	4
P_{St}	Oberflächenverluste am Störkörper	49
Q_0	unbelastete Güte	4
Q_L	belastete Güte	5
r	radiale Komponente des Ortsvektors	
R_K	Kapitza Widerstand	49
r_S	Oberflächenwiderstand	5
r_{St}	Radius des Störkörpers	44
R_t	transversale Shuntimpedanz	4
S_{nm}^{ij}	Elemente der Matrix für die Integrale über die sin-Funktion	26
t	Scheibendicke	17
t	Variable für die Zeit	
T	Temperatur	
t_u	Laufzeit der ungewünschten Teilchen	54
t_w	Laufzeit der gewünschten Teilchen	53
\underline{T}^{ij}	Übergangsmatrix	25
$t_{n',m'}^{ij}$	j nicht enthaltender Anteil von $T_{n',m'}^{ij}$	26
$T_{n',m'}^{ij}$	Elemente von \underline{T}^{ij}	25
\underline{U}^{ij}	Übergangsmatrix	26
$u_{n',m'}^{ij}$	j nicht enthaltender Anteil von $U_{n',m'}^{ij}$	26
$U_{n',m'}^{ij}$	Elemente von \underline{U}^{ij}	26
U	komplexe Generatoramplitude	58
u	komplexe Resonatoramplitude	58
\dot{u}/\ddot{u}	1. bzw. 2.zeitliche Ableitung von \dot{u}	58
u_i	komplexe Resonatoramplitude vor einer sprunghaften Änderung	58
u_f	komplexe Resonatoramplitude für $t \rightarrow \infty$, nach einer sprunghaften Änderung	58
v_T	Teilchengeschwindigkeit	13
v_g	Gruppengeschwindigkeit: $v_g = \partial\omega/\partial k$	14
v_ϕ	Phasengeschwindigkeit: $v_\phi = \omega/k$	12

V_{St}	Störvolumen	44
W	gespeicherte Energie	4
$X_1(k_{r,r})$	beliebige Linearkombination zwischen $J_1(k_{r,r})$ und $N_1(k_{r,r})$	17
$X_1^i(k_{r,r})$	Ableitung von $X_1(k_{r,r})$ nach $k_{r,r}$	17
$Y_1^i(k_{r,r})$	bestimmte Linearkombination zwischen $J_1(k_{r,r})$ und $N_1(k_{r,r})$	22
$Y_1^i(k_{r,r})$	Ableitung von $Y_1^i(k_{r,r})$ nach $k_{r,r}$	22
z	Komponente des Ortsvektors	
Z_1/Z_2	Wellenwiderstand für die Leitungsstücke des Filters	46
$Z_1^i(k_{r,r})$	bestimmte Linearkombination zwischen $J_1(k_{r,r})$ und $N_1(k_{r,r})$	22
$Z_1^i(k_{r,r})$	Ableitung von $Z_1^i(k_{r,r})$ nach $k_{r,r}$	22
z^{ij}	Zellenmitte der i -ten Zelle in der j -ten Periode	17
α	Dämpfung des Filters	47
β	Ein- bzw. Auskoppelkonstante	
β_E	Einkopplungskonstante	
β_A	Auskopplungskonstante	
γ	Ausbreitungskonstante über eine Filterperiode	47
γ_1/γ_2	Ausbreitungskonstante über Teilstücke des Filters	46
δ	Verstimmung	56
δ_1	Funktionssymbol	27
$\Delta A_1/\Delta A_2$	Abweichung der Amplitude in den Deflektoren	53
ΔE_0	Abweichung der Ablenkefeldstärke	38
Δf	Eigenfrequenzänderung	
Δf_m	Frequenzabweichung der m -ten Zelle	36
Δf_{Def}	mittlere Frequenzabweichung der Deflektoren	40
Δf_{Sekt}	mittlere Frequenzabweichung der Sektionen	40
Δh	Verstellung des Stempels	51
ΔT	Temperaturänderung	58
ΔW	Änderung der gespeicherten Energie	39
$\Delta \psi$	Abweichung von ψ von der Sollphase	54
ϵ	relative Verstimmung des Deflektors	36
ϵ_m	relative Verstimmung der m -ten Zelle	36
θ	Komponente des Ortsvektors	
κ	Kopplungsfaktor	34
λ	Feldperiode	24
λ_N	Wärmeleitfähigkeit	49
Λ	Anpassungslänge	24
μ_m^i	Funktionssymbol	24
v_n	Funktionssymbol	25

ρ	Phasenverschiebung der Ablenkung	54
\sum_e	Summationssymbol über gerade Indizes	36
\sum_u	Summationssymbol über ungerade Indizes	27
τ_o	Abklingzeit des unbelasteten Resonators	3
τ_L	Abklingzeit des belasteten Resonators	
ϕ	örtliche Phasenverschiebung	17
ϕ_m^{ij}	örtliche Phasenverschiebung	21
ψ	Phasenverschiebung des Feldes zwischen 1. und 2. Deflektor	53
ω	Generatorfrequenz	
ω_o	Resonatoreigenfrequenz	
ω_n	Frequenzen der dem $\pi/2$ -mode benachbarten Moden	7

Literaturverzeichnis

- ¹ W.K.H.Panofsky, Bericht HEPL-82, Stanford (1956)
- ² W.Schnell, Bericht CERN 61-5, Genf (1961)
- ³ B.W.Montague, in: Progr.Nucl.Techn.& Instr., North-Holland Publishing Co, Amsterdam (1968), Bd.3, S.3
- ⁴ Y.Garault, in: Advances in Microwaves, Academic Press, New York (1970), Bd.5, S.187
- ⁵ H.Lengeler, Bericht CERN 65-4, Genf (1965)
- ⁶ H.W.J.Foelsche, H.Hahn, H.J.Halama, Rev.Sci.Instr.38, 879 (1967)
- ⁷ O.H.Altenmüller, R.R.Larsen, G.A.Loew, Rev.Sci.Instr.35,438 (1964)
- ⁸ N.Galjaev, V.Kotov, A.Samoilov, V.Vaghin, P.Bernard, D.Lazard, P.Lazeyras, H.Lengeler, Proc.7th Int.Conf.High Energy Acc., Yerevan, 531 (1969)
- ⁹ H.Hahn, Zeitschrift für Angew.Physik 29, Heft 5, 318 (1970)
- ¹⁰ J.Sandweiss, 1969 Summer Study, Vol.1, S.125, NAL Batavia (1969)
- ¹¹ C.T.Chang, J.W.Dawson, R.L.Kustom, IEEE Trans.Nucl.Sci. NS-16, Nr.3, 526 (1969)
- ¹² J.P.Turneure, N.T.Viet, Appl.Phys.Letters 16, 33 (1970)
- ¹³ M.A.Allen, Z.D.Farkas, H.A.Hogg, E.W.Hoyt, P.B.Wilson, IEEE Trans.Nucl.Sci. NS-18, Nr.3, 168 (1971)
- ¹⁴ P.Kneisel, O.Stoltz, J.Halbritter, Appl.Superconducting Conf., Annapolis, 1972 (im Druck)
- ¹⁵ J.P.Turneure, IEEE Trans.Nucl.Sci. NS-18, Nr.3, 166 (1971)
- ¹⁶ V.Vaghin, CERN-Bericht 71-4, Genf (1971)
- ¹⁷ H.Hahn, H.J.Halama, Rev.Sci.Instr. 36, Nr.12, 1788 (1965)
- ¹⁸ H.Diepers, H.Martens, Phys.Letters 38A, 337 (1972)
- ¹⁹ H.J.Halama, Proc.8th Int.Conf.High Energy Acc., CERN, Genf, 242 (1971)
- ²⁰ W.Bauer, A.Citron, G.Dammertz, H.Eschelbacher, W.Jüngst, H.Lengeler, H.Miller, E.Rathgeber, H.Diepers. Appl.Superconductivity Conf., Annapolis, Maryland, 1972 (im Druck)
- ²¹ J.L.Fricke, B.Piosczyk, J.E.Vetter, Part.Acc. 3, 35 (1971)
- ²² L.Brillouin, Wave Propagation in Periodic Structures, Dover Publications Inc., New York 1953, S.25
- ²³ z.B. Ch.Kittel, Einführung in die Festkörperphysik, R.Oldenburger Verlag München-Wien 1969, S.318
- ²⁴ L.R.Suelzle, IEEE Trans.Nucl.Sci. NS-18, Nr.3,144 (1971)
- ²⁵ G.Dôme, P.Lapostolle, 1968 Proton Lin.Acc.Conf., BNL 50120, Brookhaven, 445 (1968)
- ²⁶ H.G.Hereward, M.Bell, Bericht CERN 63-33, Genf (1963)
- ²⁷ H.Hahn, Rev.Sci.Instr. 34, Nr.10, 1094 (1963)
- ²⁸ R.H.Helm, Proc.1970 Proton Lin.Acc., NAL Batavia, 297 (1970)
- ²⁹ G.Voisin, IEEE Trans.Nucl.Sci. NS-18, Nr.3, 575 (1971)
- ³⁰ W.Bauer, H.Hahn, Part.Acc. 3, 193 (1972)

- ³¹ M.G.Kelliher, R.Beadle, Nature 187, 1099 (1960)
- ³² W.Bauer, A.Citron, G.Dammertz, H.Eschelbacher, W.Jüngst, H.Lengeler, H.Miller, E.Rathgeber, H.Diepers (wird veröffentlicht)
- ³³ W.Bauer, A.Citron, G.Dammertz, H.Eschelbacher, H.Hahn, W.Jüngst, E.Rathgeber, H.Miller, H.Diepers. Proc.8th Int.Conf.High Energy Acc., CERN, Genf 253 (1971)
- ³⁴ D.E.Nagle, E.A.Knapp, B.C.Knapp, Rev.Sci.Instr.38, 1583 (1967)
- ³⁵ W.Jüngst, G.Dammertz, Ext.Bericht 3/72-4, GfK Karlsruhe (1972)
- ³⁶ P.B.Wilson, Int.Ber. CERN MPS 69-4, Genf (1969)
- ³⁷ H.Hahn, D.M.Lazarus, Bericht BNL 16437, AADD-186, Brookhaven (1972)
- ³⁸ G.Dammertz, GfK-Bericht, Karlsruhe 1972 (unveröffentlicht)
- ³⁹ T.I.Smith, Bericht HEPL 583, Stanford (1969)
- ⁴⁰ D.Gorlé, D.Leroy, P.Morignot, Int.Bericht CERN/MPS 70-2, Genf (1970)
- ⁴¹ P.B.Wilson, R.B.Neal, G.A.Loew, H.A.Hogg, W.B.Hermannsfeldt, R.H.Helm, M.A.Allen, Part.Acc.1, 223 (1970)
- ⁴² J.C.Slater, in: Microwave Electronics, D.van Nostrand Co, Inc., New York (1958)
- ⁴³ Th.J.Wejers, Philips Telecommunication Review 19, Nr.1, 23 (1958)
- ⁴⁴ K.Mittag, Cryogenics 13, Nr.2, 94(1973)
- ⁴⁵ G.Krafft, KfK-Bericht, GfK Karlsruhe (wird veröffentlicht)
- ⁴⁶ V.Arp, Cryogenics 10, Nr.2, 99 (1970)
- ⁴⁷ P.Bernard, P.Lazeyras, H.Lengeler, V.Vaghin, Bericht CERN 68-29, Genf (1968)
- ⁴⁸ J.Halbritter, Part.Acc. 3, 163 (1972)
- ⁴⁹ G.Dammertz, H.Hahn, J.Halbritter, P.Kneisel, O.Stoltz, J.Votruba IEEE Trans.Nucl.Sci. NS-18, Nr.3, 153 (1971)
- ⁵⁰ G.Dammertz, Ext.Bericht 3/69-4, GfK Karlsruhe (1969)
- ⁵¹ G.Dammertz in: Ext.Bericht 3/69-19, GfK Karlsruhe, (1969)
- ⁵² M.Kervizic, M.Hurt, Bericht DAC 68.0518, C.S.F., Corbeville (1968)
- ⁵³ G.D.Arndt, W.H.Hartwig, J.L.Stone, J.Appl.Phys.39, 2653 (1968)
- ⁵⁴ J.L.Stone, W.H.Hartwig, G.L.Baker, J.Appl.Phys.40, 2015 (1969)
- ⁵⁵ E.Jones, H.Schwarz, Bericht HEPL 610, Stanford (1969)
- ⁵⁶ M.A.Green, IEEE Trans.Nuc.Sci. NS-12, Nr.3, 65 (1965)
- ⁵⁷ G.Dammertz, R.Dittmann, H.Hahn, J.Votruba, Ext.Bericht 3/71-1, GfK Karlsruhe (1971)

Danksagung

Diese Arbeit entstand im Institut für Experimentelle Kernphysik der Universität und des Kernforschungszentrums Karlsruhe bei der Entwicklung eines supraleitenden HF-Teilchenseparators. Diese Entwicklung war nur durch die Zusammenarbeit aller Institutsmitglieder möglich, denen ich dafür sehr danken möchte.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof.Dr. A. Citron für die Ermöglichung dieser Arbeit und deren Förderung sowie Herrn Prof.Dr. H. Klein für die kritische Durchsicht dieser Arbeit.

Herrn Dr. H. Hahn und Herrn Dr. H. Lengeler danke ich für die vielen Diskussionen, Hinweise und für die Unterstützung bei der theoretischen und experimentellen Arbeit.

Herrn W.Barth sei für die Konstruktionsarbeiten sowie Herrn H. Budig für den unermüdlichen Einsatz bei der Vorbereitung experimenteller Arbeiten gedankt.

Frau G.Firl und Frl. E.Ehret danke ich für das Schreiben der Arbeit und für das Anfertigen der Zeichnungen.

The following information is provided for your reference:

1. The total number of items is 100.

2. The number of items in each category is as follows:

- Category A: 25 items
- Category B: 30 items
- Category C: 15 items
- Category D: 10 items
- Category E: 10 items

3. The total number of items in each category is as follows:

- Category A: 25 items
- Category B: 30 items
- Category C: 15 items
- Category D: 10 items
- Category E: 10 items

4. The total number of items in each category is as follows:

- Category A: 25 items
- Category B: 30 items
- Category C: 15 items
- Category D: 10 items
- Category E: 10 items

5. The total number of items in each category is as follows:

- Category A: 25 items
- Category B: 30 items
- Category C: 15 items
- Category D: 10 items
- Category E: 10 items

6. The total number of items in each category is as follows:

- Category A: 25 items
- Category B: 30 items
- Category C: 15 items
- Category D: 10 items
- Category E: 10 items

7. The total number of items in each category is as follows:

- Category A: 25 items
- Category B: 30 items
- Category C: 15 items
- Category D: 10 items
- Category E: 10 items

8. The total number of items in each category is as follows:

- Category A: 25 items
- Category B: 30 items
- Category C: 15 items
- Category D: 10 items
- Category E: 10 items

9. The total number of items in each category is as follows:

- Category A: 25 items
- Category B: 30 items
- Category C: 15 items
- Category D: 10 items
- Category E: 10 items

10. The total number of items in each category is as follows:

- Category A: 25 items
- Category B: 30 items
- Category C: 15 items
- Category D: 10 items
- Category E: 10 items