



---

**Forschungszentrum Karlsruhe**  
in der Helmholtz-Gemeinschaft

---

**Wissenschaftliche Berichte**  
FZKA 7437

# **Qualifizierung einer Messtechnik zur Erfassung freier Grenzflächen bei Flüssigmetallen**

**M. P. Hillenbrand**  
**Institut für Kern- und Energietechnik**

**Oktober 2008**



**Forschungszentrum Karlsruhe**

in der Helmholtz-Gemeinschaft

Wissenschaftliche Berichte

FZKA 7437

**Qualifizierung einer Messtechnik zur  
Erfassung freier Grenzflächen bei  
Flüssigmetallen**

Martin P. Hillenbrand

Institut für Kern- und Energietechnik

Von der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH)  
genehmigte Dissertation

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

2008

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH  
Postfach 3640, 76021 Karlsruhe

Mitglied der Hermann von Helmholtz-Gemeinschaft  
Deutscher Forschungszentren (HGF)

ISSN 0947-8620

urn:nbn:de:0005-074372

# QUALIFIZIERUNG EINER MESSTECHNIK ZUR ERFASSUNG FREIER GRENZFLÄCHEN BEI FLÜSSIGMETALLEN

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

**Doktors der Ingenieurwissenschaften**

von der Fakultät für Maschinenbau der  
Universität Karlsruhe (Technische Hochschule)

**genehmigte Dissertation**

von

Dipl. Ing. Martin P. Hillenbrand

Tag der mündlichen Prüfung:	14.07.2008
Vorsitzender:	Prof. Dr. rer. nat. habil. U. Maas
Hauptreferent:	Prof. Dr.-Ing. T. Schulenberg
Korreferent:	Prof. Dr.-Ing. H. Oertel
Betreuer:	Dr. R. Stieglitz



## **KURZFASSUNG**

### **QUALIFIZIERUNG EINER MESSTECHNIK ZUR ERFASSUNG FREIER GRENZFLÄCHEN BEI FLÜSSIGMETALLEN**

Die Erfassung freier Grenzflächen bei Flüssigmetallen, wie sie in zukünftigen Anlagen der Kern- und Fusionstechnik eingesetzt werden sollen, ist einer Reihe von Schwierigkeiten unterworfen. Hauptprobleme bereiten die hohe Reflektivität der Oberfläche und die große Geschwindigkeit der Oberflächenbewegung. Die Beobachtung bestehender Flüssigmetalloberflächen, wie der Flüssigmetalltargets MYRRHA und GSI im KALLA-Labor des Forschungszentrums in Karlsruhe, sowie die Untersuchungen für HILIFE-II von *Konkachbaev 2000* und IFMIF von *Itoh 1998*, legen eine zu fordernde Genauigkeit von  $\pm 0.3\text{mm}$  bei 100Hz nah. Für diese Anwendungstypen bestehen keine bekannten Messverfahren. Die Entwicklung des DLP-Verfahrens basiert auf der Ergänzung eines Projektionsverfahrens um einen zweiten (transparenten) Schirm, wobei die abgebildeten Laserquerschnitte von einer Hochgeschwindigkeitskamera als mit der Intensität und Farbe codierte Oberflächeninformation erfasst werden. Dies erlaubt die Erreichung der geforderten Genauigkeiten und konnte durch einen entsprechenden sequentiellen aufgebauten Validierungsprozess nachgewiesen werden. Die Qualifizierung wird durch eine raum- und zeitaufgelöste Erfassung des rotationssymmetrischen hydraulischen Sprungs mit eutektischen Gallium Indium Zinn abgeschlossen.

## ABSTRACT

### MEASUREMENT OF FREE SURFACE FLOWS OF LIQUID METALS

The attempt to detect liquid metal surfaces associated with the development of windowless target concepts for ADS prototyping is confronted with a number of difficulties. The main problems are the high reflectivity in vacuum at simultaneously high flow velocities and rapid surface motions. Observations with MYRRHA and the GSI-Target conducted experimental investigations at FZK-KALLA as well as investigations for HILIFE-II by A.I. KONKACHBAEV in 2000 and the IFMIF- target by KAZUHIRO ITOH in 1998 suggest a required detection accuracy of  $\pm 0.3\text{mm}$  at 100Hz for the surface texture. Currently no measurement methods for this problem providing unique results exist. In Order to develop such a method, a projection method has been modified by adding a second (transparent) screen. Projected patterns are mapped onto two layers and recorded by means of a high-speed camera. The pattern is structured in terms of wavelength and intensity. The required accuracy is achieved by a successive validation process. The development is completed by applying the measurement technique further on referred to as Double-Layer-Projection (DLP) to a spatially and temporally resolved measurement of the circular hydraulic jump phenomena using the eutectic liquid GaInSn as a fluid.



# INHALTSVERZEICHNIS

**Kurzfassung**

**Abstract**

**Inhalt des Anhangs**

**Nomenklatur**

**Abkürzungsverzeichnis**

<b>1. Einleitung</b> .....	1
1.1. Problemstellung der in Fusion und Nukleartechnik .....	1
1.1.1. Partikelstrahlmaschinen und der Einsatz von Flüssigmetallen .....	2
1.1.2. Targetkonzepte .....	4
1.2. Rahmenbedingungen zur Erfassung freier Flüssigmetall Grenzflächen .....	7
<b>2. Fluidodynamik freier Grenzflächen</b> .....	8
2.1. Grundgleichungen der Strömungsmechanik .....	8
2.2. Kennzahlen und Physik freier Grenzflächen .....	11
2.2.1. Einführung der Kennzahlen .....	12
2.2.2. Hydrostatische Betrachtung .....	14
2.2.3. Der hydraulische Sprung .....	16
2.2.4. Übertragung auf Flüssigmetalle .....	20
2.2.5. Numerische Ansätze zur Berechnung freier Grenzflächen .....	20
<b>3. Experimentelle Erfassung freier Grenzflächen</b> .....	22
3.1. Non-Invasive Verfahren zur Erfassung 3-dimensionaler Oberflächen .....	22
3.1.1. Ultraschall .....	23
3.1.2. Funktionsprinzipien auf der Grundlage elektromagnetischer Wellen .....	24
3.1.2.1. Trigonometrische Verfahren .....	25
3.1.2.2. Time of Flight- Methode .....	26
3.1.2.3. Interferenz-Verfahren .....	26
3.1.2.3.1. Kohärenztomographie .....	27
3.1.2.3.2. Speckle-Interferometrie .....	28
3.1.2.3.3. Holographische Verfahren .....	28
3.1.2.4. Projektionsverfahren mit strukturiertem Licht .....	29
3.1.2.4.1. Laserlichtschnitt-Methode .....	30
3.1.2.4.2. Streifen- oder Fringe-Projektion .....	31
3.1.2.4.3. Rasterreflexions-Photogrammetrie .....	32
3.2. Spezielle Verfahren in der Strömungsmechanik .....	33
3.3. Bewertung für eine Anwendung auf Flüssigmetalleexperimente .....	34
<b>4. Double-Layer-Projection [DLP]</b> .....	36
4.1. Funktionsprinzip auf der Grundlage der geometrischen Optik .....	36
4.2. Experimentelle Umsetzung .....	38
4.3. Natürliche und technische Grenzen des DLP-Verfahrens .....	40
4.4. Validierung des DLP-Verfahrens an festen Oberflächen .....	42
4.4.1. Benennung der Einflussfaktoren .....	42
4.4.2. Quantifizierung der Einflussfaktoren .....	43
4.4.2.1. Vorgehensweise bei der Fehlerquantifizierung .....	43
4.4.2.2. Der Einfluss der Wellenlänge .....	45
4.4.2.3. Der Einfluss der Kalibration .....	47
4.4.2.4. Der Einfluss des Abstands beider Schirme zueinander .....	48
4.4.2.5. Der Einfluss der Aufnahmegeschwindigkeit und Beleuchtungszeit .....	49

4.4.2.6.	Der Einfluss der Messdauer.....	50
4.4.2.7.	Der Einfluss des Einfallswinkels.....	51
4.4.2.8.	Der Einfluss der Fokusslage.....	52
4.4.2.9.	Der Einfluss des Objektstands am ruhenden Objekt.....	53
4.4.2.10.	Der Einfluss des Objektstands bei Änderung der Geschwindigkeit.....	56
4.4.2.11.	Der Einfluss der Krümmung.....	59
4.5.	Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse der Validierung.....	61
<b>5.</b>	<b>Das "hydraulische Sprung" Experiment.....</b>	<b>63</b>
5.1.	Ziel der Messung.....	63
5.2.	Experimenteller Aufbau.....	63
5.3.	Messung und Diskussion der Ergebnisse.....	65
<b>6.</b>	<b>Zusammenfassung.....</b>	<b>71</b>
<b>7.</b>	<b>Literaturverzeichnis.....</b>	<b>73</b>
<b>8.</b>	<b>Anhang.....</b>	<b>77</b>

# INHALT DER ANHANGS

<b>A</b>	<b>Bauteilbeschreibung des DLP-Messsystems</b>	<b>77</b>
A1	Die Laserdioden	77
A1.1	Funktionsweise von Halbleiterlasern	77
A2	Der Scanner	79
A3	Die Hochgeschwindigkeitsfarbkamera	80
A3.1	Der CMOS-Sensor	80
A3.2	Der Bayerfilter	80
<b>B</b>	<b>Bildverarbeitung und automatische Auswertung</b>	<b>82</b>
B1	Koordinatensysteme	84
B2	Kameramodell	84
B2.1	Das lineare Modell	86
B2.2	Der Kalibrationsalgorithmus	86
B2.3	Das Entzerrungsmodell	87
B3	Gaußfilter	88
B4	RGB nach HSV Umrechnung	89
B5	Korrektur der Brechung	90
B5.1	Korrektur der Sichtlinie	90
B5.2	Korrektur des Verlaufs des Laserstrahls	92
B6	Schnittpunktberechnung	92
B7	Gaußstrahlen und Strahlqualität	95
B8	Software Architektur	96
<b>C</b>	<b>Grundlagen der Messtechnik</b>	<b>95</b>
C1	Messkette, Übertragungsverhalten und Messabweichung	95
C2	Statistische Größen	96
C2.1	Verteilung und Wahrscheinlichkeitsdichte	96
C2.2	Standardabweichung und Mittlerer Fehler	98
C2.3	Fehlerfortpflanzung	99
C2.4	Korrelationen	99
C2.5	Lineare Regression	100
C2.6	Spektren der Amplituden- und Leistungsdichte	100
<b>D</b>	<b>Eigenschaften des Lichts</b>	<b>102</b>
D1	Transmission und Brechungsindex	102
D2	Brechung und Reflexion	103
D3	Polarisation	104
D4	Reflexion an metallischen Oberflächen	105
<b>E</b>	<b>Thermophysikalische Daten von eutektischem GaInSn</b>	<b>109</b>

# NOMENKLATUR

## Lateinische Zeichen

$a$	Düsendurchmesser
$a(t)$	Zeitabhängiges Ausgangssignal, Detektor
$A_i$	Lotpunkt auf $g_i$ , $i=1,2$ .
$A_x$	Amplitude der Bewegung des Punktes $P_0$ in $x$ -Richtung
$A_z$	Amplitude der Bewegung des Punktes $P_0$ in $z$ -Richtung
$B$	Magnetische Feldstärke
$b$	Achsenabschnitt
$B_0$	Amplitude des magnetischen Feldes
$c$	Schallgeschwindigkeit
$c_0$	Lokaler Krümmungsradius der Oberfläche
$c_l$	Strahltaille
$c_p$	Spezifische Wärmekapazität
$d$	Abstand der Schirme zueinander
$D(x)$	Verteilungsfunktion
$d_0$	Strahltaille eines Laserstrahls
$D_i$	Verzerrungsfaktoren $i=1,2$ für die radiale Verzerrung, $i=3,4$ für die tangentielle Verzerrung
$d_L$	Durchmesser eines Laserstrahls
$d_p$	Pixelbreite bei quadratischen Kamerapixeln
$D_R$	Rohrdurchmesser
$d_u$	Pixelbreite in $u$ -Richtung
$d_v$	Pixelbreite in $v$ -Richtung
$dV$	Allgemeines Volumenelement der Strömung der Kantelängen $dx, dy, dz$
$e$	Mittlerer Fehler
$e$	Elementarladung
$E$	Elektrische Feldstärke
$e(t)$	Zeitabhängiges Eingangssignal, Emitter
$E_0$	Amplitude des elektrischen Feldes
$E_{0r}$	Amplitude des reflektierten elektrischen Feldes
$E_{0t}$	Amplitude des transmittierten elektrischen Feldes
$e_i$	Messabweichung
$f$	Fokusslänge
$F$	Indikator der Fluide bei der VoF-Methode
$F_0$	Frequenz des Lichts
$F_\infty$	Druckkraft aufgrund von $p_\infty$ an der freien Grenzfläche in Normalenrichtung
$F_A$	Aufnahmegeschwindigkeit
$F_c$	Oberflächenkraft in OpenFOAM
$F_G$	Schwerkraft
$F_i$	Druckkraft aufgrund von $p_i$ an der freien Grenzfläche in Normalenrichtung
$F_K$	Kapillarkraft
$F_{ki}$	Schnittkräfte tangential zur freien Grenzfläche am Grenzflächenelement
$F_R$	Reibungskraft
$F_T$	Trägheitskraft
$f_x$	Mit der Verhältnis $s$ der Pixelseitenlänge modifizierte Fokusslänge in $x$ -Richtung
$f_y$	Mit der Verhältnis $s$ der Pixelseitenlänge modifizierte Fokusslänge in $y$ -Richtung
$F_Z$	Zentrifugalkraft

$g$	Schwerkraftkonstante
$g_1$	Gerade des einfallenden Strahls durch $P_2$
$G_1$	Verbindungsgerade zwischen den Punkten $P_1$ und $P_2$
$g_2$	Gerade des ausfallenden Strahls durch $P_3$
$G_2$	Verbindungsgerade zwischen den Punkten $P_3$ und $P_4$
$H$	Bildhauptpunkt
$h$	Maximale Strukturhöhe
$h$	Funktion über Verlauf der freien Grenzfläche $h=h(x,y,z,t)$
$H$	Lokale Krümmung der Oberfläche
$h(r)$	Gemittelter Verlauf der freien Grenzfläche am hydraulische Sprung
$h'(r,t)$	Zeitliche Schwankung der Fluidhöhe um die gemittelte Höhe $h(r)$
$h_1$	Fluidhöhe vor dem hydraulische Sprung
$h_2$	Fluidhöhe hinter dem hydraulische Sprung
$I$	Lichtintensität
$I_0$	Intensität des einfallenden Lichts
$I_r$	Intensität des reflektierten Lichts
$I_t$	Intensität des transmittierten Lichts
$l$	Lotgerade durch $A_1$ und $A_2$ .
$L_1$	Von der Oberfläche/Objekt abgewandte, obere Ebene/Layer
$L_2$	dem Oberfläche/Objekt zugewandte, untere Ebene/Layer
$L_{ED}$	Entfernung zwischen Emitter und Detektor
$M$	Beugungsmaßzahl
$m$	Geradensteigung
$M^2$	Beugungsmaßzahl
$n$	Brechzahl
$N^*$	Anzahl angeregter Teilchen
$N_0$	Anzahl der Teilchen im Grundzustand
$n_1$	Brechungsindex von Luft bei 20°C
$n_2$	Brechungsindex von PMMA bei 20°C
$P$	Projektionsmatrix vom Bild- ins Weltkoordinatensystem
$p$	Druck
$p(x)$	Verteilungsdichte
$P''_2$	Schnittpunkt der Sichtlinie von $K$ durch $P'_2$ mit $L_1$
$P''_3$	Schnittpunkt der Sichtlinie von $K$ durch $P'_3$ mit $L_1$
$P'_i$	Projektion von $P_i$ in die Kameraebene ( $i=1,2,3,4$ )
$P_0$	Punkt auf der Oberfläche/Objekt
$p_\infty$	Aussendruck
$P_i$	Punkt im Weltkoordinatensystem, Abbildung der Laserquerschnitts auf $L_1$ und $L_2$ , $i=1\dots4$
$p_i$	Innendruck
$P_{ki}$	Punkt im Kamerakoordinatensystem
$p_v$	Dampfdruck
$Q$	Volumetrischer Durchfluss
$R$	Lokaler Krümmungsradius
$R$	Korrelationskoeffizient
$r_{  }$	paralleler Amplituden-Reflexionskoeffizient
$r_{\perp}$	Senkrechter Amplituden-Reflexionskoeffizient
$R_1$	Position direkt vor dem Jump
$R_2$	Position direkt hinter dem Jump

$R_E$	Reflexionsgrad
$r_H$	Abstand vom Bildhauptpunkt $H$
$R_j$	Sprungposition
$R_K$	Kalibrationsmatrix
$R_O$	Rotationsmatrix von $K$ nach $O$
$r_S$	Abstand des Messpunktes vom Zentrum eines ebenen Spiegels
$r_v$	Position, da die Grenzschichthöhe $d$ freie Grenzfläche erreicht
$s$	Skalierungsfaktor im Kameramodell
$s_i(t)$	Störgrößen in der Messkette
$t$	Zeit
$T$	Zeitintervall einer zeitlichen Mittelung
$T$	Temperatur
$t_{  }$	paralleler Amplituden-Transmissionskoeffizient
$t_{\perp}$	Senkrechter Amplituden-Transmissionskoeffizient
$T_E$	Transmissionsgrad
$t_{ED}$	Laufzeit des Ultraschallsignals vom Emitter zum Detektor
$u$	Mittlere Geschwindigkeit in $x$ - bzw. $r$ -Richtung
$u_0$	Mittlere Eingangsgeschwindigkeit
$u_W$	Mittlere Wellengeschwindigkeit in Ausbreitungsrichtung
$u_r$	Ausbreitungsgeschwindigkeit an der Position $r$
$v$	Lichtgeschwindigkeit
$v_0(t)$	Geschwindigkeit der Oberfläche im Punkt $P_0$
$W$	Wehhöhe
$w$	Horizontale Strukturausdehnung auf der Oberfläche
$z_R$	Rayleighlänge

## Griechische Zeichen

$\varepsilon$	<b>Divergenzwinkel eines Laserstrahls</b>
$\mu$	Dynamische Zähigkeit
$\rho$	Fluiddichte
$\nu$	Kinematische Zähigkeit
$\omega$	Kreisfrequenz
$\varepsilon$	Wert eines Pixels an der Stelle $(u, v)$
$\gamma$	Winkel zwischen $g_1$ und $g_2$
$\varepsilon_0$	Elektrische Feldkonstante $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$
$\mu_0$	Magnetische Feldkonstante $\mu_0 = \frac{2\pi}{10} \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$
$\alpha_1$	Einfallswinkel, Winkel zwischen $g_1$ und der $z$ -Achse,
$\beta_1$	Winkel zwischen $h_2$ und der $z$ -Achse
$\alpha_2$	Brechungswinkel, Winkel zwischen $G_1$ und der $z$ -Achse, Brechungswinkel der Geraden $g_1$
$\beta_2$	Winkel zwischen $H_2$ und der $z$ -Achse, Brechungswinkel der Geraden $h_2$
$\theta_B$	Brewster-Winkel
$\theta_{max}$	Größter auftretender Einfallswinkel an den Schirmen
$\Delta p$	Druckdifferenz
$\mu_r$	Permeabilität $\mu_r \geq 1$
$\varepsilon_r$	Permittivität $\varepsilon_r \geq 1$
$\alpha_r$	Reflexionswinkel

$\theta_x$	Lokaler Neigungswinkel der Oberfläche in y,z-Ebene
$\varphi_z$	Lokaler Neigungswinkel der Oberfläche in x,y-Ebene
$\alpha_E$	Einkopplungswinkel des Ultraschalls
$\delta$	Abstand der zw. $g_1$ und $g_2$
$\Delta N$	Besetzungszahl
$\theta_i$	Winkel zwischen $g_i$ und der z-Achse, $i=1,2$
$\kappa$	Strahlqualität
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit
$\lambda_0$	Wellenlänge in Vakuum
$\lambda_l$	Wellenlänge in einem Medium
$\sigma$	Oberflächenspannung
$\sigma_i$	Standardabweichung in $i$ -Richtung, $i= x,y,z$
$\sigma_{ij}$	Reibungsanteil der Normalspannung mit $i=j= x, y, z$
$\tau_{ij}$	Normal- und Scherspannungen mit $i,j= x, y, z$
$\Phi$	Dissipationsfunktion
$\varphi_i$	Winkel zwischen $g_i$ und der x-Achse, $i=1,2$

## Vektoren

$\vec{F}$	<b>Vektor der Volumenkräfte</b> $\vec{F} = (F_x, F_y, F_z)^T$
$\vec{i}$	Allg. Translationsvektor
$\vec{v}$	Geschwindigkeitsvektor der Strömung $\vec{v} = (x, y, z)^T$
$\vec{n}$	Normalenvektor auf der freien Grenzfläche
$\vec{n}_L$	Normalvektor auf $L_2$ im Punkt $P''_i$ , $i=2,3$
$\vec{\rho}_i$	Richtungsvektor der Gerade $G_i$ , $i=1,2$
$\vec{r}_i$	Richtungsvektor der Gerade $g_i$ , $i=1,2$
$\vec{\sigma}_i$	Richtungsvektor der Gerade $H_i(P''_i, P_i)$
$\vec{s}_i$	Richtungsvektor der Gerade $h_i(P'_i, K)$
$\vec{i}_O$	Translationsvektor von $K$ nach $O$
$\vec{v}_r$	Unterdrückungsgeschwindigkeit in der Massenerhaltungsgleichung bei OpenFOAM
$\vec{T}$	Schubspannungstensor an der freien Grenzfläche $\vec{T} = (\tau_1, \tau_2)^T$

## Operatoren

$\nabla$	<b>Nabla-Operator</b> $\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)^T$
$\Delta$	Laplace- Operator $\Delta \vec{v} = \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial z^2}$

## Kennzahlen

$Bo$	<b>Bond-Zahl:</b> $B_0 = \frac{\rho g (h_2 - h_1)}{\sigma}$
$C$	<b>Kavitations-Zahl:</b> $C = \frac{p - p_v}{\rho u^2}$

$Fr$	Froude-Zahl:	$Fr = \frac{u^2}{gl}$
$Pr$	Prandtl-Zahl:	$Pr = \frac{\rho v \cdot c_p}{\lambda}$
$r_c$	Krümmungsverhältnis	$r_c = \frac{c_1}{c_0}$
$Re$	Reynolds-Zahl	$Re = \frac{u \cdot l}{\nu}$
$r_t$	Texturverhältnis	$r_t = \frac{a}{h}$
$r_v$	Geschwindigkeitsverhältnis	$r_v = \frac{2\bar{v}_0}{F_A d_p}$
$We$	Weber-Zahl	$We = \frac{\rho u^2 l}{\sigma}$

### Koordinatensysteme

$O$	Ursprung des Weltkoordinatensystem	Kartesische Koordinaten $O(x,y,z)$ Zylindrische Koordinaten $O(r,\varphi,z)$ Kugelkoordinaten $O(r,\varphi,\theta)$
$K$	Ursprung des 3D Kamerakoordinatensystem	$K(x_k, y_k, z_k)$
$B$	Bildkoordinatensystem	Unverzerrt $B(u,v)$ Verzerrt $B(u_D, v_D)$



## **ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS**

<b>ADS</b>	Accelerator driven system
<b>FRANZ</b>	Frankfurter Neutronen-Quelle am Stern-Gerlach-Zentrum
<b>FZK</b>	Forschungszentrum Karlsruhe GmbH
<b>GSF</b>	Gesellschaft für Schwerionenforschung
<b>HETSS</b>	Heat Emitting Temperature Sensing Surface
<b>IFE</b>	Inertial Fusion Energy
<b>IKET</b>	Institut für Kern- und Energietechnik
<b>KALLA</b>	Karlsruhe Liquid Metal Laboratory
<b>KILOPIE</b>	Kilowatt Pilot Experiment
<b>MEGAPIE</b>	Nachfolgermodul des KILOPIE
<b>MYRRHA</b>	Multi-purpose hybrid research reactor for high-tech applications
<b>PSI</b>	Paul Scherrer Institute (in der Schweiz)
<b>SCK-CEN</b>	Studiecentrum voor Kernenergie – Centre d’Etude de l’Energie Nucléaire
<b>SINQ</b>	Swiss neutron spallation source
<b>THEADES</b>	Thermo hydraulics and ADS Design
<b>FAIR</b>	Facility for Antiproton and Ion Research
<b>LBE</b>	Lead Bismuth Eutectic, eutektisches Blei-Wismut
<b>VoF</b>	Volume of Fluid



---

# 1. Einleitung

Die Aufgabe, freie Flüssigmetallgrenzflächen experimentell zu erfassen, stellt sich aufgrund der wachsenden Zahl industrieller Anwendungen, gepaart mit steigenden Anforderungen an die Präzision, auf Grund der fortschreitenden Entwicklung in der Fusion- und der Nukleartechnik, die ein grundlegendes Verständnis der Physik freier Grenzflächen voraussetzt. Sie ist also in den Bereich basiswissenschaftlicher Forschung einzuordnen. Eine Messung freier Flüssigmetallgrenzflächen dient nicht zuletzt dem Vergleich mit rechnerischen Simulationsergebnissen, die bislang in der Regel auf Experimenten mit Wasser basieren und in denen oft nicht adäquate Modelle die Bewegung der turbulenten Oberfläche beschreiben. Die spezifischen Eigenschaften von Flüssigmetallen erfordern eine experimentelle Validierung der numerischen Simulation oder gegebenenfalls eine Modifikation der darin verwendeten Modelle.

Am *KARlsruhe Liquid Metal Laboratory* (KALLA) am *Institut für Kern- und Energietechnik* (IKET) des *Forschungszentrums Karlsruhe* (FZK) werden im Rahmen verschiedener europäischer Projekte, wie zum Beispiel EUROTRANS, fluiddynamische Problemstellungen für Flüssigmetalle untersucht. Hierzu ist es auch notwendig, die dafür erforderliche Mess- und Fördertechnik neu zu entwickeln oder bestehende Messverfahren für andere Fluide, wie zum Beispiel Wasser, auf die besonderen Einsatzbedingungen wie sie in Flüssigmetallströmungen auftreten zu ertüchtigen. Bestehende Messsysteme sind meist nicht in der Lage, der hohen chemischen, thermischen und mechanischen Belastung standzuhalten, die für Bauteile in Flüssigmetallkreisläufen charakteristisch ist.

Die hier vorliegende Arbeit stellt die Entwicklung und Validierung einer Messtechnik zur Erfassung freier Flüssigmetallgrenzflächen vor, die als Diagnosewerkzeug in nuklear-technischen Anlagen, in denen freie Flüssigmetallgrenzflächen auftreten, eingesetzt werden soll. Dabei wird zunächst auf die Einsatz- und Rahmenbedingungen eingegangen. Die theoretischen Grundlagen werden vorgestellt. Die Messtechnik wird in den Bezug zu bereits bekannten Verfahren der optischen Oberflächenmesstechnik und zur Erfassung spiegelnder Oberflächen, wie sie bei freien Flüssigmetallgrenzflächen vorliegen, gesetzt. Die Arbeit und die vorgestellten experimentellen Ergebnisse wurden im Rahmen einer Doktorarbeit im KALLA-Labor durchgeführt.

## 1.1. Problemstellung in der Fusion und Nukleartechnik

In Hochleistungsbeschleunigeranwendungen werden vielfach freie Oberflächentargets, die mit Flüssigmetallen betrieben werden, betrachtet. Als Beispiele seien hier die Trägheitsfusion (*Inertial Fusion* IFE, siehe *Konkachbaev 2000*, *Reperant 2002* und *Durbin 2005*), die Materialbestrahlungsanlagen, wie zum Beispiel IFMIF (siehe *Itoh 1999*, *Nakamura 2002* und *Kondo 2004*), oder die Transmutation langlebiger Spaltprodukte in einem Beschleuniger getriebenen Reaktor (ADS, siehe *Knebel 2002* und *Knebel 2003*) genannt. Auch in der

---

basiswissenschaftlichen Kernphysik werden freie Flüssigmetalloberflächen zur Erzeugung von Neutronenfeldern oder Nuklidfragmenten, wie zum Beispiel in FRANZ oder FAIR (siehe im *GSI-Statusbericht 2005*), eingesetzt.

### **1.1.1. Partikelstrahlmaschinen und der Einsatz von Flüssigmetallen**

In all diesen Applikationen trifft ein hochenergetisch geladener Partikelstrahl (Ionen, Protonen, etc.) auf eine freie Flüssigmetalloberfläche, die Target genannt wird. Die Grenzfläche des Fluids zum Vakuumraum wird als Fenster bezeichnet. Auf Grund der hohen Kernbausteindichte leichter, wie zum Beispiel Lithium, oder sehr schwerer Flüssigmetalle, wie Quecksilber, Blei und dessen Legierungen kann eine hohe Anzahl von Sekundärpartikeln, die für die jeweilige Anwendung erforderlich ist, erzeugt werden. Darüber hinaus erlaubt der Einsatz flüssiger Metalle gleichzeitig eine effiziente Wärmeabfuhr der bei der Sekundärpartikelgenerierung entstehenden "Stoßwärme". Diese Bifunktionalität der Flüssigmetalle ermöglicht höhere Strahlleistungsdichten des Primärstrahls als sie mit Fenstertargets erreichbar sind, in denen ein Strukturmaterial zwischen Strahl und Kühlmedium eingebracht wird, da diese oft durch die Temperaturgrenze des Fensters limitiert sind. Bei freien Oberflächentargets aus Lithium oder Blei entsteht lediglich eine Limitierung hinsichtlich des ohnehin sehr hohen Siedepunkts, der durch geeignete Maßnahmen erhöht werden kann. Die Absenz eines Fensters bedingt jedoch eine genaue Kenntnis der Lage und Form der Flüssigmetalloberfläche, damit keine unerwünschten Effekte, wie zum Beispiel lokales Sieden, Überkritikalität oder Desintegration der Strukturelemente der nachgeordneten Systeme, auftreten. Eine stabile, stationäre Oberfläche mit geringer Formänderung ( $\pm 0.3\text{mm}$ ) während des Betriebs der Anlage ist eine sicherheitstechnische Voraussetzung für den Einsatz fensterloser Targets.

Die Abbildung 1.1 zeigt den prinzipiellen Aufbau eines ADS-Reaktors. Das Flüssigmetall, hier Blei oder Blei-Wismut [LBE], zirkuliert durch die Blankets oder Brennstabündel. Hier dargestellt ist ein Targetmodul mit geschlossenem Strahlfenster. Der Partikelstrahl tritt durch eine Edelstahlkalotte in das Flüssigmetall ein. Beispiele für in diesem Zusammenhang durchgeführte Experimente sind die HETSS- und HEATED-JET-Experimente in den Forschungsanlagen SINQ und THEADES der Forschungseinrichtungen PSI und KALLA mit den Targetmodulen KILOPIE und MEGAPIE, die sich mit der Gestaltung einer effizienten Kühlung geschlossener Strahlfenster befassen.

Die Abbildung 1.2 zeigt den Aufbau des MEGAPIE-Moduls. Das Flüssigmetall strömt durch einen Ringspalt nach unten und verlässt das Modul durch den innen liegenden Strömungskanal. Der Strahleintritt liegt unterhalb des Staupunktes der Hauptströmung. Über einen Bypass ist der Staupunkt aus der Mitte verschoben, um einen besseren Abtransport der anfallenden Wärme beim Eintritt des Partikelstrahls und damit eine bessere Kühlung des Strahlfensters zu ermöglichen. Tritt der Partikelstrahl in die Flüssigmetallströmung ein, werden Neutronen freigesetzt (Spallation), die in den Blankets beziehungsweise in den Brennstäben die Reaktion bzw. den Zerfall anregen.

Neben Blei und seinen Legierungen sind je nach Targetkonzept und Reaktordesign auch Natrium und NaK, Lithium und Quecksilber gebräuchlich.

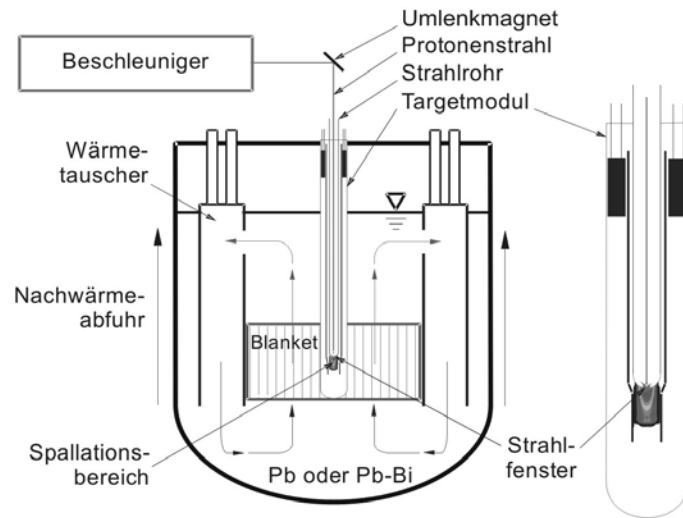


Abb. 1. 1 Prinzipieller Aufbau eines ADS-Systems zur Reduktion hochradioaktiver Abfälle nach Knebel 2002.

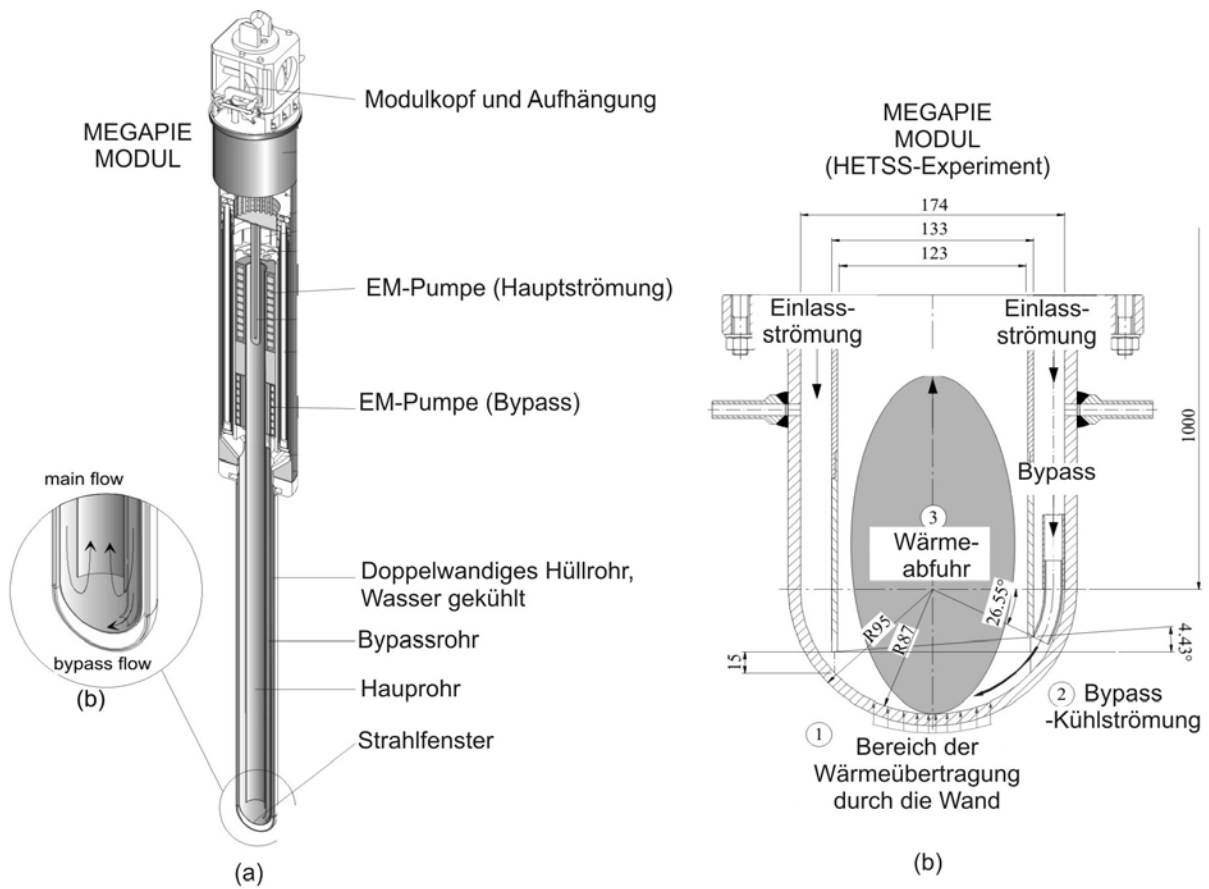


Abb. 1. 2 Skizze des MEGAPIE-Moduls nach Daubner 2005 als Beispiel eines Fenstertargets (a). Vergrößerte Ansicht des Bereichs um das Strahlfensters, Konstruktion für die HETSS-Experimente (b).

### 1.1.2. Fensterlose Targetkonzepte

Ziel einer Targetkonzeptionierung ist die Gewährleistung einer guten Wärmeabfuhr vom Eintrittspunkt des Partikelstrahls und die Ausbildung einer stabilen, stationären Flüssigmetallgrenzfläche. Freie Grenzflächen Targets werden von der gewählten Geometrie und der Schwerkraft konditioniert bzw. stabilisiert. In der Abbildung 1.3 sind hierzu links das MYRRAH-Target und rechts das GSI-Target schematisch dargestellt. Im vom SCK-CEN entwickelten MYRRAH-Target fällt flüssiges Blei-Wismut-Eutektikum bei ca. 200°C mittlerer Fluidtemperatur durch einen Ringspalt. Über dem Staupunkt bildet sich eine freie Grenzfläche mit einer zentralen Erhebung aus, auf die ein Protonenstrahl auftreffen soll. Über dem Staupunkt bildet sich eine freie Grenzfläche mit einer zentralen Erhebung aus, auf die ein Protonenstrahl auftreffen soll.

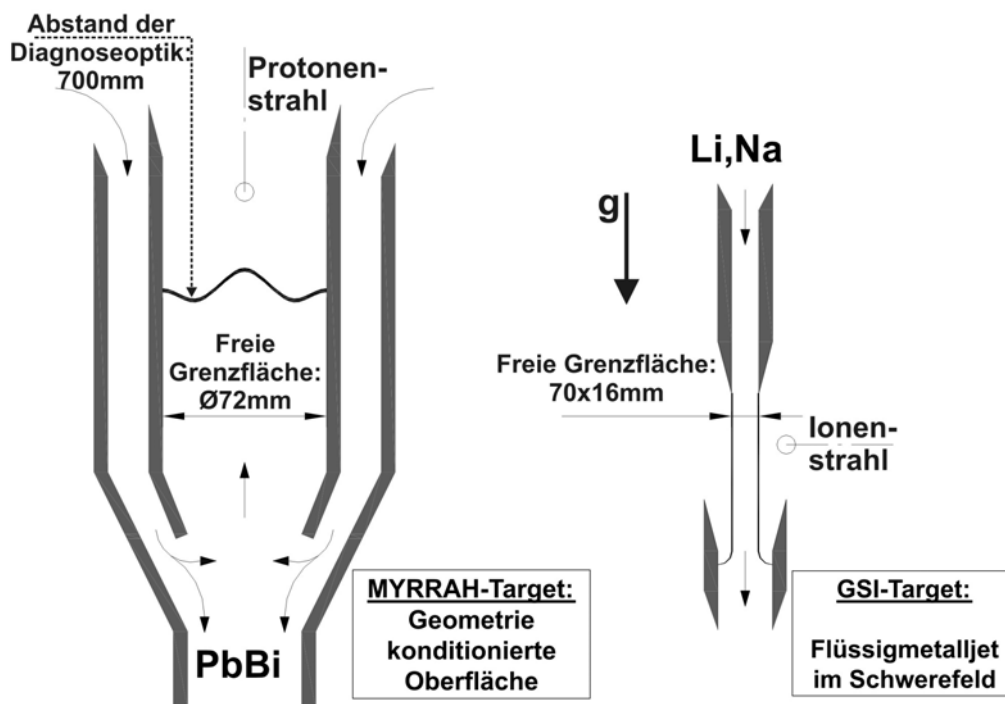
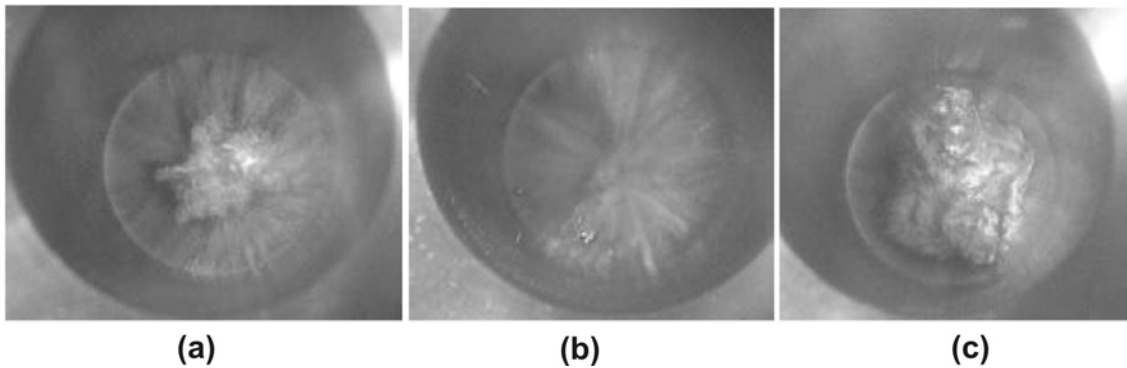


Abb. 1. 3 Beispiele fensterloser Targetkonzepte: Das MYRRAH-Target (links) von SCK-CEN, GSI-Target (rechts). Beide werden gegenwärtig im KALLA-Labor entwickelt.

Aufnahmen der zentralen Erhebung bei verschiedenen Füllhöhen des MYRRAH-Targets sind in Abbildung 1.4 einander gegenübergestellt. Der Durchmesser der freien Grenzfläche beträgt 72mm. Die Füllhöhe wird über den Volumenstrom und ein Ventil im Ablauf geregelt. Die Flüssigmetallexperimente wurden im THEADES-Kreislauf des KALLA-Labors im Jahr 2004 durchgeführt. Das MYRRAH-Target wird hauptsächlich von seiner Geometrie konditioniert. Der Zugang für eine Diagnoseoptik zur Oberfläche liegt etwa 700mm über der freien Grenzfläche.

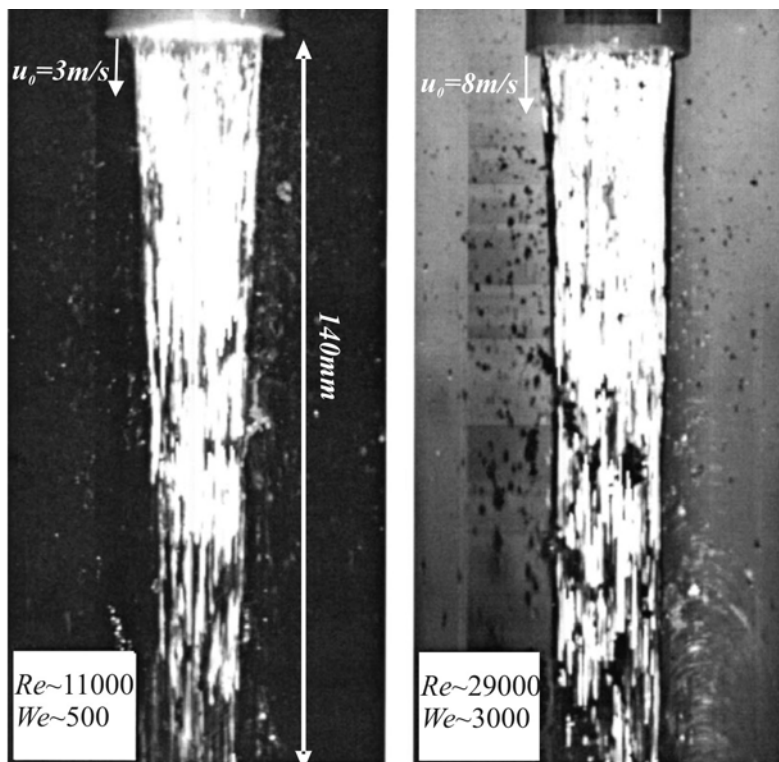
Die Abbildung 1.5 zeigt einen Lithium Freistrahlfeld unter Vakuum. Dieses von *Konkachbaev 2000* durchgeführte Experiment dient der Entwicklung des HYLIFE- Inertial Fusion Reaktortyps. Dargestellt sind zwei Austrittsgeschwindigkeiten mit 3m/s und 8m/s bei Reynoldszahlen von 11,000 und 29,000 und Weber-Zahlen von 500 und 3,000. Nach dem Austritt zieht sich der Freistrahlfeld auf Grund der Oberflächenspannung zusammen. Die beobachtete hohe

Reflektivität der Flüssigmetalloberfläche lässt die Oberflächenkontur lediglich erahnen, obwohl sie von essentieller Bedeutung für die Maschine ist.



**Abb. 1. 4** Blick von oben in das MYRRAH-Target bei steigender Füllhöhe von (a) nach (c). (Aufgenommen im KALLA-Labor an der THEADES-Versuchsanlage 2004)

Ein weiteres Beispiel für fensterlose Targetkonzepte stellt das IFMIF-Target dar. Hierbei wird ein Freistrah, der aus einer rechteckigen, flachen Düse strömt, über eine konkave Rückwand geführt. Aufgrund der Krümmung der Rückwand wird der Freistrah durch die Zentrifugalkraft stabilisiert. Gleichzeitig erhöht sich der durch die Zentrifugalkraft aufgebaute Druck den Siedepunkt an der freien Grenzfläche. Damit wird das IFMIF-Target sowohl durch die Geometrie wie durch die Schwerkraft konditioniert. Zum IFMIF-Target hat etwa *Itoh* 1999 Experimente über die Ausbildung von Oberflächen in Wasser durchgeführt.



**Abb. 1. 5** Lithium Freistrah bei verschiedenen Austrittsgeschwindigkeiten nach dem Austritt aus einer rechteckigen Düse (2x20mm) aus *Konkachbaev* 2000. Die gezeigte Länge ist 140mm.

Sie sind in Abbildung 1.6 auszugsweise für drei Geschwindigkeiten dargestellt. Experimente mit freien Flüssigmetallgrenzflächen müssen aufgrund der hohen chemischen Reaktivität von Flüssigmetallen unter Vakuum oder einer Schutzgasatmosphäre (z.B. Argon) durchgeführt werden.

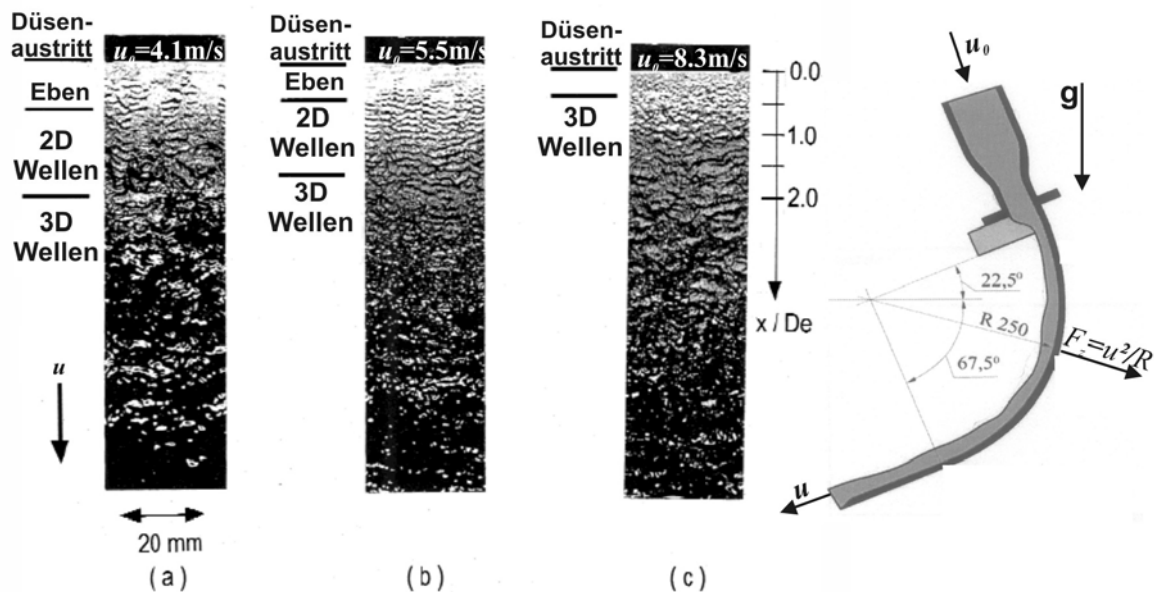


Abb. 1. 6 (a) Strömungsgeometrie des IFMIF Targets für  $u_0=4.1\text{m/s}$ . (b, c) Beobachtete Oberflächenstruktur bei  $u_0=5.5\text{m/s}$  und  $8.3\text{m/s}$  nach Itoh 1999. Schematische Darstellung des IFMIF Targets (rechts).

## 1.2. Rahmenbedingungen zur Erfassung freier Flüssigmetall Grenzflächen

Aus der Betrachtung der unterschiedlichen Targetkonzepte, ergibt sich eine Reihe von Rahmenbedingungen für den Einsatz von Messtechniken an Experimenten oder deren Anwendungen in Flüssigmetalltargets. Diese gelten in besonderem Maße für Messtechniken zur Erfassung der freien Grenzfläche im Targetmodul:

- Im Targetmodul herrschen typischerweise Temperaturen von mehreren hundert Grad Celsius.
- Durch die hohe Temperatur ist auch die chemische Reaktivität der verwendeten Metalle erhöht ( $\Leftrightarrow$  hohe Oxidations- und Erosionsgeschwindigkeiten).
- Bei Anwendungen mit Partikelstrahl ist ein Messsystem einer nicht unerheblichen Dosis radioaktiver Strahlung ausgesetzt.
- Es besteht in der Regel kein freier Zugang zur Grenzfläche. Vergleiche hierzu Abbildung 1.3 und 1.4.
- Experimente zu Flüssigmetallen finden im Vakuum statt.
- Aus der Vakuumbedingung leitet sich eine hohe Reflektivität der Grenzfläche ab. Es bildet sich keine Oxidschicht, die die Reflektivität senkt. Die Abbildungen 1.4 und 1.5 lassen diesen Zusammenhang erkennen.



- 
- Die Fluidgeschwindigkeit ist deutlich höher in bestehenden Reaktor Anwendungen, typischerweise bis zu 10m/s und wird lediglich durch die limitierende Erosionsgeschwindigkeit des Düsenmaterials begrenzt.  
(5m/s bei GSI, bis 8m/s bei *Konkachbaev 2000*, bis 8,3m/s bei *Itoh 1999*.)
  - Die freie Grenzfläche muss mit einer Genauigkeit von  $\pm 0,3\text{mm}$  erfasst werden, um sicherheitstechnisch relevante Ergebnisse zu liefern.
  - Die Flüssigmetallströmung darf durch eine Messung nicht beeinflusst werden.
  - Die hohe Strömungsgeschwindigkeit erfordert eine hohe zeitliche Auflösung des Messverfahrens.

---

## 2. Fluidodynamik freier Grenzflächen

Für die Qualifizierung einer Messtechnik zur Erfassung von freien Grenzflächen bei Flüssigmetallen ist ein Verständnis über die Fluidodynamik freier Grenzflächen und eine abschließende Anwendung auf eine freie Flüssigmetallgrenzfläche notwendig. Als Teil basiswissenschaftlicher Forschung stellt der hydraulische Sprung mit radialer Ausbreitungsrichtung eine geeignete Anwendung dar, dessen Oberfläche mit dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten DLP-Verfahren vermessen wird.

### 2.1 Grundgleichungen der Strömungsmechanik

Jeder klassischen strömungsmechanischen Betrachtung liegen die Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie zu Grunde. Diese sollen hier kurz eingeführt werden. Die Einführung erfolgt nach dem Buch von *Oertel 2002* am allgemeinen Volumenelement  $dV$  mit den Kantenlängen  $dx, dy, dz$  und den Geschwindigkeitskomponenten  $u, v, w$  für laminare und turbulente Strömungen:

$$dV = dx \cdot dy \cdot dz, \vec{v} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}. \quad (2.1)$$

- **Massenerhaltung**

Die Massenerhaltung am Volumenelement besagt, dass die zeitliche Änderung der Masse im Volumenelement der Differenz aus den ein- und ausströmenden Massenströmen entspricht. Damit erhält man die *Kontinuitätsgleichung* (in einer koordinatenfreien Vektorschreibweise):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) = 0 \text{ bzw. } \nabla \cdot \vec{v} = 0 \text{ (für inkompressible Strömungen)}. \quad (2.2)$$

Hierin ist die  $\rho$  spezifische Dichte und  $t$  die Zeit.

- **Impulserhaltung für laminare Strömungen**

Aus der Impulserhaltung ergeben sich die als Navier-Stokes-Gleichungen bekannte Gleichungen für Newtonsche Fluide. Die zeitliche Änderung des Impulses im Volumenelement entspricht der Summe aus den Scher- und Normalspannungen, der auf die Masse des Volumenelements wirkenden Kräfte und die Differenz aus den ein- und austretenden Impulsströmungen. Der in  $x$ -Richtung wirkende Impuls tritt auch in  $y$ - beziehungsweise  $z$ -Richtung in das Volumenelement ein bzw. aus. Analog dazu werden die Schub- und Scherspannungen  $\tau_{ij}$  formuliert. Volumenkräfte die auf die Masse des Volumenelements wirken können im einfachsten Fall die Schwerkraft sein, aber auch elektrische oder magnetische Kräfte, die mit  $F_i$  bezeichnet werden. Für die  $x$ - beziehungsweise für die  $u$ -Richtung ergibt sich damit:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial z} = F_x + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}. \quad (2.3)$$

Der erste Index der Schubspannung bezeichnet die Richtung des Normalenvektors, auf den die Spannung wirkt. Der zweite Index gibt die Koordinatenrichtung an, in die die aus der Spannung resultierende Kraft wirkt. Für die Formulierung der Schubspannungsanteile werden einige Umformungen vorgenommen. Über Gleichung 2.4a wird der Druck als Skalar des Spannungstensors eingeführt:

$$p = -\frac{\tau_{xx} + \tau_{yy} + \tau_{zz}}{3}. \quad (2.4a)$$

Die drei Normalspannungen  $\tau_{xx}$ ,  $\tau_{yy}$ ,  $\tau_{zz}$  werden in Gleichung 2.4b in den Anteil für den Druck und die Reibungsanteile  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{zz}$  des Fluids aufgespalten:

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= \sigma_{xx} - p; \\ \tau_{yy} &= \sigma_{yy} - p; \\ \tau_{zz} &= \sigma_{zz} - p. \end{aligned} \quad (2.4b)$$

Für die Annahme, dass es sich bei der betrachteten Strömung um ein Newtonsches Fluid handelt, können die Reibungsanteile der Normalspannungen aus Gleichung 2.4b durch Gleichung 2.4c formuliert werden und die Scherspannungen für den symmetrischen Fall durch Gleichung 2.4d:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right); \\ \sigma_{yy} &= 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right); \\ \sigma_{zz} &= 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (2.4c)$$

$$\begin{aligned} \tau_{yx} = \tau_{xy} &= \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right); \\ \tau_{yz} = \tau_{zy} &= \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right); \\ \tau_{zx} = \tau_{xz} &= \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (2.4d)$$

Die Gleichungen 2.4a bis 2.4d werden in Navier-Stokes-Gleichungen, die in Gleichung 2.3 für die  $x$ -Richtung formuliert ist, eingebracht. Nimmt man eine inkompressible Strömung an, können die Navier-Stokes-Gleichungen in koordinatenfreier Formulierung in Gleichung 2.5 zusammengefasst werden:

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right) = \vec{F} - \nabla \cdot p + \mu \Delta \vec{v}, \quad \text{mit } \Delta \vec{v} = \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial z^2}. \quad (2.5)$$

- **Impulserhaltung für turbulente Strömungen**

Mit Hilfe des *Reynolds*-Ansatzes kann eine Formulierung der Navier-Stokes-Gleichungen für turbulente, kompressible Strömungen angegeben werden. Diese Formulierung wird auch *Reynolds-Gleichungen* genannt. Sie ist hier für die  $x$ -Richtung dargestellt. Sie machen für turbulente, kompressible Strömungen die Einführung massengemittelter Größen durch Gleichung 2.6a notwendig. Die Geschwindigkeitskomponenten setzen sich gemäß der Gleichung 2.6b aus einem Mittelwert über den Zeitraum  $T$  und einer Schwankungsgröße zusammen. Der Druck  $p$  und die Dichte  $\rho$  müssen nicht massengemittelt werden.

$$\tilde{u} = \frac{\overline{\rho \cdot u}}{\rho}, \quad \text{mit } \overline{\rho \cdot u} = \frac{1}{T} \int_0^T (\rho \cdot u) dt \quad (\text{Favre-Mittelung}), \quad (2.6a)$$

$$\begin{aligned} \rho &= \bar{\rho} + \rho' & \text{mit } \overline{u''} &\neq 0 \\ u &= \tilde{u} + u'' & \text{mit } \overline{\rho \cdot u''} &= 0 \end{aligned} \quad (2.6b)$$

Das Überstreichen einer Größe in den Gleichungen 2.6a und 2.6b bezeichnet die zeitliche Mittelung nach Favre, zweigestrichene Größen bezeichnen die Schwankungsgröße. Die Schwankungsgrößen der Dichte und des Drucks werden mit nur einem Strich gekennzeichnet. Für inkompressible Strömungen vereinfachen sich die Gleichungen 2.6a und 2.6b zu:

$$\tilde{u} = \bar{u} \quad \text{und} \quad u = \bar{u} + u'. \quad (2.6c)$$

Die Gleichung 2.6 stellt die Reynoldsgleichung als Impulserhaltungsgleichung unter Annahme der Gleichung 2.53 für turbulente, inkompressible Strömungen in  $x$ -Richtung dar:

$$\rho \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} + \frac{\partial (\bar{u} \bar{v})}{\partial y} + \frac{\partial (\bar{u} \bar{w})}{\partial z} \right) = F_x - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\sigma}_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\tau}_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\tau}_{zx}}{\partial z} - \rho \left( \frac{\partial (\overline{u'^2})}{\partial x} + \frac{\partial (\overline{u'v'})}{\partial y} + \frac{\partial (\overline{u'w'})}{\partial z} \right). \quad (2.7)$$

Durch den Reynolds-Ansatz können auch die Gleichungen der Massen- und der Energieerhaltung für turbulente Strömungen umformuliert werden.

- **Energieerhaltung**

Die Energieerhaltung wird analog zur Massenerhaltung und der Impulserhaltung in Gleichung 2.8a formuliert:

$$\rho \cdot c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \left( \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} + w \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \mu \Phi. \quad (2.8a)$$

In die Energiebilanz gehen ein: Die zeitliche Änderung der Gesamtenergie am Volumenelement, als Ergebnis aus der Summe der durch die Strömung ein- und ausfließenden Energieströme, die Änderung der durch Wärmeleitung ein- und ausfließenden Energieströme, sowie die am Volumenelement geleistete Arbeit, die Energiezufuhr von Außen und das Wirken der Volumenkräfte. Die angegebene Energieerhaltungsgleichung gilt für kalorisch ideale Gase. In der Gleichung 2.8b ist die Dissipationsfunktion  $\Phi$  in folgender Weise formuliert:

$$\Phi = 2 \cdot \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{3}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2. \quad (2.8b)$$

- **Bernoulli-Gleichung**

Neben den Erhaltungsgleichungen ist die Bernoulli-Gleichung in der Hydrodynamik von grundlegender Bedeutung. Sie ist die Grundgleichung der eindimensionalen Behandlung von inkompressiblen, stationären und reibungsfreien Strömungen:

$$\frac{p}{\rho} + g \cdot z + \frac{w^2}{2} = \textit{konstant}. \quad (2.9)$$

Wie die Energieerhaltungsgleichung bringt sie die Unveränderlichkeit der Gesamtenergie zum Ausdruck. Dabei stehen der erste Term für die Druckarbeit, der zweite für die potentielle und der dritte für die kinetische Energie. Darin beschreibt  $w$  eine charakteristische Geschwindigkeit,  $z$  eine charakteristische Länge und  $g$  die Gravitationskonstante.

## 2.2 Kennzahlen und Physik freier Grenzflächen

Die allgemeine Betrachtung von Grenzflächen erfolgt nach der Darstellung von *Ehrhard 2003*. Freie Grenzflächen bezeichnen Grenzflächen, die sich zwischen einer flüssigen gegen eine gasförmigen Phase von Fluiden oder Vakuum ausbilden (l/g-Grenzfläche). Zunächst lässt sich grundlegend festhalten:

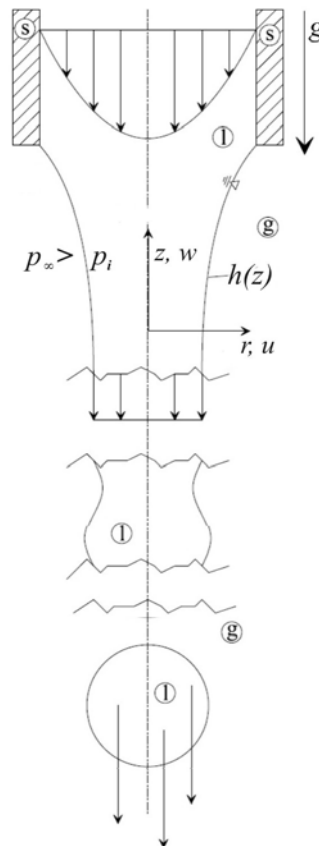
- Die Grenzflächenströmung verläuft immer tangential zur l/g-Grenzfläche. Ein Durchtreten von Flüssigkeit durch die freie Grenzfläche würde bedeuten, dass dort keine Grenzfläche vorliegt. Dies stellt eine kinematische Randbedingung dar.
- Die freie Grenzfläche stellt sich als Folge des Druckfeldes (dynamischer Randbedingungen) ein. Über die Grenzfläche kommt es infolge der Oberflächenspannung zu einem Drucksprung, sofern die Grenzfläche gekrümmt ist. Diese kann auch als Grenzflächenspannung oder spezifische Oberflächenenergie bezeichnet werden. Sie ist die Folge eines Ungleichgewichts molekularer Kräfte an der Grenzfläche. Siehe zum Beispiel *Zierep 1993*.
- Freie Grenzflächen von Flüssigkeiten zeigen das Bestreben sich zu verkleinern und so Minimalflächen zu bilden. Um Moleküle an die Grenzfläche zu transportieren, muss Arbeit geleistet werden. Durch die Minimierung der Oberfläche wird auch diese Arbeit minimiert. Die Oberflächenspannung kann definiert werden als:

$$\sigma = \frac{\text{Kraft an der Berandung}}{\text{Länge der Berandung}} = \frac{\text{Energiezunahme}}{\text{Oberflächenzunahme}}. \quad (2.10)$$

- An der freien Grenzfläche kann keine Haftbedingung gestellt werden. Vielmehr wird in der Regel eine Bedingung für die Schubspannung auftreten. Im einfachen Fall eines senkrechten

Freistrahls ist die freie Grenzfläche näherungsweise schubspannungsfrei. Es wird die Krafteinwirkung des umgebenden Gases auf die freie Grenzfläche vernachlässigt.

Für den Fall eines zylindrischen Freistrahls, der in Abbildung 2.1 schematisch dargestellt ist, können noch weitere Phänomene freier Grenzflächen beobachtet werden. In Richtung der  $z$ -Achse treten gegebenenfalls periodische Störungen des Strahlquerschnitts auf, die je nach Parameter in der Amplitude anwachsen können. Dies führt zum Zerfall des Freistrahls in einzelne Tropfen.



**Abb. 2. 1 Runder Freistrahls** nach einer Abbildung aus dem Vorlesungsskript von Ehrhard 2003. (s= solid/fest, l= liquid/flüssig, g= gasförmig)

Unter Vernachlässigung der Wirkung des die Tropfen umgebenden Gases, fallen diese wie Festkörper und besitzen eine im Innern einheitlich nach unten gerichtete Geschwindigkeit. Der Druck im Innern der Tropfen ist aufgrund der Krümmung der Oberfläche und der Oberflächenspannung größer als im umgebenden Gas.

### 2.2.1 Einführung der Kennzahlen

Kennzahlen werden zur Charakterisierung von Strömungen eingesetzt, um diese untereinander vergleichbar zu machen. Diese dimensionslosen Parameter können auch als Kräfte- oder Energieverhältnisse aufgefasst werden. Für die Einordnung eines Freistrahls mit rechteckigem Querschnitt gibt zum Beispiel Konkachbaev 2004 als relevante Kennzahlen die Reynolds-Zahl, die Froude-Zahl, die Weber-Zahl und die Kavitations-Zahl an. Sie sind wie folgt definiert:

- **Reynolds-Zahl (Re)**

$$\text{Re} = \frac{\rho \cdot u \cdot l}{\mu} = \frac{u \cdot l}{\nu} \Leftrightarrow \frac{F_R}{F_T}, \text{ mit } \nu = \frac{\mu}{\rho}. \quad (2.11)$$

Hier ist  $u$  die mittlere Geschwindigkeit,  $l$  eine charakteristische Länge,  $\mu$  die dynamische Viskosität,  $\rho$  die Dichte und  $\nu$  die kinematische Viskosität. Die Reynoldszahl ist ein Maß für den Strömungswiderstand einer viskosen Flüssigkeit. Sie stellt das Verhältnis aus Reibungskräften  $F_R$  und Trägheitskräften  $F_T$  dar, d.h. kleine Reynolds-Zahlen bedeuten überwiegende Reibungskräfte, große Reynolds-Zahlen bedeuten überwiegende Trägheitskräfte. Siehe etwa bei *Oertel 2002*.

- **Froude-Zahl (Fr)**

$$\text{Fr} = \frac{u^2}{gl} \Leftrightarrow \frac{F_T}{F_G}, \text{ bisweilen auch } \text{Fr} = \frac{u}{\sqrt{gl}}. \quad (2.12a) \quad (2.12b)$$

Hier bezeichnet  $g$  die Schwerkraftkonstante und  $F_G$  die Gewichtskraft. Nach der Definition bei *Oertel 2002* erfahren Körper, die sich an freien Grenzflächen bewegen, einen besonderen Druckwiderstand, der Wellenwiderstand genannt wird. Die Froude-Zahl ist ein Maß für diesen Wellenwiderstand. Im Bereich der Strömungsinstabilitäten charakterisiert sie die Kelvin-Helmholtz-Instabilität einer angefachten Wellenbewegung der Grenzfläche einer Zweischichtenströmung wie es zum Beispiel bei *Ehrhard 2003* nachvollzogen werden kann. Bei Gerinneströmungen wird der hydraulische Sprung durch die Froude-Zahl charakterisiert, die das Sprungkriterium formuliert. Siehe hierzu *Kapitel 5*. Sie stellt das Verhältnis aus Trägheits- und Schwerekräften dar.

- **Weber-Zahl (We)**

$$\text{We} = \frac{\rho u^2 l}{\sigma} \Leftrightarrow \frac{F_T}{F_K}. \quad (2.13)$$

Dabei sind  $\sigma$  die Oberflächenspannung und  $F_K$  die Kapillarkraft. Die Weber-Zahl stellt das Zerfallskriterium bewegter Flüssigkeitsvolumina dar. Es besagt, dass ein Zerfall bewegter Flüssigkeitsvolumina mit freier Oberfläche dann eintritt, wenn die mit der charakteristischen Länge  $l$  gebildete Weber-Zahl den Wert eins überschreitet. Die Weber-Zahl beschreibt das Verhältnis aus der Trägheitskraft zur Kapillarkraft

- **Kavitations-Zahl (C)**

$$C = \frac{p - p_v}{\rho u^2}. \quad (2.14)$$

Kavitation kann in Einkomponentenströmungen einsetzen, wenn der lokale statische Druck in der Strömung  $p$  den thermodynamischen Sättigungsdampfdruck des Fluids  $p_v$  erreicht. Diese notwendige Bedingung für den Kavitationsbeginn wird in einer reibungsfreien inkompressiblen Strömung durch die Kavitationszahl charakterisiert. Für Werte kleiner null kann eine Verdampfung des Fluids eintreten.

Die Vielzahl der Umstände, unter denen sich freie Grenzflächen bilden, verbietet die Annahme, dass die genannten Kennzahlen zur vollständigen Klassifizierung ausreichend sind. So können die Kennzahlen je nach Anwendungsfall variieren. Eine weitere Kennzahl, die für die Betrachtung freier Grenzflächen von Bedeutung ist, ist beispielsweise die Bond-Zahl wie sie in *Kapitel 2.2.3* eingeführt wird. Sie stellt das Verhältnis der Gravitationskraft zur Oberflächenspannung dar.

## 2.2.2 Hydrostatische Betrachtung

Um den lokalen Krümmungsradius einer Oberfläche zu bestimmen, muss die Kräftebilanz in Normalenrichtung an dieser Stelle aufgestellt werden. In ruhenden Fluiden treten keine viskosen Kräfte auf. Die Formulierung wird nach der Skizze eines Oberflächenelements in Abbildung 2.2 vorgenommen. Der Verlauf der Oberfläche wird durch die Höhenfunktion  $h(x,y,t)$  beschrieben. Durch den Freischnitt müssen die Grenzspannungen an den Schnittkanten berücksichtigt werden:

$$F_\infty - F_i + 2F_{k2} \frac{\varphi_1}{2} + 2F_{k1} \frac{\varphi_2}{2} = 0, \quad (2.15)$$

$$\text{mit } F_\infty = p_\infty r_1 \varphi_1 r_2 \varphi_2, \quad F_i = p_i r_1 \varphi_1 r_2 \varphi_2, \quad F_{k1} = \sigma \cdot r_2 \varphi_2, \quad F_{k2} = \sigma \cdot r_1 \varphi_1.$$

In Gleichung 2.15 beschreiben  $F_\infty$  und  $F_i$  zwei einander entgegen gesetzte Kräfte aufgrund des äußeren und inneren Drucks. Die Schnittkräfte werden mit  $F_{ki}$  und die Oberflächenspannung mit  $\sigma$  bezeichnet,  $\varphi_i$  beschreiben hierin Raumwinkel entsprechend der Skizze 2.2. Die Gleichung 2.15 lässt sich vereinfachen zu

$$(p_i - p_\infty) = \Delta p = \sigma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right). \quad (2.16)$$

Der Quotient aus der Druckdifferenz  $\Delta p$  und der Oberflächenspannung beschreibt die Krümmung  $H$  der Oberfläche,  $R$  den lokalen Krümmungsradius

$$H = \frac{1}{R} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = \frac{\Delta p}{2\sigma}. \quad (2.17)$$

Die Grenzflächenspannung hängt von der Temperatur ab. Höhere Temperaturen führen zu einer größeren Molekularbewegung. Dieses Phänomen wird als Thermokapillarität oder *Marangoni-Effekt* bezeichnet. Stellt sich entlang der Oberfläche in einem begrenzten Bereich eine Temperaturänderung ein, bringt die Oberfläche eine Schubspannung in die Flüssigkeit ein. Eine Änderung der Grenzflächenspannung kann auch durch eine Änderung der Konzentration, wie etwa durch Spülmittel im Wasser, auftreten.

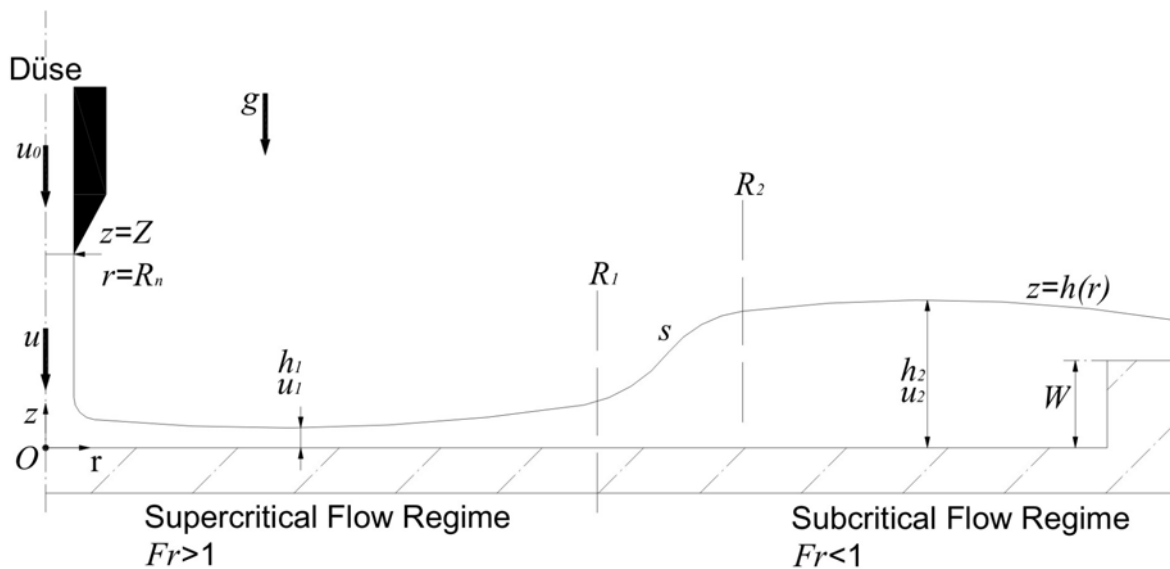




### 2.2.3 Der hydraulische Sprung

Der hydraulische Sprung bezeichnet eine stehende Welle in einer freien Grenzflächenströmung. Sie ist der Übergang von einem schießenden (supercritical flow regime) in ein fließendes (subcritical flow regime) Strömungsgebiet. Das Sprungkriterium ist durch die Froude-Zahl gegeben. Es gilt  $Fr > 1$  für den Bereich schießender Strömung,  $Fr = 1$  an der Sprungposition und  $Fr < 1$  für den Bereich fließender Strömungsgebiet. Im Fall der  $Fr=1$  entspricht die Wellengeschwindigkeit der Fließgeschwindigkeit.

Ziel der Betrachtung ist letztlich, die Frage nach dem Verlauf der freien Grenzfläche  $h(r)$ , wie er in Abbildung 2.3 skizziert ist, nach dem Austritt aus der Düse in Abhängigkeit von der Austrittsgeschwindigkeit  $u_0$  und der Wehrhöhe  $W$  zu beantworten. Die Höhe des Sprungs als Verhältnis der Fluidhöhe vor und hinter dem Sprung kann am ebenen Fall mit Hilfe der Bernoulli Gleichung und der Gleichung 2.2 für die Massenerhaltung bestimmt werden. Siehe hierzu etwa *Faukner 2000*.



**Abb. 2. 3** Prinzipskizze eines rotationssymmetrischen hydraulischen Sprung mit radialer Ausbreitungsrichtung nach einer Einteilung von *Bush 2003*.

Nach Gleichung 2.9 und 2.2 gilt:

$$h_1 u_1 = h_2 u_2 \quad \text{und} \quad \frac{u_1^2}{2} + gh_1 + \frac{p_1}{\rho} = \frac{u_2^2}{2} + gh_2 + \frac{p_2}{\rho}, \quad (2.21a) \text{ und } (2.21b)$$

Die Gleichungen 2.21 vereinfachen sich, sofern der Druck  $p_1$  dem Druck  $p_2$  entspricht, zu:

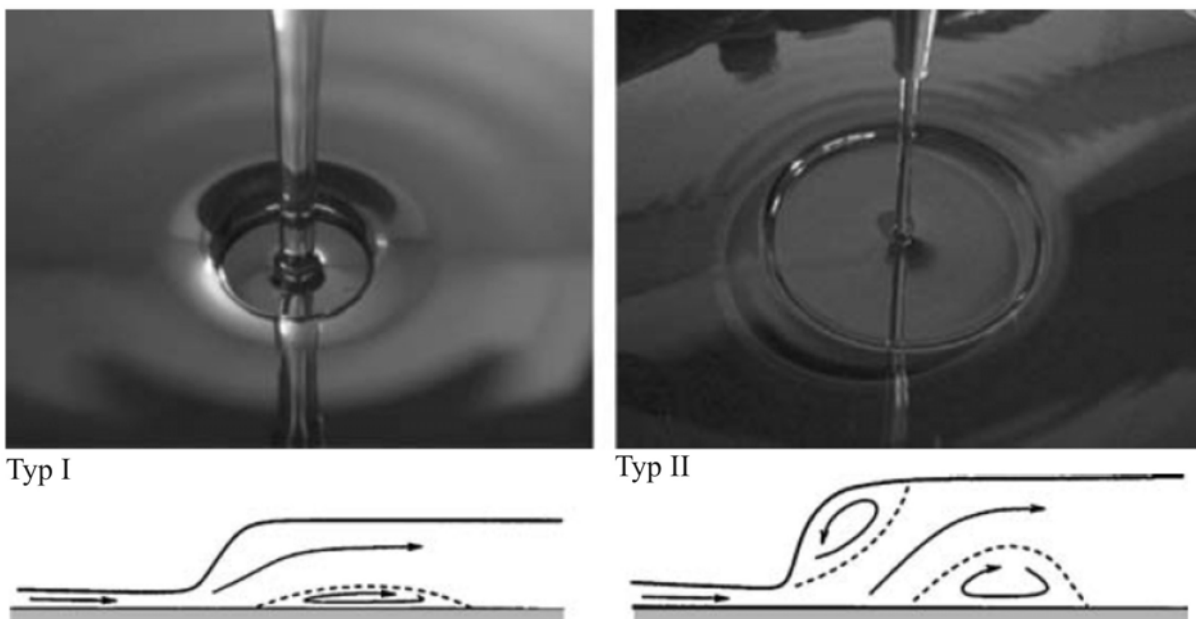
$$\frac{u_1^2}{2} + gh_1 = \frac{u_2^2}{2} + gh_2. \quad (2.22)$$

Das Lösen der quadratischen Gleichung und das Einbringen der in Gleichung 2.12b eingeführten Froude-Zahl  $Fr$  ergibt folgende Lösung für das Verhältnis der Fluidhöhen vor dem Sprung  $h_1$  und nach dem Sprung  $h_2$ .

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\sqrt{1 + 8Fr} - 1}{2}. \quad (2.23)$$

Der hydraulische Sprung mit einer radialen Ausbreitung der Strömung (*circular hydraulic jump*, CHJ) entsteht, wenn ein runder Freistahl auf eine ebene Fläche trifft. Dabei kann der Sprung verschiedene Formen annehmen. Die Abbildung 2.4 zeigt hierzu Aufnahmen eines CHJ in einem Wasserversuch, wie sie von *Bush 2003* aufgenommen wurden. Darunter ist der jeweilige Strömungsverlauf dargestellt. Der auftreffende Freistahl ist durch seine hohen Wärmetransportkoeffizienten nahe dem Staupunkt gekennzeichnet und wird deshalb vor allem zu Kühlzwecken eingesetzt, siehe hierzu beispielsweise *Stevens 1995*.

Der hydraulische Sprung wurde für Wasser bereits von einer Reihe von Forschungsgruppen auf der Basis der Theorie von *Watson 1964* untersucht, zum Beispiel durch *Lienhard 1993*, *Blackford 1996*, *Brecht 1999* und *Bush 2006*. Wobei sich der in *Kapitel 5* beschriebene Versuchsaufbau und der in *Kapitel 2.2.5* beschriebene numerische Ansatz an den Untersuchungen von *Stevens 1995* orientieren.



**Abb. 2. 4** Zwei Typen laminarer, stationärer hydraulischer Sprünge in viskosem Wasser. Typ I und II unterscheiden sich durch die Höhe des hinteren Abflusses. Sie wurden der Betrachtung von *Bush 2003* entnommen.

Für seine theoretische Betrachtung unterteilt *Kate 2007* den Verlauf der Oberfläche aus Abbildung 2.3 in drei Unterbereiche: Die Freistrah-Region (*free jet region*), die Auftreff-Region (*impingment region*) und die Wand-Region (*wall jet region*), von denen die Wandregion nochmals in fünf Bereiche eingeteilt werden kann: *boundary-layer-type flow* ( $S_1$ ), *fully-developed flow* ( $S_2$ )

und die Bereiche direkt vor ( $S_3$ ), während ( $S_4$ ) und hinter dem hydraulischen Sprung ( $S_5$ ). Die Position der Bereiche ist in Abbildung 2.5 dargestellt.

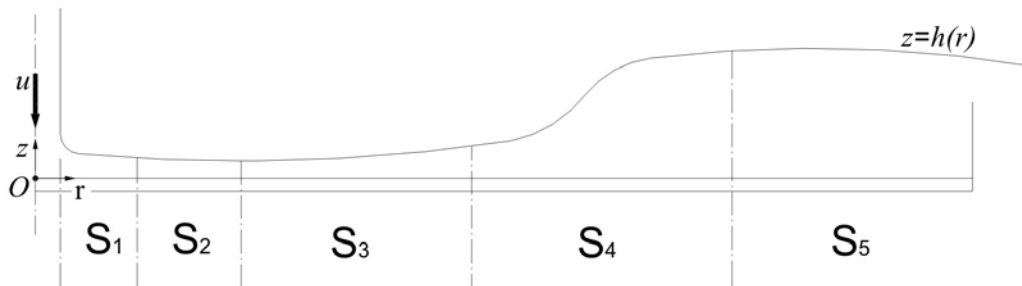


Abb. 2. 5 Einteilung der Wand-Region des hydraulischen Sprungs in Unterbereiche nach *Kate 2007*.

Während frühe theoretische Überlegungen von *Rayleigh 1914* die Viskosität vernachlässigen, entwickelt *Watson 1964* durch Hinzufügen der Grenzschichttheorie eine Reihe analytischer Beziehungen für den Sprungradius, die sowohl für laminare wie auch turbulente Strömungen gelten. Die Theorie wird durch das Formulieren einer radialen Oberflächenkraft entlang der freien Grenzfläche von *Bush 2003* ergänzt. Dabei ist der theoretische Ansatz für die Bestimmung der Fluidhöhe durch das Gleichgewicht statischer und dynamischer Drücke vor und hinter dem Sprung in folgender Weise gegeben:

$$\int_0^{h_2} \rho g \cdot z dz - \int_0^{h_1} \rho g \cdot z dz = \int_0^{h_1} \rho u^2 dz - \int_0^{h_2} \rho u^2 dz . \quad (2.24)$$

Für den ebenen Sprung ist diese Beziehung hinreichend, für den hydraulischen Sprung ist sie aber unvollständig, da radiale Komponenten der von der Oberflächenspannung hervorgerufenen Kräfte negiert werden. Die vollständige Formulierung der radialen Krümmungskraft hat nach *Bush 2003* folgende Form:

$$F_c = \int_S \sigma (\nabla \vec{n}) \cdot (\vec{n} \hat{r}) \cdot dS = -2\pi\sigma(h_2 - h_1) . \quad (2.25)$$

Darin beschreibt  $S$  eine Koordinate entlang der Grenzfläche. Berücksichtigt man den Aufbau der Grenzschicht, der mit der Sprungposition in Zusammenhang steht, gibt *Watson 1964* einen Koeffizienten zur Bestimmung des Radius  $r_v$  an, da die Grenzschichtdicke dort die Oberfläche erreicht. Diese Korrelation basiert auf einer Blasius-Ähnlichkeit und lautet:

$$r_v = 0,315a \cdot \text{Re}^{1/3} \quad \text{mit} \quad a = 2R_n . \quad (2.26)$$

Dabei ist  $a$  der Düsendurchmesser und  $\text{Re}$  die Reynolds-Zahl.

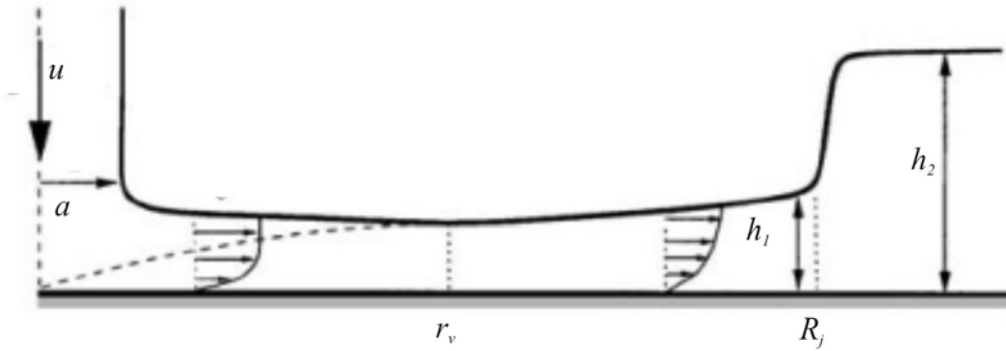


Abb. 2. 6 Grenzschichtaufbau beim hydraulischen Sprung nach *Univerdi 1992*.

Des Weiteren sind dann für die Sprungposition  $R_j$  zwei Beziehungen gegeben, abhängig davon, ob der Sprung vor oder hinter dem Radius  $r_v$  liegt. Sie lauten

für  $r < r_v$ :

$$\frac{R_j h_2^2 g a^2}{Q^2} + \frac{a^2}{2\pi^2 R_j h_2} = \frac{1}{\pi^2} - \frac{\left[560\pi \left(0,239 - \frac{2}{9}\right)\right]^{1/5}}{40\pi} \left(\frac{R_j}{a} \text{Re}^{-1/9}\right)^{9/5}, \quad (2.27)$$

und für  $r > r_v$ :

$$\frac{R_j h_2^2 g a^2}{Q^2} + \frac{a^2}{2\pi^2 R_j h_2} = \frac{200}{81,14^{1/4} (0,239\pi)^{9/4}} \left[ \left(\frac{R_j}{a} \text{Re}^{-1/9}\right)^{9/4} + \frac{(40(1 - 2 \cdot 0,239))}{(7\pi)^{1/4} (2 \cdot 0,239)^{5/4}} \right]^{-1}. \quad (2.28)$$

Hierin bezeichnet  $Q$  den volumetrischen Durchfluss in  $[\text{m}^3/\text{s}]$ . Watsons Theorie zeigt eine gute Übereinstimmung mit Experimenten, bei denen der Sprungradius zehnmal größer ist als die Fluidhöhe hinter dem Sprung ( $r_v > 10 h_2$ ), wie *Craik 1981* nachgewiesen hat. Für schwache Sprünge mit kleiner Änderung der Fluidhöhe während des Sprungs ist die Formulierung in den Gleichungen 2.26 und 2.27 nicht befriedigend, wie *Lienhard 1993* zeigt. Bush und Aristoff erweitern die Formulierung durch den Einfluss der Oberflächenspannung mit Hilfe der Bond-Zahl. Der Einfluss der Oberflächenspannung muss für den Fall berücksichtigt werden, dass

$$\frac{2}{B_0} \approx 1 \text{ gilt. Hierbei ist } B_0 = \frac{\rho g (h_2 - h_1)}{\sigma}. \quad (2.29)$$

Die von *Bush 2003* durchgeführte Erweiterung liefert folgende Zusammenhänge:

$$\frac{R_j h_2^2 g a^2}{Q^2} \left(1 + \frac{2}{B_0}\right) + \frac{a^2}{2\pi^2 R_j h_2} = 0,10132 - 0,1297 \left(\frac{R_j}{a}\right) \text{Re}^{-1/2} \quad \text{für } r < r_v, \quad (2.30)$$

$$\frac{R_j h_2^2 g a^2}{Q^2} \left(1 + \frac{2}{B_0}\right) + \frac{a^2}{2\pi^2 R_j h_2} = 0,01676 \left[ \left(\frac{R_j}{a}\right)^3 \text{Re}^{-1} + 0,1826 \right] \quad \text{für } r > r_v. \quad (2.31)$$

## 2.2.4 Übertragung auf Flüssigmetalle

Nach dem Flüssigmetallhandbuch für Blei und seine Legierungen, herausgegeben von der *OECD/NEA 2007*, sind die Hauptunterschiede zwischen Flüssigmetallen und anderen Fluiden die sehr viel höhere Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  [W/mK] und die vergleichsweise geringe spezifische Wärmekapazität  $c_p$  [J/(kgK)]. Vielfach ist auch die kinematische Viskosität  $\nu$  [m<sup>2</sup>/s] wesentlich kleiner als bei Luft oder Wasser, beispielsweise bei Blei, Blei-Wismut und Quecksilber. Deshalb können Flüssigmetalle durch ihre kleine Prandtl-Zahl charakterisiert werden:

$$\text{Pr} = \frac{\rho \nu \cdot c_p}{\lambda} = \frac{\nu}{\kappa} \approx O(10^{-2}), \text{ mit } \kappa = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p}. \quad (2.32)$$

Im Gegensatz zu Gasen oder leichten Flüssigkeiten hängt der Wärmebeiwert kaum vom Druck ab. Die geringe kinematische Viskosität hat auch sehr hohe Reynoldszahlen zur Folge, die schnell von der Ordnung  $10^5$  sind. Darüber hinaus zeichnen sich Flüssigmetalle durch eine hohe Oberflächenspannung aus, die erheblich über der des Wassers liegt.

## 2.2.5 Numerische Ansätze zur Berechnung freier Grenzflächen

Am Institut für Kern- und Energietechnik im Forschungszentrum in Karlsruhe werden neben den experimentellen auch eine Reihe von numerischen Untersuchungen zur freien Grenzflächenströmung bei Flüssigmetallen durchgeführt, so auch für den hydraulischen Sprung. Die numerische Analyse der freien Oberfläche des hydraulischen Sprungs wird mit dem CFD-Code *OpenFOAM* vorgenommen, der auf der Arbeit von *Hirt 1981* basiert. Es handelt sich dabei um eine Volume-of-Fluid (VoF) Methode. Zwei Fluide einer Schichtenströmungen erhalten die Werte (*indicator*) 1 und 0. Der Übergangsbereich charakterisiert durch den Übergangsparameter  $F$  erhält anteilige Werte zwischen 0 und 1. Die beiden Fluide werden also wie ein zusammenhängendes Fluid mit sich ändernden Parametern, die vom Parameter  $F$  abhängig sind, behandelt:

$$\rho = F \cdot \rho_1 + (1 - F) \cdot \rho_2, \mu = F \cdot \mu_1 + (1 - F) \cdot \mu_2. \quad (2.33)$$

Über diesen Ansatz kann es dazu kommen, dass die Oberfläche unscharf abgebildet wird, zumal in *OpenFOAM* keine Rekonstruktion durchgeführt wird. Um das numerische Verschmieren durch die Berechnung zu verhindern, wird der Massenerhaltung ein Unterdrückungsterm angefügt. Hierbei wird ein zentrales Differenzenverfahren angewandt, das durch die Gleichung 2.34 beschrieben wird:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \nabla(\vec{v}F) + \nabla(\vec{v}_r F(1 - F)) = 0. \quad (2.34)$$

Nach *Rusche 2002* ist  $\vec{v}_r$  der Verschmierung entgegengerichtet, steht also senkrecht auf dem eigentlichen Geschwindigkeitsfeld  $\vec{v}$ . Dabei wird  $\vec{v}_r$  über die Geschwindigkeit  $\vec{v}$  und den Faktor  $K_c = 1,5$  und den Normalenvektor auf der Oberfläche  $\vec{n}$  definiert:

$$\vec{v}_r = K_c \cdot \vec{n} \cdot \max(\vec{n} \cdot \vec{v}). \quad (2.35)$$

Die Oberflächenspannung wird durch eine Oberflächenkraft nach dem Modell von *Brackbill 1992* im Übergangsbereich eingebracht. Sie ist abhängig von der Krümmung  $H$  und der Oberflächenspannung  $\sigma$ : Dies führt zu folgender Formulierung

$$F_c = \sigma \cdot H \cdot \nabla F, \text{ mit } H = \nabla \left( \frac{\nabla F}{|\nabla F|} \right) \quad (2.36)$$

Das Zusammenwirken einer turbulenten Strömung mit einer freien Grenzfläche stellt die eigentliche Herausforderung in der numerischen Simulation des hydraulischen Sprungs dar. Die meisten existierenden numerischen Modelle zur Beschreibung der Turbulenz werden auf einphasige Strömungen angewandt und können die Strömung nahe der freien Grenzfläche nicht adäquat wiedergeben. Verwendet wird hier ein  $k$ - $\varepsilon$ -Modell und die Werte für die turbulente kinetische Energie  $k$  und deren Dissipation  $\varepsilon$  am Einlass durch folgende Beziehung approximiert:

$$k \approx \frac{3}{2} (\bar{v}')^2, \varepsilon = C_\mu^{3/4} \frac{k^{3/2}}{l}, \quad (2.37)$$

mit den Konstanten  $C_\mu = 0,09, l = 0,007a$ .

Das Verhältnis aus der Geschwindigkeitsschwankung  $v'$  und einer Referenzgeschwindigkeit  $v_{Ref}$  wird Turbulenz-Intensität genannt und kann nach Versteeg 1995 durch Gleichung 2.38

$$\frac{|\bar{v}'|}{|\bar{v}_{ref}|} = 0,16 \text{Re}_a^{1/8}. \quad (2.38)$$

berechnet werden.

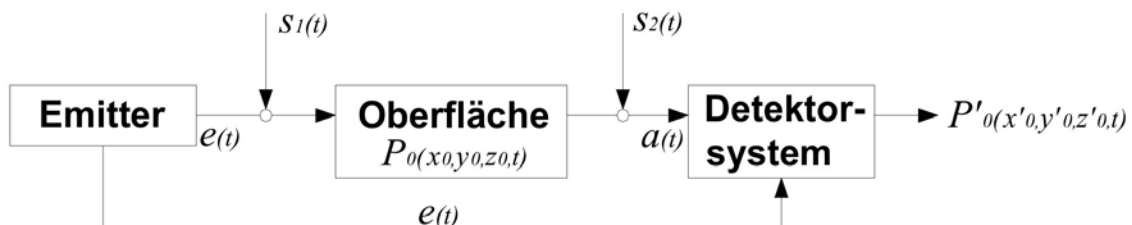
### 3. Experimentelle Erfassung freier Grenzflächen

Die Auswahl eines Messverfahrens zur experimentellen Erfassung freier Grenzflächen bei Flüssigmetallen richtet sich nach den in *Kapitel 1.2* aufgeführten Rahmenbedingungen. Die Betrachtung der in Frage kommenden Messverfahren schließt nur Verfahren ein, die die Strömung während der Messung nicht beeinflussen, also non-invasiv sind. Invasive Verfahren zur Erfassung von freien Grenzflächen sind in der Hydrostatik, etwa in Form von Füllstandmessern, gebräuchlich. Da sich in der Literatur keine Verfahren finden, die sich speziell der Erfassung freier Grenzflächen bei Flüssigmetallen widmen, muss eine solche Messtechnik entweder neu entwickelt werden oder ein bestehendes Verfahren für eine Anwendung auf Flüssigmetalloberflächen modifiziert werden. Deshalb wird zunächst eine allgemeine Betrachtung non-invasiver Verfahren zur Erfassung einer 3-dimensionalen, spiegelnden Oberfläche durchgeführt. Die Betrachtung umfasst sowohl die einfache Abstandsmessung wie auch die Bestimmung der Kontur einer Oberfläche. Des Weiteren konzentriert sich die Betrachtung auf das Ermitteln der Messwerte, nicht aber auf deren Verarbeitung. Nicht betrachtet werden Verfahren, die aus Gründen der Sicherheit und Handhabbarkeit eine Weiterentwicklung unnötig erschweren, wie z.B. Röntgenstrahlen.

#### 3.1. Non-invasive Verfahren zur Erfassung 3-dimensionaler Oberflächen

Non-invasive Messverfahren besitzen einen grundlegenden gemeinsamen Aufbau, wie er durch die in *Abbildung 3.1* skizzierte Messkette dargestellt ist.

- Ein oder mehrere Emittierer senden ein Signal  $e(t)$  zur unbekannten Oberfläche  $P_0$ , das von dieser gemäß ihrer Beschaffenheit verändert wird. Dabei wird das Signal auf seinem Weg  $s_i(t)$  gestört.
- Ein Detektorsystem erfasst das veränderte Signal  $a(t)$  und ermittelt mit Hilfe des Eingangssignals mit verfahrensabhängiger Genauigkeit über die oberflächenspezifische Veränderung im Ausgangssignal ein Bild der Oberfläche  $P'_0$ .



**Abb. 3.1** Grundlegender Aufbau eines non-invasiven Messsystems zur Erfassung eines instationären ( $t$ ), diskreten Punktes  $P_0(x_0, y_0, z_0)$ .



Aus dem gemeinsamen Aufbau ergibt sich auch eine gemeinsame Forderung für non-invasive Messverfahren: Es muss sichergestellt sein, dass das Signal vom Detektor erfasst werden kann. Dies ist im Fall spiegelnder Oberflächen oder schwer zugänglicher Geometrien nicht per se gegeben. Emitter-Detektor-Systeme können nach Funktionsprinzipien unterschieden werden, die ein Trägermedium wie zum Beispiel Gas brauchen, um ein Signal zu senden oder zu empfangen, und solchen, die ohne ein Trägermedium auskommen. Sie behalten ihre Funktionalität auch in Vakuum bei. Die bekanntesten Anwendungen eines Funktionsprinzips mit einem Trägermedium sind die Abstands- und Geschwindigkeitsmessung mittels longitudinalen Schallwellen, dem Ultraschall. Ohne Trägermedium arbeiten im Wesentlichen Funktionsprinzipien auf der Basis elektromagnetischer Wellen.

### 3.1.1. Ultraschall

Der wichtigste Vertreter einer non-invasiven Messtechnik unter Verwendung eines Trägermediums sind Ultraschallverfahren. Sie werden unterteilt in Abstands- und Geschwindigkeitsmessung, sowie in Laufzeit- und Ultraschall-Doppler-Verfahren. Zusätzlich werden Ultraschallverfahren nach gepulster und kontinuierlicher Schallemission unterschieden. Die Abstandsmessung ist ein gängiges Verfahren der Materialprüfung, um Schichtdicken zu überprüfen oder Risse im Material oder in Schweißnähten zu lokalisieren. Dabei wird der Schallimpuls ( $O(f)=Mz$ ) mit der Schallgeschwindigkeit  $c$  an einer Phasengrenze teilweise oder ganz reflektiert und der Abstand über die Laufzeit von Emitter zu Detektor ermittelt. Das Trägermedium ist hierbei das zu prüfende Material. Bei der Abstandsmessung mittels Ultraschall sind Emitter und Detektor in einem Bauteil zusammengefasst.

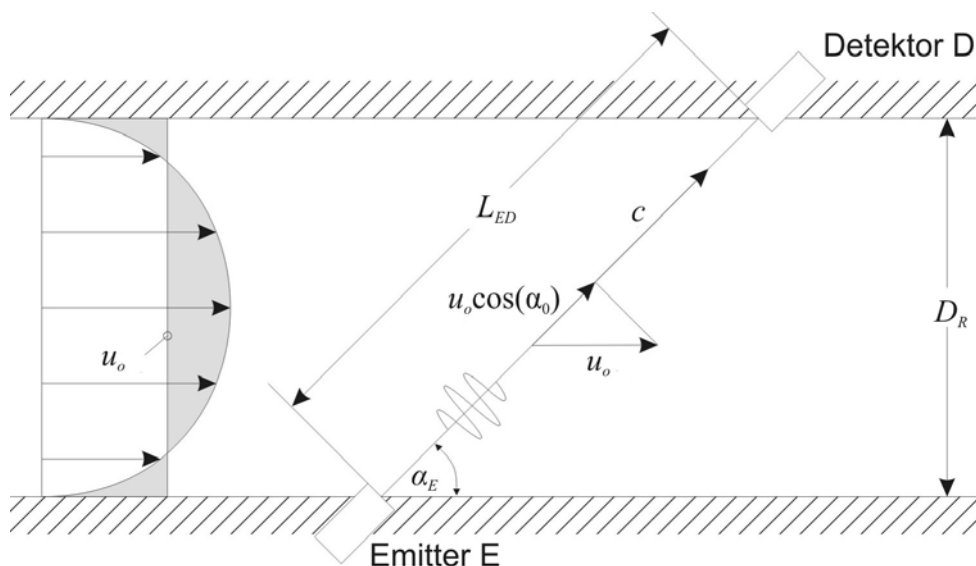


Abb. 3. 2 Prinzipskizze eines Ultraschalllaufzeitverfahrens zur Messung der mittleren Geschwindigkeit in einer Rohrströmung nach Takeda 1986.

Im Fall von Fluiden nimmt die Geschwindigkeit des durchschallten Mediums Einfluss auf die Laufzeit. Wie beispielsweise von Lefthalm 2005 oder von Gaetke 1991 kann der in Abbildung

3.2 verdeutlichte Einfluss der mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u_0$  auf die Laufzeit  $t_{ED}$  wie folgt formuliert werden:

Bei ruhendem Fluid wandert das Signal mit der Schallgeschwindigkeit  $c$  von Emitter E zum Detektor D und legt dabei die Strecke  $L_{ED}$  zurück, woraus sich seine Laufzeit  $t_{ED}$  ergibt:

$$t_{ED} = \frac{L_{ED}}{c}, \text{ für } u_0 = 0. \quad (3.1)$$

Strömt jedoch das Medium mit der mittleren Geschwindigkeit  $u_0$ , so wird das Signal um den Anteil der Projektion dieser Geschwindigkeit auf die Messstrecke beschleunigt. Dementsprechend wird ein Signal auf dem Weg von D nach E um den gleichen Betrag verlangsamt. Die mittlere Geschwindigkeit des Fluids zwischen E und D, die sich aus der Differenz der entsprechenden Zeiten  $t_{ED}$  und  $t_{DE}$  ergibt, kann berechnet werden. Es gilt:

$$t_{ED} = \frac{L_{ED}}{c + u_0 \cos \alpha_E} \text{ und } t_{DE} = \frac{L_{ED}}{c - u_0 \cos \alpha_E}, \text{ für } u_0 \neq 0. \quad (3.2a)(3.2b)$$

$$\Rightarrow u_0 = \frac{c^2}{2L_{ED} \cos \alpha_E} \cdot \Delta t, \text{ mit } \Delta t = t_{ED} - t_{DE}, \text{ für } \left(\frac{u_0}{c}\right) \ll 1. \quad (3.3)$$

Hierbei ist  $\alpha_E$  der Winkel und  $\Delta t$  ein Laufzeitunterschied. Dieser Effekt muss bei einer Messung der freien Grenzfläche berücksichtigt werden. Die mittlere Geschwindigkeit der Grundströmung muss bei der Abstandsmessung der freien Grenzfläche bekannt sein.

Ultraschall-Doppler-Verfahren eröffnen die Möglichkeit auch die Geschwindigkeitsverteilung in einer Strömung zu messen. Die Messtechnik wurde erstmals von *Takeda 1986* zur Strömungsgeschwindigkeitsmessung implementiert und ist bei *Jensen 1996* detailliert dargestellt. Sie basiert auf der Auswertung der Partikelbewegungen, wie sie in realen Fluiden vielfach zu finden sind. Dies gilt im besonderen Maße für Flüssigmetallströmungen, in denen Partikel durch Oxide, Schmutzpartikel und ausgefallenen Legierungsbestandteilen in großer Zahl vorkommen. Eine Anwendung auf die Vermessung einer freien Grenzfläche bringt aber im Vergleich zur einfachen Laufzeitmessung keine Verbesserung. Der Vorteil der Ultraschall-Anwendungen ist die Übertragbarkeit über weite Entfernungen hinweg in Medien wie dichten Flüssigkeiten oder Festkörpern, die für Licht undurchdringlich sind.

### 3.1.2. Funktionsprinzipien auf der Grundlage elektromagnetischer Wellen

Elektromagnetische Wellen benötigen kein Trägermedium. Die Abbildung 3.3 zeigt das Spektrum elektromagnetischer Wellen. Es vermittelt eine Übersicht der gängigen Bezeichnung elektromagnetischer Wellenbereiche abhängig von deren Wellenlänge. Der Einsatz elektromagnetischer Wellen als Informations- oder Signalträger findet auch im Alltag vielfache Anwendung. Die für die optische Messtechnik erheblichen Eigenschaften sind im *Anhang F* detailliert dargestellt, wobei sich der Begriff der optischen Messtechnik auf den Bereich sichtbaren Lichts innerhalb des Spektrums elektromagnetischer Wellen bezieht.

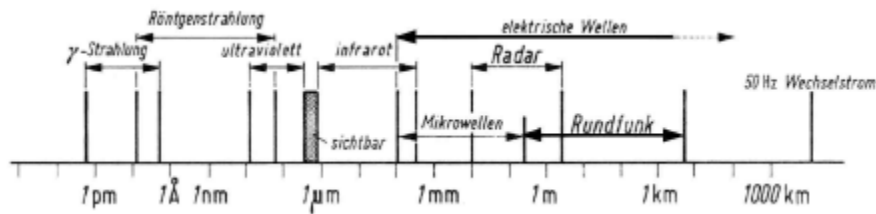


Abb. 3. 3 Elektromagnetisches Spektrum nach Brewer 2007.

### 3.1.2.1. Trigonometrische Verfahren

Beim grundlegenden Aufbau eines trigonometrischen Sensors, der in Abbildung 3.4 dargestellt ist, sind Emittor und Detektor fest zueinander angeordnet. Ein Laserstrahl wird auf eine unbekannte Oberfläche mit dem Abstand  $D_i$  gerichtet, an der er diffus reflektiert wird. Eine Linse fokussiert einen Teil des reflektierten Lichts auf ein Sensorfeld. Aus der Position des beleuchteten Feldteils wird der Abstand  $D_i$  des Messsystems zur Oberfläche bestimmt.

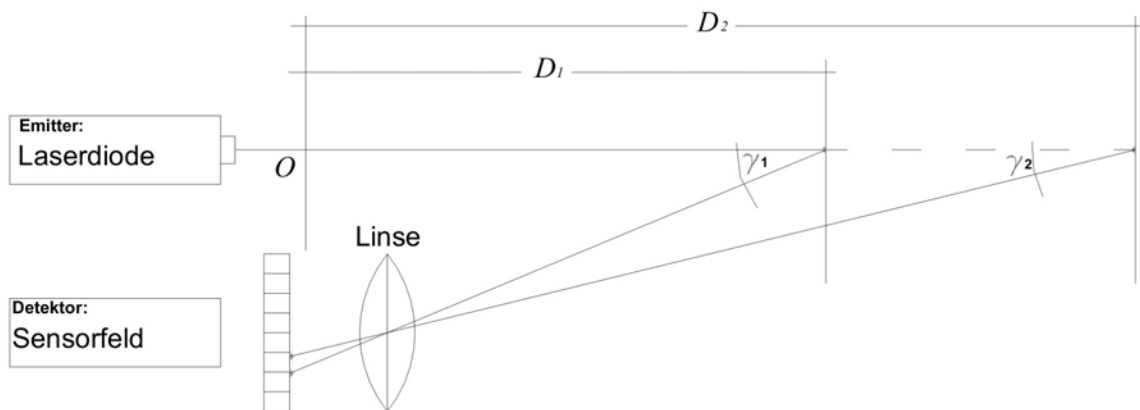


Abb. 3. 4 Prinzipskizze eines trigonometrischen Abstandssensors.

Das Sensorfeld besteht im Regelfall aus einer linienförmigen Anordnung von Laserdioden. Das Messverfahren ist durch seine räumlichen Abmessungen in seinem Messbereich beschränkt. Es wird üblicherweise nur auf diffus reflektierende Oberflächen angewandt, um die sichere Beleuchtung des Sensorfelds zu gewährleisten.

Bei der Erfassung einer Oberfläche wird ein in Abbildung 3.5 dargestellter Aufbau verwendet. Ein Scanner verfährt einen Laserstrahl über eine unbekannte Oberfläche; eine Kamera erfasst die diffuse Reflektion auf der Oberfläche. Analog zur Abbildung 3.4 ist eine bekannte Positionierung der Kamera zum Scanner erforderlich um den Abstand bestimmen zu können. Die Detektion der Oberfläche erfolgt relativ zu einer bekannten Referenzebene, die zwischen der Oberfläche und dem Messsystem liegt.

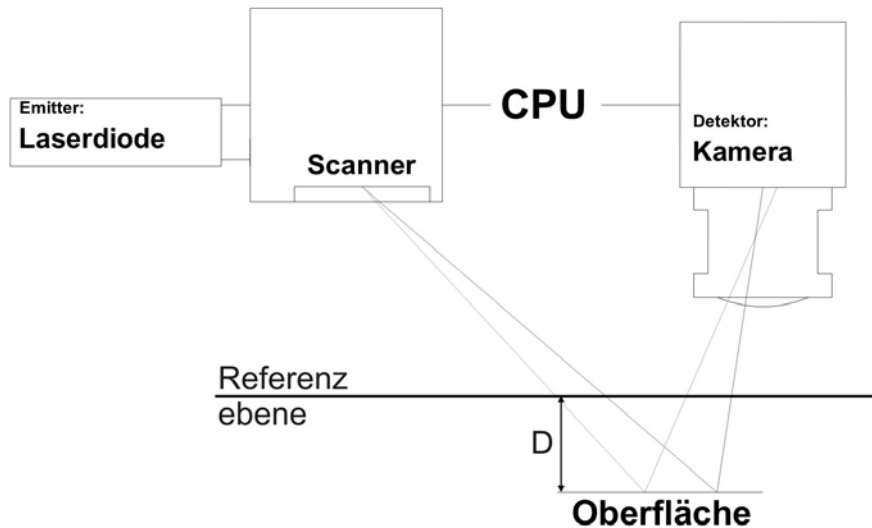


Abb. 3. 5 Trigonometrische Oberflächenerfassung mittels eines Scanners und einer Digitalkamera.

### 3.1.2.2. Time of Flight – Methode

Beim Flugzeitverfahren, dem so genannten Time of Flight, abgekürzt ToF-Verfahren, wird die Laufzeit eines Lichtimpulses gemessen. Dabei sind ToF-Verfahren in ihrem Funktionsprinzip prinzipiell nicht auf elektromagnetische Wellen beschränkt. Die Abstandsmessung mittels Ultraschall entspricht bezüglich des Funktionsprinzips ebenfalls einem ToF-Verfahren.

Die Aufnahme- und Verarbeitungsgeschwindigkeit setzt hohe Anforderungen an die signalverarbeitenden Komponenten. Andererseits bestimmt die hohe Messgeschwindigkeit auch die Attraktivität des Verfahrens. Eine detaillierte Beschreibung kann zum Beispiel *Mühlmann 2002* entnommen werden. Ein bekanntes Anwendungsbeispiel für ein ToF-Verfahren ist die Geschwindigkeitsmessung von Fahrzeugen im Straßenverkehr mittels einer Radarpistole.

### 3.1.2.3. Interferenz-Verfahren

Zwei zur Überlagerung gebrachte Lichtstrahlen der gleichen Frequenz erzeugen ein Interferenzmuster. Für gleiche Amplituden tritt das Interferenzmuster besonders deutlich hervor. Charakterisiert wird diese Überlagerung durch eine Phasenverschiebung. Ist die Phasenverschiebung konstant, bezeichnet man das Licht der beiden Strahlen als kohärent. Bekannte Experimente sind der Youngsche Doppeltspaltversuch oder Haidinger Ringe, wie sie in Abbildung 3.6 dargestellt sind. Eine umfassende Beschreibung von Interferenzphänomenen und den auf ihnen basierenden Anwendungen findet sich zum Beispiel bei *Hecht 2005*.

Bei Anwendungen zur Erfassung von Oberflächen wird das von der Oberfläche reflektierte Licht mit kohärentem Licht überlagert. Aus dem entstehenden Interferenzmuster wird die Phasenverschiebung ermittelt. Dieses Funktionsprinzip wird als Weißlicht-Interferometrie bezeichnet. Der absolute Abstand zwischen Messsystem und –objekt kann nicht gemessen

werden, da nur relative Höhenunterschiede erfasst werden können. Für kleine Höhenunterschiede ( $< \lambda/2$ ) können hochgenaue Topographien ermittelt werden. Durch die Verwendung von Lichtquellen hoher Wellenlängenbandbreite kann der Messbereich über eine differenzierte Auswertung der einzelnen Wellenlängen erweitert werden. Interferenz-Verfahren finden Anwendung bei der hochgenauen Vermessung einfacher spiegelnder Oberflächen, wie zum Beispiel gekrümmter Spiegel. Für komplexere Oberflächen mit großen Höhenunterschieden ist ihre Anwendung aufgrund der Mehrdeutigkeit der Messergebnisse nicht praktikabel.

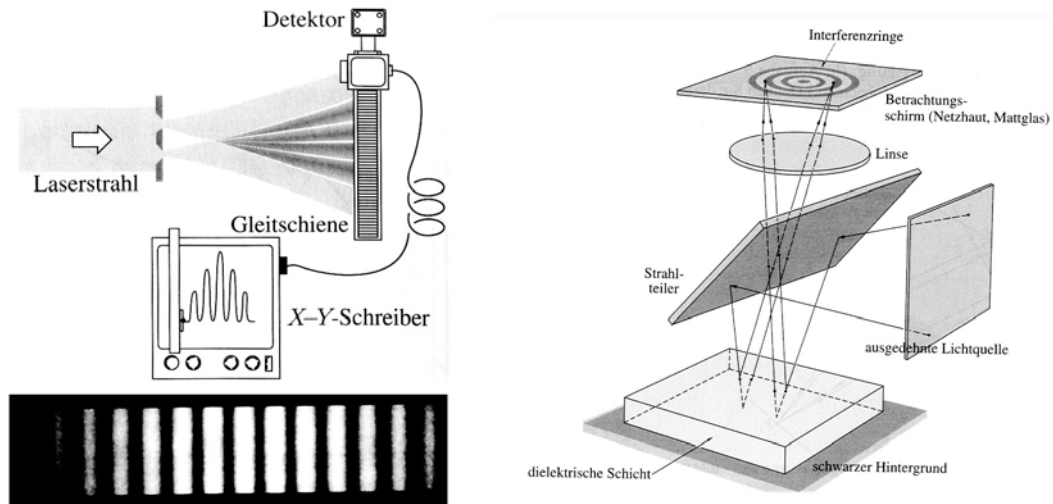


Abb. 3. 6 Klassische Experimente zur Interferenz: Doppelspalt (links) und Haidingerringe (rechts), dem Lehrbuch von Hecht 2005 entnommen.

### 3.1.2.3.1. Kohärenztomographie

Anwendungen zur Erfassung von Oberflächen über die Ermittlung der Phasenverschiebung werden als Kohärenztomographie bezeichnet. Sie wird hauptsächlich in der medizinischen Diagnostik eingesetzt (OCT, Optical Coherence Tomography). Der grundlegende Aufbau entspricht dem des Michelson-Interferometers, wie er in Abbildung 3.7 skizziert ist.

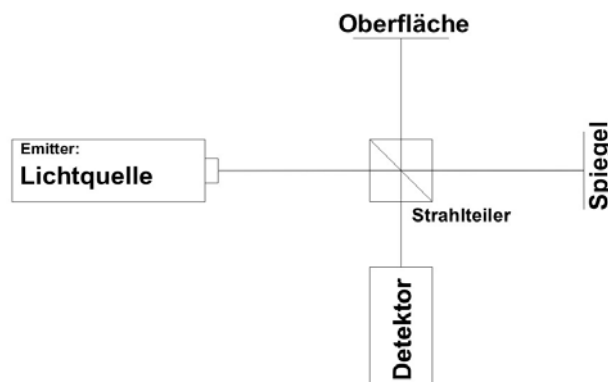


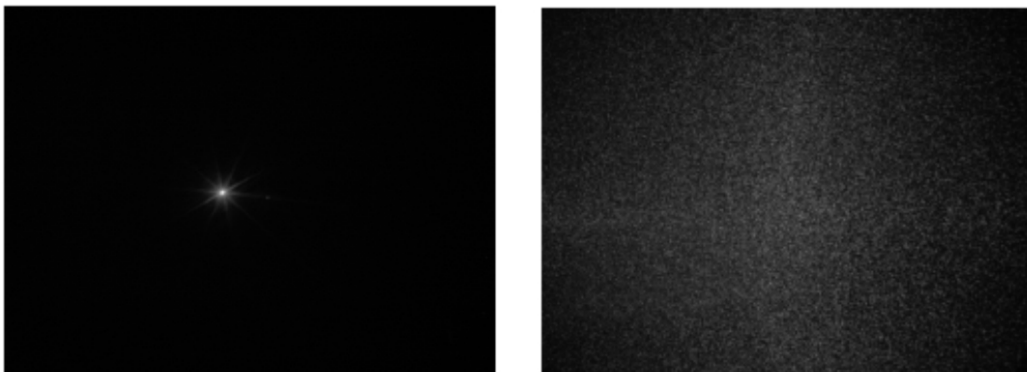
Abb. 3. 7 Kohärenztomographie auf der Basis des Michelson-Interferometer.

---

Um eine dreidimensionale Oberfläche erfassen zu können, muss zusätzlich ein Scanvorgang im Messablauf realisiert werden. Messsysteme in der Kohärenztomographie werden auch nach ihrem Funktionsprinzip in Zeit- beziehungsweise Frequenzbereich (Fourierspektroskopie) unterschieden. Ein Beispiel für die Anwendung der OCT ist der Kohärenzradar beziehungsweise „*spectral radar*“ zur Untersuchung der Oberflächenstruktur der menschlichen Haut. Dieser Anwendung widmen sich *Andretzky 1998* und *Ettl 1998* umfassend in ihren Arbeiten.

### 3.1.2.3.2. Speckle-Interferometrie

Die Speckle-Interferometrie beruht auf dem Speckle Effekt. Trifft ein Laserstrahl auf eine diffus reflektierende Oberfläche, kommt es zur Überlagerung vieler Teilstrahlen zufälliger Phasen und zur Ausbildung eines Fleckenmusters, das in Abbildung 3.8 dargestellt ist. Die hellen Flecken werden als *Speckles* bezeichnet. Bei der Überlagerung des optischen Feldes mit einer Referenzwellenfront entsteht ein Speckle-Interferogramm, aus dem die Information über die lokale Geometrie der Oberfläche abgeleitet werden kann. Voll ausgebildete Speckles entstehen nach *Riemenschneider 2004* für Rauigkeitswerte  $R_q \geq \lambda/2$ . Damit ist die Speckle-Interferometrie in ihrer Anwendung auf raue Oberflächen beschränkt.



**Abb. 3. 8 Laserpunkt auf einem Schirm, der von einem Spiegel reflektiert wurde (links) und von einer rauhen Aluminiumplatte (rechts), aufgenommen von *Riemenschneider 2004*.**

### 3.1.2.3.3. Holographische Verfahren

Das grundlegende Problem photographischer Verfahren ist die Abbildung dreidimensionaler Strukturen auf einen zweidimensionalen Raum in Form einer Photographie. Ein Photo informiert den Betrachter über die Bestrahlungsstärke, nicht aber über die Phase der vom Objekt ausgehenden Welle. Bei der Holographie wird sowohl die Amplitude der Lichtwellen, wie die Phase bestimmt, um damit ein dreidimensionales Abbild der untersuchten Oberfläche zu rekonstruieren, siehe beispielsweise *Hecht 2005*.

Die Holographie besteht aus zwei Prozessschritten: Der Aufzeichnung und der Rekonstruktion. Sie sind in der Abbildung 3.9 dargestellt. Während der Aufzeichnung wird das Objekt mit monochromatischem Licht beleuchtet und das reflektierte Licht  $E_0$  mit einer

Referenzwelle  $E_B$  auf einer photoempfindlichen Ebene überlagert ( $\Sigma_H$ ). Auf der Ebene entsteht ein Interferenzmuster, das auch Nebenband-Fresnelhologramm genannt wird.

Hat das Rekonstruktionslicht  $E_R$  dieselbe Wellenlänge wie das Aufzeichnungslicht, dann erscheint das virtuelle Bild ohne Verzerrung an der ehemals vom Gegenstand eingenommenen Position. Die holographische Interferometrie baut auf diesem Grundprinzip auf. Es werden drei Methoden zur Erfassung von Oberflächen unterschieden:

- **Doppelbelichtungsmethode:** Unterliegt das Objekt einer zeitlichen Veränderung, kann diese Veränderung durch eine zweimalige Beleuchtung und Aufzeichnung im gleichen Hologramm erfasst werden. Die Veränderung ergibt sich aus dem Interferenzmuster der sich überlagernden Rekonstruktionswellen.
- **Echtzeitmethode:** Es wird ein Hologramm des Anfangszustandes des Objektes angefertigt und das virtuelle Bild mit dem Objekt zu Überlagerung gebracht. Setzt eine Veränderung am Objekt ein, kann diese durch erneute Aufzeichnung der überlagerten Anordnung ermittelt werden.
- **Zeitgemittelte Methode:** Bei Objekten, die mit hoher Frequenz und kleiner Amplitude schwingen, wird die Belichtungszeit erhöht. Die Überlagerung der Bewegung im Hologramm, lässt stationäre Bereiche deutlich hervortreten. In der Industrie ist die holographische Materialprüfung weit verbreitet, wie zum Beispiel zur Schallreduktion bei Autoantrieben.

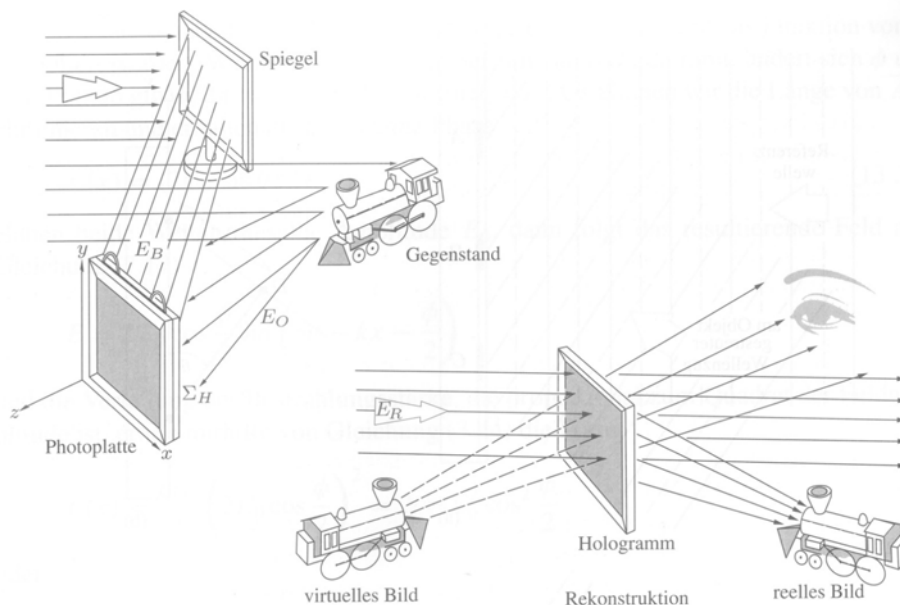


Abb. 3. 9 Prinzipskizze zu Holographie-Verfahren: 1. Aufzeichnung (links), 2. Rekonstruktion (rechts), entnommen bei Hecht 2005.

### 3.1.2.4. Projektionsverfahren mit strukturiertem Licht

Strukturiertes Licht meint in Abgrenzung zur Interferenz, bei der durch Überlagerung des diffus reflektierten Lichts mit einer Referenzwelle eine charakteristische Strukturierung aufgeprägt

wird, die Codierung der Lichtquelle vor dem Auftreffen auf die zu untersuchende Oberfläche. Das auf die Oberfläche projizierte Lichtmuster oder Projektionsmuster kann geometrisch, über die Wellenlänge und über die Intensität codiert sein. Projektionsverfahren sind nicht auf diffus reflektierende Oberflächen beschränkt, sondern richteten ihr Augenmerk vielmehr auf die Anwendung auf direkt reflektierende beziehungsweise spiegelnde Oberflächen. Hinsichtlich der übergeordneten Absicht in der dargestellten Betrachtung von Verfahren zur Erfassung von Oberflächen, werden in der Folge nur Anwendungen für spiegelnde Oberflächen behandelt.

Projektionsverfahren können in direkte und indirekte Verfahren unterteilt werden. Beide Methoden besitzen ein gleiches Aufbauschema, das in Abbildung 3.10 dargestellt ist.

- Bei direkten Projektionsverfahren wird das Projektionsmuster direkt auf die Oberfläche projiziert, das reflektierte Licht mit einer Kamera auf einem Schirm beobachtet. Durch die Form der Oberfläche wird das projizierte Muster bei der Spiegelung verzerrt. Die Verzerrung wird zur Bestimmung der Oberflächenstruktur herangezogen.
- Bei indirekten Projektionsverfahren wird das Projektionsmuster auf den Schirm projiziert. Die Kamera ist auf die spiegelnde Oberfläche gerichtet und betrachtet die Spiegelung des Schirms auf der Oberfläche.

Bei einem Projektionsverfahren wird die dreidimensionale Information der Oberfläche in die zweidimensionale Schirmebene projiziert. Die Eindeutigkeit der Messergebnisse ist also bei Projektionsverfahren nicht von vornherein gegeben. Sie muss je nach Verfahren durch zusätzliche Informationen wiederhergestellt werden. Solche Informationen können beispielsweise die Kenntnis über die Randabmessungen des Messobjekts sein, um den Skalierungsfaktor zu bestimmen, oder die Kenntnis der Sollkrümmung (von Linsen), um durch Messung die Abweichung vom Sollwert zu bestimmen (Qualitätsprüfung).

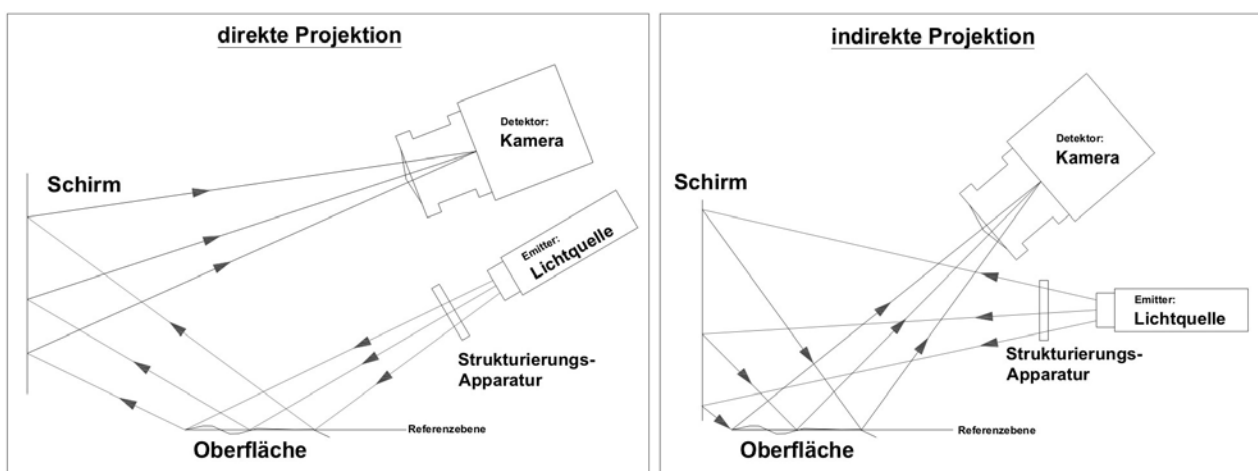


Abb. 3. 10 Schematische Darstellung direkter (links) und indirekter (rechts) Projektionsverfahren.



### 3.1.2.4.1. Laserlichtschnitt-Methode

Der Laserlichtschnitt stellt die einfachste Form eines Projektionsverfahrens dar. Ein Laserstrahl wird über einen Glaszylinder zu einer Ebene aufgeweitet und diese auf eine Oberfläche projiziert. Die Anwendung auf spiegelnde Oberflächen eignet sich besonders für Oberflächen, die eine parallele Ausrichtung der Oberflächenstruktur mit gestuften Höhenunterschieden aufweisen, zum Beispiel parallele Kanäle oder Riefen. Die Laserlinie wird dann gemäß Abbildung 3.11 senkrecht zum Strukturverlauf projiziert. Damit können die relativen Höhenunterschiede ermittelt werden. Unter Kenntnis einer Referenzebene relativ zum Schirm, können die Höhenunterschiede absolut erfasst werden. Als problematisch erweist sich dabei die genaue Positionierung der Komponenten zueinander, die die Genauigkeit des Verfahrens unmittelbar beeinflusst. Das Laserlichtschnittverfahren ist ein direktes Projektionsverfahren.

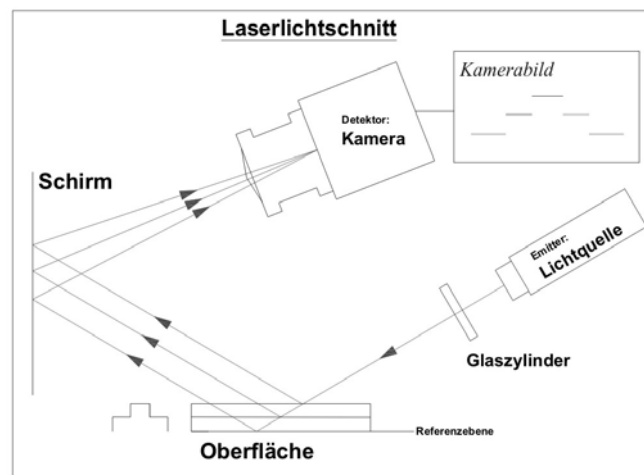


Abb. 3. 11 Laserlichtschnittverfahren zur Erfassung einer gestuften spiegelnden Oberfläche. Die Laserlinie steht senkrecht zur Oberflächenstruktur.

### 3.1.2.4.2. Streifen- oder Fringe-Projektion

Ein wichtiger Vertreter der indirekten Projektionsverfahren ist die Streifen oder Fringe-Projektion. Im deutschen Sprachraum wird auch der Begriff *Phasenmessende Deflektometrie* wie zum Beispiel bei *Knauer 2004* gebraucht. Bestehende Anwendungen dienen der Ausmessung unbewegter spiegelnder Objekte. Dabei wird die Spiegelung eines Streifenmusters mit sinusförmiger Intensitätsabstufung auf dem Objekt beobachtet. Abbildung 3.12 zeigt das Funktionsprinzip der Streifenprojektion.

Eine der Genauigkeit und Eindeutigkeit zuträgliche Weiterentwicklung ist die phasenverschobene oder *Phase-Shifted Fringe-Projektion*. Das bedeutet, dass das sinusförmige Projektionsmuster mit konstantem Phasenunterschied verschoben wird. Üblicherweise ist der Phasenunterschied ( $\varphi$ ) zwischen den aufgenommenen Bildern  $\varphi = \pi/2$ . Die Abbildung 3.13 zeigt an einem Beispiel schematisch das Verfahren. Details können der Arbeit von *Chen 2005* entnommen werden.

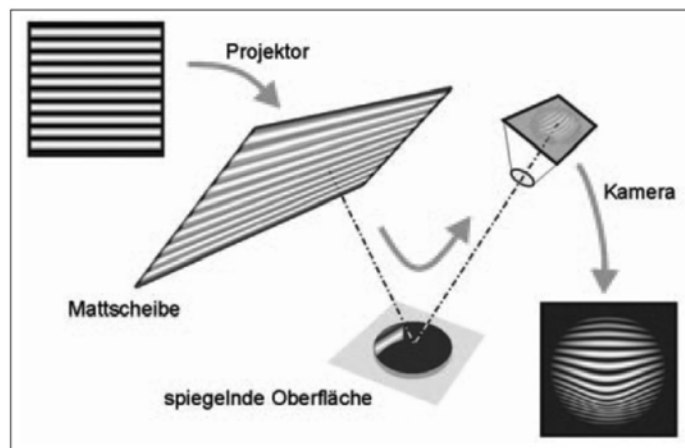


Abb. 3. 12 Phasenmessende Deflektromtrie nach *Knauer 2004*.

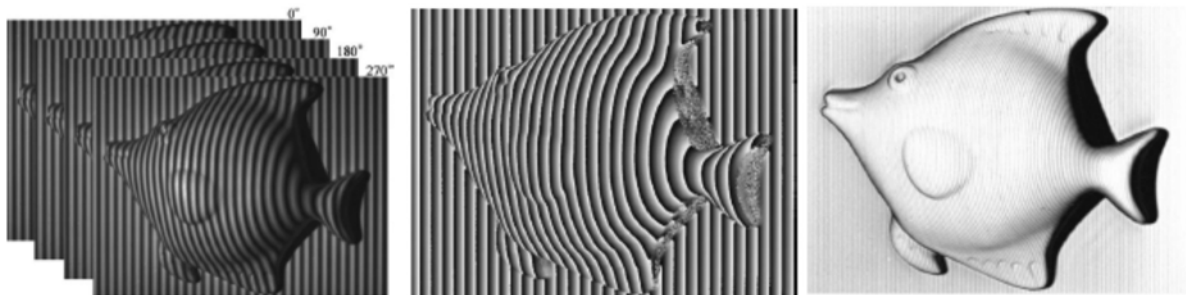


Abb. 3. 13 Entwicklung eines dreidimensionalen Modells durch Überlagerung der Aufnahmen aus einer Messung nach dem Phase-Shifted Fringe-Projection verfahren nach *Chen 2005*.

### 3.2. Rasterreflexions-Photogrammetrie

Bei der aktiven Rasterreflexions-Photogrammetrie werden zwei Referenzebenen eingesetzt, die über die spiegelnde Oberfläche von einer Kamera beobachtet werden. Der Schirm wird von der einen zur andern Referenzebene über eine Linearpositioniereinheit bewegt und die Kamera hält die Bewegung fest. Durch das Projektionszentrum und den Bildpunkt sowie durch die beiden beobachteten Punkte auf den Referenzebenen werden zwei Geraden im Raum definiert, deren Schnittpunkt der gesuchte Oberflächenpunkt ist. Der Aufbau ist in Abbildung 3.14 skizziert.

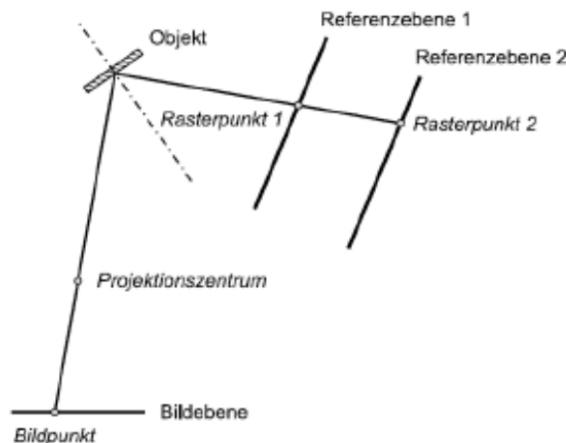
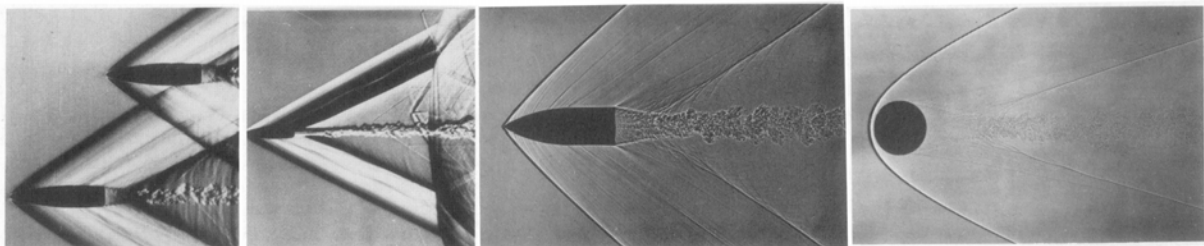


Abb. 3. 14 Aktive Rasterreflexions-Photogrammetrie mit einer Kamera und zwei Referenzebenen nach *Petz 2004*.

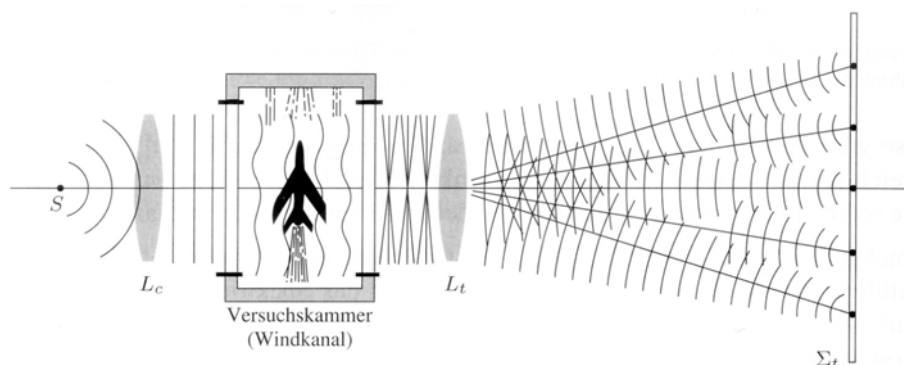
Bei der passiven Rasterreflexions-Photogrammetrie wird die Spiegelung einer Referenzstruktur von zwei Kameras aufgezeichnet. Bei der namensgebenden Referenzstruktur handelt sich um ein Raster quadratischer Strukturen, die nach Farbe und Intensität codiert sind, siehe *Petz 2004*.

### 3.3. Spezielle Verfahren in der Strömungsmechanik

Verfahren der optischen Strömungsmesstechnik dienen in erster Linie der Visualisierung des Strömungsverlaufs. Für Wasser und Gase, also transparente Fluide, sind eine Reihe von Verfahren bekannt. Ausgehend von der Änderung des Brechungsindex mit der Dichte, werden Schlieren- und Schattenverfahren eingesetzt. Verfahren, die die Ablenkung der Lichtstrahlen in Änderungen der Bestrahlungsstärke umsetzen, werden Schlierenverfahren genannt. Werden nicht Änderungen selbst, sondern deren Änderungen mit Bildschattierungen sichtbar gemacht, so wird von Schattenverfahren gesprochen, siehe *Oertel 1989*. Die Abbildung 3.15 zeigt hierzu exemplarische Ergebnisbilder, wohin gegen die Abbildung 3.16 den grundsätzlichen Aufbau eines Schlierenverfahrens darstellt. Schlieren- und Schattenverfahren können nur bei transparenten Fluiden angewandt werden.



**Abb. 3. 15** Ergebnisbilder des Schlieren- bzw. des Schatten-Verfahrens: (v. l. n. r.) Vertikale Keilwelle und horizontale Schneide mit dem Schlierenverfahren, Ogivkopf- und Kugelopfwelle mit dem Schatten-Verfahren aufgenommen [OER1989].



**Abb. 3. 16** Prinzipskizze zum Schlierenverfahren: Eine monochromatische Lichtquelle, wird über die Linse  $L_c$  in die Versuchskammer gerichtet und über die Linse  $L_t$  auf einen Schirm oder den Detektor gerichtet, aus dem Lehrbuch von *Hecht 2005*.

Zur Bestimmung lokaler Geschwindigkeiten werden etwa Verfahren wie Particle-Image-Velocimetry (PIV) oder Laser-Doppler-Velocimetry (LDV) eingesetzt, die hier nicht weiter betrachtet werden, da sie nicht zur Oberflächenerfassung geeignet sind.

Itoh 1999 stellt im Rahmen einer Untersuchung zur Ausbildung von Oberflächenwellen beim IFMIF-Target eine Messtechnik vor, die ebenfalls auf der Lichtbrechung beruht. Die Abbildung 3.17 zeigt den prinzipiellen Aufbau. Dabei wird ein Laserstrahl durch die Wasseroberfläche und eine durchsichtige Rückwand gelenkt. Ein lichtempfindlicher Sensor nimmt die Bewegung des Laserstrahls auf. Durch die sich ändernde Wellenform ändert sich der Strahlverlauf. Es kann mit dieser Methode aber nur die relative Änderung bestimmt werden.

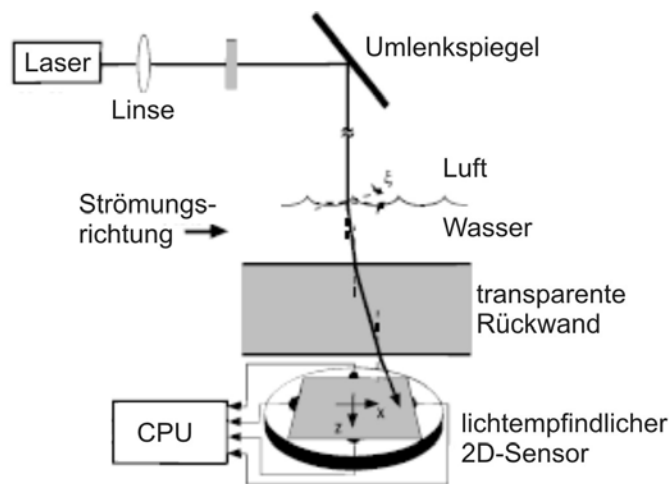


Abb. 3.17 Messtechnik zur Klassifizierung von Oberflächenwellen nach [ITO1999].

### 3.4. Bewertung möglicher Verfahren für eine Anwendung auf Flüssigmetall-Experimente

Während die geforderte räumliche Auflösung von  $\pm 0.3\text{mm}$  an ein Messsystem zur Erfassung freier Grenzflächen von Flüssigmetallen mit den vorgestellten Verfahren vergleichsweise einfach zu erreichen ist, können für die Targetanwendung die entscheidenden Kriterien nicht von den im Vorangegangenen beschriebenen Verfahren erfasst werden. Es sind dies:

- die Möglichkeit zur Vermessung spiegelnder Oberflächen sowie
- die Erfassung hoher Fluidgeschwindigkeiten und zeitlicher Änderungen der Oberflächenstruktur.

Da die vorgestellten Interferenzverfahren auf diffus reflektierende Oberflächen beschränkt sind, scheinen sie für eine Übertragung auf Flüssigmetalle ungeeignet und werden nicht weiter betrachtet. Verfahren der Strömungsmechanik sind auf transparente (blickdurchlässige) Fluide beschränkt, für die sie entwickelt wurden. Das macht sie auf Flüssigmetalle nicht anwendbar. Für eine mögliche Weiterentwicklung verbleiben also trigonometrische Verfahren, Time-of-Flight und die Projektionsverfahren.

---

An einer spiegelnden Oberfläche wird Licht immer direkt reflektiert. In *Anhang F* wird dieser Effekt genauer betrachtet. Um gültige Messwerte zu erhalten, muss sichergestellt sein, dass das vom Emitter ausgesandte Licht nach der Spiegelung an der Oberfläche auf den Detektor trifft. Will man eine gewisse Beliebigkeit in der Oberflächenkontur zulassen, muss der Detektor mindestens so groß wie der Messbereich sein und sich in direkter Nähe der Oberfläche befinden. Diese Forderung ist für gängige trigonometrische Verfahren und Time-of-Flight nicht umsetzbar, da die Herstellung entsprechend großer Sensorfelder oder Kamerachips nicht wirtschaftlich ist. Durch die schnelle Wellenbewegung der Oberfläche ist es denkbar, mit einem herkömmlichen trigonometrischen Sensor, über ein ausgedehntes Zeitintervall einzelne Abstandswerte von der Oberfläche zu erhalten, wenn der reflektierte Laserstrahl zufällig in den Detektor fällt. Die Problemstellung setzt aber eine kontinuierliche Abbildung der Oberfläche und ihrer Bewegung voraus.

Projektionsverfahren weisen anhand ihrer primären Anwendung auf spiegelnde Oberflächen und die annähernd beliebige Gestaltung der Schirme eine besondere Eignung zur Erfassung von Flüssigmetallströmungen mit freien Grenzflächen auf. Der Anspruch an eine Weiterentwicklung ist hier die Umsetzung einer Zeitauflösung und eine Reduktion der bislang notwendigen Abhängigkeiten, um die Eindeutigkeit der Messwerte herzustellen. Hinzu kommt die Anwendung auf eine komplexe instationäre Oberflächenstruktur, zum Beispiel Wellen, wie sie in Kapitel 1.1.2 in Experimenten beobachtet wurden. Damit ergeben sich weitere Einschränkungen:

- Weder das Messobjekt noch die Kamera oder Schirm können während der Messung bewegt werden. Das schließt die Anwendung des einfachen Laserschnitt-Verfahrens und der aktiven Rasterreflexions-Photogrammetrie aus.
- Für eine Wellenkontur der Oberfläche in zwei Raumrichtungen kommt es bei indirekten Projektionsverfahren leicht zur Überlagerung des Projektionsmusters in der Kamera, die nicht eindeutig rekonstruiert werden können. Fringe-Projektion und passive Rasterreflexions-Photogrammetrie werden deshalb nur auf einfache Krümmungen erfolgreich angewandt.

Eine Weiterentwicklung richtet sich also auf die Anwendung eines direkten Projektionsverfahrens.

Der Fall, dass die freie Grenzfläche von einer festen Rückwand aus zugänglich ist, macht auch die Anwendung eines Ultraschall-Verfahrens möglich. Eine Anwendung auf dünne Schichten ist allerdings mit einigen Problemen verbunden. Da die zu entwickelnde Messtechnik nicht auf geführte Freistrahlen beschränkt werden soll, wird der Ultraschall nicht zur Anwendung in Betracht gezogen.

## 4. Double-Layer-Projection [DLP]

Das Doppelschichtprojektionsverfahren, das künftig mit Double-Layer-Projection oder DLP bezeichnet wird, basiert auf den Funktionsprinzipien der klassischen Projektions- und trigonometrischen Verfahren. Die Vorzüge beider Verfahren werden miteinander verbunden, um sowohl die Eindeutigkeit der Messwerte zu garantieren, als auch den Messbereich möglichst groß zu gestalten. Der Messbereich bezeichnet den erfassbaren Bereich der spiegelnden Oberfläche.

Eine tiefere Betrachtung zur Umsetzung des Funktionsprinzips sowie weiterführende Erklärungen zur Automatisierung finden sich im *Anhang B*, technische Daten zu den verwendeten Bauteilen im Messsystem im *Anhang A*.

### 4.1. Funktionsprinzip des DLP-Verfahrens auf Grundlage der geometrischen Optik

Die Abbildung 4.1 zeigt das Funktionsprinzip des DLP-Verfahrens. Ein einzelner Laserstrahl wird auf die in ihrer genauen Lage und Form unbekannte Oberfläche gelenkt. Die angenommene hohe Reflektivität der Oberfläche spiegelt die als bekannt vorausgesetzte Gerade  $g_1$  im Punkt  $P_0$ . Die gespiegelte Gerade  $g_2$  tritt durch zwei in ihrer Lage und Position bekannte transparente Schirme  $L_1$  und  $L_2$ .

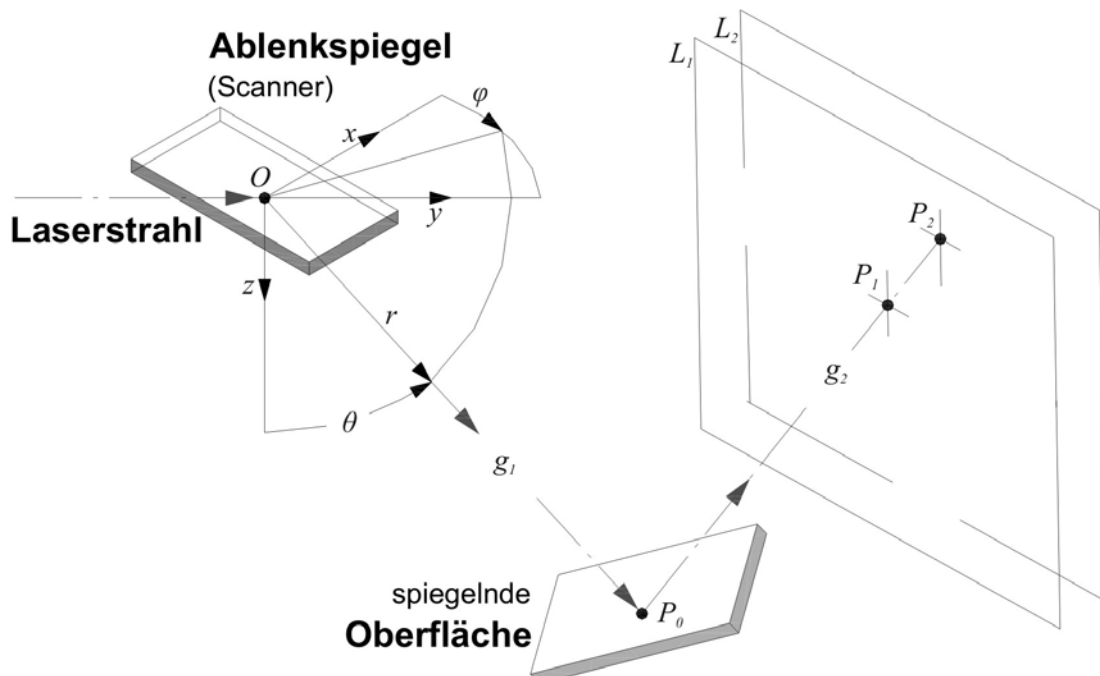


Abb. 4. 1 Funktionsprinzip DLP.

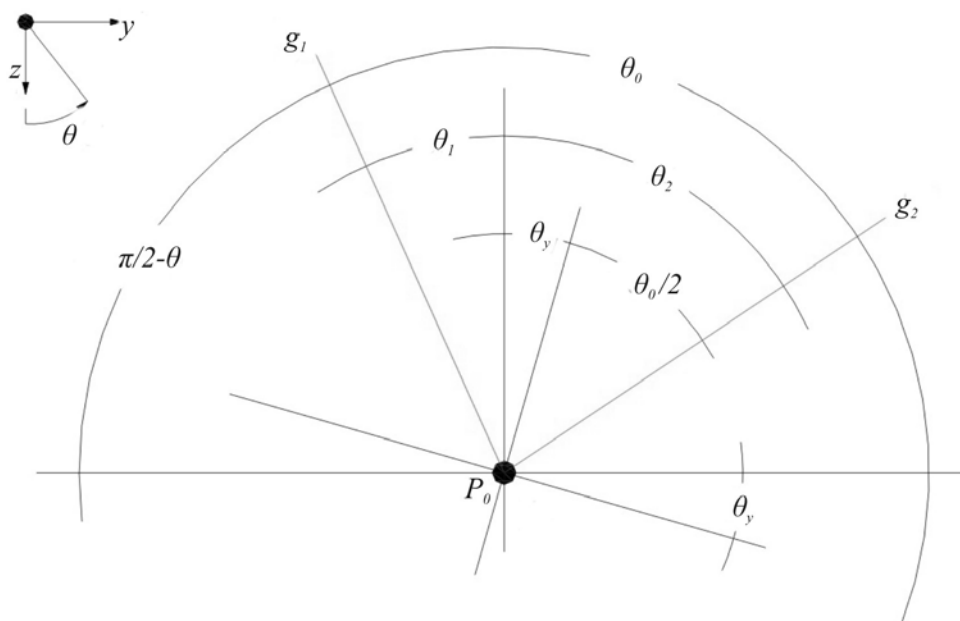
Sind die Schirme nicht als Ebene ausgebildet, muss auch ihre spezifische Form bekannt sein. Abhängig vom gewählten Material und der Oberflächenbeschaffenheit der Schirme wird ein Teil des Laserstrahls beim Durchtritt an den Punkten  $P_1$  und  $P_2$  diffus in den umgebenden Raum

gestreut. Dadurch werden  $P_1$  und  $P_2$  als Abbildungen des Laserquerschnitts auf den Schirmen für das Auge sichtbar und mit einer Kamera erfassbar. Mit der Kenntnis der Punkte  $P_1$  und  $P_2$  ist die Gerade  $g_2$  bekannt. Somit kann der Schnittpunkt  $P_0$  der Geraden  $g_1$  und  $g_2$  berechnet werden.

Der prinzipielle Aufbau entspricht dem Aufbau des klassischen Projektionsverfahrens, siehe hierzu *Kapitel 3*, das durch einen zusätzlichen Schirm erweitert wurde. Aus der Sicht trigonometrischer Verfahren nehmen die Schirme die Funktion des Sensorfeldes ein. Im Gegensatz zu trigonometrischen Verfahren kann beim DLP-Verfahren auch die Gerade  $g_2$  ganzheitlich mit Aufpunkt und Richtung erfasst werden. Daraus ergibt sich die Möglichkeit über die Bestimmung des Auftreffpunktes auch die lokale Neigung  $(\theta_x, \varphi_z)$  der Oberfläche in  $P_0$  zu bestimmen. Der Ansatz zur Bestimmung der lokalen Neigung ist in *Abbildung 4.2* skizziert. Die Neigung kann für  $\theta_x$  und  $\varphi_z$  getrennt in der  $xy$ - und  $yz$ -Ebene berechnet werden zu

$$\varphi_z = \varphi_2 - \frac{\varphi_0}{2} \quad \text{und} \quad (4.1)$$

$$\theta_x = \theta_2 - \frac{\theta_0}{2}. \quad (4.2)$$



**Abb. 4.2** Skizze zur Berechnung der lokalen Neigung; ebene Betrachtung in der  $y,z$ -Ebene.

Das DLP-Funktionsprinzip lässt eine für Projektionsverfahren übliche geometrische Codierung, wie die Linien- oder Gitterprojektion, nicht unbedingt zu. In einem realen Messsystem müssen  $P_1$  und  $P_2$  mit einer Kamera aufgenommen werden. Sie müssen eindeutig von einander differenziert werden. Die Beliebigkeit der Oberfläche macht aber eine Überschneidung der projizierten Muster im Kamerabild denkbar. Um mehr Informationen pro aufgenommen Bild zu erhalten, müssen deshalb andere Codierungsmöglichkeiten als die geometrischen angewandt werden.

## 4.2. Experimentelle Umsetzung

Die Abbildung 4.3 zeigt den prinzipiellen Aufbau des DLP-Messsystems. Die räumliche Auflösung wird über einen Scanner realisiert, der den/die Laserstrahlen verfährt. Grundsätzlich lässt der gewählte Aufbau Einzelpunkt-, Linien-, Flächenmessungen zu. In den Scanner werden die Laserstrahlen verschiedener Wellenlänge über ein Fokussierungssystem eingekoppelt. Im gezeigten Fall sind dies die Wellenlängen 405nm (blau), 532nm (grün) und 659nm (rot). Die Farbwahl beruht auf der Möglichkeit, die Objekte im Kamerabild durch die Betrachtung der einzelnen Farbkanäle der Rot-Grün-Blau- oder RGB-Farbcodierung zuzuordnen. Ein minimaler Aufbau kommt gemäß dem Funktionsprinzip mit nur einem Laserstrahl aus. Wie in der Abbildung 4.1 wird der Laserstrahl auf eine unbekannte Oberfläche gelenkt.

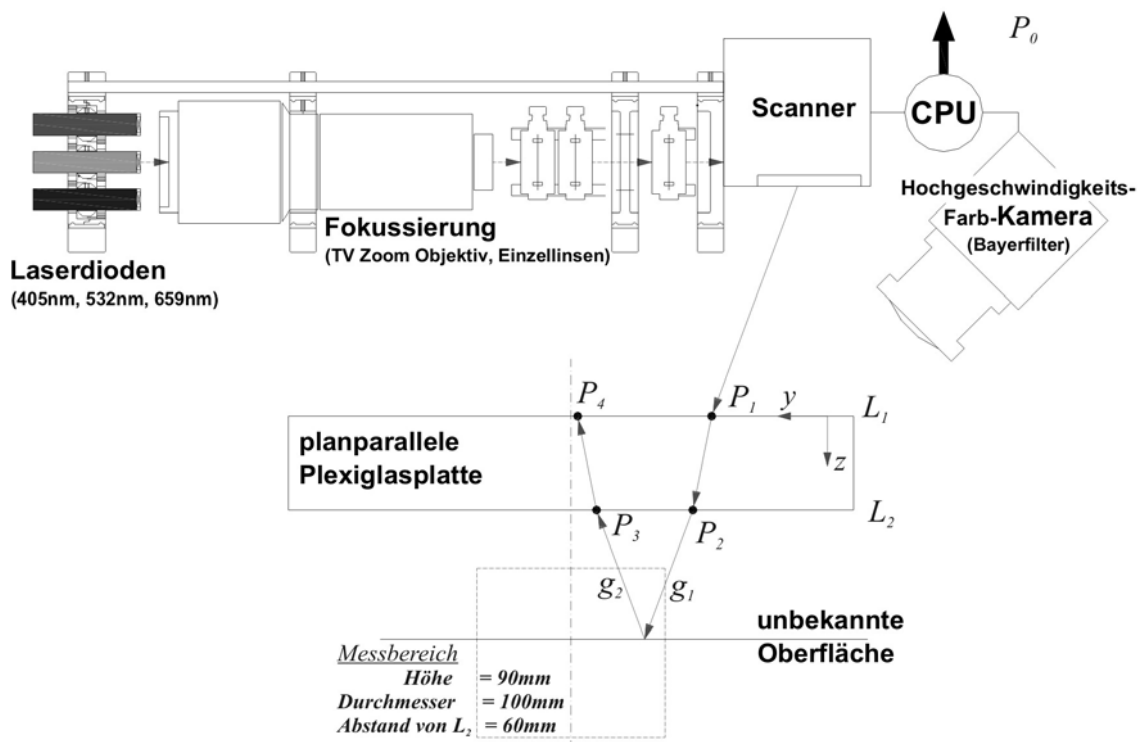


Abb. 4. 3 Skizze des Aufbaus des DLP-Messsystems.

Die Funktion der Schirme  $L_1$  und  $L_2$  wird durch eine PMMA-/Plexiglasplatte eingenommen. Die gewählte Position stellt für beliebige spiegelnde Oberflächen das Auftreffen der reflektierten Strahlen auf beiden Schirmen mit der größtmöglichen Wahrscheinlichkeit sicher. Dabei tritt ein auf die Oberfläche gerichteter Laserstrahl zweimal durch  $L_1$  und  $L_2$ . In der Theorie ist die Wahl der Schirme in ihrer Form nicht auf die Planparallelität und in der Materialwahl nicht auf Plexiglas beschränkt, sondern nur auf eine ausreichende Transparenz gegenüber der Intensität der Laserstrahlen. In der Realität ist aufgrund von Fertigungsungenauigkeiten die Planparallelität ohnehin nicht gegeben. Die einfache Handhabbarkeit bei der Positionierung und die Unveränderlichkeit der Schirmlagen zueinander wirken sich vorteilhaft auf die Auswertung aus. An einer Glasplatte treten eine Reihe von Brechungsphänomenen mit unterschiedlichem Einfluss auf die Auswertung und Genauigkeit auf, die zum Beispiel bei *Hecht 2005* beschrieben werden. Für

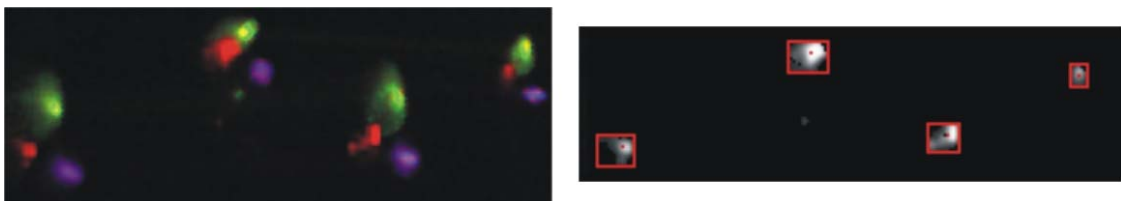


---

die Annahme einer mit Fehlern behafteten planparallelen Glasplatte vereinfacht sich die Berücksichtigung der Brechung gegenüber komplexeren Schirmformen, wie etwa Kuppeln.

Eine Hochgeschwindigkeits-Farb-Kamera erfasst die Punkte  $P_1$  bis  $P_4$ . Der Einsatz mehrerer Einzelstrahlen verschiedener Wellenlänge und einer farbsensitiven Kamera dient einer einfachen und eindeutigen Codierung der von der Kamera aufgenommenen Information. In dem in Abbildung 4.3 dargestellten Fall ist die Erfassung von drei Punkten in drei Farben auf der Oberfläche oder eine bis zu dreifache Erfassung des gleichen Punktes ( $P_0$ ) denkbar. Das ist gleichbedeutend mit einer Verbesserung der Zeitauflösung zu höheren Geschwindigkeiten gegenüber einer Verbesserung der räumlichen Genauigkeit. Dabei ist die Fokussierung der drei Einzelstrahlen im gleichen Punkt in der Regel nicht sinnvoll, da die Messposition auf diesen Punkt festgelegt ist. Vielmehr versteht man unter der bis zu dreimaligen Messung des gleichen Punktes, eine oberflächen- und fokusabhängige, zeitlich versetzte Messung eines Punktes. Die drei Laserstrahlen sind dabei in einem festen Muster arrangiert und während der Messung räumlich klar von einander getrennt.

Die mit der Kamera aufgenommenen Bilder werden nach der Aufnahme automatisiert ausgewertet. Neben der Suche und Auswahl der richtigen Strahlquerschnitte, der in Abbildung 4.4 dargestellten Bildpunkte, muss die Eindeutigkeit der Messwerte im Kamerabild durch die richtige Zuordnung der Punkte  $P_1$  bis  $P_4$  zu den detektierten Querschnitten erneut hergestellt werden.



**Abb. 4. 4 Beispielbild der Kamera mit drei Einzelstrahlen (links) mit der Objekterkennung und Bestimmung des mit der Intensität gewichteten Flächenschwerpunktes für den roten Laserstrahl (rechts).**

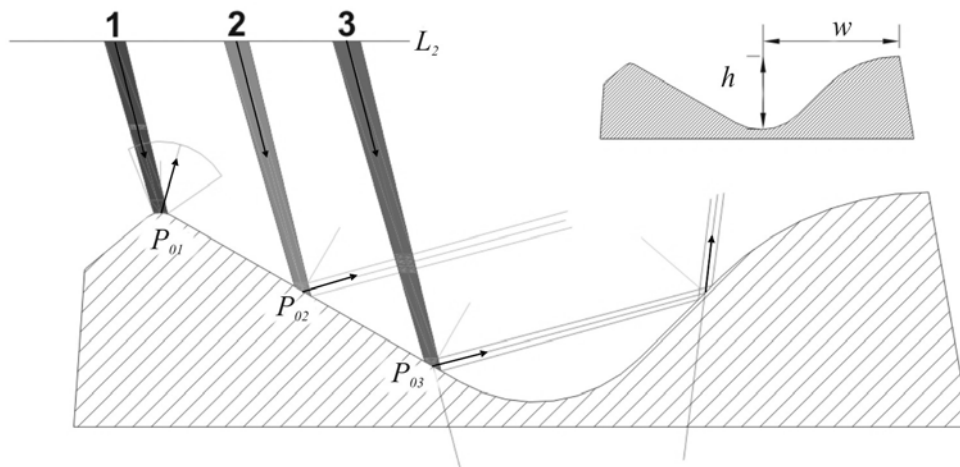
Die Punkte  $P_1$  bis  $P_4$  gehen als mit der Intensität gewichtete Flächenschwerpunkte der Laserquerschnitte in die Berechnung ein. Für eine automatisierte Auswertung müssen Kriterien zur Detektion der Punkte  $P_1$  bis  $P_4$  festgelegt werden. Es sind Intervalle für die Farbe, Helligkeit, Sättigung und Größe. In der Regel erfüllen mehr als vier Punkte diese Kriterien auf Grund von Reflexionen in der Glasscheibe oder von spiegelnden Bauteilen wie Metallschienen im Versuchsaufbau. Es muss also überprüft werden, ob die vier gesuchten Punkte unter den gefundenen Objekten sind und welche gefundenen Objekte nicht zu den gesuchten Punkten gehören. Deshalb werden darüber weitere Auswahlkriterien in die Auswertung eingebracht, wie zum Beispiel die Festlegung von Gültigkeitsintervallen für die Koordinaten des berechneten Punktes  $P_0$ .

### 4.3. Natürliche und technische Grenzen des DLP-Verfahrens

Aus den Abbildungen 4.1. und 4.2. ergeben sich eine Reihe von Einschränkungen für den Einsatz des DLP-Messverfahrens. Es sind Kriterien, die den grundsätzlichen Einsatz des Verfahrens charakterisieren, ohne Aussagen über Qualität und Genauigkeit der Messergebnisse zu treffen. Die quantifizierbaren Kriterien über einen optimalen Einsatz des Verfahrens werden durch die Validierung ermittelt, siehe hierzu *Kapitel 4.4*. Prinzipiell gilt in Bezug auf die natürlichen Grenzen des DLP-Messverfahrens:

- Das DLP-Messverfahren ist auf spiegelnde Oberflächen beschränkt.
- Es können keine Oberflächen mit scharfen Kanten (Stufen) erfasst werden.
- Für das Funktionsprinzip auf Basis der geometrischen Optik muss eine gute Zugänglichkeit zur Oberfläche von der Vakuum- bzw. Gasseite gefordert werden.
- Die Lichtsensitivität jeder Kamera, insbesondere von Hochgeschwindigkeitskameras, ist begrenzt.

Eine schlechte Zugänglichkeit kann bisweilen über Umlenkspiegel oder eine Variation des in Abbildung 4.3 dargestellten Aufbaus umgangen werden. Betrachtet man zunächst nur die für das Funktionsprinzip essentielle Spiegelung an der unbekanntem Oberfläche, ergeben sich drei mögliche Fälle für das Auftreffen des Einzelstrahls an der Oberfläche in Abhängigkeit ihrer Form. Dies zeigt schematisch die *Abbildung 4.5*.



**Abb. 4. 5 Darstellung der drei möglichen Fälle für die Spiegelung eines einfallenden Einzelstrahls an einer spiegelnden Oberfläche.**

Die Fokussierung des Einzelstrahls bleibt durch die Spiegelung an einer ebenen Fläche unberührt. Ist die Oberfläche gekrümmt, beeinflusst sie die Fokussierung des ausfallenden Strahls. Eine gegen den Strahl konvex gewölbte Oberfläche führt zu einer Aufweitung des Strahls. Eine konkave Wölbung verstärkt die Fokussierung. Wird der Laserstrahl durch die Spiegelung gegenüber der Lichtsensitivität der Kamera zu stark aufgeweitet bevor er auf die Schirme trifft, kann sein Querschnitt nicht mehr von der Kamera erfasst werden. Der *Fall 1* zeigt den Grenzfall einer für das DLP-Verfahren unzulässigen Aufweitung des Laserstrahls. Er bezeichnet die untere

---

Grenze der auflösbaren Strukturen auf der Oberfläche. Das heißt, der kleinste Krümmungsradius auf der Oberfläche muss deutlich größer sein als die Strahltaile (minimaler Strahldurchmesser).

Der *Fall 2* bezeichnet den für das DLP-Verfahren zulässigen Fall der Reflektion an der Oberfläche. Der Eingangsstrahl trifft nach der Spiegelung direkt auf die Schirme, die Querschnitte  $P_3$  und  $P_4$  bilden sich für die Kamera sichtbar auf  $L_1$  und  $L_2$  ab.

Im *Fall 3* wird der reflektierte Strahl nicht direkt auf die Schirme zurückgelenkt, sondern trifft erneut auf die Oberfläche. Die Berechnung der Geraden  $g_1$  und  $g_2$  führt zu einem falschen Schnittpunkt  $P_0$  und würde für den dargestellten Fall weit unter dem tatsächlichen Auftreffpunkt  $P_{03}$  liegen. Ob ein einfallender Strahl direkt zu den Schirmen zurückgeworfen oder mehrmals an der Oberfläche gespiegelt wird, ist vom Einfallswinkel und dem Verhältnis der minimalen horizontalen Ausdehnung zur maximalen Strukturhöhe ( $r_t = w/h$ ) der Oberfläche im Bereich des Auftreffpunktes abhängig. In einer ersten qualitativen Abschätzung muss  $r_t \gg 1$  sein, damit eine kontinuierliche Messung möglich ist. Da  $r_t$  in der Regel a priori quantitativ nicht bestimmt werden kann, muss das Verhältnis in Verbindung mit dem richtigen Einfallswinkel vor der Messung abgeschätzt und die Möglichkeit einer Mehrfachreflexion bei der Interpretation der Messwerte berücksichtigt werden. Die technischen Grenzen sind damit feststell- und quantifizierbar. Sie lauten:

- Für die Einzelpunktmessung entspricht die maximal mögliche Zeitauflösung der Aufnahmegeschwindigkeit, mit der Laserquerschnitte durch die Kamera auf den Schirmflächen erfasst werden.
- Wird der Laserstrahl bewegt oder ist die Oberfläche selbst während der Messung in Bewegung, reduziert sich die maximal mögliche Zeitauflösung abhängig von der Geschwindigkeit der Punkt看egung auf den Schirmen. Die Punkt看egung meint die Änderung der Position der Punkte  $P_1$  bis  $P_4$ . Sie spiegelt die Bewegung der Oberfläche in Kombination mit der Scangeschwindigkeit wieder.
- Die verschiedenen Wellenlängen der verwendeten Laserstrahlen müssen innerhalb des für die Kamera sichtbaren Spektrums liegen.
- Die Aufgabe der Schirme wird von der Ober- und Unterseite einer Plexiglasplatte wahrgenommen. Beim Ein- und Austritt kommt es abhängig vom Einfallswinkel zu einer teilweisen bis hin zu einer totalen Reflexion an der Grenzfläche. An  $L_2$  total reflektierte Strahlen können nicht für die Schnittpunktberechnung als Geraden rekonstruiert werden.

Zur scharfen Abbildung der Querschnitte auf dem Kamerachip muss die Beleuchtungszeit jedes aufgenommenen Bildes so gewählt werden, dass es durch die Bewegung der Punkte auf den Schirmflächen nicht zum Verschmieren kommt. Für einen infinitesimal dünnen Strahl tritt ein Verschmieren für den Fall auf, dass er sich innerhalb der Belichtungszeit - entsprechend der Aufnahmefrequenz [fps] - um mehr als eine halbe Pixelbreite  $d_p/2$  verschiebt, das heißt, es werden zwei Pixel beleuchtet. Der Objektstand  $z_0$ , der größte auftretende Einfallswinkel  $\theta_{max}$  auf die Schirme, die Geschwindigkeiten des Einfallstrahls  $g_1$  und der Oberfläche  $\vec{v}_o(t, \vec{p}_0)$  bestimmen die

Geschwindigkeit von  $P_3$  und  $P_4$ . Die Geschwindigkeit des Einfallstrahls entspricht der Scannergeschwindigkeit [ $rad/s$ ].

#### 4.4. Validierung des DLP-Verfahrens an festen Oberflächen

Eine vollständige Validierung des DLP-Messverfahrens erfolgt in zwei Schritten: Die Überprüfung der prinzipiellen Funktionstüchtigkeit an festen spiegelnden Objekten und die exemplarische Anwendung auf eine Flüssigmetalloberfläche. Innerhalb des Nachweises der Funktionstauglichkeit werden die Einflussfaktoren benannt, die die Genauigkeit des Messverfahrens bestimmen. Sie werden hinsichtlich optimaler Einstellung des Messsystems untersucht. Dabei wird sowohl das räumliche als auch das zeitliche Auflösungsvermögen quantifiziert. Die Validierung wird anhand des in Abbildung 4.3 dargestellten Aufbaus durchgeführt. Die quadratische Schirmfläche hat eine Kantenlänge von 300mm, die spiegelnde Oberfläche liegt zentral unter der Plexiglasplatte. Das Funktionsprinzip fordert eine Schirmfläche, die sehr viel größer sein muss als die laterale Ausdehnung der Oberfläche. Der betrachtete Messbereich entspricht daher einem Zylinder mit der Höhe von ca. 90mm einem Durchmessers von 100 mm und einem Abstand von etwa 60mm von der Unterseite der Glasplatte. Weiterhin wird angenommen, dass sich der Objektstand von den Schirmen innerhalb einer Messung ausgehend von seinem Mittelwert um nicht mehr als  $\pm 5$ mm ändert.

##### 4.4.1. Benennung der Einflussfaktoren

Als Einflussfaktoren auf die Genauigkeit müssen zunächst alle am Messsystem einstellbaren Parameter aufgefasst werden. Dem Strahlverlauf der Laserstrahlen folgend nach Abbildung 4.3 sind dies die Wellenlänge, die Strahlqualität, die Fokussierung, die Scangeschwindigkeit, der Einfallswinkel, die Dicke der Glasscheibe, ihre Fertigungsgenauigkeit, die Krümmung der Oberfläche, die Position und Fokussierung der Kamera, ihre Aufnahmegeschwindigkeit und schließlich die Kalibrierung des Messraums.

Die Hauptkomponenten der Auswertungsroutine sind die Detektion und die Schnittpunktberechnung. Im Wesentlichen wird also überprüft, in wie weit sich eine Änderung der Einflussfaktoren auf die Genauigkeit der Auswertungsroutine auswirkt. Für eine Untersuchung ist deshalb eine Einteilung und Benennung der Einflussfaktoren aus Sicht der Hauptkomponenten sinnvoll. Betrachtet man die Einflussfaktoren aus der Sicht der beiden Hauptkomponenten ergibt sich die Tabelle 4.1.

Einflussfaktor	<u>Einfluss der Fehlerquelle durch</u>	
	(auf Detektionsgenauigkeit) [Ermittlung der Punkte $P_1$ bis $P_4$ ]	(auf Schnittpunktberechnung)
Wellenlänge	Bayerinterpolation Sensitivität der Kamera	Änderung des Brechungsindex

Strahlqualität	Gaußprofil	-
Fokussierung	Querschnittsfläche	-
Scannergeschwindigkeit	Verschmieren	-
Einfallswinkel	Verzerrung	Korrektur der Brechung
Dicke der Glasscheibe	-	Berechnung von $g_1$ und $g_2$
Fertigungsgenauigkeit	-	Berechnung von $g_1$ und $g_2$
Krümmung der Oberfläche	Querschnittsfläche Sensitivität der Kamera	-
Position der Kamera Fokuslage	Querschnittsfläche Messbereich	-
Aufnahmegeschwindigkeit	Sensitivität der Kamera	-
Kalibrierung der Kamera	Festlegung der Koordinaten- Systeme, Entzerrung	-

**Tab. 4. 1 Übersicht der Einflussfaktoren und ihrer korrespondierender Parameter auf die Auswertungsroutine.**

Bisher wurden nur Einflussfaktoren betrachtet, die sich während der Messung nicht vorhersehbar verändern. Verändern sich während der Messung die Eigenschaften der von der Kamera erfassten Strahlquerschnitte, ist die Detektionsgenauigkeit davon betroffen. Einflussfaktoren, die sich auf die Detektionsgenauigkeit während der Messung auswirken, sind:

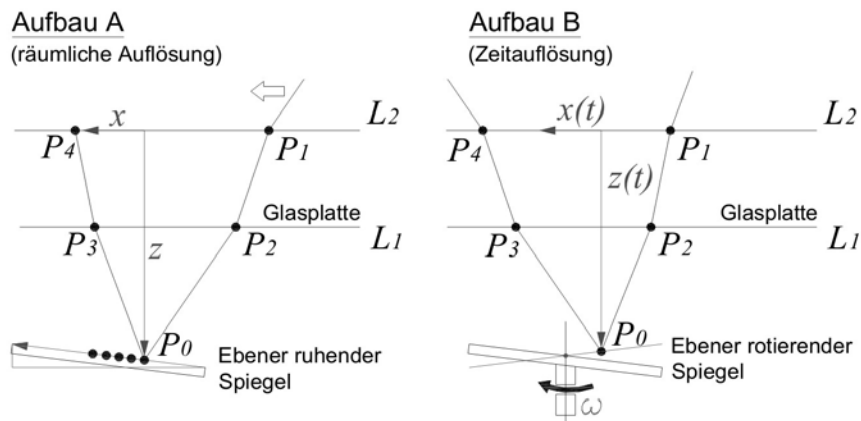
- die Messdauer, zurückzuführen auf unvollständige Entleerung der Pixel nach jedem Bild,
- die Änderung der Krümmung auf der Oberfläche und
- die Änderung des Ausfallwinkels.

#### **4.4.2. Quantifizierung der Einflussfaktoren**

Durch die Quantifizierung der Einflussfaktoren soll die Funktionstauglichkeit innerhalb der geforderten Auflösungsgenauigkeitsgrenze von  $\pm 0.3\text{mm}$  und der Zeitauflösung von 100Hz überprüft und ihr Anteil am Messergebnis bestimmt werden.

##### **4.4.2.1. Vorgehensweise bei der Fehlerquantifizierung**

Mit den in Abbildung 4.6 dargestellten Varianten des Versuchsaufbaus werden zunächst alle Einflussfaktoren quantifiziert, die ihren Einfluss unabhängig von der genauen Form der spiegelnden Oberfläche entfalten. Die spiegelnde Oberfläche wird durch einen ebenen Spiegel mit einem Durchmesser von 100mm simuliert. Durch einen ebenen Spiegel anstelle der beliebigen Oberfläche kann das Verfahren mit hoher Genauigkeit variiert werden. Dabei werden die räumlichen Auflösung und die Zeitauflösung getrennt betrachtet. Im Aufbau A wird der ebene Spiegel unbewegt unter einem definierten Winkel vermessen. Im Aufbau B wird er zusätzlich mit einer definierten Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  in Rotation versetzt. Auch wenn die nachstehenden Messergebnisse eine höhere Genauigkeit nahe legen, kann der Abstand des Spiegels in Aufbau A und auch im Aufbau B nur mit einer Genauigkeit von  $\pm 0.1\text{mm}$  vermessen werden.

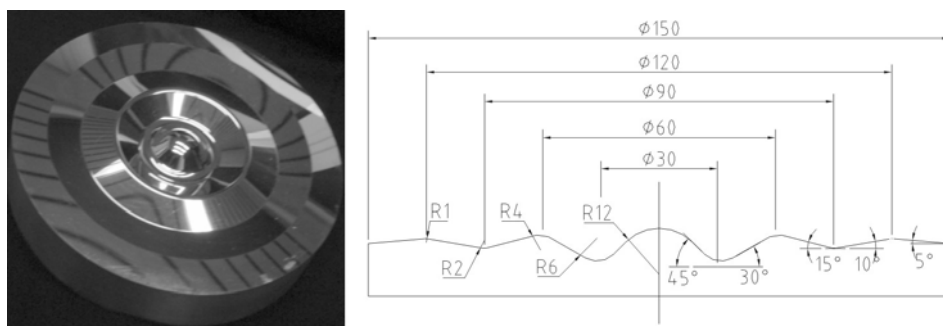


**Abb. 4. 6 Aufbauvarianten zur Quantifizierung der relevanten Einflussfaktoren des DLP-Verfahrens unabhängig von der Oberfläche.**

Die Einflussfaktoren sollen möglichst unabhängig von einander quantifiziert werden. Im Regelfall sind mindestens zwei Einflussfaktoren bei einer Messung von Bedeutung. Deshalb wurden die folgenden Messergebnisse iterativ bestimmt:

- Für einen gegebenen Sollwert wird einer der teilhabenden Einflussfaktoren so lange verändert bis sich ein minimaler Fehler einstellt. Die optimale Einstellung für den variierten Einflussfaktor wird beibehalten und mit der Variation der verbleibenden Einflussfaktoren fortgefahren.
- Die Fehlerquellen werden im Anschluss unter den als optimal festgestellten Einstellungen für alle verbliebenen Einflussfaktoren quantifiziert.

Der Einfluss der Änderung der Krümmung an der Oberfläche während der Messung wird mittels eines Referenzobjektes ermittelt, das verschiedene bekannte Krümmungen aufweist. Es ist in Abbildung 4.7 dargestellt.



**Abb. 4. 7 Referenzobjekt zur Bestimmung des Einflusses der sich ändernden Krümmung während der Messung. Längenangaben in [mm].**

Entsprechend der in Kapitel 4.2 erläuterten Eigenschaften des DLP-Verfahrens sind mehrere Messmoden mit steigender Komplexität möglich:

- Bei einer Einzelpunktmessung wird während der Messung weder der Einfallswinkel verändert noch die Oberfläche bewegt.

- Bei einer Linienmessung wird entweder der Einfallswinkel verändert oder die Oberfläche bewegt. Die Linienmessung ist das für die Überprüfung der Auswertungsroutine vornehmlich angewandte Messverfahren. Die Qualität der Auswertungsroutine ist durch ihre Fähigkeit gekennzeichnet, Änderungen in der Abbildung der Laserquerschnitte im Messbild zu berücksichtigen.
- Bei der Flächenmessung wird gleichzeitig der Einfallswinkels und die Oberfläche bewegt.

Bei der Auswertung der Messung wird die Abweichung in  $z$ -Richtung betrachtet.  $z$  wird senkrecht zum Schirm  $L_2$  gemessen. Die Fehler der  $x$ - und  $y$ -Koordinaten sind gegenüber der  $z$ -Koordinate vernachlässigbar, die durch die Fehlerfortpflanzung alle vorangegangenen Fehlerquellen beinhaltet, siehe hierzu *Anhang B*. Die Fehleranalyse erfolgt nach dem in *Anhang C* beschriebenen Verfahren.

#### 4.4.2.2. Der Einfluss der Wellenlänge

Die Farberkennung der Kamera erfolgt mit Hilfe eines Bayerfilters. Der Bayerfilter ist empfindlicher für grünes, als für rotes und blaues Licht. Das Verhältnis der Pixelverteilung beträgt 4:2:2. Dem entsprechend ist die Farbverteilung im Kamerabild kein direktes Abbild der Wirklichkeit, sondern wird für die einzelnen Pixel entsprechend der Bayerinterpolation ermittelt. Die Abbildung 4.8 zeigt für einen diskreten Punkt  $P_0$  im Abstand  $z$  vom Schirm die gemessene Verteilung der Einzelwerten als Funktion der Abweichung in  $z$ -Richtung  $\Delta z$  für verschiedene Wellenlängen.

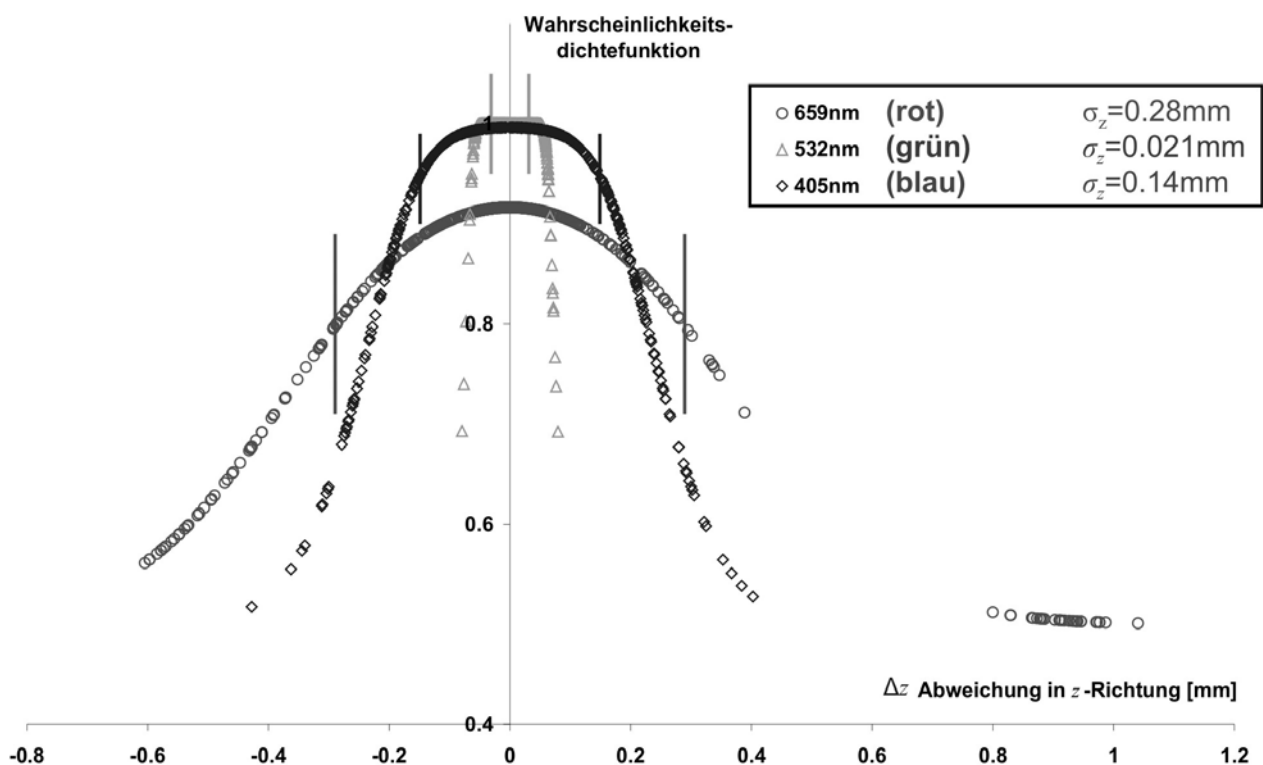


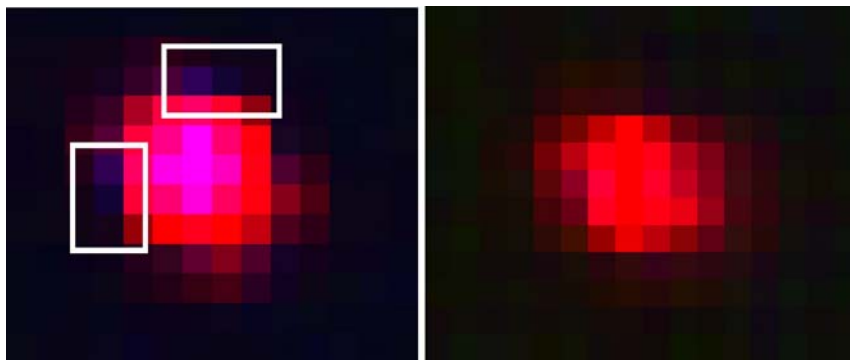
Abb. 4. 8 Messergebnis zur Bestimmung des Einflusses der Wellenlänge. Dargestellt ist die Dichtefunktion der standardnormalverteilten  $z_0$ -Koordinate für die Wellenlängen 659nm, 532nm und 405nm.

---

Der Graph illustriert den erheblichen Unterschied in der erreichbaren Genauigkeit bei der Verwendung verschiedener Wellenlängen.

Für die zur Verfügung stehenden Laserdioden der Wellenlänge 659nm (rot), 532nm (grün), 405nm (blau) besteht ein erheblicher Unterschied in der Standardabweichung  $\sigma_z$  von einer Größenordnung zwischen dem roten und dem grünen Laserstrahl. Der große Unterschied lässt sich auf die Sensitivität der Kamera und die Bayer-Interpolation zurückführen. Nähere Informationen über das Bayer-Filter-Verfahren sind dem Anhang A4 zu entnehmen. Die Sensitivität des Kamerachips ist für sichtbares Licht optimiert. Die Wellenlänge 405nm liegt dabei am unteren Rand des sichtbaren elektromagnetischen Spektrums in einem Bereich, in dem die Sensitivität bereits abnimmt.

Im Randbereich geringer Intensität der abgebildeten Laserquerschnitte kommt es bisweilen zur falschen Farbinterpolation abhängig von dem beleuchteten Bereich auf dem Bayerfilter. Eines der Auswahlkriterien zur Detektion der richtigen Querschnitte ist die Angabe eines Farbintervalls, innerhalb dessen sich die einzelnen Farbwerte der Pixel befinden müssen, um zum Querschnitt zugehörig zu gelten. Dies führt zu einer Verschiebung des Schwerpunktes. Ein Beispiel für eine falsche Farbinterpolation ist in der Abbildung 4.9 dargestellt.



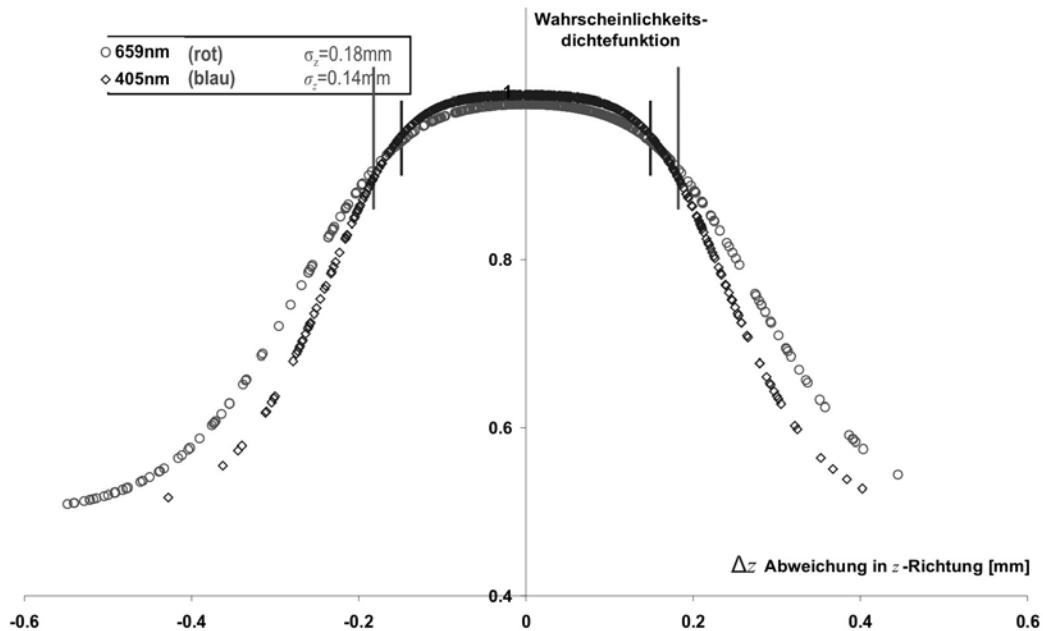
**Abb. 4.9 Fehler bei der Farberkennung für die abgebildeten Laserquerschnitte in Bereichen geringer Intensität: Fehler sind weiß umrahmt.**

Für den roten Laserstrahl ist eine zeitweilige Verschiebung des Schwerpunktes zu erkennen. Die Dichtefunktion ist für Abweichungen im Intervall  $0.4 > \Delta z > 0.8$  unterbrochen. Werden die durch den Fehler bei der Farbinterpolation falsch berechneten Querschnitte Messwerte ignoriert und die Standardabweichung und Dichtefunktion erneut ermittelt, ergibt sich die in Abbildung 4.10 dargestellte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion in Abhängigkeit von der Abweichung in  $z$ -Richtung  $\Delta z$  für die Farben rot und blau.

Die Dichtefunktionen und Standardabweichungen für den roten und blauen Laserstrahl stimmen nach der Bereinigung nahezu überein. Eine falsche Farbzuordnung kann auch bei anderen Wellenlängen auftreten. In den meisten Fällen ist der entstehende Fehler bei der Schnittpunktberechnung durch falsche Farbzuordnung groß genug, um ihn bei einer Betrachtung der Messwerte erkennen und von den übrigen Messwerten differenzieren zu können.



Die Messergebnisse wurden als Einzelpunktmessung mit einer Aufnahmegeschwindigkeit von 60 Bildern pro Sekunde oder fps gewonnen. In die in Abbildung 4.10 dargestellte Messung gehen 500 Messwerte pro Wellenlänge ein.



**Abb. 4.10** Vergleich der Dichtefunktion und Standardabweichung für den roten und den blauen Laser nach dem Bereinigen von Fehlern in der Schwerpunktberechnung durch falsche Farbinterpolation.

#### 4.4.2.3. Der Einfluss der Kalibrierung des DLP-Verfahrens

Die Kamerakalibrierung beruht auf dem Zhang-Algorithmus, der in *Anhang B* detailliert erläutert wird. Sie wird bei jeder Neueinstellung der Kamera und vor jeder neuen Messreihe durchgeführt. Um die Reproduzierbarkeit der Messergebnisse abhängig von der Kalibrierung zu bestimmen, wurde die in Abbildung 4.8 dargestellte Messung für die Wellenlängen 659nm und 405nm dreimal wiederholt. Die Messergebnisse wurden in Abbildung 4.11 übereinander gelegt, in der erneut die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion in Abhängigkeit von der Abweichung in z-Richtung für zwei Wellenlängen bei verschiedenen Kalibrierungen dargestellt ist.

Für die Standardabweichung und die Dichtefunktion lässt sich erwartungsgemäß kein Unterschied erkennen. Während der mittlere Fehler ( $e$ ) für die  $x_0$ - und die  $y_0$ -Koordinate ebenfalls keinen nennenswerten Beitrag durch die Kalibrierung erhält, kann sich der mittlere Fehler ( $e$ ) für die  $z_0$ -Koordinate abhängig von der Kalibrierung um mehrere Millimeter unterscheiden. Siehe hierzu auch den Anhang B2.2.

Aus der Kamerakalibrierung geht eine Transformationsvorschrift für eine Umrechnung der Punkte aus dem zweidimensionalen Bildkoordinatensystem in ein dreidimensionales Weltkoordinatensystem hervor. Die ermittelte Tiefeninformation enthält folglich alle vorangegangenen Fehler. Um eine genauere Messung zu ermöglichen, wird deshalb eine Referenzmessung eines bekannten Abstandes nach jeder Kalibrierung durchgeführt. Der Abstand

wird im Bereich der erwarteten Lage der unbekanntes Oberfläche gewählt und die Messergebnisse um den mittleren Fehler aus der Referenzmessung korrigiert.

Die Messergebnisse wurden wiederum als Einzelpunktmessung mit einer Aufnahmegeschwindigkeit von 60fps gewonnen. In die dargestellte Messung gehen 500 Messwerte pro Wellenlänge und Kalibrierung ein.

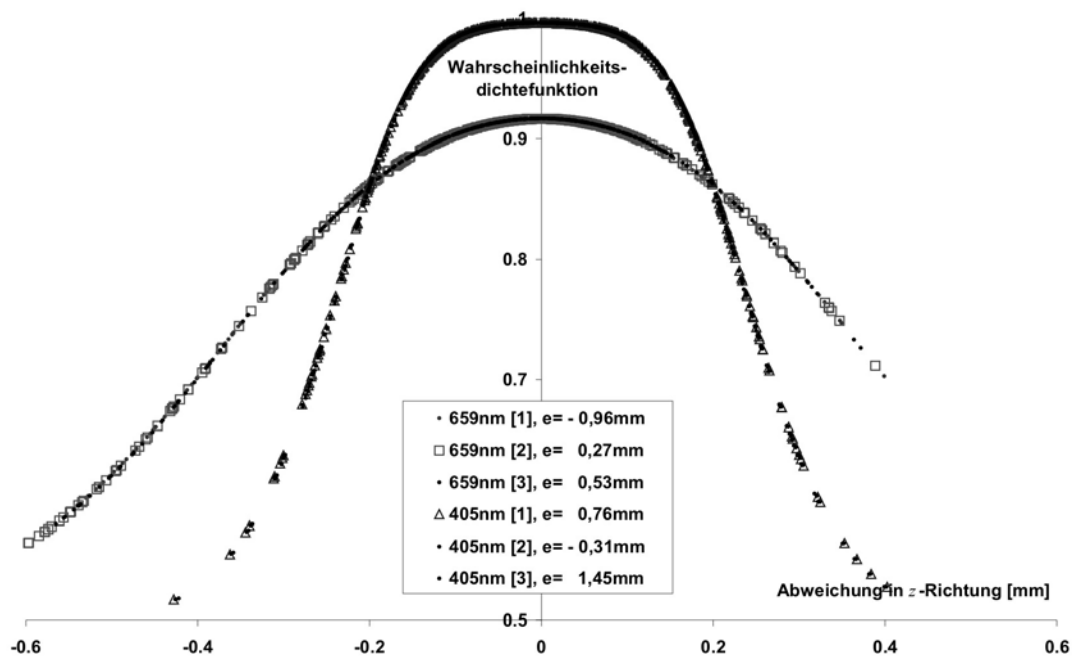


Abb. 4. 11 Einfluss der Kalibrierung auf das Messergebnis. Dargestellt ist die Dichtefunktion der standardnormalverteilten  $z_0$ -Koordinate einer Einzelpunktmessung für die Wellenlängen 659nm und 405nm.

#### 4.4.2.4. Der Einfluss des Abstands der beider Schirme

Für die Bestimmung des Einflusses der Plattendicke stehen fünf Plexiglasplatten der Dicken 10, 20, 30, 40 und 50mm zur Verfügung. Der Einfluss der Dicke der Glasscheibe  $d$  und der Fertigungsgenauigkeit können nicht eindeutig voneinander getrennt werden. Mit der Dicke der Glasscheibe wächst auch deren Fertigungsungenauigkeit. Die Abbildung 4.12 zeigt den mittleren Fehler  $e$  und die Standardabweichung  $\sigma_z$  in z-Richtung als Funktion der Scheibendicke, deren Ober- und Unterseite die Schirme  $L_1$  und  $L_2$  bilden, für verschiedene Scheibendicken. Die Auswertung der Messergebnisse zeigt nicht das erwartete Ergebnis eines linearen Anstiegs des mittleren Fehlers und der Standardabweichung mit der Plattendicke. Die Abbildung 4.12 lässt vermuten, dass die optimale Plattendicke zwischen 30 und 40mm liegt. Zwei zusätzliche Einflüsse mit im Verhältnis zur Plattendicke gegenläufiger Wirkung bedingen das Messergebnis.

Es sind dies:

- Die Änderung der Plattendicke gibt per se nicht Anlass zur Annahme eines Einflusses auf die Messgenauigkeit. Die Plattendicke geht in die Berechnung der Schnittgeraden ein.
- Für  $z_0 \gg d$  wirken sich Detektionsfehler bei der Berechnung der Flächenschwerpunkte der Laserquerschnitte umso stärker auf die Schnittpunktberechnung aus, je dichter die

Querschnitte beieinander liegen. Wird die Plattendicke verkleinert, wandern die Laserquerschnitte im Kamerabild bei gleichen Einstellungen näher zusammen.

- Die Korrektur der Brechung an der Glasscheibe basiert auf der Annahme idealer Strahlen der geometrischen Optik. Der entstehende Fehler vergrößert sich mit wachsender Plattendicke und der Fertigungsungenauigkeit.

Das Messergebnis zum Einfluss der Plattendicke  $d$  ist also bestimmt durch den Fehler bei der Korrektur der Brechung und durch den relativen Abstand der Punkte  $P_1$  bis  $P_4$  im Kamerabild. Der mittlere Fehler nimmt für die 50mm-Platte fertigungsbedingt erheblich zu. Höhere Genauigkeiten für Plexiglas-Bauteile bei gleich bleibender optischer Reinheit sind für die gegebenen Abmessungen (300x300x50mm) nur mit hohem technischem Aufwand zu erreichen.

Die Messergebnisse wurden erneut als Einzelpunktmessung mit einer Aufnahmegeschwindigkeit von 60 Bildern pro Sekunde gewonnen. In die dargestellte Messung gehen 3200 Messwerte für jede Plattendicke ein.

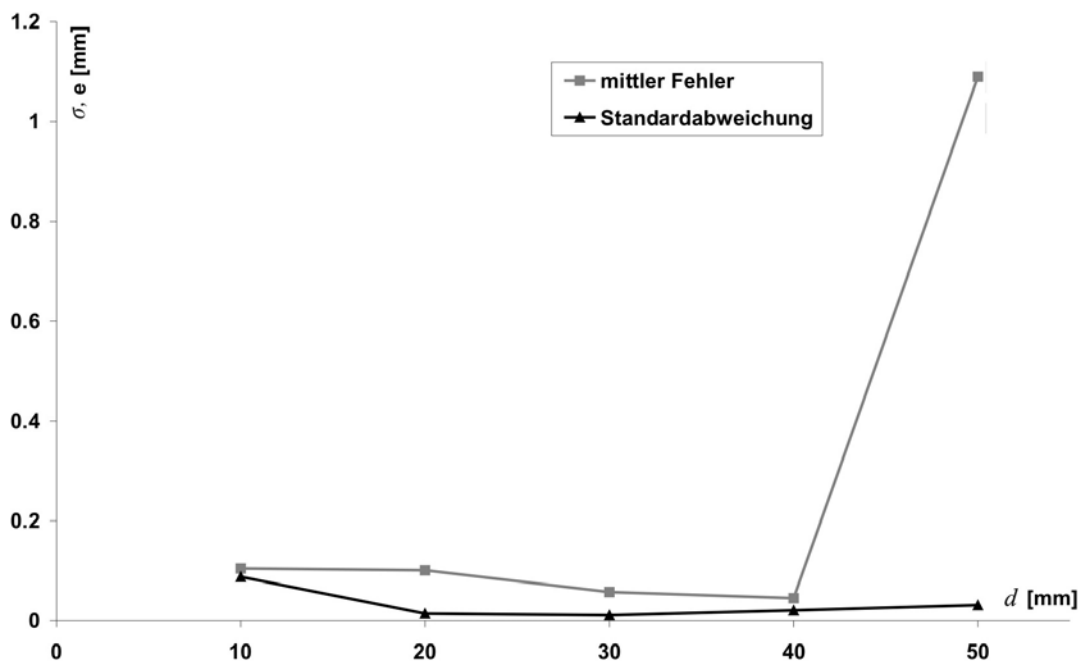
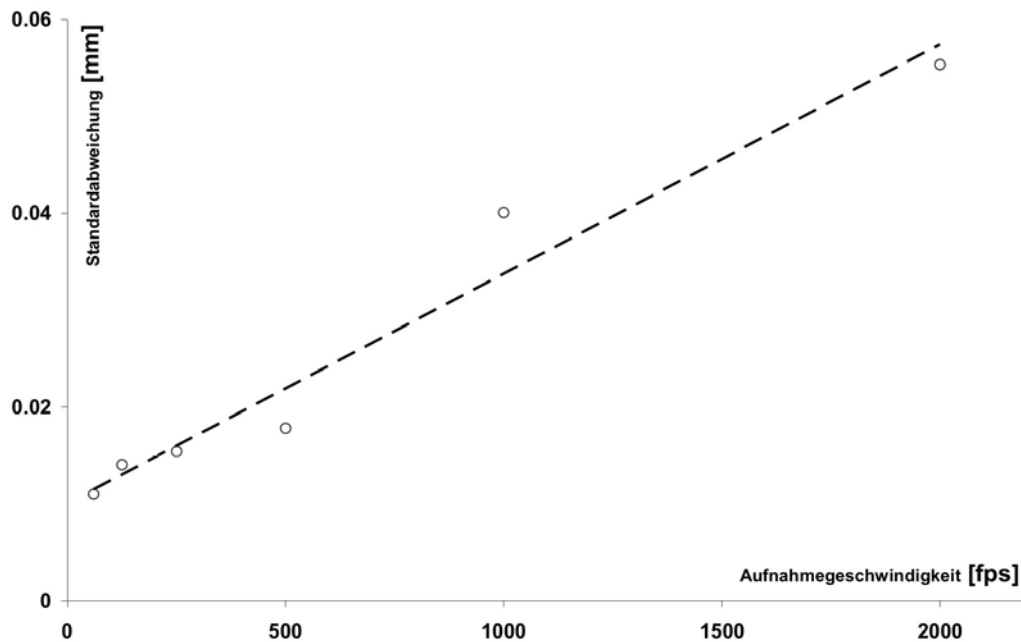


Abb. 4. 12 Bestimmung des Einflusses des Abstandes  $d$  der Schirme  $L_1$  zu  $L_2$ .

#### 4.4.2.5. Der Einfluss der Aufnahmegeschwindigkeit und der Belichtungszeit

Der Einfluss der Aufnahmegeschwindigkeit ist gleichbedeutend mit dem Einfluss der Beleuchtungszeit. Bedeutend für den Einfluss der Beleuchtungszeit sind neben den allgemeinen Lichtverhältnissen während der Messung die Qualität und Stabilität des verwendeten Laserstrahls. Es sind hochfrequente Störungen oder Unregelmäßigkeiten in der Strahlform und Intensität. Die Abbildung 4.13 zeigt die Standardabweichung  $\sigma_z$  einer Einzelpunktmessung als Funktion der Belichtungszeit (Aufnahmegeschwindigkeit) [fps]. Sie zeigt den erwarteten Anstieg der

Standardabweichung mit wachsender Aufnahmegeschwindigkeit. Der Anstieg ist näherungsweise linear.



**Abb. 4.13 Einfluss der Belichtungszeit auf den Messfehler bei wachsender Aufnahmegeschwindigkeit.**

Sinkt die Beleuchtungszeit, wirken sich Unregelmäßigkeiten während des Betriebs der Laserdioden stärker auf die Messgenauigkeit aus. In der Auswertungsroutine stehen diese Unregelmäßigkeiten den Detektionskriterien für die Intensität und der erwarteten Objekt-/Querschnittsgröße gegenüber.

Zugunsten des kleinen Einbauraums und der Sicherheit bei der Handhabung werden Laserdioden mit geringer Leistung (2mW) verwendet. Dabei unterliegen Halbleiterlaser Gaslasern gleicher Leistung hinsichtlich Strahlqualität und –stabilität. Steigt die Leistung, nimmt der Einfluss kleiner Schwankungen in der Intensität und Strahlform im Verhältnis ab. Die Strahlqualität wird in *Anhang B7* weiter erläutert.

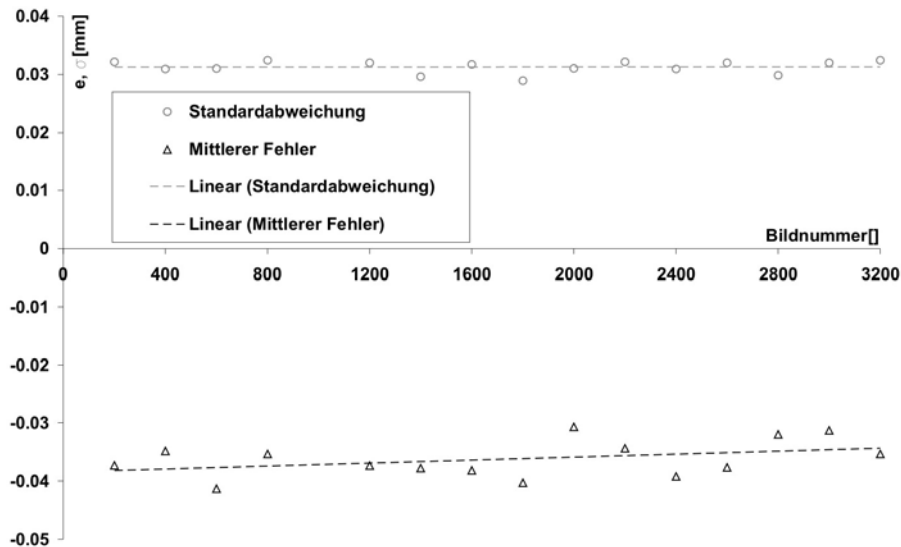
Der mittlere Fehler bleibt von der Änderung der Aufnahmegeschwindigkeit unberührt. In die dargestellte Messung sind in einer Einzelpunktmessung 3200 Messwerte je gewählter Aufnahmegeschwindigkeit eingegangen.

#### **4.4.2.6. Der Einfluss der Messdauer**

Der Einfluss der Messdauer spiegelt den Einfluss der Aufnahmequalität der verwendeten Kamera wieder. Bei langen Aufnahmezeiten nimmt die Lichtempfindlichkeit der Kamera bedingt durch den Aufnahmeprozess ab. Es wird mit maximaler Auflösung der Kamera gemessen, um die gesamte Schirmfläche aus größtmöglicher Nähe aufnehmen zu können. Wird nicht die gesamte Schirmfläche aufgenommen, also die Auflösung verkleinert, wird dadurch die Beliebigkeit der unbekanntem Oberfläche eingeschränkt. Bei maximaler Auflösung (1024x1024Pixel) kann eine

Aufnahmegeschwindigkeit von 1000fps erreicht und bedingt durch den internen Speicher Kamera 3200 Bilder aufgenommen werden.

Die Abbildung 4.14 zeigt den mittleren Fehler  $e$  als Funktion der aufgenommenen Bilder und damit der Messzeit über 3200 Bilder bei 1000 Bildern pro Sekunde unter Verwendung der höchsten Auflösung.



**Abb. 4. 14 Einfluss der Messdauer auf die Genauigkeit.**

Wie der Abbildung 4.14 zu entnehmen ist, nimmt die Messdauer keinen Einfluss auf die Standardabweichung. Für den mittleren Fehler lässt sich eine leichte Abnahme erkennen. Die Differenz bewegt sich lediglich im  $\mu\text{m}$ -Bereich. Im Hinblick auf die Größenordnung der anderen Einflussfaktoren lassen sich deshalb keine verlässlichen Schlussfolgerungen über die leichte Abnahme des mittleren Fehlers ziehen. Die Schwankung ist für zukünftige Betrachtung vernachlässigbar klein und beweist die ausreichende Qualität der Kamera für die vorgestellte Anwendung in einem Flüssigmetalexperiment.

#### 4.4.2.7. Der Einfluss des Einfallswinkels

Um den Einfluss des Einfallswinkels von dem der Glasscheibendicke trennen zu können, muss mit jedem eingestellten Winkel der gleiche Punkt  $P_0$  vermessen werden. Damit ist eine Messung mit einer kontinuierlichen Winkeländerung mit dem gegebenen Aufbau nicht möglich, da der Scanner nicht entgegen seiner Verfahrriichtung simultan gedreht werden kann. Deshalb wird in der Abbildung 4.15 der Bereich von  $10^\circ$  bis  $60^\circ$  mit einer diskreten Winkeländerung von  $5^\circ$  betrachtet. Dargestellt sind die Standardabweichung und der mittlere Fehler als Funktion des Einfallswinkels.

Der Einfluss des Einfallswinkels korreliert auf der Softwareseite mit dem Detektionsfehler bei der Ermittlung des Flächenschwerpunktes und der Korrektur der Brechung. Ist das Verhältnis des Objektabstandes zu Schirmdicke  $z_0/d \gg 1$  und bei gleichzeitig kleinem Einfallswinkel, dominiert

der Einfluss der Detektionsfehler. Die Abbildungen der Laserquerschnitte sind kleiner als bei großen Einfallswinkel. Die mittlere Beleuchtungsstärke pro Pixel ist größer.

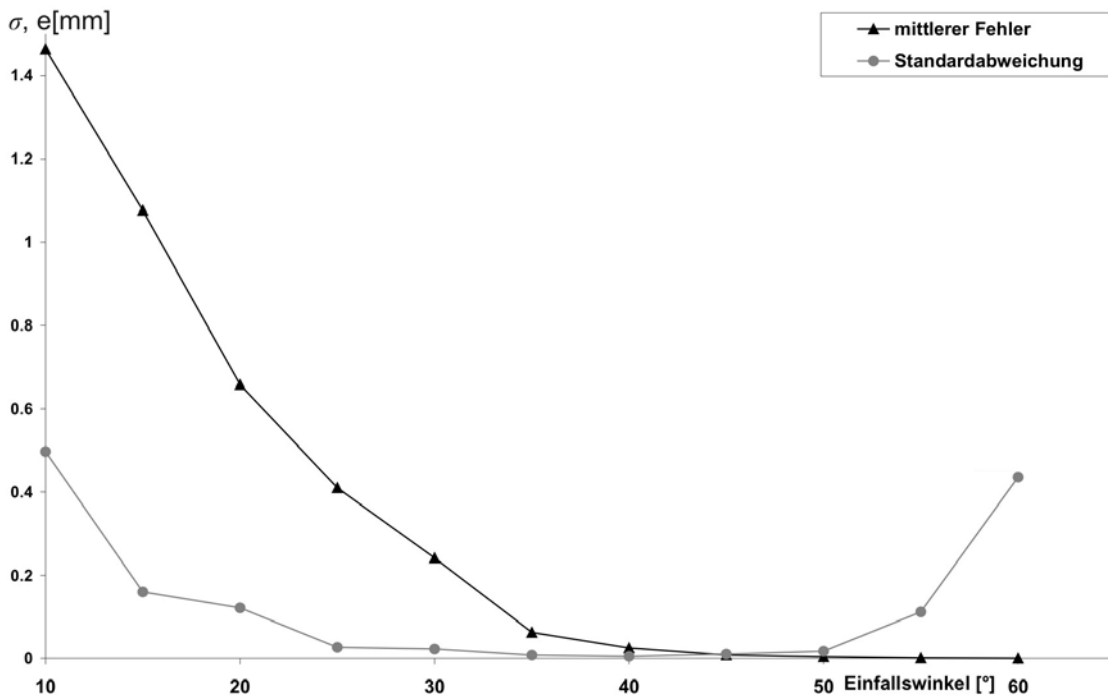


Abb. 4.15 Einfluss des Einfallswinkel der Geraden  $g_1$  gegenüber der Glasplatte.

Bei großen Einfallswinkeln dominiert der Fehler der Brechungskorrektur. Die mittlere Beleuchtungsstärke nimmt ab. Für den gegebenen Aufbau sollte der Einfallswinkel zwischen  $35^\circ$  und  $50^\circ$  liegen. Die Messwerte in die Abbildung 4.15 wurden einzeln mit einer Einzelpunktmessung ermittelt. In jeden Messwert gehen 500 Messbilder ein.

In der Messung entspricht der Einfallswinkel dem Ausfallswinkel. Der Einfluss des Einfallswinkels allein ist gegenüber den dargestellten Messwerten näherungsweise halb so groß.

#### 4.4.2.8. Einfluss der Fokuslage

Die Fokuslage bezeichnet die Lage des Kamerakoordinatensystems  $K$  gegenüber dem Weltkoordinatensystem  $O$ . Beim DLP-Verfahren ist dies die Lage der Bildebene gegenüber den Schirmen  $L_1$  und  $L_2$ . Der Einfluss der Fokuslage im Messbereich wird über eine Linienmessung in einer ebenen Betrachtung bestimmt. Die  $0^\circ$  Fokuslage bezeichnet eine parallele Position der Bildebene gegenüber dem Schirm  $L_2$ . Bei einer  $45^\circ$  Fokuslage wird die Kamera um die  $x$ -Achse um  $45^\circ$  gedreht. Die Abbildung 4.16 stellt eine vergleichende Messung zwischen den beiden Fokuslagen als Funktion der lateralen Erstreckung in  $x$ -Richtung dar. Die  $0^\circ$  Fokuslage wird als optimale Positionierung vorausgesetzt. Die Spiegelebene verläuft parallel zur  $L_1$ -Ebene. Der Einfallswinkel ist während der Messung konstant. Bei einer Änderung der Fokuslage ist eine entsprechende Verschlechterung der Ergebnisse im Randbereich des Messbildes zu erwarten, da der Grad der Unschärfe zunimmt. Dieser Effekt wird durch ein Kippen der Kamera verstärkt.

Neben der Fokusslage nimmt auch der verbliebene Anteil der Verzerrung, die nicht durch das Kameramodell beschrieben werden kann, Einfluss auf die Abbildungen des Laserquerschnitts im Bildbereich. Für den gewählten Messbereich sind diese Einflüsse nicht mitbestimmend für die Genauigkeit. In der Abbildung 4.16 lässt sich weder eine Beeinflussung der Messwerte für  $z_0$  durch die Fokusslage noch durch eine von der Software nicht ausgeglichene Verzerrung erkennen. Die Messergebnisse wurden nicht durch eine Referenzmessung korrigiert, um das Ergebnis nicht zu verfälschen. Dadurch ergeben sich verschiedene mittlere Fehler  $e$  bei gleicher Standardabweichung  $\sigma_z$ .

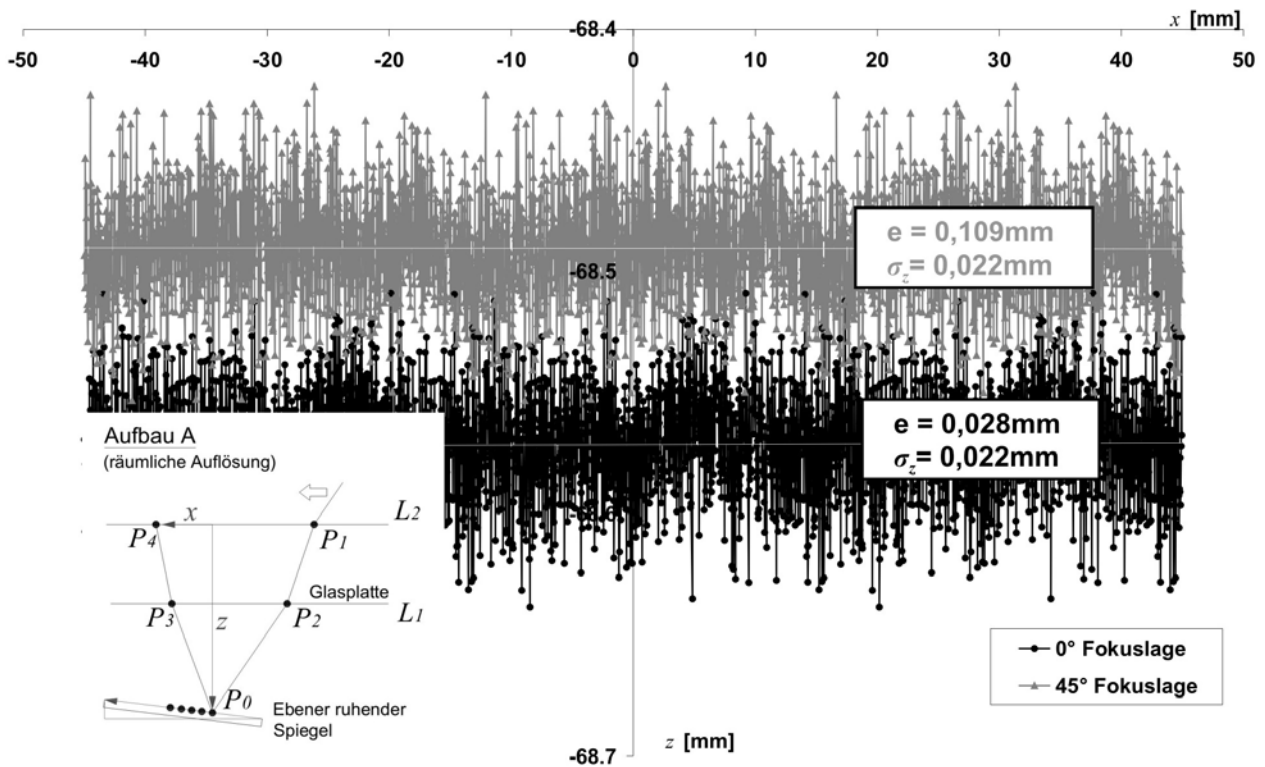
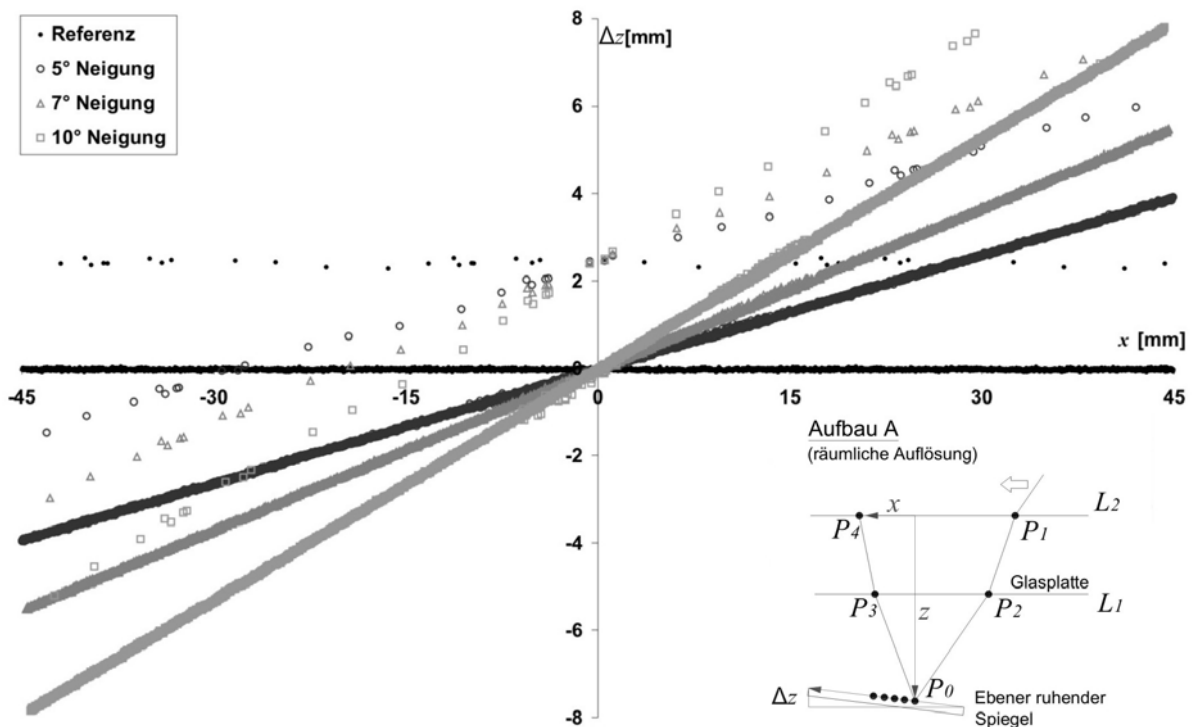


Abb. 4.16 Einfluss der Fokusslage. Der Sollwert von  $z_0$  beträgt -68,6mm.

#### 4.4.2.9. Einfluss des Objektabstands ohne den Einfluss der Geschwindigkeit der Änderung

Die Änderung des Objektabstandes gegenüber den Schirmen beeinflusst die Charakteristika der Querschnittsabbildung im Messbild. Verlassen die Charakteristika die in der Auswertungsroutine festgelegten Intervalle (Farbe, Helligkeit, Sättigung, Größe) für eine positive Erfassung der Pixel, verschlechtert sich die Detektionsgenauigkeit. Die einfachste stufenlose Änderung des Objektabstandes ist die Messung einer Linie auf einem ebenen, ruhenden, geneigten Spiegel. Der Neigungswinkel des Spiegels wird von  $0^\circ$  auf  $5^\circ$ ,  $7^\circ$  und  $10^\circ$  variiert. Die Messung des ebenen Spiegels unter einem Neigungswinkel von  $0^\circ$  dient dabei als Referenzmessung. Die Aufnahmegeschwindigkeit wird mit 1000 Bildern pro Sekunden gegenüber der Verfahrensgeschwindigkeit des Lasers von 25mm/s groß genug gewählt, als dass der Einfluss der Geschwindigkeit der Änderung vernachlässigt werden kann. Die Abbildung 2.17 zeigt die

gemessene Höhenänderung  $\Delta z$  eines Spiegels bei einer Linienmessung entlang der  $x$ -Achse bei verschiedenen Spiegelneigungen.



**Abb. 4.17** Messung einer linearen Änderung des Objektabstandes auf einem ebenen Spiegel unter verschiedenen Neigungswinkeln. In die dargestellte Messung gehen 3200 Messwerte pro gemessene Linie ein.

Mit der in Abbildung 4.17 dargestellten Messung soll überprüft werden, ob über die bereits genannten Einflussfaktoren hinaus, die einfache Änderung des Objektabstandes während einer Messung zusätzlichen Einfluss auf die Genauigkeit nimmt. Bei einer Neigung des Spiegels ergibt sich abgesehen von der erwarteten neigungsbedingten Änderung in  $z$ -Richtung kein erkennbarer Unterschied gegenüber der Referenzmessung. Die Standardabweichung für die Messung bei  $0^\circ$  Neigung beträgt  $\sigma_z = 0,262\text{mm}$  und der mittlere Fehler  $e = 0,042\text{mm}$ .

In der Abbildung 4.17 sind deutliche punktuelle Abweichungen an der jeweils gleichen Position unabhängig von der Neigung zu erkennen. Die Abweichungen treten unabhängig von der gemessenen Oberfläche auf. Der Grund für die Abweichung ist entweder eine falsche Farbinterpolation durch den Bayerfilter, eine falsche Objektzuordnung oder Kratzer auf der Glasscheibe, die als Schirm verwendet wird. Eine falsche Objektzuordnung kann auftreten, falls mehr als die vier gesuchten Laserquerschnitte im Messbild auftauchen, wie die Abbildung 4.18 zeigt. Werden daher mehr als vier Objekte bei der Auswertung erkannt, kann es im Einzelfall zur falschen Berechnung der Geraden  $g_1$  und  $g_2$  kommen, falls dies die gesetzten Auswahlkriterien zulassen. Die Größe der Glasscheibe erschwert ihre Handhabung. Kleine Kratzer auf der Oberfläche können in der Regel nicht vermieden werden. Trifft der Laserstrahl auf einen Kratzer auf der Oberfläche, werden die Abbildung des Querschnitts und damit die Berechnung des Flächenschwerpunktes negativ beeinflusst. Detektionsfehler durch Kratzer auf der Glasscheibe



treten unabhängig von der gemessenen Oberfläche auf. Die deutliche Abweichung in der dargestellten Messung macht es möglich, diese von den übrigen Messwerten zu trennen. Für die verbliebenen Messwerte ergibt sich eine Standardabweichung von  $\sigma_z = 0,022\text{mm}$ .

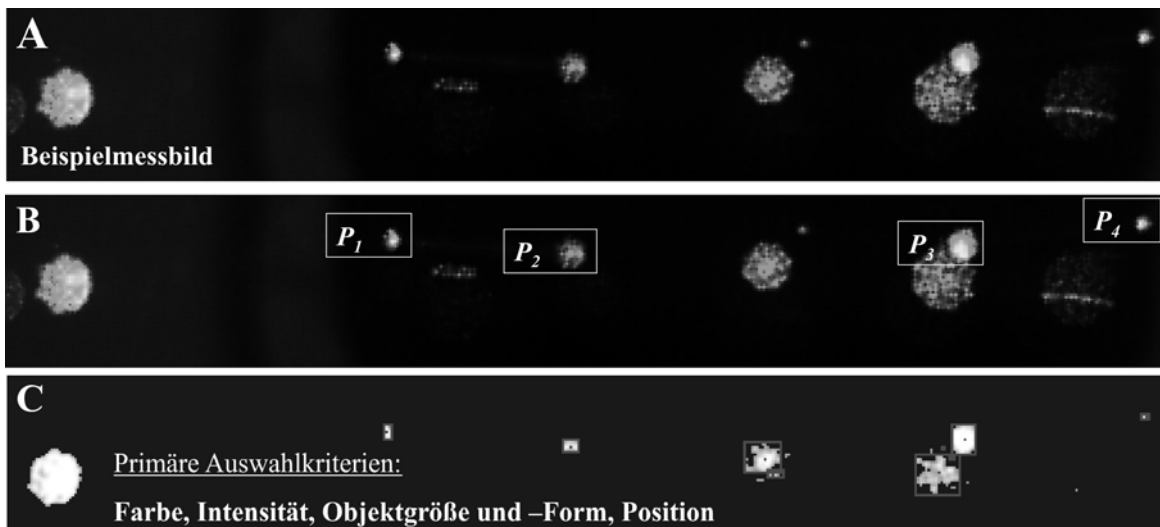


Abb. 4.18 Falsche Objektzuordnung. Links ist das invertierte Originalbild, rechts die durch einen Rahmen gekennzeichneten, von der Auswertungsroutine als gültig erkannte Objekte.

Auch kleine Unebenheiten und Kratzer, die mit dem Auge nicht erkannt werden können, sind in den Messergebnissen erkennbar. Vergleicht man die die Abweichungen für  $z_0$  für die verschiedenen Neigungen an den jeweils gleichen Positionen  $x_0$  ergeben sich in einigen Bereichen ähnliche Abweichungen für gleiche oder nahe beieinander liegende  $x$ -Werte. Dieser Zusammenhang ist in der Abbildung 4.19 durch einen Ausschnitt aus der in Abbildung 4.17 dargestellten Messung gezeigt.

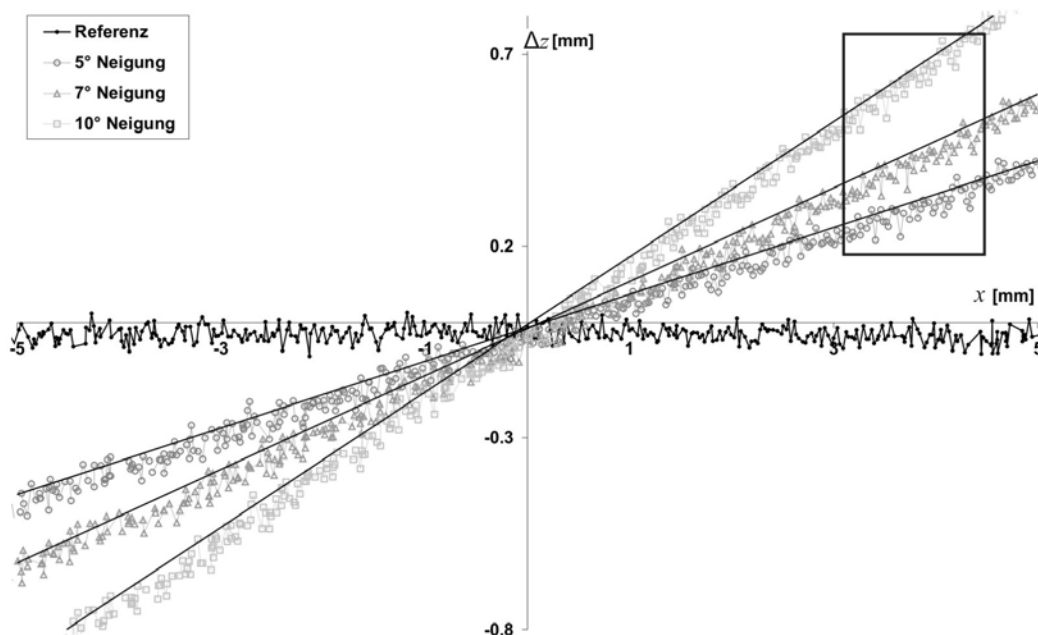


Abb. 4.19 Nähere Betrachtung der Messung aus Abbildung 4.17. Schwarz umrahmt ist ein Bereich in dem die Gleichförmigkeit der Abweichungen gegenüber dem Sollwert für  $z_0$  besonderes deutlich hervortritt.

Daraus ergibt sich für die Bewertung des Einflusses des Objektstandes unabhängig von der Geschwindigkeit der Messung, dass dieser innerhalb des Messbereiches vernachlässigbar klein ist.

#### 4.4.2.10. Einfluss des Objektabstands bei Änderung der Geschwindigkeit

Die Einbeziehung der Geschwindigkeit, unter der sich der Objektstand während der Messung ändert, dient der Überprüfung der Zeitauflösung. Bei einer gegebenen Aufnahmegeschwindigkeit 1000 Bildern pro Sekunde wird die erwartete Verschlechterung des Messergebnisses in Zusammenhang mit der Erhöhung der Geschwindigkeit gebracht.

Hierzu werden drei diskrete Punkte, die sich auf unterschiedliche Radien  $r_s$  vom Mittelpunkt befinden, auf einem um den Winkel  $\theta_y$  gegenüber der Horizontalen geneigten und sich mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega=5\text{Hz}$  bewegendem Spiegel gemessen. Durch die Drehung beschreiben die Punkte  $P_{0i}$  eine in der Zeit sinusförmige Bewegung in vertikaler Richtung, dessen vertikale Änderung mit  $\Delta z(t)=z(t)-z_0$  beschrieben werden kann. Bei Kenntnis des Radius  $r_s$  und der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  ist der ideale zeitabhängige und ortsabhängige Verlauf berechenbar. Die Abbildung 4.20 stellt für drei diskrete Radien auf dem Spiegel ( $r_s = 10, 20, 30\text{mm}$ ) die gemessenen und die idealen relativen vertikalen Höhenänderung für eine Winkelgeschwindigkeit von  $\omega=5\text{Hz}$  dar.

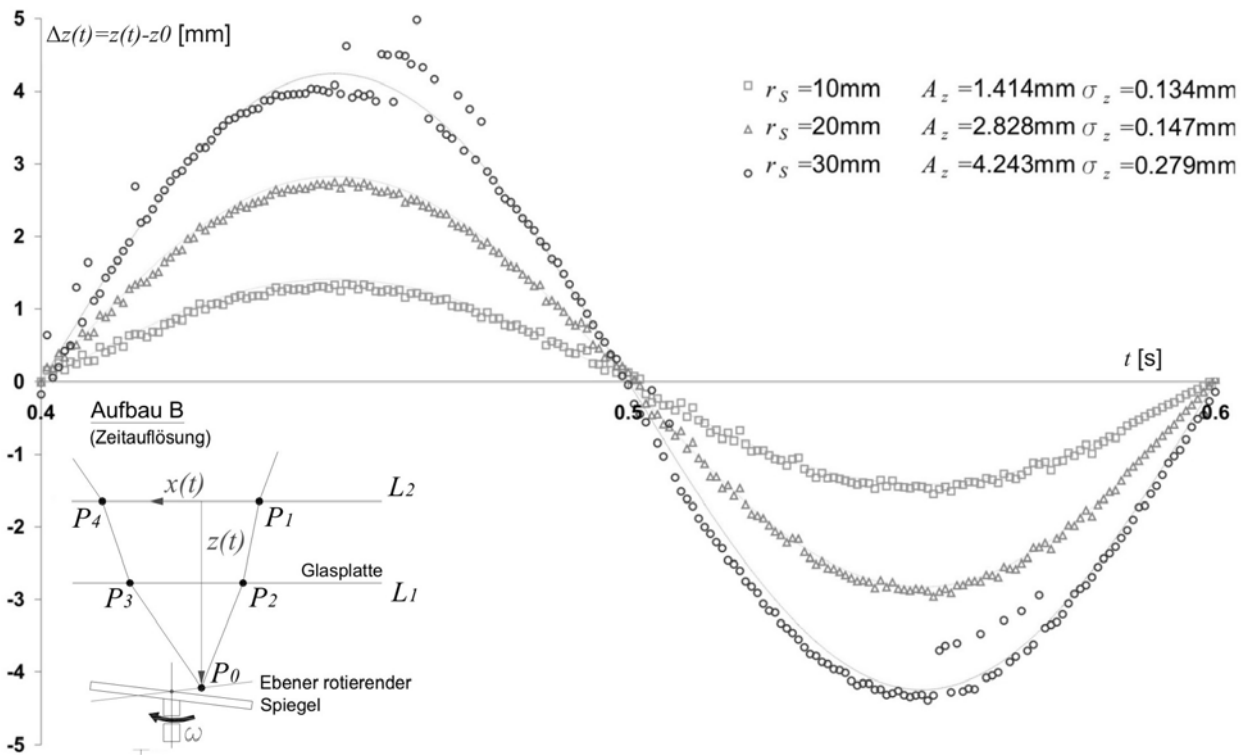


Abb. 4. 20 Darstellung einer Messung zur Überprüfung des Einflusses der Änderung des Objektabstandes während der Messung unter Berücksichtigung der Geschwindigkeit.

Dabei ist in Abbildung 4.21 skizziert, dass der Nulldurchgang der sinusförmigen Bewegung nicht mit der waagrechten Position  $P_{02}$  übereinstimmt. Durch den schrägen Einfall des Lasers entlang der Geraden  $g_1$  unter dem Winkel  $\alpha_1$  hat die Bewegung eine  $x$ - und eine  $z$ -Komponente.

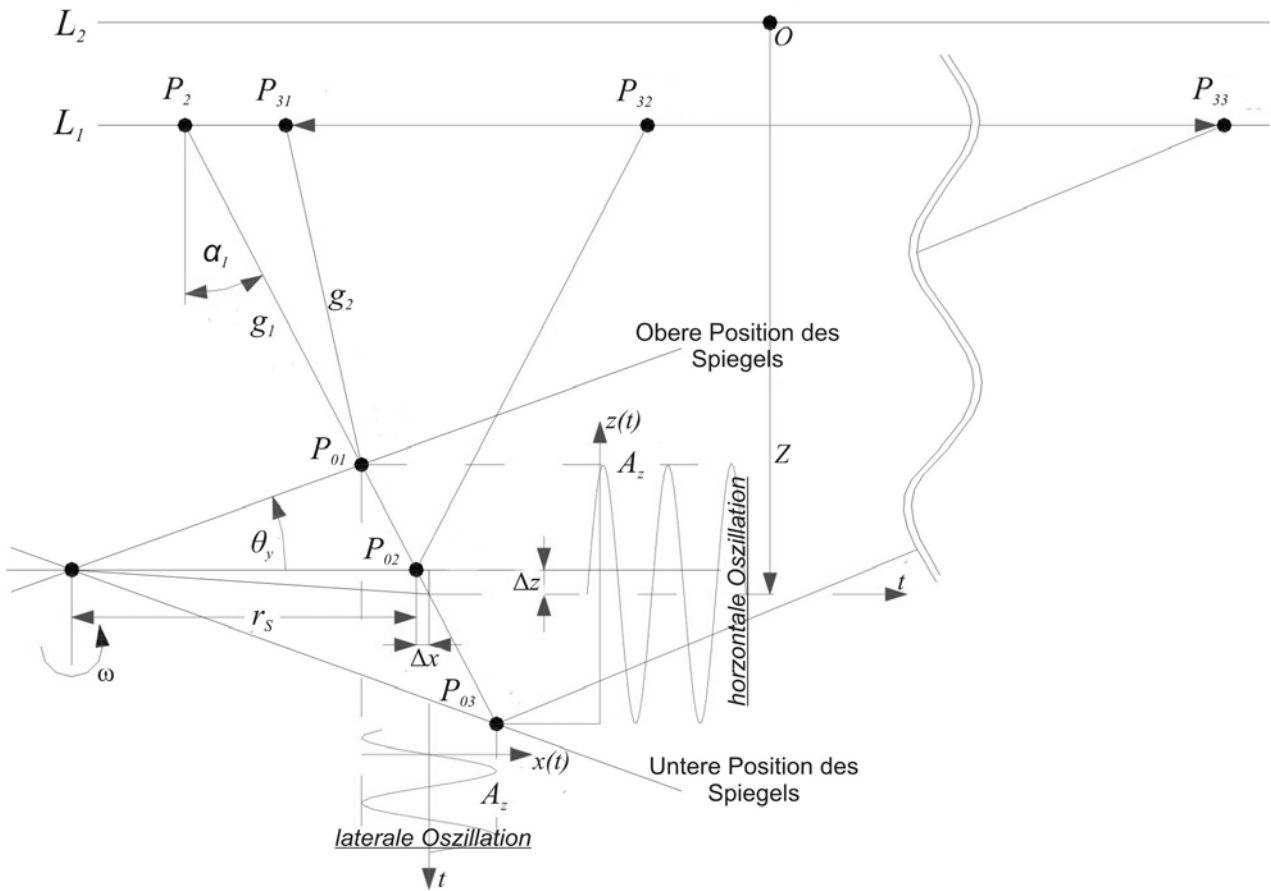


Abb. 4. 21 Bewegung von  $P_0$  auf der Oberfläche eines rotierenden, ebenen Spiegels.

Neben der maximalen Geschwindigkeit  $\hat{v}_0$ , vergrößert sich durch die Verschiebung des Punktes  $P_0$  auch die Amplitude  $\overline{P_{31}P_{33}}$  der Bewegung der Laserquerschnitte auf den Schirmen. Für  $r_S = 10, 20$  und  $30\text{mm}$  ist  $\hat{v}_0 = 44,77 \text{ mm/s}, 89,53 \text{ mm/s}$  und  $134,3 \text{ mm/s}$ . Der Ansatz zur Berechnung der maximalen Geschwindigkeit ist in Tabelle 4.2 dargestellt.

$$\overline{P_{01}P_{02}} = r_S \frac{\sin \theta_y}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_y + \alpha_1\right)} \quad (4.1a);$$

$$\Delta x = \left(\overline{P_{02}P_{03}} - \overline{P_{01}P_{02}}\right) \sin \alpha_1 \quad (4.2a);$$

$$A_x = \frac{1}{2} \left(\overline{P_{01}P_{02}} + \overline{P_{02}P_{03}}\right) \sin \alpha_1 \quad (4.3a);$$

$$x_o(t) = A_x \sin(\omega t) \quad (4.4a);$$

$$\overline{P_{02}P_{03}} = r_S \frac{\sin \theta_y}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_y - \alpha_1\right)} \quad (4.1b)$$

$$\Delta z = \left(\overline{P_{02}P_{03}} - \overline{P_{01}P_{02}}\right) \cos \alpha_1 \quad (4.2b)$$

$$A_z = \frac{1}{2} \left(\overline{P_{01}P_{02}} + \overline{P_{02}P_{03}}\right) \cos \alpha_1 \quad (4.3b)$$

$$z_o(t) = A_z \sin(\omega t) \quad (4.4b)$$

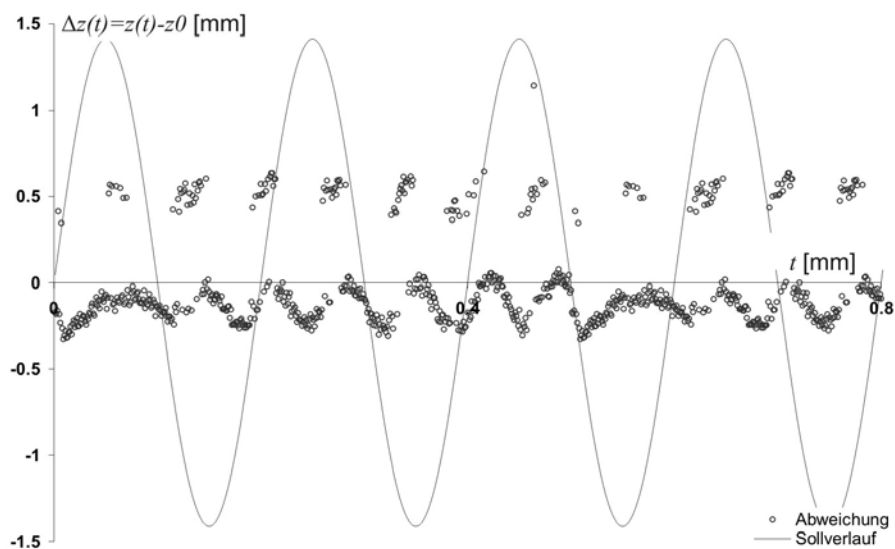
$$v_0(t) = \begin{pmatrix} \dot{x}_0(t) \\ \dot{z}_0(t) \end{pmatrix} = \omega \cos(\omega t) \begin{pmatrix} A_x \\ A_z \end{pmatrix}; \quad (4.5)$$

$$\hat{v}_0 = \omega \sqrt{A_x^2 + A_z^2}. \quad (4.6)$$

**Tab. 4. 2** Berechnung der Amplituden  $A_x$  und  $A_y$  der Bewegung von  $P_\theta$  in  $x$ - und  $z$ -Richtung für eine ebene Betrachtung unter dem Einfallswinkel  $\alpha_i$  und dem Neigungswinkel  $\theta_y$ .

Wie der Abbildung 4.20 zu entnehmen ist, treten die jeweils größten Abweichungen der Messung von der berechneten Kurve einer periodischen Bewegung nicht in den Punkten größter Geschwindigkeit auf, sondern in den Bereichen maximaler bzw. minimaler relativer Entfernung der Laserquerschnitte auf der Glasscheibe. Damit kann es wie in *Kapitel 4.4.2.9* zu einer falschen Zuordnung der Messpunkte kommen.

Die Abbildung 4.22 stellt die Differenz zwischen Messwert und berechnetem Sollwert als Funktion der Zeit an einem um den Winkel  $\theta_y$  geneigten und der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  auf dem Radius  $r_s = 30\text{mm}$  bewegten Spiegel dar. Die Änderung der Abweichung über der Zeit hat einen periodischen Charakter und ist reproduzierbar. Die falsche Zuordnung kann nicht auf Ungenauigkeiten an der Glasscheibe beruhen. Sie spiegelt vielmehr das Mitschwingen des Versuchsaufbaus zum einen und den Einfluss von Reflexionen in der Glasscheibe zum anderen dar.



**Abb. 4. 22** Reproduzierbarkeit der Zuordnungsfehler in Bereichen maximaler bzw. minimaler Entfernung der Messpunkte auf den Schirmen, dargestellt für  $r_s=30\text{mm}$ .

Damit ist der prinzipielle Nachweis erbracht, dass das bestehende Messsystem zur wirklichkeitsnahen Abbildung einer Bewegung mit nennenswerter Geschwindigkeit in der Lage ist. Die gemessene Frequenz liegt mit 5Hz deutlich unter der geforderten Frequenz von 100Hz. Die Genauigkeit der Messung ist für eine bewegte Oberfläche abhängig von der Geschwindigkeit der

Bewegung. Diese ist abhängig von der Frequenz und einer Amplitude der Bewegung. Das heißt, die Messung hat auch für höherfrequente Messungen mit entsprechend kleinerer Amplitude Gültigkeit.

#### 4.4.2.11. Der Einfluss der Krümmung

Die Abbildung 4.23 zeigt eine DLP Messungen der relativen, vertikalen Höhenänderung  $\Delta z = z - z_0$  als Funktion der lateralen Koordinate  $x$  in verschiedenen Ebenen  $y = \text{konstant}$  im Vergleich zur exakten Kontur.

Die Messung der gekrümmten Fläche wird mit sich änderndem Einfallswinkel durch den Scanner durchgeführt. Dargestellt sind Messwerte für  $P_0$  entlang der vom Scanner gezeichneter Linien mit gleichem Sollwert für  $y_0$ , die sich aufgrund des gewählten Scanmusters leicht von einander separieren lassen. Auch hier zeigen sich die bereits bekannten Fehler in der Zuordnung der Messpunkte. Die aufintegrierte Standardabweichung der Messung der gesamten Fläche der zentralen Erhebung in  $z$ -Richtung beträgt  $\sigma_z = 0,282\text{mm}$ .

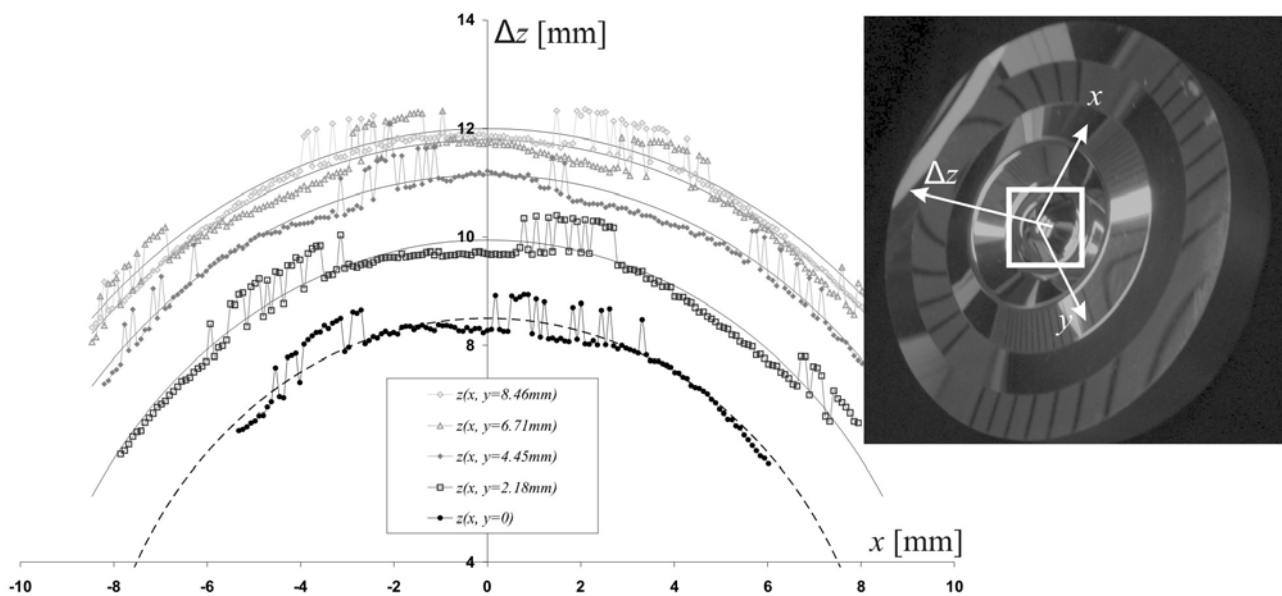


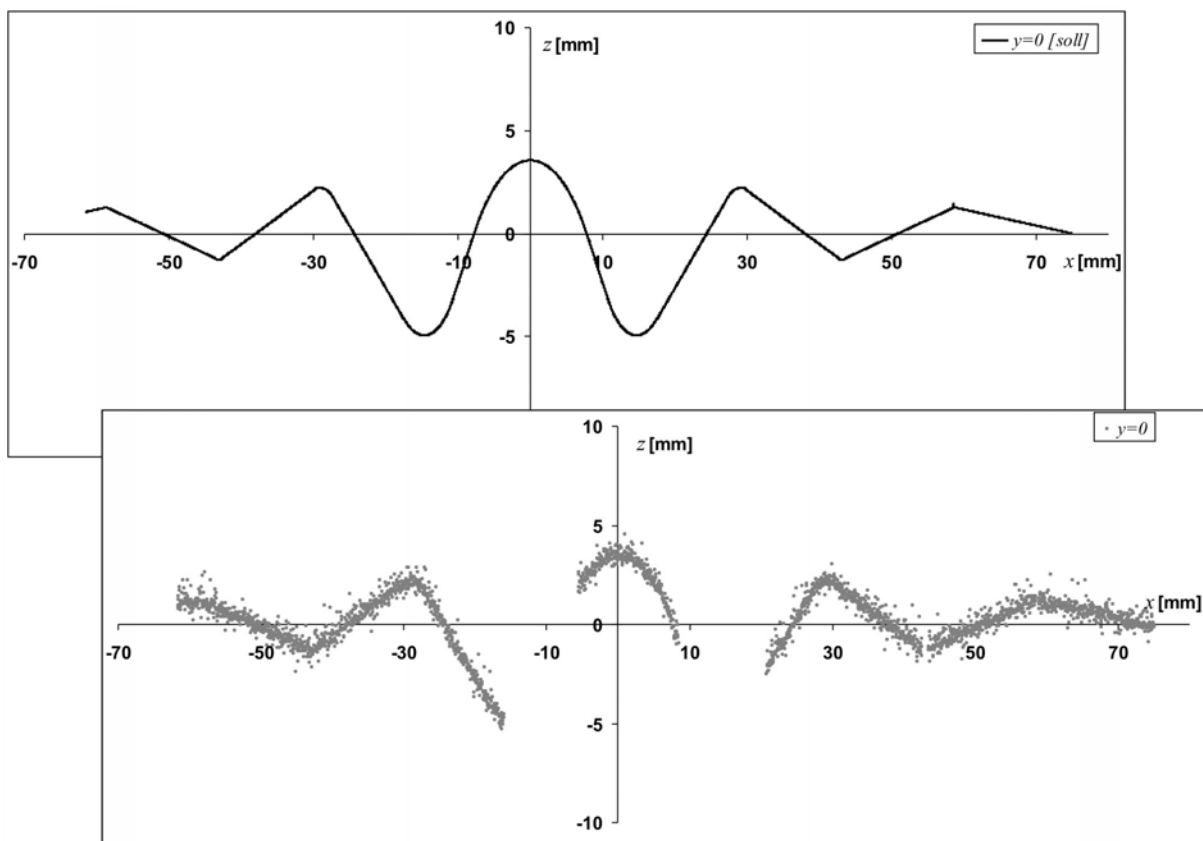
Abb. 4. 23 Messung der zentralen Kuppel auf dem Referenzobjekt. Dargestellt sind einzelne Linien mit konstantem Sollwert  $y$  [mm] im Vergleich zum Messwert  $y_0$ .

Gekrümmte Oberflächen können gegenüber ebenen Flächen mit sinkender Genauigkeit erfasst werden. Durch die Aufweitung des auftreffenden Laserstrahls während der Reflexion an der gekrümmten Oberfläche, vermindert sich die Lichtintensität mit wachsender Querschnittsfläche. Eine Minderung der Lichtintensität bewirkt eine Verschlechterung der Schwerpunktberechnung für die abgebildeten Laserquerschnitte. Dem kann durch den Einsatz von Laserdioden mit höherer Leistung entgegengewirkt werden.

Neben der Frage, ob das DLP-Verfahren auch Oberflächen mit nennenswerter Krümmung abbilden kann, soll mit dem Referenzobjekt auch die Messbarkeit von Oberflächen mit

wechselnder Krümmung innerhalb des Messbereichs nachgewiesen werden. Dabei müssen die Auswertungskriterien und die Fokussierung der Laserstrahlen iterativ an die Oberfläche angepasst werden, um die Oberfläche mit gleich bleibender Genauigkeit zu erfassen. Die Abbildung 4.24 zeigt die Messung einer Linie auf dem Referenzobjekt für  $y_0=0$  und ihren Sollwert. Die Standardabweichungen für die erfassbaren Bereiche sind  $\sigma_x=0,067\text{mm}$  und  $\sigma_z=0,340\text{mm}$ . Die Standardabweichung zur Erfassung einer Oberfläche mit wechselnden Krümmungen und Neigungen ist erwartungsgemäß größer als bei deren unabhängiger Erfassung. Die Abbildung der Senken nahe der zentralen Erhebung ist durch die mehrfache Reflexion des Lasers an der Oberfläche mit  $r_t < 1$  nicht möglich.

Auch die Radien von 1 beziehungsweise 2mm auf der Oberfläche können nicht aufgelöst werden, da hier der Laserstrahl zu stark aufgeweitet wird. Für eine Mehrfachreflexion und eine zu große Aufweitung des Laserstrahls bei der Reflexion liefert die Auswertungsroutine kein Ergebnis. Die Messung dient damit auch dem Nachweis der natürlichen Grenzen des DLP-Verfahrens und stellt den Grenzfall einer erfassbaren ruhenden, spiegelnden Oberfläche dar. Die Linienmessungen wurden unabhängig vom Einfallswinkel über einen Linearmotor vorgenommen.



**Abb. 4. 24 Sollwert des Höhenverlaufs  $z$  als Funktion der Koordinate  $x$  in einer Ebene  $y=0$  (oben). Mit dem DLP-Verfahren gemessener Höhenverlauf  $z$  entlang von  $x$  in derselben Ebene (unten).**

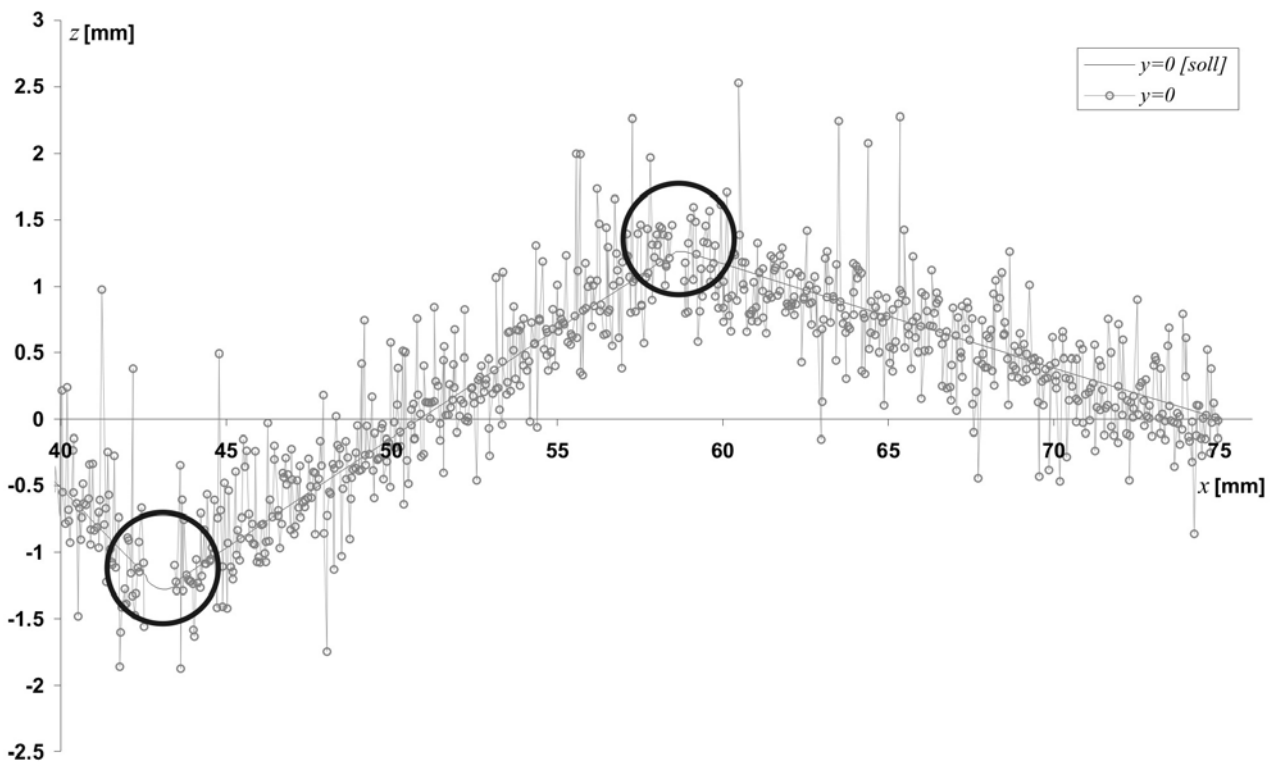


Abb. 4. 25 Ausschnitt eines dem DLP-Verfahren gemessenen Höhenverlauf  $z$  entlang von  $x$  in derselben Ebene .

#### 4.5. Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse der Validierung

Mit der quantitativen Betrachtung der Einflussfaktoren ist die Möglichkeit der Anwendung auf spiegelnde, feste Oberflächen innerhalb der geforderten räumlichen und Zeitauflösung nachgewiesen. Für eine Anwendung auf freie Flüssigmetalloberflächen ergibt sich eine Empfehlung zur Wahl der einstellbaren Parameter für eine Messung, die in Tabelle 4.3 aufgelistet ist.

Mit der quantitativen Betrachtung der Einflussfaktoren ist die Möglichkeit der Anwendung auf spiegelnde, feste Oberflächen innerhalb der geforderten Genauigkeit für die Raum- und Zeitauflösung nachgewiesen. Spezifische Probleme der Auswertungsroutine sind Fehler

- durch eine falsche Farbinterpolation im Messbild,
- durch eine falsche Zuordnung der Messpunkte  $P_1$  bis  $P_4$  auf den Schirmen,
- durch eine falsche Wahl der Auswahlkriterien bezüglich der sich während der Messung ändernden Charakteristika der Laserquerschnitte (Größe, Helligkeit, Sättigung, Farbe). Sie müssen iterativ an das jeweilige Messobjekt angepasst werden.

Den größten Einfluss auf die Messgenauigkeit weisen Änderungen der Krümmung, des Objektabstandes sowie die Geschwindigkeit der Änderung während der Messung auf. Bei einer günstigen Wahl der Systemparameter ist ihr Einfluss auch in der Summe um eine Größenordnung kleiner als die der Oberflächenparameter. Ein spiegelnde Oberfläche kann vom DLP-Verfahren abgebildet werden, falls folgende Bedingungen

- $r_t = a/h > 1$ , als Verhältnis der horizontalen Ausdehnung zur Strukturhöhe,
- $r_c = c_1/c_0 < 1$ , als Verhältnis der Strahltaile zum lokalen Krümmungsradius der Oberfläche,
- $r_v = \frac{2\hat{v}_0}{F_A d_P} < 10$ , als Verhältnis der maximalen Geschwindigkeiten der bewegten

Oberfläche zur Aufnahmegeschwindigkeit mal der halben Pixelbreite, erfüllt sind. Diese Bedingungen sind eine Ergänzung zu den bereits beschriebenen natürlichen und technischen Grenzen aus Kapitel 4.3. Sie bestehen unabhängig von den Systemparametern.

<b>Einflussfaktor</b>	<b>e [mm]</b>	<b><math>\sigma_z</math> [mm]</b>	<b>Ergebnis der Validierung</b>
<b>Wellenlänge</b>	e = ±0	$\sigma_z = 0.02$	532nm für Kameras mit Bayerfilter
<b>Kalibrierung</b>	e = ±1.5	$\sigma_z = 0$	Die Standardabweichung ist unbeeinflusst durch die Kalibration. Die Schwankung des mittleren Fehlers in z-Richtung macht eine Referenzmessung notwendig.
<b>Abstand der beiden Schirme</b>	e = 0.05	$\sigma_z = 0.02$	30-40mm für $z \gg d$
<b>Aufnahmegeschwindigkeit/ Beleuchtungszeit</b>	e = ±0	$\sigma_z = 0.04$	Linear proportional zur Standardabweichung bei gegebener Laserleistung.
<b>Messdauer</b>	-		Vernachlässigbar für den gewählten Einsatzbereich der Kamera
<b>Einfallswinkel</b>	e = 0.004- 0.063	$\sigma_z = 0.008$ - 0.017	35°-55°
<b>Fokuslage</b>	-		Vernachlässigbar innerhalb des Messbereichs
<b>Objektstand</b>	-	$\sigma_z = 0.02$	Die Genauigkeit verbessert sich mit kleiner werdendem Abstand zu den Schirmen. Beste Ergebnisse werden für Schwankungen des Objektstandes < ±2mm erreicht.
<b>Zeitauflösung</b>	-	$\sigma_z = 0.13$	Es ist nicht die Frequenz, sondern die Geschwindigkeit der Bewegung entscheidend für eine gute Zeitauflösung.
<b>Krümmung</b>	-	$\sigma_z = 0.28$ -0.34	Gekrümmte Oberflächen führen zu einer Verminderung der Genauigkeit bei gegebener Laserleistung. Schwankungen in der Krümmung der Oberfläche müssen iterativ in den Auswertungskriterien berücksichtigt werden.

Tab. 4. 3 Übersicht zu den Ergebnissen der Validierung für spiegelnde feste Oberflächen.



# 5. Das "hydraulische Sprung" Experiment

## 5.1. Ziel der Messung

Nachdem im vorangegangenen Kapitel ein Nachweis über die Funktionsfähigkeit und die Ermittlung optimaler Einstellungen der verschiedenen Systemparameter beschrieben ist, wird im Folgenden eine exemplarische Anwendung auf eine freie Flüssigmetallgrenzfläche beschrieben. Als zu untersuchendes Strömungsphänomen wird der rotationssymmetrische hydraulische Sprung gewählt, der bislang in der Literatur als Flüssigmetallexperiment noch keine Erwähnung findet. Der physikalische Hintergrund und der numerische Ansatz zur Berechnung der Sprungposition, -höhe und -form können in *Kapitel 3* nachgelesen werden. Neben der abschließenden Qualifizierung des DLP-Verfahrens sollen darüber hinaus die erhobenen Datensätze über die Geometrie der Oberfläche der Validierung der parallel dazu durchgeführten CFD-Rechnungen zur Vorhersage des Sprungs dienen.

Ziel der Messung ist die Erfassung der Oberfläche des hydraulischen Sprungs in Abhängigkeit vom Radius auf der überströmten Ebene durch eine kurzzeit-gemittelten Linienmessung. Um auch das Vermögen zur zeitaufgelösten Erfassung unter Beweis zu stellen, werden die Wellenbewegungen im unterkritischen Bereich des hydraulischen Sprungs erfasst.

## 5.2. Experimenteller Aufbau

Die Teststrecke ist Teil des GALINKA-Kreislaufs im KALLA-Labor. Sie ist in der Abbildung 5.1 dargestellt. Gallium-Indium-Zinn tritt aus einer Düse bei  $r = 0$  und  $z = a$  mit einem Durchmesser von  $a = 2R_n = 5\text{mm}$  aus und trifft auf eine senkrecht zur Düse angeordnete Kupferplatte mit einem Durchmesser von 220mm, die vor der Inbetriebnahme oberflächlich, durch Einreiben mit dem Fluid behandelt wird.

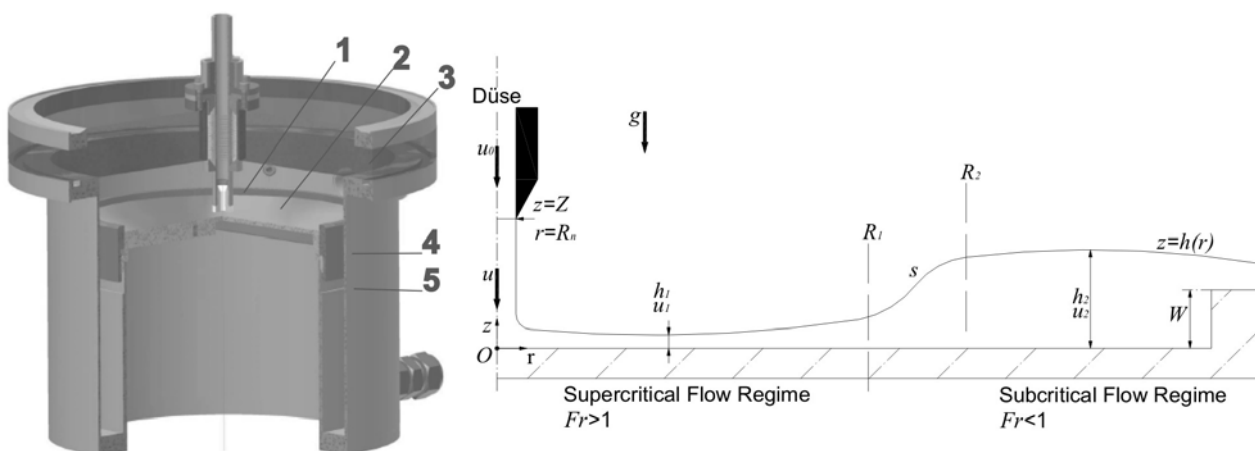


Abb. 5. 1 Aufbau der Teststrecke im GALINKA-Kreislauf (links): 1- Düse, 2- mit GaInSn beschichtete Kupferplatte, 3- Plexiglasplatte, 4 -Wehr, 5-Auffangbecken. Rechts ist die Prinzipskizze des hydraulischen Sprungs abgebildet mit der in *Kapitel 2* eingeführten Nomenklatur.

Dieses Vorgehen und die Materialwahl der überströmten Platte beruhen auf der hohen Oberflächenspannung und den schlechten Benetzungseigenschaften von GaInSn. Dennoch ist sein Einsatz auf Grund des niedrigen Schmelzpunktes und seiner vergleichsweise unbedenklichen chemischen Eigenschaften von Vorteil. GaInSn greift weder den Stahl des Aufbaus noch die Plexiglasplatte an, die zur Anwendung des DLP-Verfahrens den Aufbau nach oben hin abschließt. GaInSn ist bei Zimmertemperatur flüssig und hat dann eine vernachlässigbare Oxidationsrate. Die thermophysikalischen Daten können dem *Anhang E* entnommen werden. Wie bereits in *Kapitel 3* beschrieben, tritt die Strömung nach dem Auftreffen auf die Kupferplatte in einen so genannten überkritischen oder schießenden Bereich ein. Die Froude Zahl ist größer als eins und nimmt entlang des Radius nach außen hin ab, bis sie den Wert eins annimmt. Dort tritt der Sprung auf, der sich durch eine rasche Änderung in der Fluidhöhe und Verlangsamung der mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $u$  in Ausbreitungsrichtung  $r$  auszeichnet. Der turbulente Bereich hinter dem Sprung wird als unterkritischer Strömungsbereich oder fließende Strömung bezeichnet. Die Strömung verlässt die Kupferplatte über ein Wehr. Die Sprungposition kann über die variable Wehrhöhe und den Durchfluss eingestellt werden. Die Experimente werden unter Vakuum durchgeführt, um den Einzug von Gas am hydraulischen Sprung und die damit einhergehende Schaumbildung zu verhindern. Das Abfließen der Strömung über das Wehr wird über benetzende und nicht benetzende Bereiche auf dem Wehr stabilisiert. Die Bereiche sind symmetrisch auf dem Wehr angeordnet.

Der GALINKA-Kreislauf ist in Abbildung 5.2 skizziert. Er wird durch eine im KALLA-Labor entwickelte elektromagnetische Pumpe betrieben. Sie macht sich die elektrische Leitfähigkeit des Flüssigmetalls zu Nutze. Ihr Grundaufbau ähnelt dem eines Drehstrommotors, wobei ein durch Spulen induziertes umlaufendes Magnetfeld einen Eisenkern antreibt, auf dem ein spiralförmiger Strömungskanal sitzt. Das Förderprinzip der archimedischen Spirale wird ergänzt durch eine Vortriebskraft, die durch die Lorentzkraft in der Flüssigmetallströmung eingebracht wird.

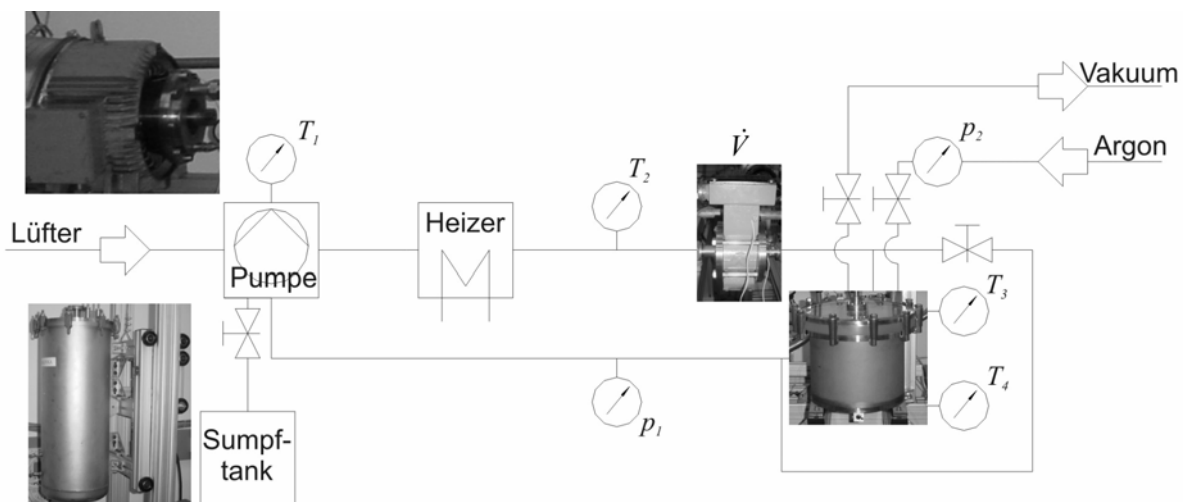
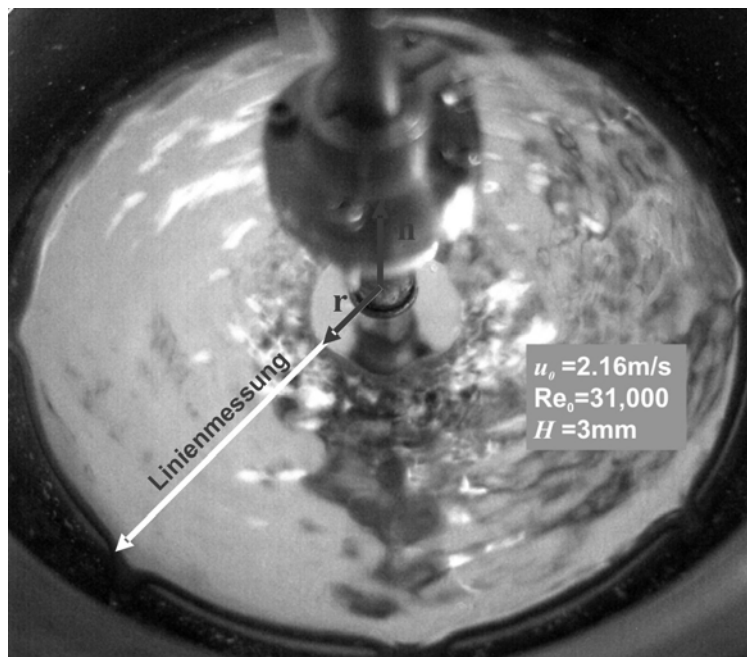


Abb. 5. 2 Kreislaufschema des GALINKA-Kreislaufs

Die Pumpenleistung kann durch das Aufbringen von Magneten in axialer Richtung auf dem Eisenkern vergrößert werden, wobei das Magnetfeld und damit die auf den bewegten Leiter wirkende Kraft verstärkt wird. Das Fluid wird durch die Pumpe erwärmt und tritt mit etwa 40°C aus der Düse aus. Der gemessene Durchfluss beträgt maximal 3l/min. Die Rohre werden mit SWAGELOG-Verbindungen zusammengefügt. Der Druck  $P$  wird mit einem KULITE-Sensor und einer von Genauigkeit von  $\pm 50$  Pascal, der Durchfluss  $Q$  mit einem KROHNE-Durchflussmesser mit  $\pm 0.3\%$  Genauigkeit und die Temperatur  $T$  mit Nickel-Chrom-Nickel-Thermoelementen und einer Genauigkeit von  $\pm 0.1^\circ\text{C}$  gemessen. Die Datenerfassung erfolgt auf einer LABVIEW-Oberfläche.

### 5.3. Messung und Diskussion der Ergebnisse

Zur Erfassung der freien Grenzfläche des rotationssymmetrischen hydraulischen Sprungs, wird mit dem DLP-Verfahren eine Linie von der Düse zum Wehr vermessen, wie dies in Abbildung 5.3 dargestellt ist. Zwei Einzelpunktmessungen an zwei Positionen auf dieser Linie dienen der Auflösung der an der Oberfläche beobachteten Wellenbewegung nach dem hydraulischen Sprung.



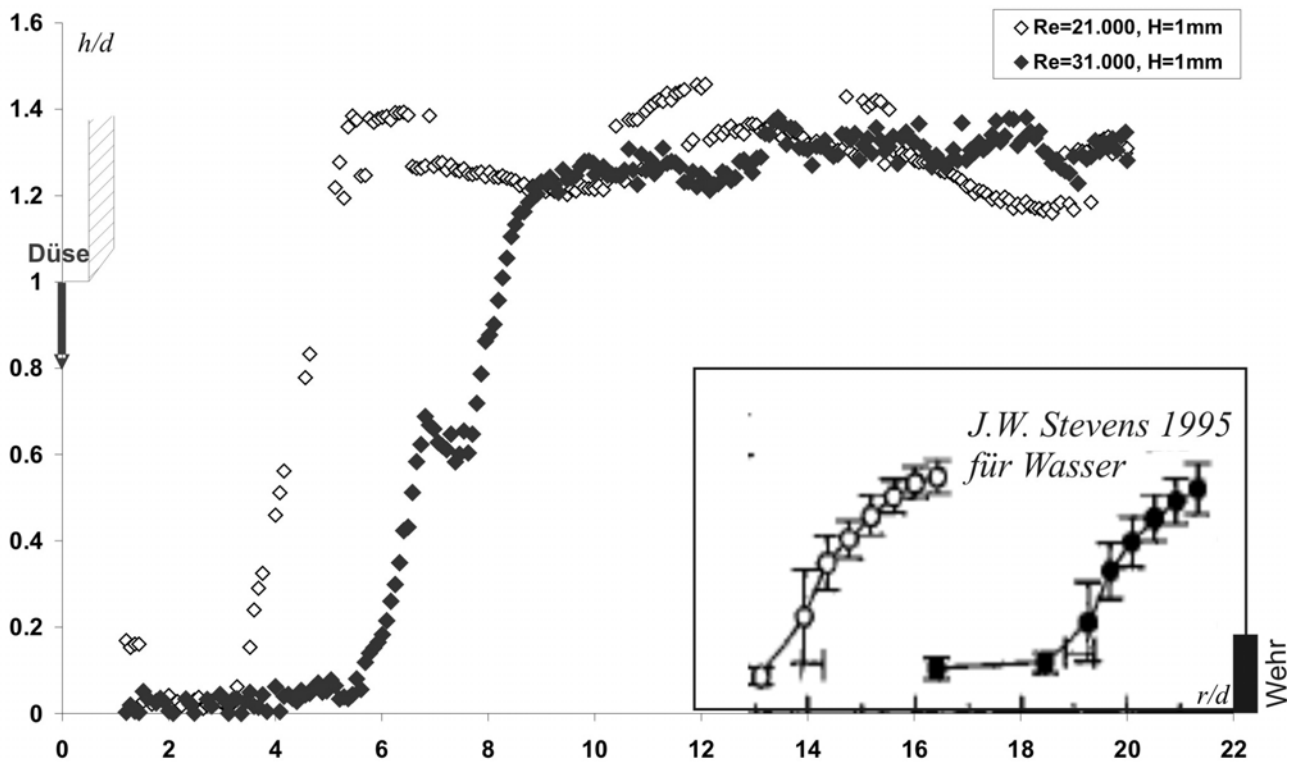
**Abb. 5. 3** Photographie des rotationssymmetrischen hydraulischen Sprungs bei  $Re_0=31,000$  und einer Wehrhöhe  $H=3\text{mm}$ .

Die Abbildung 5.3 zeigt ein aufgenommenes Bild des hydraulischen Sprungs bei einer Aufnahmefrequenz von 60fps, mit einer Eintrittsgeschwindigkeit aus der Düse von  $u_0 = 2.16\text{m/s}$ , einer mit dem Düsendurchmesser gebildeten Reynoldszahl am Austritt von  $Re_0 = 3.1 \cdot 10^4$  und einer Wehrhöhe von  $H = 3\text{mm}$ .

Neben dem gezeigten Fall wird die Oberfläche auch für  $Re_0 = 21,000$  und  $H = 3\text{mm}$ , sowie für  $Re_0 = 2.1 \cdot 10^4$  und  $3.1 \cdot 10^4$  bei einer Wehrhöhe von  $H = 1\text{mm}$  entlang einer Linie vermessen. Da zum Vergleich der Messung mit anderen Experimenten oder numerischen Rechnungen keine

Ergebnisse für Flüssigmetalle vorliegen, wird ein Vergleich mit Ergebnissen zu Versuchen mit Wasser nach *Stevens 2005* vorgenommen.

Die Abbildung 5.4 zeigt die gemessene, kurzzeit-gemittelte Fluidhöhe ( $h/d$ ) als Funktion des Radius  $r$  bei zwei verschiedenen Reynoldszahlen  $Re_0 = 2.1 \cdot 10^4$   $Re_0 = 3.1 \cdot 10^4$  und einer Wehrhöhe  $W/d = 1/5$  mm. Für gleiche  $Re_0$  und  $H/d$  zeigt die Abbildung auch die experimentellen Resultate von *Stevens 1995* aus Wasserversuchen.

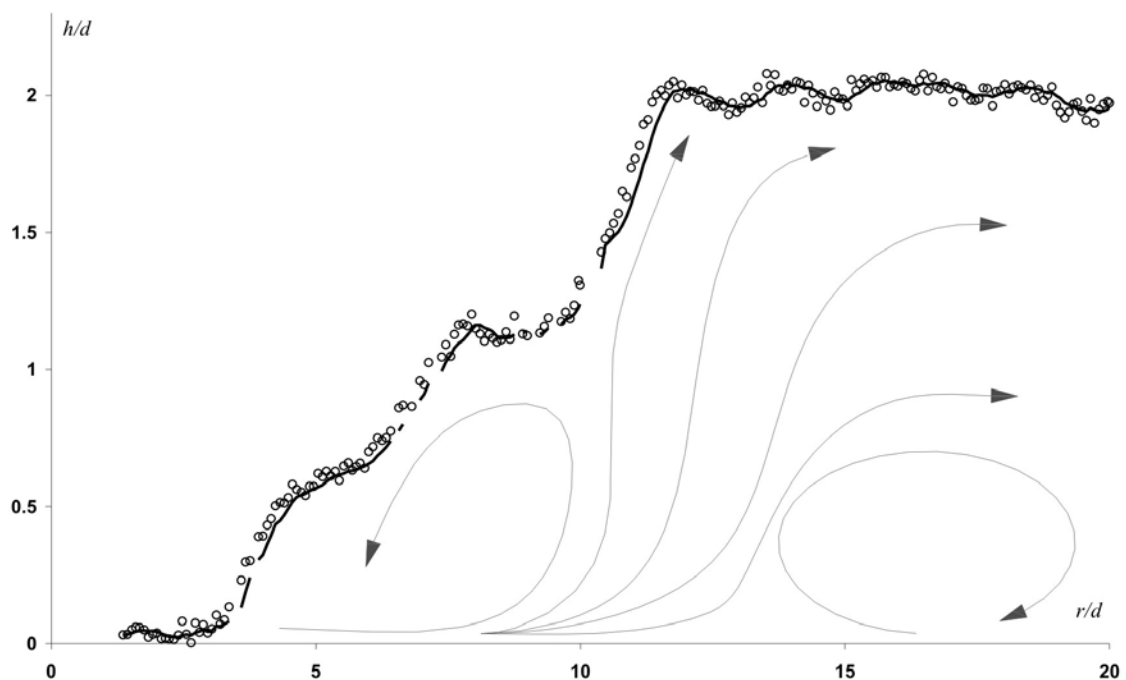


**Abb. 5. 4** Linienmessung des hydraulischen Sprungs. Vergleichende Darstellung von Wasserversuchen nach *Stevens 1995* (rechts).

Für eine Reynoldszahl von  $Re_0 = 2.1 \cdot 10^4$  mit einer mittleren Geschwindigkeit am Austritt von  $u_0 = 1.46 m/s$  wird der Sprung in seiner zu erwartenden Form wiedergegeben. Die Fluidhöhe im überkritischen Bereich ist sehr klein und liegt im Bereich der Auflösungsgrenze des DLP-Verfahrens. Der Sprung bildet sich einstufig aus.

Im unterkritischen Bereich kommt es zur Überlagerung von sich langsam zum Wehr bewegender Schwerewellen und hochfrequenten Störungen an der Oberfläche, dabei können die Flanken der Wellenberge nicht wiedergegeben werden. Zwischen dem ersten und dem letzten Messwert liegen 3 Sekunden, wobei in jeden dargestellten Messwert 25 Messbilder eingehen, über die nach Gleichung c.4 gemittelt wird. Aufgrund der großen Oberflächenspannung von  $GaInSn$  liegt die Fluidhöhe nach dem Sprung aus der Sicht des hydraulischen Sprungs weit über der eingestellten Wehrhöhe.

Für eine Reynoldszahl von  $Re_0 = 3.1 \cdot 10^4$  wandert der Sprung durch die Erhöhung der Geschwindigkeit auf  $u_0 = 2.16 \text{ m/s}$  weiter nach außen. Der Sprung bildet sich als zweistufiger Übergang mit einem lokalen Maximum aus. *Stevens 2005* zeigt, dass dieses Phänomen für hohe Eintrittsgeschwindigkeiten und Fluidhöhen für  $H > d_0$  auch bei Wasser auftritt. Bedingt durch die Sprungstärke, die sich über das Verhältnis der Fluidhöhen  $h_2/h_1$  definieren lässt, bildet sich ein Ablösewirbel im hinteren Bereich nach dem Sprung aus. Der Ablösewirbel bestimmt Form und Größe des Wirbels direkt hinter dem Sprung, der bei Gerinneströmungen auch Deckwalze genannt wird. Er stellt sich aufgrund der geometrischen Änderung im Sprungbereich ein. In der Abbildung 5.5 ist hierzu der mögliche Verlauf der Strömung im unterkritischen Bereich der Strömung nach Beobachtungen von *Lienhard 1993* bei Wasserversuchen in eine Flüssigmetallmessung eingezeichnet.



**Abb. 5. 5 Strömungsverlauf im unterkritischen Bereich der Strömung, übertragen von *Lienhard 1993*.**

Ebenfalls in Abbildung 5.4 zu sehen ist eine maßstäblich eingefügte, über lange Zeit gemittelte Messung des hydraulischen Sprungs für Wasser mit den gleichen Reynoldszahlen. Da die maßgebliche Kennzahl zur Charakterisierung des hydraulischen Sprungs aber die Froude-Zahl ist, kann hier nur ein mangelhafter Vergleich angestellt werden. Für einen entsprechenden Vergleich bei gleichen Froude-Zahlen, müssen die lokalen mittleren Geschwindigkeiten bekannt sein, was für den gegebenen Versuchsaufbau allerdings nicht möglich ist. Die Fluidhöhe hinter dem Sprung ist entsprechend der kleineren Oberflächenspannung kleiner. Durch die dreimal höhere kinematische Viskosität von Wasser ergibt für gleiche Reynoldszahlen und Düsendurchmesser eine dreimal höhere Austrittsgeschwindigkeit an der Düse, weshalb sich der Sprung für Wasser erst im hinteren Teil der überströmten Platte ausbildet.

Analog zur Abbildung 5.4 kann die in Abbildung 5.6 gezeigte Messung für eine Wehrhöhe von 3mm interpretiert werden. Die Abbildung 5.6 zeigt die gemessene, kurzzeit-gemittelte Fluidhöhe ( $h/d$ ) als Funktion des Radius  $r$  bei zwei verschiedenen Reynoldszahlen  $Re_0 = 2.1 \cdot 10^4$  und  $Re_0 = 3.1 \cdot 10^4$  und einer Wehrhöhe  $H/d = 0.6\text{mm}$ . Die Fluidhöhe hinter dem Sprung wächst mit der Erhöhung der Wehrhöhe, während die Fluidhöhe im überkritischen Bereich unverändert niedrig bleibt. Die Sprungposition wandert erwartungsgemäß in Richtung des Düsenaustritts nach innen. Die Aufteilung des Sprungs in zwei Stufen bildet sich deutlicher aus.

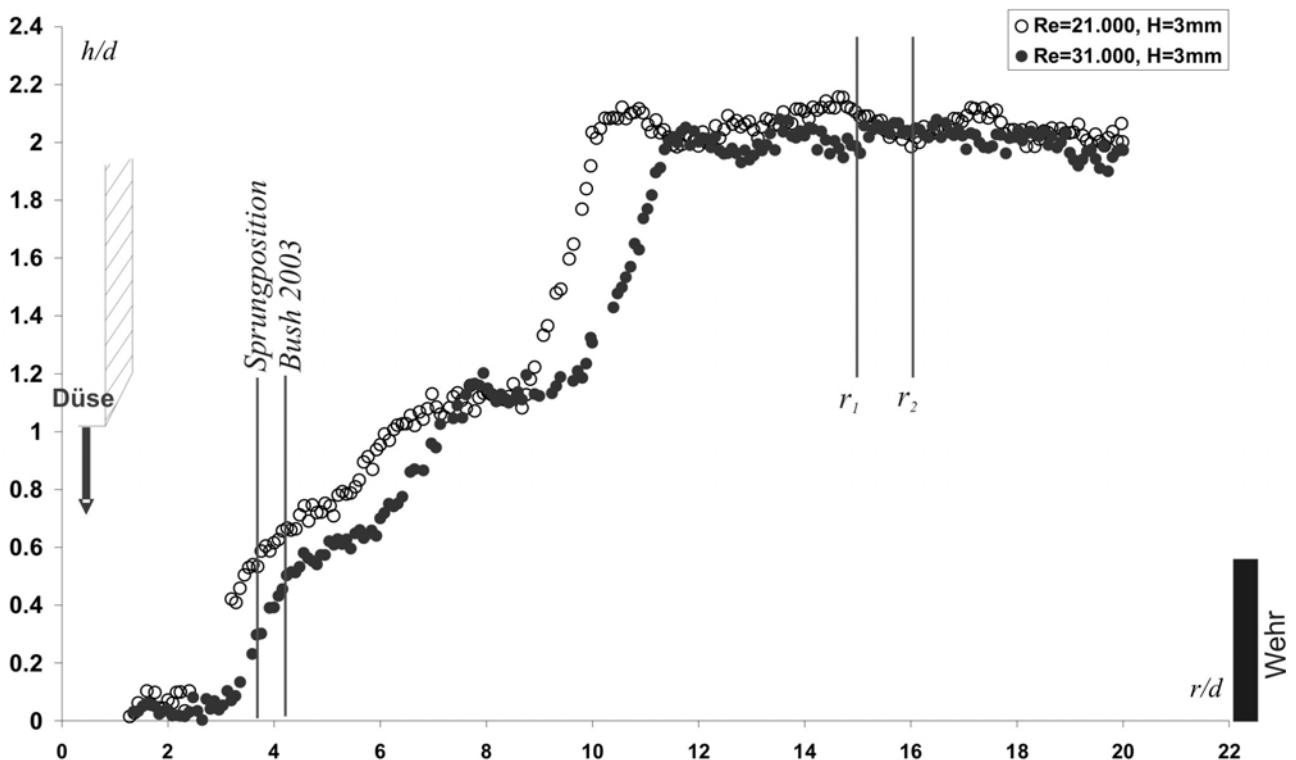


Abb. 5. 6 Linienmessung des hydraulischen Sprungs. Errechnete Sprungposition nach Bush 2003.

Für einen besseren Abgleich der Messergebnisse mit der Literatur, wird hier nicht der direkte Vergleich mit *Stevens 2005* gesucht, sondern die Sprungpositionen mit den Gleichungen 2.30 und 2.31 nach *Bush 2003* mit Hilfe der mittleren Fluidhöhe anstelle der Wehrhöhe ermittelt. Die gemessene mittlere Fluidhöhe hinter dem Sprung  $h_2$  beträgt 10.75mm. *Bush 2003* räumt in seiner Vergleichstudie mit Wasserexperimenten einen verbliebenen Fehler von 10% auf das errechnete Ergebnis ein. Die Rechnung gibt dennoch die gemessene Sprungposition nicht genau wieder. Hierfür können mehrere Gründe abseits der Messgenauigkeit angegeben werden. Einerseits handelt sich bei der Messung nicht um ein langzeit-gemitteltes Ergebnis. Die Fluidhöhe und die Sprungposition schwanken nicht zuletzt aufgrund der Interaktion mit dem Wehr. Andererseits wird die Ausbildung eines zweistufigen Sprungs von *Bush 2003* nicht explizit behandelt. Des Weiteren geht in die Berechnung der Sprungposition auch der Fehler in der

Messung der mittleren Fluidhöhe ein und das Verhältnis Fluidhöhe und Wehrhöhe ist für GalSn ungleich größer, als für Wasser.

In allen betrachteten Fällen ist die Fluidhöhe nach dem Sprung ( $Fr > 1$ ) instationär und schwankt um einen mittleren Wert  $h(r)$ . Um die Schwankung der Fluidhöhe und damit die Wellenbewegung erfassen zu können, werden im unterkritischen Bereich des Sprungs zwei Punkte auf der in Abbildung 5.5. dargestellten Linienmessung in zwei Einzelpunktmessung bei  $r_1=75\text{mm}$  ( $r_1/d = 15$ ) und  $r_2=80\text{mm}$  ( $r_2/d = 16$ ) aufgenommen. Die Abbildung 5.7 zeigt den Verlauf der Fluidhöhe als Schwankung  $h'(r, t)$  um den Mittelwert  $h(r)=10,05\text{mm}$  als Funktion der Zeit  $t$ .

Die 1000fps über 15 Sekunden aufgenommene Messungen sind annähernd gleichförmig und werden von einer übergeordneten Wellenbewegung dominiert. Eine Autokorrelation der Einzelmessreihen und eine Kreuzkorrelation nach den Gleichungen c.9 und c.10 ergibt die schon in der Zeitreihe in Abbildung 5.7 ersichtliche hohe Ähnlichkeit der beiden Messungen.

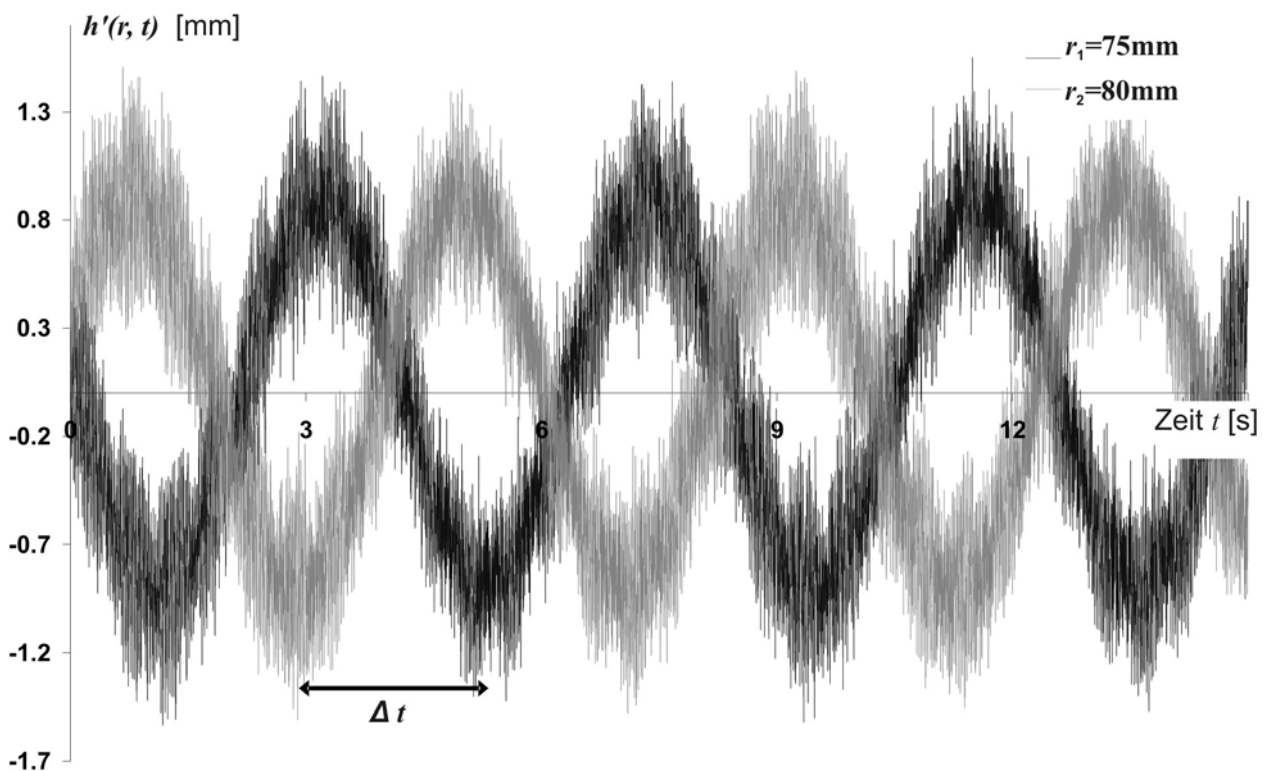
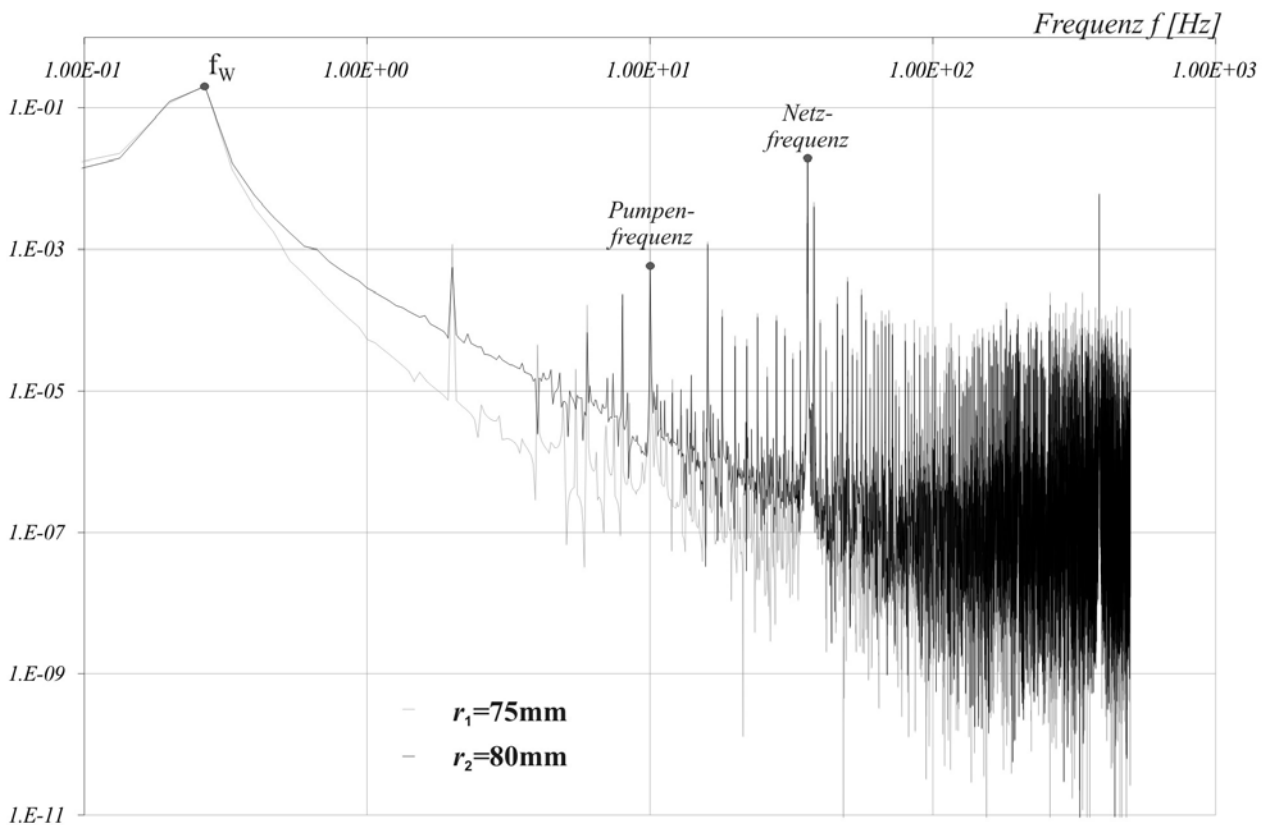


Abb. 5. 7 Aufnahme zweier einzelner Punkte im Abstand von  $r_1=75\text{mm}$  und  $r_2=80\text{mm}$ . Gemessen wird die die Schwankung der Fluidhöhe  $h'(r, t)$  um  $h(r)$  über 15 Sekunden bei 1000fps.

Um die in den Messwerten enthalten Frequenzen und Amplituden der Wellenbewegung mit der unterliegenden Geschwindigkeit in Zusammenhang bringen zu können, wird diese über Gleichung 2.8 abgeschätzt. Mit einer Eintrittsgeschwindigkeit  $u_0 = 2.16\text{m/s}$  an der Düse hat die Strömung an den gemessenen Positionen auf der überströmten Platte ein Geschwindigkeit von  $u_{r1} \approx 9.0\text{mm/s}$  und  $u_{r2} \approx 8,4\text{mm/s}$ . Die Geschwindigkeit der Hauptbewegung kann über den Phasenunterschied  $\Delta t$  unter Kenntnis des Abstands der beiden Positionen von  $\sim 5\text{mm}$  bestimmt werden. Die beiden Messkurven sind um  $\Delta t \approx 2.3\text{s}$  verschoben. Es ergibt sich eine relative

Geschwindigkeit der dominanten Wellenbewegung von  $u_w \approx 2.2\text{mm/s}$  ergibt. Sie ist sehr viel kleiner als die mittlere Geschwindigkeit der unterliegenden Strömung. Die Transformation der Autokorrelationsfunktion nach Gleichung c.9b ergibt die spektrale Leistungsdichte. Sie stellt eine Übersicht über die sonstigen Störungen in Form exponierter Frequenzen in der Menge von Messwerten dar.

Die Spektrale Leistungsdichtevertelung als Funktion der Frequenz  $f$  ist in Abbildung 5.8 dargestellt. Die Aufnahme der Hauptbewegung kann sehr deutlich von den kleineren Schwankungen der Oberfläche und den systemimmanenten Störungen getrennt werden. Zum Beispiel kann auch ein Eintrag für die Pumpenfrequenz bei  $\sim 10\text{Hz}$  gefunden werden. Die Frequenz der Schwerewelle beträgt  $f_w = 0.247\text{Hz}$ . Für die Wellenlänge ergibt sich dann unmittelbar  $\lambda_w = u_w / f_w \approx 8.90\text{mm}$ . Das entspricht unter Berücksichtigung einer leichten Streckung der Wellenbewegung, die sich aus der Scannerbewegung ableitet, näherungsweise der Wellenlänge, die in Abbildung 5.6 im unterkritischen Bereich der Strömung dargestellt wird.



**Abb. 5. 8** Spektrale Leistungsdichtevertelung der beiden Einzelpunktemessungen an den Position  $r_1=75\text{mm}$  und  $r_2=80\text{mm}$  (logarithmische Skalierung).



---

## 6. Zusammenfassung

Der Einsatz von Flüssigmetallströmungen ist für die Targetentwicklung und Reaktorkühlung zukünftiger Anlagen in der Kern- und Fusionstechnik von entscheidender Bedeutung. Die experimentelle Erfassung der freien Grenzfläche fensterloser Targets ist dabei unerlässlich, da nur eine entsprechend konditionierte Flüssigmetallströmung den sicheren Betrieb der Anlage für den Fall eines auftreffenden, hochenergetischen Partikelstrahls von der Dimension mehrerer GeV gewährleistet. Kommerzielle CFD-Codes können den komplexen Sachverhalt noch nicht mit hinreichender Genauigkeit beschreiben.

Die Erfassung von Flüssigmetalloberflächen ist, wie jede Anwendung von messtechnischen Verfahren im Umfeld von Flüssigmetallen, mit einer Reihe von Schwierigkeiten verbunden. Ihr Einsatz findet unter Vakuum oder einer Schutzgasatmosphäre statt, was zu einer hohen Reflektivität von mehr als 90% der einfallenden Lichtintensität führt. Darüber hinaus müssen Messsysteme für Flüssigmetalle mit hohen Temperaturen, ihrer chemischen Reaktivität und gegebenenfalls radioaktiver Strahlung umgehen. Bezüglich einer non-invasiven Erfassung, stehen keine Verfahren zur Verfügung, die eine Flüssigmetalloberfläche stetig in Raum und Zeit, mit einer geforderten Genauigkeit von  $\pm 0.3\text{mm}$  bei 100Hz detektieren können, was eine Weiter- oder Neuentwicklung notwendig macht.

Die Entwicklung und Qualifizierung einer Messtechnik zur Erfassung freier Grenzflächen bei Flüssigmetallen ist Gegenstand dieser Arbeit. Das vorgestellte Double-Layer-Projection-Verfahren (DLP) kombiniert die Funktionsprinzipien der Projektions- und der trigonometrischen Verfahren. So wird der Aufbau herkömmlicher Projektionsverfahren um einen zweiten Schirm ergänzt und beide Schirme transparent gestaltet. Aus der Sicht trigonometrischer Verfahren werden auch beim DLP-Verfahren nur einzelne Laserstrahlen auf die Oberfläche gerichtet und Position und Lage der Oberfläche ergeben sich aus den Gesetzen der geometrischen Optik. Sowohl der einfallende wie der ausfallende Strahl treten durch die beiden Schirme und bilden ihren Querschnitt auf der Schirmoberfläche ab. Unter Kenntnis der Lage und Position der Schirme im Raum werden die Querschnitte als mit der Intensität gewichtete Flächenschwerpunkte von einer Kamerasoftware detektiert und der Strahlverlauf eindeutig nachvollzogen, was die Ermittlung des Auftreffpunktes und der lokalen Neigung in diesem Punkt möglich macht.

Zur Qualifizierung der Messtechnik für Flüssigmetalloberflächen wird zunächst eine Validierung an festen Objekten durchgeführt. Sie umfasst die Quantifizierung der systemimmanenten Fehlerquellen sowie die Ermittlung einer optimalen Auswahl der Systemkomponenten und ihrer Einstellungen. Darauf aufbauend werden im Vorfeld bekannte Eigenschaften von freien Grenzflächen bei Flüssigmetallen mit ihrem Einfluss auf die Genauigkeit des Messsystems geprüft. Mit der erschöpfenden Abhandlung aller Fehlerquellen und Einflussfaktoren kann ein Nachweis über die Funktionsfähigkeit mit der geforderten Genauigkeit erbracht werden. Die Benennung der Grenzen des Verfahrens wird ergänzt durch die

---

Beschreibung idealer Einsatzbedingungen. Die Verwendung von festen Objekten in Form von ebenen und gekrümmten Spiegeln hat den Vorteil, dass die Sollwerte für einen Vergleich mit den Messwerten leicht ermittelt werden können oder mit hinreichender Genauigkeit bekannt sind.

Die Qualifizierung des DLP-Verfahrens wird über die Anwendung auf eine Flüssigmetalloberfläche vervollständigt. Als Anwendungsbeispiel wird hierbei der rotationssymmetrische hydraulische Sprung mit eutektischem Gallium Indium Zinn gewählt. Der hydraulische Sprung ist für Wasser vielfach in der Literatur beschrieben. Für Flüssigmetalle finden sich allerdings keine Angaben, was eine Untersuchung im Rahmen basiswissenschaftlicher Arbeit sinnvoll macht und die Validierung einer entsprechenden Weiterentwicklung der bekannten CFD-Codes ermöglichen soll. Hierbei werden die maßgeblichen Parameter der Sprunghöhe und –position vermessen und die Bewegung der Schwerewellen im unterkritischen Bereich der Strömung punktuell ermittelt.

Es zeigt sich, dass für die Qualifizierung der Messtechnik die Anwendbarkeit auf Flüssigmetalloberflächen nachgewiesen werden kann. Die in dieser Arbeit dargestellten Ergebnisse zum rotationssymmetrischen hydraulischen Sprung weisen eine Reihe von Merkmalen auf, die in dieser Form bei Wassereperimenten nicht beobachtet werden können, beispielsweise die Zweistufigkeit der Sprungkontur und die Sprunghöhe. Als Grund dafür kann die im Vergleich zu Wasser kleine kinematische Viskosität und die sehr viel höhere Oberflächenspannung genannt werden.

Damit kann die Qualifizierung und damit die Funktionstauglichkeit des DLP-Verfahrens für die Erfassung von freien Grenzflächen bei Flüssigmetallen abschließend festgestellt werden.

Nachfolgende Arbeiten sollten allerdings auf die prototypischen Eigenschaften des Messsystems genauer eingehen. Es weist gerade im Bereich der Softwareentwicklung und Benutzerfreundlichkeit noch Schwachstellen auf, die zu beheben, den Umfang dieser Arbeit allerdings übersteigen. Das bestehende Messsystem bedarf darüber hinaus sinnfälliger Modifikationen für die Anwendung auf spezielle Probleme der Targetentwicklung, wie die Überbrückung großer Entfernungen zum Messobjekt oder deren Unzugänglichkeit. Dies macht gegebenenfalls eine teilweise Wiederholung der Validierungsmessungen nach der in dieser Arbeit vorgestellten Herangehensweise notwendig.

---

## Literaturverzeichnis

- Azad* 2007 Azad, P., T. Gockel, R. Dillmann, *Computer Vision*, Elektor-Verlag, 1. Auflage, 2007.
- Abdel-Aziz* 1971 Y. I. Abdel-Aziz, H. M. Kamera, *Direct linear transformation from comparator coordinates into object space coordinates in close range photogrammetry*, Symposium on Close-Range Photogrammetry, Urbana, USA, 1971.
- Andretzky* 1998 P. Andretzky et al., *Optical Coherence Tomography by „spectral radar“ dynamic range estimation and in vivo measurements of skin*, SPIE, Vol. 3567, 78-87, 1998.
- Bähr* 2006 BÄHR, J., *„RaySense“: Ein neuartiges strahlenoptisches Verfahren zur absoluten 3D-Vermessung spiegelnder Freiform-Flächen für den Einsatz in der Qualitätssicherung*, Vortrag zum 43. Treffen des Rhein-Neckar Gesprächskreises am 13. Juli 2006, Physikalisches Institut, Universität Heidelberg (2006).
- Bendat* 1996 J.S. Bendat, A.G. Piersol, *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*, John Wiley and Sons Inc., New York, 1984.
- Berssenbrügge* 2007 Berssenbrügge, P.\*, Dekiff\* M., Bischoff G. \*, Böröcz Z. \*, Dirksen D. \*, von Bally G. \*, *Optimierung des Kalibrierungs- und Messvorgangs eines topometrischen 3D-Messsystems*, DGaO-Proceedings (2007).
- Blackford* 1996 Blackford, B.L.: *The hydraulic jump in radially spreading flow: A new model and new experimental data*; American Journal of Physics, 64(2), 1996.
- Brackbill* 1992 Brackbill, J.U., Kothe, D.B., Zemach, C.: *A continuum method for modelling surface tension*, Journal of Computational Physics, 100; 335-354, 1992.
- Brecht* 1999 Brecht, Y.; Néda, Z.: *On the circular hydraulic jump*; American Journal of Physics, 67(2), 1999.
- Brewer* 2007 Elektromagnetisches Spektrum <http://www.physik.fu-berlin.de/brewer/ph3/emwel.html>, Stand: Januar 2007.
- Bronstein* 1983 I.N. Bronstein, K.A. Semendajew, G. Musiol, H. Mühlig, *Taschenbuch der Mathematik*, Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 1993.
- Bush* 2006 Bush, J.W.M.; Aristoff, J.M.; Hosoi, A.E.: *An experimental investigation of the stability of the circular hydraulic jump*, Journal of Fluid Mechanics, 558/ 33-52, 2006.
- Bush* 2003 J. W. Bush, J. M. Aristoff, *The influence of surface tension on the circular hydraulic jump*, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 498/229-238, 2003.
- Chen* 2005 L.C. Chen, C. Quan, C.J. Tay, Y. Huang, *Fringe contrast-based 3D profilometry using fringe projection*, Optik, 116, 123-128, 2005.
- Cinotti* 2004 L. Cinotti, B. Giraud, H. A. Abderrahim, *The experimental accelerator driven system XADS designs in the EUROATOM 5th framework programme*, Journal of Nuclear Materials, 335, 148-155, 2004.
- Craik* 1981 Craik, A.; Latham, R.; Fawkes, M.; Gibbon, P.: *The circular hydraulic jump*, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 112/347-362, 1981.

---

<i>Daubner</i>	2005	M. Daubner, et al., <i>Turbulent Thermal Mixing of a Heavy Liquid Metal Flow in a Target Window Geometry – The Heated Jet Experiment</i> , Forschungszentrum Karlsruhe, Wissenschaftliche Berichte, FZKA 7098, 2005.
<i>Dillmann</i>	2004	R. Dillmann, T.Gockel, P. Azad: <i>Verfahren zur dynamischen, dreidimensionalen Erfassung und Darstellung einer Oberfläche</i> , Karlsruhe 2004.( Patentschrift DE 103 59 104 B3)
<i>Dunn</i>	2002	Dunn, F., Parberry, I., <i>3D Math Primer for Graphics and Game Development</i> , 2002. (ISBN-10: 1556229119)
<i>Durbin</i>	2005	S. G. Durbin II, <i>Dynamics and free-surface geometry of turbulent liquid sheets</i> , Georgia Institute of Technology, 2005. (Dissertation)
<i>Ehrhard</i>	2003	P. Ehrhard, <i>Strömungen mit freien Grenzflächen</i> , Skriptum einer Vorlesung gehalten an der Universität (TH) Karlsruhe, Fakultät für Maschinenbau, WS2003/04.
<i>Eichler</i>	2004	J. Eichler, L. Dünkel, B. Eppich, <i>Strahlqualität von Lasern</i> , TU Berlin, LTJ-Laserjournal.de Nr.2, Oktober 2004.
<i>Ettl</i>	1998	P. Ettl et al., <i>Roughness parameters and surface deformation measured by „Coherence Radar“</i> , Universität Erlangen, International Conference on Applied Optical Metrology, Balatonfüred, Ungarn 1998.
<i>Faukner</i>	2000	L.L. Faukner, <i>Practical Fluid Mechanics for Engineering Applications</i> , John Wiley & Sons, 2000.
<i>Furtner</i>	2001	Furtner, U., <i>Farbverarbeitung mit Bayer-Mosaic Sensoren</i> , Matrix-Vision Bildverarbeitung (2001).
<i>Gaetke</i>	1991	J. Gaetke, <i>Akustische Strömungs- und Durchflussmessung</i> , Akademischer Verlag Berlin, (1991).
<i>Göhring</i>	2002	Göhring, D., Meffert, B., <i>Digitalkameratechnologien – Eine vergleichende Betrachtung: CCD kontra CMOS</i> , Technische Informatik, Humboldt Universität zu Berlin (2002).
<i>GSI-Statusbericht</i>	2005	GSI Gesellschaft für Schwerionenforschung, FAIR Facility for Antiproton and Ion Research, <i>Wissenschaftliche Zielsetzungen und Forschungsprogramme</i> , Statusbericht Juli 2005
<i>Hecht</i>	2005	E. Hecht, <i>Optik</i> , 4., überarbeitete Auflage, Oldenburg Verlag, 2005.
<i>Hermes</i>	2004	T. Hermes, <i>Digitale Bildverarbeitung- Eine praktische Einführung</i> , ISBN-10: 3-446-22969-8, Hanser Computer, 2004.
<i>Hirt</i>	1981	Hirt, C. W.; Nichols, B. D.: <i>Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries</i> , Journal of Computational Physics, 39/201-225, 1981.
<i>Itoh</i>	1999	K. Itoh, Y. Tsuji, <i>Initial free surface instabilities on a high-speed water jet simulating a liquid-metal target</i> , Fusion Technology Vol. 36/69-84, July 1999.
<i>Jensen</i>	1996	J.A. Jensen, <i>Estimation of blood velocities using ultrasound</i> , Cambridge, University Press, (1996).
<i>Kate</i>	2007	Kate, P.R.; Das, P.K.; Chakraborty, S.: <i>Hydraulic jumps due to oblique impingement of circular liquid jets on a flat horizontal surface</i> , Journal of Fluid Mechanics, 573/247-263, 2007.

---

<i>Kikuchi</i>	2004	K. Kikuchi, et al., <i>Lead-Bismuth eutectic compatibility with materials in the concept of spallation target for ADS</i> , JSME International Journal, Series B, 47(2)/332-339, 2004.
<i>Knauer</i>	2004	M. Knauer, <i>Vermessung spiegelnder Oberflächen – eine Aufgabe der optischen 3D-Sensorik</i> , Universität Erlangen, Photonik 4/2004.
<i>Knebel</i>	2003	J. U. Knebel, et al., <i>Thermal hydraulic and material specific investigations into the realization of an accelerator (ADS) to transmute minor actinides-Final Report</i> , Forschungszentrum Karlsruhe, Wissenschaftliche Berichte, FZKA 6868, 2003.
<i>Knebel</i>	2002	J. U. Knebel, G. Müller, <i>HGF strategy fund project 99/16: thermal hydraulic and material specific investigations into the realization of an accelerator driven system (ADS) to transmute minor actinides</i> , Programme Nukleare Sicherheitsforschung, Jahresbericht 2001 –Teil 1, Wissenschaftliche Berichte, FZKA 6741, Juni 2002.
<i>Kondo</i>	2004	H. Kondo, et al., <i>High speed lithium flow experiments for IFMIF target</i> , Journal of Nuclear Materials 329-333, 208-212, 2004.
<i>Konkachbaev</i>	2000	A. I. Konkachbaev, N. B. Morley, <i>Stability and contraction of a rectangular liquid metal jet in a vacuum environment</i> , Fusion Engineering and Design, 51-52, 1109-1114, 2000.
<i>Lefhalm</i>	2005	C.-H. Lefhalm, <i>Qualifizierung einer Messtechnik zu Erfassung von Strömungsgrößen in Flüssigmetallen</i> , Wissenschaftliche Berichte, Forschungszentrum Karlsruhe, FZKA7111, (2005).
<i>Lienhard</i>	1993	Liu, X.; Lienhard, J.H.; <i>The hydraulic jump in circular jet impingement and in other thin liquid films</i> , Experiments in Fluids, 15/108-116, 1993.
<i>Merzinger</i>	2004	G. Merzinger, G. Mühlbach, D. Wille, T. Wirth, <i>Formeln und Hilfen zur Höheren Mathematik</i> , Binomi Verlag, Hannover, Oktober 2004.
<i>Merzinger</i>	1999	G. Merzinger, T. Wirth, <i>Repetitorium der höheren Mathematik</i> , 4. Auflage, Binomi Verlag, 1999
<i>Meschede</i>	2004	D. Meschede, <i>Gerthsen Physik</i> , 22. Auflage, Springer Verlag (2004).
<i>Mühlmann</i>	2002	K. Mühlmann, <i>Design und Implementierung eines Systems zur schnellen Rekonstruktion dreidimensionaler Modelle aus Stereobildern</i> , Universität Mannheim (2002). (Dissertation)
<i>Nakamura</i>	2002	H. Nakamura, et al., <i>Status of activities on the lithium target in the key element technology phase in IFMIF</i> , Journal of Nuclear Materials 307-311, 1675-1679, 2002
<i>OECD/NEA</i>	2007	OECD/NEA Nuclear Science Committee, <i>Handbook on Lead-bismuth Eutectic Alloy and Lead Properties, Materials Compatibility, Thermal-hydraulics and Technologies</i> , Nuclear Energy Agency, Organisation for Economic Co-Operation and Development, Edition 2007. ISBN 978-92-64-99002-9
<i>Oertel</i>	2002	H. Oertel, jr. (Hrsg.), <i>Prandtl – Führer durch die Strömungslehre</i> , 11., überarbeitete Auflage, vieweg 2002. (ISBN 3 528 48209 5)
<i>Oertel</i>	1989	H. Oertel, sen., H. Oertel, jr., <i>Optische Strömungsmechanik</i> , G. Braun Karlsruhe, 1989. (ISBN 3 7650 1012 X)
<i>Petz</i>	2004	PETZ, M., TUTSCH, R., <i>Rasterreflexions Photogrammetrie zur Messung spiegelnder Oberflächen</i> . Technisches Messen 71, Oldenbourg Verlag, (2004).

---

<i>Profos</i>	1997	P. Profos, T. Pfeifer, <i>Grundlagen der Messtechnik</i> , 5.Auflage, Oldenburg Verlag München, 1997. (ISBN-10: 3486241486)
<i>Rabenstein</i>	2007	R. Rabenstein, <i>Audiovisuelle Szenen (AVS)</i> , Vorlesungsfolien, Friedrich-Alexander-Universität, Erlangen-Nürnberg (WS2007/2008).
<i>Rabinowich</i>	2000	S.G. Rabinowich, <i>Measurement Errors and Uncertainties- Theory and Practice</i> , 2 <sup>nd</sup> edition, Springer Verlag, New York (2000),
<i>Rayleigh</i>	1914	Rayleigh, Lord: <i>On the Theory of Long Waves and Bores</i> ; Proc. R. Soc. London, A90, 324, 1914.
<i>Reperant</i>	2002	J.J.R. Reperant, S.G. Durbin, et al., <i>Studies of turbulent liquid sheets for protecting IFE reactor chamber first walls</i> , Fusion Engineering and Design 62-64, 627-633, 2002.
<i>Riemenschneider</i>	2004	M. Riemenschneider, <i>Echtzeitvermessung dreidimensionaler Objekte mittels Speckle-Interferometrie</i> , Universität München, 2004. (Dissertation)
<i>Rusche</i>	2002	Rusche, H.: <i>Computational Fluid Dynamics of Dispersed Two-Phase Flows at High Phase Fractions</i> ; Ph.D. thesis; Imperial College of Science, Technology & Medicine, Department of Mechanical Engineering, 2002.
<i>Stevens</i>	1995	J. W. Stevens, <i>Free Surface Flow Profile and Fluctuations of a Circular Hydraulic Jump Formed by an Impinging Jet</i> , Journal of Fluids Engineering, 117/677, Dec. 1995.
<i>Takeda</i>	1986	Y. Takeda, <i>Velocity profile measurement by ultrasound doppler shift method</i> . Int. J. Heat and Fluid Flow, 7, 313-318, (1986)
<i>Tsai</i>	1986	Tsai, R. Y., <i>An Efficient and Accurate Camera Calibration Technique for 3D Machine Vision</i> , Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Miami Beach, FL, 1986, 364–374. (1986).
<i>Univerdi</i>	1992	Univerdi, S.O.; Tryggvason, G.: <i>A Front-Tracking Method for Viscous, Incompressible, Multi-fluid Flows</i> , Journal of Computational Physics, 100/ 25-37, 1992.
<i>Versteeg</i>	1995	Versteeg, H.K.; Malasekera, W.: <i>An introduction to computational fluid dynamics The finite volume method</i> , Pearson Education Limited, Harlow, 1995.
<i>Watson</i>	1964	Watson, E. J.: <i>The radial spread of a liquid jet over a horizontal plane</i> , Journal of Fluid Mechanics, 20: 481-499, 1964.
<i>Wolf</i>	1999	D. Wolf, <i>Signaltheorie –Modelle und Strukturen</i> , Springer Verlag, Berlin 1999. (ISBN-10: 3540657932)
<i>Zhang</i>	1999	Zhang, Z.: <i>Flexible Camera Calibration by viewing a plane from unknown orientation</i> , Microsoft Research, One Microsoft Way, Redmond, WA 98052-6399 (1999).
<i>Zierep</i>	1993	J. Zierep, <i>Grundzüge der Strömungslehre</i> , 5. Auflage, Springer Verlag, Berlin, 1993

# A Bauteilbeschreibung des DLP-Messsystems

Die Bauteilbeschreibung des DLP-Messsystems erfolgt gemäß dem in Abbildung 4.3 gezeigten Aufbau. Näher betrachtet werden hierbei die Modelle und Funktionsweisen der Laserdioden, des Scanners und der Kamera, da ihre Ausführung das Messsystem maßgeblich beeinflussen. Andere Bauteile nehmen keinen hersteller- oder typspezifischen Einfluss.

## A1 Die Laserdioden

Für die beschriebenen Messungen werden Laserdioden der Wellenlänge 405nm, 532nm und 659nm verschiedener Ausgangsleistung von 2mW, 4mW und 10mW verwendet. Die Laserdioden werden mit Koaxiallinsen vorfokussiert. Sie sind in Abbildung A.1 dargestellt. Der Austrittsdurchmesser beträgt 5mm, die Strahltaile zwischen 0.7 und 1mm. Diese im Vergleich zu bekannten Einsatzgebieten große Strahltaile, wie dem Lesen und Beschreiben von Datenträgern, hat für das DLP-Verfahren keine Bedeutung und ist für große Entfernung zwischen den Schirmen und der Kamera zwingend notwendig. Die geringe Ausgangsleistung und der kleine Einbauraum führen zu einer vergleichsweise einfachen Handhabung. Die Eckdaten der Laserdioden können der Tabelle A.1 entnommen werden.

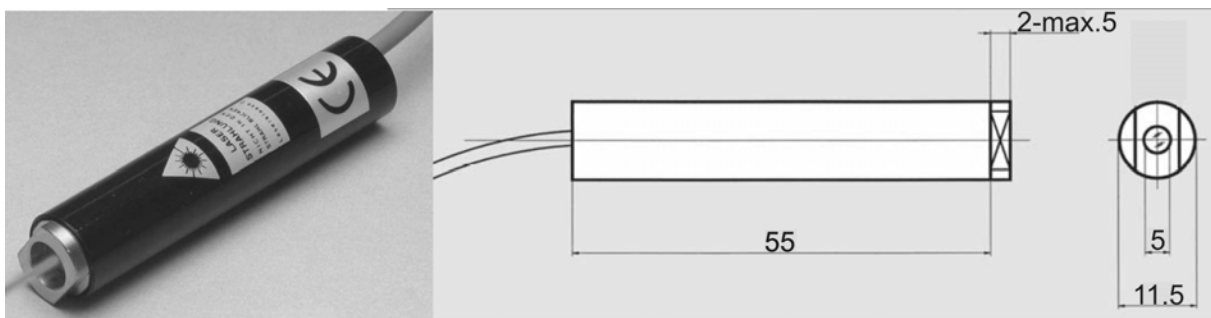


Abb. A. 1 Flexpoint Laserdioden (LaserComponents), Größenangaben in Millimetern.

<b>Hersteller:</b>	LaserComponents			
<b>Typ:</b>	Flexpoint			
<b>Kenndaten:</b>	Klasse	2 und 3b	Leistung [mW]	2, 4, 10
	Gehäuse	L=57mm Ø=11,5mm	Mode	TEM <sub>00</sub>
	Stabilität	±5%	Strahlrichtungsfehler	≤1%
	Betriebtemperatur	10° bis 35°C	Strahldivergenz	≤1mrad

Tab. A. 1 Kenndaten der Flexpoint-Laserdioden.

### A1.1 Funktionsweise von Halbleiterlasern

Der Laserprozess basiert auf der Wechselwirkung von Lasermedium und Laserlichtfeld. Ob ein Lasermedium Licht emittiert oder absorbiert, hängt davon ab, ob sich seine Teilchen der

Anzahl  $N$  in einem angeregten  $N^*$  oder im Grundzustand  $N_0$  befinden. Die entscheidende Größe für das Absorptions- und Emissionsverhalten ist daher die Besetzungszahldifferenz  $\Delta N$ . Sie lässt sich durch Gleichung a.1 definieren.

$$\Delta N = N^* - N_0, \quad (\text{a.1})$$

für  $\Delta N > 0$  werden Lichtfelder verstärkt,

und für  $\Delta N < 0$  werden Lichtfelder absorbiert.

Ein angeregtes Teilchen strahlt die Anregungsenergie bei gleicher Frequenz wieder ab, sein Anregungszustand zerfällt durch die so genannte Resonanzfluoreszenz. In der Abbildung A.2 sind der Pumpprozess und die Inversion mit vier Zuständen der Teilchen dargestellt, die dem Emissionsprozess eines 4-Niveau-Lasers gleichkommt. Sind die beiden oberen Zustände identisch spricht man von einem 3-Niveau-Laser. Der Pumpprozess hat die Aufgabe die Inversion durch Energiezufuhr aufrecht zu halten und ist vom Laserprozess weitgehend unabhängig.

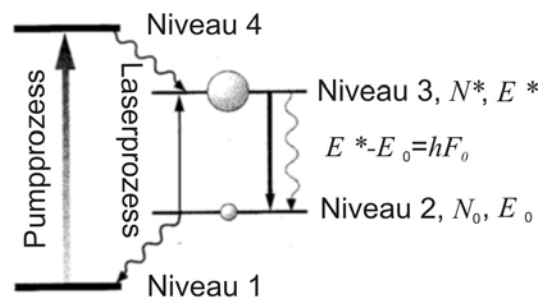


Abb. A. 2 Pumpprozess und Inversion im Lasersystem eines 4-Niveau-Lasers nach Meschede 2004.

Bei Diodenlasern wird die Inversion direkt durch die Injektion von Ladungsträgern, Elektronen und Löchern, in einem  $pn$ -Übergang erzielt. Löcher sind positiv geladene, unbesetzte Elektronenzustände und können im Übergangsbereich mit einem Elektron unter Emission eines Photons rekombinieren. Der Halbleiterlaser besteht also aus zwei planparallelen  $p$ - und  $n$ -dotierten Stirnflächen. Sie bilden einen den Laserprozess verstärkenden Fabry-Perot-Resonator. Als Halbleitermaterial werden GaAs und seine Legierungen abhängig von der emittierten Wellenlänge eingesetzt. Laserdioden können mit Wellenlängen von  $0,4\mu\text{m}$  bis  $4\mu\text{m}$  realisiert werden. Da die Wellenlänge dem Größenbereich der Auslassöffnung des Diodenlasers entspricht, tritt eine Beugung auf. Deshalb muss meist eine optische Anordnung nachgeschaltet werden. Die Grundvoraussetzung für die Funktion eines Lasers ist die Inversion. Mit Halbleiterlasern können nur Ausgangsleistungen  $<100\text{mW}$  erreicht werden, da auf Grund der inneren Erwärmung der Verstärkungseffekt sinkt. Der typische Aufbau einer Laserdiode ist in Abbildung A.3 dargestellt. Eine detailliertere Beschreibung hierzu findet sich zum Beispiel bei Meschede 2004.



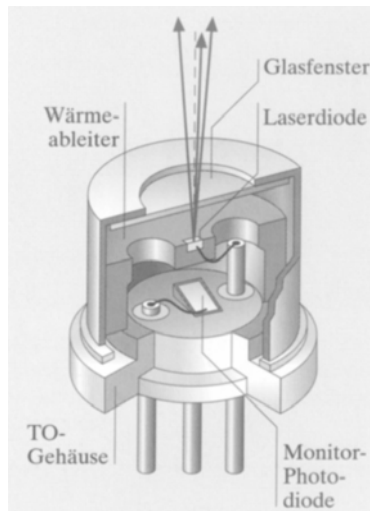


Abb. A. 3 Typischer Aufbau einer Laserdiode ohne die kollimierende Linse.

## A2 Scanner

Der verwendete Galvanometer-Scanner positioniert die Laserstrahlen über zwei ebene Spiegel mit einem Durchmesser von 7mm. Es können beliebige Formen abgefahren werden. Er kommuniziert über eine Steuerkarte mit dem Messrechner. Während die Abbildung A.4 den Scanner zeigt, finden sich seine Leistungsmerkmale in der Tabelle A.2.

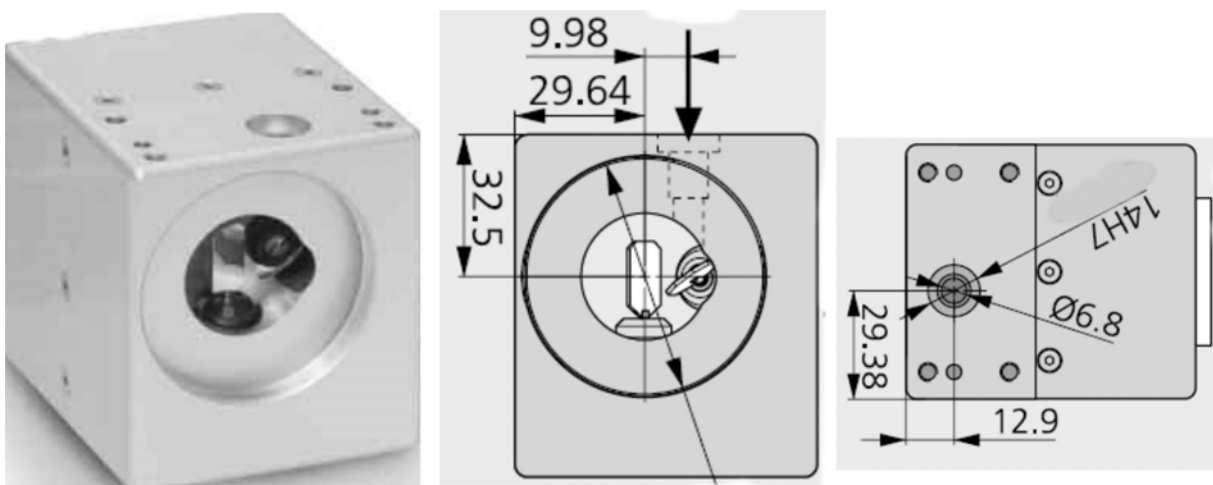


Abb. A. 4 Der Scancube7 und dessen geometrische Abmessungen in [mm].

<b>Hersteller:</b>	Scanlab		
<b>Typ:</b>	Scancube7		
<b>Kenndaten:</b>	Aperatur:	$\varnothing=11,5\text{mm}$	
	Reproduzierbarkeit:	$<22\mu\text{rad}$	Nichtlinearität: $<3.5\text{mrad}$
	Austrittswinkel:	$\pm 0.35\text{rad}$	Anfahrtversatz: $0.14\text{ms}$
	Abweichung von der Nullstellung:	$<5\text{mrad}$	Positioniergeschwindigkeit: $12\text{m/s}$

Tab. A. 2 Leistungsmerkmale des Scancube7.

### A3 Die Hochgeschwindigkeitsfarbkamera

Die für das DLP-Messsystem eingesetzte Hochgeschwindigkeitsfarbkamera ist eine Ein-Chip-Variante, die die Farbauflösung über einen Bayerfilter realisiert und einen CMOS-Sensor als photoempfindliches Sensorfeld verwendet. Ihre Lichtempfindlichkeit ist abhängig vom Typ des Kamera-Chips und der Größe der Pixel, wobei eine Vergrößerung der Pixel eine Erhöhung der Lichtempfindlichkeit zur Folge hat.

Ein CMOS-Chip ermöglicht höhere Aufnahmegeschwindigkeiten bei reduzierter Lichtempfindlichkeit gegenüber den üblicherweise in Photokameras eingesetzten CCD-Chips, siehe hierzu *Göhring 2002*. Für Hochgeschwindigkeits-Farbkameras ist der Einsatz eines *Bayerfilters/-mosaiks* gegenüber einer 3-Chip-Variante üblich. Die Farben werden dabei über die *Bayerinterpolation* ermittelt, wie dies etwa bei *Furtner 2001* detailliert beschrieben wird. Die Lichtempfindlichkeit durch den Einsatz eines Bayerfilters.

<b>Hersteller:</b>	VKT Photron			
<b>Typ:</b>	Fastcam-X 1024 PCI			
<b>Kenndaten:</b>	Chip:	CMOS	Max. Auflösung [Pixel]:	1024x1024
	Pixelgröße:	17µm	Aufnahmegeschwindigkeit:	1000fps
	Speicher:	2GB	volle Auflösung - bis	- 109,500fps
		Steuerung:	PCI-Interface	

Tab. A. 3 Leistungsmerkmale der Hochgeschwindigkeitsfarbkamera.

#### A3.1 Der CMOS-Sensor

CMOS-Chips und CCD-Chips basieren beide auf dem photovoltaischen Effekt. Der Unterschied zwischen den beiden Technologien liegt in der Bauform der Sensoren. Dabei enthält der CCD nur die eigentliche Sensorfunktionalität. Das Sensorfeld eines CCD-Chips besteht also aus einer großen Anzahl von Photodioden, die in diesem Zusammenhang als Pixel bezeichnet werden.

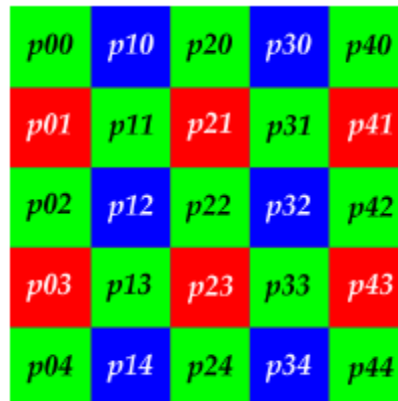
Der CMOS-Chip hingegen integriert für jeden Pixel lokal eine eigene Ladungs-Spannungs-Konvertierung. Dadurch kann das Auslesen der Spannungssignale der einzelnen Pixel variabel gestaltet und auch nur auf kleinere Chip-Bereiche reduziert werden. Dies beschleunigt den Auslesevorgang proportional zu der Größe der unbeachteten Teile des Sensorchips. Nur bestimmte Teile eines Sensors für eine Aufnahme zu verwenden wird auch als Region-of-Interest oder Windowing bezeichnet, siehe hierzu das Praxisbuch von *Azad 2007*.

#### A3.2 Der Bayerfilter

Der Bayer-Mosaik-Filter besteht aus einer Rot-Grün-Blau- oder RGB-Filtermaske, die auf dem CMOS-Sensor aufgebracht wurde. Wie in Abbildung A.7 zu sehen ist, wechseln sich in einer Zeile die grünen und die blauen Felder ab und in der nächsten Zeile sind es die roten und die grünen.

---

Die Größe der Felder entspricht der Pixelgröße. Das Bayer-Mosaik ist so vor dem Sensor angebracht, dass jeder Pixel jeweils nur rotes, grünes oder blaues Licht empfangen kann.



**Abb. A. 5** Schema des Bayermosaiks als dem CMOS-Sensor vorgesetzten Filterstruktur, aus der Beschreibung von *Furtner 2001*.

Das Ziel ist es, aus den Rohdaten des Bayer-Mosaic-Sensors ein Farbbild zu errechnen, das dem realen Objekt oder auch einer Aufnahme mit einer 3-Chip-Kamera möglichst nahe kommt. Da nur in jeder zweiten Spalte und Zeile des Bayer-Mosaics beispielsweise der Blauwert eines Pixels genau bekannt ist, muss die Farbinformation aus der lokalen Pixelinformation und der Information aus dem nahen Umfeld rückgerechnet werden. Die Rückrechnung ist zum Beispiel bei *Furtner 2001* oder *Azad 2007* beschrieben.

Die Bayer-Filtermaske schluckt bis zu 40% des eintretenden Lichts. Durch die doppelt so große Anzahl von grün-empfindlichen Pixeln wird versucht, sich der Hellempfindlichkeitsfunktion des menschlichen Auges anzunähern, die für die Farbe Grün ein Maximum aufweist.

## B Ertüchtigung der Bildverarbeitung und der automatischen Auswertung

Durch den Anteil der diffusen Streuung wird der Querschnitt eines Laserstrahls beim Durchtritt durch eine Glasscheibe bzw. durch die Schirme für das Auge sichtbar und kann mit einer Kamera erfasst werden. Die Bildverarbeitung umfasst:

- die **Kalibrierung des Mess- oder Detektionsraums**, was gleichbedeutend ist mit der Bestimmung der Transformation der Bildkoordinaten  $P'_i (u_i, v_i)$  in Weltkoordinaten  $P_i (x, y, z)$ ,
- die Bearbeitung der aufgenommenen Bilder durch geeignete **Filter**,
- die **Erfassung der vier gesuchten Laserquerschnitte** auf den Schirmen,
- deren richtigen **Zuordnung** ( $P_i \rightarrow P_1, P_2, P_3, P_4$ ),
- und die **Schnittpunktberechnung** ( $g_1 \cap g_2 \rightarrow P_0$ ),
- mit der **Korrektur der Brechung** ( $G_1(P_1, P_2) \rightarrow g_1, G_2(P_1, P_2) \rightarrow g_2, P''_2 \rightarrow P_2, P''_3 \rightarrow P_3$ ),
- sowie **den Ausgleich der Ungenauigkeiten an der Glasscheibe**.

Die nachfolgenden Berechnungen folgen dabei der in Abbildung B.1 dargestellten Skizze. Eine Messung mit dem DLP-Messsystem sieht dabei folgende Schritte vor:

1.	<b>Einstellung der Kamera und den Messbereich wählen, PMMA-Platte wählen.</b>	Parameter der PMMA-Platte in den DLP-Code übernehmen ( $d(x, y)$ )
2.	<b>Kalibrierung</b>	Nach <i>Zhang 1999</i> und <i>Azad 2007</i> , Bildhauptpunkt in den DLP-Code übernehmen
3.	<b>Referenzmessung</b>	Offset für $z_0$ mit ebenen Spiegel bestimmen, ggf. $z_0(x_0)$ und $z_0(y_0)$
3.	<b>Aufnahme der Messbilder</b>	Kameraspeicher 2GB
4.	<b>Einstellung der Aufwertungs-Charakteristika</b>	Farbe, Helligkeit, Sättigung, Objektgröße, Bildregion
<b>Automatisierte Auswertung</b>		
5.	<b>Bild einlesen</b>	
6.	<b>Pixel auf passende Charakteristika prüfen</b>	Farbe, Helligkeit, Sättigung, Position
7.	<b>Pixel zu Objekten zusammenfügen</b>	Prüfung auf passende Objektgröße, Objektform und Anzahl,
8.	<b>Flächenschwerpunkt bestimmen</b>	$\Rightarrow P'_i (u_i, v_i)$
9.	<b>Weltkoordinaten und Zuordnung bestimmen</b>	$\Rightarrow P_i (x, y, z)$ , Brechung korrigieren $\Rightarrow (P_i \rightarrow P_1, P_2, P_3, P_4)$
10.	<b>Schnittpunktberechnung</b>	$\Rightarrow P_0 (x_0, y_0, z_0), \varphi_x, \theta_y$

Tab. B. 1 Ablauf und Auswertungsroutine einer Messung mit dem DLP-Messsystem (Stand 25.02.08)

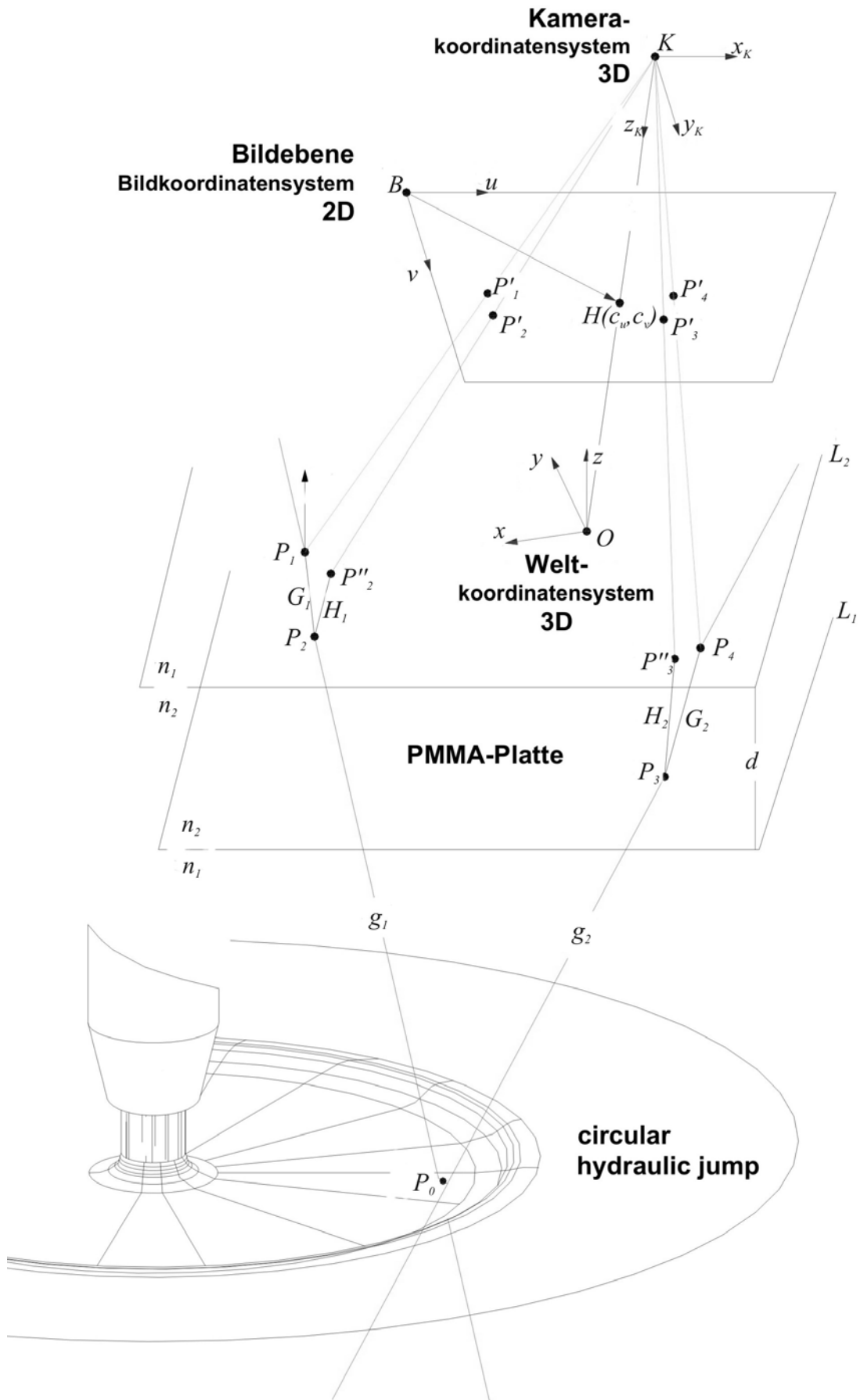


Abb. B. 1 Berechnungsskizze zur Auswertungsroutine des DLP-Verfahrens.

---

## B1 Koordinatensysteme

Aus der Bestimmung der Koordinatensysteme und der Entzerrung des Kamerabildes folgt eine Transformationsmatrix, mit deren Hilfe Bildpunkte in Weltpunkte überführt werden. Aus der 2-dimensionalen Abbildung im Bild der Kamera werden durch eine Rechenvorschrift Punkte im 3-dimensionalen Messraum. Die Kalibration basiert auf dem Zhang-Algorithmus, (*Zhang 1998*), der eine Weiterentwicklung des Tsai-Algorithmus darstellt. Sie wird für das DLP-Messsystem übernommen und unter der Anleitung von *Azad 2007* in der Folge kurz dargestellt. Das verwendete Modell ist im Open Source Code *OpenCV 07* entnommen. Es werden drei Kamerakoordinatensysteme unterschieden, siehe hierzu *Dillmann 2004*. Der Abbildung B.1 folgend sind dies:

- Das **Bildkoordinatensystem**  $B$  ist ein *festes* zweidimensionales Koordinatensystem mit den Koordinatenachsen  $u$  und  $v$ . Die Bildpunkte werden darin entsprechend der Wahrnehmung durch den Kamerachip wiedergegeben. Es hat seinen Ursprung in der linken, oberen Bildecke des Kamerabildes und verläuft parallel zu den Bildrändern.
- Das **Kamerakoordinatensystem**  $K$  ist ein *kamerafestes* dreidimensionales Koordinatensystem. Die  $x$ - und  $y$ -Achse verlaufen parallel zu  $x$ - und  $y$ -Achse des Bildkoordinatensystems. Die  $xy$ -Ebene ist parallel zur Ebene des CCD/CMOS-Chips angeordnet und die  $z$ -Achse steht senkrecht auf der Bildebene.
- Das **Weltkoordinatensystem**  $O$  ist ein orthogonales, *festes*, jedoch frei wählbares dreidimensionales Koordinatensystem. Alle Punkte der realen Welt werden in diesem Koordinatensystem beschrieben. In dem hier verwendeten Auswertungsalgorithmus wird das Weltkoordinatensystem durch den Kalibrierungsalgorithmus festgelegt und dann im DLP-Code in den Schnittpunkt der Gerade  $KH$  mit  $L_2$  gelegt. In der Orientierung weist  $z$  aus der  $L_2$ -Ebene nach oben  $x$  und  $y$  liegen - in die Bildebene projiziert - auf der  $u$ - und  $v$ -Richtung.

## B2 Kameramodell

Die Verknüpfung der Koordinatensysteme  $O$ ,  $K$  und  $B$  aus Abbildung B.1 erfordert ein Kameramodell. Ausgangspunkt ist das *Lochkamera-* oder *Mattscheibenmodell* zur Überführung des Bild-  $B$  in das Kamerakoordinatensystem  $K$ , wie dies in Abbildung B.2 skizziert ist.

Beim Lochkameramodell wird angenommen, dass alle Punkte einer Szene über einen geraden Strahl durch einen infinitesimal kleinen Punkt, dem Projektionszentrum, auf die Bildebene abgebildet werden. Bei gängigen Optiken liegt das Projektionszentrum vor der Bildebene, also zwischen Szene und Bildebene. Aus diesem Grund stellt das aufgenommene Bild durch die Punktspiegelung stets ein sowohl horizontales als auch vertikal gespiegeltes Abbild der aufgenommenen Szene dar. Gemäß Abbildung B.2 gilt für das Lochkameramodell

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = -\frac{f}{z_k} \begin{pmatrix} x_k \\ y_k \end{pmatrix}, \quad \text{mit } P'_i = (u, v), \quad P_{ki} = (x_k, y_k, z_k). \quad (\text{b.1})$$

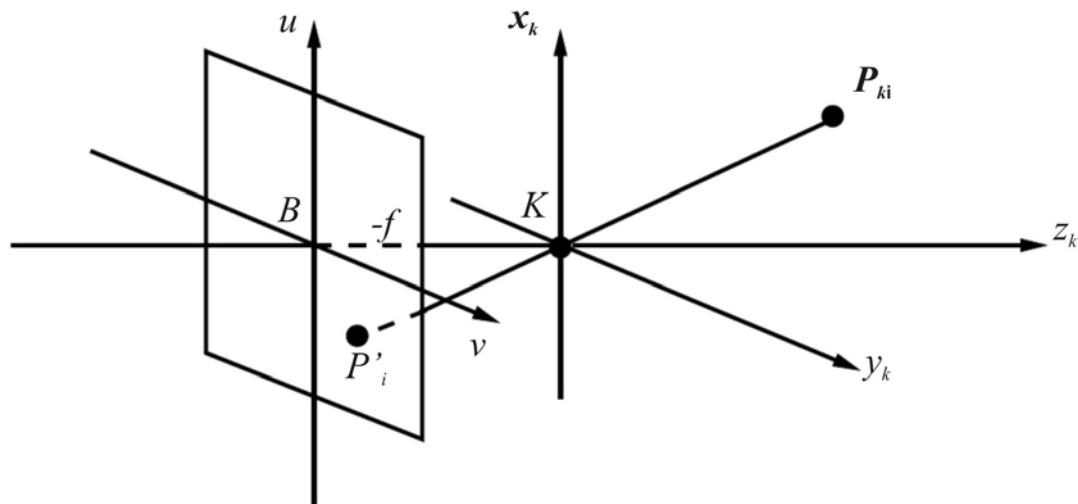


Abb. B. 2 Geometrisches Modell der Lochkamera nach Rabenstein 2007.

Beim Mattscheibenmodell liegt die Bildebene zwischen dem Projektionszentrum und dem Objekt, wodurch das negative Vorzeichen entfällt. Für die Erweiterung des Modells werden die 11 Kameraparameter nach intrinsischen (5) und extrinsischen (6) Parametern unterschieden. Die intrinsischen Parameter ( $f_x, f_y, c_x, c_y, D_i$ ) sind unabhängig von der Lage der Kamera relativ zum Weltkoordinatensystem. Die extrinsischen Parameter beziehen sich auf die Beziehung des Kamera- zum Weltkoordinatensystem. Intrinsische Parameter sind:

- Die *Fokusslänge*  $f$  bzw.  $f_x$  und  $f_y$ , für den Fall nicht-quadratischer Pixel. Die Fokusslänge wird dann mit dem Skalierungsfaktor  $d_u/d_v$  modifiziert.
- Der *Bildhauptpunktes* ( $c_x, c_y$ ), dessen Lage sich durch Fertigungsungenauigkeiten vom Bildhauptpunkt in der Kamera unterscheiden kann.
- Die *Verzerrungsfaktoren*  $D_i$ . Die Linsenverzerrung lässt sich beschreiben als Summe der radialen und der tangentialen Verzerrung. Üblicherweise müssen mehrere Verzerrungsfaktoren bestimmt werden. Typische Modelle verwenden vier Verzerrungsfaktoren (2 radiale, 2 tangentiale). Da sich dieser Ansatz für ein Weitwinkelobjekt, wie es im DLP-Messsystem verwendet wird, als nicht ausreichend herausgestellt hat, wird bei der Schnittpunktberechnung zusätzlich ein zweiter Ansatz auf den Zhang-Algorithmus aufgesetzt. Die Verzerrung ist ein nicht-linearer Effekt, der auf der Abweichung einer Abbildung durch eine Linse von dem Modell der idealen Lochkamera beruht.

Eine Erweiterung des Lochkameramodells bezieht sich also auf eine zusätzliche Transformation vom Kamera- ins Weltkoordinatensystem und wird deshalb im Folgenden *geometrisches Modell* genannt und auf eine dem Lochkameramodell vorangestellte Entzerrung des Bildes, dem *Entzerrungsmodell*.

## B2.1 Das geometrische Modell

Unter Einbeziehung des Bildhauptpunkts und der Möglichkeit nicht-quadratischer Pixel kann die Gleichung b.1 ohne Verzerrung formuliert werden als Abbildung der Bild- auf die Kamerakoordinaten formuliert werden mit

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_u \\ c_v \end{pmatrix} + \frac{1}{z_k} \begin{pmatrix} f_x x_k \\ f_y y_k \end{pmatrix}. \quad (\text{b.2})$$

Durch die Einführung homogener Koordinaten und der Kalibrationsmatrix  $R_k$ , wie etwa Dunn 2002 zeigt, kann eine Transformationsvorschrift für die Bildkoordinaten in Kamerakoordinaten angegeben werden als:

$$\begin{pmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{pmatrix} = R_k^{-1} \begin{pmatrix} uz_k \\ vz_k \\ z_k \end{pmatrix}, \text{ mit } R_k = \begin{pmatrix} f_x & 0 & c_u \\ 0 & f_y & c_v \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, R_k^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{f_x} & 0 & -\frac{c_u}{f_x} \\ 0 & \frac{1}{f_y} & -\frac{c_v}{f_y} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{pmatrix} = z_k \begin{pmatrix} \frac{u-c_u}{f_x} \\ \frac{v-c_v}{f_y} \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{b.3})$$

Durch die Projektion vom 3-dimensionalen in den 2-dimensionalen Raum kann  $z_k$  als unbekannte Größe nicht bestimmt werden.

Als extrinsische Parameter werden die 3 Rotations- und 3 Translationsparameter ( $R_0, \vec{t}_0$ ) bezeichnet, die die Transformation von Kamerakoordinaten  $K$  ins Weltkoordinatensystem  $O$  beschreiben:  $\vec{x} = R_0 \vec{x}_k + \vec{t}_0$ .

Damit lässt sich die Gesamtabbildung in homogenen Koordinaten vom Weltkoordinatensystem ins Bildkoordinatensystem beschreiben durch

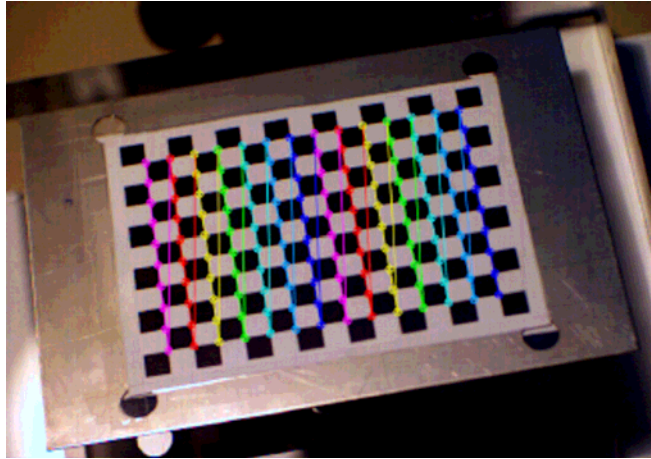
$$\begin{pmatrix} u \cdot s \\ v \cdot s \\ s \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ mit } P = R_k (R_0 | \vec{t}_0) \text{ und } P = R_0^T (R_k^{-1} | -\vec{t}_0). \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = P^{-1} \begin{pmatrix} u \cdot s \\ v \cdot s \\ s \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{b.4})$$

Die Abbildung ist nicht eindeutig. Die Information über die Bildtiefe, die durch den Skalierungsfaktor  $s$  in Gleichung b.4 ausgedrückt wird, muss für eine eindeutige Lösung des Gleichungssystems bekannt sein. Dies ist für gewöhnlich nicht der Fall.

## B2.2 Der Kalibrierungsalgorithmus

Für  $n \geq 6$  bekannte Punktpaare ( $P'_i, P_i$ ) ist es möglich durch Direkte Lineare Transformation (DLT) die intrinsischen und extrinsischen Parameter ohne die Verzerrung zu berechnen, wie zum Beispiel *Abdel-Aziz 1991* vorführt. *Zhang 1999* stellt hierzu ein Verfahren vor, das beliebige Abbildungen oder Präsentationen des gleichen, bekannten Musters verwendet. Ein Photo des verwendeten Kalibrationsmusters findet sich in Abbildung B.3. Ein wichtiger Vorteil dieser Methode ist das Entfallen aufwendiger Kalibrationsobjekte. Die Relativbewegung des Musters wird über Punktkorrespondenzen berechnet. Die rechteckige Form des gesamten Musters und die Schachbrettstruktur dienen der einfachen Zuordnung der zu detektierenden Eckpunkte.





**Abb. B. 3** Kalibrierungsmuster nach Zhang 1999. Schachfeldmuster mit bekannter Seitenlänge der Quadrate. Die Zuordnung der detektierten Eckpunkte ist farblich kenntlich gemacht. Code aus OPENCV07.

Aus der Bestimmung der Relativbewegungen ergeben sich  $n$  Punktpaare, mit denen ein überbestimmtes lineares Gleichungssystem aufgestellt wird. Die optimale Lösung wird über die Methode der kleinsten Fehlerquadrate ermittelt. Die Formulierung für ein Punktpaar ist durch Gleichung b.5 gegeben.

$$\begin{pmatrix} u \cdot s \\ v \cdot s \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 & L_2 & L_3 & L_4 \\ L_5 & L_6 & L_7 & L_8 \\ \underbrace{L_9 & L_{10} & L_{11} & L_{12}}_p \\ & & & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}, \Rightarrow \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 x + L_2 y + L_3 z + L_4 - L_9 u x - L_{10} u y - L_{11} u z \\ L_5 x + L_6 y + L_7 z + L_8 - L_9 v x - L_{10} v y - L_{11} v z \end{pmatrix}. \quad (\text{b.5})$$

Die Anzahl der notwendigen Präsentationen richtet sich nach der geforderten Genauigkeit und der Anzahl der Quadrate. Für den in Abbildung B.3 gezeigten Fall konvergieren die Parameter nach etwa 30 Bildern. Die Lage des Weltkoordinatensystems nach der OpenCV-Anwendung liegt in der Ebene der ersten aufgenommenen Präsentation des Kalibrierungsmusters in der rechten oberen Ecke des Kalibrierungsmusters. Im Fall des DLP-Messsystems ist diese Ebene die Schirmebene  $L_2$ , siehe hierzu Abbildung B.1. Von da kann eine beliebige andere Position im Bildbereich auf  $L_2$  gewählt werden. Die Anwendung der in der OpenCV implementierten Kalibrierung nach Zhang liefert also eine Projektion von Bildpunkten auf die Ebene  $L_2$ . Darüber hinaus ist die relative Position und Lage der Koordinatensystem  $B$ ,  $K$  und  $O$  zueinander bekannt. Bei der automatischen Berechnung auftretende Fehler werden auch von Azad 2007 und Zhang 1999 betrachtet.

### B2.3 Das Entzerrungsmodell

Die radiale und tangentiale Verzerrung werden als Reihen gradzahliger Potenzen modelliert, mit den verzerrten Koordinaten  $u_D$  und  $v_D$ , den die unverzerrten Koordinaten  $u$  und  $v$ , den Verzerrungsfaktoren  $D_i$  und dem Abstand  $r_H$  vom Bildhauptpunkt  $H$ . Es gibt mehrere Verzerrungen, die

- *radiale Verzerrung*, beschrieben durch  $u_D = \left(1 + \sum_{i=1}^{\infty} D_i r_H^{2i}\right)u$ ,  $v_D = \left(1 + \sum_{i=1}^{\infty} D_i r_H^{2i}\right)v$  und die
- *tangential Verzerrung*.  $u_D = u + (2D_1(u - c_u)(v - c_v) + D_2(r_H^2 + 2(u - c_u)^2)) \left(1 + \sum_{i=1}^{\infty} D_i + 2r^{2i}\right)$ ,  
 $v_D = v + (D_2(u - c_u)(v - c_v) + 2D_1(r_H^2 + 2(u - c_u)^2)) \left(1 + \sum_{i=1}^{\infty} D_i + 2r^{2i}\right)$ .

Für kleine Verzerrungen, wie sie im verwendeten Modell angenommen werden, wird die gesamte Verzerrung approximiert durch:

$$u_D = (1 + D_1 r^2 + D_2 r^4)u + (2D_2(u - c_u)(v - c_v) + D_4(r_H^2 + 2(u - c_u)^2)), \quad (\text{b.6})$$

$$v_D = (1 + D_1 r^2 + D_2 r^4)v + (2D_4(u - c_u)(v - c_v) + D_3(r_H^2 + 2(v - c_v)^2)). \quad (\text{b.7})$$

Eine analytische Invertierung der Gleichungen b.6 und b.7 ist nicht möglich. Die Lösung kann durch die Gleichung b.8 genähert werden.

$$\begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix} = \frac{1}{1 + D_1 r^2 + D_2 r^4} \left[ \begin{pmatrix} u_D \\ v_D \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2D_3(u - c_u)(v - c_v) + D_4(r^2 + 2(u - c_u)^2) \\ D_3(r^2 + 2(v - c_v)^2) + 2D_4(u - c_u)(v - c_v) \end{pmatrix} \right]. \quad (\text{b.8})$$

Zur Vervollständigung des Kalibriervorgangs ist es notwendig, die Verzerrungsparameter auf der Basis von Punktpaaren zu berechnen. Die Gln. (b2.6) und (b2.7) werden als lineares Problem formuliert und dem Gleichungssystem (b2.5) hinzugefügt.

### B3 Gaußfilter

Das Kamerabild wird vor der Auswertung mit einem Gaußfilter nachbearbeitet, siehe hierzu *Hermes 2004*. Er dient zur Glättung von Bildrauschen. Während die Schärfe der Ränder durch den Einsatz von Gaußfiltern gemindert wird, bleibt die übergeordnete Struktur unberührt. Für das DLP-Verfahren bedeutet dies eine Verbesserung der Flächenschwerpunktberechnung, da der Einfluss kleiner Pixelfehler, Fluktuation der Lichtintensität oder Effekte wie Kratzer auf der Plexiglasplatte ebenfalls gemindert werden. Eine Betrachtung der detektierten Laserquerschnitte über eine Randdetektion wird durch den Gaußfilter erschwert. Die Filterfunktion des Gaußfilters mit dem Radius  $\sigma$  lautet:

$$G(u, v) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{u^2+v^2}{2\sigma^2}}, \text{ die diskretisierte Matrix eines } 3 \times 3 \text{ Filters } G_{3 \times 3} = \frac{1}{16} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Der neue Farb-, Helligkeits- oder Sättigungswert  $\varepsilon$  mit dem ungefilterten Wert  $E$  eines Pixels an der Stelle  $(u_i, v_i)$  kann also berechnet werden durch Gleichung b.9.

$$\varepsilon(u_i, v_i) = \frac{1}{16} \left( \begin{array}{l} E(u_{i-1}, v_{i-1}) + 2E(u_{i-1}, v_i) + E(u_{i-1}, v_{i+1}) + \\ 2E(u_i, v_{i-1}) + 4E(u_i, v_i) + 2E(u_i, v_{i+1}) + \\ E(u_{i+1}, v_{i-1}) + 2E(u_{i+1}, v_i) + E(u_{i+1}, v_{i+1}) \end{array} \right). \quad (\text{b.9})$$



Abb. B. 4 Beispiel einer Bearbeitung eines Bildes (links) mit einem Gaussfilter (rechts).

## B4 RGB nach HSV Umrechnung

Die Kamera gibt Farbwerte im RGB-Format aus. Die Farbe eines Pixels wird durch drei Intensitätswerte der Grundfarben rot, grün und blau ( $r, g, b$ ) in einem Intervall von 0 bis 255 übergeben. Die Farbe ergibt sich aus der additiven Farbsynthese. Das HSV-Format, die Codierung der Farbe nach Farbwert (0-359), Sättigung (0-255) und Helligkeit (0-255) (Hue, Saturation und Value) erlaubt eine einfachere Handhabung und Auswahl der Messkriterien. Der HSV-Farbraum ist in Abbildung B.5 dargestellt.

Die Umrechnung ist in der dem DLP-Code angehängten IVT-Bibliothek (*Integrated Visions Toolkit*) implementiert, wobei  $\max(r, g, b)$  bzw.  $\min(r, g, b)$  den größten bzw. kleinsten Wert der drei im RGB-Format übergebenen Intensitäten bezeichnet. Die Umrechnung erfolgt dann nach den Gleichung b.10a bis b.10c

$$H = \begin{cases} 0 + \frac{g-b}{\max(r,g,b)-\min(r,g,b)} \cdot 60 \rightarrow r = \max(r, g, b) \\ 2 + \frac{b-r}{\max(r,g,b)-\min(r,g,b)} \cdot 60 \rightarrow g = \max(r, g, b) \\ 4 + \frac{r-g}{\max(r,g,b)-\min(r,g,b)} \cdot 60 \rightarrow b = \max(r, g, b) \end{cases} \quad (\text{b.10a})$$

$$S = \begin{cases} 0 \rightarrow \max(r, g, b) = 0 \\ 1 - \frac{\min(r,g,b)}{\max(r,g,b)} \rightarrow \text{sonst} \end{cases} \text{ und} \quad (\text{b.10b})$$

$$V = \max(r, g, b) . \quad (\text{b.10c})$$

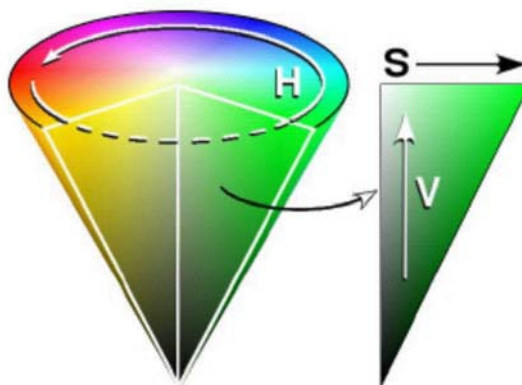


Abb. B. 5 Der HSV-Farbraum als Kegel mit dem Farbwert H als Winkel, der Sättigung S als Radius und der Helligkeit V als Höhe.

## B5 Korrektur der Brechung

Nach der Kalibration sind die Punkte  $P_1, P''_2, P''_3, P_4$  bekannt. Die Korrektur der Brechung bezeichnet den Ausgleich der Fehler, die durch die Brechung des in die Glasplatte eintretenden bzw. austretenden Lichts entstehen. Entscheidend für die Berechnung des Punktes  $P_0$  ist dabei das Licht, das von Abbildungen des Laserquerschnitts auf der der Kamera abgewandten Schirmebene  $L_1$  in die Kamera fällt und der Verlauf des Laserstrahls selbst. Die Verschiebung des Punktes  $P''_2$  entlang  $h_2$  auf die Ebene  $L_1$  bzw. der Schnitt der Geraden  $G_1$  und  $G_2$  liefern ein falsches Ergebnis. Die Ebene  $L_1$  ist durch die Form und Dicke  $d$  der Glasscheibe gegeben. Die beiden Probleme werden getrennt voneinander betrachtet. Dazu werden zunächst die in Abbildung B.1 gezeigten Geraden in Tabelle B.2 definiert.

$h_1 \rightarrow \vec{x} = \vec{p}_1 + t \cdot \vec{s}_1, \quad \vec{s}_1 = \vec{k} - \vec{p}_1$ $h_2 \rightarrow \vec{x} = \vec{p}''_2 + t \cdot \vec{s}_2, \quad \vec{s}_2 = \vec{k} - \vec{p}''_2$ $h_3 \rightarrow \vec{x} = \vec{p}''_3 + t \cdot \vec{s}_3, \quad \vec{s}_3 = \vec{k} - \vec{p}''_3$ $h_4 \rightarrow \vec{x} = \vec{p}_4 + t \cdot \vec{s}_4, \quad \vec{s}_4 = \vec{k} - \vec{p}_4$	$H_i \rightarrow \vec{x} = \vec{p}''_i + t \cdot \vec{\sigma}_i, \quad i=2,3$
$g_1 \rightarrow \vec{x} = \vec{p}_2 + t \cdot \vec{r}_1$ $g_2 \rightarrow \vec{x} = \vec{p}_3 + t \cdot \vec{r}_2$	$G_1 \rightarrow \vec{x} = \vec{p}_1 + t \cdot \vec{\rho}_1, \quad \vec{\rho}_1 = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$ $G_2 \rightarrow \vec{x} = \vec{p}_4 + t \cdot \vec{\rho}_2, \quad \vec{\rho}_2 = \vec{p}_3 - \vec{p}_4$
$L_1 \rightarrow \vec{n}_L \cdot \vec{x} = d, L_2 \rightarrow \vec{n}_L \cdot \vec{x} = 0$	

Tab. B. 2 Die der Korrektur der Brechung und der Schnittpunktberechnung zugrunde liegende Formulierung der Geraden- und Ebenengleichungen. Der Skalierungsfaktor  $t$  ist für jede der Geraden unterschiedlich.

### B5.1 Korrektur der Sichtlinie

Die bekannten Punkte  $P''_2$  und  $P''_3$  müssen unter Berücksichtigung Brechung an der Plexiglasplatte in die Punkte  $P_2$  und  $P_3$  geschoben werden.

1. Der Einfallswinkel  $\beta_{1i}$  der Gerade  $h_i$  ist durch Gleichung b.11 gegeben.

$$\cos \beta_{1i}^* = \frac{\vec{s}_i \cdot \vec{n}_L}{|\vec{s}_i|}, \quad \vec{n}_L = (0,0,1)^T, \text{ d.h. } \beta_{1i} = \begin{cases} \beta_{1i}^* \rightarrow \beta_{1i}^* < \pi \\ (\beta_{1i}^* - \pi) \rightarrow \beta_{1i}^* > \pi \end{cases}, \quad i=2,3. \quad (\text{b.11})$$

2. Der Brechungswinkel  $\beta_{2i}$  nach dem Brechungsgesetz nach Hecht 2005 lautet:

$$\sin \beta_{2i} = \frac{n_1}{n_2} \sin \beta_{1i}, \quad i=2,3. \quad (\text{b.12})$$

3. Der Winkel  $\Delta\beta_i$  ist der Drehwinkel für  $\vec{s}_i$  in der Form:

$$\Delta\beta_i = \beta_{1i} - \beta_{2i}, \quad i=2,3. \quad (\text{b.13})$$

4. Gedreht wird um einen normalisierten Vektor  $\vec{n}_\perp$  senkrecht zu  $\vec{s}_i$  und  $\vec{n}_L$  mit der allgemeinen Drehmatrix R um  $\Delta\beta_i$ . Die erforderlichen Rechenvorschriften sind durch die Gleichungen b.14a b.14d gegeben.

$$\vec{n}_\perp^* = \vec{s}_i \times \vec{n}_L \quad (\text{b.14a})$$

$$\vec{n}_\perp = \frac{\vec{n}_\perp^*}{|\vec{n}_\perp^*|} = \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} \quad (\text{b.14b})$$

$$\vec{\sigma}_i = R \cdot \vec{s}_i \quad (\text{b.14c})$$

$$R = \begin{pmatrix} c + n_x^2(1-c) & n_x n_y(1-c) - n_z s & n_x n_z(1-c) + n_y s \\ n_x n_y(1-c) + n_z s & c + n_y^2(1-c) & n_y n_z(1-c) - n_x s \\ n_x n_z(1-c) - n_y s & n_y n_z(1-c) + n_x s & c + n_z^2(1-c) \end{pmatrix}, \text{ mit } \begin{matrix} s = \sin \Delta\beta_i \\ c = \cos \Delta\beta_i \end{matrix}, i=2,3. \quad (\text{b.14d})$$

5. Berechnung von  $P_i$  auf  $L_i$ : erfolgt dann mit Hilfe der Gleichung b.15

$$P_i = L_1 \cap H_i(P''_i, \vec{\sigma}_i), i=2,3. \quad (\text{b.15})$$

Somit kann die Lage der Punkte  $P_2$  und  $P_3$  bestimmt werden. Der Brechungsindex ist abhängig von der Temperatur und von der Wellenlänge, wie die Abbildung B.6 zeigt. Während die Abhängigkeit des Brechungsindex von der Wellenlänge deutlich erkennbar ist, besteht eine bemerkenswerte Abhängigkeit von der Temperatur nur für große Temperaturdifferenzen. Für den Bereich von 20° bis 80° Celsius wird der Kurvenverlauf als linear angenommen. Unterschiede im Brechungsindex werden bei bekannter invarianter Wellenlänge in Gleichung b.12 entsprechend geändert.

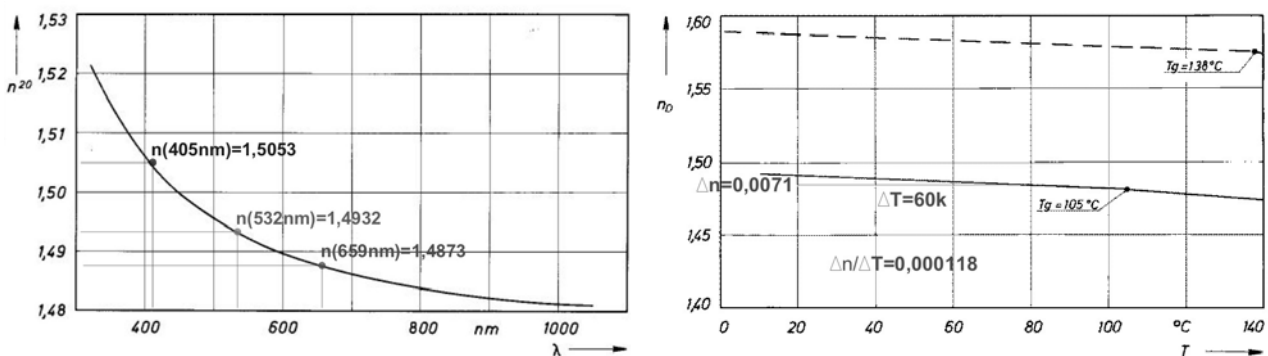


Abb. B. 6 Wellenlängen- und Temperaturabhängigkeit des Brechungsindex ( $n$ ) für Plexiglas. Gemessen von der Firma Röhl GmbH Chemische Fabrik.

Für den Fall planparalleler Schirmflächen kann der Temperatureinfluss diskret approximiert werden. Die Temperaturverteilung in der Platte wird als linear angenommen. Die Plattendicke  $d$  wird in  $n$  gleiche Scheiben der Dicke  $\Delta d$  unterteilt und die Schritte 1 bis 6 zum Ausgleich der

Brechung für die Plattendicke  $\Delta d$   $n$ -mal für jede Scheibe wiederholt. Dies lässt sich mathematisch wie folgt formulieren:

$$d = n \cdot \Delta d, \begin{matrix} L_{2j} \rightarrow (\vec{n}_L \cdot \vec{x}) = (n-1) \cdot \Delta d \\ L_{1j} \rightarrow (\vec{n}_L \cdot \vec{x}) = n \cdot \Delta d \end{matrix}, \vec{x} = (x, y, z)^T, P_{ij} = L_{1j} \cap H_{ji}(P_{i,j-1}, \vec{\sigma}_{ij}), \begin{matrix} i = 2,3 \\ j = 1 \dots n \end{matrix}. \quad (\text{b6.7})$$

Für Plexiglas kann der Temperatureinfluss für das bestehende DLP-Messsystem und im Vergleich zu der in *Kapitel 4* ermittelten Genauigkeit als sehr klein vernachlässigt werden, da der Temperaturunterschied typischerweise 2-3°C liegt. Für den außergewöhnlichen Fall  $T_1=20^\circ\text{C}$  und  $T_2=80^\circ\text{C}$ ,  $n=40$  und  $\alpha_i=80^\circ$  liegt Fehler für  $x_0$  bzw.  $y_0$  bei 0,153mm. Es gilt also festzuhalten, dass die Temperatur für andere Anwendungen als die untersuchte von Bedeutung sein kann.

## B5.2 Korrektur des Verlaufs des Laserstrahls

Der Laserstrahl wird beim Ein- und Austritt aus der Plexiglasplatte an der Phasengrenze gebrochen. Deshalb werden die Geraden  $G_1$  und  $G_2$  durch die Punkte  $P_1$  und  $P_2$  sowie  $P_3$  und  $P_4$  zu  $g_1$  und  $g_2$  korrigiert. Dies geschieht analog zur Korrektur von  $h_i$  zu  $H_i$  ( $i=2,3$ ).

1. Aus dem Richtungsvektor  $\vec{\rho}_i$  der Gerade  $G_i$  ergibt sich der Einfallswinkel  $\alpha_{2i}$  auf der Ebene  $L_i$ . Nach dem Brechungsgesetz wird der Ausfallwinkel  $\alpha_{1i}$  bestimmt.

$$\begin{matrix} G_1(P_2, \vec{\rho}_1) \\ G_2(P_3, \vec{\rho}_2) \end{matrix}, \cos \alpha_{2i}^* = \frac{\vec{\rho}_i \cdot \vec{n}_L}{|\vec{\rho}_i| \cdot |\vec{n}_L|}, \Rightarrow \alpha_{2i} = \begin{cases} \alpha_{2i}^* \rightarrow \alpha_{2i}^* < \pi \\ (\alpha_{2i}^* - \pi) \rightarrow \alpha_{2i}^* > \pi \end{cases}, \sin \alpha_{1i} = \frac{n_2}{n_1} \sin \alpha_{2i}, \quad i=1,2. \quad (\text{b.16})$$

2. Der Richtungsvektor wird um die Differenz der Winkel  $\alpha_{1i}$  und  $\alpha_{2i}$  gedreht. Die Drehung erfolgt um einen normalisierten Vektor senkrecht zu  $\vec{n}_L$  und  $\vec{\rho}_i$ .

$$\Delta \alpha_i = \alpha_{1i} - \alpha_{2i}, \vec{n}_\perp^* = \vec{\rho}_i \times \vec{n}_L, \Rightarrow \vec{n}_\perp = \frac{\vec{n}_\perp^*}{|\vec{n}_\perp^*|} = \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix}, \vec{r}_i = \mathbf{R}(\vec{n}_\perp, \Delta \alpha_i) \cdot \vec{\rho}_i, \Rightarrow \begin{matrix} g_1(P_2, \vec{r}_1) \\ g_2(P_3, \vec{r}_2) \end{matrix}, \quad i=1,2. \quad (\text{b.17})$$

## B6 Schnittpunktberechnung

Vor der Schnittpunktberechnung müssen die im Messbild aufgefundenen Objekte durch die Berechnung eines mit der Intensität gewichteten Flächenschwerpunkts in Punkte im Messbild überführt werden. Ein Objekt besteht aus  $n$  zusammenhängenden Pixeln mit gültigen Farb-, Sättigungs- und Helligkeitswerten gemäß den Detektionskriterien. Für eine kontinuierliche Abbildung des Laserquerschnitts ist diese Berechnung nicht nötig, da sich der gesuchte Schwerpunkt im Intensitätsmaximum des Gaußstrahls befindet. Ein Gaußstrahl bezeichnet einen Laserstrahl mit gaußförmiger Intensitätsverteilung, siehe hierzu *Kapitel B7*.

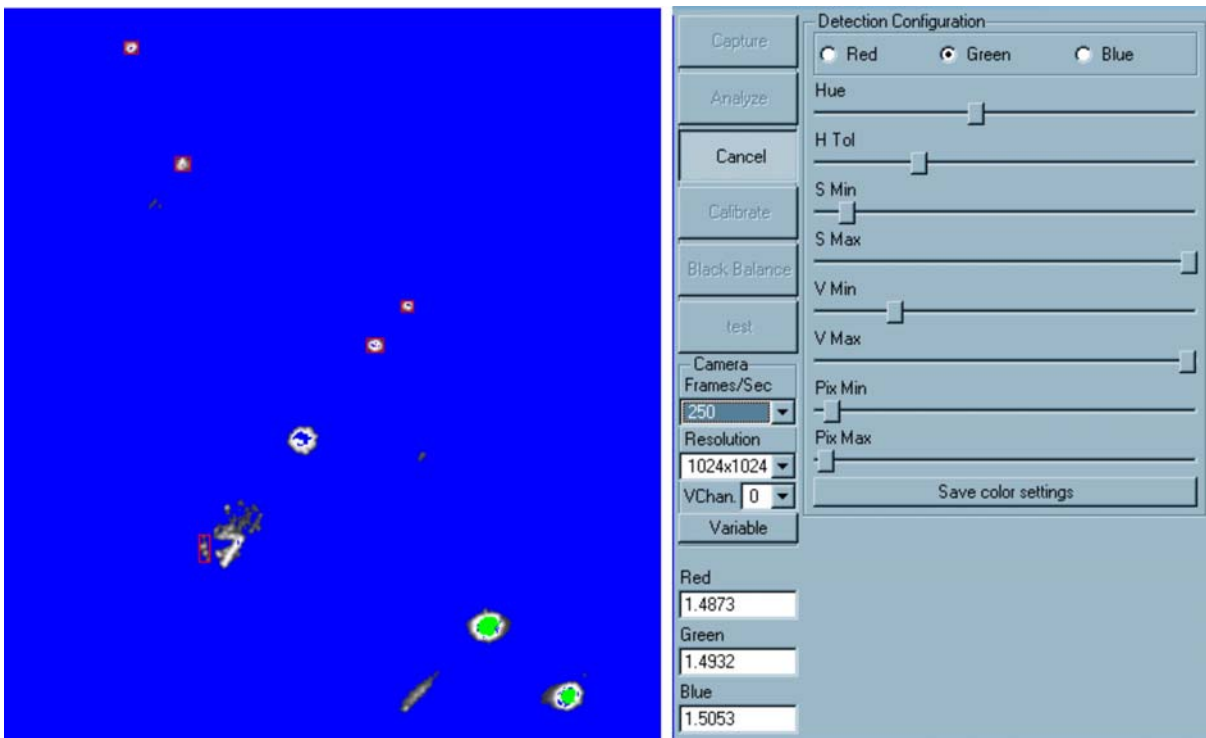
Die Abbildung eines Laserquerschnitts ist durch die Pixelbreite und ganzzahlige Werte für die Intensität (0-255) diskretisiert. Darüber hinaus kann es zur Überbeleuchtung der Pixel kommen. Mit der Suche nach einem Intensitätsmaximum allein, kann der Schwerpunkt nicht mit hinreichender Genauigkeit bestimmt werden. Durch den schrägen Einfall des Laserstrahls

unterscheidet sich die Position des Intensitätsmaximum eines Gaußstrahls im abgebildeten Laserquerschnitt von einem ungewichteten Flächenschwerpunkt. Zusammenfassend lässt sich also feststellen, dass nur eine Schwerpunktberechnung, die sowohl der Ausdehnung der Laserquerschnitte, wie der Intensitätsverteilung über den Querschnitt Rechnung trägt, sinnvolle Ergebnisse für die Punkte  $P'_i$  liefert.

Die Abbildung B.7 zeigt einen typischen Screenshot der DLP-Benutzeroberfläche im *Configure Detection Mode*. Für die von der Auswertungsroutine für gültig befunden Flächenelemente berechnet sich der Flächenschwerpunkt entspricht Gleichung b.18

$$u = \frac{1}{n \cdot \sum_j I_j(u_j)} \sum_{j=1}^n u_j \cdot I(u_j). \quad (\text{b.18})$$

Darin ist  $u$  die Position des Flächenschwerpunkts,  $u_j$  die zum Laserquerschnitt zugehörigen Einzelpixel,  $I_j$  ihre Intensitätswerte und  $n$  die Anzahl der Pixel. Für gewöhnlich werden mehr als vier Objekte gefunden. Einige können aufgrund der Form oder des Kriteriums für die Größe aussortiert werden. Die Flächenschwerpunkte werden dann den Punkten  $P_1$  bis  $P_4$  zugeordnet bzw. aussortiert. Die Zuordnungsvorschrift wird nötig, da aus dem Messbild nicht unmittelbar hervorgeht, ob eine abgebildeter Laserquerschnitt auf  $L_1$  oder  $L_2$  liegt.



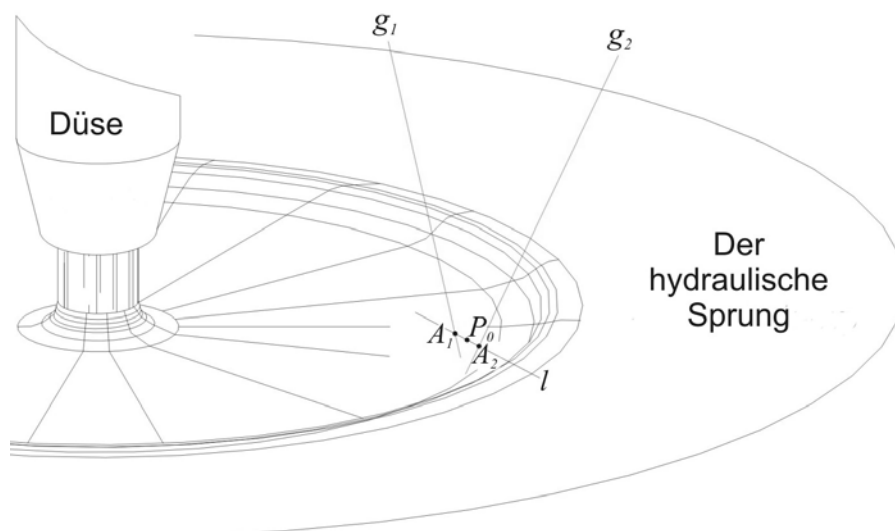
**Abb. B. 7** Screenshot zur Objektauswahl und Flächenschwerpunktberechnung durch die DLP-Auswertungsroutine für die 532nm (*Green*). Rot umrandet sind für die Detektion gültige Objekte. Grün kennzeichnet überbeleuchtete Bereiche.

Die Auswertungsroutine berechnet alle möglichen Schnittpunkte und vergleicht das Ergebnis mit den zuvor festgelegten Kriterien:

- Gemäß dem Aufbau des DLP-Messsystems muss  $z_0 < d$  sein.
- Da es sich um eine stufenlose Oberfläche handelt, muss der Punkt  $P_{0,t}$  zum Zeitpunkt oder im Bild  $t$  in der Nähe des Punktes  $P_{0,t+1}$  liegen. Das Kriterium einer relativen Nähe aufeinander folgender Punkte  $P_0$  wird durch das Einführen von Intervallen abhängig von  $P_{0,t}$  erreicht, innerhalb derer  $P_{0,t+1}$  liegen muss.

$$\begin{aligned}x_{0,t} - \Delta x < x_{0,t+1} < x_{0,t} + \Delta x; \\y_{0,t} - \Delta y < y_{0,t+1} < y_{0,t} + \Delta y; \\z_{0,t} - \Delta z < z_{0,t+1} < z_{0,t} + \Delta z.\end{aligned}$$

- Eine einfache Schnittpunktberechnung führt zu keinem sinnvollen Ergebnis, da sich die Geraden  $g_1$  und  $g_2$  auf Grund von Messfehlern nicht schneiden. Der Schnittpunkt wird über die Lotgerade und die Lotaufpunkte bestimmt, siehe hierzu Abbildung B.8. Der Abstand zwischen den Geraden wird ebenfalls als Kriterium für eine richtige Zuordnung verwendet. Genügen mehrere mögliche Schnittpunkte den bereits genannten Kriterien, wird der Punkt ausgewählt, dessen Geraden den kleinsten Abstand zueinander haben.



**Abb. B. 8** Skizze der Schnittpunktberechnung, wie sie in der Auswertungsroutine der DLP-Messsystems implementiert ist.

Der Abstand  $\delta$  zwischen den beiden Geraden ist die Höhe eines Spats wie er in Gleichung b.19 formuliert ist, der aus der Differenz der Aufpunkte der Gerade  $\vec{p}_2$  und  $\vec{p}_3$ , sowie ihren Richtungsvektoren  $\vec{r}_1, \vec{r}_2$  gebildet wird:

$$\delta = \frac{\left| \langle \vec{p}_3 - \vec{p}_2, \vec{r}_1, \vec{r}_2 \rangle \right|}{\left| \vec{r}_1 \times \vec{r}_2 \right|} = \frac{\text{Volumen}}{\text{Fläche}}. \quad (\text{b.19})$$

Die Lotaufpunkte  $A_1$  und  $A_2$  liegen auf den Geraden  $g_1$  und  $g_2$ .  $l$  steht senkrecht auf  $g_1$  und  $g_2$ . Der in der Gleichung b.20a dargestellte, geschlossene Streckenzug kann eindeutig gelöst werden, und die Skalierungsfaktoren  $t_1, t_2, t_3$  in die Gerade  $g_1$  und  $g_2$  eingesetzt werden.



$$\vec{a}_1 + t_1 \vec{r}_1 - (\vec{a}_2 + t_2 \vec{r}_2) + t_3 (\vec{r}_1 \times \vec{r}_2) = 0 \quad (\text{b.20a})$$

$$\Leftrightarrow t_1 \vec{r}_1 - (t_2 \vec{r}_2) + t_3 (\vec{r}_1 \times \vec{r}_2) = 0 \quad (\text{b.20b})$$

$$\Rightarrow t_1, t_2, t_3. \quad (\text{b.20c})$$

$$\vec{a}_1 = \vec{p}_2 + t_1 \cdot \vec{r}_1, \vec{a}_2 = \vec{p}_3 + t_2 \cdot \vec{r}_2, \Rightarrow l \rightarrow \vec{x} = \vec{a}_1 + t(\vec{a}_2 - \vec{a}_1). \quad (\text{b.20d})$$

In guter Näherung ist der Punkt  $P_0$  der Mittelpunkt zwischen  $A_1$  und  $A_2$ , wie er in Gleichung b.21 formuliert ist.

$$\vec{p}_0 = \vec{a}_1 + \frac{1}{2}(\vec{a}_2 - \vec{a}_1). \quad (\text{b.21})$$

## B7 Gaußstrahlen und Strahlqualität

Die im DLP-Messsystem verwendeten Laserdioden arbeiten im  $TEM_{00}$ -Mode. Dieser Grundmode für Laserstrahlen entspricht die Intensitätsverteilung über den Querschnitt des Laserstrahls einer Gaußverteilung  $I(x, y)$ . Für einen elliptischen Querschnitt ist

$$I(x, y) = I_0 \exp \frac{-8(x^2 + y^2)}{d_L}. \quad (\text{b.22})$$

Hierbei sind  $I_0$  und  $d_L$  die maximale Intensität im Zentrum und Durchmesser des Laserstrahls. Dabei steht die Ausbreitungsrichtung  $z$  senkrecht auf der Querschnittsebene. Nach *Eichler 2005* nimmt der Strahldurchmesser für  $z \gg z_0$  linear mit dem Divergenzwinkel  $\varepsilon$  zu. Dieser Bereich wird auch Fernfeld genannt. Die Rayleighlänge  $z_R$  gibt den Abstand von der Strahltaile  $d_0$  bis zu einem Querschnitt von  $\sqrt{2}d_0$  wieder.

$$d(z) = d_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}, z_R = \frac{\pi \cdot d_0^2}{4\lambda}, \Rightarrow \varepsilon = \frac{d_0}{z_R} = \frac{4\lambda}{\pi \cdot d_0}, \Leftrightarrow \frac{d_0 \theta}{4} = \frac{\lambda}{\pi}. \quad (\text{b.23})$$

Das Produkt aus der Strahltaile und dem Divergenzwinkel wird als Strahlparameterprodukt bezeichnet. Für Moden über dem Grundmode  $TEM_{00}$  wird das Strahlparameterprodukt durch die Beugungsmaßzahl  $M$  modifiziert. Sie ist ein Maß für die Strahlqualität  $\kappa$ :

$$\frac{d_0 \theta}{4} M^2 = \frac{\lambda}{\pi}, \kappa = \frac{1}{M^2}. \quad (\text{b.24})$$

Für die verwendeten Laserdioden liegt also mit  $\kappa=1$  eine hohe Strahlqualität im Sinne der Gl. (b.24) vor. Für Halbleiterlaser treten jedoch bauteilspezifische Störungen in der Form eines Rauschsignals in der Intensitätsverteilung auf, die die Strahlqualität verschlechtern beziehungsweise die Beugungsmaßzahl erhöhen. Dieses Rauschen geht ein in die Genauigkeit des DLP-Messsystems ein. In *Kapitel 4.4.2.2* und in *Abbildung 4.8* wird der Einfluss neben der Detektionsgenauigkeit am deutlichsten wiedergegeben. Da der Einfluss gegenüber dem der *Bayerinterpolation* weit zurücktritt, wird die Strahlqualität nicht weiter betrachtet.

## B8 Softwarearchitektur

Der DLP-Software-Code liegt in C++ vor. Der Code greift auf eine Reihe *Opensource*- und Hersteller-Bibliotheken zurück:

- *OPENCV 07* wird zur Kalibration benötigt,
- *LAPackpp-2.4.13* für die Durchführung von mathematischen Basisoperationen der linearen Algebra,
- *IVT-1.0.3* stellt Funktionen zur Bearbeitung von Kamerabildern zur Verfügung,
- *QT-win* für die Darstellung und Verknüpfung der Benutzeroberfläche,
- *VKT-SDK* Software Developer Kid der Kamera zur Kommunikation mit der Kamera,
- *ScanLab-SDK* Software Developer Kid für den *ScanCube* zur Kommunikation mit dem Scanner.

Die Tabelle B.3 stellt die Hauptfunktionen bzw. –programmteile im DLP-Code im Fluss (Hierarchie) von links nach rechts und von oben nach unten dar. Die klare Strukturierung ergibt sich aus der logischen Reihenfolge, mit der das Programm bedient werden muss. Mit dieser Programmstruktur ist keine Live-Auswertung möglich, aber es kann auf beliebigen Rechnern verwendet werden und Bilder auswerten, die zuvor von einer beliebigen Kamera aufgenommen wurden. Im Falle von Schwankungen der Bildqualität oder der Lichtverhältnisse kann eine Anpassung der Auswahlkriterien während der Auswertung getroffen werden.

<b>Benutzeroberfläche</b> <b>[mainwindow]</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Wird durch <i>main</i> initialisiert.</li> <li>• Initialisiert alle nachfolgenden Programmblöcke</li> <li>• Automatische Initialisierung der Kamera, Schwarzabgleich, Grundeinstellungen des Systems</li> <li>• Darstellung der Ergebnisse unterliegender Prozesse (Objekterkennung, Schwerpunkt- und Schnittpunktberechnung)</li> </ul>	<b>[calibration]</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kalibrationsalgorithmus</li> </ul>		<b>[camera]</b> Interaktion mit der Kamera
	<b>[configure detection]</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Einstellung der Auswahl- oder Detektionskriterien durch den Benutzer</li> </ul>	<b>[colorsegmenter]</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Farbumrechnung</li> <li>• Überprüfung im Bild (ggf. Life-Bild) auf die Detektionskriterien</li> </ul>	
		<b>[objectfinder]</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Objekterkennung über <i>[regiongrowing]</i></li> <li>• Schwerpunkt-Berechnung</li> </ul>	
	<b>[capture]</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Bildaufnahme und Übertragung.</li> <li>• Initialisiert <i>[scanner]</i>, dass den Scanner steuert</li> </ul>		
	<b>[analyze]</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Bildaufruf vom Speicherort</li> <li>• Enthält die Hauptfunktionen der Schnittpunktberechnung und der Korrektur der Brechung.</li> <li>• Ablage der ermittelten Daten</li> </ul>	<b>[analyzehelper]</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kommunikation mit den Bibliotheken</li> <li>• Bereitstellen von Zwischenergebnissen</li> </ul>	

Tab. B. 3 Software Funktionsübersicht, [*name*>] ist die Bezeichnung des Programmteils im Code.

---

## C Grundlagen der Messtechnik

Dem Bereich der Messtechnik liegt die Deutsche Norm DIN1319 von 1995 zugrunde, in der die Begriffsdefinitionen und Verfahren zur Behandlung von Messunsicherheiten zusammengefasst sind. Für eine umfangreiche Einführung in die Messtechnik findet sich in dem Lehrbuch *Profos 1997* empfohlen. Die Darstellung der Grundlagen der Messtechnik folgt der Formulierung von *Lefhalm 2005*.

### C1 Messkette, Übertragungsverhalten und Messabweichung

Der Vorgang einer Messung reicht von der Erfassung einer physikalischen Größe durch einen Sensor bis zu ihrer Darstellung durch ein Anzeigegerät. Man unterscheidet dabei zwischen direkten und indirekten Messverfahren.

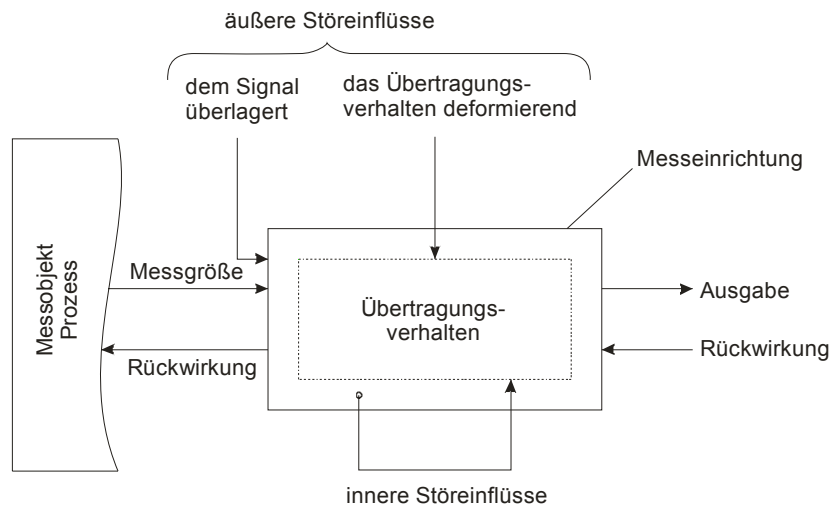
Bei einer direkten Messung wird eine Basisgröße durch Vergleich mit einer Referenz ermittelt. Indirekte Messverfahren sind dadurch gekennzeichnet, dass der gesuchte Messwert auf andersartige physikalische Größen zurückgeführt und aus diesen unter Verwendung bekannter Zusammenhänge ermittelt wird. Bei einer indirekten Messung gehen zumeist mehrere Messwerte in ein Messergebnis ein, zwischen denen unterschieden werden muss. Das DLP-Verfahren ist hinsichtlich dieser Definition ein indirektes Verfahren, bei dem Entfernungen über ein Laser-Kamera-System erfasst werden.

Von der Erfassung einer Größe bis zur Darstellung des Messergebnisses sind also funktionale Komponenten notwendig, die eine Konditionierung und Wandlung des Sensorsignals vornehmen und für die Abbildung der verwendeten Gesetzmäßigkeiten sorgen. Man bezeichnet den Zusammenschluss aller Komponenten einer Messeinrichtung als Messkette. Jede Komponente einer Messkette verändert ihre Eingangsgröße; sie besitzt ein Übertragungsverhalten, welches als funktionaler Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgangssignal dargestellt werden kann. Bei der Bestimmung zeitlich unabhängiger Messwerte kann dieser Zusammenhang in Form einer algebraischen Beziehung angegeben werden. Bei der Messung zeitlich variabler Größen hingegen wird das Übertragungsverhalten durch eine Differentialgleichung beschrieben. Für einen Einsatz der Messtechnik muss das Übertragungsverhalten bekannt sein.

Ein Messergebnis weicht vom wahren Wert um den Messfehler ab. Nach DIN1319 ist der Ausdruck "Fehler" missverständlich, da er mit "falsch" in Verbindung gebracht werden kann. In der hier vorliegenden Arbeit werden dennoch die Bezeichnungen "Abweichung", "Fehler" und "Unsicherheit" einer Messgröße als gleichwertig betrachtet.

Die Abbildung C.1 stellt die genannten Zusammenhänge schematisch dar. Darin wird nach inneren und äußeren Störeinflüssen unterschieden, wobei man unter den inneren Störeinflüssen Effekte versteht, die innerhalb der Messeinrichtung eine Messabweichung verursachen. In der von Computern gestützten Messtechnik werden häufig innerhalb eines Messsystems komplexe Berechnungen durchgeführt, um zum Messergebnis zu gelangen. Dabei spielen Rundungsfehler

die Rolle einer inneren Störung. Solche dem System immanenten Einflüsse sind schwer zu quantifizieren. Sie werden für gewöhnlich durch Kalibrieren der Messeinrichtung kompensiert.



**Abb. C. 1 Schema eines Messsystems unter Störeinflüssen.**

Äußere Störeinflüsse, die dem Signal überlagert sind, verursachen Messabweichungen, die unabhängig von der Größe des zu ermittelnden Messwerts sind. Eine durch ein magnetisches Wechselfeld in das Messsystem von außen induzierte Störspannung ist ein Beispiel für eine solche Störung. Für diese superponierenden Einflüsse lassen sich Korrekturen finden, die dann in die Messeinrichtung integriert werden können. Im Gegensatz dazu erzeugen Einflüsse, die das Übertragungsverhalten deformieren, eine Abweichung, die abhängig vom ermittelten Messwert ist. Wird beispielsweise mit einer Ultraschall-Laufzeitmessung die Fluidhöhe der freien Grenzfläche einer Flüssigmetallströmung über eine feste Oberfläche gemessen, so ist die Strömungsgeschwindigkeit eine deformierende, äußere Störgröße, siehe hierzu *Kapitel 3.1.1*.

Die Abbildung C.2 stellt die Einteilung der möglichen Messabweichungen nach der DIN-Norm 1319 dar. Sie unterscheidet nach bekannten und unbekannt systematischen, sowie zufälligen Messabweichungen  $e_i$ . Unter gleichen Bedingungen aufgenommene Messwerte einer Größe gruppieren sich in Form einer Häufigkeitsverteilung um den Erwartungswert  $x_E$ , der zu dieser Verteilung gehört. Wird der arithmetische Mittelwert von Messwerten gebildet, so ist dessen Abweichung vom Erwartungswert umso geringer, je größer die Anzahl der Messwerte ist. Der Erwartungswert weicht um die systematische Messabweichung  $e_s$  vom wahren Wert  $x_W$  der Messgröße ab. Der bekannte Teil der systematischen Messabweichung  $e_{s,b}$  kann mit umgekehrtem Vorzeichen als Korrektur auf den Messwert angewandt werden. Der eingezeichnete einzelne Messwert  $x$  wird durch die Korrektur zum berichtigten Messwert  $x_B$  und unterscheidet sich dann vom wahren Wert durch den unbekannt bleibenden Anteil der systematischen Abweichung und der zufälligen Messabweichung  $e_r$ . Einzelheiten zum praktischen Umgang mit Messfehlern und Unsicherheiten stellt zum Beispiel *Rabinowich (2000)* ausführlich dar.

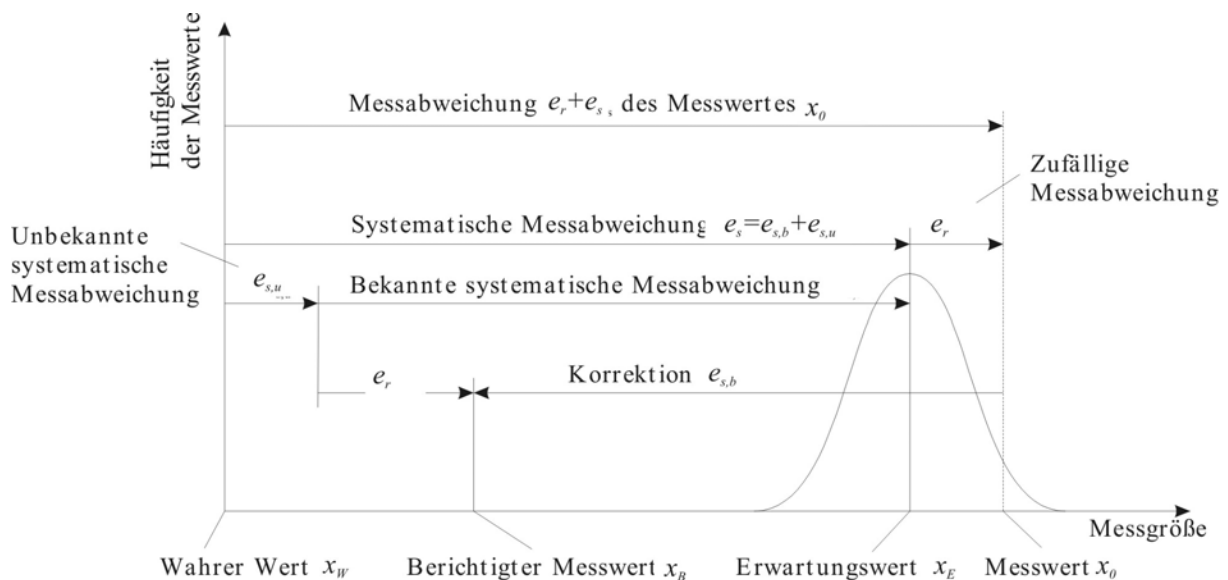


Abb. C. 2 Einteilung möglicher Messabweichungen nach DIN 1319.

## C2 Statistische Größen

Die zunächst völlig regellos erscheinenden Schwankungen der zufälligen Messabweichung können mit Hilfe statistischer Methoden quantifiziert werden. Bei den folgenden Ausführungen wird vorausgesetzt, dass die betrachteten Prozesse ergodisch sind, d.h. dass der Mittelwert aus einem Ensemble unabhängiger Messungen mit demjenigen einer kontinuierlich aufgezeichneten Zeitreihe identisch ist. Damit wird implizit unterstellt, dass es sich um stationäre Prozesse handelt.

Weitere Einzelheiten zu den Themen statistischer Signalanalyse und Signaltheorie finden sich in den Büchern von *Wolf 1999* und *Bendat 1971*.

### C2.1 Verteilung und Wahrscheinlichkeitsdichte

Bei der mehrmaligen Messung einer Größe streuen die einzelnen Messungen aufgrund der zufälligen Messabweichung. Es ergibt sich eine Häufigkeitsverteilung der einzelnen Messergebnisse, die in Form eines Histogramms dargestellt werden kann. Geht die Anzahl der Messungen gegen Unendlich, so erhält man daraus die Wahrscheinlichkeitsdichte-Verteilung oder kurz Verteilungsdichte  $p(x)$ . Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Messwert  $x_0$  im Intervall  $x_1 < x_0 < x_2$  auftritt, wird durch das Integral der Verteilungsdichte in diesem Intervall gegeben. Es ergibt sich die Wahrscheinlichkeits- oder Verteilungsfunktion  $D(x)$ . Die Verteilungsfunktion variiert für  $-\infty < x_0 < \infty$  zwischen 0 und 1 und es gilt mit  $D = 1$  die allgemeine Bedingung, dass ein gemessener Wert innerhalb dieses Wertebereiches liegen muss.

Es existiert eine Vielzahl verschiedener Verteilungsfunktionen, von denen die Gaußverteilung eine Sonderstellung einnimmt, weil sich andere Verteilungsfunktionen auf Verknüpfungen mehrerer Gaußverteilungen zurückführen lassen. Ihre Verteilungsdichte ist durch Gleichung c.1 analog zur Abbildung C.2 definiert.

$$p(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x_0 - x_E)^2}{2\sigma_x^2}\right). \quad (\text{c.1})$$

Hierbei ist  $\sigma_x$  die Standardabweichung, der  $x_0$  Messwert und  $x_E$  der Erwartungswert. Für die Verteilungsfunktion folgt mit der Definition des so genannten Gaußschen Fehlerintegrals  $erf(x)$ , welches etwa bei *Bronstein 1993* graphisch oder tabellarisch ausgewertet vorliegt. Sie ist in Gleichung c.2 formuliert.

$$D(x) = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{\pi}{2}} erf\left(\frac{x_0 - x_E}{\sigma_x \sqrt{2}}\right). \quad (\text{c.2})$$

## C2.2 Mittelwert und Standardabweichung

Die in den Gleichungen c.1 und c.2 angegebenen Größen Erwartungswert  $x_E$  und Standardabweichung  $\sigma_x$  sind theoretische Werte, die der so genannten Grundgesamtheit angehören und erst durch die Auswertung unendlich vieler Messungen zu erhalten sind. Die aus endlich vielen Messwerten einer Stichprobe ermittelten Größen sind Schätzwerte, die ihrerseits mit einem statistischen Fehler behaftet sind. So wird der Erwartungswert  $x_E$  durch den Mittelwert  $\bar{x}$  einer Anzahl  $n$  von Stichproben  $x_i$  geschätzt. Ist der Erwartungswert definiert durch Gleichung c.3, kann der Mittelwert ausgedrückt werden durch Gleichung c.4.

$$x_E = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \int_{-\infty}^{\infty} p(x) x dx; \quad (\text{c.3})$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (\text{c.4})$$

Entsprechend der vorangegangenen Formulierung kann zur Definition der Standardabweichung  $\sigma_x$ , ein Schätzwert in Form der Streuung  $S$  angegeben werden. Die Definition der Standardabweichung und ihr Schätzwert sind den Gleichungen c.5 und c.6 dargestellt.

$$\sigma^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_E)^2 = \int_{-\infty}^{\infty} p(x) x^2 dx; \quad (\text{c.3})$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (\text{c.4})$$

In Gleichung c.4 wird nicht mehr durch die Anzahl  $n$  aller Messungen der Stichprobe dividiert, sondern durch  $n-1$ . Durch die Verwendung des Mittelwerts geht ein Freiheitsgrad verloren. Für die hier verwendeten Stichproben mit einer hohen Anzahl von Messwerten werden hinreichend gute statistische Schätzwerte ermittelt. Die Unsicherheit des Mittelwerts, die auch Standardfehler genannt wird, entspricht seiner Streuung wie dies in Gleichung c.5 zeigt.

$$S(\bar{x}) = \frac{S}{\sqrt{n}}. \quad (\text{c.5})$$

Für Messungen, die zur Validierung des DLP-Verfahrens herangezogen, wird die die Standardabweichung ungeachtet der Tatsache, dass es sich hierbei um ein Streuung handelt mit  $\sigma_i$  bezeichnet, wobei  $i$  die betrachtete Messgröße darstellt. Der ebenfalls verwendete Ausdruck des mittleren Fehlers  $e$  ist durch Gleichung c.6 definiert.

$$e = x_W - \bar{x} . \quad (c.6)$$

Hierbei stellt  $x_W$  den Sollwert dar, der für die Validierung verwendeten ebenen Spiegel mit einer Genauigkeit von  $\pm 0.1\text{mm}$  bestimmt werden kann, siehe hierzu auch *Kapitel 4.4.2.1*.

### C2.3 Fehlerfortpflanzung

Wird durch mathematische Methoden aus mit Fehlern behafteten Messwerten ein Messergebnis ermittelt, so gehen ihre Unsicherheiten in das Ergebnis ein. Für die Fehlerfortpflanzung von systematischen Fehlern existiert der in Gleichung c.7 gezeigte Zusammenhang.

$$e_{sf} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} e_{si} . \quad (c.7)$$

Dabei sind die systematischen Fehler  $e_{si}$  die in die Rechnung eingehenden Größen  $x_i$ . Sie werden gewichtet durch die partielle Ableitung des verwendeten Zusammenhangs  $f$  und geben so an, wie stark sich der entsprechende Fehler im Endergebnis niederschlägt. Für die Streuung ist unter Berücksichtigung einer Fehlerfortpflanzung mit gewichtetem Einfluss der Einzelabweichung der in Gleichung c.8 dargestellte Formulierung gegeben.

$$S_f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma_i \right)^2} . \quad (c.8)$$

### C2.4 Korrelationen

Mit Hilfe von Korrelationen werden statistische Abhängigkeiten zwischen Signalen quantifiziert. Man unterscheidet zwischen der Autokorrelation  $R_{xx}$ , die die Abhängigkeiten innerhalb einer Signalfunktion berücksichtigt, und der Kreuzkorrelation  $R_{xy}$ , die sich auf unterschiedliche Signale bezieht. Sie sind den Gleichung c.9a und c.9b definiert.

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau)dt ; \quad (c.9a)$$

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t+\tau)dt . \quad (c.9b)$$

Durch die zeitliche Integration oder Mittelung über das Zeitintervall  $T$  in den Gleichung c.9a und c.9b geht die Phaseninformation des Signals in den Korrelationsfunktionen verloren. In der Messtechnik spielt die Kreuzkorrelation eine wichtige Rolle für viele Verfahren. Vor allem bei der Bestimmung von Laufzeiten sind Korrelationsverfahren weit verbreitet. Die Normierung der

Korrelationsfunktionen  $r_{xx}$  und  $r_{xy}$  der Gleichungen c.9a und c.9b führt zur Formulierung in den Gleichung c.10a und c.10b.

$$r_{xx}(\tau) = \frac{R_{xx}(\tau)}{R_{xx}(0)} = \frac{R_{xx}(\tau)}{\sigma_x^4}; \quad (\text{c.10a})$$

$$r_{xy}(\tau) = \frac{R_{xy}(\tau)}{\sqrt{R_{xx}(0)R_{yy}(0)}} = \frac{R_{xy}(\tau)}{\sigma_x^2 \sigma_y^2}. \quad (\text{c.10b})$$

Die normierte Korrelationsfunktion kann nur Werte zwischen -1 und 1 annehmen. Der Nenner ist ein Maß für die Leistung des Prozesses.

## C2.5 Lineare Regression

Die gemessenen Werte einer Größe sind im Allgemeinen von Parametern abhängig, die den zu vermessenden Prozess definieren. Mit Hilfe der linearen Regression werden diese Abhängigkeiten auf ihre Linearität geprüft.

Für Messpunkte  $P_i(x_i, y_i)$  mit der abhängigen Variable  $Y$  und der unabhängigen  $X$  kann mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate diejenige Regressions- oder Ausgleichsgerade ( $Y = mX + b$ ) gefunden werden, die ihren Zusammenhang am besten wiedergibt. Die Steigung  $m$  der Ausgleichsgeraden und ihr Achsenabschnitt  $b$  können durch Gleichungen c.11 und c.12 berechnet werden.

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}; \quad (\text{c.11})$$

$$b = \bar{y} - m\bar{x}. \quad (\text{c.12})$$

Als Maß dafür, wie ausgeprägt der funktionale Zusammenhang zwischen der abhängigen und der unabhängigen Variable ist, wird der lineare Korrelationskoeffizient  $R$  in Gleichung c.13 definiert.

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2 \sum_i (y_i - \bar{y})^2}}. \quad (\text{c.13})$$

Er wird meist als Bestimmtheitsmaß  $R^2$  der Regression angegeben und nimmt dann Werte zwischen 0 und 1 an. Für einen Wert von Null ist keinerlei statistische Abhängigkeit vorhanden, bei  $R^2 = 1$  liegen die Wertepaare  $(x_i, y_i)$  exakt auf einer Geraden. Eine Angabe in Prozent ist ebenfalls üblich, wobei  $R^2 = 1 \equiv 100\%$ .

## C2.6 Spektren der Amplituden- und Leistungsdichte

Die spektralen Dichtefunktionen eines Signals beschreiben seinen Frequenzinhalt, d.h. die Verteilung der Signalleistung auf das Frequenzspektrum. Zur Analyse eines Signals im



---

Frequenzraum dient die Fourier-Transformation. Die Fourier-Transformation des Signals selbst führt zur spektralen Amplitudendichte. Sie ist in Gleichung c.14 formuliert.

$$x^d(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-2i\pi \cdot f \cdot t} dt . \quad (\text{c.14})$$

Die Transformation der Autokorrelationsfunktion nach Gleichung c.9b führt zur spektralen Leistungsdichte  $S_{xx}$ , auch Leistungsdichtespektrum oder Leistungsdichte genannt. Sie ist in Gleichungen c.15a und c.15b mit ihrer Rücktransformation definiert.

$$S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau)e^{-2i\pi \cdot f \cdot \tau} d\tau ; \quad (\text{c.15a})$$

$$R_{xx}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(f)e^{-2i\pi \cdot f \cdot \tau} df . \quad (\text{c.15b})$$

Die beiden Beziehungen c.15a und c.15b werden als Wiener-Khintchie-Relationen bezeichnet. Sie zeigen, dass die Darstellung der Signale im Zeitbereich und im Frequenzraum gleichberechtigt ist und kein Informationsverlust bei der Transformation auftritt. Für die Messtechnik ist die Frequenzanalyse ein wichtiges Hilfsmittel, um charakteristische Eigenschaften von Signalen zu identifizieren und verarbeiten zu können, die in der Zeitdarstellung nicht erkennbar sind. Insbesondere dient das Leistungsdichtespektrum zur Ermittlung der Energieverteilung in periodischen Signalen, die als Informationsträger dienen. Für eine detaillierte Beschreibung siehe *Bendat 1971*.

## D Eigenschaften elektromagnetischer Wellen

Die Betrachtung der Eigenschaften elektromagnetischer Wellen ist hier beschränkt auf Eigenschaften, die für die optische Messtechnik bzw. für das DLP-Verfahren von Bedeutung sind. Dies sind Eigenschaften, die beim Einsatz von Laserstrahlen berücksichtigt werden müssen. Die betrachteten elektromagnetischen Wellen beziehen sich auf Licht des sichtbaren elektromagnetischen Spektrums mit einer Erweiterung durch den infraroten und den ultravioletten Bereich und werden in der Folge als Licht bezeichnet.

### D1 Transmission und Brechungsindex

Licht breitet sich als elektrisches Feld  $E$  mit sinusförmiger Schwankung linear im Raum. Das zugehörige Magnetfeld  $B$  steht senkrecht auf dem elektrischen Feld, wie dies in Abbildung D.1 dargestellt ist.

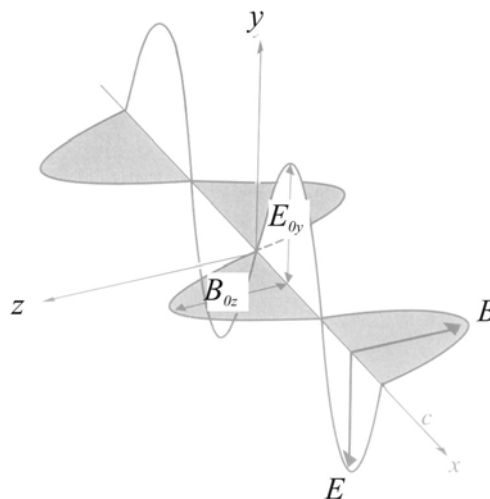


Abb. D. 1 Modell einer elektromagnetischen Welle aus dem Lehrbuch von Hecht 2005.

Elektromagnetische Wellen breiten sich transversal mit der Geschwindigkeit  $v$  aus, siehe zum Beispiel Meschede 2004. Die nachstehende Beziehung für das elektrische Feld leitet sich aus den Maxwell-Gleichungen ab:

$$E_{0y} = vB_{0z}, \text{ mit } v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_r \mu_0}}. \quad (\text{d.1})$$

Hierin bezeichnen in  $E_{0y}$  und  $B_{0z}$  die Amplituden des schwingenden elektrischen und magnetischen Feldes,  $\epsilon_0$  und  $\epsilon_r$  die elektrische Feldkonstante und Permittivität, sowie  $\mu_0$  und  $\mu_r$  die magnetische Feldkonstante und die Permeabilität.

Die harmonische Lichtwelle mit einer Lichtintensität  $I$  werden durch folgende Beziehung kann beschrieben:

$$E = E_{0y} \sin(\omega t - kx); \quad (\text{d.2a})$$

$$B = B_{0z} \sin(\omega t - kx) \text{ mit } k = \frac{2\pi}{\lambda}, \omega = kv \text{ und } I = \frac{1}{2\mu_r\mu_0} B_{0z} E_{0y}. \quad (\text{d.2b})$$

Breitet sich Licht in Vakuum mit maximalen Geschwindigkeit  $c$  aus, ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit in Materie langsamer:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r\mu_r}}, \text{ mit } c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad (\text{d.3})$$

Für die in Frage kommenden Materialien ist  $\mu_r \approx 1$ . Daraus ergibt sich die für den Elektromagnetismus bekannte *Maxwell-Relation*, die in der geometrischen Optik Brechzahl oder Brechungsindex genannt wird und durch  $n$  gegeben ist.

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon_r}. \quad (\text{d.4})$$

## F2 Brechung und Reflexion

In der geometrischen Optik besteht für die Ermittlung des Brechungswinkels  $\alpha_2$  aus dem Einfallswinkel  $\alpha_1$  das in Gleichung d.5 formulierte Brechungsgesetzes oder *Snelliussches Gesetz*, wie es in Abbildung D.2 dargestellt ist.

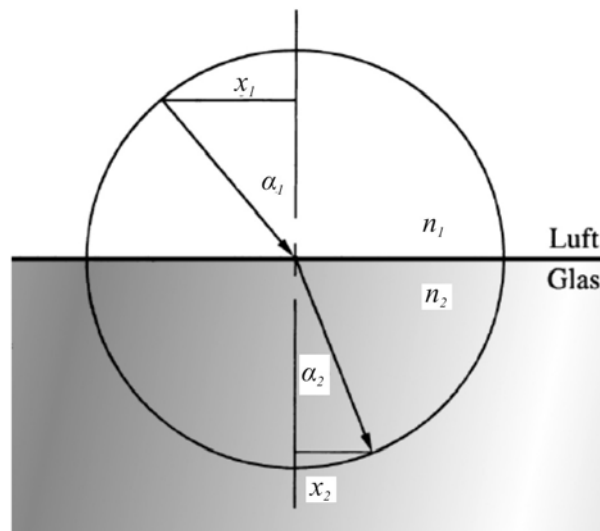


Abb. D. 2 Skizze zur Ermittlung des Brechungswinkels nach Descartes nach Hecht 2005.

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2. \quad (\text{f.5})$$

Vom Eintritt in ein anderes Medium bleibt die Frequenz  $F_0$  unberührt, die Wellenlänge ändert sich entsprechend der Gleichung d.6.

$$\lambda_1 = \frac{v}{F_0} = \frac{c}{nF_0} = \frac{\lambda_0}{n}. \quad (\text{f.6})$$

Tritt der Lichtstrahl in ein optisch dichteres Medium, wird er zu Oberflächennormalen hingebrochen; tritt er in ein optisch dünneres Medium, wird er von der Oberflächennormalen weggebrochen.

Beim Eintritt in ein optisch dünneres Medium kann es zur Totalreflexion kommen. Der Grenzwinkel kann bestimmt werden, wenn man für  $\alpha_1 = 90^\circ$  annimmt. Beim Auftreffen auf eine Grenzfläche wird ein Teil des Lichtstrahls reflektiert und ein anderer Teil tritt in das Medium ein. Der einfallende, der gebrochene und der reflektierte Strahl liegen in einer Ebene.

Der Unterschied zwischen der spiegelnden und der diffusen Reflexion ist in der Abbildung D.3 dargestellt. Dabei kann die Reflexion als Auftreffen einer Wellenfront auf eine molekulare Struktur beschrieben werden.

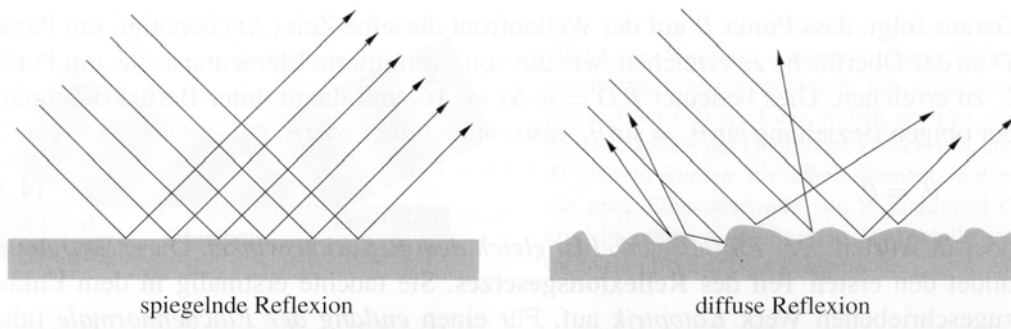


Abb. D. 3 Vergleich von spiegelnder und diffuser Reflexion nach Hecht 2005.

Ist die Wellenlänge größer als der Molekülabstand, bricht die Wellenfront auf und wird in Form von Kugelwellen an den einzelnen Molekülen reflektiert. Durch Überlagerung bildet sich eine neue Wellenfront aus, wie dies in der Abbildung D.4 skizziert ist. Dem entsprechend ist der Einfallswinkel gleich dem Ausfallwinkel  $\alpha_r$ :

$$\alpha_i = \alpha_r. \quad (\text{f.7})$$

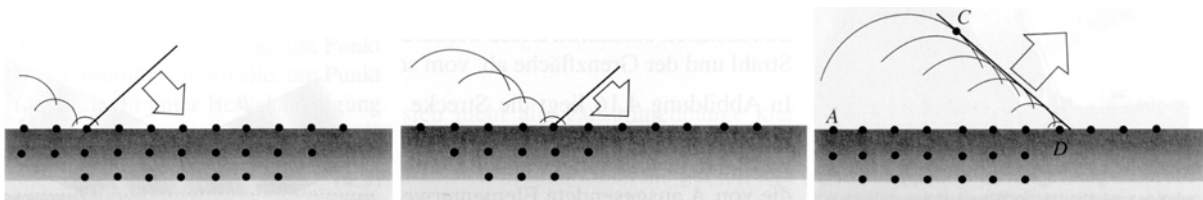


Abb. D. 4 Reflexion in Folge der Streuung an der molekularen Struktur nach Hecht 2005.

### D3 Polarisation

Der in Abbildung D.1 gezeigte Lichtstrahl hat eine lineare Polarisation, da sich das elektrische Feld immer in der gleichen Ebene bewegt. Seine Orientierung ist konstant. Laser emittieren linear polarisiertes Licht. Natürliches Licht hat keine feste Polarisation. Die

Schwingungsebene des elektrischen Feldes ändert sich mit hoher Frequenz ( $10^8\text{s}^{-1}$ ), da eine natürliche Lichtquelle aus einer großen Anzahl zufällig ausgerichteter atomarer Strahler besteht. Wellen gleicher Frequenz überlagern sich zu kurzzeitig stabilen polarisierten Wellen. Deshalb heißt natürliches Licht unpolarisiert oder zufällig polarisiert. Neben der linearen Polarisation, sind auch die zirkulare und die elliptische Polarisation bekannt, bei der sich das elektrische Feld kreisförmig bzw. elliptisch um die Ausbreitungsachse bewegt. Entsprechend der Drehrichtung bezeichnet man diese Form der Polarisation auch als rechts- bzw. linkszirkular.

Trifft ein linear polarisierter Lichtstrahl mit der Amplitude  $E_0$  auf eine Grenzfläche zwischen zwei dielektrischen Medien, wie dies beim Durchtritt eines Laserstrahls durch eine Plexiglasplatte gegeben ist, können die Anteile des reflektierten  $E_{0r}$  und des transmittierten Strahls  $E_{0t}$  mit Hilfe der Fresnelschen Gleichungen bestimmt werden. Dazu werden der Amplituden-Reflexionskoeffizient und der Amplituden-Transmissionskoeffizient nach *Hecht 2005* durch die Gleichungen d.8a bis d.8d berechnet. In den Gleichungen wird nach einer Polarisation parallel zur Einfallsebene  $r_{\parallel}$ ,  $t_{\parallel}$  und senkrecht zur Einfallsebene  $r_{\perp}$ ,  $t_{\perp}$  unterschieden. Die dielektrischen Medien werden darüber hinaus als unmagnetisch angenommen.

$$r_{\perp} = \left| \frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right|_{\perp} = \frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \quad \text{und} \quad t_{\perp} = \left| \frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right|_{\perp} = \frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \quad , \quad (\text{d.8a}) (\text{d.8b})$$

$$r_{\parallel} = \left| \frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right|_{\parallel} = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} \quad \text{und} \quad t_{\parallel} = \left| \frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right|_{\parallel} = \frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)} \quad . \quad (\text{d.8c}) (\text{d.8d})$$

Weiterhin gilt für den Reflexionsgrad  $R_E$  und die Transmission  $T_E$ :

$$R_E = \frac{I_r}{I_0} = \frac{E_{0r}^2}{E_0^2} = \sqrt{r_{\perp}^2 + r_{\parallel}^2} \quad \text{und} \quad T_E = \frac{I_t}{I_0} = \frac{E_{0t}^2}{E_0^2} = \sqrt{t_{\perp}^2 + t_{\parallel}^2} \quad , \quad \text{mit} \quad R_E + T_E = 1 \quad . \quad (\text{d.9a})(\text{d.9b})$$

Hierin sind  $I_t$ ,  $I_r$  und  $I_0$  die Intensitäten des reflektierten, des transmittierten und des einfallenden Lichts. Der Anteil des diffus reflektierten Lichts liegt für ein reale Glas- oder Plexiglasplatte bei mindestens 4%. Dieser Anteil wird beim DLP-Verfahren von der Kamera detektiert. Der Anteil direkter Reflexion nimmt in Form von störenden Reflexionen, die in der Glasscheibe wandern, und sekundären Reflexionen an der Flüssigmetalloberfläche, die von den gesuchten Laserquerschnitten getrennt werden müssen, negativen Einfluss auf die Auswertung siehe hierzu *Anhang B*.

Unter dem *Brewster-Winkel*  $\tan \theta_B = \frac{n_1}{n_2}$  wird nur parallel zur Oberfläche polarisiertes Licht reflektiert. Eine Anwendung zum *Brewster-Winkel* ist das photographieren durch Glasscheiben hindurch, mit Hilfe eines Polaroidfilters.

#### **F4 Reflexion an metallischen Oberflächen**

Für das DLP-Verfahren spielt der Begriff der Metalloptik keine Rolle. Deshalb wird er hier nur kurz in den richtigen Zusammenhang gestellt.

---

Lichtwellen können Metalloberflächen nicht durchdringen. Metall zeigt auch bei rauer Oberfläche einen charakteristischen Glanz. Für diese Reflexion gibt es eine Grenzfrequenz  $\omega_0$ . Sie ist gleich der *Langmuir-Frequenz* des Elektronengases und abhängig vom der Teilchenzahldichte, die durch die Gleichung d.10 gegeben ist.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{ne^2}{\epsilon_r \epsilon_0 m}}, \frac{e}{m} = \text{spezifische Ladung eines Elektrons.} \quad (\text{d.10})$$

Hierbei ist  $e = 1,60217646 \pm 6 \cdot 10^{-19}$  die Elementarladung und  $n$  die Teilchenzahldichte des Metalls.

Tatsächlich werden Metalle je nach ihrer Elektronenkonzentration im nähren oder ferneren UV-Bereich des elektromagnetischen Spektrum transparent, zumindest in dünnen Schichten. Gleichzeitig verlieren sie ihr hohes Reflexionsvermögen. Bei manchen Metallen liegt die Langmuir-Frequenz im sichtbaren Bereich des Lichts, z.B. Gold. Der Ausfall der Violettreflexion bei Gold lässt es gelblich schimmern.

## E Thermophysikalische Eigenschaften von eutektischem Gallium-Indium-Zinn (GalnSn)

Die nachstehenden, in der Tabelle E.1 dargestellten, chemischen und physikalischen Eigenschaften von eutektischem Gallium-Indium-Zinn (GalnSn) sind einem Datenblatt zu einem Produkt unter dem Handelsnamen Galinstan Fluid 93/12/EG entnommen.

<i>Erscheinungsbild</i>		
<i>Form:</i> flüssige Metalllegierung	<i>Farbe:</i> silberfarben	<i>Geruch:</i> geruchlos
<i>Zustandsänderung</i>		
<i>Siedepunkt:</i>	> 1300 °C	
<i>Schmelzpunkt:</i>	- 19 °C	
<i>Flammpunkt:</i>	keinen	
<i>Sicherheitsrelevante Daten</i>		
<i>Entzündlichkeit:</i>	nicht anwendbar	
<i>Explosionsgefahr:</i>	nicht anwendbar	
<i>Selbstentzündlichkeit:</i>	nicht anwendbar	
<i>Brandfördernde Eigenschaften:</i>	keine	
<i>Dampfdruck :</i>	bei 500 °C <10 <sup>-8</sup> Torr	
<i>Dichte:</i>	6362 kg/m <sup>3</sup>	
<i>Löslichkeit</i>		
<i>in Wasser</i>	unlöslich	
<i>in organischen Lebensmitteln</i>	unlöslich	
<i>Viskosität:</i>	0,348 · 10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s	bei 20°C
<i>Wärmeleitfähigkeit:</i>	16,5 W · m <sup>-1</sup> · K <sup>-1</sup>	
<i>Spez. elektr. Widerstand:</i>	0,435 W mm <sup>2</sup> · m <sup>-1</sup>	

Tab. E. 1 Chemische und physikalische Eigenschaften von eutektischem Gallium-Indium-Zinn.