

KfK 2636  
Mai 1978

**Vorhersage von  
Strukturfunktionen der  
Baryonen für die  
elektromagnetische und  
schwache Wechselwirkung**

H. D. Kiehlmann  
Institut für Kernphysik

**Kernforschungszentrum Karlsruhe**

Als Manuskript vervielfältigt  
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE GMBH

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

INSTITUT FÜR KERNPHYSIK

KfK 2636

Vorhersage von Strukturfunktionen  
der Baryonen für die elektromagnetische  
und schwache Wechselwirkung\*

Horst-Dieter Kiehlmann

\* von der Fakultät für Physik der Universität Karlsruhe genehmigte  
Dissertation

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe



## ZUSAMMENFASSUNG

Die elektromagnetischen und schwachen Formfaktoren der Baryon-Matrixelemente  $\langle B' | J_\mu | B \rangle$  (wobei B für das Nukleon oder die  $\Lambda(1232)$ -Resonanz steht), werden über Summenregeln durch die experimentell bekannten Formfaktoren des Nukleon-Matrixelements  $\langle N' | J_\mu | N \rangle$  für Viererimpulsüberträge  $0 \leq -K^2 < 0.5 \text{ GeV}^2$  bestimmt. Der Operator  $J_\mu$  bezeichnet entweder den elektromagnetischen Strom oder den schwachen, die Hyperladung erhaltenden Strom I. Art. Die Summenregeln sind abgeleitet aus Superkonvergenzeigenschaften geeigneter Reaktionsamplituden.

Die Ergebnisse ermöglichen es, die Wirkungsquerschnitte einer ganzen Reihe von peripheren Reaktionen absolut zu bestimmen. Eine wichtige und interessante Konsequenz für die betrachteten Matrixelemente des schwachen Stromes ist, daß die CVC- bzw. PCAC-Aussagen ohne zusätzliche Annahmen aus den Summenregeln folgen. Schließlich werden mit Hilfe der Ergebnisse die Vorhersagen der relativistischen SU(6)-Modelle überprüft. Überraschenderweise ergibt sich eine gute Bestätigung der wesentlichen Aussagen dieser Modelle, deren Zuverlässigkeit aufgrund einer Reihe spekulativer Annahmen bisher fast unbekannt war.

Predictions of baryon form factors for the electromagnetic  
and weak interaction

ABSTRACT

The electromagnetic and weak form factors of the baryon matrix elements  $\langle B' | J_\mu | B \rangle$  (with B the nucleon or the  $\Delta(1232)$ -resonance) are determined via sumrules by the experimentally known form factors of the nucleon matrix element  $\langle N' | J_\mu | N \rangle$  for momentum transfers  $0 \leq -K^2 < 0.5 \text{ GeV}^2$ . The operator  $J_\mu$  denotes either the electromagnetic current or the weak hypercharge-conserving current of the I. class. The sumrules are derived from the superconvergence of properly chosen reaction amplitudes.

The results allow an absolute determination of the cross sections of a series of peripheral reactions. An important and interesting consequence for the considered matrix elements of the weak current is that the properties of CVC or PCAC follow from the sumrules without additional assumptions. Finally the predictions of relativistic SU(6)-models are checked. One gets surprisingly a good confirmation of the essential results of these models, the reliability of which has almost been unknown on account of a series of speculative assumptions.

## INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1. EINLEITUNG	1
2. DEFINITION DES SCHWACHEN HADRONISCHEN $\Delta Y=0$ STROMES	5
3. DEFINITION DER SUMMENREGELN	7
4. DIE ALLGEMEINE STRUKTUR DER SUMMENREGELN	11
5. AUSWERTUNG DER SUMMENREGELN FÜR DEN ELEKTROMAGNETISCHEN UND SCHWACHEN VEKTORSTROM I. ART	15
5.1 Verifizierung der eingeschränkten CVC-Hypothese (2.2)	15
5.2 $\Delta V_{\mu}^{e.m.} \rightarrow \Delta\pi$	16
5.3 $NV_{\mu}^{e.m.} \rightarrow \Delta\pi$	23
5.4 $NV_{\mu}^{e.m.} \rightarrow N\pi$	29
6. AUSWERTUNG DER SUMMENREGELN DES SCHWACHEN AXIALVEKTORSTROMES I. ART $A_{\mu}^I$	32
6.1 $\Delta A_{\mu}^I \rightarrow \Delta\pi$	32
6.2 $NA_{\mu}^I \rightarrow \Delta\pi$	40
6.3 $NA_{\mu}^I \rightarrow N\pi$	48
ZUSAMMENFASSUNG DER ERGEBNISSE	49
ANHANG	A1
A. ALLGEMEINE VERTEXZERLEGUNGEN	A1
A1 Matrixelemente des schwachen Stromes	A8
A2 Matrixelemente des pionischen Stromes	A10
B. ISOSPINFORMALISMUS	A12

## C. SUMMENREGELN

CI	Summenregeln des Iovektorstromes $V_{\mu}^{e.m.}$	A13
CI.1	$\Delta V_{\mu}^{e.m.} \rightarrow \Delta\pi$	A13
CI.2	$NV_{\mu}^{e.m.} \rightarrow \Delta\pi$	A19
CI.3	$NV_{\mu}^{e.m.} \rightarrow N\pi$	A20
CI.4	Summenregeln der skalaren Amplituden des schwachen Vektorstromes I. Art $V_{\mu}^I$	A21
CII	Summenregeln des Axialvektorstromes I. Art	A24
CII.1	$\Delta A_{\mu}^I \rightarrow \Delta\pi$	A24
CII.2	$NA_{\mu}^I \rightarrow \Delta\pi$	A31
CII.3	$NA_{\mu}^I \rightarrow N\pi$	A33

## D. VORHERSAGEN DER GEBROCHENEN RELATIVISTISCHEN U(6,6)-SYMMETRIE A35

E. SUMMENREGELN DER  $\pi$ -STREUUNG A38

E1	Summenregeln der Reaktion $\pi N \rightarrow \pi\Delta$	A38
E2	Summenregeln der Reaktion $\pi\Delta \rightarrow \pi\Delta$	A39

## F. PCAC-VORHERSAGEN FÜR DEN SCHWACHEN AXIALVEKTORSTROM I. ART A42

## LITERATURVERZEICHNIS

## VERZEICHNIS DER ABBILDUNGEN

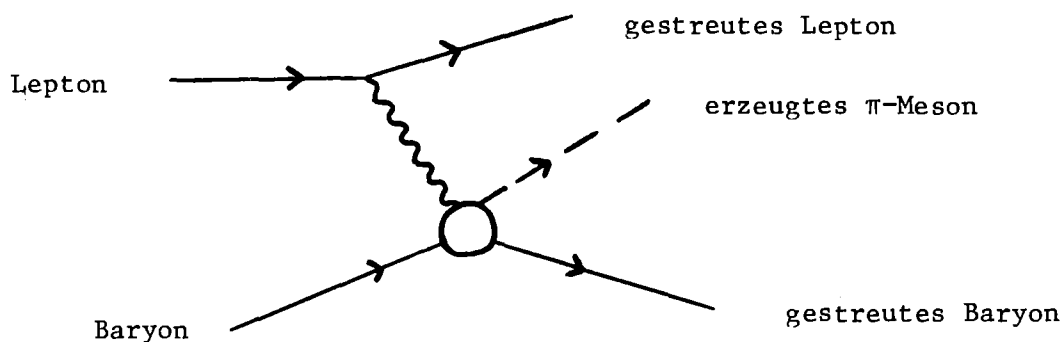


## 1. EINLEITUNG

Die elektromagnetische oder schwache Wechselwirkung schreibt man in der Form  $g \int d^4x F^\mu(x) J_\mu(x)$ . In diesem Integral ist  $F^\mu(x)$  das Vektorpotential des Photons oder das Feld des intermediären Bosons. Der Operator  $J_\mu(x)$  beschreibt in unserem Fall den hadronischen Strom, der in der elektromagnetischen Wechselwirkung ein reiner Vektorstrom  $V_\mu(x)$  ist und in der schwachen Wechselwirkung zusätzlich noch einen Axialvektorbeitrag  $A_\mu(x)$  enthält.

In dieser Arbeit berechnen wir wichtige Einteilchenmatrixelemente der Art  $\langle B' | J_\mu | B \rangle$ , wobei B das Nukleon N oder die  $\Delta(1232)$ -Resonanz bezeichnet. In der Zerlegung des Matrixelements nach Kovarianten, wie sie z.B. im Anhang A angegeben ist, treten skalare Koeffizientenfunktionen, die sogenannten Strukturfunktionen der Baryonen auf.

Experimentell gut gemessen sind bisher lediglich die Strukturfunktionen von  $\langle N' | J_\mu | N \rangle$  durch Streuung von Elektronen oder Neutrinos an Nucleonen. Die übrigen Matrixelemente  $\langle \Delta' | J_\mu | N \rangle$  und  $\langle \Delta' | J_\mu | \Delta \rangle$  treten z.B. in den Poltermen der Reaktionen



auf. Diese Streureaktionen wurden mit Hilfe von Dispersionsrelationen z.B. in Ref. [A1,L2,M3,S8] oder mit Borntermmodellen wie in Ref. [B2] behandelt. Dabei werden die erwähnten Strukturfunktionen als Eingabe zur numerischen Berechnung der Wirkungsquerschnitte benötigt.

Vorhersagen für die Strukturfunktionen sind mit Hilfe relativistischer Verallgemeinerungen der inneren SU(3) Symmetrie gemacht worden [01,02,S3,S5]. Im folgenden beziehen wir uns im Falle des elektromagnetischen Stromes auf das U(6,6)-Modell von Sakita und Wali [S3] und im Falle des schwachen Stromes auf das U(6,6)-Spurion-Schema von Oehme [02]. Gegen diese Verallgemeinerungen der inneren Symmetrien gibt es sowohl prinzipielle als auch einige empirische Einwände [P2]. Es ist daher nicht klar, wie zuverlässig die Vorhersagen für die Strukturfunktionen sind. Andere theoretische Modelle beruhen auf expliziten Ansätzen im Rahmen des Quarkmodells mit zusätzlichen Annahmen in der Auswertung, deren Auswirkung auf die Zuverlässigkeit der Vorhersagen teilweise nicht bekannt ist.

Wir verwenden in dieser Arbeit Summenregeln, die von den erwähnten Symmetriemodellen unabhängig und ein sicheres Hilfsmittel sind. In diesen Regeln treten die superkonvergenten Streuamplituden [A2,S9] der Quasi-Zweitteilchenreaktion

$$J_{\mu} + \text{Baryon} \rightarrow \text{Baryon}' + \pi\text{-Meson}$$

auf. Dabei repräsentiert  $J_{\mu}$  ein von den Leptonen erzeugtes virtuelles Teilchen. Die Summenregeln lauten in den bekannten kinematischen Variablen  $s, t, u$

$$\int_{s_0}^{\infty} \text{Im } f(s', t, u') ds' - \int_{u_0}^{\infty} \text{Im } f(s', t, u') du' = 0, \quad t \approx 0.$$

Sie folgen aus Analytizität der Amplituden  $f$  und dem Hochenergieverhalten  $f(s, t) \sim s^{\alpha(t)-m}$ ,  $s \rightarrow \infty$ ,  $t \approx 0$ , welches man aus dem Reggemo-  
dell ableitet. Hierbei ist  $\alpha(t)$  die führende Reggetrajektorie und  $m$  eine aus den Helizitäten zu berechnende Konstante.

Die wesentliche Modellannahme besteht nun darin, die Summenregeln nur

durch Niederenergiebeiträge, die vom Nukleon- und  $\Delta$ -Austausch herrühren, zu saturieren.

$$\text{Im } f \approx \text{Im} \left[ \begin{array}{cccc} \begin{array}{c} \text{---} \\ \diagup \quad \diagdown \\ \text{---} \\ \text{N} \end{array} & + & \begin{array}{c} \text{---} \\ \diagup \quad \diagdown \\ \text{---} \\ \Delta \end{array} & + & \begin{array}{c} \text{---} \\ \diagup \quad \diagdown \\ \text{---} \\ \text{N} \end{array} & + & \begin{array}{c} \text{---} \\ \diagup \quad \diagdown \\ \text{---} \\ \Delta \end{array} \end{array} \right]$$

Die ausgetauschte  $\Delta$ -Resonanz wird als virtuelles Teilchen mit der Linienbreite  $\Gamma_{\Delta} \rightarrow 0$  behandelt. Dann erhält man ein algebraisches Gleichungssystem für die Strukturfunktionen der Matrixelemente des Baryonenstromes  $J_{\mu}$ , dessen Isospineigenschaften wir in der üblichen Form annehmen.

Die Summenregeln in dieser Weise zu saturieren hat sich in zahlreichen Fällen bewährt. Dennoch wird sich in der Analyse des erwähnten Gleichungssystems herausstellen, daß die Beschränkung auf Nukleon- und  $\Delta$ -Austausch die Gültigkeit der Gleichungen einschränkt. Leider können wir in dieser Arbeit diese Beschränkungen nicht vollständig behandeln. Es ist nur möglich auf indirekte Weise z.B. durch Aufzeigen von Inkonsistenzen zwischen den Gleichungen, die Grenzen der Approximation zu erschließen. Natürlich würde ein direktes Vorgehen, nämlich die Abschätzung der vernachlässigten Partialamplituden, die Anwendbarkeit der Methode erweitern. Der Aufwand dafür wäre jedoch sehr groß und kann im Rahmen dieser Arbeit nicht geleistet werden.

Summenregeln der angegebenen Art wurden bisher eingehend für hadronische Prozesse der Meson-Meson- oder Meson-Baryon-Streuung wie z.B. in [03, J2, J3] untersucht. Aber auch für Photoproduktionsreaktionen hat man Summenregeln bereits ausgewertet [K4, S7]. Im Unterschied zu allen diesen Arbeiten werden für die genannten Reaktionen die Summenregeln für beliebiges  $K^2$  des Impulses von  $J_{\mu}$  aufgestellt. Daher ist es zum ersten Mal möglich, aus den Summenregeln nicht nur die statischen Werte, sondern auch die  $K^2$ -Abhängigkeit der Strukturfunktionen zumindest in einem endlichen  $K^2$ -Intervall zu be-

stimmen.

Die Berechnung der  $\Delta$ -Austausch-Feynmangraphen für die Summenregeln ist teilweise mit erheblichem algebraischem Aufwand verbunden. Die erst seit kurzem zur Verfügung stehenden Programme zur analytischen Behandlung von Problemen auf einer elektronischen Rechenanlage (REDUCE-Programm |H4|) waren eine Voraussetzung zur Ausführung der Rechnungen.

Das Ziel dieser Arbeit war, durch Lösung des aus den Summenregeln folgenden Gleichungssystems die Strukturfunktionen der  $\langle \Delta' | J_\mu | N \rangle$  und  $\langle \Delta' | J_\mu | \Delta \rangle$  Matrixelemente des elektromagnetischen und schwachen Stromes durch die experimentell bekannten Nukleon-Strukturfunktionen (Formfaktoren) auszudrücken. Das Ergebnis dient zur Vorhersage von Wirkungsquerschnitten mit den erwähnten Polterm-Modellen. Darüberhinaus kann es dazu verwendet werden die Symmetrieaussagen, wie z.B. die des U(6,6)-Modells zu überprüfen. Schließlich können Summenregeln dazu dienen, grundlegende Eigenschaften des schwachen Stromes, wie sie sich aus der Hypothese vom erhaltenen Vektorstrom (CVC) oder des teilweise erhaltenen Axialvektorstromes (PCAC) und dem Verschwinden der schwachen Ströme II. Art ergeben, ohne zusätzliche Annahmen für die betrachteten Matrixelemente abzuleiten.

Die für die praktische Anwendung wichtigsten Ergebnisse für die Formfaktoren sind in der Zusammenfassung der Ergebnisse am Ende der Arbeit zu finden.

## 2. DEFINITION DES SCHWACHEN HADRONISCHEN $\Delta Y = 0$ STROMES

In dieser Arbeit wird ausschließlich der  $\Delta Y = 0$ ,  $I=1$  Anteil des schwachen hadronischen Stromes behandelt. (Hierbei ist  $Y$  die Hyperladung und  $I$  der Isospin). Es sei

$$J_{\mu}^{+} = V_{\mu}^{+} + A_{\mu}^{+}$$

der ( $I=1$ ,  $I_3=1$ ) Anteil des Iovektorstromes. Dann können die übrigen Komponenten wie folgt definiert werden

$$J_{\mu}^{0} := -\frac{1}{2} [I^{-}, J_{\mu}^{+}] \quad ,$$

$$J_{\mu}^{-} := [I^{-}, J_{\mu}^{0}] \quad .$$

( $I^{+}$ ,  $I^{-}$ ,  $I^3$  sind die infinitesimalen Erzeugenden der Isospingruppe.)

Bei einem Triplet dieser Art unterscheidet man Ströme I. und II. Art  $|H1|$ ,  $|K1|$ . Für einen Strom I. Art gilt

$$J_{\mu}^{0} = +(J_{\mu}^{0}) \text{ hermitisch konjugiert}$$

und für einen Strom II. Art

$$J_{\mu}^{0} = -(J_{\mu}^{0}) \text{ hermitisch konjugiert} \quad .$$

Unter der Annahme der CP-Invarianz der schwachen Wechselwirkung von semi-leptonischen  $\Delta Y = 0$  Reaktionen ist die oben eingeführte Klassifikation von

Strömen I. und II. Art äquivalent der von Weinberg |W1| verwendeten Definition mit Hilfe der G-Parität

$$G V_{\mu}^I G^{-1} = +V_{\mu}^I, \quad G A_{\mu}^I G^{-1} = -A_{\mu}^I, \\ G V_{\mu}^{II} G^{-1} = -V_{\mu}^{II}, \quad G A_{\mu}^{II} G^{-1} = +A_{\mu}^{II}.$$

Die CVC-Hypothese besagt

$$V_{\mu}^0 \equiv V_{\mu}^{\text{elektromagnetisch}} \quad (I \neq 1) \quad . \quad (2.1)$$

Aus der Ladungserhaltung und der Hermitizität des elektromagnetischen Stromes folgt, daß der schwache Vektorstrom  $V_{\mu}^0$  erhalten und ein Strom I. Art ist.

Man sollte beachten, daß auch neuerdings darauf hingewiesen wurde |H2|, daß die CVC-Hypothese nur für den Anteil I. Art des Vektorstromes  $V_{\mu}$  experimentell geprüft ist. Vektorströme II. Art sind daher aufgrund der bisherigen Experimente noch nicht ausgeschlossen. Es könnte also sein, daß (2.1) nur für den Anteil I. Art gilt, d.h.

$$V_{\mu}^0 \text{ I. Art} = V_{\mu}^{\text{e.m.}} \quad (I = 1) \quad . \quad (2.2)$$

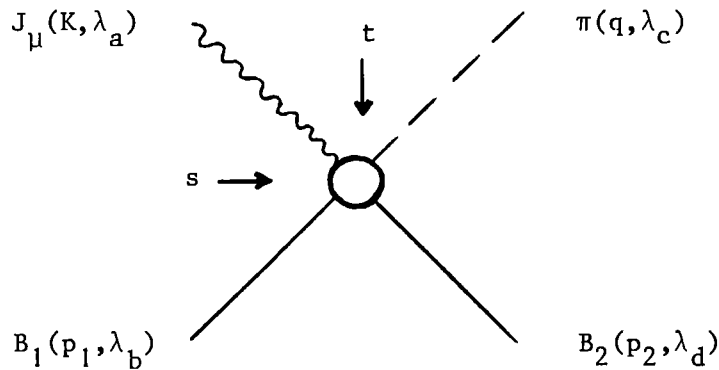
Über die Existenz von Beiträgen II. Art des Axialvektorstromes  $A_{\mu}$  ist noch weniger bekannt. Einige neuere kernphysikalische Messungen erlauben, daß am  $A_{\mu} NN$ -Vertex der Beitrag II. Art von der gleichen Größenordnung des Beitrages I. Art sein kann |S4|, |C2|. Andere Experimente |W3|, |T1| ergeben wiederum keinen Hinweis auf Beiträge II. Art von  $A_{\mu}$ . Auch die PCAC-Hypothese steht nicht im Widerspruch zur Existenz von Axialvektorströmen II. Art, wenn man sie nur auf den Anteil I. Art bezieht.

### 3. DEFINITION DER SUMMENREGELN

Zur Ableitung von Summenregeln benutzen wir Streuamplituden, die folgenden Bedingungen genügen:

- i) Sie sind frei von kinematischen Singularitäten und besitzen somit nur noch Unitaritätsschnitte.
- ii) Ihr Hochenergieverhalten läßt sich leicht mit Hilfe der Reggetransformation von Amplituden bestimmen.

Betrachtet man die Reaktion



mit

$$s = (p_1 + K)^2, \quad (B_1 + J_\mu \rightarrow B_2 + \pi),$$

$$t = (q - K)^2, \quad (\bar{\pi} + J_\mu \rightarrow B_2 + \overline{B_1})$$

so erfüllen die regularisierten, paritätserhaltenden t-Kanal-Helizitätsamplituden  $G_{\lambda_d \lambda_b; \lambda_c \lambda_a}^{1,2}$ , wie sie von Cohen-Tannoudji et al. [C3] definiert wurden, die Forderungen i) und ii). Dabei nimmt man an, daß alle an dem Streuprozeß beteiligten Partner, wie Teilchen, Resonanzen und virtuelle Felder, z.B. Moellerpotential, als äußere massive Teilchen behandelt werden können.

Im Limes  $s \rightarrow \infty$ ,  $t$  fest, gilt für die genannten Amplituden:

$$G_{\lambda_d \lambda_b, \lambda_c \lambda_a}^{1,2}(s, t) \underset{s \rightarrow \infty}{\sim} s^{\alpha_{\text{eff}}(t) - m}, \quad t - \text{fest} \quad (3.1)$$

mit  $m = \max(|\lambda_d - \lambda_b|, |\lambda_c - \lambda_a|)$  und  $\alpha_{\text{eff}}(t)$  die führende Reggetrajektorie, die im  $t$ -Kanal ausgetauscht werden kann. Wir nehmen dabei an, daß fixed-Pol-Beiträge, für die es bisher in unseren Reaktionen keinen Hinweis gibt, nicht das führende asymptotische Verhalten festlegen. In den von uns betrachteten Fällen bestimmen die in Tabelle 1 enthaltenen Trajektorien das Hochenergieverhalten der Amplituden  $|C_4|$ .

TABELLE 1: Führende Reggetrajektorien des  $t$ -Kanals

Streupartner		I = 0		I = 1		I = 2	
a	$\bar{c}$	nat. Parität	unnat.	nat. Parität	unnat.	nat.	unnat. Parität
$V_{\mu}^{\text{e.m.}} (I=1)$	$\pi$	$\omega$		$A_2$	$\pi$	exotisch	
$V_{\mu}^{\text{e.m.}} (I=0)$	$\pi$	-	-	$\rho$	B	--	
$V_{\mu}^{\text{I}}, A_{\mu}^{\text{II}}$	$\pi$	$\omega$		$A_2$	$\pi$	exotisch	
$V_{\mu}^{\text{II}}, A_{\mu}^{\text{I}}$	$\pi$	P	$\eta$	$\rho$	B		
$\alpha_P(0) = 1, \quad \alpha_{\rho}(0) \approx \alpha_{A_2}(0) \approx \alpha_{\omega}(0) \approx 0.5$							
$\alpha_{\text{eff}}^{\text{I=2}}(0) < 1, \quad \alpha_{\pi}(0) \approx 0.0, \quad \alpha_{\eta}(0) \approx \alpha_B(0) < 0$							



Reggeschnitte führen nur zu logarithmischen Modifikationen des Potenzgesetzes (3.1) und brauchen daher bei der Herleitung der Summenregeln im allgemeinen nicht berücksichtigt werden. Lediglich in exotischen Kanälen (I=2) könnten sie das Hochenergieverhalten bestimmen. Da darüber zu wenig bekannt ist, nehmen wir an, daß in diesen Fällen  $s^{\alpha_{\text{eff}}-m}$  mit  $\alpha_{\text{eff}} < 1$  eine obere Schranke darstellt.

In Abhängigkeit von  $(\alpha_{\text{eff}}(t)-m)$  gelten nun die Summenregeln:

$$\int_{s_0}^{\infty} ds' (s')^n \text{Im } G_{\Lambda}^{1,2}(s', t, u') - \int_{u_0}^{\infty} du' (\Sigma-t-u')^n \text{Im } G_{\Lambda}^{1,2}(s', t, u') = 0, \quad (3.2)$$

$$\Lambda = (\lambda_d, \lambda_b^-; \lambda_c^-, \lambda_a)$$

$$\Sigma = K^2 + p_1^2 + q^2 + p_2^2 = K^2 + m_{B1}^2 + m_{\pi}^2 + m_{B2}^2$$

für den superkonvergenten Fall  $\alpha_{\text{eff}}-m < -1-n$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Für  $n \neq 0$  spricht man üblicherweise von Moment-Summenregeln. Effektiv treten hier nur die Fälle  $n = 0, 1$  auf.

Die wesentliche Approximation ist nun, die Integrale (3.2) nur mit dem Nukleon- und  $\Delta(1232)$ -Austausch in s- und u-Kanal zu saturieren. Dabei wird die  $\Delta$ -Resonanz in der Polapproximation behandelt ( $\Gamma_{\Delta} = 0$ ) und angenommen, daß die Imaginärteile der Amplituden mit Hilfe von Feynmangraphen berechnet werden können. Die Vernachlässigung höherer Resonanzbeiträge hat zur Folge, daß praktisch nur in Vorwärtsrichtung ( $t=0$  für  $s \rightarrow \infty$ ) mit einer befriedigenden Approximation der Summenregeln zu rechnen ist. Entwickelt man nämlich  $\text{Im } G_{\Lambda}$  nach Potenzen von  $t$ , so tragen zu den höheren  $t$ -Koeffizienten nur noch die höheren, vernachlässigten Drehimpulse bei. Neben den  $t^0$ -Summenregeln werden wir nur dann die 1. Ableitungssummenregeln ( $t^1$ -Summenregeln) betrachten, wenn die zugrunde liegenden Amplituden extrem schnell konvergieren (siehe (4.3)).

In die Summenregeln (3.2) werden die Imaginärteile der  $N$ - und  $\Delta$ -Austauschgraphen mit den in Anhang A angegebenen Vertexzerlegungen eingesetzt. Da man in der Polapproximation nur die Beiträge auf der Massenschale benötigt, treten Mehrdeutigkeiten bei der Definition der Vertizes und Propagatoren nicht auf. Die Gesamtheit der Summenregeln (3.2) stellt ein algebraisches Gleichungssystem für die Formfaktoren und Kopplungskonstanten dar, dessen Auflösung im folgenden besprochen wird.

#### 4. DIE ALLGEMEINE STRUKTUR DER SUMMENREGELN

Zunächst stellt man fest, daß sich in den Summenregeln (3.2) die Beiträge I. und II. Art aufgrund des entgegengesetzten s-u-Kreuzungsverhaltens leicht entkoppeln lassen. Man gewinnt somit zwei unabhängige Gleichungssysteme für die Formfaktoren I. und II. Art.

In dieser Arbeit werden ausschließlich die Summenregeln des elektromagnetischen und schwachen Stromes I. Art für die Reaktionen

- i)  $\Delta + \{V_{\mu}^{e.m.}, V_{\mu}^I, A_{\mu}^I\} \rightarrow \Delta + \pi$
- ii)  $N + \{V_{\mu}^{e.m.}, V_{\mu}^I, A_{\mu}^I\} \rightarrow \Delta + \pi$
- iii)  $N + \{V_{\mu}^{e.m.}, V_{\mu}^I, A_{\mu}^I\} \rightarrow N + \pi$

untersucht. Wegen Kreuzungssymmetrie liefern die Amplituden der Reaktionen  $\Delta + \{V_{\mu}^{e.m.}, V_{\mu}^I, A_{\mu}^I\} \rightarrow N + \pi$  die gleichen Summenregeln, wie man sie auch aus ii) erhält.

Über die Summenregeln des schwachen Stromes II. Art ist bereits an anderer Stelle berichtet worden [K2] und die Ergebnisse werden in [K5] dargestellt.

In den Reaktionskanälen i) und ii) werden generell nur die Amplituden mit Helizitätsflip  $m \geq 2$  betrachtet. Die wesentlichen Gründe für diese Beschränkung sind, daß die Summenregeln in diesen Reaktionen für  $m < 2$  kinematisch sehr unübersichtlich sind und  $\alpha_{eff}$  nur kleiner 1 zu sein braucht. Im einzelnen sind dies

$$i) \quad \Delta + \{V_{\mu}^{e.m.}, V_{\mu}^I, A_{\mu}^I\} \rightarrow \Delta + \pi$$

$$m=3: \quad G_{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}, S1}^{1V(A)}, \quad G_{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}, S1}^{2V(A)}, \quad G_{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}, S0}^{2V(1A)}, \quad G_{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}, Ss}^{2V(1A)}$$

$$m=2: \quad G_{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}, S1}^{1V(A)}, \quad G_{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}, S1}^{2V(A)}, \quad G_{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}, S0}^{1V(2A)}, \quad G_{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}, Ss}^{1V(2A)}$$

$$G_{\frac{1}{2} - \frac{3}{2}, S1}^{1V(A)}, \quad G_{\frac{1}{2} - \frac{3}{2}, S1}^{2V(A)}, \quad G_{\frac{1}{2} - \frac{3}{2}, S0}^{1V(2A)}, \quad G_{\frac{1}{2} - \frac{3}{2}, Ss}^{1V(2A)}$$

$$ii) \quad N + \{V_{\mu}^{e.m.}, V_{\mu}^I, A_{\mu}^I\} \rightarrow \Delta + \pi$$

$$m=2: \quad G_{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}, S1}^{1V(A)}, \quad G_{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}, S1}^{2V(A)}, \quad G_{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}, S0}^{1V(2A)}, \quad G_{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}, Ss}^{1V(2A)}$$

$$iii) \quad N + \{V_{\mu}^{e.m.}, V_{\mu}^I, A_{\mu}^I\} \rightarrow N + \pi$$

In diesem Kanal ist m maximal gleich 1. Superkonvergenz tritt lediglich für  $\alpha_{eff}(0) < 0$  auf, so daß nur Amplituden mit unnatürlichem Paritätsaustausch in Frage kommen (siehe Tabelle 1):

$$m=1: \quad G_{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}, S1}^{2V(A)}, \quad G_{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}, S1}^{2V(A)}, \quad G_{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}, S0}^{2V}, \quad G_{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}, Ss}^{2V}$$

In den Symbolen  $G_{\Lambda}^{\ell, V(A)}$ ,  $\ell=1, 2$  bedeutet

$\ell=1$ : führender Reggeaustausch mit natürlicher (unnatürlicher) Parität für  $(-1)^m = -1(+1)$ .

$\ell=2$ : führender Reggeaustausch mit natürlicher (unnatürlicher) Parität für

$$(-1)^m = +1(-1).$$

Die Bezeichnung  $\lambda = S (= 0)$  weist auf den skalaren Spin 0-Partner (z.B.  $\pi$ -Meson) hin.

Die Summenregeln, die sich nun aus den oben genannten Amplituden ableiten, haben in der in Abschnitt 3 angegebenen Approximation die Gestalt

$$\sum_r n_r g_r^{NN}(K^2) + \sum_s d_s g_s^{\Delta\Delta}(K^2) = 0 \quad . \quad (4.1)$$

Hierbei sind  $n_r = n_r(K^2, m^2, m_\pi^2, M^2, t)$ ,  $d_s = d_s(K^2, m^2, m_\pi^2, M^2, t)$  bekannte kinematische Faktoren ( $m = \text{Nukleon}$ ,  $M = \Delta\text{-Masse}$ );  $g^{N(\Delta)}$ ,  $F^{N(\Delta)}$  die zum  $N$ -( $\Delta$ )-Austausch gehörigen starken Kopplungskonstanten und Formfaktoren. Die Faktoren  $n_r$ ,  $d_s$  sind endliche Polynome in  $t$ , so daß eine Zerlegung der Art

$$\begin{aligned} n(t) &= n(0) + n'(0)t + \dots, \\ d(t) &= d(0) + d'(0)t + \dots \end{aligned} \quad (4.2)$$

gilt.

(4.1) zerfällt somit in  $t^0$ ,  $t^1$ , ... Gleichungen. Wie schon in Abschnitt 3 erwähnt, genügt in den vernachlässigten Ableitungen die Saturation mit Nukleon- und  $\Delta$ -Resonanz auf keinen Fall. Auch die Analyse der  $t^1$ -Summenregeln zeigt, daß die Konsistenz dieser Regeln mit den Ergebnissen aus den  $t^0$ -Summenregeln umso besser ist, je stärker die Amplituden der Summenregeln konvergieren. Aus diesem Grunde beschränken wir uns in dieser Arbeit bei den  $t^1$ -Summenregeln auf die Fälle, für die

$$|s^n G_\Lambda(s, t)| < |s|^{-2}, \quad n = 0, 1, \quad s \rightarrow \infty \quad . \quad (4.3)$$

Im folgenden werden wir sehen, daß diese Regeln im allgemeinen entweder die Ergebnisse der  $t^0$ -Regeln bestätigen oder den Gültigkeitsbereich in  $K^2$  beschränken.

Die verwendeten Summenregeln (4.1) sind explizit im Anhang C angegeben.

5. AUSWERTUNG DER SUMMENREGELN FÜR DEN ELEKTROMAGNETISCHEN UND SCHWACHEN VEKTORSTROM I. ART

5.1 Verifizierung der eingeschränkten CVC-Hypothese (2.2)

Bei der Aufstellung der Summenregeln (4.1) für den schwachen Vektorstrom I. Art  $V_{\mu}^I$  wird die CVC-Hypothese (2.2) nicht vorausgesetzt. Es entsteht daher die Frage, ob diese Hypothese auch aus den Gleichungen (4.1) abgeleitet werden kann. Anhand der Vertexzerlegungen in Anhang A stellt man zunächst fest, daß die nichterhaltenen Anteile des schwachen Vektorstromes  $V_{\mu}$  am NN- und  $\Delta\Delta$ -Übergang ausschließlich von II. Art sind. Es tritt daher in den skalaren Summenregeln für  $\partial_{\mu} V^{\mu}$  des Anhanges CI.4 nur der Formfaktor  $C_6^V$  des  $N\Delta$ -Vertex auf. Im Rahmen unseres Saturationsschemas ergibt sich aus allen Summenregeln

$$C_6^V(K^2) = 0 \quad , \quad (5.1)$$

womit der schwache Vektorstrom  $V_{\mu}^I$  an allen von uns betrachteten Vertizes erhalten ist.

Mit (5.1) folgt nun, daß die Spin 1-Summenregeln des schwachen Vektorstromes  $V_{\mu}^I$  die gleiche Struktur besitzen wie die in Anhang CI angegebenen Regeln des elektromagnetischen Iovektorstromes. Die Identität dieser Gleichungen legt eine Proportionalität der Formfaktoren von  $V_{\mu}^{e.m.}$  und  $V_{\mu}^I$  nahe. Mit der experimentell bestätigten Gleichheit der Kopplungen  $F_i^{V e.m.}(K^2) = F_i^{V I}(K^2)$ ,  $K^2 \approx 0$ ,  $i = 1,2$  des NN-Vertex folgt die Identität der Formfaktoren an den übrigen Übergängen. Um die CVC-Hypothese auch in der allgemeinen Form (2.1) zu überprüfen, müssen zusätzlich die Summenregeln für die Vektorströme II. Art untersucht werden (siehe |K5|).

Im folgenden werden wir wegen (2.2) nur noch die Summenregeln für den elektromagnetischen Strom betrachten. Hierbei ist zu beachten, daß aus den Regeln des Abschnitts CI für die Iovektorformfaktoren durch einfache, im

folgenden Text angegebene Modifikationen der Isospinfaktoren auch die Summenregeln für den isoskalaren Anteil des elektromagnetischen Stromes sich ableiten lassen. Für die Summenregeln des isoskalaren Stromes brauchen nur die I=1 t-Kanal-Amplituden berücksichtigt zu werden.

## 5.2 $\Delta V_{\mu}^{\text{e.m.}} \rightarrow \Delta\pi$

### 5.2.1 t<sup>0</sup>-Summenregeln (C1,C4,C6,C7)

Aus (C4) und (C6) folgt aufgrund der verschiedenen Isospinfaktoren IS der (I=0) und (I=2) Summenregeln

$$C_4^V(K^2) = -\frac{m}{2M} C_3^V(K^2) \quad , \quad (5.2)$$

$$G_1^V(K^2) = \left( \frac{g_{12}}{4M^2 g_2} - \frac{K^2}{4M^2} \right) G_3^V(K^2) \quad (5.3)$$

und aus (C1) und (C7):

$$C_5^V(K^2) = C_4^V(K^2) \quad , \quad (5.4)$$

$$G_2^V(K^2) = \left( \frac{g_{12}}{4M^2 g_2} - \frac{K^2}{4M^2} \right) G_4^V(K^2) \quad . \quad (5.5)$$



Damit sind alle in Abschnitt CI.1 aufgeführten  $t^0$ -Summenregeln gelöst.

Da der Nukleonaustausch zu den Amplituden des isoskalaren Stromes nicht beiträgt, folgt aus (C4) und (C7)

$$G_1^S(K^2) = \left( \frac{g_{12}}{4M^2 g_2} - \frac{K^2}{4M^2} \right) G_3^S(K^2) \quad , \quad (5.6)$$

$$G_2^S(K^2) = \left( \frac{g_{12}}{4M^2 g_2} - \frac{K^2}{4M^2} \right) G_4^S(K^2) \quad . \quad (5.7)$$

Die Gleichungen (5.2) und (5.4) sagen für den  $\gamma N \Delta$ -Vertex einen reinen magnetischen Dipolübergang voraus:

$$G_E^*(K^2) = G_C^*(K^2) = 0 \quad ,$$

$$G_M^*(K^2) = \frac{2}{3} \frac{M_+^2 - K^2}{M M_+} C_3^V(K^2) \quad .$$

( $G_M^*$ ,  $G_E^*$ ,  $G_C^*$  sind die in Anhang A definierten Multipolformfaktoren.)

Die Dominanz der magnetischen Anregung ist experimentell bis  $-K^2 = 1.6 \text{ GeV}^2$  bestätigt  $|G_2|$ :

$$\left. \begin{array}{l} |G_E^*/G_M^*| < 0.05 \\ |G_C^*/G_M^*| \sim 0.05 \dots 0.1 \end{array} \right\} -K^2 \leq 1.6 \text{ GeV}^2$$

Die Unsicherheiten in der Bestimmung der einzelnen Multipolübergänge rühren sowohl von experimentellen Schwierigkeiten (Untergrundbeitrag, Breite der  $\Delta$ -Resonanz) als auch von der theoretischen Analyse (Isobarenmodell, Dispersionsrelationen) her.

Die kleine elektrische Anregung  $G_E^*$  des  $\gamma N\Delta$ -Überganges wird auch in der Photo-  
produktion ( $K^2=0$ ) gemessen

$$G_E^*(0)/G_M^*(0) = \begin{cases} - (0.011 \pm 0.017) & |M2| \\ - (0.009 \pm 0.007) & |K3| \\ - (0.017 \pm 0.014) & |D2| \end{cases}$$

Vergleicht man die bisher gefundenen Relationen mit den Vorhersagen der gebrochenen relativistischen  $U(6,6)$ -Symmetrie, die in Anhang D aufgeführt sind, so entsprechen die Gleichungen (5.2) und (5.4) exakt den Symmetrieaussagen. Die Beziehungen (5.3) und (5.5) - (5.7) der  $\Delta$ -Formfaktoren hingegen hängen empfindlich vom Verhältnis  $g_1/g_2$  der  $\pi\Delta\Delta$ -Kopplungskonstanten ab. Da weder der starke  $\pi\Delta\Delta$ -Vertex noch der elektromagnetische  $\gamma\Delta\Delta$ -Vertex experimentell bekannt sind, lassen sich Informationen über die  $\pi\Delta\Delta$ -Kopplungen nur aus verschiedenen theoretischen Analysen gewinnen. Zu diesem Zweck haben wir die Vorhersagen einiger Autoren für  $g_1$  und  $g_2$  in Tabelle 2 zusammengestellt.

Sieht man einmal von der Symmetrievorhersage in Zeile 1 ab, so ist lediglich die Kopplungskonstante  $g_1$  mit einiger Sicherheit bestimmt. Der Wert für  $g_2$  von Referenz |K4| ist nach Angabe der Autoren sehr unsicher und daher mit einer Klammer versehen. Nach Tabelle 2 erwartet man  $g_1 \approx 30$  und mit weit weniger Sicherheit  $g_2 \approx g_1/2$ .

TABELLE 2:  $\pi\Delta\Delta$ -Kopplungskonstanten

$g_1$	$g_2$	$g_2/g_1$	Autoren	
29.7	14.9	0.5	S3	Physikalische Massen für N und $\Delta$ ( $m \neq M$ )
24 ... 26	--	--	J2	
34 ... 38	(14.3)	(0.4)	K4	
35 ... 47			S6	
31 ... 41			L1	
$\frac{9}{5} g$	$g_1/2$	1/2	S3	Gleiche Massen für N und $\Delta$ ( $m = M$ )
$\frac{9}{5} g$	$g_1/2$	1/2	J2	
$\frac{9}{5} g$			K4	

5.2.2  $t^1$ -Summenregeln (C2, C3, C5, C8, C9)

Das Verhältnis der  $\pi\Delta\Delta$ -Kopplungskonstanten läßt sich aber auch mit Hilfe der  $t^1$ -Regeln bestimmen. Setzt man (5.2) - (5.7) in die  $t^1$ -Summenregeln von Anhang CI.1 ein, so folgt aus

$$(C2): IS \cdot Mg^* C_5^V - \frac{1}{9} \frac{m^2}{M^2} \frac{g_{12}}{M^2} (G_3^V + G_4^V) = 0 \quad , \quad (5.8)$$

$$(C3): IS \cdot Mg^* C_5^V - \frac{1}{9} \frac{m^2}{M^2} \left[ \frac{g_{12}}{M^2} G_3^V + \left( \frac{g_{12}}{M^2} - \frac{3}{4} \frac{m^2 - K^2}{M^2} g_2 \right) G_4^V \right] = 0 \quad , \quad (5.9)$$

$$(C5): \quad -\frac{4}{3} M g^* C_5^V - \frac{1}{9} \frac{m^2}{M^2} \left[ (g_2 - 3g_2) G_3^V + \frac{g_{12}}{M^2} G_4^V \right] = 0 \quad (5.10)$$

und

$$(C9): \quad IS \cdot M g^* C_5^V - \frac{1}{9} \frac{m^2}{M^2} \left[ \frac{g_{12}}{M^2} G_3^V + \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \frac{g_2}{g_2} - \frac{g_{12}}{4M^2 g_2} \right) \frac{g_{12}}{M^2} \right. \\ \left. - \frac{3}{4} \frac{m_\pi^2 - K^2}{M^2} g_2 \right] G_4^V = 0 \quad (5.11)$$

(Die aus (C8) folgende Summenregel ist identisch mit (5.8).)

Die Grenzen der Saturation der  $t^1$ -Summenregeln von (3.2) durch N- und  $\Delta$ -Austausch werden deutlich. So ergibt sich z.B. aus (5.8) wegen der verschiedenen Isospinfaktoren IS für (I=0) und (I=2)  $C_5^V(K^2) = 0$ . Dasselbe Ergebnis folgt auch aus (5.9) und (5.11). Das Verschwinden des Formfaktors  $C_5^V$  hätte nach (5.2) und (5.4) zur Folge, daß auch die übrigen Kopplungen des  $N\Delta$ -Vertex Null sind im klaren Widerspruch zum Experiment. Es ist zu vermuten, daß diese Schwierigkeit mit den vernachlässigten Partialamplituden zusammenhängt.

Einen Hinweis für die Lösung des Problems könnte Tabelle 1 geben, aufgrund derer man erwartet, daß die obigen Summenregeln der (I=0) Amplituden besser als die der (I=1) und (I=2) Amplituden saturiert sind. Wir versuchen daher im folgenden die (I=0) Gleichungen (5.8), (5.9) und (5.11) ( $IS = -\frac{8}{15}$ ) untereinander konsistent zu machen. Der Vergleich von (5.8) mit (5.9) zeigt, daß die beiden Gleichungen für

$$\left| \frac{3}{4} \frac{m_\pi^2 - K^2}{2M^2} \frac{g_2}{g_1} \frac{1}{1 + \frac{m_\pi^2}{2M^2} \frac{g_2}{g_1}} \right| \ll 1 \quad (5.12)$$

äquivalent sind. Für

$$g_2/g_1 = \frac{1}{2} \frac{1}{\left(1 - \frac{m_\pi^2}{4M^2}\right)} \quad (5.13)$$

ist außerdem (5.11) mit (5.8) und (5.9) konsistent. Die Gl. (5.13) entspricht der U(6,6)-Vorhersage.

Mit (5.13) folgt aus (5.12) ( $m_\pi^2/M^2 = 0$ ):

$$|m_\pi^2 - K^2| \ll \frac{16}{3} M^2 \approx 8.1 \text{ GeV}^2 \quad . \quad (5.14)$$

(5.13) hat die weitere wichtige Konsequenz, daß mit (5.3), (5.5) - (5.7) für die Formfaktoren der  $\Delta$ -Resonanz gilt:

$$G_1^{S,V}(K^2) = \left(1 - \frac{K^2}{4M^2}\right) G_3^{S,V}(K^2) \quad , \quad (5.15)$$

$$G_2^{S,V}(K^2) = \left(1 - \frac{K^2}{4M^2}\right) G_4^{S,V}(K^2) \quad .$$

Dieses Ergebnis ist wiederum in Übereinstimmung mit der U(6,6)-Symmetrieaussage. Die Relationen (5.15) bedeuten, daß die magnetische Oktupol- und die elektrische Quadrupolanregung der  $\Delta$ -Resonanz verschwindet. Es folgt nämlich aus den Definitionen der Multipolformfaktoren in Anhang A mit (5.15)  $G_{EQ}^{S,V}(K^2) = G_{MO}^{S,V}(K^2) = 0$ .

Im folgenden werden für die Kopplungskonstanten  $g_1, g_2$  folgende Werte eingesetzt. Das Verhältnis  $g_2/g_1$  wird nach (5.13) und  $g_1$  aus der  $(\pi N \rightarrow \pi \Delta)$  Summenregel (E1) berechnet. Diese liefert für physikalische Massen  $g_1 = 29.6$  in Übereinstimmung mit den Angaben in Tabelle 2. Im Falle gleicher Massen ergibt sich die Relation  $g_1 = \frac{9}{5} g_2$ .

Die nach dem Konvergenzverhalten der Amplituden erwartete unterschiedliche Qualität der verschiedenen  $t^1$ -Isospinsummenregeln läßt sich durch Einsetzen der Ergebnisse für  $G_3^V, G_4^V$  aus den Abschnitten 5.3 bzw. 5.4 bestätigen. An  $K^2=0$  folgt aus (5.8), (5.9) und (5.11) (mit (5.2) und (5.4))

$$I=0: \quad C_3^V(0) = \frac{5}{3} \frac{m^2}{M^2} \frac{g_2}{mg^*} (G_3^V(0) + G_4^V(0)) \approx 3.2 \quad ,$$

$$I=2: \quad C_3^V(0) = -\frac{4}{3} \frac{m^2}{M^2} \frac{g_2}{mg^*} (G_3^V(0) + G_4^V(0)) \approx -2.6$$

und aus (5.10)

$$I=1: \quad C_3^V(0) = \frac{1}{3} \frac{m^2}{M^2} \frac{g_2}{mg^*} (2G_4^V(0) - G_3^V(0)) \approx 0.69$$

Der Vergleich dieser Werte mit dem experimentellen Wert ( $C_3^V(0) = 2.5$ ) aus Abschnitt 5.4 zeigt, daß nur die  $I=0$  Summenregel ein physikalisch sinnvolles Ergebnis liefert. Die Regeln verhalten sich damit so, wie man es aus dem Konvergenzgrad der zugrundeliegenden Amplituden erwartet. Man hat nämlich für  $s \rightarrow \infty$

$$(I=0): \quad \frac{G_3^{2V}}{2} - \frac{3}{2} S_1 \sim s^{(\alpha_0 - 3)} \quad , \quad \alpha_0 \approx -0.5 \quad ,$$

$$(I=1): \quad G_3^{1V} - \frac{3}{2} S_1 \sim s^{(\alpha_1-3)}, \quad \alpha_1 \approx 0.5,$$

$$(I=2): \quad G_3^{2V} - \frac{3}{2} S_1 \sim s^{(\alpha_2-3)}, \quad \alpha_2 < 1.$$

Man macht häufig sehr gerne die Annahme, daß der effektive Reggeexponent  $\alpha_{\text{eff}}^{I=2}(0)$  im exotischen (I=2) Kanal kleiner Null ist. Dann hätte man erwartet, daß die (I=2) Amplituden sehr schnell gegen Null konvergieren und die Saturation der Summenregeln mit N- und  $\Delta$ -Austausch eine gute Approximation sein sollte. Offensichtlich ist aber die Kenntnis der (I=2) Amplituden noch unvollständig.

### 5.3 $NV^{e.m.} \rightarrow \Delta\pi$

Für die Untersuchung der Summenregeln in dieser Streureaktion ist es nützlich diese zunächst im Grenzfall gleicher Baryonmassen ( $m=M$ ) zu betrachten. Dies führt zu einer beträchtlichen Vereinfachung der kinematischen Faktoren und damit zu wesentlich übersichtlicheren Gleichungen. Außerdem erwarten wir, daß nur solche Summenregeln für eine Auswertung mit physikalischen Massen geeignet sind, die nicht empfindlich von der Massendifferenz ( $M-m$ ) abhängen.

Nach dem Konvergenzkriterium (4.3) für die  $t^1$ -Summenregeln sind für die betrachtete Reaktion nur  $t^0$ -Summenregeln auszuwerten. Dies sind die Gleichungen (C10) und (C11). Eine typische Schwierigkeit für die Auswertung unserer Summenregeln, solange die vernachlässigten Partialwellen nicht kontrolliert werden können, wird in den Gleichungen (C10) und (C11) sichtbar. Für  $K^2 \approx 0$  wird der erste Beitrag in Gleichung (C11) mit dem Faktor  $m_\pi^2/4mM_+ \approx 2 \cdot 10^{-3}$  gewichtet, so daß er möglicherweise von der Größenordnung der Beiträge der

vernachlässigten Partialamplituden ist. Wir erwarten daher, daß Gleichung (C11) mindestens für  $|K^2/4mM_+| \ll 1$  keine zuverlässige Information liefert.

### 5.3.1 Gleiche Massen (m=M)

Aus der Gleichung (C10) des Anhangs CI.2 ergeben sich für die Isovektorformfaktoren die Relationen

$$\begin{aligned}
 & mg^* (F_1^V + F_2^V) + IS_1 g C_3^V + IS_2 \frac{g_{12}}{m} \left[ \left(1 + \frac{K^2}{m} \frac{m^2}{g_{12}}\right) C_3^V + \frac{K^2}{m} C_5^V \right] \\
 & + IS_3 mg^* \left\{ 4 \left[ G_1^V + G_2^V + \frac{K^2}{4m} (G_3^V + G_4^V) \right] + \frac{3m^2}{2} (G_3^V + G_4^V) \right\} = 0 \quad . \quad (5.16)
 \end{aligned}$$

Setzt man dieses Ergebnis in (C11) ein, so folgt außerdem

$$\begin{aligned}
 & mg^* F_2^V - IS_1 2g (C_4^V - C_5^V) \\
 & - IS_2 \frac{2g_{12}}{m} \left[ \frac{4m^2}{g_{12}} C_3^V + \left(3 - \frac{K^2}{m} \frac{m^2}{g_{12}}\right) C_4^V + \left(3 + \frac{K^2}{m} \frac{m^2}{g_{12}}\right) C_5^V \right] \\
 & + IS_3 mg^* \left[ 4 \left( G_2^V + \frac{K^2}{4M^2} G_4^V \right) + 8G_4^V \right] = 0 \quad . \quad (5.17)
 \end{aligned}$$

Aus (5.16) und (5.17) (I=1) ergibt sich für die isoskalaren Formfaktoren ( $IS_1 = IS_2 = 0, IS_3 = -1/12$ )



$$F_1^S + F_2^S - \frac{1}{3} \left[ G_1^S + G_2^S + \frac{K^2}{4m^2} (G_3^S + G_4^S) + \frac{3m_\pi^2}{4m^2} (G_3^S + G_4^S) \right] = 0 \quad , \quad (5.18)$$

$$F_2^S - \frac{1}{3} \left( G_2^S + \frac{K^2}{4m^2} G_4^S + 2G_4^S \right) = 0 \quad . \quad (5.19)$$

Mit unserer Wahl  $g_1 = 9/5 g$ ,  $g_2/g_1 = 0.5$  folgt aus (5.16) und (5.17) für  $K^2=0$ ,  $I=1$ ,  $F_1^{V,S} = G_1^{V,S} = 1$

$$(1 + F_2^V) - \frac{5}{3} (1 + G_2^V) = 0 \quad , \quad (5.20)$$

$$mg^* F_2^V + 4g (C_3^V + 2C_4^V + 4C_5^V) - \frac{5}{3} mg^* (G_2^V + 2G_4^V) = 0 \quad (5.21)$$

und aus (5.18) und (5.19)

$$(1 + F_2^S) - \frac{1}{3} (1 + G_2^S) = 0 \quad , \quad (5.22)$$

$$F_2^S - \frac{1}{3} (G_2^S + 2G_4^S) = 0 \quad , \quad (5.23)$$

wobei  $m_\pi^2/m^2$ -Terme vernachlässigt wurden.

Wir behandeln zunächst die beiden Gleichungen (5.20) und (5.22). Mit den Normierungen aus Anhang A erhält man

$$G_2^V(0) = 1.82 \quad , \quad G_2^S(0) = 1.64 \quad . \quad (5.24)$$

Setzt man andererseits die SU(3)-Invarianz des  $\gamma\Delta\Delta$  Vertex voraus, d.h.  $G_i^V = G_i^S$ ,  $i = 1, \dots, 4$ , so folgt das bekannte SU(6) Ergebnis

$$\mu_n/\mu_p = -\frac{2}{3} \quad , \quad \mu_{\Delta^+} = \mu_p \quad . \quad (5.25)$$

Wie vermutet treten wesentliche Schwierigkeiten bei der Behandlung der Gleichungen (5.21) und (5.23) auf, die aus (C11) folgen. Mit den Lösungen aus Abschnitt 5.2, d.h.  $C_3^V = -\frac{1}{2} C_4^V = -\frac{1}{2} C_5^V$ ,  $G_2^{S,V}(0) = G_4^{S,V}(0)$ , stehen die Relationen (5.21) und (5.23) im Widerspruch zu (5.20) und (5.22). Aus (5.21) folgt nämlich ( $C_3^V(0) = 2.5$ ,  $g/mg^* \approx 0.8$ )  $G_2^V(0) = (F_2^V(0) - 8 g/mg^* C_3^V(0))/5 \approx -2.5$ . Ebenso steht die Gleichung (5.23) mit  $G_4^S = G_2^S$  im Gegensatz zu (5.22).

Ähnliche Verhältnisse ergeben sich auch bei der Analyse der I=2 Relation. Aus (5.16) und (5.17) folgt

$$G_2^V(0) = 2 + 3(F_2^V(0) - \frac{8}{5} \frac{g}{mg^*} C_3^V(0)) \approx 3.5 \quad (5.26)$$

und  $G_2^V(0) = F_2^V(0) + 8g/(5mg^*) C_3^V(0) \approx 6.9$ . Die Lösung aus (C11) ( $G_2^V(0) \approx 6.9$ ) steht damit wiederum im Widerspruch zu der aus der Summenregel (C10), (5.26).  $G_2^V(0)$  nach (5.26) ist durchaus noch konsistent mit (5.24), da nicht klar ist, welcher Wert für das Verhältnis  $g/mg^*$  bei gleichen Baryonmassen ( $m=M$ ) einzusetzen ist. (Mit  $g/mg^* = 1$  ergibt sich aus (5.26)  $G_2^V(0) \approx 1.1$ .)

### 5.3.2 Physikalische Massen ( $m \neq M$ ) und $K^2=0$

Aufgrund der Ergebnisse des vorhergehenden Abschnittes genügt es, nur die Gleichung (C10) zu behandeln. Wir beginnen mit den Isovektorformfaktoren. Das Einsetzen von (5.2), (5.4) für  $C_4^V$  und  $C_5^V$  und (5.15) für  $G_{3,4}^V$  in (C10) für ( $I=1,2$ ) liefert mit den in Abschnitt 5.2 angegebenen Kopplungskonstanten und  $C_3^V(0) = 2.5$  (siehe (5.30))

$$\begin{aligned} I=1: \quad G_2^V(0) &= G_4^V(0) = 2.25 & (5.27) \\ &= (1.82 \text{ nach Abschnitt 5.3.1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I=2: \quad G_2^V(0) &= G_4^V(0) = 7.8 & (5.28) \\ &= (3.5 \text{ nach Abschnitt 5.3.1}) \end{aligned}$$

Zunächst stellt man relativ gute Übereinstimmung der Werte aus der  $I=1$  Summenregel für  $M \neq m$  und  $M=m$  fest. Dagegen weicht der Wert aus der  $I=2$  Summenregel für physikalische Massen stark von dem für entartete Massen ab und ist auf keinen Fall mit dem aus der ( $I=1$ )-Summenregel verträglich. Der Gleichung (C10) läßt sich entnehmen, daß die Ergebnisse für  $G_2^V(0)$  kaum von der Kopplungskonstante  $g_2$  abhängen, stärker dagegen von  $g_1$ . Erst wenn man aber den Wert von  $g_1 \approx 30$  bei festem Verhältnis  $g_2/g_1$  auf 10 reduziert, gehen die Lösungen aus den ( $I=1,2$ )-Summenregeln (C10) ineinander über. Aus den bisherigen Überlegungen des Abschnittes 5.3 läßt sich schließen, daß nur die ( $I=1$ ) Summenregel (C10) eine zuverlässige Information liefert. Alle bisher aufgetretenen wesentlichen Schwierigkeiten sind mit der  $I=2$  Amplitude verknüpft. Aus diesem Grunde ist es wichtig darauf hinzuweisen, daß alle Ergebnisse des  $\Delta\Delta$ -Kanals in Abschnitt 5.2 nur mit den  $I=0,1$  Regeln abgeleitet werden können.

Für die isoskalaren Formfaktoren ergibt sich aus (C10) zusammen mit (5.15)

$$G_2^S(0) = G_4^S(0) = 2.21 \quad (5.29)$$

$$= (1.64 \text{ nach Abschnitt 5.3.1}) .$$

Die fast exakte Übereinstimmung der Normierungen von isoskalaren und isovektoriellen  $\Delta$ -Formfaktoren (s. Gleichung (5.27) und (5.29)) zeigt, daß für den  $\gamma\Delta\Delta$ -Vertex die SU(3)-Invarianz gut erfüllt ist.

Die Summenregeln der Photoproduktionsreaktion  $\gamma^{I=0} N \rightarrow \Delta\pi$  wurden bereits von Schiller und Raszillier [S7] unter Benutzung invarianter Amplituden an  $t = m_\pi^2$  ausgewertet. Sie fanden

$$G_2^S(0) = 2.26 \quad , \quad G_3^S(0) = 0.95$$

konsistent mit (5.29). Die U(6,6)-Symmetrie ergibt

$$G_1^{S,V}(0) = G_3^{S,V}(0) = 1 \quad \text{und} \quad G_2^{S,V}(0) = G_4^{S,V}(0) = 2.35$$

ebenfalls in guter Übereinstimmung mit (5.27) und (5.29). Aus (5.27) und (5.29) ergibt sich für das magnetische Dipolmoment der  $\Delta$ -Resonanz

$$\mu_{\Delta^+} = 3.23 \left[ \frac{e}{2M} \right] = 2.46 \left[ \frac{e}{2m} \right] \quad ,$$

im Vergleich zum magnetischen Dipolmoment des Protons

$$\mu_p = 2.793 \left[ \frac{e}{2m} \right] \quad .$$

### 5.3.3 Physikalischen Massen ( $m \neq M$ ) und $K^2 \neq 0$

Mit den Ergebnissen des Abschnittes 5.2 läßt sich  $C_4^V$  und  $C_5^V$  auf  $C_3^V$  zurückführen. Geht man davon aus, daß  $C_3^V$  experimentell oder durch das Ergebnis des Abschnittes 5.4 bestimmt ist, so ist der gesamte  $\gamma N \Delta$ -Vertex im Bereich  $0 \leq -K^2 \leq 0.5, \dots, 1.6 \text{ GeV}^2$  festgelegt. Die Analyse des  $\Delta \Delta$ -Kanals hat  $G_1^{S,V}$  mit  $G_3^{S,V}$  und  $G_2^{S,V}$  mit  $G_4^{S,V}$  korreliert, (5.15). Es bleiben somit zwei Formfaktoren  $G_1^{S,V}$ ,  $G_2^{S,V}$  für beide Isospinfälle (S,V) übrig, die noch zu bestimmen sind. Dafür steht aber lediglich die Gleichung (C10) in jedem Fall zur Verfügung.

In Figur 1 ist das Ergebnis für  $G_2^{S,V}$  unter zwei Annahmen aufgetragen.

- a)  $G_1^S = G_1^V = F_1^P \text{ HD/HB}$  , das U(6,6) Ergebnis von Anhang D
- b)  $G_1^S = F_1^S$  ,  $G_1^V = F_1^V$

Man sieht, daß für beide Fälle die isoskalaren Formfaktoren schwächer in  $K^2$  abfallen als die isovektoriellen, was auf eine mit  $K^2$  anwachsende SU(3)-Verletzung schließen läßt.

### 5.4 $NV_{\mu}^{e.m.} \rightarrow N\pi$

Setzt man die Gleichungen (5.2) und (5.4) in die Gleichung (C12) von Anhang C ein, so ergibt sich

$$C_3^V = \frac{9}{4} \frac{g}{mg} \frac{M^2}{M_+^2 - m_{\pi}^2} F_2^V \quad , \quad (5.30)$$

bzw. für den direkt gemessenen magnetischen Dipolformfaktor (Anhang A)

$$G_M^* = \frac{3}{2} \frac{g}{mg^*} \frac{M}{M_+} \frac{1 - \frac{K^2}{M_+^2}}{1 - \frac{m_\pi^2}{M_+^2}} F_2^V \quad . \quad (5.31)$$

An  $K^2=0$  folgt damit  $C_3^V(0) = 2.50$  bzw.

$$G_M^*(0) = 2.94 \quad .$$

Aus Analysen von Photoproduktionsdaten ergibt sich  $C_3^V(0) \approx 2.23 \dots 2.51$  ( $|W_2|$ ,  $|D_3|$ ) und  $G_M^*(0) \approx 2.74 \dots 2.97$ . Die Vorhersage der Summenregeln liegt also im Bereich der experimentellen Daten. Die  $U(6,6)$ -Symmetrie liefert  $C_3^V(0) = 2.17$  bzw.  $G_M^*(0) = 2.55$ . Im Falle des Formfaktors  $G_M^*$  sind wir in der günstigen Lage die Vorhersage der Summenregeln direkt mit experimentellen Daten zu vergleichen. Man entnimmt Figur 2, daß für  $-K^2 < 0.4 \text{ GeV}^2$  die Daten quantitativ beschrieben werden und daß ähnlich wie bei der  $U(6,6)$ -Symmetrievorhersage der Formfaktor  $G_M^*$  etwas langsamer in  $K^2$  abfällt. Am Ende des zuverlässigen Datenbereichs  $|G_2|$  beträgt der Fehler 15-30%. Der Gültigkeitsbereich der Vorhersage ist damit offensichtlich auf den Bereich um  $K^2 \approx 0$  beschränkt in Übereinstimmung mit z.B. den Ergebnissen des Abschnittes 5.2, (5.14).

Aus (C12) folgt außerdem durch Nullsetzen des  $\Delta$ -Beitrages die  $I=1$  Summenregel für die isoskalaren Formfaktoren. Man erhält

$$g \cdot F_2^S(K^2) = 0 \quad , \quad (5.32)$$

d.h.  $\mu_p + \mu_n = 1$  für  $K^2 = 0$ , im Vergleich zum experimentellen Wert von  $\mu_p + \mu_n = 0.88$ . Die Gleichung (5.32) zeigt, daß  $F_2^S(K^2)$  im Vergleich zu den

übrigen Nukleonformfaktoren klein sein muß. Dies ist experimentell bestätigt, denn die Messungen ergeben

$$|F_2^S/F_2^V| < 0.03 \quad \text{für} \quad -K^2 < 10 \text{ GeV}^2 \quad .$$

6. AUSWERTUNG DER SUMMENREGELN DES SCHWACHEN AXIALVEKTORSTROMES I. ART  $A_{\mu}^I$

In Abschnitt 4 haben wir schon darauf hingewiesen, daß in dieser Arbeit nur die Summenregeln für Ströme I. Art behandelt werden. Dabei ist zu beachten, daß in den Formfaktoren  $F^P$ ,  $C_6^A$ ,  $G_1^P$  und  $G_2^P$ , die zur Divergenz des Axialvektorstromes beitragen, der Pionpol auftritt. Die Nähe dieses Poles zum Punkt  $K^2=0$  ist in der folgenden Analyse zu berücksichtigen. Alle übrigen auftretenden Vertexfunktionen erhalten nur Beiträge von den Spin-1 Resonanzen ( $A_1, \dots$ ) und sind somit im Bereich  $K^2 \approx m_{\pi}^2$  langsam variabel. (Der in den Summenregeln häufig auftretende Faktor  $(m_{\pi}^2 - K^2)$  rührt von kinematischen Größen wie beispielsweise der Pionenergie  $E_{\pi}$  [ $E_{\pi} = (t + m_{\pi}^2 - K^2)/2 \sqrt{t}$ ,  $t=0$ ] her.)

6.1  $\Delta A_{\mu}^I \rightarrow \Delta \pi$

6.1.1  $t^0$ -Summenregeln (C13-C15, C21-C23, C25, C26)

Als Vorbemerkung sei auf folgendes hingewiesen. Ausgehend von den Spin-1 Summenregeln (C13, C14) würde man

$$C_3^A(K^2) = C_5^A(K^2) = G_1^A(K^2) = G_2^A(K^2) = 0$$

erhalten. Wegen des Isospinfaktors IS der (I=0) und (I=2) Summenregeln verschwindet nämlich der Beitrag des N-Austauschs getrennt von dem des  $\Delta$ -Austauschs. Verwendet man dann dieses Ergebnis in den skalaren Summenregeln (C15) und (C16), so folgt weiter



$$C_6^A(K^2) = G_1^P(K^2) = G_2^P(K^2) = 0 \quad .$$

Dieses Vorgehen, das z.B. der Existenz des Pionpols in  $C_6^A$ ,  $G_1^P$ ,  $G_2^P$  nicht Rechnung trägt, hätte also einen für die betrachteten Übergänge erhaltenen Axialvektorstrom zur Folge. (Die bisher noch nicht aufgetretene Kopplung  $C_4^A$  würde über die  $t^1$ -Summenregel (C19) ebenfalls verschwinden.)

Aus dem schwachen Zerfall des  $\pi$ -Mesons weiß man aber, daß der Axialvektorstrom generell nicht erhalten ist. Weiterhin ist aus Experimenten der Neutrino-Streuung ( $\nu N \rightarrow \mu^- N \pi$ ) bekannt, daß  $C_5^A(0) \approx 1.44$  ( $|D1|$  und Anhang F). Wir schließen daher, daß die betrachteten Gleichungen nicht als rigoros zu behandelndes Gleichungssystem aufgefaßt werden können, sondern daß in einigen Fällen den vernachlässigten Partialamplituden Rechnung getragen werden muß, um eine physikalisch sinnvolle Lösung zu erhalten.

Wählt man nun als neuen Ausgangspunkt die skalaren Summenregeln (C15, C26), so folgt

$$C_5^A(K^2) = -\frac{K^2}{m} C_6^A(K^2), \quad G_1^A(K^2) = -\frac{K^2}{2M^2} G_1^P(K^2), \quad G_2^A(K^2) = -\frac{K^2}{2M^2} G_2^P(K^2) \quad (6.1)$$

(Die skalare Regel (C23) wird mit den Relationen (6.1) befriedigt.)

Diese Gleichungen sind identisch mit der Aussage, daß die Axialvektorvertices  $A_{\mu}^I N \Delta$  und  $A_{\mu}^I \Delta \Delta$  auf nichttriviale Weise erhalten sind ( $C_5^A \neq 0$ , usw.). In der Tat stellen die Gleichungen (6.1) die PCAC-Relationen im Limes  $m_{\pi}^2 = 0$  dar, denn mit

$$C_6^A(K^2) = \frac{m^2}{m_{\pi}^2 - K^2} \tilde{C}_6^A(K^2), \quad G_1^P(K^2) = \frac{2M^2}{m_{\pi}^2 - K^2} \tilde{G}_1^P(K^2), \quad G_2^P(K^2) = \frac{2M^2}{m_{\pi}^2 - K^2} \tilde{G}_2^P(K^2) \quad (6.2)$$

folgt für  $m_\pi^2 = 0$ , daß in (6.1) der Pionpol herausfällt und nichtverschwindende Lösungen für die Formfaktoren  $C_5^A$ ,  $C_6^A$ ,  $G_1^P$ ,  $G_2^P$  möglich sind.

$$\begin{aligned}
 m_\pi^2=0, K^2 \text{ beliebig: } C_5^A(K^2) &= \tilde{C}_6^A(K^2), & G_1^A(K^2) &= \tilde{G}_1^P(K^2), \\
 G_2^A(K^2) &= \tilde{G}_2^P(K^2) \quad . & & (6.3)
 \end{aligned}$$

Für eine endliche Pionmasse trennen wir in den Gleichungen (6.1) mit Hilfe der Definitionen (6.2) den Pionpol ab und kennzeichnen die vernachlässigten Partialamplituden explizit durch die Korrekturbeiträge  $R_i(K^2)$ .

$$\begin{aligned}
 C_5^A(K^2) - \tilde{C}_6^A(K^2) + \frac{m_\pi^2}{m_\pi^2 - K^2} (\tilde{C}_6^A(K^2) + R_1(K^2)) &= 0 \\
 G_1^A(K^2) - \tilde{G}_1^P(K^2) + \frac{m_\pi^2}{m_\pi^2 - K^2} (\tilde{G}_1^P(K^2) + R_2(K^2)) &= 0 \quad (6.4) \\
 G_2^A(K^2) - G_2^P(K^2) + \frac{m_\pi^2}{m_\pi^2 - K^2} (\tilde{G}_2^P(K^2) + R_3(K^2)) &= 0
 \end{aligned}$$

Für  $K^2 \approx m_\pi^2$  kann der Beitrag des Pionpols in (6.4) nur durch die Beiträge  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  kompensiert werden. Unter der Annahme, daß für  $|K^2| \gg m_\pi^2$  die Pionpolbeiträge in (6.4) vernachlässigt werden können, folgt

$$|K^2| \gg m_\pi^2: C_5^A(K^2) = \tilde{C}_6^A(K^2), \quad G_1^A(K^2) = \tilde{G}_1^P(K^2), \quad G_2^A(K^2) = \tilde{G}_2^P(K^2) \quad . \quad (6.5)$$

Wegen des Ergebnisses (6.3) für  $m_\pi^2 = 0$  ist es naheliegend die Beschränkung  $|K^2| \gg m_\pi^2$  in (6.5) für eine endliche Pionmasse fallen zu lassen, so daß man als Ergebnis der Analyse der skalaren Summenregeln (6.1) erhält

$$C_6^A(K^2) = \frac{m^2}{m_\pi^2 - K^2} C_5^A(K^2), \quad G_1^P(K^2) = \frac{2M^2}{m_\pi^2 - K^2} G_1^A(K^2), \quad G_2^P(K^2) = \frac{2M^2}{m_\pi^2 - K^2} G_2^A(K^2), \quad (6.6)$$

wobei  $C_5^A(K^2)$ ,  $G_{1,2}^A(K^2)$  für  $K^2 \approx m_\pi^2$  langsam variable Funktionen sind, da sie nur Beiträge von Spin-1 Resonanzen erhalten.

Die physikalische Konsequenz von (6.5) oder (6.6) ist, daß für  $|K^2| \gg m_\pi^2$   $K^\mu \cdot A_\mu(K^2) = 0$  am  $A_\mu^I N \Delta$ - und  $A_\mu^I \Delta \Delta$ -Vertex ist. Wie schon erwähnt, ergibt (6.6) für  $m_\pi^2 = 0$  das PCAC-Ergebnis in der Form, daß  $\partial_\mu A^\mu(x) = 0$  für  $m_\pi^2 = 0$ . Die übrigen PCAC-Relationen des Anhanges F lassen sich aus den Summenregeln in folgender Weise ableiten. Man bildet die Residuen der skalaren Gleichungen (C15), (C26) für die Divergenz  $\partial_\mu A^\mu$

$$IS \cdot Mg^* \tilde{C}_6^A(m_\pi^2) + \frac{2}{9} f(\tilde{G}_1^P(m_\pi^2), \tilde{G}_2^P(m_\pi^2)) - \frac{4}{9} \frac{g_{12}}{M^2} \tilde{G}_2^P(m_\pi^2) = 0, \quad (6.7)$$

$$- \frac{4}{3} Mg^* [2m_\pi^2 - 2M_+^2] \tilde{C}_6^A(m_\pi^2) + \frac{4}{9} m_\pi^2 f(\tilde{G}_1^P(m_\pi^2), \tilde{G}_2^P(m_\pi^2)) + \frac{32}{9} \frac{g_{12}}{M^2} M^2 \tilde{G}_1^P(m_\pi^2) = 0. \quad (6.8)$$

Diese Gleichungen sind natürlich proportional zu den Summenregeln (E4) und (E6) der  $\pi\Delta$ -Streuung in Anhang E. Aus den Quotienten der Gleichungen (6.7) mit (E4) und (6.8) mit (E6) erhält man die Verhältnisse

$$\frac{\tilde{G}_1^P(m_\pi^2)}{\tilde{G}_2^P(m_\pi^2)} = \frac{g_1}{2g_2} \quad , \quad \frac{\tilde{C}_6^A(m_\pi^2)}{\tilde{G}_1^P(m_\pi^2)} = -\frac{3Mg^*}{g_1} \quad . \quad (6.9)$$

Mit der Annahme, daß die in Gleichung (6.6) für  $K^2 = 0(m_\pi^2)$  langsam variablen Formfaktoren  $C_5^A(K^2)$ ,  $G_{1,2}^A(K^2)$  durch ihre Werte an  $K^2 = m_\pi^2$  ersetzt werden können, folgen die restlichen PCAC-Relationen des Anhangs F. Die freie Proportionalitätskonstante  $f_\pi$  ist durch den Pionzerfall gemessen.

Diese Ableitung der PCAC-Ergebnisse aus den Summenregeln beruht lediglich auf der Präsenz des Pionpoles in den Gleichungen (6.4). Die eigentliche PCAC-Aussage der Summenregeln ist, daß für  $|K^2| \gg m_\pi^2$  gilt  $K^\mu A_\mu = 0$ . Wir erwarten, daß man die gleiche Argumentation auch auf die Spin-1 Summenregeln zur Herleitung einer Stromfeld-Proportionalität für Vektormesonen übertragen kann.

Wir kommen nun auf die Spin-1 Summenregeln (C13, C14) zurück. Man erhält

$$(m_\pi^2 - K^2) C_3^A = 0 \quad , \quad (m_\pi^2 - K^2) \left[ G_1^A - \left( \frac{g_{12}}{4M^2 g_2} - \frac{K^2}{4M^2} \right) G_2^A \right] = 0 \quad (6.10)$$

und

$$K^2 C_3^A - \frac{1}{4} \frac{m}{M} (m_\pi^2 - K^2) C_5^A = 0$$

$$(m_\pi^2 + K^2) \left[ G_1^A - \left( \frac{g_{12}}{4M^2 g_2} - \frac{K^2}{4M^2} \right) G_2^A \right] - 2 (m_\pi^2 - K^2) \frac{g_{12}}{4M^2 g_2} G_2^A = 0 \quad . \quad (6.11)$$

Betrachten wir die Gleichungen (6.10) und (6.11) zunächst wieder im Limes  $m_\pi^2 = 0$ , so stellt man fest, daß die longitudinalen Summenregeln (6.11) den

kinematisch erforderlichen gemeinsamen Faktor  $K^2$  besitzen. Auch für endliche Werte von  $m_\pi^2$  läßt sich durch Einsetzen der skalaren Summenregeln (C15) in (C14) ein gemeinsamer Faktor  $K^2$  abspalten.

Wir suchen Hinweise, wo die Vernachlässigungen in (6.10) und (6.11) sich am stärksten auswirken, um die triviale Lösung  $C_3^A = C_5^A = G_1^A = G_2^A = 0$  dieser vier Gleichungen zu vermeiden. Dazu bemerken wir, daß die transversalen Gleichungen (6.10) für beliebige Werte von  $m_\pi^2$  identisch mit der U(6,6) Vorhersage sind:  $C_3^A(K^2) = 0$ ,  $G_1^A/G_2^A = (1 - K^2/4M^2)$ , falls  $g_1/g_2$  nach (5.13) gewählt wird. Daher erwarten wir, daß sich die vernachlässigten Beiträge hauptsächlich in den longitudinalen Gleichungen (6.11) auswirken. Man stellt jedoch fest, daß für  $K^2 \approx m_\pi^2$  sich die Gleichungen (6.10) und (6.11) konsistent lösen lassen

$$K^2 \approx m_\pi^2: C_3^A = 0, \quad G_1^A/G_2^A = \left( \frac{g_{12}}{4M^2 g_2} - \frac{K^2}{4M^2} \right), \quad C_5^A, G_2^A \text{ beliebig} \quad (6.12)$$

Wir werden später sehen, daß die Eigenschaften der Lösung (6.12) für  $C_3^A$ ,  $G_1^A/G_2^A$  auch für beliebige  $K^2$ -Werte erhalten bleiben.

Das Ergebnis (6.12) befriedigt die verbleibenden Momenten-Regeln (C21, C22). Aus der Gleichung (C25) folgt mit (6.12)

$$K^2 \approx m_\pi^2: C_5^A = -\frac{1}{3} \frac{g_{12}}{M^3 g_2^*} \frac{8M^2}{2M_+^2 - m_\pi^2 - K^2} G_1^A \quad (6.13)$$

Die Gleichung (6.13) ist im Grenzfall gleichen Massen ( $m=M$ , (E3), (E7)) konsistent mit der U(6,6)-Symmetrievorhersage. Die Situation ist damit ähnlich wie im Falle der  $\pi\Delta$ -Streuung, wo ebenfalls nur die ( $I=1$ ) Summenregeln den Symmetrieaussagen bei gleichen Massen entsprechen.

Zur abschließenden Behandlung der  $t^0$ -Summenregeln der betrachteten Reaktion gehen wir von folgender Überlegung aus. Das wesentliche Ergebnis

(6.6) wurde aus (6.3) und (6.5) unter der Annahme abgeleitet, daß der Einfluß der Pionmasse in den skalaren Summenregeln sich nicht stark auswirkt. Die Relationen (6.6) lassen sich aber auch auf unabhängigem Wege ableiten. Diese andere Methode kann ebenfalls auf die Spin-1 Summenregel angewendet werden und stellt somit eine Möglichkeit dar, die Beschränkung  $K^2 \approx m_\pi^2$  in (6.12) aufzuheben. Die wesentlichen Summenregeln (C13) - (C15) spalten in jeweils eine (I=0) und (I=2) Regel auf. Wir bilden nun Linearkombinationen der Amplituden G

$$G(I=0) + w G(I=2) \quad . \quad (6.14)$$

Der Gewichtungsfaktor w wird so gewählt, daß in der skalaren Summenregel (C15) der Pionpolbeitrag des Nukleons gegen den der  $\Delta$ -Resonanz herausfällt. Da in den Isospinamplituden (6.14) die vernachlässigten Partialamplituden zur Kompensation des Pionpols nicht mehr beitragen, besteht die Hoffnung, daß diese Isospinkombination auch für die Auswertung der Spin-1 Regeln im Rahmen unserer Approximationen besonders geeignet ist. Der Faktor w folgt aus der Gleichung (E4), indem man für  $g^{*2}/4\pi = 19.0 \text{ GeV}^{-2}$  ( $\Gamma = 115 \text{ MeV}$ ) benutzt und  $g_1, g_2$  nach Abschnitt 5.2 wählt.

$$IS_w = -\frac{8}{15} + w \frac{2}{3} = -\frac{32}{27} \frac{g_2^2}{M^2 g^{*2}} = -\frac{24}{25} \frac{g_2^2}{M^2 g^{*2}} \left[ 1 + \frac{m^2}{M^2} - \frac{m}{M} - \frac{1}{4} \frac{m_\pi^2}{M^2} \right]^{-2} = -0.721 \quad ,$$

$$w = -0.282 \quad . \quad (6.15)$$

Für die Linearkombination (6.14) erhalten wir aus (C13) - (C15)

$$IS_w \cdot Mg^{*2} C_3^A - \frac{1}{9} \frac{m}{M} f (G_1^A, G_2^A) = 0 \quad , \quad (6.16)$$

$$IS_w \cdot Mg^{*2} C_5^A + \frac{2}{9} f (G_1^A, G_2^A) - \frac{4}{9} \frac{g_{12}}{M^2} G_2^A = 0 \quad , \quad (6.17)$$

$$IS_w \cdot M g^* \tilde{C}_6^A + \frac{2}{9} f (\tilde{G}_1^P, \tilde{G}_2^P) - \frac{4}{9} \frac{g_{12}}{M^2} \tilde{G}_2^P = 0 \quad . \quad (6.18)$$

Die Gleichungen (6.16) - (6.18) sind konsistent mit den Lösungen (6.6) und (6.12). Wir werden nur sie in den folgenden Betrachtungen verwenden.

Im Prinzip sind noch die Spin-1 Summenregeln (C21, C22, C25) zu berücksichtigen, die aber wieder die triviale Lösung erzwingen würden. Sie werden deswegen nicht weiter betrachtet, da der Konvergenzgrad  $m=2$  ist, d.h. um eine Einheit niedriger als in (6.16) - (6.18). In den Fällen (C21, C22) sind außerdem der Nukleon- bzw.  $\Delta$ -Beitrag für kleine  $K^2$ -Werte kinematisch unterdrückt.

### 6.1.2 $t^1$ -Summenregeln (C16-C20, C24, C27)

Die Argumentation des Abschnittes 6.1.1 läßt sich auch auf die  $t^1$ -Summenregeln anwenden. Man findet Konsistenz der Gleichungen untereinander und mit denen der  $t^0$ -Summenregel für kleine  $K^2$ -Werte. Neue Information folgt lediglich aus der Summenregel (C19) für den Formfaktor  $C_4^A$

$$C_4^A(K^2) = \frac{1}{6} \frac{g_{12}}{M^3 g^*} \frac{m^2}{M^2} G_2^A(K^2) \quad . \quad (6.19)$$

Die dieser Regel zugrundliegende Amplitude konvergiert sehr schnell,  $m=3$  und  $\alpha_{eff}^{I=1}(0) < 0$  für den B-Austausch. Im Grenzfall gleicher Massen ( $m=M$ ) und  $K^2 = 0(m_\pi^2)$  erhält man aus (6.19), (6.12) und (6.13)

$$K^2 \approx m_\pi^2: \quad C_4^A/C_5^A \approx -\frac{1}{2} \quad (6.20)$$

in Übereinstimmung mit der U(6,6)-Symmetrie.

$$6.2 \quad \underline{\underline{N A_{\mu}^I \rightarrow \Delta\pi}}$$

6.2.1 t<sup>0</sup>-Summenregeln (C28, C29, C30)

a) Die PCAC Aussagen

Wie in Abschnitt 6.1 behandeln wir zunächst die skalare (I=1) Summenregel (C30). (In der (I=2) Summenregel (C30) fällt der Pionpol wegen Kreuzungssymmetrie heraus.) Die Argumentation von Abschnitt 6.1 läßt sich nun direkt auf die Formfaktoren F<sup>A</sup> und F<sup>P</sup> übertragen. Mit der Lösung (6.1) erhalten wir

$$|K^2| \gg m_{\pi}^2: \quad F^A(K^2) = -\frac{K^2}{2m} F^P(K^2) \quad . \quad (6.21)$$

Mit der zu (6.2) analogen Definition

$$F^P(K^2) = \frac{2m^2}{m_{\pi}^2 - K^2} \tilde{F}^P(K^2) \quad (6.22)$$

folgt die zu (6.4) gehörige Beziehung

$$F^A(K^2) - \tilde{F}^P(K^2) + \frac{m_{\pi}^2}{m_{\pi}^2 - K^2} (\tilde{F}^P(K^2) + R_4(K^2)) = 0 \quad (6.23)$$



und die zu (6.6) korrespondierende Lösung

$$F^P(K^2) = \frac{2m^2}{m_\pi^2 - K^2} F^A(K^2) \quad . \quad (6.24)$$

Zur Herleitung der PCAC-Relation für  $F^P$ ,  $F^A$  in Anhang F benutzen wir die zu (6.9) analoge Proportionalität

$$\frac{\tilde{F}^P(m_\pi^2)}{\tilde{C}_6^A(m_\pi^2)} = - \frac{g}{mg^*} \quad .$$

Die Schwierigkeiten mit dem Pionpol in Abschnitt 6.1.1 tritt im  $N\Delta$ -Kanal nicht auf. Mit unserer Wahl der hadronischen Kopplungskonstanten  $g_1$  hebt sich das Pionresiduum des Nukleonaustauschs gegen das des  $\Delta$ -Austauschs in der (I=1) Regel (C30) heraus. Wie schon erwähnt, tritt der Pionpol in der (I=2) Summenregel (C30) nicht auf, so daß die beiden Gleichungen (C30) ohne weitere Modifikationen zu den Regeln (6.16) - (6.18) für die endgültige Auswertung hinzugenommen werden können.

b) Gleiche Massen (m=M)

Für die weitere Behandlung der Gleichungen (C28 - C30) diskutieren wir wie bei den Vektorsummenregeln als einführende Orientierung den Grenzfall gleicher Massen (m=M). Für beliebige  $K^2$ -Werte lauten die Gleichungen (C28 - C30) dann

$$\begin{aligned}
 & mg^* F^A - IS_1 g (C_3^A + C_4^A) - IS_2 \frac{g_{12}}{m} \left[ \left(1 - \frac{K^2}{m} \frac{m^2 \overline{g_2}}{g_{12}}\right) (C_3^A + C_4^A) + \frac{K^2}{2m} C_4^A + C_5^A \right] \\
 & - IS_3 mg^* \left[ 4 \left(1 - \frac{m^2}{\pi}\right) (G_1^A + \frac{K^2}{4m} G_2^A) + \frac{3m^2}{m} G_2^A \right] = 0 \quad , \quad (6.25)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & mg^* F^A - IS_1 \frac{g}{2} C_5^A - IS_2 \frac{g_{12}}{2m} \left[ \frac{K^2}{m} C_4^A + \left(1 + \frac{K^2}{m} \frac{m^2 \overline{g_2}}{g_{12}}\right) C_5^A \right] \\
 & + IS_3 mg^* \left[ 4 \left(1 - \frac{m^2}{\pi}\right) (G_1^A + \frac{K^2}{4m} G_2^A) + \frac{3m^2}{m} G_2^A \right] = 0 \quad (6.26)
 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
 & mg^* (F^A + \frac{K^2}{2m} F^P) - IS_1 \frac{g}{2} (C_5^A + \frac{K^2}{m} C_6^A) - IS_2 \frac{g_{12}}{2m} \left(1 - \frac{K^2}{m} \frac{m^2 \overline{g_2}}{g_{12}}\right) (C_5^A + \frac{K^2}{m} C_6^A) \\
 & + IS_3 mg^* \left\{ 4 \left(1 - \frac{m^2}{\pi}\right) \left[ (G_1^A + \frac{K^2}{4m} G_2^A) + \frac{K^2}{2m} (G_1^P + \frac{K^2}{4m} G_2^P) \right] \right. \\
 & \left. + \frac{3m^2}{m} (G_2^A + \frac{K^2}{2m} G_2^P) \right\} = 0 \quad . \quad (6.27)
 \end{aligned}$$

(IS<sub>1</sub> siehe Anhang C). Durch Linearkombination von (6.26) mit (6.27) läßt sich in der Regel (6.26) für die longitudinale Amplitude wieder ein gemeinsamer Faktor  $K^2$  abspalten,

$$\begin{aligned}
 mg^* \tilde{F}^P - IS_1 \frac{g}{2} \tilde{C}_6^A - IS_2 \frac{g_{12}}{2m^2} \left[ -\frac{m^2 - K^2}{m^2} (C_4^A + \frac{2m^2 g_2}{g_{12}} C_5^A) + (1 - \frac{K^2}{m^2} \frac{m^2 g_2}{g_{12}}) \tilde{C}_6^A \right] \\
 + IS_3 mg^* \left[ 4(1 - \frac{m^2}{\pi^2}) (\tilde{G}_1^P + \frac{K^2}{4m^2} \tilde{G}_2^P) + \frac{3m^2}{m} \tilde{G}_2^P \right] = 0, \quad (6.28)
 \end{aligned}$$

wobei die Funktion  $\tilde{F}^P(K^2)$ ,  $\tilde{C}_6^A(K^2)$ ,  $\tilde{G}_{1,2}^P(K^2)$  die oben definierten Residuenfunktionen sind. In dieser Schreibweise ist klar ersichtlich, daß der Pionpol in (6.28) nicht auftritt.

Für den statischen Grenzfall  $K^2=0$  ergeben sich aus den I=1 Summenregeln (6.25), (6.26) und (6.28) die Relationen

$$mg^* F^A - 2g (C_3^A + C_4^A) + \frac{5}{9} \frac{g_{12}}{m^2} (C_3^A + C_4^A + C_5^A) + \frac{5}{3} mg^* G_1^A = 0 \quad ,$$

$$mg^* \tilde{F}^P - g \tilde{C}_6^A + \frac{5}{9} \frac{g_{12}}{2m^2} \tilde{C}_6^A - \frac{5}{3} mg^* \tilde{G}_1^P = 0 \quad ,$$

$$mg^* F^A - g C_5^A + \frac{5}{9} \frac{g_{12}}{2m^2} C_5^A - \frac{5}{3} mg^* G_1^A = 0 \quad ,$$

wobei  $m_\pi^2/m^2$ -Terme vernachlässigt wurden.

Mit  $g_{12} = 2m^2 g_1 = 2m^2 9g/5$  (E3) und  $mg^*/g \approx 1.2$  folgt somit

$$G_1^A(0) = \frac{3}{5} F^A(0) = -0.76 \quad , \quad \tilde{G}_1^P(0) = \frac{3}{5} \tilde{F}^P(0) = -0.76 \quad ,$$

$$C_5^A(0) = -\frac{mg^*}{g} F^A(0) = 1.5 \quad (6.29)$$

Diese Lösungen entsprechend den PCAC-Vorhersagen und den U(6,6)-Relationen, wenn  $mg^*/g$  nach (E7) gewählt wird. Die Normierungen (6.29) sind praktisch unabhängig von der Kopplungskonstanten  $g_2$ . Der Zahlenwert für  $C_5^A(0)$  hängt vom Verhältnis der Kopplungskonstanten  $g, g^*$  ab, dessen Wert bei gleichen Massen ( $m=M$ ) nicht klar ist. Mit dem Symmetriewert (E7) ergibt sich  $C_5^A(0) = 1.1$ .

Die I=2 Summenregeln lauten an  $K^2=0$ :

$$mg^* F^A + 2g (C_3^A + C_4^A) - \frac{1}{9} \frac{g_{12}}{m} (C_3 + C_4 + C_5) + \frac{1}{3} mg^* G_1^A = 0 ,$$

$$mg^* \tilde{F}^P + g \tilde{C}_6^A - \frac{1}{9} \frac{g_{12}}{2m} \tilde{C}_6^A - \frac{1}{3} mg^* \tilde{G}_1^P = 0 ,$$

$$mg^* F^A + g C_5^A - \frac{1}{9} \frac{g_{12}}{2m} C_5^A - \frac{1}{3} mg^* G_1^A = 0$$

Aus den letzten beiden Gleichungen folgt mit  $G_1^A(0), \tilde{G}_1^P(0)$  nach (6.29)

$$\tilde{C}_6^A(0) = - \frac{mg^*}{g} \tilde{F}^P(0) , \quad C_5^A(0) = - \frac{mg^*}{g} F^A(0) .$$

Dagegen ergibt die erste Gleichung (C28, I=2) eine den früheren Ergebnissen (6.12) und (6.20) widersprechende Relation

$$C_5^A(0) = C_3^A(0) + C_4^A(0) .$$

Die Situation ist damit ähnlich wie im Falle des Vektorstromes, wo jedoch alle (I=2) Regeln zu inkonsistenten Aussagen führten.

c) Physikalische Massen  $m \neq M$

Nach Abschnitt (6.2.1b) werden zur Berechnung der Formfaktoren die Summenregeln (C28, I=1, C29, C30, I=1,2) herangezogen. Zusammen mit den Gleichungen (6.16) - (6.18) und (C19) der  $\Delta\Delta$ -Summenregeln lassen sich alle unbekanntes Vertexfunktionen bestimmen. Man hat nun 9 Gleichungen für die 8 unbekanntes Formfaktoren  $C_{3,4,5}^A$ ,  $\tilde{C}_6^A$  und  $G_{1,2}^A$ ,  $\tilde{G}_{1,2}^P$ . Naheliegender wäre z.B. die einzige  $t^1$ -Summenregel (C19) zu verwerfen. Dadurch würde man aber in die Lösung von  $C_4^A$  eine unphysikalische Singularität für kleine  $K^2$ -Werte erhalten, denn in allen  $t^0$ -Summenregeln besitzt der Koeffizient von  $C_4^A$  Nullstellen, was darauf hinweist, daß diese Regeln für die Berechnung von  $C_4^A$  nahe dieser Nullstellen nicht benutzt werden können. Wie schon in Abschnitt 6.1.2 erwähnt, hat die Amplitude der  $t^1$ -Summenregel (C19) extrem gute Konvergenzeigenschaften. Wir haben uns entschlossen (C28) auch für (I=1) nicht zu verwenden, da sie, wie wir sehen werden, zu einem Ergebnis führt, das stark von der (M-m) Massendifferenz abhängt.

Nach dieser Entscheidung steht man vor der Frage, wie die Gleichungen (C29) für I=1,2 zu behandeln sind. Sie haben die Form

$$\frac{m_\pi^2 - K^2}{m} (\text{long. Beiträge}) - \frac{M_K^2}{m} L(C28) = 0 \quad . \quad (6.30)$$

Wir setzen in Gleichung (6.30) den longitudinalen Anteil für sich Null. Damit nehmen wir an, daß diese Struktur auch ohne Vernachlässigung der höheren Partialamplituden erhalten bleibt. Diese Annahme wird in den folgenden Diskussionen in zweifacher Weise verifiziert werden (siehe Abschnitt 6.3).

Für den Nukleonformfaktor  $F^A$  benutzen wir die experimentelle Information |P1|

$$F^A(K^2) = -1.26 G_D^A(K^2), \quad G_D^A(K^2) = \left(1 - \frac{K^2}{m_A^2}\right)^{-2}, \quad m_A = 0.89 \text{ GeV}, \quad 0 \leq -K^2 \leq 1.5 \text{ GeV}^2$$

und für  $\tilde{F}^P$  die Gleichung (6.24),  $\tilde{F}^P(K^2) = F^A(K^2)$ . Für  $K^2 = 0(m_\pi^2)$  ist dies im Einklang mit den experimentellen Ergebnissen aus dem  $\mu$ -Einfang  $|V1|$  und dem  $\pi$ -Zerfall  $|S2|$ .  $\tilde{F}^P(K_o^2)_{\text{exp}} = -(1.5 \pm 0.4)$ ,  $K_o^2 = -0.9 m_\mu^2$ ,  $m_\mu$ -Muon-Masse. Das ist zu vergleichen mit  $\tilde{F}^P(K_o^2) = -1.2$  entsprechend  $F_P(K_o^2) = F^A(K_o^2)$ . An der Stelle  $K^2 = m_\pi^2$  beträgt der PCAC-Wert  $\tilde{F}^P(m_\pi^2) = (g f_\pi / \sqrt{2} m) = -1.34$  im Vergleich zu  $\tilde{F}^P(m_\pi^2) = -1.32$ , was ebenfalls gute Übereinstimmung zeigt. Man erhält nun für den statischen Grenzfall und  $M \neq m$  die Werte der Tabelle 3 für die  $N\Delta$ - und  $\Delta\Delta$ -Vertexfunktionen.

TABELLE 3: Statische Werte der Formfaktoren

Formfaktor	Summenregeln ( $m \neq M$ )	U(6,6)	PCAC	Summenregeln ( $N\Delta$ , $m=M$ )
$C_3^A(0)$	$-0.10 \cdot 10^{-2}$	0	--	--
$C_4^A(0)$	-0.21	-0.41	--	--
$C_5^A(0)$	1.36	1.24	1.44	1.5
$\tilde{C}_6^A(0)$	1.36	1.07	1.44	1.5
$G_1^A(0)$	-0.70	-0.76	-0.75	-0.76
$G_2^A(0)$	-0.71	-0.76	-0.75	--
$\tilde{G}_1^P(0)$	-0.71	-0.58	-0.75	-0.76
$\tilde{G}_2^P(0)$	-0.71	-0.58	-0.75	--

Besonders auffällig in Tabelle 3 ist, daß die Auswertung der Summenregeln die approximativen Lösungen (6.6) an  $K^2=0$  bestätigen:  $C_5^A = \tilde{C}_6^A$ ,  $G_1^A = \tilde{G}_1^P$ ,  $G_2^A = \tilde{G}_2^P$ . Man kann sich an der Form der Gleichungen versichern, daß diese Eigenschaft für  $|K^2|/m^2 \ll 1$  erhalten bleibt. Auch die Aussagen der Lösung (6.12) werden reproduziert. Setzen wir die Werte der Tabelle 3 in die verworfene Summenregel (C28, I=1) ein und lösen nach  $C_5^A(0)$  auf, so

folgt  $C_5^A(0) = 1.9$ . Dieser Wert ist zu vergleichen mit 1.5 aus (6.29), was auf die erwähnte große Abhängigkeit von  $(M-m)$  hinweist oder mit dem besten Wert 1.36 der Tabelle 3.

Wir kommen nun zu der numerischen Auswertung des Gleichungssystems im Bereich  $0 \leq -K^2 \leq 2 \text{ GeV}^2$ . Die Ergebnisse für die Vertexfunktionen sind in Figur 3 aufgetragen, wobei jeweils der Formfaktor  $G_D^A$  abdividiert wurde. Man sieht, daß die verbleibende  $K^2$ -Abhängigkeit gegenüber dem Dipolverhalten sehr gering ist.

Von den Formfaktoren des  $N\Delta$ -Übergangs liefern  $C_5^A$  und  $\tilde{C}_6^A$  die größten Beiträge. Im Wirkungsquerschnitt hat  $\tilde{C}_6^A$  jedoch für  $|K^2| \gg m_\pi^2$  keinen großen Einfluß, da diese Strukturfunktion nur zu den skalaren Amplituden beiträgt, die im Wirkungsquerschnitt mit der Leptonmasse ( $\mu, e$ ) multipliziert werden. Die Kopplung  $C_4^A$  ist um mehr als einen Faktor 4 kleiner als der Beitrag von  $C_5^A$ . Der Formfaktor  $C_3^A$  ist vernachlässigbar, d.h., daß die axiale magnetische Dipolanregung am  $N\Delta$ -Übergang verschwindet. Der Axialvektorstrom liefert somit genau das entgegengesetzte Ergebnis des Vektorstromes, bei dem der magnetische Dipolübergang die dominierende Größe darstellt. Am  $\Delta\Delta$ -Übergang sind die Funktionen  $G_{1,2}^A(K^2)$  und  $\tilde{G}_{1,2}^P(K^2)$  etwa gleich groß. Für den Wirkungsquerschnitt wichtig sind aber wiederum nur die Formfaktoren  $G_1^A$  und  $G_2^A$ , falls  $|K^2| \gg m_\pi^2$ .

Vergleicht man die Ergebnisse der Summenregeln mit den Vorhersagen der gebrochenen relativistischen  $U(6,6)$ -Symmetrie, so ergibt sich für die dominierenden Formfaktoren eine Übereinstimmung innerhalb von 10-15% im Bereich  $-K^2 < 0.5 \text{ GeV}^2$ .

### 6.2.2 $t^1$ -Summenregel (C31)

Mit den Werten der Tabelle 3 ergibt sich aus der Gleichung (C31)  $C_4^A(0) = -0.42$  zu vergleichen mit  $-0.21$ . Für  $K^2 \neq 0$  ist das Ergebnis in Fig. 3

miteingetragen. Trotz der Diskrepanz wird das in Abschnitt (6.2.1) gefundene Ergebnis  $|C_4^A| \ll |C_5^A|$  bestätigt. Die vergleichsweise unvollständige Saturation der  $t^1$ -Summenregel (C31) wird plausibel, wenn man beachtet, daß der s-Kanal N-Austausch zu (C31) bereits nicht mehr beiträgt.

### 6.3 $NA_{\mu}^I \rightarrow N\pi$ (C32)

Mit den Werten der Tabelle 3 für  $C_3^A$  und  $C_4^A$  folgt aus (C32)  $C_5^A = 1.37$  an  $K^2=0$  in ausgezeichneter Übereinstimmung mit dem in Tabelle 3 angegebenen Wert. Für  $K^2 \neq 0$  ergibt sich Konsistenz der NN-Summenregel (C32) mit der Lösung in Fig. 3 im Bereich  $0 < -K^2 < 2 \text{ GeV}^2$ . Diese Übereinstimmung als auch die Bestätigung der approximativen Ergebnisse (6.6) und (6.12) werten wir als Rechtfertigung für die Behandlung der Gleichung (6.30).



## ZUSAMMENFASSUNG DER ERGEBNISSE

Die in dieser Arbeit behandelten Summenregeln bestimmen vollständig bis auf  $G_1^{S,V}$  die Vertexfunktionen der  $N\Delta$ - und  $\Delta\Delta$ -Übergänge des elektromagnetischen und schwachen  $\Delta Y=0$  Stromes aus den Nukleonformfaktoren für  $0 \leq |K^2| < 0.5 \text{ GeV}^2$ . Die Formfaktoren des  $NN$ -Überganges sind im raumartigen Bereich durch experimentelle Daten bestimmt. Die Beschränkung auf Nukleon- und  $\Delta$ -Austausch zur Saturation der Summenregeln erweist sich als wesentliche modellmäßige Annahme und begrenzt die Möglichkeiten der Auswertung.

Im folgenden sind die Ergebnisse so zusammengestellt, daß sie direkt angewendet werden können:

### 1. Elektromagnetischer Strom

Aus den Summenregeln folgt an  $K^2=0$  die  $SU(3)$ -Invarianz des  $\Delta\Delta$ -Vertex:  $G_i^S(0) = G_i^V(0)$ ,  $i = 1, \dots, 4$  (s. Abschnitt 5.3.2). Das totale magnetische Dipolmoment der  $\Delta$ -Resonanz ergibt sich zu:  $\mu_{\Delta^+} = 0.88 \mu_p$ . Für  $K^2 \neq 0$  gilt

$$G_3^{S,V}(K^2) = \left(1 - \frac{K^2}{4M^2}\right)^{-1} G_1^{S,V}(K^2), \quad G_4^{S,V}(K^2) = \left(1 - \frac{K^2}{4M^2}\right)^{-1} G_2^{S,V}(K^2) \quad (5.15)$$

Die Gleichungen (5.15) haben das Verschwinden der magnetischen Oktupol- und elektrischen Quadrupol-Anregung zur Konsequenz (s. Abschnitt 5.2.2). Für  $G_2^{S,V}(K^2)$  ergibt sich:

$$G_2^S = 3c \left(1 - \frac{K^2}{4M^2}\right) \frac{2M}{M_+} (F_1^S + \frac{M_+}{2m} F_2^S) - \frac{2M}{M_+} \left(1 + c \frac{M_-}{M} \frac{M_+^2 - m_\pi^2}{4M^2}\right) G_1^S ,$$

$$G_2^V = \frac{3}{5} c \left(1 - \frac{K^2}{4M^2}\right) \left[ \frac{2M}{M_+} (F_1^V + \frac{M_+}{2m} F_2^V) - 2c \frac{g}{mg^*} \left( \frac{4mM_- + m_\pi^2}{4M^2} - \frac{3m-M}{M_+} \frac{K^2}{4M^2} \right) C_3^V \right] - \frac{2M}{M_+} \left(1 + c \frac{M_-}{M} \frac{M_+^2 - m_\pi^2}{4M^2}\right) G_1^V ,$$

$$c^{-1} = \frac{MDN2}{M^2} + \frac{3}{4} \frac{m_\pi^2}{M^2} = 0.815 , \quad \frac{g}{g^*} = 0.871 \text{ GeV} .$$

Es gilt  $G_1^{S,V}(0) = 1$ ; im übrigen bleiben  $G_1^{S,V}$  unbestimmt.

Am elektromagnetischen  $N\Delta$ -Übergang findet man die bekannte Aussage, daß die magnetische Dipolanregung  $G_M^*$  dominiert. Die el. und longitudinale Quadrupolanregung  $G_E^*$  und  $G_C^*$  verschwinden (s. Abschnitt 5.2.1):

$$G_E^*(K^2) = G_C^*(K^2) = 0 \quad \text{bzw.} \quad C_3^V(K^2) = -\frac{2M}{m} C_4^V(K^2) , \quad C_4^V(K^2) = C_5^V(K^2)$$

Aus den Summenregeln der Reaktion  $NV_\mu^{e.m.} \rightarrow N\pi$  ergibt sich für die magnetische Dipolanregung  $G_M^*$  (s. Abschnitt 5.4):

$$G_M^*(K^2) = \frac{3}{2} \frac{g}{mg^*} \frac{M}{M_+} \frac{M_+^2 - K^2}{M_+^2 - m_\pi^2} F_2^V(K^2) \quad \text{bzw.} \quad C_3^V(K^2) = \frac{9}{4} \frac{g}{mg^*} \frac{M^2}{M_+^2 - m_\pi^2} F_2^V(K^2)$$

und für den isoskalaren Nukleonformfaktor  $F_2^S$ :

$$F_2^S(K^2) = 0 .$$

## 2. Schwacher Vektorstrom

Die skalaren Summenregeln des schwachen  $\Delta Y=0$  Vektorstromes I. Art erzwingen  $K^\mu \langle V_\mu^I \rangle = 0$ , woraus in Abschnitt 5.1 die bekannte CVC-Aussage gefolgert wird. Die Formfaktoren des schwachen Vektorstromes sind damit identisch mit denen des elektromagnetischen Isektorstromes.

## 3. Schwacher Axialvektorstrom

Aus den skalaren Summenregeln des Axialvektorstromes I. Art und den entsprechenden Summenregeln der  $\pi$ -Streuung leitet man an den von uns betrachteten Vertizes die PCAC-Aussage  $K^\mu \langle A_\mu^I \rangle = m_\pi^2 / (m_\pi^2 - K^2) f(K^2)$  mit endlichem  $f(m_\pi^2)$  ab. Es folgt also, daß  $K^\mu \langle A_\mu^I \rangle = 0$  nur für  $|K^2| \gg m_\pi^2$ .

An den einzelnen Axialvektorvertizes ergeben sich die folgenden Formfaktorrelationen:

Am  $\Delta\Delta$ -Vertex gilt: (s. Abschnitt 6.1.1, 6.2.1)

$$G_{1,2}^P(K^2) = \frac{2M^2}{m_\pi^2 - K^2} G_{1,2}^A(K^2) \quad , \quad \tilde{G}_{1,2}^P(K^2) = G_{1,2}^A(K^2) \quad , \quad \frac{\tilde{G}_1^P(m_\pi^2)}{\tilde{G}_2^P(m_\pi^2)} = \frac{g_1}{2g_2}$$

und die U(6,6)-Relation

$$G_1^A(K^2) = \left(1 - \frac{K^2}{4M^2}\right) G_2^A(K^2) \quad .$$

Für  $G_2^A(K^2)$  erhält man

$$G_2^A(K^2) = 0.56 F^A(K^2) \quad ,$$

so daß  $G_1^A(0) = 0.56 G_2^A(0) = -0.70$  in guter Übereinstimmung mit der Symmetrieaussage ( $G_1^A(0) = 3F^A(0)/5$ ) und dem PCAC-Wert ( $G_1^A(0) = g_1 f_\pi / (3\sqrt{2}M) =$

-0.75 steht.

Am axialen  $N\Delta$ -Übergang verschwindet im Gegensatz zum Vektorstrom die magnetische Dipolanregung  $C_3^A$ , der Beitrag des Formfaktors  $C_4^A$  ist klein und es dominiert der Formfaktor  $C_5^A$ :

$$C_3^A(K^2) = 0, \quad C_4^A(K^2)/C_5^A(K^2) = -0.157, \quad C_5^A(K^2) = -1.08 F^A(K^2) .$$

Der Formfaktor  $C_6^A$  ist gegeben durch

$$C_6^A(K^2) = \frac{m^2}{m_\pi^2 - K^2} C_5^A(K^2) \quad \text{und} \quad \tilde{C}_6^A(K^2) = C_5^A(K^2), \quad \frac{\tilde{C}_6^A(m_\pi^2)}{\tilde{G}_1^P(m_\pi^2)} = -\frac{3Mg^*}{g_1}$$

Für den pseudoskalaren Nukleonformfaktor erhält man

$$F^P(K^2) = \frac{2m^2}{m_\pi^2 - K^2} F^A(K^2), \quad \tilde{F}^P(K^2) = F^A(K^2), \quad \frac{\tilde{F}^P(m_\pi^2)}{\tilde{C}_6^A(m_\pi^2)} = -\frac{g}{mg^*}$$

in guter Übereinstimmung mit der experimentellen Information.

A. ALLGEMEINE VERTEXZERLEGUNGEN

A1 Matrizelemente des schwachen Stromes

Im folgenden werden die verwendeten lorentzkovarianten Zerlegungen der Matrizelemente des schwachen Stroms  $J_\alpha^\mu = V_\alpha^\mu + A_\alpha^\mu$  definiert. Dabei sind

$$P^\mu = (p'+p)^\mu, \quad K^\mu = (p'-p)^\mu, \quad M_+ = M+m, \quad M_- = M-m,$$

$m = 0.9383$  GeV - Masse des Nukleons,

$M = 1.232$  GeV - Masse der  $\Delta$ -Resonanz .

Wir benutzen die Metrik und die  $\gamma$ -Matrizen von Bjorken und Drell [B1]. Die Isospinoren und Isospinmatrizen sind in Anhang B angegeben.

A1.1  $J_\alpha^\mu$  NN-Vertex

$$\langle N(p') | J_\alpha^\mu | N(p) \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \bar{u}(p') [\Gamma_{I}^\mu(p',p) + \Gamma_{II}^\mu(p',p)] u(p) \times (\chi_N^+ \frac{\tau_\alpha}{2} \chi_N)$$

mit

$$\Gamma_{I}^\mu(p',p) = F_1^V \gamma^\mu + \frac{i}{2m} \sigma^{\mu\nu} K_\nu F_2^V + \gamma^\mu \gamma^5 F^A + \frac{1}{m} K^\mu \gamma^5 F^P,$$

$$\Gamma_{II}^\mu(p',p) = \frac{1}{m} K^\mu F_3^V + \frac{1}{m} P^\mu \gamma^5 F_3^A,$$

$$F_1^V(0) = 1, \quad F_2^V(0) = 3.706, \quad F^A(0) = -1.26.$$

Für den elektromagnetischen Strom gelten die folgenden Abänderungen:

$$F_i^A, F_i^P, F_3^A, F_3^V \rightarrow 0$$

a) Isovektorstrom (I=1)

$$\frac{\tau_\alpha}{2} \rightarrow \frac{\tau_3}{2}$$

b) Isoskalarer Strom (I=0)

$$F_i^V \rightarrow F_i^S, \quad i = 1, 2, \quad \frac{\tau_\alpha}{2} \rightarrow \frac{1}{2} .$$

Die Normierungen der elektromagnetischen Formfaktoren lauten:

$$F_i^N = \frac{1}{2} (F_i^S + \tau_3 F_i^V), \quad i = 1, 2, \quad ,$$

$$F_1^N(0) = Z_N, \quad F_2^N(0) = \mu_N - Z_N, \quad \mu_p = 2.793, \quad \mu_n = -1.913 .$$

$Z_N$  [e] ist die elektrische Ladung,  $\mu_N$  [ $\frac{e}{2m}$ ] das totale magnetische Dipolmoment des Nukleons. Zwischen den invarianten Formfaktoren  $F_i^N$  ( $i = 1, 2$ ) und den physikalischen Multipolformfaktoren  $G_{EL}^N$ ,  $G_{MD}^N$  des Nukleons besteht folgender Zusammenhang |B1|:

$$G_{EL}^N = F_1^N + \frac{K^2}{4m^2} F_2^N, \quad ,$$

$$G_{MD}^N = F_1^N + F_2^N .$$

A1.2 J<sup>μ</sup><sub>NΔ</sub>-Vertex

$$\langle \Delta(p') | J_{\alpha}^{\mu} | N(p) \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{m^2} \bar{u}_{\nu}(p') [\Gamma_I^{\nu\mu}(p', p) + \Gamma_{II}^{\nu\mu}(p', p)] u(p) \\ \times (\chi_{\Delta}^+ \frac{T_{\alpha}}{\sqrt{2}} \chi_N)$$

mit

$$\Gamma_I^{\nu\mu}(p', p) = [m C_3^{\nu} (\kappa g^{\nu\mu} - K^{\nu} \gamma^{\mu}) + C_4^{\nu} (p \cdot K g^{\nu\mu} - K^{\nu} p^{\mu}) \\ + C_5^{\nu} (\kappa^2 g^{\nu\mu} - K^{\nu} K^{\mu}) + C_6^{\nu} m^2 g^{\nu\mu}] \gamma^5 \\ + m C_3^A (\kappa g^{\nu\mu} - K^{\nu} \gamma^{\mu}) + C_4^A (p' \cdot K g^{\nu\mu} - K^{\nu} p'^{\mu}) \\ + C_5^A m^2 g^{\nu\mu} + C_6^A K^{\nu} K^{\mu} ,$$

$$\Gamma_{II}^{\nu\mu}(p', p) = \Gamma_I^{\nu\mu}(p', p) \quad \text{mit} \quad (C_i^{\nu} \rightarrow C_i^{\nu'}, C_i^A \rightarrow C_i^{A'}, i = 3, \dots, 6) .$$

$$\langle N(p') | J_{\alpha}^{\mu} | \Delta(p) \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{m^2} \bar{u}(p') \gamma_0 [\Gamma_I^{\nu\mu+}(p, p') \\ - \Gamma_{II}^{\nu\mu+}(p, p')] \gamma_0 u_{\nu}(p) \times (\chi_N^+ \frac{T_{\alpha}^+}{\sqrt{2}} \chi_{\Delta}) .$$

Für den elektromagnetischen Strom müssen folgende Ersetzungen vorgenommen werden:

$$C_i^A, C_i^{A'}, C_6^{\nu}, C_i^{\nu'} \rightarrow 0, \quad i = 3, \dots, 6, \quad T_{\alpha} \rightarrow T_3 .$$

Nur der Isektoranteil des elektromagnetischen Stroms kann zu diesem Vertex beitragen.

Der Zusammenhang zwischen den invarianten Formfaktoren  $C_i^V$  ( $i = 3, 4, 5$ ) und den Multipolformfaktoren  $G_M^*$ ,  $G_E^*$  und  $G_C^*$  des  $\gamma N\Delta$ -Übergangs ist gegeben durch  $|J1|$ :

$$G_M^* = \frac{m}{3M_+} \left\{ [(3M+m)M_+ - K^2] \frac{C_3^V}{mM} + \frac{2M_+M_-}{m^2} C_4^V + \frac{2K^2}{m^2} C_5^V \right\} ,$$

$$G_E^* = \frac{m}{3M_+} \left\{ (M_+M_- + K^2) \frac{C_3^V}{mM} + \frac{2M_+M_-}{m^2} C_4^V + \frac{2K^2}{m^2} C_5^V \right\} ,$$

$$G_C^* = \frac{2m}{3M_+} \left\{ \frac{2M}{m} C_3^V + (3M^2 + m^2 - K^2) \frac{C_4^V}{m} + (M_+M_- + K^2) \frac{C_5^V}{m} \right\} .$$

### A1.3 $J^\mu_{\Delta\Delta}$ -Vertex

$$\begin{aligned} \langle \Delta(p') | J^\mu_\alpha | \Delta(p) \rangle &= - \frac{1}{(2\pi)^3} \bar{u}^\rho(p') \left[ \Gamma_{I\rho\sigma}^\mu(p', p) + \Gamma_{II\rho\sigma}^\mu(p', p) \right] u^\sigma(p) \\ &\quad \times (\chi_\Delta^+ M_\alpha \chi_\Delta) \end{aligned}$$

mit



$$\begin{aligned}
 \Gamma_{I\rho\sigma}^{\mu}(p',p) &= \gamma^{\mu}(g_{\rho\sigma} G_1^V + \frac{1}{2M^2} K_{\rho} K_{\sigma} G_3^V) \\
 &+ \frac{i}{2M} \sigma^{\mu\nu} K_{\nu} (g_{\rho\sigma} G_2^V + \frac{1}{2M^2} K_{\rho} K_{\sigma} G_4^V) \\
 &+ \gamma^{\mu} \gamma^5 (g_{\rho\sigma} G_1^A + \frac{1}{2M^2} K_{\rho} K_{\sigma} G_2^A) \\
 &+ \frac{1}{M} K^{\mu} \gamma^5 (g_{\rho\sigma} G_1^P + \frac{1}{2M^2} K_{\rho} K_{\sigma} G_2^P) \quad ,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{II\rho\sigma}^{\mu}(p',p) &= \frac{1}{M} K^{\mu} (g_{\rho\sigma} G_5^V + \frac{1}{2M^2} K_{\rho} K_{\sigma} G_6^V) + \frac{1}{M} I^{\pm\mu\nu}_{\rho\sigma} K_{\nu} G_7^V \\
 &+ \frac{1}{M} P^{\mu} \gamma^5 (g_{\rho\sigma} G_5^A + \frac{1}{2M^2} K_{\rho} K_{\sigma} G_6^A) + \frac{1}{M} \gamma^5 I^{\pm\mu\nu}_{\rho\sigma} K_{\nu} G_7^A \quad ,
 \end{aligned}$$

$$I^{\pm\mu\nu}_{\rho\sigma} = \delta_{\rho}^{\nu} \delta_{\sigma}^{\mu} \pm \delta_{\rho}^{\mu} \delta_{\sigma}^{\nu} \quad ,$$

$$G_1^V(0) = 1 \quad .$$

Kovarianten wie

$$I^{\pm\mu\nu}_{\rho\sigma} K_{\nu} \quad \text{des Vektorstromes und}$$

$$I^{\pm\mu\nu}_{\rho\sigma} K_{\nu} \gamma^5 \quad \text{des Axialvektorstromes lassen sich}$$

mit Hilfe folgender Identitäten |S1,G1| eliminieren:

$$a) \quad \bar{u}^{\rho}(p', \lambda') \left[ \gamma^{\mu} \left( \frac{K^2}{4M^2} g_{\rho\sigma} - \frac{K_{\rho} K_{\sigma}}{2M^2} \right) - \frac{i}{2M} \sigma^{\mu\nu} K_{\nu} g_{\rho\sigma} + \frac{1}{2M} I^{-\mu\nu} K_{\nu} \right] u^{\sigma}(p, \lambda) \equiv 0$$

$$b) \quad \bar{u}^{\rho}(p', \lambda') \left[ \gamma^{\mu} \gamma^5 \left( \frac{K^2}{4M^2} g_{\rho\sigma} - \frac{K_{\rho} K_{\sigma}}{2M^2} \right) - \frac{K^{\mu}}{2M} \gamma^5 g_{\rho\sigma} + \frac{1}{2M} I^{+\mu\nu} K_{\nu} \gamma^5 \right] u^{\sigma}(p, \lambda) \equiv 0$$

(Die Identität a) entspricht Gl. (50) von |S1|; sie widerspricht jedoch der entsprechenden Gl. von |G1|.)

Für den elektromagnetischen Strom ist die obige Zerlegung folgendermaßen abzuändern:

$$G_i^A, G_i^P, G_j^A, G_j^V \rightarrow 0, \quad i = 1, 2, \quad j = 5, 6, 7$$

a) Isovektorstrom (I=1)

$$M_{\alpha} \rightarrow M_3$$

b) Isoskalärer Strom (I = 0)

$$G_i^V \rightarrow G_i^S, \quad M_{\alpha} \rightarrow \frac{1}{2}, \quad i = 1, \dots, 4$$

Die elektromagnetischen Formfaktoren der  $\Delta$ -Resonanz sind normiert auf |G1|:

$$G_i^{\Delta} = \frac{1}{2} [G_i^S + 2 M_3 G_i^V], \quad i = 1, \dots, 4$$

$$G_1^{\Delta}(0) = Z_{\Delta}, \quad G_3^{\Delta}(0) = Z_{\Delta} - Q_{\Delta}$$

$$G_2^\Delta(0) = \mu_\Delta - z_\Delta, \quad G_4^\Delta(0) = \mu_\Delta - \sqrt{6} \mu'_\Delta + Q_\Delta - z_\Delta \quad .$$

$z_\Delta [e]$  sind die elektrischen Ladungen (2,1,0,-1),  $\mu_\Delta [\frac{e}{2M}]$  das totale magnetische Dipolmoment,  $Q_\Delta [e/M^2]$  das elektrische Quadrupolmoment und  $\mu'_\Delta [e/2M^3]$  das magnetische Oktupolmoment der  $\Delta$ -Resonanz.

Der Zusammenhang zwischen den invarianten Formfaktoren  $G_i^\Delta$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) und den Multipolformfaktoren  $G_{EL}^\Delta$ ,  $G_{EQ}^\Delta$ ,  $G_{MD}^\Delta$  und  $G_{MO}^\Delta$  der  $\Delta$ -Resonanz ist gegeben durch  $|G|$ :

$$G_{EQ}^\Delta = G_1^\Delta + \frac{K^2}{4M^2} G_2^\Delta - \left(1 - \frac{K^2}{4M^2}\right) (G_3^\Delta + \frac{K^2}{4M^2} G_4^\Delta) \quad ,$$

$$G_{EL}^\Delta = G_1^\Delta + \frac{K^2}{4M^2} G_2^\Delta - \frac{2}{3} \frac{K^2}{4M^2} G_{EQ}^\Delta \quad ,$$

$$G_{MO}^\Delta = \frac{1}{\sqrt{6}} \left[ G_1^\Delta + G_2^\Delta - \left(1 - \frac{K^2}{4M^2}\right) (G_3^\Delta + G_4^\Delta) \right] \quad ,$$

$$G_{MD}^\Delta = G_1^\Delta + G_2^\Delta - \frac{4}{5} \sqrt{6} \frac{K^2}{4M^2} G_{MO}^\Delta \quad .$$

Dabei stellt  $G_{EL}^\Delta$  den Formfaktor der elektrischen Ladung,  $G_{EQ}^\Delta$  den Formfaktor des elektrischen Quadrupolmoments,  $G_{MD}^\Delta$  den Formfaktor des magnetischen Dipolmoments und  $G_{MO}^\Delta$  den Formfaktor des magnetischen Oktupolmoments dar.

## A2 Matrizelemente des pionischen Stromes

Für die Vertizes der starken Wechselwirkung werden die folgenden Darstellungen verwendet:

### A2.1 $j_{NN}^\pi$ -Vertex

$$\langle N(p') | j_\alpha^\pi | N(p) \rangle = \frac{i}{(2\pi)^3} g \bar{u}(p') \gamma^5 u(p) \times (\chi_N^+ \tau_\alpha \chi_N)$$

mit  $\frac{g^2}{4\pi} = 14.4$ .

### A2.2 $j_{N\Delta}^\pi$ -Vertex

$$\langle \Delta(p') | j_\alpha^\pi | N(p) \rangle = - \frac{i}{(2\pi)^3} g^* \bar{u}_\nu(p') \gamma^\nu u(p) \times (\chi_\Delta^+ \frac{T_\alpha}{\sqrt{2}} \chi_N)$$

mit  $\frac{g^{*2}}{4\pi} = 19.0 \text{ GeV}^{-2}$  aus

$$\Gamma(\Delta \rightarrow \pi N) = \frac{g^{*2}}{12\pi} p^{*3} \frac{E^* + m}{M} = 115 \text{ MeV} ,$$

( $p^*, E^*$  - Schwerpunktgrößen des Nukleons ( $\vec{p}_\Delta = 0$ ).)

A2.3  $j_{\Delta\Delta}^{\pi}$ -Vertex

$$\begin{aligned} \langle \Delta(p') | j_{\alpha}^{\pi} | \Delta(p) \rangle &= - \frac{i}{(2\pi)^3} \bar{u}_{\rho}(p') \gamma^5 (g^{\rho\sigma} g_1 + \frac{1}{M^2} K^{\rho} K^{\sigma} g_2) u_{\sigma}(p) \\ &\quad \times \frac{2}{3} (\chi_{\Delta}^+ M_{\alpha} \chi_{\Delta}) \quad . \end{aligned}$$

Die Kopplungskonstanten  $g_1, g_2$  sind bisher experimentell nicht bekannt.

B. ISOSPINFORMALISMUS

Es wird die Phasenkonvention von Condon-Shortly mit der Phasenwahl von Carruthers |C1| für die Isospinfelder von Teilchen und Antiteilchen verwendet.

Explizit werden folgende Isospinoren und Isospinmatrizen benutzt:

Isospin 1/2 (N)

$$\chi_p = -\chi_p^c = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \tau_1, \tau_2, \tau_3 \text{ Paulimatrizen.}$$

$$\chi_n = \chi_n^c = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Isospin 1 ( $\pi$ )

$$\Phi_{\pi^\pm} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \pm 1 \\ \alpha \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{array}{l} \alpha = i \text{ für einlaufende } \pi\text{-Mesonen} \\ \alpha = -i \text{ für auslaufende } \pi\text{-Mesonen} \end{array}$$

$$\Phi_{\pi^0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} .$$

Isospin 3/2 ( $\Delta$ )

$$\chi_{\Delta^{++}} = \chi_{\Delta^{++}}^c = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \chi_{\Delta^+} = -\chi_{\Delta^+}^c = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\chi_{\Delta^0} = \chi_{\Delta^0}^c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \chi_{\Delta^-} = -\chi_{\Delta^-}^c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

$$T_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -\sqrt{3} & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} \end{bmatrix}, \quad T_2 = \frac{i}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} \end{bmatrix}, \quad T_3 = \frac{2}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$M_1, M_2, M_3$  sind die üblichen Isospin 3/2 Matrizen [M1].

C. SUMMENREGELN

Die Summenregeln sind für definierten Isospinaustausch im t-Kanal ( $I_t = I = 0, 1, 2$ ) zusammengestellt, wie sie sich aus der allgemeinen Formel (3.2) ergeben. Zu jeder einzelnen Regel wird der vollständige N- und  $\Delta$ -Beitrag angegeben, ohne die Gültigkeit anderer Summenregeln vorauszusetzen.

Dazu wurde das Symbol  $L(C_i)$  eingeführt, das die linke Seite der Gleichung ( $C_i$ ) bezeichnet. Bei Saturation mit weiteren Resonanzen werden diese Terme im allgemeinen von Null verschieden sein.

$$IS = -\frac{8}{15} \left(\frac{3}{2}\right) \quad \text{für } I = 0(2) ,$$

$$\left. \begin{aligned} IS_1 &= 2 (-2) \\ IS_2 &= -\frac{5}{9} \left(\frac{1}{9}\right) \\ IS_3 &= -\frac{5}{12} \left(-\frac{1}{12}\right) \end{aligned} \right\} \text{für } I = 1(2) ,$$

$$m_\pi = 0.1396 \text{ GeV} \quad \text{- Masse des Pions,}$$

$$g_{12} = 2M^2 g_1 + m_\pi^2 g_2 , \quad \overline{g}_2 = \frac{g_{12}}{M^2} - 3g_2 ,$$

$$f(G_i, G_j) = 4 \overline{g}_2 G_i - \left( \frac{g_{12}}{M^2} - \frac{K^2}{M^2} \overline{g}_2 \right) G_j ,$$

$$y_N = -[2M_+ M_- + m_\pi^2 + K^2] , \quad y_\Delta = -[m_\pi^2 + K^2] ,$$

$$MDN2 = M^2 + m^2 - Mm - m_\pi^2$$



CI Summenregeln des Isektorstromes  $V_{\mu}^{e.m.}$

CI.1  $\Delta V_{\mu}^{e.m.} \rightarrow \Delta \pi$

Nach Abschnitt 3 lassen sich 3 Arten von Summenregeln unterscheiden:

- i) Summenregeln der m=3 Amplituden
- ii) Moment-Summenregeln ( $n \neq 0$ ) der m=3 Amplituden
- iii) Summenregeln der m=2 Amplituden

Nichttriviale Summenregeln liefern die kreuzungs-antisymmetrischen Amplituden in den Fällen i) und iii) und zusätzlich die kreuzungs-symmetrischen Amplituden im Falle ii).

CI.1.1.1 Summenregeln der m=3, I = 0,2 Amplituden

$G_{\frac{3}{2}}^{IV} \quad I = 0,2$  ist kreuzungs-symmetrisch (Definition der Indizes  
 $\frac{3}{2} - \frac{3}{2}, S1$  siehe Abschnitt 3 ).

a)  $t^0$ -Summenregeln

$G_{\frac{3}{2}}^{2V} \quad I = 0,2$  hat keinen  $t^0$ -Beitrag .  
 $\frac{3}{2} - \frac{3}{2}, S1$

$$G_{\frac{3}{2}}^{2V} \quad I=1,2: \quad [IS \cdot Mg^* (C_4^V - C_5^V) + \frac{1}{18} \frac{m^2}{M^2} f(G_2^V, G_4^V)] (m_{\pi}^2 - K^2) = 0 \quad (C1)$$

b) t<sup>1</sup>-Summenregeln

$$\begin{aligned}
 G_{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}, S1}^{2V, I=0,2} : & \quad IS \cdot (m_{\pi}^2 - K^2) Mg^* C_5^V - \frac{1}{9} \frac{m^2}{M^2} (m_{\pi}^2 - K^2) \frac{g_{12}}{M^2} (G_3^V + G_4^V) \\
 & \quad + \frac{\frac{m_{\pi}^2}{2} + K^2}{m_{\pi}^2 - K^2} L(C1) = 0
 \end{aligned} \tag{C2}$$

$$\begin{aligned}
 G_{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}, S0}^{2V, I=0,2} : & \quad IS \cdot Mg^* C_5^V - \frac{1}{9} \frac{m^2}{M^2} \left[ \frac{g_{12}}{M^2} G_3^V + \left( \frac{g_{12}}{M^2} - \frac{3}{4} \frac{m_{\pi}^2 - K^2}{M^2} g_2 \right) G_4^V \right] \\
 & \quad + \frac{1}{2(m_{\pi}^2 - K^2)} L(C1) = 0
 \end{aligned} \tag{C3}$$

CI.1.1.2 Summenregeln der m=3, I=1 Amplituden

$G_{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}, S1}^{2V, I=1}$  und  $G_{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}, S0}^{2V, I=1}$  sind kreuzungs-symmetrisch .

a) t<sup>0</sup>-Summenregeln

$$G_{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}, S1}^{1V, I=1} : \quad - \frac{4}{3} Mg^* \left( C_3^V \frac{m}{2M} + C_4^V \right) - \frac{1}{18} \frac{m^2}{M^2} f(G_1^V, G_3^V) = 0 \tag{C4}$$

b) t<sup>1</sup>-Summenregeln

$$\begin{aligned}
 G_3^{1V} \text{ I=1} & : -\frac{4}{3} Mg^* C_4^V + \frac{1}{18} \frac{m^2}{M^2} f(G_2^V, G_4^V) \\
 \frac{3}{2} - \frac{3}{2}, S1 & \\
 & - \frac{1}{9} \frac{m^2}{M^2} \left[ (\overline{g_2} - 3g_2) G_3^V + \frac{g_{12}}{M^2} G_4^V \right] = 0 \quad (C5)
 \end{aligned}$$

CI.1.2 Moment-Summenregeln der m=3 Amplituden

Wegen des  $\omega$ - bzw.  $\pi$ -Beitrag zu diesen Amplituden berücksichtigen wir nur die Moment-Summenregeln mit  $n=1$ .

CI.1.2.1 Moment-Summenregeln der m=3, I=0,2 kreuzungs-symmetrischen Amplituden

a) t<sup>0</sup>-Summenregeln

$$\begin{aligned}
 G_3^{1V} \text{ I=0,2} & : IS \cdot y_N \quad Mg^* \left[ C_3^V \frac{m}{2M} + C_4^V \right] \\
 \frac{3}{2} - \frac{3}{2}, S1 & \\
 & - y_\Delta \quad \frac{1}{18} \frac{m^2}{M^2} f(G_1^V, G_3^V) = 0 \quad (C6)
 \end{aligned}$$

t<sup>1</sup>-Summenregeln bleiben nach dem Konvergenzkriterium von Abschnitt 4 unberücksichtigt.

CI.1.2.2 Moment-Summenregeln der m=3, I=1 - kreuzungs-symmetrischen Amplituden

a) t<sup>0</sup>-Summenregeln

$G_{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}, S1}^{2V, I=1}$  hat keinen t<sup>0</sup>-Beitrag .

$$G_{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}, S0}^{2V, I=1} : \left[ -\frac{4}{3} y_N \mathbf{Mg}^* (C_4^V - C_5^V) + y_\Delta \frac{1}{18} \frac{m^2}{M^2} f(G_2^V, G_4^V) \right] (m_\pi^2 - K^2) = 0 \quad (C7)$$

t<sup>1</sup>-Summenregeln bleiben nach Abschnitt 4 unberücksichtigt.

CI.1.3 Summenregeln der m=2 Amplituden

Wir benutzen

$$A_1^{1V(\pm)} := G_{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}, S1}^{1V} \pm G_{\frac{1}{2} - \frac{3}{2}, S1}^{1V},$$

$$A_1^{2V(\pm)} := G_{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}, S1}^{2V} \pm G_{\frac{1}{2} - \frac{3}{2}, S1}^{2V},$$

$$A_0^{1V(\pm)} := G_{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}, S0}^{1V} \pm G_{\frac{1}{2} - \frac{3}{2}, S0}^{1V},$$

die definierte Kreuzungseigenschaften besitzen.

CI.1.3.1 Summenregeln der m=2, I=0,2 Amplituden

$A_1^{1V(-)I=0,2}$  ,  $A_1^{2V(+I=0,2)}$  ,  $A_0^{1V(-)I=0,2}$  sind kreuzungs-symmetrisch.

a)  $t^0$ -Summenregeln

$A_1^{1V(+I=0,2)}$  ,  $A_1^{2V(-)I=0,2}$  haben keine  $t^0$ -Beiträge.

$A_0^{1V(+I=0,2)}$ : Summenregel ist identisch mit (C1) .

b)  $t^1$ -Summenregeln

$$A_1^{1V(+I=0,2)}: IS \cdot Mg^* \left[ y_N \left( \frac{m}{2M} C_3^V + C_4^V \right) + 2y_\Delta (C_4^V - C_5^V) - 2(m_\pi^2 - K^2) C_5^V \right]$$

$$- \frac{1}{18} \frac{m^2}{M^2} y_\Delta \left[ f(G_1^V, G_3^V) - 2f(G_2^V, G_4^V) \right]$$

$$+ \frac{2}{9} \frac{m^2}{M^2} (m_\pi^2 - K^2) \frac{g_{12}}{M^2} (G_3^V + G_4^V) = 0 \quad (C8)$$

$$\begin{aligned}
 A_0^{1V(+), I=0,2}: \quad & IS \cdot Mg^* \left[ C_3^V \frac{m}{2M} + C_4^V \frac{M-m}{2M} + C_5^V \frac{3M+m}{2M} \right] (K^2 - m_\pi^2) \\
 & - \frac{1}{18} \frac{m^2}{M^2} \left\{ 4 \overline{g_2} G_1^V - 2(\overline{g_2} - 3g_2) G_2^V \right. \\
 & + \left. \left( \frac{g_{12}}{M^2} + \frac{K^2}{M^2} \overline{g_2} \right) G_3^V + \left[ \frac{g_{12}}{M^2} \left( 1 - \frac{K^2}{2M^2} \right) - 3g_2 \frac{m_\pi^2 - 3K^2}{2M^2} \right] G_4^V \right\} (K^2 - m_\pi^2) \\
 & + \frac{[(K^2 - m_\pi^2)^2 + 8K^2 M^2]}{4M^2 (m_\pi^2 - K^2)} L(C1) + L(C6) = 0 \quad (C9)
 \end{aligned}$$

### CI.1.3.2 Summenregeln der m=2, I=1 Amplituden

$A_1^{1V(+), I=1}$  ,  $A_1^{2V(-), I=1}$  ,  $A_0^{1V(+), I=1}$  sind kreuzungs-symmetrisch.

#### a) $t^0$ -Summenregeln

$A_1^{1V(-), I=1}$  und  $A_0^{1V(-), I=1}$  haben keine  $t^0$ -Bereiche,

$A_1^{2V(+), I=1}$ : Summenregel ist identisch mit (C4).

$t^1$ -Summenregeln werden aus Konvergenzgründen nicht behandelt. Ebenso bleiben auch mögliche Moment-Summenregeln ( $n \neq 0$ ) der m=2 Amplituden unberücksichtigt.

CI.2  $NV_{\mu}^{e.m.} \rightarrow \Delta\pi$

Nach Abschnitt 4 und Tabelle 1 werden bei dieser Reaktion nur die  $t^0$ -Summenregeln der  $m=2$  t-Kanalamplituden betrachtet.

CI.2.1 Summenregeln der I=1,2 Amplituden

$$G_3^{1V} \text{ I=1(2)}: \quad NV_1^S + IS_1 NV_1^U + IS_2 DV_1^S + IS_3 DV_1^U = 0 \quad (C10)$$

$\frac{3}{2} - \frac{1}{2}, S1$

$$G_3^{2V} \text{ I=1(2)}: \quad \text{Die Summenregeln sind identisch mit (C10).}$$

$\frac{3}{2} - \frac{1}{2}, S1$

$$G_3^{1V} \text{ I=1(2)}: \quad (NV_2^S + IS_1 NV_2^U + IS_2 DV_2^S + IS_3 DV_2^U) \frac{m^2 - K^2}{4m}$$

$\frac{3}{2} - \frac{1}{2}, S0$

$$- M_+ L(C10) = 0 \quad (C11)$$

mit

$$NV_1^S = mg^* \left( F_1^V + \frac{M_+}{2m} F_2^V \right) ,$$

$$NV_1^U = g \left( C_3^V + \frac{M_-}{m} C_4^V \right) ,$$

$$DV_1^S = \left( \frac{m}{M} \frac{g_{12}}{M^2} + \frac{K^2}{M^2} \frac{1}{g_2} \right) C_3^V + \frac{M_-}{m} \left( - \frac{g_{12}}{M^2} + \frac{K^2}{M^2} \frac{1}{g_2} \right) C_4^V + \frac{K^2}{M^2} \frac{g_{12}}{M^2} C_5^V ,$$

$$\begin{aligned}
 DV_1^u &= mg^* \left\{ 4 \frac{MDN2}{M^2} \left[ (G_1^V + \frac{K^2}{4M^2} G_3^V) + \frac{M_+}{2M} (G_2^V + \frac{K^2}{4M^2} G_4^V) \right] \right. \\
 &\quad \left. + \left( \frac{M_- M_+^2}{M^3} + \frac{m_\pi^2 (2M+m)}{M^3} \right) G_3^V + \frac{M_+}{2M} \frac{3m_\pi^2}{M^2} G_4^V \right\}
 \end{aligned}$$

und

$$NV_2^s = mg^* F_2^V ,$$

$$NV_2^u = -2g \cdot (C_4^V - C_5^V) ,$$

$$\begin{aligned}
 DV_2^s &= -4 \frac{M_+}{M} \frac{m}{M} \frac{1}{g_2} C_3^V - 2 \left[ \left( \frac{M_+^2 - Mm}{M^2} \right) \frac{g_{12}}{M^2} + \frac{2M_+ M_- - K^2}{M^2} \frac{1}{g_2} \right] C_4^V \\
 &\quad - 2 \left[ \left( \frac{M_+^2 - Mm}{M^2} \right) \frac{g_{12}}{M^2} + \frac{K^2}{M^2} \frac{1}{g_2} \right] C_5^V ,
 \end{aligned}$$

$$DV_2^u = mg^* \frac{m}{M} \left[ 4 \frac{MDN2}{M^2} (G_2^V + \frac{K^2}{4M^2} G_4^V) + \left( \frac{m_\pi^2 + 2M_+^2}{M^2} \right) G_4^V \right] .$$

CI.3  $NV_\mu^{e.m.} \rightarrow N\pi$

Von den  $m=1$  Amplituden zu unnatürlichem Paritätsaustausch im  $t$ -Kanal besitzen nur die  $I=0$  Isospinamplituden geeignete Konvergenzeigenschaften. Wiederum werden nur die  $t^0$ -Summenregeln betrachtet.



CI.3.1 Summenregeln der m=1, I=0 Amplituden

$G_{\frac{1}{2} \frac{1}{2}}^{2V, I=0}$  ist kreuzungs-symmetrisch.

$G_{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}^{2V, I=0}$  hat keinen  $t^0$ -Beitrag.

$$G_{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}^{2V, I=0} : g F_2^V - \frac{8}{9} \frac{MDN2}{M^2} M_+ g^* C_3^V - \frac{4}{9} [(M_+^2 + 2M_+ M_- - K^2) \frac{MDN2}{mM^2} - \frac{M_+^2 - m_\pi^2}{M}] g^* C_4^V - \frac{4}{9} [(M_+^2 + K^2) \frac{MDN2}{mM^2} - \frac{M_+^2 - m_\pi^2}{M}] g^* C_5^V = 0 \quad (C12)$$

CI.4 Summenregeln der skalaren Amplituden des schwachen Vektorstromes

I. Art  $V_\mu^I$

CI.4.1  $\Delta V_\mu^I \rightarrow \Delta\pi$

a) Summenregeln der m=3 Amplituden

Der Nukleonaustausch trägt nur zu den  $t^0$ -Summenregeln bei.

$G_{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}}^{2V, I=1}$  ist kreuzungs-symmetrisch .

$$G_{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}}^{2V, I=0,2} : IS \cdot Mg^* C_6^V = 0 .$$

b) Moment-Summenregeln der m=3 Amplituden

$$G_3^{2V, I=1} - \frac{3}{2}, SS : - \frac{4}{3} y_N Mg^* C_6^V = 0$$

c) Summenregeln der m=2 Amplituden

Bildet man

$$A_S^{1V(\pm)} := G_3^{1V} - \frac{1}{2}, SS \pm G_1^{1V} - \frac{3}{2}, SS ,$$

so sind  $A_S^{1V(-)I=0,2}$ ,  $A_S^{1V(+)I=1}$  kreuzungs-symmetrisch.

$$A_S^{1V(+)I=0,2} : (m_\pi^2 - K^2) Mg^* C_6^V = 0 \quad t^0\text{-Beitrag} ,$$

$$(2mM + m_\pi^2 - K^2) Mg^* C_6^V = 0 \quad t^1\text{-Beitrag} .$$

$A_S^{1V(-)I=1}$  hat keinen  $t^0$ -Beitrag.

CI.4.2  $N V_{\mu}^I \rightarrow \Delta\pi$

Wie in Abschnitt CI.2 werden nur die  $t^0$ -Summenregeln betrachtet.

$$G_{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}, S1}^{1V, I=1(2)} : \left[ IS_1 \cdot g - IS_2 \left( \frac{M_+^2 - Mm}{M^2} \frac{g_{12}}{M^2} - \frac{K^2}{M^2} \overline{g_2} \right) \right] C_6^V = 0$$

CI.4.3  $N V_{\mu}^I \rightarrow N\pi$

Wie in Abschnitt CI.3 folgt aus der (I=0)-Amplitude

$$G_{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}, SS}^{2V, I=0} : \left[ \frac{K^2 MDN^2}{mM^2} - \frac{M_+^2 M_-^2 - m_{\pi}^2 (M_+^2 - Mm)}{mM^2} \right] g * C_6^V = 0$$

CII Summenregeln des Axialvektorstromes I. Art  $A_{\mu}^I$

CII.1  $\Delta A_{\mu}^I \rightarrow \Delta \pi$

Die Summenregeln des Axialvektorstromes lassen sich wie die Regeln des Vektorstromes in Abschnitt CI.1 klassifizieren.

CII.1.1.1 Summenregeln der  $m=3$ ,  $I=0,2$  Amplituden

$G_{\frac{3}{2}}^{2A I=0,2} - \frac{3}{2}, S1$  ist kreuzungs-symmetrisch .

a)  $t^0$ -Summenregeln

$$G_{\frac{3}{2}}^{1A I=0,2} - \frac{3}{2}, S1: \quad [IS \cdot Mg^* C_3^A - \frac{1}{9} \frac{m}{M} f(G_1^A, G_2^A)] (m_{\pi}^2 - K^2) = 0 \quad (C13)$$

$$G_{\frac{3}{2}}^{1A I=0,2} - \frac{3}{2}, S0: \quad IS \cdot Mg^* \left[ K^2 C_3^A - \frac{1}{4} \frac{m}{M} (m_{\pi}^2 - K^2) C_5^A \right]$$

$$- \frac{1}{18} \frac{m}{M} (m_{\pi}^2 + K^2) f(G_1^A, G_2^A)$$

$$+ \frac{1}{9} \frac{m}{M} (m_{\pi}^2 - K^2) \frac{g_{12}}{M^2} G_2^A = 0 \quad (C14)$$

$$\begin{aligned}
 G_{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}, SS}^{1A \ I=0,2}: \quad & IS \cdot Mg^* \left( C_5^A + \frac{K^2}{m} C_6^A \right) + \frac{2}{9} \left[ f(G_1^A, G_2^A) + \frac{K^2}{2M^2} f(G_1^P, G_2^P) \right] \\
 & - \frac{4}{9} \frac{g_{12}}{M^2} \left( G_2^A + \frac{K^2}{2M^2} G_2^P \right) = 0
 \end{aligned} \tag{C15}$$

b) t<sup>1</sup>-Summenregeln

$$\begin{aligned}
 G_{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}, S1}^{1A \ I=0,2}: \quad & IS \cdot Mg^* \left( C_3^A - \frac{1}{4} \frac{m^2 - K^2}{mM} C_4^A + \frac{m}{M} C_5^A \right) + \frac{1}{9} \frac{m}{M} f(G_1^A, G_2^A) \\
 & - \frac{1}{18} \frac{m}{M} \frac{m^2 - K^2}{M^2} \left( \frac{1}{g_2} - 3g_2 \right) G_2^A - \frac{4}{9} \frac{m}{M} \frac{g_{12}}{M^2} G_2^A = 0
 \end{aligned} \tag{C16}$$

$$\begin{aligned}
 G_{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}, SO}^{1A \ I=0,2}: \quad & IS \cdot Mg^* \left( \frac{K^2}{m} C_4^A + C_5^A \right) + \frac{2}{9} f(G_1^A, G_2^A) \\
 & - \frac{2}{9} \left( \frac{2M^2 + m^2}{M^2} \frac{g_{12}}{M^2} - \frac{m^2 + K^2}{M^2} \frac{1}{g_2} \right) G_2^A = 0
 \end{aligned} \tag{C17}$$

$$G_{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}, SS}^{1A \ I=0,2}: \quad g_2 \left( G_2^A + \frac{K^2}{2M^2} G_2^P \right) = 0 \tag{C18}$$

CII.1.1.2 Summenregeln der m=3, I=1 Amplituden

$G_{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}, S1}^{1A \ I=1}$ ,  $G_{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}, SO}^{1A \ I=1}$ ,  $G_{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}, SS}^{1A \ I=1}$  sind kreuzungs-symmetrisch.

a) t<sup>0</sup>-Summenregeln

$G_3^{2A} \begin{matrix} I=1 \\ \frac{3}{2} - \frac{3}{2}, S1 \end{matrix}$  hat keinen t<sup>0</sup>-Beitrag .

b) t<sup>1</sup>-Summenregeln

$$G_3^{2A} \begin{matrix} I=1 \\ \frac{3}{2} - \frac{3}{2}, S1 \end{matrix} : -\frac{4}{3} Mg^* C_4^A + \frac{2}{9} \frac{m^2}{M^2} \frac{g_{12}}{M^2} G_2^A = 0 \quad (C19)$$

CII.1.2.1 Moment-Summenregeln der m=3, I=0,2 kreuzungs-symmetrischen Amplituden

a) t<sup>0</sup>-Summenregeln

$G_3^{2A} \begin{matrix} I=0,2 \\ \frac{3}{2} - \frac{3}{2}, S1 \end{matrix}$  hat keinen t<sup>0</sup>-Beitrag .

$$b) G_3^{2A} \begin{matrix} I=0,2 \\ \frac{3}{2} - \frac{3}{2}, S1 \end{matrix} : IS \cdot y_N Mg^* C_4^A + y_\Delta \frac{2}{9} \frac{m^2}{M^2} \frac{g_{12}}{M^2} G_2^A = 0 \quad (C20)$$

CII.1.2.2 Moment-Summenregeln der  $m=3$ ,  $I=1$  kreuzungs-symmetrischen Amplituden

a)  $t^0$ -Summenregeln

$$G_{\frac{3}{2}}^{1A, I=0, S1}, \quad G_{\frac{3}{2}}^{1A, I=1, S0}, \quad G_{\frac{3}{2}}^{1A, I=1, S2}$$

Die zugehörigen Summenregeln (C21), (C22) und (C23) ergeben sich aus den Summenregeln (C13), (C14) und (C15) durch die folgenden Modifikationen:

- α) Die N- bzw.  $\Delta$ -Beiträge werden mit den Faktoren  $y_N$  bzw.  $y_\Delta$  multipliziert.
- β) Der Isospinfaktor IS wird zu  $IS = -\frac{4}{3}$  abgeändert.

$t^1$ -Summenregeln bleiben nach den Konvergenzkriterien von Abschnitt 4 unberücksichtigt.

CII.1.3 Summenregeln der  $m=2$  Amplituden

Es werden wiederum die Kombinationen

$$B_1^{1A(\pm)} := G_{\frac{3}{2}}^{1A, S1} \pm G_{\frac{1}{2}}^{1A, S1},$$

$$B_1^{2A(\pm)} := G_{\frac{3}{2}}^{2A, S1} \pm G_{\frac{1}{2}}^{2A, S1},$$

$$B_0^{2A(\pm)} := G_{\frac{3}{2}}^{2A} - \frac{1}{2}, SO \pm G_{\frac{1}{2}}^{2A} - \frac{3}{2}, SO$$

$$B_S^{2A(\pm)} := G_{\frac{3}{2}}^{2A} - \frac{1}{2}, SS \pm G_{\frac{1}{2}}^{2A} - \frac{3}{2}, SS$$

gewählt, die definierte Kreuzungseigenschaften besitzen.

### CII.1.3.1 Summenregeln der $m=2$ , $I=0,2$ Amplituden

$B_1^{1A(+)} I=0,2$ ,  $B_1^{2A(-)} I=0,2$ ,  $B_0^{2A(-)} I=0,2$ ,  $B_S^{2A(-)} I=0,2$  sind kreuzungs-symmetrisch.

zungs-symmetrisch.

#### a) $t^0$ -Summenregeln

$B_1^{1A(-)} I=0,2$  hat keinen  $t^0$ -Beitrag.

Die Summenregeln der Amplituden  $B_1^{2A(+)} I=0,2$ ,  $B_0^{2A(+)} I=0,2$  und  $B_S^{2A(+)} I=0,2$  sind identisch mit (C13), (C14) und (C15).

#### b) $t^1$ -Summenregeln

$$B_1^{1A(-)} I=0,2: IS \cdot Mg^* \left[ \frac{m}{M} (4MM_+ + K^2 - m_\pi^2) C_3^A + (2M_+^2 - K^2 - m_\pi^2) C_4^A \right]$$



$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{9} \frac{m^2}{M^2} (m_\pi^2 - K^2) f(G_1^A, G_2^A) \\
 & + \frac{16}{9} \frac{m^2}{M^2} \frac{g_{12}}{M^2} M^2 G_1^A - \frac{2}{9} \frac{m^2}{M^2} \frac{g_{12}}{M^2} (m_\pi^2 - K^2) G_2^A = 0 \quad (C24)
 \end{aligned}$$

Die  $t^1$ -Summenregeln der Amplituden  $B_1^{2A(+)} I=0,2$ ,  $B_0^{2A(+)} I=0,2$ ,  $B_S^{2A(+)} I=0,2$  werden aus Konvergenzgründen nicht betrachtet.

### CII.1.3.2 Summenregeln der $m=2$ , $I=1$ Amplituden

$B_1^{1A(-)} I=1$ ,  $B_1^{2A(+)} I=1$ ,  $B_0^{2A(+)} I=1$ ,  $B_S^{2A(+)} I=1$  sind kreuzungs-symmetrisch.

#### a) $t^0$ -Summenregeln

$B_1^{1A(+)} I=1$  und  $B_1^{2A(-)} I=1$  haben keine  $t^0$ -Beiträge.

$$\begin{aligned}
 B_0^{2A(-)} I=1: & \left\{ -\frac{4}{3} M g^* \left[ K^2 C_3^A - \frac{1}{4} \frac{m}{M} (2M_+^2 - K^2 - m_\pi^2) C_5^A \right] \right. \\
 & + \frac{1}{18} \frac{m}{M} (m_\pi^2 - K^2) f(G_1^A, G_2^A) + \frac{8}{9} \frac{m}{M} \frac{g_{12}}{M^2} M^2 G_1^A \\
 & \left. - \frac{1}{9} \frac{m}{M} \frac{g_{12}}{M^2} (m_\pi^2 - K^2) G_2^A \right\} \cdot (m_\pi^2 - K^2) = 0 \quad (C25)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_S^{2A(-) I=1}: & -\frac{4}{3} Mg^* (m_\pi^2 + K^2 - 2M_+^2) (C_5^A + \frac{K^2}{m} C_6^A) \\
 & + \frac{2}{9} (m_\pi^2 + K^2) \left[ f(G_1^A, G_2^A) + \frac{K^2}{2M^2} f(G_1^P, G_2^P) \right] \\
 & + \frac{32}{9} M^2 \frac{g_{12}}{M^2} (G_1^A + \frac{K^2}{2M^2} G_1^P) \\
 & - \frac{4}{9} (m_\pi^2 - K^2) \frac{g_{12}}{M^2} (G_2^A + \frac{K^2}{2M^2} G_2^P) = 0 \quad (C26)
 \end{aligned}$$

b) t<sup>1</sup>-Summenregeln

$$\begin{aligned}
 B_1^{1A(+)} I=1: & -\frac{4}{3} Mg^* \left[ -\frac{1}{2} \frac{m}{M} (m_\pi^2 + K^2 + 2M_+M_-) C_3^A + C_4^A (m_\pi^2 - K^2) \right] \\
 & + \frac{1}{18} \frac{m^2}{M^2} (m_\pi^2 + K^2) f(G_1^A, G_2^A) + \frac{2}{9} \frac{m^2}{M^2} \frac{g_{12}}{M^2} (m_\pi^2 - K^2) G_2^A = 0 \quad (C27)
 \end{aligned}$$

Weitere t<sup>1</sup>-Summenregeln sowie Moment-Summenregeln (n≠0) der m=2 Amplituden bleiben wie beim Vektorstrom unberücksichtigt.

$$\text{CII.2} \quad \underline{NA_{\mu}^I} \rightarrow \Delta\pi$$

CII.2.1 Summenregeln der m=2, I=1,2 Amplituden

a) t<sup>0</sup>-Summenregeln

$$G_{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}, S1}^{1A \ I=1(2)} : NA_1^S + IS_1 NA_1^U + IS_2 DA_1^S + IS_3 DA_1^U = 0 \quad (\text{C28})$$

$$G_{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}, S1}^{2A \ I=1(2)} : \text{Die Summenregeln sind identisch mit (C28).}$$

$$G_{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}, SO}^{2A \ I=1(2)} : (NA_2^S + IS_1 NA_2^U + IS_2 DA_2^S + IS_3 DA_2^U) \frac{m^2 - K^2}{m^2} - \frac{M_- K^2}{m} L(\text{C28}) = 0 \quad (\text{C29})$$

$$G_{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}, SS}^{2A \ I=1(2)} : NA_3^S + IS_1 NA_3^U + IS_2 DA_3^S + IS_3 DA_3^U = 0 \quad (\text{C30})$$

mit

$$NA_1^S = m \cdot g^* F^A ,$$

$$NA_1^U = -g \left( C_3^A + \frac{M_+}{2m} C_4^A \right) ,$$

$$DA_1^S = -\left( \frac{m}{M} \frac{g_{12}}{M^2} - \frac{K^2}{M^2} \frac{1}{g_2} \right) C_3^A - \left[ \left( \frac{M_+}{2m} + \frac{K^2}{2M^2} \right) \frac{g_{12}}{M^2} - \frac{K^2}{M^2} \frac{M_+}{2m} \frac{1}{g_2} \right] C_4^A - \frac{m^2}{M^2} \frac{g_{12}}{M^2} C_5^A ,$$

$$DA_1^u = -m \cdot g^* \left[ 4 \frac{MDN2}{M^2} (G_1^A + \frac{K^2}{4M^2} G_2^A) + \left( \frac{M_+^2 M_-}{M^3} + \frac{m^2}{M^2} \frac{2M+m}{M} \right) G_2^A \right] ,$$

$$NA_2^s = mg^* F^A ,$$

$$NA_2^u = -\frac{g}{2} C_5^A ,$$

$$DA_2^s = -\frac{M_-}{m} \frac{K^2}{M^2} \frac{g_2}{g_2} C_3^A - \left[ \frac{M_-^2 + Mm}{2m^2} \frac{g_{12}}{M^2} + \frac{M_+ M_-}{2m^2} \frac{g_2}{g_2} \right] \frac{K^2}{M^2} C_4^A \\ - \left[ \frac{M_-^2 + Mm}{2M^2} \frac{g_{12}}{M^2} + \frac{K^2}{2M^2} \frac{g_2}{g_2} \right] C_5^A ,$$

$$DA_2^u = Mg^* \left[ 4 \frac{MDN2}{M^2} (G_1^A + \frac{K^2}{4M^2} G_2^A) + \frac{3m^2}{M^2} G_2^A \right] ,$$

$$NA_3^s = mg^* \left[ F^A + \frac{K^2}{2m} F^P \right] ,$$

$$NA_3^u = -\frac{g}{2} \left[ C_5^A + \frac{K^2}{m} C_6^A \right] ,$$

$$DA_3^s = -\frac{1}{2} \left( \frac{M_-^2 + Mm}{M^2} \frac{g_{12}}{M^2} - \frac{K^2}{M^2} \frac{g_2}{g_2} \right) (C_5^A + \frac{K^2}{m} C_6^A) ,$$

$$DA_3^u = Mg^* \left\{ 4 \frac{MDN2}{M^2} \left[ (G_1^A + \frac{K^2}{4M^2} G_2^A) + \frac{K^2}{2M^2} (G_1^P + \frac{K^2}{4M^2} G_2^P) \right] \right. \\ \left. + \frac{3m^2}{M^2} (G_2^A + \frac{K^2}{2M^2} G_2^P) \right\} .$$

b) t<sup>1</sup>-Summenregeln

$$G_3^{1A} \begin{matrix} I=1 \\ \frac{3}{2} - \frac{1}{2}, S1 \end{matrix} : NA_4^s + 2NA_4^u - \frac{5}{9} DA_4^s - \frac{5}{12} DA_4^u = 0 \quad (C31)$$

mit

$$NA_4^s = 0 \quad ,$$

$$NA_4^u = -\frac{g}{2} C_4^A \quad ,$$

$$DA_4^s = -\frac{m}{M} \left[ \frac{g_{12}}{M^2} - \frac{M_+}{M} \frac{1}{g_2} \right] C_3^A - \frac{1}{2} \left[ \frac{2M-m}{M} \frac{g_{12}}{M^2} + 3 \frac{M_+^2 + K^2}{M^2} g_2 \right] C_4^A \\ - \frac{m^2}{M^2} \frac{g_{12}}{M^2} C_5^A \quad ,$$

$$DA_4^u = -Mg^* \frac{m^2}{M^2} \frac{m^2 + M_+ (2M-m)}{M^2} G_2^A \quad .$$

Weitere t<sup>1</sup>-Summenregeln werden nicht betrachtet.

CII.3 NA<sub>μ</sub><sup>I</sup> → Nπ

Nach Abschnitt 4 ergeben sich die folgenden t<sup>0</sup>-Summenregeln:

CII.3.1.1 t<sup>0</sup>-Summenregeln der m=1, I=0 Amplituden

$G_{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}, S1}^{2A, I=0}$  ist kreuzungs-symmetrisch.

$$G_{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}, S1}^{2A, I=0} : g F^A + \frac{2}{9} Mg^* \left\{ \frac{m}{M} \left[ \frac{M_+^2 M_-}{m M^2} + \frac{m_\pi^2}{M^2} \frac{2M+m}{m} + \frac{K^2}{m} \frac{MDN2}{M^2} \right] C_3^A \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left[ \frac{M_+^2 - m_\pi^2}{M^2} \right] \left[ \frac{K^2 + M_+ M_-}{m} \right] C_4^A + \frac{M_+^2 - m_\pi^2}{M^2} C_5^A \right\} = 0 \quad (C32)$$

CII.3.1.2 t<sup>0</sup>-Summenregeln der m=1, I=1 Amplituden

$G_{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}, S1}^{2A, I=1}$  hat keinen t<sup>0</sup>-Beitrag .

$G_{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}, S1}^{2A, I=1}$  ist kreuzungs-symmetrisch .

D. VORHERSAGEN DER GEBROCHENEN RELATIVISTISCHEN U(6,6)-SYMMETRIE

Zur Berechnung der Kopplungskonstanten der starken Vertizes benutzen wir das Symmetrieschema, wie es von Sakita und Wali |S3| formuliert worden ist. Es bietet im Unterschied zur Formulierung durch Salam et al. |S5| den Vorteil, daß Massenbrechungen innerhalb der verschiedenen Multipletts mitberücksichtigt sind. Die einzige freie Kopplungskonstante der Baryon-Meson-Wechselwirkung normieren wir durch die  $\pi NN$  Kopplungskonstante  $g$ . Alle übrigen Baryon-Meson-Kopplungskonstanten lassen sich damit durch  $g$  ausdrücken.

Die Strukturfunktionen der elektromagnetischen und schwachen Vertizes I. Art bestimmen wir mit Hilfe des Spurion-Schemas der gebrochenen U(6,6)-Symmetrie, wie es von Oehme angegeben wurde |01,02|. Alle Formfaktoren I. Art der Baryon-Streumatrixelemente des SU(3)-Oktetts und Dekupletts lassen sich dann durch jeweils 2 unabhängige Vertéxfunktionen des Vektor- und Axialvektorstromes I. Art ausdrücken. Normiert man diese durch die bekannten Nukleonformfaktoren  $F_1^P$ ,  $F_2^P$  und  $F^A$ ,  $F^P$ , so ergeben sich die in Abschnitt D2 und D3 aufgeführten Formfaktorrelationen. Im Falle des elektromagnetischen Stromes sind diese identisch mit denen von Sakita und Wali |S3|.

D1 Kopplungskonstanten der starken Vertizes

$$g^* = \sqrt{2} \frac{3}{5} \frac{1 + \frac{M}{m_\rho}}{\left(1 + \frac{2m}{m_\rho}\right) \left(1 - \frac{m_\pi^2}{4m^2}\right)} \frac{1}{m} g ,$$

$$g_1 = \frac{9}{5} \frac{1 + \frac{2M}{m_\rho}}{1 + \frac{2m}{m_\rho}} \frac{1 - \frac{m_\pi^2}{4M^2}}{1 - \frac{m_\pi^2}{4m^2}} g \quad ,$$

$$g_2 = \frac{1}{1 - \frac{m_\pi^2}{4M^2}} \frac{g_1}{2} \quad ,$$

$m_\rho = 0.773 \text{ GeV}$  - Masse des  $\rho$ -Mesons.

Mit  $g^2/4\pi = 14.4$  folgt somit

$$\frac{g^2}{4\pi} = 14.7 \text{ GeV}^{-2} \quad \text{entspr.} \quad \Gamma(\Delta \rightarrow \pi N) = 89.0 \text{ MeV}$$

und

$$g_1 = 29.65 \quad , \quad g_2 = 14.87 \quad .$$

## D2 Formfaktoren des elektromagnetischen Stromes

$$a) \quad G_{EL}^n(k^2) \equiv 0 \quad , \quad \frac{G_{MD}^n(k^2)}{G_{MD}^p(k^2)} = -\frac{2}{3}$$



$$b) \quad C_3^V(K^2) = \frac{1}{\sqrt{2} \text{HB}} \left[ F_1^P(K^2) + \frac{M_+}{2m} F_2^P(K^2) \right],$$

$$C_4^V(K^2) = -\frac{m}{2M} C_3^V(K^2), \quad C_5^V(K^2) = C_4^V(K^2)$$

$$c) \quad G_1^\Delta(K^2) = Z_\Delta \frac{\text{HD}}{\text{HB}} F_1^P(K^2), \quad G_3^\Delta(K^2) = \frac{1}{\text{HD}} G_1^\Delta(K^2)$$

$$G_2^\Delta(K^2) = Z_\Delta \frac{\text{HD}}{\text{HB}} \frac{M}{m} F_2^P(K^2), \quad G_4^\Delta(K^2) = \frac{1}{\text{HD}} G_2^\Delta(K^2)$$

$$\text{mit } \text{HB} = (1 - K^2/4m^2), \quad \text{HD} = (1 - K^2/4M^2).$$

D3 Formfaktoren des schwachen Axialvektorstromes I. Art

$$a) \quad C_3^A(K^2) \equiv 0, \quad C_4^A = \frac{1}{\sqrt{2} \text{HB}} \frac{m}{M} \frac{3}{5} F^A(K^2)$$

$$C_5^A(K^2) = -\frac{M M_+}{m} C_4^A(K^2), \quad C_6^A = -\frac{1}{\sqrt{2} \text{HB}} \frac{3}{5} F^P(K^2)$$

$$b) \quad G_1^A(K^2) = \frac{\text{HD}}{\text{HB}} \frac{3}{5} F^A(K^2), \quad G_2^A(K^2) = \frac{1}{\text{HD}} G_1^A(K^2)$$

$$G_1^P(K^2) = \frac{\text{HD}}{\text{HB}} \frac{M}{m} \frac{3}{5} F^P(K^2), \quad G_2^P(K^2) = \frac{1}{\text{HD}} G_1^P(K^2)$$

E. SUMMENREGELN DER  $\pi$ -STREUUNG

Die Summenregeln der Reaktionen  $\pi N \rightarrow \pi \Delta$  und  $\pi \Delta \rightarrow \pi \Delta$  sind bereits eingehend von Jones und Scadron [J2], [J3] untersucht worden.

Da wir sie zur Bestimmung der Kopplungskonstanten  $g_1$  des  $\pi \Delta \Delta$ -Vertex verwenden wollen, sind sie im folgenden noch einmal aufgelistet. Im Unterschied zu Jones und Scadron, die invariante Amplituden benutzten, leiten wir die Summenregeln aus superkonvergenten regularisierten Helizitätsamplituden ab. Nach dem Konvergenzkriterium (4.3) werden lediglich die  $t^0$ -Summenregeln der genannten Streureaktionen betrachtet.

E1 Summenregeln der Reaktion  $\pi N \rightarrow \pi \Delta$

Von den beiden superkonvergenten Amplituden  $G_3^{I=1,2}$  liefert nur die ( $I=1$ ) Amplitude eine nichttriviale Summenregel.  $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}, SS$

$$G_3^{I=1} - \frac{1}{2}, SS : g - \frac{5}{18} \left( \frac{MDN2}{M^2} \frac{g_{12}}{M^2} + 3 \frac{m_\pi^2}{M^2} g_2 \right) = 0 \quad (E1)$$

Die Gleichung (E1) ist identisch mit Gleichung (10') in Ref. [J2]. Zusammen mit (5.13) folgt aus (E1)

$$g_1 = \frac{9}{5} \frac{M^2}{MDN2 + \frac{3}{4} m_\pi^2} \left( 1 - \frac{m_\pi^2}{4M^2} \right) g \quad .$$

Mit  $g^2/4\pi = 14.4$  ergibt sich für die Kopplungskonstanten  $g_1$  und  $g_2$

$$g_1 = 29.6 \quad , \quad g_2 = 14.9 \quad (E2)$$

in sehr guter Übereinstimmung mit der U(6,6)-Symmetrievorhersage (Anhang D).  
Im Grenzfall gleicher Massen ( $m=M$ ) folgt unter Vernachlässigung der  $m_\pi^2/m^2$ -  
Terme aus (E1)

$$g_1 = \frac{9}{5} g \quad , \quad (E3)$$

was ebenfalls der U(6,6)-Aussage entspricht.

E2 Summenregeln der Reaktion  $\pi\Delta \rightarrow \pi\Delta$

Aus den drei  $m=3$  Amplituden  $G_3^1 \begin{matrix} I=0,1,2 \\ \frac{3}{2} - \frac{3}{2}, SS \end{matrix}$  folgen für ( $I=0$ ) und ( $I=2$ ) die  
Summenregeln

$$IS \cdot M^2 g^{*2} - \frac{4}{27} \frac{g_{12}}{M^2} (\overline{g_2} - 3g_2) = 0 \quad . \quad (E4)$$

Die kreuzungssymmetrische Amplitude  $G_3^1 \begin{matrix} I=1 \\ \frac{3}{2} - \frac{3}{2}, SS \end{matrix}$  liefert eine nichttriviale  
Moment-Summenregel ( $n=1$ )

$$- \frac{4}{3} M^2 g^{*2} (M_+ M_- + m_\pi^2) - \frac{4}{27} m_\pi^2 \frac{g_{12}}{M^2} (\overline{g_2} - 3g_2) = 0 \quad . \quad (E5)$$

Von den 6 ( $m=2$ ) Amplituden

$$B_S^{2(\pm) \ I=0,1,2} := G_3^2 \begin{matrix} I=0,1,2 \\ \frac{3}{2} - \frac{1}{2}, SS \end{matrix} \pm G_1^2 \begin{matrix} I=0,1,2 \\ \frac{3}{2} - \frac{3}{2}, SS \end{matrix}$$

sind  $B_S^{2(-) I=0,2}$  und  $B_S^{2(+)} I=1$  kreuzungssymmetrisch. Die Amplituden  $B_S^{2(+)} I=0,2$  besitzen keine  $t^0$  N- und  $\Delta$ -Beiträge, so daß sich nur eine einzige ( $m=2$ ) Summenregel aus  $B_S^{2(-) I=1}$  ableitet,

$$-\frac{4}{3} M^2 g^{*2} [M_+^2 - m_\pi^2] + \frac{4}{27} \frac{g_{12}}{M^2} [2 g_{12} + m_\pi^2 (g_2 - 3g_2)] = 0 \quad . \quad (E6)$$

Die Gleichung (E5) und die Summe von (E5) und (E6) sind identisch mit den Gleichungen (11) und (10) von Ref. |J3|.

Mit (E2) folgt aus (E6)

$$\frac{g^{*2}}{4\pi} = 13.3 \text{ GeV}^{-2} \quad \text{entspr.} \quad \Gamma(\Delta \rightarrow \pi N) = 80.1 \text{ MeV} \quad .$$

Die Werte stimmen zwar näherungsweise mit der U(6,6)-Vorhersage überein, weichen aber um 30% von der experimentellen Messung ab ( $\Gamma = 115 \text{ MeV}$ ).

Im Grenzfall gleicher Massen ( $m=M$ ) und mit (5.13) ist (E5) identisch mit (E6) und es ergibt sich mit (E3)

$$m g^* = \sqrt{2} \frac{3}{5} g \quad (E7)$$

in Übereinstimmung mit der U(6,6) Aussage.

Für physikalische Massen ist die Moment-Summenregel (E5) offensichtlich nicht nur durch N- und  $\Delta$ -Austausch saturierbar, da der  $\Delta$ -Beitrag mit  $m_\pi^2$  unterdrückt wird.

Aus der ( $I=0$ ) Summenregel (E4) ( $I_S = -8/15$ ) folgt mit (E2)

$$\frac{g^*{}^2}{4\pi} = 25.7 \text{ GeV}^{-2} \quad \text{entspr.} \quad \Gamma(\Delta \rightarrow \pi N) = 155 \text{ MeV} ,$$

während die (I=2) Summenregel (E4) (IS = + 2/3) offenbar durch N- und  $\Delta$ -Austausch allein nicht saturiert ist ( $g^*{}^2/4\pi < 0$ ). Im Gegensatz zu (E6) hängen die Summenregeln (E4) auch empfindlich von der Kopplungskonstanten  $g_2$  ab.

Zusammenfassend läßt sich somit sagen, daß es offensichtlich keinen speziellen Isospinkanal gibt, der sich für die Saturation der  $\pi\Delta$ -Summenregeln mit N- und  $\Delta$ -Austausch als besonders geeignet erweist. Jones und Scadron [J3] haben die (I=1) Summenregel (E5 + E6) aufgrund ihrer Konsistenz mit der U(6,6)-Symmetrie bevorzugt, und diese zusammen mit (E1) und bei Vorgabe des Verhältnisses  $g_2/g_1 \approx 1/2$  (U(6,6)) zur Bestimmung von  $g^*$  herangezogen. Wir möchten aber darauf hinweisen, daß die so resultierende Zerfallsbreite der  $\Delta$ -Resonanz nicht genauer mit dem experimentellen Wert übereinstimmt als aus der (I=0) Summenregel (E4) abgeleitet werden kann. Die Summenregeln der  $\pi\Delta$ -Streuung lassen sich daher bei Saturation durch N- und  $\Delta$ -Austausch nicht zu einer Vorhersage der Kopplungskonstanten verwenden, ohne weitere Annahmen über die vernachlässigten Partialamplituden zu machen.

F. PCAC-VORHERSAGEN FÜR DEN SCHWACHEN AXIALVEKTORSTROM I. ART

Die PCAC-Hypothese besagt, daß die Divergenz des Axialvektorstromes Null wird im Limes  $m_\pi = 0$ .

$$\partial^\mu A_\mu^I \phi^\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} f_\pi m_\pi^2 \phi^\alpha, \quad (F1)$$

$$f_\pi = -0.945 m_\pi |S2| \text{ - Pionzerfallskonstanten.}$$

Aus dem Ansatz (F1) leiten sich in der üblichen Weise die folgenden Relationen für die Strukturfunktionen der von uns betrachteten Vertizes ab.

a)  $A_\mu^I$  NN Vertex

$$F^A(0) = \frac{g}{\sqrt{2}} \frac{f_\pi}{m} = -1.34 \quad (\text{Goldberger-Treiman Relation})$$

$$(F^A(0))_{\text{exp}} = -1.26$$

$$F^P(K^2) = \frac{2m^2}{m_\pi^2 - K^2} \frac{g}{\sqrt{2}} \frac{f_\pi}{m} \quad \text{für} \quad K^2 \approx m_\pi^2.$$

b)  $A_\mu^I$  N $\Delta$  Vertex

$$C_5^A(0) = -\frac{g^*}{\sqrt{2}} f_\pi = 1.44,$$

$$C_6^A(K^2) = - \frac{m^2}{m_\pi^2 - K^2} \frac{g^*}{\sqrt{2}} f_\pi \quad \text{für } K^2 \approx m_\pi^2 .$$

c)  $A_\mu^I \Delta\Delta$  Vertex:

$$G_1^A(0) = \frac{1}{3} \frac{g_1}{\sqrt{2}} \frac{f_\pi}{M} , \quad G_2^A(0) = \frac{2}{3} \frac{g_2}{\sqrt{2}} \frac{f_\pi}{M} ,$$

$$G_1^P(K^2) = \frac{2M^2}{m_\pi^2 - K^2} \frac{1}{3} \frac{g_1}{\sqrt{2}} \frac{f_\pi}{M} , \quad G_2^P(K^2) = \frac{2M^2}{m_\pi^2 - K^2} \frac{2}{3} \frac{g_2}{\sqrt{2}} \frac{f_\pi}{M} \quad \text{für } K^2 \approx m_\pi^2 .$$

## LITERATURVERZEICHNIS

- A1: S.L. Adler, Ann. Phys. 50, 189, (1968)
- A2: V. de Alfaro, S. Fubini, G. Furlan, C. Rossetti, Phys.Lett. 21, 576, (1966)
- B1: J.D. Bjorken, S.D. Drell, Relativistische Quantenmechanik, BI 98/98a\*, Mannheim 1966
- B2: F.A. Berends, R. Gastmans, Phys.Rev. D5, 204, (1972)
- C1: P.A. Carruthers, Spin and Isospin in Particle Physics, Gordon and Breach Science Publishers, New York 1971
- C2: F.P. Calaprice et al., Phys.Rev.Lett. 35, 1566, (1975)
- C3: G. Cohen-Tannoudji, A. Morel, H. Navelet, Ann.Phys. 46, 239, (1968)
- C4: P.D.B. Collins, An Introduction to Regge Theory and High Energy Physics, Cambridge University Press, Cambridge 1977
- D1: M. Derrick, Proceedings of the 17<sup>th</sup> International Conference on High Energy Physics, London 1974, II-166
- D2: R.C.E. Devenish, D.H. Lyth, W. Rankin, Phys.Lett. 52B, 227, (1974)
- D3: R.H. Dalitz, D.G. Sutherland, Phys.Rev. 146, 1180, (1966)
- G1: M. Gourdin, J. Micheli, Nuovo Cim. 40A, 225, (1965)
- G2: J. Gayler, Lecture presented at the VIII All Soviet Union High Energy Physics School, Erevan, April 1975 , und DESY 76/42, August 1976
- H1: P. Hertel, Zeitschr. f. Phys. 202, 383, (1967)
- H2: B.R. Holstein, S.B. Treiman, Phys.Rev. D13, 3059, (1976)
- H3: G. Höhler et al., Nucl.Phys. B114, 505, (1976)
- H4: A.C. Hearn, Reduce 2 User's Manual, University of Utah, Salt Lake City (1973)
- J1: H.F. Jones, M.D. Scadron, Ann. Phys. 81, 4, (1973)
- J2: H.F. Jones, M.D. Scadron, Nuovo Cim. 48A, 545, (1967)



- J3: H.F. Jones, M.D. Scadron, Nuovo Cim. 52A, 62, (1967)
- K1: B.R. Kim, R. Rodenberg, Phys. Rev. D10, 2234, (1974)
- K2: H.-D. Kiehlmann, W. Schmidt, DPG-Frühjahrstagung, Teilchenphysik, Aachen 1977
- K3: G. Knies et al., Proceedings of the 17<sup>th</sup> International Conference on High Energy Physics, London 1974, Contribution No. 954, A-35
- K4: W.M. Kloet, S. Ragusa, Nucl. Phys. B19, 645, (1970)
- K5: H.-D. Kiehlmann, W. Schmidt, wird veröffentlicht
- L1: L.V. Laperashvili, V.Kh. Shoiket, Sov. J. Nucl. Phys. 6, 772, (1968)
- L2: P. Levi, Doktorarbeit, KFK-Bericht 2327, Juli 1976
- M1: A. Messiah, Quantum Mechanics Vol. II, North-Holland Publishing Company, Amsterdam (1971)
- M2: W.J. Metcalf, R.L. Walker, Nucl. Phys. B76, 253, (1974)
- M3: R.W. Manweiler, W. Schmidt, Phys. Rev. D3, 2752, (1971)
- M4: R.E. Marshak, Riazuddin, C.P. Ryan, Theory of Weak Interactions in Particle Physics, Wiley-Interscience, New York (1969)
- O1: R. Oehme, Phys. Lett. 19, 518, (1965)
- O2: R. Oehme, Preludes in Theoretical Physics, ed. by A. De-Shalit et al., North-Holland Publishing Company, Amsterdam 1966
- O3: R. Oehme, Ann. Phys. 46, 347, (1968)
- P1: D.H. Perkins, Proceedings of the International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies, Stanford 1975, S. 571
- P2: A. Pais, Rev. Mod. Phys. 38, 215, (1966)
- S1: M.D. Scadron, Phys. Rev. 165, 1640, (1968)
- S2: M. Sirlin, Phys. Rev. D5, 436, (1972)
- S3: B. Sakita, K.C. Wali, Phys. Rev. 139B, 1355, (1965)
- S4: K. Sugimoto et al., Phys. Rev. Lett. 34, 1533, (1975)
- S5: A. Salam, R. Delbourgo, J. Strathdee, Proc. Royal. Soc. A284, 146, (1965)
- S6: D.G. Sutherland, Nuovo Cim. 48, 188, (1967)

- S7: D.H. Schiller, I. Raszillier, Zeitschr. f. Phys. 222, 425, (1969)
- S8: W. Schmidt, Phys. Rev. 188, 2458, (1969)
- S9: L.D. Soloviev, Sov. J. Nucl. Phys. 3, 131, (1966)
- T1: R. Tribble, G.T. Garvey, Phys. Rev. Lett. 32, 314, (1974),  
Phys. Rev. C12, 967, (1975)
- V1: A. Vitale et al., Phys. Rev. D11, 2441, (1975)
- W1: S. Weinberg, Phys. Rev. 112, 1375, (1958)
- W2: R.L. Walker, Phys. Rev. 182, 1729, (1969)
- W3: D. Wilkinson, D. Alburger, Phys. Rev. Lett. 26, 1127, (1971)

## VERZEICHNIS DER ABBILDUNGEN

Abb. 1 a)  $K^2$ -Abhängigkeit der elektromagnetischen Formfaktoren

$$F_i = \{G_2^S, G_2^V, F_2^V\}.$$

Die  $\Delta$ -Formfaktoren  $G_2^{S,V}$  sind mit den Annahmen (1)  $G_1^S = G_1^V = G_1^{S,V}(U(6,6))$  und (2)  $G_1^S = F_1^S, G_1^V = F_1^V$  berechnet.  $G_D^V = (1-K^2/.71)^{-2}$ ,  $F_2^V$  nach Ref. |H3|.

b)  $K^2$ -Abhängigkeit der Formfaktoren  $F_1^{S,V}$  (nach Ref. |H3|) und  $G_1^{S,V}(U(6,6))$ .

Abb. 2  $K^2$ -Abhängigkeit des magnetischen Dipolformfaktors  $G_M^*$  des  $\gamma N\Delta$ -Vertex.

$G_M^*$  nach Gleichung (C12) bzw. (5.31), experimentelle Daten nach Ref. |G2|.  $G_D^V = (1 - K^2/.71)^{-2}$ .

a)  $K^2$ -Bereich  $0 \leq -K^2 \leq 0.8 \text{ GeV}^2$

b)  $K^2$ -Bereich  $0 \leq -K^2 \leq 2.0 \text{ GeV}^2$

Abb. 3 a)  $K^2$ -Abhängigkeit der Formfaktoren des  $A_{\mu}^{I N\Delta}$ -Vertex.

$$C_6^A = m^2 / (m_{\pi}^2 - K^2) \tilde{C}_6^A, G_D^A = (1 - K^2 / .89^2)^{-2} \text{ nach Ref. |P1|}.$$

$C_4^A(C31), C_5^A(C32): C_4^A, C_5^A$  nach Gleichungen (C31, C32).

b)  $K^2$ -Abhängigkeit der Formfaktoren des  $A_{\mu}^{I \Delta\Delta}$ -Vertex.

$$G_{1,2}^P = 2M^2 / (m_{\pi}^2 - K^2) \tilde{G}_{1,2}^P, G_D^A = (1 - K^2 / .89^2)^{-2} \text{ nach |P1|}.$$

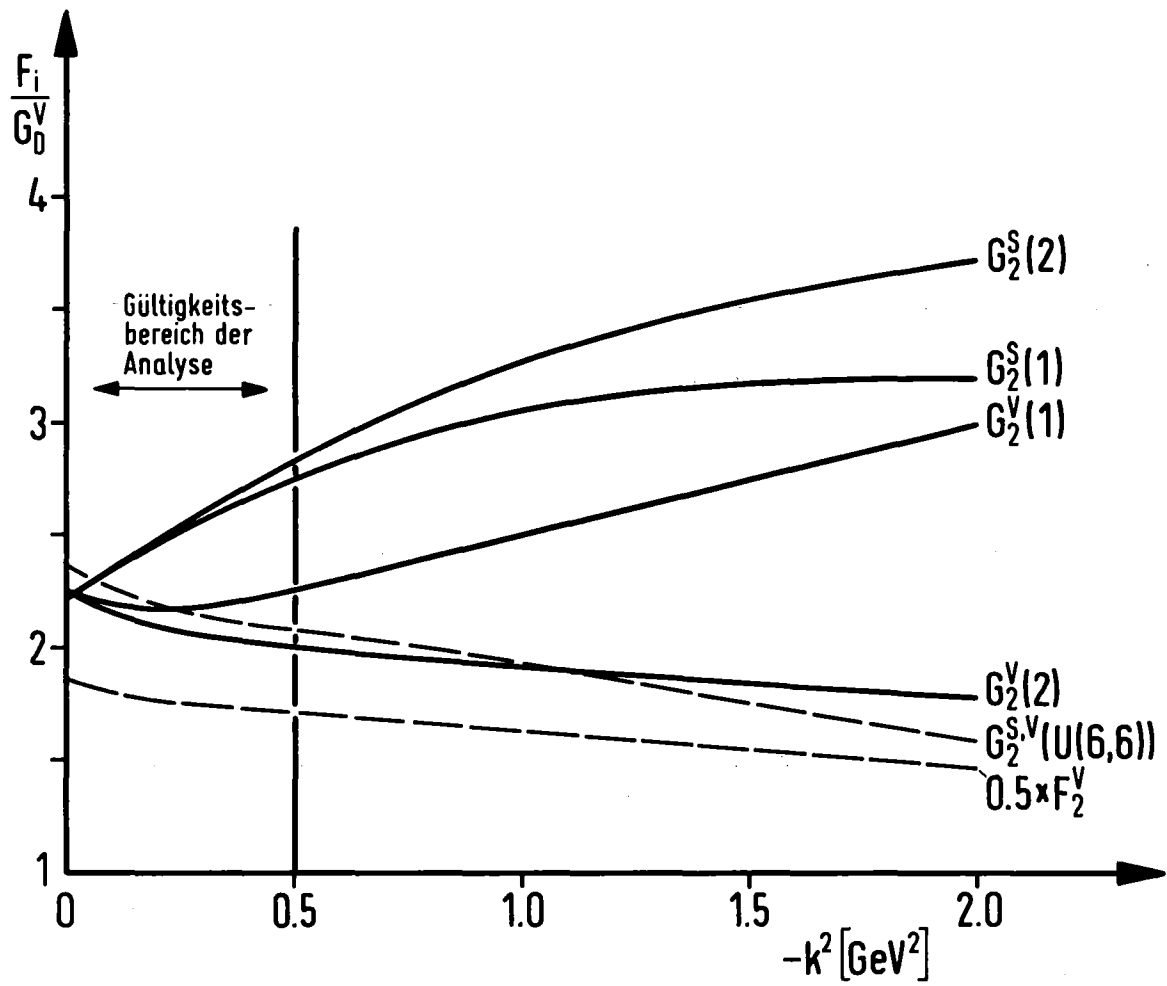


Fig. 1a

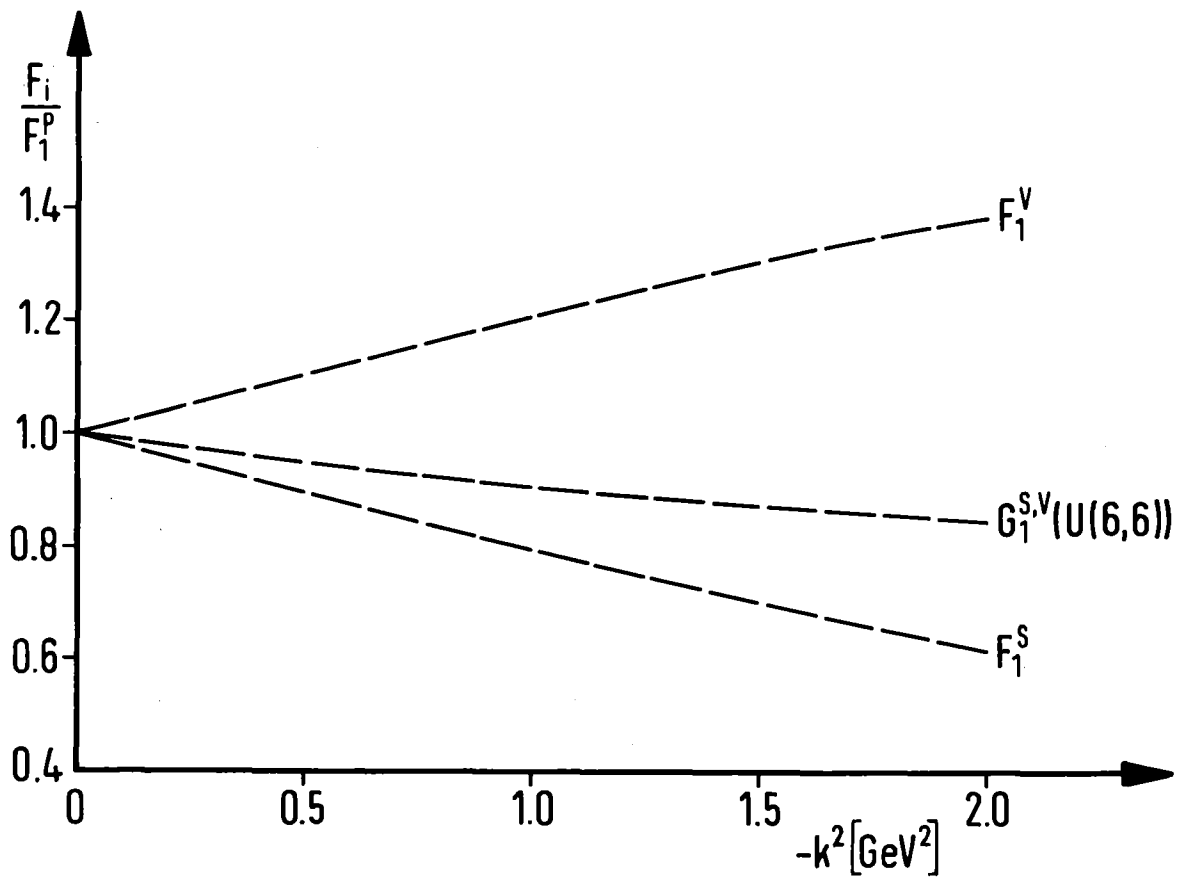


Fig. 1b

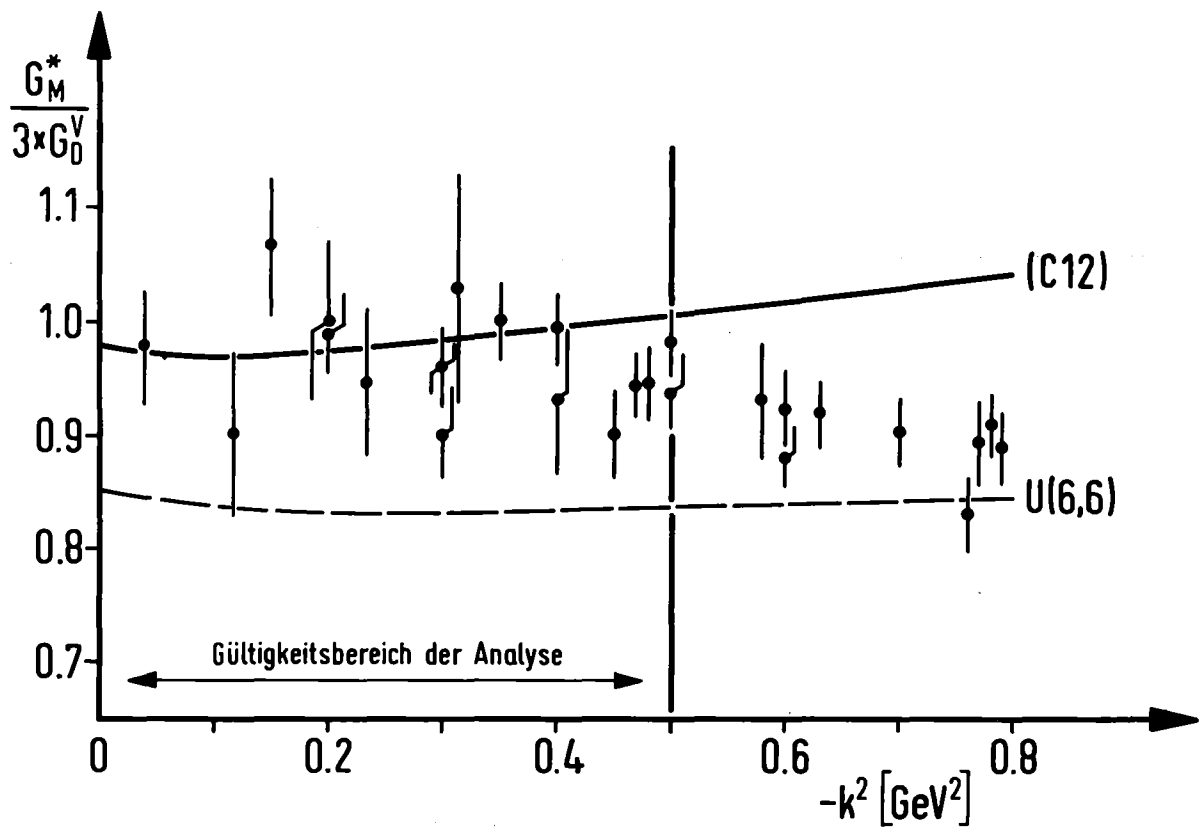


Fig. 2a

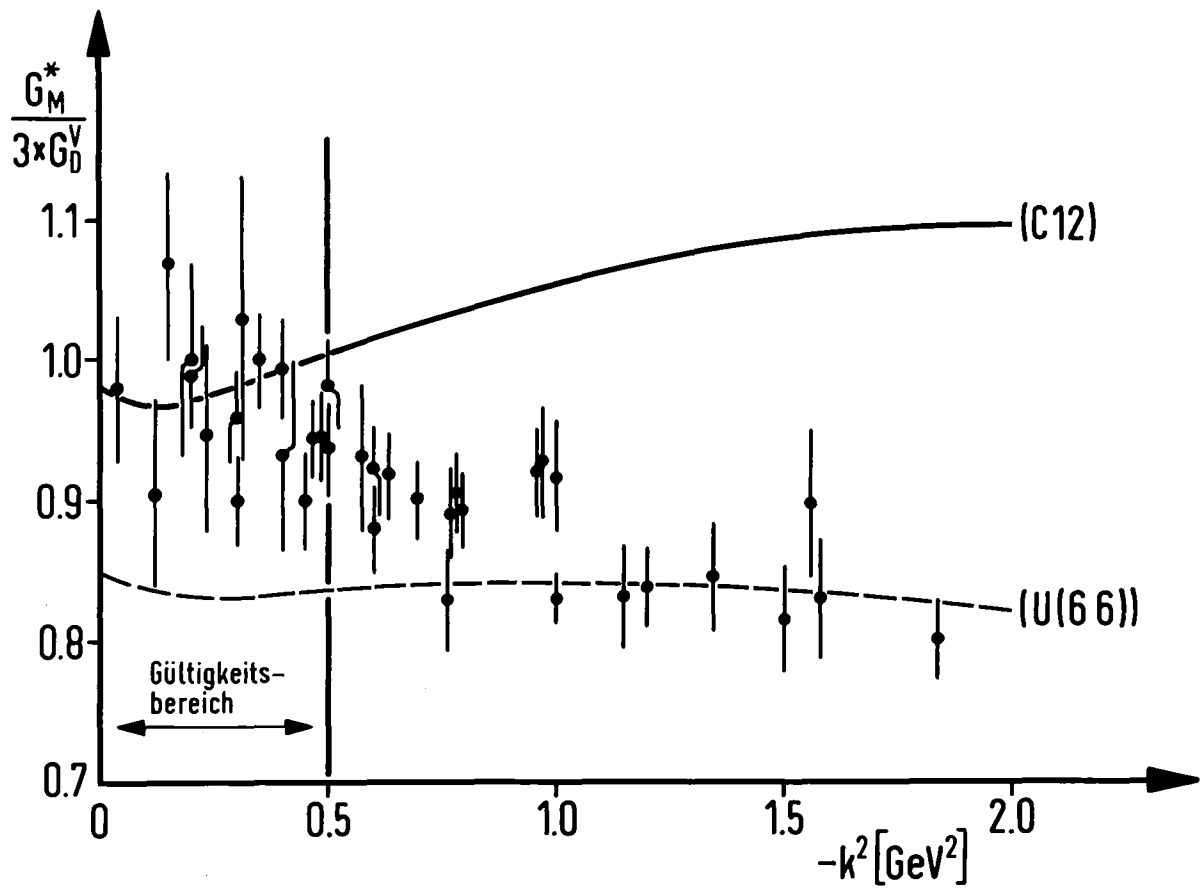


Fig. 2b

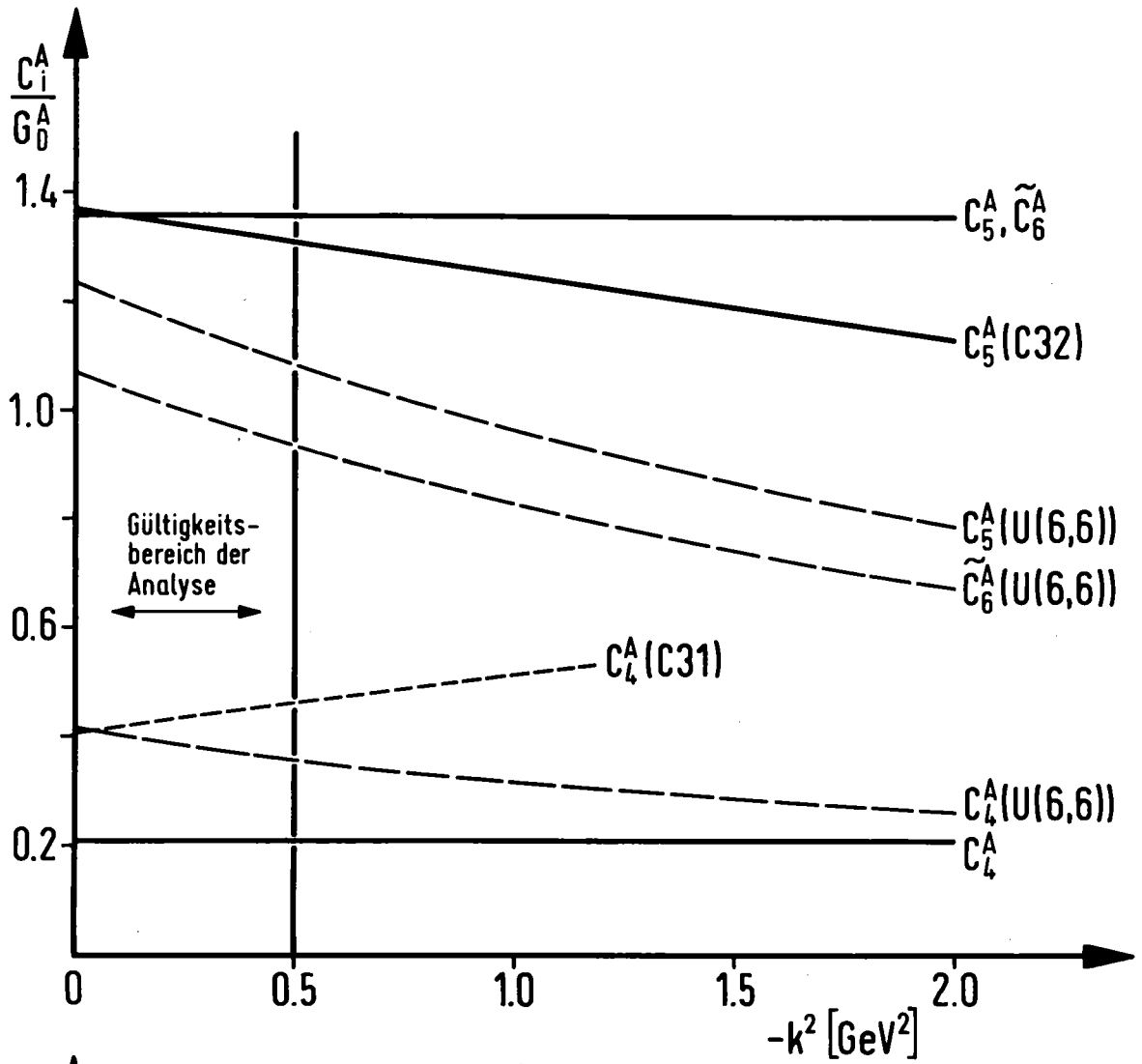


Fig. 3a

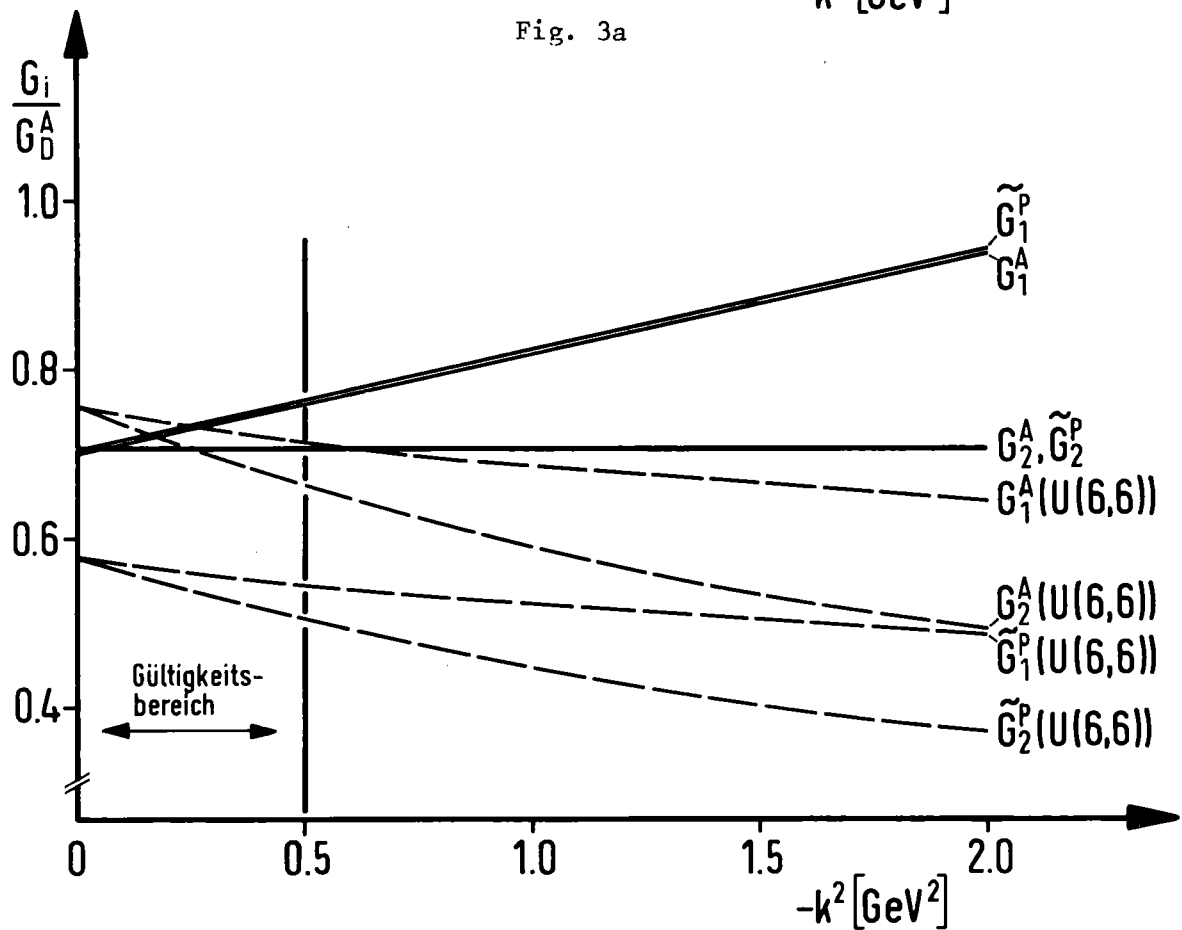


Fig. 3b