

KERNFORSCHUNGSZENTRUM

KARLSRUHE

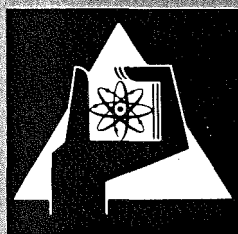
März 1977

KFK 2438

Institut für Experimentelle Kernphysik

**Beobachtung von monoenergetischen Positronen
beim Zerfall des Kerns Eu^{152}**

M. Mikirditsian



**GESELLSCHAFT
FÜR
KERNFORSCHUNG M.B.H.**

KARLSRUHE

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.
KARLSRUHE

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

KFK 2438

Institut für Experimentelle Kernphysik

BEOBACHTUNG VON MONOENERGETISCHEN POSITRONEN BEIM ZERFALL
DES KERNS Eu^{152} *)

M. Mikirditsian

*) von der Fakultät für Physik der Universität Karlsruhe
genehmigte Dissertation

Gesellschaft für Kernforschung mbH, Karlsruhe

Beobachtung von monoenergetischen Positronen beim Zerfall
des Kerns Eu^{152}

Zusammenfassung

Das Positronenspektrum von Eu^{152} wurde mit einem eisenfreien β -Spektrometer des Orangentyps gemessen. Das Gerät zeichnet sich durch besonders hohe Transmission aus. Dabei wurden die Endpunktenergien der β^+ -Spektren mit einer besseren Genauigkeit als bisher bestimmt ($W_{\text{O}}^{122} = 729 \pm 1.5$ keV und $W_{\text{O}}^{366} = 483 \pm 6$ keV). Die Multipolarität des 1408 keV Übergangs in Sm^{152} wurde durch die Messung des Verhältnisses $\alpha_{\text{ip}}/\alpha_{\text{K}} = 0.39 \pm 0.04$ als E1 bestätigt. Die relative Intensität der monoenergetischen Positronenlinie desselben Übergangs beträgt $N_{\text{p}}/N_{\gamma} = (9.3 \pm 4.5) \cdot 10^{-8}$. Für das 1530 keV Niveau des Sm^{152} ergibt sich eine Lebensdauer von $\tau = (1.3 \pm 0.6) \cdot 10^{-14}$ sec. Der 1408 keV Übergang ist damit im Vergleich zur Weißkopf-Abschätzung um einen Faktor $R = 155$ retardiert.

Observation of monoenergetic positrons in the decay of Eu^{152}

Abstract

The positron spectrum of Eu^{152} has been measured with an iron-free high-transmission β -spectrometer of the orange type. The endpoint energies of the β^+ -spectra were newly determined ($W_{\text{O}}^{122} = 729 \pm 1.5$ keV and $W_{\text{O}}^{366} = 483 \pm 6$ keV). The multipolarity of the 1408 keV transition in Sm^{152} was confirmed to be E1 by measuring the ratio $\alpha_{\text{ip}}/\alpha_{\text{K}} = 0.39 \pm 0.04$. The relative intensity of the monoenergetic positron line of the same transition is $N_{\text{p}}/N_{\gamma} = (9.3 \pm 4.5) \cdot 10^{-8}$. This value leads to a lifetime $\tau = (1.3 \pm 0.6) \cdot 10^{-14}$ sec for the 1530 keV level in Sm^{152} . Consequently the retardation factor for the 1408 keV transition compared to the Weisskopf-estimate is $R = 155$.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. EINLEITUNG	1
2. ELEKTROMAGNETISCHE ÜBERGÄNGE IN KERNEN	2
2.1. Prozesse erster und zweiter Ordnung	3
2.1.1. γ -Emission	5
2.1.2. Innere Konversion	7
2.1.3. Innere Paarbildung	8
2.1.4. Monoenergetische Positronen	10
2.1.4.1. Koeffizienten der monoenergetischen Positronenbildung	11
2.1.4.2. Intensität der monoenergetischen Positronenlinie	12
2.1.4.3. Einfluß der Lebensdauern	13
3. EXPERIMENTELLE BEOBACHTUNGEN	15
3.1. Kriterien zur Auswahl der Kerne	15
3.2. Bisherige Messungen	17
3.3. Neue Untersuchungen am Kern Eu^{152}	18
3.3.1. Das Spektrometer	19
3.3.2. Der Nachweiszähler	20
3.3.3. Herstellung und Qualität der Quelle	20
3.4. Meßverfahren und Meßergebnisse	23
4. AUSWERTUNG	27
4.1. Die β^+ -Spektren	27
4.2. Die Paarpositronenspektren	30
4.3. Die K-Konversionslinie des 1408 keV E1-Übergangs	33
4.4. Die monoenergetische Positronenlinie	34
4.5. Numerische Resultate	36
4.5.1. α_{ip}/α_K -Verhältnis	36
4.5.2. Lebensdauer des 1530 keV Zustands im Sm^{152}	36
5. DISKUSSION	

A N H A N G

	Seite
A. DAS SPEKTROMETER	40
A.1. Beschreibung	40
A.2. Justierung	43
A.3. Eichung	46
A.4. Transmission und Auflösungsvermögen	46
B. TESTMESSUNGEN MIT DEM POSITRONENDETEKTOR	49
C. BERECHNUNG VON PAARBILDUNGSKOEFFIZIENTEN IN DER COULOMB'SCHEN NÄHERUNG	52

1. EINLEITUNG

Das Auftreten monoenergetischer Positronen beim Zerfall von Kernen wurde von L.A. SLIV¹ vorausgesagt. Er hat auch erste Rechnungen zur Bestimmung ihrer Intensität vorgelegt.

Der Prozeß ist ähnlich der inneren Paarbildung, mit dem Unterschied, daß das Elektron in einen gebundenen Zustand der Hülle übergeht. Dies ist möglich beim Vorhandensein eines Loches in der Elektronenhülle z.B. nach einem Elektroneneinfang. Das emittierte Positron ist dann monoenergetisch.

Im alten Dirac'schen Bild wird bei diesem Prozeß ein Elektron mit negativer Energie aus dem Elektronensee in einen gebundenen Zustand der Atomhülle gehoben. Die Lücke im Elektronensee erscheint dann als monoenergetisches Positron. Die Intensität solcher monoenergetischer Positronen hängt unter anderem von der Lebensdauer des γ -instabilen Ausgangsniveaus im Kern ab. Die Untersuchung monoenergetischer Positronen bietet daher im Prinzip eine Methode zur Bestimmung kurzer Lebensdauer von Kernzuständen im Bereich von 10^{-19} - 10^{-14} sec.

Weiterhin geht in die Intensität der beobachteten Positronenlinie die Ordnungszahl des Kerns, die γ -Übergangsenergie, die Lebensdauer des K-Niveaus der Atomhülle, sowie die Multipolarität des γ -Übergangs ein. Die Vielfalt dieser Bedingungen beschränkt die Möglichkeit der Beobachtung solcher Positronen auf eine kleine Zahl von Isotopen. Bis jetzt liegen Messungen an den Kernen Bi^{205} , Bi^{206} und Eu^{152} vor²⁻¹⁰. Dabei traten die Positronenlinien nur sehr schwach auf. Ihre gesicherte Beobachtung ist offenbar außerordentlich schwierig.

Beim Kern Eu^{152} treten wegen des komplexen kontinuierlichen Untergrundes zusätzliche Komplikationen auf. Der Untergrund rührt von einer Vielzahl von β^+ - und Paarpositronenspektren her. Das ist der Grund, weshalb bei diesem Kern widersprüchliche Ergebnisse über die Intensität der monoenergetischen Positronenlinie vorliegen⁶⁻¹⁰. Es war das Ziel der vorliegenden Arbeit, diese Unstimmigkeiten aufzuklären.

Für die im folgenden beschriebenen Untersuchungen am Eu^{152} wurde ein eisenfreies Betaspektrometer vom Orangentyp verwendet. Dieser Spektrometertyp zeichnet sich durch seine außergewöhnlich hohe Transmission aus. Es erfaßt mehr als 10% der in den vollen Raumwinkel emittierten Teilchen¹¹⁻¹³. Es war die Meinung, daß eine so schwache Positronenlinie, wie die monoenergetische nach dem 1408 keV E1-Übergänge im Sm^{152} , damit besser als bisher beobachtet werden könnte. Trotz Ausschöpfung aller gegebenen Möglichkeiten erlaubt die vorliegende Messung nur die Angabe einer oberen Grenze für die Positronenintensität. Die daraus gewonnene Lebensdauer des fraglichen Kernniveaus vom Sm^{152} wurde mit der Voraussage des Einzelteilchenmodells verglichen. Wie bei E1-Übergängen üblich, ist der betroffene γ -Übergang im Vergleich zur sogenannten Weißkopf-Abschätzung retardiert und zwar mit einem Faktor etwa 10^2 .

Die beim Zerfall von Eu^{152} zusätzlich auftretenden β^+ -Spektren wurden nach den Berechnungen von H. BEHRENS und J. JÄNECKE^{14, 15, 16} ausgewertet. Dabei wurden die Endpunktsenergien mit einer bisher nicht erreichten Genauigkeit ermittelt. Die Form der im kontinuierlichen Untergrund enthaltenen Paarpositronenspektren wurde nach den Ergebnissen von R. LOMBARD¹⁷ und B.N. BELYAEV¹⁸ neu berechnet. Für die Koeffizienten der monoenergetischen Positronenbildung wurde der von R. LOMBARD und F. RYS¹⁹ berechnete Wert verwendet.

2. ELEKTROMAGNETISCHE ÜBERGÄNGE IN KERNEN

Eine der wesentlichen Methoden zum Verständnis der Kernstruktur ist die Aufstellung von Zerfallsschemata angeregter Kernen. Dazu werden Energie, Spin, Parität und Multipolarität der betreffenden Kernzustände bestimmt. Die Ergebnisse werden mit Hilfe von Kernmodellen beschrieben, die ihrerseits über das Kernpotential Auskunft über die fundamentalen Wechselwirkungen geben. Eine dieser Wechselwirkungen ist die elektromagnetische, die unter den bisher bekannten die am besten verstandene darstellt.

2.1 Prozesse erster und zweiter Ordnung

Ein angeregter Kern kann, wenn aus energetischen Gründen keine Teilchenemission möglich ist, entweder durch Emission eines reellen Photons (Prozeß erster Ordnung, Abb.1a), oder aber durch Emission eines virtuellen Photons, das dann von einem Elektron absorbiert wird (Prozesse zweiter Ordnung, Abb. 1b) in einen energetisch niedrigeren Zustand übergehen. Die wichtigsten Prozesse zweiter Ordnung sind die innere Konversion, die innere Paarzeugung und die Erzeugung von monoenergetischen Positronen. Der mathematische Formalismus zur Beschreibung der Prozesse zweiter Ordnung wird nach Abb. 1b für alle Prozesse dieser Kategorie der gleiche sein. Diese Prozesse unterscheiden

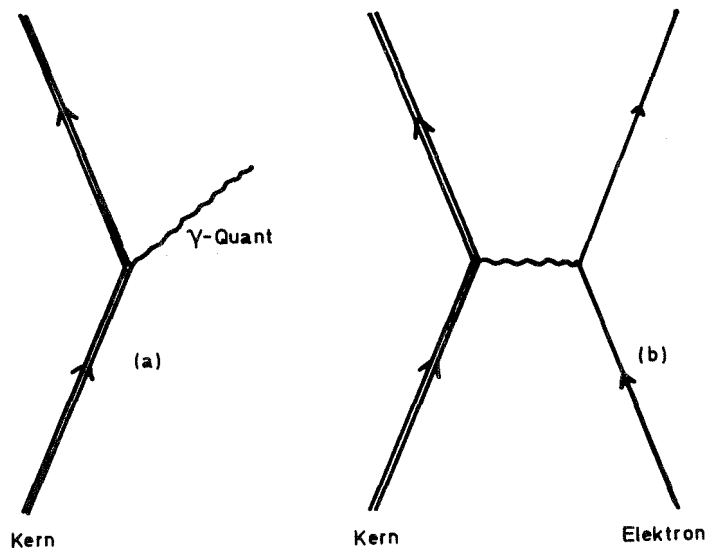


Abb. 1: Feynman-Diagramme für Prozesse (a) erster Ordnung (γ -Emission) und (b) zweiter Ordnung (innere Konversion, innere Paarbildung, Erzeugung von monoenergetischen Positronen).

sich untereinander nur durch den verschiedenen Anfangs- bzw. Endzustand des Elektrons (Abb.2). Bei der inneren Konversion wird das Elektron aus einem gebundenen Zustand ins Kontinuum gebracht. Bei der inneren Paarbildung wird das Elektron bei ausreichender Energiezufuhr vom Dirac'schen Elektronensee der negativen Energien ins Kontinuum gebracht. Die Lücke wird dabei als Positron im Kontinuum erscheinen. Ein ähnlicher Prozeß liegt bei der Erzeugung von monoenergetischen Positronen vor. Dort wird das Elektron vom Zustand negativer Energie in einen gebundenen Zustand in der Atomhülle gebracht. Wegen der vorgegebenen Energien der beteiligten Zustände wird das Positron dann monochromatisch emittiert.

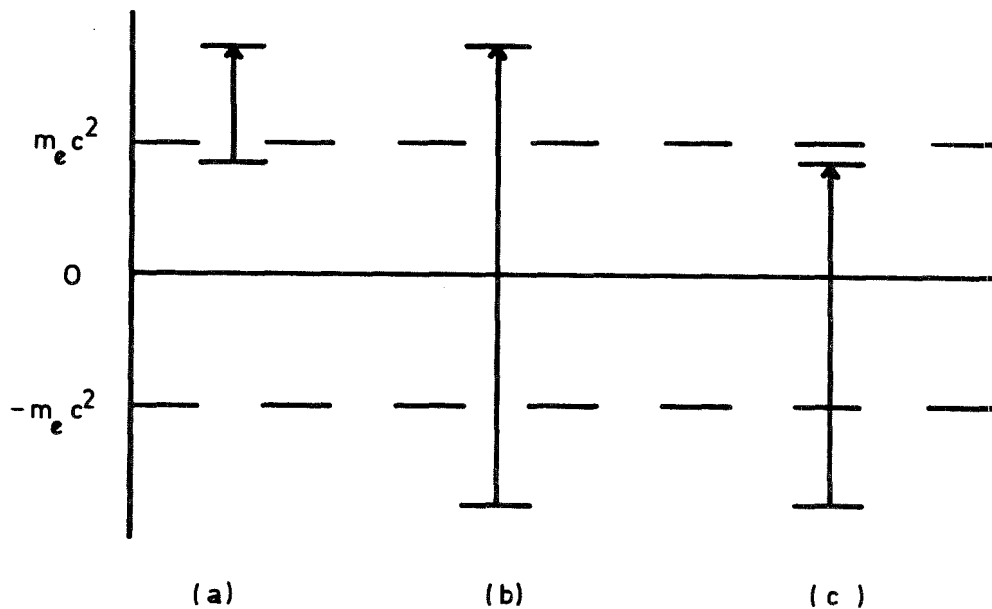


Abb. 2: Anfangs- und Endzustände des Elektrons bei den Prozessen zweiter Ordnung:

- a) Innere Konversion
- b) Innere Paarbildung
- c) Erzeugung von monoenergetischen Positronen

Elektromagnetische Übergänge unterliegen gewissen Auswahlregeln, die aus den Erhaltungssätzen für Drehimpuls und Parität folgen. Sind J_i, π_i und J_f, π_f Spin und Parität des Anfangs- bzw. Endzustandes, dann muß die Multipolordnung des Strahlungsfeldes l folgenden Beziehungen genügen:

$$\pi_i \cdot \pi_f = (-1)^l \quad \text{für elektrische Übergänge}$$

$$\pi_i \cdot \pi_f = (-1)^{l+1} \quad \text{für magnetische Übergänge.}$$

$$\text{und } |J_f - J_i| \leq l \leq J_f + J_i$$

In der Regel trägt nur die niedrigst mögliche Multipolordnung zum Übergang bei.

2.1.1 γ -Emission

Der angeregte Kern wird in den meisten Fällen seine Energie durch γ -Emission abgeben. Die Übergangswahrscheinlichkeit für diesen Prozeß wird mit der "goldenen Regel" der Störungstheorie errechnet:

$$T_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{h} |\langle f | H' | i \rangle|^2 \frac{dN}{dE} .$$

Dabei ist H' der Hamilton-Operator der Wechselwirkung und dN/dE gibt die Zahl der Zustände pro Energieintervall im Endzustand an. Die Übergangswahrscheinlichkeit $T_{i \rightarrow f}$ im Falle der elektrischen Multipolmomente E_l ergibt sich zu ²⁰:

$$T_{i \rightarrow f} = \frac{8\pi(1+1)}{1[(2l+1)!!]^2} \frac{e^2}{h} K^{2l+1} B(i \rightarrow f)$$

$B(i \rightarrow f)$, die reduzierte Übergangswahrscheinlichkeit läßt sich am einfachsten berechnen, wenn man Einzelteilchenübergänge im Schalenmodell annimmt. Man hat dann:

$$B(i \rightarrow f) = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{3}{3+1}\right)^2 R^{2l}$$

mit R = Kernradius.

Die in dieser Weise berechneten Übergangswahrscheinlichkeiten bilden die sogenannte Weißkopf-Abschätzung.

Abb.3 zeigt die in der Weißkopf-Abschätzung berechneten Lebensdauern (Kehrwerte der Übergangswahrscheinlichkeit) für die elektrische Dipolstrahlung (nach²¹). Eine systematische Klassifizierung der experimentell gewonnenen Werte zeigt, daß die E1-Übergänge gegenüber der "Weißkopf-Abschätzung" durch Faktoren zwischen 10^3 bis 10^7 retardiert sind²². Das liegt daran, daß überwiegend keine Einzelteilchen- sondern kompliziertere Mehrteilchenübergänge vorliegen. Damit ist man auf eine empirische Bestimmung der Übergangswahrscheinlichkeiten angewiesen. Dagegen sind E2-Übergänge im allgemeinen schneller im Vergleich zu den Weißkopf-Werten.

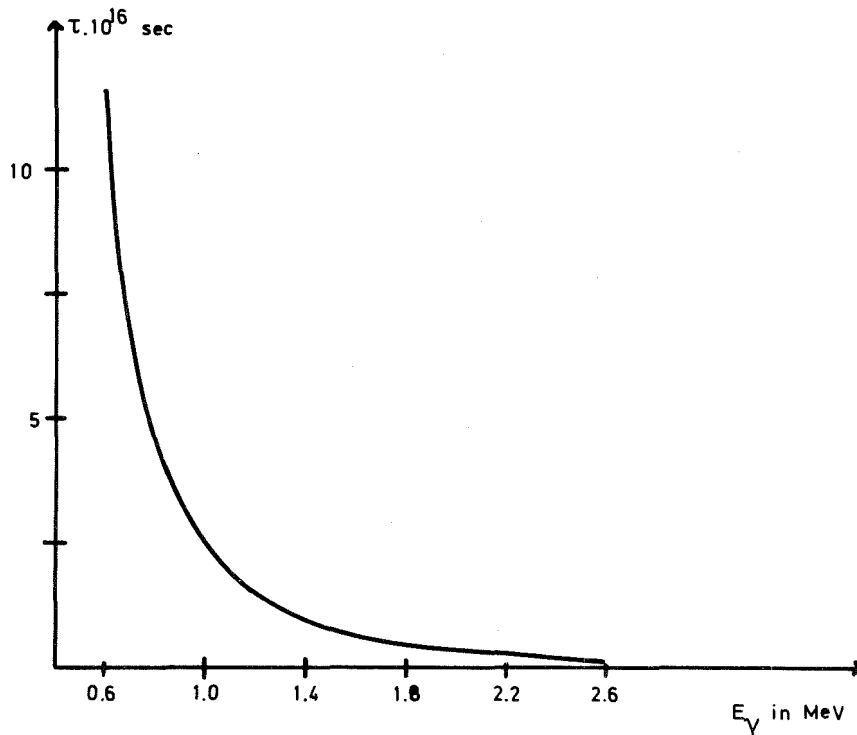


Abb. 3: Lebensdauer der Ausgangsniveaus im Kern für E1-Übergänge berechnet nach dem Einzelteilchenmodell (ref.²¹).

2.1.2 Innere Konversion

Bei diesem Prozeß wird durch die sprunghafte Veränderung des elektromagnetischen Feldes im Kern ein Hüllenelektron abgestoßen. Das Elektron wird von einem gebundenen Zustand in einen Zustand des Kontinuums gebracht. Das emittierte Elektron hat dann die kinetische Energie

$$E_K = E_\gamma - |E_B|$$

wobei E_γ die Übergangsenergie und E_B die Bindungsenergie des konvertierten Elektrons sind. Der totale innere Konversionskoeffizient α_{iK} ist als das Verhältnis der Gesamtzahl N_e der aus allen Atomschalen emittierten Elektronen zur Zahl N_γ der emittierten γ -Quanten des betrachteten Übergangs gegeben

$$\alpha_{iK} = \frac{N_e}{N_\gamma}$$

$\alpha_K, \alpha_L, \alpha_M, \dots$ sind die absoluten Konversionskoeffizienten für die K-, L-, M-, ... Schalen. Es gilt dann

$$\alpha_{iK} = \alpha_K + \alpha_L + \alpha_M + \dots$$

Im allgemeinen Fall hängen die inneren Konversionskoeffizienten von der Übergangsenergie, der Multipolarität des Strahlungsfeldes, der Elektronen- und Kernwellenfunktionen ab. In manchen Fällen genügt es, den Kern als eine elektrische Punktquelle anzusehen. Dann gibt es keine Überlappung zwischen den Kern- und Elektronenwellenfunktionen und der innere Konversionskoeffizient hängt nur von der Wellenfunktion des Elektrons ab. Die Annahme eines Punktkerns führt jedoch in vielen Fällen zu beträchtlichen Unterschieden (bis zu 40%) zwischen den theoretischen und experimentellen Werten der Konversionskoeffizienten. Die realistische Annahme eines ausgedehnten Kerns ermöglicht eine Erklärung für diese Diskrepanzen: sie werden durch die sogenannten Durchdringungseffekte verursacht. Damit ist gemeint, daß ein Hüllenelektron eine gewisse Aufenthaltswahrscheinlichkeit

am Kernort aufweist. Es wird dann durch die Kenntnis der "Durchdringungsmatrixelemente" ein Einblick in die innere Struktur des Kerns gewonnen²³.

In der Literatur findet man zahlreiche Berechnungen von Konversionskoeffizienten²⁴⁻²⁷. Die Kurve der Abb.4 für $Z=62$ und für E1-Übergänge beruht auf Rechnungen von R.S. HAGER und E.C. SELTZER²⁷.

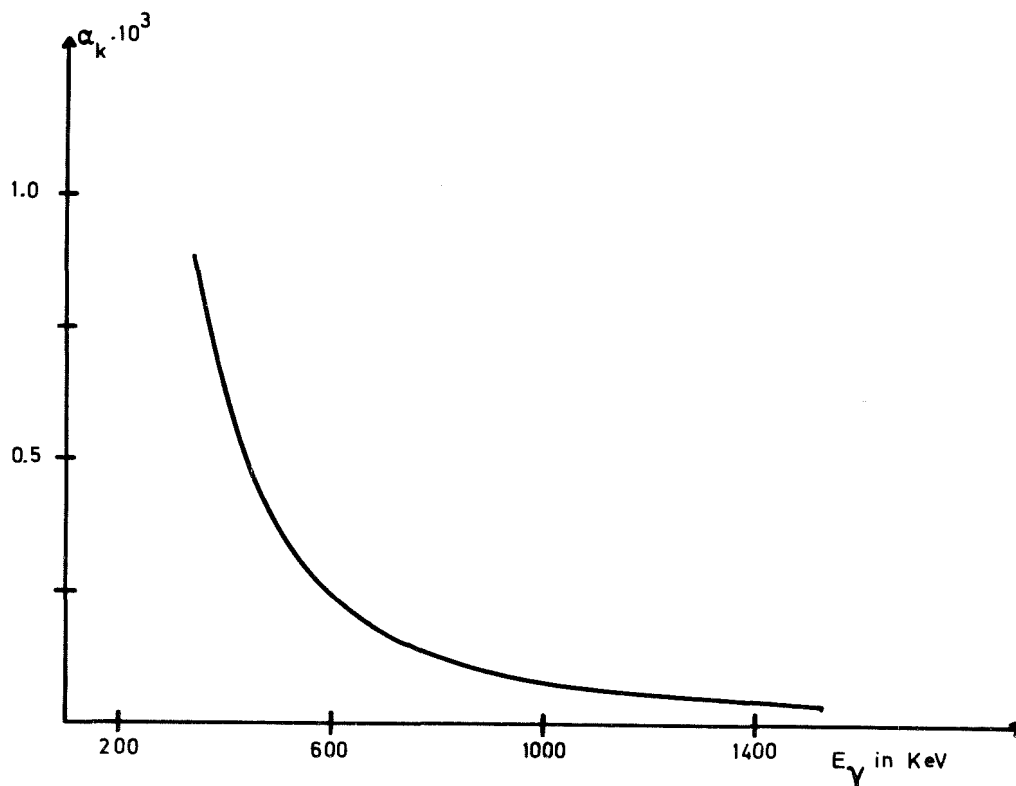


Abb. 4: Konversionskoeffizienten für E1-Übergänge und für $Z=62$ nach ref.²⁷.

2.1.3 Innere Paarbildung

Wenn die Übergangsenergie größer als $2m_e c^2$ ist (m_e = Ruhemasse des Elektrons), kann die Energie dazu verwendet werden, ein Elektron-Positron Paar zu bilden. Das ist gleichbedeutend mit der Annahme, daß ein Elektron vom Zustand einer negativen

Energie im Dirac'schen Elektronensee in einen Zustand des Kontinuums gebracht wird. Dabei tritt das entstandene Loch als das Positron auf. Man definiert den Paarbildungskoeffizienten α_{iP} als Verhältnis der Zahl N_P der emittierten Elektron-Positron Paare zur Zahl N_γ der emittierten γ -Quanten

$$\alpha_{iP} = \frac{N_P}{N_\gamma} .$$

Diese Koeffizienten sind, wie die inneren Konversionskoeffizienten, von der Multipolarität des Strahlungsfeldes und den Elektronenwellenfunktionen abhängig. Im Gegensatz zur inneren Konversion aber nehmen die Paarbildungskoeffizienten mit der Energie zu. Da für eine Zweiteilchenemission die Anwesenheit eines Stoßpartners notwendig ist, erwartet man ein kontinuierliches Energie- bzw. Impulsspektrum. Man führt daher differentielle Paarbildungskoeffizienten $d\alpha_{iP}/dE$ ein. Offensichtlich gilt

$$\alpha_{iP} = \int_0^{E_0} \frac{d\alpha_{iP}}{dE} dE .$$

Bisher sind Berechnungen für EO^{-28} , $E1^{-17,18,29}$, $E2^{-17,29}$ und $M1^{-17,18}$ Übergänge durchgeführt worden. Hierzu werden Dirac'sche Elektronenwellenfunktionen verwendet. Die endliche Ausdehnung des Kerns und die Durchdringungseffekte tragen zum Paarbildungskoeffizienten wenig bei (0,1% nach ref.¹⁷).

Die Spektrumsform $d\alpha_{iP}/dE$ der Paarpositronen bzw. -elektronen wird im Coulombfeld des Kerns verzerrt. Abb.5 zeigt die Spektrumsform von Paarpositronen in der Coulomb'schen Näherung (Annahme eines Punktkerns) für verschiedene Ordnungszahlen und für

$$k = \frac{E_\gamma}{m_e c^2} = 3 .$$

Eine Berechnung des differentiellen Paarbildungskoeffizienten für E1-Übergänge in der Coulomb'schen Näherung wird im Anhang C erläutert.

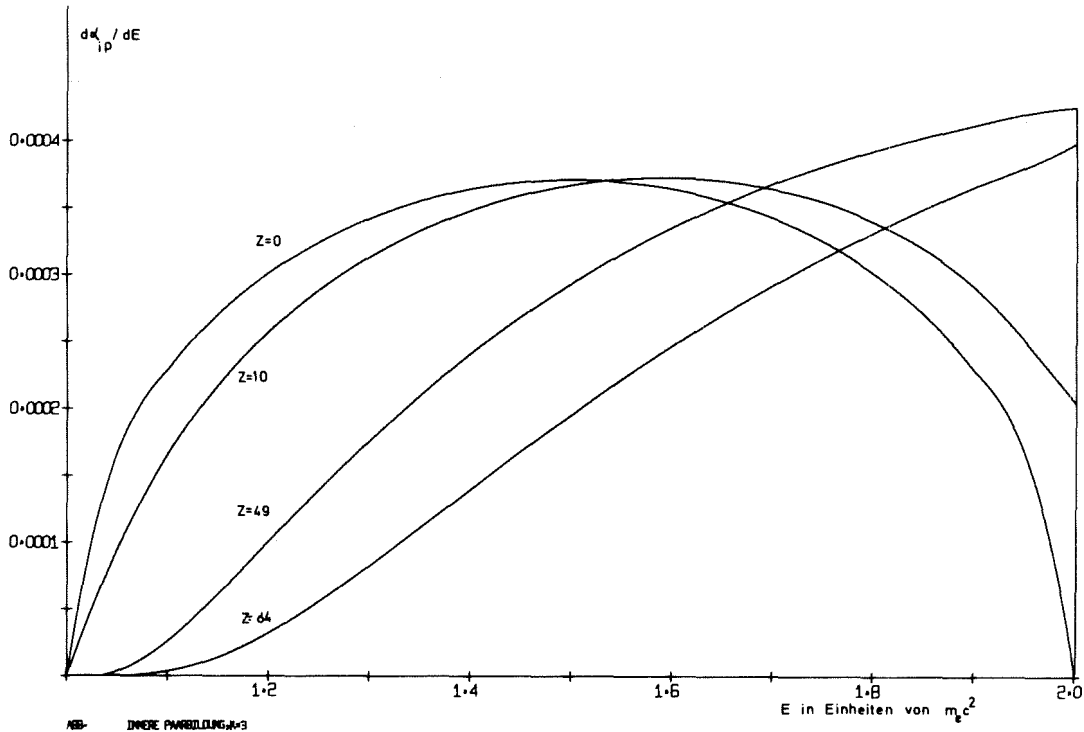


Abb. 5: Paarpositronenspektren für verschiedene Ordnungszahlen bei $k=3$ ($k = \text{Übergangsenergie}/m_e c^2$) und E1-Übergänge

2.1.4 Monoenergetische Positronen

Die monoenergetische Positronenbildung unterscheidet sich von der inneren Paarbildung dadurch, daß der Endzustand des Elektrons nicht mehr im Kontinuum liegt, sondern ein gebundener Zustand in der Atomhülle ist. Voraussetzung dafür ist das Vorhandensein eines Loches in der Atomhülle. Das Loch kann z.B. durch Elektroneneinfang oder durch innere Konversion gebildet werden. Das Positron wird dann mit einer definierten kinetischen Energie emittiert. Seine Energie beträgt

$$E_K = E_\gamma - 2m_e c^2 + |B_K| \quad (1)$$

wobei E_γ die Übergangsenergie, m_e die Elektronenruhemasse und B_K die Bindungsenergie des Elektrons in der Atomhülle sind.

Da dieser Prozeß am wahrscheinlichsten in der K-Schale stattfindet, haben wir den Index K benutzt.

2.1.4.1 Koeffizienten der monoenergetischen Positronenbildung

Wie bei den anderen Prozessen zweiter Ordnung definiert man auch hier Koeffizienten der monoenergetischen Positronenbildung α_P

$$\alpha_P = \frac{T_P}{T_\gamma} \quad (2)$$

Dabei sind T_P und T_γ die Emissionswahrscheinlichkeiten für monoenergetische Positronen bzw. γ -Quanten.

Der Prozeß der monoenergetischen Positronenbildung wurde von L.A. SLIV¹ vorhergesagt. Von demselben Autor stammen auch die ersten Berechnungen der Koeffizienten α_P für die E1-, E2- und M1-Multipolordnungen. R. LOMBARD und F. RYS¹⁹ haben diese Koeffizienten für den Fall der E1-Übergänge neu errechnet. Abb.6 zeigt das Resultat: Die Koeffizienten stimmen mit denen früheren Berechnungen von L.A. SLIV nicht überein.

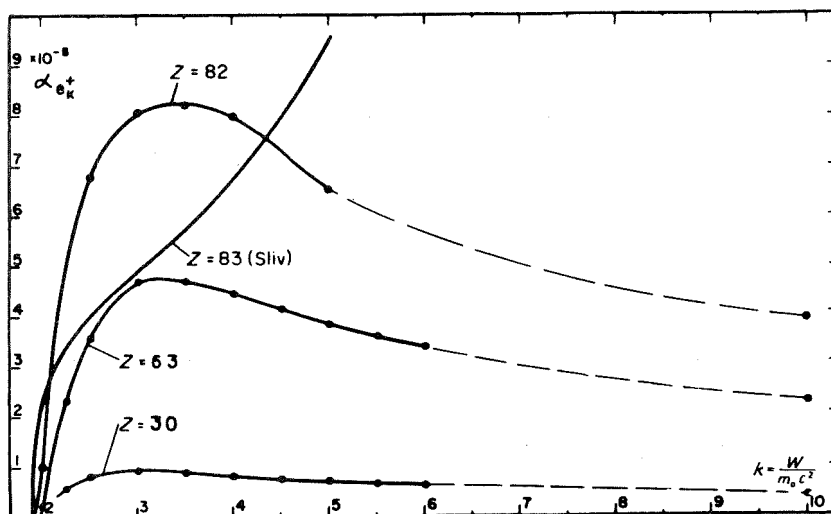


Abb. 6: Monoenergetische Positronenbildungskoeffizienten¹⁹.

Alle Rechnungen wurden mit der Annahme eines punktförmigen Kerns durchgeführt, d.h. alle durch das endliche Kernvolumen verursachten Effekte wurden vernachlässigt. Der Beitrag der Abschirmung durch die Hüllenelektronen wurde ebenfalls nicht berücksichtigt.

2.1.4.2 Intensität der monoenergetischen Positronenlinie

Die Zahl N_P der emittierten monoenergetischen Positronen wird gegeben durch

$$N_P = N P_K \frac{T_P}{T_t} \frac{\tau_K}{\tau + \tau_K} \quad (3)$$

wobei N die totale Zahl der Zerfälle, P_K die Wahrscheinlichkeit für den K-Einfang, T_P die Übergangswahrscheinlichkeit mit Emission von monoenergetischen Positronen, T_t die totale Übergangswahrscheinlichkeit, τ_K die Lebensdauer des K-Loches in der Atomhülle und τ die Lebensdauer des Kernniveaus sind. Der Faktor $\tau_K / (\tau + \tau_K)$ garantiert die zeitliche Überlappung des Hüllenlochzustands und der Besetzung dieses Zustandes durch das Paarelektron.

Die Zahl N_γ der emittierten γ -Quanten ist

$$N_\gamma = N \frac{T_\gamma}{T_t} \quad (4)$$

wobei T_γ die Übergangswahrscheinlichkeit mit γ -Emission ist.

Faßt man Gleichungen 2,3 und 4 zusammen, dann gilt:

$$\frac{N_P}{N_\gamma} = P_K \alpha_P \frac{\tau_K}{\tau + \tau_K} \quad (5)$$

Die Koeffizienten der monoenergetischen Positronenbildung α_P und die K-Einfangswahrscheinlichkeit P_K lassen sich für bekannte Zerfallsschemata berechnen, die Atomhüllenlebensdauern τ_K werden aus Röntgenlinienbreitenmessungen und durch Messung von Konversionslinienbreiten bestimmt^{30, 31}. Dann läßt sich durch eine Messung von N_P / N_γ die Lebensdauer τ des fraglichen Kernzustandes gewinnen.

2.1.4.3 Einfluß der Lebensdauern

Nach Gl.5 hängt die Intensität der monoenergetischen Positronenlinie unter anderem auch vom Faktor $\tau_K/\tau+\tau_K$ ab, der die Lebensdauern τ des Kernniveaus und τ_K des Lochzustandes in der K-Schale enthält.

Man unterscheidet zwei Grenzfälle

$$\tau \gg \tau_K \text{ dann gilt } \frac{\tau_K}{\tau+\tau_K} \approx \frac{\tau_K}{\tau} \quad (6)$$

$$\tau \ll \tau_K \text{ dann gilt } \frac{\tau_K}{\tau+\tau_K} \approx 1 \quad (7)$$

Die Größe des Lebensdauerverhältnisses τ_K/τ ist wesentlich für die Beobachtung der monoenergetischen Positronen.

Lebensdauer der Hüllenlöcher

Das nach dem Elektroneneinfang entstandene Hüllenloch kann durch Röntgenemission und/oder durch Auger-Elektronenemission wieder besetzt werden. Die Übergangswahrscheinlichkeit für diese Prozesse bestimmen die Lebensdauer des Hüllenlochs. Die Übergangswahrscheinlichkeit für Röntgenemission wird in ref. ³¹ behandelt. Auger-Übergangswahrscheinlichkeiten werden in ref. ³⁰ dargestellt. H.J. LEISI et al. ² geben eine empirische Formel zur Berechnung von K-Niveaubreiten Γ_K an. Sie lautet

$$\Gamma_K = 1.73 \cdot Z^{3.93} \cdot 10^{-6} \text{ eV} \quad (8)$$

Diese Beziehung basiert auf berechneten Röntgenübergangswahrscheinlichkeiten und gemessenen K-Fluoreszenzausbeuten. Aus dieser Beziehung berechnet man über die Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation die Lebensdauern der Löcher in der K-Schale. Abb.7 zeigt den Zusammenhang zwischen Ordnungszahl Z und Lebensdauer τ_K des K-Loches. Die Lebensdauern liegen im Bereich von 10^{-17} sec.

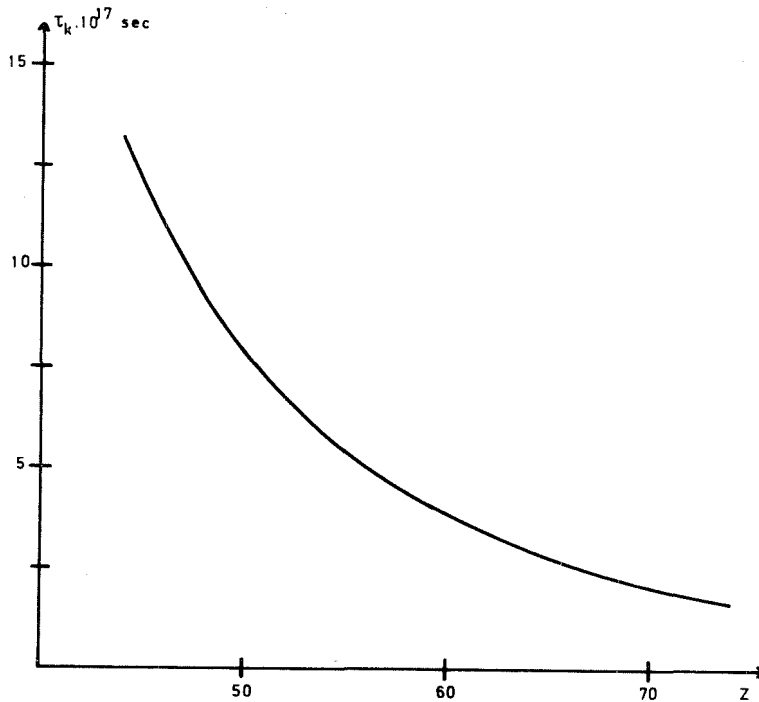


Abb. 7: Lebensdauer der K-Hüllenlöcher nach Gleichung 8

Lebensdauer der Kernniveaus

Die Lebensdauer der K-Schalenlöcher von der Größenordnung von 10^{-17} sec beschränkt die Methode zur Bestimmung von Lebensdauern von Kernniveaus durch Messung der Intensität von monoenergetischen Positronenlinien nach Gl.5 auf die schnellsten γ -Übergänge die überhaupt in Kernen auftreten. Das sind nach der Weißkopf-Abschätzung die E1-Übergänge, die eine Lebensdauer von ca. $10^{-15} - 10^{-19}$ sec haben sollten. Die obere Grenze für die zu messenden Lebensdauern der Kernniveaus wird durch Gl.5 und die apparativ bedingten Nachweiswahrscheinlichkeit für monoenergetische Positronen bestimmt. Wenn man für das Lebensdauer Verhältnis τ_K/τ einen Wert von 10^{-3} in Kauf nehmen kann, dann müssen die Lebensdauern zwischen

$$10^{-19} \text{ sec} < \tau < 10^{-14} \text{ sec}$$

liegen, damit die monoenergetischen Positronenlinien beobachtbar werden.

3. EXPERIMENTELLE BEOBACHTUNGEN

3.1 Kriterien zur Auswahl der Kerne

Nach der vorhergehenden Diskussion über die Intensität einer monoenergetischen Positronenlinie ist offenbar, daß diese nur unter bestimmten prinzipiellen Voraussetzungen zu beobachten sein wird.

- a) Der Prozeß muß zunächst energetisch möglich sein.
Dies ist für Übergangsenergien $E_\gamma > 2m_e c^2 - |B_K|$ der Fall.
Dazu kommt, daß die kinetische Energie der emittierten Positronen mehr als etwa 200 keV betragen soll, da für niedrigere Teilchenenergien erhebliche Nachweisschwierigkeiten auftreten können. Diese Energie soll auch zu einem optimalen Wert für den Koeffizienten der monoenergetischen Positronenbildung α_p führen. Die Energieabhängigkeit der Koeffizienten ist in Abb.6 wiedergegeben. Sie nehmen für E1-Übergänge maximale Werte an¹.
- b) Es muß ein freier Platz in der Elektronenhülle des Atoms vorliegen. Dies ist beispielsweise nach einem Elektroneneinfang oder nach einer inneren Konversion der Fall. In dieser Lücke soll das Elektron des gebildeten Paares eingefangen werden. Die größten Elektroneneinfangswahrscheinlichkeiten P_K liegen für die K-Schale vor.
- c) Die Positronenlinie wird am intensivsten für schnelle Übergänge im Vergleich zur Lebensdauer τ_K des K-Loches in der Atomhülle: Das sind Lebensdauern in der Größenordnung von 10^{-17} sec. Die Einzelteilchen-Abschätzung liefert solche Werte für die E1-Übergänge (Abb.3).
- d) Die Lebensdauer des Mutterkerns soll meßtechnisch günstig sein. Der Kern soll langlebig genug sein, um die Herstellung einer reinen Quelle zu erlauben. Andererseits soll sie die Herstellung von hohen Aktivitäten bei möglichst geringen Massenbelegung gewährleisten.
- e) Der Prozeß der monoenergetischen Positronenbildung soll von möglichst wenigen anderen Übergängen begleitet sein (z.B. innere Paarbildung anderer Übergänge, β^+ -Spektren), die zur Erhöhung des Untergrundes beitragen.

Bei Berücksichtigung der Bedingungen a-d zeigt sich, daß nur wenige Kerne einer Beobachtung von monoenergetischen Positronen zugänglich sind. Für die vorliegenden Untersuchungen wurde das Nuklid Eu^{152} ausgewählt, das nach bisherigen Erkenntnissen die Forderungen a-d am besten erfüllt.

Abb.8 zeigt das vereinfachte Zerfallsschema von Eu^{152} . Der Mutterkern hat im 3^- Grundzustand eine Halbwertszeit von ca. 12 Jahren. Es zerfällt über K-Elektroneneinfang (26%) auf das 1530 keV 2^- -Niveau von Sm^{152} . Dieses Niveau geht überwiegend durch γ -Emission in den ersten angeregten Zustand von Sm^{152} bei 122 keV über. Die Multipolarität dieses 1408 keV-Übergangs wurde durch Messung des inneren Konversionskoeffizienten³² und von γ - γ Winkelkorrelationen³³ als E1 bestimmt.

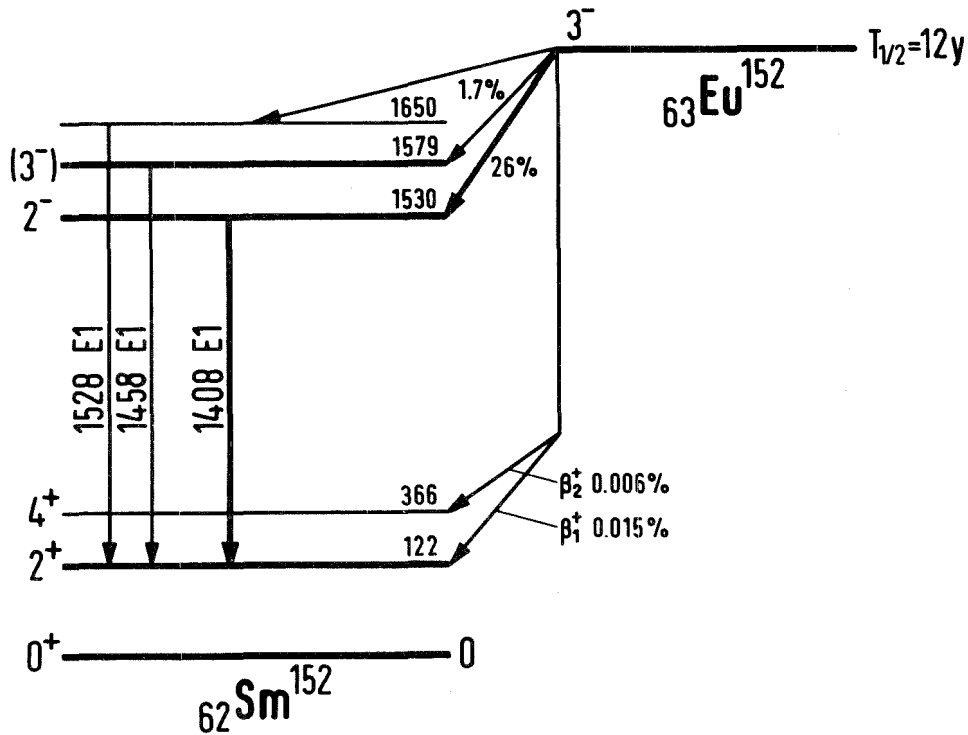


Abb. 8: Vereinfachtes Zerfallsschema von Eu^{152}

Andererseits zerfällt der Mutterkern über β^+ -Emission direkt auf die 122 keV (2^+) (0,015%) und 366 keV (4^+) (0,006%) Niveaus des Tochterkerns Sm^{152} . Diese β -Spektren werden als unerwünschter kontinuierlicher Untergrund unter der gesuchten monoenergetischen Positronenlinie auftreten. Als potentielle Störquellen treten zusätzlich die Paarpositronenspektren von den 1458 keV und 1528 keV Übergängen auf. Diese sind ebenfalls E1-Übergänge^{3 4}. Besonders störend wirkt das Paarpositronenspektrum des 1458 keV Übergangs, da die hochenergetische Kante dieses Spektrums mit der erwarteten Positronenlinie zusammenfällt:

- Energie der monoenergetischen Positronen: $1408 - 1022 + 47 = 433$ keV
- Hochenergetische Kante des störenden Paarpositronenspektrums:
 $1458 - 1022 = 436$ keV.

Die hochenergetische Kante des 1528 keV Paarpositronenspektrums liegt weit über diesen Werten (506 keV) und bildet im zu untersuchenden Bereich nur einen zusätzlichen monotonen Untergrund.

Die γ -Intensitäten der 1408, 1458 und 1528 keV Übergänge stehen in einem Verhältnis von 80.78:1.92:1.0 zueinander^{3 5}.

3.2 Bisherige Messungen

In der Literatur liegen mehrere Arbeiten über die monoenergetischen Positronenlinie des 1408 keV Übergangs im Zerfall von Eu^{152} vor⁶⁻¹⁰. Einige Messungen^{7, 8} wurden mit β -Spektrometern durchgeführt, die nur eine unzureichende Elektron-Positron-Trennung ermöglichen (z.B. Linsenspektrometer). Mit Ausnahme der ref.¹⁰ haben alle anderen Autoren das Paarpositronenspektrum vom 1458 keV Übergang nicht berücksichtigt, da diese zur Zeit der Untersuchungen nicht bekannt war. Die gemessenen relativen Intensitäten der monoenergetischen Positronenlinie N_p/N_γ streuen über einen Bereich von $3 \cdot 10^{-8}$ bis $25 \cdot 10^{-8}$.

Abb.9 gibt das Ergebnis der bisher sorgfältigsten Messung wieder¹⁰. Das experimentelle Spektrum wurde durch einen vereinfachten Least-Square-Fit geglättet^{3 6}. Die durchgezogene Linie

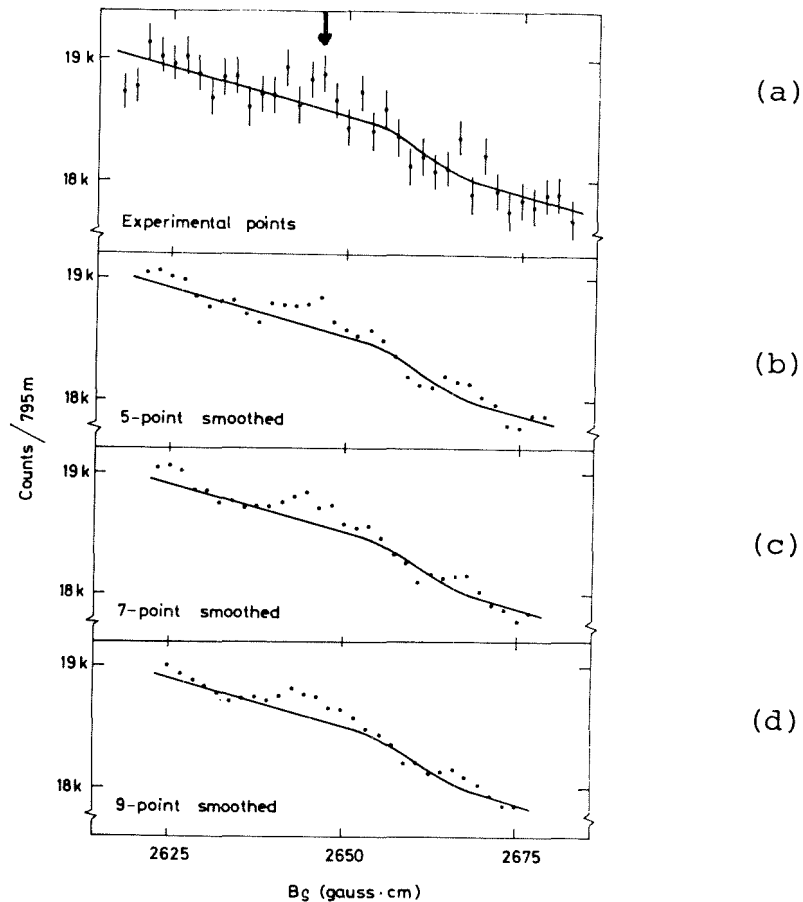


Abb. 9: Positronenspektrum von Eu^{152} . Messung von B. SVAHN et al.¹⁰

- a) gemessenes Spektrum
- b), c), d) geglättete Spektren nach ref.³⁶

zeigt den kontinuierlichen Untergrund, der von den verschiedenen β^+ - und Paarpositronenspektren verursacht wird. Man sieht, daß trotz der vorteilhaften experimentellen Bedingungen (Auflösungsvermögen: 0,3%) die monoenergetische Positronenlinie nur unzureichend in Erscheinung tritt (siehe Pfeil).

Außer beim Eu^{152} sind auch Messungen an den Kernen Bi^{205} und Bi^{206} durchgeführt worden²⁻⁵.

3.3 Neue Untersuchungen am Kern Eu^{152}

Die Tatsache, daß alle bisherigen Messungen am Eu^{152} mit β -Spektrometern niedrigerer Transmission (unter 1,0%) durchgeführt worden sind, hat den Anlaß gegeben, die Messung mit einem

eisenfreien Orangen- β -Spektrometer hoher Transmission zu wiederholen. Dabei sollte eine sicherere Aussage über Existenz und Intensität der monoenergetischen Positronenlinie gewonnen werden.

3.3.1 Das Spektrometer

Für die vorliegenden Messungen wurde ein eisenfreies β -Spektrometer vom Orangentyp benutzt. Das Gerät wurde von der Firma LEYBOLD-HERAEUS nach einem von E. MOLL¹¹⁻¹³ erstellten Prototyp gebaut. Dieser Art von Spektrometern liegen Berechnungen von O. KOFOED-HANSEN et al.³⁷ zugrunde. Die aus einer radioaktiven Quelle emittierten geladenen Teilchen werden in einem Raumwinkel von ca. 20% erfaßt. Dabei wird ein Auflösungsvermögen bis zu 0,3% erreicht^{38, 39}. Ein weiteres Sondermerkmal dieses Spektrometers ist der ringförmige Fokus, der zu einem vergleichsweise hohen Auflösungsvermögen führt. (Die Wahl des Fokus erlaubt übrigens auch Winkelkorrelationsmessungen an Elektronen oder Positronen, die bei Punktfokussierung nicht möglich sind.) Besonders vorteilhaft ist bei diesem Spektrometer das einwandfreie Elektron-Positron Trennungsvermögen: Je nach Richtung des in den Spulen fließenden Stroms werden positiv oder negativ geladene Teilchen fokussiert. Das Spektrometer hat sich besonders für Positronenmessungen als nützlich erwiesen³⁸. Die von der Quelle emittierten oder durch sekundäre Effekte (z.B. Compton-Streuung von γ -Quanten) an den Wänden oder Spulensektoren des Gerätes entstehenden Elektronen werden von dem auf Messung von Positronen eingestellten Magnetfeld gehindert, den Detektor zu erreichen. Andererseits erlauben die Abmessungen des Spektrometers (Länge Quelle-Detektor ca. 60 cm) keine hinreichende Abschirmung der von der Quelle emittierten γ -Strahlung. Dieser Nachteil ist bei Auftreten begleitender γ -Strahlung und Benutzung starker Quellen besonders gravierend. Während der Messungen zur Beobachtung der monoenergetischen Positronenlinie war ein 19 cm dicker Bleiabsorber zwischen Quelle und Detektor gebracht. Weitere Einzelheiten über Bau und Eigenschaften des Spektrometers werden im Anhang A dargestellt.

3.3.2 Der Nachweiszähler

Der mittlere Winkel zwischen den Teilchenbahnen und der Spektrometerachse in der Nähe des Detektors beträgt 45° . Deshalb wurde ein konusförmiger Plastikszintillator verwendet (Abb.10), dessen Kante mit der Spektrometerachse ebenfalls einen Winkel von 45° einschließt. Damit wird erreicht, daß die fokussierten Teilchen senkrecht auf den Szintillator fallen. Die Dicke des Szintillators betrug 7 mm. Diese Szintillatordicke läßt eine vollständige Bremsung der Teilchen im Plastikszintillator bis zu einer kinetischen Energie von 1,5 MeV zu. Die durch den Einfall von Teilchen erzeugten Lichtblitze werden durch einen hohlenzylinderförmigen Lichtleiter auf die Photokathode eines Photomultipliers vom Typ RCA 8053 geführt. Die Wände des Plastikszintillators sowie die äußere Wand des Lichtleiters wurden mit einer lichtreflektierenden Schicht von TiO_2 versehen. Es wurde damit erreicht, daß die Verwendung eines hohlen Lichtleiters keinen nennenswerten Verlust an Lichtausbeute zur Folge hatte. Der hohle Lichtleiter war für andere Anwendungen des Teilchenzählers notwendig (siehe dazu Anhang B).

Die Transmission des Gerätes ist energieunabhängig, wie eine Messung des β^+ -Spektrums von Na^{22} (Anhang B), sowie ein Intensitätsvergleich der Konversionslinien von Bi^{207} gezeigt hat.

3.3.3 Herstellung und Qualität der Quelle

Die radioaktive Eu^{152} Quelle wurde durch Neutronenbestrahlung von Eu^{151} am Forschungsreaktor FR2 des Kernforschungszentrums Karlsruhe hergestellt. Eine Lösung von Europiumchlorid wurde auf eine 3μ Hostaphanfolie getropft. Der Durchmesser der Quelle betrug ca. 2 mm. Die in der Weise vorbereitete Quelle wurde in ein Aluminiumgehäuse (Abb. 11) gebracht, um im Falle einer eventuellen Beschädigung der Quelle eine Kontamination des Spektrometers möglichst zu vermeiden. Die zum Detektor gewandte Seite des Gehäuses wurde mit einer Hostaphanfolie abgedeckt.

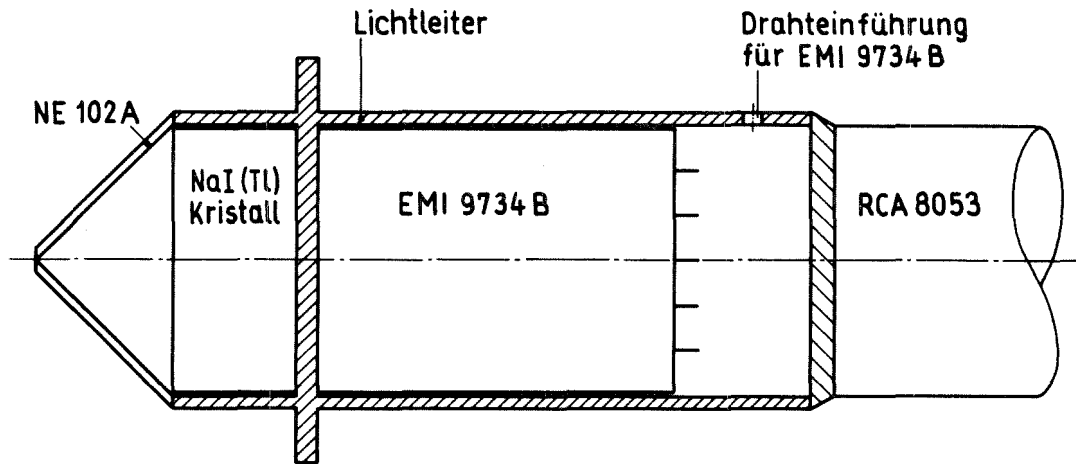
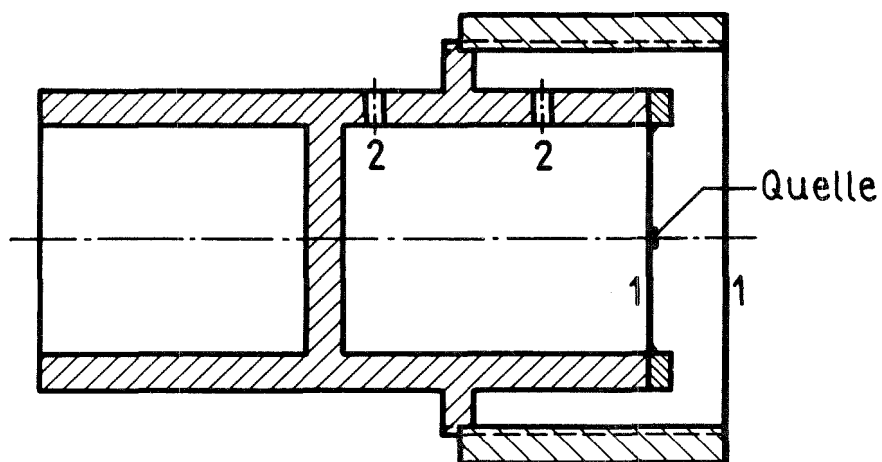


Abb. 10: Aufbau des Nachweizählers (siehe auch Anhang B)



- 1 Hostaphanfolie
- 2 Entlüftungsventile

Abb. 11: Sicherheitspräparatträger für die Eu^{152} Quelle

Ein mit dem Halbleiter- γ -Spektrometer des Instituts für Heiße Chemie aufgenommenes γ -Spektrum der Quelle hat gezeigt, daß diese weitgehend rein ist. Zusammen mit dem Eu^{152} entsteht durch die Bestrahlung auch der langlebige Kern Eu^{154} (Halbwertszeit 16 Jahre). Mit Hilfe der 1275 keV γ -Linie des Gd^{154} wurde die Kontamination der Quelle an Eu^{154} zu weniger als 2% abgeschätzt. Außerdem enthält das γ -Spektrum von Gd^{154} in dem uns interessierenden Bereich von 1300 - 1450 keV keine intensiven störenden Übergänge. Die Messung wurde drei Monate nach der Bestrahlung der Quelle begonnen, um den 9,3 Stunden lebenden metastabilen Zustand des Eu^{152} , sowie andere kurzlebige Isotope weitgehend zerfallen zu lassen. Die Stärke der Quelle betrug etwa 15 mCi.

Abb. 12 zeigt ein halblogarithmisch aufgetragenes γ -Spektrum der Eu^{152} Quelle. Zur weiteren Prüfung der Reinheit der Quelle wurde ein Spektrum der Konversionslinien aufgenommen (Abb. 13), das die Aussage des γ -Spektrums bestätigt. Besonders die Intensität der K-Linie vom 723 keV Übergang des Gd^{154} zeigt, daß die Kontamination an Eu^{154} zu vernachlässigen ist.

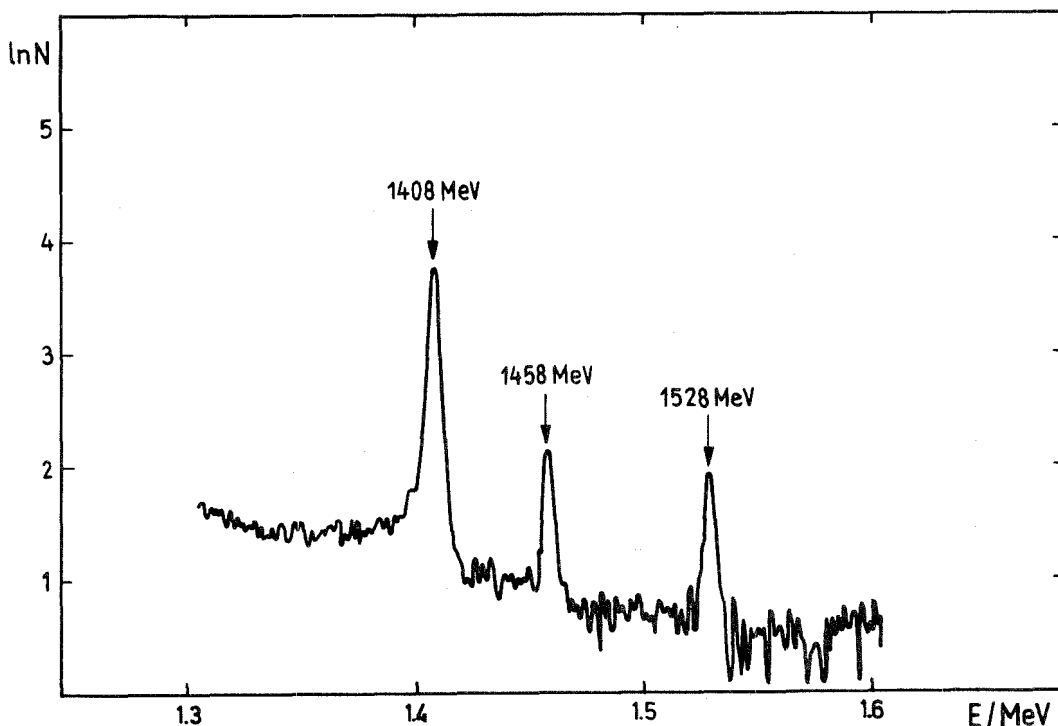


Abb. 12: Teil des γ -Spektrums der Eu^{152} Quelle. Das Bild zeigt, daß im Bereich von 1,4 - 1,6 MeV die Quelle weitgehend rein ist.

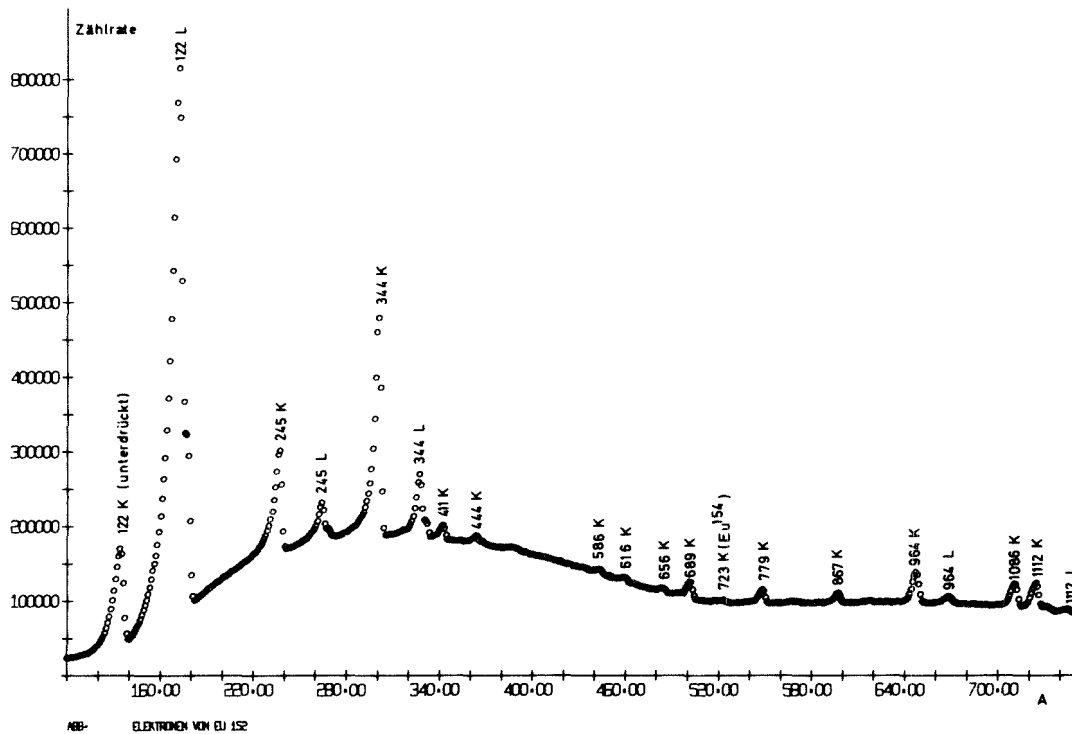


Abb. 13: Elektronenspektrum der Eu^{152} Quelle

Geometrie und Massenbelegung der Quelle hat eine Messung mit einem Auflösungsvermögen von 0,8 % erlaubt.

3.4 Meßverfahren und Meßergebnisse

Nach dem gut gesicherten Zerfallsschema von Eu^{152} werden folgende Positronenspektren erfaßt:

a) Der vom Grundzustand des Eu^{152} zum 122 keV Energieniveau von Sm^{152} führenden β^+ -Übergang. Die Intensität dieses Spektrums beträgt 0,015 % der gesamten Zerfallsrate.

b) Der vom Grundzustand des Eu^{152} zum 366 keV Energieniveau von Sm^{152} führende β^+ -Übergang mit einer Intensität von 0,006 %.

Die unter a) und b) genannten β^+ -Spektren sind einfach verboten.

c) Das Paarpositronenspektrum des 1408 keV E1-Übergangs von Sm^{152} .

- d) Das Paarpositronenspektrum des 1458 keV ebenfalls E1-Übergangs, das bei der Beobachtung der monoenergetischen Positronenlinie besonders störend wirkt (siehe dazu 3.1).
- e) Dazu kommt das Paarpositronenspektrum des 1528 keV Übergangs, das wegen seiner höheren Endpunktsenergie im Energiebereich der monoenergetischen Positronenlinie als monotoner Untergrund erscheint.
- f) Schließlich die gesuchte monoenergetische Positronenlinie des 1408 keV Übergangs.

Das Positronenspektrum des Eu^{152} wurde im Strombereich von 300 bis 570 A in Abständen von jeweils 2 A aufgenommen. Um den Impuls in Einheiten von $m_e c$ zu erhalten, muß man die Stromwerte durch die Spektrometerkonstante $A = 248,46$ Amp dividieren (siehe Anhang A.3). Es wurden 18 solche Messungen durchgeführt. Um Einflüsse von eventuellen Schwankungen des Untergrunds statistisch zu beseitigen, wurde eine kurze Meßzeit von 100 sec pro Meßpunkt eingestellt. Die gesamte Meßzeit pro Meßpunkt beträgt dann 1800 sec. Abb.14 zeigt das gemessene Positronenspektrum. Die durchgezogene Kurve in Abb.14 stellt die Summe der Spektren a-d dar (zur Entfaltung der Spektren siehe 4.1, 4.2).

Der Bereich von 360 - 410 A, wo die monoenergetische Positronenlinie des 1408 keV Übergangs erwartet wird, wurde 160 mal überstrichen mit einer Gesamtmeßzeit von 16000 sec pro Punkt. Abb.15 zeigt das Ergebnis dieser Messung. Im Bereich von 386 A erkennt man eine Erhöhung der Zählrate, die von der monoenergetischen Positronenlinie und der hochenergetischen Kante des Paarpositronenspektrums vom 1458 keV Übergang stammt.

Zwischen den Positronenmessungen wurde in regelmäßigen Zeitabständen die K-Konversionslinie des 1408 keV Übergangs aufgenommen. Die Höhe der Konversionslinie war jeweils ein Hinweis dafür, daß die Quelle unbeschädigt ist. Abb.16 zeigt die gemessene Konversionslinie, die auf dem 1478 keV β^- -Spektrum vom Eu^{152} liegt. Die Gesamtmeßzeit für diese Messung betrug 100 sec pro Punkt.

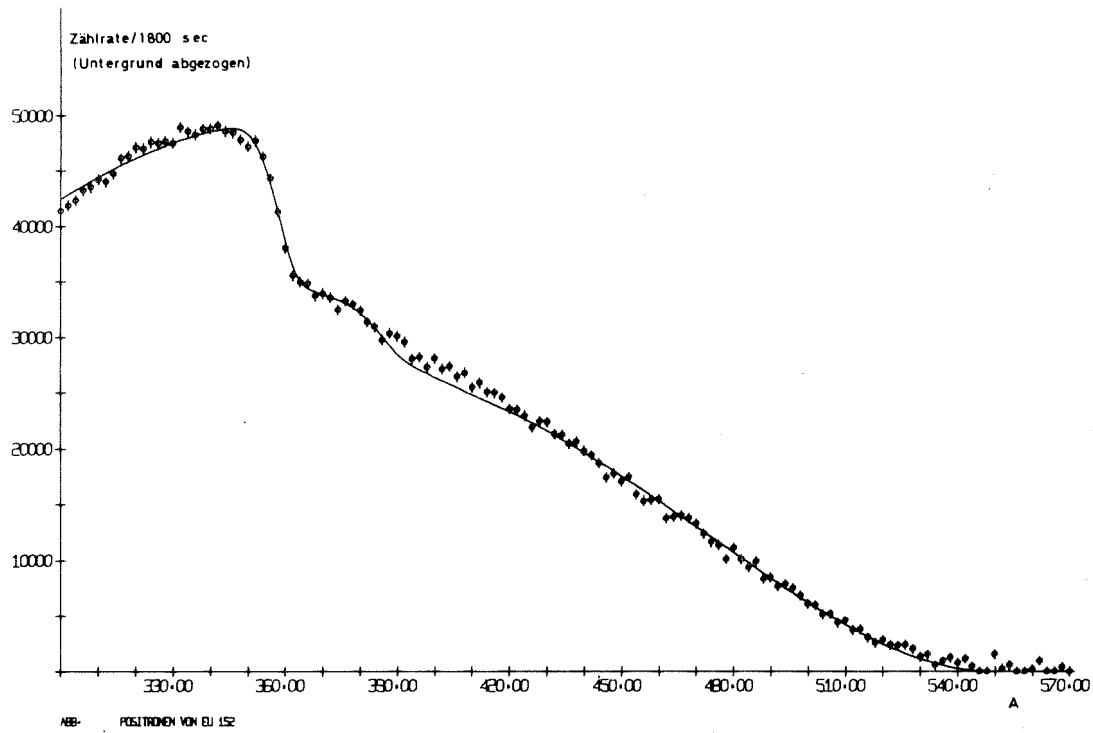


Abb. 14: Positronenspektrum von Eu^{152}
ooo Meßpunkte
— rechnerisch ermittelte Summe der verschiedenen Anteile

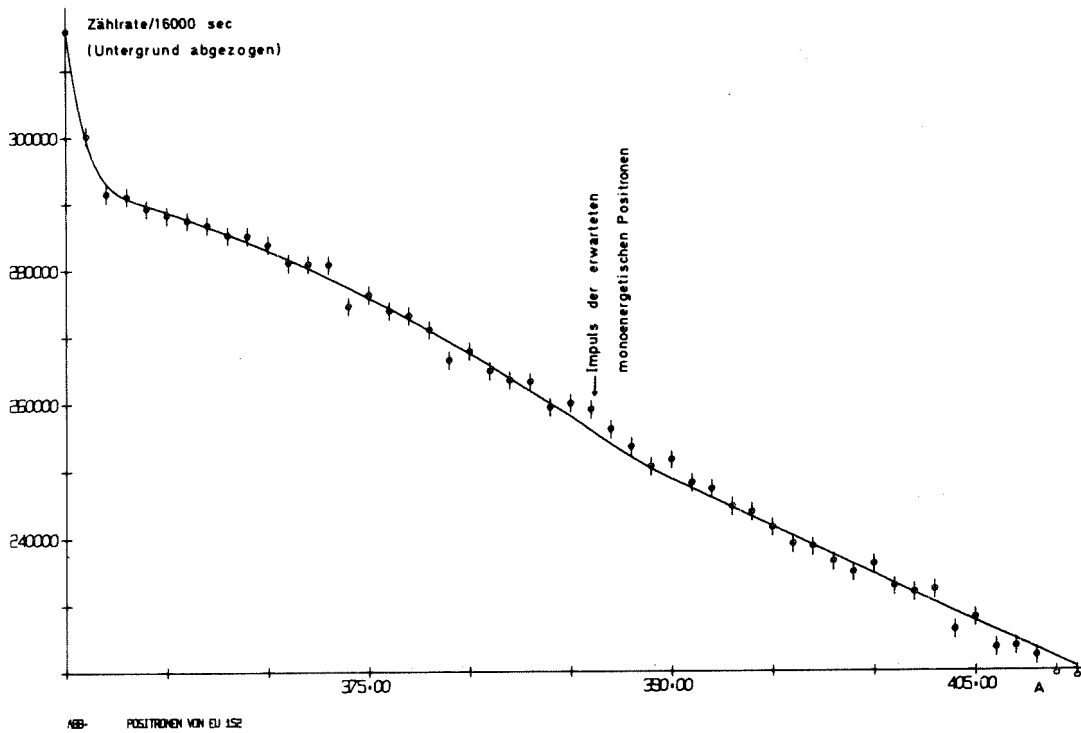


Abb. 15: Positronenspektrum des Eu^{152} im Bereich der monoenergetischen Positronenlinie

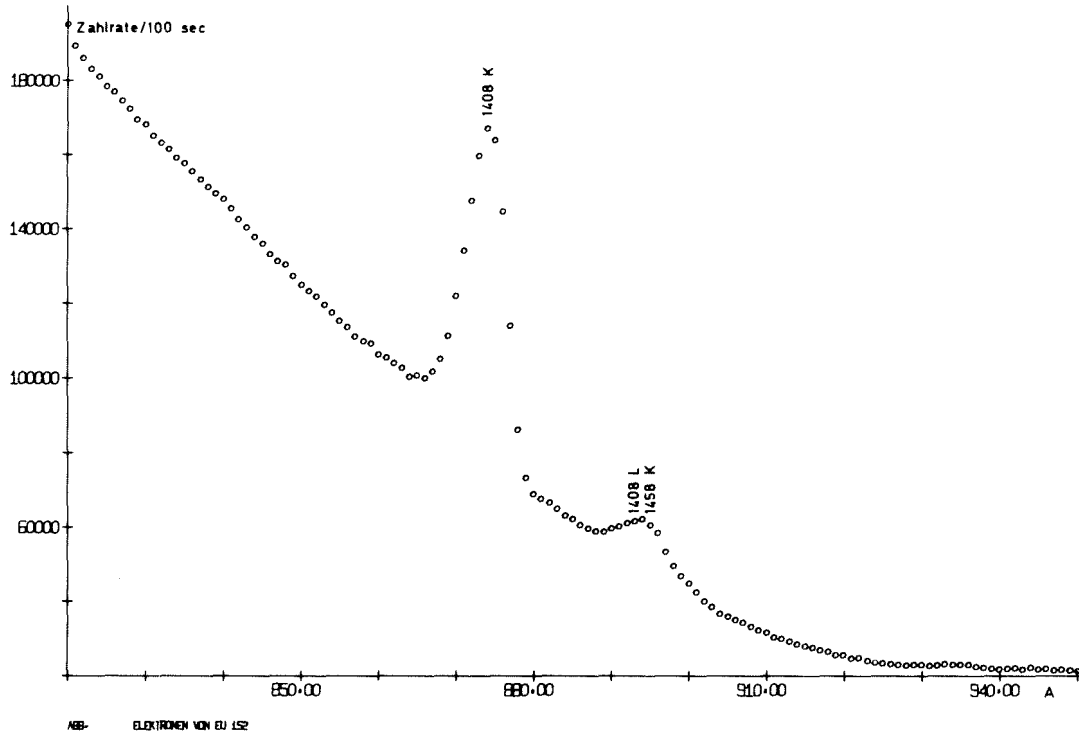


Abb. 16: Elektronenspektrum von Eu^{152} im Bereich der K-Konversionslinie des 1408 keV Übergangs

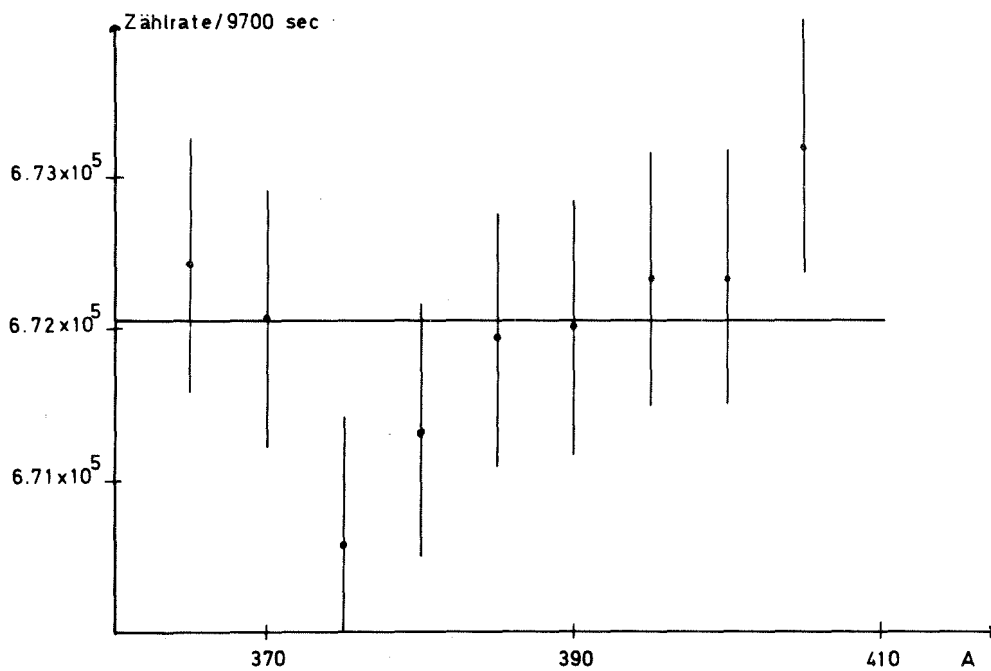


Abb. 17: Untergrund mit eingebauter Eu^{152} Quelle. Quelle mit 3 mm starkem Aluminiumabsorber abgedeckt.

Schließlich wurde der in Abb. 17 dargestellte Untergrund mit eingebauter Quelle aufgenommen. Die Quelle war dabei mit einer 3 mm starken Aluminiumplatte abgedeckt. Außer dem normalen Untergrund enthält dieses Bild den γ -Untergrund der Quelle und Positronen, die von der äußeren Paarbildung an der Aluminiumplatte, an den Spektrometerspulen und -wänden stammen. Man kann mit dieser Messung keine sprunghafte Unregelmäßigkeiten des Untergrundes nachweisen. Die Gesamtmeßzeit betrug 9700 sec pro Punkt.

4. AUSWERTUNG

Die Spektren in Abb. 14 und Abb. 15 enthalten alle im vorigen Abschnitt genannten Positronenspektren. Es gilt, diese verschiedenen Spektren nacheinander aus dem Gesamtspektrum herauszufalten. Eine simultane Entfaltung der Teilspektren vom Gesamtspektrum erwies sich bei unterschiedlichen Intensitäten der Teilspektren als nicht möglich. Es wurde daher schrittweise vorgegangen.

4.1 Die β^+ -Spektren

Der hochenergetische Teil des in Abb. 14 dargestellten Spektrums (ab 420 A) enthält nur das zum 122 keV des Sm^{152} führende Spektrum. Für diesen Teil wird ein Kurie-Plot berechnet:

$$\sqrt{\frac{N(p)}{p^2 \cdot F(p, Z)}} = C(E) \cdot (E_0 - E). \quad (9)$$

Dabei sind:

$N(p)$:	die gemessene Zählrate
p :	der Positronenimpuls in Einheiten von $m_e c$
E :	die Positronenenergie in Einheiten von $m_e c^2$
E_0 :	die Endpunktsenergie
$C(E)$:	der Shapefaktor
$F(p, Z)$:	die sogenannte Fermifunktion, die die Verzerrung des Spektrums durch die Kernladung Z beschreibt.

Der Shapefaktor $C(E)$ ist im allgemeinen eine Funktion der Teilchenenergie. Nur bei erlaubten Zerfällen wird er zu einem konstanten Faktor. Allerdings wird auch bei einfach verbotenen β -Übergängen die Spektrumsform wesentlich durch den statistischen Faktor $p^2(E_0 - E)$ bestimmt. Die Fermifunktion wurde mit einem Programm von BEHRENS gerechnet, das sich auf die Berechnungen der ref.¹⁴ stützt. Den an die Messung angepaßten Kurie-Plot zeigt Abb. 18.

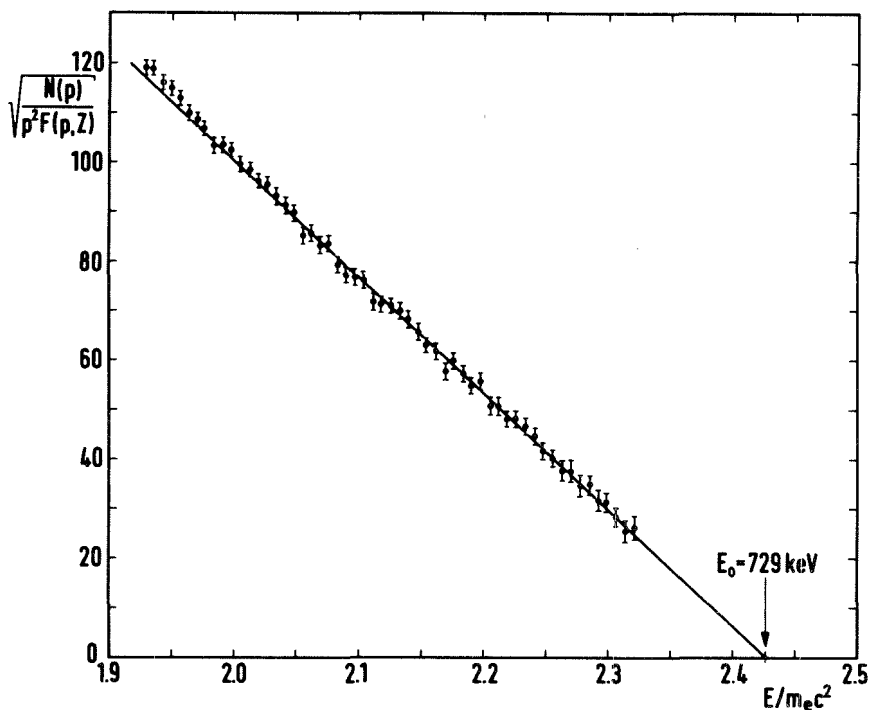


Abb. 18: Kurie-Plot des 729 keV β^+ -Spektrums von Eu^{152} .

In Tabelle I werden die von verschiedenen Autoren gemessenen Endpunktenergien dieses β^+ -Spektrums verglichen. Das Ergebnis dieser Arbeit stimmt bei Einengung des bisherigen statistischen Fehlers mit den früheren Messungen überein.

Unter Verwendung der gemessenen Endpunktenergie und mit Berücksichtigung der verschiedenen Meßzeiten wurde dann das 729 keV β^+ -Spektrum mithilfe von Gl.9 auf den niederenergetischeren Bereich von Abb.15 zurückgerechnet und vom gemessenen

Übergang 1	Übergang 2	Referenz
700 ± 20	-	4 1
713 ± 3	470 ± 10	4 2
715 ± 10	470 ± 30	4 3
740 ± 10	493 ± 13	7
727 ± 3	479 ± 10	1 0
729 ± 1,5	483 ± 6	diese Arbeit

Tabelle I: Gemessene Endpunktsenergien (in keV) der β^+ -Spektren von Eu^{152} .

Spektrum abgezogen. Für das restliche Spektrum wird dann wieder ein Kurie-Plot angepaßt (ab 390 A). Abb. 19 zeigt den Plot für das zum 336 keV Niveau des Sm^{152} führenden β^+ -Spektrum. Wegen der niedrigen Zahl der Meßpunkte ist die Endpunktsenergie dieses Spektrums mit einer höheren Unsicherheit behaftet. Tab.I zeigt die bisherigen Ergebnisse für dieses Spektrum.

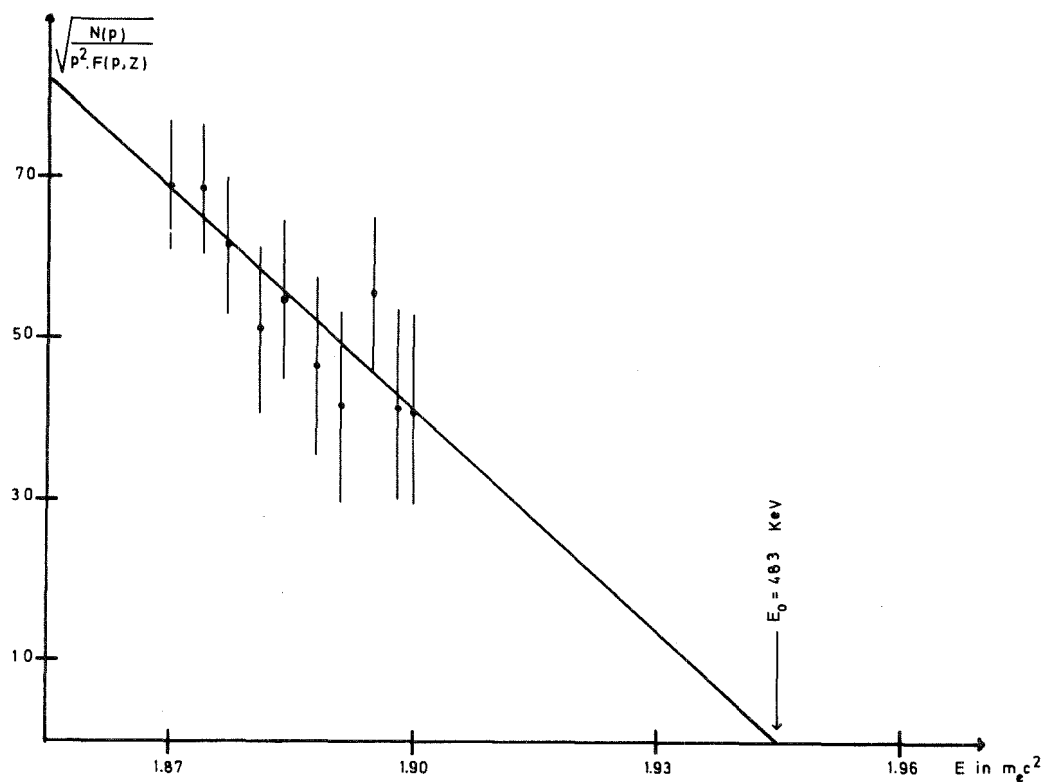


Abb. 19: Kurie-Plot des 483 keV β^+ -Spektrums

4.2 Die Paarpositronenspektren

Abb. 20 zeigt das durch Abziehen der beiden β^+ -Spektren gewonnene Restspektrum, das nun die Paarpositronenspektren der 1408 keV und 1458 keV E1-Übergänge enthält. Diese Spektren werden jetzt an die mit der Annahme eines punktförmigen Kerns gerechneten Paarpositronenspektren angepaßt. Dabei muß man die Verformung des theoretisch berechneten Spektrums wegen des endlichen Auflösungsvermögens des Spektrometers berücksichtigen.

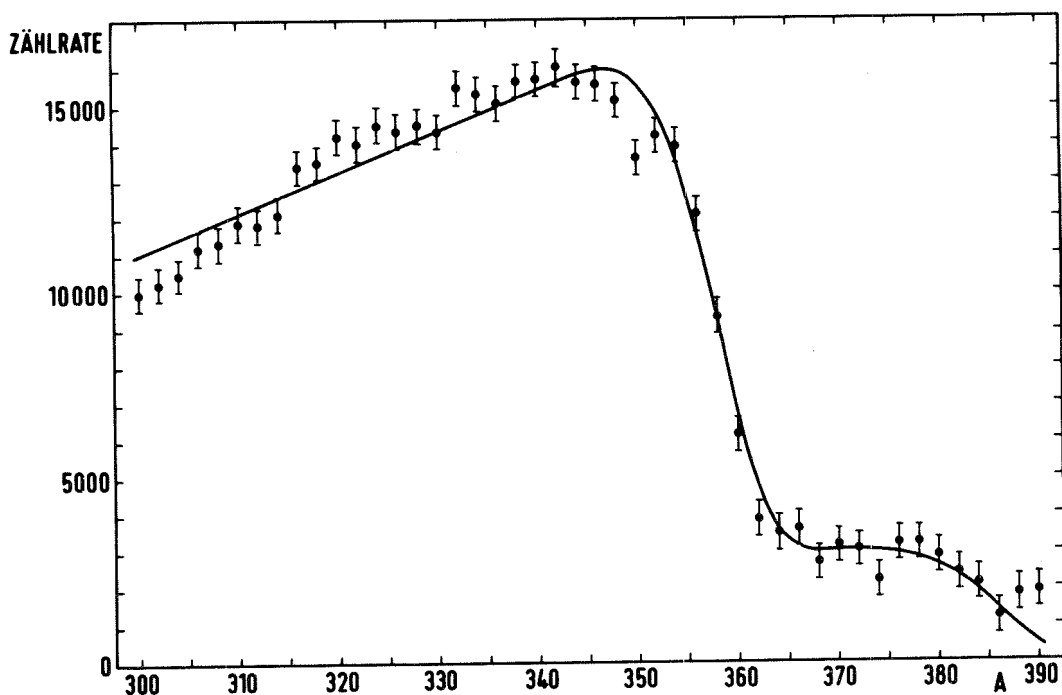


Abb. 20: Paarpositronenspektrum von Eu^{152} . Die durchgezogene Kurve ist die angepaßte Funktion (Summe der Paarpositronenspektren der 1408 keV und 1458 keV Übergänge in Sm^{152}).

Das theoretische Paarpositronenspektrum wird gegeben durch
(siehe Anhang C):

$$\frac{d\alpha_{ip}}{dE} = \frac{\pi\alpha\kappa}{1(1+1)(2l+1)} \sum_{uu'} C_{uu'} |R_{uu'}|^2 \quad (10)$$

Dabei sind

- α_{ip} : der innere Paarbildungskoeffizient
- α : die Feinstrukturkonstante $(137)^{-1}$
- κ : die Übergangsenergie in Einheiten von $m_e c^2$
- l : die Multipolordnung des Übergangs
- $C_{uu'}$: Koeffizienten, die von der Integration über die Winkelvariablen stammen
- $R_{uu'}$: die radialen Integrale über die Teilchenwellenfunktionen.

Die theoretische Spektrumsform der Positronen $N(p)$ wird dann gegeben durch

$$N(p) = A \frac{d\alpha_{ip}}{dp} \quad (11)$$

A ist dabei die Amplitude des Spektrums.

Durch Umformung erhält man für $N(p)$

$$N(p) = A \frac{p}{(p^2+1)^{1/2}} \cdot \frac{d\alpha_{ip}}{dE} \cdot$$

Dann wird die Form des experimentellen Spektrums unter Berücksichtigung des endlichen Auflösungsvermögens gegeben durch

$$N(p') = \int_0^{\infty} N(p) \cdot P(p', p) \cdot dp \quad \text{nach ref. } ^{44}.$$

Die experimentelle Spektrumsform wird durch die Funktion $P(p', p)$ bestimmt. Diese Funktion wird durch die Form einer Konversionslinie gegeben, deren Breite praktisch das Auflösungsvermögen des Spektrometers repräsentiert. BRUNNER⁴⁰ hat gezeigt, daß bei den experimentellen Paarpositronenspektren die Breite von $P(p', p)$ in der Regel größer ist als eine unter den gleichen

experimentellen Bedingungen gemessene Konversionslinie. Die Verformung des Spektrums durch das endliche Auflösungsvermögen macht sich besonders an der hochenergetischen Kante des Paarpositronenspektrums bemerkbar. Im Falle des 1408 keV Übergangs war " $\Delta p/p$ " = $(2,3 \pm 0,3)\%$ bei einem tatsächlichen Auflösungsvermögen von 0,8%.

Die Bestimmung von " $\Delta p/p$ " wird entscheidend durch die Gestalt des Spektrums in der Nähe der Kante beeinflusst. Auf den übrigen Teil des Spektrums wirkt sich das endliche Auflösungsvermögen wenig aus. Der Unterschied zwischen " $\Delta p/p$ " und dem tatsächlichen Auflösungsvermögen weist darauf hin, daß die hochenergetische Kante des Paarspektrums nicht unbedingt so steil ist, wie in der Coulomb'schen Näherung angenommen wird.

Die in der Weise angepaßten Spektren sieht man in Abb.20. Für diese Anpassung wurde das Programm FITEX verwendet. Abb. 21 zeigt die im Gesamtpositronenspektrum des Eu^{152} enthaltenen verschiedenen Anteile.

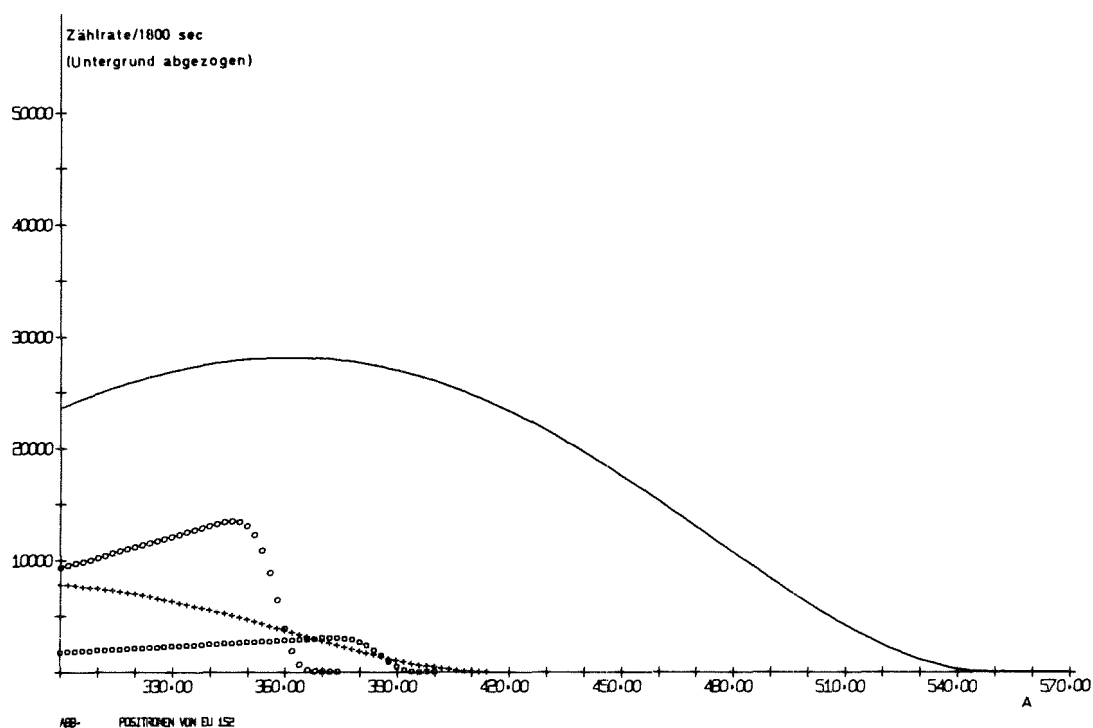


Abb. 21: Positronenspektrum von Eu^{152} . Analyse der Teilspektren
—— 729 keV β^+ -Spektrum
++++ 483 keV β^+ -Spektrum
oooo Paarpositronenspektrum des 1408 keV Übergangs
□□□□ Paarpositronenspektrum des 1458 keV Übergangs

4.3 Die K-Konversionslinie des 1408 keV Übergangs

Die in Abb. 16 gezeigten K- und L-Konversionslinien des 1408 keV und K-Konversionslinie des 1458 keV Übergangs sind dem 1478 keV β^- -Spektrum überlagert, das zum 344 keV Niveau des Gd^{152} führt. Durch Formulierung eines Kurie-Plots und Rückrechnung der Zählraten im Bereich der Konversionslinien wurden diese vom β^- -Spektrum bereinigt. Die Form der Konversionslinien ist wegen Rückstreuung der Elektronen in der Quelle und wegen Streuung an Blenden und Spulen nicht symmetrisch. Sie zeigt einen niederenergetischen Ausläufer. Für die Anpassung der Konversionslinien wurde eine Funktion benutzt, die für die hochenergetische Seite der Linien aus einer reinen Gaußfunktion besteht. Auf der niederenergetischen Seite wird eine Exponentialfunktion hinzuaddiert, die am Maximum der Linie durch eine zweite Gaußfunktion unterdrückt wird^{3,9,45}. Diese Funktion lautet:

$$F = H \cdot \exp(-(x-x_0)^2 \cdot 4 \cdot \ln 2 / G^2) + U \quad \text{für } x \geq x_0$$

$$F = H \cdot \exp(-(x-x_0)^2 \cdot 4 \cdot \ln 2 / G^2) + H \cdot M \cdot \exp(A(x-x_0)) \cdot \\ (1 - \exp(-(x-x_0)^2 \cdot 4 \cdot \ln 2 / G'^2)) + U \quad \text{für } x < x_0$$

Dabei sind

H: Amplitude der Gaußfunktion

x_0 : Lage der Linie

G: Halbwertsbreite der Gaußfunktion

U: Beitrag eines konstanten Untergrundes

A: Dämpfungsfaktor der Exponentialfunktion

M: Amplitudenverhältnis der Gaußkurve zur Exponentialfunktion an der Stelle x_0

G': Halbwertsbreite der zweiten Gaußfunktion, die die Exponentialfunktion an der Stelle x_0 unterdrückt.

Abb. 22 zeigt die mit der Funktion F angepaßten Konversionslinien.

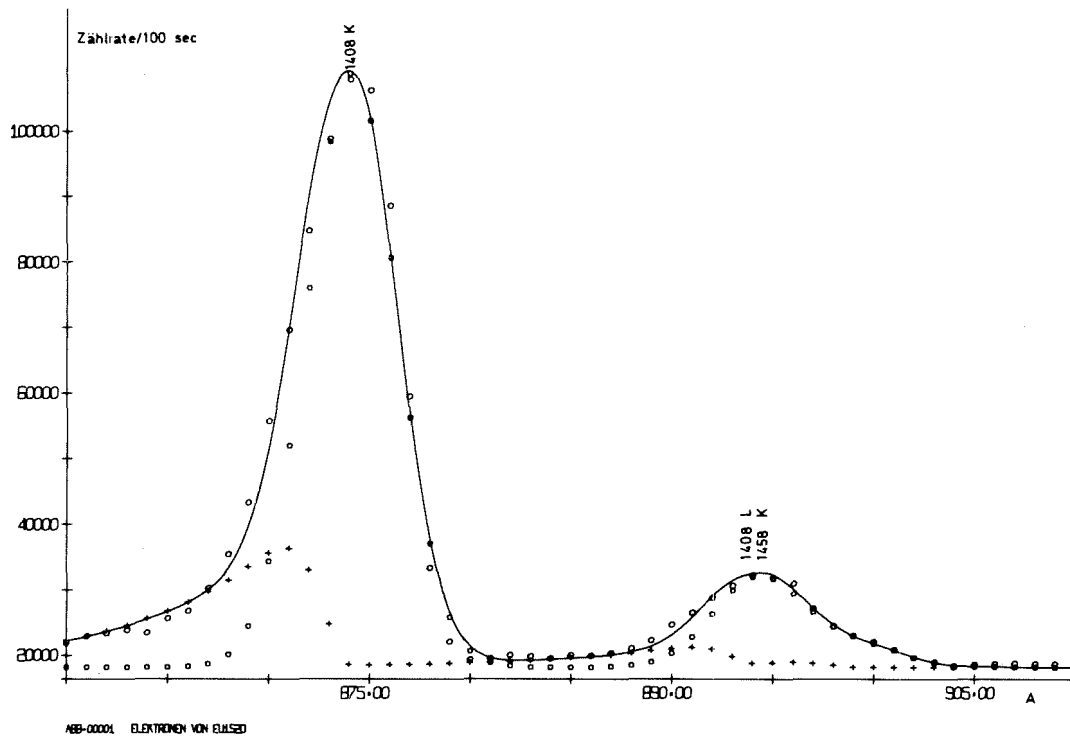


Abb. 22: Konversionslinien des 1408 keV Übergangs von Sm¹⁵²

- angepaßte Funktion F
- Gaußfunktion
- ++++ Exponentialfunktion
- oooo Meßpunkte

4.4 Die monoenergetische Positronenlinie

Nach Abzug aller in den Abschnitten 4.1 und 4.2 erläuterten kontinuierlichen Positronenspektren vom Sammelspektrum der Abb.15 verbleibt das in Abb.23 gezeigte Spektrum. Der Verlauf der in dieser Weise korrigierten Meßpunkte weist auf die Existenz einer Linie hin. Diese Linie wird als die gesuchte monoenergetische Positronenlinie interpretiert. Eine Anpassung mit der im Abschnitt 4.3 erläuterten Funktion F zeigt, daß die Form dieser Linie der einer Konversionslinie mit der Breite $\Delta p/p = (0,98 \pm 0,21)\%$ entspricht. Eine Berechnung der Summe der Fehlerquadrate hat für χ^2 einen Wert 1,05 ergeben. Andererseits zeigt eine Untergrundmessung einen flachen Verlauf der Zählraten an dieser Stelle (Abb.17). Eine Anpassung an eine Gerade im Bereich der mononenergetischen Positronenlinie führt

zu einem $\chi^2 = 1,61$. Allerdings läßt die Größe des statistischen Fehlers keine gesicherte Aussage über die Existenz der monoenergetischen Positronenlinie zu. Eine optimale Anpassung an die Funktion F erfolgte mit folgenden Parameterwerten:

$$\begin{aligned} H &= 2670 \pm 720 \\ x_0 &= 3.866 \pm 0.006 \\ G &= 0.038 \pm 0.008 \\ G' &= 0.28 \pm 0.18 \\ M &= 0.2 \pm 0.55 \\ A &= 3.2 \pm 15.3 . \end{aligned}$$

Wegen der niederen Intensität der monoenergetischen Positronenlinie sind die großen Fehler bei der Bestimmung der Parameter G' , M und A durchaus verständlich. Diese Parameter können wegen der großen statistischen Fehler an den Meßpunkten der niederenergetischen Seite der Linie vom Rechenprogramm nicht eindeutig bestimmt werden, während die Lage x_0 , die Amplitude H , die Halbwertsbreite G genauer lokalisiert werden können. Eine Nichtberücksichtigung der Parameter G' , M und A wäre mit der Anpassung einer reinen Gaußfunktion gleichbedeutend.

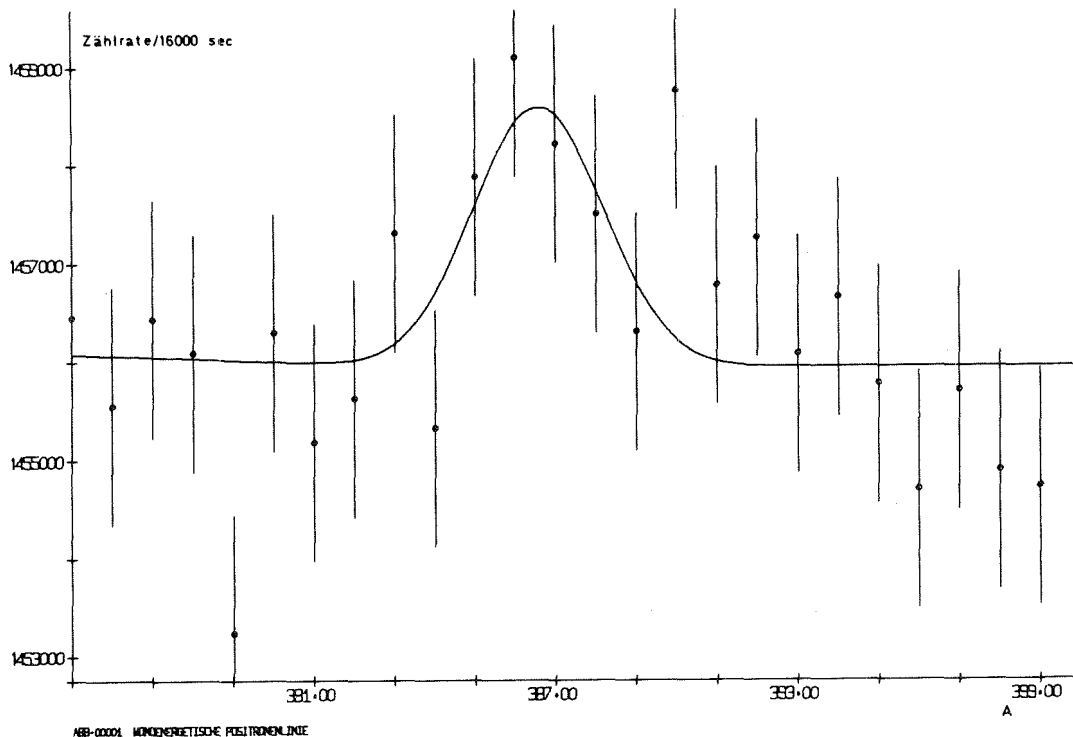


Abb. 23: Monoenergetische Positronenlinie des 1408 keV Übergangs im Sm^{152}

4.5 Numerische Resultate

4.5.1 α_{ip}/α_K -Verhältnis

LOMBARD et al.²⁸ haben gezeigt, daß die Verhältnisse α_{ip}/α_K des Paarbildungskoeffizienten zum inneren Konversionskoeffizient empfindlich von der Multipolordnung des γ -Übergangs abhängt. Nimmt man an, daß die Transmission des Spektrometers für Elektronen und Positronen im betrachteten Impulsbereich gleich ist, dann gilt

$$\frac{\alpha_{ip}}{\alpha_K} = \frac{I_{ip}}{I_K}$$

wobei I_{ip} bzw. I_K die Intensität des Paarpositronenspektrums bzw. der Konversionslinie ist. Die Intensitäten lassen sich mit den gemessenen Zählraten berechnen über

$$I = \int_0^{\infty} \frac{N(p)}{p} dp .$$

Für solche Integrationen wurde das Unterprogramm QSF von IBM/FORTRAN verwendet. Man erhält folgendes Ergebnis:

$$\frac{\alpha_{ip}(1408)}{\alpha_K(1408)} = 0.39 \pm 0.04$$

bei einem theoretischen Wert von 0.3 für E1-Übergänge²⁸. Im Vergleich dazu würde diese Größe für einen E3- oder M2-Übergang einen Wert von $0.5 \cdot 10^{-2}$ erhalten. Damit hat man die Multipolordnung des 1408 keV Übergangs bestätigt.

4.5.2 Lebensdauer des 1530 keV Niveaus von Sm^{152}

Mit dem Spektrometer wird das Intensitätsverhältnis $I_p(1408)/I_K(1408)$ der monoenergetischen Positronenlinie zur K-Konversionslinie gemessen. Die Messung ergibt unter Berücksichtigung der verschiedenen Meßzeiten für beide Messungen

$$\frac{I_p(1408)}{I_K(1408)} = (1.92 \pm 0.92) \cdot 10^{-4}$$

Für die relative Intensität $I_P(1408)/I_\gamma(1408)$ der mono-energetischen Positronenlinie zur Intensität der entsprechenden γ -Linie gilt

$$\frac{I_P(1408)}{I_\gamma(1408)} = \frac{I_P(1408)}{I_K(1408)} \cdot \alpha_K(1408)$$

Für den Konversionskoeffizienten $\alpha_K(1408)$ verwendet man den theoretischen Wert

$$\alpha_K(1408) = 4.85 \cdot 10^{-4} \text{ nach ref. }^{27} .$$

Dies führt zu einem Verhältnis

$$\frac{I_P(1408)}{I_\gamma(1408)} = (9.3 \pm 4.5) \cdot 10^{-8} .$$

Dieser Wert ist wegen des hohen statistischen Fehlers als obere Grenze für die Intensität der Positronenlinie zu verstehen. Um die Lebensdauer τ des 1530 keV Niveaus vom Sm^{152} damit zu berechnen, formt man Gl.5 um

$$\tau = \tau_K \left(\frac{\alpha_P \cdot P_K}{I_P/I_\gamma} - 1 \right)$$

Mit	$\tau_K = 3.4 \cdot 10^{-17}$ sec	nach Gl. 8
	$\alpha_P = 4.3 \cdot 10^{-5}$	nach ref. ¹⁹
	$P_K = 0.83$	nach ref. ²¹ .

ergibt sich die Lebensdauer τ zu

$$\tau = (1.3 \pm 0.6) \cdot 10^{-14} \text{ sec.}$$

In der Berechnung sind die statistischen Fehler aus der Bestimmung der Linienflächen enthalten.

5. DISKUSSION

Die mit der Annahme des Einzelteilchenmodells berechnete Lebensdauer τ_w des 1530 keV Niveaus vom Sm^{152} ist

$$\tau_w = 8.4 \cdot 10^{-17} \text{ sec.}$$

Dies ergibt einen Retardierungsfaktor R für den 1408 keV Übergang, der als Verhältnis der tatsächlichen Lebensdauer τ zur τ_w der Weißkopf-Abschätzung definiert ist

$$R = \frac{\tau}{\tau_w} = 155.$$

Tabelle II gibt die Ergebnisse der bisherigen Messungen am Eu^{152} wieder.

Referenz	$\frac{N_p}{N_\gamma} \times 10^8$	$\tau \times 10^{14} \text{ sec}$	R
6	5.2	≥ 1	> 100
7	11±5	≥ 0.7	> 70
8	25±10	0.57	60
9	< 20	> 0.7	> 70
10	3.1±1.5	4.7	550
diese Arbeit	9.3±4.5	1.3±0.6	155

Tabelle II: Bisherige Ergebnisse am Kern Eu^{152}

Die Ergebnisse sind in Anbetracht der großen Fehler, die mit der Bestimmung der Intensität der monoenergetischen Positronenlinie verbunden sind, miteinander verträglich. Auffallend ist vor allem der große Wert für die Intensität der monoenergetischen Linie in ref.⁸. In dieser Arbeit wurde das Paarpositronenspektrum des 1458 keV Übergangs nicht berücksichtigt. Das schlechte Auflösungsvermögen (3.7%) hat anscheinend dazu geführt, einen Teil des Paarpositronenspektrums als Bestandteil der

Positronenlinie zu betrachten. Außerdem war das Elektron-Positron Trennungsvermögen wegen der Art des benutzten Spektrometers nicht vollständig. In ref.¹⁰ wurde die Spektrumsform des Paarpositronenspektrums vom 1458 keV Übergang von der Spektrumsform des 1408 keV Paarpositronenspektrums entnommen und in das Gesamtspektrum übergegangen, im Gegensatz zur vorliegenden Arbeit, wo dieses störende Spektrum direkt an die Meßwerte angepaßt wurde. Damit wurden eventuelle Fehler, die vom γ -Intensitätsverhältnis $I_{\gamma}(1458)/I_{\gamma}(1408)$ stammen, vermieden.

Prinzipiell bietet die Beobachtung von monoenergetischen Positronen eine Methode zur Bestimmung von Lebensdauern der Kernniveaus in dem sonst nicht zugänglichen Bereich von $10^{-19} - 10^{-14}$ sec. Dabei erweist sich jedoch, daß trotz Verwendung eines Spektrometers hoher Transmission und ausreichender Impulsauflösung die Beobachtung dieser Linie sehr erschwert ist. Als besonders störend erweisen sich die β^+ - und Paarpositronenspektren. Außerdem wird der Anwendungsbereich dieser Methode dadurch eingeschränkt, daß nur wenig Nuklide (siehe 3.1 und 3.2) optimale Bedingungen zur Beobachtung monoenergetischer Positronen bieten. Der Gedanke, daß die Anwendung auf kurzlebige Kerne bessere Erfolgsaussichten bieten könnte, ist trügerisch, da in diesem Falle mit dem Spektrometer im Strahl eines Beschleunigers gearbeitet werden müßte und dann die Reinheitsbedingungen hinsichtlich des zu untersuchenden Strahlers praktisch nicht erfüllbar wären.

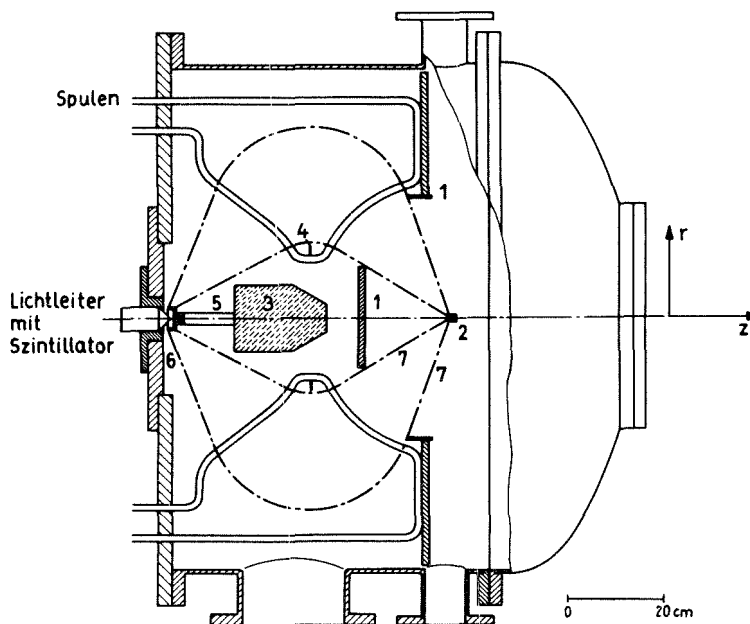
Als Ergebnis dieser Arbeit ist festzuhalten, daß im vorliegenden Fall der Nachweis einer Existenz der monoenergetischen Positronenlinie nur mit Einschränkungen möglich war. Dieser Aussage kommt allgemeine Bedeutung zu, da der untersuchte Kern in seinen Zerfallseigenschaften hinlänglich gut untersucht ist, die Bedingungen für das Auftreten einer monoenergetischen Positronenlinie außerordentlich günstig sind und schließlich experimentelle Bedingungen vorlagen, die nach dem gegenwärtigen Stand als optimal anzusehen sind.

A N H A N G

A. DAS SPEKTROMETER

A.1 Beschreibung

Eine schematische Darstellung des β -Spektrometers wird in Abb. 24 gezeigt. Das Spulensystem besteht aus 60 in Serie geschalteten Sektoren, die in der Form von Orangenscheiben um die Spektrometerachse gestellt sind. Man spricht daher vom Typ der Orangenspektrometer. Damit ist das erzeugte Magnetfeld torusförmig.



- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1 Eintrittsblenden | 5 Blendenhalterung |
| 2 Präparat | 6 Austrittsblenden |
| 3 Bleiabschirmung | 7 Teilchenbahnen |
| 4 Mittelblende | |

Abb. 24: Schematischer Aufbau des β -Spektrometers

Anhand der Form einer einzelnen Spule (Abb.25) seien die Verhältnisse im Spektrometer erläutert. Im idealen Fall betragen die durch den in der Spule fließenden Strom I erzeugte Magnetfelder

$$\begin{aligned} H_z &= H_r = 0 \\ H_\phi &= \frac{NI}{2\pi r} \end{aligned} \tag{A.1}$$

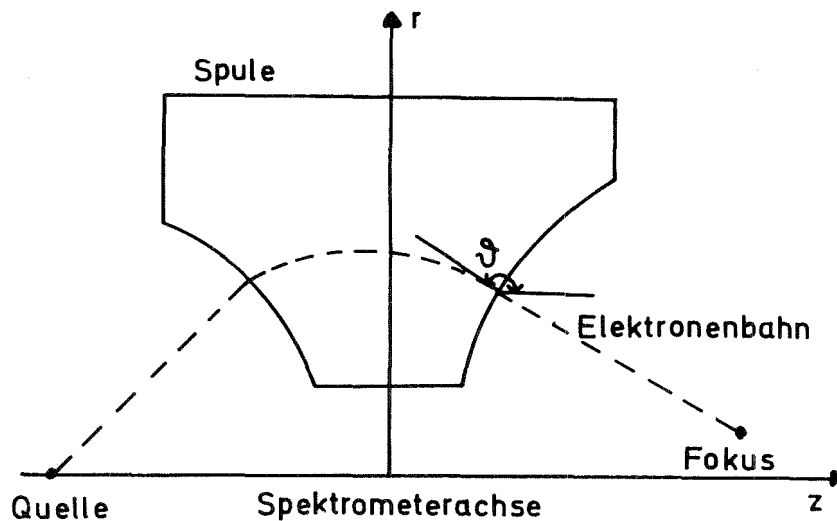


Abb. 25: Zur Darstellung der Feldlinien des β -Spektrometers

Der Krümmungsradius ρ eines durch dieses Feld abgelenkten Elektrons mit Impuls p wird gegeben durch

$$\rho = \frac{2\pi r p}{e\mu_0 NI}$$

mit μ_0 = Permeabilität im Vakuum und N = Anzahl der Sektoren. Das Verhältnis $b = \rho/r$ ist eine dem Spektrometer charakteristische Konstante

$$b = \frac{2\pi}{e\mu_0 N} \cdot \frac{P}{I} \tag{A.2}$$

Bei dem vorhandenen Spektrometer wurde $b = 0,57$ gewählt¹³. Das Magnetfeld H_ϕ ist ein $1/r$ -Feld. Die Elektronenbahnen in solchen Feldern werden in der folgenden Parameterdarstellung beschrieben³⁷:

$$\begin{aligned} r &= a \cdot e^{-b \cos \theta} \text{ mit } \frac{dr}{dz} = \operatorname{tg} \theta \\ z &= a \cdot b \cdot U(b, \theta) + \zeta(a) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

wobei
$$U(b, \theta) = \int_{\pi}^{\theta} \cos x \cdot e^{-b \cos x} dx$$

a ist eine Integrationskonstante, deren Wert durch $a = r(\theta = \pi/2)$ gegeben ist. Gleichung A.3 beschreibt eine Schar von Zykloiden. b und $\zeta(a)$ sind für die Feldgrenzen im Spektrometer maßgebend; sie wurden beim Aufbau so gewählt, daß man auf der Detektorseite einen ringförmigen Fokus erhalten kann. Der ringförmige Fokus verbessert das Auflösungsvermögen³⁹.

Die Stromversorgung der Spektrometerspule erfolgte mit einem Netzgerät der Firma BRUKER in Karlsruhe. Es werden Ströme bis zu 1000 A erreicht, was einer Elektronenenergie von etwa 1.6 MeV entspricht. Die Stromstabilität des Netzgerätes beträgt

$$\frac{\Delta I}{I} = 5 \cdot 10^{-6} \quad \text{im Bereich von 200-1000 A und für Meßzeiten } < 5 \text{ min}$$

$$\frac{\Delta I}{I} = 1 \cdot 10^{-5} \quad \text{für eine Meßzeit bis zu 12 h.}$$

Diese Schwankungen sind mit dem erreichten besten Auflösungsvermögen von $0,35\%$ ³⁵ nicht vergleichbar, d.h. die Fehler, die durch die endliche Ausdehnung der Quelle, die Streuung von Elektronen an den Spulensektoren und den Wänden, sowie ganz allgemein durch die spezielle Feldkonfiguration auftreten, sind bedeutender als der von der obengenannten Instabilität des Netzgerätes verursachte Fehler.

Die Spulensegmente werden mit chemisch reinem Wasser gekühlt, dessen Reinheit durch einen Ionenaustauscher gewährleistet wird.

Durch einen sekundären Wasserkreislauf wird die Wärme des Kühlwassers abgeführt.

Die Einstellung der Stromwerte wurde digital mit Hilfe eines Schrittschaltwerkes vorgenommen; durch Einstellung des Anfangs- und Endwertes, sowie der gewünschten Schrittweite wird jeder Punkt während eines durch einen Zeitgeber vorgegebenen Zeitintervalls gemessen.

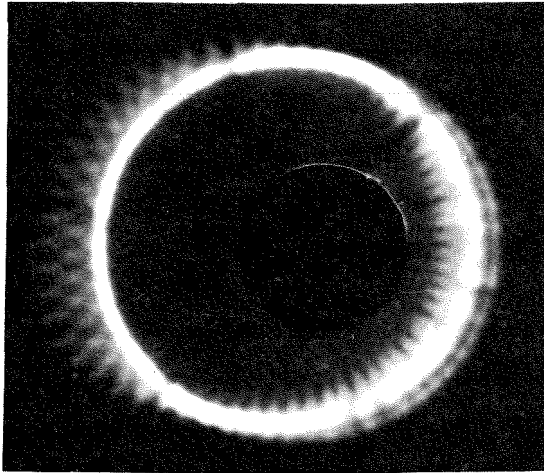
Das Vakuum im Spektrometerrezipienten wird mit Hilfe einer Sperrschieber- und einer Öldiffusionspumpe erzeugt. Durch kombinierte Verwendung dieser zwei Pumpen wird nach einer Pumpzeit von ca. 30 min ein Vakuum von $5 \cdot 10^{-5}$ Torr erreicht.

Wie man durch Radiographien feststellen kann (Abb. 26), werden die Elektronenbahnen im Spektrometer durch das Erdmagnetfeld stark verzerrt. Die durch das Erdmagnetfeld verursachte Störung macht sich besonders außerhalb der Spule auf der Quellen- bzw. Detektorseite bemerkbar, weil aufgrund der Konstruktion des Spektrometers diese Bereiche feldfrei sein sollen. Die Kompensation des Erdmagnetfeldes erfolgte mit Hilfe von zwei Paaren von Helmholtz-Spulen.

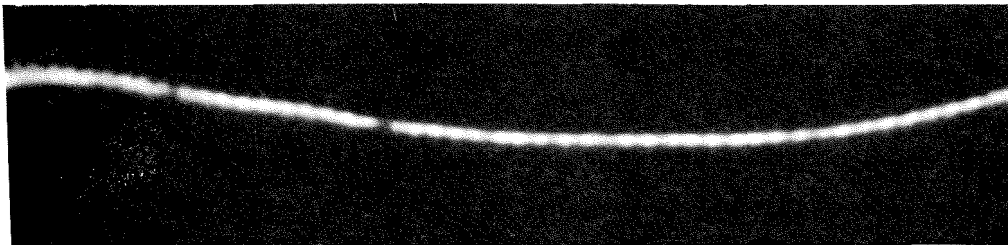
A.2 Justierung

Auflösungsvermögen und Transmission des Spektrometers hängen stark von der Zentrierung der Quelle ab. Der Grund dafür ist, daß die Elektronen auf die Feldgrenzen möglichst senkrecht einfallen sollen, damit alle Elektronen, die mit einem bestimmten Impuls p und unter einem Winkel α die Quelle verlassen, den gleichen Krümmungsradius ρ aufweisen; diese Bedingung soll die Konstanz vom Parameter b garantieren.

Die Reproduzierbarkeit der Quellenlage wurde mit Hilfe eines in drei Raumrichtungen beweglichen Schlittens mit einer Genauigkeit von 1/10 mm gewährleistet. Die Bestimmung der Zentrallage der Quelle wurde mit radiographischen Methoden durchgeführt. Damit wurde auch die optimale Position für das Nachweisgerät bestimmt.



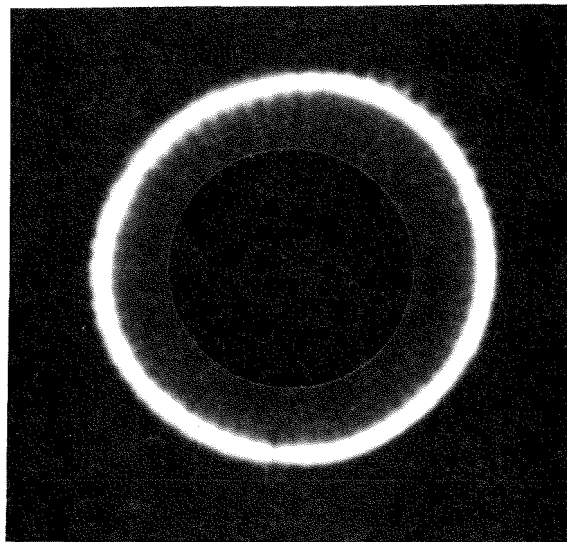
(a)



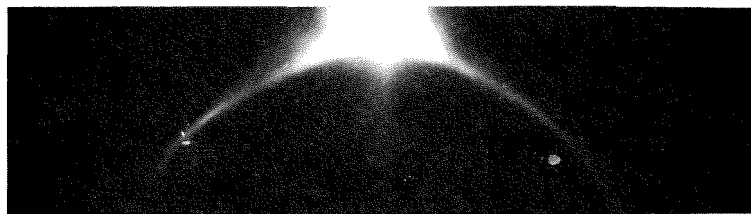
(b)

Abb. 26: Fokus der K-Konversionselektronen des 192 keV Übergangs von In^{114} . Erdmagnetfeld nicht kompensiert. Die Elektronen werden nicht symmetrisch fokussiert.
a) Film senkrecht zur Spektrometerachse
b) Abwicklung

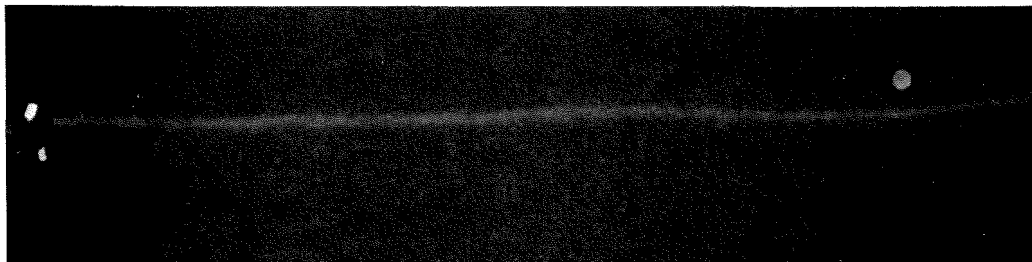
Abb. 27 zeigt den Fokus der K-Konversionslinie des 192 keV Übergangs im In^{114} für verschiedene Stellungen des Filmmaterials. Der Durchmesser des Fokus beträgt 48 mm.



(a)



(b)



(c)

Abb. 27: Fokus der K-Konversionselektronen des 192 keV Übergangs beim Zerfall von In^{114} . Der Spulenstrom ist auf den K-Konversionspeak eingestellt. Erdmagnetfeld kompensiert.

- a) Film senkrecht zur Spektrometerachse
- b) Film in der Ebene der Spektrometerachse und eines Spulensektors
- c) Film auf einen 48 mm breiten Zylinder gewickelt

A.3 Eichung

Theoretisch läßt sich der Spulenstrom-Elektronenenergie Zusammenhang aus Gleichung A.2 berechnen. Er lautet

$$I = A_{th} \cdot \left[\frac{2E}{m_e c^2} \left(1 + \frac{E}{2m_e c^2} \right) \right]^{1/2}$$

mit E und $m_e c^2$ als die kinetische bzw. Ruheenergie des Elektrons.

Für die Eichkonstante A gilt dann

$$A_{th} = \frac{2\pi m_e c}{\mu_0 e b N} = 249$$

ausgedrückt in Stromeinheiten.

Experimentell wurde die Eichkonstante mit Hilfe der Konversionslinien von Bi^{207} , Cs^{137} und Sn^{113} bestimmt. Sie beträgt

$$A_{exp} = 248.46 \pm 0.12 \text{ Ampères.}$$

Der Wert der Eichkonstante hängt von der Breite der Austrittsblende auf der Detektorseite ab^{3,8}. Der genannte experimentelle Wert wurde mit einer Austrittsblende von 2 mm Breite bestimmt.

Abb. 28 zeigt den Impuls-Strom Zusammenhang mit den gemessenen Eichpunkten.

A.4 Transmission und Auflösungsvermögen

Nach Gleichung A.2 soll das Auflösungsvermögen $\Delta I/I$ theoretisch für den ganzen, durch das β -Spektrometer erfaßten Elektronenenergiebereich konstant sein. Das gleiche gilt auch für die Transmission des Gerätes. Eine energieabhängige Transmission würde besonders für die Messung von kontinuierlichen Spektren, wie die β - und Paarspektren verständlicherweise schwerwiegende Folgen haben. Um die behauptete Konstanz der Transmission und

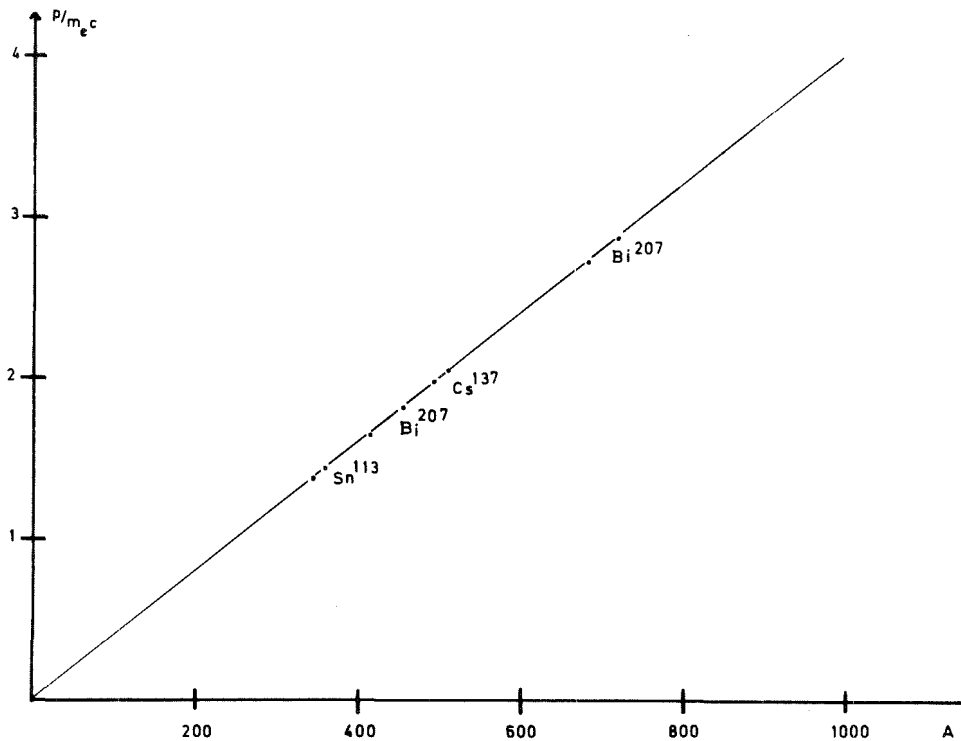


Abb. 28: Eichkurve des β -Spektrometers

des Auflösungsvermögens zu überprüfen, wurden Testmessungen am Kern Bi^{207} unternommen. Die 569 keV und 1063 keV Übergänge im Pb^{207} haben intensive K- und L-Konversionslinien. Die entsprechenden Konversionskoeffizienten α_K und α_K/α_L sind sehr genau gemessen worden (z.B. ref.⁴⁶). Die hier experimentell bestimmten, sowie die theoretisch vorausgesagten und anderweitig gemessenen Intensitätsverhältnisse zeigt Tabelle III.

Der theoretische Wert von $I_K(1063)/I_K(569)$ wurde mit dem experimentellen Wert für das γ -Intensitätsverhältnis von $I_\gamma(1063)/I_\gamma(569) = (7.74 \pm 0.1) \cdot 10^{-1}$ nach ref.⁴⁶ berechnet. Die in Tabelle III dargestellten Ergebnisse erlauben die Konstanz der Transmission zumindest im betroffenen Energiebereich als gesichert anzunehmen.

Übergang	Größe	Meßwert ref. ^{4 6}	Theorie ref. ^{2 7}	diese Arbeit
569 keV	$\frac{I_K(569)}{I_L(569)}$	3.3 ± 0.13	3.33	3.3 ± 0.2
1063 keV	$\frac{I_K(1063)}{I_L(1063)}$	4.2 ± 0.3	3.1	3.6 ± 0.3
Verhältnis	$\frac{I_K(1063)}{I_K(569)}$	4.6 ± 0.15	4.6	4.7 ± 0.3

Tabelle III: Intensitäten der Konversionslinien im Bi²⁰⁷.

Für das Auflösungsvermögen ergeben die Messungen folgende Werte:

569 keV Übergang	$\Delta I/I = (0.915 \pm 0.015)\%$
1063 keV Übergang	$\Delta I/I = (0.806 \pm 0.014)\%$

Man sieht, daß das Auflösungsvermögen für die höheren Elektronenenergien nur geringfügig verbessert wird. Diese kleine Veränderung des Auflösungsvermögens kann man durch Streueffekte in der Quelle bzw. am Material im Spektrometer erklären, von denen niedrigere Energien stärker betroffen sind.

B. TESTMESSUNGEN MIT DEM POSITRONENDETEKTOR

Um den Untergrund möglichst zu unterdrücken, wurde ein spezieller Positronendetektor gebaut⁴⁰. Dabei wurde die Tatsache ausgenutzt, daß die in Materie zur Ruhe kommenden Positronen durch Ausstrahlung von meistens zwei Vernichtungsquanten von je 511 keV Energie vernichtet werden. Die Vernichtungsquanten werden mit einem NaI Kristall registriert (Abb. 10), der sich dicht hinter dem Plastikszintillator befand. Dazu wurde ein Photomultiplier vom Typ EMI 9734B verwendet. Mit einer Fast-Slow Koinzidenzanordnung werden die Positron-Vernichtungsstrahlung Koinzidenzen gemessen.

Um die Koinzidenzmessung durchführen zu können, muß man die 511 keV Linie energetisch ausblenden. Zu diesem Zweck wurden die Signale vom γ -Detektor in einen Vielkanalanalysator eingegeben. Der γ -Detektor wurde mit den γ -Linien von Bi^{207} und Cs^{137} geeicht. Als Positronenstrahler diente eine Na^{22} Quelle. Abb.29 zeigt ein so aufgenommenes γ -Spektrum. Man sieht, daß neben dem 511 keV Photopeak ein niederenergetisches Spektrum auftritt, dessen Ursprung es aufzuklären gilt. Abb. 29 zeigt auch, daß dieses nicht völlig mit dem γ -Untergrund im β -Spektrometer zu identifizieren ist. Um den Anteil, der eventuell von der Bremsstrahlung der im Plastikszintillator abgebremsten Teilchen stammt, zu bestimmen, wurde die K-Konversionslinie des 1063 keV Übergangs von Bi^{207} auf den Detektor fokussiert. Abb. 30 zeigt, daß die Bremsstrahlung dieser Elektronen nur in den niedrigste Kanälen des Vielkanalanalysators registriert wird. Das niederenergetische Spektrum in der Abb.29 stammt also hauptsächlich von der Vernichtungsstrahlung der Positronen; es enthält neben dem γ -Untergrund die im NaI-Kristall Compton-gestreuten 511 keV Quanten. Obwohl man für die Koinzidenzmessung das ganze Compton-Spektrum mit ausblenden könnte, wurde nur der hochenergetische Teil davon, zusammen mit dem Photopeak ausgeblendet, um den niederenergetischen Untergrund ganz auszuschließen und damit die Zahl der zufälligen Koinzidenzen zu verringern. Abb.31 zeigt das γ -Spektrum bei verschiedenen Schwelleneinstellungen des Einkanal Diskriminators.

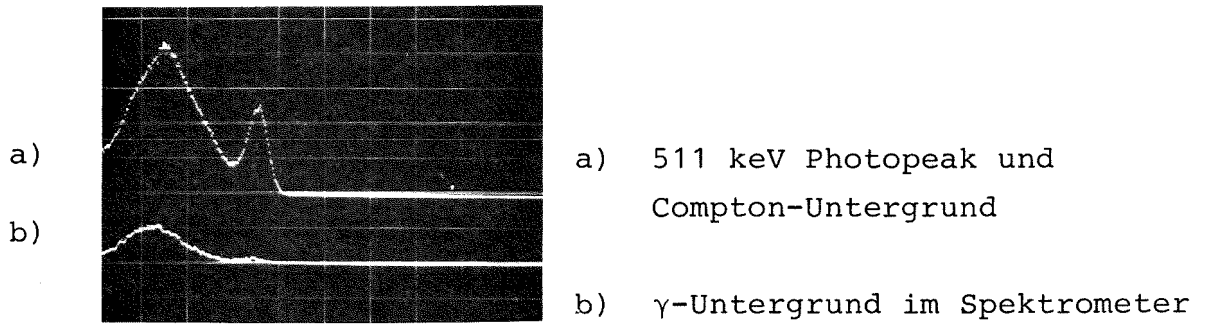


Abb. 29: Vernichtungsstrahlung der Positronen von Na^{22}

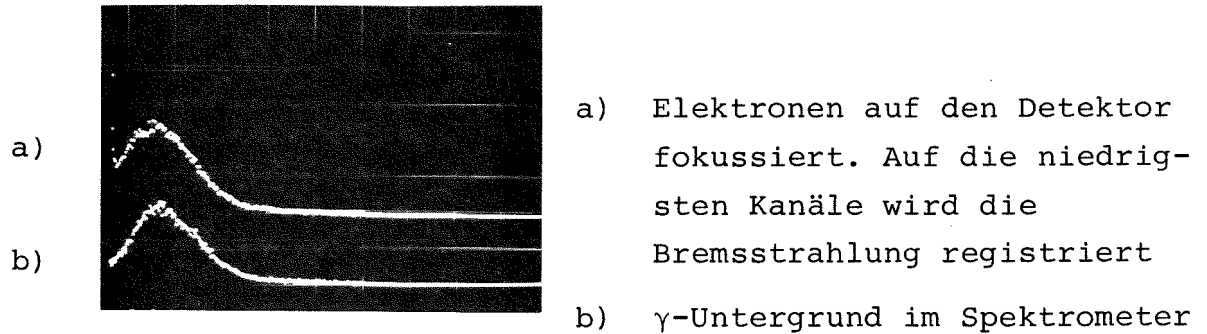


Abb. 30: Untergrund des γ -Detektors bei der Messung von Elektronenspektren

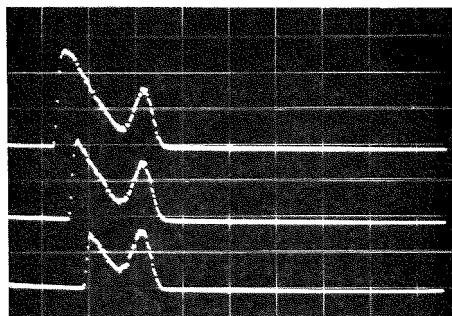


Abb. 31: Vernichtungsstrahlung der Positronen von Na^{22} für verschiedene Einstellungen des Einkanaldiskriminators. Der 522 keV Photopeak liegt rechts.

Als Test wurde mit Hilfe des Positronendetektors das erlaubte β^+ -Spektrum von Na^{22} gemessen. Abb. 32 zeigt den Kurie-Plot.

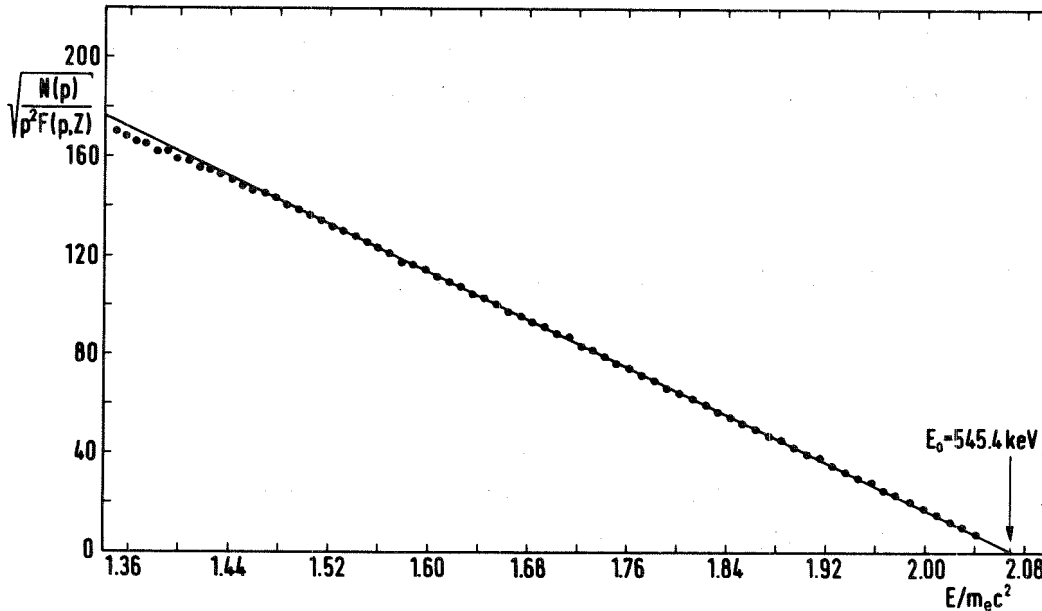


Abb. 32: Kurie-Plot des β^+ -Spektrums von Na^{22}

Die Endpunktenergie wurde bestimmt zu

$$E_0 = 545.4 \pm 1.5 \text{ keV.}$$

Dieser Wert vergleicht sich vorteilhaft mit den Literaturwerten^{1 6}. Damit ist die Konstanz der Transmission der Gerätes im betroffenen Bereich nachgewiesen.

Trotz diesem erfolgreichen Test wurde der Positronendetektor bei der Messung der monoenergetischen Positronenlinie nicht verwendet. Der Grund dafür war seine geringe Nachweiswahrscheinlichkeit (7%). Bei der Messung von niederenergetischen Positronenspektren jedoch ist die Verwendung des Positronendetektors wegen des höheren Rauschens unumgänglich.

C. BERECHNUNG VON PAARBILDUNGSKOEFFIZIENTEN IN DER
COULOMB'SCHEN NÄHERUNG

Die Form der Paarpositronenspektren wurde numerisch nach den Berechnungen von LOMBARD¹⁷ bestimmt. In der Coulomb'schen Näherung wird der Kern als punktförmig angesehen. In dieser Näherung ist der differentielle Paarbildungskoeffizient gegeben durch

$$\frac{d\alpha_{ip}}{dE} = \frac{\pi\alpha K}{1(1+1)(2l+1)} \sum_{uu'} C_{uu'} |R_{uu'}|^2 \quad (C.1)$$

Dabei sind α : die Feinstrukturkonstante
 l : die Multipolordnung
 $C_{uu'}$: Koeffizienten, die von der Integration über die Winkelkoordinaten stammen²⁴.

Die Quantenzahl u wird bestimmt durch

$$u = -(j+1/2) \quad \text{für } j = l+1/2$$

$$u = (j+1/2) \quad \text{für } j = l-1/2.$$

Die $R_{uu'}$ sind Integrale über die Radialfunktionen

$$R_{uu'} = (u-u') \int_0^\infty h_{l-1}(g_u, f_u + f_u, g_u) r^2 dr$$

$$+ 1 \int_0^\infty \left[h_{l-1}(g_u, f_u - f_u, g_u) + h_l(f_u, f_u + g_u, g_u) \right] r^2 dr \quad (C.2)$$

f und g sind die Radialfunktionen. Diese sind die Lösungen des radialen Anteils der Dirac'schen Gleichung für ein Elektron im Potential $\alpha Z/r$ des Kerns. Die gestrichenen Größen beziehen sich auf Elektronen und die ungestrichenen auf Positronen. Die h_l sind die reduzierten Hankelfunktionen. Die Differentialgleichung lautet⁴⁷:

$$\frac{d}{dr} \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{u-1}{r} & - (K-1-\alpha Z/r) \\ (K+1-\alpha Z/r) & - \frac{u+1}{r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix} \quad (C.3)$$

Für die Differentialgleichung werden Lösungen angegeben in der folgenden Form^{17,47}:

Für das Elektron:

$$\begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}_{-u'-1} = (1 \mp E')^{1/2} \frac{(\gamma' + iB') |\Gamma(\gamma' + iB')|}{\Gamma(2\gamma' + 1)} e^{\pi B'/2} (2p')^{\gamma'-1} \left(\frac{p'}{\pi}\right)^{1/2} \times \\ e^{i\eta'} (F_1' \mp e^{-2i\eta'} F_2') e^{-ip'r} r^{\gamma'-1}$$

Für das Positron:

$$\begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}_{-u-1} = (1 \pm E)^{1/2} \frac{(\gamma - iB) |\Gamma(\gamma - iB)|}{\Gamma(2\gamma + 1)} e^{-\pi B/2} (2p)^{\gamma-1} \left(\frac{p}{\pi}\right)^{1/2} \times \\ e^{i\eta} (F_1 \mp e^{-2i\eta} F_2) e^{-ipr} r^{\gamma-1} \quad (C.4)$$

Mit

$$\gamma = [u^2 - (\alpha Z)^2]^{1/2} \quad \gamma' = [u'^2 - (\alpha Z)^2]^{1/2}$$

$$B = \alpha Z E / p \quad B' = \alpha Z E' / p'$$

$$A = \alpha Z / p \quad A' = \alpha Z / p'$$

$$e^{-2i\eta} = \frac{\gamma + iB}{-u + iA} \quad e^{-2i\eta'} = \frac{\gamma' - iB'}{-u' + iA'}$$

F_1, F_2, F_1' und F_2' sind konfluente hypergeometrische Funktionen:

$$F_1 = F_1(\gamma - iB + 1, 2\gamma + 1, 2ipr) \quad F_1' = F_1'(\gamma' + iB' + 1, 2\gamma' + 1, 2ip'r)$$

$$F_2 = F_2(\gamma - iB, 2\gamma + 1, 2ipr) \quad F_2' = F_2'(\gamma' + iB', 2\gamma' + 1, 2ip'r)$$

Die konfluente hypergeometrischen Funktionen sind definiert durch:

$$F = F(\alpha, \beta, \chi) = \sum_r \frac{(\alpha)_r}{(\beta)_r} \frac{\chi^r}{r!}$$

wobei z.B. $(\alpha)_r = \alpha(\alpha+1) \dots (\alpha+r-1)$.

Für E1-Übergänge ist $l=1$. Für diesen Fall wird der differentielle Paarbildungskoeffizient nach Gleichung C.1:

$$\frac{d\alpha_{ip}}{dE} = \frac{\pi\alpha K}{6} \sum_{uu'} C_{uu'} |R_{uu'}|^2.$$

Diesen Ausdruck kann man in folgender Weise zerlegen

$$|R_{uu'}|^2 = N_+ N_- |I_{uu'}|^2$$

wobei

$$N_+ = \frac{(\gamma^2 + B^2) |\Gamma(\gamma + iB)|^2}{\Gamma^2(2\gamma + 1)} e^{-\pi B} (2p)^{2\gamma - 2} \left(\frac{p}{\pi}\right)$$

$$N_- = \frac{(\gamma'^2 + B'^2) |\Gamma(\gamma' + iB')|^2}{\Gamma^2(2\gamma' + 1)} e^{\pi B'} (2p')^{2\gamma' - 2} \left(\frac{p'}{\pi}\right)$$

und

$$I_{uu'} = (u-u') \int_0^\infty h_0(g_u, f_u + f_u, g_u) r^2 dr + \int_0^\infty h_0(g_u, f_u - f_u, g_u) r^2 dr + \int_0^\infty h_1(f_u, f_u + g_u, g_u) r^2 dr$$

Die Radialfunktionen f und g sind damit undefiniert worden.

$$\left(\frac{f}{g}\right)_{-u'-1} = (1 \mp E')^{1/2} (F_1' \mp e^{-2i\eta'} F_2') e^{-ip'r} r^{\gamma'-1} \quad (C.5)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)_{-u-1} = (1 \pm E)^{1/2} (F_1 \mp e^{-2i\eta} F_2) e^{-ipr} r^{\gamma-1}$$

mit $h_0(Kr) = \frac{ie^{-iKr}}{Kr}$ und $h_1(Kr) = -\frac{e^{-iKr}}{Kr} \left(1 - \frac{i}{Kr}\right)$

hat man
$$I_{u',u} = \frac{i}{K} \int_0^{\infty} [(u-u'+1)g_u, f_u + (u-u'-1)f_u, g_u - (f_u, f_u + g_u, g_u)] e^{-iKr} r dr$$

$$+ \frac{i}{K^2} \int_0^{\infty} (f_u, f_u + g_u, g_u) e^{-iKr} dr$$

Um die numerischen Rechnungen zu erleichtern, wurde $I_{u',u}$ für das Folgende in zwei Teile zerlegt:

$$I_{u',u} = I_{u',u}^{(1)} + I_{u',u}^{(2)}$$

$$I_{u',u}^{(1)} = \frac{i}{K} \int_0^{\infty} [(u-u'+1)g_u, f_u + (u-u'-1)f_u, g_u] e^{-iKr} r dr$$

$$I_{u',u}^{(2)} = -\frac{1}{K} \int_0^{\infty} (f_u, f_u + g_u, g_u) e^{-iKr} r dr + \frac{i}{K^2} \int_0^{\infty} (f_u, f_u + g_u, g_u) e^{-iKr} dr$$

Das Problem der Berechnung der Integrale über die Radialfunktion $R_{u',u}$ reduziert sich damit auf die Berechnung von Produkten $F'F$ von konfluenten hypergeometrischen Funktionen.

Man nehme als Beispiel die Berechnung von $T = \int_0^{\infty} f_u, f_u e^{-iKr} r dr$
Mit Hilfe der Gleichung C.5 errechnet man

$$T = i(E'-1)^{1/2} (E+1)^{1/2} \int_0^{\infty} [(F_1' F_1 - e^{-2i\eta} F_1' F_2 - e^{-2i\eta'} F_2' F_1$$

$$+ e^{-2i\eta} e^{-2i\eta'} F_2' F_2) \times e^{-ip'r} e^{-ipr} r^{\gamma'-1} r^{\gamma-1} e^{-iKr} r dr]$$

Nach Verwendung des Definitionsausdrucks für die konfluenten hypergeometrischen Funktionen lautet der erste Term von T

$$T_1 \sim \sum_n \sum_m \frac{(\alpha)_n}{(\beta)_n} \frac{(\alpha')_m}{(\beta')_m} \frac{(2ip)^n}{n!} \frac{(2ip')^m}{m!} \int_0^\infty r^{(n+m+\gamma+\gamma'-1)} e^{-i(p+p'+K)r} dr$$

Nach einem Theorem über Γ -Funktionen^{4,8} läßt sich dieser Ausdruck umformen in

$$\begin{aligned} T_1 &\sim \sum_n \sum_m \frac{(\alpha)_n}{(\beta)_n} \frac{(\alpha')_m}{(\beta')_m} \frac{(2ip)^n}{n!} \frac{(2ip')^m}{m!} \times \Gamma(n+m+\gamma'+\gamma) [i(p+p'+K)]^{-(\gamma+\gamma')} \\ &= \frac{\Gamma(\gamma'+\gamma)}{[i(p+p'+K)]^{(\gamma'+\gamma)}} \sum_n \sum_m (\gamma+\gamma')_{n+m} \frac{(\alpha)_n (\alpha')_m}{(\beta)_n (\beta')_m} \frac{1}{n!m!} \left(\frac{2p'}{p+p'+K}\right)^m \left(\frac{2p}{p+p'+K}\right)^n \end{aligned} \quad (C.6)$$

Die doppelte Summe bildet eine sogenannte APPEL'sche hypergeometrische Funktion. Die Endresultate lauten:

$$I_{u'u}^{(1)} = \frac{i\Gamma(\gamma+\gamma')}{K(p'+p+K)^{(\gamma+\gamma')}} (c_1 J_1 + c_2 J_2 + c_3 J_3 + c_4 J_4)$$

J_1, J_2, J_3 und J_4 sind APPEL'sche hypergeometrische Funktionen, die in der Art von Gleichung C.6 gerechnet werden.

$$J_1 = J_1(F_1'F_1), \quad J_2 = J_2(F_1'F_2), \quad J_3 = J_3(F_2'F_1), \quad J_4 = J_4(F_2'F_2)$$

$$c_1 = [(u-u'+1)(E'+1)^{1/2}(E+1)^{1/2} - (u-u'-1)(E'-1)^{1/2}(E-1)^{1/2}]$$

$$c_2 = -[(u-u'+1)(E'+1)^{1/2}(E+1)^{1/2} + (u-u'-1)(E'-1)^{1/2}(E-1)^{1/2}] e^{-2i\eta}$$

$$c_3 = [(u-u'+1)(E'+1)^{1/2}(E+1)^{1/2} + (u-u'-1)(E'-1)^{1/2}(E-1)^{1/2}] e^{-2i\eta'}$$

$$c_4 = -c_1 e^{-2i\eta'} e^{-2i\eta}$$

und

$$I_{u'u}^{(2)} = - \frac{\Gamma(\gamma+\gamma')}{K(p'+p+K)(\gamma'+\gamma)} [(c_5 J_1 + c_6 J_2 + c_7 J_3 + c_8 J_4) + \frac{p'+p+K}{K(\gamma'+\gamma-1)} (c_5 J_5 + c_6 J_6 + c_7 J_7 + c_8 J_8)]$$

J_5, J_6, J_7 und J_8 sind gleich wie J_1, J_2, J_3 und J_4 wenn man $\gamma+\gamma'$ durch $\gamma+\gamma'-1$ ersetzt.

Die entsprechenden Koeffizienten sind

$$\begin{aligned} c_5 &= i [(E'-1)^{1/2} (E+1)^{1/2} + (E'+1)^{1/2} (E-1)^{1/2}] \\ c_6 &= i [(E'+1)^{1/2} (E-1)^{1/2} - (E'-1)^{1/2} (E+1)^{1/2}] e^{-2i\eta} \\ c_7 &= i [(E'+1)^{1/2} (E-1)^{1/2} - (E'-1)^{1/2} (E+1)^{1/2}] e^{-2i\eta'} \\ c_8 &= c_5 e^{-2i\eta'} e^{-2i\eta}. \end{aligned}$$

Die Schwierigkeit bei der Berechnung von Paarbildungskoeffizienten liegt darin, daß die Anfangs- und Endzustände der Elektronen im Kontinuum liegen. Die Rechnung zeigt jedoch, daß der wesentliche Beitrag zum Paarbildungskoeffizienten von den s-Elektronen und den p-Positronen kommt ($u'=-1, u=1$). Allerdings ist das keine allgemeine Regel, so daß die verschiedenen Beiträge in jedem Einzelfall gerechnet werden müssen. Sie hängen von der Energie K des Übergangs und der Ordnungszahl Z ab. Tabelle IV zeigt ein Beispiel für den Kern Eu^{152} mit $Z=62$ und für den γ -Übergang von 1408 keV.

u'	u	$\frac{d\alpha_{ip}}{dE}$	%
-1	1	0.354×10^{-3}	96.7
-1	-2	0.722×10^{-5}	2
-2	2	0.364×10^{-5}	1
-2	-1	0.405×10^{-6}	0.1
1	-1	0.211×10^{-6}	0.1
1	2	0.151×10^{-6}	
2	1	0.142×10^{-6}	
-2	-3	0.985×10^{-7}	
2	3	0.254×10^{-8}	
2	-2	0.752×10^{-9}	
Totaler bei $E/m_e c^2 = 1.7$		0.366×10^{-3}	100

Tabelle IV: Beiträge zum Paarbildungskoeffizienten bei $E/m_e c^2 = 1.7$.

Literaturverzeichnis

- ¹L.A. SLIV, Doklady Akad.Nauk SSSR 64, 521 (1949); JETP 25, 7 (1953); J. Phys. et Rad. 16, 589 (1955)
- ²H.J. LEISI, J.H.BRUNNER, C.F. PERDRISAT, P. SCHERRER, Helv.Phys. Acta, 34, 2 (1961)
- ³C.F. PERDRISAT, H.J. LEISI, J.H. BRUNNER, Nucl.Phys.31, 157 (1962)
- ⁴C.F. PERDRISAT, J.H. BRUNNER, H.J. LEISI, Helv.Phys.Acta 35,175 (1962)
- ⁵R. WIENER, C. CHASMAN, P. HARIHAR, C.S. WU; Phys.Rev.130,3,1069 (1963)
- ⁶S.S. VASILENKO, M.G. KAGANSKII, D.L. KAMINSKII, S.F. KOKSHAROVA; JETP(USSR) 39, 970 (1960); Soviet Physics JETP 12,4,672 (1961)
- ⁷C.F. PERDRISAT, H.J. LEISI, J.H. BRUNNER, L. PIAGGIO; Nucl.Phys.31, 160 (1962)
- ⁸S. SHIMIZU, Y. NAKAYAMA, H. HIRATA, H. MAZAKI; Nucl.Phys.54,265 (1964)
- ⁹H. PETTERSON, S. ANTMAN; Ark.för Fysik, 28, 8, 93 (1964)
- ¹⁰B. SVAHN, C. BERGMAN, H. PETTERSON; Physica Scripta 5, 23 (1972)
- ¹¹E. MOLL, E. KANKELEIT; Nukleonik 7, 180 (1965)
- ¹²E. MOLL; Diplomarbeit, Laboratorium für Techn.Physik der TH München (1961)
- ¹³E. MOLL; Dissertation, Fakultät für allg.Wissenschaften der TH München (1964)
- ¹⁴H. BEHRENS, J. JÄNECKE; Landolt-Börnstein, New Series I/4, Springer, Berlin-Heidelberg-New York (1969)
- ¹⁵W.G. THIES; Diplomarbeit, Institut für experimentelle Kernphysik der Universität und des Kernforschungszentrums Karlsruhe (1972)
- ¹⁶M. KOBELT; Dissertation, Fakultät für Physik der Universität Karlsruhe (1973)
- ¹⁷R. LOMBARD; Helv.Phys.Acta 37, 3 (1964)
- ¹⁸B.N. BELYAEV; Sov.Journal of Nucl.Phys. 14, 6, 641 (1972)
- ¹⁹R. LOMBARD, F. RYS; Nucl.Phys. 31, 163 (1962)
- ²⁰W. DONNER; Einführung in die Theorie der Kernspektren I, Bibl.Inst. Mannheim 1971
- ²¹A.H. WAPSTRA, G.J. NIJGH, R.VAN LIESHOUT; Nuclear Spectroscopy Tables, North Holland (1959)

- ²²M. GOLDBABER, A.W. SUNYAR in K. SIEGBAHN's α -, β - and γ -Ray Spectroscopy, North Holland, Amsterdam, p.931 (1965)
- ²³E.L. CHURCH, J. WENESER; Annual Review of Nucl.Science 10,193 (1960)
- ²⁴M.E. ROSE, Internal Conversion Coefficients, North Holland, Amsterdam (1958)
- ²⁵L.A. SLIV, I.M. BAND; Tables of Internal Conversion Coefficients in α -, β - and γ -Ray Spectroscopy (K.Siegbahn ed.) Amsterdam (1965)
- ²⁶H.C. PAULI; Tables of Internal Conversion Coefficients, Basel Universität (1967)
- ²⁷R.S. HAGER, E.C. SELTZER; Internal Conversion Tables, Nuclear Data A4,1-235 (1968)
- ²⁸R.J. LOMBARD, C.F. PERDRISAT, J.H. BRUNNER; Nucl.Phys.A110,41(1968)
- ²⁹J.C. JAEGER, H.R. HULME; Proc.Roy.Soc. 148, 708 (1935)
- ³⁰E.J.McGUIRE; Atomic Inner-Shell Processes (B.Crasemann ed.), Academic Press, New York (1975)
- ³¹BAMBYNEK et al., Rev.Mod.Phys. 44, 716 (1972)
- ³²NATHAN, WAGGONER; Nucl.Phys. 2, 515 (1957)
- ³³P. DEBRUNNER, W. KÜNDIG; Helv.Phys.Acta 33, 395 (1960)
- ³⁴J.S. LARSEN, O. SKILBREID, L. VISTISEN; nucl.Phys.A100, 248 (1968)
- ³⁵J. BARRETTE, M. BARRETTE, A. BOUTARD, G. LAMOUREUX, S. MONARO, S. MARKIZA; Can.Journ.Phys. 49, 2462 (1971)
- ³⁶A. SAVITZKY, M.J. GOLAY; Anal.Chem. 36, 1627 (1964)
- ³⁷O. KOFOED-HANSEN, J. LINDHARD, O.B. NIELSEN; D.Kgl.Danske Vidensk. Selskab.Mat.-Fys.Medd. 25, 16 (1950)
- ³⁸B. KIENZLER; Diplomarbeit, Institut für experimentelle Kernphysik der Universität und des Kernforschungszentrums Karlsruhe (1974)
- ³⁹M. MIKIRDITSIAN; Diplomarbeit, Institut für experimentelle Kernphysik der Universität und des Kernforschungszentrums Karlsruhe (1974)
- ⁴⁰J.H. BRUNNER; Helv.Phys.Acta 41, 121 (1968)
- ⁴¹D.L. KAMINSKII, M.G. KAGANSKII; JETP(USSR) 35, 926 (1958); Soviet Physics JETP 35 (8), 4, 646 (1959)
- ⁴²S.F. ANTONOVA, S.S. VASILENKO, M.G. KAGANSKII, D.L. KAMINSKII; JETP(USSR) 37, 667 (1959); Soviet Physics JETP 37 (10), 3, 477 (1960)

- ⁴³D.E. ALBURGER, S. OFER, M. GOLDHABER; Phys.Rev.112, 1998 (1958)
- ⁴⁴H. PAUL; Nucl.Instr.Meth. 31, 307 (1964)
- ⁴⁵T.v.EGIDY, Th.W. ELZE; FRM-Bericht No.79 (1966)
- ⁴⁶F.T. AVIGNONE III; Nucl.Instr.Meth. 116, 521 (1974)
- ⁴⁷A.I. ACHIESER, W.B. BERESTETZKI; Quantenelektrodynamik,
Frankfurt (1962)
- ⁴⁸A. ERDELYI, W. MAGNUS, F. OBERHETTINGER, F.G. TRICOMI; Higher
Transcendental Functions I, McGraw-Hill, New York (1953)