

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM  
KARLSRUHE**

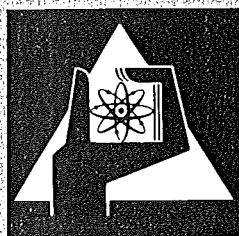
April 1973

KFK 1791

Institut für Reaktorentwicklung  
Projekt Schneller Brüter

**Vergleich marktreifer Finit-Element-Programme  
für die dynamische Strukturanalyse**

H. Zehlein



**GESELLSCHAFT  
FÜR  
KERNFORSCHUNG M.B.H.**

**KARLSRUHE**

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M.B.H.  
KARLSRUHE

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

KFK 1791

Institut für Reaktorentwicklung

Projekt Schneller Brüter

Vergleich marktreifer Finit-Element-Programme  
für die dynamische Strukturanalyse

---

Herbert Zehlein

Gesellschaft für Kernforschung m.b.H., Karlsruhe



## Zusammenfassung

Die vorliegende Studie skizziert die Theorie der Finit-Element-Methode und erläutert die Theorie der dynamischen Analyse diskreter Systeme. Hauptaufgabe des Berichtes ist die Beschreibung von Aufbau und Fähigkeiten wichtiger, marktreifer Computercodes zur automatischen statischen und dynamischen Analyse von Tragwerken und Kontinua mit Hilfe dieser Rechenverfahren. Dabei wird zwischen Mehrzwecksystemen (GPPS) und Spezialzwecksystemen (SPPS) nach geeigneten Kriterien unterschieden. Die 3 populärsten GPPS-Vertreter (STRUDL-II, ASKA, NASTRAN) werden im direkten Vergleich ausführlich erläutert. Einige Spezialzwecksysteme mit besonderen Fähigkeiten, die noch nicht Eingang in gängige GPPS gefunden haben, verdienen als "Sonderwerkzeuge" oder als Vorreiter für zukünftige Entwicklungen besondere Aufmerksamkeit. Aus den hier erarbeiteten Informationen über 21 verschiedene Codes müssen Schlußfolgerungen hinsichtlich der Eignung dieser Programme für die Anwendung auf aktuelle Probleme der Reaktorsicherheit gezogen werden: keiner der z.Zt.existierenden Codes besitzt die Fähigkeit zur Berechnung großer elastoplastischer Deformationen unter dynamischer Belastung, wie sie bei Reaktorunfällen auftreten können.

An Assessment of Commercially Available Finite-Element-Codes  
for the Dynamic Analysis of Structures

---

Abstract

The present study sketches the theory of the finite-element-method and gives a short introduction to the theory of dynamic analysis of discrete systems. The major task of this report is the description of the architecture and capabilities of important, commercially available computer codes for the static and dynamic analysis of structures and continua, which apply the abovementioned procedures. A distinction is made between General Purpose Program Systems (GPPS) and Special Purpose Program Systems (SPPS), following proper criteria. The 3 most popular GPPS-representatives (STRU DL-II, ASKA, NASTRAN) are explained by direct comparison. Some special purpose systems with outstanding capabilities which have not yet been assimilated by current GPPS's deserve attention as special tools or forerunners for future developments. The information drawn from 21 different codes leads to conclusions regarding the suitability of these programs for application to actual problems of Nuclear Reactor Safety: None of the existing Codes possesses the capability for computing large elasto-plastic deformations under dynamic loading to be met with reactor accident.

I n h a l t

	Seite
Zusammenfassung	I
Résumé	II
1. Zielsetzung	2
2. Vorbemerkung zur Theorie der dynamischen Analyse transienten Systemverhaltens	5
3. Die Bezeichnung GPPS und SPPS	13
4. GPPS	17
4.1 STRUDL II, ASKA, NASTRAN	17
4.2 weitere GPPS	29
5. SPPS	36
6. Schlußfolgerungen	42
7. Literatur	44
8. Tabellen	T1 bis T11
9. Anhänge	A1 bis A 4
9.1 Eigenwertanalyse	A 1
9.2 Nichtlineare Probleme	A 1

Anm.: Die im Text vorkommenden Abkürzungen werden in Tafel 1 erläutert.

## 1. Zielsetzung

In diesem Bericht wird der Versuch unternommen, eine kennzeichnende und kritisch wertende Zusammenstellung von Computercodes zur Lösung strukturmechanischer Probleme anzulegen und ihre gemeinsame theoretische Grundlage, die Finit-Element-Methode, zu erläutern, deren gegenüber anderen diskreten Verfahren zur numerischen Analyse komplizierter elastischer Tragwerke bevorzugte Eignung heute unbestritten ist. Das rechentechnische Konzept besteht dabei in der Unterteilung des untersuchten Kontinuums in endliche Bereiche. Im Innern dieser "finiten Elemente" werden die Feldgleichungen des Problems z.B. durch Anwendung geeigneter Variationsprinzipie (z.B. im Falle elastischer Strukturen Energiethoreme wie das Prinzip der minimalen potentiellen Energie oder das Prinzip der minimalen komplementären Arbeit) jeweils getrennt erfüllt. Dabei muß über die Verteilung wichtiger Größen, wie z.B. Dehnungen bzw. Verschiebungen (Steifigkeitsmethode, Verschiebungsmethode) oder Spannungen bzw. Kräfte (Flexibilitätenmethode, Kraftmethode), die später zu den unbekanntem Freiheitsgraden des Systems zusammengefaßt werden, a priori eine Voraussage in Form eines Interpolations-schemas gemacht werden. Die Willkür bei der Auswahl dieser Ansatzfunktionen wird eingeschränkt durch das Bestreben, die Konvergenz des Verfahrens gegen die wahre Lösung bei unbegrenzter Verfeinerung der Unterteilung zu gewährleisten. Durch das Unterteilen des Kontinuums in endliche Bereiche wird die Anwendung des Variationsprinzips als eine der möglichen Ideen zur Lösung des Problems in der Weise formalisiert, daß für alle Bereiche ein und dieselbe Rechenvorschrift eingeführt wird. Sie legt die Operationen fest, die mit den individuellen Eigenschaften (Geometrie, Lage, Material) eines jeden Bereichs unter Berücksichtigung der gewählten Interpolationsformeln und im Einklang mit dem zur mathematischen Beschreibung des physikalischen Problems z.B. verfügbaren Variationsprinzip einheitlich und in gleicher Weise durchzuführen sind. Die Art dieser Operationsvorschrift ist eine kennzeichnende Eigenschaft für alle ihr unterworfenen



Bereiche und definiert deshalb einen ganz bestimmten Bereichstypus (z.B. Balken, Membran, Platte, Schale), den man als "finite Element" bezeichnet. Diese Formalisierung typischer Bereiche ist eine Bedingung für die Automatisierung des Berechnungsganges. Die zweite erforderliche Bedingung ist die Symmetrie der Interpolation bezüglich der ein Element bestimmenden Unterelemente (z.B. Ecken eines Dreiecks). Sie stellt die Invarianz gegen geometrische Koordinaten und damit die Universalität der Methode sicher.

Das Wesen des FEM besteht in der Formulierung eines numer. Rechenmodells des im Kontinuum vorliegenden Verschiebungs- oder Spannungsfeldes mit geeigneten Funktionen (z.B. den sich aus den Dehnungs- oder Spannungsansätzen und dem Variationsprinzip ergebenden Formeln zur Berechnung der Systemsteifigkeit oder -flexibilität). Diese Funktionen müssen den Charakter der zu beschreibenden Phänomene widerspiegeln und sollen so beschaffen sein, daß sie eine im Prinzip beliebig genaue Annäherung an die wahre Lösung gestatten; ihr Zusammenwirken findet sich in der Verknüpfung der Funktionen zum Modell. Seine Erstellung ist also eine rein topologische Konstruktion. Die Heranziehung von Variationsprinzipien hat nur praktische Bedeutung: sie können die Auswahl geeigneter beschreibender Funktionen erleichtern, haben aber mit der Finit-Element-Methode sonst nichts zu tun.

Im Vordergrund der vorliegenden Studie steht die Prüfung der Eignung wichtiger Codes zur Simulation des Verhaltens komplizierter Tragwerke unter dynamischer Belastung. Allerdings können die Handhabung (Benutzerfreundlichkeit s. Abschn. 7) und Fragen zur Theorie der Eigenwertanalyse (s. Abschn. 10.1) hier nur am Rande behandelt werden. Der direkte Vergleich beschränkt sich auf die populärsten Mehrzwecksysteme (GPPS), von denen insbesondere STRUDL II, ASKA/DYNAN und NASTRAN zusätzlich in Tabellenform erläutert werden. Einige weitere allgemeine Codes und bedeutsame Spezialzwecksysteme (SPPS) werden mit stichwortartiger Beschreibung ihrer Besonderheiten aufgezählt. Programme mit sehr eng gefaßter Aufgabenstellung wie z.B. "Materialschwellen unter radioaktiver Bestrahlung" oder "Dynamische Verformung

von Platten durch Meteoritentreffer" wurden nicht in die Zusammenstellung aufgenommen. Deshalb fehlen hier einige in der nukleartechnologischen Literatur bekannte Namen. Ebenso bleiben allgemeine Finit-Differenzen-Codes zur Lösung partieller Differentialgleichungen, wie z.B. PDEL oder PISCES, hier unberücksichtigt, da sie wegen des größeren Anpassungsaufwands und/oder der Untauglichkeit für komplizierte Geometrien für allgemeine Tragwerksuntersuchungen nicht diskutabel sind.

Langjährige Beobachtungen anderer Autoren haben dazu geführt, daß zu dem hier behandelten Thema bereits eine weitläufige Prosa vorliegt. Aus verschiedenen Blickwinkeln und Motiven wurden unter Berücksichtigung ähnlicher früherer Versuche solche Vergleichsstudien vom AFFDL (WPAFB, USA, Verf.:Hartung) I.2/, vom ISD (Uni Stuttgart, Verf.:Buck)/I.16/, von der ASME (New York, Hrsg.: Margal)/I.1/ und von der NASA (LRC, USA, Verf.: McComb, JC.) /I.3, I.4/ veröffentlicht. Wie diese stützt sich die vorliegende Mitteilung auf 3 Informationsquellen:

- a) eigenes Erleiden
- b) persönliche Mitteilungen
- c) Fachschrifftum

Für die Unvollständigkeit der Darstellung sind die beiden erstgenannten Herkünfte verantwortlich, die Ungenauigkeiten sind der dritten Quelle anzukreiden. Zur Behebung beider Mängelarten wird die korrigierende Mitwirkung des Lesers erbeten.

2. Vorbemerkung zur Theorie der dynamischen Analyse transienten Systemverhaltens.

2.1 Fallunterscheidung

Die mathematische Analyse des dynamischen Verhaltens technischer Systeme benutzt meist zu deren Idealisierung eine Klasse von Problemen, bei denen ein quadratischer Ausdruck den Zusammenhang zwischen Verschiebungs- und Belastungszustand herstellt. Durch Diskretisierung, d.h. Darstellung des Kontinuums mit Hilfe einer endlichen Anzahl von Freiheitsgraden gelangt man zu einer Matrizengleichung der Form

$$[Mq^2 + Cq + K] \cdot \{r\} = \{R\}$$

wo            M, C, K    :    Massen-, Dämpfungs-, Steifigkeitsmatrix  
              r            :    Verschiebungsvektor  
              R            :    Belastungsvektor

Nach Form und Bedeutung von q sind in dieser Darstellung folgende 3 Fälle enthalten:

- a) q nicht spezifiziert: i.a. komplexe Eigenwertanalyse. Der Sonderfall

$$[C] = \alpha \cdot [M] + \beta [K] \quad (\alpha, \beta \text{ reell})$$

d.h. proportionale Dämpfung, führt auf ein reelles Eigenwertproblem.

- b)  $q = i\omega$  : Frequenzganganalyse  
c)  $q = d/dt$  (zeitl. Ableitung) : transiente Analyse

Anschließend wird gezeigt, daß und in welcher Weise alle diese 3 Fälle für die dynamische Analyse transienten Systemverhaltens bedeutsam sind.

2.2 Rechenverfahren    (I.1 bis 3, I.19 bis I.27)

Folgende Systematik soll hier kurz erläutert werden:

- a) Normal-Mode-Superposition  
  aa) Eigenwertanalyse  
  ab) Frequenzgang-Analyse

- b) Direkte Integration
  - ba) implizite Integration
  - bb) explizite Integration

Wegen der vorausgesetzten Superponierbarkeit der Modes (=Verschiebungskonfigurationen) ist die Normal-Mode-Methode (NMM) nur auf lineare Probleme anwendbar. Sie beschreibt den Verschiebungszustand generalisierter Massen  $M_r$  durch Überlagerung der mit speziellen generalisierten Koordinaten  $\xi_r(t)$ , den sogenannten "normalen Koordinaten", gewichteten Modes  $p_r(x)$ . Die normalen Koordinaten sind nur zeitabhängig und haben die kennzeichnende Eigenschaft, daß in ihnen das lineare System weder statisch noch dynamisch verkoppelt ist. Die Modes\* sind nur ortsabhängig und haben die kennzeichnende Eigenschaft, zueinander orthogonal zu sein. Sie sind den Eigenschwingungsformen des ungedämpften Frei-Frei-Systems äquivalent; ihre Anzahl ist gleich der Anzahl der generalisierten Koordinaten (Freiheitsgrade). Der Nachweis, daß jeder dieser Verschiebungsformen ein charakteristischer Zahlenwert  $\omega_r$  zugeordnet ist, welcher der Frequenz entspricht, bei der die generalisierten Massen gleichphasig in der jeweiligen Konfiguration (Mode) schwingen, ist Gegenstand der Matrizen-Eigenwertanalyse, auf die hier nur kurz im Anhang (s. Abschn. 10.1) eingegangen werden kann. Die Separation in einen zeit- und ortsabhängigen Verschiebungsfaktor erfolgt für jede aller an einem beliebigen Ort  $x$  zur Zeit  $t$  zu überlagernden  $n$  natürlichen Verschiebungsformen (Modes). Die Superposition liefert als Gesamtverschiebung

$$u(x, t) = \sum_{r=1}^n \xi_r(t) \cdot p_r(x)$$

$$\text{wo} \quad \xi_r(t) = \frac{R_0 \cdot \overline{\Pi}_r}{\omega_r^2 M_r} \cdot D_r(t)$$

Bezeichnungen:

a)  $N_r = R_0 \overline{\Pi}_r \cdot f(t)$  verallgemeinerte Last des  $r$ -ten Modes

---

\*Anm.: ausführliche Bezeichnungen: normale, natürliche Modes, engl. auch "principal" modes

$R_0$  Maximallast (zu Normierungszwecken)

$\omega_r$  Frequenz des r-ten Modes

b)  $\{F\} = R_0 \cdot f(t) \cdot \{\varphi_j\}$  äußere Last (Erregung)  
 $m \times 1$   $m \times 1$   $j = 1, 2, \dots, m$  Punkte belastet

$\varphi = \varphi(x_j)$  Belastungsverteilung

Die Partizipationszahl  $\Pi_r$  ergibt sich bei Ermittlung der generalisierten Last  $N_r$  des r-ten Modes aus dem Prinzip der virtuellen Arbeit (PVA) zu  $\Pi_r = \{\varphi_j\} \{P_{rj}\}$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ . Ebenso ist die generalisierte Masse  $M_r$  eine Kennzahl der Verschiebungsform:  $M_r = \int m \varphi^2(x) dx$ . Die Zeitabhängigkeit des Zeitfaktors  $\xi_r$  konzentriert sich auf die zeitabhängige Stoßwertzahl  $D_r(t)$  (engl. "dynamic load factor"). Sie gibt an, um wievielfach größer die dynamische Verschiebung  $\xi_r$  der r-ten Verschiebungsform gegenüber dem entsprechenden Fall statischer Aufbringung derselben Belastung ist. Die Stoßwertzahl ist abhängig von der Eigenfrequenz ihrer Verschiebungsform, von der Dämpfung  $\delta$  und vom zeitlichen Verlauf  $f(t)$  der Erregung:

$$D_r(t) = D_r(\omega_r, \delta, f(t))$$

Aufgrund der letztgenannten Abhängigkeit ist sie ein geeignetes Instrument zur Simulation (transienten) Systemverhaltens unter zeitl. beliebigem Erregungsverlauf. Ihr Wert zum Zeitpunkt  $t$  infolge eines zu einem

früheren Zeitpunkt  $\tau$  aufgetretenen Einheits-Erregungsimpulses  $1 \cdot \Delta\tau$  sei  $\eta(t, \tau) \equiv d_r(t - \tau) = D_r(t - \tau) / f(\tau) = 1$ . Dann ergibt sich die dynamische Gesamtverformung durch Überlagerung der einzelnen Systemantworten auf die Einzelimpulse  $f(\tau) \Delta\tau$ . Ist  $f(\tau)$  stetig, so ist die Stoßzahl das Riemannsche Integral, das dem Grenzwert der folgenden Summe entspricht:

$$D_r(t) = \sum_{i=0}^n \eta(t, \tau_i) \cdot f(\tau_i) \Delta\tau_i$$

$0 \leq \tau_i \leq t$  ;  $\sum \Delta\tau_i = t - \tau$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} D_r(t) = \int_{\tau=0}^t \eta(t, \tau) f(\tau) dt$$

Hauptanwendungsgebiet der Eigenwertanalyse ist die Ermittlung der Eigenschwingungsformen und der Frequenzen linearer Systeme. Eine Zusammenstellung wichtiger Rechenverfahren wird in Abschn. 10.1 gegeben.

Für den technisch wichtigen Fall harmonischer Erregung steht die aus der Regelungstechnik bekannte Frequenzgang-Methode \* zur Verfügung. In diesem speziellen Fall ermöglicht die besondere Form  $f(t) = e^{i\Omega t}$  der Erregungskraft an einem Freiheitsgrad die bequeme Anwendung der Laplace-Transformation zur Überführung des Systems linearer Differentialgleichungen, welches die Bewegung des mechanischen Systems bestimmt, in ein System linearer algebraischer Bestimmungsgleichungen für die Wurzeln der charakteristischen Gleichung des Problems, dessen Anfangsbedingungen jetzt direkt eingeführt werden können. Aus den Aussagen über Anfangsverschiebung, Anfangsgeschwindigkeit und Anfangsbeschleunigung (technisch: Erregerkraft) erhält man so für jeden Freiheitsgrad 3 Koeffizienten  $a_1, a_2, a_3$ , die seine Bewegung als Überlagerung eines transienten ( $a_1, a_2$ ) und eines stationären Teils ( $a_3$ ) beschreiben:

$$u(t) = a_1 e^{z t} + a_2 e^{\bar{z} t} + a_3 e^{i\Omega t}$$

Für den stationären Teil ist die Separation in einen (mit der Erregung identischen) Zeitfaktor und einen nur von der Erregungsfrequenz und den Systemeigenschaften (Masse, Steifigkeit, Dämpfung) abhängenden Faktor möglich:

$$a_3 = V(\Omega) = |V(\Omega)| \cdot e^{i\psi}$$

Hier hat der i.a. komplexe (Namengebung der Methode!), zeitunabhängige Anteil einen besonderen Trivialnamen: Vergrößerungszahl  $V(\Omega)$  (engl. "magnification factor" \*\*). Ähnlich wie die Stoßwertzahl der Normal-Mode-Methode gibt er das Verhältnis der stationären, dynamischen Verschiebung zur statischen Verschiebung unter einer der Erregung entsprechenden Kraft an, ist aber zeitunabhängig und komplex. Bei einer endlichen Anzahl  $m$  von Systemfreiheitsgraden  $j$  sind die  $m$  Erregungskräfte  $R_j$  im allgemeinen nicht synchron:

$$R_j(t) = R_{0j} \cdot f_j(t); \quad f_j(t) = e^{i(\Omega_j t - \psi_j)}$$

\*) engl. "frequency response"

\*\*\*) (Anmerkung: Nicht zu verwechseln mit dem Verstärkungsfaktor bei der Stoßbiegung geschlossener Schalen).

Hier ist der sogenannte "dynamische Vergrößerungsfaktor" sowohl an den Ort  $g$  der gemessenen Verschiebung als auch an den Ort  $h$  der Erregung (Verknüpfung über Einflußkoeffizient  $k_{gh}$ ) gebunden:

$$V_{kj} = \frac{q_g(t)_{\max, \text{dyn}}}{k_{gh} \cdot Q_{oh}} \quad (q \equiv u_{\text{stationär}})$$

und daher nicht populär. Es existieren  $m$  diskrete  $\Omega_j = \omega_r$ , für welche die ungedämpften  $V_j$  gleichphasig über alle Grenzen wachsen (Resonanz).

Die Gesamtbewegung des Systems ergibt sich aus der Summierung der Normal Modes, d.h. durch Überlagerung  $m$  harmonischer Schwingungen der Frequenz  $\omega_r$  ( $r=1,2,\dots,m$ ). Deshalb ist die Frequenzgang-Methode ein Normal-Mode-Verfahren und in der Anwendung auf lineare Systeme beschränkt. Sie gestattet allerdings die Simulation diskontinuierlicher oder diskreter Frequenzspektren durch Entwicklung nichtharmonischer periodischer Erregungs-Kräfte (exakt) oder nichtharmonischer, nicht-periodischer Kräfte (approximativ, Geltungsbereich  $t < 2T$ ) Erregungsdauer) in Fourier-Reihen und sogar die Berücksichtigung kontinuierlicher Frequenzspektren durch Darstellung nichtperiodischer Erregungskräfte durch Fourierintegrale. Ihre numerische Berechnung ist selbst mit Computern der 3. Generation i.a. unökonomisch. Deshalb stehen heute Fourier-Analysen stochastischer Belastungen (engl. "random-response") im Vordergrund. Hauptanwendungsgebiet der Frequenzgang-Methode ist deshalb z.Zt. die seismische Analyse (engl. "aseismic design") von Bauwerken.

Während die Computeranalyse technischer Systeme mit Normal-Mode-Methoden wegen des hohen Speicherplatzbedarfs der ihre praktische Anwendung ermöglichenden Algorithmen (s.10.1) Resultate liefert, deren Preis und Güte sehr wesentlich von der Qualität der Datenstruktur und - wegen der meist unumgänglichen Heranziehung von Matrizen-Kondensations-techniken - vom erfahrenen Urteil des Benutzers bestimmt werden, hängt der Erfolg der nachstehend beschriebenen Verfahren mit direkter Integration (DI) weitgehend von der Wahl des Integrationsalgorithmus ab.

/I.19 bis 27/ Hier sind grundsätzlich zwei Vorgehensweisen möglich:

schrittweise zeitliche Integration des assemblierten Systems oder Berücksichtigung der Zeitintegration innerhalb eines jeden finiten Elements durch Einführung einer zusätzlichen Interpolationsvorschrift für den "Freiheitsgrad Zeit" ("finite-elements in space and time" /II.39 /). Der zweite Weg befindet sich gegenwärtig im Stadium hoffnungsvollen Experimentierens und hat noch nicht Eingang in einen existierenden Code gefunden. Deshalb beschränken sich die nachfolgenden Bemerkungen auf den ersten Weg. Dort muß unter Berücksichtigung störender Einflüsse (z.B. Abbruchs- und Rundungsfehler) auf die Effektivität (Konvergenz) des Integrationsalgorithmus ein Kompromiß zwischen den Wünschen nach Genauigkeit und Stabilität geschlossen werden. Dies geschieht bei den hier vorherrschenden Finit-Differenz-Integrationen meist (wie z.B. bei der Newmark- $\beta$ - Methode /I.21/) durch Einführung eines Stabilitätsparameters ( $\beta$ ) in die (eindimensionale) "Sternsgleichung" (hier Extrapolationsvorschrift, z.B. "central difference equation"). Liegt dessen Wert einmal fest, so kann der Benutzer des Codes nicht mehr viel Schaden stiften.

Man spricht von direkter Integration, weil bei dieser Methode unmittelbar die Knotenpunktverschiebungen als dynamische Freiheitsgrade interpretiert werden [Anm.: Selbstverständlich kann jedes schrittweise Vorwärtsintegrationsverfahren (z.B. Euler, Runge-Kutta, Newmark  $\beta$ , Wilson etc.) auch auf Mode-Koordinaten angewandt werden. Dort existiert sogar wegen der Entkopplung der linearen Differentialgleichungen - eine analytische Lösung (Faltungsintegral), die zur Konstruktion einer Rekursionsvorschrift für jeden neuen zeitlichen Extrapolationsschritt herangezogen werden kann. Die Zielsetzung der direkten Integration ist aber ehrgeiziger als dieser triviale, aber technisch wichtige Sonderfall]. Bei der impliziten Integration wird innerhalb eines Zeitschritts die Lösung an allen Knotenpunkten des Systems gleichzeitig extrapoliert. Dieses Vorgehen ermöglicht die direkte Simulation statischer und dynamischer Kopplung der Freiheitsgrade, erfordert aber bei jedem Schritt die Lösung eines simultanen Gleichungssystems. Die Massenmatrix muß hier keine Diagonalmatrix sein, und der Belastungsvektor ergibt sich für jedes Intervall aus dem zeitlichen Verlauf der dynamischen äußeren Kräfte. Die implizite Variante eignet sich somit



zur Analyse nichtlinearer Systeme, da sie auf Entkopplung und Superponierbarkeit von Teillösungen verzichten kann. Dabei muß i.a. in jedem Intervall eine neue Tangentensteifigkeit ermittelt werden, was bei jedem Schritt eine neue Triangularisierung erfordert. /I.-20/ Es hängt von der Ökonomie des Einzelfalles ab, ob die Lösung des Gleichungssystemes besser durch einen direkten Lösungsalgorithmus für die Verschiebungen oder durch Inversion der Steifigkeitsmatrix und Vormultiplikation in den für jeden Zeitschritt neu berechneten Lastvektor gefunden wird. Die zweite Möglichkeit könnte für lineare Systeme günstiger sein. Die implizite Methode ist i.a. eigenstabil; (Anm.: Natürlich läßt sich auch hier Instabilität künstlich erzwingen. Wichtig ist nur die Existenz unbedingt stabiler Algorithmen). Die Größe des Zeitintervalls darf sich während der Iteration ändern und richtet sich nur nach den Anforderungen an die Ökonomie und Konvergenz der Rechnung.

Bei der expliziten Integration werden innerhalb eines Zeitschrittes neue Lösungen für jeden Knoten getrennt ohne Rücksicht auf Nachbarknoten extrapoliert. Durch diesen vereinfachenden Trick, der bei schwacher Kopplung realistische Gleichungen liefert, wird die rechenintensive Lösung des Systems simultaner Gleichungen umgangen und durch die sukzessive Ermittlung explizit darstellbarer Verschiebungen ersetzt, was programmieretechnisch sehr einfach innerhalb einer alle Freiheitsgrade umfassenden Schleife erfolgen kann. Dieses Vorgehen funktioniert, weil man sich hier mit einer diagonalen Massenmatrix begnügt, die entweder von vornherein in der gewünschten Form liegt (Punktmassensystem!) oder durch eine geeignete Diagonalisierung bzw. Kondensation auf die gewünschte Form reduziert werden muß. Die explizite Methode ermöglicht immerhin auch die analoge bzw. äquivalente (Energimethoden!) Simulation statischer und dynamischer Kopplung bei der Ermittlung der Koeffizienten der separaten Gleichungen. Allerdings ist der Gültigkeitsbereich solcher "verschmierter Kopplungszuschläge" in jedem Einzelfall gesondert nachzuweisen. Unter dieser praktisch nicht hemmenden Einschränkung eignet sich die explizite Variante ebenfalls zur dynamischen Analyse nichtlinearer Systeme. Allerdings ist sie nicht eigenstabil; die Größe des Zeitschritts ist ein Kompromiß zwischen den Forderungen nach Konvergenz und Stabilität.

2.3 Kritik der Rechenverfahren /I.1, I.2, I.3 /

Die Normal-Mode-Verfahren sind heute in ihrer Anwendung auf große technische Probleme ausgereift. Es stehen neben Kondensationstechniken auch für nichtproportionale Dämpfung erprobte Verfahren (s.10.1) zur (komplexen) Eigenwertanalyse zur Verfügung. Da sie auf der Superponierbarkeit entkoppelter Teillösungen beruhen, sind sie aber ungeeignet, das dynamische Verhalten nichtlinearer Tragwerke und Kontinua bei großen Verschiebungen und Drehungen zu beschreiben. Für solche Vorhaben kommen nur direkte Integrationsverfahren in Frage. Die implizite Variante bleibt aus ökonomischen Gründen z.Zt. wohl noch auf lineare Systeme beschränkt, da dort die Schrittweite der Integration ohne Rücksichtnahme auf Stabilitätsgesichtspunkte groß gewählt werden kann, sofern nicht eine hohe Frequenz der Systemantwort dies verbietet. (Dann ist die Normal-Mode-Methode wieder im Vorteil). Für nichtlineare Probleme ist dieses Vorgehen zu kostspielig. Hier beherrscht die explizite Integration das Feld, selbst wenn der Zeitschritt aus Stabilitäts- oder Genauigkeitsgründen dort merklich kleiner sein muß. Dies gilt besonders für den Fall großer, evtl. sogar plastischer Verformungen, weil dann mindestens die Steifigkeitsmatrix des Systems in jedem Extrapolationsintervall neu berechnet werden muß. Weitaus die meisten experimentellen (SPPS) Codes des Abschn.6 verwenden die explizite Integration, soweit sie sich überhaupt an große Deformationen unter dynamischer Belastung heranwagen.

Selbstverständlich stehen auch für die direkte Integration geeignete Kondensationsalgorithmen für Massen-, Steifigkeits- und Dämpfungsmatrix zur Verfügung.

Bei linearen Systemen wird die Konkurrenz Normal-Mode-Methode (NMM) contra Direkte Integration (DI) erfahrungsgemäß am besten nach folgendem Kriterium entschieden:

Das Verfahren  $\left\{ \begin{array}{l} \text{NMM} \\ \text{DI} \end{array} \right\}$  ist vorteilhaft, wenn

eine  $\left\{ \begin{array}{l} \text{begrenzte} \\ \text{große} \end{array} \right\}$  Anzahl Modes erregt wird und die Zeit-

schritte  $\left\{ \begin{array}{l} \text{groß} \\ \text{klein} \end{array} \right\}$  sein  $\left\{ \begin{array}{l} \text{dürfen} \\ \text{müssen} \end{array} \right\}$  wie z.B. im Falle

$\left\{ \begin{array}{l} \text{weniger hoher Frequenzen} \\ \text{eines vollen Spektrums (kleiner und/oder dichter) Frequenzen.} \end{array} \right\}$

Für Stoß- und Druckwellen eignet sich besonders die DI.

### 3. Die Bezeichnung GPPS und SPSS

Die vorliegende Studie unterscheidet zwischen Mehrzwecksystemen (GPPS = General Purpose Program System) und Spezialzwecksystemen (SPSS = Special Purpose Program System).

Dabei wird einem Code die Qualifikation als GPPS zugesprochen, wenn er

- a) dem Stadium experimenteller Anwendung entwachsen und
- b) in wesentlichen, die Effektivität stark beeinflussenden Programmteilen nicht maschinenabhängig

ist, sowie dem Benutzer folgende 6 Freiheiten gewährt:

1. Kombinationsfreiheit der Elemente
2. Dimensionsfreiheit der Problemformulierung
3. Konfigurationsfreiheit der geometrischen Diskretisierung
4. Orientierungsfreiheit der Koordinatensysteme
5. Materialfreiheit
6. Wahlfreiheit des Betriebssystems

Hierzu einige beispielhafte Erläuterungen:

Die Kombination verschiedenartiger Elemente muß natürlich physikalisch sinnvoll bleiben. So wird man i.a. rotationssymmetrische Elemente

nicht in Strukturmodellen verwenden, deren Knoten in kartesischen Koordinaten gegeben sind. Die Ankopplung von Balken- und Plattenelementen an Membran- und/oder 3-dimensionalen Festkörperelementen soll aber durch geeignete Unterdrückungsroutinen (für die DOF) ermöglicht werden. Diese Möglichkeit vergrößert auch die Freiheit der Idealisierung von Dimensionsbeschränkungen. So muß es z.B. möglich sein, einen kurzen I-Träger u.a. auf folgende Arten zu beschreiben: a) als eindimensionales Balkenelement (Querschritteigenschaften integral erfaßt wie z.B. in der elementaren, technischen Biegelehre), b) als Modell aus 2 Zugstäben für die beiden Flansche und einem 2-dimensionalen Membranelement für den Steg, c) als "Mauerwerk" aus lauter 3-dimensionalen Quader- oder Tetraederelementen. Auch die Bildung von "Superelementen" - s.o. Beispiel b) oder z.B. die Formulierung eines laminierten "Superbalkens" durch geschickte Verknüpfung elementarer Balken (oder Stäbe) - sollte möglich sein. Allerdings ist die Realisierung solcher Ideen mit einem SPPS meist einfacher, da der Implementierungsaufwand beim GPPS wegen der zahlreichen Interfaces erheblich größer ist. Lage und Gestalt der Elemente sollten beliebig sein dürfen. Codes, bei denen z.B. Balken nur parallel zu Koordinatenrichtungen liegen dürfen, sind SPPS. Die elastischen Konstanten sollen temperaturabhängig und anisotrop sein dürfen; d.h. sie können sowohl von Element zu Element (bzw. von Knoten zu Knoten) als auch in den 3 Raumrichtungen variieren. Die freie Wahl des Betriebssystems ist in erster Linie ein dem Anbieter dienendes Verkaufsargument.

Eine wichtige Hilfe zur Steigerung der Diskretisierungsfreiheit und der Ökonomie eines Finit-Element-Codes ist das Substruktur-Konzept /I.8 -I.12/. Dabei vertritt diese Studie wie die überwiegende Mehrheit der berufenen Autoren die strengere Definition der Bezeichnung Substruktur als willkürliche Zusammenfassung beliebiger Freiheitsgrade im Unterschied zur Verwendung des Begriffs zur Kennzeichnung einer Gruppe gleicher oder gleichartiger Elemente. Beim letztgenannten Vorgehen /II.22 / sollte man besser von Macro- oder Superelementen sprechen. Das Substruktur-Konzept nach dem hier gewählten Verständnis beinhaltet sowohl die Technik der Zusammenfassung vom Benutzer spezifizierter Freiheitsgrade zu Teilnetzen, die "Substrukturen" genannt

werden und die Bildung der zugehörigen Systemmatrizen (Steifigkeit, Masse, Dämpfung, Belastung) als auch deren Verknüpfung zur Gesamtstruktur nach Maßgabe der vom Benutzer spezifizierten jeweils gemeinsamen Freiheitsgrade (diese sind bezüglich der Substruktur "extern"). Die routinemäßige Verfügbarkeit solcher Substrukturtechniken stellt eine wichtige Voraussetzung für die wirtschaftliche Computersynthese von Tragwerken durch schrittweise Modifikation /I.13 - I.15/ dar (Optimierungsproblem).

Alle heute schon verfügbaren GPPS sind in der routinemäßigen Anwendung auf lineare Tragwerke und Kontinua beschränkt. Einige wenige haben für Sonderfälle die Berücksichtigung von Nichtlinearitäten vorgesehen /I.1, I.7, I.29, II.14, II.17, II.21a, II.38/, die aber statische Belastung und kleine Verformungen voraussetzen. GPPS für Probleme, bei denen große Verschiebungen und Drehungen unter dynamischer Last bei Berücksichtigung plastischen Materialverhaltens eine wichtige Rolle spielen, wurden bisher überhaupt nicht bekannt. Lediglich ähnliche Fragestellungen, wie die Ermittlung von Schweißeigenstressungen /I.17, I.18/ oder das dynamische, elastoplastische Verhalten flacher und/oder rotationssymmetrischer Schalen /III.7-III.14/ sowie spezielle thermomechanische Fragestellungen /III.18/ wurden mit experimentellen Codes bearbeitet. Dort werden aber stets entweder bei der Struktur (z.B. bei I.17, I.18 Beschränkung auf Eindimensionalität) oder bei der Belastung (z.B. bei III.18 keine dynamische Last) Einschränkungen gemacht, welche die Eignung für die Anwendung auf Probleme der dynamischen Analyse (z.B. transienter Verformung von Reaktor-Cores) in Frage stellen. Dennoch sind die mit diesen SPPS gewonnenen Erfahrungen für den Entwurf eines Codes zur Simulation der dynamischen Verformung eines Tragwerks so wertvoll, daß ihren wichtigsten Vertretern hier ein eigener Abschnitt (6) gewidmet wird.

Anschließend folgen eine Liste von Einrichtungen, die ein GPPS nach dem aktuellen Stand der Kunst haben sollte, und eine Gegenüberstellung von Vor- und Nachteilen eines GPPS.

a) Wichtige Einrichtungen bei einem Finit-Element-GPPS:

- Modularer Aufbau
- Eigenes Exekutiv-Modul (evtl. feste Formate für standardisierte Anwendungsfälle)
- Eigenes Paket für Matrizenoperationen
- Angemessene Element-Bibliothek
- Optimale Software-Architektur (bezügl. der dynamischen Benutzung von Haupt- und Nebenspeicher sowie Peripherie)
- Möglichkeit zum "Restart" und zur Bandrettung großer Datenmengen
- Automatisierte E/A (z.B. "Mesh Generator")
- Eingabe-Kontrollen (z.B. CRT-Display, Plotter)
- Alternative zur wahlweisen Benutzung der direkten und der modalen Methode bei der dynamischen Methode
- Sonderroutrinen für Band- und Dreiecksmatrizen

b) Vor- und Nachteile eines GPPS/I.3/

Vorteile:

- wichtige Neuerungen theoretischer oder programmierungstechnischer Art lassen sich schnell implementieren
- Neue Module können leicht hinzugefügt werden
- hohe Benutzerfreundlichkeit
- weites Spektrum lösbarer Probleme
- der Benutzer muß nur einen Code ("Sprache") erlernen

Nachteile:

- hohe Startkosten
- zentrale Programmbetreuung erforderlich
- "Black-Box"-Phlegma (d.h. ein Durchschnittsprogrammierer kann selbständig schon keine Eingriffe mehr vornehmen)
- Benutzer benötigt Anfangsunterweisung
- bei Änderungen am Betriebssystem werden Anpassungsarbeiten am Code fällig. Dafür ist ein "Betriebskosten-Budget" bereitzustellen.
- Ein SPPS benötigt u.a. für ein gleichgroßes Problem kürzere Rechenzeiten.

#### 4. GPPS

##### 4.1 STRUDL II, ASKA/DYNAN, NASTRAN

Einen direkten Vergleich dieser 3 Programmsysteme bietet Tafel 3. Alle 3 Codes sind verfügbar bzw. beschaffbar und populär. Jeder kann statische Probleme von ca. 30000 Unbekannten und dynamische Probleme zwischen 100 und 200 Freiheitsgraden mit vernünftigem Aufwand routinemäßig lösen (z.B. verarbeitet DYNAN bei einem 65k-Worte-Computercore noch eine dynamische Matrix der Dimension 130x130).

Spezifische Unterschiede bestehen zwischen den 3 Systemen in der Auffassung zur Klassifikation der Freiheitsgrade (z.B. "dynamic points" bei STRUDL II; bei NASTRAN noch ausgeprägter z.B. in den "extra points" für dynamische Analyse oder in der Unterscheidung zwischen "grid-points" mit je 6 DOF's und "SCALAR points" mit je 1 DOF). Einzelheiten über solche Feinheiten entnehme man der einschlägigen Dokumentation / II.3 - II.11/.

Bevor anschließend auf einige Besonderheiten eines jeden einzelnen Codes eingegangen wird, sollen deren typische Vorzüge und Gebrechen aufgezählt werden:

##### a) Typische Vorzüge

- STRUDL II: Zugehörigkeit zum integrierten System ICES, Rahmen-Optimierung, Beton-Stabwerke und -Rahmen
- ASKA/DYNAN: DRS, NONLIN, umfangreiche Elementbibliothek
- NASTRAN : 12 "rigid formats", Bildschirmersatz, Bandbreiteminimierung, Plotter

##### b) Typische Nachteile

- STRUDL II : kein eigenständiges Paket für Matrizenoperationen;
- ASKA/DYNAN: Dynamische Analyse nur in Normal Modes, keine Direkte Integration
- NASTRAN: noch keine Substrukturen möglich

- S T R U D L II - /II.1 - II.6 /

Das Programmsystem STRUDL II dürfte seine Verbreitung und Popularität seiner kostenlosen Erhältlichkeit und seiner Zugehörigkeit zum ICES-System sowie der Tatsache verdanken, daß es als erstes der 3 hier besprochenen Software-Pakete praxisnah operationell wurde. In ihm sind Erfahrungen mit dem Vorläufer-Code STRESS /II.1, II.2/ verwertet.

Die Standardversion umfaßt eine relativ bescheidene Elementbibliothek von 19 ebenen und 3 räumlichen Typen. STRUDL-II bietet die Möglichkeit zur routinemäßigen Behandlung folgender Problemarten:

- a) Optimierung von Rahmenwerken
- b) Dynamische Analyse linearer Tragwerke
- c) Geometrische Nichtlinearitäten
- d) Stabilitätsprobleme
- e) Auslegung von Stabwerken und Rahmen aus Beton.

Unter den ICES-Benutzern findet zusätzlich ein Erfahrungsaustausch über Sonderentwicklungen (spezielle finite Elemente und/oder Lösungsalgorithmen) statt.

Die Optimierungsprozeduren unterliegen folgenden Einschränkungen: nur lineare Rahmentragwerke, nur Spannungsrestriktionen (d.h. keine Nebenbedingungen für die Verschiebungen), nur Ähnlichkeitsbedingungen (sog. "equality constraints") für parametergebundene Querschnitte (Profilgruppen). Für die dynamische Analyse, die sowohl die Normal-Mode-Methode als auch direkte Integration vorsieht, existiert bisher nur eine Test - Version in Single Precision. Der Output ist festgelegt und kann vom Benutzer nicht beeinflußt werden. Die Massen können punktweise ("lumped masses") oder konsistent eingegeben werden. Die Möglichkeit zur Berechnung kinematisch konsistenter Massenmatrizen innerhalb STRUDL-II sind auf einige wenige Elemente beschränkt. Für die Eingabe extern ermittelter Matrizen gibt es eigene Instruktionen.



Über die Dämpfungs-Idealisierung geben die Manuals /II.3 - II.5/ keine befriedigende Auskunft. Unter diesen Umständen muß der dynamische Teil von STRUDL-II als experimentell bezeichnet werden. Wesentliche GPPS-Merkmale fehlen; außerdem können noch keine nichtlinearen dynamischen Probleme gelöst werden.

Die in STRUDL-II vorhandenen Algorithmen zur Behandlung geometrischer Nichtlinearität (im Last-Verschiebungsverhalten) zielen auf die Lösung von Beulproblemen. Die Verfahren ermitteln Last-Inkrementen für jeweils nur einen Lastfall. Die Elemente müssen prismatisch sein. Verteilte Lasten sind höchstens gleichförmig zugelassen. Zwei zyklische Algorithmen stehen zur Verfügung: ein sukzessives Substitutionsverfahren ("functional iteration") und eine Newton-Raphson-Prozedur. Der Rechenaufwand ist schon bei einfachen Strukturen erheblich, da in jedem Schritt eine lineare statische Analyse auf der Grundlage der Tangentialsteifigkeit durchgeführt wird. Der Beulfaktor (= Proportionalitätsfaktor zwischen gegebener Last und dazu affiner, kleinster "Knicklast", siehe z.B. auch II.1 - II.4) wird mit der sogenannten "Stodola-Vianello-Iteration" ermittelt. Die Weiterverfolgung der Deformation ins Nachbeulgebiet hinein ist nicht möglich. Dynamische Analysen nichtlinearer Tragwerke und werkstoffbedingte Nichtlinearitäten können mit STRUDL-II nicht routinemäßig behandelt werden. Damit beschränkt sich der nichtlineare Teil von STRUDL-II auf Probleme, die folgenden Bedingungen gleichzeitig genügen müssen: nur geometrische Nichtlinearität bei kleinen Dehnungen und Drehungen, rein elastisches Verhalten, nur statische Belastungen.

Für die Auslegung von Rahmenwerken aus Beton existiert ein eigener Programmteil. Seine Anwendung ist aber auf rahmenartige Hochbaustrukturen (z.B. Gebäudeskelette, Brückenstützen und -gurte) begrenzt. Die Berechnung von Massivbauten aus Beton (z.B. Reaktor-Containments) ist mit STRUDL-II nicht möglich.

Bei den programmiertechnischen Besonderheiten dürften sich die Vor- und Nachteile der Einbettung von STRUDL-II in das ICES-Konzept etwa die Waage halten.

Das Vorhandensein einer eigenen Sprache zur Definition von Instruktionen (CDL) gestattet den "Eigenbau" neuer, problemorientierter Sprachen (POL). Ein weiterer Vorzug ist die Programmiersprache ICETLAN, die für ein flexibles Datenmanagement sorgt, bei dem sich der Benutzer eines virtuellen Kernspeichers bedienen kann, ohne sich um die hardwarebedingten Grenzen des realen Computercores kümmern zu müssen. Natürlich kostet dieser Komfort Rechenzeit; im frühen Entwicklungsstadium neuer Software kann dadurch allerdings die Fehlersuche auch erheblich behindert werden.

Eindeutige Nachteile von STRUDL-II sind:

- Beschränkung auf FORTRAN-E-Compiler (betrifft weniger die routinemäßige Benutzung als vielmehr eigene Erweiterungsversuche; hier speziell Einschränkungen in der Verwendung der Statements (u.a.) DATA, NAMELIST, labelled COMMON und z.B. logischer Ausdrücke).
- Systemkompatibilität bisher nur für IBM 360 (und 370)

Zweifellos ist die (kostenfrei erhältliche) STRUDL-II-Version programmier-technisch veraltet. Deshalb finden an geeigneter Stelle spezielle Weiterentwicklungen statt.

Weitere Einzelheiten über STRUDL-II entnehme man dem angegebenen Schrifttum / II.1 - II.6 / und Tafel 3.

A S K A / D Y N A N / II.7 - II.14 /

Wie STRUDL-II ist auch ASKA ein modulares System. Der historisch ältere Teil ASKA ist ein Finit-Element-System zur statischen Analyse linearer Tragwerke und Kontinua. Besonderheiten dieses Codes sind das Substruktur-Konzept, ein selbständiges Paket für Matrizenoperation (FORMAT), das insbesondere auch Routinen zur Konditionierung und Skalierung großer Matrizen bereitstellt, eine optimierte Datenorganisation (DRS), neuerdings eine Programmiersprache HYMAT, die unter Verwendung von DRS in formal gleicher Weise wie FORMAT Hypermatrizen-Operationen gestattet, sowie ein System zur Meldung von Fehlern verschiedener Schädlichkeitsstufe. Der ASKA-Code enthält die reichhaltigste Elementbibliothek aller FEM-GPPS. Das Data Retrieval-System (DRS) benutzt einen einzigen Block des Kernspeichers, wo alle Daten verarbeitet werden. Es beruht auf einem ausgeklügelten Daten-Zugriffssystem, welches auch bei sehr großen Problemen, die einen großen Teil der externen Speicher belegen, die fast optimale Nutzung des Kerns dank einer Multilevel-Adressierung gewährleistet. Die Fehlerdiagnosen enthalten die praktischen Erfahrungen mehrerer Jahre industrienaher Anwendung, sind aber für den ungeübten Benutzer noch immer nicht verständlich genug. Das Substrukturkonzept bedingt eine Unterscheidung von 4 Arten von Freiheitsgraden (DOF's):

1. Lokale DOFs (sekundäre Unbekannte)
2. Externe DOFs (primäre Unbekannte)
3. Vorgescriebene DOFs (Randbedingungen)
4. Unterdrückte DOFs (Randbedingungen)

Zur dynamischen Analyse linearer Strukturen dient das Programmsystem DYNAN / II.10, II.11 /. Dieses Paket ist ein auf ASKA zugeschnittener Anhänger-Code. DYNAN verarbeitet die als Eingabe von ASKA für das Tragwerk bereitgestellten Matrizen (Steifigkeit, Masse, Dämpfung). Die Programme sind aber immerhin so allgemein gehalten, daß im Prinzip die Behandlung eines jeden Matrizenpaares, dessen eine Matrix positiv definit, die andere positiv semidefinit ist, möglich ist, wenn nur die Eingabe formatgerecht erfolgt. Beispielsweise wäre es möglich, die Strukturmatrizen mit einem Finit-Differenzen-Programm zu erstellen.

Die Rechthandseite des Eigenwertproblems (Belastungsgeschichte, zeitl. Lastverlauf) hat in allgemeiner Formulierung folgende Gestalt:

$$R(t) = A_F \cdot F(t) + D(t), \text{ wo}$$
$$D(t) = - \left[ K_{fv} \cdot q_v(t) + C_{fv} \cdot \dot{q}_v(t) + M_{fv} \ddot{q}_v(t) \right]$$

(Bedeutungen:  $F(t)$  = Vektor der zeitabhängigen Erregungsfunktionen,  $A_F$  = (Boolesche) Verteilungsmatrix,  $D(t)$  = Vektor der momentan wirkenden äußeren Kräfte (infolge - s.o.- zeitabhängiger vorgeschriebener Verschiebungen aufgrund von Steifigkeits-, Dämpfungs- oder Massenkopplung),  $f$  = freie Verschiebung,  $v$  = vorgeschriebene Verschiebung).

Zwei Kondensationsalgorithmen stehen zur Verfügung: a) statische Kondensation (Guyan-Reduktion): Genauigkeit reicht bei Beschränkung auf einige untere Frequenzen aus. b) dynamische Kondensation (Berücksichtigung von Trägheits- und Dämpfungseffekten): aufwendiger, aber zur Steigerung der Genauigkeit der höheren Frequenzen erforderlich, DYNAN verwirklicht ausschließlich die Normal-Mode-Methode. Direkte Integrationsverfahren sind nicht durchführbar. Das bedeutet, daß die dynamische Analyse nichtlinearer Strukturen mit DYNAN nicht möglich ist.

Folgende Algorithmen existieren:

- 1) Simultane Vektor-Iteration
- 2) Householder Tridiagonalisierung
- 3) QR-Algorithmus
- 4) Bisection-Methode f. Eigenwerte
- 5) Inverse Iteration
- 6) Eigenvektoren mehrfacher Wurzeln (n. Krylov)
- 7) Verbesserung approximativer Eigenvektoren

Geeignete Kriterien zur automatischen Auswahl des jeweils günstigsten Verfahrens sind vorhanden. Einzelheiten über diese Rechenmethoden entnehme man dem Schrifttum /hier 10.1 sowie I.19 - I.27, II.10, II.11, II.17 /.

Als Anfangsbedingungen (insbes. für transientes Verhalten erforderlich) können Verschiebungen und Geschwindigkeiten eingegeben werden. Ein besonderes Programm dient zur Entkopplung evtl. vorhandener Starrkörperbewegungen. Bei proportionaler Dämpfung können Probleme bis zu ca.200 Freiheitsgraden zufriedenstellend gelöst werden. Bei nicht proportionaler Dämpfung, d.h. im komplexen Eigenwertproblem, beträgt diese Obergrenze wegen des erheblich größeren Rechenaufwandes ca.40 Freiheitsgrade (da Matrizen jetzt nicht mehr symmetrisch!). Dabei wird das quadratische Eigenwertproblem in ein lineares Problem doppelten Umfangs umgewandelt. Der Teil für nicht-proportional gedämpfte Systeme innerhalb DYNAN existiert erst als experimentelle semi-in-core-Version. "A response analysis for non-proportional damping is not yet incorporated into the System" / II.10 /. "The 2<sup>nd</sup> group of errors (gemeint sind Nichtlinearitätseffekte; d.Verf.) could only be avoided by a new, non-linear dynamic package" /II.10, s.auch hier 10.2/. Überdies ist die Fähigkeit von DYNAN zur Berücksichtigung nicht-proportionaler Dämpfung auf das homogene Problem beschränkt, d.h. bei Systemdämpfung darf keine zeitabhängige Erregung vorhanden sein.

Für die Eingabe von Erregungskräften im proportional gedämpften Fall existieren einige komfortable Unterprogramme, z.B. für sinusförmige Erregung oder für Fourierapproximation komplizierterer zeitlicher Verläufe. Die Erregung muß aber stets periodisch sein (s.o.Abschn.3). Weitergehende Einzelheiten entnehme man dem Anhang (10) sowie dem Schrifttum / II.7 - II.14 /. Der Ausbau von DYNAN in ein von der Kernspeichergröße (dank HYMAT) unabhängiges Programmpaket ist noch nicht abgeschlossen.(Bei Implementation auf einer IBM-Maschine müßten die Matrizenoperationen doppeltgenau erfolgen).

D A I S Y / II.15 /

Ein für den arglosen Benutzer leichter überschaubares (Fehlersuche!) MINI-ASKA-Programm wurde von Hussein Kamel, dem Inspirator und Realisator der ersten Stuttgarter SLEUTH-Version von ASKA (maschinenabhängige Version für die UNIVAC 1107) unter dem Namen DAISY an der University of Arizona mit Unterstützung durch die Lockheed Missiles and Space Company und das American Bureau of Shipping entwickelt. DAISY ist ein FORTRAN-Programm, das von den Elementen her den Fähigkeiten von ASKA nur wenig nachsteht. Es eignet sich u.a. zur Berechnung von Wärme- und elastoplastischen Spannungen und verfügt über einen Algorithmus zur Minimierung der Bandbreite der Steifigkeitsmatrix. DAISY wird von einem Londoner Beratungsbüro betreut. Beispiel für Rechenzeit (UNIVAC 1108): 2500 DOF in ca. 15 min, 3000 DOF in 1 h.

N A S T R A N / II.16 - II.21 a /

Unter der Federführung der NASA (GSFC) wurde der Code NASTRAN seit 1964 entwickelt. Im Juli 1966 wurden die Programmierungsarbeiten einer aus den Firmen Computer Science Corporation, Martin-Marietta (Baltimore) und The MacNeal-Schwendler gebildeten Arbeitsgemeinschaft übertragen, die der NASA im Jahre 1968 die erste statische Version lieferte. Durch Schulung interessierter NASA-Gruppen (z.B. LRC) und ausgewählten Industrieteams wurden seit 1969 Erfahrungen in der industrienahen Anwendung gesammelt. Sie wurden in der allgemeinen Fassung von NASTRAN (level 12.0) erweitert, die seit 1971 der amerikanischen Industrie zur Verfügung steht. Die Betreuung für den europäischen Bereich hat eine deutsch-schweizerische Beratungsfirma übernommen / II.16 /. Die Weiterentwicklung erfolgt in den einschlägigen NASA-Instituten (LRC, GSFC, etc.) sowie - ähnlich wie bei STRUDL-II - durch Beiträge kompetenter Benutzer / II.19 /.

NASTRAN ist modular aufgebaut und besitzt die Fähigkeit zu Restarts.  
Folgende Aufgabenstellungen können routinemäßig bearbeitet werden:

1. Statische Strukturanalyse
2. Elastische Stabilität
3. Dynamische Strukturanalyse
4. Matrizenoperationen

Insbesondere enthält der dynamische Teil das mit Abstand reichhaltigste Angebot von Lösungsmethoden aller hier besprochenen Codes.

Im einzelnen bietet NASTRAN folgende Möglichkeiten:

- Plotterprogramme zur Darstellung der verformten Struktur
- Strukturmodifikationen / I.11 - I.15 / ("ALTER"-feature)
- Sonderelemente ("Skalarelemente", allgemeines, benutzerspezifisiertes Element)
- Bandbreiteminimierung bei großen Matrizen
- Standardisierte Programmabläufe (sog."rigid formats") für oft wiederkehrende Problemtypen:

#### A. Statische Analyse

1. Rein statische Analyse
2. Quasistatische Analyse (Trägheitskräfte)
3. Statische Analyse mit differentieller Steifigkeit (f.geometrische Nichtlinearität)
4. Stückweise lineare Analyse

#### B. Elastische Stabilität

5. Knicken und Beulen

#### C. Dynamische Analyse

6. Normal Mode Methode
7. Direkte komplexe Eigenwertanalyse
8. Direkte Frequenzgang-Analyse (einschl. stochastische Erregung)
9. Direkte Analyse transienten Verhaltens
10. Normal Mode Methode für komplexe Eigenwerte
11. Normal Mode Methode für Frequenzgang-Analyse und stochastische Erregung
12. Normal Mode Analyse transienten Verhaltens

Programmiertechnisch wurde für eine strikte Trennung in Systemprogramme und Problemlösungsroutinen gesorgt. NASTRAN ist zu 99% in FORTRAN IV geschrieben und ist auf folgenden Rechenanlagen installiert worden: IBM 7094, 360-Serie, 370-Serie, UNIVAC 1108, CDC 3400, 6000-Serie (insbes. 6400 und 6600). Für CDC Anlagen steht ein eigener Lader zur Verfügung. Ein normales NASTRAN-Batch-Programm besteht aus 3 Decks: Executive Control Deck, Case Control Deck, Bulk Data Deck. Das EXECutive-System besteht aus einem (maschinenabhängigen) "preface" und einem "program-body-proper"-Teil. Die Matrizenoperationen sind in einem freistehenden Block (DMAP) zusammengefaßt, ebenso die Ein-/Ausgabe-Routinen (GINO). Weitere Besonderheiten entnehme man Tafel 3.

NASTRAN verwirklicht eine etwas ungewöhnliche Freiheitsgradphilosophie. Neben der üblichen Unterscheidung zwischen modalen und direkten Freiheitsgraden und dort jeweils zwischen freien und vorgeschriebenen (verallg.) Verschiebungen wird in NASTRAN noch eine weitere Unterteilung der "Unbekannten" vorgenommen / II.17 /: multipoint constraints, single-point-constraints, omitted DOFs, DOFs with applied reactions, left-over DOFs, extra DOFs. Je nach dem gleichzeitigen Vorkommen dieser Freiheitsgradtypen tragen die jeweils entstehenden Gruppierungen die Bezeichnungen "direct" (für direkte dynamische Integration), "analysis" (für Eigenwertanalyse), "free", "not" (d.h. not multi-constrained), "grid", "physical" /II.17 /. Bemerkenswert ist noch die sehr praktische Unterscheidung in "grid points" mit je 6 Freiheitsgraden und "scalar points" mit je 1 Freiheitsgrad (hervorragend geeignet zur Erzeugung kinematischer Kopplungen und zur Simulation von Mechanismen).

Dieses Freiheitsgrad-Konzept ermöglicht auch die Einführung von 4 verschiedenen Elementarten:

1. Metrische Elemente verknüpfen "grid-points"
2. Skalare Elemente verknüpfen "scalar-points"
3. Allgemeine Elemente verknüpfen beliebig vom Benutzer spezifizierte Freiheitsgrade in Form extern ermittelter Einflußkoeffizienten oder experimentellen Daten.
4. Unterdrückungs-Elemente (Einspannungen) dienen folgenden Zwecken:
  - a) Einführung vorgeschriebener (einschl. verschwindender) Verschiebungen



- b) Simulation sehr steifer Teile der Struktur
- c) Beschreibung experimentell bestimmter Schwingungsformen
- d) Kombination von Skalarelementen und Unterdrückungen, insbesondere bei der Simulation von Mechanismen.

Die Standard-Elementbibliothek ist nicht so reichhaltig wie die ASKA-Library, enthält aber sämtliche gängigen Typen: Platten (Viereck-Membran, Viereck-Biegung, Dreieck-Clough-Biegung), konisches Schalenelement (5 Fourierkoeffizienten, keine Kombinationsfreiheit), zweifach gekrümmtes Schalenelement (orthotrop, antisymm. Belastung), Ringelement (axisymm., 3D, Dreieck oder Trapez), Skalarelemente, Balken- und Stabelemente, "allgemeine" Elemente, 3D-Tetraeder und Hexaeder (Sonderversion).

Der sehr reichhaltige dynamische Teil von NASTRAN ermöglicht sowohl Normal-Mode-Analysen als auch direkte Integration. Folgende Anwendungsfälle dürfen vorkommen:

- Dynamische Analyse transienter Lasten
- stationäre sinusförmige Erregung
- stochastische Erregung
- dynamische, elastische Instabilität
- Schwingungsanalyse (reelle und komplexe Eigenwerte).

Das direkte Integrationsverfahren enthält 2 Varianten: für die ungekoppelten Gleichungen in modalen Koordinaten existiert eine analytische Rekursionsformel (Faltungintegral!), für die direkte Integration in den Knotenpunktverschiebungen wird die Newmark- $\beta$ -Methode (mit  $\beta=0.33$ ) verwendet.

In der modalen Formulierung sind Strukturdämpfung und viskose Dämpfung nicht vorgesehen.

Zur Eigenwertanalyse stehen 2 Wurzelbestimmungsverfahren (Determinantenmethode, "Inverse Power with Shift") und 1 Transformationsverfahren (Tridiagonalisierung nach Cholesky-Zerlegung) zur Verfügung. Auf Einzelheiten kann hier nicht eingegangen werden; einige Hinweise sind

im Anhang (10.1) zu finden /Tafel 4/.

Speziell zur Untersuchung transienten Verhaltens gibt es 2 Möglichkeiten zur Darstellung des zeitlich veränderlichen Kraftverlaufs  $P_j$  an jedem Knoten  $j$ :

a) zur Darstellung von wellenförmig auftretender Belastung

$$\{P_j(t)\} = \{A_j\} \cdot F(t - \tau_j)$$

$$\{A_j\} = \text{Koeffizientenvektor} \quad 1)$$

$$F(x) = \text{in Tabellenform einzugebende "Wellenform"} \quad 2)$$

$$\tau_j = \text{Phasenverschiebung des } j\text{-ten Freiheitsgrades} \quad 3)$$

b) zur Darstellung verschiedener Pulsformen (z.B. Rampe, Dreiecksimpuls etc.) werden zusätzlich zu den tabellierten Vektoren  $A_j$  und  $\{\tau_j\}$  6 Konstanten  $T_1, T_2, n, a, \omega, \phi$  anstelle der Funktion  $F(x)$  eingeführt:

$$\{P_j(t)\} = \{A_j\} (\bar{t})^n e^{a\bar{t}} \cos(\omega\bar{t} + \phi)$$

$$0 < \bar{t} < T_2 - T_1; \quad \bar{t} \equiv t - T_1 - \tau_j$$

Insbesondere zur Simulation des Übergangsverhaltens von Flugkörperstrukturen unter dem Einfluß aufgeschalteter Steuerungs- und Regelgeräte wurden 4 Typen von sog. "nichtlinearen Stellgliedern" entwickelt:

- 1) beliebiger Funktionsgenerator
- 2) Multiplikator
- 3) positive Potenzfunktion
- 4) negative Potenzfunktion

Diese "Elemente" betreffen jedoch nur nichtlineare Kräfte des genannten regelungstechnischen Ursprungs; zur Simulation von werkstoffbedingter Nichtlinearität sind sie natürlich kaum geeignet.

Die Berücksichtigung plastischen Materialverhaltens ist mit NASTRAN wie mit ASKA nur in geringem Umfang im Rahmen der stückweise linearen

iterativen, statischen Analyse bei infinitesimalen Deformationen möglich, da nur lineare Tragwerke behandelt werden können. Das Substruktur-Konzept der FEM ist in der level 12.0-Version von NASTRAN noch nicht enthalten. Seine Implementierung ist für 1973 geplant / II.19 /. Der Einsatz als Time-Sharing-Software ist noch nicht möglich. Folgende Weiterentwicklungen sind angekündigt /II.20 /:

- Dynamische Kopplung zwischen einer Struktur mit einer darin befindlichen Flüssigkeit
- Kompressibilitäts- und Schwere -Effekte
- Flattern und Böenlasten (aerodynamische Matrizen)
- Spezifikation von Substruktur-Eigenschaften mit Hilfe ihrer Schwingungsformen
- Verbesserung der Effektivität der mathematischen Routinen für die dynamische Analyse
- Verbesserungen im Datenmanagement.

#### 4.2 Weitere GPPS

4.2.1 An der Technischen Hochschule Trondheim, Norwegen, wurde der Code SESAM-69 (Super Element Structural Analysis Program Modules) entwickelt, dessen allgemeine Version seit 1969 von einer Osloer Beratungsfirma betreut wird / II.22 /. Dieses Finit-Element-Programm ist der prominenteste Vertreter der in Abschn.4 dieser Studie erwähnten Superelement-Variante des Substrukturkonzepts. SESAM-69 ermöglicht die Festlegung von Superelementen verschiedener "levels", die sich jeweils aus Superelementen von tieferem level zusammensetzen. Dabei können levels verschiedener Ordnung gemischt werden. Die Grundelemente, von denen 12 Typen vorhanden sind, dürfen aber nur im ersten level vorkommen. Das Programmsystem wird in unabhängige Anwendungsprogramme aufgespalten, von denen jedes mit einem eigenen automatischen Datengenerator ausgerüstet ist. Bisher existieren 10 solcher Pakete, deren Anwendung vorwiegend schiffbau- und anlagentechnisch orientiert war:

1. Berechnung von Rohrleitungssystemen
2. Dünne Schalen (Biegung und Membran)

3. Festkörper (3D-isoparametrische Elemente)
4. Axialsymmetrische Körper einschließlich Fließ- und Kriecheffekte
5. Allgemeines Superelement-Programm
6. 3D-Rahmen
7. 2D und 3D-Membran-Schalen
8. Eigenfrequenzen dünner Schalen
9. Eigenfrequenzen von Schalen mit Hilfe der Superelement-Methode
10. Stationäre nichtlineare Temperaturfelder (temperaturabhängige Wärmeleitfähigkeit)

Als modulares System verfügt SESAM-69 u.a. über die Möglichkeit zur graphischen Datenausgabe (Kingmatic- und Calcomp-Plotter), zum Restart und zur Definition linear abhängiger Verschiebungen (prescribed directions). An der Weiterentwicklung, insbesondere an Paketen zur Berechnung der Schwingungen hydrodynamisch belasteter Strukturen, zur Simulation erzwungener Schwingungen und zur Berücksichtigung großer Verschiebungen wird z.Zt.gearbeitet. Als derzeitige maximale Problemgröße wird angegeben: 500-1000 Knoten, 100 Superelemente, 300 Lastfälle. Installationserfahrungen: UNIVAC 1107 und 1108, IBM 360/40, CDC 6600 und CDC 3300.

4.2.2 Eine weitere NASA-Entwicklung ist das Programmsystem ELAS (hergeleitet von Elasticity), das von Utku und Akyuz am JPL entwickelt wurde / II.23 - II.26 /. Es handelt sich dabei um ein In-Core-GPPS zur Lösung statischer, linearer Gleichgewichtsprobleme der Strukturmechanik. Als Elemente stehen zur Verfügung: Stab, Balken, Dreieck-Platte, Tetraeder-3D, Hexaeder-3D, konische Schale, Dreieck-Torus, Viereck-Torus. Die Spannungen werden knotenpunktweise aus den Verschiebungen mit einer Fehlerquadratminimierung ermittelt. Die Beschränkung auf den Kernspeicher begrenzt nur die Problemgröße. (500-600 DOFs für eine typische Struktur) nicht aber die Effektivität des Codes, der ein Konzept zur dynamischen Speicherbelegung enthält. Vorgeschriebene Freiheitsgrade sind möglich. Eine Besonderheit von ELAS sind Programmblöcke zur automatischen Netzerzeugung und zur automatischen Erzeugung einer bandbreite-optimalen Knotenpunkts-Numerierung /II.26/.

Insbesondere der Algorithmus zur Bandbreiteminimierung wurde 1968 als erste solche Einrichtung operationell und blieb für mehrere Jahre das einzige Programm dieser Art / II.24, II.25 /. Hauptanwendungsgebiet von ELAS waren bisher raketentechnische Probleme, insbesondere das Studium des viskoplastischen Verhaltens von gummiartigen Feststoff-Treibsätzen. Bisher sind 2 Versionen des Codes bekannt geworden, die beide von der Disseminationsstelle für NASA-Software in Georgia (Dokumentation: NASA M69-10287 und M70-1032; s.auch / I.5, I.6 /) vertrieben werden. Die Programmentwicklung ist abgeschlossen /II.24/

#### 4.2.3 MAGIC (Matrix Analyses via Generative and Interpretive Computations)

/ I.1, II.38 / wurde von der USAF (AFFDL,WPAFB) in Zusammenarbeit mit der Firma Bell Aerosystems Co. entwickelt. Heute veraltet, kann das Programm nur linear statische Probleme und Stabilitätsanalysen behandeln. 14 Elemente (Stab, Balken, Platte, axialsymmetrischer Festkörper, allg.Testkörper) sind vorhanden. Die Weiterentwicklung konzentriert sich auf die Analyse geometrischer und materialbedingter Nichtlinearitäten und transienten (dynamischen) Verhaltens unter Einbeziehung neuer Variationsprinzipie (z.B.hybride Ansätze).

4.2.4 Über die Firma CDC ist das von EAC erstellte GPPS EASE (Elastic Analysis for Structural Engineering) / II.37 / verfügbar. Es enthält zwar nur höchstens zweidimensionale Elemente, bewältigt dafür aber Probleme großen Umfangs (bis zu 1800 DOF, 10000 Elemente-z.B. Balken und 5000 Dreiecke-) / I,1, I.2 / : Beispiele für Rechenzeiten auf CDC 6600: 1) 5820 DOF, 1/2-Bandbreite  $b_{\max} = 288$ ,  $b_{\text{mit}}=180:40$  min CPU, 33 min PP. 2) 1548 DOF,  $b_{\max}=270$ ,  $b_{\text{mit}}=240:75$  min CPU, 4 min PP.

4.2.5 Die Boeing Company besitzt innerhalb der Aerospace Group ein kompetentes FEM-Entwicklungsteam, dem die Erstellung des Codes ASTRA (Advanced Structural Analyzer) / II.29 / zu verdanken ist. Seine

Geschichte beginnt 1953 mit den theoretischen Arbeiten von Turner, Clough und Martin, die zu den Pionieren der Finit-Element-Methode gehören. Ein erster Vorläufer von ASTRA wurde 1958 unter dem Namen COSMOS (Comprehensive Option Stiffness Matrix Organizational System) begonnen und 1960 fertiggestellt. Seit 1966 ist die Entwicklung von ASTRA im Gang. Ab 1969 konnten folgende strukturmechanische Problemkreise erfolgreich bearbeitet werden: statische Analyse linear-elastischer Tragwerke und Kontinua, geometrische Nichtlinearitäten, Eigenwertanalyse. ASTRA besitzt alle Merkmale eines großen GPPS. Die Elementbibliothek entspricht der NASTRAN-Library hinsichtlich der Ausstattung. Die Prototypversion des Codes wurde auf einer UNIVAC 1108 entwickelt; als Grenzen für die Problemgröße werden 12000 DOF statisch und 2000 DOF (vor der Kondensation) dynamisch angegeben. Das modulare Konzept enthält u.a. Programmblöcke für Ein- und Ausgabe, Fehlersuche und -meldung, Restart, Randbedingungen einschl. flexibler Strukturteile (Quasi-Mechanismen), Substrukturen (in ASTRA "Assembly" genannt), Koordinatentransformationen, kinematisch konsistente Masse, Dämpfung und Belastung einschl. Temperaturbelastung, Eigenwertanalyse. Für kleinere Probleme steht eine übersichtliche Version BABY ASTRA zur Verfügung. Vorbildlich ist das Datenmanagement. Zwei Programmpakete erleichtern den Umgang des Benutzers mit ASTRA: SAIL (Structural Analyzer Input Language) dient der Idealisierung u. SAUL (Structural Analyzer User Control Language) erledigt die redaktionelle Zusammenstellung der für das jeweils aktuelle Problem erforderlichen Programm-Moduln. Es sind 18 Standard-Analysen vorgesehen, die in ihrer Bedeutung etwa den "rigid formats" von NASTRAN entsprechen. SAIL bewältigt insbesondere die Substrukturorganisation, die Kontrolle von Programmschleifen sowie die Erzeugung externer Daten (z.B. Einbau einer vom Benutzer spezifizierten Routine zur automatischen Netzerzeugung). SAUL erstellt im wesentlichen das Programmablaufschema zur automatischen Berechnung der Systemmatrizen. Für die interne Datenverarbeitung steht ein eigener Datenbank-Programmblock DRS (DATA Retrieval System) zur Verfügung. Er sorgt für optimalen Datenfluß zwischen den verschiedenen Programmpaketen und pflegt u.a. auch den wirtschaftlichen Umgang mit Bandmatrizen. In einem eigenen Programm LSD (Computer Language for Structural Dynamics Problems) sind Algorithmen zur dynamischen Analyse in Lagrange - Darstellung zusammengefaßt. An der Weiterentwicklung dieser Techniken

und insbesondere am Einbau von Möglichkeiten zur Berücksichtigung von Stoffgesetz-bedingten Nichtlinearitäten und/oder großen Verschiebungen wird z.Zt. ebenso intensiv gearbeitet wie an der automatischen Ausgabe der Rechenergebnisse auf Bildschirm und Plotter (Bauart Orthomat).

4.2.6 Die erste deutschsprachige Buchveröffentlichung über einen allgemeinen Finit-Element-Code stammt von einer Arbeitsgruppe der Fa. Daimler-Benz, Stuttgart / II.27 /. Sie betrifft das Programmsystem ESEM (Elasto-Statik-Element-Methode), welches auf der Hrennikoffschen Stabwerk-Methode beruht. Dabei werden aus stabartigen Grundelementen höhere Elemente durch geeignete Anordnungsmuster (Gitter, sog."pattern") erzeugt. Das Verfahren ist im allgemeinen auf Querdehnungszahlen  $\nu = 1/3$  beschränkt und deshalb in der Anwendung begrenzt. Die eindrucksvollste Nutzung des Codes gelang bei der Auslegung der tragenden Struktur des Versuchsfahrzeugs C 111. Vor allem die sehr benutzerfreundlichen Ein- und Ausgabetechniken (Bildschirm, Calcomp-Plotter, 3 dimensionale, mehrfarbige Bilder) hatten seinerzeit neue Maßstäbe gesetzt. Heute wird an einer Ergänzung zur Analyse dynamischer Probleme gearbeitet, doch sind Anwendungserfolge noch nicht bekannt geworden.

4.2.7 Auf einer IBM 360/65 entwickelte die Firma Dornier, Friedrichshafen, das Programmsystem COSA (Computer Structural Analysis) / II.28 /, das bis zu 5000 Freiheitsgrade verarbeiten kann. Mit dem statischen Teil DEMEL (DEM steht für "Deformations-Element-Methode") liegen umfangreiche praktische Erfahrungen vor. Die bescheidene Elementbibliothek umfaßt 8 Typen: 2 Stäbe mit konstanter bzw. linear veränderlicher Spannung, Balkenelement, Balken mit Torsion, 2 dreieckige Scheibenelemente mit konstanter bzw. linear veränderlicher Spannung, viereckiges Scheibenelement mit linear veränderlicher Spannung, Holmelement. Über den dynamischen Teil DYNAME wurden noch keine Einzelheiten bekannt. Der Code wird auf dem Software-Markt angeboten, ist aber bisher wenig verbreitet.

4.2.8 Ein speziell auf nukleartechnologische Erfordernisse zugeschnittener Code ist das vom CEGB entwickelte Programmsystem BERSAFE / II.30, II.31 /. Die z.Zt.existierende Entwicklungsstufe (Phase I) gestattet die Lösung statischer linear-elastischer Probleme bis zu folgender Größe (Maximalspezifikationen): 2000 Knoten, 1500 Elemente, 650 vorgeschriebene Verschiebungen, 1/2-Bandbreite=228. Spätere Phasen sollen dynamische und unelastische Analysen unter Berücksichtigung großer Verschiebungen sowie von Plastizität und Kriechen ermöglichen. Besonderheiten des in FORTRAN IV geschriebenen und auf einer IBM 360/85 installierten Codes sind: automatische Netzerzeugung, automatische Ermittlung der Knotenpunktkoordinaten mit Hilfe eines Digitalisierertisches (DMAC-Digitizer), automatischer Datencheck, isometrische Darstellung der verformten Struktur auf einem Calcomp-Tischplotter. Zur Ermittlung von Temperaturbelastungen existiert ein zu BERSAFE konsistenter Code FLHE/II.31/, der die gleiche Idealisierung wie BERSAFE bei der Berechnung von Temperaturfeldern mit der FEM benutzt. Dabei dürfen die Temperaturfelder instationär und die Materialdaten, insbesondere die Wärmeleitfähigkeit und der thermische Ausdehnungskoeffizient, temperaturabhängig sein. Aus Zweckmäßigkeitsgründen sind die Codes BERSAFE und FLHE bisher noch nicht zu einem integrierten System zusammengefaßt worden.

Die Elementbibliothek enthält 20 Typen unter Aussparung dünner Platten und Schalen, da für solche Fälle ein anderes CEGB-Programm (PATAS) existiert.

Speziell für bruchmechanische Untersuchungen (z.B. Rißfortschritt, Versetzungen) gibt es im BERSAFE die Möglichkeit der Entkopplung von Verschiebungen, die - von verschiedenen Elementen herrührend - an einem bestimmten Knoten auftreten.

Zahlreiche erfolgreiche kerntechnische Anwendungen wurden inzwischen bekannt. Die Untersuchung des Zylinder-Zylinder-Durchdringungsproblems mit 3-dimensionalen Elementen wurde seinerzeit am ISD und vom CEGB gleichzeitig begonnen. BERSAFE lieferte ca. 6 Monate früher korrekte Resultate. Eine weitere Möglichkeit



zur Demonstration übereinstimmender BERSAFE- und ASKA-Ergebnisse ergab sich später bei der Analyse eines Kühlturms /II.30/.

- 4.2.9 Ein Zürcher und ein Stockholmer Ingenieurbüro haben in vierjähriger Zusammenarbeit den Code STRIP (Structural Integrated Programs) / II.32-II.36 / entwickelt. Dieses Programmsystem für die statische Berechnung von Stab- und Flächentragwerken besteht aus drei vollkommen kompatiblen Blöcken: 1) ebene Stabwerke, 2) räumliche Stabwerke, 3) Flächentragwerke (Scheiben, Platten, Membranen, Schalen) /II.36 /. Dynamische Probleme können mit STRIP nicht gelöst werden. Der Flächentragwerks-Block ist in theoretischer Hinsicht bemerkenswert: er enthält ein in Anlehnung an das Piansche Variationsprinzip ("gemischtes" Interpolationschema für Verschiebungen am Rand und Schnittkräfte im Innern des Elements, vgl. 5.2.3 MAGIC!) konzipiertes sog. hybrides Element /II.35/. Hauptanwendungsgebiet von STRIP war bisher der Ingenieurbau. Eine interessante brückenbautechnische Vergleichsstudie bestätigte folgende "Näherungsverwandtschaften" zwischen Idealisierungsmöglichkeiten (physikalischen Modellen) /II.34/:
- FEM - Berechnung als Schale  $\triangleq$  Balkenmodell  
FEM - Berechnung als Membran  $\triangleq$  Faltwerksmodell.
- Die Anwendung von STRIP ist auf linearelastische, statische Probleme beschränkt. Hier sollen noch 2 erfolgreiche, einfache reaktortechnische Strukturanalysen mit STRIP hervorgehoben werden:
- Atomkraftwerk Beznau: Durchdringung Hauptschleuse/vertikale Stahldruckschale des Sicherheitsgebäudes (Auftraggeber: Nordostschweizerische Kraftwerke AG., Baden) /II.33/
  - Atomreaktor Würgassen: Gehäusemantel und Tragringe (Auftraggeber: GHH, Sterkrade) /II.34/.

## 5. SPPS

Nachstehend werden einige Spezialzwecksysteme (SPPS), die jeweils besondere Fähigkeiten besitzen, die den oben erläuterten GPPS fehlen, stichwortartig beschrieben. Diese Programme sind meist nicht allgemein verfügbar.

### 5.1 COPATS / III.20 /

- Entwickelt am Mechanical and Nuclear Engng. Dept. des FIRL auf IBM 360/91
- Substrukturkonzept, Modifikationen, Restart
- ausschließlich isoparametrische Elemente (2D und 3D):  
8 Grundtypen und 2 sog. "irreguläre" Typen
- dynamische Speicherplatzbelegung
- Prozessoren (u.a.) input processor, system processor, system solver, output processor
- segmentierte Programmstruktur
- wahlweise "In-core-Methode" oder "Magnetband-Methode"

### 5.2 SNASOR / DYNASOR / III.5 - III.14 /

- SNASOR = Static Nonlinear Analysis of Shells of Revolution;  
DYNASOR = Nonlinear Dynamic Analysis of Shells of Revolution
- Entwickelt an der Texas A & M University (Prof. Stricklin) in Zusammenarbeit mit Sandia Corporation, Albuquerque, USA, für USAEC
- Pionierarbeit zur statischen und dynamischen Analyse hochgradig nichtlinearer (geometrisch und materialbedingt) rotationssymmetrischer (insbesondere flacher) Schalen unter beliebiger Last (symmetrisch und unsymmetrisch)
- Stabilitätsuntersuchungen für beliebige statische und dynamische Belastungen /III.13, III.14/
- Nichtlineare Analyse der Deformation dünner Schalen unter Stoßbelastung; kleine Verschiebungen, mäßige Drehungen; Stabilitätsuntersuchungen für verschiedene Integrationsalgorithmen:

Newmark-Methode, Houbolt-Methode, Chan-Cox-Benfield-Methode, Runge-Kutta-Methode für Finit-Differenzen-Zeit-Iteration bei Finit-Element-Idealisierung / III.10 /

- Einbeziehung großer Verschiebungen / III.7 / und temperaturbedingter Belastungen / III.9, III.10 /
- 2 Versionen für IBM 7094 und IBM 360/65, letztere mit Gliedern 4. Ordnung /III.8/ für starke Nichtlinearität, wurden für USAEC installiert /III.9/
- Ausgedehnte Untersuchungen von Lösungsmethoden für geometrisch nichtlineare Probleme, insbesondere auch statische und dynamische Stabilitätsprobleme / III.8, III.11, III.12/. Rotationsträgheit berücksichtigt.
- Effektivitäts- und Stabilitätsvergleich verschiedener Lösungsverfahren, insbesondere der Newton-Raphson-Methode für den statischen Fall und der Houbolt-Methode für den dynamischen Fall /III.11/
- Vergleich dreier Methoden (inkrementale Methode, Anfangswertmethode, Newton-Raphson-Methode) zur Steifigkeitsberechnung bei geometrischer Nichtlinearität. Das Anfangswertverfahren ist der Newton-Raphson-Methode und dem Konzept der geometrischen Steifigkeit (inkrementale Methode) i.a. unterlegen, wird jedoch bei materialbedingter Nichtlinearität (z.B. Plastizität) konkurrenzfähig /III.12/
- Z.Zt.führend in der Nutzung praktischer Erfahrung mit kombinierten FE-FD-Rechenverfahren zur Computeranalyse der dynamischen Verformung von Strukturen, bei denen eine kombinierte geometrische und/oder materialbedingte Nichtlinearität vorliegt /III.13, III.14/

### 5.3 AXICRP / III.21, III.22 /

- Entwickelt im Auftrag der USAEC in Zusammenarbeit von BNWRL, TRW Systems und der University of California als Erweiterung eines von E.L.Wilson konzipierten elastischen Finit-Element-Codes; installiert auf IBM 7094.
- Geeignet zur Berechnung der Kriechdehnung rotationssymmetrischer Körper beliebigen Querschnitts unter rotationssymmetrischer Belastung.

- Kriechgesetz, bei dem innerhalb eines kleinen Zeitschrittes das Inkrement der Vergleichsdehnung von folgenden Größen abhängen darf:  
Vergleichsspannung, Vergleichskriechdehnung (einachsige Daten), Temperatur, Zeit.
- In dieser Darstellung sind Dehnungsverfestigung und Zeitverfestigung enthalten.
- Die direkte inkrementale Methode erlaubt nur Kriechen unter konstanter Last. Transiente und zyklische Belastung kann nicht behandelt werden.
- Kriechdehnungsinkremente eines jeden Zeitintervalls sind Anfangsdehnungen des neuen Schritts. Abbruch, sobald die Spannungen stationär werden oder eine vorgegebene Zeitschranke überschritten wird.
- Kriechkollaps kann nicht simuliert werden
- keine zeitunabhängige plastische Dehnung
- Zur Auswahl einer günstigen Zeitschrittweite wird ein numerisches Stabilitätskriterium herangezogen.
- Verwendetes Element: Ring mit Dreiecksquerschnitt und linearer Verschiebungsverteilung.

#### 5.4 SABOR / III.23 /

- Entwickelt am MIT in Zusammenarbeit mit der Aerospace Corporation, San Bernardino, USA
- FORTRAN-IV Code zur statischen Analyse geklebter, zweischichtiger, verzweigter, dünner, rotationssymmetrischer Schalen (d.h.eindimensionale Probleme)
- Erweiterung auf dynamische Analysen durch Anhängencode DRASTIC
- Mehrere SABOR-Versionen gegenwärtig im Gebrauch; die am weitesten entwickelte (jeweils Version 5) läuft z.Zt.bei McDonnell-Douglas (Steifigkeitsmatrix darf bis zu 20000 Entries haben)
- Rechenzeitkonsum: 45min CPU auf CDC 6600 für die ersten 1,5 ms der dynamischen Analyse einer stoßbelasteten Schale mit 650 Unbekannten. Schrittweite war 5 mikrosec. /I.2/

- Damit im Rechenzeitaufwand für mittelgroße Probleme mit dem System SNASOR/DYNASOR (siehe 6.2) vergleichbar.
- Größte Konfigurationsfreiheit (z.B. Verzweigungen!) aller 1D-SPPS.

#### 5.5 FAN / III.18/

FAN = Finite Element Analyzer

- Entwickelt am ISD, Universität Stuttgart
- Reines Experimentalprogramm zur Untersuchung thermomechanischer und viskoelastischer Probleme mit der FEM
- Anwendung: Schwach gekoppelte Temperatur- und Spannungsfelder (quasistatische Theorie, Trägheitseffekte unter transienten Bedingungen vernachlässigt), spezielle Navier-Stokes-Lösungen für zähe Strömungen, temperaturabhängige Stoffwerte sowohl für die Wärmeleitung als auch die elastischen Eigenschaften.
- Theoretische und programmtechnische Besonderheit: mehr als 6 Freiheitsgrade pro Knotenpunkt möglich. Dies gestattet den Einbau "höherer" Elemente mit Derivativa der Ansatzvariablen als zusätzlichen Unbekannten.
- Dieses Konzept ermöglicht die Simulation beliebiger thermischer und/oder kalorischer Randbedingungen im thermomechanischen sowie beliebiger kinetischer und/oder kinematischer Randbedingungen im rheologischen Problem.
- Graphische Resultatausgabe auf Benson-Digital-Plotter
- Dynamische Analysen nicht möglich.

#### 5.6 ASAAS / III.19/

ASAAS = Asymmetric Stress Analysis of Axisymmetric Solids

- Entwickelt von der Aerospace Corp. San Bernardino v.a. zur Berechnung von Wärmespannungen in Hitzeschilden, Raketendüsen, Feststoff-Motorgehäusen und -treibsätzen.
- Materialeigenschaften und Belastung in Umfangsrichtung beliebig; mit Hilfe von Fourierentwicklungen Verwendung von Ringelementen möglich, aber gekoppelte Bestimmungs-Gleichungen für die Fourierkoeffizienten.

- Modularer Programmaufbau, installiert auf IBM 360/65 in 5 Moduln & 69.120 SP-Worte.
- Problemgröße: Bis zu 250 Knoten, bis zu 6 Fourierkoeffizienten.
- Bandbreiteminimierung durch ein pragmatisches Vorgehen (Prioritätenprinzip bei Berücksichtigung von aktueller Topologie und Anzahl der Fourier-Terme)
- Option zur iterativen Verbesserung der Cholesky-Lösung des gekoppelten Gleichungssystems (dies bei single-precision (SP) auf IBM-Maschinen erfahrungsgemäß immer nötig).
- Automatische Netzerzeugung und Plotten von Höhenlinien.
- Keine dynamische Analyse möglich.

#### 5.7 BEOS / III.1 - III.4 /

BEOS steht für "Beullasten exzentrisch orthotroper Sandwichschalen

- Entwickelt am Institut für Flugzeugbau der DFVLR Braunschweig.
- BEOS berechnet die Beulfaktoren für gegebene Membrankraftverteilungen orthotroper Schalen; deren Aufbau: schubweicher Kern kann auch Normalspannungen tragen; unsymmetrische biegesteife Deckschalen aus mehreren orthotropen Schichten; Versteifungen möglich.
- Hauptkrümmungsrichtungen der Bezugs("mittel")fläche konstant und mit Orthotropieachsen übereinstimmend
- Theorie flacher Schalen; Gültigkeit der Kirchhoffschen Normalen-Hypothese für die Deckschichten; Lösungsmethode: Rayleigh-Ritz.
- Beanspruchung=beliebige Kombination von Normal-und Schubspannungen parallel zur Bezugsfläche.
- Randbedingungen: freie Ränder, gelenkige Lagerung mit und ohne Behinderung der Schubverformung, starre Einspannung.
- Proportionalität zwischen Last und Verformung muß gewahrt bleiben.
- Diskretisierung der Schale in viereckige Teilbereiche. Dort Verwendung kubischer Hermitescher Interpolationspolynome als Ansatzfunktionen.
- Eigenwerte (= Laststeigerungsfaktoren zwischen der gegebenen Membranbeanspruchung und der gesuchten Beulbeanspruchung) werden mit dem Verfahren "Simultane Vektoriteration mit Spektralverschiebung" ermittelt.

- BEOS untersucht integrales Beulen, nicht lokales Beulen ("knittern").
- Dateneingabe in Form von Parameter- und Optionslisten.
- Folgeläufe für Parametervariationen möglich.
- BEOS wurde mit segmentierter Struktur auf einer SIEMENS 4004/45. / III.1 / entwickelt.
- Weitere Installationserfahrungen: IBM-Serie 360, SIEMENS 4004/55 und UNIVAC 1108/III.4/
- Speicherplatzanforderungen: Kernspeicher mindestens 95 K Bytes; externe Datei mit direktem Zugriff und Mindestsatzlänge 3532 Bytes.

#### 5.8 SPREAD / III.15 - III.17 /

SPREAD = Spring Evaluation Analysis and Design Program

- Entwickelt von J.R. Wolberg in Zusammenarbeit mit der Fa. National CSS, Inc. USA
- Anwendung: statische Analyse komplizierter ebener Federanordnungen.
- Kleine Verschiebungen, ein Ende fest eingespannt, bis zu 6 freien Enden, bis zu 20 koplanare Balken, bis zu 10 Einzelkräften, 5 verschiedene Querschnittsformen.
- Jeder Balken hat eigene Materialdaten (E-Modul, Fließgrenze).
- Kraftmethode, d.h. Knotenpunktverschiebungen sind Eingabe, Spannungen und Kräfte werden bestimmt.
- Es existiert eine Time-Sharing-FORTRAN-Version / III.16 / und eine Batch-FORTRAN-Version / III.17 /.
- SPREAD benutzt das Theorem von Castigliano. Nur Biegung, keine Torsion vorgesehen. Das Batch-Programm wurde auf IBM-, CDC- und RCA-Anlagen installiert und benötigt 65 bis 70 K Worte Speicherplatz. Die Installation auf dem Rechner UNIVAC 1108 wird vom Entwickler als problemlos bezeichnet / III.15 /.

## 6. Schlußfolgerungen

Die in dieser Studie besprochenen SPPS wurden zur Computer-Erprobung neuer theoretischer Überlegungen und entsprechender Programmierungstechniken entwickelt. Ihr Aufbau eignet sich selten für eine Bereitstellung in verallgemeinerter Form zur routinemäßigen Verwendung durch "außenstehende" Benutzer. Ihre Bedeutung liegt in der Erzielung von Durchbrüchen bei der Lösung eng umgrenzter, neuartiger Aufgabenstellungen. Die mit diesen SPPS gewonnenen Erfahrungen sind eine wertvolle Informationsquelle für 2 Arten von Beobachtern:

1. Wissenschaftler, die an Codes zur Simulation schwieriger Strukturprobleme arbeiten, weil diese mit dem z.Zt.verfügbaren Wissens- bzw. GPPS-Bestand noch nicht lösbar sind.
2. GPPS-Entwickler, die Erweiterungen ihrer Codes in der "vertikalen Entwicklungslinie" (wie z.B. dynamische Analyse, Plastizität, große Verschiebungen, Thermomechanik, Rheologie, Bodenmechanik) /I.1/ vornehmen und von den SPPS-Vorleistungen ebenfalls profitieren wollen.

Derartige Absichten werden in den Zukunftsplanungen der Betreuer sämtlicher großer GPPS laut. Bedauerlicherweise gingen dort - sicher unter dem Druck des Marktes - die besten Anstrengungen vorwiegend in die Verfolgung der "horizontalen Entwicklungslinie" (geometrische Aspekte der FEM: neue Elemente, Datenorganisation, automatische Netz-erzeugung, Bildschirm- und Plotterdarstellungen). Es gibt deshalb zur Zeit keinen verfügbaren Mehrzweck-Code (und schon gar kein SPPS, mit dem die Simulation der dynamischen Verformung selbst einfacher Strukturen unter transienter (geschweige denn hydromechanischer) Belastung bei Auftreten großer Verschiebungen und Drehungen und nichtlinearem Materialverhalten möglich wäre, /I.2/ verfügen doch von den hier untersuchten GPPS nur drei (STRU DL-II, ASKA/DYNAN, NASTRAN) über ernstzunehmende Möglichkeiten zur dynamischen Analyse. Auf diesem Gebiet liegt NASTRAN an der Spitze; DYNAN übt Beschränkung auf die Normal-Mode-Methode, die ein lineares System voraussetzt. Der dynamische Teil von STRU DL-II muß z.Zt. noch als experimentell bezeichnet werden.



Die Behandlung nichtlinearer Probleme beschränkt sich bei allen Codes auf kleine Deformationen und meist auch auf nur geometrische Nichtlinearitäten. Hier fällt STRUDL-II gegen die z.Zt. etwa gleichauf liegenden GPPS NASTRAN und ASKA/NONLIN (s. Abschnitt 10.2!) merklich ab. Die Voraussetzungen für die Kombination der dynamischen Analyse mit der Möglichkeit zur Berücksichtigung nichtlinearer Systeme sind bei NASTRAN wegen der dort umfangreichen Erfahrungen mit direkten Integrationsverfahren besser als bei ASKA. Dort zielt die NONLIN-Weiterentwicklung z.Zt. weder auf große Deformationen noch auf dynamische Analysen, sondern auf die Kombination mit Beulproblemen ("initial buckling") /I.29/, für die es in NASTRAN schon ein "rigid format" gibt. Allerdings scheint ASKA/NONLIN einen kleinen Vorsprung in der Anwendung der "Initial-Stress-Methode" auf materialbedingte Nichtlinearität (elastoplastische Analyse) zu haben.

## 7. L i t e r a t u r

### I. Allgemeines

- I.1 Margal, P.V.:  
On General Purpose Finite Element Computer Programs.  
ASME Winter Annual Meeting, New York, Nov.30,1970
- I.2 Hartung, R.F.:  
An Assessment of Current Capability for Computer Analysis of  
Shell Structures.  
Computers & Structures 1(1971),1/2, 3-32
- I.3 McCormick, C.W.:  
Shell Analysis with Large General Purpose Programs.  
Computers & Structures, 1(1971) 1/2, 323-332
- I.4 McComb, JR., H.G.:  
Automated Design Methods in Structural Technology.  
NASA SP-292, 225-243
- I.5 Butler, T.G.:  
On the Reduction of Proliferation of Finite Element Programs.  
NASA TM-X-2378, 813-825
- I.6 Carlson, J.M.:  
NASA Technology Transfer: The Computer Software Dissemination  
Program.  
NASA TM-X-2378, 551/2

- I.7 Margal, P.V.:  
Finite Element Analysis of Combined Problems of Nonlinear  
Material and Geometric Behavior.  
Proc. ASME Comp.Conf.on Computational Approaches in Applied  
Mechanics, June 1969, 133-149
- I.8 Przemieniecki, J.S.:  
Matrix Structural Analysis of Substructures.  
AIAA-J, 1(1963) 1, 138-147
- I.9 Rubinstein, M.F., Wikholm, D.E.:  
Analysis by Group Iteration using substructures.  
Proc. ASCE, Proc.Paper 5779, February 1968 (Discussions by  
H.C.Martin, M.Gellert und J.Glück: Proc.ASCE, 94(1968)  
ST11, 2635-2638)
- I.10 Rosen, R., Rubinstein, M.F.:  
Substructure Analysis by Matrix Decomposition.  
Proc.ASCE.96(1970) ST3, 663-670
- I.11 Kirsch, U., Rubinstein, M.F.:  
Reanalysis for limited structural design modifications.  
Proc.ASCE,98(1972) EM1, 61-69
- I.12 Levy, R.:  
A NASTRAN Postprocessor for Structural Modification Reanalysis.  
NASA TM-X-2378
- I.13 Argyris, J.H.; Roy,J.R.:  
General Treatment of Structural Modifications.  
Proc.ASCE,(1972) ST2, 465-492

- I.14 Argyris, J.H., Brønlund, O.E., Roy, J.R.; Scharpf, D.W.:  
A Direct Modification Procedure for the Displacement Method.  
AIAA-J, 9(1971) 9, 1861-1864
- I.15 Valid, R.:  
Calcul sélectif de l'influence de grandes modifications  
structurales sur les modes propres d'une structure linéaire.  
La Rech.Aérop., Année 1971, no.6, 359-364
- I.16 Buck, K.E., Scharpf, D.W., et.al.:  
Einführung in die Matrizen-Verschiebungsmethode.  
W.Ernst & Sohn, München 1972
- I.17 Radaj, D.:  
Matrizenverschiebungsmethode für temperaturabhängig elastisch-  
plastische Tragwerke und Kontinua, rechnerische Bestimmung  
der Schweißbeigenspannungen.  
Bericht Nr.92, ISD, Universität Stuttgart, 1970
- I.18 Radaj, D.:  
Matrizenverschiebungsmethode für temperaturabhängig elastisch-  
plastische Tragwerke und Kontinua.  
1) ZAMM 52, T218(1972)  
2) Acta Mechanica 14(1972) 71-78
- I.19 Hurty, W.C.; Rubinstein, M.F.:  
Dynamics of Structures.  
Englewood Cliffs, 1964
- I.20 Clough, R.W.; Wilson, E.L.:  
Dynamic Finite Element Analysis of Arbitrary thin Shells.  
Computers & Structures, Vol.1 (1971) 1/2, 33-56

- I.21 Newmark, N.M.:  
A Method of Computation for Structural Dynamics.  
ASCE EM3(1959), 67-94
- I.22 Fu, C.C.:  
A Method for the Numerical Integration of the Equations  
of Motion Arising from a Finite-Element-Analysis.  
ASME J.Appl.Mech.,(1970) 3, 599-605
- I.23 de Vogelaere, R.:  
A Method for the Numerical Integration of Differential  
Equations of Second Order Without Explicit First Derivatives.  
J.Res.NBS, 54(1955) 3 119-125
- I.24 Weeks, G.:  
Temporal Operators for Nonlinear Structural Dynamics Problems.  
ASCE EM5(1972) 1087-1104
- I.25 Johnson, St.E.; Hurty, W.C.:  
Convergence in Modal Synthesis.  
ASCE EM 5 (1972)1105-1114
- I.26 Gupta, K.K.:  
Dynamic Response Analysis of Geometrically Non-Linear Structures  
subjected high impact.  
Int.J.Num.Meth.Engng.,4(1972), 163-174
- I.27 Fu,C.C.:  
On the Stability of Explicit Methods for the Numerical  
Integration of the Equations of Motion in Finite Element  
Methods.  
Int.J.Num.Meth. Engng.4(1972), 95-107

- I.28 Ershov, A.P.:  
Aesthetics and the Human Factor in Programming.  
Comm.ACM 15(1972)7, 501-505
- I.29 König, Manfred:  
Persönliche Mitteilung.  
ISD Stuttgart, 16.November 1972
- I.30 Prager, W.:  
An Introduction to Plasticity.  
Addison-Wesley Publ.Comp.,Reading, 1959
- I.31 Prager, W.; Hodge, P.G.:  
Theorie ideal plastischer Körper.  
Springer Vlg. Wien 1954
- I.32 ASKA Part III.1:  
Material Non-Linearities User's Reference Manual (ASKA UM 207)  
ISD, Stuttgart 1972
- I.33 Balmer, H.A., Doltsinis, J.St.:  
ASKA Part III.1 Material Non-Linearities. Lecture Notes with  
Example Problems (ASKA UM 208)  
ISD-Report No.132, Stuttgart 1972

II. General Purpose Program Systems (GPPS)

- II.1 Fenves, S.J.; Logcher, R.D.; Mauch, S.P.:  
STRESS: A Reference Manual  
MIT Press, 1965
- II.2 STRESS III, Structural Engineering System Solver, Version III,  
User's Manual.  
by Aspen Computer Science, Inc.(R.E.Taylor o.o.1970)
- II.3 Logcher, R.D., et.al.:  
ICES STRUDL-II Engng.User's Manual, Vol.1  
R-68-91, MIT, Nov.1968
- II.4 Logcher, R.D., et.al.:  
ICES STRUDL-II Engng.User's Manual, Vol.2  
1<sup>st</sup>ed. R-68-92, MIT, June 1969  
2<sup>nd</sup>ed. R-70-77, MIT, June 1971
- II.5 Anon.:  
ICES STRUDL-II Engng.User's Manual, Vol.3  
1<sup>st</sup>ed. R 68-93, MIT, Dec.1968  
2<sup>nd</sup>ed. R 70-35, MIT, June 1970
- II.6 Schlechtendahl, E.G.; Schumann, U.:  
Erfahrungen mit dem Programmsystem ICES bei ingenieurtech-  
nischen Anwendungen.  
KFZK 1586, Mai 1972
- II.7 ASKA-Programmer's Manual.  
ISD-Report Nr.81, Stuttgart, April 1970

- II.8 ASKA-User's Reference Manual  
ISD-Report No 73, Stuttgart 1971
- II.9 Argyris, J.H. et.al.:  
Introduction to Finite Element Analysis.  
ISD, Stuttgart, May 1968
- II.10 DYNAN-Lecture Notes with Computational Examples.  
ISD-Report No 109, Stuttgart 1971
- II.11 DYNAN-User's Reference Manual.  
ISD Report No 97, Stuttgart 1971
- II.12 Argyris, J.H.; Brønlund O.E.; Sørensen, M.:  
Computer-Aided Structural Analysis.  
The Machine-Independent System ASKA,  
Trondheim, Januar 1971
- II.13 Argyris, J.H.; Buck, K.E.; Scharpf, D.W.; Willam, K.:  
Linear Methods of Structural Analysis.  
1<sup>st</sup> Int.Conf.Struct.Mech.Reactor Technology  
Berlin, 20-24.Sept.1971
- II.14 Argyris, J.H.; Buck, K.E.; Scharpf, D.W.; Willam, K.J.:  
Non-Linear Methods of Structural Analysis.  
Nucl.Engng.& Design 19(1972) 169-197
- II.15 Kamel, H.A.; Miller, A.:  
DAISY Programmer's Manual University of Arizona, August 1970  
(see also Comp.& Struct.1(1971) 1/2, 103-130)



- II.16 Schildknecht, P.O:  
A NASTRAN Theoretical Primer.  
SDK, Lörrach, Nov.1971
- II.17 MacNeal, R.H.:  
The NASTRAN Theoretical Manual.  
NASA SP-221, Sept.1970
- II.18 McCormick, C.W.:  
The NASTRAN User's Manual  
NASA SP-222; Oct.1969
- II.19 NASTRAN:  
User's Experiences  
NASA TM X-2378, Sept.1971
- II.20 MacNeal, R.H.:  
Dynamic Structural Analysis with the NASTRAN Computer  
Program.  
Proc. ASME Winter Annual Meeting, New York, N.Y.Nov.30,1970
- II.21 Mac Neal,R.H.; McCormick,C.W.:  
The NASTRAN Computer Program for Structural Analysis.  
Computers & Structures 1(1971)3, 389-412
- II.21a Butler, T.G.; Michel,D.:  
NASTRAN A Summary of the Functions and Capabilities of  
the NASA Structural Analysis Computer System.  
NASA SP-260, 1971
- II.22 SESAM 69  
Computas Report 71-25,  
Oslo Januar 1972

- II.23 Utku, S.; Akyuz, F.:  
ELAS - A General-Purpose Computer Program for the  
Equilibrium Problems of Linear Structures Vol.1:User's Manual.  
JPL-TR 32-1240, Pasadena, Feb.1968  
(Vol.2: Documentation)
- II.24 Akyuz, F.:  
Persönl.Mitteilung, 1970
- II.25 Utku, S.:  
Persönl.Mitteilung, 1970
- II.26 Akyuz, F.; Utku, S.:  
An Automatic Mode-Relabeling Scheme for Bandwidth Minimi-  
zation of Stiffness Matrices.  
AIAA-J.6(1968)4, 728-730  
Comment & Reply: AIAA-J. 7(1969)2, 380-382
- II.27 Zimmer, A.; Groth, P.:  
Elementmethode der Elastostatik-Programmierung und Anwendung.  
Vlg.R.Oldenburger, München, Wien 1970
- II.28 Kral, W.A.:  
Automatisierte Strukturanalyse  
KEM 1970, H 9, 25-27
- II.29 Greene, B.E., et.al.:  
ASTRA-Boeing's Advanced Structural Analyzer  
Proc.Int.Symp.on Struct.Techn.for Large Radio and Radar  
Telescope Systems. MIT Press, 1969

- II.30 Hellen, T.K.:  
BERSAFE (Phase I)-A Computer System for Stress Analysis,  
Pt.I: User's Guide  
CEGB Report RD/B/N1761, 1970  
s.auch Paper M6/1, 1<sup>st</sup> Int.Conf.Struct.Mech.in Reactor  
Technology, Berlin 1971
- II.31 Fullard, K.:  
FLHE-A Finite Element Program for the Calculation of  
Temperatures CEGB Report RD/N1849, 1971  
s.auch Paper M5/3, -1<sup>st</sup> Int.Conf.Struct.Mech.Reactor  
Technology, Berlin 1971
- II.32 STRIP-Informationen  
digital AG, Zürich 1970 & 1971
- II.33 Wolf, J.P.:  
Finite Elemente und Vorspannoptimierung als Beispiele  
für die auf elektronische Rechenanlagen ausgerichtete  
statische Methode.  
Österr.Ing.Zeitschr.13(1970)2, 111-119
- II.34 Bengtsson, R.; Wolf, J.P.:  
Ein neues Berechnungshilfsmittel für Statiken.  
NZZ, Beil.Technik v.Mo.11.5.1970 (MA 213/FA 129)
- II.35 Wolf, J.P.:  
Das Flächentragwerksprogramm von STRIP.  
Schweizerische Bauzeitg., 20.1.1972
- II.36 Bengtsson, R.; Wolf, J.P.:  
STRIP  
1) Step-2: Ebene Stabtragwerke  
2) Step-3: Räumliche Stabtragwerke  
3) Step-S: Flächentragwerke  
Zürich, August 1969

- II.37 EASE-Elastic Analysis for Structural Engineering  
User's Manual & Applications Guide, CDC,  
Data Centers Div., Aug.1969
- II.38 MAGIC-An Automated General Purpose System for  
Structural Analysis.  
1) Vol.I: Engineers Manual; by R.H.Mallet & St.Jordan;  
AFFDL-TR-68-56; WPAFB, Jan.1969  
2) Vol.II: User's Manual; by St.Jordan et.al.,1968  
3) Vol.III: Programmer's Manual; by D.de Santis,1968  
AFFDL-TR-68-56, WPAFB, Ohio, USA
- II.39 Argyris, J.H.; Chan:  
Applications of Finite Elements in Space and Time.  
Ing. Arch.41(1972)235-257

### III. Special Purpose Program Systems (SPPS)

- III.1 Diestelmann, M.L., Geier, B., Rohwer, K., Schulz, J.:  
BEOS - Ein FORTRAN-IV-Programm zur Berechnung der Beul-  
lasten exzentrisch orthotroper Sandwichschalen.  
DLR Mitt.72-08, Braunschweig 1972
- III.2 Rohwer, K., Geier, B.:  
Ein Rechenprogramm für die Beullasten flacher, versteifter  
und geschichteter Schalen.  
4. Jahrestagg.d.DGLR, Baden-Baden, 11-13.X.1971; Preprint  
Nr.71-109

- III.3 Geier, B.:  
Z. Flugwiss.14(1966)7,306-323
- III.4 Diestelmann, M.L., Zehlein, H.:  
Installationsbericht BEOS, UNIVAC 1108-Version;  
in Vorbereitung; TF/DFVLR(intern), Stuttgart-Braunschweig-  
Porz/Wahn, 1972 (unveröffentlicht)
- III.5 Haisler, W.E, Stricklin, J.A.:  
Static Nonlinear Analysis of Shells of Revolution  
User's Manual  
Sandia Laboratories, SC-CR-68-3664, June 68
- III.6 Haisler, W.E.:  
SNASOR Computer Code, Source Code Listing,  
Texas A.& M University, July 1969
- III.7 Haisler, W.E.; Stricklin, J.A.:  
The Importance of Higher - Order Nonlinearities in Large  
Deflection Shell Analysis;  
Texas, 1969
- III.8 Haisler, W.E.; Stricklin, J.A.:  
1) AIAA-J, 8(1970)6, 1158/9  
2) Haisler, W.E.,Stebbins,J.: AIAA-J.,10(1972)3, 264-272  
3) Haisler,W.E.,Stricklin, J.A.,Dougall,H.R.:AIAA-J.6(1968)12,  
2306-2312  
4) Haisler, W.E.et.al.: AIAA-J.9(1971)4, 629-636
- III.9 Haisler, A.:  
Private Communication & addenda (1969,1970)
- III.10 Stricklin, J.A.,et.al.:  
Nonlinear Dynamic Analysis of Shells of Revolution by  
Matrix Displacement Methods.  
Texas A&M Univ.,69-77, Feb.1970

- III.11 Stricklin, J.A.:  
Geometrically Nonlinear Static and Dynamic Analysis of  
Shells of Revolution.  
IUTAM Symp.High Speed Computing of Elastic Structures;  
Liege, Belgium, Aug.25, 1970
- III.12 Stricklin, J.A., Haisler, W.E., v.Rieseemann, W.A.:  
Geometrically Nonlinear Structural Analysis by the  
Direct Stiffness Method.  
Texas A & M University, 70-16, Aug.1970
- III.13 id.:  
Computation and Solution Procedures for Nonlinear  
Analysis by Combined Finite Element-Finite Difference  
Methods.  
Natl.Symp.on Computerized Struct. Anal.& Design,  
George Wash. Univ.,Washington, D.C., March 27-29,1972
- III.14 id.: Evaluation of Solution Procedures for Material  
and/or Geometrically Nonlinear Structural Analysis by the  
Direct Stiffness Method.  
AIAA/ASME 13<sup>th</sup> Structures, Struct.Dynamics & Materials  
Conf.,San Antonio, Texas, April 10-14, 1972
- III.15 Wolberg, J.R.  
Persönliche Mitteilung., Haifa 1972
- III.16 Wolberg, J.R.:  
Spring Evaluation Analysis and Design Program(SPREAD).  
National CSS, STAMFORD, USA, Jan.1971  
(Conversational Version)

- III.17 Wolberg, J.R.:  
Instruction Manual SPREAD Program (Batch Version)  
Technion, Haifa, Sept.1971
- III.18 Mareczek, G.:  
FAN-Finite Element Analyser-A General Experimental  
Software System for Field Analysis.  
Unveröffentl.Aide-Mémoire, ISD, Stuttgart, 1970
- III.19 Crose, J.G.:  
Stress Analysis of Axisymmetric Solids with Asymmetric  
Properties.  
AIAA-J.10(1972)7,866-
- III.20 Zudans, Z., et.al.:  
A Three-Dimensional Computer Code für the Analysis of  
Complex Structures.  
Nucl.Engng.Design 20(1972)149-167
- III.21 Sutherland, W.H.:  
A Finite Element Computer Code (AXICRP) for Creep Analysis  
Battelle Mem.Inst.Richland, Wash. Oct. 1969
- III.22 Greenbaum, G.A. & M.F.Rubinstein:  
Creep Analysis of Axisymmetric Bodies Using Finite Elements  
Nucl.Engng.& Design, 7(1968)379-397
- III.23 Kontanchic, J.J.,Jeghiayan, R.P., Witmer, E.A.,Berg,B.A.:  
The transient linear elastic response analysis of Complex  
thin shells of revolution Subjected to arbitrary external  
loadings by the finite-element Program SABOR 5-DRASTIC  
MIT-ASRL-TR 146-10,APR 1970





8. Tabellen

Tafel 1 : Häufig vorkommende Abkürzungen

Tafel 2 : Untersuchte Codes

Tafel 3 : Vergleich zwischen ASKA/DYNAN, NASTRAN, STRUDL-II

Tafel 4 : NASTRAN: Algorithmen zur Eigenwertanalyse

Tafel 5 : Reelle Eigenwertanalyse

Tafel 6 : Komplexe Eigenwertanalyse

Tafel 1: Häufig vorkommende Abkürzungen

Table 1 Frequently occurring abbreviations

---

?	no reliable info	available
ABS	American Bureau of Shipping	
AFFDL	Air Force Flight Dynamics Laboratory	
ASD	Automated Structural Design	
ASKA	Automatic System for Kinematic Analysis	
ASME	American Society of Mechanical Engineers	
BNWL	Battelle Memorial Institute, North-West Labs, Richmond, Washington, USA	
CDL	Command Definition Language	
CEGB	Central Electricity Generating Board, Berkeley, U.K.	
CPU	Central Processing Unit	
CRT	Cathod Ray Tube	
CSC	a) Computer Science Corporation, USA	
csc	b) card source code	
DB	Daimler Benz AG, Stuttgart, Germany	
DI	Direct Integration	
DOF(s)	Degree(s) of Freedom	
DRS	Data Retrieval System (esp.in ASKA, ASTRA)	
DS	Dornier System, Friedrichshafen	
E/A	Eingabe/Ausgabe (engl.I/O:Input/Output)	
EAC	Engineering Analysis Corporation	
EQ(s)	Equation(s)	
FD	Finite Difference	
FE(M)	Finite Element (Method)	
FIRL	Franklin Institute Research Labs, Philadelphia, USA	
FSD	Fully Stressed Design	
GEOM	Geometry, geometrical(ly)	
GINO	General Input Output Processor (NASTRAN)	
GPPS	General Purpose Program System	
GSFC	Goddard Space Flight Center	
ICES	Integrated Civil Engineering System	
ISD	Institut für Statik und Dynamik der Luft-und Raumfahrt- konstruktionen, Stuttgart	
JPL	Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, Calif. USA	
KC	kinematically consistent (-compatible,-equivalent)	

LRC NASA Langley Research Center, Hampton, Va., USA  
MAT Material.....  
MIT Massachusetts Institute of Technology, USA  
NASA National Aeronautics and Space Administration  
NASTRAN NASA Structural Analysis  
NL Nonlinear  
NM(M) Normal Mode (Method)  
NONLIN ASKA Enhancement for linearized static (small strain)  
NL-Proplems (trailer-Code)  
POL Problem Oriented Language  
PP Peripheral Processor  
PVA, PVW Principle of Virtual Work  
SPPS Special Purpose Program System  
STRU DL Structural Design Language  
TRW Thompson-Ramo- Wooldridge, USA  
TUB Technische Universität Berlin  
USAF United States Air Force  
WPAFB Wright Patterson Air Force Base, Dayton, Ohio, USA

Table 2: Considered CodesTafel 2: Untersuchte Codes

Code name	Origin	References
<u>1. General Purpose Program Systems</u>		
STRU DL-II	MIT	II.1 - II.6
ASKA/DYNAN	ISD	II.7 - II.14
DAISY	Univ. Arizona/ABS/Lockheed Aircraft Co.	II.15
NASTRAN	NASA GSFC/CSC	I.3, I.5, I.6, II.16, - II.21a
SESAM	Det Norske Veritas, Oslo	II.22
ELAS	JPL	II.23 - II.26
MAGIC	AFFDL/Bell Aerosystems	II.-38
EASE	EAC	(I.2)
ASTRA	Boeing Corporation	II.29
ESEM	DB	II.27
COSA	DS	II.28
BERSAFE	CEGB	II.30, II.31
STRIP	Digital AG, Zürich	II.32 - II.35a

2. Special Purpose Program System

COPATS	FIRL	III.20
SNASOR/DYNASOR	Texas A&M University/Sandia Corporation	III.5 - III.14
AXICRP	BNWL/TRW/Univ. of California	III.21, III.22
SABOR	MIT	III.23
FAN	ISD	III.18
ASAAS	The Aerospace Corporation	III.19
BEOS	DFVLR(Braunschweig)	III.1- III.4
SPREAD	CSS/Technion(Haifa)	III.15 - III.17

Table 3: Comparison between ASKA/DYNAN, NASTRAN, STRUDL II

(availability status: n=no, y=yes, p=partial, ?=no info)

Tafel 3: Vergleich zwischen ASKA/DYNAN, NASTRAN, STRUDL-II

Properties	ASKA/DYNAN	NASTRAN	STRUDL II
<u>1. Basic facilities</u>			
Linear Dynamic Analysis	y	y	y
Non-linear Dynamic Analysis	n	p	n
Geometric Nonlinearities (static loads, geom.stiffness) (see I.7, III.11 thru III.14)	p	p	p
Material Nonlinearities (elastic behavior) (see I.7, II.11 thru III.14)	p	p (piecewise)	n
Plasticity and Creep	n (in preparation)	n (under, investigation)	n
Substructures (see I.8 thru I.10)	y	n (planned for 1973, see II.19)	n
separate matrixoperations package	y ( 'FORMAT' )	y ( 'DMAP' )	n
Reinforced Concrete structure package	(inprepara- tion)	n	p (only frames)
Modular program structure	y	y	y
Optimization (Structural Synthesis) (see I.11 thru I.15)	small mo- difications feasible; experimen- tal	p (together with ASD, FSD within LRC, see I.4)	p (framework, section para- meter)

Table 3: continued

Properties	ASKA/DYNAN	NASTRAN	STRU DL II
<u>2. Modelling aids and computational procedures</u>			
Prescribed DOFs	y	y	?
Rotated Basis (skew suppression of DOF's)	y	y	y
user-defined elements	y	y	y
Anisotropy	y	y	y
Automatic generation of kinematically consistent a) loads b) masses c) damping	a) p b) p c) p	a) n b) p c) ?	a) p b) p c) ?
Dynamic Response	modal y	y	y
	direct (n) (p:FE's inspace &time still experimental)	y	y
Condensation (Guyan Reduction, dynamic Condensation)	y	y	y
Automatic mesh generation	p	y	n
Temperature loads (via initial strains)	y	y	y

Table 3: continued

Properties	ASKA/DYNAN	NASTRAN	STRU DL II
Restart Capability	y	y	y (together with substructures)
Bandwidth Minimation	n	p	n
interactive graphics	in preparation (CDC 1700)	y	n
<u>3. Customer appeal</u>			
Machine independent	y	y	?(p)
User friendliness & simplicity	medium	high	medium
Computer installation experience	IBM 360, 370? CDC 6600 UNIVAC 1108	IBM 360, 370 CDC 6000- Series UNIVAC 1108	IBM 360(370?)
<u>4. Special features</u>			
	-Topological variables-Macro-Elements -Arbitrary Anisotropy-DRS-FORMAT-Interactive Graphics -Elastoplastic Analysis (small strains only)	-CRT-Display -Interactive Communication -Macro Elements-Plotter output-GINO-DMAP-Rigid formats for Standard cases -4 types of NL-Elements -Transfer functions	-Earthquake accelerations -Reinforced concrete frame Structures-framework optimization-tabular selection routine-Definition, Storage & retrieval of parameter & properties values -surface equations-for shell analysis-CDL

Table 3: continued

Properties	ASKA/DYNAN	NASTRAN	STRU DL II
		<ul style="list-style-type: none"> <li>-Component load sets for transient analysis</li> <li>-Mode acceleration Techniques</li> <li>-"extra points" for dynamic analysis</li> <li>-"modal coordinates"</li> <li>-Multipoint constraints (mechanisms may be described)</li> <li>-FD integration for complex dynamic equations</li> <li>-convolution integral algorithm for uncoupled EQS (closed form)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- POL</li> <li>- ICETRAN</li> </ul>



Comparison of Methods of Eigenvalue Extraction

Method Characteristic	Tridiagonal Method	Inverse Power Method With Shifts	Determinant Method
Most general form of matrix	$[A - pI]$	$[Mp^2 + Bp + K]$	$[A(p)]$
Restrictions on matrix character	A real, sym., constant	M, B and K constant	None
Obtains eigenvalues in order	All at once	Nearest to shift point	(Usually) nearest to starting points
Takes advantage of bandwidth	No	Yes	Yes
Number of calculations, order of	$O(n^3)$	$O(nb^2E)$	$O(nb^2E)$

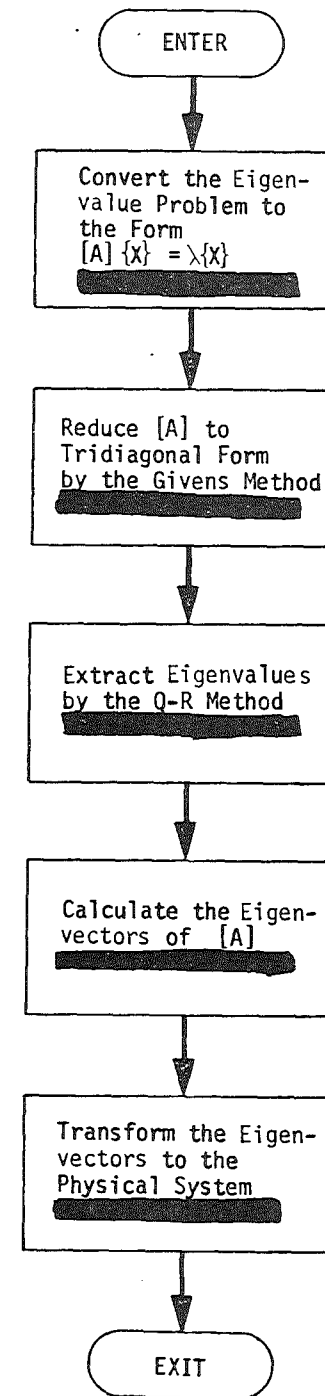
Note: n = number of equations

b = semi-bandwidth

E = number of eigenvalues extracted

Table 4: NASTRAN:  
Eigenvalue Extraction Methods

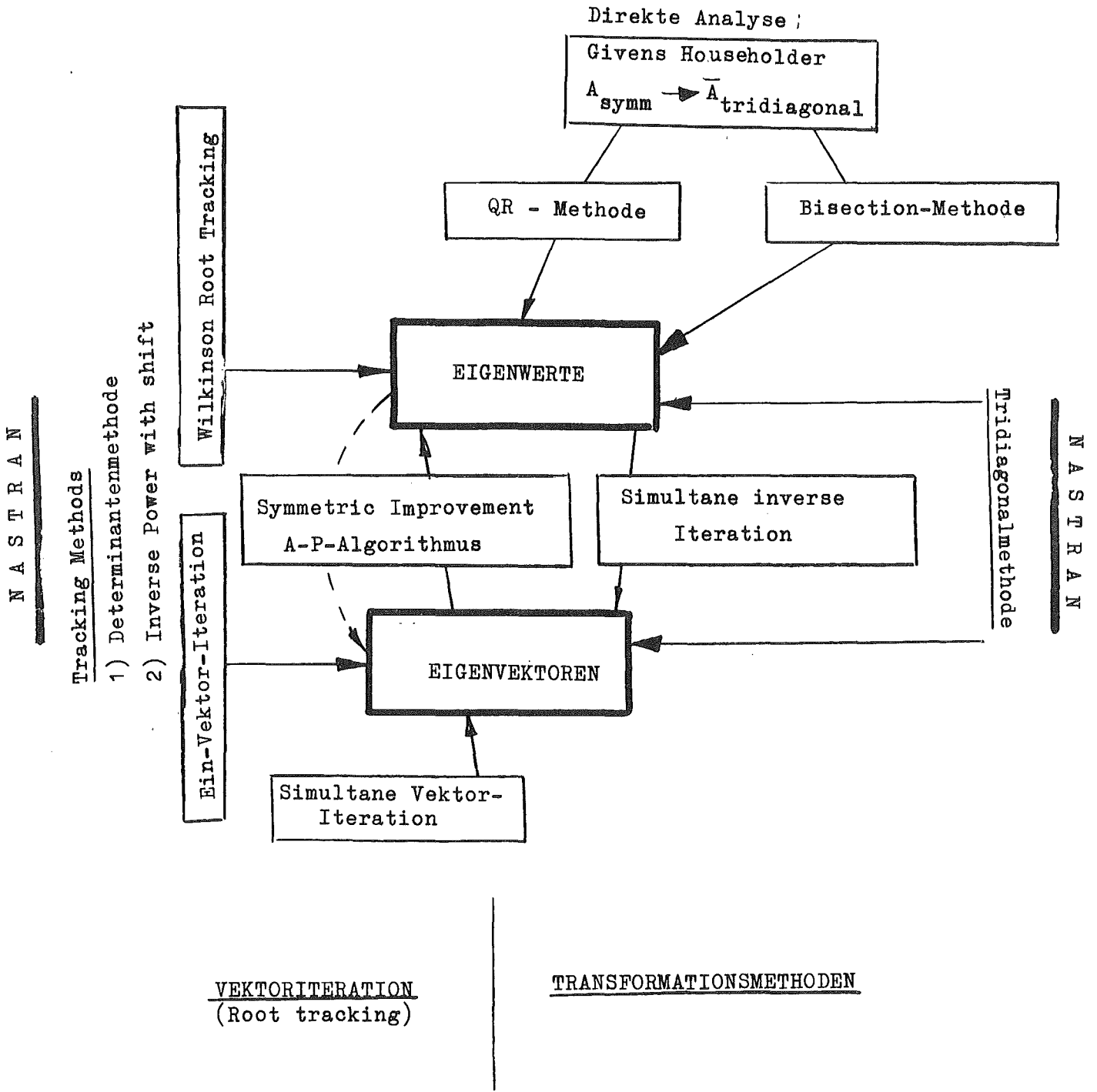
Tafel 4: NASTRAN: Algorithmen zur Eigenwertanalyse



Simplified flow diagram for the tridiagonal method.

EIGENWERTANALYSE: Proportionale Dämpfung  
(Reelle Eigenwerte)

A S K A



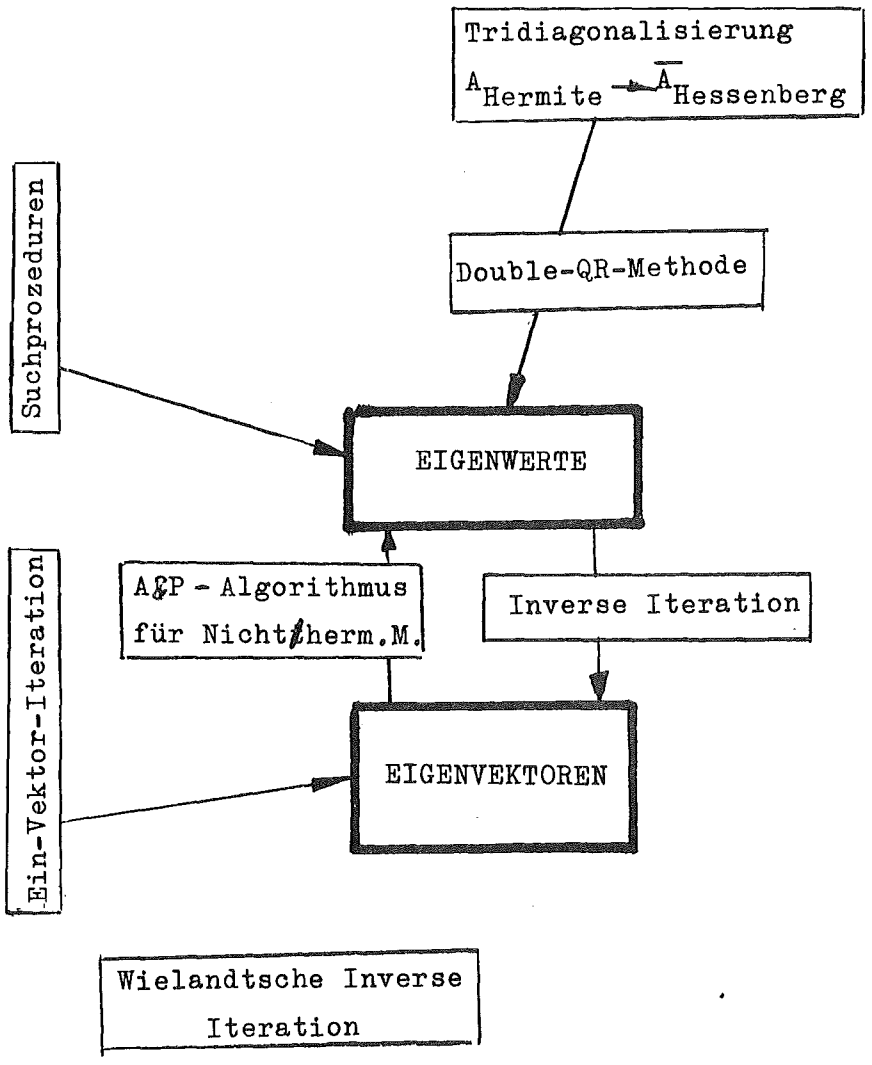
Tafel 5: Reelle Eigenwertanalyse

EIGENWERTANALYSE: Nicht proportionale Dämpfung  
(Komplexe Eigenwerte)

A S K A

N A S T R A N

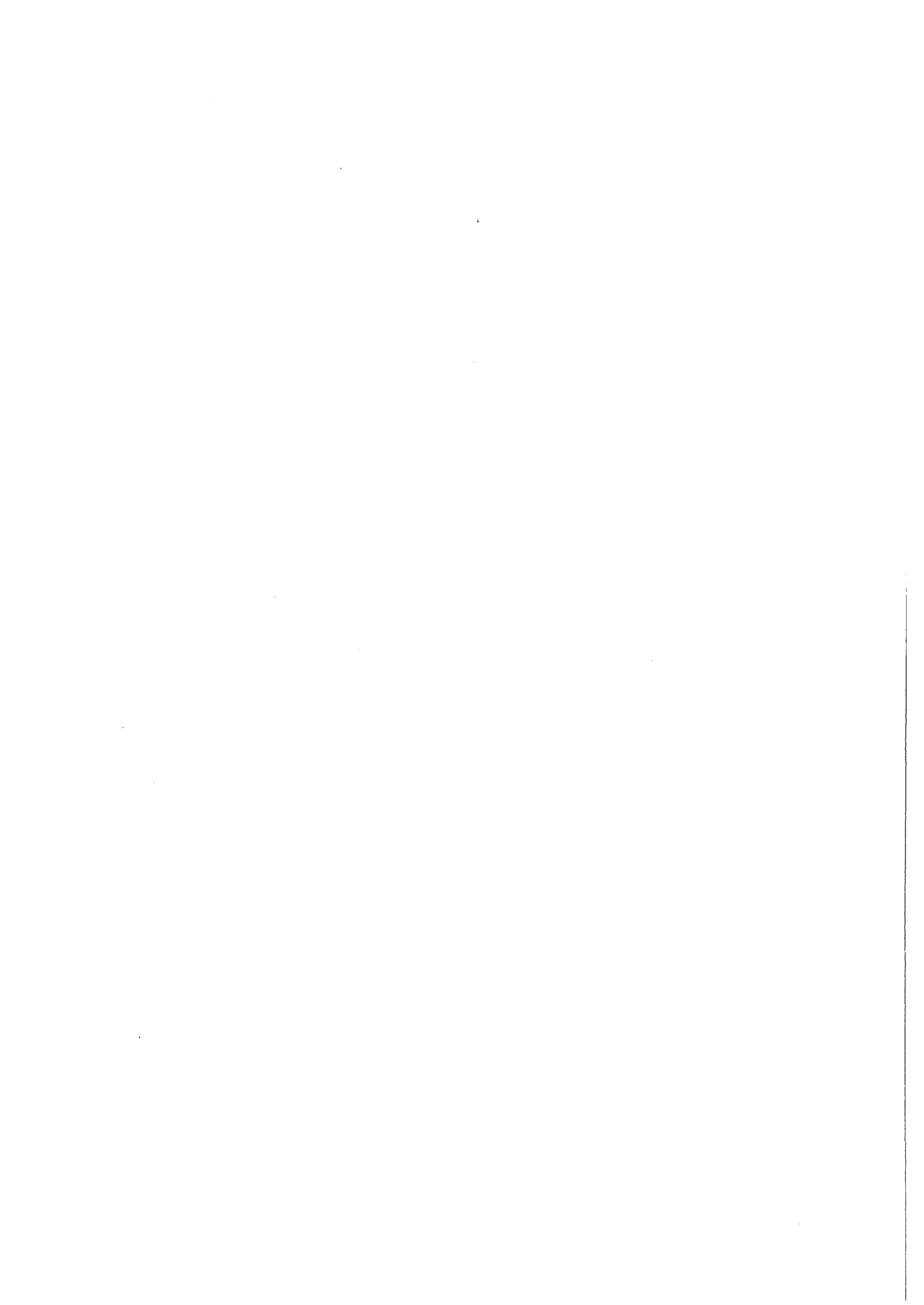
Inverse Power With Shift  
(komplex)



ITERATIVE METHODEN

TRANSFORMATIONSMETHODE

Tafel 6: Komplexe Eigenwertanalyse



## 9. Anhänge

### 9.1 Eigenwertanalyse

Tafel 4 gibt eine Übersicht über die in NASTRAN vorhandenen Algorithmen zur Eigenwertanalyse. Bei den Wurzelbestimmungsmethoden (root tracking methods; hier: Determinantenmethode und "Inverse Power with shift") werden die Eigenwerte als Wurzeln der charakteristischen Gleichung des Eigenwertproblems einzeln mit einem iterativen Algorithmus bestimmt, der auf die dynamische Matrix in ihrer ursprünglichen Form zugreift. Bei den Transformationsmethoden (hier: Tridiagonale Methode) wird die dynamische Matrix zunächst durch geeignete Transformationen (Diagonalisierung, Tridiagonalisierung) in eine Form gebracht (Tridiagonal, (obere) Hessenberg-Form) die eine wirtschaftliche simultane Bestimmung der Eigenvektoren und Eigenwerte durch einen geeigneten Algorithmus (simultane inverse Iteration) ermöglicht. Die Transformationsmethoden sind nur für konservative Systeme geeignet. Bei Beulproblemen und komplexen Eigenwerten muß auf eine Wurzelbestimmungsmethode zurückgegriffen werden. Dort eignet sich die Determinantenmethode auch zur Orthogonalisierung dynamischer Matrizen, deren Koeffizienten eine Funktion der Eigenwerte sind.

Einzelheiten über die verschiedenen Algorithmen entnehme man dem Schrifttum /II.10, II.11, II.17/. Die Tafeln 5 und 6 versuchen, den Zusammenhang der in NASTRAN und DYNAN vorhandenen Eigenwerttroutinen zu veranschaulichen. DYNAN enthält als Besonderheiten einen doppelten QR-Algorithmus und für komplexe Eigenwertprobleme schwacher Dämpfung den AP-Algorithmus sowie Programme zur Schätzung von Anfangsvektoren, zur numerischen Verbesserung von Eigenvektoren und zur Ermittlung gebündelter und mehrfacher Eigenwerte (Krylov-Verfahren).

### 9.2 Nichtlineare Probleme

Soweit die in dieser Studie gesichteten Codes nichtlineare Probleme überhaupt bearbeiten können, ist die Anwendung der verfügbaren Methoden auf kleine Dehnungen beschränkt. Es gibt hierfür 2 inkrementale

Verfahren (Anfangsdehnungen, Anfangsspannungen) und ein direktes Verfahren (Tangentensteifigkeit( /I.6/)). Eine Erweiterung dieser Verfahren auf temperaturabhängige Nichtlinearität wurde von Radaj vorgeschlagen /I.17, I.18/. STRUDL-II wendet das direkte Verfahren an und ist auf die Untersuchung geometrisch nichtlinearer Stabilitätsprobleme beschränkt.

NASTRAN kann ebenfalls solche Stabilitätsprobleme bewältigen und bietet darüberhinaus noch die Möglichkeit zur Spezifikation nichtlinearer Regelungseinflüsse in der dynamischen (transienten) Strukturanalyse (schießt auf Flutterprobleme!). Stoffgesetzbedingte Nichtlinearität ist hier nicht zugelassen. Auf diesem Gebiet ist ein ASKA-Anhänger-Code namens NONLIN am weitesten fortgeschritten. Experimentelle Vorarbeiten dazu sind bekannt /II.14/, doch ist der GPPS-level noch nicht erreicht. Folgende Restriktionen müssen beachtet werden: kleine Deformationen, lineares Dehnungs-Verschiebungsgesetz, keine Unterscheidung zwischen verformter und unverformter Struktur, quasistatische Bewegung, Trägheitseffekte vernachlässigbar, keine Anisotropie, nur ein Lastfall, Zahl der Freiheitsgrade unter 1000, wegen der isotropen Verfestigung kein Bauschinger-Effekt möglich. Unter diesen Voraussetzungen werden Formulierungsfragen, nichtlineare Lösungsmethoden, Kriechprobleme bei Betonstrukturen und Dissipationserscheinungen in Metallen andiskutiert /II.14/. NONLIN selbst enthält nur eine Rechthandseiteniteration für einfache elastoplastische Probleme /I.32, I.33/. Balken und Platten können wegen der bei ihnen notwendig werdenden Unterscheidung zwischen elastischen und plastischen Zonen in NONLIN nicht verwendet werden /I.29/. Ein laminiertes biegesteifes Element ist nicht vorhanden, dynamische Probleme und Kollapsanalysen können mit NONLIN nicht behandelt werden, eine Integration mit DYNAN oder ein ähnliches dynamisch-nichtlineares Konzept ist in naher Zukunft nicht zu erwarten. Dagegen ist als nächste Ausbaustufe die Bearbeitung von "initial buckling"-Fragen geplant /I.29/. NONLIN verwendet die von Zienkiewicz in die FEM eingeführte Initial-Stress-Methode. Dabei tauchen jedoch keine Anfangsspannungen explizit in den Iterationsschleifen auf. Dies würde zu Schwierigkeiten bei der Beschreibung ideal plastischen Verhaltens führen. Stattdessen wird zur Bestimmung des plastischen Vergleichsdehnungsincrements die Formulierung totaler Dehnungsincremente bevorzugt. Im idealplastischen

Fall muß dann nur die Steigung der i.a. zu einem jeden Inkrement gehörigen Sekante der Spannungsdehnungskurve einfach Null gesetzt werden. Zur Beschreibung eines Kriechdehnungsinkrements muß der Benutzer ein eigenes Funktions-Unterprogramm stellen. Die Beschreibung hyperelastischen Verhaltens unter Berücksichtigung thermoplastischer Materialeigenschaften ist möglich. Dabei erfolgt die Addition thermischer Dehnungsinkremente zu den fiktiven Anfangsdehnungen in der üblichen Weise. Die thermoplastische Wegabhängigkeit verlangt zur Berechnung des plastischen Dehnungsinkrements die Kenntnis der Temperaturabhängigkeit des Elastizitätsmoduls am Anfang und am Ende des Iterationsschritts  $E(T)$  und  $E(T+T_{\Delta})$  sowie dessen Temperaturgang innerhalb des Intervalls /I.33/. Hier stellt sich die Frage, weshalb nicht das von Radaj vorgeschlagene Konzept des "fiktiven Elastizitätsmoduls" / I.17, I.18 / als Alternative herangezogen wurde. NONLIN ermöglicht durch Verwendung des ASKA-Substruktur-Konzepts die Unterscheidung elastischer und plastischer Teilnetze. Von ASKA stammt auch die Möglichkeit zur Einführung eines (geeigneten!) benutzerspezifisierten Elements sowie 8 Standardelemente (Familien TRIM, TRIAX und TET), zu denen 2 neue Elemente (TRIMP 3 und -6) für ebenen Dehnungszustand hinzutreten. Als Fließbedingung wird das von-Mises-Kriterium in bekannter Weise /I.30, I.31/ verwendet.

Ein ähnliches Konzept liegt dem in dieser Studie nur in Abschn.7.2 kurz erwähnten nichtlinearen GPPS-Code MARC2 zugrunde. Leider ist dieser Code bisher nur wenig dokumentiert und nicht marktmäßig beschaffbar. Von MARC2 gibt es eine über einen Computerhersteller zugängliche Version "MARC-CDC-Nonlinear Finite Element Analysis Program". Diesem Code liegt eine inkrementale Methode zugrunde, bei der Anfangskräfte aus akkumulierten Anfangsspannungen und -dehnungen abgeleitet werden. Dies erfolgt unter Verwendung der temperaturunabhängigen Prandtl-Reuss-Beziehung und des Fließkriteriums nach v.Mises /I.1 /. Der Code kann nichtlineare transiente Strukturanalysen mit Hilfe folgender Elementtypen bewältigen: Balken, Knickbalken und zweifach gekrümmte Drehschale / I.2, I.7 /.

Allerdings kann auch MARC2 keine großen Dehnungen behandeln. Von Newton-Raphson-Lösungen des nichtlinearen elastischen Problems wird

z.B.von Marcal gesagt /I.1/:"This series of works is perhaps best placed in a separate category. It concerns itself with large strain, large displacement analysis, using constitutive equations in terms of an energy potential which is appropriate for a rubberlike material. It is difficult to envisage implementing this analysis in the sense of a general program outlined here". An anderer Stelle wird über MARC-CDC gesagt: "Verification and validation...is limited. It is the intent of AEC-RDT and ORNL to develop fully verified and validated elastic/plastic creep structural analysis computer codes applicable to analysis of LMFBR structural systems which will be publicly available (.di.EPACA und CREEP-Plast; d.Verf.) to the nuclear industry" (WARD-3045T2C-1.May 1972, p.7-3). Von allen anderen, im Gegensatz zu MARC-CDC verfügbaren Codes wird an gleicher Stelle gesagt:"At the present time (d.i.Mai 1972; d.Verf.), most of the programs for performing inelastic structural analysis are not sufficiently general to allow an engineering analysis of complex structures that are being operated in the temperature range of 800<sup>o</sup> to 1200<sup>o</sup>F."

Über die Verfügbarkeit der von Zienkiewicz nach dem von ihm eingeführten Initial-Stress-Konzept entwickelten Programme ist nichts bekannt.