

KFK-72

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM
KARLSRUHE**

NOVEMBER 1961

KFK 72

INSTITUT FÜR KERNVERFAHRENSTECHNIK

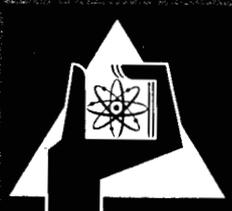
ZUR FORM DER VERDICHUNGSSTOSSE IN FREI EXPANDIERENDEN GASSTRAHLEN

KONRAD BIER, UND

BERNDT SCHMIDT (INST. F. STROMUNGSLEHRE U. STROMUNGSMASCHINEN DER TH KARLSRUHE)

KERNREAKTOR

Bau- und Betriebs-Gesellschaft m. b. H.
Verwaltung der Zentralbücherei



Zur Form der Verdichtungsstöße in frei expandierenden Gasstrahlen

Von KONRAD BIER und BERNDT SCHMIDT

Mit 9 Textabbildungen

(Eingegangen am 25. Juni 1961)

Bei der Erzeugung intensiver Molekularstrahlen mit Düsen [1] bis [3] und bei der Trennung von Gas- oder Isotopengemischen nach dem Trenndüsenverfahren [4] bis [7] werden frei expandierende Gasstrahlen benutzt. Dabei expandiert das Strahlgas im allgemeinen aus einer *konvergenten* Düse in einen Raum, in dem der statische Druck um den Faktor 10^4 bis 10^3 kleiner ist als der Einlaßdruck vor der Düse. Bei diesen Expansionsverhältnissen bildet sich unter gasdynamischen Strömungsbedingungen hinter der Düse eine räumlich begrenzte, überexpandierte Überschallströmung aus, die in Strahlrichtung durch *Verdichtungsstöße* abgeschlossen wird¹. Die Existenz dieser Verdichtungsstöße ist sowohl für die Erzeugung von Molekularstrahlen mit Düsen als auch für die Trenndüsenentmischung von Bedeutung:

Bei der Molekularstrahlerzeugung wird der Kern der Überschallströmung durch eine besonders geformte Abschälblende ausgeblendet und über eine Druckschleuse ins Hochvakuum überführt. Da die erreichbare Molekularstrahlintensität mit der Mach-Zahl der Strömung stark ansteigt, müssen in dem ausgeblendeten Strahlteil Verdichtungsstöße, die die Mach-Zahl herabsetzen, möglichst vermieden werden. Tatsächlich beobachtet man z. B. bei Vergrößerung des Abstandes zwischen Düse und Abschäler eine sprunghafte Abnahme der Mach-Zahl und der Intensität des Molekularstrahls, die auf einen Verdichtungsstoß zurückgeführt werden kann².

Die räumliche Entmischung verschieden schwerer Komponenten in einem expandierenden Gasstrahl, die beim Trenndüsenverfahren ausgenutzt wird, beruht im wesentlichen auf der *Druckdiffusion* im stationären Druckgefälle des Strahls. Die Druckdiffusion bewirkt eine bevorzugte Bewegung der leichten Komponente in der Richtung fallenden Druckes. Im Strömungsgebiet unmittelbar hinter der Düsenmündung reichert sich auf Grund des nach außen gerichteten Druckgefälles die leichte Komponente in der Mantelzone des Strahls an. In bestimmten Fällen findet man mit zunehmender Entfernung von der Düse eine *Umkehrung* der Entmischung, die hauptsächlich auf das von einem Verdichtungsstoß aufgebaute, nach innen gerichtete Druckgefälle zurückzuführen ist [7].

Für beide Anwendungen der frei expandierenden Gasstrahlen ist es wünschenswert, die genaue Form der Verdichtungsstöße in dem aus Düse und Abschäler bestehenden Strahlerzeugungs- bzw. Trennsystem in

Abhängigkeit von den Versuchsbedingungen zu kennen. Dabei interessiert besonders, wie die Form der Verdichtungsstöße durch eine Variation des *Expansionsverhältnisses*, der *Gasart* sowie der *Düsen- und Abschälergeometrie* beeinflusst wird. Bei den relativ niedrigen Gasdichten und kleinen Strahldimensionen, wie sie bei der Molekularstrahlerzeugung und der Trenndüsenentmischung vorliegen, ist eine Sichtbarmachung der Strömung mit verhältnismäßig großem Aufwand verbunden. Es erschien daher zweckmäßig, die

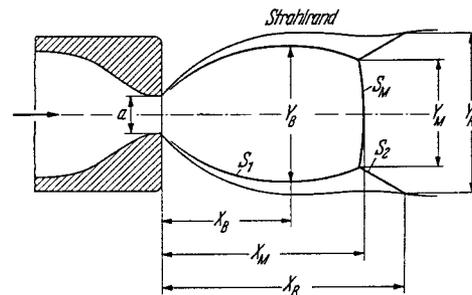


Abb. 1. Schema der Verdichtungsstöße in einem frei expandierenden Gasstrahl bei großem Expansionsverhältnis, nach [8] bis [13]

genannten Fragen zunächst bei höheren Gasdichten und größeren Strahldimensionen durch *Schlierenaufnahmen* zu untersuchen.

Schlierenaufnahmen frei expandierender Gasstrahlen liegen bereits von verschiedenen Autoren vor. Aus solchen Messungen ist bekannt, daß die Verdichtungsstöße im rotationssymmetrischen Fall die in Abb. 1 schematisch dargestellte Form haben [8] bis [13]. An rotationssymmetrischen Luftstrahlen mit Mündungsmachzahlen zwischen 1 und 3,5 ist auch bereits der Einfluß des Expansionsverhältnisses auf den Durchmesser des „Machschen“ Verdichtungsstoßes (S_M in Abb. 1) und seinen Abstand von der Düsenmündung untersucht worden [10] bis [13]. Im ersten Teil der vorliegenden Arbeit haben wir diese Messungen für den uns besonders interessierenden Fall der Mündungsmachzahl 1 ergänzt, indem wir für rotationssymmetrische N_2 -, H_2 -, Ar- und CO_2 -Strahlen sowie für *ebene* N_2 -Strahlen charakteristische Abmessungen der Verdichtungsstöße S_1 , S_M und S_2 (vgl. Abb. 1) in Abhängigkeit vom Expansionsverhältnis bestimmt haben. Im zweiten Abschnitt wird an rotationssymmetrischen und ebenen N_2 -Strahlen gezeigt, wie sich das System der Verdichtungsstöße ändert, wenn eine Abschälblende in verschiedenen Abständen von der Düsenmündung in die Strömung gestellt wird. Unter Benutzung der von ADAMSON und NICHOLLS aufgestellten Bedingung, daß der statische Druck hinter dem Machschen Stoß gleich dem Gegendruck im Raum hinter der Düse ist [12], wird schließlich der Strömungszustand vor dem Machschen Stoß in

¹ Bei kleineren Expansionsverhältnissen findet man bekanntlich quasiperiodische Strahlstrukturen; dieser Fall wird in der vorliegenden Arbeit nicht betrachtet.

² K. BIER u. O. HAGENA, Vortrag auf der Frühjahrstagung der Physikalischen Gesellschaft Württ.-Baden-Pfalz, Stuttgart, April 1961; erscheint demnächst in Z. Naturforsch.

KERNREAKTOR

Bau- und Betriebs-Gesellschaft m. b. H.,
Verwaltung der Zenträlbücherei

Hyperschallnäherung abgeschätzt. Die Abschätzung wird zusammen mit dem aus den Schlierenaufnahmen folgenden Abstand des Machschen Stoßes von der Düse benutzt, um für große Expansionsverhältnisse in der Umgebung der Strahlachse die Mach-Zahl als Funktion des Düsenabstandes anzugeben.

I. Die Form der Verdichtungsstöße in frei expandierenden Gasstrahlen ohne Abschäler

a) Rotationssymmetrische Gasstrahlen

Bei den Schlierenaufnahmen konnte der interessierende Bereich des Expansionsverhältnisses erfaßt werden, indem das Strahlgas aus einer Druckflasche

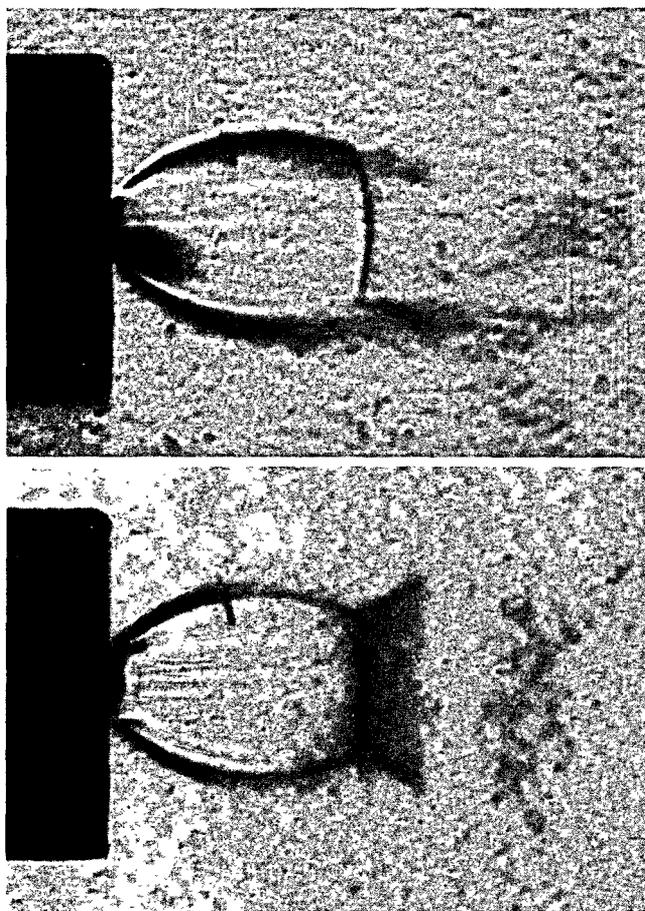


Abb. 2. Schlierenbilder eines rotationssymmetrischen N_2 -Strahls mit dem Expansionsverhältnis $p_0/p_1 = 56$ (konvergente Düse mit zylindrisch zulaufender Mündung von 1,43 mm \varnothing ; $p_0 = 20$ atm). Bei der oberen Aufnahme stand die Schlierenkante parallel, bei der unteren senkrecht zur Strahlachse

bei Einlaßdrücken $p_0 = 10 - 50$ atm entnommen und nach der Expansion bei Gegendrücken $p_1 = 0,05 - 1,0$ atm abgesaugt wurde. Mit einer konvergenten Düse von 1,4 mm Mündungsdurchmesser ergaben sich an der benutzten Schlierenapparatur mit N_2 als Strahlgas bei $p_1 = 0,05$ atm gerade noch auswertbare Schlierenbilder¹. Das größte von uns untersuchte Expansionsverhältnis betrug demzufolge ≈ 1000 ; das kleinste war $p_0/p_1 \approx 10$. Abb. 2 zeigt als Beispiel

¹ Die Versuche wurden an der Überschallversuchsanlage des Instituts für Strömungslehre und Strömungsmaschinen der Technischen Hochschule Karlsruhe ausgeführt. Die benutzte Schlierenapparatur arbeitet mit zwei Hohlspiegeln von 150 cm Brennweite; der Strahlengang in der Schlierenkammer ist parallel.

Schlierenbilder eines rotationssymmetrischen N_2 -Strahls mit dem Expansionsverhältnis 56².

Außerhalb des Verdichtungsstoßes S_1 beobachtet man am Strahlrand ein verhältnismäßig starkes, von innen nach außen gerichtetes Dichtegefälle, das von der Düsenmündung ausgeht und sich mit abnehmender Stärke ungefähr bis zum Strahlbauch erstreckt. Dieses Dichtegefälle dürfte im wesentlichen durch den Temperaturunterschied zwischen dem bei der Expansion abgekühlten Strahlgas und dem auf Umgebungstemperatur befindlichen, ruhenden Außengas hervorgerufen werden.

Im Stromungsgebiet unmittelbar hinter der Düsenmündung besteht auch in Strahlrichtung ein merkliches Dichtegefälle. In Abb. 2 ist jedoch keine entsprechende Aufhellung zu erkennen. Das beruht offenbar darauf, daß wegen der nichtlinearen Schwärzungskurve des Filmmaterials bei gleichem Absolutwert des Dichtegradienten die Schwärzung intensiver erscheint als die Aufhellung. Vertauscht man die Rolle von Schwärzung und Aufhellung, indem man die Schlierenkante von der entgegengesetzten Seite in den optischen Strahlengang einführt, so tritt die starke Dichteabnahme im Strömungsgebiet hinter der Düsenmündung klar in Erscheinung.

Zur quantitativen Beschreibung des Strahlverlaufs charakterisieren wir die Form der Verdichtungsstöße durch sechs, in Abb. 1 eingezeichnete Linearabmessungen. Diese Abmessungen wurden aus den auf das Format DIN A5 vergrößerten Schlierenbildern abgelesen und auf den Mündungsdurchmesser a normiert. Abb. 3 zeigt die normierten Strahldimensionen für rotationssymmetrische N_2 -Strahlen in Abhängigkeit vom Expansionsverhältnis. Die durch volle Kreise bezeichneten Meßpunkte gehören zu einer zylindrisch zulaufenden Düse mit 1,43 mm \varnothing , die Kreuze zu einer Düse von ähnlichem Profil, aber etwa doppelt so großem Durchmesser ($a = 2,95$ mm)³; die durch hohle Kreise bezeichneten Meßpunkte wurden mit einer konvergenten Düse mit konisch zulaufender Mündung gewonnen ($a = 1,41$ mm)⁴.

Nach Abb. 3 stimmen die normierten Strahldimensionen für die verschiedenen Düsen innerhalb der Fehlergrenze überein, ein Einfluß des Düsenprofils auf die Strahlform ist im Fall der konvergenten Düsen also nicht festzustellen. Dieser Befund entspricht dem Ergebnis von Trennversuchen, die für konvergente Düsen mit zylindrischem bzw. konischem Profil den gleichen Strömungsverlauf und Trenneffekt ergeben hatten [7].

Ein Vergleich der x - und y -Werte in Abb. 3 zeigt, daß sowohl die Abstände als auch die Durchmesser im untersuchten Bereich des Expansionsverhältnisses untereinander praktisch in einem konstanten Verhältnis stehen. Man erhält im Mittel $x_B : x_M : x_R = 0,63 : 1 : 1,20$ und $y_B : y_M : y_R = 1,21 : 1 : 1,43$; dabei beträgt die

² Bei den in Abb. 2 gezeigten Aufnahmen wurde mit einer Xenon-Hochdrucklampe und einer Belichtungszeit von $1/50$ sec gearbeitet. Die Konturen der Verdichtungsstöße sind bei der verhältnismäßig langen Belichtungszeit, offenbar als Folge schwacher Oszillationen, etwas verbreitert. Bei Beleuchtung mit Einzelfunken ($\approx 3 \cdot 10^{-6}$ sec) ergaben sich schärfere Konturen der Verdichtungsstöße; diese Aufnahmen eignen sich jedoch wegen der geringeren Lichtstärke nicht gut für die Wiedergabe im Druck.

³ Das Düsenprofil ist aus Abb. 1 zu entnehmen.

⁴ Erwartungsgemäß ergab sich bei den verwendeten Gasdichten kein Einfluß des Absolutdruckes auf die Strahlform; daher wurden die bei verschiedenen Drücken gewonnenen Ergebnisse in Abb. 3 nicht unterschieden. Die Meßpunkte in Abb. 3 bedeuten Mittelwerte aus mehreren Schlierenaufnahmen (mindestens 2, in einigen Fällen bis zu 7). — Für die Hilfe bei der Auswertung der Schlierenbilder danken wir Fräulein B. GEBAUER.

Streuung der einzelnen Meßwerte maximal $\pm 8\%$. Für $p_0/p_1 \geq 30$ wird die Abhängigkeit der Strahldimensionen vom Expansionsverhältnis nach Abb. 3 in doppelt-logarithmischer Darstellung durch Geraden wiedergegeben, deren Steigung im Fall der Abstandsgrößen zwischen 0,50 und 0,52 im Fall der Durchmesser zwischen 0,56 und 0,58 liegt. Bei diesen Expansionsverhältnissen steigen also die Abstände und die Durchmesser der Verdichtungsstöße etwa mit der Quadratwurzel aus dem Expansionsverhältnis an.

Für den Düsenabstand und den Durchmesser des *Mach'schen Stoßes* war dieser Zusammenhang bereits aus den Messungen von LOVE u. Mitarb. [10], [13] sowie von ADAMSON und NICHOLLS [12] bekannt. Die Ergebnisse dieser Autoren sind in Abb. 3 als strichpunktierte bzw. punktierte Kurven eingetragen. Unsere Werte für x_M stimmen innerhalb der Fehlergrenze mit denen von ADAMSON und NICHOLLS überein; die x_M - und y_M -Werte von LOVE u. Mitarb. sind für $p_0/p_1 \approx 50$ um etwa 10%, für $p_0/p_1 \approx 200$ um etwa 20% kleiner.

Abb. 3 enthält außerdem noch eine theoretische Kurve für x_M von ADAMSON und NICHOLLS [12]. Ihre Berechnung geht von der Annahme aus, daß die Lage des Stoßes S_M dadurch bestimmt ist, daß der statische Druck hinter S_M mit dem Gegendruck p_1 übereinstimmt. Wie ADAMSON und NICHOLLS zeigten und wie auch aus Abb. 3 abzulesen ist, wird der Abstand x_M durch diese Bedingung im untersuchten Bereich des Expansionsverhältnisses innerhalb der Fehlergrenze richtig wiedergegeben.

b) Ebene Gasstrahlen

In Abb. 4 sind Schlierenbilder eines ebenen N_2 -Strahles mit dem Expansionsverhältnis $p_0/p_1 = 52$ wiedergegeben; der Strahl wurde mit einer konvergenten Schlitzdüse von 0,3 mm Mündungsweite und 15 mm Schlitzlänge (senkrecht zur Bildebene der Abb. 4) erzeugt.

Aus Abb. 4 geht hervor, daß in der ebenen Strömung ein System von Verdichtungsstößen mit ähnlicher Struktur wie im rotationssymmetrischen Fall auftritt. In Abb. 5 sind die auf die Düsenweite normierten Strahlabmessungen für eine Versuchsserie mit Expansionsverhältnissen zwischen 10 und ≈ 200 dargestellt.

Ein Vergleich mit Abb. 3 zeigt, daß die normierten Abstände und „Durchmesser“ der Verdichtungsstöße bei gleichem Expansionsverhältnis im ebenen Fall wesentlich größer sind und mit zunehmendem Expansionsverhältnis stärker ansteigen als im rotationssymmetrischen Fall. Die Abstandsverhältnisse x_M/x_B und x_N/x_M sind im ebenen Fall nicht konstant, sondern

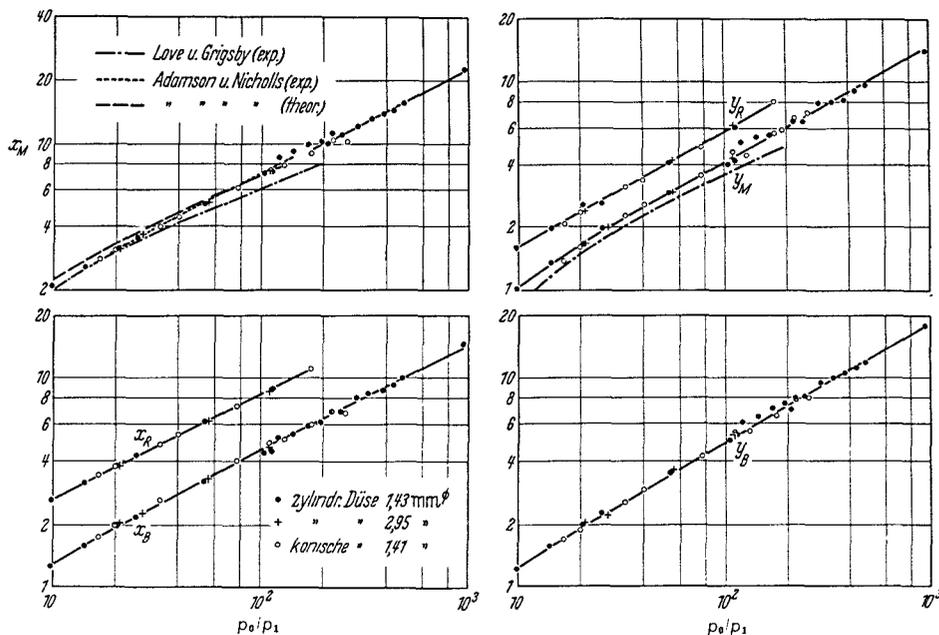


Abb. 3. Die auf den Mündungsdurchmesser bezogenen, in Abb. 1 eingezeichneten Abstände und Durchmesser der Verdichtungsstöße in rotationssymmetrischen N_2 -Strahlen in Abhängigkeit vom Expansionsverhältnis. (Vgl. Anmerkung 4 auf S. 494)

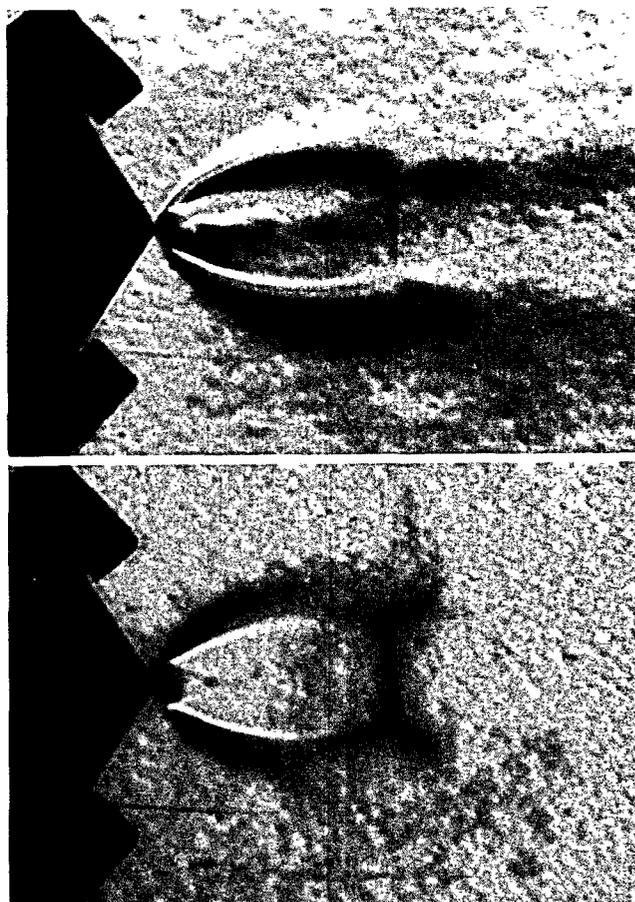


Abb. 4. Schlierenbilder eines aus einer konvergenten Schlitzdüse austretenden N_2 -Strahles mit dem Expansionsverhältnis $p_0/p_1 = 52$ ($p_0 = 10$ atm). Die Schlierenkante stand im oberen Bild parallel, im unteren senkrecht zur Symmetrieebene des Strahls

werden im untersuchten Bereich mit steigendem Expansionsverhältnis merklich kleiner. Das gleiche gilt für das Verhältnis y_B/y_M , das nach Abb. 5 für Expansionsverhältnisse $p_0/p_1 > 100$ nahezu gleich 1 ist. Bei diesen Expansionsverhältnissen mündet der

Verdichtungsstoß S_1 also fast parallel zur Symmetrieebene des Strahles in die Verzweigung mit S_2 und S_M ein.

Während im rotationssymmetrischen Fall die Durchmesser der Verdichtungsstöße etwa mit der Quadratwurzel aus dem Expansionsverhältnis ansteigen (s. oben), nehmen die Größen y_B und y_M im

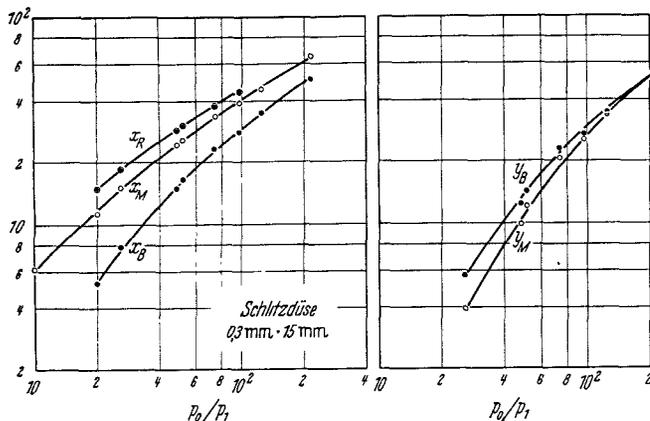


Abb. 5. Die auf die Düsenweite bezogenen Abstände und „Durchmesser“ der Verdichtungsstöße in ebenen N_2 -Strahlen in Abhängigkeit vom Expansionsverhältnis

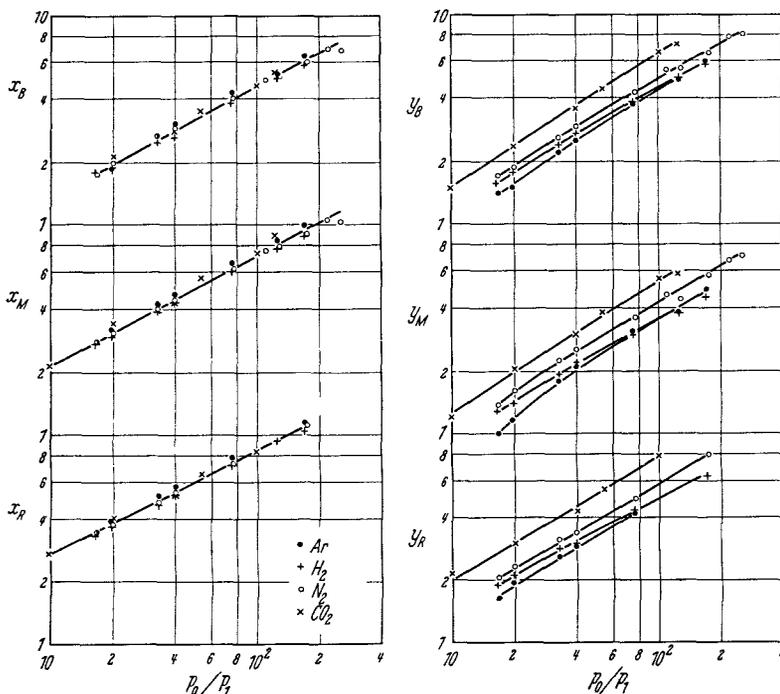


Abb. 6. Die normierten Abstände und Durchmesser der Verdichtungsstöße in rotationssymmetrischen Ar-, H_2 -, N_2 - und CO_2 -Strahlen als Funktion des Expansionsverhältnisses

ebenen Fall für genügend große Expansionsverhältnisse ungefähr linear mit p_0/p_1 zu. Für beide Strahlgeometrien wachsen demnach bei genügend großen Expansionsverhältnissen der von S_1 begrenzte Teil des Strahlquerschnittes $x = x_B$ sowie die Fläche von S_M ungefähr proportional zum Expansionsverhältnis. Darüber hinaus folgt aus Abb. 3 und 5, daß auch die Absolutwerte der auf den Mündungsquerschnitt bezogenen Querschnittsflächen der Verdichtungsstöße für beide Strahlgeometrien annähernd gleich sind.

c) Einfluß der Gasart

Ein Einfluß der Gasart auf den Strömungsverlauf frei expandierender Gasstrahlen ist bei Vernachlässi-

gung von Reibungseffekten nur dann zu erwarten, wenn sich die betrachteten Gase im Adiabatenexponenten κ unterscheiden oder wenn Kondensations-effekte eine Rolle spielen. Durch Vergleich der N_2 -Strahlen mit Ar-, H_2 - und CO_2 -Strahlen wurde versucht, einen qualitativen Überblick über den Einfluß des Adiabatenexponenten und einen eventuellen Einfluß der Strahlkondensation auf die Lage der Verdichtungsstöße in den überexpandierten Gasstrahlen zu gewinnen.

In Abb. 6 sind für diese Gase die normierten Strahldimensionen als Funktion des Expansionsverhältnisses dargestellt. Die CO_2 -Strahlen wurden mit der zylindrischen Düse von 1,43 mm \varnothing erzeugt, während für die Ar- und H_2 -Strahlen die konische Düse von 1,41 mm \varnothing benutzt wurde; als Vergleichswerte für N_2 wurden in Abb. 6 nur die mit der konischen Düse gewonnenen Ergebnisse eingetragen. Nach den Messungen an N_2 -Strahlen sollte der Unterschied im Düsenprofil für den angestrebten Vergleich keine Rolle spielen (vgl. Abb. 3).

Nach Abb. 6 sind die normierten Abstände für alle untersuchten Gase innerhalb der Fehlergrenze gleich. Die Durchmesser zeigen für Ar und CO_2 die gleiche relative Abhängigkeit vom Expansionsverhältnis wie für N_2 , jedoch sind die Absolutwerte für Ar im Mittel um 20% kleiner, für CO_2 um 20 bis 30% größer als für N_2 . Für H_2 liegen die y -Werte bei kleinen Expansionsverhältnissen zwischen denen für N_2 und Ar, während sie für $p_0/p_1 \approx 50$ praktisch mit den Werten für Ar zusammenfallen¹.

Der Unterschied in den Durchmessern der Verdichtungsstöße bei den Ar-, N_2 - und CO_2 -Strahlen ist vergleichbar mit dem bekannten gasdynamischen Ergebnis, daß die Stromflächen frei expandierender Gasstrahlen bei gleichem Expansionsverhältnis um so stärker aufgeweitet sind, je kleiner der Adiabatenexponent, d. h. je größer die spezifische Wärme des betreffenden Gases ist². Das besondere Verhalten des H_2 wäre dadurch zu erklären, daß bei diesem Gas schon bei relativ kleinen Expansionsverhältnissen als Folge der Temperaturerniedrigung im Strahl die Rotationsfreiheitsgrade einfrieren, der Wasserstoff sich bei weiterer Expansion also wie ein 1-atomiges Gas verhält.

Bei den Versuchen mit CO_2 war bei den Einlaßdrücken $p_0 = 10$ und 20 atm eine teilweise Kondensation des Strahlgases im Strömungsgebiet hinter der Düsenmündung mit bloßem Auge als Trübung zu erkennen. Es muß daher mit der

¹ Dabei sind die über den untersuchten Bereich des Expansionsverhältnisses gemittelten Durchmesserhältnisse y_B/y_M und y_R/y_M für alle untersuchten Gase nahezu gleich:

	Ar	H_2	N_2	CO_2
y_B/y_M . . .	1,26	1,26	1,21	1,19
y_R/y_M . . .	1,49	1,45	1,43	1,45

² Der κ -Einfluß auf die Strahlform wird z. B. in [13] theoretisch untersucht. Vgl. auch O. HAGENA, Diplomarbeit Marburg, 1957. In dieser Arbeit werden die Stromflächen von frei expandierenden CO_2 - und UF_6 -Strahlen verglichen. Ent-

Möglichkeit gerechnet werden, daß die Strahlform bzw. die Form der Verdichtungsstöße beim CO_2 auch durch die Strahlkondensation beeinflusst wird. Allerdings wurde auch im Fall des CO_2 für $p_0 = 5, 10$ und 20 atm innerhalb der Fehlergrenze keine Abhängigkeit der γ -Werte vom Absolutdruck gefunden. Daraus scheint hervorzugehen, daß ein Einfluß der Strahlkondensation auf die Abmessungen der Verdichtungsstöße im vorliegenden Fall nicht erheblich sein kann.

II. Versuche mit Abschälblende

Bei den Entmischungsversuchen und bei der Molekularstrahlerzeugung mit Düsen benutzt man zur Zerlegung des Strahls in Kern- und Mantelteil eine *Abschälblende*, die im rotationssymmetrischen Fall *konisch*, im ebenen Fall *dachförmig* ausgebildet ist. Durch dieses Profil sowie durch sorgfältige Herstellung einer möglichst scharfen Abschälerschneide soll erreicht werden, daß die Strömung im Gebiet zwischen Düse und Abschäler durch die Anwesenheit des Abschälers möglichst wenig beeinflusst wird¹. Mit Hilfe von Schlierenaufnahmen sollte festgestellt werden, inwieweit unter gasdynamischen Strömungsbedingungen ein störungsfreies Ausblenden des Kernteils mit den üblicherweise benutzten Abschälertypen möglich ist.

Abb. 7 zeigt eine Auswahl von Schlierenbildern aus einer Versuchsserie, in der für einen rotationssymmetrischen N_2 -Strahl mit konstantem Expansionsverhältnis die Entfernung zwischen Düsenmündung und Abschäleröffnung, X_A , variiert wurde². In Abb. 8 sind entsprechende Aufnahmen für einen ebenen N_2 -Strahl wiedergegeben. Die Giebelseiten des Schlitz-Abschälers waren offen, so daß in diesem Fall auch die Strömung *hinter* dem Abschäler sichtbar ist. Bei allen Versuchen war der statische Druck vor und hinter dem Abschäler gleich groß.

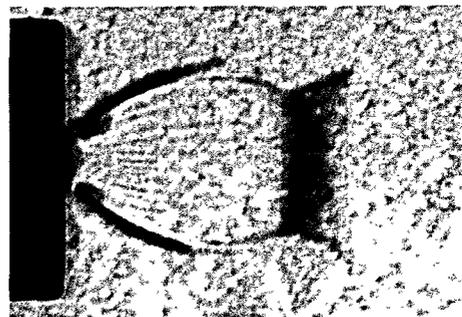
Nach Abb. 7 und 8 wird das System der Verdichtungsstöße bei Annäherung des Abschälers aus größerer Entfernung zunächst in der Weise verformt, daß sich die Verzweigung der Stöße S_1 , S_M und S_2 in Richtung auf die Düsenmündung verschiebt. Dabei kann die Verzweigung auch dann noch deutlich *vor* der Abschälermündung liegen, wenn diese näher an der Düsenmündung steht als der Verdichtungsstoß S_M in der ungestörten Strömung (Abb. 7c und 8b). In Abb. 7d ist gerade der Fall dargestellt, daß die Verzweigung der Verdichtungsstöße in der Mündungsebene des Abschälers liegt; bei noch kleineren Abständen setzt ein schräger Verdichtungsstoß am Abschälerrand an (Abb. 7e und 8d).

Eine genauere Prüfung zeigt, daß der *vor* der Verzweigung liegende Teil des Strahlrandes und des Verdichtungsstoßes S_1 unabhängig von der Abschälereinstellung ist. Ein solches Ergebnis war zu erwarten, da sich nach gasdynamischen Überlegungen eine vom Abschäler verursachte Störung nicht stromaufwärts

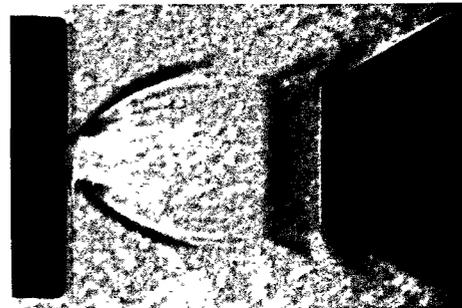
sprechend der größeren spezifischen Wärme des UF_6 sind die UF_6 -Stromflächen starker nach außen umgelenkt als die entsprechenden Stromflächen des CO_2 .

¹ Vgl. [1] bis [3] sowie [7], Anm. 9. In der vorliegenden Arbeit wurden konische Abschäler mit dem Außenwinkel 60° und dem Innenwinkel 45° benutzt; beim Schlitz-Abschäler waren die entsprechenden Werte 90° und 45° .

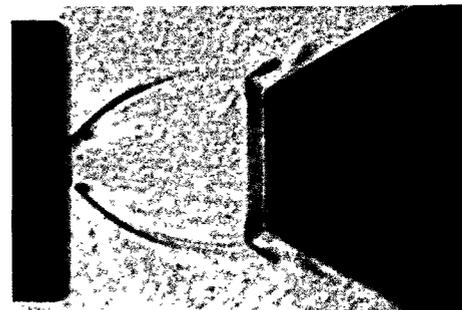
² Der Abschäler war in die Schlierenkammer fest eingebaut; das Düsenrohr ließ sich in einer zentrierten Führung von außen kontinuierlich verschieben.



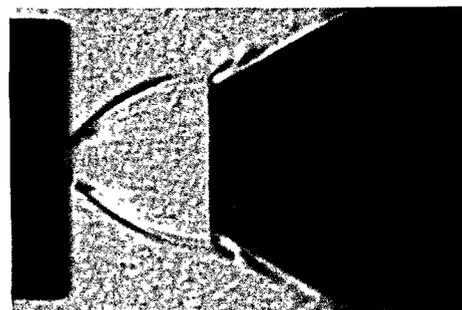
a



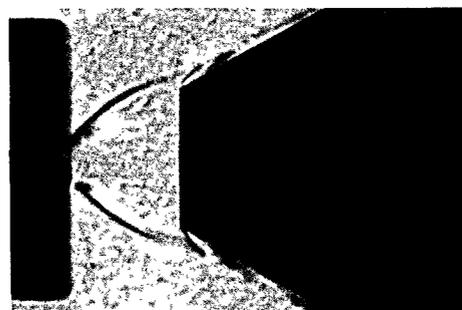
b



c

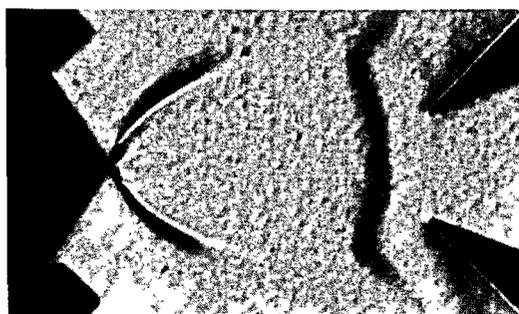


d

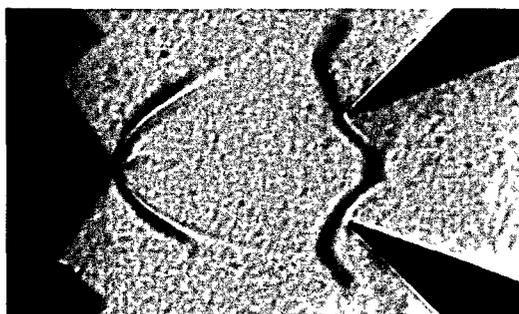


e

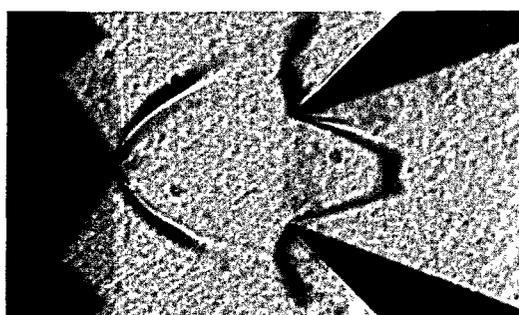
Abb. 7. Schlierenbilder eines rotationssymmetrischen N_2 -Strahls mit einer konischen Abschälblende in verschiedenen Abständen von der Düsenmündung (konisch zulaufende Düse mit 1.41 mm Mündungsdurchmesser; Durchmesser der Abschäleröffnung $\Sigma_A = 5,0$ mm; $p_0/p_1 = 77$; $p_0 = 20$ atm; Schlierenkante senkrecht zur Strahlachse)



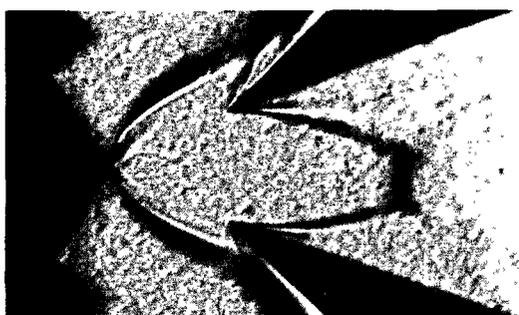
a



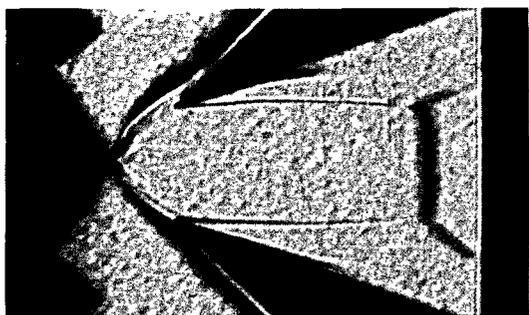
b



c



d



e

Abb. 8. Schlierenbilder eines ebenen N_2 -Strahls mit einem seitlich offenen, dachförmigen Abschäler (konvergente Schlitzdüse von 0,3 mm Mündungsweite, Weite des Abschälerspaltes $X_A = 4,0$ mm; $p_0/p_1 = 75$; $p_0 = 10$ atm; Schlierenkante senkrecht zur Symmetrieebene des Strahls)

in eine Überschallströmung fortpflanzen kann. Umgekehrt mußte für Abschälerabstände $X_A > X_M$ mit einem stromaufwärts wirkenden Einfluß des Abschälers gerechnet werden, da hinter S_M eine Unterschallströmung vorliegt. Aus den in Abb. 7 und 8 dargestellten Versuchsreihen folgt als bemerkenswertes Ergebnis, daß ein stromaufwärts wirkender Einfluß des Abschälers auch dann eintritt, wenn der Abschälerabstand X_A kleiner als X_M , aber größer als der Düsenabstand des Bauches von S_1 in der ungestörten Strömung ist. Dieses Verhalten wurde auch bei anderen Expansionsverhältnissen und Abschälerweiten gefunden.

Die Versuchsreihe in Abb. 8 zeigt, daß bei Annäherung des Abschälers an die Düse der Verdichtungsstoß S_M in zunehmendem Maße in den Abschäler hereingezogen wird. Dabei ist auch *hinter* dem Abschäler ein Wechsel im Strömungsbild festzustellen, wenn der Abstand des Abschälers den Abstand des Bauches von S_1 unterschreitet: Bei Abständen $X_A \lesssim X_B$, bei denen außerhalb des Abschälers ein schräger Verdichtungsstoß an der Schneide anliegt, tritt hinter der Abschäleröffnung neben dem System von Verdichtungsstößen ein *freier Strahlrand* auf (Abb. 8c, obere Schneide, sowie Abb. 8d und 8e). In diesen Fällen sieht das Strömungsbild hinter dem Abschäler ähnlich aus wie das einer freien Expansion mit einer Mündungsmachzahl größer als 1 (vgl. [11] bis [13]). Bei Abschälerabständen $X_A \gtrsim X_B$ gehen die Verdichtungsstöße hinter der Abschäleröffnung, ohne an der Abschälerschneide anzuliegen, in das Stoßsystem außerhalb des Abschälers über; ein freier Strahlrand ist in diesem Fall hinter dem Abschäler nicht zu erkennen.

III. Abschätzung des Strömungszustandes vor dem Machschen Verdichtungsstoß

Der Strömungszustand in der Innenzone frei expandierender Strahlen (vor dem Verdichtungsstoß S_M) läßt sich nach bekannten gasdynamischen Verfahren theoretisch bestimmen, für große Expansionsverhältnisse ist der Aufwand allerdings beträchtlich. OWEN und THORNHILL haben eine solche Berechnung nach dem Charakteristikenverfahren für einen frei expandierenden, rotationssymmetrischen Gasstrahl mit der Mündungsmachzahl 1 in der Umgebung der Strahlachse bis zum Düsenabstand $X \approx 10 a$ durchgeführt [14]. Die Berechnung erfaßt damit für ein Expansionsverhältnis $p_0/p_1 \approx 200$ den vor dem Stoß S_M liegenden Teil der Strömung. Für noch größere Expansionsverhältnisse wird im folgenden der Strömungszustand vor S_M durch Anwendung der Hyperschallnäherung der Gasdynamik¹ in Verbindung mit der Druckbedingung von ADAMSON und NICHOLLS abgeschätzt.

Für die Abschätzung wird vorausgesetzt, daß der Strömungszustand *vor* dem Verdichtungsstoß S_M (p' , T' , M') durch *isentrop*e Expansion eines idealen Gases konstanter spezifischer Wärme aus dem Ausgangszustand (p_0 , T_0 , $M_0 = 0$) hervorgeht. Der Strömungszustand vor S_M ist dann z. B. durch Angabe des

¹ Hyperschallströmungen sind dadurch gekennzeichnet, daß die Enthalpie des strömenden Gases klein im Vergleich zur gerichteten kinetischen Energie ist. Für Gase mit $\kappa = 1,40$ ist die Hyperschallnäherung im allgemeinen schon für Mach-Zahlen ≈ 5 brauchbar; vgl. z. B. [15] oder [16].

Dichteverhältnisses ρ_0/ρ' bestimmt, das sich unter Verwendung des Zustandes hinter S_M (\hat{p} , \hat{T} , \hat{M}) in der Form

$$\frac{\rho_0}{\rho'} = \frac{p_0 \cdot \hat{T} \cdot \hat{\rho}}{\hat{p} \cdot T_0 \cdot \rho'} \quad (1)$$

schreiben läßt. Mit steigender Mach-Zahl der Strömung nähern sich bekanntlich das Dichteverhältnis $\hat{\rho}/\rho'$ und das Temperaturverhältnis \hat{T}/T_0 maximalen Grenzwerten. Der Grad der Annäherung an die Grenzwerte ist einfach zu übersehen, wenn diese Größen als Funktion des Temperaturverhältnisses T'/T_0 ausgedrückt werden (vgl. z.B. [15], S. 139):

$$\frac{\hat{\rho}}{\rho'} = \frac{\kappa+1}{\kappa-1} \cdot \left(1 - \frac{T'}{T_0}\right), \quad (2)$$

$$\frac{\hat{T}}{T_0} = \frac{4\kappa}{(\kappa+1)^2} \left\{1 - \frac{(\kappa-1)^2}{4\kappa} \frac{T'}{T_0} \left(1 - \frac{T'}{T_0}\right)^{-1}\right\}. \quad (3)$$

Die relative Abweichung von den Hyperschallgrenzwerten ist für $\hat{\rho}/\rho'$ vom Betrag T'/T_0 , für \hat{T}/T_0 dagegen wesentlich kleiner, da der Faktor $(\kappa-1)^2/4\kappa$ für alle möglichen κ -Werte unter 0,07 liegt. Die Maximalwerte von $\hat{\rho}/\rho'$ und von \hat{T}/T_0 sind in der

Tabelle

κ	$\left(\frac{\hat{\rho}}{\rho'}\right)_{\max}$	$\left(\frac{\hat{T}}{T_0}\right)_{\max}$	$\frac{4\kappa}{\kappa^2-1}$	$\psi(\kappa)$
1,67	4,0	0,938	3,75	1,22
1,40	6,0	0,973	5,83	1,51
1,30	7,67	0,983	7,54	1,71

Tabelle (Spalte 2 und 3) für verschiedene κ -Werte zusammengestellt; der Maximalwert von \hat{T} liegt nur wenig unter T_0 .

Die aus den Gl. (1) bis (3) folgende Beziehung

$$\frac{\rho_0}{\rho'} = \frac{4\kappa}{\kappa^2-1} \cdot \frac{p_0}{\hat{p}} \left[1 - \frac{T'}{\hat{T}_{\max}}\right] \quad (4)$$

geht bei Gleichsetzung der Drucke \hat{p} und p_1 nach ADAMSON und NICHOLLS [12] in Hyperschallnäherung, d.h. für $T'/T_0 \approx T'/\hat{T}_{\max} \ll 1$, über in

$$\frac{\rho_0}{\rho'} \approx \frac{4\kappa}{\kappa^2-1} \cdot \frac{p_0}{p_1}. \quad (5)$$

In derselben Näherung erhält man für das Verhältnis der Stromdichten im engsten Querschnitt, ρ^*w^* , und am Verdichtungsstoß, $\rho'w'^{-1}$,

$$\frac{\rho^*w^*}{\rho'w'^{-1}} \approx \psi(\kappa) \cdot \frac{p_0}{p_1} \quad (6)$$

mit

$$\psi(\kappa) = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\kappa-1} \left(\frac{2\kappa}{\kappa^2-1}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Die von κ abhängigen Faktoren des Dichte- und des Stromdichteverhältnisses sind in der Tabelle ebenfalls

¹ Für das Verhältnis der Strömungsgeschwindigkeit vor dem Machschen Stoß, w' , zur Strömungsgeschwindigkeit im engsten Strahlquerschnitt, w^* , gilt allgemein: $w'/w^* = (\hat{\rho}/\rho')^{\frac{1}{2}}$ [Gl. (2)];

außerdem ist zu berücksichtigen, daß $\frac{\rho^*}{\rho_0} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\kappa-1}$. Vgl. hierzu z.B. [15], [16].

eingetragen (Spalte 4 und 5). Bei einem festen Wert des „äußeren“ Expansionsverhältnisses p_0/p_1 sind danach das Dichteverhältnis ρ_0/ρ' und das Stromdichteverhältnis $\rho^*w^*/\rho'w'$ um so größer, je kleiner κ , d.h. je größer die spezifische Wärme des Strahlgases ist. Dagegen ist das zugehörige Druckverhältnis

$$\frac{p_0}{p'} \approx \left\{ \frac{4\kappa}{\kappa^2-1} \cdot \frac{p_0}{p_1} \right\}^{\kappa} \quad (7)$$

für 1-atomige Gase am größten. Dies gilt auch, wenn man verschiedene Gase bei einem festen Wert des Düsenabstandes vergleicht, da ja der Abstand des Machschen Stoßes nach den Schlierenaufnahmen von κ nicht merklich abhängt (Abb. 6).

Aus den Schlierenaufnahmen folgte für rotations-symmetrische und für ebene Gasstrahlen, daß das Flächenverhältnis des Machschen Stoßes zum engsten

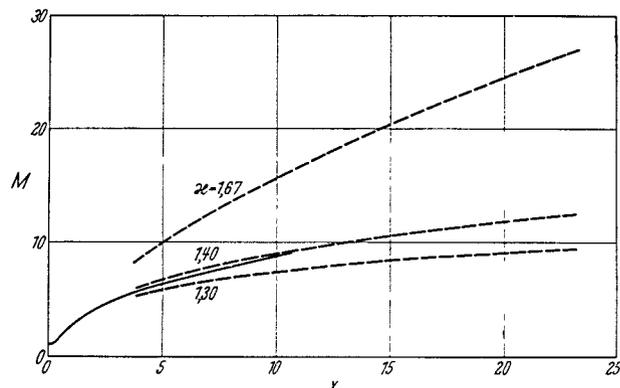


Abb. 9. Der Verlauf der Mach-Zahl auf der Achse eines frei expandierenden, rotationssymmetrischen Gasstrahls mit der Mündungsmachzahl 1 (κ ist der auf den Mündungsdurchmesser a bezogene Abstand von der Düsenmündung). Die durchgezogene Kurve wurde von OWEX und THORNHILL für $\kappa=1,40$ nach dem Charakteristikenverfahren berechnet [14]. Die gestrichelten Kurven wurden mit der Hyperschall-Näherung unter Verwendung des empirischen Zusammenhangs zwischen x_M und p_0/p_1 bestimmt.

Strahlquerschnitt bei genügend großen Expansionsverhältnissen ungefähr proportional zu p_0/p_1 ist. Mit Gl. (6) ergibt sich daraus unmittelbar die Aussage, daß der relative Strahlanteil, der den Machschen Stoß durchsetzt, bei großen Expansionsverhältnissen ungefähr konstant ist, d.h. daß S_M nahezu eine feste Lage in bezug auf die Stromlinien einnimmt. Dabei wird vorausgesetzt, daß der Strömungszustand über die ganze Fläche von S_M ungefähr konstant ist. Diese Annahme erscheint gerechtfertigt, da S_M nur schwach gekrümmt ist und da diese Krümmung hauptsächlich auf der Divergenz der überexpandierten Strömung vor S_M und nicht auf einem Unterschied in der Mach-Zahl beruhen dürfte.

Für rotationssymmetrische Gasstrahlen wurde bei den Schlierenaufnahmen gefunden, daß der Abstand des Machschen Stoßes von der Düsenmündung ungefähr proportional zu $(p_0/p_1)^{\frac{1}{2}}$ ist. Nach Gl. (5) und (6) nehmen demnach die Dichte und die Stromdichte im Hyperschallbereich in der Umgebung der Strahlachse etwa umgekehrt proportional zum Quadrat des Düsenabstandes ab.

Im Rahmen der Hyperschallnäherung läßt sich auf Grund des „Überexpansionsverhältnisses“ p_0/p' [Gl. (7)] auch die Mach-Zahl vor dem Machschen Stoß (M') als Funktion des äußeren Expansionsverhältnisses p_0/p' angeben. Man erhält daraus die Mach-Zahl als Funktion des Düsenabstandes, wenn

man den durch Schlierenaufnahmen gewonnenen empirischen Zusammenhang zwischen dem Abstand des Machschen Stoßes und dem äußeren Expansionsverhältnis zugrunde legt. In Abb. 9 ist für verschiedene κ -Werte der so ermittelte Verlauf der Mach-Zahl auf der Achse eines frei expandierenden, rotationssymmetrischen Gasstrahls mit der Mündungsmachzahl 1 dargestellt (gestrichelte Kurven)¹. Zum Vergleich zeigt die durchgezogene Kurve den von OWEN und THORNHILL nach dem Charakteristikverfahren für $\kappa = 1,40$ berechneten Verlauf [14]. Der aus der Hyperschallnäherung folgende Wert von M' liegt bei $p_0/p_1 = 200$ nur um etwa 2%, bei $p_0/p_1 = 50$ nur um etwa 5% höher als das Ergebnis der exakten Rechnung.

Es ist zu berücksichtigen, daß der Adiabatenexponent κ beim Durchlaufen großer Expansionsverhältnisse in vielen Fällen wegen der Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme und eventuell wegen unvollständiger Akkomodation innerer Freiheitsgrade nicht konstant sein wird. Dieser Umstand ist auch bei einem Teil der Schlierenaufnahmen in Betracht zu ziehen. Er wirkt sich jedoch nicht auf die in Abb. 9 angegebenen, für konstante κ -Werte gültigen Näherungskurven aus, da hierbei nur der von κ unabhängige Zusammenhang zwischen x_M und p_0/p_1 verwendet wurde.

Zusammenfassung

Das System der Verdichtungsstöße, das in frei expandierenden Gasstrahlen bei größeren Expansionsverhältnissen auftritt, wird in bekannter Weise nach dem Schlierenverfahren sichtbar gemacht. In Erweiterung früherer Versuche anderer Autoren wird gezeigt, daß in *rotationssymmetrischen* Gasstrahlen mit der Mündungsmachzahl 1 bei Expansionsverhältnissen zwischen 10 und 10^3 charakteristische Linearabmessungen der Verdichtungsstöße etwa mit der Quadratwurzel aus dem Expansionsverhältnis ansteigen. Mit N_2 , H_2 , Ar und CO_2 als Strahlgas ergeben sich für die charakteristischen *Abstände* der Stöße von der Düsenmündung innerhalb der Fehlergrenze gleiche Werte, dagegen nehmen die charakteristischen *Durchmesser* mit steigender spezifischer Wärme des Gases zu. Im Fall *ebener* Gasstrahlen wird ein ähnliches System von Verdichtungsstößen gefunden; die auf die Düsenweite normierten Linearabmessungen sind jedoch erheblich größer und wachsen mit steigendem Expansionsverhältnis wesentlich stärker als im rotationssymmetrischen Fall.

Die Veränderung des Verdichtungsstoßsystems durch eine *Abschälblende*, wie sie bei der Erzeugung intensiver Molekularstrahlen mit Düsen und beim Trendüsenverfahren zur Zerlegung des Strahls in

Kern- und Mantelteil dient, wird im rotationssymmetrischen und im ebenen Fall untersucht. Steht die Abschälerschneide dichter an der Düsenmündung als der Strömungsbauch der ungestörten Strömung, so bildet sich außerhalb des Abschälers ein an der Schneide anliegender schräger Stoß aus, während sich hinter der Abschäleröffnung ein Strömungsbild wie bei einer freien Expansion mit einer Mündungsmachzahl größer als 1 ergibt. Bei größerem Abschälerabstand wird das Verdichtungsstoßsystem der ungestörten Strömung teilweise in den Abschäler hereingezogen, wobei keine deutliche Trennung der Stöße vor und hinter dem Abschäler festzustellen ist.

Der Strömungszustand unmittelbar vor dem *Machschen Stoß*, der die überexpandierte Innenzone in Strahlrichtung abschließt, wird unter Verwendung einer von ADAMSON und NICHOLLS aufgestellten Druckbedingung in Hyperschallnäherung als Funktion des von außen aufgeprägten Expansionsverhältnisses berechnet. Durch Kombination dieses Ergebnisses mit dem aus den Schlierenaufnahmen folgenden Zusammenhang zwischen dem Abstand des Machschen Stoßes von der Düsenmündung und dem äußeren Expansionsverhältnis wird für große Expansionsverhältnisse in der Umgebung der Strahlachse die *Mach-Zahl* als Funktion des *Düsenabstandes* gewonnen.

Herrn Professor Dr. E. W. BECKER und Herrn Professor Dr.-Ing. H. MARCINOWSKI sowie Herrn Dr.-Ing. G. A. EUTENEUER danken wir für das der Arbeit entgegengebrachte Interesse.

Literatur: [1] KANTROWITZ, A., and J. GREY: Rev. Sci. Instrum. **22**, 328 (1951). — [2] KISTIAKOWSKY, G. B., and W. P. SLICHTER: Rev. Sci. Instrum. **22**, 333 (1951). — [3] BECKER, E. W., u. K. BIER: Z. Naturforsch. **9a**, 975 (1954). — [4] BECKER, E. W., K. BIER u. H. BURGHOFF: Z. Naturforsch. **10a**, 565 (1955). — [5] BECKER, E. W., W. BEYRICH, K. BIER, H. BURGHOFF u. F. ZIGAN: Z. Naturforsch. **12a**, 609 (1957). — [6] BECKER, E. W., u. R. SCHÜTTE: Z. Naturforsch. **15a**, 336 (1960). — [7] BIER, K.: Z. Naturforsch. **15a**, 714 (1960). — [8] SCHARDIN, H.: VDI-Forsch.-Heft 367 (1934). — [9] HARTMANN, J., and F. LAZARUS: Phil. Mag. **31**, 35 (1940). — [10] LOVE, E. S., u. C. E. GRIGSBY: NACA, RML 54 L 31, 1955. — [11] WILCOX, D. E., A. WEIR, J. A. NICHOLLS and R. DUNLAP: J. Aeronaut. Sci. **24**, 150 (1957). — [12] ADAMSON, T. C., and J. A. NICHOLLS: J. Aero/Space Sci. **2**, 16 (1959). — [13] LOVE, E. S., C. E. GRIGSBY, L. P. LEE u. M. J. WOODLING: NASA TR R-6. — [14] OWEN, P. J., and C. K. THORNHILL: Brit. A.R.C. Techn. Report R. M. 2616, 1952. — [15] SAUER, R.: Einführung in die theoretische Gasdynamik. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1960. — [16] OSWATITSCH, K.: Gasdynamik. Wien: Springer 1952.

Dr. K. BIER,

Kernforschungszentrum Karlsruhe,
Institut für Kernverfahrenstechnik
der Technischen Hochschule

Dipl.-Ing. B. SCHMIDT,

Institut für Strömungslehre und Strömungsmaschinen
der Technischen Hochschule Karlsruhe

¹ Dabei wurde die aus Abb. 6 für $p_0/p_1 \leq 200$ folgende Aussage, daß der Abstand des Machschen Stoßes innerhalb der Fehlergrenze nicht von κ abhängt, auch für größere Expansionsverhältnisse zugrunde gelegt.