

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM
KARLSRUHE**

Juni/Juli 1966

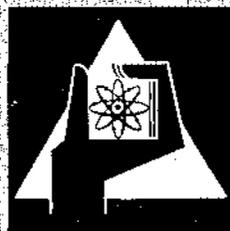
KFK 468

Institut für Kernverfahrenstechnik

Dynamik verdünnter Gase

Eine Diskussion typischer Fragestellungen am Beispiel
frei expandierender Gasstrahlen

K. Bier



GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.
KARLSRUHE

Reprinted from
The Proceedings of the
1965
TRANSACTIONS OF THE THIRD INTERNATIONAL
VACUUM CONGRESS
Volume 1
PERGAMON PRESS
OXFORD . LONDON . EDINBURGH . NEW YORK
TORONTO . PARIS . FRANKFURT
1966

Dynamik verdünnter Gase

Eine Diskussion typischer Fragestellungen am Beispiel frei expandierender Gasstrahlen

K Bier, Kernforschungszentrum Karlsruhe, Institut für Kernverfahrenstechnik der Technischen Hochschule

Am Beispiel der freien Expansion eines Gases aus einer konvergenten Düse werden Fragen diskutiert, die für Überschallströmungen im Übergangsbereich zwischen gasdynamischer und molekularer Strömungsform typisch sind:

Der Übergang von der gasdynamischen zur molekularen Strömungsform, der in diesem Strömungsbeispiel durch das Verschleifen des im frei expandierenden Strahl enthaltenen Verdichtungsstoss-Systemes und des Strahlrandes sowie durch das Verschwinden der Überexpansion im Strahlinnern gekennzeichnet ist, wird durch Messungen des axialen und radialen Druckverlaufes im Strahl demonstriert. Mit abnehmender Zahl der Zusammenstöße der Gasteilchen wird die Überführung der ungeordneten thermischen Energie in die gerichtete Strömungsenergie immer mehr behindert, was zum "Einfrieren" der ungeordneten Translationsbewegung während der Expansion führen kann. Der Effekt wird durch Messungen der Geschwindigkeitsverteilung von Überschall-Molekularstrahlen nachgewiesen. Die Bedingungen für das Einfrieren der Translationsbewegung und für den Übergang zur molekularen Strömungsform werden mit Hilfe von charakteristischen Knudsen-Zahlen, die unter Zugrundelegung des gasdynamischen Strömungsverlaufes in geeigneter Weise zu bilden sind, quantitativ formuliert.

Bei der freien Expansion von Gasgemischen tritt bekanntlich eine partielle Entmischung der Komponenten auf, die im Übergangsbereich zwischen gasdynamischem und molekularem Strömungsverlauf am grössten ist, und die, wie in früheren Arbeiten von Becker u.a. gezeigt wurde, im wesentlichen auf die Druckdiffusion zurückzuführen ist. Es werden neuere Messungen beschrieben, bei denen ein entsprechender Entmischungseffekt durch einen, mit einem nadelförmigen Hindernis erzeugten, schrägen Verdichtungsstoss hervorgerufen wird. Auch bei dem relativ starken Druckanstieg innerhalb der Stossfront lässt sich die Entmischung noch weitgehend mit dem in der ersten Näherung der Gaskinetik abgeleiteten Ansatz für die Druckdiffusion beschreiben.

Using the case of the free expansion of a gas from a convergent nozzle, the following questions which are typical for supersonic flow in the transition region between gas dynamical and molecular flow conditions are discussed:

The transition from gas dynamical to molecular flow, which is characterized in this case by the shock wave system contained in the freely expanding jet and the boundaries of the jet becoming diffuse, as well as by the disappearance of the overexpansion within the jet, is demonstrated by measurements of the axial and radial pressure distribution in the jet. With decreasing number of collisions of the gas particles, the transformation of the disordered thermal energy into translational energy of ordered motion becomes more and more difficult, which can result in a "freezing" of the disordered translational motion during the expansion. The effect is demonstrated by measurements of the velocity distribution of supersonic molecular beams. The conditions for freezing of the translational degrees of freedom and for the transition into the molecular type of flow are given quantitatively by setting upper limits for characteristic Knudsen numbers, to be formed in a suitable manner on the basis of gas dynamical flow behavior.

It is known that during the free expansion of a gas mixture a partial separation of the components takes place. This phenomenon becomes most marked in the transition region of gas dynamical to molecular flow and, as has previously been shown by Becker et al., is mainly due to pressure diffusion. More recent experiments are described in which a similar separation effect is produced by an oblique shock wave caused by a needle-shaped obstacle. Even in this case of a relatively strong pressure gradient inside the shock front, the separation effect can be described sufficiently closely by the expression for pressure diffusion obtained in terms of the first approximation of gas kinetics.

Utilisant l'exemple de l'expansion libre d'un gaz par une tuyère convergente, on discute des questions typiques pour l'écoulement supersonique dans le régime intermédiaire entre l'écoulement continu et l'écoulement moléculaire.

Cette transition est caractérisée dans notre exemple par le fait que le système des chocs (contenu dans le jet dilatant) et les zones limites du jet deviennent diffus ainsi que par la disparition de la région de surexpansion dans le coeur du jet. La transition est confirmée par des mesures de la distribution axiale et radiale de la pression dans le jet. Le nombre de collisions des molécules décroissant, la transformation de l'énergie thermique désordonnée en énergie coordonnée du courant devient de plus en plus difficile, un fait qui peut conduire à une "congélation" du mouvement de translation désordonné pendant l'expansion. Cet effet peut être démontré par des mesures de la distribution de la vitesse moléculaire dans des jets supersoniques moléculaires. Les conditions pour la congélation du mouvement de translation et pour la transition à l'écoulement moléculaire sont caractérisées quantitativement par des nombres de Knudsen caractéristiques, qui peuvent être basés sur les conditions d'écoulement continu.

On sait que pendant l'expansion libre d'un mélange de gaz, une séparation partielle des composantes prend place, qui est la plus marquée dans la région de transition de l'écoulement continu à l'écoulement moléculaire. Comme des travaux précédents de Becker et al. ont montrés, cette séparation est principalement causée par la diffusion due aux gradients de pression. Des mesures plus récentes sont décrites dans lesquelles une séparation correspondante résulte d'un choc oblique produit par un obstacle placé dans le courant. Même dans ce cas d'une montée de pression relativement élevée dans l'intérieur du front de choc, la séparation peut être décrite de façon satisfaisante par l'expression de la diffusion de pression, obtenue en première approximation de la théorie cinétique des gaz.

Einleitung

Die Dynamik verdünnter Gase beschäftigt sich mit Strömungsvorgängen, bei denen die *molekulare Struktur der Gase* von wesentlicher Bedeutung ist und bei denen das strömende Medium also nicht wie in der klassischen Gasdynamik als Kontinuum behandelt werden kann. Strömungen verdünnter Gase sind demnach dadurch gekennzeichnet, dass eine charakteristische Knudsen-Zahl

$$K = \frac{\lambda}{l} = \frac{\text{gaskinetische mittlere freie Weglänge}}{\text{charakterist. Abmessung des Strömungsvorganges}}$$

nicht klein gegen 1 ist, wie im Grenzfall der Kontinuumsströmung.

Zur Dynamik verdünnter Gase gehören naturgemäss die meisten für die *Vakuumtechnik* bedeutsamen Strömungsvorgänge. Um nur zwei Beispiele zu nennen, möchte ich die Frage nach dem Strömungswiderstand von Vakuumleitungen in den verschiedenen Druckbereichen und das Problem der Strömungs- und Vermischungsvorgänge in Diffusions- oder Strahlpumpen erwähnen. Darüberhinaus hat dieses Arbeitsgebiet in den letzten 10 Jahren durch die Entwicklung der *Raketentechnik* und *Raumfahrt* wesentliche Impulse erhalten. In diesem Zusammenhang interessieren beispielsweise Fragen, wie die nach dem Strömungswiderstand von schnell fliegenden Körpern in sehr verdünnten Luftschichten. Die Simulierung der entsprechenden Strömungsbedingungen in grossen Niederdruck-Überschallkanälen hat beträchtliche Bedeutung erlangt. Da der Strömungswiderstand eines Körpers und die Wärmeübertragung auf ihn bei fortlaufender Erniedrigung der Gasdichte in zunehmendem Masse durch die Impuls- und Energieübertragung beim einzelnen Stoss der Gasteilchen auf die Wand bestimmt werden, ist es einleuchtend, dass das Studium der elementaren *Wechselwirkung beim Stoss zwischen Molekül und Festkörper-Oberfläche* zu einem wichtigen Teilgebiet der Dynamik verdünnter Gase geworden ist.

Weiterhin gehören in das Gebiet der Dynamik verdünnter Gase aber auch Untersuchungen über die *kinetischen Vorgänge in Verdichtungsstössen*, die im Rahmen der klassischen Gasdynamik bekanntlich als Unstetigkeitsflächen in einem kontinuierlichen Medium behandelt werden. Ihre Struktur, z.B.

also die endliche Tiefe der Stossfront, ist durch die Übertragung der gerichteten Energie einer Überschallströmung auf die thermischen Freiheitsgrade des Gases bei den einzelnen Zusammenstössen der Gasteilchen untereinander bestimmt; dabei können Relaxationseffekte eine wesentliche Rolle spielen.

Die theoretische Behandlung von Strömungen verdünnter Gase ist nur im Grenzfall der reinen Molekularströmung, d.h. für $K \gg 1$, mit verhältnismässig geringem Aufwand möglich, wenn die Reflexionsbedingung für den Stoss eines Gasteilchens mit der Wand bekannt ist (s.o.). Im Übergangsbereich zwischen Kontinuumsströmung und Molekularströmung ist eine Berechnung des Strömungsverlaufes dagegen aus zwei Gründen verhältnismässig schwierig: Einerseits müssen sowohl die Zusammenstösse der Gasteilchen untereinander als auch die Stösse mit der Wand berücksichtigt werden. Andererseits sind Strömungen im Übergangsbereich meistens durch relativ starke Zustandsänderungen auf einer freien Weglänge und damit durch relativ grosse Abweichungen vom lokalen thermischen Gleichgewicht gekennzeichnet, so dass die Anwendung der bekannten 1. Näherung der Gaskinetik bzw. der Navier-Stokes'schen Bewegungsgleichungen der Gasdynamik im allgemeinen als nicht ausreichend erscheint. Die vorliegenden theoretischen Untersuchungen benutzen daher höhere Näherungslösungen oder numerische Lösungen der Boltzmann'schen Fundamentalgleichung, die durchweg mit erheblichem Rechenaufwand verbunden sind¹.

Ich möchte nun im heutigen Vortrag nicht versuchen, einen Überblick über das gesamte Gebiet der Dynamik verdünnter Gase zu geben. Statt dessen möchte ich einige für das Gebiet typische Fragestellungen an einem speziellen Strömungsvorgang, nämlich an der Erzeugung einer Überschallströmung durch freie Expansion des Gases aus einer konvergenten Düse, diskutieren. Die Auswahl dieses Beispiels ist einmal dadurch bedingt, dass wir uns im Institut für Kernverfahrenstechnik in Karlsruhe im Zusammenhang mit der Isotopentrennung und mit der Erzeugung von Überschall-Molekularstrahlen ausföhrlich mit frei expandierenden Gasstrahlen beschäftigt haben. Zum anderen halte ich dieses Beispiel auch für besonders instruktiv, weil bei entsprechender Wahl der Randbedingungen —Ausgangsdichte, Düsendurchmesser und Expansionsver-

hältnis—bei der Expansion alle Strömungsbedingungen von der Kontinuumsströmung bis zur Molekularströmung durchlaufen werden. Ausserdem enthalten frei expandierende Strahlen ein charakteristisches Verdichtungsstoss-System, so dass auch das Verhalten von Verdichtungsstössen im Übergangsbereich an diesem Beispiel studiert werden kann.

Im Vortrag werden die folgenden Fragen behandelt:

- (1) Die Änderung der Strahlstruktur beim Übergang von gasdynamischen zu molekularen Strömungsbedingungen,
- (2) Das Einfrieren der ungeordneten Translationsbewegung während der Expansion beim Übergang zur Molekularströmung,
- (3) Der Entmischungsvorgang, der bei der Expansion von Gasgemischen sowohl in den "stetigen" Strahlbereichen als auch bei der "sprunghaften" Zustandsänderung in Verdichtungsstössen auftritt.

I. Frei expandierende Gasstrahlen im Grenzfall gasdynamischer und molekularer Strömungsbedingungen

Es ist unmittelbar einleuchtend, dass das Studium von Gasströmungen im Übergangsbereich zwischen gasdynamischen und molekularen Bedingungen durch eine möglichst umfassende Kenntnis des Strömungsverlaufes in diesen beiden Grenzfällen erleichtert wird. Wir beginnen daher mit einem kurzen Überblick über den gasdynamischen und den molekularen Strömungsverlauf in frei expandierenden Gasstrahlen.

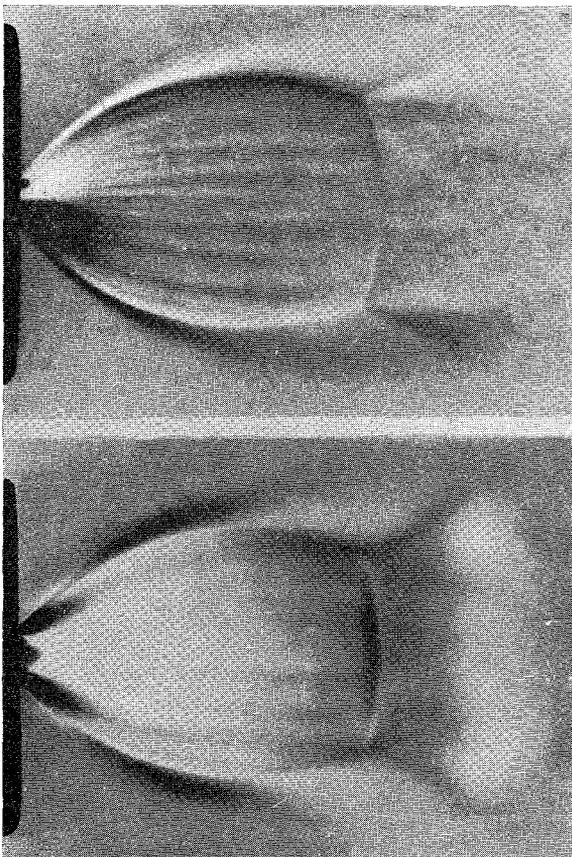


Abb. 1. Schlierenbilder eines unter gasdynamischen Strömungsbedingungen frei expandierenden, rotationssymmetrischen N_2 -Strahls. Expansionsverhältnis $p_0/p_1 = 100$, Mündungsdurchmesser der konvergenten Düse $a = 1,5$ mm, Einlassdruck $p_0 = 10$ atm. Bei der oberen Aufnahme stand die Schlierenkante parallel, bei der unteren senkrecht zur Strahlachse.

(a) Gasdynamischer Strömungsverlauf. Abb. 1 zeigt zwei Schlierenbilder eines N_2 -Strahls, der aus einer runden konvergenten Düse austritt und dabei vom Ruhedruck $p_0 = 10$ atm vor der Düse auf einen Gegendruck $p_1 = 0,1$ atm expandiert (Düsendurchmesser $a = 1,5$ mm). Wir erkennen den Strahlrand als anfangs scharfe, im weiteren Verlauf zunehmend verschliffene Grenze zwischen dem Gasstrahl und dem ruhenden Gas im Aussenraum. Innerhalb des Strahls liegt ein Verdichtungsstoss-System. Es besteht aus dem sogenannten Mach'schen Verdichtungsstoss, der vom Strahlkern in senkrechter Richtung durchsetzt wird, sowie aus einem ungefähr fassförmigen und einem kegelförmigen schrägen Stoss, die von den äusseren Stromlinien nacheinander schräg durchsetzt werden. Die charakteristischen Strahlmessungen, z.B. der Abstand des Mach'schen Verdichtungsstosses von der Düsenmündung sowie der Durchmesser dieses Stosses, sind proportional zum Düsendurchmesser und—im rotationssymmetrischen Fall—ungefähr proportional zur Quadratwurzel aus dem Expansionsverhältnis p_0/p_1 .

Wie man aus theoretischen und experimentellen Untersuchungen weiss, ist der grösste Teil der Innenzone, die durch den fassförmigen und den Mach'schen Verdichtungsstoss nach aussen abgeschirmt wird, "überexpandiert"; das bedeutet, dass der statische Druck in diesem Teil der Strömung unter dem Aussendruck p_1 liegt³⁻⁵. In dieser Innenzone geht die Strömung mit wachsender Entfernung von der Düse asymptotisch in eine Radialströmung über, die von einem dicht hinter der Düsenmündung gelegenen Quellpunkt auszugehen scheint. Für N_2 liegt dieser Quellpunkt beispielsweise um $\approx 0,3a$ stromabwärts von der Mündung; für Düsenabstände $x/a \geq 3$ stimmt die tatsächliche Strömung bereits weitgehend mit dieser Radialströmung überein^{4,5}. In diesem Strahlbereich nimmt die Stromdichte ungefähr umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstandes von der Düsenmündung ab.

In Abb. 2 ist für den N_2 -Strahl mit dem Expansionsverhältnis 100 der theoretische Verlauf des statischen Druckes p , der Strömungsgeschwindigkeit w und der Mach-Zahl

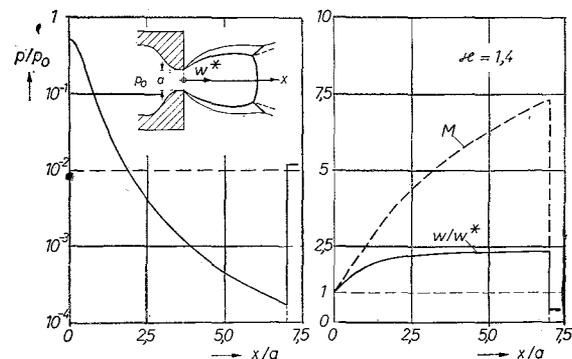


Abb. 2. Der unter gasdynamischen Bedingungen zu erwartende Verlauf des statischen Druckes p , der Strömungsgeschwindigkeit w und der Mach-Zahl M auf der Achse eines frei expandierenden N_2 -Strahls mit dem Expansionsverhältnis $p_0/p_1 = 100$. (w^* = Strömungsgeschwindigkeit im engsten Strahlquerschnitt; x/a = normierter Abstand von der Düsenmündung.)

$$M = \frac{w}{c} = \frac{\text{Strömungsgeschwindigkeit}}{\text{örtliche Schallgeschwindigkeit}}$$

auf der Strahlachse dargestellt; (w^* = Strömungsgeschwindigkeit im engsten Strahlquerschnitt)⁶. Man sieht, dass die Überexpansion der Innenzone in diesem Fall beim Düsenabstand $x/a = 1,8$ beginnt und unmittelbar vor dem Mach'schen

Verdichtungsstoss etwa den Wert 70 erreicht. Die Strömungsgeschwindigkeit w nähert sich mit wachsender Entfernung von der Düse dem durch die Ruheenthalpie des Gases, i_0 , bestimmten Maximalwert

$$w_{\max} = \sqrt{2 i_0} = \sqrt{\frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}} \times w^*$$

(i = spez. Enthalpie, $\kappa = c_p/c_v$ = Adiabatenexponent). Für Abstände $x/a \geq 3$ ist die Strömungsgeschwindigkeit fast konstant; bei diesen Abständen nimmt daher auch die Teilchendichte, ebenso wie die Stromdichte, mit zunehmender Entfernung ungefähr wie $(a/x)^2$ ab.

Im Gegensatz zur Strömungsgeschwindigkeit steigt die Mach-Zahl im gasdynamischen Grenzfall in der ganzen Innenzone mit wachsender Entfernung von der Düsenmündung gleichmässig an, auch im Bereich grösserer Abstände, in dem die Strömungsgeschwindigkeit praktisch bereits konstant ist. Das beruht natürlich darauf, dass bei isentroper Expansion die Gastemperatur und damit auch die örtliche Schallgeschwindigkeit fortlaufend abnehmen. Im Mach'schen Verdichtungsstoss

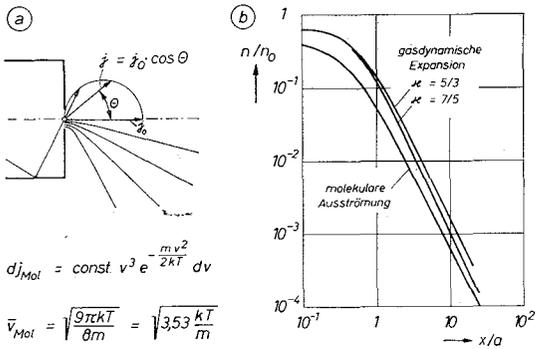


Abb. 3. (a) Molekulare Ausströmung eines Gases aus einer idealen Lochblende, schematisch. (b) Verlauf der Teilchendichte n auf der Achse eines rotationssymmetrischen Gasstrahls bei molekularer Ausströmung⁷ und bei isentroper, gasdynamischer Expansion (n_0 = Teilchendichte im Ausgangszustand).

sinken M und w sprunghaft auf Unterschallwerte.

(b) *Molekulare Ausströmung.* Der Grenzfall der rein molekularen Ausströmung liegt vor, wenn im Ausgangszustand der Expansion (p_0, T_0) die mittlere freie Weglänge Λ_0 grösser als der Düsendurchmesser a ist. Im Fall einer idealen Lochblende als Düse erhält man in der Fernzone, d.h. für Abstände $x/a \geq 1$, die bekannte Kosinus-Ausströmung (Abb. 3a) Wenn das Düsenprofil von der Lochblende abweicht, ist die Winkelverteilung der Stromdichte eingeeengt; der Effekt ist jedoch nur bei langen Düsenkanälen wesentlich. In jedem Fall ergibt sich mit zunehmendem Abstand von der Mündung eine Radialströmung, deren Quellpunkt praktisch in der Mündungsebene liegt.

In Abb. 3b ist für den ganzen Abstandsbereich unter Einschluss der Nahzone der von Howard berechnete Dichteverlauf auf der Strahlachse dargestellt⁷. Ein Vergleich mit den entsprechenden Kurven für die gasdynamische Expansion ($\kappa = 5/3$ u. $7/5$) zeigt, dass die relative Dichteabnahme auf der Strahlachse im gasdynamischen und im molekularen Grenzfall nahezu gleich ist. Dasselbe gilt nach dem oben Gesagten auch für die Stromdichte. Der wesentliche Unterschied zwischen der molekularen Ausströmung und der Innenzone eines gasdynamisch frei expandierenden Strahls liegt in der gaskinetischen Geschwindigkeitsverteilung: Sie ist im Fall der molekularen Ausströmung unabhängig vom Abstand von der Düse und weicht nur verhältnismässig wenig von der Geschwindigkeitsverteilung im Ausgangszustand ab⁸. Bei der gasdynamischen Expansion ergibt sich dagegen mit wachsender Entfernung von der Düse eine zunehmende Einengung der Geschwindigkeitsverteilung infolge der Überführung der ungeordneten thermischen Energie in die gerichtete Strömungsenergie.

II. Änderung der Strahlstruktur beim Übergang von gasdynamischen zu molekularen Strömungsbedingungen

Abb. 4 zeigt den mit "molekularen" Drucksonden (s.u.)

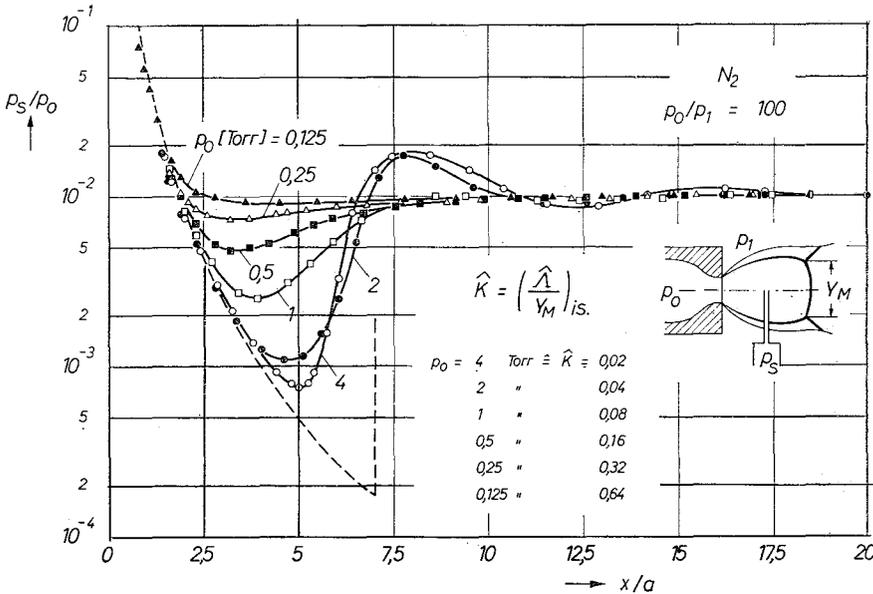


Abb. 4. Der mit "molekularen" Sonden gemessene Druckverlauf auf der Achse von frei expandierenden N_2 -Strahlen mit dem Expansionsverhältnis $p_0/p_1 = 100$ bei verschiedenen Einlassdrücken p_0 ; Düsendurchmesser $a = 10$ mm. Gestrichelte Kurve: Theoretischer Verlauf des statischen Druckes bei isentroper Expansion (Abb. 2).

gemessenen Druckverlauf auf der Achse von N₂-Strahlen, die mit dem konstanten Expansionsverhältnis $p_0/p_1 = 100$ bei verschiedenen Einlassdrücken mit einer konvergenten Düse von $a = 10$ mm Durchmesser erzeugt wurden. Die gestrichelte Kurve zeigt zum Vergleich den Verlauf des statischen Druckes für den Grenzfall der gasdynamischen Expansion (vgl. Abb. 2).

Die Messungen wurden in unserem Institut von W Ehrfeld an einem kleineren, mit Rootspumpen ausgerüsteten Niederdruck-Überschallkanal ausgeführt. Als Sonden wurden 0,4 bis 1,0 mm dicke, am oberen Ende offene Kanülen benutzt, die senkrecht zur Strahlrichtung, mit der Öffnung auf der Strahlachse, in die Strömung gestellt wurden. Der Aussendurchmesser der Kanülen war wesentlich kleiner als die mittlere freie Weglänge im Strahl; dadurch war gewährleistet, dass der Strahlverlauf durch die Sonden nicht beeinflusst wird. Jedoch ist zu beachten, dass auch unter dieser Voraussetzung mit solchen Kanülen nur bei genügend kleinen Mach-Zahlen wirklich der statische Druck in der Strömung gemessen wird. Bei grösseren Mach-Zahlen ist der angezeigte Druck p_s höher als der statische Druck⁹. Aufgrund einer weitergehenden Untersuchung lässt sich die relative Abweichung zwischen dem statischen Druck p und dem gemessenen Druck p_s bei den vorliegenden Messungen im Minimum der Kurven für $p_0 = 0,25$ Torr auf $\approx 7\%$, für $p_0 = 1$ Torr auf ungefähr 25% abschätzen⁹. Bei Düsenabständen $x/a \leq 2$ und $x/a \geq 8$ sowie für die ganze Kurve mit $p_0 = 0,125$ Torr dürfte die Abweichung zwischen p und p_s weniger als etwa 5% betragen. Daraus ist zu entnehmen, dass die Messkurven der Abb. 4 zumindest qualitativ ein zutreffendes Bild von der Änderung des axialen Verlaufes des statischen Druckes im Übergangsbereich zwischen gasdynamischer und molekularer Strömungsform geben.

Beim höchsten untersuchten Einlassdruck, $p_0 = 4$ Torr, weist der Strahl noch weitgehend gasdynamische Eigenschaften auf: Man erkennt eine ausgeprägte Überexpansion im Strahlinnern und einen relativ steilen Druckanstieg im Mach'schen Verdichtungsstoss. Wenn man die Lage dieses Verdichtungsstosses durch den Wendepunkt im linear aufgetragenen Druckprofil kennzeichnet, ergibt sich mit $x_M/a = 6,4$ ein Wert, der nur um 9% kleiner ist als der aus Schlierenbildern bekannte Abstand dieses Stosses, $x_M/a \approx 7$. Die Tiefe der Stossfront, die sich aus dem Kurvenverlauf zu etwa 13 mm abschätzen lässt, entspricht $\approx 18\lambda = 18$ mittleren freien Weglängen im Strömungszustand hinter dem Verdichtungsstoss. Dieser Wert ist ebenfalls in relativ guter Übereinstimmung mit bekannten Messungen an Stosswellenrohren, bei denen die Tiefe der Stossfront entweder optisch aus der Reflektivität der Stosszone¹⁰ oder durch Elektronenstreuung^{11a} bzw. -absorption^{11b} bestimmt wurde; nach diesen Messungen wäre eine Tiefe der Stossfront von $\approx 15\lambda$ zu erwarten. Mit abnehmendem Einlassdruck wird die Überexpansion im Strahl immer geringer und der Druckanstieg in der Stossfront immer flacher. Beim niedrigsten untersuchten Einlassdruck ist am Druckverlauf praktisch keine Andeutung der gasdynamischen Strahlstruktur mehr zu erkennen.

Das Verschwinden der gasdynamischen Strahlstruktur beschreibt man zweckmässig durch eine fiktive Knudsen-Zahl, gebildet aus den Werten für die mittlere freie Weglänge hinter dem Mach'schen Stoss, $\hat{\lambda}$, und dem Durchmesser dieses Stosses, Y_M , die sich im gasdynamischen Grenzfall ergeben würden¹²

$$\hat{K} = (\hat{\lambda}/Y_M)_{\text{gasdyn.}}$$

Aus den in Abb. 4 angegebenen Zahlenwerten für \hat{K} ist abzu-

lesen, dass die gasdynamische Strahlstruktur weitgehend erhalten ist, sofern $\hat{K} \leq 2 \cdot 10^{-2}$, und dass andererseits die wesentlichen Kennzeichen des gasdynamischen Strahlverlaufs, Überexpansion und ausgebildetes Verdichtungsstoss-System, nicht mehr vorhanden sind, wenn sich für \hat{K} formal Werte $\geq 0,5$ ergeben.

Berücksichtigt man, dass die Tiefe der Stosszone bei Mach-Zahlen zwischen 3 und 10 ungefähr das 10–20 fache der mittleren freien Weglänge hinter dem Stoss beträgt^{10, 11}, so lässt sich das obige Kriterium anschaulich folgendermassen formulieren: Merkliche Abweichungen von der gasdynamischen Strahlstruktur treten auf, wenn die Tiefe der Stosszone nicht mehr klein gegen die Querausdehnung des Stosses ist. Das ist verständlich, weil dann der den Verdichtungsstoss durchsetzende Strahlteil in der Randzone in merklichem Umfang Energie und Impuls mit der Umgebung austauschen kann.

Der Übergang vom gasdynamischen zum molekularen Strömungsverlauf in der Randzone des frei expandierenden Gasstrahls wird in Abb. 5 durch Messungen von Ashkenas und

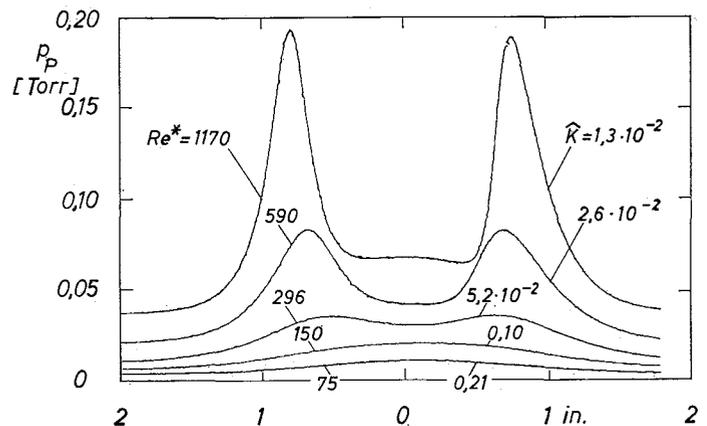


Abb. 5. Der von Ashkenas und Sherman⁵ gemessene radiale Verlauf des Staudruckes p_p in frei expandierenden Luftstrahlen mit dem Expansionsverhältnis $p_0/p_1 = 100$ bei verschiedenen Einlassdrücken im Abstand $x/a = 6$ von der Düsenmündung ($Re^* =$ Reynolds-Zahl in der Düsenmündung; $\hat{K} =$ fiktive Knudsen-Zahl hinter dem Mach'schen Verdichtungsstoss).

Sherman demonstriert, die in einem Luftstrahl mit dem Expansionsverhältnis 100 im Abstand $x/a = 6$, d.h. kurz vor dem Mach'schen Verdichtungsstoss, die radiale Staudruckverteilung bestimmt haben⁵.

Beim höchsten Einlassdruck, der $\hat{K} = 1,3 \cdot 10^{-2}$ entspricht, erkennt man unmittelbar die durch den fassförmigen Verdichtungsstoss abgeschirmte Innenzone des Strahls; allerdings ist die Randzone unter diesen Bedingungen bereits merklich verschliffen, was offenbar auf den Reibungseinfluss am Strahlrand zurückzuführen ist. Mit fallendem Einlassdruck, d.h. mit steigenden \hat{K} -Werten, verschleift der Strahlrand immer mehr, während gleichzeitig auch die inneren Flanken der Staudruckmaxima flacher werden. Für $\hat{K} = 0,10$ erstreckt sich die Grenzschicht bereits soweit in den Strahl hinein, dass eine Staudruckverteilung mit nur einem Maximum auf der Strahlachse resultiert. Ein Vergleich der radialen und der axialen Druckmessungen zeigt, dass bei abnehmender Gasdichte die gasdynamischen Strahleigenschaften in der Umgebung der Strahlachse etwas länger erhalten bleiben als in der Randzone, was auf Grund der bereits erwähnten Abschirmung der Innenzone verständlich ist.

Das hier abgeleitete Kriterium für den Übergang zwischen gasdynamischem und molekularem Strömungsverhalten wurde

mit anderen Messverfahren auch für grössere Werte des Expansionsverhältnisses bestätigt, worauf ich hier aber nicht näher eingehen möchte^{12, 13}.

III. Einfrieren der ungeordneten Translationsbewegung im Übergangsbereich

Wir haben oben gesehen, dass sich der *Dichteverlauf* auf der Strahlachse beim Übergang von gasdynamischen zu molekularen Strömungsbedingungen nur verhältnismässig wenig ändert (Abb. 3). Die Abschwächung bzw. das völlige Ausbleiben der Überexpansion im Übergangsbereich geht also offenbar damit parallel, dass die *Temperatur* des expandierenden Gasstrahls im Übergangsbereich weniger stark absinkt als im gasdynamischen Fall. Das beruht natürlich darauf, dass die Überführung der ungeordneten thermischen Energie in die gerichtete Energieform mit abnehmender Zahl der Zusammenstösse der Gasteilchen erschwert, bzw. schliesslich völlig unterbunden wird. Das "Einfrieren" der ungeordneten Translationsbewegung ist gleichbedeutend damit, dass die Mach-Zahl im Übergangsbereich einen Maximalwert M_F erreicht, der sich bei einer weiteren, praktisch molekularen Expansion nicht mehr ändert. Bei mehratomigen Gasen ist zu erwarten, dass dem Einfrieren der Translationsfreiheitsgrade das Einfrieren der inneren Freiheitsgrade vorausgeht, da für die Akkommodation dieser Freiheitsgrade bekanntlich grössere Stosszahlen als für die Akkommodation der Translation erforderlich sind.

Die Frage nach der maximalen Mach-Zahl M_F , die bei gegebenen Anfangsbedingungen durch freie Expansion ins Hochvakuum erreicht wird, ist im Zusammenhang mit der Erzeugung von Überschall-Molekularstrahlen von Interesse¹⁴. Da die bisher vorliegenden experimentellen Untersuchungen über das Einfrieren der Translationsbewegung auf der Messung der Geschwindigkeitsverteilung solcher Überschall-Molekularstrahlen beruhen^{15, 16}, möchte ich zunächst kurz auf diese Versuchstechnik eingehen.

Abb. 6 zeigt ein Schema der von uns verwendeten Molekularstrahl-Apparatur: Aus der konvergenten Düse A tritt ein Überschallstrahl aus, dessen Strahlkern mit dem konischen Abschäler B ausgeblendet und über eine Druckschleuse als Molekularstrahl ins Hochvakuum überführt wird. Zur Ver-

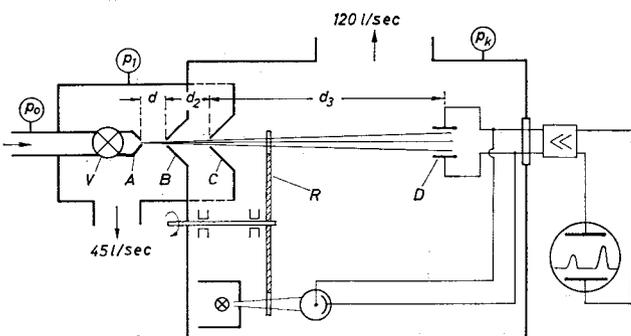


Abb. 6. Schema der Apparatur zur Erzeugung von Überschall-Molekularstrahlen und Messung ihrer Geschwindigkeitsverteilung (A = konvergente Düse, B = Abschäler, C = Kollimator, D = Ionisationsdetektor, R = rotierende Unterbrecherscheibe zur Laufzeitanalyse, V = Schnellschluss-Ventil zur Erzeugung von Strahlimpulsen).

minderung des Pumpaufwandes werden an Stelle von stationären Strahlen Strahlimpulse benutzt, die durch kurzzeitiges Freigeben der Gaszufuhr zur Düse mit dem Ventil V erzeugt werden¹⁷. Im quasi-stationären Teil des Impulses wird im

Hochvakuum nach einer Laufzeitmethode die Geschwindigkeitsverteilung des Molekularstrahls gemessen^{18, 19}. Dazu wird der Molekularstrahl im Hochvakuum durch die schnell rotierende Scheibe R in kurze Pakete zerlegt, die auf einem längeren Laufweg entsprechend ihrer Geschwindigkeitsverteilung auseinanderlaufen und im Detektor durch Elektronenstoss ionisiert werden. Der zeitliche Verlauf des Ionenstroms wird verstärkt und oszillographisch registriert. Zur Markierung des Zeit-Nullpunktes dient ein Photosignal, das gleichzeitig mit dem Molekularstrahlpaket freigegeben wird.

Abb. 7 zeigt Oszillogramme der Laufzeitverteilungen eines Argon- und eines Heliumstrahls. Aus der mittleren Laufzeit und der Halbwertsbreite der Verteilung erhält man die Strömungsgeschwindigkeit w und die wahrscheinlichste Ge-

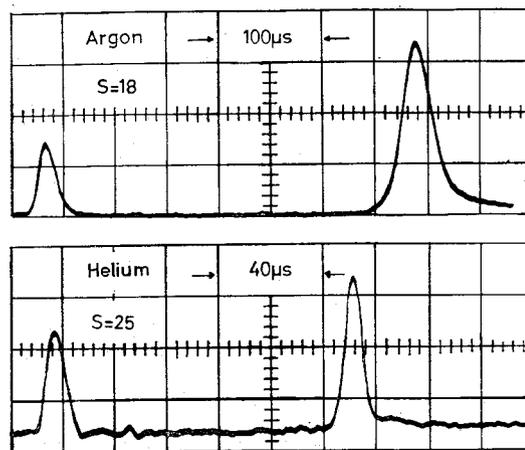


Abb. 7. Oszillogramme der Laufzeitverteilung von Ar- und He-Molekularstrahlen; der linke Peak ist ein Photo-Signal zur Markierung des Zeit-Nullpunktes. Düsendurchmesser $a = 0,05$ mm, Einlassdruck $p_0 = 1640$ Torr (Ar) bzw. $2 \cdot 10^4$ Torr (He).

schwindigkeit im Schwerpunktsystem des Strahls, v_w . Aus beiden Grössen wird das Geschwindigkeitsverhältnis $S = w/v_w$ gebildet; es ergibt sich $S = 18$ (Ar) bzw. $S = 25$ (He). Da sich die gemessene Verteilungsfunktion innerhalb der Fehlergrenze als Überlagerung einer Maxwell-Verteilung und der gerichteten Geschwindigkeit w darstellen lässt, kann man ihr auch eine Mach-Zahl $M = w/c = \sqrt{2/\pi} \cdot S$ zuordnen. Man erhält im vorliegenden Fall $M = 20$ für Ar und $M = 27,5$ für He.

In Abb. 8 ist die Abhängigkeit des Geschwindigkeitsverhältnisses bzw. der Mach-Zahl von dem Abstand d zwischen der Düsenmündung und der ersten Abschäblende dargestellt, und

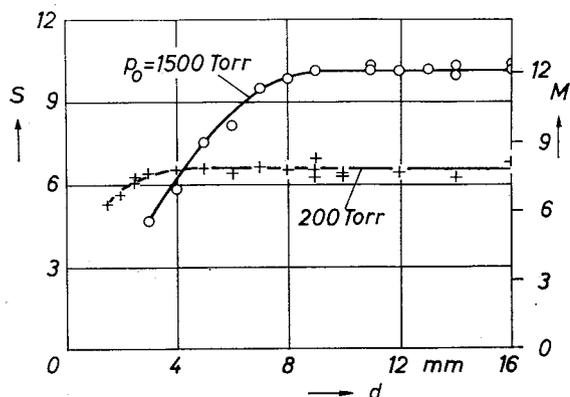


Abb. 8. Geschwindigkeitsverhältnis S , bzw. Mach-Zahl M , von N_2 -Molekularstrahlen in Abhängigkeit vom Abstand d zwischen Düse und Abschäler. Düsendurchmesser $a = 0,15$ mm, Einlassdrücke $p_0 = 200$ u. 1500 Torr.

zwar für zwei N₂-Strahlen mit verschiedenen Einlassdrücken p₀. Mit wachsendem Abschälerabstand steigt M zunächst an und erreicht dann einen konstanten Wert, der umso grösser ist, je höher der Einlassdruck ist.

Es liegt nun natürlich nahe, das Konstantwerden der Mach-Zahl mit zunehmendem Abstand auf das erwartete Einfrieren der Translationsbewegung im frei expandierenden Strahl zwischen Düse und Abschäler zurückzuführen. Dazu muss man sich allerdings vergewissern, dass die im Hochvakuum (am Ort der Unterbrecherscheibe) gemessene Geschwindigkeitsverteilung wirklich die Verteilung im frei expandierenden Strahl am Ort des Abschälers repräsentiert. Ohne auf Einzelheiten einzugehen, möchte ich hier einfach feststellen, dass diese Bedingung im konstanten Teil der M(d)-Kurve erfüllt ist, aber nicht unbedingt im ansteigenden Teil der M(d)-Kurve¹⁶. Molekularstrahlversuche dieser Art liefern daher nur eine Aussage über die Grösse der Mach-Zahl M_F, bei der die Translationsbewegung einfriert, nicht aber über den zugehörigen Abstandsbereich.

Im folgenden vergleichen wir nun die experimentellen Ergebnisse mit einem allgemeinen Kriterium für das Einfrieren von thermischen Freiheitsgraden, das kürzlich von E Knuth auch auf das Einfrieren der ungeordneten Translationsbewegung in frei expandierenden Gasstrahlen angewendet wurde²⁰.

Bekanntlich lässt sich die Relaxationszeit τ_R für die Akkommodation eines thermischen Freiheitsgrades auf eine charakteristische Stosszahl N_R zurückführen durch

$$\tau_R = N_R \times \frac{\Lambda}{\bar{v}}$$

wobei Λ and \bar{v} die mittlere freie Weglänge und den Betrag der mittleren Geschwindigkeit im Schwerpunktsystem des Gases bedeuten. Während N_R im Fall der Translationsbewegung gleich 5/4 ist²¹, liegt N_R für die Rotationsfreiheitsgrade der meisten Moleküle zwischen 2 und 10 (Ausnahme: N_{Rot} ≈ 200 für H₂). Typische Werte für Schwingungsfreiheitsgrade liegen dagegen in den Grössenordnungen 10³-10⁷.

In einer stationären Strömung ist nun nach dem allgemeinen Kriterium ein Einfrieren des betrachteten Freiheitsgrades zu erwarten, wenn die relative Temperaturänderung, die sich bei isentropem Strömungsverlauf innerhalb einer Relaxationszeit τ_R ergeben würde, von der Grössenordnung 1 ist, d.h. wenn

$$\epsilon = \left(\frac{w}{T} \times \frac{dT}{dx} \right)_{is} \times \tau_R = 1 \quad (2)$$

Der "Einfrier-Parameter" ε kann als charakteristische Knudsen-Zahl interpretiert werden, nämlich als Quotient aus der mittleren freien Weglänge im Laborsystem und dem Strömungsweg, auf dem die relative Temperaturänderung bei isentropem Strömungsverlauf den Wert 1/N_R erreichen würde.

Berücksichtigt man, dass

$$\bar{v} = \sqrt{8/(\pi \kappa)} \times c \text{ und } \Lambda = 1/(\sqrt{2} n \sigma)$$

(n = Teilchendichte, σ = gaskinetischer Wirkungsquerschnitt), so lässt sich der Einfrier-Parameter ε auf die Knudsen-Zahl im engsten Strahlquerschnitt, K* = Λ*/a, zurückführen:

$$\epsilon = N_R K^* \times \frac{\sigma(T^*)}{\sigma(T)} \times \Phi_{is} \quad (3)$$

mit

$$\Phi_{is} = \sqrt{\frac{\pi \kappa}{8}} \times \left[\frac{n^*}{n} \times \frac{M}{T} \times \frac{dT}{d(x/a)} \right]_{is}$$

Φ_{is} kann mit der bekannten Abstandsabhängigkeit von n, T und M auf der Achse eines frei expandierenden Strahls⁵ als Funktion von M und κ dargestellt werden. Damit erhält man die Einfrier-Bedingung ε = 1 als Beziehung zwischen dem Produkt N_RK* und der Mach-Zahl M_F, bei der der durch N_R charakterisierte Freiheitsgrad einfriert.

Dieser Zusammenhang ist in Abb. 9 für das Einfrieren der Translationsbewegung, d.h. für N_R = 5/4, für Gase mit κ = 5/3 u. 7/5 dargestellt²².

Die durchgezogenen Kurven gelten unter der Voraussetzung, dass der gaskinetische Wirkungsquerschnitt σ von der Temperatur unabhängig ist ("Starrkugel-Modell"). Bei der gestrichelten Kurve für κ = 5/3 wurde die Temperaturabhängigkeit des Wirkungsquerschnittes zugrundegelegt, die der gemessenen Temperaturabhängigkeit der Zähigkeit von He entspricht. Als Messpunkte sind in Abb. 9 die aus Molekularstrahl-Versuchen folgenden Kombinationen von M_F und K* eingetragen^{15,16}.

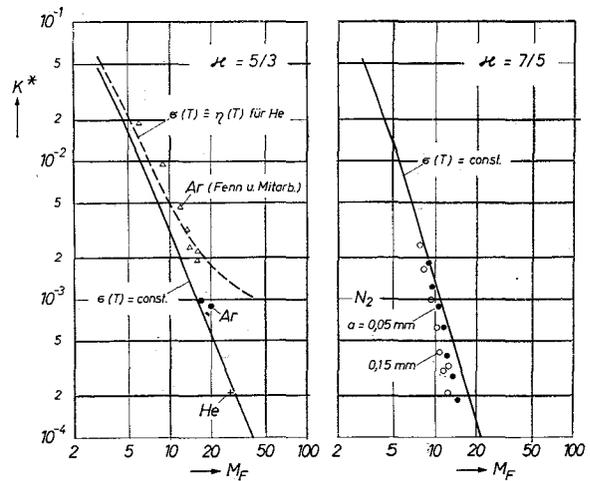


Abb. 9. Der aus Gl. (2) u. (3) mit N_R = 5/4 abgeleitete Zusammenhang zwischen der Knudsen-Zahl in der Düsenmündung, K* = Λ*/a, und der maximalen Mach-Zahl M_F in frei expandierenden Gasstrahlen mit κ = 5/3 u. κ = 7/5²⁰. Die durchgezogenen Kurven gelten für einen von der Temperatur unabhängigen Wirkungsquerschnitt σ; bei der gestrichelten Kurve wurde σ(T) entsprechend der Temperaturabhängigkeit der Zähigkeit von He zugrundegelegt. Die Messpunkte stammen aus Molekularstrahlversuchen von Fenn und Mitarb.¹⁵ (Ar, Δ) sowie von Bier u. Hagen¹⁶.

Aus Abb. 9 folgt als allgemeines Ergebnis, dass die experimentellen K*-Werte, mit denen eine bestimmte Mach-Zahl M_F erzielt wurde, höchstens um den Faktor 2-3 von den theoretischen Werten abweichen, die unter der Voraussetzung eines temperaturunabhängigen Wirkungsquerschnittes aus dem Einfrierkriterium hergeleitet wurden. Die Tatsache, dass alle Messpunkte für Argon über dieser theoretischen Kurve liegen, kann qualitativ mit der Zunahme des Wirkungsquerschnittes mit fallender Temperatur erklärt werden. Eine quantitative Überprüfung dieses Zusammenhanges ist beim Argon allerdings nicht möglich, weil die Temperaturabhängigkeit von σ in dem in Frage kommenden Temperaturbereich nicht bekannt ist (Der Mach-Zahl M = 20 entspricht eine Temperatur im Strahl von nur 2,25°K). Der eine Messpunkt für Helium und die Messungen mit N₂ spiegeln dagegen die aus der Temperaturabhängigkeit der Zähigkeit zu erwartende Zunahme des Wirkungsquerschnittes bei tiefen Temperaturen nicht wieder.

Zur vollständigen Klärung des Einfrierens der ungeordneten Translationsbewegung in einem frei expandierenden Gasstrahl sind also sicher noch weitere Untersuchungen erforderlich.

Man kann aber aufgrund der vorliegenden Ergebnisse wohl schon feststellen, dass die wesentlichen Eigenschaften dieses Vorgangs durch das allgemeine Kriterium für das Einfrieren thermischer Freiheitsgrade richtig beschrieben werden. Ich möchte noch einmal darauf hinweisen, dass dieses Kriterium analog zu dem vorher besprochenen Kriterium für den Übergang von der gasdynamischen zur molekularen Strahlstruktur so formuliert ist, dass für eine charakteristische Knudsen-Zahl, gebildet unter der Voraussetzung eines *gasdynamische* Strömungsverlaufs, eine obere Grenze angegeben wird.

Die Möglichkeit, durch Verkleinerung der charakteristischen Knudsen-Zahl K^* (d.h. durch Vergrößerung der Ausgangsdichte oder des Düsendurchmessers) immer höhere Mach-Zahlen zu erzielen, wird schliesslich begrenzt durch das Einsetzen einer partiellen Kondensation des Strahlgas²³. Nach bisher vorliegenden experimentellen Ergebnissen ist der Einsatz der Kondensation anscheinend durch einen, von der Gasart und der Ausgangstemperatur abhängigen Grenzwert der Knudsen-Zahl K^* bestimmt¹⁶. Danach ist zu erwarten, dass es für jedes Gas bei gegebener Ruhetemperatur T_0 eine durch freie Expansion erreichbare maximale Mach-Zahl gibt, die auch durch beliebige Wahl des Einlassdruckes und des Düsendurchmessers nicht überschritten werden kann. Für Argon und $T_0 = 300^\circ\text{K}$ dürfte dieser Grenzwert nach den vorliegenden Messungen bei $M_F \approx 20$ liegen.

Nach früheren Erfahrungen tritt im ersten Stadium der Kondensation im Strahl eine Verbreiterung der Geschwindigkeitsverteilung ein^{23, 12}. Das ist möglicherweise der Grund dafür, dass die *Abweichung* zwischen der gemessenen und der bei Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit des Wirkungsquerschnittes zu erwartenden "Einfrier"-Mach-Zahl M_F nach Abb. 9 mit *fallender Knudsen-Zahl grösser wird*.

IV. Partielle Entmischung von Gasgemischen in frei expandierenden Gasstrahlen und in Verdichtungsstößen

Bisher haben wir uns mit dem Verhalten *einheitlicher* Gase im Übergangsbereich zwischen gasdynamischer und molekularer Strömungsform beschäftigt. Bei der Expansion von *Gasgemischen* ist zusätzlich noch die als "Trenndüsen effekt" bezeichnete partielle Entmischung der Komponenten zu berücksichtigen, die hauptsächlich von Becker u. Mitarbeitern im Hinblick auf ihre Anwendung zur Isotopentrennung untersucht wurde²⁴. Da der Entmischungsvorgang jedoch gerade im Übergangsbereich allgemein von Bedeutung sein dürfte, sollen seine wesentlichen Eigenschaften im folgenden kurz besprochen werden. Anschliessend wollen wir dann besonders auf die entmischende Wirkung von Verdichtungsstößen eingehen. Zur Vereinfachung der Darstellung beschränken wir uns auf frei expandierende, binäre Gasgemische. Die Anwendung des Trenndüsen effektes zur praktischen Isotopentrennung soll dagegen hier nicht behandelt werden²⁵.

Abb. 10 zeigt das Prinzip der von uns zur Untersuchung des Trenneffektes benutzten Anordnung: Das Gasgemisch, das im Ausgangszustand das Mischungsverhältnis r_0 von leichter und schwerer Komponente besitzen möge, expandiert mit der molaren Stromstärke L aus der konvergenten Düse. Der Gasstrahl wird durch die konzentrisch zur Achse aufgestellte konische Abschälblende in den Mantelteil ϑL und den Kernteil $(1 - \vartheta)L$ zerlegt. Das Abschälverhältnis ϑ , das die auf die Abschälerschneide zulaufende Stromfläche kennzeichnet, kann durch Variation des Abstandes zwischen Düse und Abschäler

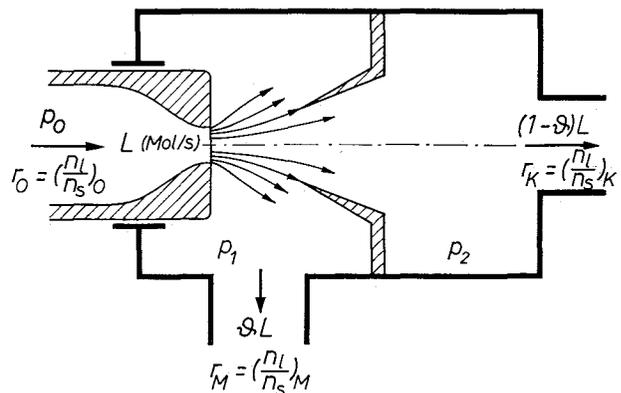


Abb. 10. Schema der Versuchsanordnung zur Untersuchung des Entmischungseffektes in frei expandierenden Gasstrahlen.

und durch Verwendung verschieden grosser Abschäler verändert werden. Die Grösse der Entmischung wird durch den Trennfaktor

$$A = \frac{r_M}{r_K} = \frac{\text{Mischungsverhältnis im Mantelgas}}{\text{Mischungsverhältnis im Kerngas}}$$

oder, im Fall kleiner Häufigkeitsverschiebungen wie z.B. bei Isotopengemischen, durch den Elementareffekt der Trennung $\varepsilon_A = A - 1$ beschrieben. $A > 1$ bzw. $\varepsilon_A > 0$ bedeutet eine Anreicherung der leichten Komponente in der Mantelzone.

Unter gasdynamischen Strömungsbedingungen, d.h. bei kleinen relativen Zustandsänderungen pro mittlere freie Weglänge, lässt sich die Entmischung im wesentlichen auf die *Druckdiffusion* zurückführen, die eine bevorzugte Bewegung der leichten Komponente in Richtung fallenden Druckes bewirkt^{24, 26}. Für die Richtung und Grösse des örtlichen, entmischenden Diffusionsstromes ist die auf der betreffenden Stromfläche senkrecht stehende Komponente des relativen Druckgefälles massgeblich. Da diese Grösse, bei gegebener Mach-Zahl der Strömung, gleichzeitig die Stromlinienkrümmung bestimmt, besteht—wie schon früher gezeigt wurde—ein unmittelbarer Zusammenhang zwischen dem Vorzeichen der Stromlinienkrümmung und der Zu- oder Abnahme des Trennfaktors längs einer Stromfläche²⁶.

Abb. 11 zeigt diesen Zusammenhang noch einmal anhand von Messungen an frei expandierenden Argonstrahlen, die mit

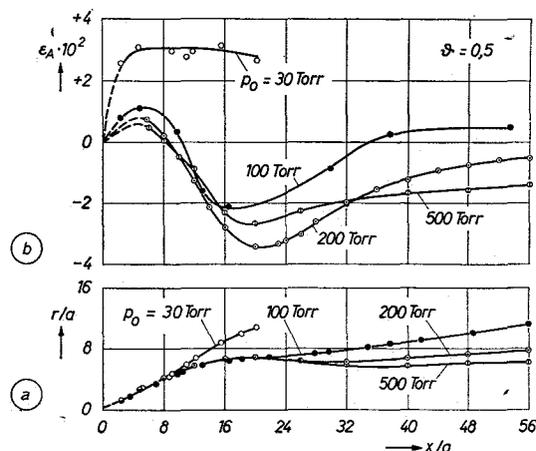


Abb. 11. (a) Räumlicher Verlauf der Stromflächen $\vartheta = 0,5$ in frei expandierenden Argonstrahlen für verschiedene Einlassdrucke p_0 , bei konstantem Expansionsverhältnis $p_0/p_1 = 10^3$; Düsendurchmesser $a = 0,25$ mm. (b) Der Verlauf des Elementareffektes der Trennung der Argonisotope $\text{Ar}^{36}/\text{Ar}^{40}$ auf den unten dargestellten Stromflächen.

konstantem Expansionsverhältnis ($p_0/p_1 = 10^3$) bei verschiedenen Einlassdrücken erzeugt wurden (Düsendurchmesser $a = 0,25 \text{ mm}$)¹³. Im unteren Teilbild ist der räumliche Verlauf der mittleren Stromfläche, $\vartheta = 0,5$, dargestellt; das obere Teilbild zeigt den elementaren Trenneffekt der Argonisotope Ar^{36} und Ar^{40} auf dieser Stromfläche in Abhängigkeit vom Düsenabstand.

Bei $p_0 = 500$ und 200 Torr entspricht der Stromlinienverlauf ungefähr noch gasdynamischen Strömungsbedingungen; die charakteristische Knudsen-Zahl \hat{K} beträgt für diese Strahlen 0,03 bzw. 0,075. Die zunächst divergierenden Stromflächen werden aufgrund der Überexpansion der Innenzone wieder nach innen umgelenkt. Damit ist eine Umkehrung in der Richtung des entmischenden Diffusionsstromes verbunden, die an der Abnahme des anfänglich positiven Trenneffektes und der folgenden Umkehrung des Vorzeichens von ε_A zu erkennen ist.

Für $p_0 = 30$ Torr stimmt der gemessene Stromlinienverlauf nur in dem divergierenden Strahlteil unmittelbar hinter der Düsenmündung noch annähernd mit dem gasdynamischen Verlauf überein; dagegen bleibt die Stromfläche im weiteren Verlauf divergent bzw. ist nur ganz schwach nach innen gekrümmt ($\hat{K} = 0,5$). Im Einklang mit dem Stromlinienverlauf wird im ganzen untersuchten Abstandsbereich eine positive Entmischung gefunden, wobei stromabwärts von einem flachen Maximum nur eine geringfügige Abnahme von ε_A festzustellen ist.

Nach Abb. 11 durchläuft der Absolutwert des negativen Trenneffektes im untersuchten Druckbereich, zwischen $p_0 = 100$ und 500 Torr, ein Maximum. Weitere Messungen, die hier nicht im einzelnen besprochen werden sollen, zeigen, dass dieses Maximum für verschiedene Expansionsverhältnisse und verschiedene Gasgemische einheitlich durch die Bedingung $\hat{K} = 0,04-0,05$ gekennzeichnet ist¹³. Das Maximum der negativen Entmischung wird also bei solchen Strömungsbedingungen im Übergangsbereich angenommen, bei denen gerade merkliche Abweichungen vom gasdynamischen Strahlverlauf auftreten (vgl. Abb. 4 und 5).

In analoger Weise ergibt sich in Abhängigkeit von p_0 auch ein Maximum der positiven Entmischung, das nach früheren Messungen für die in Abb. 11 dargestellten Versuche allerdings erst bei Verminderung des Einlassdruckes auf $p_0 = 8$ Torr erreicht würde²⁷. Nach den früheren Messungen sind die zum Maximum der positiven Entmischung führenden Strömungsbedingungen allgemein dadurch charakterisiert, dass die Knudsen-Zahl in der Düsenmündung $K^* \approx 0,03-0,04$ beträgt^{24, 27, 28}. Bei Expansionsverhältnissen in den Größenordnungen 10 bis 10^3 entspricht diese Bedingung charakteristischen Knudsen-Zahlen hinter dem Mach'schen Verdichtungsstoss von $\hat{K} \approx 0,3-2$. Demnach wird das Maximum der positiven Entmischung erreicht, wenn der divergierende Strahlteil unmittelbar hinter der Düsenmündung gerade merkliche Abweichungen vom gasdynamischen Verlauf zeigt, während weiter stromabwärts praktisch keine Anzeichen der gasdynamischen Strahlstruktur mehr vorhanden sind.

Das Auftreten der maximalen Entmischung im Übergangsbereich ist folgendermassen zu erklären^{24, 26}: Unter gasdynamischen Strömungsbedingungen ist der entmischende Diffusionsstrom vom Absolutdruck unabhängig, weil die Strahlform und damit auch die relativen Druckgradienten im Strahl nicht von der Gasdichte abhängen. Da der zu entmischende Gasstrom aber zu p_0 proportional ist, steigt der

Trennfaktor unter diesen Bedingungen mit fallendem Einlassdruck monoton an. Beim Übergang zu molekularen Strömungsbedingungen nimmt der Entmischungsstrom ab, und zwar schliesslich stärker als p_0 ; es ist ja klar, dass im Grenzfall der rein molekularen Ausströmung, bei der die Gemisch-Komponenten unabhängig voneinander ausströmen, gar keine Entmischung eintreten kann.

Die aus der gasdynamischen Betrachtungsweise abgeleitete Beschreibung des Entmischungseffektes durch die Druckdiffusion ergibt, wie Zigan gezeigt hat, auch in quantitativer Hinsicht eine befriedigende Übereinstimmung mit dem experimentellen Ergebnis, jedenfalls bei höheren als den zum Maximum des Trenneffektes gehörenden Gasdichten²⁶. Es ist offen, inwieweit der Druckdiffusionsansatz auch noch bei niedrigeren Gasdichten bzw. grösseren Knudsen-Zahlen eine befriedigende Beschreibung des Trenneffektes ermöglichen würde. Für eine Prüfung dieser Frage müssten zunächst der Druck- und Temperaturverlauf im Strahl für den Fall stärkerer Abweichungen von der gasdynamischen Strömungsform genauer bekannt sein.

Für solche Strömungsbedingungen im Übergangsbereich zur Molekularströmung ist der Trenneffekt bisher durch einfachere Modelle beschrieben worden. Sie beruhen entweder auf der Vorstellung, dass die zunächst auf gleiche Strömungsgeschwindigkeit beschleunigten Komponenten des Gasgemisches anschliessend frei, d.h. unabhängig voneinander, aus dem Strahl ausscheiden^{24, 29}, oder—wie es z.B. bei der Molekularstrahlerzeugung zutrifft—darauf, dass das Ausscheiden der Teilchen aus einem ausgeblendeten Strahlteil vorwiegend durch Zusammenstösse passiert, wobei die schwere Komponente wegen ihrer grösseren Persistenz im Strahlkern angereichert wird^{18, 24, 30}. Es ist jedoch festzuhalten, dass diese vereinfachten Modelle keinen grundsätzlich anderen Mechanismus zur Erklärung des Entmischungsvorgangs benutzen. Es sind vielmehr Versuche, jeweils einen Teilaspekt des Vorganges, der unter gasdynamischen Bedingungen als Druckdiffusion bezeichnet wird, auch bei relativ grossen Zustandsänderungen pro freie Weglänge quantitativ zu beschreiben.

Die Frage, inwieweit Diffusionsvorgänge in Strömungsgebieten mit starker Änderung der Verteilungsfunktion pro freie Weglänge noch mit dem Diffusionsansatz der ersten Näherung der Gaskinetik zu beschreiben sind, ist auch im Zusammenhang mit der Entmischung in Verdichtungsstössen von besonderem Interesse.

Einen Hinweis auf die entmischende Wirkung von Verdichtungsstössen können wir bereits aus Abb. 11 entnehmen: Wie wir gesehen haben, tritt die Umkehrung der Richtung des Entmischungsstromes (d.h. die Abnahme des positiven Trenneffektes) genau am Wendepunkt der Stromlinien ein. Nun beginnt aber für die meisten Stromlinien die Umlenkung nach innen, jedenfalls bei den höheren Einlassdrücken, bei denen das Verdichtungsstossystem des frei expandierenden Strahls weitgehend ausgebildet ist, mit dem Durchgang der Stromlinien durch den fassförmigen Verdichtungsstoss (vgl. Abb. 12a). Aus dem Verlauf des Trenneffektes folgt daher qualitativ, dass bei der Umlenkung der Strömung im schrägen Verdichtungsstoss ein Entmischungseffekt in derselben Richtung wie bei entsprechender "stetiger" Umlenkung auftritt. Die Entmischung im Verdichtungsstoss ist kinetisch dadurch zu erklären, dass die leichte Komponente des Gemisches wegen ihres kleineren Impulses in der Richtung senkrecht zur Stossfront zunächst stärker abgebremst wird als die schwere Komponente (vgl. Abb. 12b)³¹.

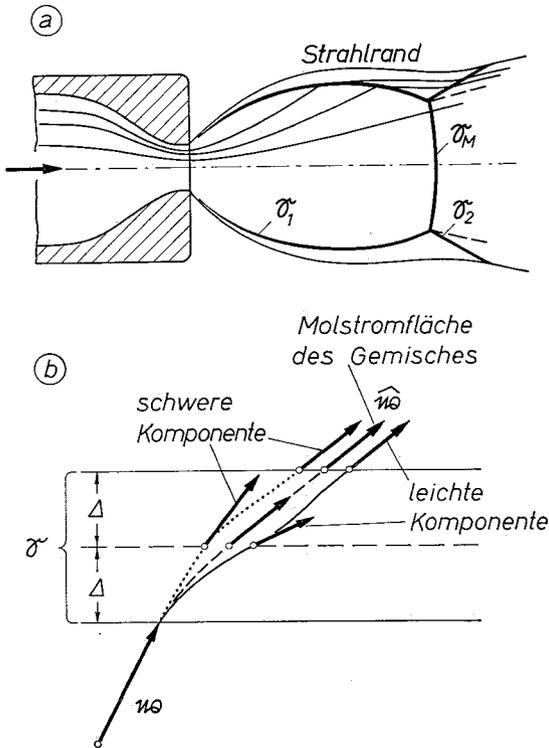
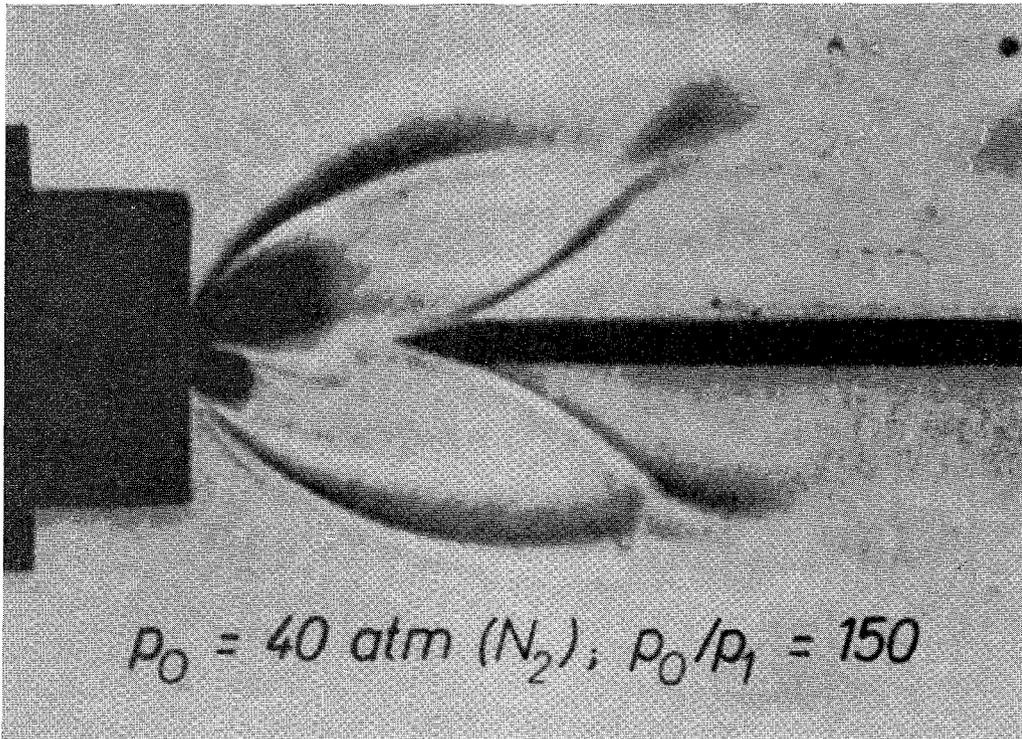


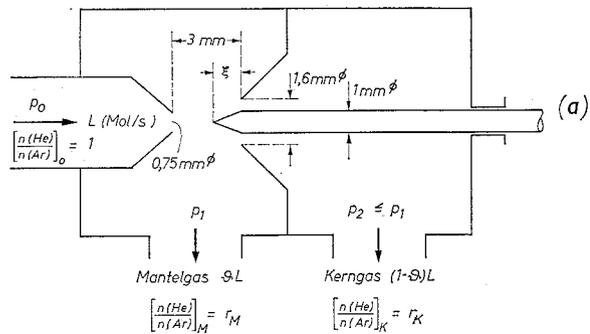
Abb. 12. Zur entmischenden Wirkung eines schrägen Verdichtungsstosses (vgl. Text).

Abb. 13. (a) Schema der Versuchsanordnung zur Untersuchung des Entmischungseffektes in einem schrägen (konischen) Verdichtungsstoss. (b) Schlierenbild eines mit einer konisch zugespitzten Nadel erzeugten Verdichtungsstosses in der Innenzone eines frei expandierenden N_2 -Strahls (Düsensdurchmesser $a = 1,5$ mm).



Für eine systematische Untersuchung des Entmischungsstromes in einem schrägen Verdichtungsstoss in Abhängigkeit von den Strömungsbedingungen und von den Eigenschaften der Gemisch-Komponenten haben wir die in Abb. 13a im Schema gezeigte Versuchsanordnung benutzt³². Sie besteht aus einem normalen Trennsystem mit einer runden, konvergenten Düse und einem konischen Abschäler sowie aus einer konisch zugespitzten Nadel, die—mit der Spitze gegen die Strömung gerichtet—durch die Abschäleröffnung hindurch auf der Strahlachse verschoben werden kann. Mit der Nadel wird in der Innenzone des frei expandierenden Strahls ein ungefähr konischer Verdichtungsstoss erzeugt, wie dies auf dem Schlierenbild in Abb. 13b zu sehen ist. Durch diesen Verdichtungsstoss wird ein zusätzlicher Entmischungsstrom hervorgerufen, der durch Messung des Abschälverhältnisses und des Trennfaktors in Abhängigkeit von der Nadelstellung ξ ermittelt wird:

Abb. 14 zeigt das Messergebnis, $\vartheta(\xi)$ und $A(\xi)$, für zwei Versuchsreihen, die mit einem äquimolaren He/Ar-Gemisch bei Einlassdrücken $p_0 = 150$ und 250 Torr ausgeführt wurden (Expansionsverhältnis $p_0/p_1 = 200$). Für den Fall, dass die Nadel hinter die Abschäleröffnung zurückgezogen ist, d.h. für $\xi < 0$, sowie bei nur wenig vorgeschobener Nadel (für $\xi \leq 0,5$ mm) sind Abschälverhältnis und Trennfaktor innerhalb



(b)

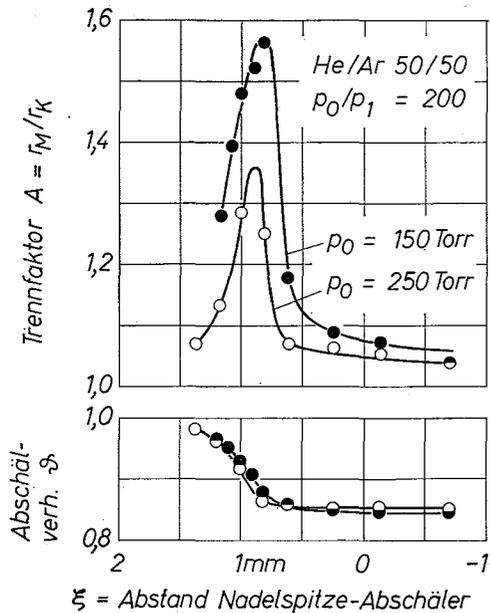


Abb. 14. Das Abschälverhältnis ϑ und der Trennfaktor A eines äquimolaren He/Ar-Gemisches in Abhängigkeit vom Abstand ξ zwischen Nadelspitze und Abschäleröffnung (in Übereinstimmung mit Abb. 13 a nimmt ξ von rechts nach links zu). Strahlgeometrie wie in Abb. 13a, Einlassdrücke $p_0 = 150$ und 250 Torr; Expansionsverhältnis $p_0/p_1 = 200$, $p_2 = p_1$.

der Fehlergrenze konstant. In diesem Bereich liegt die von der Nadel erzeugte Störung offenbar vollkommen innerhalb des vom Abschäler ausgeblendeten Kernstrahls. Beim weiteren Vorschieben der Nadel steigt der Trennfaktor zunächst stark an und fällt dann nach Durchlaufen eines Maximums wieder ab; gleichzeitig steigt das Abschälverhältnis monoton an. Dabei ist bemerkenswert, dass der erste, wesentliche Anstieg des Trennfaktors nur mit einer geringfügigen Vergrößerung von ϑ verbunden ist.

Zur Erklärung des experimentellen Ergebnisses betrachten wir das Strahlschema (Abb. 15), das in der unteren Hälfte den Strahlverlauf ohne Nadel bzw. bei zurückgezogener Nadel, und in der oberen Hälfte den Strahlverlauf bei vorgeschobener Nadel wiedergibt: Bei zurückgezogener Nadel möge die durch

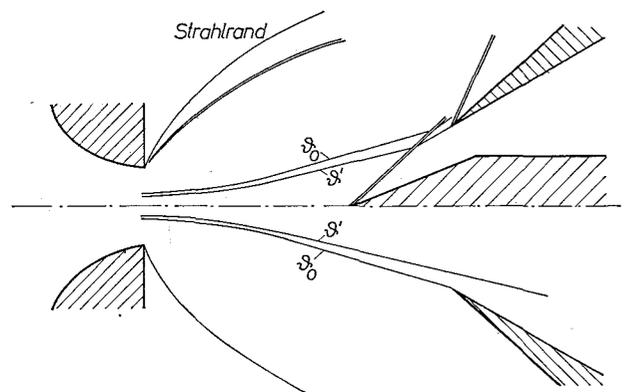


Abb. 15. Zur Erklärung des in Abb. 14 dargestellten Messergebnisses: untere Hälfte: Stromlinienverlauf ohne Nadel; obere Hälfte: Stromlinienverlauf bei vorgeschobener Nadel.

das Abschälverhältnis ϑ_0 gekennzeichnete Stromfläche auf die Abschälerschneide treffen. Der zugehörige, positive Trenneffekt ist auf die Druckdiffusion im ungestört expandierenden Strahl zurückzuführen; der relativ kleine Absolutwert des Trenneffektes ist dadurch zu erklären, dass die Knudsen-Zahl in

der Düsenmündung bei diesen Versuchen mit $K^* \approx 4 \cdot 10^{-4}$ für $p_0 = 250$ Torr bzw. $K^* \approx 6,5 \cdot 10^{-4}$ für $p_0 = 150$ Torr ungefähr um zwei Größenordnungen kleiner ist als für maximale positive Entmischung (s.o.). Wenn beim Vorschieben der Nadel der von der Nadel erzeugte Verdichtungsstoss vor die Abschälerschneide rückt, wird wegen der Umlenkung der Strömung in diesem Verdichtungsstoss nicht mehr die Stromfläche ϑ_0 sondern eine weiter innen liegende Stromfläche $\vartheta' > \vartheta_0$ auf die Abschälerschneide treffen. Die Tatsache, dass mit dieser Vergrößerung des Abschälverhältnisses ein Anstieg des Trennfaktors verbunden ist, weist auf einen zusätzlichen Diffusionsstrom der leichten Komponente in der Richtung von innen nach aussen hin.

Ohne ausführliche Rechnung ist einzusehen, dass man aus der gemessenen Änderung des Abschälverhältnisses und des Trennfaktors beim Vorschieben der Nadel den zusätzlichen Diffusionsstrom ΔB berechnen kann³². Abb. 16 zeigt das Ergebnis dieser Rechnung, und zwar links für die in Abb. 14 dargestellten Versuche mit dem He/Ar-Gemisch und rechts für genau entsprechende Versuche mit einem äquimolaren N_2 /Ar-Gemisch. Man sieht, dass ein von Null verschiedener zusätzlicher Diffusionsstrom nur in einem schmalen Bereich des Abstandes ξ zwischen Nadelspitze und Abschäleröffnung gefunden wird. Die Halbwertsbreite dieses Bereiches, $\Delta \xi \approx 0,2 - 0,3$ mm, entspricht der unter diesen Bedingungen zu erwartenden Tiefe der Verdichtungsstossfront. Ausserdem stimmt auch die Lage des Maximums von ΔB etwa mit der Nadelstellung überein, für die bei gasdynamischem Strömungsverlauf der von der Nadel erzeugte Verdichtungsstoss auf die Abschälerschneide treffen sollte. Daraus ist zu folgern, dass der zusätzliche Entmischungsstrom im wesentlichen in der Stosszone zustande kommt³³.

Nach Abb. 16 ist der Maximalwert von ΔB bei beiden Gasgemischen innerhalb der Fehlergrenze vom Einlassdruck unabhängig. Unter den vorliegenden Strömungsbedingungen, die weitgehend einem gasdynamischen Strahlverlauf entsprechen [$K^* = 2,3 \cdot 10^{-2}$ bzw. $1,4 \cdot 10^{-2}$], ist der Entmischungsstrom im Verdichtungsstoss also unabhängig von der Gasdichte.

Das Ergebnis könnte zunächst überraschen, wenn man bedenkt, dass die Tiefe der Stosszone durch eine bestimmte Anzahl von mittleren freien Weglängen gegeben ist, der auf die Absolutlänge bezogene relative Druckgradient in der Stosszone also proportional zur Gasdichte ansteigt. Jedoch ist andererseits auch die für die Entmischung im Verdichtungsstoss zur Verfügung stehende Diffusionsfläche (bzw. das "Einzugsgebiet" für den Entmischungsstrom) proportional zur Tiefe der Stossfront, d.h. umgekehrt proportional zur Gasdichte¹³. Daher ist die Tatsache, dass der gesamte Entmischungsstrom in der Stosszone nicht von der Gasdichte abhängt, gleichbedeutend damit, dass auch im Verdichtungsstoss die Stromdichte des Entmischungsstromes proportional zum relativen Druckgradienten ist, genau wie bei der normalen Druckdiffusion im Rahmen der ersten Näherung der Gaskinetik.

Aus Abb. 16 folgt weiter, dass der Maximalwert des Entmischungsstromes ΔB für das He/Ar-Gemisch um den Faktor 18 grösser ist als für das N_2 /Ar-Gemisch. Der Unterschied kann qualitativ mit der kleineren relativen Massendifferenz und dem grösseren Wirkungsquerschnitt des Gaspaars N_2 /Ar im Vergleich zum Paar He/Ar erklärt werden. Darüberhinaus ist jedoch bemerkenswert, dass der aus dem Experiment folgende Faktor 18 innerhalb der Fehlergrenze mit dem Faktor 16 übereinstimmt, den man nach dem normalen Diffusionsansatz der Gaskinetik unter der Voraussetzung eines gleichen relativen

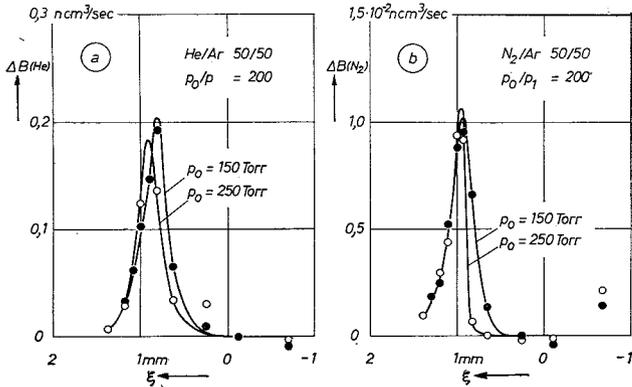


Abb. 16. Der beim Vorschieben der Nadel durch den konischen Verdichtungsstoss bewirkte zusätzliche Entmischungstrom ΔB in Abhängigkeit vom Abstand ξ zwischen Nadelspitze und Abschäleröffnung (a) für die in Abb. 14 gezeigte Versuchsreihe mit einem 50% He/50% Ar-Gemisch; (b) für eine unter sonst gleichen Bedingungen durchgeführte Versuchsreihe mit einem 50% N₂/50% Ar-Gemisch.

Druckgefälles erwarten würde³². Eine ähnliche Übereinstimmung ergibt sich übrigens auch, wenn man entsprechende Messungen mit einem He/N₂-Gemisch und mit dem Argon-isotopen-Gemischen Ar³⁶/Ar⁴⁰ zum Vergleich heranzieht³².

Nach den bisher vorliegenden Versuchen besteht bei der Entmischung binärer Gasmische in einem schrägen Verdichtungsstoss, d.h. in einem Strömungsgebiet mit starker Änderung der Verteilungsfunktion pro freie Weglänge, offenbar ein ganz ähnlicher Zusammenhang zwischen der Entmischungsdichte und den Eigenschaften des Gasmisches, wie er nach dem normalen Diffusionsansatz in der ersten Näherung der Gaskinetik für die Druckdiffusion gilt. Da die bisherigen Versuche allerdings auf einen Wert der Verdichtungs-Stossstärke beschränkt waren, muss die Möglichkeit noch offen gelassen werden, dass bei Erhöhung der Stossstärke und damit der Zustandsänderung pro freie Weglänge evtl. doch merkliche Unterschiede im Diffusionsverhalten auftreten könnten. Entsprechende Versuche, für die zur Erzielung höherer Mach-Zahlen eine grössere Pumpkapazität erforderlich ist, sind geplant.

Literaturverzeichnis und Anmerkungen

1 Vgl. hierzu sowie auch zu den experimentellen Untersuchungen: *Proceedings of the International Symposium on Rarefied Gas Dynamics*: (I) F M Devienne, ed. Pergamon Press, New York (1960); (II) L Talbot, ed. Academic Press, New York (1961); (III) J A Laurmann, ed. Academic Press, New York (1963); (IV) J de Leeuw, ed. Academic Press, New York (im Druck).
 2 Vgl. z.B. K Bier und B Schmidt, *Z angew Physik*, 13, 493 (1961), dort sind auch ältere Literaturstellen zitiert.
 3 J Hartmann und F Lazarus, *Phil Mag*, 31, 35 (1940).
 4 P J Owen u. C K Thornhill, British ARC Techn Report RM 2616 (1952).
 5 F S Sherman, Fluid Mechanics Technical Report 6-90-63-61, Lockheed Missiles and Space Company (1963). Vgl. auch H Ashkenas u. F S Sherman, *Rarefied Gas Dynamics, IV, l.c.¹*.
 6 Für die Innenzone des Strahls ist der Verlauf der Zustandsgrössen auf der Strahlachse aus der Lösung der gasdynamischen Gleichungen (für isentropen Strömungsverlauf) bekannt^{4,5}. Die Lage des die Innenzone abschliessenden Mach'schen Verdichtungsstosses ist im Rahmen der gasdynamischen Rechnung anscheinend nicht festgelegt. Daher wurde in Abb. 2 der aus Schlierenaufnahmen entnommene Abstand des Mach'schen Stosses von der Düsenmündung zugrundegelegt².
 7 W M Howard, *Phys of Fluids*, 4, 521 (1961).
 8 Die Geschwindigkeitsverteilung in der Molekularströmung ist bekanntlich eine mit dem Faktor v multiplizierte Maxwellverteilung. Die mittlere Geschwindigkeit dieser Verteilungsfunktion, $\bar{v} = \sqrt{9\pi kT/8m}$, ist nur um 18% grösser als für die ungestörte Maxwellverteilung im Ausgangszustand.

9 Dieses Ergebnis folgt aus Vergleichsmessungen, die mit dem von Patterson beschriebenen Typ von molekularen Drucksonden ausgeführt wurden; vgl. G. N. Patterson, UTIA Report 41 (1956) sowie K. R. Enkenhus, UTIA Report 43 (1957). Einzelheiten dieser Messungen werden in einer demnächst erscheinenden Arbeit mitgeteilt.
 10 Vgl. z.B. M Linzer und D F Hornig, *Phys of Fluids*, 6, 1661 (1963), dort sind auch ältere Literaturstellen zitiert.
 11a M Camac, *Phys of Fluids*, 7, 1076 (1964) sowie *Rarefied Gas Dynamics, IV, l.c.¹*.
 11b F Schultz-Grunow und A Frohn, *Rarefied Gas Dynamics, IV, l.c.¹* und D A Russel, *Rarefied Gas Dynamics, IV, l.c.¹*.
 12 K Bier u. O Hagena, *Z angew Physik*, 14, 658 (1962) sowie *Rarefied Gas Dynamics, III, l.c.¹*, S 478.
 13 K Bier, *Fortschritte der Physik*, 11, 325 (1963).
 14 A Kantowitz u. J Grey, *Rev Sci Instrum*, 22, 328 (1951).
 15 E W Becker u. K Bier, *Z Naturforschg*, 9a, 975 (1954).
 16 J B Anderson, R P Andres, J B Fenn u. G Maise, *Rarefied Gas Dynamics, IV, l.c.¹*.
 17 K Bier u. O Hagena, *Rarefied Gas Dynamics, IV, l.c.¹*.
 18 O Hagena, *Z angew Physik*, 16, 183 (1963).
 19 E W Becker u. W Henkes, *Z Physik*, 146, 320 (1956).
 20 O Hagena u. W Henkes, *Z Naturforschg*, 15a, 851 (1960).
 21 E Knuth, *Applied Mechanics Review*, 17, 751 (1964); sowie Univ of Calif, Los Angeles, Dept of Eng Report 64-53, Nov 1964.
 22 Als Relaxationszeit für die Einstellung des Gleichgewichtes der Translationsbewegung ergibt sich nach gaskinetischen Überlegungen $\tau_R = \eta/p = (5A/4\bar{v})$; (η = Zähigkeit). Vgl. z. B. A Eucken, *Lehrbuch der Chemischen Phys*, Bd II, 1, S 360 ff, Akad Verlagsges, Leipzig 1943.
 23 Bei der Kurve für $\kappa = 7/5$ wurde zur Berechnung von Φ im ganzen Strahl, bis zum Einfrieren der Translation, der isentrope Strömungsverlauf für ein Gas mit $\kappa = 7/5$ zugrunde gelegt. Es wurde also nicht berücksichtigt, dass vor den Translationsfreiheitsgraden die Rotationsfreiheitsgrade einfrieren sollten, das Gas sich bei der weiteren Expansion also wie ein einatomiges Gas verhalten sollte. Nach Abb. 9 kann man jedoch erwarten, dass diese Vernachlässigung nicht schwerwiegend ist. Dafür spricht auch, dass bei der Untersuchung der Rotationsrelaxation in Verdichtungsstössen ausser für H₂ kein unterschiedliches Verhalten in der Akkommodation der Translations- und Rotationsfreiheitsgrade gefunden wurde. Die Frage, wie der Strömungsverlauf in einem frei expandierenden Gasstrahl mit $\kappa = 7/5$, in dem die Rotationsfreiheitsgrade während der Expansion einfrieren, aus zwei Teilen mit $\kappa = 7/5$ u. $\kappa = 5/3$ zusammensetzen wäre, wird von Knuth in dem in 20 zitierten Bericht diskutiert.
 24 E W Becker, K Bier u. W Henkes, *Z Physik*, 146, 333 (1956).
 25 E W Becker, K Bier u. H Burghoff, *Z Naturforschg*, 10a, 565 (1955);
 26 E W Becker, W Beyrich, K Bier, H Burghoff u. F Zigan, *Z Naturforschg*, 12a, 609 (1957) sowie die im folgenden zitierten Arbeiten dieser Gruppe.
 27 Wegen der Anwendung des Trenneffektes auf die Trennung der Uranisotope vgl. E W Becker, K Bier, W Bier u. R Schütte, *Z Naturforschg*, 18a, 246 (1963).
 28 F Zigan, *Z Naturforschg*, 17a, 772 (1962) sowie F Zigan, Dissertation, Marburg 1958. In diesen Arbeiten wird gezeigt, dass innerhalb des frei expandierenden Strahls der Beitrag der Thermomodifikation zur Entmischung von verschiedenen schweren Komponenten im Vergleich zur Druckdiffusion zu vernachlässigen ist.
 29 P Turowski, Diplomarbeit, Marburg 1958.
 30 E W Becker, K Bier u. W Bier, *Z Naturforschg*, 17a, 778 (1962).
 31 P C Waterman u. S A Stern, *J Chem Phys*, 31, 405 (1959).
 32 J P Valleau u. J M Deckers, *Can J Chem*, 43, 6 (1965).
 33 Vgl. die ausführlichere Darstellung in der in Anm¹³ zitierten Arbeit; dort sind auch frühere theoretische Arbeiten von Cowling (1942), Dyakov (1954) und Sherman (1960) sowie experimentelle Untersuchungen von Stern u.a. (1960) und Bier (1960) zitiert.
 34 K Bier u. R Zeller, *Z Naturforschg* (im Druck).
 35 Vor einiger Zeit haben Reis und Fenn über die Trennung von H₂/N₂-Gemischen berichtet und dabei die mit einer Anordnung nach Abb. 10 beobachtete positive Entmischung auf die Abbremsung der Strömung in einem vom Abschäler abgelösten Verdichtungsstoss zurückgeführt [V R Reis u. J B Fenn, *J Chem Phys*, 39, 3240 (1963)]. Der abgelöste Verdichtungsstoss wurde dabei z.T. unbeabsichtigt durch den relativ grossen Strömungswiderstand des verwendeten Abschälerkanals, z.T. absichtlich durch Rückstau des Kerngases verursacht. Wir stimmen mit den Autoren darin überein, dass unter den von ihnen angewendeten Versuchsbedingungen ($K^* \approx 2.10^{-4}$ bis 5.10^{-3} ; $\Phi \gg 0,99$) eine merkliche Entmischung im ungestört expandierenden Strahl nicht zu erwarten ist. Da der abgelöste Verdichtungsstoss jedoch praktisch im ganzen vom Abschäler erfassten Stromfaden auf der Strömungsrichtung senkrecht steht und daher aus Kontinuitätsgründen nicht zu einer stationären Konzentrationsverschiebung im abströmenden Gasstrahl führen kann¹³, dürfte die von Reis und Fenn beobachtete Entmischung mit der Druckdiffusion in der divergierenden Unterschallströmung zwischen Abschäleröffnung und abgelöstem Verdichtungsstoss zu erklären sein. Im Gegensatz dazu wird bei den hier beschriebenen Versuchen (Abb. 14) gerade die entmischende Wirkung des mit der Nadel erzeugten, schrägen Verdichtungsstosses erfasst.