

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM
KARLSRUHE**

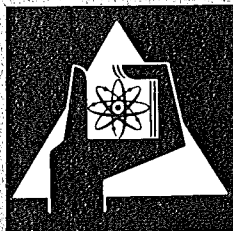
September 1973

KFK 1860

Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik

**Der turbulente Wärmeübergang an Helium und Wasserstoff in
beheizten Rohren bei großen axial steigenden Temperaturdifferenzen
und das sich daraus ergebende Temperaturprofil.**

H.-J. Pfriem



**GESELLSCHAFT
FÜR
KERNFORSCHUNG M.B.H.**

KARLSRUHE

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M.B.H.
KARLSRUHE

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

KFK 1860

Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik

Der turbulente Wärmeübergang an Helium und
Wasserstoff in beheizten Rohren bei großen
axial steigenden Temperaturdifferenzen und
das sich daraus ergebende Temperaturprofil

H.-J. Pfried

Dissertation genehmigt von der Fakultät für
Maschinenbau der Universität Karlsruhe

Gesellschaft für Kernforschung mbH., Karlsruhe

Zusammenfassung

Im ersten Teil der Arbeit wird der turbulente Wärmeübergang an Helium und Wasserstoff bei erzwungener Konvektion in elektrisch beheizten Rohren bei großen Differenzen zwischen Wand- und Gastemperatur untersucht. Dazu wurden eigene Messungen mit Helium durchgeführt, sowie diejenigen von Taylor /7,8/¹⁾, Weiland /9/ und Wolf, McCarthy /10/ zur Untersuchung herangezogen.

Der Wärmeübergang in Form der Größe $Nu/(Re^{0.8} Pr^{0.4})$ fällt mit axial steigender Temperaturdifferenz $(T_w - T_b)$ und steigt wieder, wenn diese Differenz fällt. Die folgenden Gleichungen werden für den Fall axial steigender Temperaturdifferenz $(T_w - T_b)$ vorgeschlagen:

$$\text{Helium:} \quad Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4} \frac{(1000 q^+)^{2/3}}{(T_w/T_E)^{1.05}} \quad (20b)$$

$$\text{Wasserstoff:} \quad Nu = 0.027 Re^{0.8} Pr^{0.4} \frac{1000 q^+}{(T_w/T_E)^{1.4}} \quad (21b)$$

$$q^+ = q_w / (c_p \frac{\dot{m}}{F} T_E)$$

Die Stoffwerte, für die ein Vorschlag für Helium gegeben wird, sind bei der Gastemperatur T_b eingesetzt worden.

Im zweiten Teil der Arbeit wird für den Wärmeübergang bei großen Temperaturdifferenzen $(T_w - T_b)$ das folgende Potenztemperaturprofil vorgeschlagen:

$$T_w/T = B'_s (y^+)^{A'_s} \quad (33b)$$

Aus der Integration der Kontinuitätsbedingung (26) sind die Größen A'_s und B'_s mit den obigen integralen Wärmeübergangsmessungen errechenbar. Für den Fall axial steigender Temperaturdifferenz kann B'_s in der folgenden einfachen Form dargestellt werden:

$$B'_s = \frac{1.05 (T_w/T_E)}{1000 q^+} \quad (39c)$$

Damit ist eine Abschätzung für das sehr schwierig zu messende Temperaturprofil bei großen Temperaturdifferenzen gegeben.

1) Die Zahlen in Schrägstrichen beziehen sich auf das Literaturverzeichnis S. 71.

The turbulent heat transfer to helium and hydrogen in heated tubes in the presence of large axially increasing temperature differences and the resulting temperature profile

Abstract

The first part of this paper describes the turbulent heat transfer characteristics for helium and hydrogen with large differences between the wall and the bulk gas temperature ($T_w - T_b$). Experiments were conducted employing electrically heated cylindrical tubes convectively cooled on the inside with helium. The results were compared with those of Taylor /7,8/, Weiland /9/ and Wolf, McCarthy /10/. The heat transfer in the form of $Nu / (Re^{0.8} Pr^{0.4})$ decreases with axially increasing temperature difference ($T_w - T_b$) and increases, if this difference decreases. The following equations are proposed for axially increasing differences between the surface and bulk temperature for

$$\text{Helium:} \quad Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4} \frac{(1000 q^+)^{2/3}}{(T_w/T_E)^{1.05}} \quad (20b)$$

$$\text{Hydrogen:} \quad Nu = 0.027 Re^{0.8} Pr^{0.4} \frac{1000 q^+}{(T_w/T_E)^{1.4}} \quad (21b)$$

where q^+ is defined as $q_w / (c_p \frac{\dot{m}}{F} T_E)$.

In the above relationships the gas properties are evaluated at the bulk temperature.

In the second part of this paper a power temperature profile across the tube is proposed of the form

$$T_w/T = B'_s (y^+)^{A'_s} \quad (33b)$$

when there are large temperature differences ($T_w - T_b$). Using the above mentioned heat transfer measurements and integrating the continuity equation (26) across the tube, the coefficients A'_s and B'_s were evaluated. For the case of an axially increasing difference ($T_w - T_b$) the B'_s can be formulated as

$$B'_s = \frac{1.05 (T_w/T_E)}{\sqrt{1000 q^+}} \quad (39c)$$

Thus an approach is given for the temperature profile in the presence of large temperature differences which is difficult to measure.

Inhalt

	Seite
Zusammenfassung	
Inhaltsübersicht	I
Liste der Abbildungen	IV
Liste der Tabellen	V
Einleitung	1
Teil I: Der turbulente Wärmeübergang an Helium und Wasserstoff bei großen Temperaturdifferenzen	2
1. Aufgabenstellung	2
2. Bisherige Darstellungen des turbulenten Wärmeübergangs	3
a. Helium	6
b. Wasserstoff	10
3. Stoffwerte	14
a. Helium	14
b. Wasserstoff	18
4. Eigene Messungen	19
4.1 Versuchsaufbau	19
4.2 Auswertung	23
4.3 Darstellung der Ergebnisse	26
5. Die Meßergebnisse von Taylor, Weiland, Wolf/ McCarthy	27
a. Helium	27
b. Wasserstoff	31
6. Untersuchung zu den bisherigen Darstellungen	34
6.1 Die Darstellung $ANu = \text{const} (T_w/T_b)^{-c(1/d)}$	34
a. Helium	34
b. Wasserstoff	35
6.2 Die Darstellung $ANu = \text{const} (T_w/T_E)^{-c}$	36
a. Helium	37
b. Wasserstoff	37
6.3 Die Darstellung $ANu = \text{const} \cdot f(q^+)$	38
a. Helium	38
b. Wasserstoff	39

7. Ähnlichkeitsbetrachtungen zum Wärmeübergang bei großen Temperaturdifferenzen	40
8. Vorschlag der Darstellung des turbulenten Wärmeübergangs bei großen, axial steigenden Temperaturdifferenzen	44
a. Helium	45
b. Wasserstoff	47
9. Zusammenfassung der Ergebnisse	49
Teil II: Das Potenztemperaturprofil des turbulenten Wärmeübergangs bei großen Temperaturdifferenzen	51
10. Überleitung	51
11. Aufgabenstellung	52
12. Das Geschwindigkeitsprofil	53
12.1 Das Geschwindigkeitsprofil bei kleinen Temperaturdifferenzen	53
12.2 Das Geschwindigkeitsprofil bei großen Temperaturdifferenzen	54
13. Das Temperaturprofil bei kleinen Temperaturdifferenzen	55
14. Vorschlag des Potenztemperaturprofils bei großen Temperaturdifferenzen	57
14.1 Ansatz	58
14.2 Berechnungsmethode	59
14.3 Ergebnisse	60
15. Zusammenfassung der Ergebnisse aus Teil II	66
Schlußbemerkungen	67

Liste der verwendeten Symbole	68
Literaturverzeichnis	71
Anhang	
1. Umrechnungsfaktoren	A 1
2. Vergleich der vorgeschlagenen Wärmeleitfähigkeit von Helium mit der anderer Autoren	A 2
3. Stoffwerteinfluß auf die Größe ANu bei Helium	A 4
4. Eigene Meßdaten	A 6
5. Blendeneichung	A 9
6. Pyrometereichung	A11
7. Bestimmung der Strahlungsverluste des Molybdänröhrchens	A13
8. Berechnung der Wärmeleitung im Rohr in axialer Richtung	A15
9. Berechnung der radialen Temperaturverteilung im elektrisch beheizten Rohr	A17
10. Berechnung der Machzahl	A19
11. Auswertungsbeispiel zu den Meßdaten von Wolf, McCarthy /10/, Run 83, Helium	A20
12. Beispielmeßreihendaten Helium	A22
13. Beispielmeßreihendaten Wasserstoff	A23
14. Kontinuitätsbedingung für ideale Gase im Rohr	A26
15. Übersicht zu den logarithmischen Profilen	A28
16. Bulkgrößenbedingung für logarithmische Profile	A30
17. Wärmeflußparameter C	A36
Erläuterung zu den Abbildungen	F 0

Abbildungen

		Seite
<u>Teil I</u>		
Fig. 1a, b	Vorschlag für die Stoffwerte von Helium	F 1
Fig. 2	Teststreckeninstrumentierung	F 3
Fig. 3,4,5,6a	Beispielversuch Run 9 dieser Arbeit	F 4
Fig. 6b	ANu (T_w/T_E); die Meßwerte dieser Arbeit	F 8
Fig. 7,8	Die einzelnen Größen der Beispielmeßreihen Helium	F 9
Fig. 9, 10	Die einzelnen Größen der Beispielmeßreihen Wasserstoff	F11
Fig. 11a-e	Darstellung der Meßwerte der 4 Autoren nach Gleichung (13a): $ANu = 2.5 (T_w/T_b)^{-c(1/d)}$; Helium	F13
Fig. 12a	Der Exponent $c_{Ta}(1/d)$ in der von Taylor /17/ vorgeschlagenen Gleichung (7)	F14
Fig. 12b	Beispielmeßreihen Helium, Vergleich h/h_{Ta}	F14
Fig. 13a-e	Darstellung der Meßwerte der 3 Autoren nach Gleichung (13b): $ANu = 2.3 (T_w/T_b)^{-c(1/d)}$; Wasserstoff	F15
Fig. 14	Beispielmeßreihen Wasserstoff, Vergleich h/h_{Ta}	F17
Fig. 15a, b	ANu (T_w/T_E); Helium	F18
Fig. 16a-c	ANu (T_w/T_E); Wasserstoff	F19
Fig. 17a-c	ANu (q^+); Helium	F20
Fig. 18a-c	ANu (q^+); Wasserstoff	F21
Fig. 19a-c	Vorschlag für die Darstellung des Wärmeübergangs für große axial steigende Temperaturdifferenzen ($T_w - T_b$); Helium	F22
Fig. 20a-e	Vergleich der Meßwerte der 4 Autoren mit der vorgeschlagenen Gleichung (20b); Helium	F23
Fig. 21a-c	Vorschlag für die Darstellung des Wärmeübergangs für große axial steigende Temperaturdifferenzen ($T_w - T_b$); Wasserstoff	F26
Fig. 22a-d	Vergleich der Meßwerte der 3 Autoren mit der vorgeschlagenen Gleichung (21b); Wasserstoff	F27
Fig. 23a-b	$q^+ (T_w/T_E)$; ANu (q^+); diese Arbeit	F31
Fig. 24	Beispielmeßreihen Helium, Vergleich h/h_{calc}	F32
Fig. 25	Beispielmeßreihen Wasserstoff, Vergleich h/h_{calc}	F32

Teil II

Fig. 26-29	Die charakteristischen Größen des Potenztemperaturprofils für die ausgewählten Meßreihen	F33
Fig. 30a-c, 31	Die errechneten Potenztemperaturprofile der ausgewählten Meßreihen (linearer Maßstab)	F35
Fig. 32a,b, 33	Die errechneten Potenztemperaturprofile der ausgewählten Meßreihen (halblogarithmischer Maßstab)	F37
Fig. 34	Der Wandabstand y_b/R bei den ausgewählten Meßreihen	F40
Fig. 35-40	$B'_s (T_w/T_E, q^+)$ Der Potenztemperaturprofilparameter B'_s aus den Meßwerten der 4 Autoren errechnet; Helium	F41

Tabellen

Teil I

Tabelle 1a:	Wärmeübergangsmessungen mit Helium	7
Tabelle 1b:	Wärmeübergangsmessungen mit Wasserstoff	11
Tabelle 2a:	Darstellung der Wärmeübergangsmessungen mit Helium	8
Tabelle 2b:	Darstellung der Wärmeübergangsmessungen mit Wasserstoff bei großen T_w/T_b -Werten	12
Tabelle 3:	Stoffwerte für Helium	15
Tabelle 4:	Zähigkeitswerte für Helium von Guevara, Wagemann /45/	17
Tabelle 5:	Vorschlag für die Stoffwerte von Helium	17
Tabelle 6:	Meßreihendaten Helium	29
Tabelle 7:	Beispielmeßreihen Helium	30
Tabelle 8:	Meßreihendaten Wasserstoff	33
Tabelle 9:	Beispielmeßreihen Wasserstoff	32
Tabelle 10:	Vergleich der Stoffdaten von Helium und Wasserstoff	41a

Teil II

Tabelle 11:	Die Profilkonstanten A_s und B_s des logarithmischen Temperaturprofils aufgrund von Messungen mit Luft	56
Tabelle 12:	Ausgewählte Meßreihen zur Temperaturprofilerrechnung	60
Tabelle 13-16:	Die charakteristischen Größen der errechneten Potenztemperaturprofile aus den ausgewählten Meßreihen	62

Einleitung

Bereits 1930 veröffentlichte Wilhelm Nusselt eine Arbeit mit dem Titel: "Der Einfluß der Gastemperatur auf den Wärmeübergang" /1/¹⁾. Darin gibt er für Wärmeübergang und Druckverlust bei Abkühlung des Gases Gleichungen an, in die das Gas- zu Wandtemperaturverhältnis des betreffenden Wärmeübergangsprozesses eingeht. Diese Temperaturverhältnisse, bzw. die entsprechenden Temperaturdifferenzen waren damals nicht groß. Die Frage des Wärmeübergangs bei großen Temperaturdifferenzen gewann im Zuge der technologisch immer extremer werdenden Bedingungen zunehmendes Interesse, z.B. bei der Erzeugung elektrischer Energie. In einem Hochtemperatur- oder in einem Raketenreaktor heizt das heiße Brennelement das Kühlgas auf. Bei der Energieerzeugung mittels Fusion gibt das heiße Plasma Wärme an eine kalte Wand ab.

Bei Abkühlung des Gases ist der Wärmeübergang bei großen Temperaturdifferenzen etwa gleich dem bei kleinen Differenzen (vergl. Brim /2/). Bei Aufheizung des Gases ist dies jedoch nicht so, der Wärmeübergang bei großen Temperaturdifferenzen unterscheidet sich sehr von dem bei kleinen Differenzen.

Die Verwendung von Kernreaktoren in der Raketentechnik mit Wasserstoff als Treibmittel /3/, /4/, /5/ hat die Untersuchung dieser Frage, nämlich des Wärmeübergangs bei großen Temperaturdifferenzen sehr vorangetrieben, insofern, als dabei Wand- zu Gastemperaturverhältnisse bis zu 15 und mehr auftreten können /6/. Die vielen dazu durchgeführten Messungen werden von den verschiedenen Autoren in unterschiedlichen Darstellungen beschrieben.

Ziel dieser Arbeit in Teil I ist es daher, anhand eigener Messungen und denen anderer Autoren, den Wärmeübergang bei großen Temperaturdifferenzen trotz der bei den einzelnen Autoren unterschiedlichen Randbedingungen (z.B. Verlauf des Wärmeflusses über die Rohrlänge hinweg) auf Gemeinsamkeiten hin zu untersuchen.

In Teil II wird ein Weg aufgezeigt, das bei diesen Messungen vorliegende Temperaturprofil unter Verwendung eines entsprechenden Ansatzes zu errechnen.

¹⁾ Die Zahlen in Schrägstrichen beziehen sich auf das Literaturverzeichnis S. 71.

Teil I

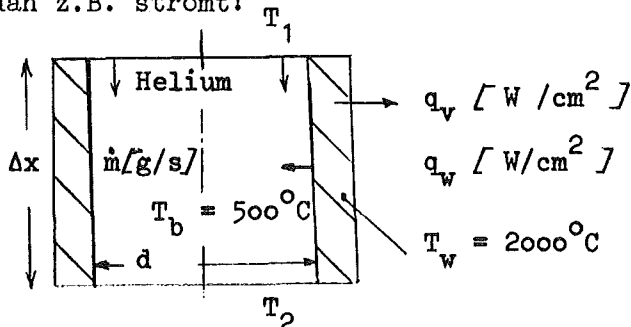
Der turbulente Wärmeübergang an Helium und Wasserstoff bei großen Temperaturdifferenzen

Zu der Frage des Wärmeübergangs bei großen Temperaturdifferenzen wurden eigene Messungen mit Helium durchgeführt. Darüberhinaus wurden die Messungen von Taylor /7,8/, Weiland /9/ und Wolf, McCarthy /10/ mit Helium und Wasserstoff zur näheren Untersuchung auf eine gemeinsame Darstellung hin herangezogen.

Alle diese Messungen wurden in Rohren bei erzwungener, turbulenter Strömung des Gases durchgeführt. Die Machzahl übersteigt dabei 0.3 nicht, sodaß Kompressibilitätseffekte vernachlässigt werden können. Axiale Wärmeleitung im Gas ist ebenfalls vernachlässigbar. In allen Fällen werden lokale Wärmeübergangskoeffizienten betrachtet.

1. Aufgabenstellung

Die Frage, die es zu untersuchen gilt, lautet (vergl. dazu Skizze 1): Welche Wärmemenge q_w [W/cm^2] geht von einem heißen Rohr an ein Kühlgas über, z.B. Helium, wenn dieses turbulent in einem glatten, elektrisch beheizten Rohr aus Molybdän z.B. strömt?



Skizze 1: Aufgabenstellung

Die Rohrwandtemperatur sei T_w , die mittlere Gastemperatur T_b , der Rohrabschnitt habe die Länge Δx , darin ströme die Menge \dot{m} , die Verluste durch Strahlung werden mit q_v bezeichnet. Das Gas tritt in den Rohrabschnitt mit der Temperatur T_1 ein und verläßt diesen mit der größeren Temperatur T_2 . Der Rohrabschnitt befinde sich an einer bestimmten Stelle 1 vom Anfang des beheizten Rohres an gemessen. Der Durchmesser des Rohres sei d . Soviel zur Begriffsbildung der gestellten Aufgabe.

2. Bisherige Darstellungen des turbulenten Wärmeübergangs

2.1 Der Wärmeübergang bei kleinen Temperaturdifferenzen

Für den Wärmeübergang bei kleinen Temperaturdifferenzen und konstanten Stoffwerten ergibt sich aus der Ähnlichkeitstheorie:

$$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Pr})$$

d.h. der Wärmeübergang in Form der dimensionslosen Wärmeübergangszahl Nu ist eine Funktion von der Reynoldszahl und der Prandtlzahl (vergl. /11/ S. 147). Nusselt hat vorgeschlagen für die obige Abhängigkeit Potenzfunktionen zu verwenden in der Form

$$\text{Nu} = \text{const Re}^m \text{Pr}^n$$

Dittus, Boelter /12/ haben das experimentelle Material in der nach ihnen benannten Gleichung zusammengefaßt:

$$\text{Nu} = \text{const Re}^{.8} \text{Pr}^{.4} \quad (1)$$

Diese Beziehung hat sich sehr gut bestätigt, fast alle Experimentatoren verwenden sie. Sie wird auch in dieser Arbeit verwendet und der einfacheren Schreibweise wegen abgekürzt geschrieben:

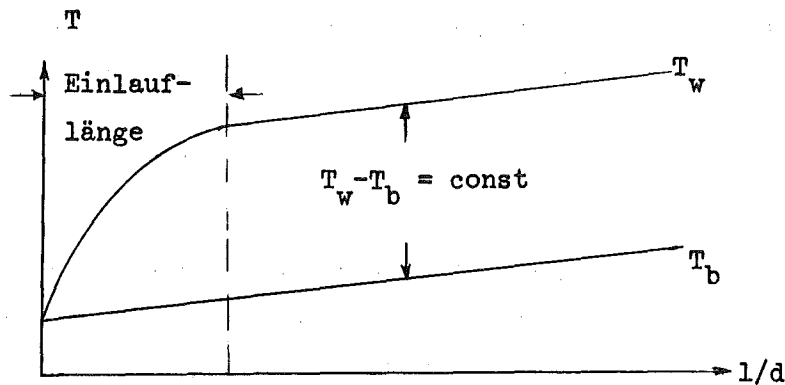
$$\text{ANu} = \text{const} \quad (1a)$$

mit der Definition $\text{ANu} \equiv \frac{100 \text{ Nu}}{\text{Re}^{.8} \text{Pr}^{.4}}$ ¹⁾

Die Konstante ergibt sich unter Verwendung des Faktors 100 zu z.B. 2.3, vergl. Tabelle 2a, S. 8.

¹⁾ Ist bei ANu kein Index verwendet, so sind die Stoffwerte auf T_b , beim Index 'w' auf T_w bezogen.

Den typischen axialen Temperaturverlauf beim Wärmeübergang mit kleinen Temperaturdifferenzen gibt Skizze 2a wieder.



Skizze 2a: Axialer Temperaturverlauf beim Wärmeübergang mit kleinen Temperaturdifferenzen

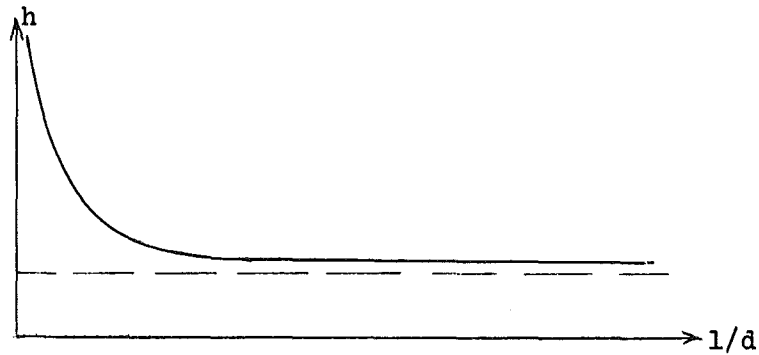
Nach einer sogenannten 'Einlauf-länge' erreicht die Temperaturdifferenz ihren maximalen Wert und bleibt dann konstant. Die Nusseltzahl bezieht sich dabei auf das gesamte Rohr, d.h. der Wärmeübergangskoeffizient

$$h = \frac{q_w}{(T_w - T_b)} \quad (2)$$

errechnet sich aus der gesamten Wärmemenge q_w , die an das Rohr bei einer mittleren Temperatur T_w bzw. T_b übergeht.

Gleichung (1) ist dann gültig für nicht zu kurze Rohre, z.B. $l/d > 15$. Bei kurzen Rohren muß das starke Absinken des Wärmeübergangskoeffizienten in der Einlaufstrecke berücksichtigt werden (vergl. Skizze 2b).

Zur Ausbildung eines Geschwindigkeitsprofils ist der beheizten Teststrecke meistens ein unbeheizter Teststreckenteil vorgeschaltet.



Skizze 2b: Wärmeübergangskoeffizient als Funktion von $1/d$ beim Wärmeübergang mit kleinen Temperaturdifferenzen

Nach der Einlaufstrecke erreicht h einen konstanten Wert. Magee /13/ gibt für den Wärmeübergang bei kleinen Temperaturdifferenzen und nicht konstanten Stoffwerten die folgende Darstellung

$$ANu = 2.05 (T_w/T_b)^{-0.4} (1 - .6/(1/d)) \quad (3)$$

(Zur Frage der Eintrittseffekte vergl. auch die Arbeiten von Weiland, Lowdermilk /14/, Petukhov, Krasnoshchekov /15/ und Davenport, Magee /16/).

2.2 Der Wärmeübergang bei großen Temperaturdifferenzen

Beim Wärmeübergang bei großen Temperaturdifferenzen errechnet man wegen der starken Änderung von T_w lokale Wärmeübergangskoeffizienten. Die Rohrteststrecke wird in einzelne Abschnitte (Incremente) unterteilt und für jeden Abschnitt wird h getrennt ausgerechnet. Der Wärmeübergangskoeffizient erreicht dabei keinen konstanten Wert mehr, sondern ändert sich auch bei großen Rohrlängen noch. Dementsprechend ist auch die Temperaturdifferenz $(T_w - T_b)$ nicht mehr konstant wie in Skizze 2a.

Im weiteren werden bisherige Darstellungen von Wärmeübergangsexperimenten wiedergegeben. Taylor /17/ gibt dazu eine ausführliche Diskussion bestehender Vorschläge. Hier sollen nur Hinweise gegeben werden.

2a. Helium

Tabelle 1a gibt eine Zusammenstellung einiger Autoren mit den Daten ihrer Wärmeübergangsexperimente wieder. Als Teststreckenwerkstoff werden unter anderem Stahl, Molybdän und Wolfram verwendet. Die Eintrittstemperatur des Gases liegt bei manchen Autoren bei Umgebungstemperatur, bei manchen ist sie abgesenkt worden auf z.B. $T_E = -140^\circ\text{C}$, indem das Gas vorgekühlt wurde. Dabei ergeben sich dann größere T_w/T_b -Verhältnisse.

Tabelle 2a gibt die Gleichungen wieder, mit der einige Autoren ihre Experimente mit Helium wiedergeben. Lange Zeit hielt man die Darstellung der Gleichung (1a) auch für Wärmeübergangsmessungen bei großen Temperaturdifferenzen bei, indem man die **entsprechenden** Stoffwerte bei einer höheren Temperatur als T_b einsetzte, z.B. bei

$$T_f = T_b + 0.5 (T_w - T_b),$$

bei einer sogenannten 'Filmtemperatur', oder auch bei T_w . So schlagen z.B. Deissler, Eian /18/ in ihrer theoretischen und experimentellen Arbeit vor, als Referenztemperatur für die **Stoffwerte**

$$T_{0.4} = T_b + 0.4 (T_w - T_b)$$

zu verwenden.

Im Zuge der weiteren Experimente jedoch, die größere T_w/T_b -Werte erreichen, bewährte sich diese Methode nicht mehr.

Hingewiesen werden soll noch auf die Darstellung von Eligot /23/, der q^+ als geeigneten Parameter wählt:

$$ANu = 2.2 e^{-90 q^+} \quad (4)$$

Die Definition von q^+ lautet dabei

$$q^+ = \frac{q_w}{c_p \frac{\dot{m}}{F} T_E} \quad (5)$$

Autor	\dot{m} [g/s]	Re_E [10^4]	p_E [bar]	T_E [°C]	T_A [°C]	T_{wmax} [°C]	q_w [W/cm ²]	Mach- zahl	Gas	4)	$\frac{1}{d}$	T_w/T_b max.
1. Durham, Neal Newmann /19/1956	≤ 3.2	1. \div 13.5	35 \div 106	21 \div 32	1818 \div 2300	726 \div 2600	220 \div 1230	.12 \div 1.	He	Gr ²⁾	368	
2. Taylor, Kirchgessner /20/1959	.75 \div 2.42	.3 \div 2.5	1.1 \div 2.7	38 \div 49	270 \div 563	536 \div 1020	22 \div 94	.21 \div .95	He	Mo	60	
	.58 \div 1.	.5 \div 1.1		68 \div 140	540 \div 1238	785 \div 2245	53 \div 120	.72 \div 1.	He	W	92	
	1.2 \div 2.3			18 \div 21	374 \div 521	607 \div 869	86 \div 184		He	Inc ¹⁾	91	
3. Wolf, McCarthy /10/1960	3.5 \div 20		2.2 \div 95	-246 \div +38	-132 \div +183	540 \div 1100			He	St ³⁾	67	11
4. Barnes, Jackson /21/1961		.4 \div 6.							He	St ³⁾	48	2.2
									CO ₂ Air			
5. Weiland /9/ 1962	5 \div 9	9.7 \div 23	17 \div 70	-140 \div +30	140 \div 700	950	43 \div 215		He, H ₂	Inc ¹⁾	255	4.5
6. Dalle Donne, Bowditch /22/1963		.02 \div 5		20 \div 200		1000		.4	He	St	350	1.5
7. Eligot /23/1963		.75 \div 6		20		1000	60	\leq .47	Air He N ₂	Inc ¹⁾	150	2.55 1.92 2.2
8. Taylor /7/ 1964	1.3 \div 1.6	2 \div 3.3	5.4 \div 7.	45	390 \div 890	2720	290		He H ₂	W	77	5.
9. Taylor /8/ 1965	.59 \div 1.5	2 \div 5	2.9 \div 65	-132 \div -90	365 \div 840	2520	93 \div 240		He H ₂	W	80	7.8

Tabelle 1a: Wärmeübergangsmessungen mit Helium

1) Inconel, 2) Graphit, 3) Stahl, 4) Teststreckenwerkstoff

Autor		Darstellung der Meßergebnisse
1. Durham, Neal Newmann	/19/1956	$ANu_f = 3.6(1/d)^{-.1}$
2. Taylor, Kirchgessner	/20/1959	$ANu_f^{1)} = 2.1(1+(1/d)^{-.7})$
3. Wolf, McCarthy	/10/1960	$ANu = 2.5 (T_w/T_b)^{-.55}$
4. Barnes, Jackson	/21/1961	$ANu = 2.3 (T_w/T_b)^{-.185}$
5. Weiland	/ 9/1962	$ANu_w = 2.1$
6. Dalle Donne, Bowditch	/22/1963	$ANu = 2.2 (T_w/T_E)^{-.18}$
7. Eligot	/23/1963	$ANu = 2.2 e^{-90 q^+}$
8. Taylor	/ 7/1964	$ANu_w = 2.65$
9. Taylor	/ 8/1965	$ANu = 2.1 (T_w/T_b)^{-(.29 + .0019 1/d)}$
10. Taylor	/17/1968	$ANu = 2.3 (T_w/T_b)^{-(.57 - 1.59/(1/d))}$

Tabelle 2a: Darstellung der Wärmeübergangsmessungen mit Helium

($ANu = 100 Nu / (Re^{.8} Pr^{.4})$), Stoffwerte bei T_b eingesetzt;

ANu_f : Stoffwerte bei $T_f = T_b + .5 (T_w - T_b)$ eingesetzt;

ANu_w : Stoffwerte bei T_w eingesetzt)

1) Auf die gesamte Teststrecke bezogen (sonst immer lokale Werte).

q^+ ist das Verhältnis der Wärmeflußdichte an der Wand q_w und der Enthalpiestromdichte des Gases am Beginn der beheizten Teststrecke. (Da q^+ eine kleine Zahl ist, ist in den Abbildungen immer $1000 q^+$ verwendet worden).

Auf Seite 10 ist die Abbildung aus Eligot /23/ (Fig. VI-3, S. 119) wiedergegeben, in der die verschiedenen Wärmeübergangsmessungen mit Luft über dem Parameter q^+ eingezeichnet sind. Die Messungen von Eligot /23/ liegen darin systematisch höher als die vorgeschlagene Gleichung (4).

Die Messungen von Lel'chuck, Dyadyakin sind als Linien eingezeichnet. Jede Linie stellt eine Meßreihe (Run) dar. Die Steigung der Linien ist hierbei größer als die der vorgeschlagenen Gleichung (4), d.h. die Größe ANu fällt bei diesen Messungen stärker mit q^+ als die vorgeschlagene Gleichung wiedergibt.

Magee /13/ fand aus seinen rechnerischen Ergebnissen ebenfalls eine Abhängigkeit von q^+ (vergl. /13/ Fig. 47, S. 54), der zusätzlich ein l/d -Effekt überlagert ist, sodaß er diese q^+ -Abhängigkeit nicht weiter verfolgte.

Weiterhin soll auf die Darstellung von Dalle Donne, Bowditch /22/ verwiesen werden, die (T_w/T_E) als geeigneten Parameter wählen:

$$ANu = 2.2 (T_w/T_E)^{-0.18} \quad (6)$$

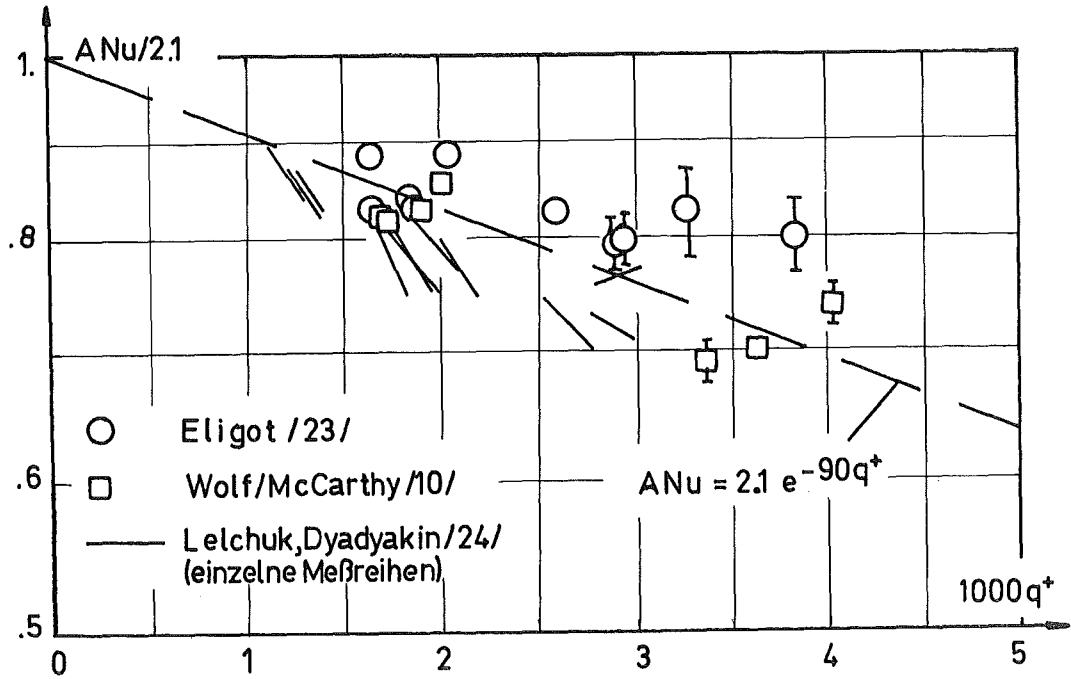
Auch für Ringspalte schlagen Dalle Donne, Meerwald /25,26/ aufgrund von Experimenten mit Luft eine Korrelation mit dem Parameter (T_w/T_E) vor. (Zur Erläuterung dieses Parameters vergl. auch /27/).

Als neueste Darstellung findet der Vorschlag von Taylor /17/

$$ANu_{Ta} = 2.3 (T_w/T_b)^{-(.57-1.59/(l/d))} \quad (7)$$

in der Kernreaktor-Raketentechnik Verwendung /5/. Diese Korrelation gibt Messungen mit Helium und Wasserstoff über einen sehr weiten Bereich wieder mit einer Abweichung von $\pm 25\%$.

Gleichung (7) ist damit nicht mehr so einfach anwendbar, wie die früheren Gleichungen, da der Parameter (T_w/T_b) verwendet wird und zwar mit einem $1/d$ -abhängigen Exponenten. Erstmals vorgeschlagen wurde ein $1/d$ -abhängiger Exponent von Dalle Donne, Bowditch /29/. Taylor modifizierte diesen Exponenten dann in Anpassung an seine Experimente in /8/ und in /17/ zur endgültigen Gleichung (7).



Aus Eligot /23/ (Fig. VI-3, S. 119): Lokale Wärmeübergangsmessungen mit Luft. $Re_E > 4 \cdot 10^4$.

2b. Wasserstoff

Tabelle 1b gibt eine Zusammenstellung einiger Autoren mit den Daten ihrer Wärmeübergangsexperimente mit Wasserstoff wieder. Die Eintrittstemperatur des Gases ist bei diesen Experimenten fast immer durch Vorkühlung unter die Umgebungstemperatur abgesenkt worden, z.B. $T_E = -150^\circ C$. Die maximal erreichten (T_w/T_b) -Werte steigen bis auf 20.

Tabelle 2b gibt die Gleichungen wieder, mit der diese Autoren ihre Experimente darstellen. Für diese Darstellungen gelten die gleichen Bemerkungen wie für Helium unter Abschnitt 2a.

Autor		\dot{m} [g/s]	Re_{E4} [10^4]	P_E [bar]	T_E [°C]	T_A [°C]	T_{wmax} [°C]	q_w [W/cm ²]	(T_w/T_b) max.	Gas	1)	l/d_i max.
Wolf, McCarthy	/10/1960	.5 ÷ 58.	5 ÷ 170	2.2 ÷ 95	-198 ÷ + 38	-60 ÷ +150	180 ÷ 970	6 ÷ 2420	11	H ₂ He	St ²⁾	50
Thompson, Geery	/30/1960	4. ÷ 28		48 ÷ 98	-242 ÷ -216			23 ÷ 1310	16.5			
Weiland	/ 9/1962	4.2 ÷ 8	12 ÷ 47	17 ÷ 70	-150 ÷ + 30	130 ÷ 700	20 ÷ 1000	39 ÷ 490	4.5	He H ₂		250
Taylor	/ 7/1964	.5 ÷ .9	2.3 ÷ 4	3 ÷ 5.5	35 ÷ 45	300 ÷ 800	135 ÷ 2857	129 ÷ 540	5.6	He H ₂	W	73
Taylor	/ 8/1965	.5 ÷ 1	3.3 ÷ 4.9	2.6 ÷ 5.	-127 ÷ -104	230 ÷ 1000	-79 ÷ 2670	137 ÷ 400	8	He H ₂	W	73
Hendricks, Simoneau et.al.	/31/1965	20 ÷ 180.		70 ÷ 175	-243 ÷ -100		-200 ÷ 400	59 ÷ 1630	11			78
Hendricks, Graham et.al.	/32/1966	13 ÷ 89		15 ÷ 56	-248 ÷ -210		-250 ÷ 455	52 ÷ 540	15.6			115
Aerojet-General	/33/1967	.5 ÷ 1.8		49 ÷ 96	-243 ÷ 234		- 34 ÷ 660	1050 ÷ 4510	21.4			34

Tabelle 1b: Wärmeübergangsmessungen mit Wasserstoff bei großen Wand- zu Gastemperaturverhältnissen

1) Teststreckenwerkstoff, 2) Stahl

Autor		
1. Wolf, McCarthy	/10/1960	$ANu = 2.5 (T_w/T_b)^{-.55}$
2. Thompson, Geery	/30/1960	$ANu = 2.8 (T_w/T_b)^{-.64}$ (q_w klein) $= 2.17 (T_w/T_b)^{-.34}$ (q_w groß)
3. Weiland	/ 9/1962	$ANu_f = 2.1$ $ANu_w = 2.1$
4. Taylor	/ 7/1964	$ANu_w = 2.45$
5. Taylor	/ 8/1965	$ANu = 2.1 (T_w/T_b)^{-(.29 + .0019 1/d)}$
6. Hendricks et al.	/31/1965	$ANu_f = 2.1$
7. Hendricks et al.	/32/1966	$ANu_f = 2.1$
8. Aerojet General	/33/1967	$ANu_f = 2.08 c_1 (1 + .01457 v_w/v_b)^1$
9. Taylor	/17/1968	$ANu = 2.3 (T_w/T_b)^{-(.57-1.59/(1/d))}$

Tabelle 2b: Darstellung der Wärmeübergangsmessungen mit Wasserstoff bei großen T_w/T_b -Werten ($ANu = 100 Nu/(Re^{.8} Pr^{.4})$), Stoffwerte bei T_b eingesetzt; ANu_f : Stoffwerte bei $T_f = T_b + .5 (T_w - T_b)$ eingesetzt, ANu_w : Stoffwerte bei T_w eingesetzt).

1) c_1 variiert nichtlinear von 2.0 bei $T_b = 28$ K bis .85 bei $T_b = 47$ K

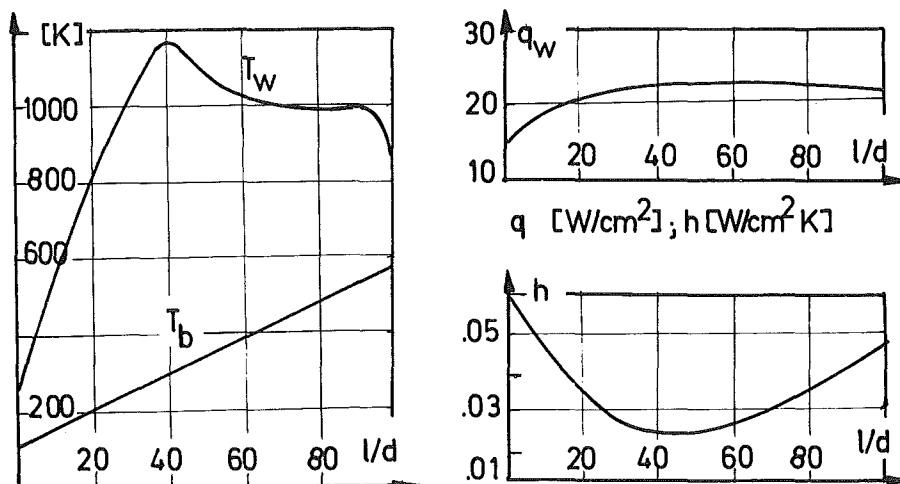
Hingewiesen werden soll außerdem noch auf die Experimente von Petukhov u.a. /34/ mit Stickstoff in Platin- und Stahlrohren. Als Darstellung ihrer Experimente schlagen sie die folgende Gleichung vor:

$$ANu = 2.12 \left(\frac{T_w}{T_b} \right)^{-\left(a(l/d) \log(T_w/T_b) + b(l/d) \right)} \quad (8)$$

a und b sind tabellarisch in Abhängigkeit von l/d angegeben. Der maximale Wert von (T_w/T_b) erreicht bei ihren Experimenten 6. Nur bis zu (T_w/T_b) -Werten von 2.5 korrelieren sie ihre Experimente in einer Form vergleichbar der von Taylor, Gleichung (7). Bei größeren Werten besitzt diese Darstellung ihrer Meinung nach keine Gültigkeit mehr. Sie weisen darauf hin, daß der Wärmeübergang sehr vom Flußverlauf $q_w(l/d)$ abhängt. Bemerkenswert ist, daß sie einen Wandtemperaturverlauf wiedergeben (Fig.3b /34/),¹⁾ der bei l/d = 40 ein Maximum besitzt ($T_w = 900^\circ\text{C}$), danach fällt die Wandtemperatur auf 730°C langsam ab, bevor sie am Ende der Teststrecke bei l/d = 100 aufgrund der Flanschverluste stark abfällt.

Soweit die bisherigen Experimente und Darstellungen des turbulenten Wärmeübergangs bei großen Differenzen zwischen Wand- und Gas-temperatur. Diese zeigen, daß es nicht möglich ist mit Hilfe einer geeigneten Referenztemperatur zur Berechnung der Stoffwerte die Gleichung (1) zu verwenden. Stattdessen wird Gleichung (1) mit bei den einzelnen Autoren unterschiedlichen Parametern erweitert.

1) Meßreihe aus Petukhov et al. /34/, S. 292, Fig. 3b: Stahlrohr, Stickstoff als Kühlgas.



3. Stoffwerte von Helium und Wasserstoff

Bevor auf die eigenen Messungen eingegangen wird, sollen die Stoffwerte von Helium und Wasserstoff beschrieben werden.¹⁾ Dies sind die spezifische Wärme c_p , die Zähigkeit μ und die Wärmeleitfähigkeit k . Damit kann die Prandtl-Zahl $c_p \cdot \mu / k$ errechnet werden. (Zu den Einheiten und Umrechnungen vergl. Anhang Nr. 1).

Die einzelnen Autoren, die Wärmeübergangsexperimente durchführen, verwenden zur Auswertung ihrer Ergebnisse oft verschiedene Stoffwerte. Will man ihre Ergebnisse miteinander vergleichen, ist es sinnvoll, immer dieselben Stoffwerte einzusetzen. In die Größe ANu gehen die Stoffwerte in der folgenden Weise ein:

$$ANu = \frac{100 d}{(4\dot{m}/\pi d) \cdot 8} h \frac{\mu^{.4}}{k^{.6} c_p^{.4}} \quad (9)$$

d.h. Zähigkeit und Wärmeleitfähigkeit heben sich teilweise auf gegeneinander. Besonders in der Wärmeleitfähigkeit, die bei hohen Temperaturen schwer meßbar ist, bestehen bei den einzelnen Autoren große Unterschiede.

3a. Helium

Tabelle 3 zeigt die von einigen Autoren verwendeten Stoffwerte. Wie man sieht, sind die Unterschiede für die Wärmeleitfähigkeit bei den einzelnen Autoren bereits bei 1000 K beträchtlich. Für die Helium-Stoffwerte wird im folgenden ein eigener Vorschlag gemacht /28/. Helium wird als ideales, einatomiges Gas betrachtet. Entsprechend der kinetischen Gastheorie erhält man für die spezifischen Wärmen

$$\begin{aligned} c_p &= \frac{5}{2} R_{\text{gas}} & c_p - c_v &= R_{\text{gas}} \\ c_v &= \frac{3}{2} R_{\text{gas}} & c_p / c_v &= \kappa = \frac{5}{3} \\ c_p &= 1.242 \text{ cal/g K} \end{aligned}$$

(Zur spezifischen Wärme vergl. auch Petersen /43/).

¹⁾ Vergl. auch die ausführliche Darstellung in dem Buch N.V. Tsederberg, V.N. Popov, N.A. Morozova, Thermodynamic and thermophysical properties of Helium (1971)

Autor	c_p [cal/g K]	μ [10^{-5} g/cm s]	k [10^{-5} cal/cm s K]	Pr
Durham et al. (1956) /19/	1.25	Hirschfelder et al. (1954) /37/ 1000 K: 43.6	1000 K: 81	.67=const
Taylor, Kirchgessner (1959) /20/		Woolley and Nutall /38/ 1000 K: 43.85	1000 K: 71.03	
Newmann (1960) /35/	1.25	Hirschfelder et al. /37/ 1000 K: 43.6	1000 K: 81	.67
Barnes, Jackson (1961) /21/	$c_p/c_{pw} = \left(\frac{T}{T_w}\right)^{-.09}$	$\mu/\mu_w = \left(\frac{T}{T_w}\right)^{.67}$	$k/k_w = \left(\frac{T}{T_w}\right)^{.58}$.7
Weiland (1962) /9/	1.24	Woolley and Nutall /38/ 1000 K: 43.85	1000 K: 71.03	
Dalle Donne, Bowditch (1962) /22/	1.242	Hilsenrath (1954) /40/ 1000 K: 48	Mann, Blais (1959) /39/	
Eligot (1963) /23/		Hirschfelder et al. /37/		.6628
Taylor (1964) /7/	1.248	Svehla (1962) /41/ 1000 K: 44.4	1000 K: 82.6	
Marek, Maubach (1971) /36/	1.242	Hilsenrath (1954) /40/	Mann, Blais (1959) /39/	.69

Tabelle 3: Stoffwerte für Helium (von den Autoren bei der Auswertung ihrer Wärmeübergangsmessungen verwendet)

Für die Prandtl-Zahl folgt aus der kinetischen Gastheorie (vergl. dazu auch Hirschfelder et al. /42/ S. 14, 499, 534):

$$\begin{aligned} \text{Pr} &\equiv c_p \mu/k \\ &= \frac{4}{15} \frac{c_p}{R_{\text{gas}}} = \frac{4}{15} \frac{\kappa}{\kappa-1} = 2/3 = \text{const} \end{aligned}$$

d.h. die Prandtl-Zahl ist konstant.

Stroom, Ibele und Irvine /44/ haben Prandtl-Zahlen gemessen im Temperaturbereich von 270 bis 640 K:

$$\text{Pr} = .659 \pm .5 \%$$

Für die Zähigkeit von Helium verwenden wir die neueren Messungen von Guevara, Wagemann (1965) /45/, vergl. Tabelle 4. Diese Messungen liegen im Temperaturbereich von 500 bis 2300 K, mit einer Genauigkeit von $\pm 1 \%$ bis zu 1100 K und $\pm 4 \%$ bis 2300 K. Im Vergleich mit den Messungen anderer Autoren liegen ihre Messungen in der Mitte. Ihre Werte können in der folgenden Gleichung mit einer mittleren Abweichung von $\pm .7 \%$ ausgedrückt werden:

$$\mu = 18.84 (T/T_0)^{.66} 10^{-5} \text{ g/cm s} \quad (10a)$$

$$T_0 = 273.16 \text{ K}$$

Ausgehend von dieser Gleichung für die Zähigkeit und der oben angegebenen konstanten spezifischen Wärme sowie der konstanten Prandtl-Zahl erhält man für die Wärmeleitfähigkeit die folgende Gleichung:

$$k = 35.1 (T/T_0)^{.66} 10^{-5} \text{ cal/cm s K} \quad (10b)$$

$$T_0 = 273.16 \text{ K}$$

Die Messungen der Wärmeleitfähigkeit von Helium sind bei weitem nicht so genau, wie die der Zähigkeit, sodaß die obige Darstellung, Gleichung (10b), vernünftig ist.

In Tabelle 5 ist der Vorschlag für die Stoffwerte von Helium zusammengestellt, Fig. 1a und 1b geben die Zähigkeit und die Wärmeleitfähigkeit in Diagrammen wieder.

Tabelle 4: Zähigkeitsmessungen für Helium von Guevara, Wagemann (1965) /45/

T [K]	$\mu(T)/\mu(283 \text{ K})$
476	1.42
875	2.16
1135	2.57
1363	2.91
1672	3.27
1991	3.67
2192	3.9
2290	4.02

$$\mu(283 \text{ K}) = 19_{10}^{-5} \text{ g/cm s}$$

Tabelle 5: Vorschlag für die Stoffwerte von Helium

T [K]	$\mu [10^{-5} \text{ g/cm s }]$	$k [10^{-5} \text{ cal/cm s K }]$	$k [10^{-5} \text{ W/cm K }]$
500	28.07	52.29	218.9
600	31.65	58.96	246.8
800	38.84	72.37	303.0
1000	44.31	82.55	345.6
1200	50.02	93.19	390.2
1500	57.93	107.93	451.9
1800	65.19	121.44	508.5
2000	70.08	130.57	546.7
2500	81.20	151.27	633.4
3000	91.37	170.23	712.7

$$\mu = 18.84 (T/T_0)^{.66} 10^{-5} \text{ g/cm s} \quad T_0 = 273.16 \text{ K}$$

$$k = 35.1 (T/T_0)^{.66} 10^{-5} \text{ cal/cm s K} = 146.9 (T/T_0)^{.66} 10^{-5} \text{ W/cm K}$$

$$\text{Pr} = .667$$

$$c_p = 1.242 \text{ cal/g K} = 5.2 \text{ Ws/g K}$$

Mit diesen Stoffwerten für Helium wurden alle in dieser Arbeit verwendeten Messungen ausgewertet.¹⁾ (Zum Vergleich der vorgeschlagenen Wärmeleitfähigkeit mit der anderer Autoren vergl. Anhang Nr. 2. Zum Stoffwerteinfluß auf ANu bei Gleichung (9) für Helium vergl. Anhang Nr. 3).

3b. Wasserstoff

Als Stoffwerte für Wasserstoff zur Auswertung der hier verwendeten Messungen werden die folgenden eingesetzt.

a) Zähigkeit

Die von Woolley et al. /48/ angegebenen Werte wurden durch die Gleichung wiedergegeben:

$$100 < T < 1000 \text{ K}$$
$$\mu = .1876 \cdot 10^{-5} T^{.677} \text{ g/cm s} \quad T [\text{K}]$$

b) Wärmeleitfähigkeit und spezifische Wärme.

Aus Wolf, McCarthy /10/ sind die von Hilsenrath et al. /40/ aufgestellten Werte entnommen

$$T [\text{K}]$$

$83 < T < 222 \text{ K}$	$k = .8662 T^{.944} \cdot 10^{-5} \frac{\text{W}}{\text{cm K}}$
$222 < T < 333 \text{ K}$	$k = 1.4109 T^{.852} \cdot 10^{-5} \frac{\text{W}}{\text{cm K}}$
$333 < T < 1388 \text{ K}$	$k = 1.6688 T^{.821} \cdot 10^{-5} \frac{\text{W}}{\text{cm K}}$

$$60 < T < 230 \text{ K}$$

$$c_p = 4.1868 (71.7523 - 89.607 (\log 1.8 T) + 38.0295 (\log 1.8 T)^2 - 5.26605 (\log 1.8 T)^3) \frac{\text{Ws}}{\text{gK}}$$

1) Auf die sehr geringe Druckabhängigkeit der Zähigkeit und Wärmeleitfähigkeit wurde hier verzichtet (vergl. dazu J. Kestin et al.: Viscosity of Helium, Argon and Nitrogen as a function of density; AEDC-TR-71-190 (1971)).

$$230 < T < 1389 \text{ K}$$

$$c_p = 4.1868(-77.2672+81.7961 (\log 1.8 T)-27.6505 (\log 1.8 T)^2 + 3.11872 (\log 1.8 T)^3) \frac{\text{Ws}}{\text{g K}}$$

Zur Zustandsgleichung von Wasserstoff, sowie einer tabellarischen Angabe der spezifischen Wärme bei großen Temperaturen vergl. die neuere theoretische Arbeit von Baker, Swift /49/.

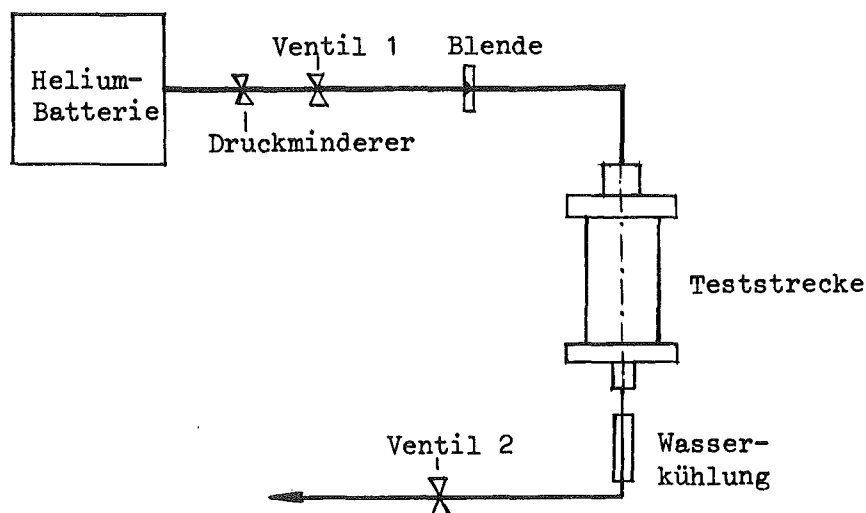
4. Eigene Messungen

Zu der in Abschnitt 1 gestellten Frage des turbulenten Wärmeübergangs wurden die nachfolgend beschriebenen Messungen mit Helium durchgeführt, das turbulent bei erzwungener Konvektion in einem glatten, elektrisch beheizten Molybdänrohr strömt.

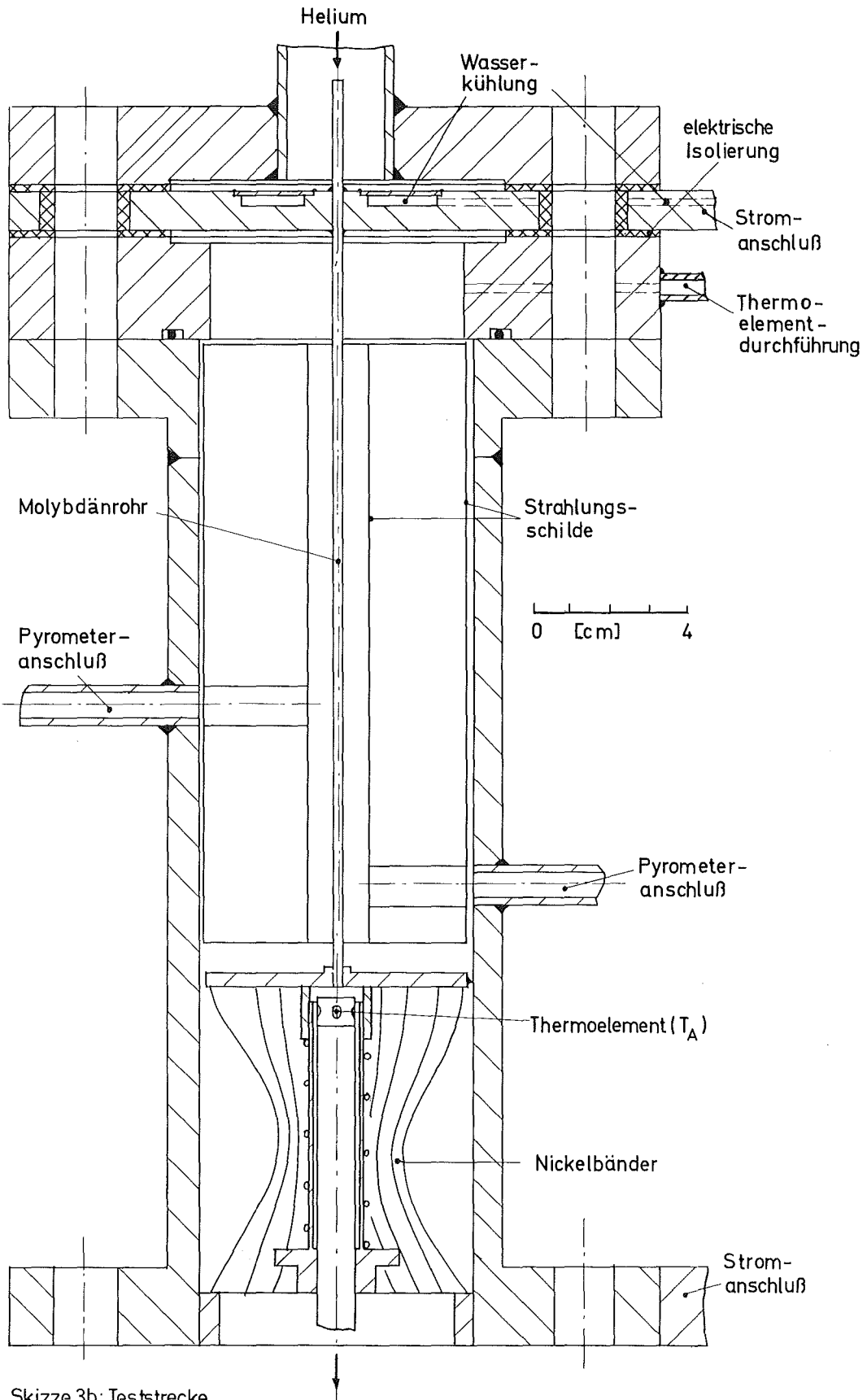
Die hierbei erzielten Meßdaten sind in Anhang Nr. 4 wiedergegeben.

4.1 Versuchsaufbau

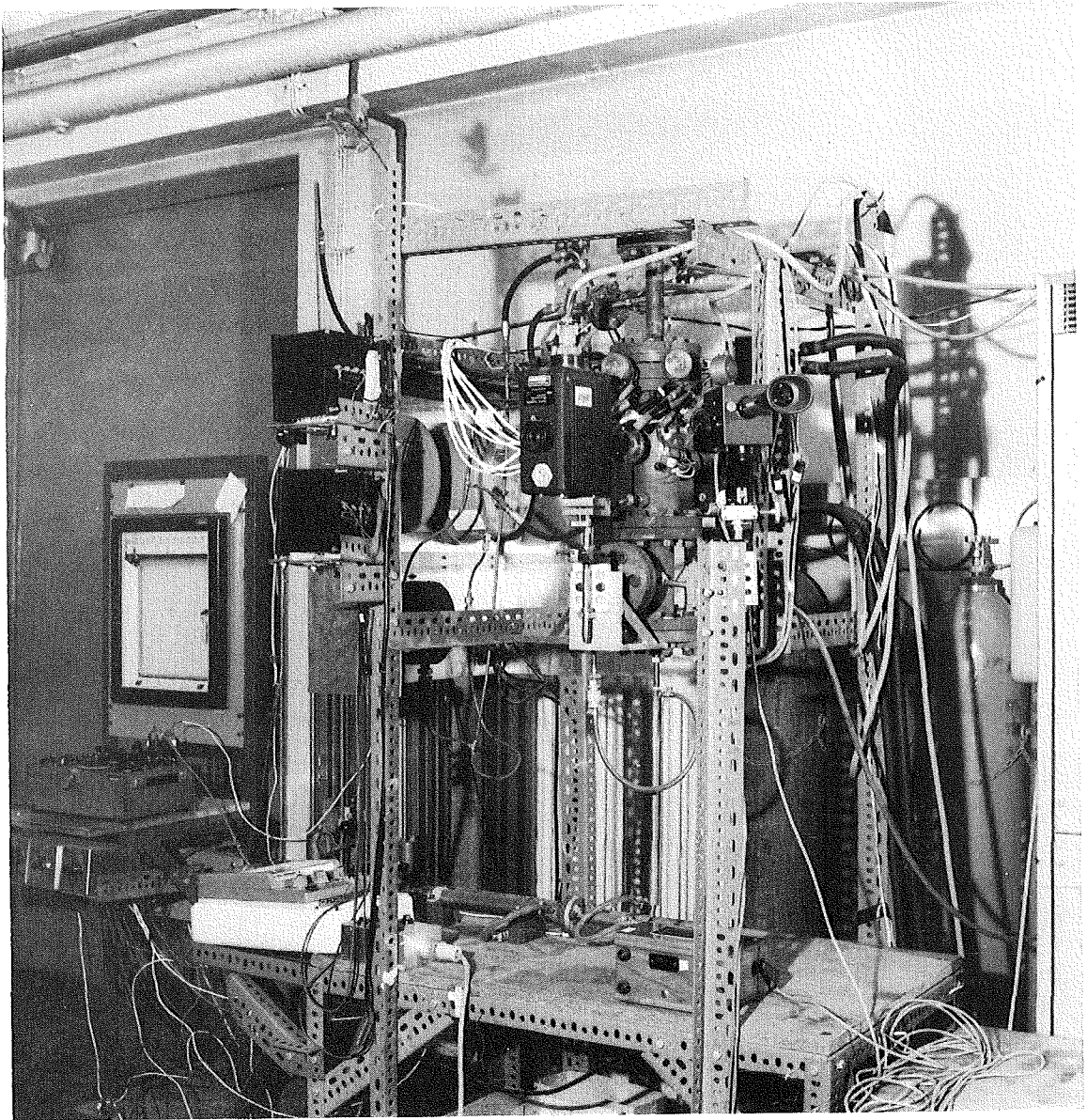
Skizze 3a gibt einen schematischen Überblick über den Aufbau des Experiments, Skizze 3b zeigt die eingebaute Teststrecke.



Skizze 3a: Versuchsaufbau



Skizze 3b: Teststrecke



Hochtemperatur-Wärmeübergangs-Versuchsstand

Aus einem Heliumflaschenvorrat (200 bar bei voller Flasche) strömt das Gas durch einen Druckminderer und ein Regulierventil 1, anschließend durch eine Blende zur Mengemessung. Bevor das Gas in die Teststrecke eintritt, wird seine Temperatur T_E gemessen und es wird in der oberen Mischkammer verwirbelt. Nach Durchlaufen der Teststrecke wird die Temperatur T_A des aufgeheizten Gases bestimmt, das dann über ein Regulierventil 2 in die Atmosphäre geblasen wird.

Der Strom wird über den oberen, wassergekühlten Stahlflansch (siehe S. 20) zugeführt, durchläuft das Molybdänrohr, anschließend den Nickelflansch am Ende der Teststrecke, der über einzelne Nickelbänder beweglich mit dem unteren Stahlflansch verbunden ist. Über diesen wird der Strom wieder abgeführt.

Die Teststrecke ist in den oberen Stahlflansch eingeklebt, in den unteren Nickelflansch eingesteckt. Die bewegliche Nickelbänderverbindung nimmt die thermische Ausdehnung des Molybdänröhrchens auf. 2 Isolierhalbschalen aus Stahlblech, innen mit Molybdänblech verkleidet, dienen als Strahlungsschirme. Die Teststrecke war in einem sie umgebenden Stahlrohr eingebaut.

Der Gasdruck in der Teststrecke wurde mit den beiden Regulierventilen 1 und 2 auf den gewünschten Wert eingestellt (z.B. 20 bar).

Über Quecksilber U-rohr-manometer wurde der Differenzdruck, mit einem Präzisionsmanometer der Absolutdruck, an der Blende bestimmt.

Beheizt wurde das Rohr durch eine Wechselstromanlage, 20 Volt, 2000A maximal. Dem Aufheizen der Teststrecke ging mehrmaliges Spülen der gesamten Anlage mit Helium voraus, um die Luft (Sauerstoff) aus dem Testrohr zu entfernen (Oxydation von Molybdän).

Die Teststrecke und ihre Instrumentierung

Die Maße der Molybdänteststrecke waren:

$$\begin{aligned} \text{Durchmesser } d &\equiv d_1 = .251 \text{ cm} \\ &d_a = .3478 \text{ cm} \end{aligned}$$

Gesamtlänge	$l_{ges} = 24.4 \text{ cm}$
beheizte Länge	$l = 20.8 \text{ cm} \rightarrow l/d = 83$
unbeheizte Länge	$l' = 3.6 \text{ cm} \rightarrow l'/d = 14$

Der Außendurchmesser der Teststrecke wurde an mehreren Stellen mit der Mikrometerschraube gemessen, die Abweichungen lagen in der Größenordnung von 0.1 %. Der Innendurchmesser wurde über das Gewicht (Dichte von Molybdän: $\rho = 10.2 \text{ g/cm}^3$), sowie als Kontrolle mit Bohrschäften ermittelt.

Ein unbeheizter Teststreckenteil von 14 Durchmessern war dem beheizten Teil vorgeschaltet zur Ausbildung eines Geschwindigkeitsprofils im Rohr. Das Rohr war an beiden Enden scharfkantig abgeschliffen.

Zur Temperaturmessung des Gases wurden Chromel-Alumel-Thermoelemente verwendet, 0.5 mm ϕ .

Auf das Molybdänrohr selbst wurden 5 Platin-Rhodium 70/30 % (Plus-schenkel)-Platin-Rhodium 94/6 % (Minusschenkel)-Thermoelemente auf-gepunktet¹⁾.

Zur weiteren Temperaturmessung wurden 2 Infrarotstrahlungs-pyrometer eingesetzt (zur Lage der Thermoelemente und der Pyrometer vergl. Fig. 2). Die Thermoelemente dienten außer zur Temperaturmessung auch zur Messung des Spannungsabfalls über der Teststrecke. Blende und Pyrometer wurden geeicht (vergl. Anhang Nr. 5 und 6).

Versuchsbeispiel

An einem Versuchsbeispiel sollen die Messungen erläutert werden.

Fig. 3 zeigt den Wandtemperaturverlauf für Run 9.

Die Thermoelement- und Pyrometertemperaturen sind eingetragen.

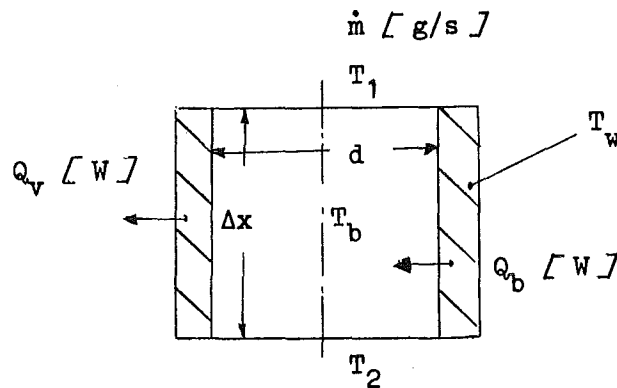
1) Ein Versuch, die Spannung Tantal gegen Molybdän (Tantaldrähte auf Molybdän aufgepunktet) zur Temperaturmessung auszunutzen, bewährte sich nicht wegen der schlechten Reproduzierbarkeit dieser Spannung, sowie dem flachen Verlauf dieser Thermospannung über der Temperatur. Außerdem muß bei Heizung mit Wechselstrom die überlagerte Wechselspannung mit einem geeigneten Tiefpass ausgefiltert werden.

Die Daten von Run 9 sind

$$\begin{aligned}\dot{m} &= 1,342 \text{ g/s} \hat{=} 27 \text{ g/cm}^2 \text{ s} \\ T_E &= 20^\circ\text{C} \\ T_A &= 664^\circ\text{C} \\ Re_E &= 3,2_{10}^4 \\ J &= 588\text{A} ; U = 8,3\text{V} ; N_{el} = 4,88 \text{ KW} \\ P_E &= 21 \text{ bar}\end{aligned}$$

4.2 Versuchsauswertung

Es werden lokale Wärmeübergangskoeffizienten errechnet, da die Temperatur sich stark über die Rohrlänge ändert. Dazu wird die Teststrecke in verschiedene Teilabschnitte unterteilt, für die jeweils mit den folgenden Gleichungen die Größen ermittelt werden (vergl. Skizze 4).



Skizze 4: Bezeichnungen zur abschnittswisen Auswertung

$$Q_{wb} = \Delta U \cdot J - Q_v; \quad q_w = \frac{Q_{wb}}{\pi d \Delta x} \quad (11a)$$

$$T_2 = \frac{Q_{wb}}{c_p \dot{m}} + T_1 \quad (11b)$$

$$T_b = \frac{1}{2} (T_1 + T_2) \quad (11c)$$

$$h = \frac{q_w}{(T_w - T_b)} \quad (11d)$$

$$Nu = \frac{hd}{k} \quad (11e)$$

$$Re = \frac{4\dot{m}}{\pi d \mu} \quad (11f)$$

Die Stoffwerte werden bei der Temperatur T_b eingesetzt.

Die Abstrahlungsverluste wurden mittels Thermoelementen bestimmt (vergl. Anhang Nr. 7). Sie betragen maximal 11 % der an das Gas übergehenden Wärmemenge.

Stoffwerte Molybdän

a) Wärmeausdehnungskoeffizient α_{Mo}

Der Ausdehnungskoeffizient α_{Mo} wurde nach der folgenden Gleichung errechnet

$$\begin{aligned} T \leq 1600^\circ\text{C}: & \quad \alpha_{Mo}(T) = \alpha_1 \cdot T \text{ [}^\circ\text{C]} \quad \text{[1/grad]} \\ T > 1600^\circ\text{C}: & \quad \alpha_{Mo}(T) = \alpha_2 T \text{ [}^\circ\text{C]} + \alpha_3 \quad \text{[1/grad]} \\ \text{mit} & \quad \alpha_1 = .00625 \cdot 10^{-3} \\ & \quad \alpha_2 = .0109 \cdot 10^{-3} \\ & \quad \alpha_3 = -7.457 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

Diese Gleichung ist eine Anpassung an die Werte von Worthing /50/.

b) spezifischer elektrischer Widerstand ρ_{Mo}

Der elektrische Widerstand wurde ebenfalls in Anpassung an die Werte von Worthing /50/ nach der folgenden Gleichung errechnet

$$\begin{aligned} \rho_{Mo} &= \rho_0 (T_w/1000)^{1.155} ; \quad T_w \text{ [K]} \\ \rho_0 &= 23.9 \cdot 10^{-6} \text{ [} \Omega \cdot \text{cm]} \end{aligned}$$

Die neueren Messungen von Cezairliyan et al. /46a/ des elektrischen Widerstandes von Molybdän liegen etwa 1 % unter denen von Worthing /50/.

In Gleichung (11a) wurde ΔU errechnet aus dem elektrischen Widerstand

$$\Delta U_{\rho} = R_{\rho} \cdot J$$
$$R_{\rho} = \rho_{Mo} \frac{\Delta x}{\pi(d_a^2 - d_i^2)}$$

Ein Vergleich der Wärmeübergangskoeffizienten unter Verwendung des gemessenen Spannungsabfalls ΔU_{mess} zeigte eine größere Streuung der Punkte als die Wärmeübergangskoeffizienten mit aus der Wandtemperatur gerechnetem Spannungsabfall. Daher wurde zur Auswertung die elektrische Leistung mit dem gerechneten Spannungsabfall ermittelt.

Der Durchmesser des Röhrchens wurde entsprechend der Wärmeausdehnung eingesetzt nach der Gleichung:

$$d = d_0 (1 + \alpha_{Mo} (T_w [^{\circ}\text{C}] - 20^{\circ}))$$

Im Beispielversuch Run 9 betrug die Ausdehnung maximal 1.6 %.

Die Beiträge der Wärmeleitung in axialer Richtung wurden als vernachlässigbar betrachtet (vergl. Anhang Nr. 8).

Der Temperaturabfall in der Rohrwand selbst wurde errechnet und als vernachlässigbar angesehen, sodaß die Wandaußentemperatur gleich der Wandinnentemperatur gesetzt wurde (vergl. Anhang Nr. 9). Mit den Gleichungen (11) errechnet sich bei gegebener Eingangstemperatur des Gases ein Gastemperaturverlauf über l/d , sowie damit die Verläufe der übrigen Größen.

In Fig. 4 sind diese Verläufe für das Versuchsbeispiel Run 9 dargestellt in Vielfachen der Größe am Eintritt. Die Wandtemperatur steigt auf das 8-fache, die Gastemperatur auf das 3-fache der Eintrittstemperatur, die Reynoldszahl fällt über die Rohrlänge auf die Hälfte derjenigen am Rohreintritt.

In Fig. 5a sind für das Versuchsbeispiel Run 9 der Wärmeübergangskoeffizient, in Fig. 5b die Größe ANu über l/d dargestellt. Beide Linien fallen über l/d .

Mit der Wärmebilanz

$$WB = \frac{U_{ges} \cdot J - c_p \dot{m} (T_A - T_E) - Q_v}{U_{ges} \cdot J}$$

wurde die Genauigkeit der Versuche kontrolliert. Sie war meist negativ und betrug weniger als 5 %.

Die Machzahl ist bei den Experimenten kleiner als 0.3 (Zur Berechnung der Machzahl vergl. Anhang Nr. 10), sodaß eine Auswirkung von Kompressibilitätseffekten auf den Wärmeübergang nicht berücksichtigt werden mußte.

4.3 Darstellung der Meßergebnisse

Im Anhang Nr. 4 sind sämtliche Meßergebnisse wiedergegeben. Die Meßdaten liegen dabei im folgenden Bereich:

$$\begin{aligned} T_E &= 20^\circ\text{C} \\ T_{b\max} &\leq 630^\circ\text{C} & (T_w/T_E)_{\max} &\leq 8 \quad [K/K] \\ T_{w\max} &\leq 2100^\circ\text{C} & (T_w/T_b)_{\max} &\leq 3 \quad [K/K] \\ Re_E &= 1 \div 4 [10^4] & (1/d)_{\max} &= 80 \\ q_w &= 50 \div 600 [W/cm^2] \\ q^+ &= .003 \div .013 \end{aligned}$$

Der Gasdruck betrug etwa 20 bar.

Mehrere der in Abschnitt 2 wiedergegebenen Vorschläge wurden mit diesen Meßergebnissen geprüft. Als geeignet erschien dabei die einfache Darstellung mit (T_w/T_E) als Parameter (vergl. Gleichung (6), hier jedoch mit anderen Konstanten):

$$ANu = 2.4 (T_w/T_E)^{-.268} \pm 5. \% \quad (12)$$

Fig. 6a gibt Run 9 in dieser Darstellung wieder, Fig. 6b gibt alle eigenen Meßwerte wieder. Wie man erkennt, werden sie durch Gleichung (12) sehr gut beschrieben mit einer Abweichung $\pm 5\%$. Damit ist eine einfache Darstellung gefunden, die die eigenen Messungen sehr gut wiedergibt für (T_w/T_b) -Verhältnisse bis zu 3.

Kann diese Darstellung, Gleichung (12), auch für größere (T_w/T_b) -Verhältnisse extrapoliert werden? Wie verhalten sich die Messungen anderer Autoren in dieser Darstellungsart? Welches sind die das Problem beschreibenden Parameter?

Zur Untersuchung dieser Fragen werden die Messungen von Taylor /7,8/, Weiland /9/ und Wolf, McCarthy /10/¹⁾ mit Helium und Wasserstoff herangezogen.

5. Die Messungen von Taylor, Weiland und Wolf, McCarthy mit Helium und Wasserstoff

In diesem Abschnitt werden die Messungen obiger Autoren vorgestellt, ehe sie auf die verschiedenen Darstellungsarten hin untersucht werden. Von den Messungen eines jeden Autors wird eine charakteristische Meßreihe als sogenannte 'Beispielmeßreihe' herausgegriffen und erläutert. Die obigen eigenen Meßreihen werden in diesen Vergleich ebenfalls einbezogen.

5a. Messungen mit Helium

Tabelle 6 gibt einen Überblick über die Meßreihendaten²⁾ mit Helium.

1) Im weiteren werden diese Arbeiten ohne Literaturangaben zitiert.

2) Unter Meßreihe sei hier ein Lauf (Run) verstanden, ein bestimmtes \dot{m} , ein bestimmter T_w -, q_w -Verlauf etc. Die gesamte Teststrecke wird in einzelne Teilabschnitte $\frac{\Delta x}{d}$ unterteilt, in denen dann die sogenannten 'lokalen' Wärmeübergangskoeffizienten dieser Meßreihe bestimmt werden.

Erläuterungen zu Tabelle 6

a) Tendenz der Wärmeflußdichte q_w

Die Autoren Weiland und Wolf, McCarthy verwenden Stahlrohre, dementsprechend ist der q_w -Verlauf über die Rohrlänge ihrer Meßreihen annähernd konstant. Taylor und diese Arbeit verwenden Molybdän- und Wolframrohre, dementsprechend ist der q_w -Verlauf ihrer Meßreihen steigend über die Rohrlänge. (Der elektrische Widerstand von Molybdän und Wolfram steigt stärker als der von Stahl mit der Temperatur an).

b) Gaseintrittstemperatur T_E

Alle Autoren mit Ausnahme dieser Arbeit geben vorwiegend Meßreihen an unter Verwendung von vorgekühltem Heliumgas (z.B. $T_E = -200^\circ\text{C}$, der Einfachheit halber mit 'vorgekühlter Meßreihe' im weiteren bezeichnet). Dabei wird eine größere Differenz zwischen Wand- und Gas-temperatur erreicht gegenüber Meßreihen, bei denen das Gas bei Umgebungstemperatur einströmt, (z.B. $T_E = 20^\circ\text{C}$, 'nicht vorgekühlte Meßreihe').

Zur besseren Unterscheidung sind in den Diagrammen die nicht vorgekühlten Meßreihen mit '●' gekennzeichnet für alle Autoren.

c) l/d -Werte

Die maximalen l/d -Werte der ausgewerteten Meßreihen liegen bei dieser Arbeit bei 80, bei Taylor bei 66, bei Weiland bei 255¹⁾, bei Wolf, McCarthy bei 18, 24 und 40.

d) Auswertung der Meßdaten von Wolf, McCarthy

Wolf, McCarthy unterteilen ihre Teststrecken in 3 Bereiche und geben für diese die lokalen Wärmeübergangskoeffizienten an. Um eine genauere Einsicht in den Wärmeübergang auch bei kleinen l/d -Werten zu bekommen, wurden aus dem angegebenen Verlauf der Temperaturen T_w , T_b und der aus dem Wärmeübergangskoeffizienten errechneten Wärmeflußdichte q_w [W/cm^2] (q_w variiert nicht sehr mit l/d) zusätzliche lokale Wärmeübergangskoeffizienten interpoliert. So erklärt sich, daß in Tabelle 6 bei Wolf, McCarthy

¹⁾ Bis $l/d \approx 40$ steigt $(T_w - T_b)$ an, danach nimmt die Differenz wieder ab.

Autor	1) Symbol	T_E [°C]	T_{wmax} [°C]	$\left(\frac{T_w}{T_E}\right)_{max}$	$\left(\frac{T_w}{T_b}\right)_{max}$	Re_E [10 ⁴]	q_w [W/cm ²]	$1000q^+$	$\left(\frac{1}{d}\right)_{max}$	$\frac{\Delta x}{d}$	ausgewer- tete Punkte	Anzahl der Runs
Taylor / 7/	●Ta	45	2800	9.7	5	3	33÷460	1÷12	66	8	50	5
Taylor / 8/	+Ta	-130	2500	19.5	8	2÷5	20÷460	3÷30	66	8	140	14
Weiland / 9/	●We	30	500	2.6	1.9	9÷20	40÷180	.6÷2.2	255	5.3	25	3
Weiland / 9/	xWe	-160	700	8.6	5.0	9÷22	50÷220	3÷7	255	5.3	80	10
Wolf,McCarthy /10/	●Wo ₁	+ 10	700	3.5	2.4	2.5	30; 40	4; 5;	24	2	44	4
Wolf,McCarthy /10/	oWo ₁	-200	1080	18	10	6	22÷44	11÷19	24	2	77	7
Wolf,McCarthy /10/	oWo ₂	-195	1150	19	11	4÷25	25÷100	8÷20	18	2	180	20
Wolf,McCarthy /10/	●Wo ₃	25	500	2.8	1.6	3÷5	28÷48	2÷4	40	5	40	5
diese Arbeit	●Pf	20	2100	8	37	1÷4	50÷600	3÷13	80	10	<u>135</u> 771	<u>15</u> 83

Tabelle 6: Meßreihendaten, Helium

(Die Daten der in dieser Arbeit untersuchten Meßreihen, Helium)

1) Diese Symbole werden in den Abbildungen verwendet.

Die Meßpunkte, die zu einer nicht vorgekühlten Meßreihe gehören, werden unabhängig vom Autor mit 'o' gekennzeichnet.

bei $\Delta x/d$ 2 bzw. 5 zu finden ist. Im Anhang Nr. 11 ist für ein Beispiel diese Interpolation durchgeführt. Run 21 wurde weggelassen, da das Meßergebnis zu stark von allen übrigen abweicht.

Beispiel-Meßreihen

Um einen Überblick über die Meßreihen der 4 Autoren zu erhalten, werden 4, für den betreffenden Autor jeweils charakteristische Meßreihen mit maximalem T_w/T_b -Wert als 'Beispielmeßreihen' näher erläutert:

Autor	Run Nr.	T_E [°C]	Bezeichnungs-Nr. in dieser Arbeit	Symbol
diese Arbeit	13	20	1	•
Taylor /8/	34	-124	2	+
Weiland /9/	34	-153	3	x
Wolf, McCarthy/10/	83	-194	4	o

Tabelle 7: Beispiel-Meßreihen, Helium

Tabelle 7 gibt die Run-Nr. mit den entsprechenden Eintrittstemperaturen der Beispielmeßreihen wieder.

In den Abbildungen sind die Beispielmeßreihen mit den Ziffern 1 bis 4 gekennzeichnet.

Im Anhang Nr. 12 sind die Daten der Beispielmeßreihen wiedergegeben. Die folgenden Diagramme sollen diese Daten verdeutlichen.

Fig. 7 und 8 geben die einzelnen Größen der 4 Beispielmeßreihen in ihrem Verlauf über l/d wieder.

Fig. 7a: Wandtemperaturverlauf, T_w

Bei Kurve 1 steigt T_w monoton an bis zum Rohrende, bis die Temperatur aufgrund der Flanschverluste wieder absinkt. Ebenso verläuft Kurve 4, jedoch mit einem steileren Anstieg. Bei

Kurve 2 ist derselbe Anstieg wie bei 4, die Temperatur erreicht ein 'Zwischenmaximum', um dann wieder erneut bis zum Rohrende anzusteigen. Bei Kurve 3 steigt T_w bis zu $l/d \approx 40$ schneller, dann etwa in einer Geraden an.

Fig. 7b: Temperaturdifferenzverlauf, $(T_w - T_b)$

Qualitativ ganz ähnlich wie die Wandtemperaturen verlaufen die entsprechenden Differenzen zwischen Wand- und Gastemperatur. Lediglich Kurve 3 zeigt ein Maximum bei etwa 45 l/d.

Fig. 8a: Wärmeflußdichteverlauf, q_w

Der dazugehörige Wärmeflußdichteverlauf der 4 Beispielmeßreihen läßt 3 verschiedene Arten erkennen.

Charakteristische Wärmeflußdichteverläufe

- a) q_w ist annähernd konstant über l/d (Kurve 3 und 4); (Stahlrohr)
- b) q_w steigt ständig an über l/d (Kurve 1); (Molybdänrohr)
- c) q_w steigt stark an und fällt dann wieder ab (Kurve 2); (Wolframrohr)

Insgesamt wurden 771 Meßpunkte aus 83 Meßreihen mit Helium ausgewertet. $1000 q^+$ variiert dabei von 1 bis 30, der maximale T_w/T_b -Wert ist 11, der maximale T_w/T_E -Wert ist 20, der minimale l/d -Wert ist 3. Die niedrigste Gastemperatur ist -200°C , die höchste Wandtemperatur ist 2800°C .

5b. Messungen mit Wasserstoff

Tabelle 8 gibt einen Überblick über die Meßreihendaten.

Die Erläuterungen zu Tabelle 8 entsprechen denen zu Tabelle 6.

Beispiel-Meßreihen

Wiederum sind 4 Beispielmeßreihen ausgewählt worden. (vergl. Tabelle 9). Entsprechend der eigenen, nicht vorgekühlten Meßreihe bei Helium (Tabelle 7) wurde hier von Taylor /7/ Run 11 als nicht vorgekühlte Meßreihe ausgewählt.

Autor	Symbol 2)	T_E [°C]	T_{wmax} [°C]	$\left(\frac{T_w}{T_E}\right)_{max}$	$\left(\frac{T_w}{T_b}\right)_{max}$	Re_E [10 ⁴]	q_w [W/cm ²]	$1000q^+$	$\left(\frac{1}{d}\right)_{max}$	$\frac{\Delta x}{d}$	ausgewertete Punkte	Anzahl der Runs	Test- strecken- typ ¹⁾	
Taylor	/ 7/	•Ta	40	2600	9	4.7	2.3÷4	60÷700	1÷13	66	8	130	13	
Taylor	/ 8/	+Ta	-120	2600	18	7	3.÷5	40÷700	3÷30	66	8	70	7	
Weiland	/ 9/	•,xWe	30 -150	950	9	4.7	12÷46		.6÷ 7	40	5	140	18	
Wolf,McCarthy	/10/	oWo ₁	-140	1000	11	6	16÷21	210÷260	7÷13	40	5	40	5	8a
Wolf,McCarthy	/10/	•,oWo ₂	-190 + 20	680	12	7	7÷100	80÷2300	2÷12	50	17	126	42	9
Wolf,McCarthy	/10/	oWo ₃	-190	1000	17	9.3	4÷15	13÷56	9+20	15	5	75	25	11
Wolf,McCarthy	/10/	•,oWo ₄	+ 20 -190	850	13	7	2÷10	30÷140	4÷12	23	7	27	9	10
												608	119	

Tabelle 8: Meßreihendaten, Wasserstoff

(Die Daten der in dieser Arbeit untersuchten Meßreihen, Wasserstoff)

1) Bezeichnungen Nr. bei Wolf, McCarthy /10/

2) Diese Symbole werden in den Abbildungen verwendet.

Die Meßpunkte, die zu einer nicht vorgekühlten Meßreihe gehören, werden unabhängig vom Autor mit '•' gekennzeichnet.

Autor	Run Nr.	T_E [°C]	Bezeichnungs-Nr. in dieser Arbeit	Symbol
Taylor /7/	11	43	2a	●
Taylor /8/	48	-119	2b	+
Weiland /9/	115	-167	3	x
Wolf,McCarthy /10/	97	-194	4	o

Tabelle 9: Beispiel-Meßreihen, Wasserstoff

Analog zu den Bezeichnungs-Nr. bei Tabelle 7 sind hier die Nummern 2a, 2b, 3, 4 gewählt worden für die Abbildungen 9 und 10. Im Anhang Nr. 13 sind die Daten der Beispielmeßreihen abgedruckt.

Fig. 9 und 10 geben die einzelnen Größen der 4 Beispielmeßreihen in ihrem Verlauf über l/d wieder. Hierzu gelten entsprechende Aussagen wie zu den Abbildungen Fig. 7 und 8.

Insgesamt wurden 608 Meßpunkte aus 119 Meßreihen der 3 Autoren ausgewertet. $1000 q^+$ variiert dabei von .6 bis 30, der maximale T_w/T_b -Wert beträgt 9.3, der maximale T_w/T_E -Wert 18. Die niedrigste Gastemperatur ist -190°C , die höchste Wandtemperatur beträgt 2600°C .

Soviel zu den eigenen Messungen und denen anderer Autoren, die in dieser Arbeit benutzt werden. Da die Messungen in ihrer Charakteristik (axialer Verlauf der Wärmeflußdichte) sehr unterschiedlich sind, bilden sie eine gute Kontrollmöglichkeit, zur Untersuchung der geeigneten Darstellungsart.

Der gesamte Bereich der Messungen von Helium und Wasserstoff ist der folgende:

$$l/d \geq 3 \quad T_w/T_E \leq 20$$

$$q^+ \leq .03 \quad T_w/T_b \leq 11$$

(nicht alle Kombinationen kommen in den Messungen vor).

Damit ist ein sehr weiter Bereich überstrichen.

6. Untersuchung zu den bisherigen Darstellungen

In diesem Abschnitt werden die obigen Messungen (die eigenen und die der anderen 3 Autoren) auf die in Abschnitt 2 gegebenen bisherigen Darstellungen untersucht.

6.1 Die Darstellung $ANu = \text{const} (T_w/T_b)^{-c(1/d)}$

6.1a Helium

Diese Form der Darstellung, ein $1/d$ -abhängiger Exponent von T_w/T_b , wird sehr häufig benutzt. Um diese Darstellungsart für die 4 Autoren wiederzugeben und sie mit anderen Arten zu vergleichen, werden die Meßwerte der 4 Autoren in der folgenden Form miteinander verglichen:

$$ANu = 2.5 (T_w/T_b)^{-c(1/d)} \quad (13a)$$

Die Konstante ist somit zu 2.5 festgelegt für alle 4 Autoren, um die einzelnen $c(1/d)$ -Kurven miteinander vergleichen zu können (Die Darstellungen unterscheiden sich oft in dieser Konstanten, so daß die $c(1/d)$ -Kurven nicht vergleichbar sind).

In Fig. 11a bis d sind für die 4 Autoren für einen $1/d$ -Wert (≈ 10) die Meßwerte, ANu über T_w/T_b aufgetragen. Um die gesuchte Funktion $c(1/d)$ zu bestimmen, wird für jeden Wert von $1/d$ ein solches Diagramm, ANu als Funktion von T_w/T_b , angefertigt. Um sinnvoll eine Gerade durch die Meßpunkte legen zu können, ist es notwendig, Meßpunkte in einem weiten Bereich von T_w/T_b zu haben.

In Fig. 11e sind dann für alle $1/d$ -Werte die so ermittelten $c(1/d)$ -Beträge eingezeichnet. Man sieht, daß die $c(1/d)$ -Kurven der einzelnen Autoren unterschiedlich ausfallen.

Zum Vergleich sind außerdem in Fig. 11a bis d jeweils die entsprechenden Geraden der anderen 3 Autoren mit eingezeichnet (Entsprechende $c(1/d)$ -Werte sind aus Fig. 11e entnommen). Man

sieht z.B. in Fig. 11d, daß zwischen der Geraden nach Taylor und der nach Wolf, McCarthy bei $T_w/T_b = 7$ ein Unterschied von 20 %, bezogen auf den Wert von Wolf, McCarthy besteht.

Weiterhin wird untersucht, wie sich der gemessene Wärmeübergangskoeffizient h bezogen auf den nach Taylor /17/ errechneten Wärmeübergangskoeffizienten, Gleichung (7), in Abhängigkeit von l/d für die Beispielmeßreihen verhält. Fig. 12 a gibt zunächst den Verlauf des Exponenten c_{Ta} mit l/d wieder, Fig. 12b zeigt das Verhältnis h/h_{Ta} . Wie man erkennt, wird die Tendenz der Messungen nicht überzeugend durch Gleichung (7) beschrieben, allenfalls Nr. 1 (eigene Messung) verläuft unabhängig von l/d , die anderen Meßreihen zeigen starke Schwankungen nach unten oder oben.

6.1b Wasserstoff

Um diese Darstellungsart für die 3 Autoren wiederzugeben, werden sie in der folgenden Form miteinander verglichen:

$$ANu = 2.3 (T_w/T_b)^{-c(1/d)} \quad (13b)$$

Die Konstante ist somit hier zu 2.3 festgelegt, um die $c(1/d)$ -Kurven der einzelnen Autoren miteinander zu vergleichen.

In Fig. 13a bis c sind für die 3 Autoren für einen l/d -Wert (≈ 18) die Meßwerte, ANu über T_w/T_b aufgetragen.

In Fig. 13d und e ist der sich ergebende Exponent c über l/d für alle l/d -Werte wiedergegeben.

Die nicht vorgekühlten Taylor-Werte (●) liegen in Form der Größe ANu über T_w/T_b (Fig. 13a) tiefer als die vorgekühlten (+), das ist bei allen l/d -Werten der Fall (Fig. 13d). Bei den Werten von Weiland liegen die nicht vorgekühlten Meßreihen auch etwas niedriger als die vorgekühlten Meßreihen, welche mit denen von Taylor (+) nicht gut übereinstimmen (Fig. 13d). Die Meßwerte von Wolf, McCarthy streuen sehr stark (Fig. 13c).

In Fig. 13e sind die Messungen von Wolf, McCarthy mit den Teststrecken 8a und 11 wiedergegeben, die sich noch am besten mit dieser Form wiedergeben lassen. Zum Vergleich ist in Fig. 13d und e der in Gleichung (7) von Taylor /17/ vorgeschlagene Exponent c_{T_a} wiederum eingezeichnet, sowie in Fig. 13a bis c die jeweilige Gerade nach Gleichung (7).

In Fig. 13a ergibt sich bei $T_w/T_b = 5$ ein Unterschied zu der Geraden der vorgekühlten Meßreihen von + 25 % in ANu (auf c_{T_a} bezogen), in Fig. 13b ein Unterschied von + 17 %, in Fig. 13c ist der Unterschied gering. Aus Fig. 13d bzw. e kann der Unterschied in ANu aus dem Unterschied in c ermittelt werden nach der Gleichung

$$\frac{ANu}{ANu_{T_a}} = (T_w/T_b)^{c_{T_a} - c}$$

Die Differenz ($c_{T_a} - c$) kann aus Fig. 13d und e abgelesen werden.

Fig. 14 gibt das Verhältnis des experimentellen h zu dem nach Taylor /17/ errechneten Wärmeübergangskoeffizienten h_{T_a} in Abhängigkeit von l/d für die 4 Beispielmeßreihen der 3 Autoren wieder. Kurve 2a liegt am besten. Bei kleinen l/d -Werten sind die Abweichungen erheblich, bei größeren l/d werden diese kleiner.

Auch bei Wasserstoff gibt Gleichung (7) die Tendenz der Meßreihen unzureichend wieder.

6.2 Die Darstellung $ANu = \text{const} (T_w/T_E)^{-c}$

Diese Form der Darstellung, T_w/T_E mit einem konstanten Exponenten, wurde von Dalle Donne, Bowditch /22/ in Form von Gleichung (6) vorgeschlagen. Sie enthält im Unterschied zu Gleichung (7) keine l/d -Abhängigkeit. ANu wird, grob ausgedrückt, durch den Wandtemperaturverlauf bestimmt, da T_E ja eine Konstante für jede Meßreihe ist. Zunächst wollen wir die 4 Beispielmeßreihen auf diese Darstellungsart hin prüfen.

6.2a Helium

Fig. 15a gibt ANu in Abhängigkeit von T_w/T_E für die 4 Beispielmeßreihen wieder. Wie man sieht, liegen die Punkte der Beispiele 1 und 4 auf je einer Geraden etwa (doppelt logarithmischer Maßstab), die aber nicht zusammenfallen. Die Beispiele 2 und 3 korrelieren nicht mit T_w/T_E , in Form einer Geraden, sondern besitzen ein Minimum bzw. Maximum.

Von den eigenen Meßwerten ist ja in Fig. 6 bereits gezeigt worden, daß sie sehr gut in dieser Darstellung korrelieren.

Fig. 15b zeigt einige Meßreihen von Wolf, McCarthy. Die einzelnen Meßreihen liegen oft auf Geraden, die allerdings nicht zusammenfallen.

6.2b Wasserstoff

Fig. 16a zeigt die Beispielmeßreihen bei Wasserstoff. Auch hier verläuft Kurve 2a (nicht vorgekühlt) in einer Geraden, dagegen die anderen Meßreihen nicht.

Fig. 16b gibt die nicht vorgekühlten Meßreihen von Taylor /7/ wieder. Diese korrelieren sehr gut in der Form

$$ANu = 2.3 (T_w/T_E)^{-.374} \quad (14)$$

Diese Gleichung unterscheidet sich allerdings in den Konstanten gegenüber Gleichung (12) der eigenen Meßwerte.

Fig. 16c gibt wieder einige Meßreihen von Wolf, McCarthy wieder, die denselben qualitativen Verlauf zeigen, wie die Helium-Werte Fig. 15b.

Zum Vergleich ist in jedes der Diagramme mit T_w/T_E als Abszisse die Gerade der Gleichung (14) eingetragen.

Insgesamt kann also festgestellt werden, daß die Darstellung mit (T_w/T_E) als Parameter keine allgemeine Gültigkeit besitzt, sondern lediglich für Sonderfälle (bestimmter, axialer q_w -Verlauf) eine geeignete Korrelation ist, z.B. für die eigenen, nicht vorgekühlten

Helium-Messungen oder für die ebenfalls nicht vorgekühlten Wasserstoff-Meßwerte von Taylor /7/. Für die Meßreihen mit $q_w = \text{const}$ (Weiland) eignet sich diese Darstellung nicht.

6.3 Die Darstellung $ANu = \text{const} \cdot f(q^+)$

(Zur Definition von q^+ vergl. Gleichung (5)).

ANu wird in dieser Darstellung, grob ausgedrückt, bestimmt durch den axialen Wärmeflußdichteverlauf. Die Enthalpiestromdichte am Rohranfang ist für jede Meßreihe eine Konstante. Zunächst wollen wir wieder die 4 Beispielmessreihen auf diese Darstellungsart hin prüfen.

6.3a Helium

Fig. 8b zeigt den q^+ -Verlauf über $1/d$ für die 4 Helium-Beispielmessreihen, der qualitativ gleich dem von q_w ist, Fig. 8a.

Fig. 17a gibt ANu in Abhängigkeit von q^+ wieder für die 4 Beispielmessreihen. Diese zeigen ein ähnliches Verhalten, wie bei Fig. 15a. Die Beispiele 1 und 4 liegen annähernd auf je einer Geraden, die aber nicht zusammenfallen. Die Beispiele 2 und 3, lassen sich so nicht mit q^+ korrelieren.

Untersuchen wir wiederum, ob alle Meßreihen dieser Arbeit bzw. von Wolf, McCarthy sich so verhalten wie ihre Beispiele.

Fig. 17b gibt alle Meßreihen dieser Arbeit wieder. Diese korrelieren sehr gut mit der Gleichung

$$ANu = 2.7 (1000 q^+)^{-.27} \quad (15a)$$

Zum Vergleich mit der Darstellungsform von Eligot /23/, Gleichung (4), sind alle Meßwerte dieser Arbeit in Fig. 17b' noch einmal im halblogarithmischen Maßstab wiedergegeben. Sie korrelieren mit Ausnahme der Werte für $1/d = 8$ sehr gut mit der Gleichung

$$\text{ANu} = 2.0 e^{-31.2q^+} \quad (15b)$$

Die Gerade der Gleichung (4) von Eligot liegt erheblich tiefer als die eigenen Meßwerte.

Fig. 17c gibt wieder einige Meßreihen von Wolf, McCarthy wieder, in der Form ANu als Funktion von q^+ . Die einzelnen Meßreihen liegen zwar oft auf Geraden, die aber nicht zusammenfallen.

6.3b Wasserstoff

Fig. 18a gibt ANu in Abhängigkeit von q^+ wieder für die 4 Beispielmeßreihen. Diese zeigen ein ähnliches Verhalten wie bei Fig. 17a. Kurve 2a liegt in etwa auf der Geraden,

$$\text{ANu} = 2.3 (1000 q^+)^{-.335} \quad (16)$$

die für die meisten nicht vorgekühlten Meßreihen von Taylor /7/ gilt.

Fig. 18b. Run 17 und 18 liegen in Fig. 18b deutlich über den anderen Meßreihen. Zum Vergleich ist in Fig. 18b noch die aus den Helium-Meßwerten dieser Arbeit aufgestellte Gleichung (15a) eingetragen, die erheblich über den Wasserstoff-Werten von Taylor liegt.

Fig. 18c zeigt einige Meßreihen aus Wolf, McCarthy. Da q^+ annähernd konstant ist, korreliert diese Darstellungsform die Meßwerte nicht.

Insgesamt muß also gesagt werden, daß auch diese Darstellungsart keine generelle Gültigkeit besitzt, sondern lediglich für Sonderfälle, z.B. für die nicht vorgekühlten H_2 -Meßreihen von Taylor /7/ oder die nicht vorgekühlten eigenen Meßwerte (beide besitzen axial ständig steigenden Wärmefluß) eine brauchbare Korrelation ist.

Zusammenfassend muß zu Abschnitt 6 gesagt werden, daß keiner der untersuchten 3 Ansätze die betrachteten Messungen (Taylor, Weiland, Wolf, McCarthy und diese Arbeit) in der Tendenz wiederzugeben in der Lage ist (vergl. Fig. 12b, 14, 15a, 16a, 17a, 18a). Für Sonderfälle, z.B. für die eigenen Messungen mit Helium, oder auch die Messungen von Taylor mit nicht vorgekühltem Wasserstoff ist die Darstellung über T_W/T_E sehr geeignet (die Konstanten dieser Darstellung sind dann für Helium und Wasserstoff unterschiedlich) (vergl. Fig. 16b, 17b, 18b). Für andere Fälle, z.B. die Meßwerte von Wolf, McCarthy (vergl. Fig. 16c z.B.) ist diese Darstellung wiederum ganz ungeeignet.

7. Ähnlichkeitsbetrachtungen zum Wärmeübergang bei großen Temperaturdifferenzen

Das gestellte Problem soll mit Hilfe der Ähnlichkeitstheorie beleuchtet werden. Die allgemeine Aussage der Ähnlichkeitstheorie ist:

"Prozesse werden ähnlich genannt, wenn ihre Bedingungen der 'Einzigartigkeit'¹⁾ ähnlich sind, und wenn die Zahl ihrer bestimmenden Gruppen dieselbe ist". (Vergl. Kutateladze).
Bedingungen der Einzigartigkeit

Unter den Bedingungen der Einzigartigkeit werden verstanden:

- 1) geometrische Eigenschaften des Systems
- 2) physikalische Eigenschaften des Mediums und des Systems
- 3) Anfangsbedingungen
- 4) Randbedingungen während des Prozesses.

(Vergl. Kutateladze /51/ Kap. VI).

Geht man diese Bedingungen in Verbindung mit der gestellten Aufgabe durch, so gelangt man zu den folgenden Aussagen.

Zu 1) Die geometrischen Eigenschaften sind für die betrachteten Fälle alle ähnlich, es handelt sich immer um Rohre.

Zu 2)a) Die physikalischen Eigenschaften des Mediums (Stoffwerte) sind für Helium und Wasserstoff nicht ähnlich (vergl. Abschnitt 3, S. 14). Ähnlichkeit liegt vor, wenn z.B. die

1) 'Uniqueness' ist mit Einzigartigkeit übersetzt worden.

spezifische Wärme konstant ist und die Zähigkeits- und Wärmeleitfähigkeitsfelder ähnlich sind, z.B.:

$$u \sim T^a$$

$$k \sim T^a$$

Für Helium und Wasserstoff ist diese Ähnlichkeit nicht gegeben, da bei Wasserstoff die spezifische Wärme mit der Temperatur ansteigt und die Wärmeleitfähigkeit nicht denselben Exponenten besitzt, wie bei Helium. (In Tabelle 10 sind die Stoffwerte von Helium und Wasserstoff in abgekürzter Form wiedergegeben. Dabei sind für Wasserstoff für μ und k ebenfalls Potenzfunktionen angegeben, um sie mit den Potenzfunktionen von Helium vergleichen zu können.)

- b) Die physikalischen Eigenschaften des Systems sind ebenfalls nicht ähnlich, wenn es sich z.B. bei Weiland um Stahlrohre handelt und bei den eigenen Messungen um Molybdänrohre. Die elektrischen Widerstände beider Rohre sind nicht ähnlich zueinander.

Zu 3) Zu den Anfangsbedingungen gehören z.B. die Verwendung einer unbeheizten Einlaufstrecke, sodaß sich ein Geschwindigkeitsprofil ausbilden kann, weiterhin die Eintrittstemperatur T_E , der Mengendurchsatz \dot{m} .

Zu 4) Zu den Randbedingungen während des Prozesses gehört z.B. die Wandtemperaturverteilung über die Rohrlänge hinweg oder auch die Wärmeflußverteilung. In vielen Fällen wird eine von diesen beiden Größen vorgegeben (Randbedingung 1. und 2. Art nach Kutateladze /51/ S. 36) z.B.:

$$\begin{aligned} T_w &= \text{const} \\ \text{oder} \quad q_w &= \text{const} \end{aligned}$$

Sehen wir uns beispielsweise Fig. 7a und 8a an, so gilt keine dieser Bedingungen für die hier betrachteten Fälle.

	Spez. Wärme c_p	Zähigkeit μ	Wärmeleitfähigkeit k
	[Ws/g K]	[10^{-5} g/cm.s]	[10^{-5} W/cm K]
Helium	5.2	.46 $T^{.66}$	3.6 $T^{.66}$
Wasser- stoff	.002 T + 14	.18 $T^{.66}$	1.4 $T^{.85}$

Tabelle 10: Vergleich der Stoffdaten von Helium und Wasserstoff
(T [K])

Die Randbedingung kann in dieser Form nicht vorgegeben werden, sondern man muß sagen, die Randwerte stellen sich nach den unter 1) bis 3) gemachten Voraussetzungen durch den Prozeß ein. Kutateladze /51/ (S. 36) definiert weiter eine Randbedingung 3. Art:

$$T_w(x) = T_b(x) + \frac{q_w(x)}{h(x)} ; x \equiv 1/d \quad (17a)$$

(Definition des Wärmeübergangskoeffizienten), d.h. die Wandtemperatur kann nicht vorgegeben werden, sondern stellt sich entsprechend einem Wärmefluß und einem Wärmeübergangskoeffizienten (der unbekannt ist bei unseren Messungen) ein. Diese Art der Randbedingung trifft für die hier betrachteten Messungen zu. In Sonderfällen, z.B. bei den Messungen mit Stahlrohren von Weiland, ist q_w praktisch konstant, für die anderen Messungen jedoch nicht (vergl. Fig. 8a, 10a).

Was die Bedingungen der Einzigartigkeit betrifft, so entsprechen die hier betrachteten Messungen ihnen nicht in allen Punkten. So sind die Stoffwerte von Helium und Wasserstoff nicht ähnlich, wie auch der temperaturabhängige elektrische Widerstand bei Molybdän nicht ähnlich ist dem bei Stahl. Dadurch können sich selbst bei gleichen Anfangsbedingungen unähnliche Randbedingungen ausbilden, oder anders formuliert, die Randbedingungen während des Prozesses sind keine unabhängigen Größen sondern ergeben sich. Wir erwarten also aufgrund dieser Ähnlichkeitsbetrachtungen für Helium und Wasserstoff verschiedene Wärmeübergangsgleichungen, zum anderen erwarten wir bei Stahl und Molybdän unterschiedliche Ausbildung der Randbedingungen, q_w -Verlauf, T_w -Verlauf.

Zur Bestimmung der geeigneten Parameter betrachten wir die das Problem bestimmenden Gleichungen und die Navier-Stokes-Gleichungen.

Die Navier-Stokes-Gleichungen mit veränderlichen Stoffwerte z.B.:

$$\rho = \frac{K}{T} \quad ; \quad \mu = c_{\mu} T^a \quad ; \quad k = c_k T^a$$

$$c_p = \text{const} \quad ; \quad \text{Pr} = \text{const} \quad ; \quad p = \text{const}$$

sind ganz ähnlich zu denen bei konstanten Stoffwerten, vergl. Eckert, Drake /52/ (S. 396). Neben Temperaturdifferenzen tritt allerdings auch die absolute Temperatur auf, die dimensionslos gemacht wird. Als Bezugstemperatur wird T_E gewählt in Analogie zur Freistromgeometrie. Die Randbedingung Gleichung. (17a) kann auf dimensionslose Form mit T_E umgeschrieben werden:

$$\frac{T_w(x)}{T_E} = \frac{T_b(x)}{T_E} + \frac{q^+(x)}{\text{St}(x)} \quad ; \quad x \equiv l/d \quad (17b)$$

Außerdem gilt

$$\frac{T_b(x)}{T_E} = 1 + \int_0^x q^+(x') dx'$$

damit folgt als Randbedingung

$$\frac{T_w(x)}{T_E} = 1 + \int_0^x q^+(x') dx' + \frac{q^+(x)}{\text{St}(x)} \quad (17c)$$

Daraus folgt, daß der Wärmeübergang bestimmt wird durch folgende Parameter

$$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Pr}, \frac{T_w}{T_E}, q^+, \frac{1}{d}) \quad (18)$$

d.h. die voneinander unabhängigen Parameter q^+ und T_w/T_E treten neu hinzu und bestimmen das Wärmeübergangsproblem. Daß diese beiden Parameter unabhängig voneinander sind, ist zunächst schwer verständlich. Aber damit sind alle Arten von Wärmeflußverlauf oder Temperaturverteilung mit in die Betrachtung eingeschlossen. Es ist z.B. möglich den Wärmeflußverlauf mit einem Molybdänrohr mit konstantem Innendurchmesser und axial variabler Wandstärke bei entsprechenden Anfangsbedingungen beliebig zu beeinflussen. Dieser Freiheits-

grad von den physikalischen Eigenschaften des verwendeten Systems her wird gewissermaßen in die Größe q^+ , bzw. ihre Unabhängigkeit von T_w/T_E gesteckt. Man könnte auch gewisse q^+ -Verläufe festlegen, z.B. axial linear ansteigend, oder quadratisch ansteigend oder dergl. mehr, und für diese Fälle dann, ähnlich wie für $q^+ = \text{const}$, eine Gleichung für den Wärmeübergang angeben. Der obige Vorschlag, T_w/T_E und q^+ als zusätzliche unabhängige Parameter einzuführen, ist aber weitergehend.

8. Vorschlag der Darstellung des turbulenten Wärmeübergangs bei großen, axial steigenden Temperaturdifferenzen

Die Ähnlichkeitstheorie macht keine Aussage darüber, wie die gesuchte Abhängigkeit der Gleichung (18) aussieht. Es wird daher ad hoc der Ansatz gemacht:

$$ANu = \text{const} (T_w/T_E)^p \cdot (q^+)^q \quad (19)$$

In diesem Ansatz sind die Parameter T_w/T_E und q^+ in voneinander unabhängigen Potenzfunktionen wiedergegeben. Die übliche Reynolds- und Prandtlzahlabhängigkeit ist in Form der Größe ANu beibehalten worden. Für kleine Temperaturdifferenzen und konstante Stoffwerte ist p und q Null zu setzen. Anhand der Messungen wird dieser Ansatz auf seine Brauchbarkeit hin geprüft.

Für die weitere Untersuchung wird noch eine Einschränkung gemacht. Fig. 7d kann dies für die Beispielmessreihen mit Helium verdeutlichen. Aus der Betrachtung aller hier untersuchten Messreihen kann der folgende Satz formuliert werden (vergl. dazu auch Fig. 15a, Nr. 3):

Der Wärmeübergang in Form der Größe ANu fällt mit axial steigender Temperaturdifferenz ($T_w - T_b$) und steigt wieder, wenn diese Differenz fällt.

Dieser Satz koppelt die Tendenz des Wärmeübergangs mit l/d zu variieren in Form der Größe ANu an die Tendenz der Temperaturdifferenz ($T_w - T_b$). In der weiteren Arbeit beschränken wir uns auf den Fall steigender Temperaturdifferenz. Alle weiteren Aussagen gelten unter dieser Nebenbedingung.

Jeder Wärmeübergang beginnt mit diesem Fall axial steigender Temperaturdifferenz. Beim Wärmeübergang mit kleinen Temperaturdifferenzen erreicht diese Differenz ($T_w - T_b$) nach einer Einlauf­länge einen konstanten Wert (vergl. Skizze 2a, S.4). Beim Wärmeübergang mit großen Temperaturdifferenzen tritt der Fall konstanter Temperaturdifferenz nicht auf. Nach Durchlaufen eines Maximums fällt diese Differenz wieder (vergl. z.B. die Messungen von Weiland bis zu l/d -Werten von 250).

(Es ist denkbar, den axialen Wärmeflußverlauf in einem Rohr über axial variable Wandstärke so zu gestalten, daß die Temperaturdifferenz konstant bleibt ab einer gewissen Stelle im Rohr. Das wäre jedoch nur bei ganz bestimmten Bedingungen \dot{m} , T_E , J usw. der Fall. Bei anderen Bedingungen müßte die variable Wandstärke wieder einen anderen Verlauf haben. Für jede Meßreihe wäre ein neues Rohr notwendig).

Die maximal auftretenden ($T_w - T_b$)-Werte liegen in diesem Bereich steigender Temperaturdifferenz. Das Maximum von (T_w/T_b) tritt bei kleineren l/d -Werten im Rohr auf als das Maximum von ($T_w - T_b$) (vergl. Fig. 7b und 8c).

8a. Helium

Im Folgenden werden die Helium-Meßwerte mit obigem Ansatz untersucht.

Die Messungen von Weiland eignen sich zur Bestimmung der Konstanten p und q sehr gut. q^+ ist bei jedem einzelnen Run konstant, für die verschiedenen Runs variiert $1000 q^+$ von .6 bis 7 (vergl. Tab. 6, S. 29).

Fig. 19a gibt einige Meßreihen von Weiland wieder in der Darstellung ANu (T_w/T_E). Die einzelnen Meßreihen liegen auf

parallel verschobenen Geraden (doppelt logarithmischer Maßstab) der Gleichung

$$\text{ANu} \sim (T_w/T_E)^{-1.05} \quad (20a)$$

Fig. 19b zeigt als Kontrolle dieselben Meßreihen in der Form $\text{ANu} (T_w/T_E)^{1.05} = f(1/d)$. In etwa bildet jede Meßreihe eine Parallele zur Abszisse, d.h. ist unabhängig von $1/d$.

Fig. 19c zeigt die Abhängigkeit von q^+ für die gesamten Meßreihen von Weiland. Für $1/d = 13.3$ (vergl. Fig. 19b) ist $\text{ANu} (T_w/T_E)^{1.05}$ über q^+ aufgetragen. (Run 30 ist nicht eingetragen, da $1000 q^+ < 1$ ist). Die 12 Meßreihen von Weiland korrelieren sehr gut mit der Gleichung

$$\text{ANu} = 2.3 \frac{(1000 q^+)^{2/3}}{(T_w/T_E)^{1.05}} \quad (20b)$$

Werden andere $1/d$ -Werte aufgetragen, so ergibt sich dieselbe Gleichung (20b).

Damit ist aus den Experimenten von Weiland p und q und die dazugehörige Konstante ermittelt.

Die nächsten Abbildungen sollen die Frage beantworten, ob Gleichung (20b) auch die Meßwerte der übrigen Autoren wiedergibt, für die $q^+ \neq \text{const}$ bei einem Run ist. $\text{ANu} (T_w/T_E)^{1.05}$ ist dabei als Funktion von q^+ aufgetragen.

Fig. 20a zeigt die Beispielmeßreihen. Diese stimmen in ihrer Tendenz sehr gut mit Gleichung (20b) überein.

Fig. 20b gibt alle eigenen Meßwerte wieder. Diese liegen etwas unter der Geraden, Gleichung (20b). In ihrer Tendenz werden sie sehr gut beschrieben.

Fig. 20c gibt alle Taylor-Werte wieder. Dabei fällt auf, daß die nicht vorgekühlten Meßreihen (●) sehr schön beieinander liegen und außerdem gut an die vorgekühlten Meßreihen (+) anschließen. Dies ist in keiner anderen Darstellung sonst der Fall (vergl. Fig. 11b: die (●) liegen tiefer als die (+)).

Ein $1/d$ -Effekt ist in dieser Darstellung nicht zu erkennen. 2 Meßpunkte mit gleichem q^+ -Wert und unterschiedlichen $1/d$ -Werten (z.B. $1/d = 11$ und 60) liefern den gleichen Wert $ANu (T_w/T_E)^{1.05}$. Insgesamt liegen die Taylor-Werte stark unter der Geraden-Gleichung (20b). Außerdem bilden alle Punkte in ihrer Gesamtheit keine Gerade, sondern eine etwas nach unten gekrümmte Kurve.

Fig. 20d gibt alle Wolf, McCarthy-Werte wieder, die eine starke Streuung aufweisen.

Fig. 20e gibt die gesamten Meßwerte aller 4 Autoren wieder, mit q^+ als Abszisse, Fig. 20f mit T_w/T_E als Abszisse.

8b. Wasserstoff

Fig. 21a bis 21c sind die zu Abschnitt 8a entsprechenden Diagramme. Die Weiland-Meßreihen führen zu folgender Gleichung

$$ANu = 2.7 \frac{1000 q^+}{(T_w/T_E)^{1.4}} \quad (21b)$$

Fig. 22a zeigt die 4 Beispielmessreihen.

Fig. 22b gibt alle Messreihen von Taylor wieder. Es gelten hier die gleichen Bemerkungen wie bei Helium, Fig. 20c.

Fig. 22c gibt alle Wolf, McCarthy-Werte wieder.

Fig. 22d schließlich gibt alle Meßwerte der 4 Autoren in einem Diagramm wieder.

Mit den Gleichungen (20b) und (21b) sind damit für den Fall axial steigender Temperaturdifferenz für Helium und für Wasserstoff zwei einfache Korrelationen gegeben, die die Tendenz sämtlicher hier betrachteter Messungen sehr gut wiedergeben. Zur Herleitung wurde ausgegangen von den Messungen von Weiland mit konstantem Wärme flu ß verlauf ($q^+ = \text{const}$).

Umformung von Gleichung (2ob)

Indem in Gleichung (2ob) q^+ in der folgenden Weise ersetzt wird,

$$q^+ = St \frac{T_w - T_b}{T_E},$$

gelangt man zu folgendem Ergebnis:

$$Nu = 2.3^3 Re^{.4} Pr^{-.8} \frac{\left(\frac{T_w - T_b}{T_E} \right)^2}{(T_w/T_E)^{3.15}} \quad (2ob')$$

d.h. die Nusseltzahl ist außer von den Größen Re und Pr von der dimensionslosen Temperaturdifferenz als auch von einem Temperaturverhältnis abhängig.

Spezialfall

Der folgende Spezialfall zu den Gleichungen (2ob) und (21b) soll noch erwähnt werden.

Wie bereits gezeigt, lassen sich die eigenen Messungen sehr gut mit (T_w/T_E) als auch mit q^+ darstellen (vergl. Fig. 6b, und Fig. 17b). Daraus folgt aber, daß q^+ eine Funktion von (T_w/T_E) sein muß. Dies zeigt Fig. 23a. Die Gleichung lautet:

$$1000 q^+ = 1.6 (T_w/T_E)^{-.5} \quad (22a)$$

Fig. 23b zeigt dann für den weiteren Zusammenhang bei den eigenen Meßwerten die Darstellung (Modifizierung von Gleichung (15a)):

$$ANu = 2.72 (1000 q^+ + .5)^{-.268} \quad (22b)$$

Die dritte dazu passende Gleichung lautet daraus (Modifizierung von Gleichung (12)):

$$ANu = 2.39 (T_w/T_E)^{-.268} \quad (22c)$$

Jede dieser 3 Gleichungen (22a bis c) beschreibt die eigenen Messungen sehr gut.

Die Lösungsgleichung (19) bildet eine Ebene in dem Koordinatendreibein ANu , T_w/T_E , q^+ (dreifach logarithmisch). Der eben beschriebene Sonderfall bedeutet, daß die Lösungsebene in eine Gerade zusammenfällt. Die Projektionen auf die Koordinatenebenen sind wiederum Geraden, die Gleichungen (22a bis c). Die nicht vorgekühlten Meßreihen mit Wasserstoff von Taylor /7/ bilden einen ähnlichen Sonderfall (vergl. Fig. 16b und 18b).

Vergleich

In Fig. 24 und 25 werden die experimentell gemessenen Wärmeübergangskoeffizienten verglichen mit den nach Gleichung (20b) bzw. (21b) berechneten Wärmeübergangskoeffizienten für die Beispielmeßreihen von Helium bzw. Wasserstoff. Wie man aus beiden Abbildungen erkennen kann, gibt die vorgeschlagene Darstellung (Gleichungen (20b) und (21b)) in der Tendenz die Meßwerte wesentlich besser wieder, als die Darstellung von Taylor /17/ Gleichung (7), Fig. 12b und 14.

9. Zusammenfassung der Ergebnisse

Die vorliegende Untersuchung, Teil I, des turbulenten Wärmeübergangs an Helium und Wasserstoff bei großen Temperaturdifferenzen anhand eigener Messungen sowie denen von Taylor /7,8/, Weiland /9/ und Wolf, McCarthy /10/ führte zu den folgenden Ergebnissen.

1. Anhand von Ähnlichkeitsbetrachtungen wurde zur Beschreibung des lokalen Wärmeübergangs der folgende Ansatz gemacht:

$$ANu = \text{const} (T_w/T_E)^p (q^+)^q \quad (19)$$

Für Helium und Wasserstoff werden unterschiedliche p , q -Werte erwartet.

2. Der Wärmeübergang in Form der Größe ANu fällt mit axial steigender Temperaturdifferenz $(T_w - T_b)$ und steigt wieder, wenn diese Differenz fällt.

3. Für den Fall axial steigender Temperaturdifferenz wurden mit dem obigen Ansatz aus den betrachteten Messungen die folgenden Gleichungen bestimmt:

$$\text{Helium:} \quad \text{ANu} = 2.3 \frac{(1000 q^+)^{2/3}}{(T_w/T_E)^{1.05}} \quad (20b)$$

$$\text{Wasserstoff:} \quad \text{ANu} = 2.7 \frac{1000 q^+}{(T_w/T_E)^{1.4}} \quad (21b)$$

4. Die eigenen Messungen mit nicht vorgekühltem Helium (elektrisch beheizte Molybdänrohre) konnten sehr gut in der einfachen Gleichung wiedergegeben werden:

$$\text{Helium:} \quad \text{ANu} = 2.4 (T_w/T_E)^{-.268} \quad (12)$$

Die ähnlichen Messungen von Taylor /7/ mit Wasserstoff lassen sich mit der folgenden Gleichung darstellen

$$\text{ANu} = 2.3 (T_w/T_E)^{-.374} \quad (14)$$

Diese Darstellungen, Gleichungen (12) und (14), sind Sonderfälle der Gleichungen (20b) und (21b), da diesen Messungen ein fester Zusammenhang von q^+ und (T_w/T_E) zugrunde liegt, sodaß ein Parameter eliminiert werden kann (z.B. q^+).

5. Bisher vorgeschlagene Korrelationsmöglichkeiten, Darstellung mit l/d -abhängigen Exponenten von (T_w/T_b) , Darstellung mit (T_w/T_E) , Darstellung mit q^+ führten bei den betrachteten Messungen zu keinem befriedigenden Ergebnis.
6. Für Helium wurde ein Vorschlag für die Stoffwerte Zähigkeit, Wärmeleitfähigkeit und Prandtlzahl gemacht, der bei der Auswertung der hier betrachteten Messungen Verwendung findet.

Teil II

Das Potenztemperaturprofil des turbulenten Wärmeübergangs bei großen Temperaturdifferenzen

(Berechnung anhand der integralen Wärmeübergangsmessungen aus Teil I)

10. Überleitung

Teil II dieser Arbeit befaßt sich mit dem Temperaturprofil beim Wärmeübergang bei großen Temperaturdifferenzen. Die Entwicklung universeller Profile, Geschwindigkeits- und Temperaturprofil, ist ein wesentlicher Schritt zum Verständnis von Impuls- und Wärmeaustausch.

Gowen, Smith /55/ ermitteln aus ihren bei kleinen Temperaturdifferenzen in Rohren gemessenen Temperaturprofilen den Wärmeübergang. Sie geben dafür eine Berechnungsgleichung an. Hier soll der umgekehrte Weg beschritten werden, nämlich aus den obigen Wärmeübergangsexperimenten sollen Aussagen über das Temperaturprofil gewonnen werden. Temperaturprofilmessungen bei großen Temperaturdifferenzen sind bis jetzt nicht durchgeführt worden. In diesem Zusammenhang sollen die hier gemachten Vorschläge lediglich als sinnvolle Ansätze erachtet werden, die durch die genaue Messung des Temperaturprofils bei großen Temperaturdifferenzen bestätigt werden müssen.

Die Grundgleichungen für den turbulenten Transport von Impuls und Wärme können folgendermaßen formuliert werden (vergl. dazu Rannie /56/ und Schlichting /57/ S. 447):

$$\frac{\tau_w}{\rho} = \epsilon_m \frac{du}{dy} \quad (23a) \text{ Impulstransport}$$

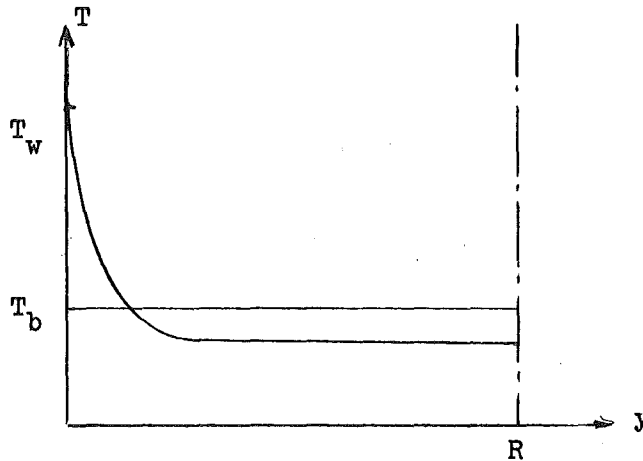
(Boussinesq-Ansatz /58/)

$$-\frac{q_w}{\rho c_p} = \epsilon_h \frac{dT}{dy} \quad (23b) \text{ Wärmetransport}$$

Damit ist die Verknüpfung von Geschwindigkeitsprofil und Schubspannung (Reibungsbeiwert) bzw. Temperaturprofil und Wärmefluß (Wärmeübergang) gegeben. Die Größen ϵ_m , ϵ_h werden als turbulente Austauschgrößen für Impuls bzw. Wärme bezeichnet. Reynolds /59/ hat in der nach ihm benannten Analogie postuliert, daß diese beiden Austauschgrößen identisch sind. Für laminare Strömung mit einer Prandtl-Zahl von 1 ist dies auch exakt, für die turbulente Strömung dagegen nicht.

11. Aufgabenstellung

Die Frage, die es zu untersuchen gilt, lautet (vergl. Skizze 5):
Wie sieht das Temperaturprofil aus, das sich beim Wärmeübergang
in einem Rohr mit Helium als Kühlgas ausbildet (in diesem Teil II
beschränken wir uns auf Helium)?



Skizze 5: Aufgabenstellung

Die Wand hat die Temperatur T_w . Die Kontinuitätsbedingung für
das Rohr lautet:

$$\begin{aligned} \dot{m} &= \text{const} \\ &= \int_F \rho u dF ; F = \pi R^2 \\ & \quad dF = 2\pi r dr \end{aligned} \quad (24)$$

Die mittlere Geschwindigkeit u_b wird wie folgt definiert:

$$u_b = \frac{\dot{m}}{\rho_b F} \quad (24a)$$

wobei die Dichte ρ_b über die Temperatur T_b errechnet wird.
Gilt weiterhin das ideale Gasgesetz (Druck $p = \text{const}$):

$$\rho T = \rho_b T_b = K \quad (25)$$

so erhält man mit (24) und (24a):

$$\frac{u_b}{T_b} = \frac{1}{F} \int_F \frac{u}{T} dF \quad (26)$$

Dies ist die Kontinuitätsbedingung für ideale Gase, gleichzeitig kann sie auch als Definition für die Gastemperatur T_b aufgefaßt werden unter der Voraussetzung, daß die spezifische Wärme konstant ist. (Zur Erläuterung der Gleichung (26) vergl. Anhang Nr. 14). Gleichung (26) gibt gleichzeitig den Zusammenhang zwischen den integralen Größen u_b , T_b und den lokalen Größen $u(r)$ und $T(r)$ an. Aus diesem Zusammenhang soll unter Vorgabe eines Geschwindigkeitsprofils das Temperaturprofil $T(r)$ errechnet werden. Soviel zur Aufgabenstellung und Begriffsbildung.

12. Das Geschwindigkeitsprofil

Wie Gleichung (26) bereits wiedergibt, ist das Temperaturprofil immer gekoppelt mit dem Geschwindigkeitsprofil, oder anders formuliert, Impuls- und Wärmetransport sind gekoppelte Vorgänge. Ehe das Temperaturprofil besprochen wird, soll deshalb zunächst auf das Geschwindigkeitsprofil eingegangen werden.

12.1 Das Geschwindigkeitsprofil bei kleinen Temperaturdifferenzen

Aus der turbulenten Schubspannung kann für die turbulente Strömung ein universelles Geschwindigkeitsprofil abgeleitet werden (vergl. Schlichting /57/, S. 470). Dieses ist ebenso an einer ebenen Wand wie an Rohren gültig und stellt ein asymptotisches Gesetz für große Reynoldszahlen dar, bei denen die laminaren Beiträge der Strömung verschwinden. Es wird in folgender Form formuliert:

$$\begin{aligned} u^+ &= A \ln y^+ + B & (27) \\ A &= 2.5 \\ B &= 5.5 \\ u^+ &= u/u^* \quad ; \quad u^* = \sqrt{\tau_w/\rho} = \sqrt{\lambda/8} \quad u_b \\ y^+ &= (R-r)u^*/\nu \end{aligned}$$

Das dazugehörige universelle Widerstandsgesetz für das glatte Rohr bei großen Reynoldszahlen lautet (vergl. Schlichting /57/, S. 476, vergl. Anhang Nr. 15):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2.035 \log (Re\sqrt{\lambda}) - .989 \quad (28)$$

Gleichung (28) kann aus Gleichung (27) ermittelt werden.

Sowohl Geschwindigkeitsprofil als auch Widerstandsgesetz sind aus sehr vielen Messungen bestätigt worden.

12.2 Das Geschwindigkeitsprofil bei großen Temperaturdifferenzen

Bereits 1930 hat Nusselt /1/ darauf hingewiesen, daß Wärmeübergang und Reibungsbeiwert bei großen Temperaturdifferenzen mit einem Verhältnis T_w/T_b zu modifizieren sind gegenüber dem Fall verschwindender Temperaturdifferenz.

Taylor /60/ hat 1967 aufgrund von Experimenten bis zu Temperaturverhältnissen von $T_w/T_b = 7$ vorgeschlagen, die Karman-Nikuradse-Gleichung (28) in der folgenden Weise zu verwenden

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda} \sqrt{\frac{T_w}{T_b}}} = 2.035 \log (Re_w \sqrt{\lambda} \sqrt{\frac{T_w}{T_b}}) - .989 \quad (29)$$

Die Stoffwerte μ und ρ in der Reynoldszahl werden bei der Temperatur T_w eingesetzt.

Diese Gleichung (29) wird in dieser Arbeit zur Berechnung des Reibungsbeiwertes bei großen Temperaturdifferenzen verwandt. Als Abkürzung in Gleichung (29) wird im folgenden verwendet:

$$\lambda \sqrt{\frac{T_w}{T_b}} \equiv \lambda_w$$

Dalle Donne, Meerwald /61/ haben darauf hingewiesen, daß aus dem Reibungsgesetz (29) nun umgekehrt das Geschwindigkeitsprofil bei großen Temperaturdifferenzen sich folgendermaßen schreiben läßt:

$$u^+ = A \ln y^+ + B \quad A = 2.5 \quad (30)$$

$$\text{mit } y^+ = \frac{y u^*}{\nu_w} \quad B = 5.5$$

$$u^+ = u/u^*$$

$$u^* = \sqrt{\frac{\lambda}{\delta} \sqrt{T_w/T_b}} \cdot u_b$$

$$u^* = \sqrt{\tau_w/\rho_R} \quad (30a)$$

$$\rho_R = \frac{K}{\sqrt{T_w \cdot T_b}}$$

Damit bleibt das Geschwindigkeitsprofil mit einer neuen Definition der Reibungsgeschwindigkeit u^* auch für große Temperaturdifferenzen erhalten.

Dieses Geschwindigkeitsprofil (30) wird in dieser Arbeit zur Errechnung des Temperaturprofils verwendet.

13. Das Temperaturprofil bei kleinen Temperaturdifferenzen

Aus der Analogie von Impuls- und Wärmetransport folgt für die Temperaturverteilung ebenfalls ein logarithmisches Profil der folgenden Form:

$$t^+ = A_s \ln y^+ + B_s \quad (31)$$

$$t^+ = \frac{(T_w - T) \rho_b c_p u^*}{q_w}$$

$$y^+ = \frac{(R-r)u^*}{\nu}$$

Zu dem Zahlenwert der Konstanten A_s und B_s bedarf es weiterer Erläuterungen. Landau, Lifshitz /62/ und Spalding /63/ zeigten, daß das Verhältnis A_s/A äquivalent der turbulenten Prandtl-Zahl ($Pr_{turb} = \epsilon_h/\epsilon_m$) gesetzt werden kann. Aufgrund von Messungen

verwenden sie

$$\epsilon_h/\epsilon_m \approx .88$$

Daraus folgt, daß $A_s \approx 2.2$ ist.

Bradshaw, Ferries /64/ verwenden für ihre Rechnungen mit Luft 2.22 bzw. 1.5 für A_s bzw. B_s .

Jayatilleke /65/ untersuchte die Prandtl-Zahlabhängigkeit von B_s sowie den Einfluß der Rauigkeit auf B_s .

In Tabelle 11 sind Werte für A_s und B_s aus Messungen mit Luft wiedergegeben.

Aus den Messungen von Seban, Shimazaki /66/ kann bei einer Reynoldszahl von 4_{10}^4 aus Fig. 5 /66/ für A_s und B_s 1.7 bzw. 4 entnommen werden.

Johnk /67/ gibt dazu sehr genaue Messungen der Ausbildung des Temperaturprofils von Luft in der Einlaufstrecke wieder. Für das voll ausgebildete Profil findet er 2.2 bzw. 3.3 für A_s bzw. B_s . T_w/T_b ist dabei kleiner als 1.5.

Hishida /68/ hat ebenso die Ausbildung des Temperaturprofils von Luft bei konstanter Wandtemperatur gemessen. Das voll entwickelte Profil hat die Konstanten 2.17 bzw. 3.77 für A_s bzw. B_s .

Gowen, Smith /55/ geben aus ihren Messungen 2.18 bzw. 3 für A_s bzw. B_s an. Weiterhin geben sie eine Berechnungsgleichung für B_s in Abhängigkeit von der Pr-Zahl an. A_s ist nicht, B_s dagegen stark von der Pr-Zahl abhängig.

Autor	Lit. Jahr	A_s	B_s
Seban, Shimazaki	/66/ 1951	1.7	4
Deissler, Eian	/69/ 1952	2.3	3.3
Johnk	/67/ 1961	2.2	3.3
Hishida	/68/ 1967	2.17	3.77
Gowen, Smith	/55/ 1967	2.18	3
Taccoen	/70/ 1968	2.19	3.96
Kader, Yaglom	/71/ 1972	2.12	3.8

Tabelle 11: Die Profilkonstanten A_s und B_s des logarithmischen Temperaturprofils (31) aufgrund von Messungen mit Luft

Taccoen /70/ findet aus seinen Profilmessungen für A_s bzw. B_s 2.19 bzw. 3.96, wobei er für B_s eine schwache Reynoldszahlabhängigkeit findet. Kader, Yaglom /71/ schlagen aufgrund von Meßergebnissen vieler Autoren 2.12 bzw. 3.8 für A_s bzw. B_s vor.

Als passende Werte aus all diesen Messungen wählen wir hier

$$\begin{aligned} A_s &= 2.2 \\ B_s &= 3.5 \end{aligned} \quad (31a)$$

Damit ist das Temperaturprofil bei kleinen Temperaturdifferenzen Gleichung (31) festgelegt. Weiterhin halten wir fest, daß die Größe B_s von der Prandtlzahl, d.h. von den Stoffgrößen abhängig ist, während A_s unabhängig davon ist.

14. Vorschlag für das Potenztemperaturprofil bei großen Temperaturdifferenzen

Bei kleinen Temperaturdifferenzen ist eine Verknüpfung von Geschwindigkeits- und Temperaturprofil über die hier sogenannte 'Bulkgrößenbedingung'

$$y^+ \equiv y^+ \quad (32)$$
$$\frac{t_b^+}{u_b^+}$$

zulässig. Diese Bedingung bedeutet, daß die beiden Profile, (30) und (31), so miteinander verknüpft werden, daß ihre 'Bulkgrößen' u_b^+ und t_b^+ an derselben Stelle y^+ auftreten. Rannie /56/ verwendet diese Beziehung in Erweiterung der Theorie von v. Kármán /72/ für Prandtlzahlen, die größer als 1 sind. Ebenso verwenden Gowen, Smith /55/ diese Beziehung, um aus ihren gemessenen Temperaturprofilen den Wärmeübergang zu errechnen. Eine Integration der Profile wird dadurch umgangen. (Zu weiteren Aussagen über diese Bedingung und ihre Anwendung auf die hier betrachteten Messungen vergl. Anhang Nr. 16). Bei großen Temperaturdifferenzen ist die Verknüpfung von Geschwindigkeits- und Temperaturprofil über die Bulkgrößenbedingung nicht mehr zulässig.

Zur Ableitung des logarithmischen Temperaturprofils, Gleichung (31), aus der Grundgleichung (23b) wurde die Dichte $\rho = \rho_b$ gesetzt, unabhängig von der Temperatur T. Für den Wärmeübergang bei großen Temperaturdifferenzen ist auch diese Annahme nicht mehr gültig, sondern die Dichte ρ variiert für ideale Gase, z.B. Helium, nach dem idealen Gasgesetz, Gleichung (25). Damit ergibt sich der im folgenden beschriebene Ansatz für das Temperaturprofil bei großen Temperaturdifferenzen.

14.1 Ansatz: Potenztemperaturprofil

Wird die Dichte $\rho(T)$ bei der Ableitung des Temperaturprofils unter Beibehaltung der übrigen Voraussetzungen nach dem Gasgesetz, Gleichung (25), eingesetzt, so folgt ein Potenztemperaturprofil:

$$\frac{c_p u^{**}}{q_w} \int_T^{T_w} \rho dT = A_s \ln y^+ + B_s$$

$$\frac{K c_p u^{**}}{q_w} \int_T^{T_w} \frac{dT}{T} = A_s \ln y^+ + B_s$$

oder mit $C = q_w / (c_p u^{**} K)$
folgt

$$\frac{1}{C} \ln (T_w/T) = A_s \ln y^+ + B_s \quad (33a)$$

Gemäß den in Abschnitt 13 gegebenen Erläuterungen wird B_s nicht mehr als konstant angenommen, sondern aufgrund der großen Temperaturdifferenzen als variabel. A_s wird aus dem Temperaturprofil bei kleinen Temperaturdifferenzen mit dem Wert 2.2 übernommen. Gleichung (33a) kann auf Potenzform umgeschrieben werden:

$$\frac{T_w/T}{B'_s} = (y^+)^{A'_s} \quad (33b)$$

mit

$$B'_s = e^{C \cdot B_s}$$

$$A'_s = C A_s ; A_s = 2.2 ;$$

$$y^+ = D \frac{Y}{R} ; D = \frac{1}{2} Re_w \sqrt{\lambda_w/8} ;$$

Die Größe C kann umgeschrieben werden:

$$C = St (T_w/T_b - 1) / \sqrt{\lambda_w / \delta} \quad (34)$$

C ist mit dem bei Deissler /69/ verwendeten Wärmeflußparameter β bis auf die unterschiedliche Definition der Reibungsgeschwindigkeit u^* identisch (vergl. dazu Anhang Nr. 17).

Die Definition von y^+ ist identisch mit der beim Geschwindigkeitsprofil, Gleichung (30).

B'_s soll für den Fall axial steigender Temperaturdifferenz eine Funktion der Parameter T_w/T_E und q^+ sein, die aus Teil I übernommen werden:

$$B'_s = f(T_w/T_E, q^+) \quad (35)$$

Damit ist das zu integrierende Temperaturprofil, Gleichung (33b) mit der Unbekannten B'_s festgelegt. Die Funktion der Gleichung (35) ist aus integralen Meßwerten zu bestimmen.

14.2 Integration des Ansatzes

Mit dem Ansatz (33b) und der Kontinuitätsbedingung (26) in dimensionsloser Form (vergl. Anhang Nr. 14),

$$u_b^+ (T_w/T_b) = \frac{2}{D^2} \int_0^D u^+ (T_w/T) (D-y^+) dy^+ \quad (36)$$

ist die folgende Integration auszuführen:

$$u_b^+ (T_w/T_b) = \frac{2}{D^2} \int_0^D (A \ln y^+ + B) B'_s y^{+A'_s} (D-y^+) dy^+$$

Für u^+ wird das Geschwindigkeitsprofil, Gleichung (30) verwendet. Alle Größen außer B'_s sind aus den integralen Meßwerten errechenbar. Für B'_s erhält man nach der Integration:

$$B'_S = \frac{A_S^* (T_w/T_b)}{2 \sqrt{\lambda_w/8} D^{A'_S} \left[A \ln D + B - \frac{3 + 2 A'_S}{A_S^*} \right]} \quad (37a)$$

mit $A'_S = CA_S$; $A_S = 2.2$ $C = St (T_w/T_b - 1) / \sqrt{\lambda_w/8}$
 $A_S^* = (CA_S + 1) \cdot (CA_S + 2)$ $\lambda_w = \lambda \sqrt{T_w/T_b}$
 $D = \frac{1}{2} Re_w \sqrt{\lambda_w/8}$
 $A = 2.5$; $B = 5.5$.

Unter Verwendung von $B_S^O = B'_S / (T_w/T_b)$ (37b)

lautet Gleichung (33b): $T_b/T = B_S^O (y^+)^{A'_S}$ (37c)

14.3 Ergebnisse

Die integralen Meßergebnisse mit Helium der Autoren Taylor /7,8/, Weiland /9/, Wolf, McCarthy /10/ und dieser Arbeit (vergl. Teil I) werden mit Gleichung (37a) ausgewertet. Zuerst werden anhand dreier ausgewählter Meßreihen von Weiland und der eigenen Beispielmeßreihe die berechneten Temperaturprofile erläutert. Danach wird für den Fall axial steigender Temperaturdifferenz die gesuchte Gleichung (35) bestimmt.

Ausgewählte Meßreihen

Die Daten der 3 ausgewählten Meßreihen von Weiland und der eigenen Beispielmeßreihe sind in Tabelle 12 wiedergegeben. Die Meßreihen unterscheiden sich in ihrem

Autor	Run	T_E [°C]	1000 q^+	$(T_w/T_b)_{max}$
Weiland /9/	30	28	.6	1.23
Weiland /9/	31	31	1.84	1.7
Weiland /9/	34	-153	6.	3.8
diese Arbeit	13	20	3.13	2.8

Tabelle 12: Ausgewählte Meßreihen zur Temperaturprofilerrechnung

maximalen T_w/T_b -Wert bzw. im Wert von q^+ . Bei den Meßreihen von Weiland ist $q_w = \text{const}$ (entsprechend $q^+ = \text{const}$), bei der Beispielmessreihe dieser Arbeit steigt q_w bzw. q^+ ständig an mit $1/d$. (Run 34 von Weiland ist die Beispielmessreihe aus Teil I, vergl. Fig. 7 und 8). Run 30 wurde in diese Auswahl mit aufgenommen, da T_w/T_b sehr klein ist, d.h. dieses Temperaturprofil wird nach wenigen $1/d$ voll entwickelt sein, die Form des Profils ändert sich nicht mehr.

Die charakteristischen Größen C , D , B'_s und B_s^0 sind in den Tabellen 13 bis 16 wiedergegeben für diese aus den ausgewählten Meßreihen errechneten Potenztemperaturprofile.

Fig. 26 bis 29 geben diese Größen über $1/d$ wieder. Für die Profile von Weiland haben die Größen C und B_s^0 monoton fallenden, bzw. monoton steigenden Verlauf (Fig. 26 bzw. 28). Der Einfluß von q^+ ist dabei deutlich zu erkennen. Bei Run 13 dieser Arbeit nimmt C etwa linear zu, während B_s^0 konstant ist. (Die übrigen Meßreihen dieser Arbeit zeigen das gleiche Verhalten).

Zur Erläuterung der Temperaturprofile zeigen die nächsten Abbildungen Fig. 30a bis 30c und Fig. 31 die Profile über dem dimensionslosen Wandabstand y/R jeweils am Anfang und Ende der Teststrecke. Bei Run 30 ändert sich dieses Profil nur wenig von $1/d = 13$ bis $1/d = 237$. Bei Run 31 und 34 ist das Temperaturprofil am Anfang der Teststrecke sehr stark deformiert, erreicht dann gegen Ende des Rohres die voll entwickelte Form. Bei Run 13 dieser Arbeit wird das Temperaturprofil mit steigendem $1/d$ -Wert immer mehr deformiert, da ja auch T_w/T_b und q^+ ständig steigen (Fig. 31).

Zum Vergleich mit den logarithmischen Temperaturprofilen der Form

$$t^+ = A_s \ln y^+ + B_s$$

sind die ausgewählten Potenztemperaturprofile mit der Umrechnung

$$t^+ = (T_w/T_b - \frac{T}{T_b})/C \quad (38)$$

Incr. Nr.	l/d	T_w/T_b	C [10 ⁻²]	D	B'_s	B ^o _s
1	2.6	1.14	1.23	2129	.948	.834
2	13	1.23	1.17	1859	1.041	.843
3	24	1.23	1.16	1834	1.043	.845
4	34	1.23	1.13	1806	1.049	.849
5	45	1.23	1.09	1785	1.052	.853
6	56	1.23	1.07	1763	1.055	.855
7	66	1.23	1.04	1751	1.055	.859
8	77	1.22	1.02	1739	1.054	.862
9	78	1.22	1.00	1727	1.053	.864
10	98	1.21	.981	1722	1.05	.867
.
.
.
20	205	1.16	.805	1644	1.031	.888
21	215	"	.790	1626	1.033	.890
22	226	"	.775	1611	1.036	.892
23	237	"	.761	1596	1.037	.894
24	247	"	.746	1600	1.031	.895

Weiland /9/, Helium, Run 30

$T_E = 27.9^\circ\text{C}$; $\dot{m} = 8.255 \text{ g/s}$; $1000 q^+ = .6$

Tabelle 13:

Die charakteristischen Größen der errechneten Potenztemperaturprofile ($T_w/T = B'_s(y^+)^{A'_s}$) für die ausgewählten Meßreihen, ($A'_s = CA'_s$)

Incr. Nr.	l/d	T_w/T_b	C [10 ⁻²]	D	B'_s	B ^o _s
1	2.6	1.37	3.52	1471	.855	.622
2	13	1.7	3.17	1031	1.134	.667
3	24	1.69	2.95	997	1.163	.687
4	34	1.66	2.77	992	1.165	.703
5	45	1.62	2.61	987	1.164	.718
6	56	1.59	2.46	984	1.161	.731
7	66	1.56	2.33	982	1.156	.742
8	77	1.53	2.22	982	1.15	.753
9	78	1.5	2.12	981	1.143	.762
10	98	1.46	2.02	983	1.133	.772
.
.
.
20	205	1.28	1.34	965	1.077	.839
21	215	1.278	1.29	956	1.078	.844
22	226	1.272	1.25	947	1.079	.849
23	237	1.263	1.21	940	1.078	.853
24	247	1.256	1.17	934	1.076	.857

Weiland /9/, Helium, Run 31

$T_E = 31.3^\circ\text{C}$; $\dot{m} = 7.575 \text{ g/s}$; $1000 q^+ = 1.84$

Tabelle 14:

Incr. Nr.	l/d	T_w/T_b	C [10^{-2}]	D	B'_s	B^o_s
1	2.6	2.79	10.65	1002.	.732	.261
2	13	3.83	8.01	557	1.55	.404
3	24	3.76	6.65	517	1.79	.475
4	34	3.53	5.71	518	1.87	.528
5	45	3.28	5.02	536	1.86	.567
6	56	3.02	4.48	565	1.81	.599
7	66	2.77	4.07	602	1.73	.625
8	77	2.55	3.74	644	1.64	.645
9	78	2.36	3.47	688	1.56	.662
10	98	2.19	3.23	734	1.48	.678
.
.
.
20	205	1.41	1.89	1009	1.10	.783
21	215	1.38	1.81	1008	1.095	.791
22	226	1.37	1.73	1003	1.092	.798
23	237	1.35	1.66	996	1.091	.806
24	247	1.34	1.59	986	1.092	.813

Weiland /9/, Helium, Run 34

$T_E = -152.6^{\circ}\text{C}$; $\dot{m} = 8.89 \text{ g/s}$; $1000 q^+ = 6$

Tabelle 15:

Die charakteristischen Größen der errechneten Potenztemperaturprofile ($T_w/T = B'_s(y^+)^{A'_s}$) für die ausgewählten MeBreihen, ($A'_s = CA_s$)

Incr. Nr.	l/d	T_w/T_b	C [10^{-2}]	D	B'_s	B^o_s
1	8	1.81	4.34	370	1.05	.633
2	24	1.96	4.69	295	1.06	.624
3	40	2.17	5.18	227	1.071	.612
4	56	2.45	5.64	167	1.088	.609
5	66	2.62	5.78	140	1.097	.613
6	70	2.69	5.89	129	1.102	.614
7	74	2.79	6.03	118	1.109	.614
8	78	2.81	6.05	112	1.111	.617
9	82	2.08	4.75	167	1.067	.657

diese Arbeit, Helium, Run 13

$T_E = 20^{\circ}\text{C}$; $\dot{m} = 1.332 \text{ g/s}$; $1000 q^+ = 2.9 \div 13.2$

Tabelle 16:

(d.h. in der Definition von t^+ wurde ρ_b verwendet) in den Fig. 32 a,b und Fig. 33 aufgetragen. Wie man aus Fig. 32a erkennt, weicht das Potenztemperaturprofil bei kleinen T_w/T_b -Werten nur wenig von dem logarithmischen Profil ab. Für Run 30 ergibt sich bei $l/d = 13.3$ für B_s der Wert 4.2, wenn man es als logarithmisches Profil auffassen würde. Bei größeren Werten von q^+ , Run 31, 34, und Run 13 dieser Arbeit, weicht das vorgeschlagene Potenztemperaturprofil erheblich vom logarithmischen Profil ab.

Eine weitere wichtige Kenngröße ist die Stelle y_b/R , an der die Temperatur T_b vorliegt. Während bei Verwendung der Bulkgrößenbedingung, Gleichung (32), y_b/R einen konstanten Wert von ~ 0.2 besitzt (vergl. Anhang Nr. 16), nimmt y_b/R für den Fall $q^+ = \text{const}$ (Weiland-Meßreihen) ständig zu. Fig. 34 gibt dies wieder. Bei Run 13 dieser Arbeit (q^+ ständig steigend) ist

$$y_b/R \approx .32 \div .33$$

d.h. y_b/R hat einen konstanten Wert. Ebenso ist y_b/R bei den Meßreihen von Taylor konstant.

B'_s als Funktion von T_w/T_E und q^+

Aus den integralen Meßwerten mit Helium aus Teil I wird für die mit Gleichung (37a) errechneten B'_s -Werte für den Fall axial steigender Temperaturdifferenz die gesuchte Abhängigkeit von T_w/T_E und q^+ bestimmt. In entsprechender Weise wie unter Abschnitt 8 wird aus den Meßwerten von Weiland ($q^+ = \text{const}$) die Abhängigkeit von T_w/T_E bzw. q^+ ermittelt.

Fig. 35 zeigt die Meßwerte von Weiland mit T_w/T_E als Abszisse. Diese können sehr gut in der Gleichung

$$B'_s = \frac{.8(T_w/T_E)}{\sqrt{1000 q^+}} \quad (39a)$$

dargestellt werden.

Fig. 36 zeigt die Beispielmessreihen in derselben Darstellung. Die Übereinstimmung in der Tendenz ist sehr gut mit Gleichung (39a), dem Betrage nach gibt es große Unterschiede. Die nächsten Abbildungen, Fig. 37 bis 39 geben jeweils alle Punkte der einzelnen Autoren wieder. Die Werte dieser Arbeit korrelieren sehr gut in der Gleichung

$$B'_s = \frac{1.1 (T_w/T_E)^{.835}}{\sqrt{1000 q^+}} \quad (39b)$$

Die Werte von Taylor korrelieren sehr gut in der Gleichung

$$B'_s = \frac{1.05 (T_w/T_E)}{\sqrt{1000 q^+}} \quad (39c)$$

Fig. 40 zeigt die Meßwerte aller Autoren mit Helium.

Obwohl es dem Betrage nach große Unterschiede gibt zu Gleichung (39a), so ist die Darstellung der Potenztemperaturprofilgröße B'_s mit den Parametern q^+ und T_w/T_E in der Tendenz dennoch sehr gut wiedergegeben.

15. Zusammenfassung der Ergebnisse aus Teil II

Teil II der vorliegenden Untersuchung, die Errechnung des Temperaturprofils für große Temperaturdifferenzen beim turbulenten Wärmeübergang anhand eigener integraler Wärmeübergangsmessungen mit Helium, sowie denen von Taylor /7,8/, Weiland /9/ und Wolf, McCarthy /10/ führte zu den folgenden Ergebnissen:

1. Unter Berücksichtigung der nach dem idealen Gasgesetz temperaturabhängigen Dichte ρ wird für das Temperaturprofil bei großen Temperaturdifferenzen ein Potenzansatz vorgeschlagen:

$$\frac{T_w}{T} = B'_s y^{+A'_s} \quad (33b)$$

mit $u^* = \sqrt{\tau_w / \rho_R}$ (30)

$$\rho_R \sim \frac{1}{\sqrt{T_w \cdot T_b}}$$

2. Über die Integration des Temperaturprofils werden unter Voraussetzung eines Geschwindigkeitsprofils für große Temperaturdifferenzen Berechnungsgleichungen für die Größen A'_s und B'_s angegeben.
3. Für axial steigende Temperaturdifferenz kann B'_s mit den aus Teil I übernommenen Parametern, T_w/T_E und q^+ , in der folgenden Weise für Helium dargestellt werden:

$$B'_s = \frac{.8 (T_w/T_E)}{\sqrt{1000 q^+}} \quad (39a)$$

4. Anhand von ausgewählten Meßreihen wird die Änderung des Potenztemperaturprofils über die Rohrlänge hinweg unter verschiedenen Randbedingungen (q^+ -Verlauf) erläutert. Ein Vergleich mit dem logarithmischen Temperaturprofil bei kleinen Temperaturdifferenzen ergibt gute Übereinstimmung.

Schlußbemerkungen

(Vergl. auch die Zusammenfassungen von Teil I, II auf S. 49, 66)

1. Wie die vorliegende Untersuchung anhand der Meßergebnisse verdeutlicht, ist die Temperaturdifferenz ($T_w - T_b$) beim Wärmeübergang bei großen Temperaturdifferenzen im Unterschied zum Wärmeübergang bei kleinen Temperaturdifferenzen über die Rohrlänge hinweg nicht mehr konstant, sondern nimmt zuerst zu und fällt dann wieder. Qualitativ entsprechend dazu besitzt der Wärmeübergang in Form der Größe $Nu/(Re \cdot Pr^4)$ an der Stelle im Rohr das Minimum, an dem die Temperaturdifferenz das Maximum besitzt.
2. Der Fall axial steigender Temperaturdifferenz ($T_w - T_b$) (jede Wärmeübertragung beginnt damit) konnte mit den als voneinander unabhängig betrachteten Parametern T_w/T_E und $q^+ = q_w / (c_p \frac{\dot{m}}{F} T_E)$ hinreichend beschrieben werden, unabhängig davon, wie der axiale Wärmeflußverlauf ausfiel (z.B. $q_w = \text{const}$ oder q_w steigend). Eine Korrektur der Wärmeübergangskoeffizienten aufgrund axialer Wärmeflußgradienten wurde nicht vorgenommen. Diese Korrektur dürfte die Ergebnisse noch verbessern.
3. Das für große Temperaturdifferenzen vorgeschlagene Potenztemperaturprofil ist als ein erster Versuch anzusehen, mit einem sinnvollen Ansatz rechnerisch in dieses meßtechnisch schwierige Gebiet vorzustoßen. Auch hierbei erweisen sich die Parameter T_w/T_E und q^+ als kennzeichnende Größen für den Fall axial steigender Temperaturdifferenz ($T_w - T_b$). Eine genauere Beschreibung des Profils wird eine Unterteilung in verschiedene Zonen vornehmen vergleichbar zum Geschwindigkeitsprofil.

Liste der verwendeten Symbole

A, A_s, B, B_s		dimensionslose Profilparameter
$A'_s = CA_s$		
$B'_s = e^{CB_s}$		
$B_s^0 = B'_s / (T_w / T_b)$		
$ANu = 100 Nu / (Re \cdot 0.8 Pr \cdot 0.4)$		dimensionslose Hilfsgröße
$C = q_w / (c_p u^* K) = \frac{St}{\sqrt{\frac{\lambda_w}{8}}} \left(\frac{T_w}{T_b} - 1 \right)$	[1]	Wärmeflußparameter
c_p	[Ws/g K]	spezifische Wärme
c_v	[Ws/g K]	spezifische Wärme
d, d_i	[cm]	Rohrinnendurchmesser
d_a	[cm]	Rohraußendurchmesser
d_o	[cm]	Rohrinnendurchmesser bei 20 °C
$D = y_{max}^+ = Ru^* / v_w$	[1]	dimensionslose Hilfsgröße
$= \frac{1}{2} Re_w \sqrt{\lambda_w / 8}$		
$f = \lambda / 4$	[1]	Reibungsbeiwert
$F = \pi R^2$	[cm ²]	Rohrquerschnittsfläche
$h = q_w / (T_w - T_b)$	[W/cm ² K]	Wärmeübergangskoeffizient
J	[A]	Stromstärke
k	[W/cm K]	Wärmeleitfähigkeit
$K = T \cdot p$	[g grd/cm ³]	Konstante im idealen Gasgesetz (p = const)
l	[cm]	Rohrlänge
\dot{m}	[g/s]	Massenstrom
Ma	[1]	Machzahl
$N_{el} = UJ$	[W]	elektrische Leistung
$Nu = h d / k$	[1]	Nusseltzahl
$O = \pi d \Delta x$	[cm ²]	Rohrinnenoberfläche
p	[bar]	Gasdruck

$Pr = c_p \mu/k$	[1]	Prandtlzahl
p, q	[1]	Exponenten in Gleichung (19)
q_w	[W/cm ²]	Wärmeflußdichte an der Wand
$q^+ = q_w / (c_p \frac{\dot{m}}{F} T_E) = St \cdot (\frac{T_w - T_b}{T_E})$	[1]	Wärmeflußparameter
$Q_b = q_w \cdot 0$	[W]	an das Gas übergehende Wärme
q_v	[W/cm ²]	Abstrahlungsverluste
r	[cm]	laufender Rohrradius
R	[cm]	Rohrinnenradius
r_a	[cm]	Rohraußenradius
R_ρ	[Ω]	elektrischer Widerstand
$R_{gas} = 1.9854$	[cal/mol K]	universelle Gaskonstante
$Re = \rho u d / \mu$	[1]	Reynoldszahl
$St = Nu / (Re Pr)$ $= h / (\rho u c_p)$	[1]	Stantonzahl
t	[K]	Temperatur
$t^+ = (T_w - T) \rho_b c_p u^* / q_w$	[1]	dimensionslose Temperatur
T	[K]	Temperatur des Gases
T_E	[K]	Gastemperatur am Rohreintritt
T_A	[K]	Gastemperatur am Rohraustritt
T_b	[K]	Bulktemperatur des Gases
T_w	[K]	Wandinnentemperatur des Rohres
u	[cm/s]	Geschwindigkeit des Gases
u_b	[cm/s]	mittlere Geschwindigkeit des Gases
$u^* = \sqrt{\lambda_w / 8} \cdot u_b$	[cm/s]	Reibungsgeschwindigkeit
$u^+ = u / u^*$	[1]	dimensionslose Geschwindigkeit
U	[V]	Spannungsabfall
U_{ges}	[V]	Spannungsabfall über gesamte Teststrecke
Δx	[cm]	Rohrabschnitt, Incrementlänge

$y = R-r$	[cm]	Wandabstand
y_b	[cm]	Wandabstand bei dem T_b vorliegt
$y^+ = u^*y/v_w$	[1]	dimensionsloser Wandabstand
α	[1]	Blendendurchflußzahl
α_{Mo}	[1/ K]	thermischer Ausdehnungs- koeffizient von Molybdän
ϵ_m, ϵ_h		Austauschgrößen
$\kappa = c_p/c_v$	[1]	Verhältnis der spezifischen Wärmen
λ	[1]	Reibungsbeiwert des Rohres
$\lambda_w = \lambda \sqrt{T_w/T_b}$	[1]	Hilfsgröße, errechnet nach Gl. (29) S. 54
λ_{Mo}	[W/cm K]	Wärmeleitfähigkeit von Molybdän
μ	[g/cm s]	dynamische Zähigkeit
$\nu = \mu/\rho$	[cm/s]	kinematische Zähigkeit
ρ	[g/cm ³]	Gasdichte
ρ_{Mo}	[Ω cm]	spezifischer elektrischer Widerstand von Molybdän
τ_w	[g/cm s ²]	Wandschubspannung

Indizes

ohne Index bei den Größen Re, Nu, Pr, St bedeutet, daß die Stoffwerte bei der Temperatur T_b eingesetzt sind

b	auf Bulktemperatur bezogen
B	die Blende betreffend
E	auf Eintritt bezogen
Ta	auf Gleichung (7) aus Taylor /17/ bezogen
w	auf Wandtemperatur bezogen

Literaturverzeichnis

- /1/ W. Nusselt
Der Einfluß der Gastemperatur auf den Wärmeübergang im Rohr
Techn. Mech. u. Thermodynamik, VDI, Bd. 1, Nr. 8, 277-290 (1930)
- /2/ L.H. Brim
Turbulent heat transfer in a circular tube at high bulk-to wall
temperature ratios: an experimental study.
SU/PR Report No. 291, 1969
- /3/ G.H. McLafferty
Gas core nuclear rocket engine technology status.
J. Spacecraft, Vol. 7, No. 12, 1391 (1970)
- /4/ W.H. Esselmann, M.R. Keller
The Nerva Nuclear Rocket, a status report
Atompraxis 16, Heft 4, 241 (1970)
- /5/ M.F. Taylor
Application of variable property heat transfer and friction equations
to rocket nozzle coolant passages and comparison with nuclear rocket
test results
NASA TUX-52793, 1970
- /6/ W.S. Miller, J.D. Seader, D.M. Trebes
Forced convection heat transfer to liquid hydrogen at super-
critical pressures.
Paper presented at the International Institute of Refrigeration,
Comission I, General France June 9-11, 1965
- /7/ M.F. Taylor
Experimental local heat transfer and average friction data for
hydrogen and helium flowing in a tube at surface temperature up
to 5600°R.
NASA TN D-2280, 1964
- /8/ M.F. Taylor
Experimental local heat transfer data for precooled hydrogen and
helium at surface temperatures up to 5300°R.
NASA TN D-2595, 1965
- /9/ W.F. Weiland
Measurement of local heat transfer coefficients for flow of hydrogen
and helium in a smooth tube at high surface to fluid bulk
temperature ratios.
Chem. Ing. Progress Symposium Series, Vol. 61, 60, 1965
(AIChE Symposium 1962, Preprint 126)
- /10/ H. Wolf, J.R. McCarthy
Heat transfer to hydrogen and Helium with wall to fluid temperature
ratios to 11.09
AIChE Annual Meeting, Dec. 1960

vergl. auch

J.R. McCarthy, H. Wolf
The heat transfer characteristics of gaseous hydrogen and helium.
Rocketdyne, RR 60-12, Dec. 1960

- /11/ E.R.G. Eckert
Einführung in den Wärme- und Stoffaustausch
3. Auflage, Springer-Verlag, 1966
- /12/ F.W. Dittus, L.M.K. Boelter
Heat transfer in automobile radiators of the tubular type
Univ. Calif. Publ. in Eng. Vol. 2, No. 13, 443-461 (1930)
- /13/ P.M. Magee
The effect of large temperature gradients on turbulent flow
of gases in the thermal entrance region of tubes.
Mech. Eng. Stanford Univ., Calif. TR SU 247-4, (1964)
- /14/ W.F. Weiland, W.H. Lowdermilk
Measurements of heat-transfer and friction coefficients
for air flowing in a tube of length-diameter ratio of
15 at high surface temperatures
NACA RM E53Eo4, 1953
- /15/ B.S. Petukhov, J.A. Krasnoshchekov
On heat exchange in the initial section of a tube in conditions
of mixed boundary layer.
Heat Transfer and Thermodynamic Modeling Moscow, 1959,
ASTIA AD 261 770
- /16/ M.E. Davenport, P.M. Magee
Heat transfer to a gas at high temperature
Stanford Univ., California TR 247-1,2, (1960)
- /17/ M.F. Taylor
Correlation of local heat transfer coefficients for single-phase
turbulent flow of hydrogen in tubes with temperature ratios to 23.
NASA TND-4332 (1968)
- /18/ R.G. Deissler, C.S. Eian
Analytical and experimental investigation of fully developed
turbulent flow of air in a smooth tube with heat transfer with
variable fluid properties
NACA TN 2629 (1952)
- /19/ F.P. Durham, R.C. Neal, H.J. Newmann
High temperature heat transfer to a gas flowing in heatgenerating
tubes with high heat flux.
Los Alamos, TID 7529 (1956)
- /20/ M.F. Taylor, T.A. Kirchgessner
Measurements of heat transfer and friction coefficients for helium
flowing in a tube at surface temperatures up to 5900°R.
NASA TND-133 (1959)
- /21/ J.F. Barnes, J.D. Jackson
Heat transfer to air, CO₂, Helium, flowing through smooth circular
tubes under conditions of large surface to gas temperature ratio.
J. Mech. Eng. Science, Vol. 3, pp. 303-314, (1961)
- /22/ M. Dalle Donne, F.H. Bowditch
Experimental local heat transfer and friction coefficients for
subsonic, laminar, transitional and turbulent flow of air or
helium in a tube at high temperatures
Dragon Project Report 184 (1963)

- /23/ D.M. McEligot
Effect of large temperature gradients on turbulent flow of gases
in the downstream region of tubes
Stanford University, California TR No. 247-5 (1963)
- /24/ V.L. Lel'chuk, D.V. Dyadyakin
Heat transfer from a wall to a turbulent current of air inside
a tube and the hydraulic resistance at large temperature
differentials
AEC-TR-4511 (1959)
- /25/ M. Dalle Donne, E. Meerwald
Heat transfer in an annulus with large temperature differences
between wall and coolant gas
Conf. High Pressure Gas as a Heat Transfer Medium
Inst. Mech. Engrs. Vol. 181, Part 3I, 206 - 216 (1967)
- /26/ M. Dalle Donne, E. Meerwald
Heat transfer and friction coefficients for turbulent flow of air
in smooth annuli at high temperatures.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 15, pp. 787-809 (1973)
- /27/ M. Dalle Donne
Author's replies. Proc. Conf. High Pressure Gas as a Heat Transfer
Medium. Inst. Mech. Engrs. Vol. 181, Part 3I, 261 - 262 (1967)
- /28/ H.-J. Pfriem
Properties of helium gas (1 bar, 500 - 3000 K)
"Zürich Club" Gas Cooled Fast Reactor Heat Transfer Meeting
Sept. 10, 11; 1970
- /29/ M. Dalle Donne, F.H. Bowditch
Local heat transfer and average friction coefficients for subsonic
laminar, transitional and turbulent flow of air in a tube at high
temperature.
Dragon Projekt Report 88 (1962)
- /30/ W.R. Thompson, E.L. Geery
Heat transfer to cryogenic hydrogen at supercritical pressures
AFFTC-TR 61-52 (1960) Aerojet Report No. 1842
- /31/ R.C. Hendricks, R.J. Simoneau, R. Friedman
Heat transfer characteristics of cryogenic hydrogen from 1000 to
2500 psia flowing upward in uniformly heated straight tubes
NASA TN D-2977 (1965)
- /32/ R.C. Hendricks, R.W. Graham, Y.Y. Hsu, R. Friedman
Experimental heat transfer results for cryogenic hydrogen flowing
in tubes at subcritical and supercritical pressures to 800 psia.
NASA TN D-3095 (1966)
- /33/ Anon.
Heat transfer to cryogenic hydrogen flowing turbulently in
straight and curved tubes at high heat fluxes
Aerojet- General Corp.,
NASA CR-678 (1967)

- /34/ B.S. Petukhov, V.V. Kirillov, V.N. Maidanik
Heat transfer experimental research for turbulent gas flow in pipes
at high temperature difference between wall and bulk fluid
temperature
Proc. Int. Heat Transfer Conf., 3rd Chicago 1966, Vol.I p. 285
- /35/ H.J. Newmann
Measurements of average heat transfer coefficients for Helium
and H₂ flowing in smooth Tantalum tubes at high surface tempe-
ratures
AECU 4507 (1960) IOFI
- /36/ J. Marek, K. Maubach
Ergebnisse von Wärmeübergangs- und Druckverlustmessungen mit
Helium an einem Rohrbündel
KFK 1482 (1971)
- /37/ J.O. Hirschfelder, C.F. Curtiss and R.B. Bird
Molecular theory of gases and liquids (1954), New York, J. Wiley
- /38/ H.W. Woolley, R.L. Nutall
The NBS-NACA Tables of thermal properties of gases
Table 6.10 Helium July 1950
- /39/ J.B. Mann, and N.C. Blais
Thermal conductivity of Helium and Hydrogen at high temperatures
LA 2316 (1959)
- /40/ J. Hilsenrath et.al.
Tables of thermal properties of gases
N.B.S. Circular 564, U.S. Department of Commerce, Washington,
D.C., Nov. 1, p. 254 (1954)
- /41/ R.A. Svehla
Estimated viscosities and thermal conductivities of gases at
high temperature
NASA TR R-132 (1962)
- /42/ J.O. Hirschfelder, C.F. Curtiss and R.B. Bird
Molecular theory of gases and liquids, (1964), New York, John Wiley
- /43/ H. Petersen
Estimation of the properties of Helium
Riso-M-622 (1968)
- /44/ P.D. Stroom, W.E. Ibele, T.F. Irvine
Helium Prandtl number measurements and calculated viscosity
and thermal conductivity
1961 Int. Heat Transfer Conf., Part I, University of Colorado
Paper 105
- /45/ F.A. Guevara, W.E. Wagemann
Measurements of Helium and Hydrogen viscosities to 2300^oK
LA 3319 (1965)
- /46/ V.K. Saxena, S.C. Saxena
Measurement of the thermal conductivity of Helium using a hot wire
type of thermal diffusion column
Brit. J. Appl. Phys. No. 10, (1968), Ser. 2, Vol. 1, p. 1341-51
- /46a/ A.Cezairliyan et al.
High speed (subsecond) measurement of heat capacity, electrical
resistivity, and thermal radiation properties of Molybdenum in
the range 1900 to 2800 K
J. of Research of the NBS, A Physics and Chemistry, Vol.74 A, No 1,
Jan. Febr. 1970

- /47/ K.T. Shih, W.E. Ibele
Helium transport properties and the Lennard-Jones (6-9) potential
J. Heat Transfer, p. 413 (1968)
- /48/ H.W. Woolley, R.B. Scott, F.G. Brickwedde
Compilation of thermal properties of hydrogen in its various
isotopic and ortho-para modifications.
Jour. Res. Nat. Bur. Standards, Vol. 41, No. 5, Nov. 1948, pp.379-475
- /49/ J.R. Baker, H.F. Swift
Theoretical thermodynamic properties of gases at high temperatures
and densities with numerical results for hydrogen.
J. Appl. Phys. Vol. 43, No. 3, March 1972
- /50/ A.G. Worthing
Physical properties of well seasoned Molybdenum and Tantalum
as a function of temperature
Physical Review, Vol. 28, July 1926, p. 190
- /51/ S.S. Kutateladze
Fundamentals of heat transfer
London (1963)
- /52/ E.R.G. Eckert, R.M. Drake
Analysis of heat and mass transfer
McGraw-Hill Book Company (1972)
- /53/ Landolt-Börnstein
Physikalisch-Chemische Tabellen, Springer-Verlag
- /54/ W. Hufschmidt, E. Burek, W. Riebold
Die Bestimmung örtlicher und mittlerer Wärmeübergangszahlen in
Rohren bei hohen Wärmestromdichten.
Int. J. heat Mass Transfer, Vol. 9, pp. 539-565 (1966)

Teil II

- /55/ R.A. Gowen, J.W. Smith
The effect of the Prandtl number on temperature profiles for
heat transfer in turbulent pipe flow.
Chem. Eng. Science, 1967, Vol. 22, pp. 1701 - 1711
- /56/ W.D. Rannie
Heat transfer in Turbulent Shear Flow
California Institute of Technology
J. Aeron. Sci 23, pp. 485-489 (1956)
- /57/ H. Schlichting
Grenzschicht-Theorie
G. Braun Verlag Karlsruhe, 5. Auflage
- /58/ I. Boussinesq
Theory de l'écoulement tourbillant
Mem. pres.par. div. sav. XXIII Paris (1877)
- /59/ O. Reynolds
On the extent and action of the heating surface for steam boilers.
Proc. of the Manchester Lit. and phil. Soc., Vol. 14,7 (1874)
- /60/ M.F. Taylor
Correlation of friction coefficients for laminar and turbulent
flow with ratios of surface to bulk temperature from .35 to 7.35.
NASA TR R-267, 1967

- /61/ M. Dalle Donne, E. Meerwald
Heat transfer and friction coefficients for turbulent flow of
air in smooth annuli at high temperatures
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 15, pp. 787-809 (1973)
- /62/ L.D. Landau, E.M. Lifshitz
Fluid Mechanics, Pergamon Press, 207 (1963)
- /63/ D.B. Spalding
Contribution to the theory of heat transfer across a turbulent
boundary layer
Int. J. Heat Mass Transfer Vol. 7, pp. 743 - 761 (1964)
- /64/ P. Bradshaw, D.H. Ferriss
Calculation of boundary layer development using the turbulent
energy equation. IV: Heat transfer with small temperature
differences.
NPL AERO Report 1271 (1968)
- /65/ C.L.V. Jayatilleke
The influence of Prandtl number and surface roughness on the
resistance of the laminar sublayer to momentum and heat transfer.
Progress in Heat and Mass Transfer Vol. I (1969)
- /66/ R.A. Seban, T.T. Shimazaki
Temperature distributions for air flowing turbulently in a smooth
heated pipe.
Proc. Gen. Discussion Heat Transfer pp. 122-126
Inst. Mech. Eng. and ASME, London (1951)
- /67/ R.E. Johnk
Development of temperature profile for turbulent heat exchange
in a pipe.
Dissertation, University of Illinois (1961)
- /68/ M. Hishida
Turbulent heat transfer and temperature distributions in the
thermal entrance region of a circular pipe.
Bulletin of JSME Vol. 10, No. 37, pp. 113-123 (1967)
- /69/ R.G. Deissler, C.S. Eian
Analytical and experimental investigation of fully developed
turbulent flow of air in a smooth tube with heat transfer with
variable fluid properties
NACA, TN 2629 (1952)
- /70/ L. Taccoen
Measurement of the temperature profiles in a turbulent flow
of air in a tube (incompressible fluid)
Comm. à l'école d'été int. sur le transfert de chaleur et de
masse, Herceg-Novi, Jugoslavie (1968)
- /71/ B.A. Kader, A.M. Yaglom
Heat and mass transfer laws for fully turbulent wall flows
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 15 pp. 2329 - 2351 (1972)
- /72/ T. von Kármán
The analogy between fluid friction and heat transfer
TRANS. ASME, pp. 705 - 710 (Nov. 1939)
- /73/ H.B. Squire
The friction temperature: a useful parameter in heat transfer analysis
Proc. Gen. Discussion Heat Transfer, pp. 185 - 186
Int. Mech. Eng. and ASME, London (1951)

Anhang Nr. 1: Umrechnungsfaktoren (aus W.H. McAdams, Heat Transmission)

Wärmeleitfähigkeit k

B. t. u. h ft ² (°F/ft)	cal sec cm °C	Watt cm °C	cal h m °C
1	.004134	.01731	1.488
241.9	1	4.187	360
57.79	.2388	1	86
.672	.002778	.01163	1

Zähigkeit μ

Centipoises	lb sec ft	lb force sec ft ²	lb h ft	kg h m
1	.000672	.0000209	2.42	3.60
1 490	1	.0311	3600	5350
47 800	32.2	1	116 000	172000
.413	.000278	.00000864	1	1.49
.278	.000187	.00000581	.672	1

Spezifische Wärme c_p

$1 \frac{\text{B.t.u.}}{\text{lb } ^\circ\text{F}} = 1 \frac{\text{cal}}{\text{g } ^\circ\text{C}} = 4.187 \frac{\text{Ws}}{\text{g } ^\circ\text{C}}$
--

Wärmeübergangskoeffizient h

B. t. u. h ft ² °F	cal s cm ² °C	W cm ² °C	K-cal h m ² °C
1	.0001355	.0005678	4.882
7373	1	4.187	36000
1761	.2388	1	8600
.2048	.00002778	.0001163	1

Wärmefluß q_w

B. t. u., h ft ²	cal, cm ² s	W cm ²	K-cal h m ²
1	.00007535	.0003154	2.712
13272	1	4.187	36000
3170	.2388	1	8600
.3687	.00002778	.0001163	1

Anhang Nr. 2: Vergleich der vorgeschlagenen Wärmeleitfähigkeit von Helium mit der anderer Autoren

Fig. 2.1 gibt die Abweichungen wieder zwischen der hier vorgeschlagenen Wärmeleitfähigkeit und der anderer Autoren aus Tabelle 3, S.15.

Saxena, Saxena (1968) /46/ vervollständigten die Methode von Mann und Blais (1959) /39/ (Typ heißer Draht einer thermischen Diffusionssäule). Sie erachten deren Werte als zu hoch, weswegen sie neue Messungen durchführten.

Hirschfelder (1954) /42/, Svehla (1962) /41/, Shih und Ibele (1968) /47/, berechneten die Wärmeleitfähigkeit unter Zugrundelegung eines Lennard-Jones Potentials.

Petersen (1968) /43/ gibt eine Potenzfunktion an aufgrund eines Literaturüberblicks.

Wie man aus Fig. 2.1 erkennt, liegt der gemachte Vorschlag der Wärmeleitfähigkeit im Vergleich zu anderen Vorschlägen vernünftig. Die Werte von Woolley, Nutall (1950) /38/ liegen erheblich unter denen anderer Autoren.

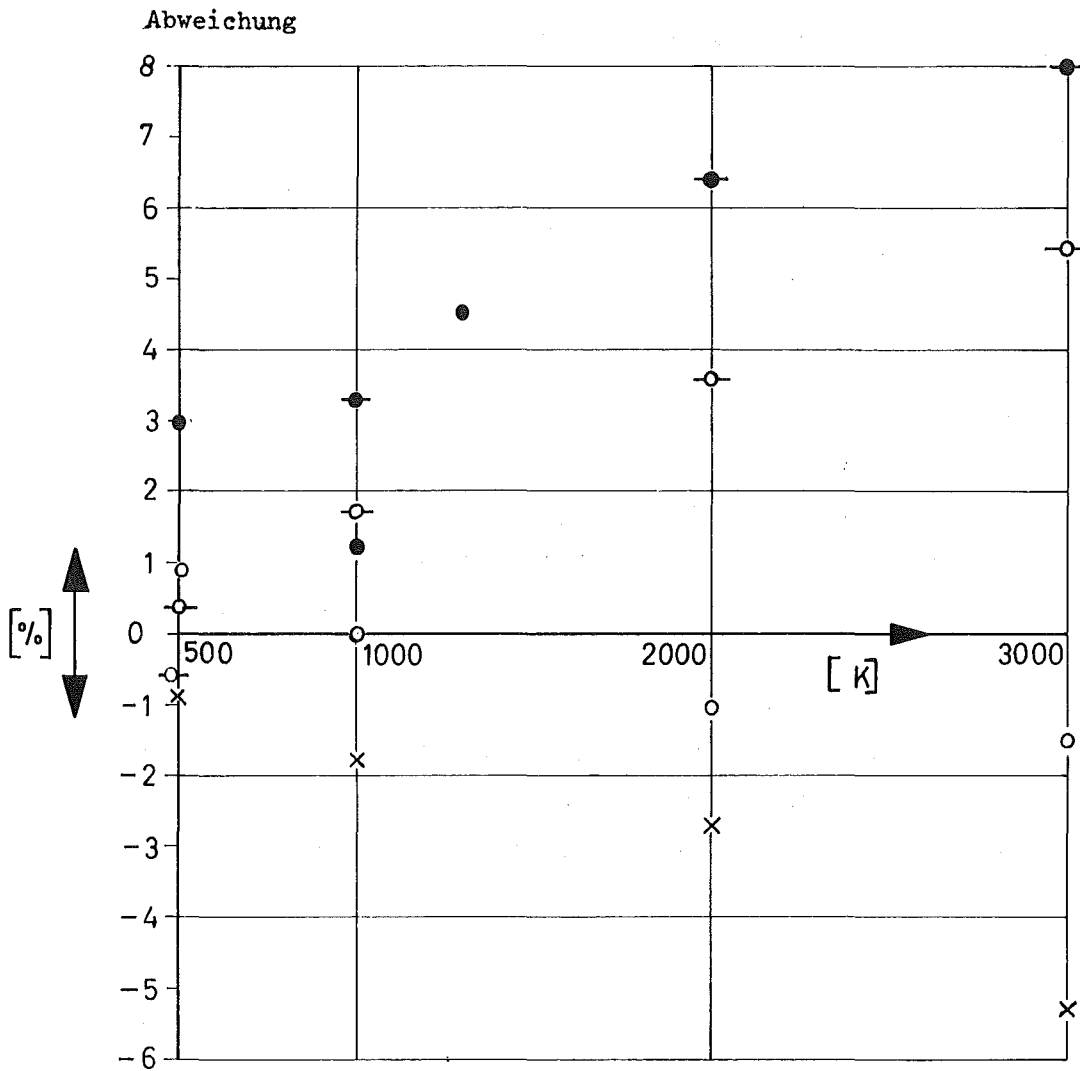


Fig. 2.1: Abweichung des Vorschlags für die Wärmeleitfähigkeit von der anderer Autoren.

- Saxena (1968) /46/ ○ Svehla (1962) /41/ x Hirschfelder (1959) /37/
- Shih, Ibele (1968) /47/ ● Petersen (1968) /43/

T [K]	Woolley, Nutall (1950)/38/
500	- 7,9 %
1000	-14.4 %
2000	-21.8 %
3000	-25.4 %

T [K]	Mann, Blais (1959)/39/
1200	+ 10 %
1500	+ 10.7 %
1800	+ 15.3 %

Anhang Nr. 3: Stoffwerteinfluß auf die Größe ANu bei Helium

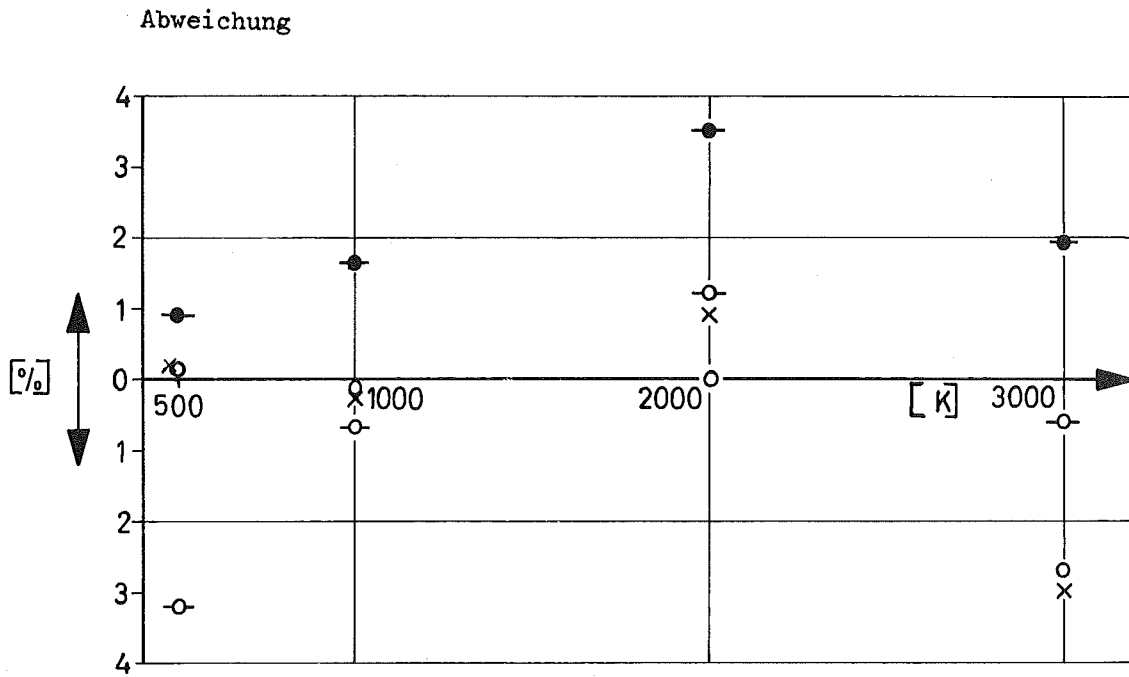
In Gleichung (9), S. 14 wurde gezeigt:

$$ANu \sim \frac{\mu^{.4}}{k^{.6}} \quad \text{oder} \quad h \sim k^{.6}/\mu^{.4}$$

(für Helium ist $c_p = \text{const.}$)

d.h. der Stoffwerteinfluß auf den Wärmeübergang bei Helium ist in dem Verhältnis $k^{.6}/\mu^{.4}$ ausgedrückt. In Tabelle 3.2 ist dieses Verhältnis für die hier vorgeschlagenen Stoffwerte wiedergegeben für einige Temperaturen. In Fig. 3.1 ist die Abweichung dieses Verhältnisses von dem anderer Autoren wiedergegeben.

Man sieht, daß der Stoffwerteinfluß auf den Wärmeübergang bei höheren Temperaturen, z.B. 2000 K einige Prozent bewirken kann. Dies ist vor allem bei Verwendung der Stoffwerte bei hohen Wandtemperaturen von Bedeutung.



Woolley, Nutall /38/	
T [K]	$k^{0.6}/\mu^{0.4}$
500	- 4.3 %
1000	- 7.74 %
2000	-14 %
3000	-18 %

- Petersen (1968) /43/
- Svehla (1962) /41/
- x Hirschfelder (1954) /37/
- Shih, Ibele (1968) /47/

Fig. 3.1: Abweichung des Verhältnisses von Tabelle 3.2 von dem anderer Autoren

Tabelle 3.2: Stoffwerteeinflußverhältnis auf den Wärmeübergang (Vorschlag)

T [K]	$k^{0.6}/\mu^{0.4}$
500	2.833
1000	3.1
2000	3.38
3000	3.64

(k [10^{-5} cal/cm s K], μ [10^{-5} g/cm s])

Anhang Nr. 4: Eigene Meßdaten

Incr. Nr.	$\frac{1}{d}$	T_b [°C]	T_w [°C]	h [W/cm ² K]	T_b [°C]	T_w [°C]	h [W/cm ² K]	T_b [°C]	T_w [°C]	h [W/cm ² K]	
1	8	43	272	.568	44	290	.555	44	275	.579	
2	24	96	430	.517	100	455	.513	102	475	.506	
3	40	167	622	.496	176	670	.492	182	723	.482	
4	56	260	873	.487	279	980	.475	294	1075	.462	
5	66	328	1060	.476	356	1230	.454	378	1380	.440	
6	70	360	1140	.472	393	1340	.449	420	1530	.443	
7	74	393	1225	.469	432	1470	.443	465	1715	.425	
8	78	429	1310	.467	475	1590	.441	515	1880	.422	
9	82	460	1100	.560	513	1400	.498	559	1580	.485	
Run 1. $\dot{m} = 1.7174$ g/s				Run 2. $\dot{m} = 1.7049$ g/s				Run 3. $\dot{m} = 1.6960$ g/s			

Incr. Nr.	$\frac{1}{d}$	T_b [°C]	T_w [°C]	h [W/cm ² K]	T_b [°C]	T_w [°C]	h [W/cm ² K]	T_b [°C]	T_w [°C]	h [W/cm ² K]	
1	8	44	280	.567	45	300	.439	46	308	.440	
2	24	100	450	.514	103	470	.406	107	490	.407	
3	40	175	665	.492	180	660	.400	188	698	.400	
4	56	277	975	.476	278	583	.404	293	941	.404	
5	66	355	1240	.451	349	1065	.394	367	1152	.388	
6	70	392	1360	.445	381	1152	.388	404	1250	.382	
7	74	432	1490	.440	416	1250	.381	442	1369	.375	
8	78	476	1660	.431	453	1348	.377	482	1470	.373	
9	82	515	1400	.498	485	1050	.494	517	1150	.480	
Run 4. $\dot{m} = 1.7013$ g/s				Run 5. $\dot{m} = 1.3515$ g/s				Run 6. $\dot{m} = 1.3509$ g/s			

$$T_E = 20^\circ\text{C} ; d = .251 \text{ cm}$$

Anhang Nr. 4: Eigene Meßdaten

Incr. Nr.	$\frac{1}{d}$	T_b [°C]	T_w [°C]	h [W/cm ² K]	T_b [°C]	T_w [°C]	h [W/cm ² K]	T_b [°C]	T_w [°C]	h [W/cm ² K]	
1	8	45	290	.462	46	290	.466	45	285	.474	
2	24	107	508	.405	109	517	.405	109	520	.407	
3	40	194	760	.392	203	890	.372	200	800	.392	
4	56	310	1082	.382	332	1150	.380	326	1193	.371	
5	66	396	1330	.369	423	1450	.363	421	1520	.355	
6	70	437	1450	.365	467	1600	.357	468	1700	.348	
7	74	480	1580	.361	516	1775	.351	520	1915	.341	
8	78	526	1700	.360	568	1940	.348	577	2145	.336	
9	82	566	1400	.431	613	1560	.418	628	1800	.385	
Run 7. $\dot{m} = 1.3492$ g/s				Run 8. $\dot{m} = 1.3446$ g/s				Run 9. $\dot{m} = 1.3423$ g/s			

Incr. Nr.	$\frac{1}{d}$	T_b [°C]	T_w [°C]	h [W/cm ² K]	T_b [°C]	T_w [°C]	h [W/cm ² K]	T_b [°C]	T_w [°C]	h [W/cm ² K]	
1	8	46	291	.465	45	283	.464	46	295	.461	
2	24	108	500	.412	102	460	.419	106	460	.430	
3	40	194	750	.398	179	665	.407	186	675	.415	
4	56	313	1095	.383	281	935	.402	295	985	.402	
5	66	401	1390	.364	357	1150	.386	377	1260	.377	
6	70	444	1545	.357	392	1255	.379	416	1390	.370	
7	74	490	1740	.348	429	1370	.372	459	1550	.361	
8	78	543	1950	.341	470	1500	.366	506	1700	.356	
9	82	589	1650	.391	506	1250	.438	546	1350	.437	
Run 10. $\dot{m} = 1.3425$ g/s				Run 11. $\dot{m} = 1.371$ g/s				Run 12. $\dot{m} = 1.3438$ g/s			

$$T_E = 20^\circ\text{C} ; d = .251 \text{ cm}$$

Anhang Nr. 4: Eigene Meßdaten

Incr. Nr.	$\frac{l}{d}$	T_b [°C]	T_w [°C]	h [W/cm ² K]	T_b [°C]	T_w [°C]	h [W/cm ² K]	T_b [°C]	T_w [°C]	h [W/cm ² K]	
1	8	47	305	.460	44	289	.575	45	290	.574	
2	24	110	480	.430	102	470	.522	102	450	.534	
3	40	197	750	.405	182	720	.498	178	665	.511	
4	56	322	1192	.372	293	1072	.473	282	990	.490	
5	66	419	1540	.354	377	1430	.442	362	1300	.458	
6	70	467	1720	.348	421	1630	.430	401	1465	.446	
7	74	520	1940	.341	470	1900	.417	446	1680	.433	
8	78	578	2120	.340	526	2125	.413	496	1910	.424	
9	82	627	1600	.422	574	1740	.473	540	1600	.483	
Run 13. $\dot{m} = 1.332$ g/s				Run 14. $\dot{m} = 1.7364$ g/s				Run 15. $\dot{m} = 1.7364$ g/s			

$$T_E = 20^\circ\text{C} ; d = .251 \text{ cm}$$

Anhang Nr. 5:

Blendeneichung

Da die erforderliche Normblende (DIN 1952, Aug. 1971) nicht zur Verfügung stand, wurde eine passende Blende entworfen mit einem Blendendurchmesser $d_B = .3$ cm.

Der Durchsatz einer Blende errechnet sich nach der Gleichung

$$\dot{m} = F_B \cdot \alpha \cdot \epsilon \sqrt{2(p_{B1} - p_{B2}) \cdot \rho_B}$$

$$\text{mit } \epsilon = \frac{\left(\frac{p_{B1} - \Delta p_B}{p_{B1}} \right)^{.6} + 1.475}{2.475}$$

ρ_B = Dichte des Gases vor der Blende

p_{B1} = Druck des Gases vor Blende

p_{B2} = Druck des Gases nach Blende

$\Delta p_B = p_{B1} - p_{B2}$

ϵ = Expansionszahl

$$F_B = \frac{\pi d_B^2}{4}$$

d_B = Blendendurchmesser
= .3 cm

Aus dieser Gleichung wurde mit Hilfe einer Gasuhr unter Verwendung von Luft und Helium die Eichkurve für die Durchflußzahl α bestimmt.

In Fig. 5.1 ist die Eichkurve aufgetragen für die Blende. α ist ab $Re_D = 10^4$ konstant gleich .487. (Re_D ist die mit dem Rohrdurchmesser vor der Blende gebildete Reynolds-Zahl). Die Versuche hatten eine Re_D -Zahl, die größer als 10^4 war, so konnte mit konstantem α -Wert die Menge bestimmt werden.

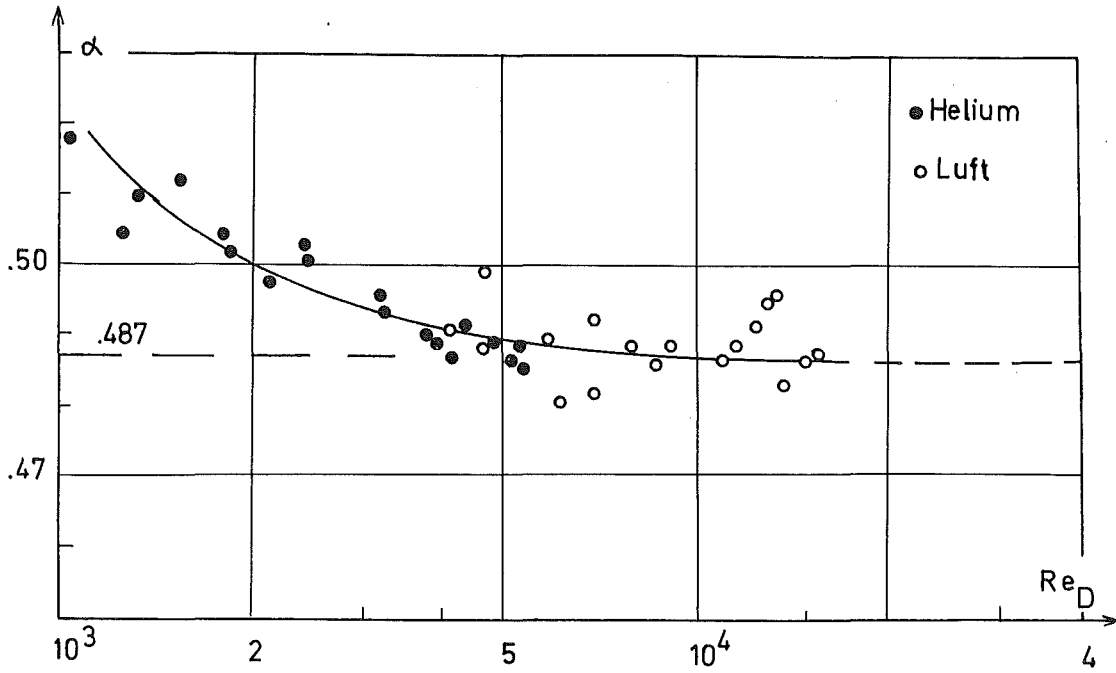


Fig. 5.1: Eichung der Blende; Durchflußzahl α
 ($Re_D = \dot{m} / \pi \dot{p} \mu$; $D = \text{Rohrdurchmesser vor der Blende} = .6 \text{ cm}$)

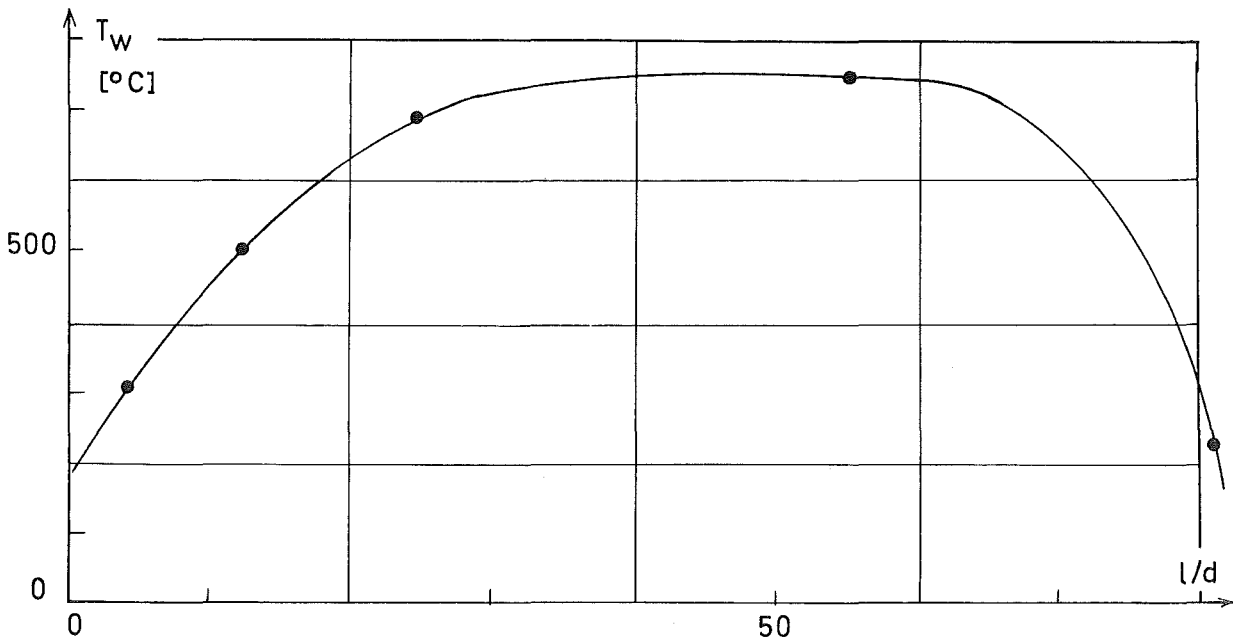


Fig. 7.1: Temperaturverlauf eines statischen Versuchs zur Bestimmung der Strahlungsverluste Q_v

Anhang Nr. 6:

Pyrometereichung

Als Pyrometer wurden 2 elektronische Infrarotstrahlungs-Pyrometer ($\lambda = 1.7 - 1.8 \mu\text{m}$) der Firma Braun, Frankfurt verwendet. Geeicht wurden diese Pyrometer mit den Pt/Rh(+70/30 %)-Pt/Rh(-94/6 %)-Thermoelementen unter Einstellen eines bestimmten, konstanten Emissionsfaktors ϵ . Dabei mußte beachtet werden, daß sich trotz der Heliumatmosphäre eine Oxydschicht bildete, die bei etwa 1400°C abdampfte (gestrichelte Gerade in Fig. 6.1). War diese Schicht abgedampft, (plötzliches Ansteigen der vom Pyrometer angezeigten Temperatur) konnte mit der Eichung begonnen werden. Die Eichkurven ergaben Geraden, $\pm 30^\circ\text{C}$ Abweichung ($T_w [^\circ\text{C}]$ als Funktion der vom Pyrometer angezeigten Spannung $[mV]$). Jeder der beiden Pyrometer wurde getrennt geeicht. Die Eichkurve wurde als Gerade über 1800°C hinaus verlängert. Zur Durchführung der Messungen bei einem kleinen Meßfleck, wie ihn das Teströhrchen bildete, war die genaue geometrische Ausrichtung des Pyrometers auf den Meßfleck notwendig (Maximum der angezeigten Temperatur), da sonst die angezeigte Temperatur zu niedrig ist. Dazu wurde eigens eine sehr fein regulierbare Justierung angefertigt. Während einer Folge von mehreren Meßreihen wurde die geometrische Stellung des Pyrometers mehrmals kontrolliert. Fig. 6.1 zeigt die Eichkurve für Pyrometer Nr. 2, den mit Thermoelementen gemessenen Wandtemperaturverlauf in Abhängigkeit von der vom Pyrometer angezeigten Spannung.

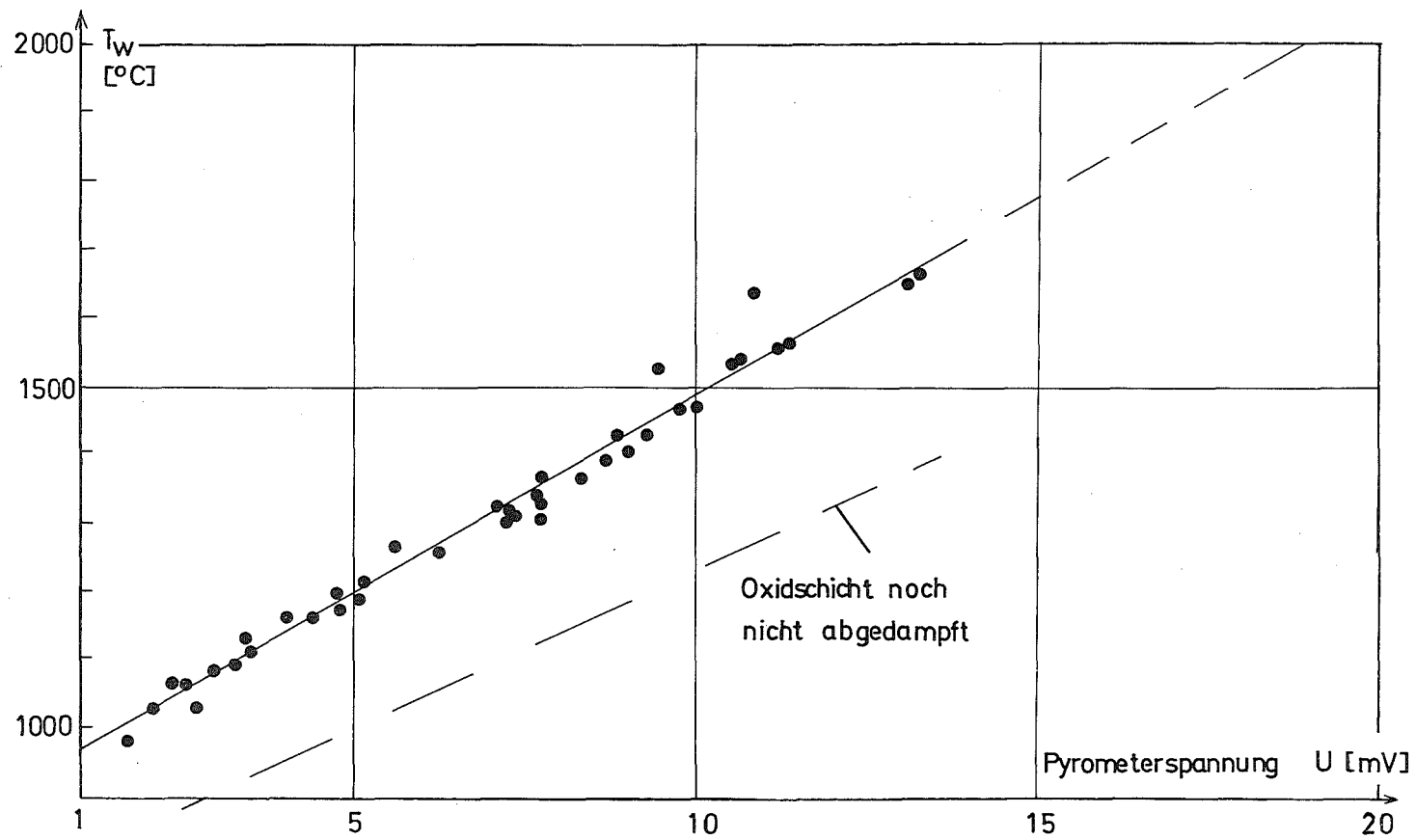


Fig. 6.1: Eichkurve Pyrometer 2, Molybdänteststrecke

Anhang Nr. 7:

Bestimmung der Strahlungsverluste des Molybdänröhrchens

Unter Verwendung der Pt/Rh(+70/30 %)-Pt/Rh(-94/6 %)-Thermoelemente und der Pyrometer wurden die Abstrahlungsverluste des Testrohres in statischen Versuchen an der Meßapparatur direkt bestimmt, sodaß alle Nebeneinflüsse zugleich mitgemessen wurden. Fig. 7.1 (auf Seite A 10) zeigt den Temperaturverlauf eines statischen Versuchs. Die Flanschverluste am Anfang der Teststrecke sind größer als am Ende, wo sich ein kleinerer Flansch befindet.

Zur Auswertung benutzt wurde der Teil der Teststrecke, in dem die Temperatur praktisch konstant war. Aus dem elektrischen Widerstand des Molybdänröhrchens wurde bei dieser Temperatur die im Röhrchen erzeugte elektrische Leistung ermittelt, die ganz in Strahlung übergeht.

In Fig. 7.2 ist die Eichkurve wiedergegeben, die sich sehr gut reproduzieren ließ.

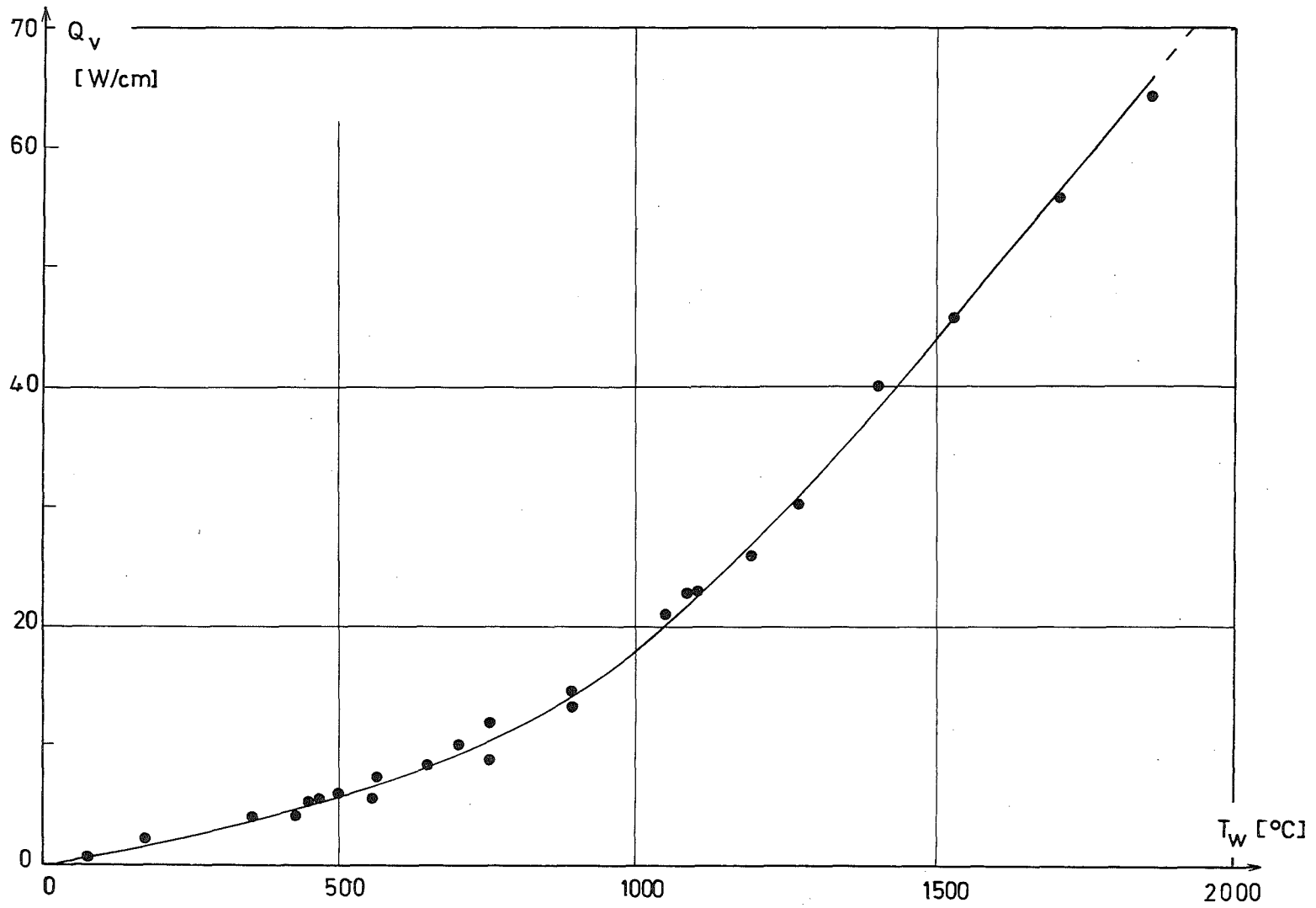


Fig. 7.2: Eichkurve der Abstrahlungsverluste Q_v
 (1 cm Rohrlänge $\hat{=}$ 1.0385 cm^2)

Anhang Nr. 8:

Berechnung der Wärmeleitung im Rohr in axialer Richtung

Die Wärmeleitung im Molybdän-Rohr errechnet sich nach der Gleichung

$$Q_{\lambda} = \lambda_{Mo} \cdot F_o \cdot \left(\frac{dt}{dx}\right)$$

$$F_o = \frac{\pi}{4} (d_a^2 - d_i^2) = 45.5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2$$

$$\frac{dt}{dx} = \text{Temperaturgradient}$$

Anhand eines Beispiels soll Q_{λ} abgeschätzt werden.

Run 13,

Increment Nr. 7

Zu den Temperaturen und der Bildung der Temperaturgradienten vergl.

Fig. 8.1.

$$Q_{\lambda 1} = \lambda_1 \left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)_1 \cdot F_o \quad \lambda_1 = \lambda (1830^{\circ}\text{C}) = .735 \text{ [W/cm K]}^1)$$

$$Q_{\lambda 2} = \lambda_2 \left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)_2 \cdot F_o \quad \lambda_2 = \lambda (2030^{\circ}\text{C}) = .66 \text{ [W/cm K]}$$

$$\left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)_1 = \frac{1940 - 1720}{4d} = 219.1 \frac{\text{K}}{\text{cm}}$$

$$\left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)_2 = \frac{2120 - 1940}{4d} = 179.3 \frac{\text{K}}{\text{cm}}$$

$$Q_{\lambda 1} = 7.32$$

$$Q_{\lambda 2} = 5.369$$

$$\Delta Q_{\lambda} = \underline{\underline{Q_{\lambda 2} - Q_{\lambda 1} = - 1.951 \text{ W} ;}}$$

$$Q_b = 385.8 \text{ W/4d}$$

$$\frac{\Delta Q_{\lambda}}{Q_b} = - .5 \% ;$$

d.h. der Fehler bei Nichtberücksichtigung der Wärmeleitung im Rohr beträgt für dieses Beispiel .5 % in der Größe Q_b .

¹⁾ Die Werte sind entnommen aus Landolt-Börnstein /53/, S. 181 ÷ 211.

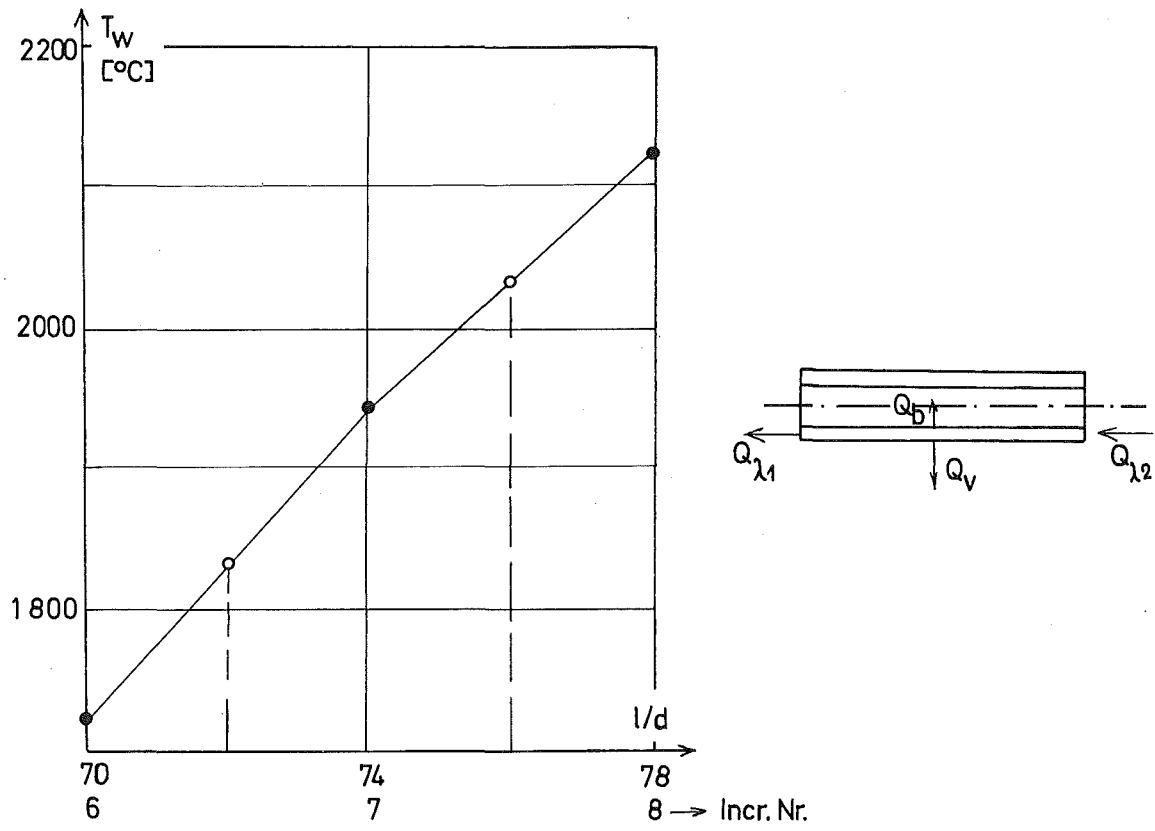


Fig. 8.1: Temperaturverlauf am Increment Nr. 7, Run 9

Anhang Nr. 9:

Berechnung der radialen Temperaturverteilung im elektrisch beheizten Rohr

Das elektrisch beheizte Rohr kann als Rohr mit konstanter Quelldichte ϕ [W/cm³] betrachtet werden.

Aus der allgemeinen Differentialgleichung für dieses Problem

$$\operatorname{div} (\lambda_{\text{Mo}} \cdot \operatorname{grad} t) = - \phi$$

λ_{Mo} [W/cm K] Wärmeleitfähigkeit von Molybdän

t [K] Temperatur

ϕ [W/cm³] Quelldichte

r [cm] Rohrradius

folgt unter Verwendung von Zylinderkoordinaten für das eindimensionale Problem $t = t(r)$, $\lambda = \text{const.}$ ¹⁾

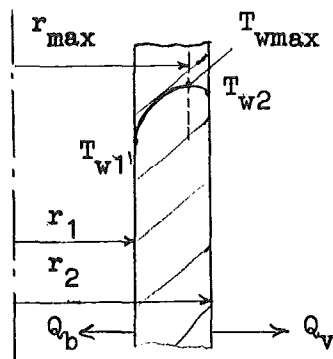
$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dt}{dr} \right) = - \frac{\phi}{\lambda} r$$

mit der allgemeinen Lösung

$$t(r) = c_1 + c_2 \ln \frac{r}{r_1} - \frac{\phi}{4\lambda} r^2 \quad (1)$$

sowie

$$\frac{dt}{dr} = \frac{c_2}{r} - \frac{\phi}{2\lambda} r \quad (2)$$



Skizze 9.1

1) Zur Lösung der Gleichung unter Verwendung von $\lambda = \lambda(t)$ vergl. die ausführliche Darstellung von Hufschmidt et al. /54/, Gleichung (11).

Anhand eines Beispiels soll der Temperaturunterschied zwischen Rohrwandinnen- und Rohrwandaußentemperatur berechnet werden:

Run 13

Increment Nr. 7, $l/d = 74$

$$T_{w2} = 1940^{\circ}\text{C}$$

$$J = 589.6 \text{ A}$$

$$Q_v = 71 \text{ W/cm}$$

$$\lambda_{\text{Mo}} = .7 \text{ W/cm grad (bei } T_w = 1940^{\circ}\text{C)}$$

$$\rho_{\text{Mo}} = 59.6 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ cm (bei } T_w = 1940^{\circ}\text{C)}$$

$$d_i = .251 \text{ cm}; r_1 = .1255 \text{ cm}$$

$$d_a = .3478 \text{ cm}; r_2 = .1739 \text{ cm}$$

$$r_2^2 - r_1^2 = .01449 \text{ cm}^2$$

$$\ln(r_2/r_1) = .3262$$

$$F = \frac{\pi}{4} (d_a^2 - d_i^2) = 45.5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2$$

Damit ergeben sich mit den Gleichungen (1) und (2) die folgenden Daten:

$$\phi = 10.007 \text{ KW/cm}^3$$

$$q_b = 487.37 \text{ W/cm}^2; (Q_b = 384.3 \text{ W/cm})$$

$$c_2 = 200^{\circ} \text{ C}$$

$$T_w = T_{w2} - T_{w1} = 13.5^{\circ}\text{C}; \frac{\Delta T_w}{T_{w2}} = .7 \%$$

$$r_{\text{max}} = .167 \text{ cm}$$

$$c_1 = 1982.75^{\circ} \text{ C}$$

$$T_{\text{max}} = 1940.15^{\circ}\text{C}$$

Der Unterschied zwischen Rohrwandinnen- und Rohrwandaußentemperatur ist gering (.7 %) und wird daher nicht berücksichtigt.

Anhang Nr. 10:

Berechnung der Machzahl Ma

Definition: $Ma = \frac{u}{a^*}$ u [cm/s] Strömungsgeschwindigkeit
 $a^* = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}}$ a^* [cm/s] Schallgeschwindigkeit
 M Molekulargewicht

Gasgesetz $\frac{p}{\rho} = \frac{R_{gas}}{M} T$ $\kappa_{He} = 1.6667$
 T [K] Gastemperatur
 $a^* = \sqrt{\kappa \frac{R_{gas}}{M} T}$ F [cm²] = $\frac{\pi d^2}{4}$ Querschnittsfläche
 $(\frac{R_{gas}}{M})_{He} = 2.0786 \cdot 10^7 \frac{cm^2}{s^2 K}$

oder $a^* = 5.886 \cdot 10^3 \sqrt{T [K]} \left[\frac{cm}{s} \right]$

Kontinuität $\dot{m} = \rho u F$

oder $u = \frac{\dot{m} R_{gas}/M}{F p} T$
 $4 \dot{m} \sqrt{\frac{R_{gas}}{M} T}$
 $Ma = \frac{\pi d^2 \sqrt{\kappa} \cdot p}{\pi d^2 \sqrt{\kappa} \cdot p}$

oder mit $d = .251$ cm

$Ma = 0.071266 \frac{\dot{m} [g/s] \sqrt{T [K]}}{p [bar]}$

Umrechnungen:

$1 \text{ Ws} = 10^7 \text{ g} \frac{cm^2}{s^2} = 10^7 \text{ erg}$

$1 \text{ bar} = 10^6 \frac{g}{cm s^2}$

Beispiel: Run 9 $T = 627^\circ C = 900 \text{ K}$

$1/d = 82, p = 20 \text{ bar}$

$\dot{m} = 1.342 \frac{g}{s}; Ma = .107$

Anhang Nr. 11: Auswertungsbeispiel zu den Meßdaten von Wolf, McCarthy /1o/:
Run 83, Helium

Die folgenden Werte sind aus den Meßdaten, Run 83 entnommen

Abschnitt	l/d	T_b [°C]	q_w ¹⁾ [W/cm ^{2o}]
BC	5.8	-173	59.3
CD	10.5	-157	65.13
DE	15.11	-141	66.45

l/d	T_w ²⁾ [°C]
2.3	246
4.6	440
7	646
9.3	851
11.6	1009
13.9	1140
16.3	1128
18.6	1087

Tabelle 11.1: Meßdaten von Run 83,
Wolf, McCarthy /1o/

Fig. 11.2 gibt diese Werte in Abhängigkeit von l/d wieder, sowie die durch sie hindurchgelegten Kurven.

Aus diesen Kurven sind die Werte T_b , T_w , q_w dann entnommen, die in Tabelle 4, Anhang 13 stehen (Statt q_w ist in Tab. 4 h eingetragen).

1) q_w ist aus dem angegebenen h und der Temperaturdifferenz ($T_w - T_b$) errechnet.

2) Die Werte der Thermoelemente an der gleichen Stelle l/d sind bereits gemittelt.

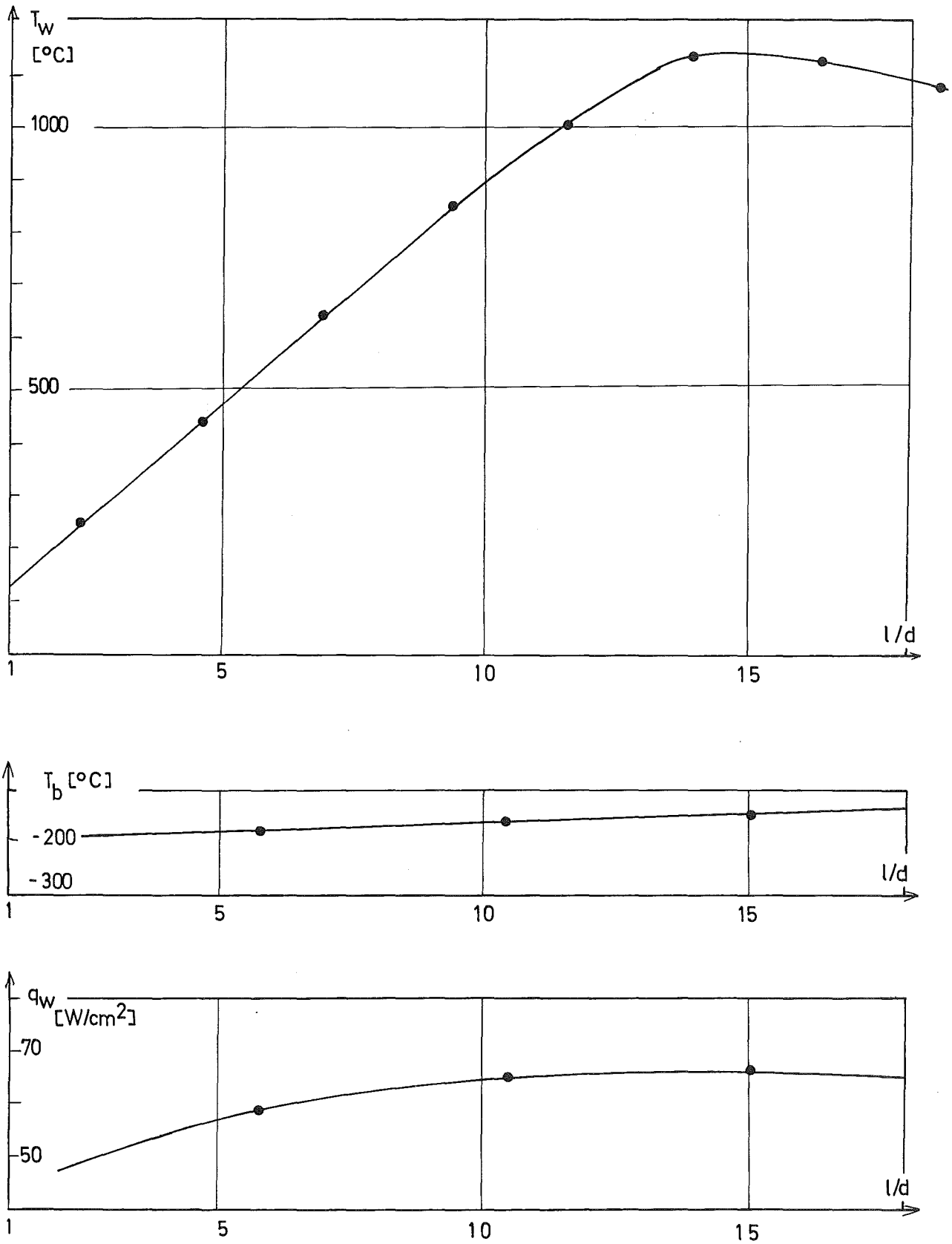


Fig. 11.2: Meßdaten des Auswertungsbeispiels Wolf, McCarthy /10/,
Run 83 Helium

Anhang Nr.12: Beispielmeßreihendaten, Helium

Incr. Nr.	l/d	T_b [°C]	T_w [°C]	h [W/cm ² K]	ANu	1000 q ⁺	ANu $\left(\frac{T_w}{T_E}\right)^{1.05}$
1	8	47	305	.46	2.06	2.90	4.2
2	24	110	480	.43	1.88	3.89	5.07
3	40	197	750	.40	1.73	5.51	6.44
4	56	323	1192	.37	1.55	7.99	8.40
5	66	419	1540	.35	1.45	9.86	9.85
6	70	467	1720	.35	1.42	10.8	10.63
7	74	520	1940	.34	1.38	12.1	11.57
8	78	578	2120	.34	1.37	13.2	12.45
9	82	627	1600	.42	1.67	10.2	11.73

Tabelle 1: Beispielmeßreihe 1, diese Arbeit, Run 13

$$T_E = 20^\circ\text{C}; \dot{m} = 1,332 \text{ g/s}$$

Incr. Nr.	l/d	T_b [°C]	T_w [°C]	h [W/cm ² K]	ANu	1000 q ⁺	ANu $\left(\frac{T_w}{T_E}\right)^{1.05}$
1	3	-113.	271	.158	1.12	4.45	4.37
2	11.5	-71	921	.187	1.28	13.6	11.4
3	19	4.6	1702	.155	1.02	19.3	15.4
4	27	106	2025	.174	1.10	24.5	19.5
5	35	222	2087	.188	1.15	25.7	20.9
6	43	342	2176	.191	1.13	25.6	21.4
7	50	460	2326	.185	1.07	25.3	21.5
8	58	575	2471	.176	1.00	24.5	21.3
9	66	687	2472	.183	1.02	23.9	21.7
10	74	693	1827	-.256	-1.43	-21.3	-23.0

Tabelle 2: Beispielmeßreihe 2, Taylor /8/, Run 34

$$T_E = -124^\circ\text{C}; \dot{m} = 1.1794 \text{ g/s}$$

Anhang Nr. 12: Beispielmeßreihendaten, Helium

Incr. Nr.	1/d	T_b [°C]	T_w [°C]	h [W/cm ² K]	ANu	1000 q ⁺	ANu $\left(\frac{T_w}{T_E}\right)^{1.05}$
1	2.6	-145	84	.814	2.86	6.00	8.95
2	8	-129	252	.493	1.71	6.06	8.02
3	13	-114	335	.421	1.44	6.09	7.87
4	18	- 98	409	.374	1.26	6.11	7.79
5	24	- 83	441	.363	1.21	6.12	7.84
6	29	- 67	473	.349	1.15	6.12	7.86
7	34	- 52	503	.339	1.11	6.11	7.89
8	40	- 37	532	.333	1.08	6.10	7.93
9	45	- 21	552	.330	1.06	6.08	7.99
10	50	- 6	567	.329	1.05	6.06	8.06

Tabelle 3: Beispielmeßreihe 3, Weiland /9/, Run 34

$$T_E = -152.6^\circ\text{C}; \dot{m} = 8.89 \text{ g/s}$$

Incr. Nr.	1/d	T_b [°C]	T_w [°C]	h [W/cm ² K]	ANu	1000 q ⁺	ANu $\left(\frac{T_w}{T_E}\right)^{1.05}$
1	3	-187	298	.105	1.35	9.63	10.77
2	4	-182	383	.095	1.22	10.24	11.3
3	6	-175	560	.081	1.03	11.28	12.2
4	8	-168	730	.070	.88	11.94	12.7
5	10	-160	903	.061	.76	12.32	12.9
6	12	-151	1050	.055	.68	12.53	13.0
7	14	-145	1138	.052	.63	12.55	13.0
8	16	-138	1133	.052	.63	12.53	12.9
9	18	-130	1098	.053	.64	12.36	12.8

Tabelle 4: Beispielmeßreihe 4, Wolf, McCarthy /10/, Run 83

$$T_E = -194^\circ\text{C}; \dot{m} = 12 \text{ g/s}$$

Anhang Nr.13: Beispielmeßreihendaten, Wasserstoff

Incr. Nr.	l/d	T_b [°C]	T_w [°C]	h [W/cm ² K]	ANu	1000q ⁺	$ANu \left(\frac{T_w}{T_E} \right)^{1.05}$
1	3	47	164	.380	1.73	1.01	2.44
2	11	63	321	.398	1.80	2.3	3.51
3	19	90	491	.352	1.56	3.2	3.97
4	27	127	679	.331	1.44	4.1	4.60
5	35	174	910	.324	1.37	5.4	5.51
6	43	237	1260	.321	1.32	7.4	6.96
7	50	323	1837	.284	1.13	9.6	8.31
8	58	429	2271	.277	1.06	11.4	9.48
9	66	547	2475	.279	1.03	11.9	9.99
10	74	592	2017	-.087	-.316	-2.7	-2.54

Tabelle 1: Beispielmeßreihe 2a, Taylor /8/, Run 11

$$T_E = 42^\circ\text{C}; \dot{m} = .6624 \text{ g/s}$$

Incr. Nr.	l/d	T_b [°C]	T_w [°C]	h [W/cm ² K]	ANu	1000q ⁺	$ANu \left(\frac{T_w}{T_E} \right)^{1.05}$
1	3	-107	332	.209	1.21	4.92	5.08
2	11	-56	1193	.246	1.28	15.5	13.7
3	19	39	1931	.254	1.20	23.3	19.6
4	27	161	2110	.283	1.24	26.4	22.1
5	35	291	2110	.311	1.28	27.0	22.8
6	43	423	2176	.325	1.28	27.0	23.4
7	50	556	2293	.336	1.27	27.5	24.3
8	58	690	2382	.354	1.29	27.9	25.6
9	66	823	2421	.378	1.33	27.7	26.8
10	74	846	2062	-.333	-1.16	-18.5	-20.2

Tabelle 2: Beispielmeßreihe 2b, Taylor /8/, Run 48

$$T_E = -119^\circ\text{C}; \dot{m} = .6262 \text{ g/s}$$

Anhang Nr. 13: Beispielmeßreihendaten, Wasserstoff

Incr. Nr.	l/d	T_b [°C]	T_w [°C]	h [W/cm ² K]	ANu	1000q ⁺	ANu $\left(\frac{T_w}{T_E}\right)^{1.05}$
1	2.6	-160	106	1.55	3.33	7.58	12.7
2	8	-144	293	.95	1.94	7.37	11.3
3	13	-129	408	.78	1.52	7.18	10.7
4	18	-113	473	.71	1.33	6.97	10.4
5	24	-98	516	.68	1.22	6.79	10.1
6	29	-84	550	.65	1.14	6.63	9.86
7	34	-69	564	.65	1.11	6.51	9.75
8	40	-55	577	.65	1.08	6.52	9.66
9	45	-41	585	.66	1.07	6.34	9.70
10	50	-27	589	.67	1.07	6.29	9.73

Tabelle 3: Beispielmeßreihe 3, Weiland /9/, Run 115

$$T_E = -167; \dot{m} = 7.938 \text{ g/s}$$

Incr. Nr.	l/d	T_b [°C]	T_w [°C]	h [W/cm ² K]	ANu	1000q ⁺	ANu $\left(\frac{T_w}{T_E}\right)^{1.05}$
1	10	-163	600	.302	1.41	14.8	17.6
2	20	-115	740	.227	.915	11.3	13.4
3	30	-75	660	.258	.954	10.4	12.8
4	40	-41	540	.324	1.13	10.	13.1
5	50	-11	500	.366	1.24	9.8	13.6
6	60	-17	460	.379	1.29	9.5	13.4

Tabelle 4: Beispielmeßreihe 4, Wolf, McCarthy /10/, Run 97

$$T_E = -194^\circ\text{C}; \dot{m} = 3.265 \text{ g/s}$$

Anhang Nr. 14: Kontinuitätsbedingung für ideale Gase im Rohr

Die Kontinuitätsbedingung lautet:

$$\begin{aligned} \dot{m} &= \text{const} \\ &= \int_F \rho u \, dF = \rho_b u_b F \end{aligned} \quad (1)$$

Die Definition der mittleren Geschwindigkeit lautet damit

$$u_b = \frac{\dot{m}}{\rho_b F} \quad (2)$$

oder mit (1)

$$u_b = \frac{1}{\rho_b F} \int_F \rho u \, dF \quad (2')$$

Die Dichte ρ_b wird dabei über die Temperatur T_b ermittelt. Gilt außerdem das ideale Gasgesetz (Druck $p = \text{const}$):

$$\rho T = \rho_b T_b = K \quad (3)$$

so ergibt sich Gleichung (26) (S. 52):

$$\underline{\frac{u_b}{T_b} = \frac{1}{F} \int_F \frac{u}{T} \, dF} \quad (4)$$

Die übliche Definition für T_b lautet:

$$T_b = \frac{1}{c_{pb} \dot{m}} \int c_p T \, d\dot{m}$$

oder mit $c_p = \text{const}$ und Gleichung (1) erhält man

$$T_b = \frac{1}{\rho_b u_b F} \int_F \rho u T \, dF. \quad (5)$$

Setzt man in (5) das ideale Gasgesetz (3) ein, so erhält man:

$$u_b = \frac{1}{F} \int_F u \, dF \equiv \bar{u}$$

oder mit (2') $\frac{1}{\rho_b} \int_F \rho u \, dF = \int_F u \, dF$

d.h. für perfekte Gase (Zustandsgleichung des idealen Gases, $c_p = \text{const}$)
 oder auch für Flüssigkeiten mit konstanter Dichte ($\rho = \text{const}$) ist
 $u_b \equiv \bar{u}$.

Mit $F = \pi R^2$; $dF = 2\pi r dr$ kann (4) umgeformt werden zu

$$\frac{u_b}{T_b} = \frac{2}{R^2} \int_{r=0}^R \frac{u}{T} r dr \quad (4')$$

Unter Verwendung der folgenden Größen

$$\begin{aligned} y &= R-r \\ u^+ &= u/u^* \\ y^+ &= u^* y / v_w \\ D &= R u^* / v_w \end{aligned} \quad u^* = \sqrt{\frac{\lambda}{8} \sqrt{\frac{T_w}{T_b}}} \cdot u_b$$

und entsprechende Substitution der Grenzen kann die Kontinuitäts-
 bedingung (4') in die folgende dimensionslose Form gebracht werden:

$$\frac{u_b}{T_b} \frac{T_w}{D^2} = \frac{2}{D^2} \int_0^D u^+ \frac{T_w}{T} (D-y^+) dy^+ \quad (5)$$

Setzt man von vornherein $u_b \equiv \bar{u}$, so lassen sich die Bulkgrößen u_b ,
 ρ_b , T_b auch in der folgenden übersichtlichen Form darstellen
 (Volumenstrom $\dot{V} = u_b F$):

$$u_b = \frac{1}{F} \int u dF \rightarrow u_b F = \dot{V} = \int u dF = \int d\dot{V}$$

$$\rho_b = \frac{1}{\dot{V}} \int \rho d\dot{V} \rightarrow \rho_b \dot{V} = \dot{m} = \int \rho d\dot{V} = \int d\dot{m}$$

$$T_b = \frac{1}{\dot{m}} \int T d\dot{m} \rightarrow c_{pb} T_b \dot{m} = i = \int c_p T d\dot{m} = \int di$$

(i = Enthalpie)

Anhang Nr. 15:

Übersicht zu den logarithmischen Profilen

Geschwindigkeitsprofil

$$u^+ = A \ln y^+ + B \quad (1)$$

$$A = 2.5$$

$$B = 5.5$$

$$u^+ = u/u^* \quad y^+ = \frac{(R-r)u^*}{\nu}$$

Reibungs-
geschwindigkeit

$$u^* = \sqrt{\tau/\rho} = \sqrt{\frac{f}{2}} u_b \quad (2)$$

Temperaturprofil

$$t^+ = A_s \ln y^+ + B_s \quad (1')$$

$$A_s = 2.2$$

$$B_s = 3.5$$

$$t^+ = \frac{T_w - T}{T^* - T_w}; \quad \frac{T}{T_w} = 1 - \frac{T^*}{T_w} t^+$$

$$T^* = \frac{q_w}{\rho_b c_p u^*} \quad \text{Wärmefluß-temperatur} \quad (2')$$

Analog zur Reibungsgeschwindigkeit u^* beim Geschwindigkeitsprofil, wird T^* mit 'Wärmeflußtemperatur' bezeichnet. (H.B. Squire /73/ bezeichnet T^* als 'Reibungstemperatur')

Gemittelte Größen

Bei Verwendung der logarithmischen Profile in analytischen Gleichungen tauchen oft die gemittelten Größen \bar{u}^+ , u_b^+ bzw. \bar{t}^+ , t_b^+ .

Unter Verwendung der Gleichungen (1) bzw. (1') mit den Definitionen

$$\bar{u}^+ = \frac{1}{F} \int u^+ dF$$

$$\bar{t}^+ = \frac{1}{F} \int t^+ dF$$

erhält man nach der Integration

$$\bar{u}^+ = u_{\max}^+ - \frac{3}{2} A \quad (3)$$

$$\bar{t}^+ = t_{\max}^+ - \frac{3}{2} A_s \quad (3')$$

mit

$$u_{\max}^+ = A \ln D + B$$

$$t_{\max}^+ = A_s \ln D + B_s$$

$$D = \frac{Ru^*}{\nu}; \quad y^+ = Dy$$

$$D = \frac{Ru^*}{\nu}; \quad y^+ = Dy$$

$$\ln D = \ln (Re \sqrt{f}) - \frac{3}{2} \ln 2$$

Außer den gemittelten Größen \bar{u}^+ , \bar{t}^+ interessieren oft jedoch die Bulkgrößen u_b^+ und t_b^+ :

$$u_b^+ = u_b / u^* \\ = \frac{1}{\sqrt{f/2}}$$

$$t_b^+ = \frac{T_w - T_b}{T^*} \\ = \sqrt{f/2} / St_b$$

Damit ergibt sich als Zusammenhang zwischen u_b^+ und t_b^+ :

$$\boxed{u_b^+ \cdot t_b^+ = \frac{1}{St_b}} \quad (4)$$

Sonderfälle

Für Flüssigkeiten ($\rho = \text{const}$) sowie für perfekte Gase (Zustandsgleichung des idealen Gases, $c_p = \text{const}$) gilt der Sonderfall (vergl. dazu Anhang Nr. 14):

$$\bar{u}^+ \equiv u_b^+ \quad (5)$$

$$\text{mit } \bar{u} = \frac{1}{F} \int u \, dF$$

Wird Gleichung (5) mit Gleichung (3) kombiniert, erhält man die Gleichung für den Reibungsbeiwert nach Karman-Nikuradse:

$$u_b^+ = u_{\text{max}}^+ - \frac{3}{2} A$$

$$\frac{1}{\sqrt{f/2}} = A \ln D + B - \frac{3}{2} A$$

$$\frac{1}{\sqrt{f/2}} = A \ln (\text{Re } \sqrt{f}) - \frac{3}{2} (A + \ln 2) + B \quad (6)$$

Aus der Bulkgrößenbedingung (vergl. Anhang Nr. 16) folgt (nur gültig bei kleinen Temperaturdifferenzen):

$$\boxed{\bar{t}^+ \equiv t_b^+} \quad (5')$$

daraus erhält man

$$\underline{\underline{\bar{u}^+ \cdot \bar{t}^+ = \frac{1}{St_b}}}$$

als Gleichung für den Wärmeübergang.

Für große Temperaturdifferenzen gelten obige Gleichungen nicht mehr.

Anhang Nr. 16: Bulkgrößenbedingung für logarithmische Profile (vergl. auch Anhang 15)

Für Geschwindigkeit und Temperatur werden logarithmische Profile angesetzt:

$$u^+ = A \ln y^+ + B$$

$$t^+ = A_s \ln y^+ + B_s$$

Die Bulkgrößenbedingung

$$\frac{y^+}{u^+} = \frac{y^+}{u_b^+} \equiv \frac{y^+}{t^+} = \frac{y^+}{t_b^+} \quad (1')$$

hat zur Folge, daß auch gilt:

$$t_b^+ \equiv \bar{t}^+ \quad (2')$$

oder auch $T_b \equiv \bar{T}$

mit $\bar{T} = \frac{1}{F} \int_F T(r) dF$

d.h. die mittlere Temperatur \bar{T} ist identisch mit der Bulktemperatur T_b .
Aus Gleichung (2') folgt weiter:

$$r_{T_b} / R = \text{const}$$

d.h. die Stelle im Rohr, an der T_b auftritt, ist immer konstant.
Außerdem kann mit Gleichung (1') und den logarithmischen Profilen für die Größe B_s , die als Unbekannte aufgefaßt wird, die folgende Gleichung erhalten werden (dieses B_s wird $B_{s\text{bulk}}$ genannt):

$$B_{s\text{bulk}} = \frac{A_s}{A} B + \frac{\sqrt{\lambda_w/8}/St}{A \sqrt{\lambda_w/8}} - \frac{A_s}{A \sqrt{\lambda_w/8}}$$

Mit den Konstanten $A = 2.5$; $B = 5.5$; $A_s = 2.2$ ergibt sich

$$B_{s\text{bulk}} = 4.84 + \frac{\sqrt{\lambda_w/8}/St}{A \sqrt{\lambda_w/8}} - 0.88 \frac{\sqrt{\lambda_w/8}}{A \sqrt{\lambda_w/8}} \quad (3')$$

Damit kann aus dem Wärmeübergang in Form der Stantonzahl und dem Reibungsbeiwert die Größe B_{sbulk} des logarithmischen Temperaturprofils bestimmt werden.¹⁾ Diese Rechnungen wurden zum Vergleich für die betrachteten Meßwerte durchgeführt, obwohl der Ansatz, Gleichung (1'), als grobe Näherung betrachtet wird. Die folgenden Abbildungen sollen einige Ergebnisse dieser Rechnungen zeigen.

Fig. 16.1 zeigt B_{sbulk} für einige Meßreihen von Weiland ($q^+ = \text{const}$) mit Helium über l/d als Abszisse.

Fig. 16.2a bis e zeigen die Korrelation mit dem Ansatz

$$B_{\text{sbulk}} = 6 \left(\frac{T_w}{T_b} \right)^{\tan \alpha(l/d)}$$

für die Helium-Meßwerte von Taylor und Weiland.

Die Werte von Weiland lassen sich in dieser Darstellung sehr viel besser korrelieren als die von Taylor. Insgesamt weichen die Ergebnisse beider Autoren sehr voneinander ab (vergl. Fig. 16.3e). Dieses Verhalten ist ähnlich dem in Fig. 11, S. F13.

Für den Fall axial steigender Temperaturdifferenz erhält man aus den Meßwerten von Weiland mit Helium die folgende Darstellung

$$B_{\text{sbulk}} = \frac{7.1 \left(\frac{T_w}{T_E} \right)^{1.28} - 2.}{(1000 q^+)^{.424}} \quad (4')$$

Fig. 16.3 zeigt diese Auftragung für die verschiedenen Autoren für Helium. Obwohl die Übereinstimmung zwischen den einzelnen Autoren gut ist, wird dieses logarithmische Temperaturprofil dennoch wegen des einschränkenden Ansatzes der Bulkgrößenbedingung nur als grobe Näherung betrachtet.

¹⁾ λ_w wird nach Gleichung (29), S. 54 errechnet.

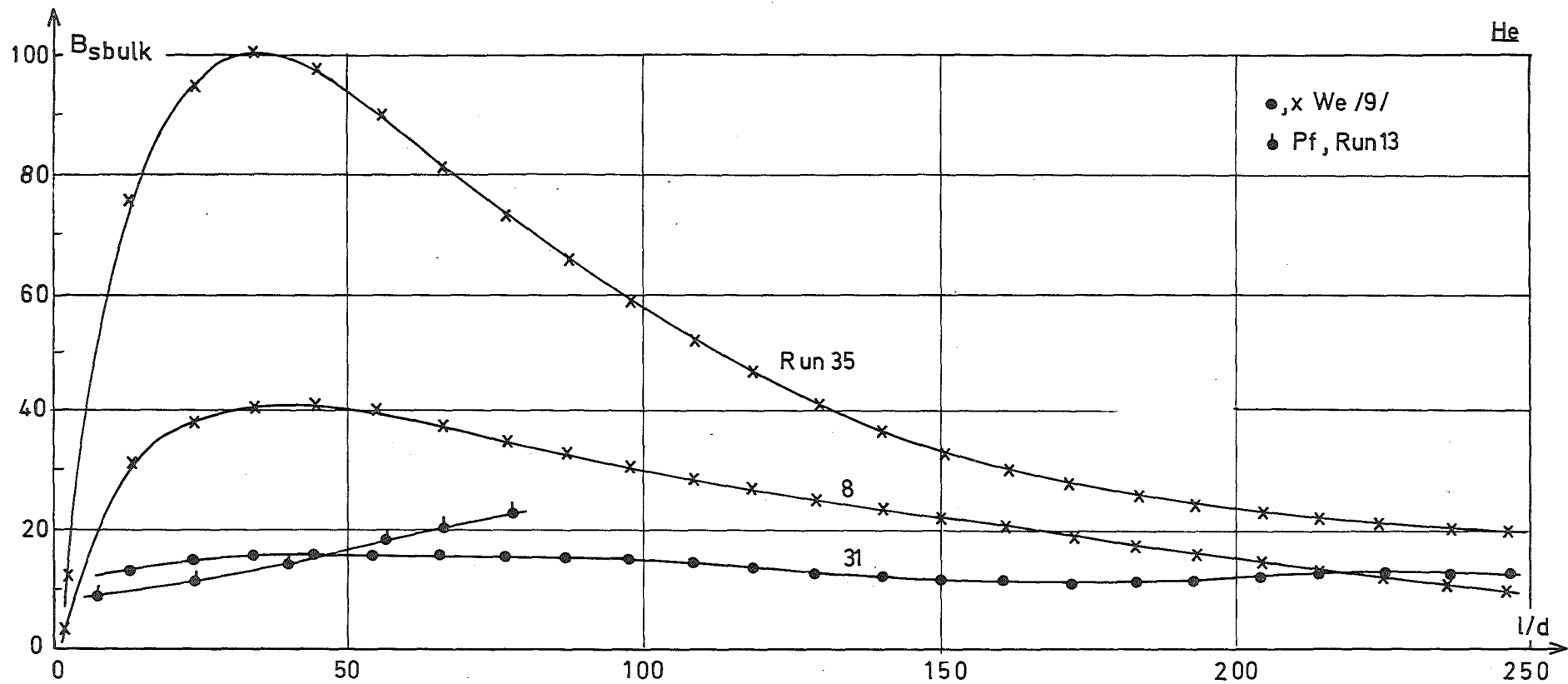


Fig. 16.1: $B_{sbulk}(l/d)$, Gleichung (3') für einige Meßreihen

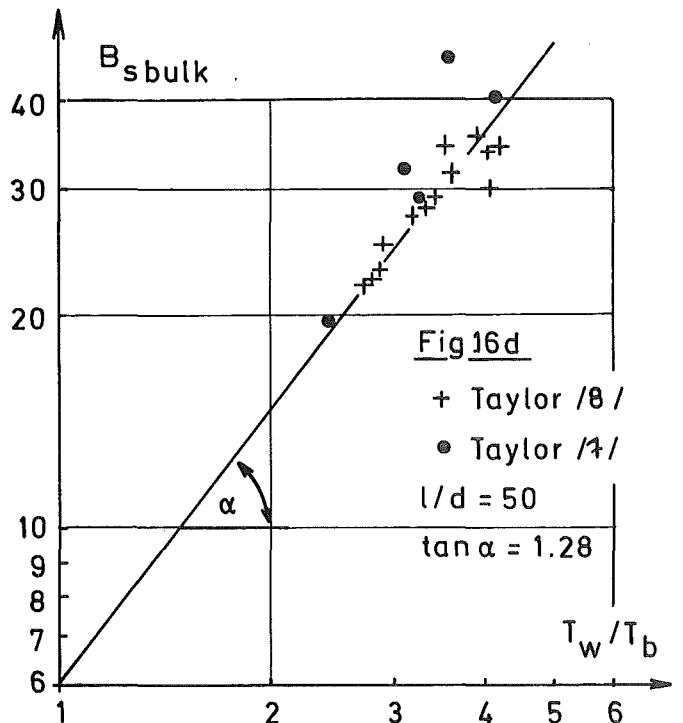
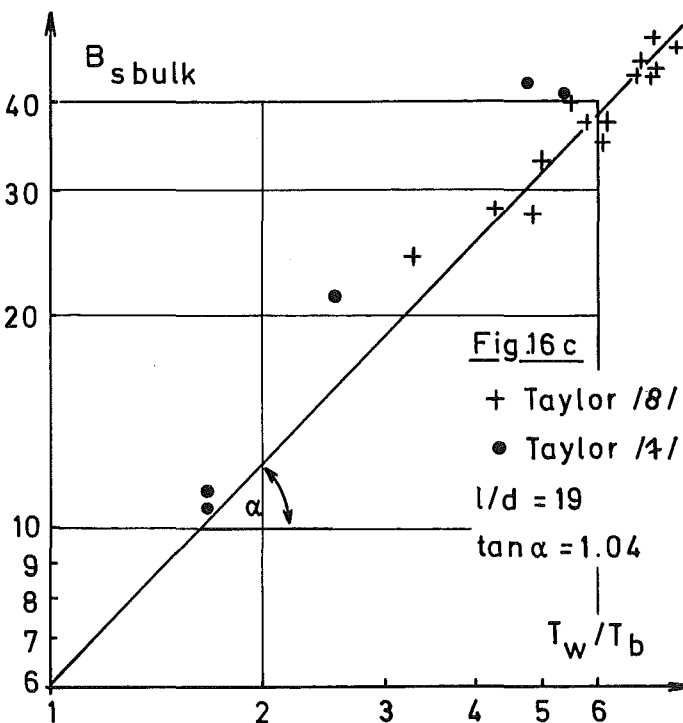
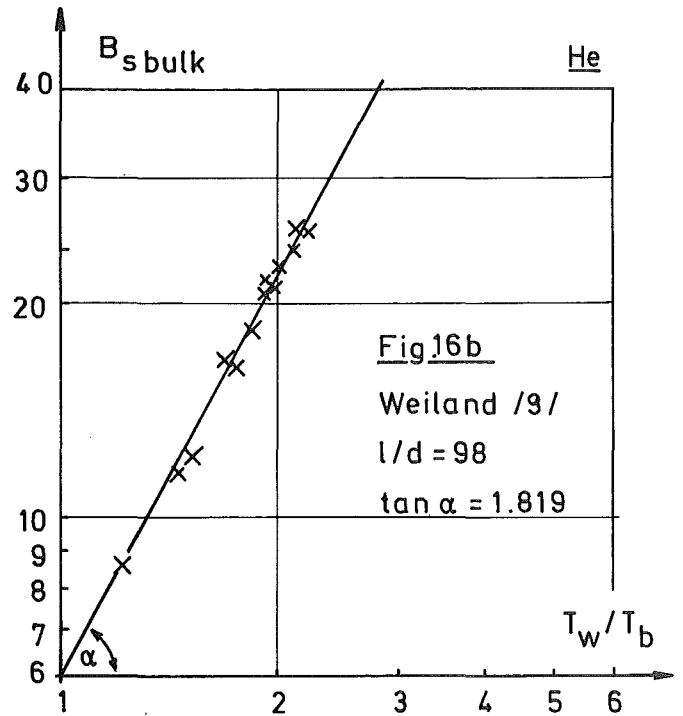
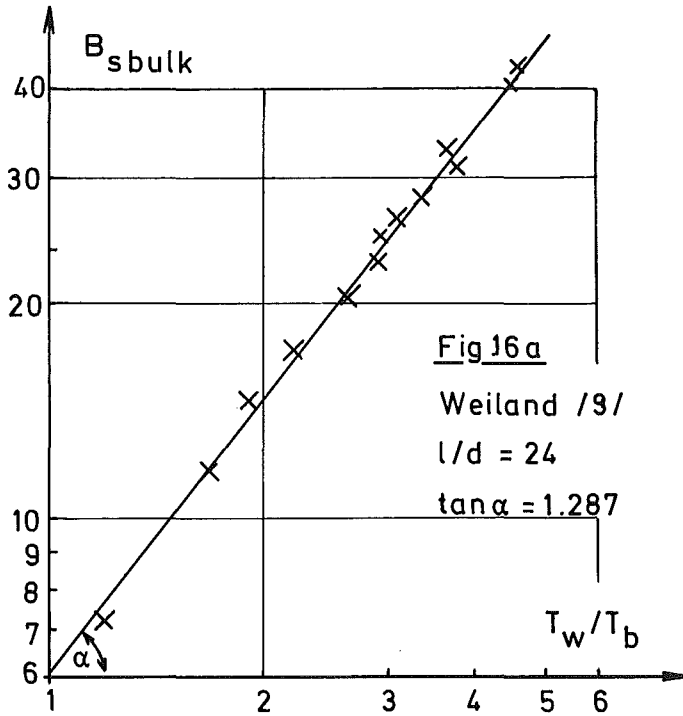


Fig.16.2 B_{sbulk} aus den Meßwerten von Taylor und Weiland in Abhängigkeit von T_w/T_b

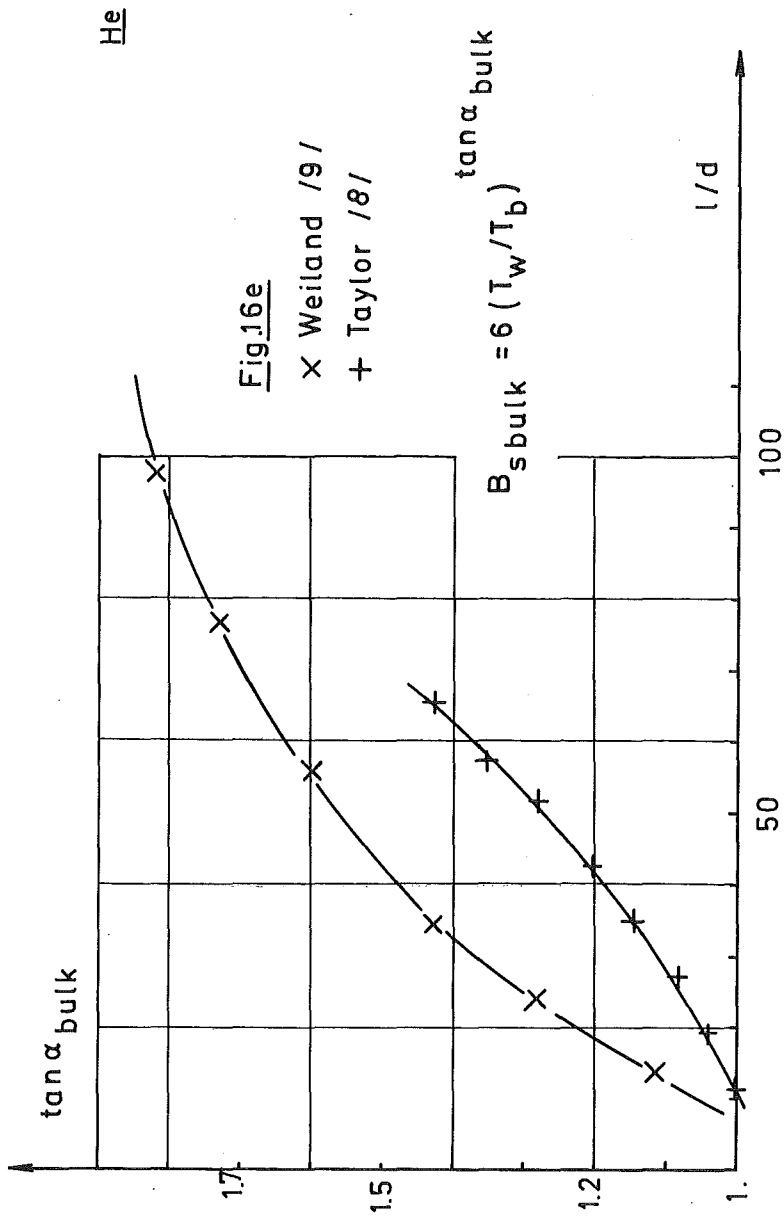


Fig.16.2 $B_{s\text{bulk}}$ aus den Meßwerten von Taylor und Weiland in Abhängigkeit von T_w/T_b

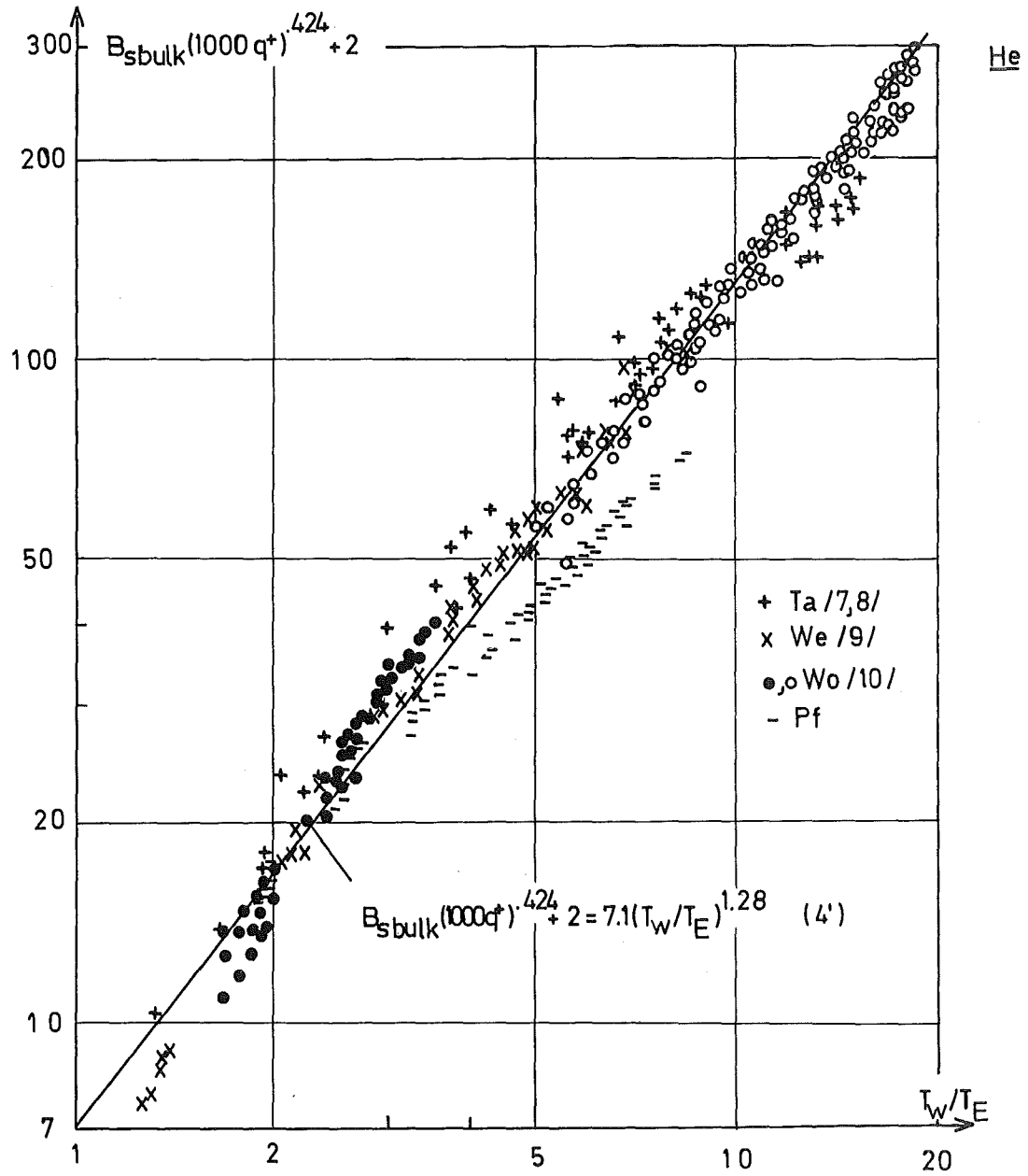


Fig. 16.3: B_{sbulk} für die 4 Autoren (axial steigende Temperatur-
differenz

Pf: diese Arbeit; We: Weiland /9/
 Ta: Taylor /7,8/; Wo: Wolf, McCarthy /10/

Anhang Nr. 17: Der Wärmeflußparameter C

Der Wärmeflußparameter C ergibt sich aus der Definition von t^+

$$t^+ = \frac{(T_w - T) \rho c_p u^*}{q_w}$$
$$= \frac{T_w - T}{T^{**}}$$
$$T^{**} = \text{Wärmeflußtemperatur}$$
$$= \frac{q_w}{\rho c_p u^*}$$

Wird die Dichte ρ in der Wärmeflußtemperatur als ρ_b eingesetzt, also

$$T_b^{**} = \frac{q_w}{\rho_b c_p u^*}$$

so gilt

$$C = \frac{T_b^{**}}{T_b}$$

C ist die mit der entsprechenden Temperatur (z.B. T_b , wenn ρ_b in T^{**} verwandt wird) dimensionslos gemachte Wärmeflußtemperatur. (Squire /73/ verwendet für T^{**} analog zu u^* den Begriff 'Reibungstemperatur').

C kann auf integrale Größen des Wärmeübergangs umgeformt werden:

$$C = \frac{q_w}{\rho_b c_p u^* T_b}$$
$$= \frac{h (T_w - T_b)}{\rho_b c_p u_b \sqrt{\lambda_w/8} T_b}$$
$$C = \frac{St}{\sqrt{\lambda_w/8}} \left(\frac{T_w}{T_b} - 1 \right)$$

Deissler, Eian /69/ verwenden in ihren Ableitungen einen Wärmeflußparameter

$$\beta = \frac{q_w \sqrt{\tau_w / \rho_w}}{c_p \tau_w T_w}$$

mit $u^* = \sqrt{\tau_w / \rho_w} \rightarrow \beta = \frac{q_w}{c_p u^* \rho_w T_w}$

u^* ist bei ihnen mit ρ_w definiert.

In dieser Arbeit ist aber für u^* gemäß Gleichung (30a), S. 55

$$u^* = \sqrt{\tau_w / \rho_R}$$

$$\rho_R \sim \frac{1}{\sqrt{T_w T_b}}$$

verwendet worden, sodaß wegen dieser unterschiedlichen Definition von u^* , $\beta \neq C$ ist.

Als Zusammenhang zwischen C und β erhält man

$$\underline{\beta \left(\frac{T_w}{T_b} \right)^{1/4} = C}$$

ABBILDUNGEN


Erläuterung zu den Abbildungen

- Symbole: ● Meßwerte, die zu einer nicht vorgekühlten Meßreihe gehören
(unabhängig vom Autor)
+ Ta Meßwerte von Taylor /7,8/
x We Meßwerte von Weiland /9/
o Wo Meßwerte von Wolf, McCarthy /10/
● Pf Meßwerte dieser Arbeit

(In den Abbildungen Fig. 20e, 22d und 40 wurde zwischen vorgekühlten und nicht vorgekühlten Meßreihen nicht unterschieden)

() Die Zahlen in runden Klammern beziehen sich auf die im Text angegebenen Gleichungen

— — gestrichelte Linie bedeutet Extrapolation

 Meßpunkte, die durch eine Linie miteinander verbunden sind, gehören zu einer Meßreihe. Der Pfeil gibt steigende $1/d$ -Werte an.

Beispielmeßreihen Helium:

1	diese Arbeit	Run 13
2	Taylor /8/	Run 34
3	Weiland /9/	Run 34
4	Wolf, McCarthy /10/	Run 83

Beispielmeßreihen Wasserstoff:

2a	Taylor /7/	Run 11
2b	Taylor /8/	Run 48
3	Weiland /9/	Run 115
4	Wolf, McCarthy /10/	Run 97

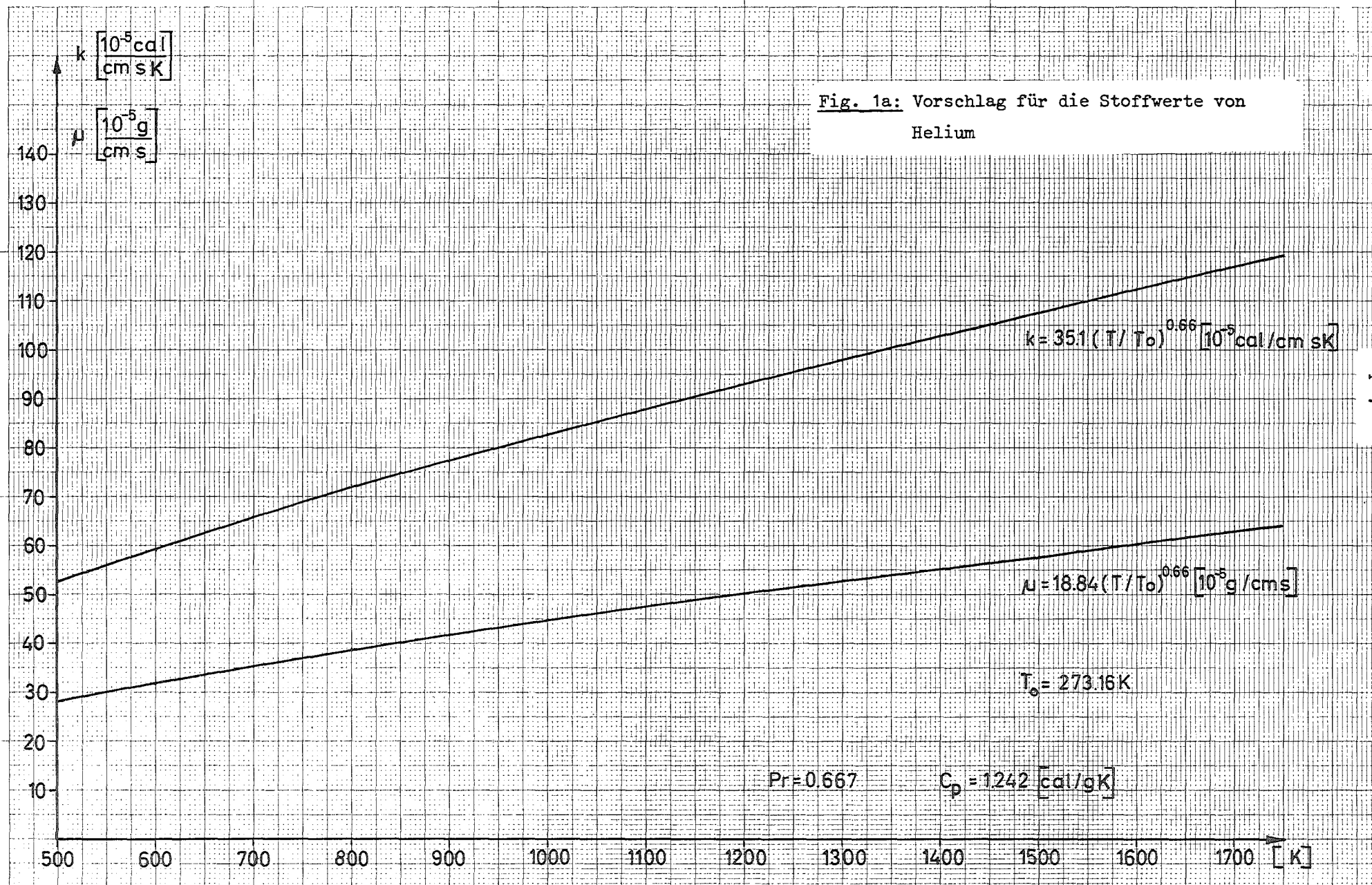
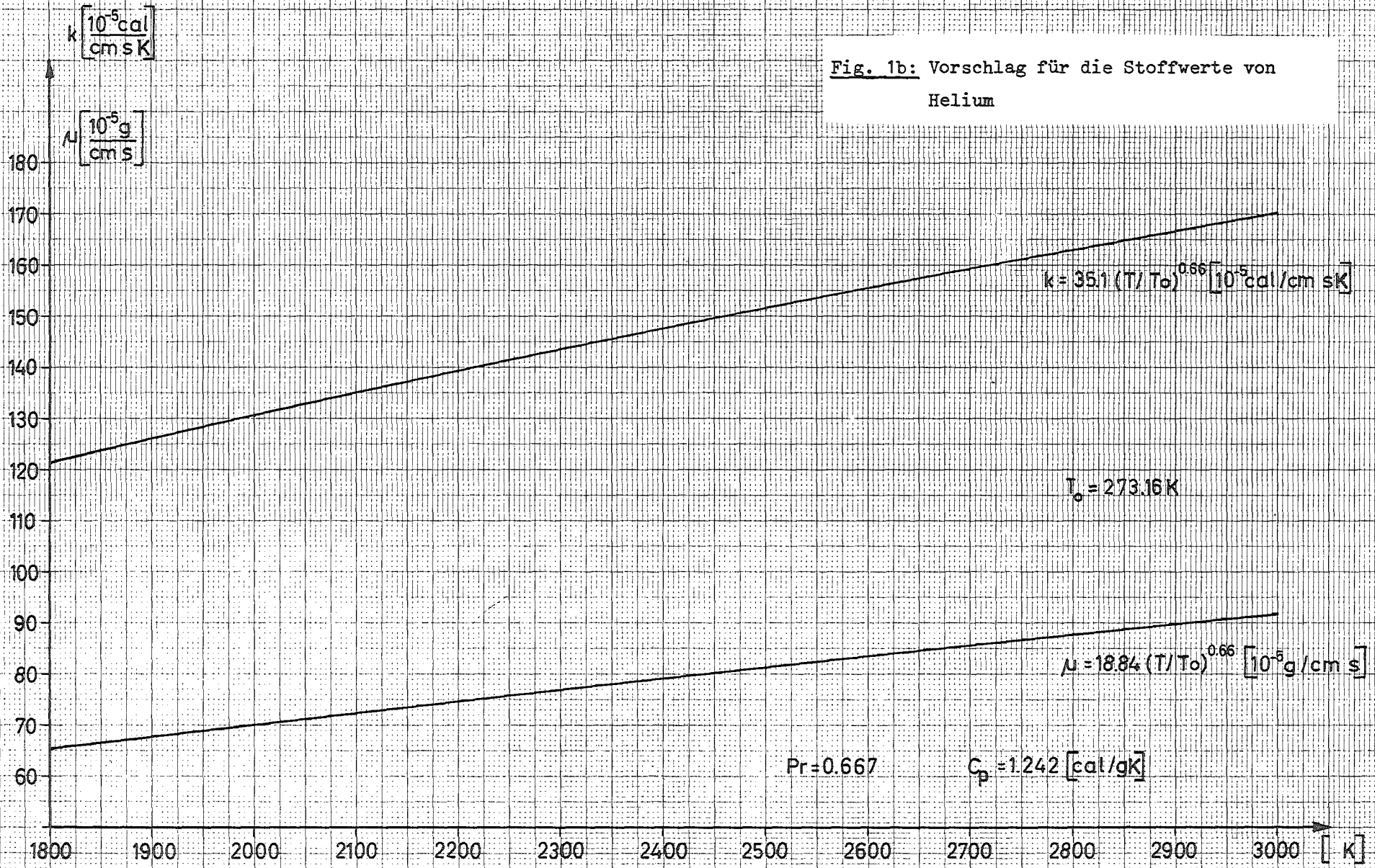


Fig. 1b: Vorschlag für die Stoffwerte von Helium



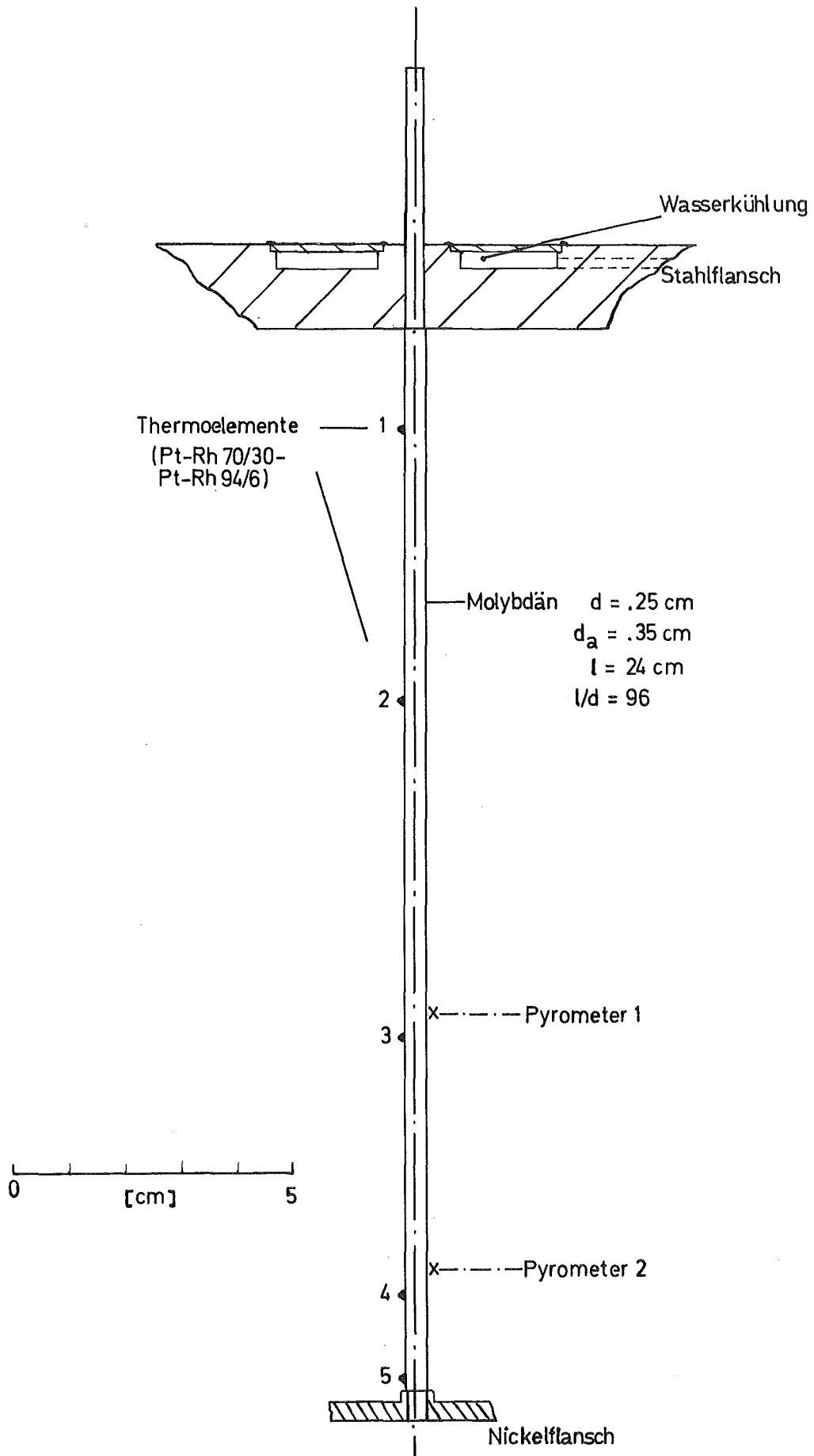


Fig.2: Teststreckeninstrumentierung

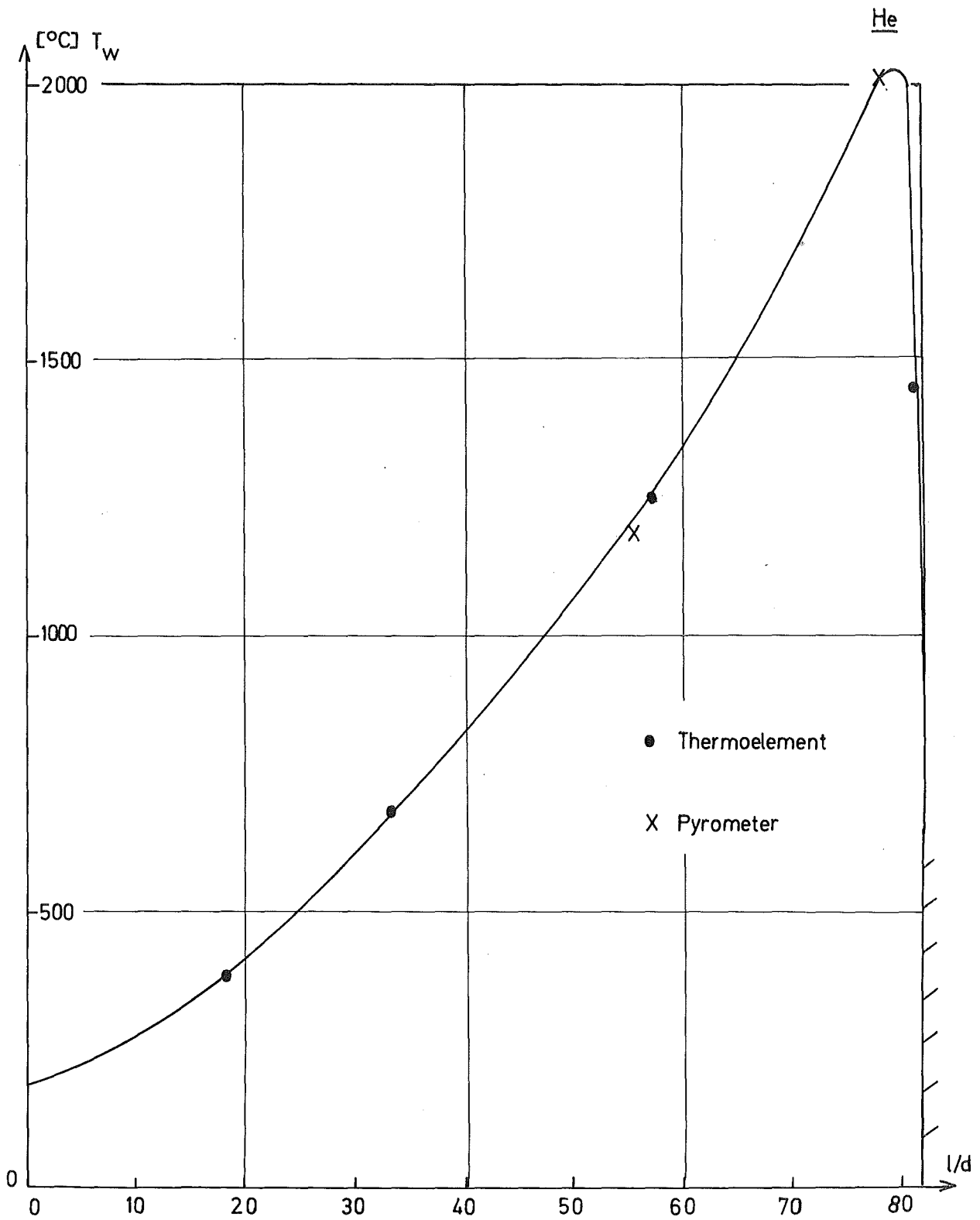


Fig. 3: Beispielversuch Run 9 dieser Arbeit

$$(\dot{m} = 1.342 \text{ g/s} = 27 \text{ g/cm}^2\text{s};$$

$$T_E = 20^\circ\text{C}; T_A = 664^\circ\text{C}; Re_E = 3.2 \cdot 10^4; p_E = 21 \text{ bar};$$

$$J = 588\text{A}; U = 8.3 \text{ V}; N_{el} = 4.88 \text{ KW})$$

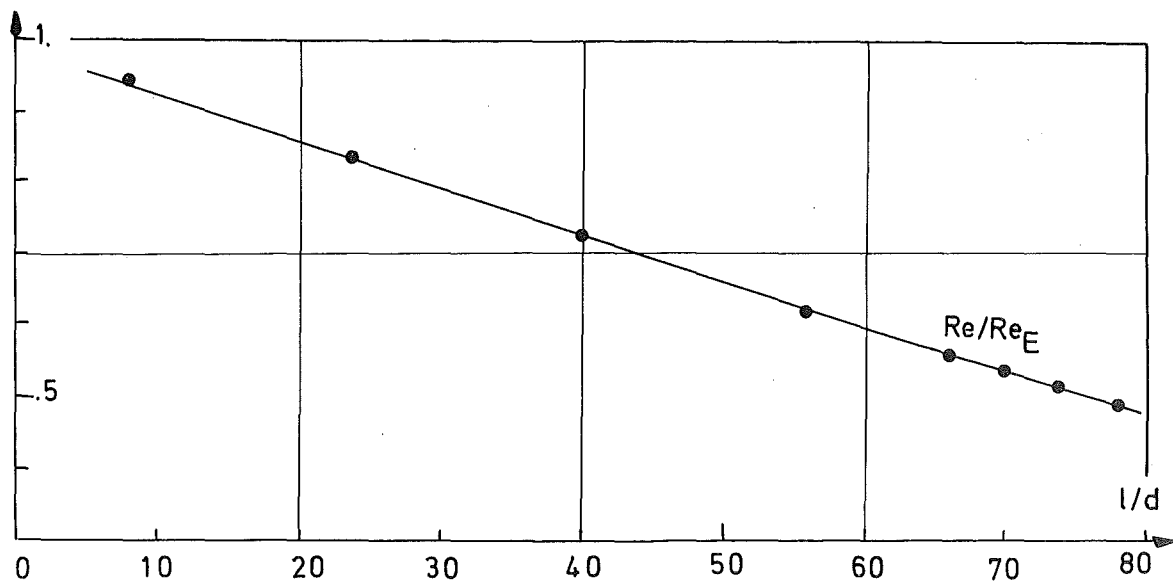
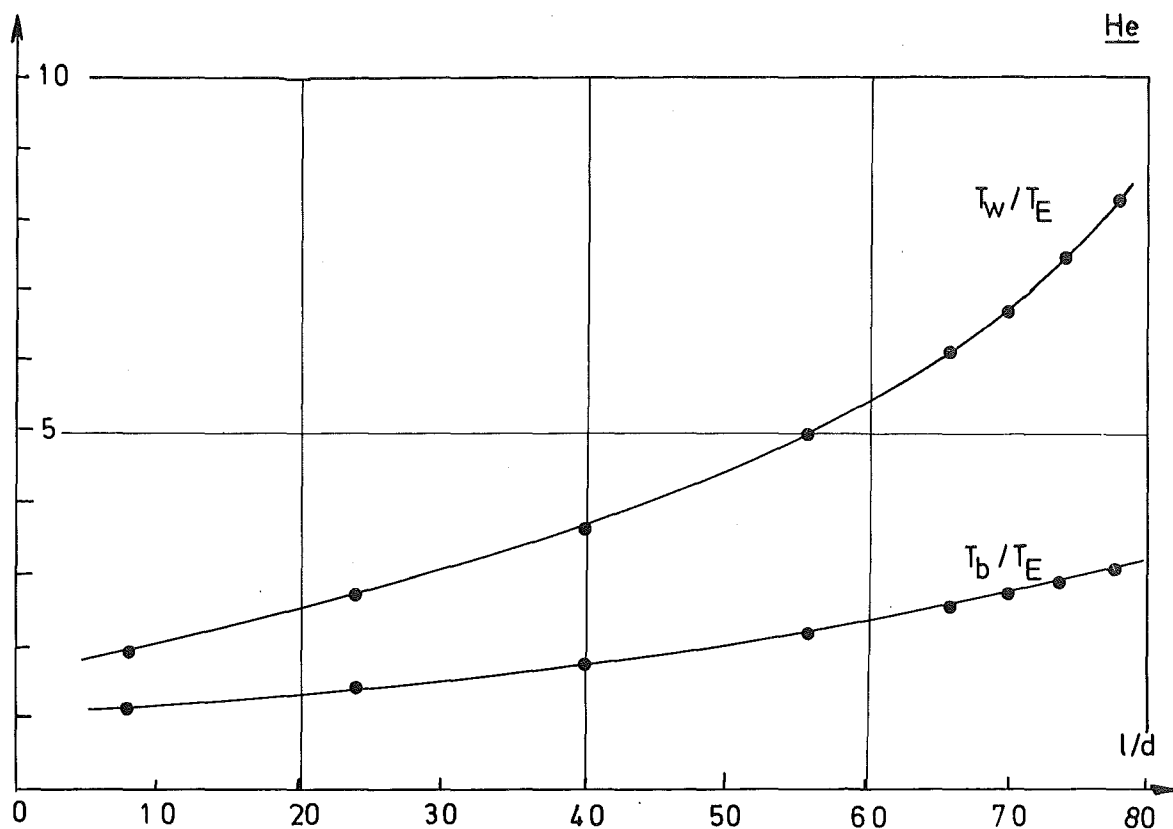


Fig. 4: Die einzelnen Größen des Beispielversuchs Run 9 dieser Arbeit in ihrem Verlauf über der Rohrlänge

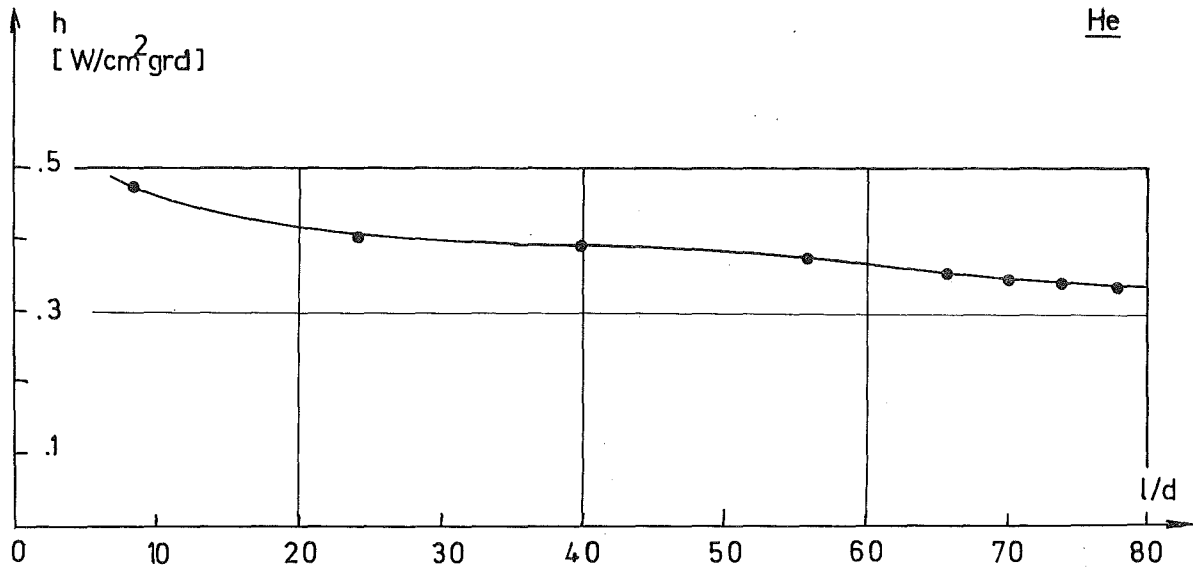


Fig. 5a

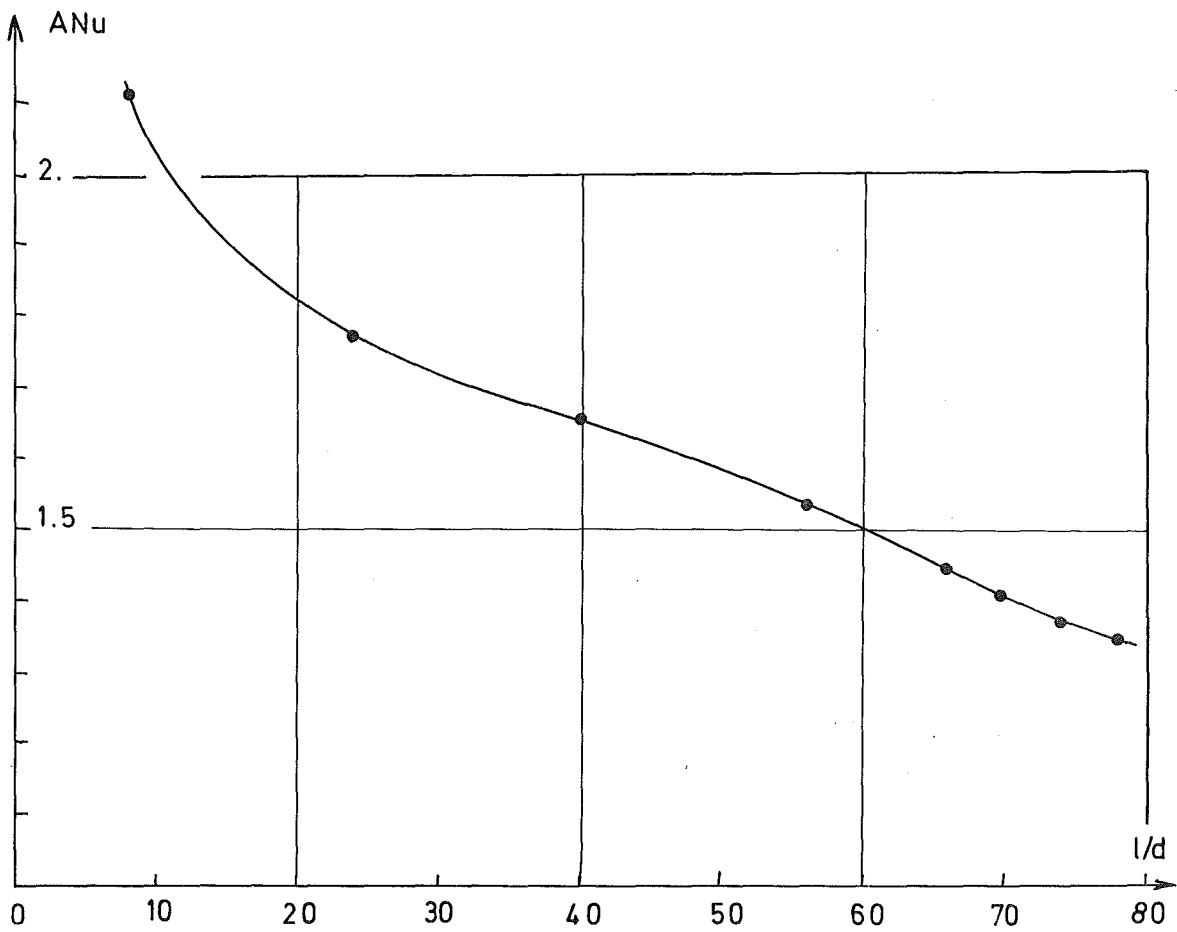


Fig. 5b

Fig. 5: Die einzelnen Größen des Beispierversuchs Run 9 dieser Arbeit in ihrem Verlauf über der Rohrlänge

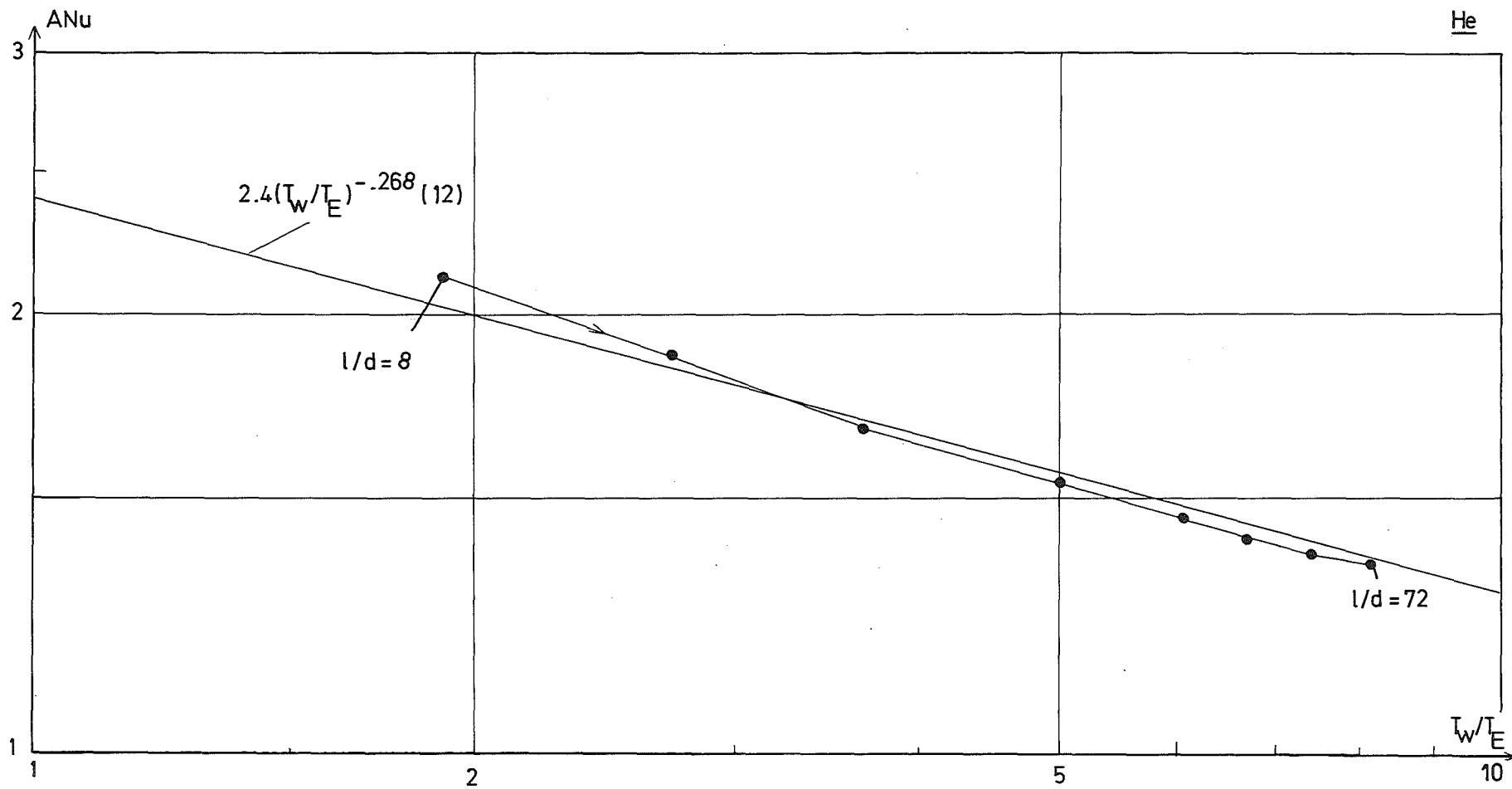


Fig. 6a: Beispielversuch Run 9 dieser Arbeit, ANu (T_w/T_E)

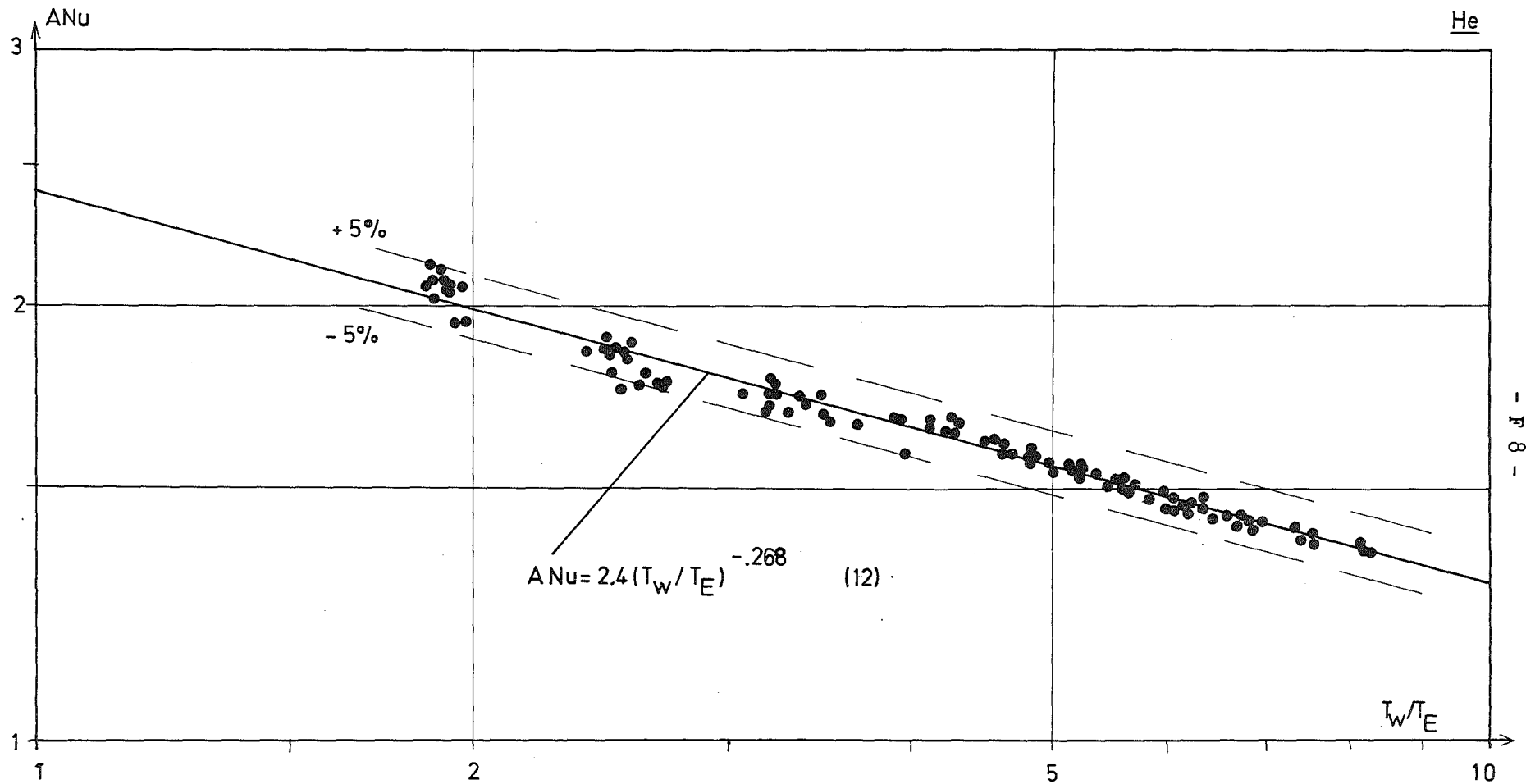


Fig. 6b: ANu (T_W/T_E); die Meßwerte dieser Arbeit

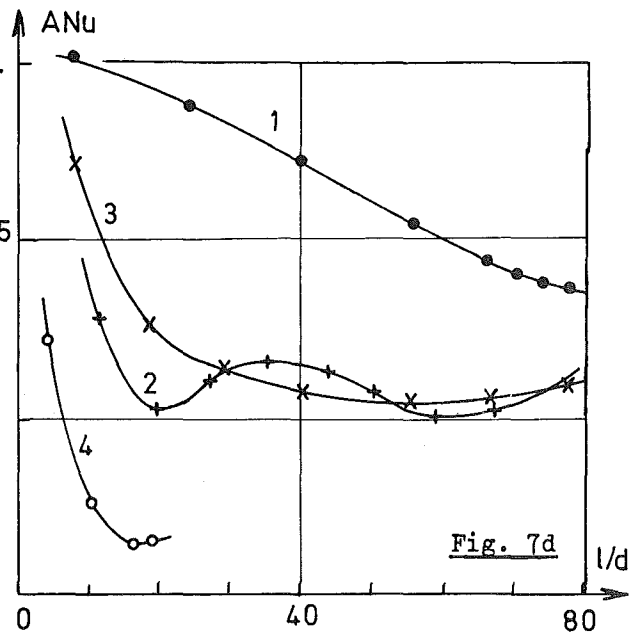
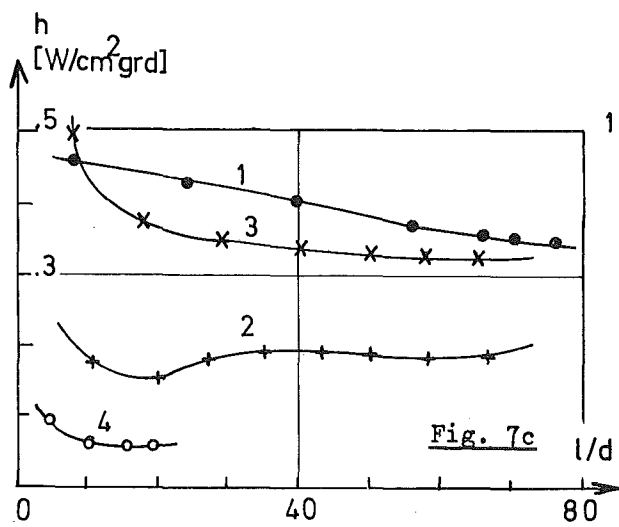
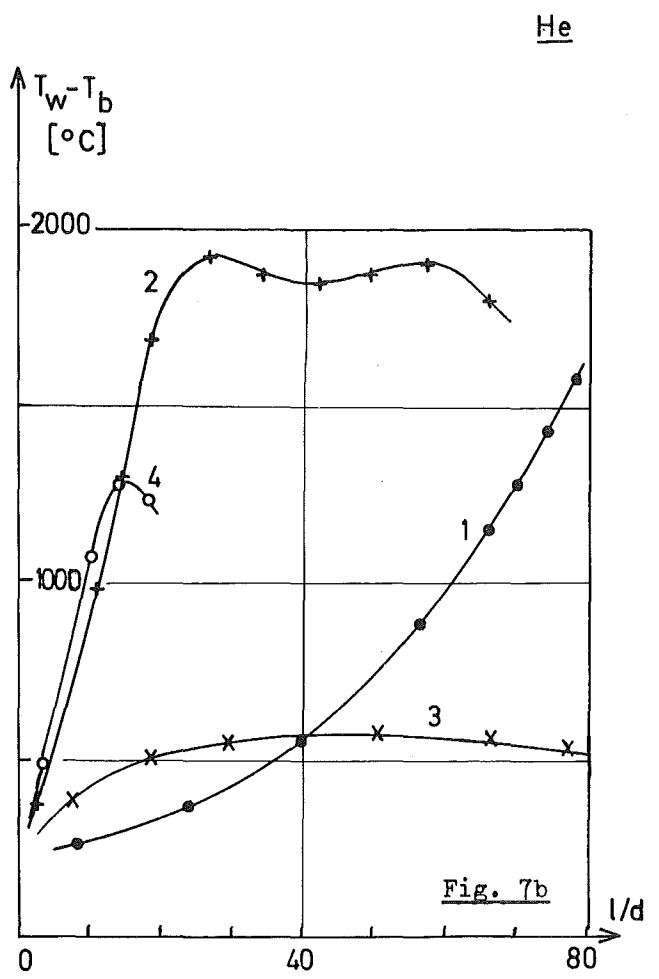
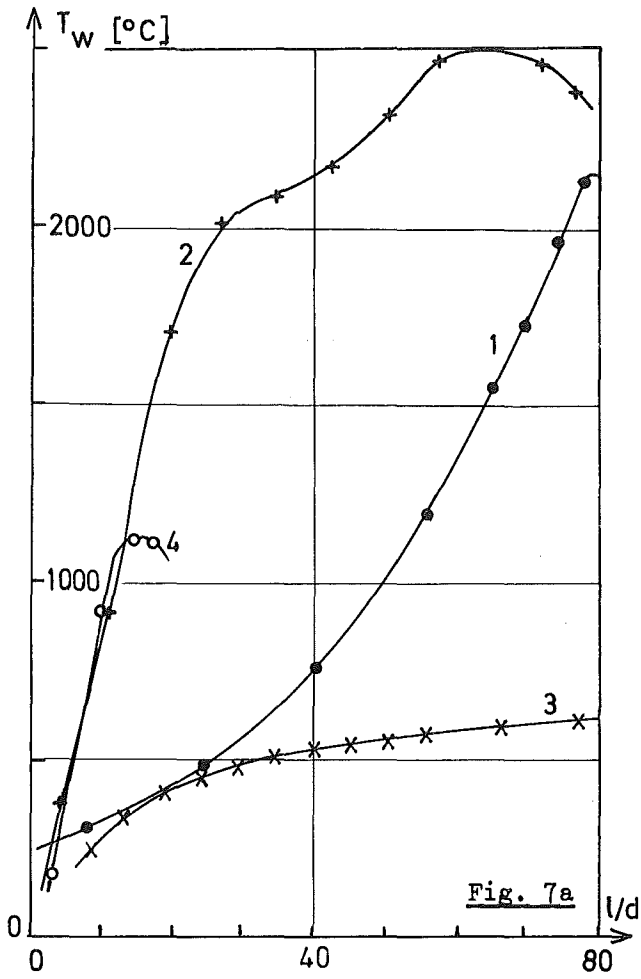


Fig. 7: Die einzelnen Größen der Beispielmessreihen Helium

- | | | | |
|-----------------|---------|------------------------|--------|
| 1: diese Arbeit | Run 13; | 3: Weiland /9/ | Run 34 |
| 2: Taylor /8/ | Run 34; | 4: Wolf, McCarthy /10/ | Run 83 |

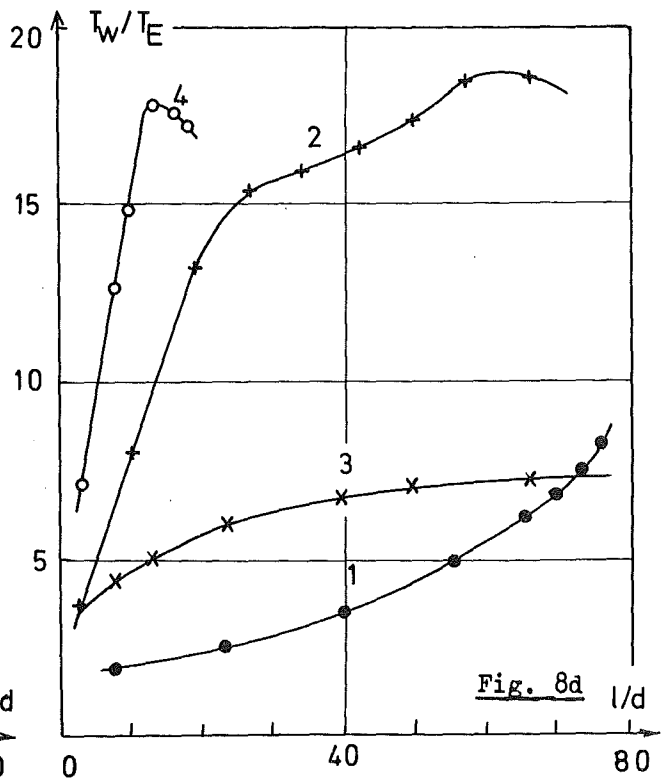
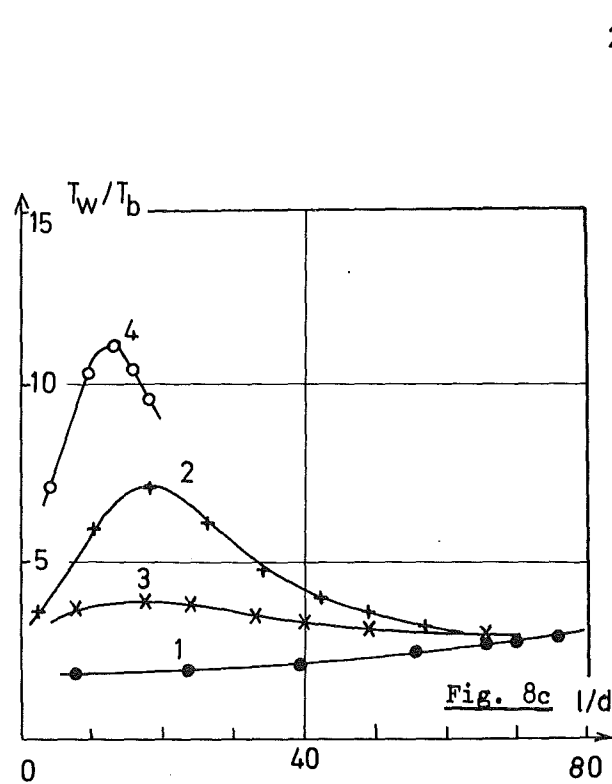
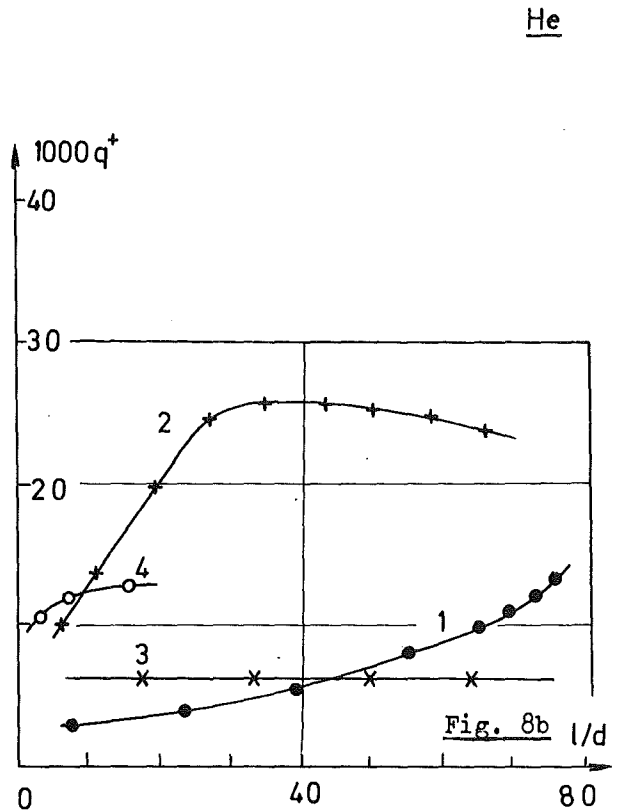
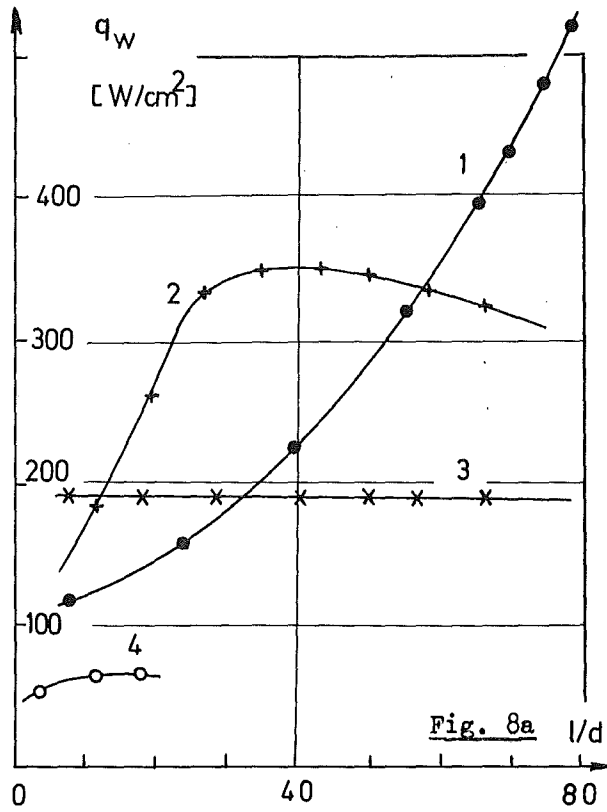


Fig. 8: Die einzelnen Größen der Beispielmessreihen Helium

- | | | | |
|-----------------|---------|------------------------|--------|
| 1: diese Arbeit | Run 13; | 3: Weiland /9/ | Run 34 |
| 2: Taylor /8/ | Run 34; | 4: Wolf, McCarthy /10/ | Run 83 |

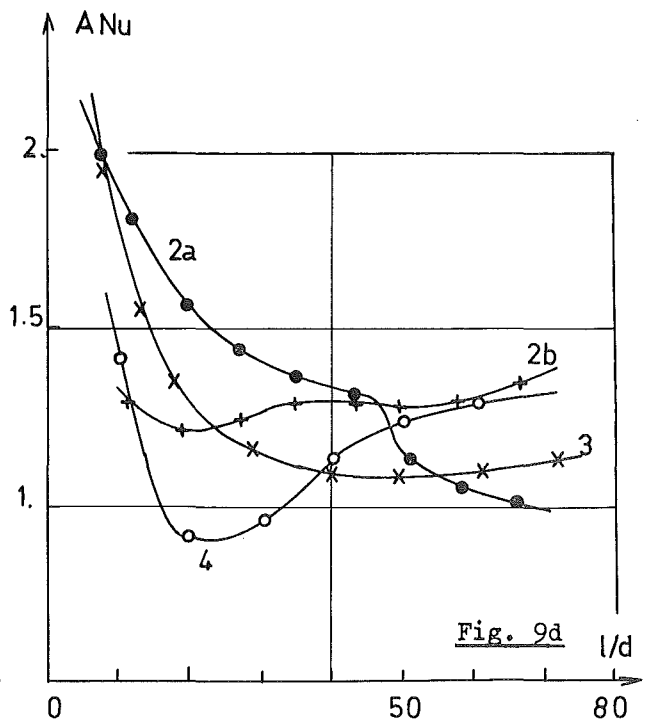
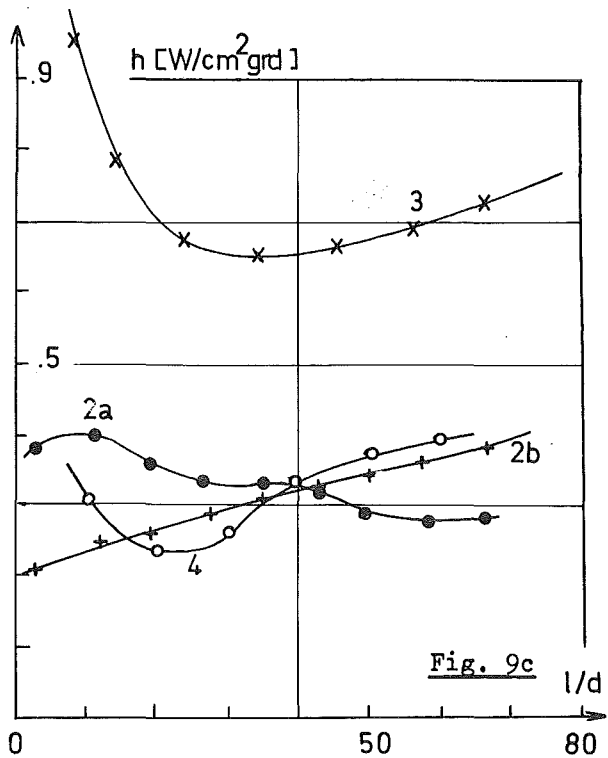
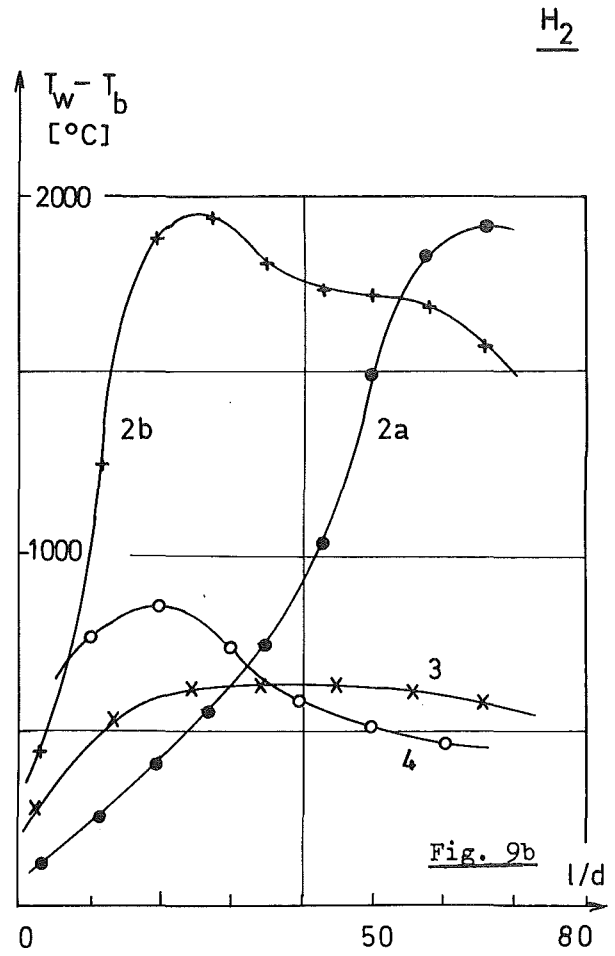
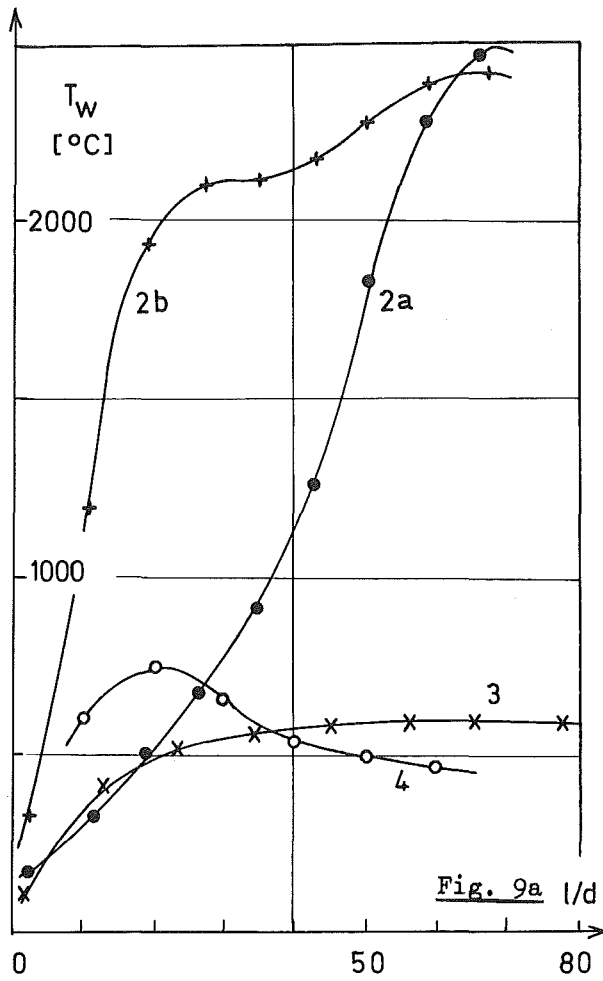


Fig. 9: Die einzelnen Größen der Beispielmessreihen Wasserstoff

2a: Taylor /7/	Run 11;	3: Weiland /9/	Run 115
2b: Taylor /8/	Run 48;	4: Wolf, McCarthy /10/	Run 97

H₂

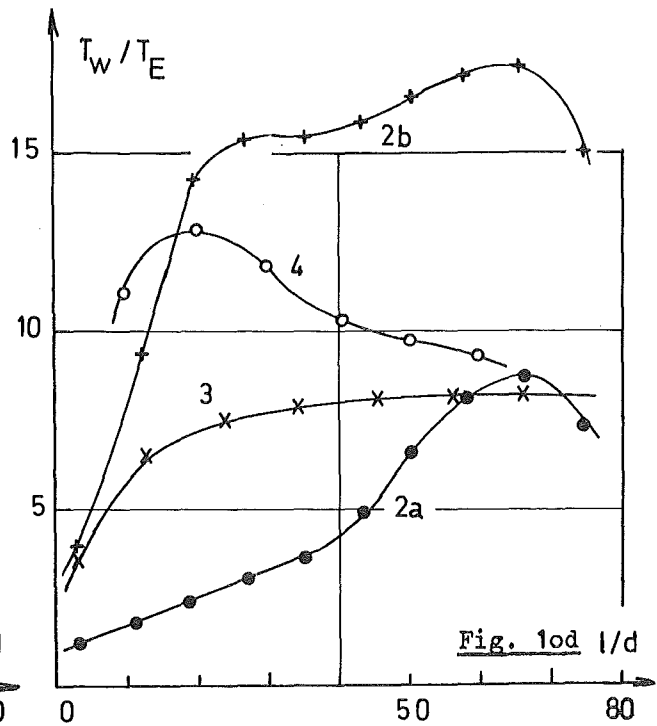
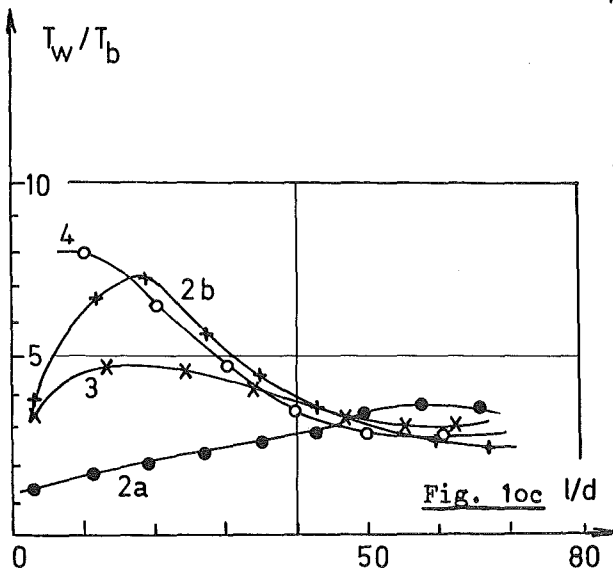
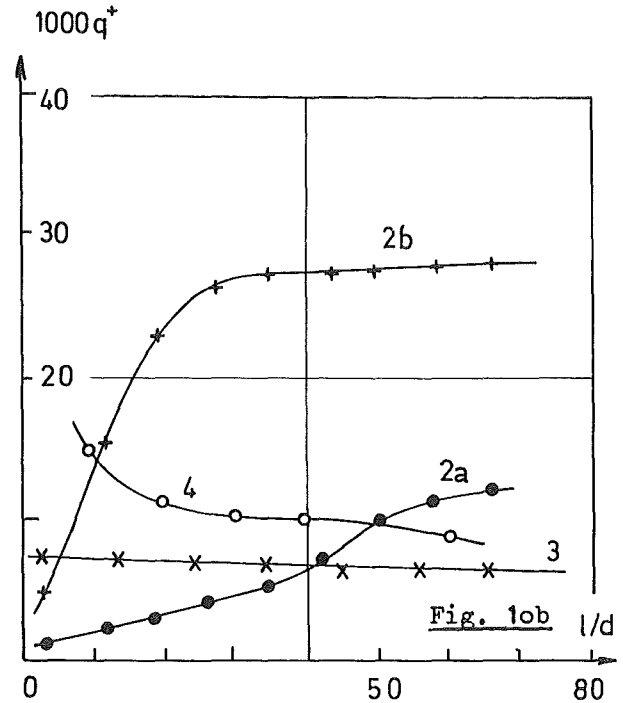
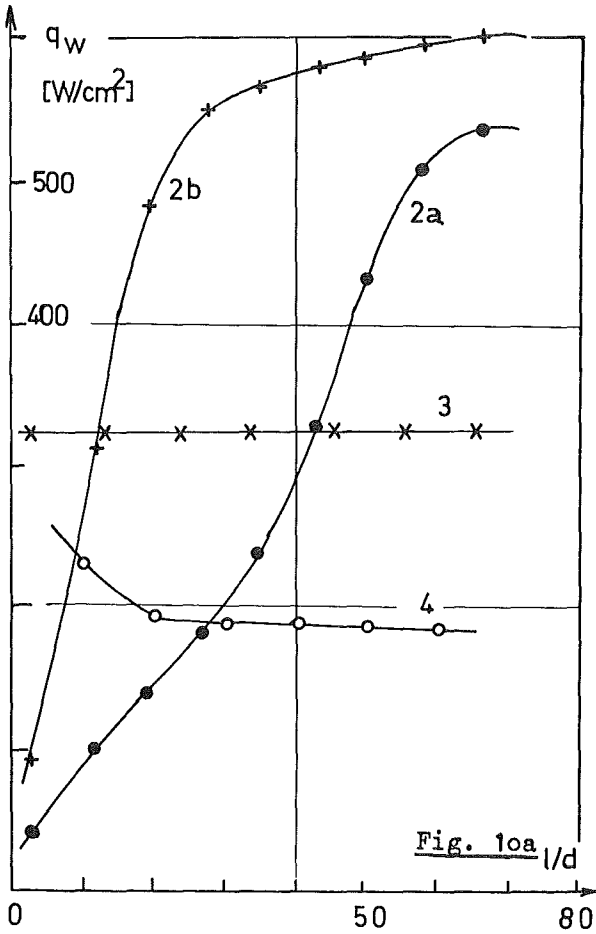


Fig. 10: Die einzelnen Größen der Beispielmessreihen Wasserstoff

- | | |
|------------------------|-------------------------------|
| 2a: Taylor /7/ Run 11; | 3: Weiland /9/ Run 115 |
| 2b: Taylor /8/ Run 48; | 4: Wolf, McCarthy /10/ Run 97 |

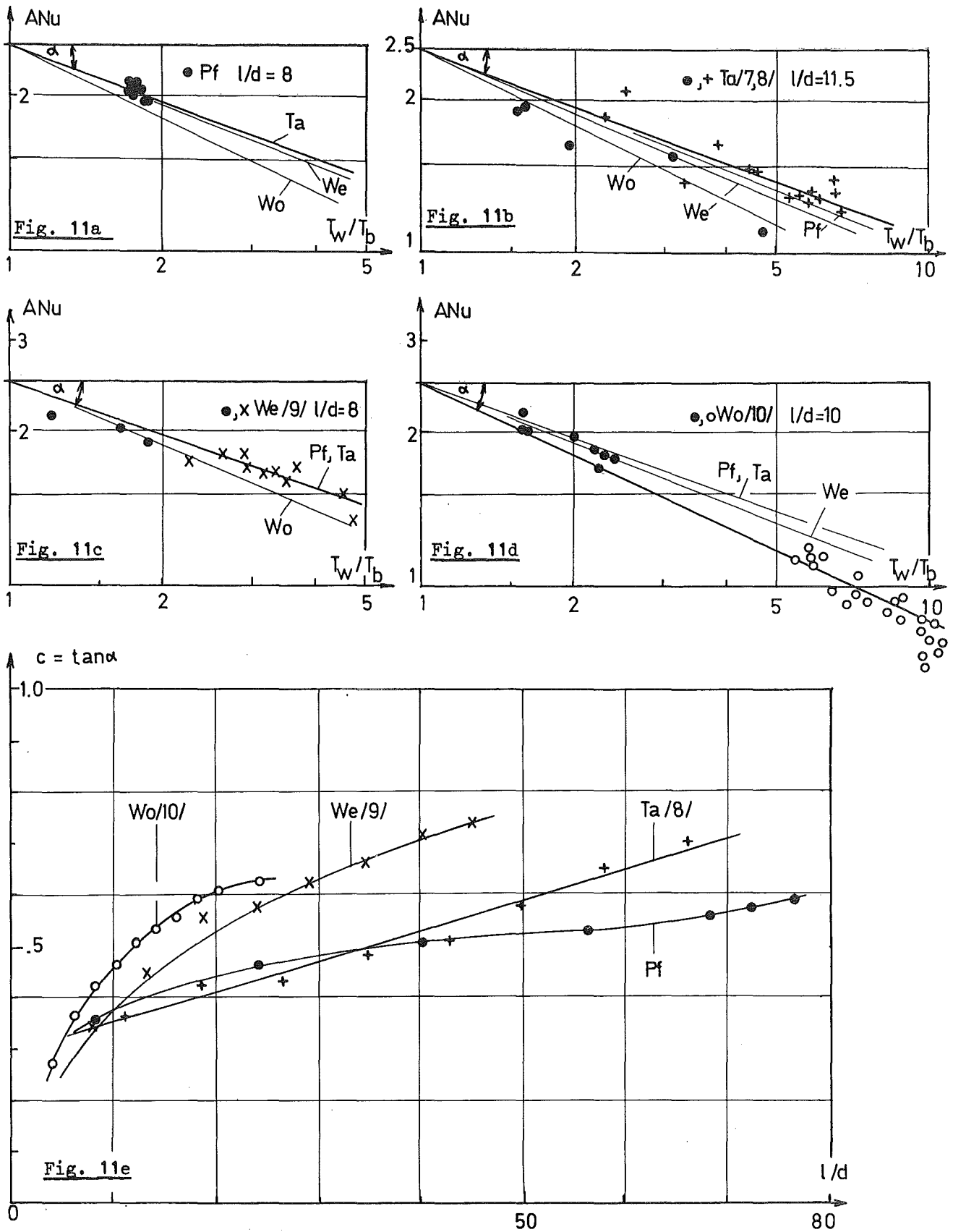


Fig. 11: Darstellung der Meßwerte der 4 Autoren nach Gleichung (13a)

$$ANu = 2.5 (T_w/T_b)^{-c(l/d)}; \text{ Helium}$$

Pf: diese Arbeit;

We: Weiland /9/

Ta: Taylor /7,8/;

Wo: Wolf, McCarthy /10/

He

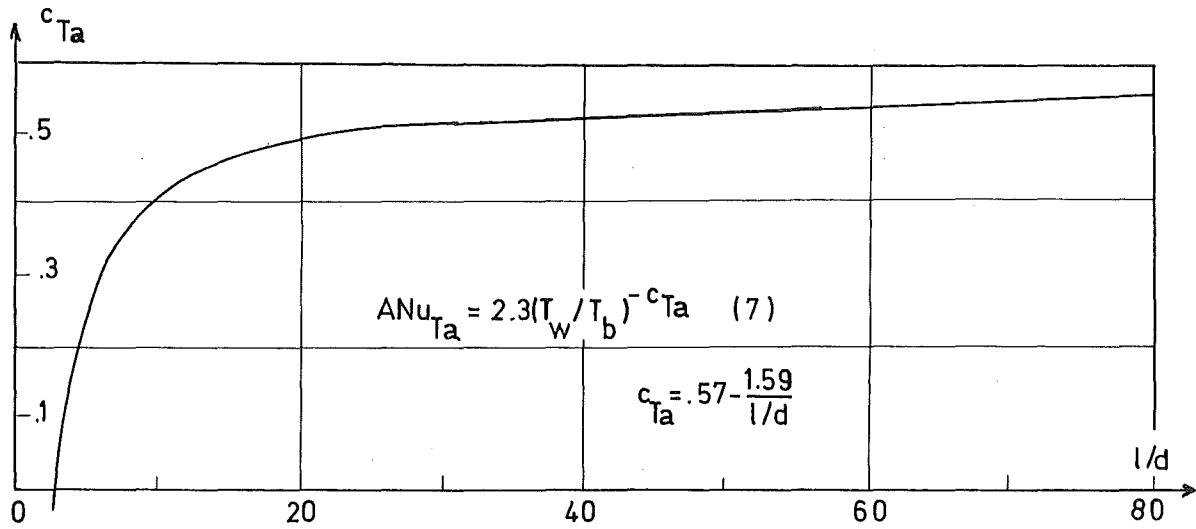


Fig. 12a: Der Exponent $c_{Ta}(l/d)$ in der von Taylor /17/ vorgeschlagenen Gleichung (7)

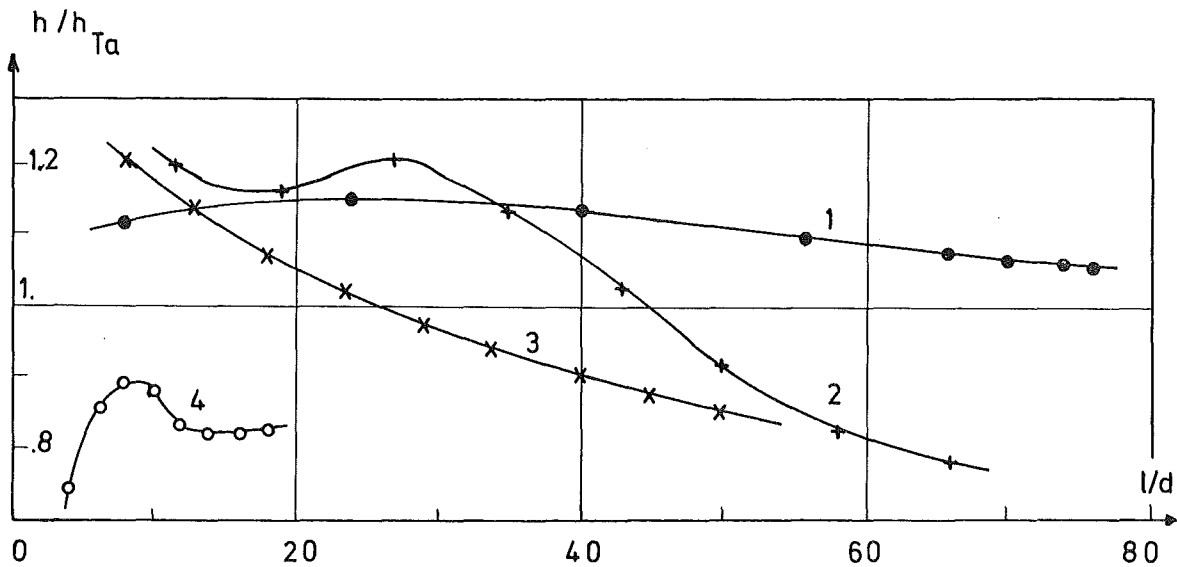


Fig. 12b: Beispielmeßreihen Helium, Vergleich von experimentellem mit dem nach Taylor /17/, Gleichung (7), errechneten Wärmeübergangskoeffizienten h_{Ta}

- | | | |
|-------------------------|----------------|-------------------------------|
| 1: diese Arbeit Run 13; | 3: Weiland /9/ | Run 34 |
| 2: Taylor /8/ | Run 34; | 4: Wolf, McCarthy /10/ Run 83 |

H₂

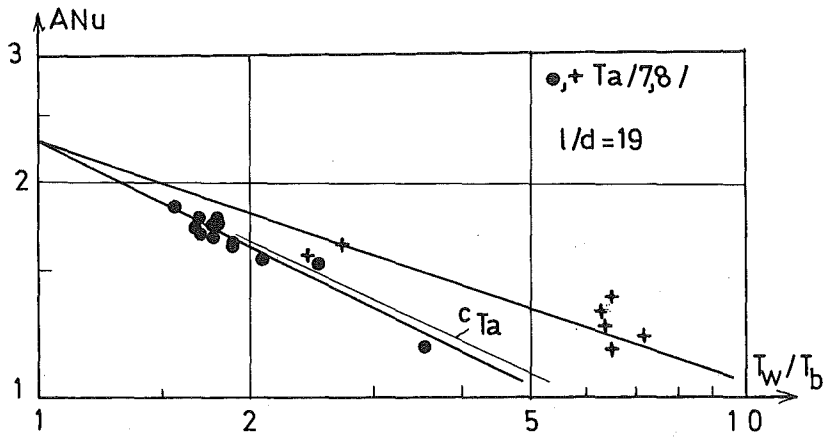


Fig. 13a

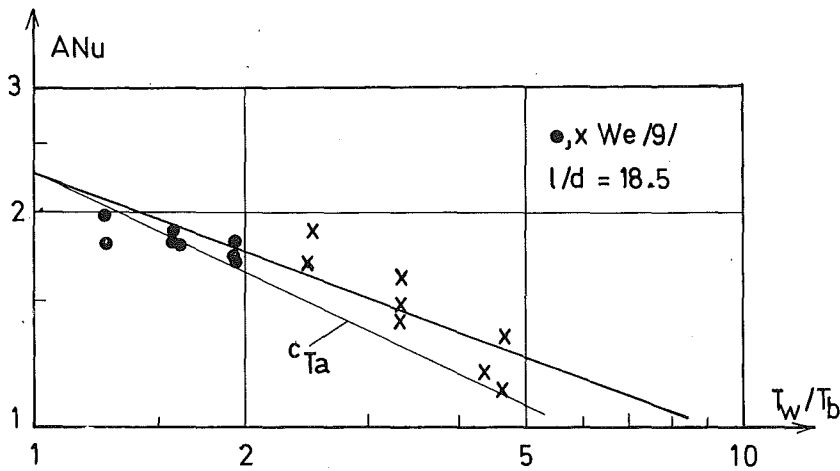


Fig. 13b

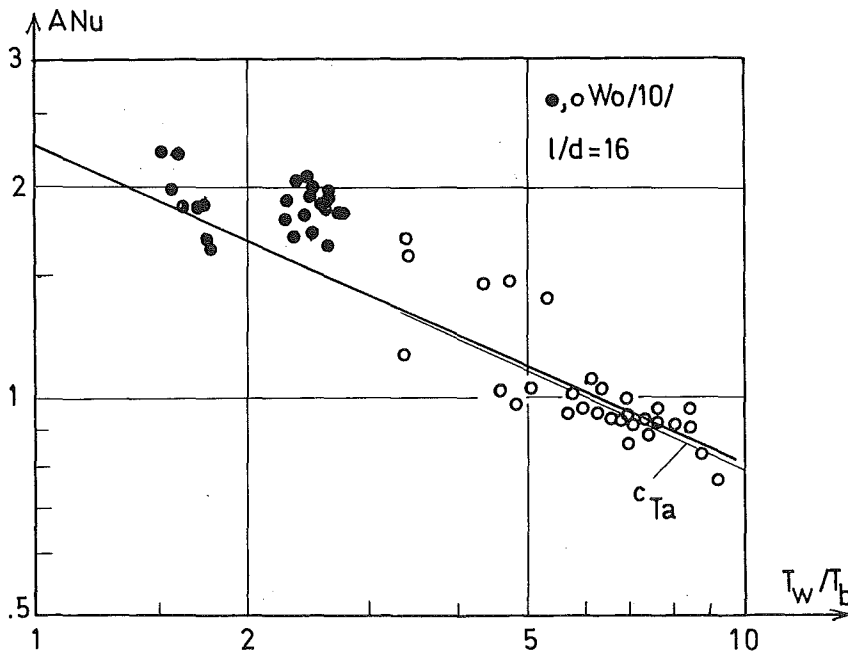


Fig. 13c

Fig. 13: Darstellung der Meßwerte der 3 Autoren nach Gleichung (13b)

$$ANu = 2.3 \left(\frac{T_w}{T_b} \right)^{-c(1/d)}; \text{ Wasserstoff}$$

Ta: Taylor /7,8/; We: Weiland /9/; Wo: Wolf, McCarthy /10/;

H₂

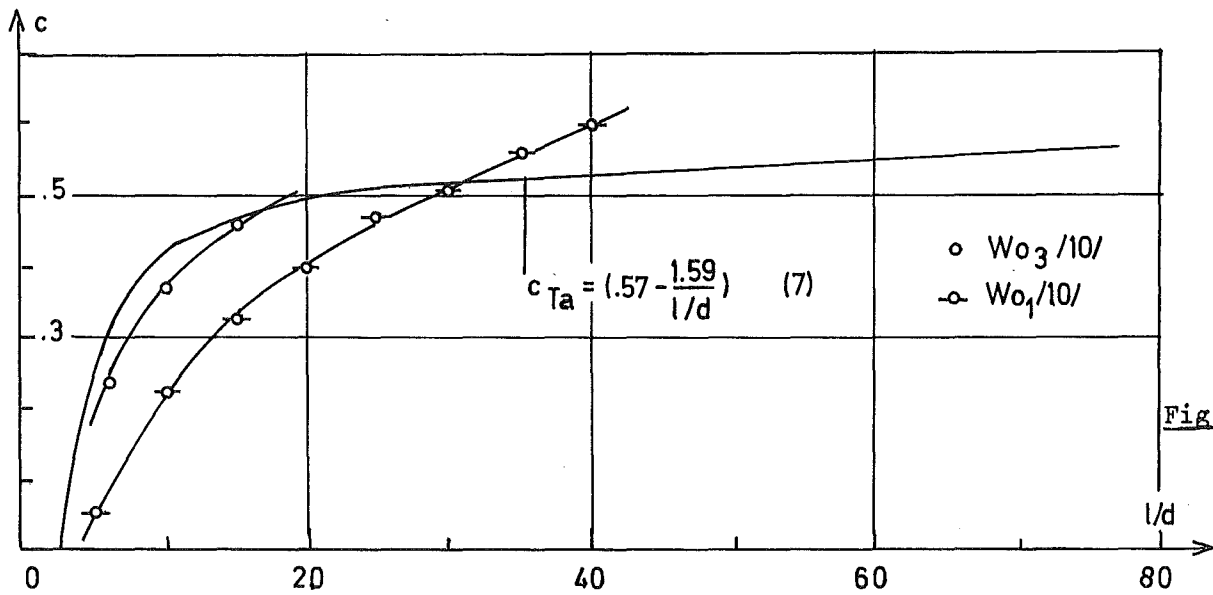
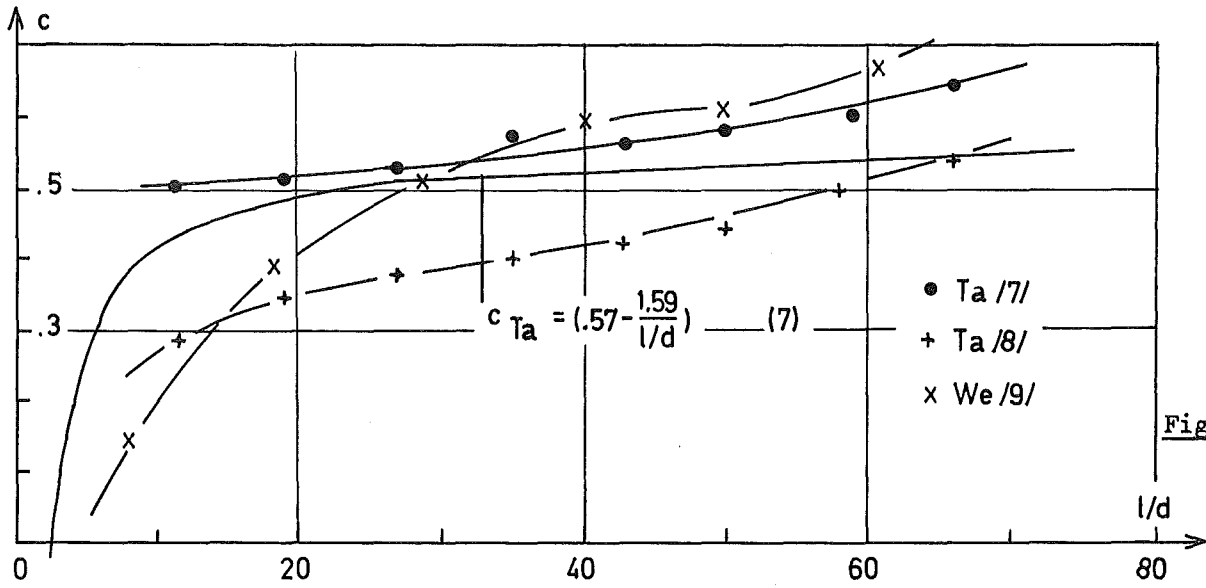


Fig. 13: Darstellung der Meßwerte der 3 Autoren nach Gleichung (13b)
 $ANu = 2.3 (T_w/T_b)^{-c(l/d)}$; Wasserstoff
 Ta: Taylor /7,8/; We: Weiland /9/; Wo: Wolf, McCarthy /10/;

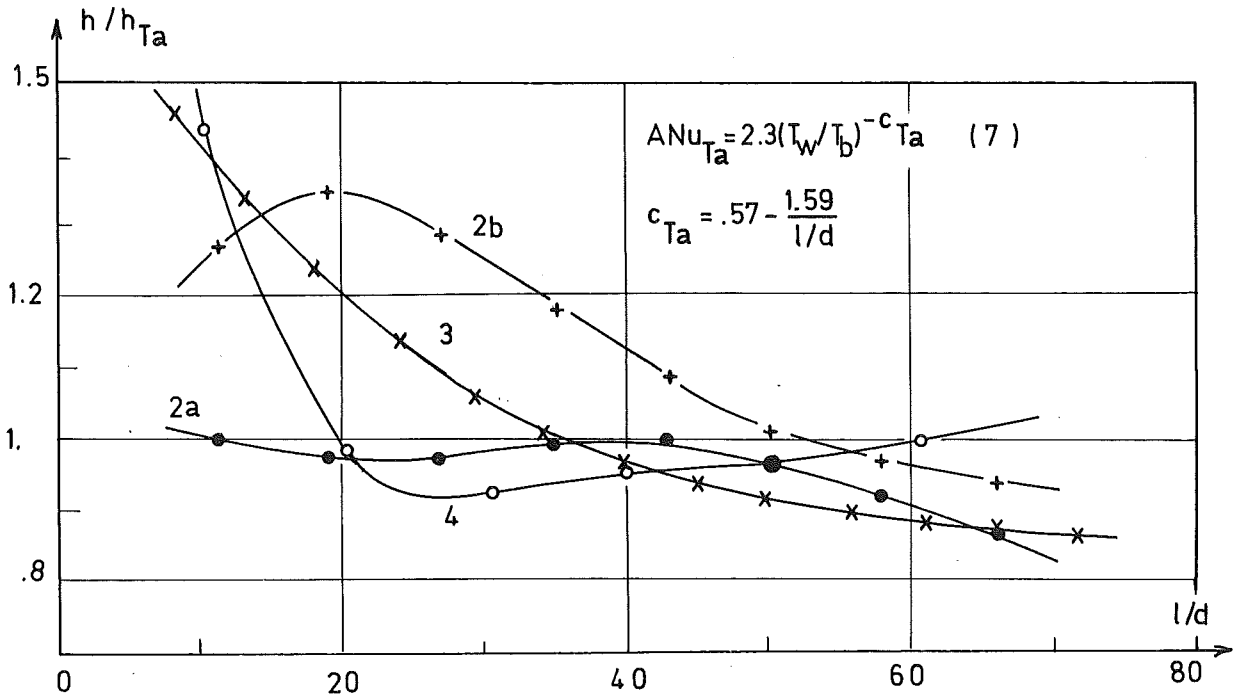


Fig. 14: Beispielmeßreihen Wasserstoff, Vergleich von experimentellem mit dem nach Taylor /17/, Gleichung (7), errechneten Wärmeübergangskoeffizienten h_{Ta}

2a: Taylor /7/ Run 11; 3: Weiland /9/ Run 115
 2b: Taylor /8/ Run 48; 4: Wolf, McCarthy /10/ Run 97

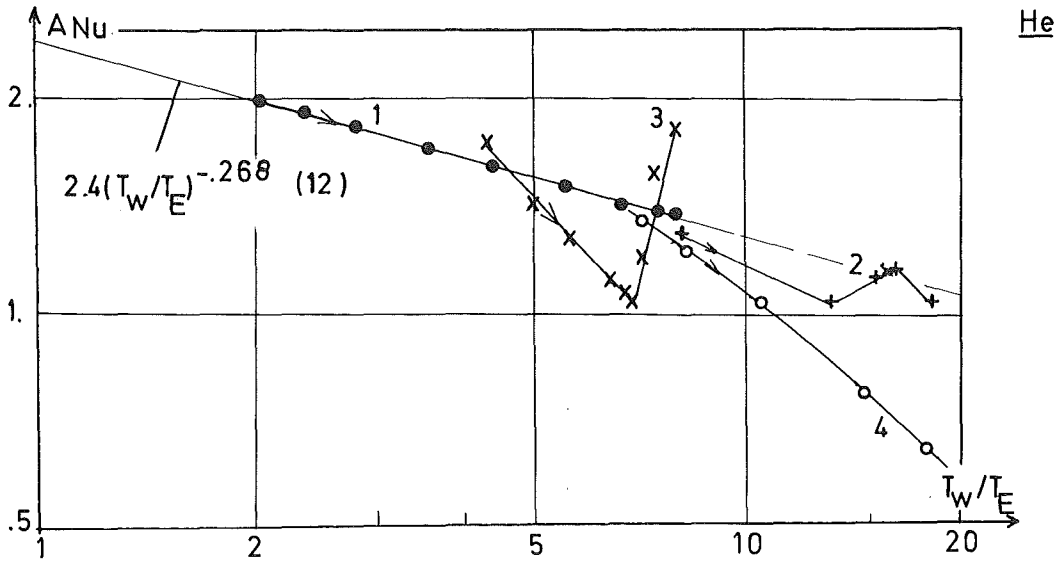


Fig. 15a: ANu (T_W/T_E); Beispielmeßreihen Helium

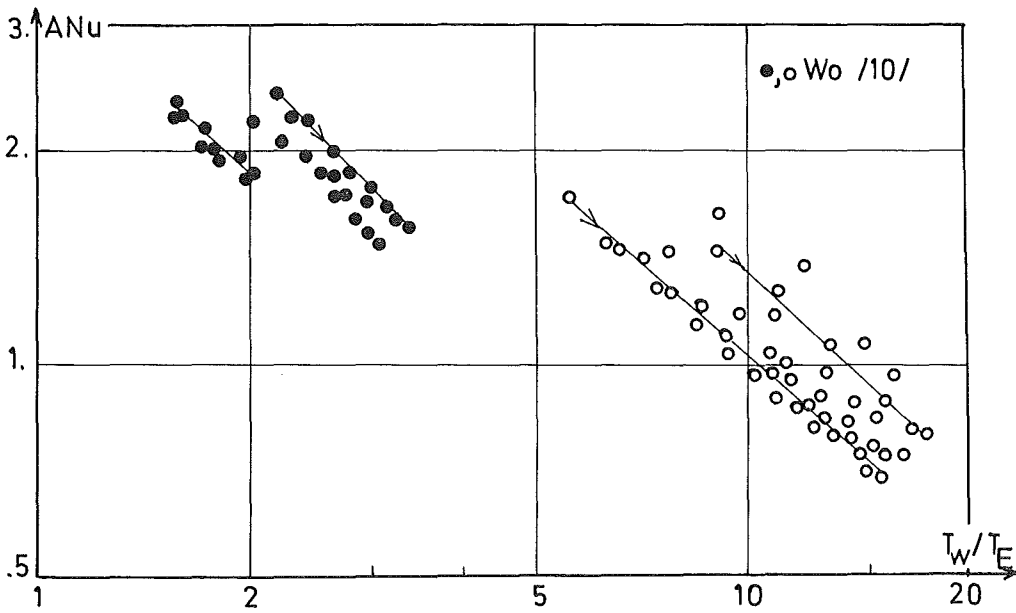


Fig. 15b: ANu (T_W/T_E); einige Meßreihen von Wolf, McCarthy /10/, Helium

Fig. 15: Darstellung der Meßwerte nach der Gleichung

$$ANu = \text{const} (T_W/T_E)^{-P}; \text{ Helium}$$

H₂

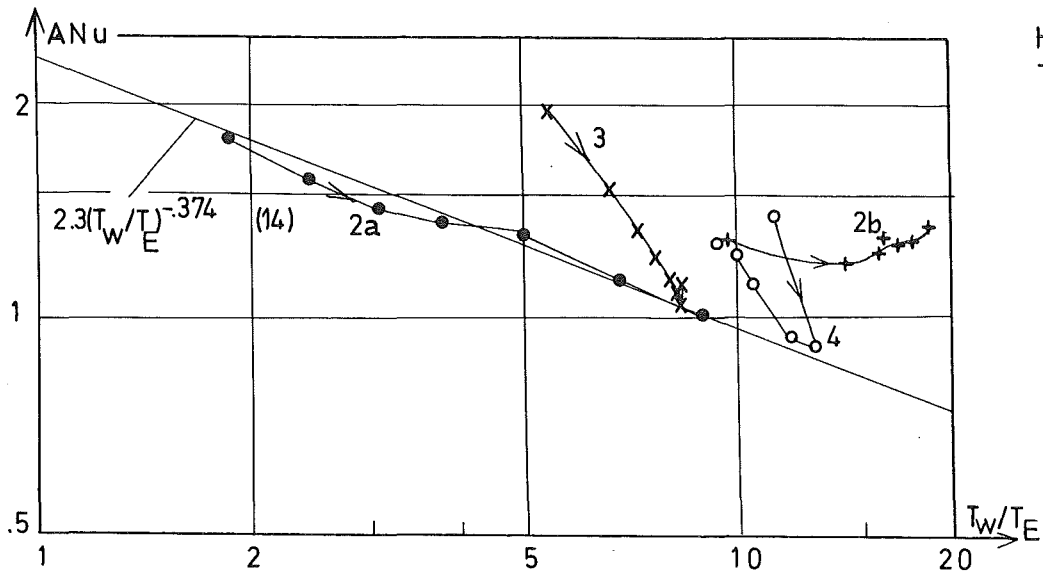


Fig. 16a: ANu (T_w/T_E); Beispielmessreihen Wasserstoff

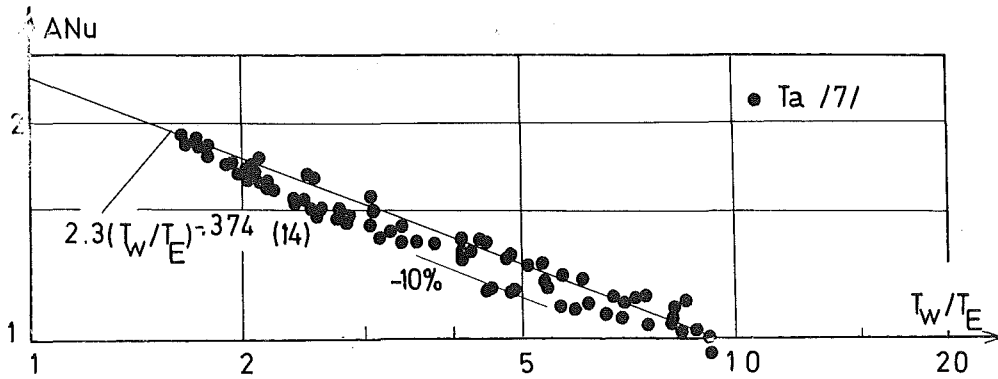


Fig. 16b: ANu (T_w/T_E); Messreihen von Taylor /7/ Wasserstoff

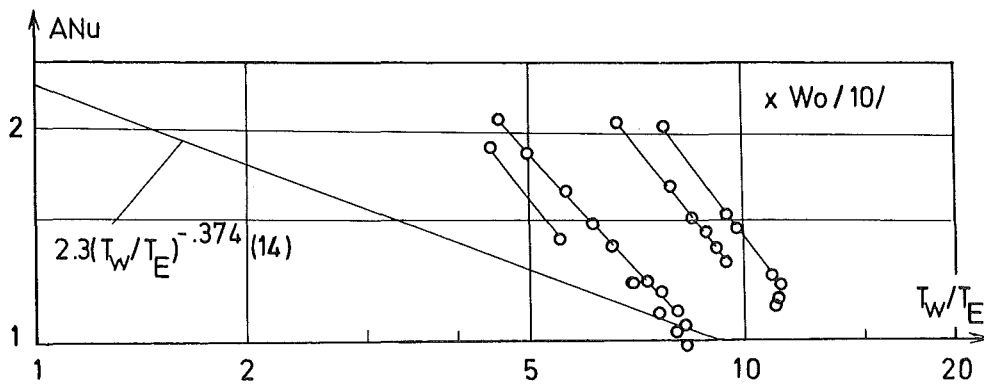


Fig. 16c: ANu (T_w/T_E); einige Messreihen von Wolf, McCarthy /10/ Wasserstoff

Fig. 16: Darstellung der Meßwerte nach der Gleichung

$$ANu = \text{const} (T_w/T_E)^{-c}; \text{Wasserstoff}$$

Ta: Taylor /7/; Wo: Wolf, McCarthy /10/

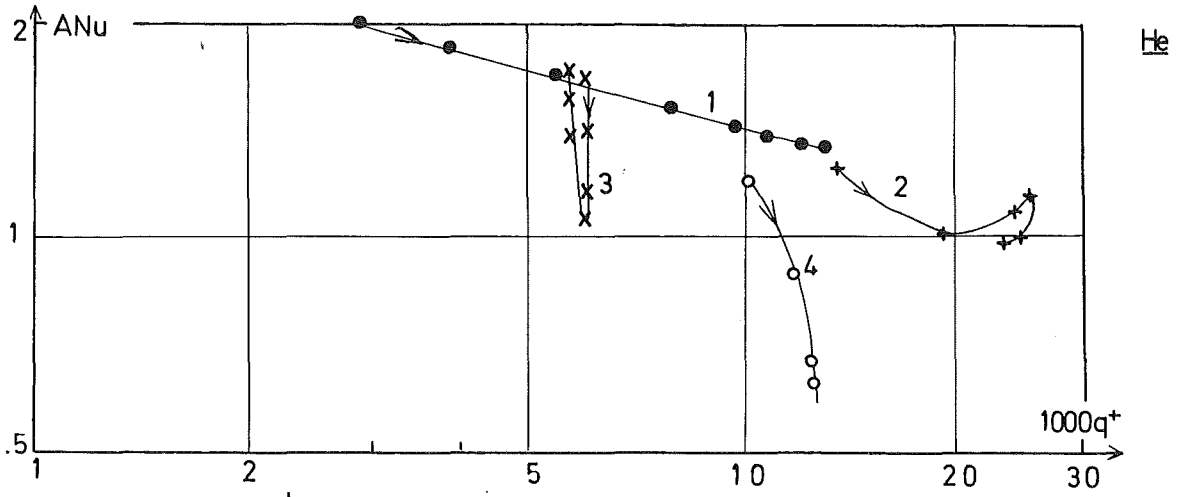


Fig. 17a: ANu (q^+); Beispielmeßreihen Helium

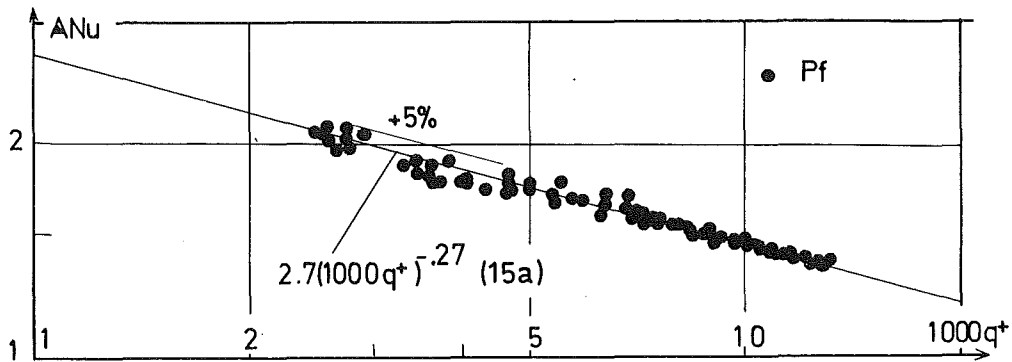


Fig. 17b: ANu (q^+); Meßwerte dieser Arbeit

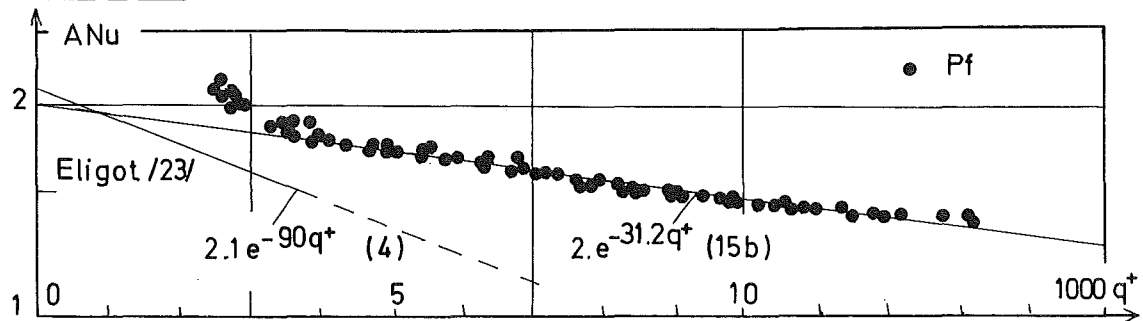


Fig. 17b': Vergleich der eigenen Meßwerte mit Eligot /23/-Darstellung

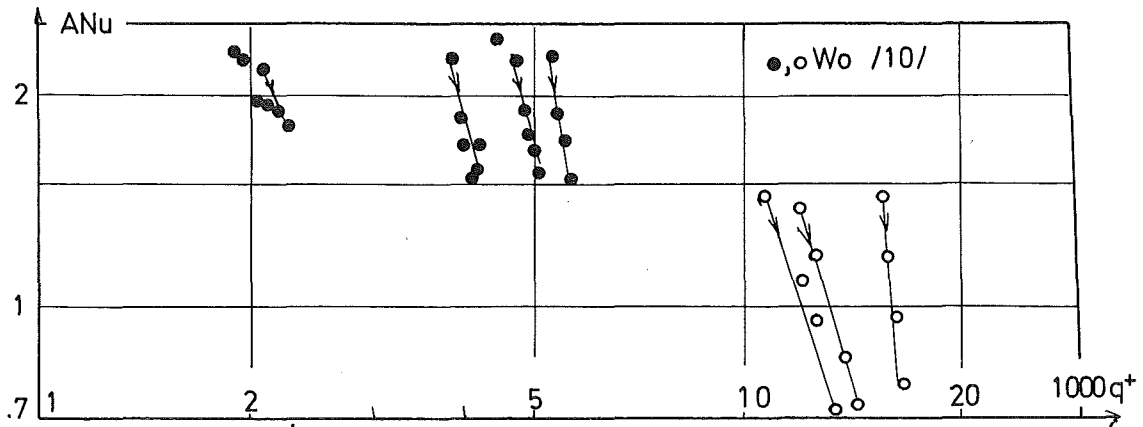


Fig. 17c: ANu (q^+); einige Meßreihen von Wolf, McCarthy /10/

Fig. 17: Darstellung der Meßwerte nach der Gleichung

$$ANu = \text{const} (q^+)^{-a}; \text{ Helium}$$

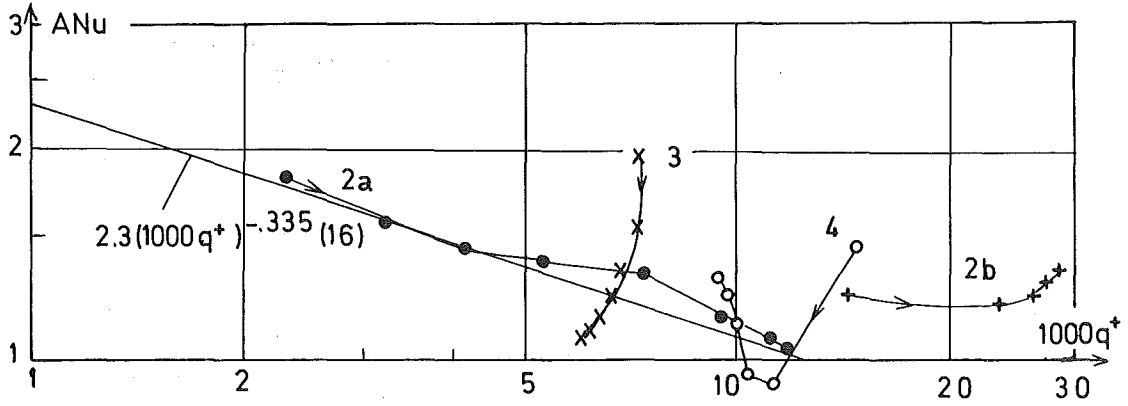


Fig. 18a: ANu (q^+); Beispielmeßreihen Wasserstoff

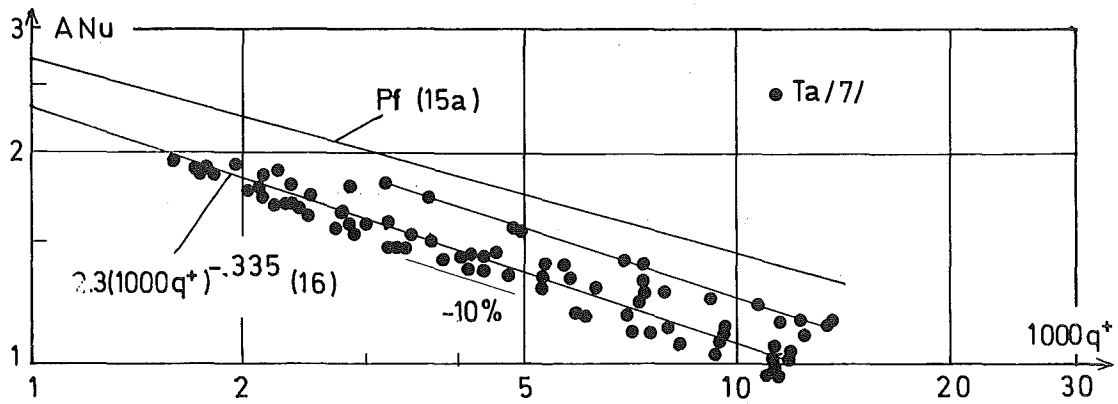


Fig. 18b: ANu (q^+); Meßwerte von Taylor /7/ Wasserstoff

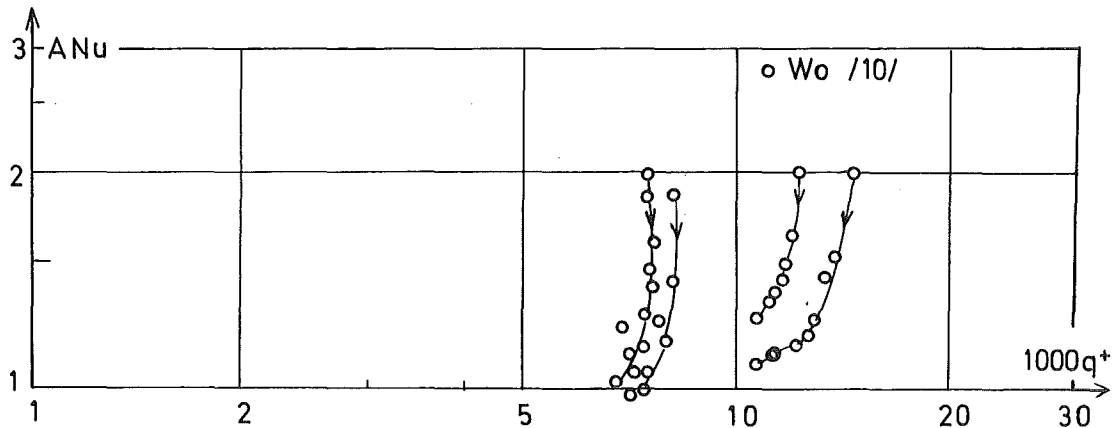


Fig. 18c: ANu (q^+); einige Meßreihen von Wolf, McCarthy /10/

Fig. 18: Darstellung der Meßwerte nach der Gleichung
 $ANu = \text{const} (q^+)^{-0.335}$; Wasserstoff

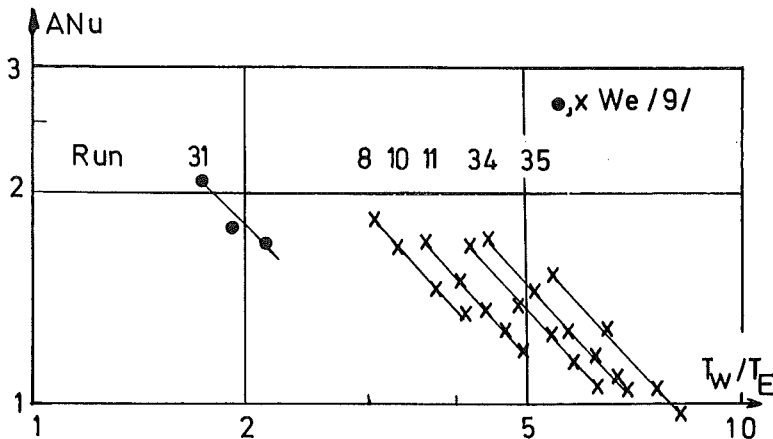


Fig. 19a: $ANu(T_w/T_E)$; Helium
einige Meßreihen von Weiland /9/
($T_w - T_b$) axial steigend

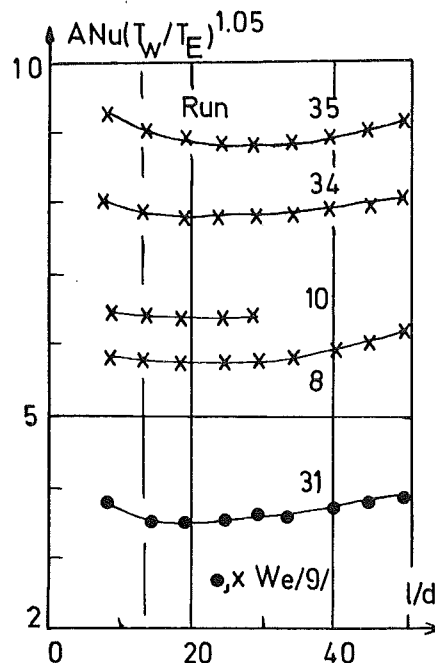


Fig. 19b

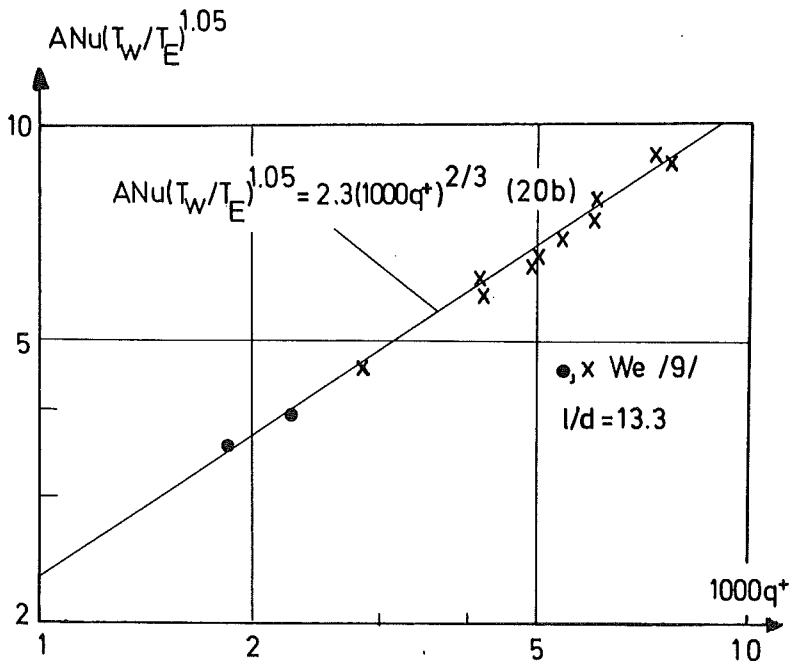


Fig. 19c: Die Meßwerte von Weiland /9/; Helium

Fig. 19: Vorschlag für die Darstellung des Wärmeübergangs für große, axial steigende Temperaturdifferenzen ($T_w - T_b$); Helium

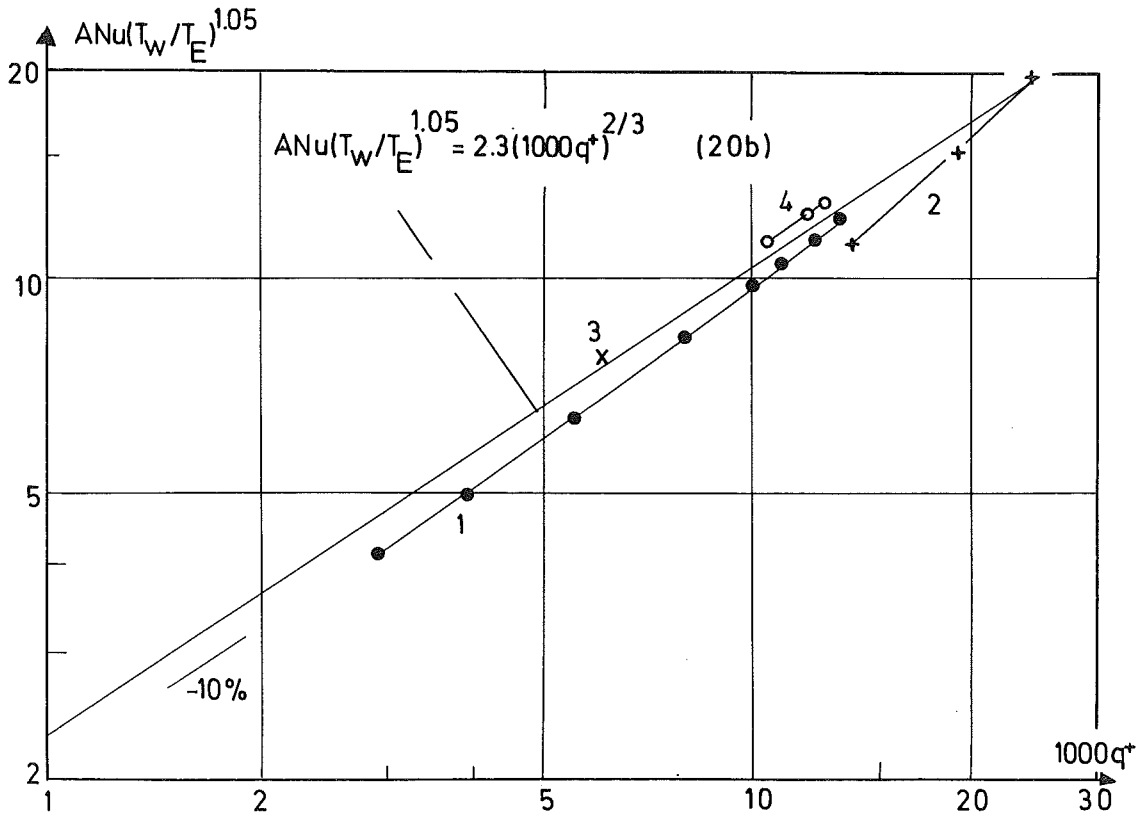


Fig. 20a: Beispielmeßreihen Helium

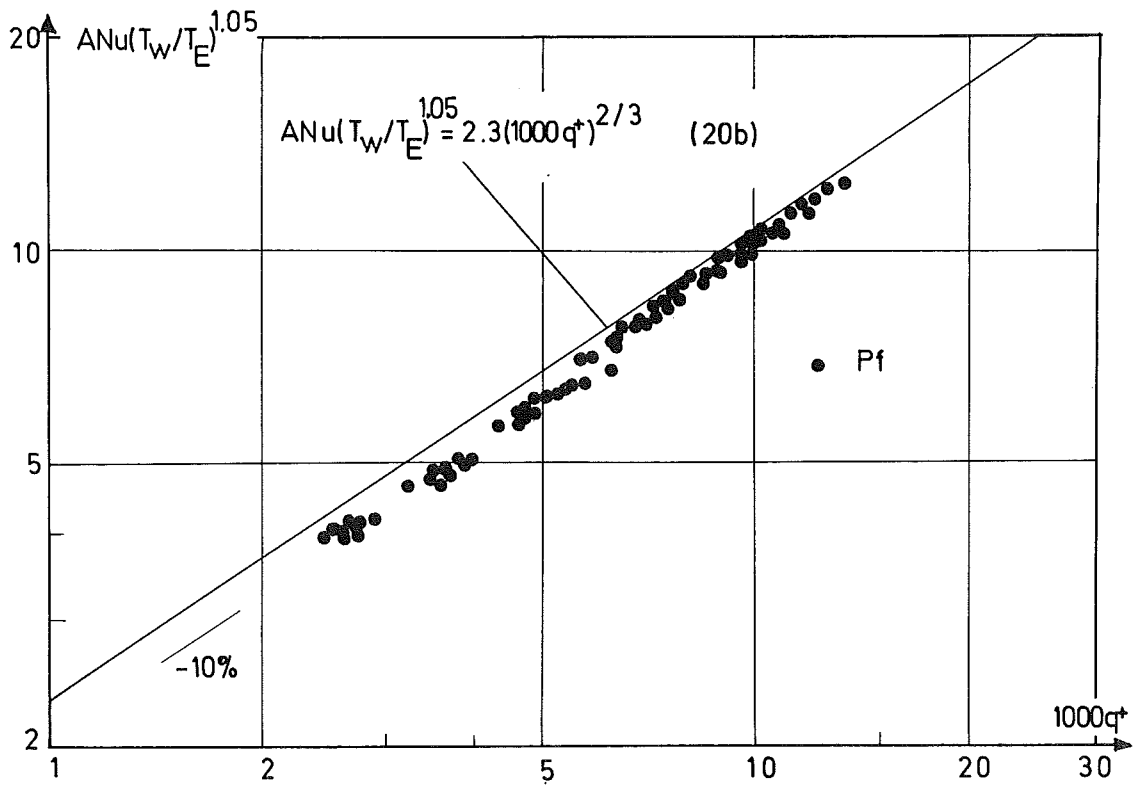


Fig. 20b: Meßwerte dieser Arbeit, Helium

Fig. 20: Vergleich der Meßwerte mit der vorgeschlagenen Gleichung (20b);
Helium

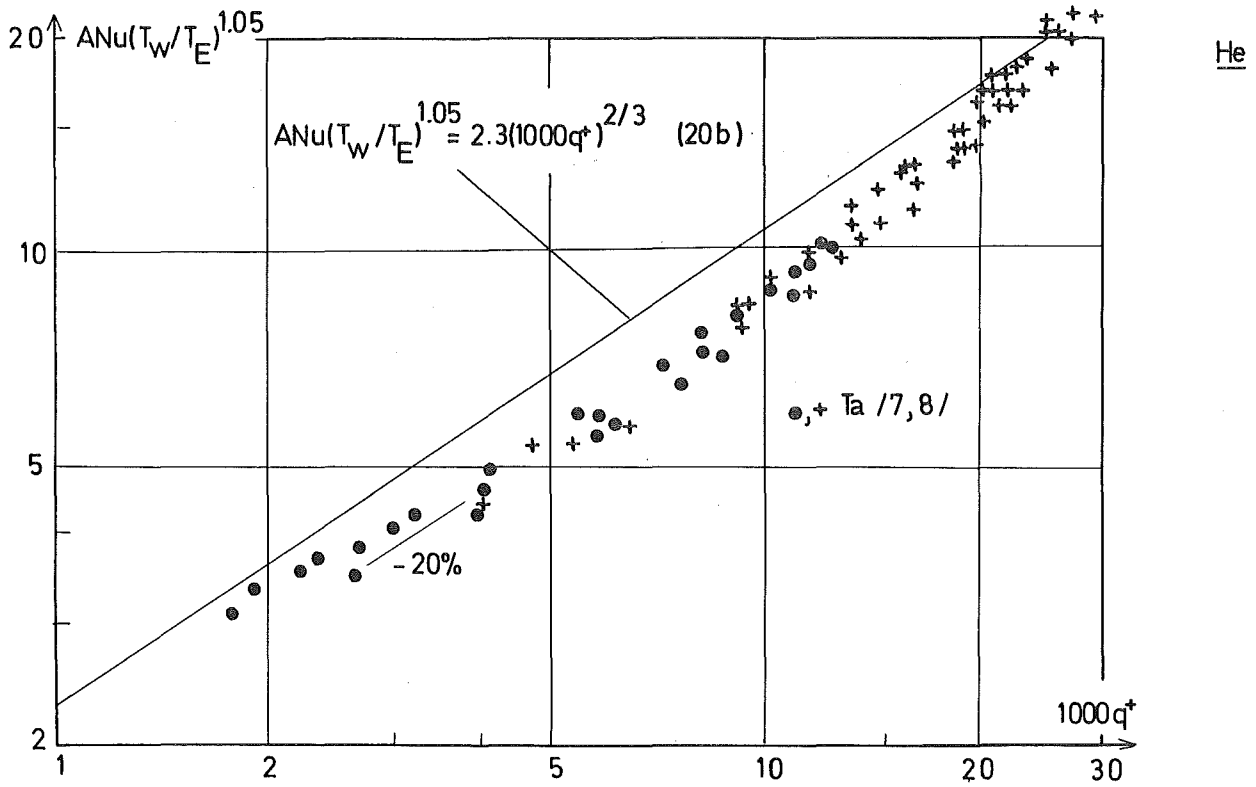


Fig. 2oc: Meßwerte von Taylor /7,8/; Helium

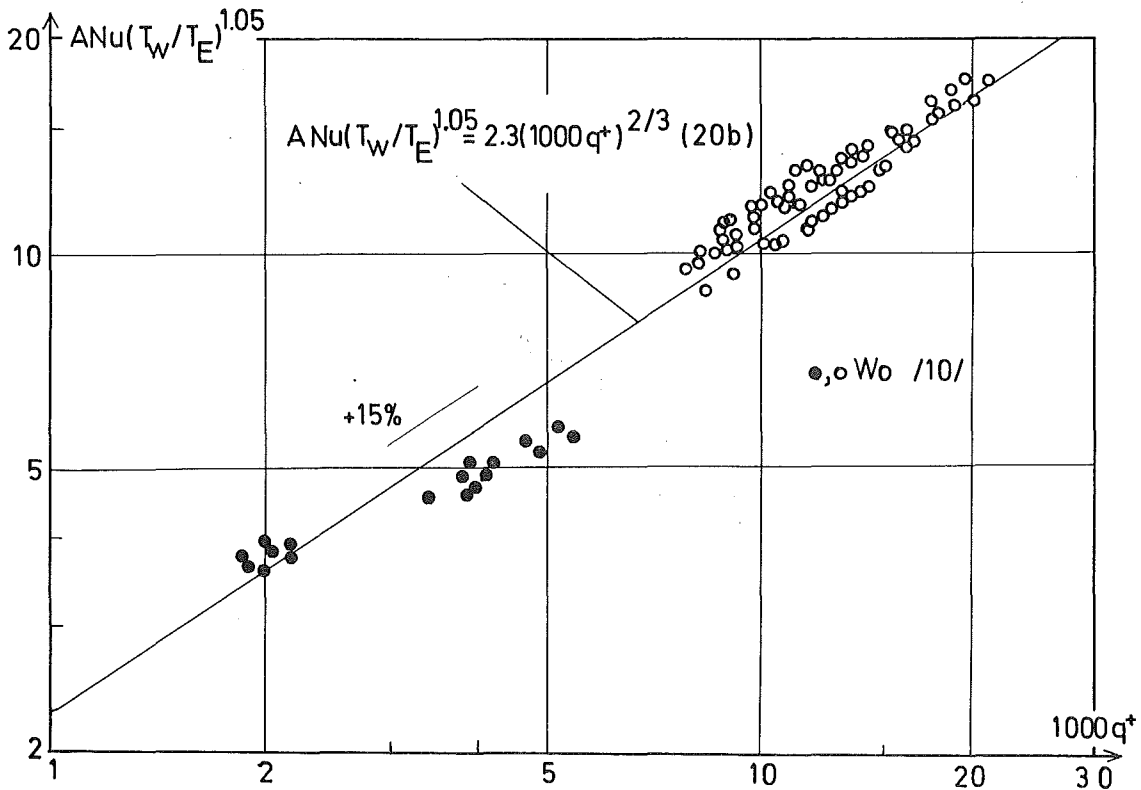
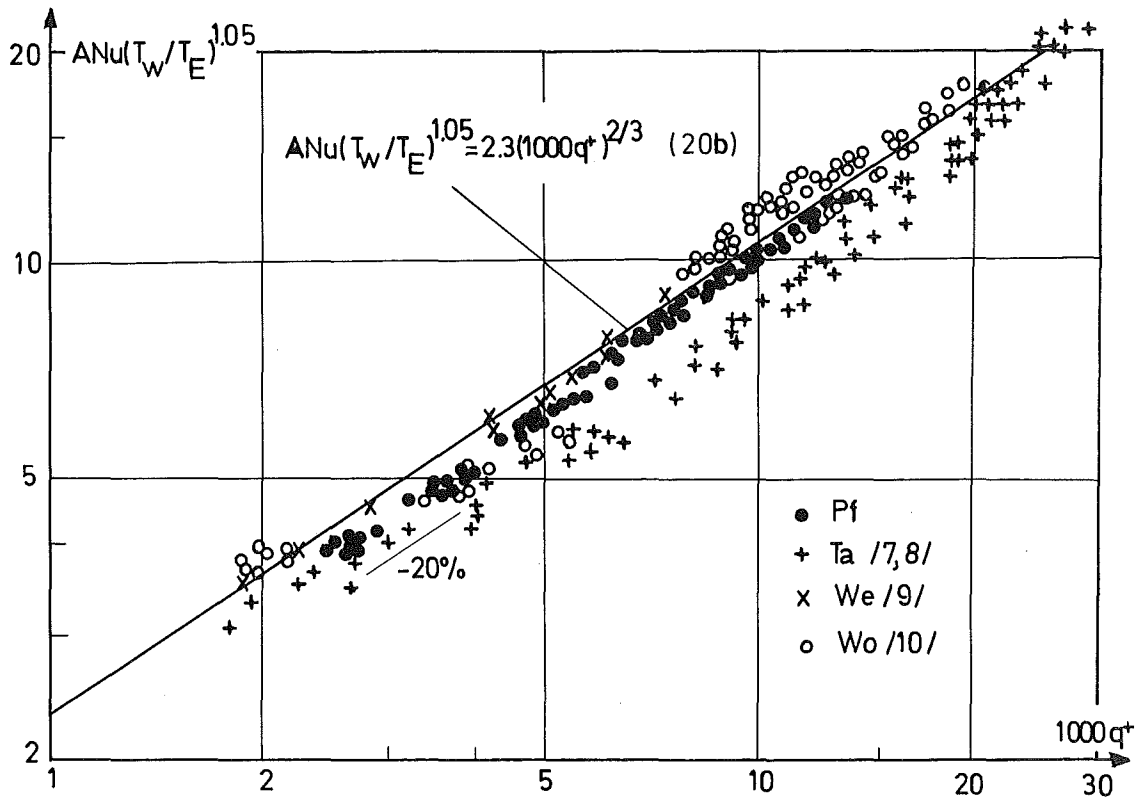


Fig. 2od: Meßwerte von Wolf, McCarthy /10/; Helium

Fig. 2o: Vergleich der Meßwerte mit der vorgeschlagenen Gleichung (20b); Helium



He

Fig. 20e: Vergleich der Meßwerte der 4 Autoren mit der vorgeschlagenen Gleichung (20b); Helium (q^+ als Abszisse)

Pf: diese Arbeit;

We: Weiland /9/

Ta: Taylor /7,8/;

Wo: Wolf, McCarthy /10/

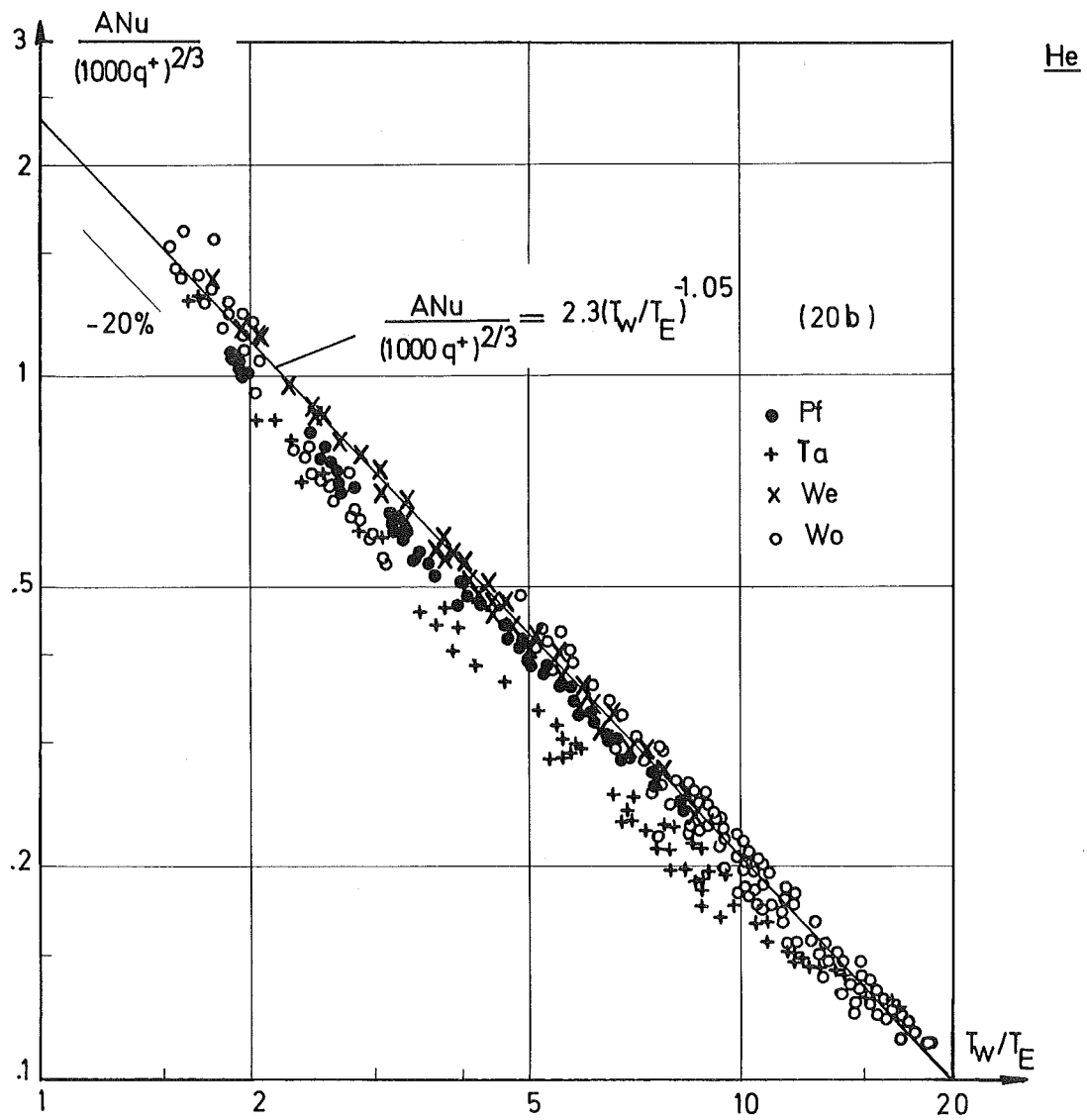


Fig. 2of: Vergleich der Meßwerte der 4 Autoren mit der vorgeschlagenen Gleichung (20b); Helium (T_w/T_E als Abszisse)
Pf: diese Arbeit; We: Weiland /9/
Ta: Taylor /7,8/; Wo: Wolf, McCarthy /1o/

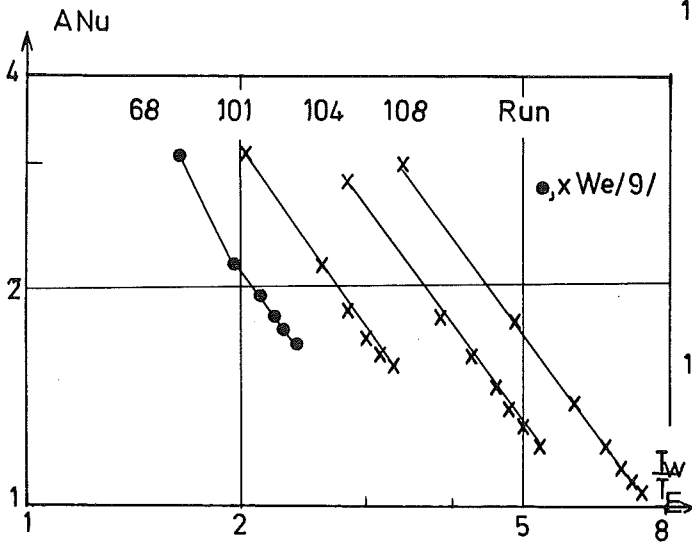


Fig. 21a: ANu (T_w/T_E); Wasserstoff
einige Meßreihen von Weiland /9/;
($T_w - T_b$) axial steigend

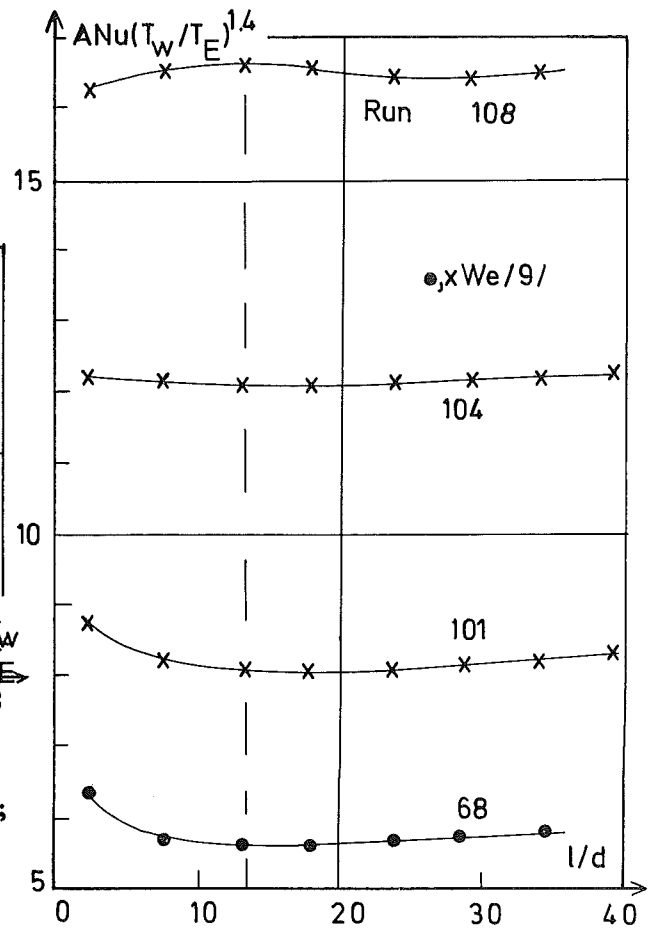


Fig. 21b

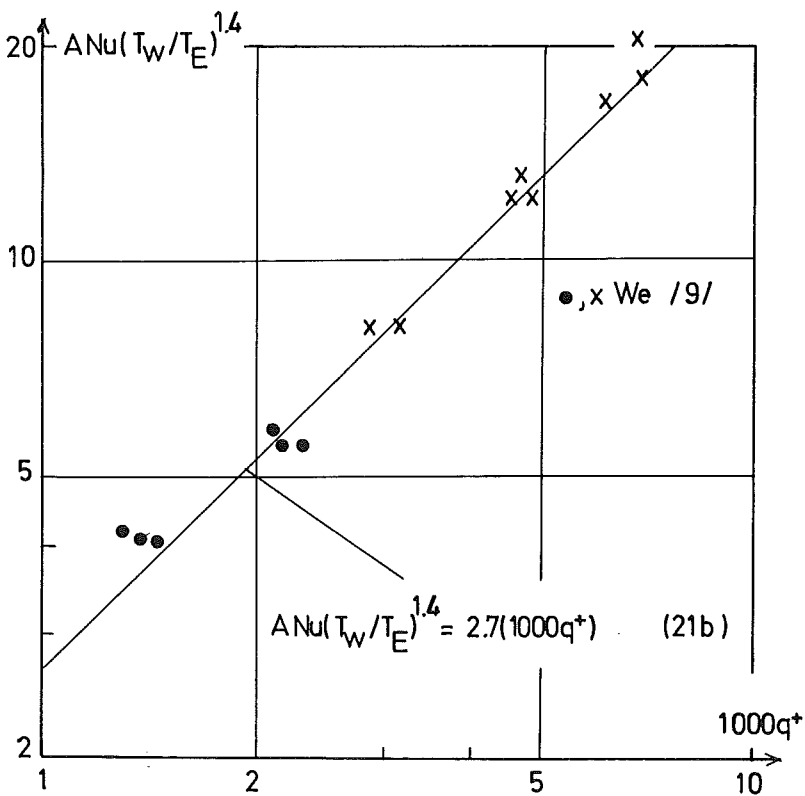


Fig. 21c: Die Meßwerte von Weiland /9/; Wasserstoff

Fig. 21: Vorschlag für die Darstellung des Wärmeübergangs für große axial steigende Temperaturdifferenz ($T_w - T_b$); Wasserstoff

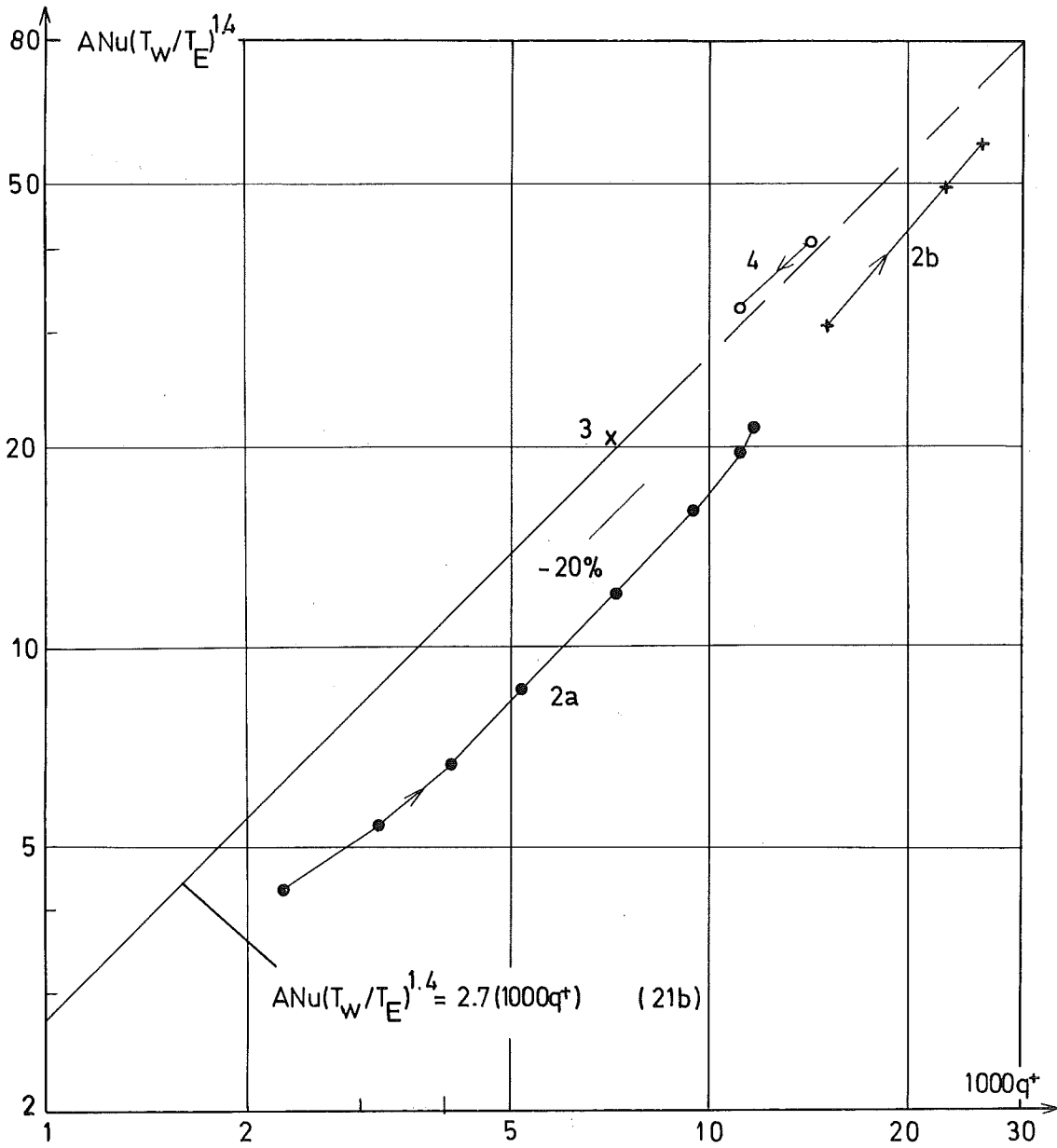
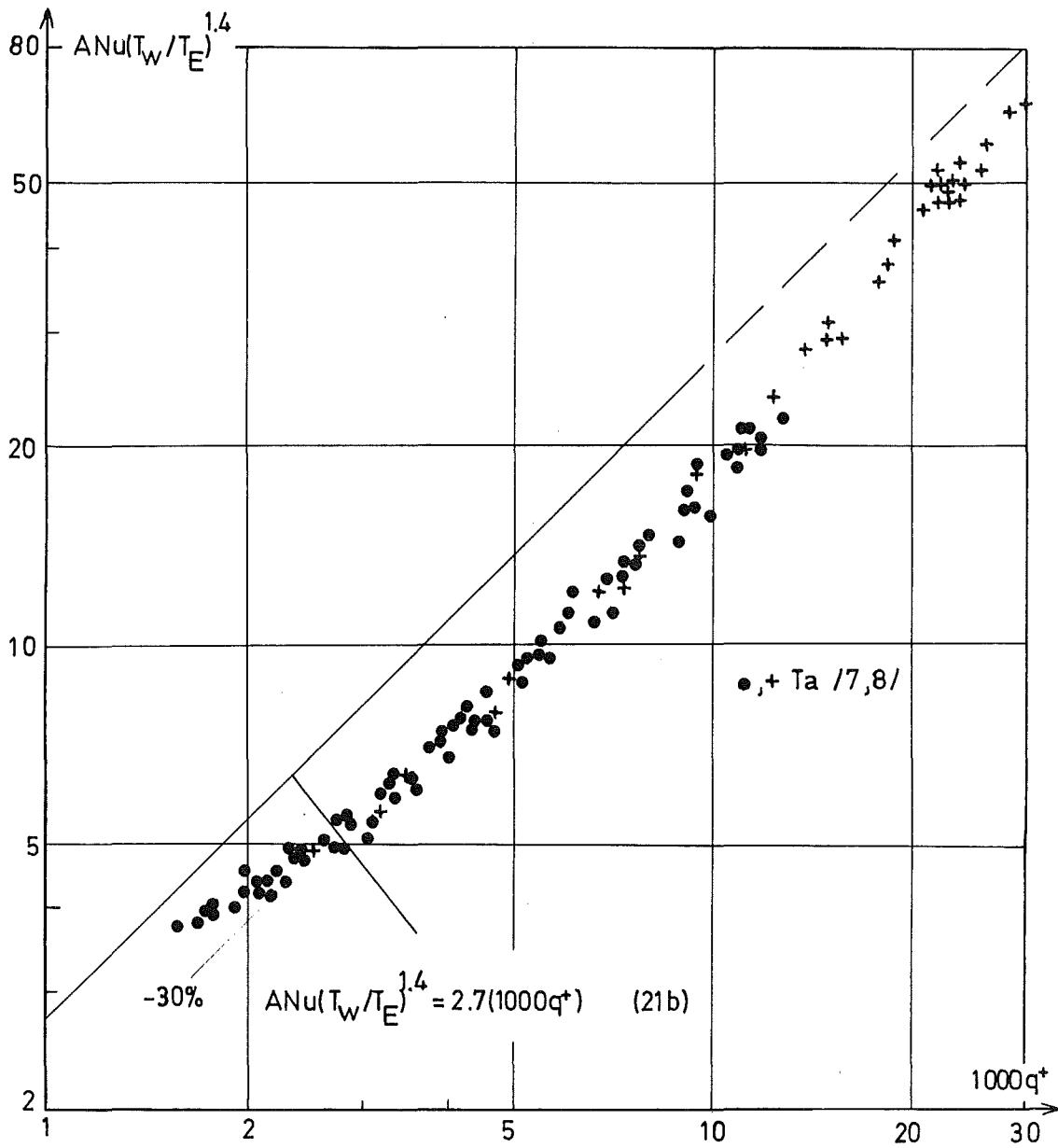
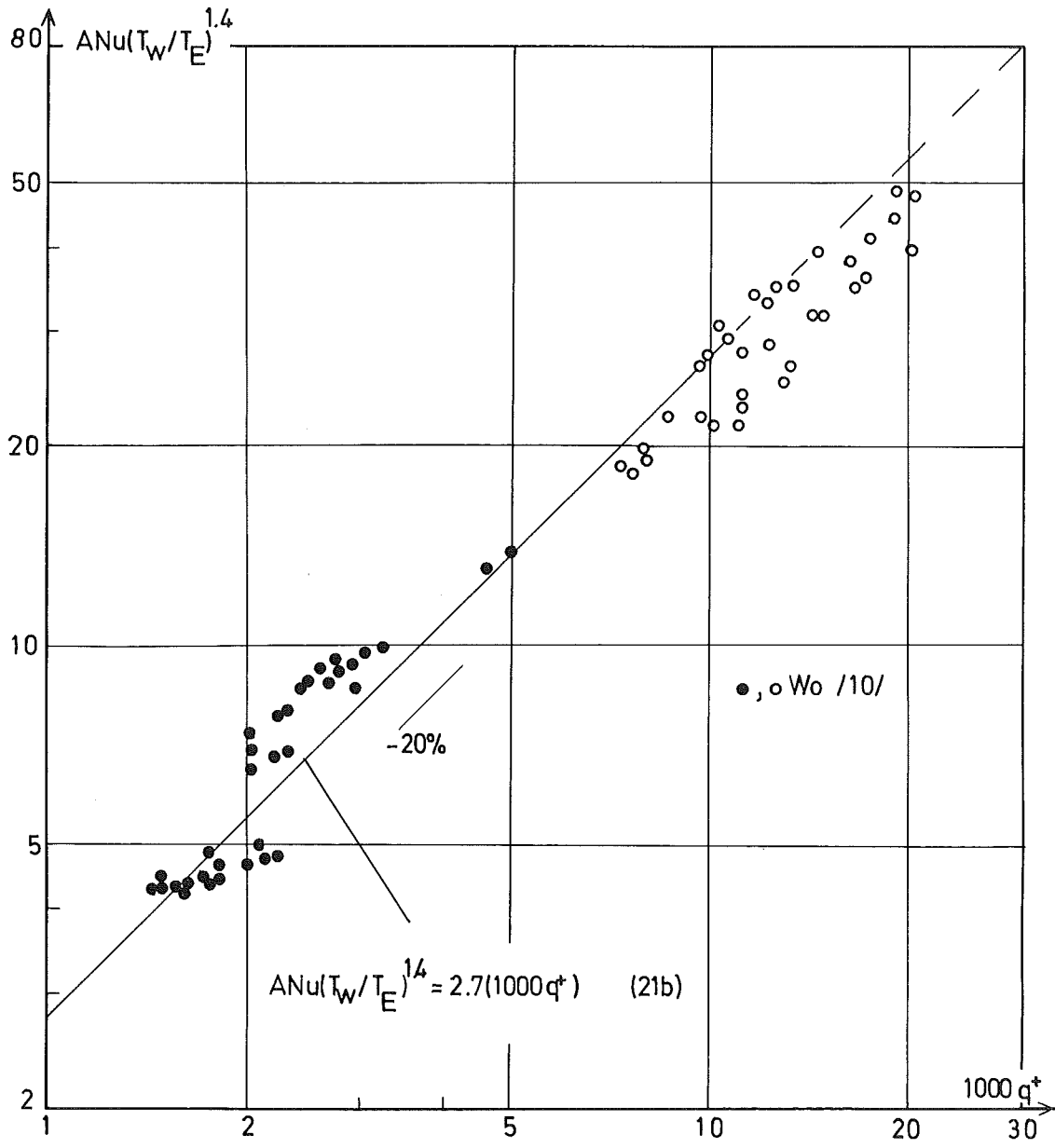


Fig. 22a: Beispielmeßreihen Wasserstoff
Vergleich mit der vorgeschlagenen Gleichung (21b)



H₂

Fig. 22b: Meßwerte von Taylor /7,8/; Wasserstoff
Vergleich mit der vorgeschlagenen Gleichung (21b)



H₂

Fig. 22c: Meßwerte von Wolf, McCarthy /10/; Wasserstoff
Vergleich mit der vorgeschlagenen Gleichung (21b)

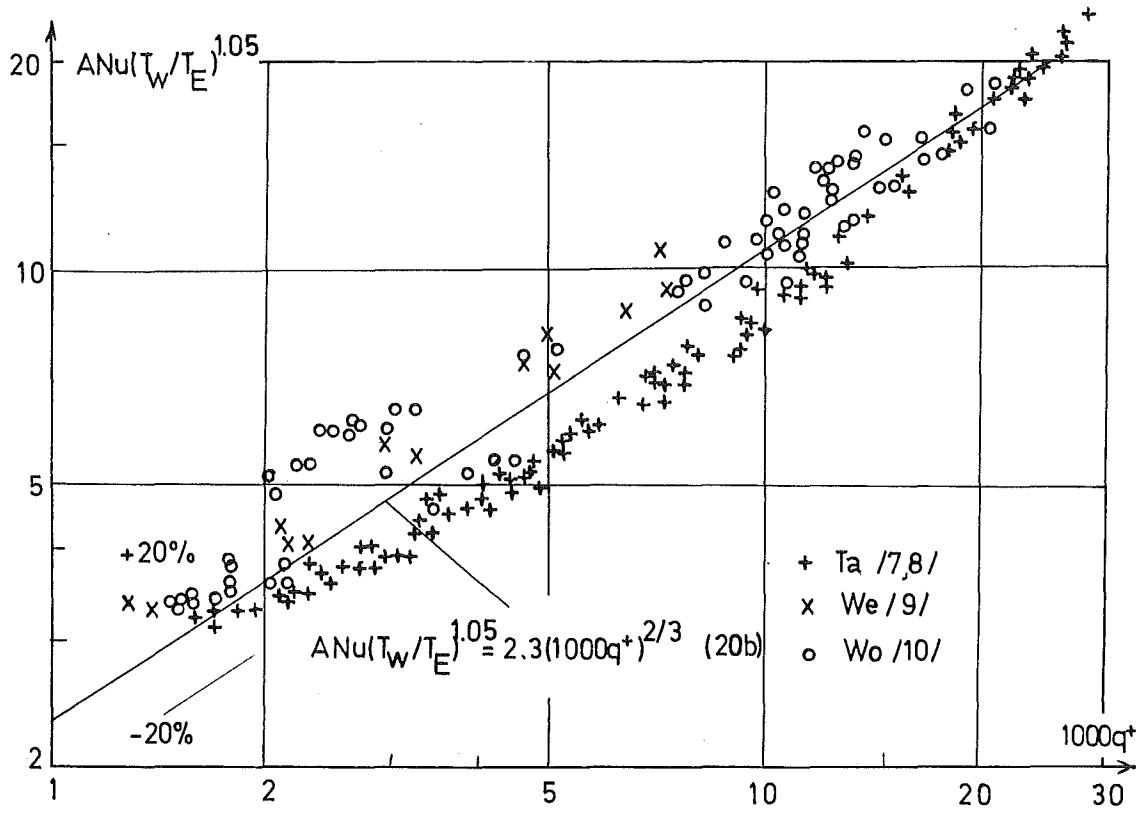


Fig. 22d: Vergleich der Meßwerte der 3 Autoren mit der vorgeschlagenen Gleichung (20b); Wasserstoff
Ta: Taylor /7,8/; We: Weiland /9/; Wo: Wolf, McCarthy /10/

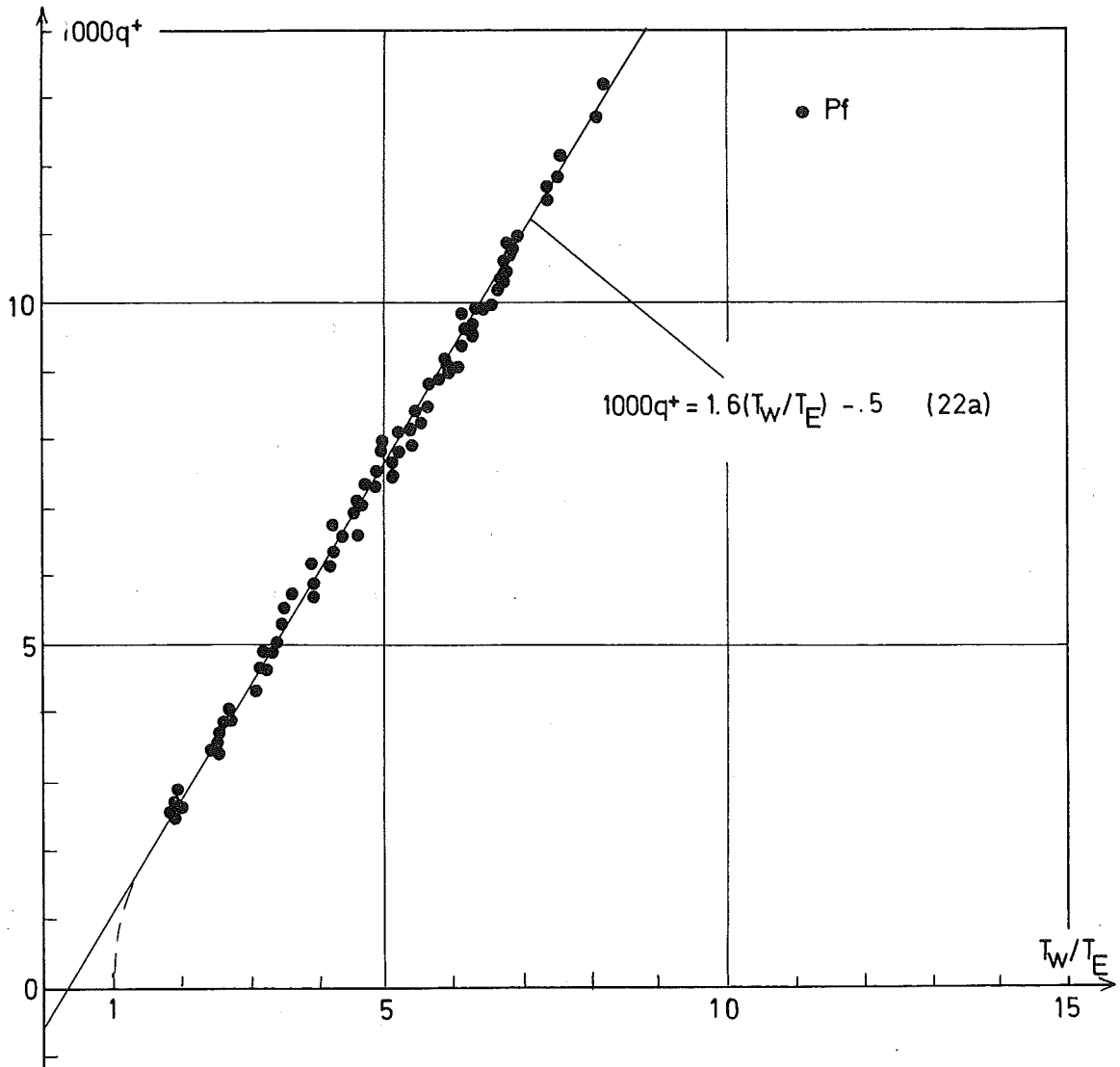


Fig. 23a: $q^+(T_w/T_E)$; Helium
 Meßwerte dieser Arbeit

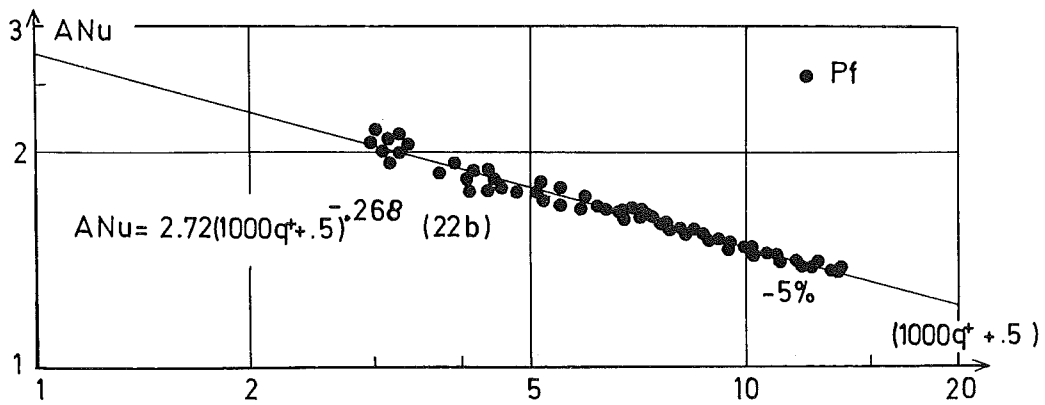


Fig. 23b: $ANu(q^+)$; Helium
 Meßwerte dieser Arbeit

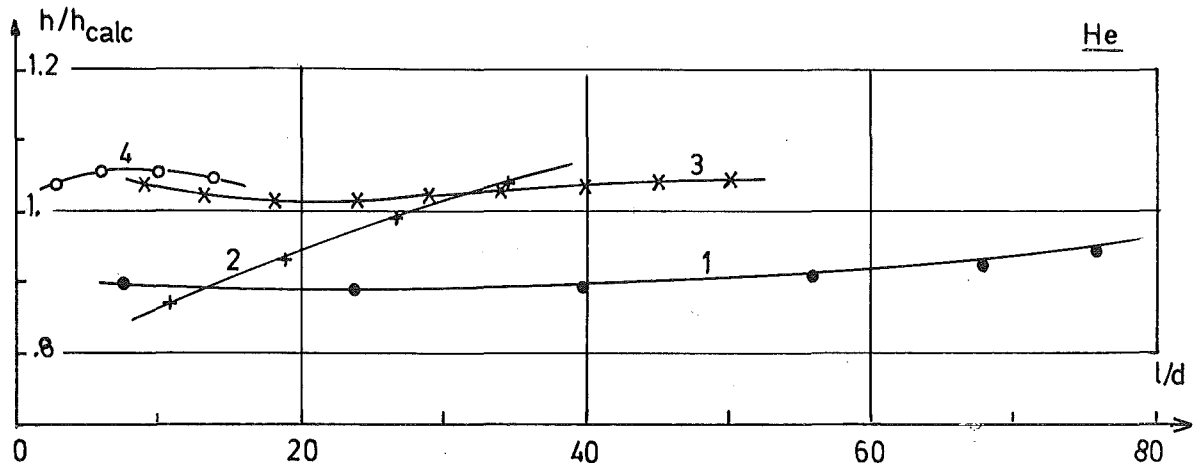


Fig. 24: Beispielmeßreihen Helium

Vergleich von experimentellem mit dem nach Gleichung (2ob) vorgeschlagenen Wärmeübergangskoeffizienten h_{calc}

$$ANu = 2.3 \frac{(1000 q^+)^{2/3}}{(T_w/T_E)^{1.05}} \quad (2ob)$$

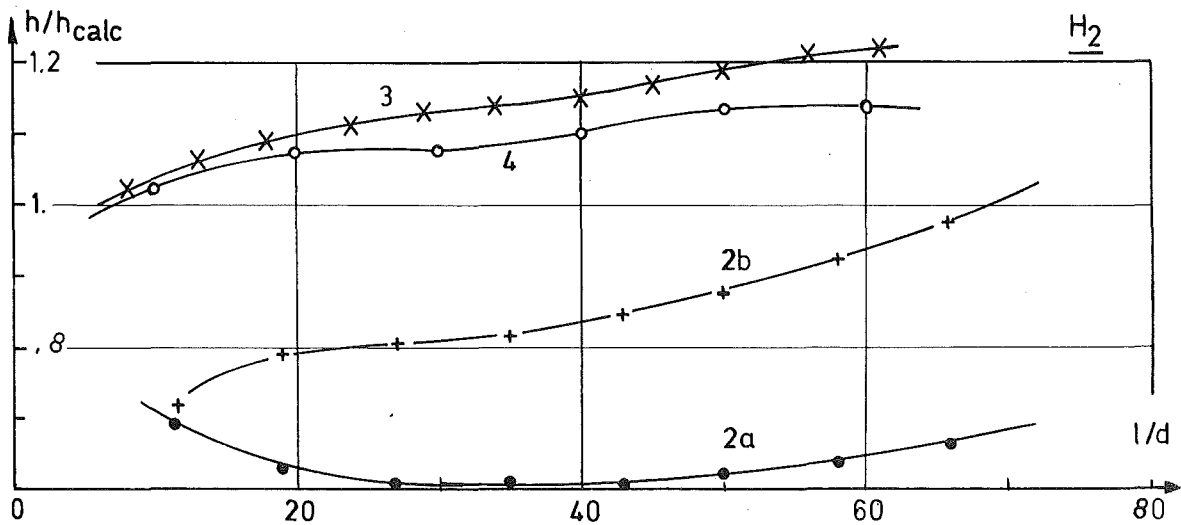


Fig. 25: Beispielmeßreihen Wasserstoff

Vergleich von experimentellen mit dem nach Gleichung (21b) vorgeschlagenen Wärmeübergangskoeffizienten h_{calc}

$$ANu = 2.7 \frac{1000 q^+}{(T_w/T_E)^{1.4}} \quad (21b)$$

He

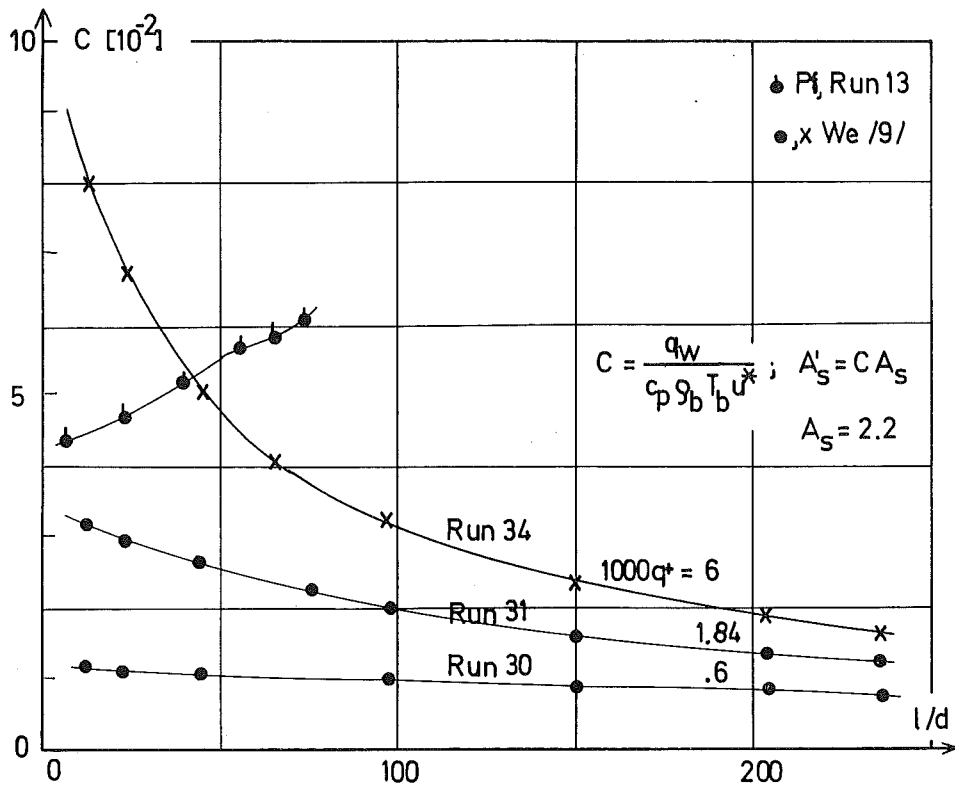


Fig. 26

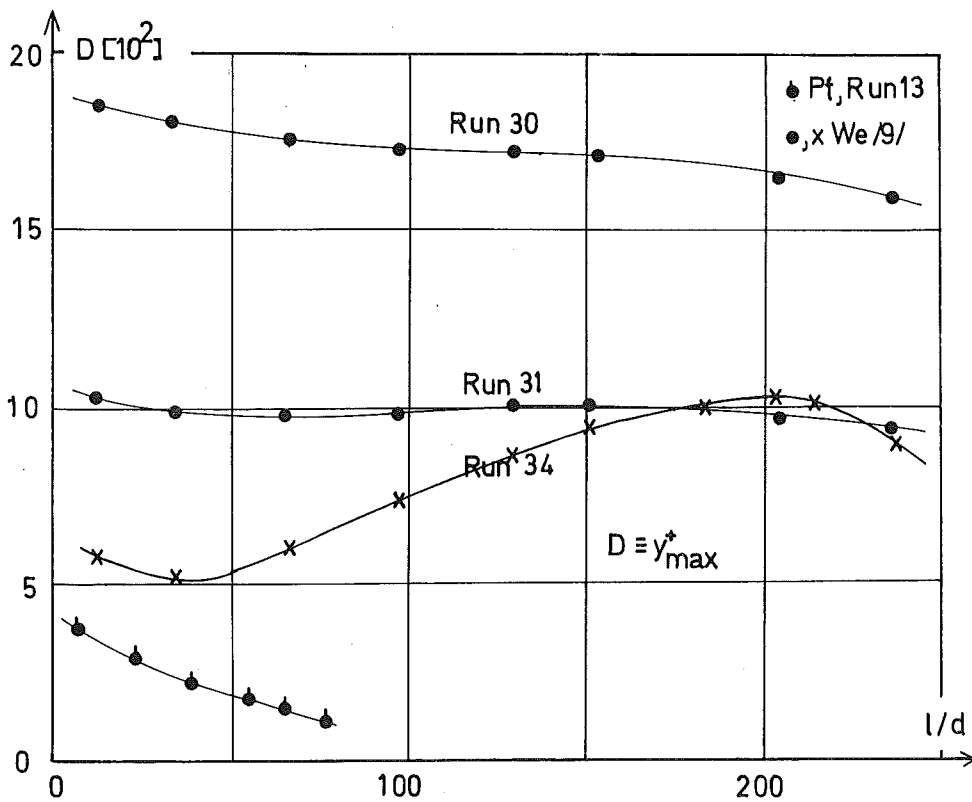
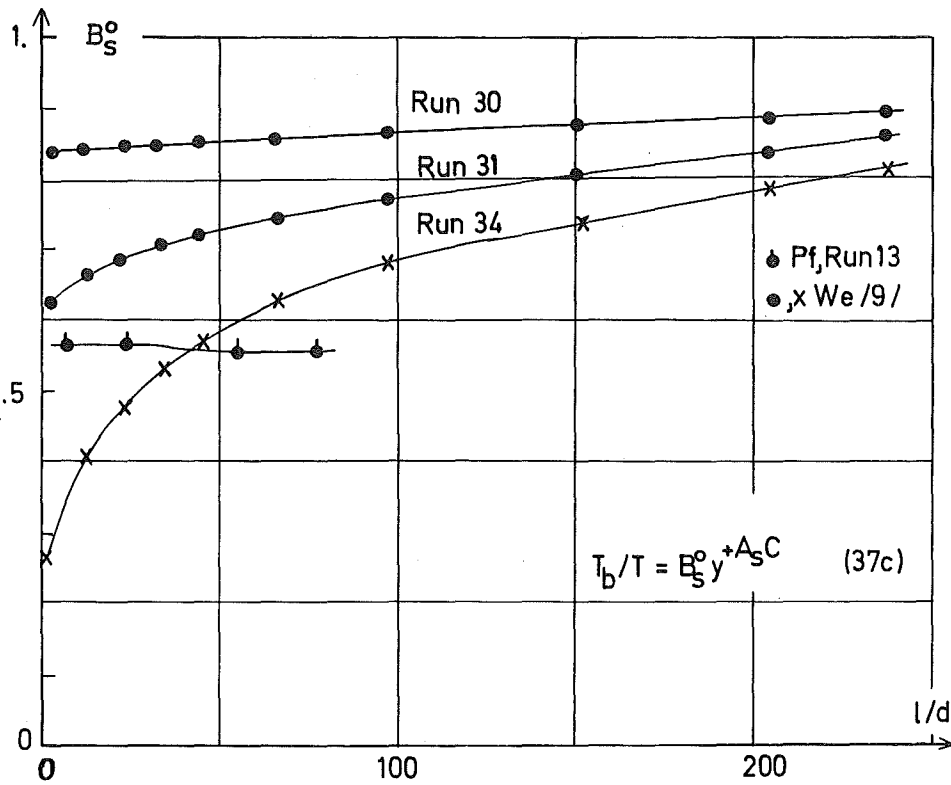


Fig. 27

Die charakteristischen Größen des Potenztemperaturprofils für die ausgewählten Meßreihen



He

Fig. 28

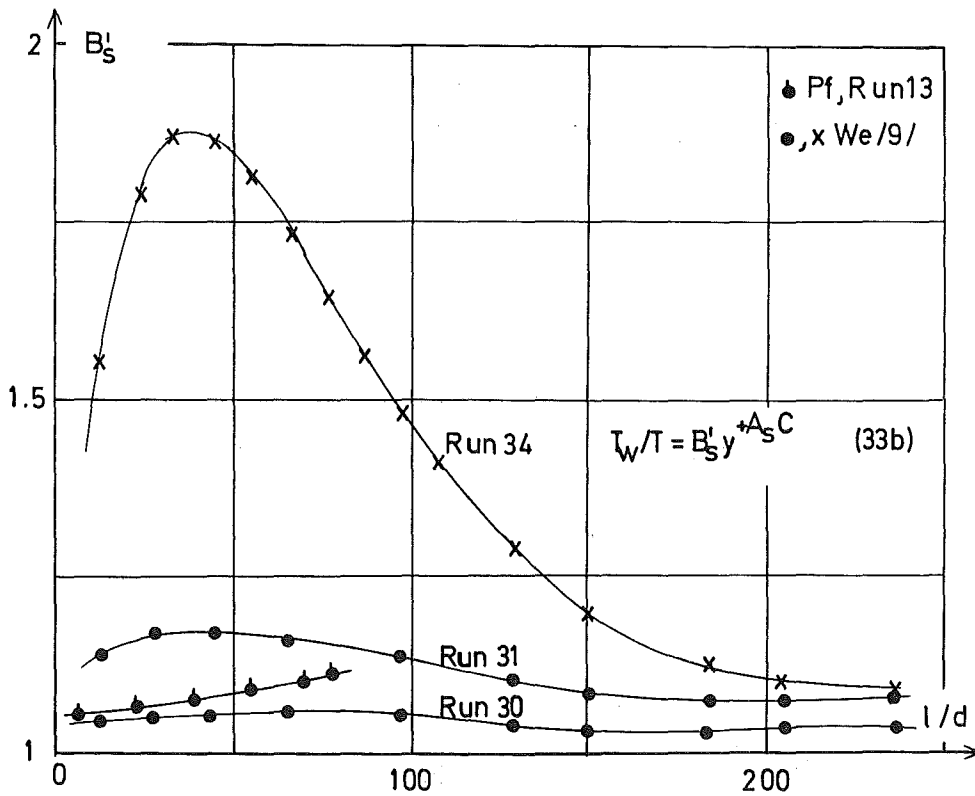


Fig. 29

Die charakteristischen Größen des Potenztemperaturprofils für die ausgewählten Meßreihen

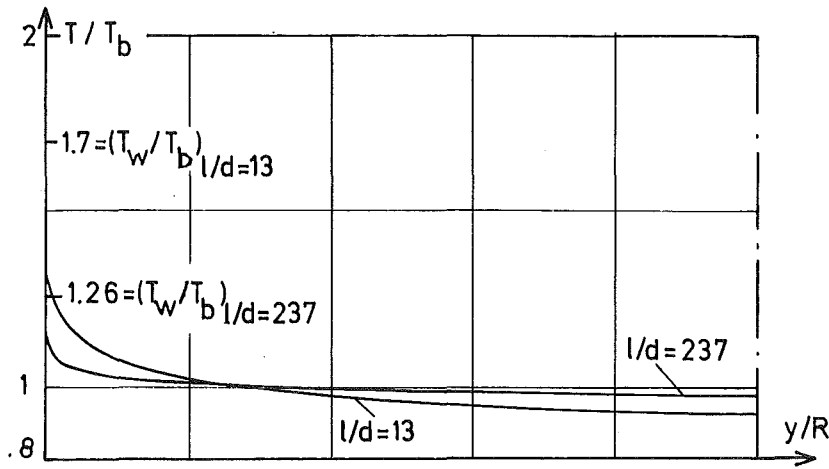


Fig. 3ob: Run 31
Weiland /9/

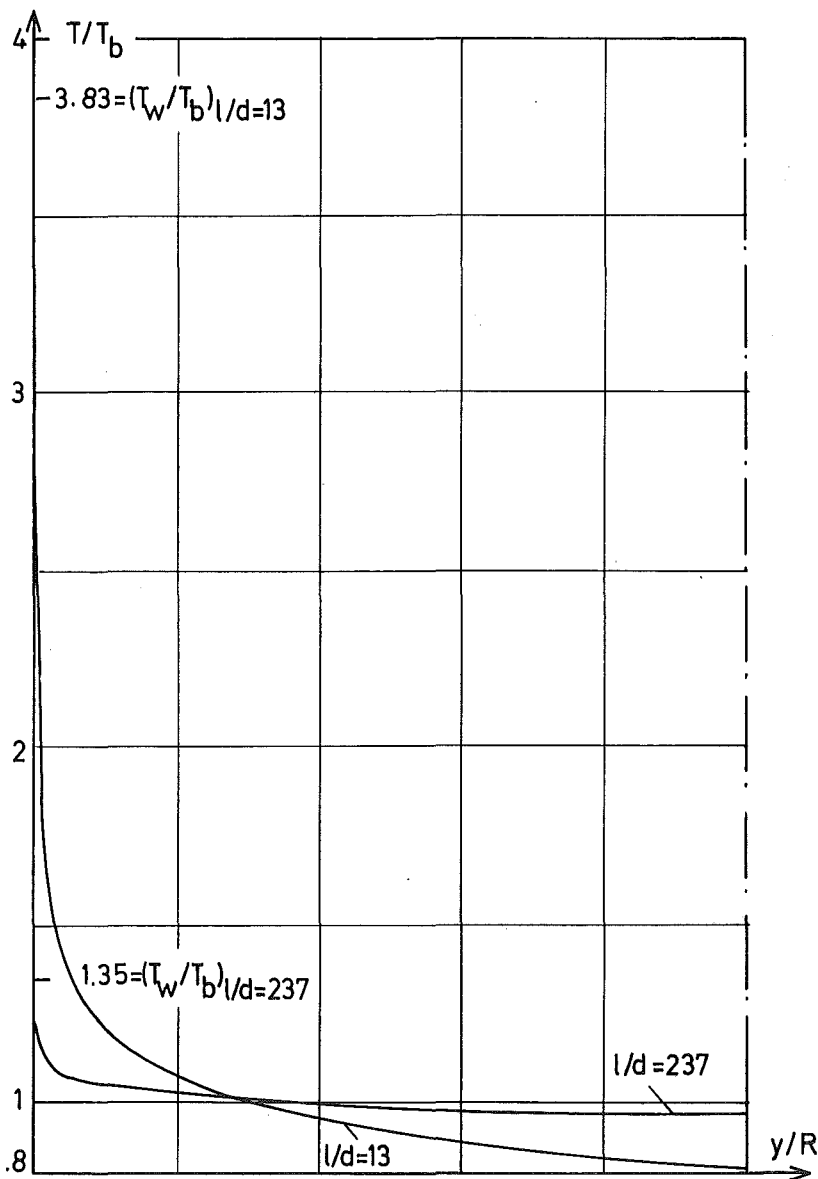
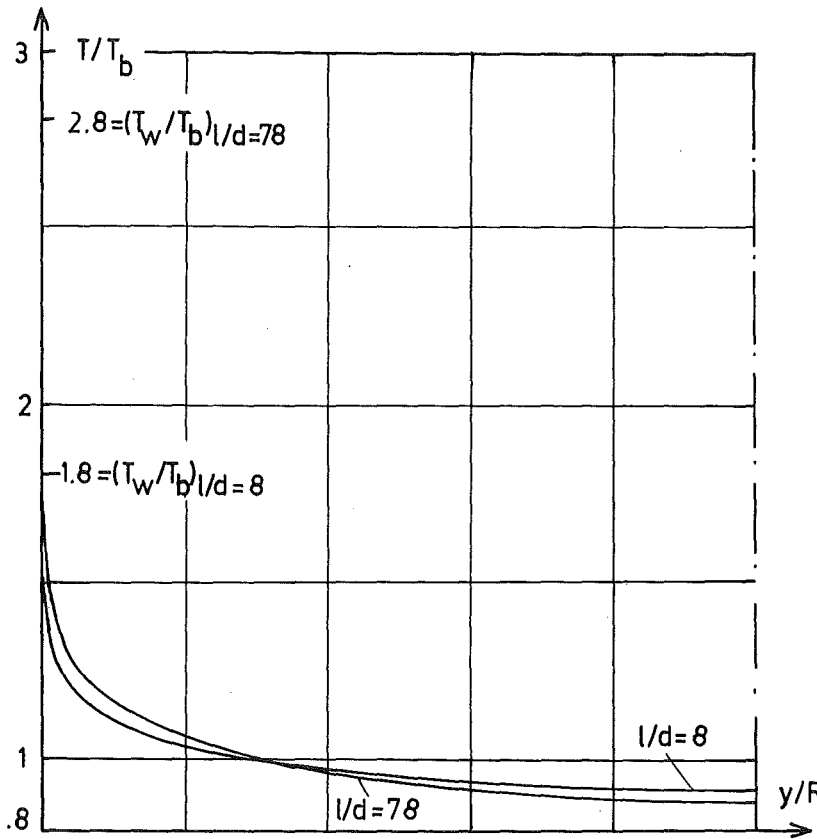


Fig. 3oc: Run 34
Weiland /9/

Die errechneten Potenztemperaturprofile der ausgewählten Meßreihen



He

Fig. 31: Run 13
diese Arbeit

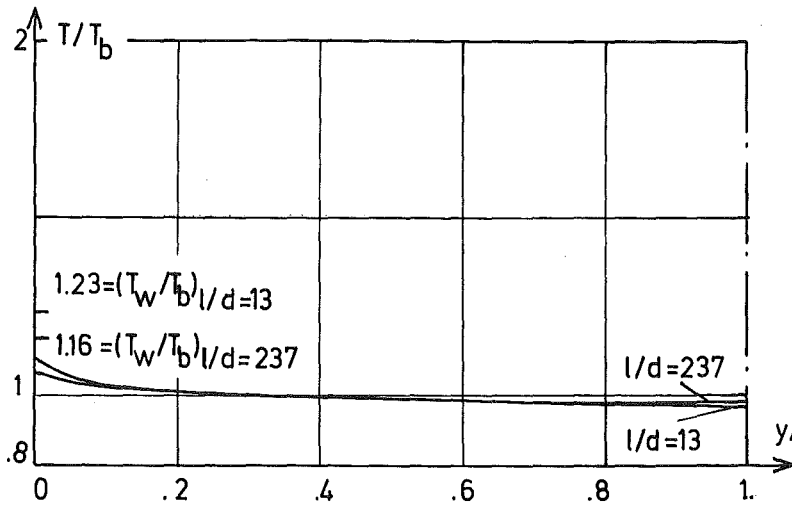
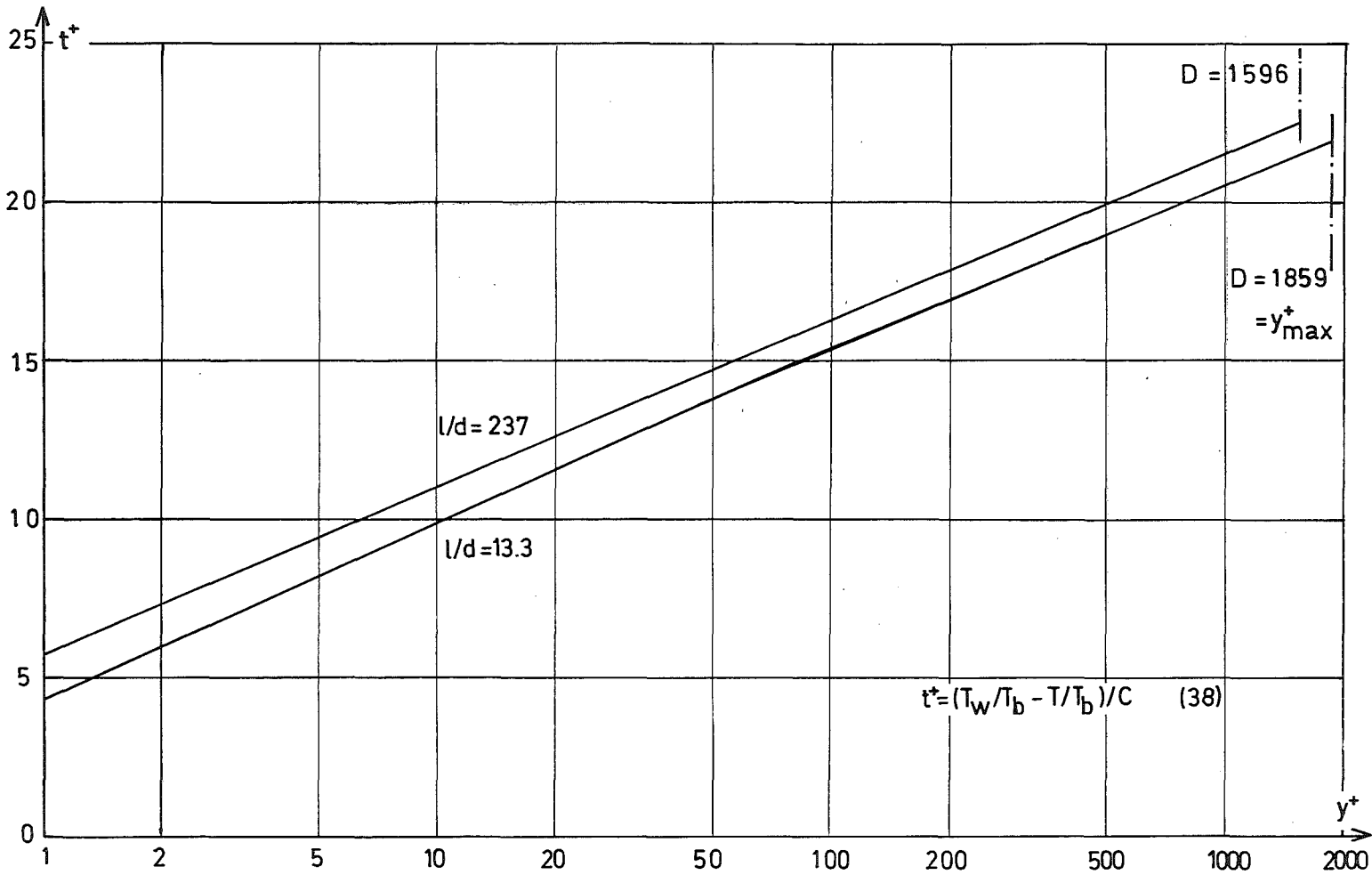


Fig. 30a: Run 30
Weiland /9/

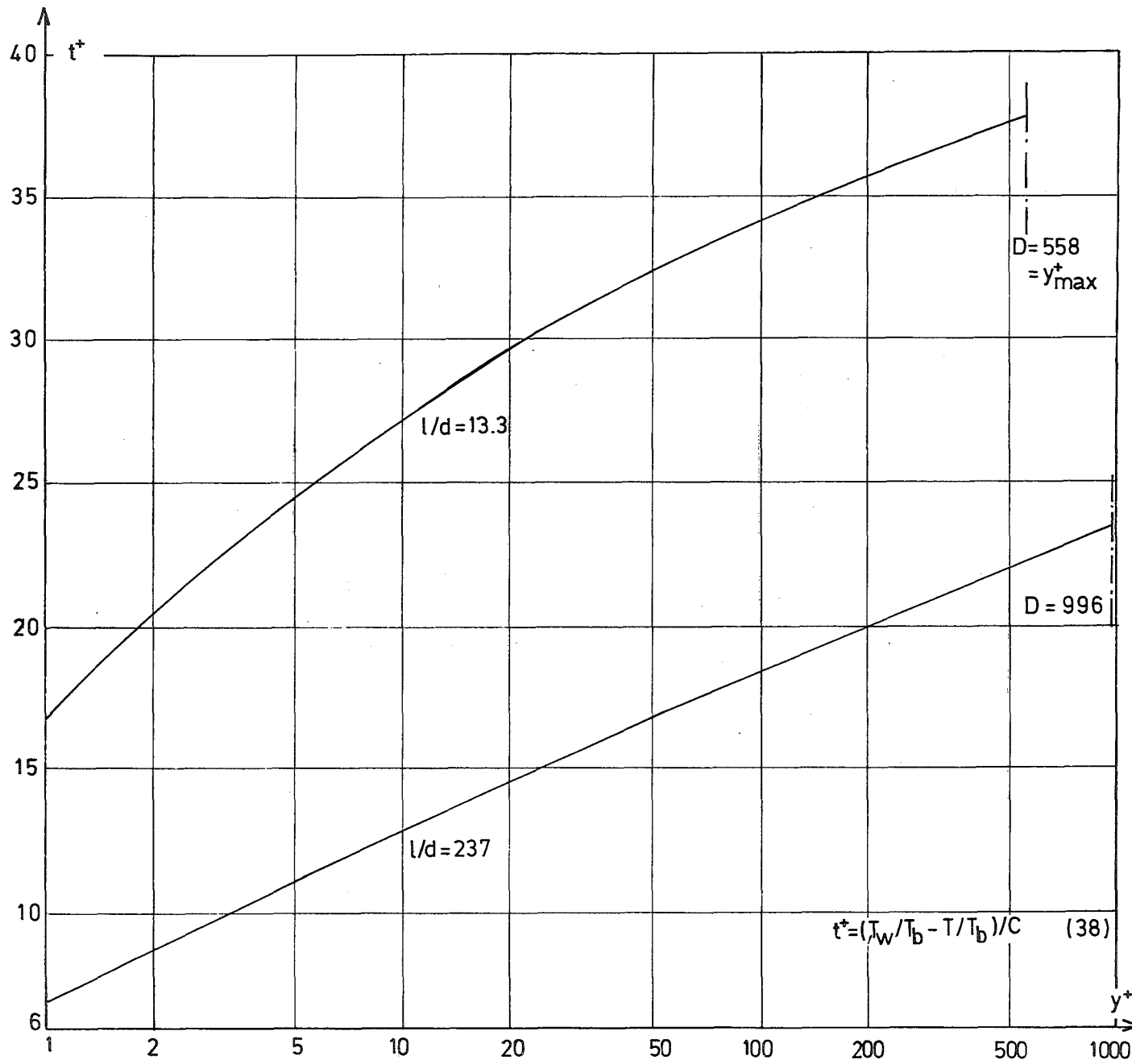
Die errechneten Potenztemperaturprofile der ausgewählten Meßreihen



He

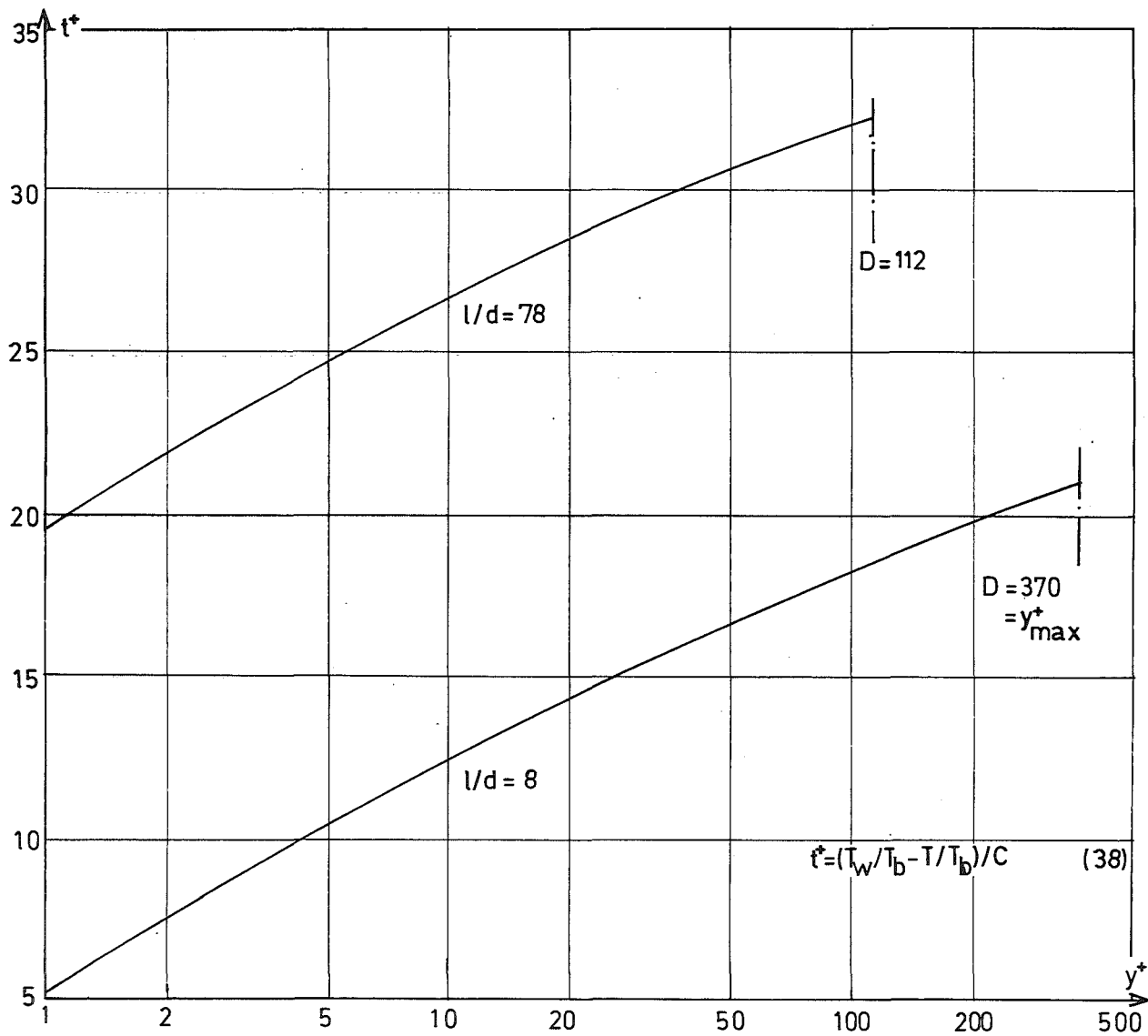
- F37 -

Fig. 32a: Weiland /9/ Run 30 errechnetes Temperaturprofil



He

Fig. 32b: Weiland /9/ Run 34
errechnetes Temperatur-
profil



He

Fig. 33: diese Arbeit, Run 13
errechnetes Temperatur-
profil

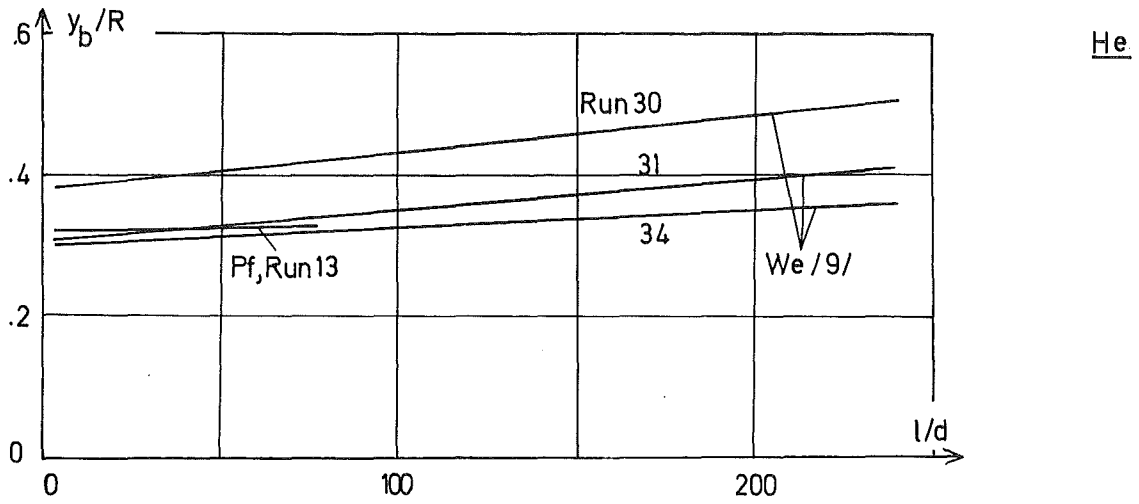


Fig. 34: Der Wandabstand $y_{T_b} \equiv y_b$ für die errechneten Temperaturprofile der ausgewählten Meßreihen

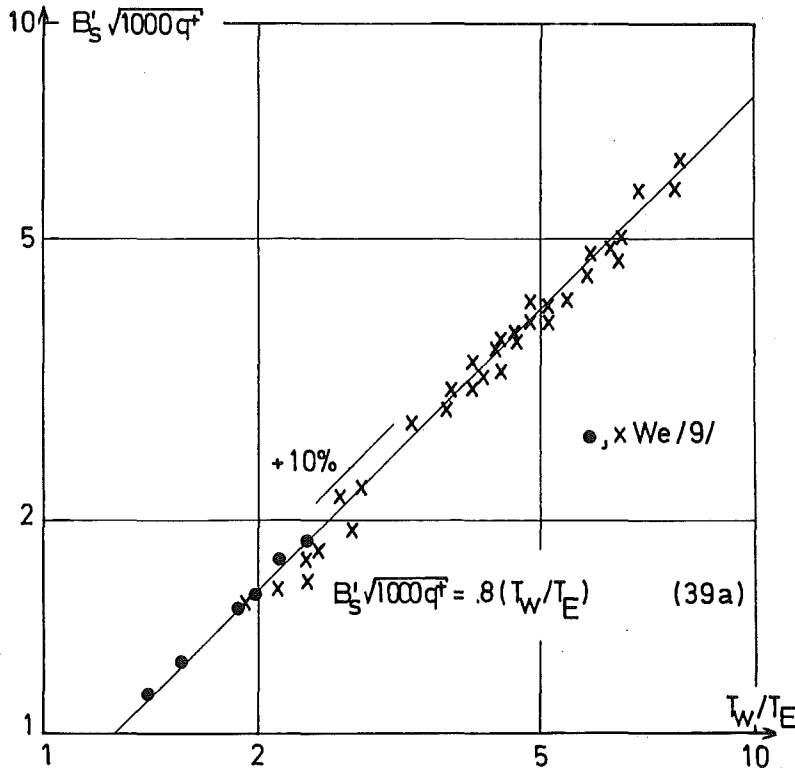


Fig. 35: Meßwerte von Weiland /9/

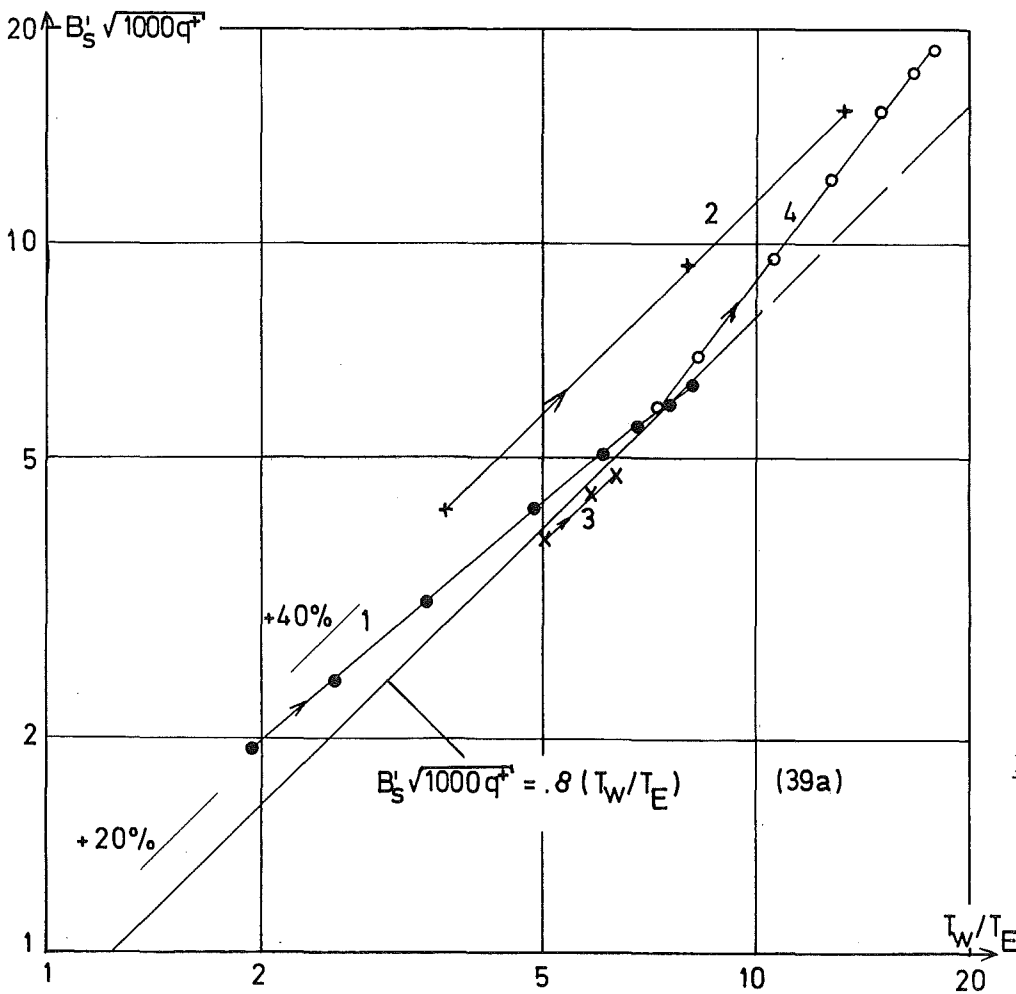


Fig. 36: Beispiel-Meßreihen

Vorschlag für den Temperaturprofilparameter B'_S des Potenztemperaturprofils $T/T_b = B'_S y^{+A'_S}$

He

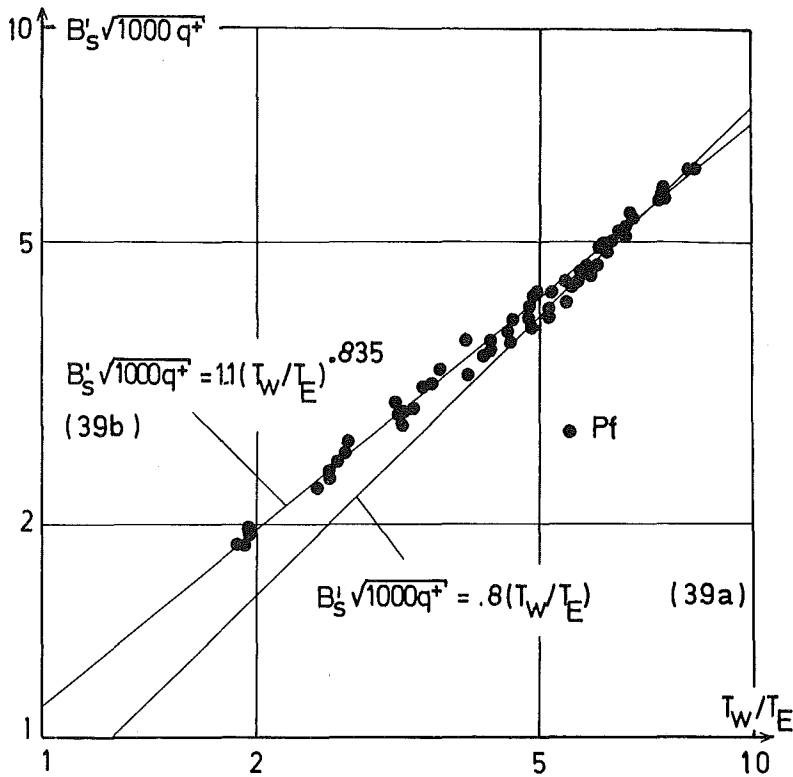


Fig. 37: Meßwerte dieser Arbeit

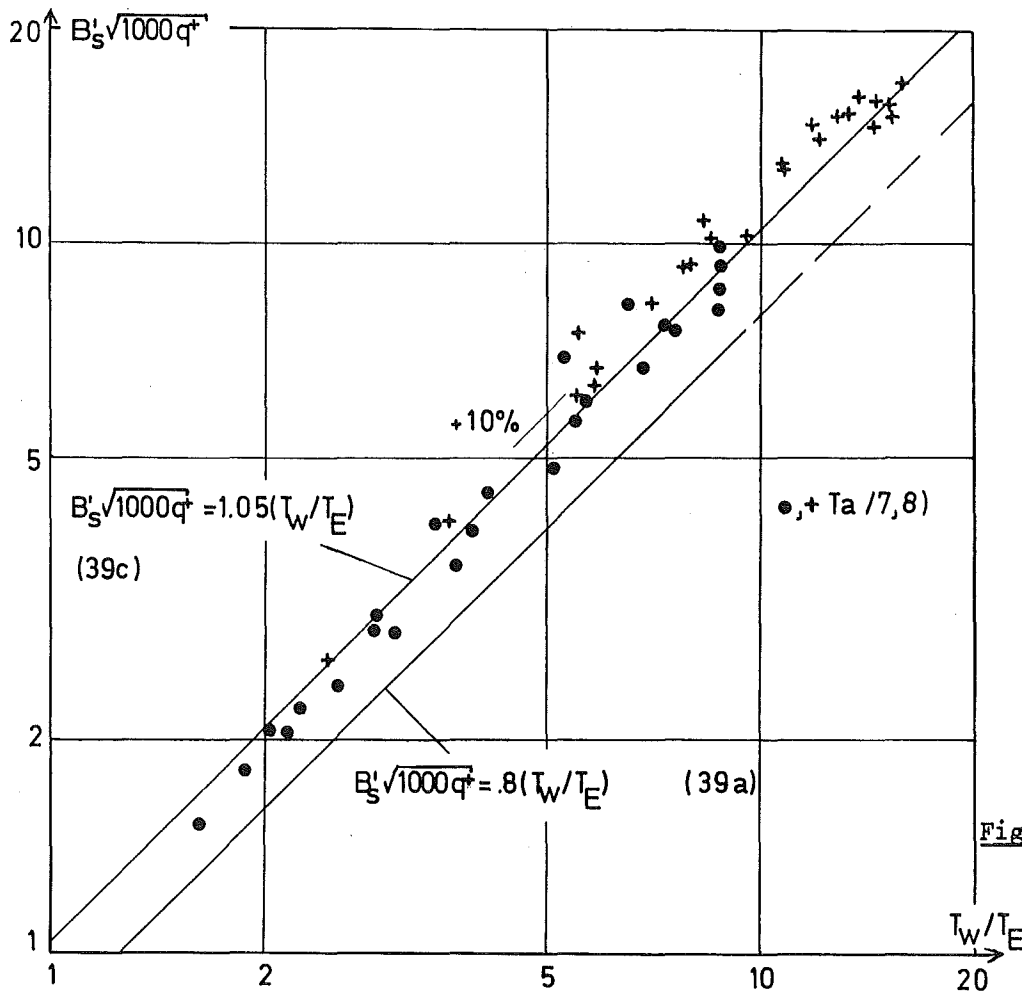


Fig. 38: Meßwerte von Taylor /7,8/

Vergleich des errechneten Temperaturprofilparameters B'_s mit Gleichung (39a)

He

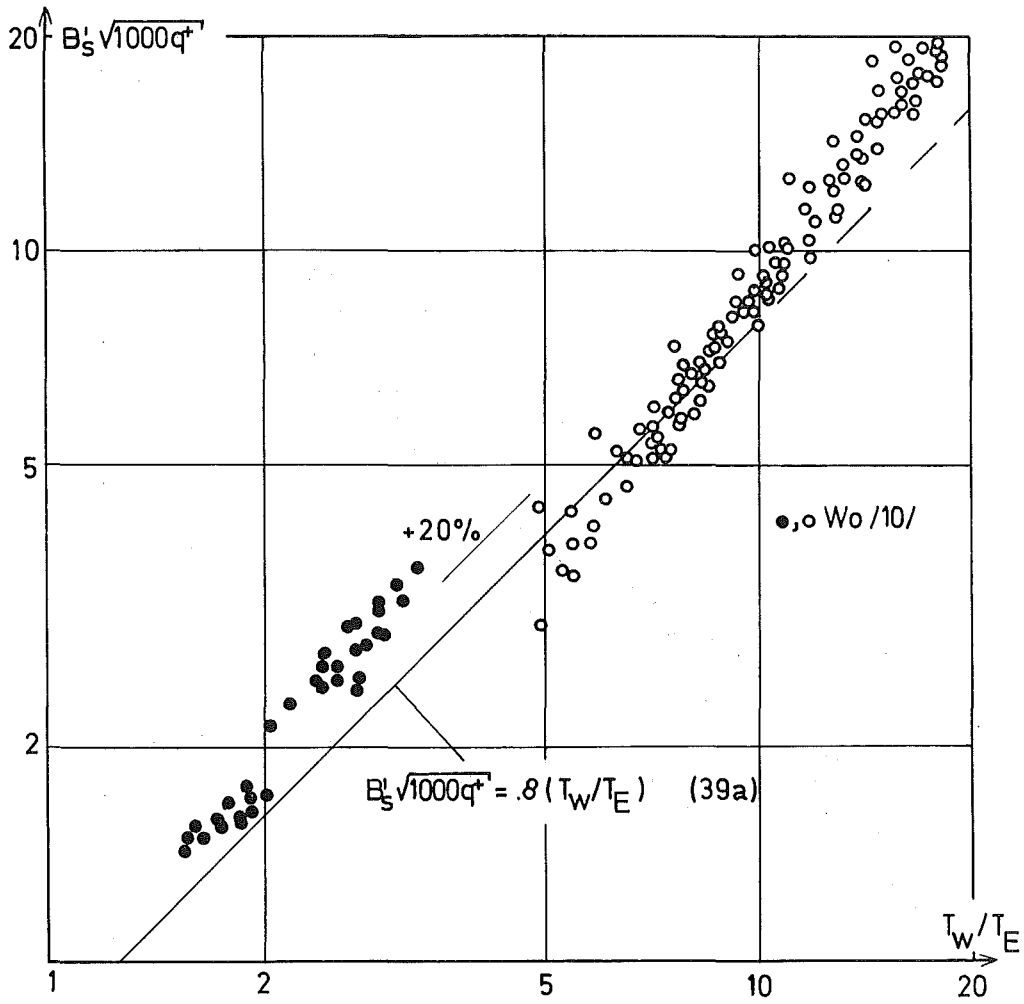


Fig. 39: Meßwerte von Wolf, McCarthy /10/, Helium
Vergleich des errechneten Temperaturprofilparameters B'_s mit
Gleichung (39a)

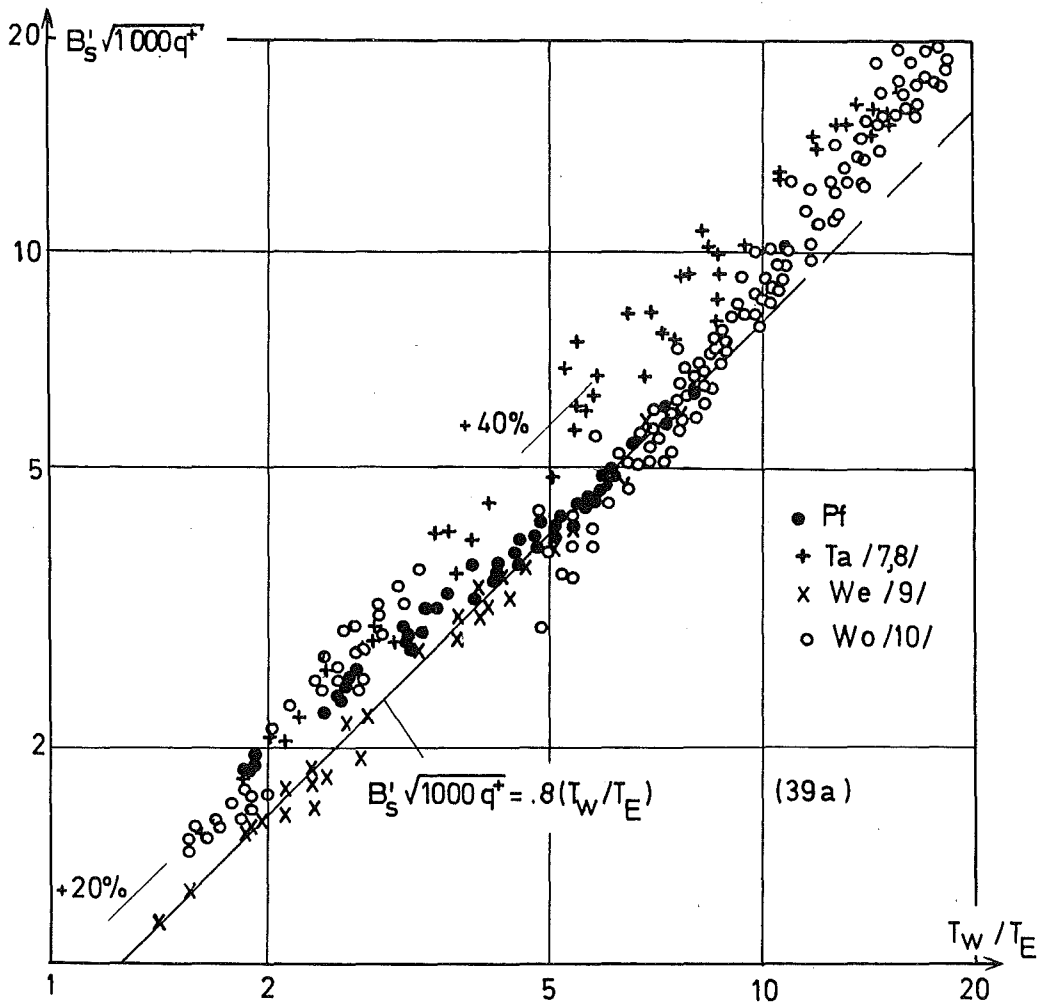


Fig. 40: Meßwerte der 4 Autoren, Helium

Vergleich des errechneten Temperaturprofilparameters B'_s mit Gleichung (39a)

Pf: diese Arbeit;

We: Weiland /9/

Ta: Taylor /7,8/;

Wo: Wolf, McCarthy /10/