

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM  
KARLSRUHE**

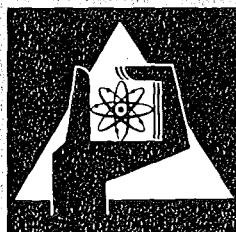
September 1974

KFK 2023

Institut für Reaktorentwicklung  
Projekt Schneller Brüter

**Dynamisch plastisches Verhalten von Metallen**

T. Malmberg



**GESELLSCHAFT  
FÜR  
KERNFORSCHUNG M.B.H.**

**KARLSRUHE**

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.  
KARLSRUHE

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

KFK 2023

Institut für Reaktorentwicklung

Projekt Schneller Brüter

Dynamisch plastisches Verhalten von Metallen

von

T. Malmberg

Gesellschaft für Kernforschung mbH., Karlsruhe



## Zusammenfassung

Verschiedene Sicherheitsbetrachtungen an Schnellen Brutreaktoren erfordern Kenntnisse über das mechanische Verhalten von metallischen Strukturmaterialien bei dynamisch plastischer Verformung. Da Modellexperimente mit Simulationsmaterialien durchgeführt werden, müssen auch diese Stähle mit in die Betrachtungen einbezogen werden.

In der hier vorgelegten Übersicht wird der Versuch gemacht, einen Einblick in die verschiedenen an niedriglegierten Kohlenstoffstählen und austenitischen Stählen beobachteten Phänomene bei dynamisch plastischer Verformung zu geben. Auf versetzungstheoretische Modelle wird nicht eingegangen. Verschiedene mathematische Ansätze (Stoffgesetze) für den einachsigen Spannungszustand zur Beschreibung derartiger Phänomene werden diskutiert. Die besonderen, bei höheren Dehnungsgeschwindigkeiten ( $\dot{\epsilon} > \text{ca. } 10 \text{ sec}^{-1}$ ) auftretenden Interpretationsfragen, die durch die Wellenausbreitungsprobleme in der Probe hervorgerufen werden können, werden erläutert.

## DYNAMIC PLASTIC BEHAVIOR OF METALS

### Summary

For certain safety considerations of Fast Breeder Reactors it is necessary to know the mechanical properties of structural steels and their equivalents used in model experiments. The present study intends to give a description of phenomena observed in steels with low carbon content (mild steel) and austenitic stainless steels under dynamic plastic deformation. However, dislocation models will not be treated. Various constitutive relations used for the analysis of time dependent plastic flow under uniaxial stress conditions are discussed. Problems related to the interpretation of experiments at higher strain rates ( $\dot{\epsilon} > 10 \text{ sec}^{-1}$ ) due to elastic plastic wave interactions are described.

## Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einführung	1
2. Zur Problematik der Aufstellung eines mechanischen Stoffgesetzes	3
3. Verhalten von metallischen Werkstoffen bei ein-dimensionaler, plastodynamischer Verformung	12
3.1 Unlegierte Stähle mit niedrigem Kohlenstoffgehalt	12
3.1.1 Obere Fließspannung und verzögertes Fließen	13
3.1.2 Untere Fließspannung, Lüders-Dehnung, Bruchspannung	20
3.1.3 Spannungs-Dehnungs-Diagramm	26
3.2 Austenitische Stähle	38
3.2.1 Streckgrenze	38
3.2.2 Bruchspannung, Gleichmaßdehnung, Bruchdehnung	44
3.2.3 Spannungs-Dehnungs-Diagramm	54
3.2.4 Bestrahltes Material	60
4. Mathematische Ansätze zur Beschreibung des dynamisch-plastischen Verhaltens von Metallen (Stoffgesetze)	61

	Seite
4.1 Überblick	61
4.2 Elastisch-viskoplastisches Verhalten	68
4.3 Viskoelastisches Verhalten	76
4.4 Stoffe mit Verzögerungszeit (Delay-time Stoffe)	77
4.5 Stoffe mit einer Zustandsgleichung vom Typ $\sigma = \Phi(\epsilon, \dot{\epsilon})$	83
5. Elastisch-plastische Wellenausbreitung in Stäben bei einachsigem Spannungszustand	85
6. Die Split-Hopkinson-Bar Technik	105
6.1 Methode	105
6.2 Auswertung	108
6.3 Zur Gültigkeit der Homogenitätshypothese	116
7. Schlußbemerkungen	124
8. Literatur	128



## 1. Einführung

Im Zusammenhang mit Sicherheitsbetrachtungen beim Schnellen Brutreaktor gibt es mehrere, z.T. hypothetische Unfälle, die zu hohen transienten Belastungen der Reaktorstrukturen führen. Zu nennen sind hier

- der Bethe-Tait-Unfall (HCDA, Hypothecal Core Disruptive Accident), der z.B. zu dynamischen Belastungen des Reaktorbehälters, des Reaktordeckels und der Rohrleitungen führt,
- der Propagationsunfall, bei dem durch eine Dampfexplosion infolge der Brennstoff-Natrium-Reaktion in einem einzelnen Brennelementkasten das Core beschädigt werden kann,
- die Erdbebenbeanspruchung,
- der Flugzeugabsturz.

Bei den beiden erstgenannten Unfällen, die hier von besonderem Interesse sind, sind die Strukturmaterialien metallische Werkstoffe, die während des Unfallablaufs weit in den plastischen Bereich verformt werden können.

Es ist nun seit langem bekannt, daß die Materialkenngrößen metallischer Werkstoffe, wie z.B. die Fließspannung oder Streckgrenze, die Bruchspannung und Bruchdehnung von der Deformations- bzw. Belastungsgeschwindigkeit abhängen können.

---

Zum Druck eingereicht am 16.8.74

Die Kenntnis dieses Verhaltens, und zwar insbesondere das von Reaktorstählen, ist aus zwei Gründen erforderlich:

1. Sowohl für den Bethe-Tait-Unfall, wie auch für den Propagationsunfall, werden Simulationsexperimente bei Raumtemperatur und bei verkleinertem Maßstab durchgeführt. Um eine derartige Simulation sinnvoll durchführen zu können, müssen die mechanischen Eigenschaften sowohl der Reaktorstähle (bestrahlt und unbestrahlt), wie auch die des Simulationsmaterials bei den entsprechenden Temperaturen und Deformationsgeschwindigkeiten bekannt sein.
2. Will man die mechanischen Auswirkungen dieser Unfälle mit Hilfe eines theoretischen Modells berechnen, dann müssen außer den stoffunabhängigen Erhaltungssätzen (Masse, Impuls, Drall, (Energie)) die Stoffgesetze und Versagenskriterien bekannt sein. Die Frage nach dem Einfluß der Deformationsgeschwindigkeit auf die Materialkenngrößen ist ein Teilaspekt des mehr allgemeinen Problems, welches Stoffgesetz bei dynamisch plastischer Verformung für eine realistische Beschreibung des Materials gewählt werden soll.

Nun ist es allerdings illusorisch zu erwarten, daß es möglich ist, für einen bestimmten Werkstoff ein "allgemeingültiges" Stoffgesetz angeben zu können, das viele Belastungs- oder Deformationsgeschichten gleich gut beschreiben kann. Vielmehr wird man gewöhnlich nur ein recht enges Spektrum des Materialverhaltens brauchbar quantitativ beschreiben können.

Bei den in der technischen Praxis vorkommenden Problemen ist der Spannungszustand zumeist mehrachsrig. Dieser Bericht

beschränkt sich aber auf einachsige Spannungszustände, wie sie im dynamischen Zug- oder Druckversuch vorkommen, da vorwiegend für diese Versuchsbedingungen experimentelle Ergebnisse vorliegen. Die Beschreibung der Prinzipie und Hypothesen, um diese experimentellen Ergebnisse auf den mehrachsigen Spannungszustand zu erweitern, geht über den Rahmen dieses Berichts hinaus.

Weiterhin kann hier auch nicht auf die metallphysikalischen Vorgänge im Kristallgitter, die die verschiedenen makroskopisch beobachtbaren Phänomene z.T. erklären, eingegangen werden.

Vielmehr hat dieser Bericht zum Ziel, die experimentell beobachteten Phänomene im dynamisch-plastischen Versuch zu beschreiben, und zwar insbesondere für Stähle mit ausgeprägter unterer und oberer Fließgrenze (z.B. niedrig legierte Kohlenstoffstähle) und austenitische Stähle. Die erstgenannten Stähle finden Verwendung als Simulationsmaterial und die letzteren werden als Reaktormaterial verwendet. Verschiedene mathematische Ansätze und Konzepte zur quantitativen Beschreibung dieser Phänomene werden aus kontinuumsphysikalischer Sicht erläutert.

## 2. Zur Problematik der Aufstellung eines mechanischen Stoffgesetzes

Bei der Aufstellung eines Stoffgesetzes für den einachsigen Spannungszustand geht es darum, eine Verknüpfung zwischen der Spannung und der Deformation zu finden, in der nicht nur der momentane Spannungs- und Deformationszustand enthalten ist, sondern in der auch der möglicherweise vorhandene Einfluß der vergangenen Spannungs- und Deformations-

zustände berücksichtigt wird. Ein derartiger Zusammenhang kann z.B. die folgenden mathematischen Strukturen haben:

Funktion:  $\sigma = f(\epsilon)$

Differentialgleichung  $\sigma = f(\epsilon, \dot{\epsilon}, \ddot{\epsilon} \dots)$

$$\Phi(\sigma, \dot{\sigma}, \ddot{\sigma}, \epsilon, \dot{\epsilon}, \ddot{\epsilon}) = 0$$

Funktional:

$$\sigma(x, t) = \int_{s=0}^{\infty} (\epsilon(x, t-s))$$

(t: Zeit, s: Zeitparameter; s = 0 Gegenwart, s > 0 Vergangenheit)

Hier ist  $\sigma$  die Spannung (z.B. bezogen auf den Ausgangsquerschnitt  $F_0$ ) und  $\epsilon$  die relative Längenänderung bezogen auf die Ausgangslänge  $l_0$ .

Die hier zu bewältigende Aufgabe und das Verhältnis von Theorie und Experiment deuten sich in den Bemerkungen von Truesdell (100) an:

'-While laymen and philosophers of science often believe, contend, or at least hope, that physical theories are directly inferred from experiments, anyone who has faced the problem of discovering a good constitutive equation or anyone who has sought and found the historical origin of the successful field theories knows how childish is such a prejudice. The task of the theorist is to bring order into the chaos of the phenomena of nature, to invent a language by which a class of these phenomena can be described efficiently and simply. Here is the place for "intuition", and here the old preconception, common among natural philosophers, that nature is simple and elegant, has led to many great successes. Of course physical theory must be based on experience, but experiment comes after, rather than before, theory. Without theoretical concepts one would neither know what experiments to perform nor be able to interpret their outcome.'

Die Formulierung erweiterter oder neuer Stoffgesetze erfolgt auf der Basis vorhandener experimenteller Erfahrung und theoretischer Modelle, allgemeiner Prinzipie und Invarianzforderungen sowie insbesondere zusätzlicher "vernünftig" erscheinender konstitutiver Annahmen. Die "hinreichend genaue" Charakterisierung eines natürlichen Materials durch ein derartiges idealisiertes Stoffgesetz muß experimentell überprüft werden. Einige dafür wichtige Fragestellungen sollen hier angedeutet werden.

Im Idealfall mißt man in einem Experiment die Spannung und Dehnung unabhängig voneinander als Funktion der Zeit an einem beliebig kleinen materiellen Volumenelement, bei dem man davon ausgehen kann, daß in ihm eine homogene Spannungs- und Dehnungsverteilung herrscht. Der Annäherungsgrad, mit dem man diese ideale Situation erreichen kann, ist dafür bestimmend, ob die experimentellen Ergebnisse wirkliche Stoffeigenschaften liefern, die von der Geometrie und den speziellen Testbedingungen unabhängig sind. Es ist klar, daß man Messungen nur an einem endlich großen materiellen Volumenelement durchführen kann. Um dennoch von der Geometrie unabhängig zu werden, muß man Versuchsbedingungen anstreben, die zu einem homogenen, d.h. zu einer ortsunabhängigen Spannungs- und Deformationsverteilung in der endlich großen Versuchsprobe führen. Der klassische Versuch, bei dem dies mit einigen Ausnahmen (Lüdersdehnung, Einschnürung) gewährleistet ist, ist der Zugversuch an einer glatten prismatischen Probe hinreichender Länge, die mit zeitlich konstanter Geschwindigkeit auseinander gezogen wird.

Aus der Messung von  $\sigma_{(t)}$  u.  $\epsilon_{(t)} = \dot{\epsilon}t$  läßt sich durch Elimination der Zeit ein Spannungsdehnungsdiagramm  $\sigma = F(\epsilon)$  konstruieren. Für duktile Stähle erhält man die wohlbekannten Diagramme, wie sie in Abb. 1 u. 2 schematisch angegeben sind.

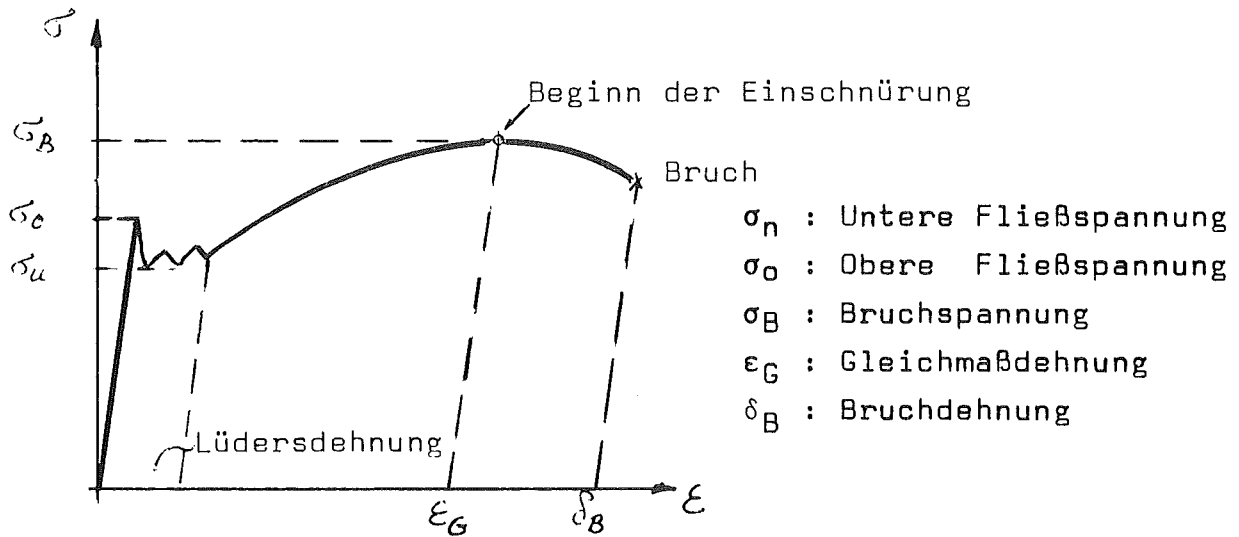


Abb. 1: Spannungs- und Dehnungsdiagramm für Werkstoffe mit ausgeprägter Fließgrenze (schematisch)

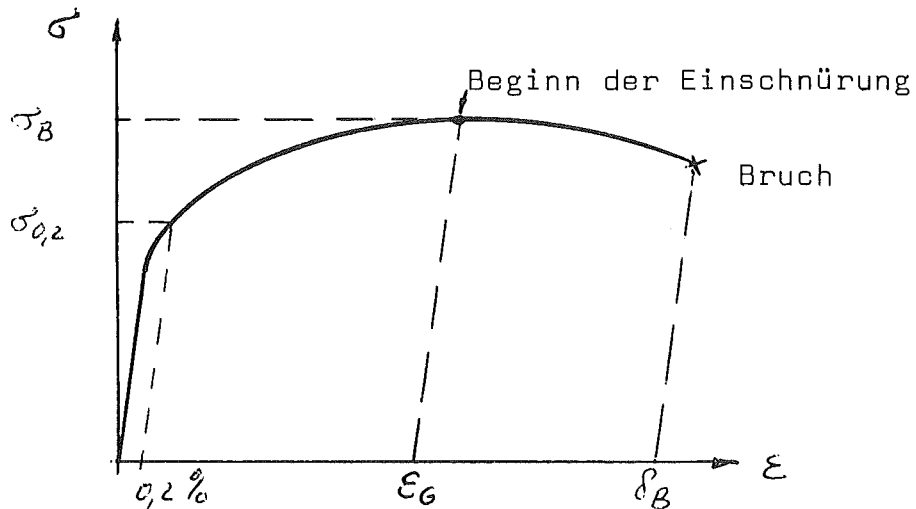


Abb. 2: Spannungs-Dehnungs-Diagramm für Stähle ohne ausgeprägter Fließgrenze (schematisch)

Man kann nun an folgende Versuche denken

- $\dot{\epsilon} = \text{konst.}$  Variieren (in einem gewissen Bereich)
- $\epsilon(t)$  variabel während des Versuches, aber derart, daß  $\dot{\sigma} > 0$  (Belastung).

Wenn unter diesen Bedingungen die verschiedenen Spannungsdehnungskurven  $\sigma = F_i(\epsilon)$  praktisch zusammenfallen, also die Zeitdauer bzw. Geschwindigkeit des Deformationsprozesses keinen Einfluß hat, dann wird ein derartiges Verhalten als zeitunabhängig plastisch bezeichnet, d.h. es gibt eine eindeutige Funktion  $\sigma = f(\epsilon)$ , die unabhängig von dem zeitlichen Verlauf der Deformation bzw. Belastung ist (ohne Entlastung). Ausgenommen ist hier der Bereich der Lüdersdehnung (Abb. 1). In diesem Fall sind Werkstoffkenngrößen wie  $E$ ,  $\sigma_{0,2}$ ,  $\sigma_B$ ,  $\epsilon_G$  feste Kenngrößen, die den Verlauf der Funktion  $\sigma = f(\epsilon)$  beschreiben. Die plastischen Deformationen kann man allerdings erst durch Entlastung nachweisen.

Trifft dies nicht bzw. nicht in guter Näherung zu, dann spricht man von zeitabhängiger Plastizität und eine Darstellung des Spannungs-Dehnungsdiagramms in der Form  $\sigma = f(\epsilon)$  ist nicht mehr möglich. Häufig werden dann Diagramme in der Form

$$\sigma = f(\epsilon, \dot{\epsilon}) \quad \left\{ \begin{array}{l} 1) \dot{\epsilon} - \text{Scharparameter: Dynamisches} \\ \quad \quad \quad \text{Spannungs-Dehnungs-Diagramm} \\ 2) \epsilon - \text{Scharparameter.} \end{array} \right.$$

aufgestellt, wobei zu beachten ist, daß gewöhnlich diese Ergebnisse aus Versuchen mit näherungsweise zeitlich konstanter Dehnungsgeschwindigkeit gewonnen werden.

Die wesentliche Frage ist hier jetzt die, ob dieser Zusammenhang auch dann gilt, wenn die Dehnungsgeschwindigkeit während des Versuches veränderlich ist bzw. ob dieser Zusammenhang den Charakter einer mechanischen Zustandsgleichung hat, es sei hier darauf hingewiesen, daß die Entlastung zunächst von der Betrachtung ausgenommen ist. Um diese Frage

zu klären, müssen Experimente mit anderen Deformationsgeschichten durchgeführt werden, da man sonst ohne weitgehende zusätzliche Hypothesen nicht auskommt, um die Beziehung  $\sigma = f(\epsilon, \dot{\epsilon})$  in den "Rang eines Stoffgesetzes" zu heben.

Die zur Beantwortung dieser Fragen durchgeführten Experimente lassen sich grob in zwei Gruppen einteilen:

- Versuche auf der Basis der Homogenitätshypothese (Quasi-statische Experimente)
- Wellenausbreitungsexperimente

Bei den quasi-statischen Experimenten wird in zulässiger oder unzulässiger Weise davon ausgegangen, daß die Spannungen und Dehnungen entlang des Meßbereiches der Proben konstant sind, u.z. insbesondere auch bei "hohen" Dehnungsgeschwindigkeiten.

Die Anwendung der Homogenitätshypothese äußert sich z.B. häufig darin, daß das Maß für die Dehnung bzw. Dehnungsgeschwindigkeit nur aus der Differenz der Verschiebung bzw. Geschwindigkeit an den Enden der Probe bestimmt wird. Die Dehnung bzw. Dehnungsgeschwindigkeit ist also nur ein Mittelwert. Außerdem wird die Spannung nicht im Meßbereich der Probe sondern nur außerhalb in einem Dynamometer bestimmt. Die so ermittelten Größen werden in Relation zueinander gesetzt, um daraus ein Spannungs-Dehnungs-Diagramm zu entwickeln.

Eine wichtige Aufgabe bei diesen Versuchen ist es, die Homogenitätshypothese zu begründen bzw. die Grenzen dieser Hypothese zu finden. Man kann sich leicht vorstellen, daß sich bei Versuchsproben, die sehr schnell gezogen wer-



den, elastisch-plastische Wellen ausbreiten, die gerade dazu führen, daß Spannungen und Dehnungen entlang der Probe nicht mehr homogen sind. Darüber hinaus können höhere Dehnungsgeschwindigkeiten auch nur noch durch Schlag-Zug oder Schlag-Druckversuche erzeugt werden, bei denen zwangsläufig Wellenausbreitungsphänomene eine Rolle spielen.

Lindholm (1) hat in Abb. 3 verschiedene dynamische Belastungsbereiche angegeben. Danach sollen die Wellenaus-

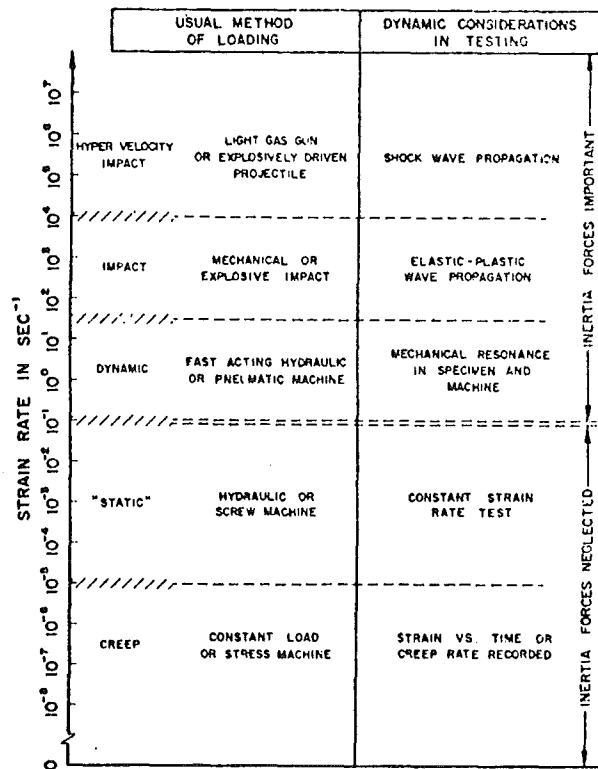


Abb. 3: Dynamische Belastungsbereiche (1)

breitungseffekte in der Probe bis zu Dehnungsgeschwindigkeiten von etwa  $50 \frac{1}{\text{sec}}$  keine Rolle spielen. Dagegen geben Clark (2) und Bell (3) an, daß bei vielen Metallen Wellenausbreitungseffekte in Versuchen mit Dehnungsgeschwindigkeiten bis zu  $10 \text{ sec}^{-1}$  praktisch keine Rolle

spielen, sofern die Probenlänge nur wenige "inches" beträgt. Die Grundlage für die Bestimmung dieser Dehnungsgeschwindigkeit müßte die Forderung sein, daß die Belastungsdauer "hinreichend" groß gegenüber der Laufzeit der langsamsten plastischen Welle über die Probenlänge sein muß. Es können dann hinreichend viele Wellen die Probe während der Belastungsdauer durchlaufen, so daß man einen Ausgleich der Spannung und Dehnung entlang der Probe erwarten kann. Es ist klar, daß dies von dem zu untersuchenden Material selbst, der Probenlänge und der Geschwindigkeit abhängt.

Lee und Wolf (4) haben diese Frage theoretisch für Schlagdruckversuche untersucht. Das Materialverhalten wurde als starr-linear verfestigend angesehen; das hat zur Folge, daß sich elastische Wellen mit unendlich großer Geschwindigkeit ausbreiten, dagegen die plastischen Wellen mit endlicher konstanter Geschwindigkeit  $c = \sqrt{\frac{d\sigma}{d\varepsilon} \frac{1}{\rho}}$ . Unter diesen Voraussetzungen haben Lee und Wolf Bedingungen angegeben, unter denen im Fallhammerversuch örtlich näherungsweise konstante Stauchungen längst der Probe zu erzielen sind. Die hier zugrunde gelegte Forderung ist, daß die am festen Probenende reflektierte Welle wenigstens einmal das gestoßene Ende wieder erreicht.

Die Forderung dürfte bei Schläg-Zug-Versuchen nur für "mittlere" plastische Verformungen brauchbar sein. Denn bei kleinen Verformungen im Bereich der Streck- oder Fließgrenze bzw. bei großen Verformungen vor dem Bruch dürften die Verhältnisse durch ein starr-linear verfestigendes Material nicht richtig wiedergegeben sein.

Darüberhinaus tritt bei großen plastischen Verformungen im Schlag-Zug-Versuch die prinzipielle Schwierigkeit auf, daß bei duktilem Material die plastische Wellengeschwindigkeit sehr kleine (im Grenzfall Null) Werte annimmt, dies gilt für ein zeitunabhängig plastisches Material (vergl. Kap. 5). Hier ist dann eine homogene Spannungs- und Dehnungsverteilung entlang der Probe nicht mehr möglich, so daß über die Probenlänge gemittelte Werte der Spannung bzw. Dehnung ihren Sinn verlieren.

Aus diesen Betrachtungen wird deutlich, daß man bei hohen Dehnungsgeschwindigkeiten auf eine Analyse der elastisch-plastischen Wellenausbreitung in der Probe nicht mehr verzichten kann. Dies bedeutet aber, daß die Wellenausbreitungsphänomene in der Probe eigentlicher Gegenstand der Experimente werden, so daß dementsprechend auch der Versuch und die Meßtechnik konzipiert werden muß. Im Gegensatz zu den quasistatischen Experimenten muß hier eine theoretische Analyse der Ausbreitung, Reflexion und Wechselwirkung elastisch-plastischer Wellen durchgeführt werden, die mathematisch sehr aufwendig ist, die auch ohne zusätzliche Annahmen und Näherung gar nicht möglich ist. Insbesondere muß eine hypothetische Annahme über das Stoffgesetz gemacht werden, die dann durch das Experiment zu überprüfen ist. Es ist einleuchtend, daß die weiteren Annahmen bzw. Näherungen hier konkurrierenden Einfluß auf das theoretische Ergebnis haben, so daß bei der Interpretation von Wellenausbreitungsexperimenten besondere Schwierigkeiten bestehen. Man versucht, diese Problematik mit der Hopkinson-pressure bar-Technik (siehe Kap. 6) zu umgehen. Die Meinung der Experten über die Gültigkeit der hier gewonnenen Aussagen gehen allerdings auseinander.

### 3. Verhalten von metallischen Werkstoffen bei eindimensionaler, plastodynamischer Verformung

Die folgende Übersicht beschränkt sich auf einige unlegierte Kohlenstoffstähle und austenitische Stähle. Die hier dargestellten Ergebnisse wurden nahezu alle auf der Basis der Homogenitätshypothese gewonnen. Darüberhinaus war keineswegs immer sichergestellt, daß während des Versuches die Dehnungsgeschwindigkeit wenigstens über einen längeren Zeitraum zeitlich konstant war.

#### 3.1 Unlegierte Stähle mit niedrigem Kohlenstoffgehalt (Flußstähle, C < 0,3 %)

Die in diesem Abschnitt diskutierten Stähle gehören nicht nur zu den wichtigsten Stählen im Maschinen- und Stahlbau, sondern werden insbesondere bei den Simulationsversuchen von Reaktorunfällen verwendet. Im statischen Zugversuch (bei Raumtemperatur) sind sie besonders durch das Auftreten einer unteren und oberen Fließspannung (Fließgrenze) und durch das diskontinuierliche plastische Fließen im Bereich der unteren Fließspannung (Lüdersche Dehnung) gekennzeichnet. Ein derartiges Verhalten wird vorwiegend in kubisch-raumzentrierten Metallen und Legierungen mit interstitiell gelösten Verunreinigungen beobachtet. Es ist seit langem bekannt, daß diese Stähle im Vergleich zu anderen Stählen und Nichteisenmetallen eine starke Abhängigkeit der Werkstoffkennwerte von der Dehnungsgeschwindigkeit zeigen. D.h. insbesondere, daß das gesamte Spannungs-Dehnungs-Diagramm bei Belastung ( $\sigma > 0$ ) keinen eindeutigen Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung mehr darstellt. Im folgenden werden die wichtigsten Phänomene beschrieben.

### 3.1.1 Obere Fließspannung und verzögertes Fließen

Fink und Rohrbach (5) haben Ergebnisse verschiedener Untersuchungen zusammengestellt, die in Abb. 4 wiedergegeben sind.

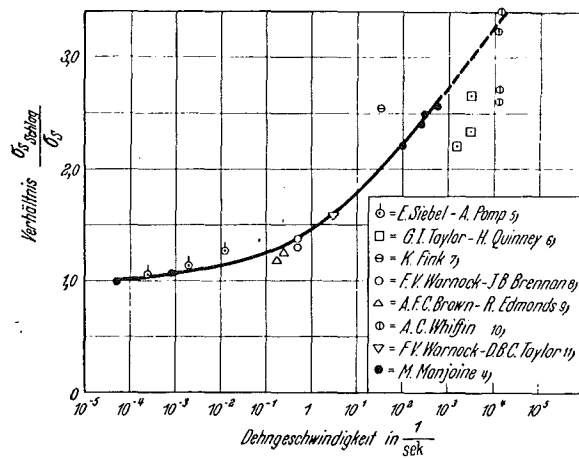


Abb. 4: Fließgrenzenüberhöhung in Abhängigkeit von der Dehngeschwindigkeit (Werkstoff : Geglühtes Weicheisen, geglühte niedriggekohlte Flußstähle) (5)

Man erkennt, daß die dynamische obere Fließspannung mit höheren Dehngeschwindigkeiten stark anwächst. Allerdings ist die Brauchbarkeit der Werte bei mehr als  $\dot{\epsilon} = 50 \frac{1}{\text{sec}}$  wegen der Zulässigkeit der Homogenitätshypothese fraglich.

Abb. 5 und 6 zeigen Zusammenstellungen von Tardif und Erickson (6).

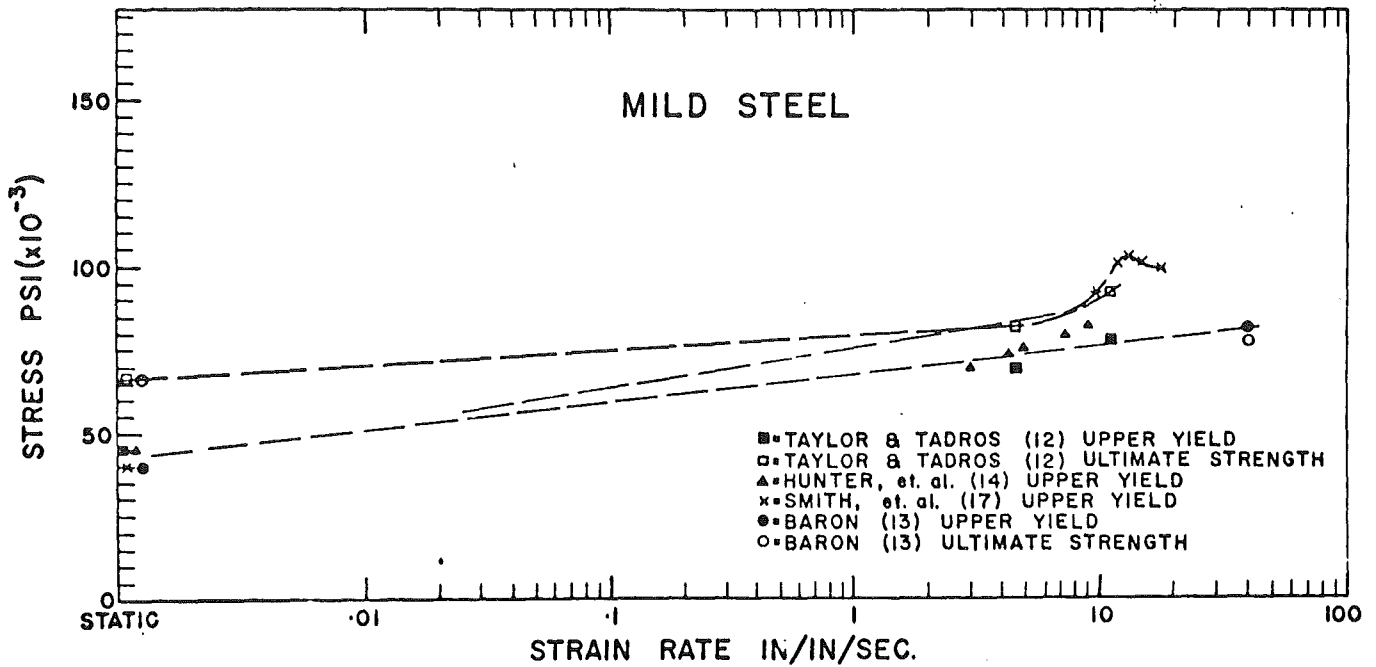


Abb. 5: Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit auf die obere Fließspannung und die Bruchspannung (6)

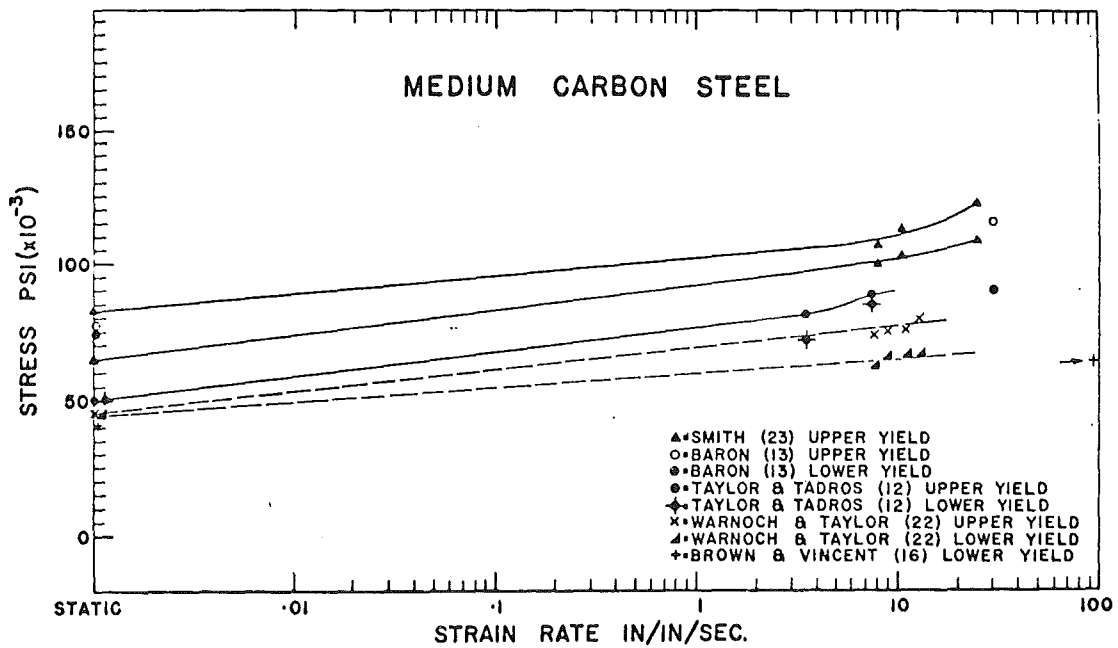


Abb. 6: Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit auf die obere und untere Fließspannung (6)

Im Gegensatz zu diesen Untersuchungen haben Clark und Wood (7, 8, 9), Vreeland, Wood und Clark (10), Gibson (11), Campbell und Duby (12), Krafft und Sullivan (13), Campbell und Marsh (14), Schlag-Druck- bzw. Schlag-Zug-Versuche mit mild steel und medium carbon steel durchgeführt, bei denen die dynamisch aufgebrachte Spannung über einen längeren Zeitraum zeitlich konstant war. Einen typischen Spannungs-Zeit-Verlauf zeigt Abb. 7, aus der auch die Stauchung bzw. die Stauchungsgeschwindigkeit als Funktion der Zeit zu entnehmen ist. Zwei Phänomene sind hier auffallend: Die Verzögerungszeit  $t_0$  (yield delay time) und das quasi-viskose Verhalten des Materials. Makroskopische, plastische Dehnungen

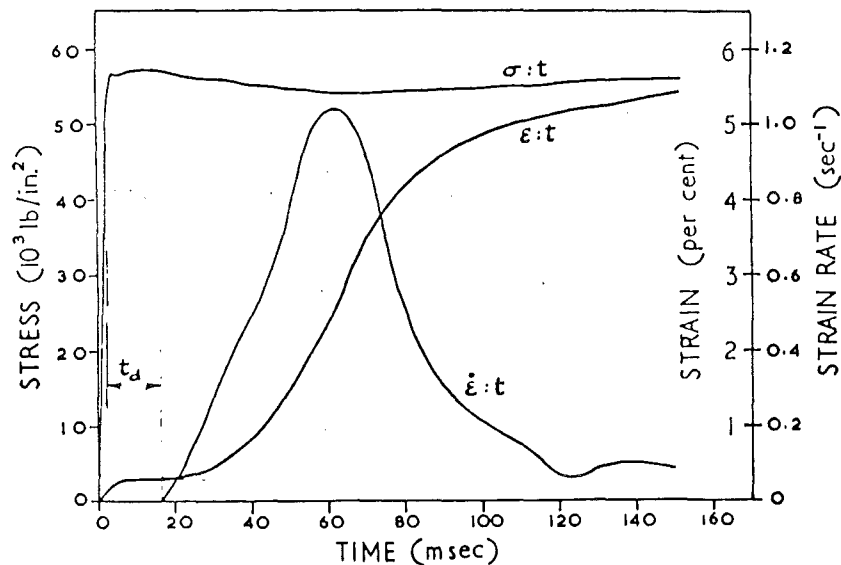


Abb. 7: Typischer Verlauf der Spannung, Dehnung, Dehnungsgeschwindigkeit als Funktion der Zeit (Werkstoff: mild steel, (14))

treten also erst nach einer gewissen Verzögerungszeit auf; diese Dehnung findet dabei wie im statischen Versuch diskontinuierlich entlang der Probenlänge statt. (Es sei darauf hingewiesen, daß dies kein Wellenausbreitungseffekt ist!). Der Zeitpunkt des Beginns der Verzögerungszeit  $t_D$  wird unterschiedlich definiert, z.B. als Beginn der Lastaufbringung oder als der Zeitpunkt, bei dem die Spannung den Wert der statischen oberen Fließspannung überschreitet (vergl. Abb. 7). Diese Unterschiede haben aber praktisch keinen Einfluß. Vom rein phänomenologischen Standpunkt könnte man  $t_D$  als "Totzeit" bezeichnen, wenn auch in diesem Zeitraum mikroskopisch plastische und/oder anelastische Dehnungen auftreten (7). In Abb. 8 sind beispielhaft die experimentellen Ergebnisse von Wood und Clark (8) für weichgeglühten Kohlenstoffstahl bei verschiedenen Temperaturen angegeben. Daraus ergibt sich, daß die Verzögerungszeit mit wachsender angelegter Spannung (obere Fließspannung) abnimmt. Nach Clark (2) ist zu erwarten, daß ein oberer Grenzwert für die obere Fließspannung existiert.

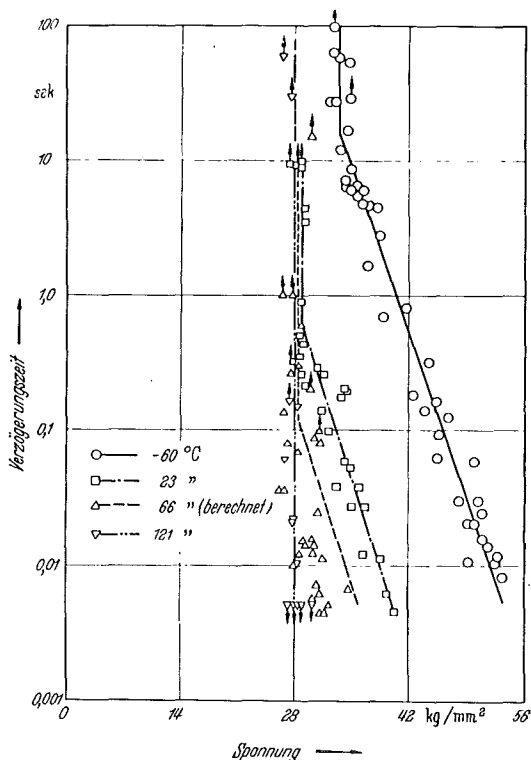


Abb. 8:

Verzögerungszeit für den Fließbeginn in Abhängigkeit von der jeweils konstanten Spannung bei verschiedenen Temperaturen (Werkstoff: Kohlenstoffstahl, 0,17 % C, weichgeglüht in trockenem Wasserstoff; nach (7) aus (5))



Mit abnehmender Spannung strebt die obere Fließspannung einem unteren Grenzwert zu, hier ist auffallend, daß die Verzögerungszeit eine große Streuung aufweist. Wie Abb. 8 zeigt, muß der untere Grenzwert nicht mit der oberen Fließspannung im statischen Versuch übereinstimmen, denn diese Grenzwerte stimmen bei Raumtemperatur, bei 66 und 121 °C, überein. Es ist fernerhin erkennbar, daß die Verzögerungszeit bei gleicher aufgeprägter Spannung aber zunehmender Temperatur abnimmt.

Die Untersuchungen von Vreeland, Clark und Wood (10) und Gibson (11) haben durch wiederholte Schlagversuche an derselben Probe gezeigt, daß die Verzögerungszeit gleich der Gesamtwirkungsdauer der konstanten Spannung war, unabhängig von der Zahl der Schlagversuche. Dies stimmte allerdings nur dann, wenn die Zeit zwischen den Schlagversuchen hinreichend kurzwar, so daß Alterungseffekte keinen Einfluß hatten.

Yokobori (15), Campbell (16) und Campbell und Duby (12) haben versetzungstheoretische Modelle entwickelt, die sowohl den Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit auf die obere Fließspannung wie auch das Phänomen der Verzögerungszeit in einem gemeinsamen physikalischen Konzept beschreiben. Die Theorie von Campbell liefert eine Bedingungen, die besagt, daß plastisches Fließen erst dann einsetzt, wenn die Integralbedingung

$$\int_0^{t_D} \left( \frac{\sigma(t)}{\sigma_0} \right)^\alpha dt = C = \text{const}, \quad \alpha = \frac{A}{T}$$

erfüllt ist. Hier sind:

$t_D$  : Verzögerungszeit

$\sigma(t)$  : die der Probe aufgeprägte Spannung

$\sigma_0, A, C, \alpha$  : Materialkonstanten

$T$  : Temperatur in  $^{\circ}\text{K}$

Bei vorgegebener Spannungsgeschichte  $\sigma(t)$  läßt sich daraus die Verzögerungszeit  $t_D$  ermitteln. Die obere Fließspannung ist dann

$$\sigma_{F_0} = \sigma(t_D)$$

Mit der obigen Integralbedingung wird der Zusammenhang zwischen der Verzögerungszeit und der oberen Fließspannung

- bei konstanter Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon} = \dot{\sigma}/E$

$$t_D = (\alpha + 1) C \left( \frac{\sigma_{F_0}}{\sigma_0} \right)^{-\alpha},$$

so daß daraus der folgende Zusammenhang zwischen der oberen Fließspannung und der Dehnungsgeschwindigkeit folgt:

$$\sigma_{F_0} = \sigma_0 \left( \dot{\epsilon} \frac{E (\alpha + 1) C}{\sigma_0} \right)^{\frac{1}{\alpha+1}} \quad \left( \begin{array}{l} \dot{\epsilon} = \text{konst.} \\ \neq 0 \end{array} \right)$$

- bei konstanter Spannung

$$t_D = C \left( \frac{\sigma_{F_0}}{\sigma_0} \right)^{-\alpha} \quad (\dot{\epsilon} = 0)$$

Die Verzögerungszeit ist also bei konstanter Dehnungsgeschwindigkeit  $(\alpha + 1)$ -fach größer als bei konstanter Spannung.

Diese Ergebnisse wurden von Campbell und Doby mit Experimenten (konstante Dehnungsgeschwindigkeit, konstante Spannung, variable Spannung) verglichen. Danach soll sich eine gute Übereinstimmung für Verzögerungszeiten  $t_D < 1 \text{ sec}$  und bei hinreichend großen Spannungen ergeben. Die Abweichungen für  $t_D > 1 \text{ sec}$  haben Campbell und Doby durch einen Alterungsprozess mit erneuter Blockade von Versetzungen erklärt.

Die Untersuchungen von Yokobori (15) liefern etwas andere quantitative Zusammenhänge, die insbesondere "innere Spannungen" berücksichtigen. Eine für variable Spannungsgeschichte gültige Integralbedingung, wie sie Campbell postuliert hat, wird nicht angenommen. Auch die Ansätze von Yokobori stimmen gut mit Experimenten von Wood und Clark (8) (konstante Spannung) und mit Versuchen bei konstanter Dehnungsgeschwindigkeit überein.

Verschiedene Autoren gehen davon aus, daß die obere Fließspannung einen unteren Grenzwert besitzt. Daß dies keineswegs gültig zu sein braucht, zeigen die Ergebnisse von Clark und Wood (Abb. 8). Legt man diese Voraussetzung aber eine Rechnung zugrunde, dann ist die Integraldarstellung von Campbell nicht sehr geeignet. Taylor (17) und Rabotnov und Suvorova (18) wählen daher einen Ansatz der Form

$$\int_0^{t_D} \left( \frac{\sigma(t) - \sigma_{F \text{ stat.}}}{\sigma_0} \right)^n dt = \text{konst.}$$

Abb. 9 zeigt einen Vergleich der beiden Ansätze.

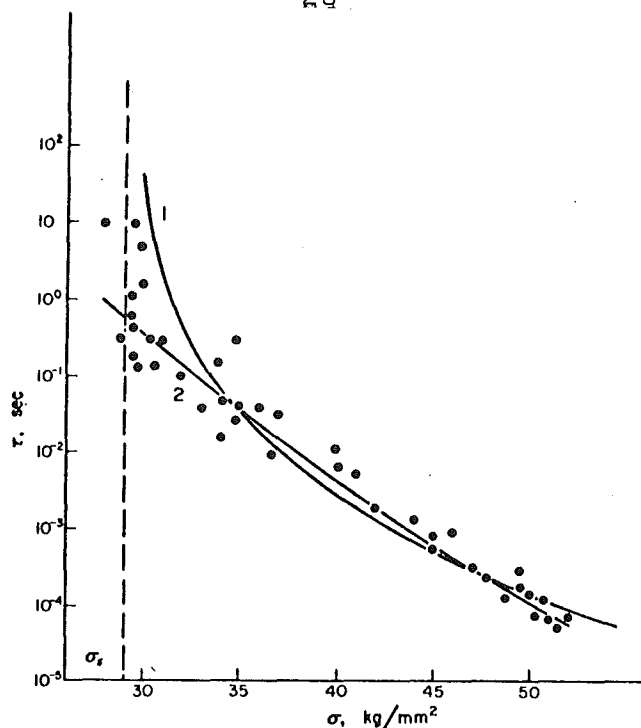


Abb. 9: Abhängigkeit der Verzögerungszeit von der Spannung. (Punkte sind Messungen von Wood und Clark (8); Kurve 1 entspricht der Integralbedingung von Tayler et al.; Kurve 2 entspricht der Bedingung von Campbell) (18).

Der Nachteil dieses Ansatzes ist, daß das asymptotische Verhalten ( $t_D \rightarrow 0 \Rightarrow \sigma \rightarrow \infty$  (1),  $t_D \rightarrow \infty$  (1)  $\Rightarrow \sigma \rightarrow \sigma_s$ ) sicher nicht realistisch ist.

### 3.1.2 Untere Fließspannung, Lüders-Dehnung, Bruchdehnung

Die untere Fließspannung  $\sigma_{F_U}$  nimmt ebenso wie die obere Fließspannung  $\sigma_{F_O}$  in Versuchen mit konstanter Dehnungsgeschwindigkeit zu. Die vielzitierten Ergebnisse von Manjoine (19) an einem weichen Flußstahl sind in den Abbildungen 10 und 11 dargestellt.

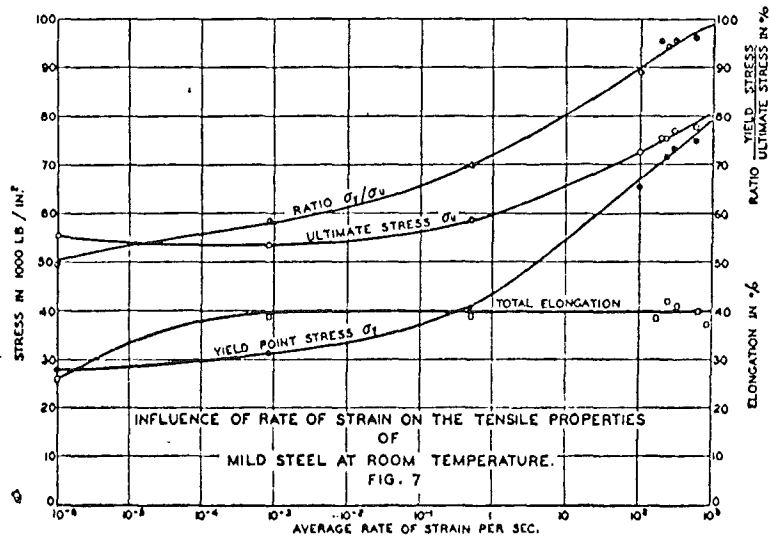


Abb. 10: Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit auf die untere Fließspannung, Bruchspannung und Bruchdehnung von Flußstahl bei Raumtemperatur (19)

Abb. 11a:

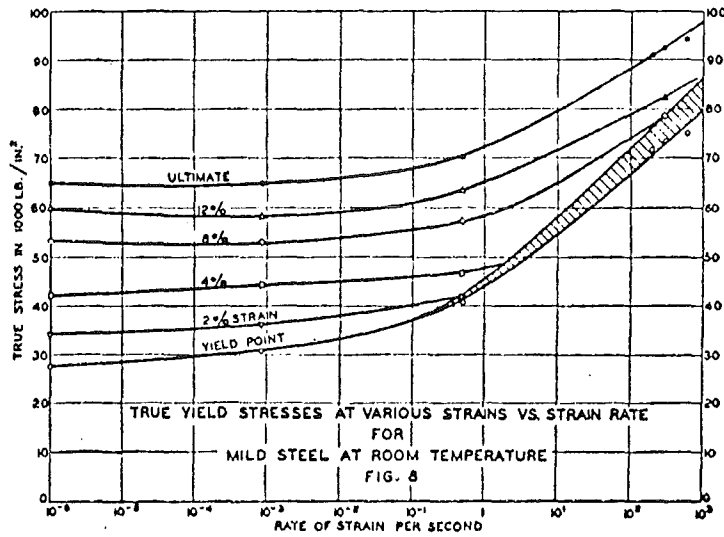
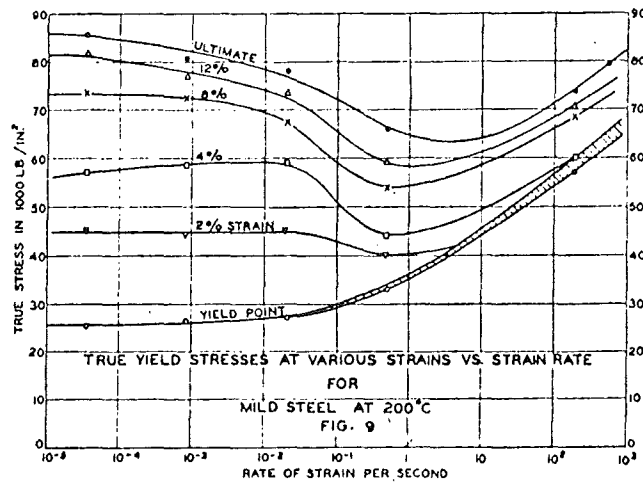


Abb. 11b:



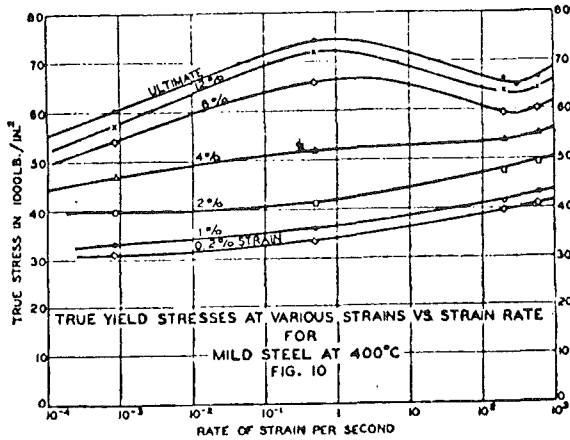


Abb. 11c

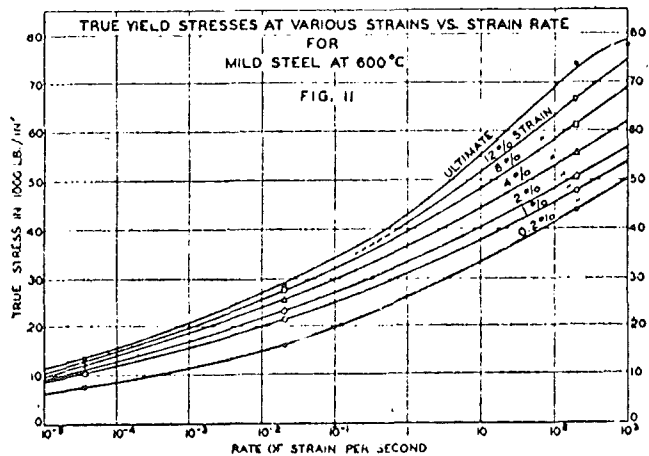


Abb. 11d

Abb. 11a - c: Wahre Spannung in Abhängigkeit von der Dehnungsgeschwindigkeit ( $\dot{\epsilon}$  : Scharparameter) bei Raumtemperatur, 200, 400, 600 °C. (19)

Die angegebenen Spannungen sind auf den Momentanquerschnitt bezogen, Obgleich die Zugkraft im Bereich der Lüdersdehnung praktisch konstant ist, nimmt die wahre Spannung mit der Dehnung zu; daher muß für die untere Fließspannung eine gewisse Bandbreite (Abb. 11b) angegeben werden. Da nun die Lüdersdehnung mit der Dehnungsgeschwindigkeit zunimmt, vergrößert sich die Bandbreite mit der Dehnungsgeschwindigkeit. Allerdings ist eigentlich eine Angabe von Spannungen in diesem Bereich nicht sinnvoll, da die Lüdersdehnung diskontinuierlich ist. Vom praktischen Standpunkt aus ist diese Bandbreite aber nicht sehr bedeutend. Abb. 11b zeigt, daß die untere Fließspannung bei kleinen Dehnungsgeschwindigkeiten ( $10^{-4} \sim 10^{-1}$ ) relativ schwach von  $\dot{\epsilon}$  abhängig ist; ein starker Anstieg erfolgt im Bereich  $10^{-1}$  bis  $10^3 \text{ sec}^{-1}$ . Bei  $\dot{\epsilon} = 10^3 \frac{1}{\text{sec}}$  beträgt die untere Fließspannung fast das dreifache des statischen Wertes.

Abb. 10 entnimmt man, daß bei Raumtemperatur die Bruchspannung  $\sigma_B$  bis Dehnungsgeschwindigkeiten von etwa  $1 \frac{1}{\text{sec}}$  kon-

stant bleibt, um dann zuzunehmen. Das Verhältnis  $\sigma_{FU}/\sigma_B$  strebt mit wachsender Dehnungsgeschwindigkeit dem Wert 1 zu. Das bedeutet, daß der Verfestigungsgrad  $(d\sigma/d\epsilon) \cdot \dot{\epsilon} = \text{konst.}$  mit wachsender Dehnungsgeschwindigkeit abnimmt. Eine Zusammenstellung, in der sowohl die untere wie auch obere Fließspannung in Abhängigkeit von der Dehnungsgeschwindigkeit angegeben ist, hat der Autor mit einer Ausnahme (18) nicht finden können (Abb. 12). Danach nimmt die obere Fließspannung in wesentlich höherem Maße mit der Dehnungsgeschwindigkeit zu.

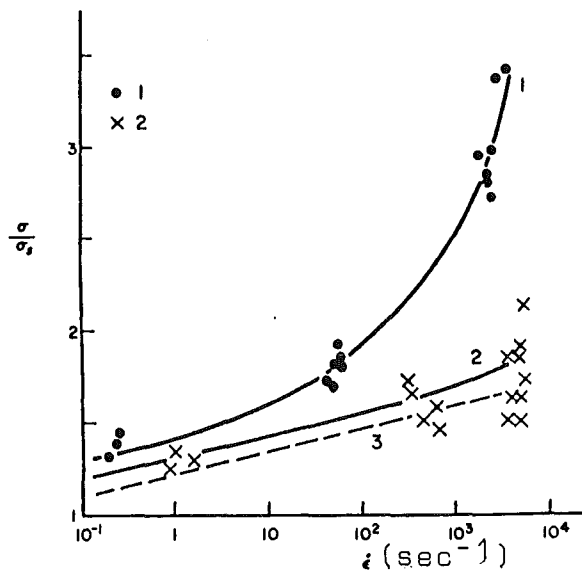


Abb. 12: Abhängigkeit der oberen 1 und unteren 2 Fließspannung von der Dehnungsgeschwindigkeit (Stahl : 0,18 % C, 0,52 Mn). Kurve 3 zeigt die Streckgrenze  $\sigma_{0,2}$  von einem austenitischen Stahl. Raumtemperatur. (18)

Rosenfield und Hahn (20) haben Messungen der unteren Fließspannung aus Versuchen mit konstanter Dehnungsgeschwindigkeit zusammengestellt (Abb. 13).

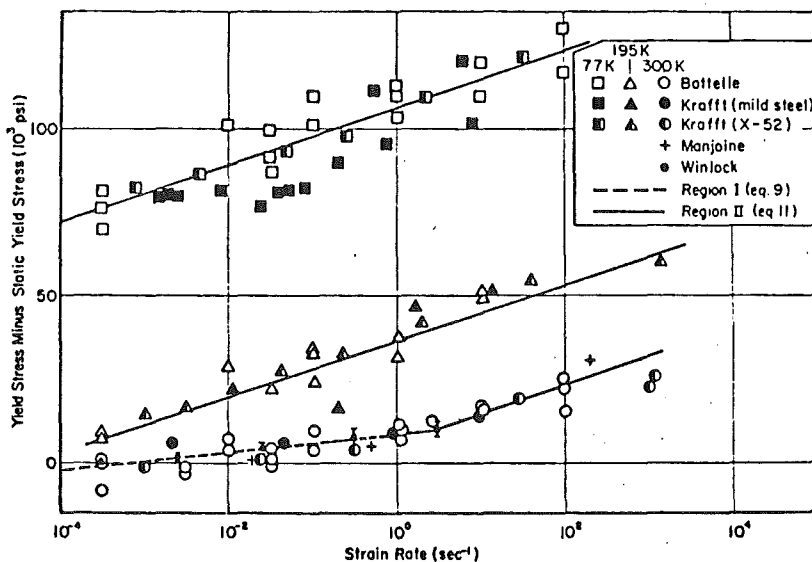


Abb. 13: Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit und Temperatur auf die untere Fließspannung. (Differenz zwischen unterer Fließspannung bei angegebener Temperatur und Dehnungsgeschwindigkeit und der unteren Fließspannung bei Raumtemperatur und  $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \frac{1}{\text{sec}}$ , d.h. der statischen Fließspannung). (20).

Bei Raumtemperatur erkennt man für die Abhängigkeit der unteren Fließspannung von der Dehnungsgeschwindigkeit zwei Bereiche. In diesen Bereichen sind verschiedene mikroskopische Mechanismen für die plastische Verformung verantwortlich. Die Abhängigkeit dieser Bereiche mit der Temperatur zeigt Abb. 14.

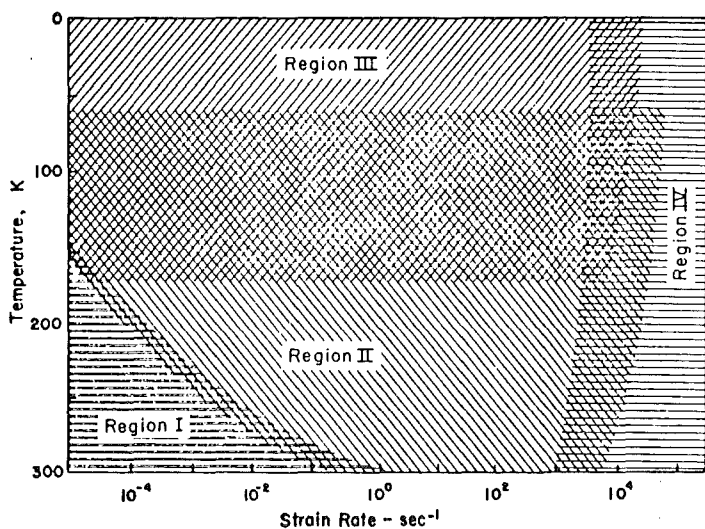


Abb. 14: Bereiche des Temperatur-Dehnungsgeschwindigkeits-Spektrums von Stahl mit niedrigem Kohlenstoffgehalt (20)



Für die quantitative Abhängigkeit der unteren Fließspannung von der Dehnungsgeschwindigkeit sind verschiedene Ansätze gemacht worden, z.B. (20)

$$\sigma_{Fu} = \sigma_{Fu \text{ stat}} + \alpha \ln \dot{\epsilon}$$

$$\sigma_{Fu} = \sigma_{Fu \text{ stat}} + B/T + \alpha \ln \dot{\epsilon}$$

$$\sigma_{Fu} = \sigma_{Fu \text{ stat}} + \frac{1}{v^*} (A - B/T + \alpha T \ln \dot{\epsilon})$$

$$\sigma_{Fu} = A - BT + \alpha T \ln \dot{\epsilon}$$

$$\sigma_{Fu} = \exp (A + m \ln \dot{\epsilon}) = A^* (\dot{\epsilon})^m$$

$$\sigma_{Fu} = f(T) + \frac{D \exp (-ET)}{T \{A + B \ln T + C/T - \ln \dot{\epsilon}\}}$$

Da diese Beziehungen nur beschränkt gültig sind, haben Rosenfield und Hahn (20) halbempirische Formeln entwickelt, die eine wesentlich allgemeinere Brauchbarkeit haben (vergl. Abb. 14).:

Bereich I:

$$\sigma_{Fu} = \sigma_{Fu \text{ stat}} + 44000 - 2030 \sqrt{T} + 2000 \ln \dot{\epsilon}$$

Übergang Bereich I : II:

$$\sigma_{Fu} = \sigma_{Fu \text{ stat}} + 6000$$

$$\ln \dot{\epsilon} \geq 1.39 \sqrt{T} - 23.7$$

Bereich II:

$$\sigma_{Fu} = \sigma_{Fu \text{ stat}} + 195000 - 11100 \sqrt{T} + 8000 \ln \dot{\epsilon}$$

Übergang Bereich II : IV bei 25 °C:

$$\ln \dot{\epsilon} \geq 3.04, \quad \dot{\epsilon} \geq 1100 \text{ sec}^{-1}$$

Bereich IV:

$$\sigma_{Fu} = \sigma_{Fn \text{ stat}} + 25 \dot{\epsilon}$$

Hier sind:

- T : Temperatur °K  
 $\sigma_{Fu}$  : Untere Fließspannung (psi)  
 $\sigma_{Fu}$  stat. : Statische untere Fließspannung (T = 238 °K,  
 $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ sec}^{-1}$ )  
 $\dot{\epsilon}$  : Dehnungsgeschwindigkeit ( $\text{sec}^{-1}$ )

Die Einflüsse der Zusammensetzung der Korngröße und der thermisch-mechanischen Vorbehandlung sind in  $\sigma_{Fu}$  stat. enthalten. Diese Beziehungen gestatten es, bei Kenntnis der gewöhnlichen statischen unteren Fließspannung (bei Raumtemperatur) die untere Fließspannung bei veränderter Temperatur und Dehnungsgeschwindigkeit zu berechnen. Für Temperaturen oberhalb der Raumtemperatur sind sie aber nicht notwendigerweise gültig. Nach den Untersuchungen von Rosenfield und Hahn (20) sollten sie allgemein anwendbar sein für hyper-eutektoide gewöhnliche Kohlenstoffstähle.

Einen Vergleich zwischen den Interpolationsformeln und Messungen zeigt Abb. 15.

Eine Zusammenstellung von Tardif und Erickson (6) zeigt, daß die untere Streckgrenze von Flußstählen bei hohen Dehnungsgeschwindigkeiten bis zu einem dreifachen des statischen Wertes ansteigen kann (Abb. 16).

### 3.1.3 Spannungs-Dehnungs-Diagramm

Aus der Literatur sind Spannungs-Dehnungs-Diagramme bekannt, die auf die verschiedenste Art und Weise entstanden sind. So lassen sich Versuche mit konstanter Dehnungsgeschwindigkeit

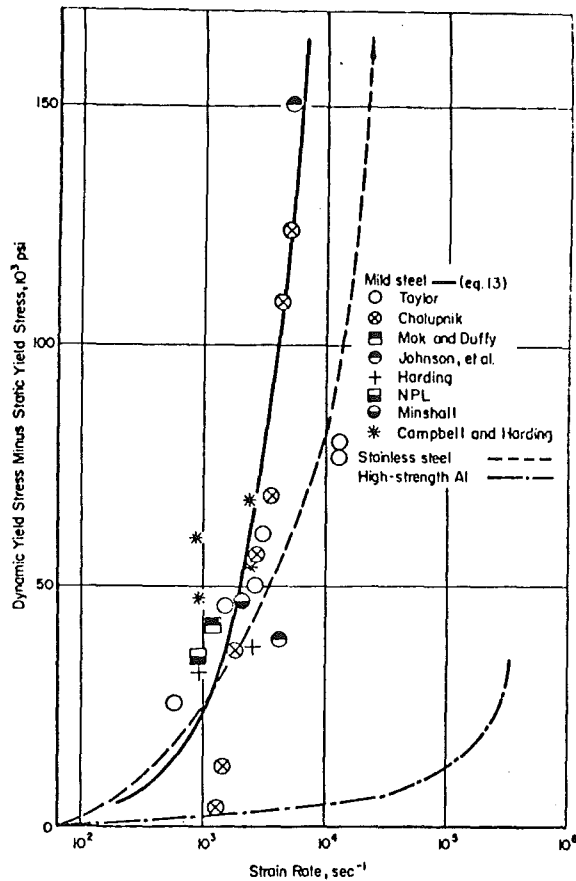


Abb. 15: Einfluß hoher Dehnungsgeschwindigkeit auf die untere Fließspannung von Flußstählen bei Raumtemperatur (Interpolationsformel:

$$\sigma_{F_u} = \sigma_{F_u \text{ stat}} + 25 \dot{\epsilon} \quad (20)$$

fahren, so wie beispielsweise die von Manjoine (19) oder Schlag-Druck-Versuche wie die von Marsh und Campbell (21) bei zeitlich konstanter Spannung oder auch Versuche, bei denen sich sowohl die Dehnungsgeschwindigkeit wie auch die Spannung zeitlich ändern. In all diesen Fällen lassen sich Spannungs-Dehnungs-Diagramme konstruieren, bei denen z.B. die Dehnungsgeschwindigkeit der Kurvenparameter ist.

Zunächst seien hier die Ergebnisse von Manjoine (19) angegeben. Die Spannungs-Dehnungs-Diagramme wurden bei näherungsweise konstanter Dehnungsgeschwindigkeit und verschiedenen Temperaturen aufgenommen (Abb. 17a ÷ d). Aus diesen Kurven wurden die in Abb. 10 und 11 dargestellten Diagramme ermittelt. Die Tatsache, daß bei den Raumtemperaturversuchen die

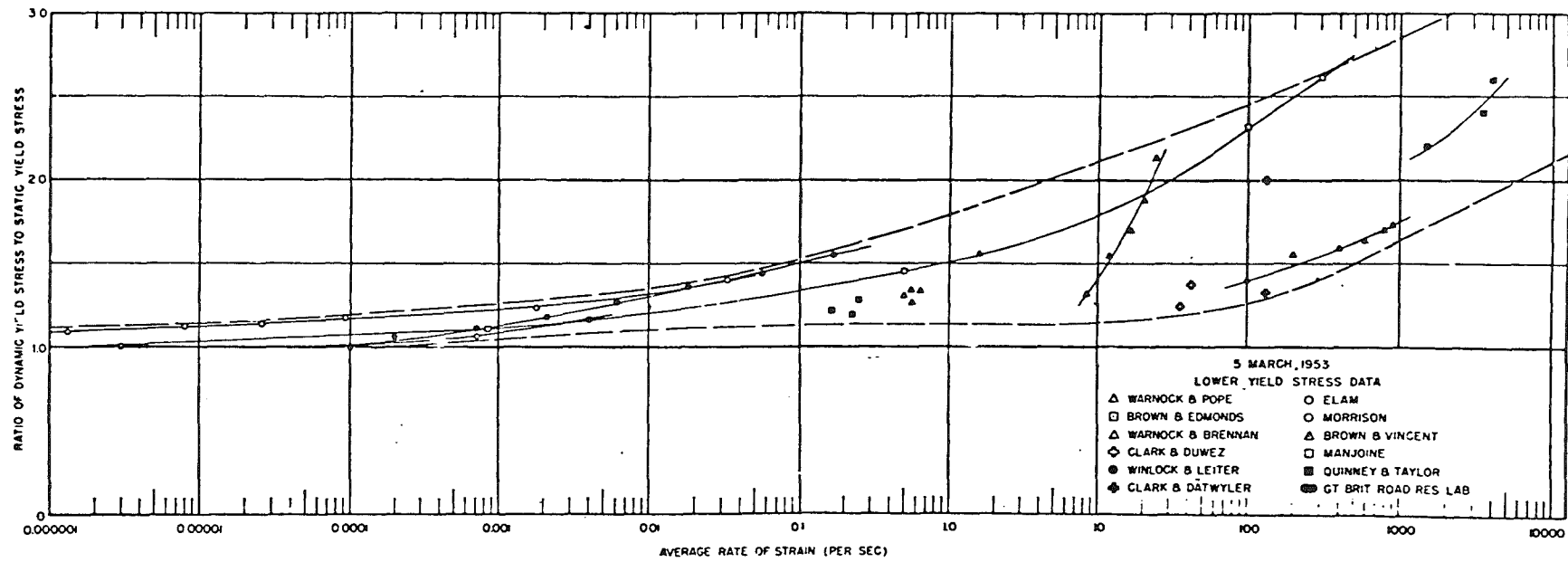


Abb. 16: Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit auf die untere Fließspannung von Flußstahl bei Raumtemperatur (6)

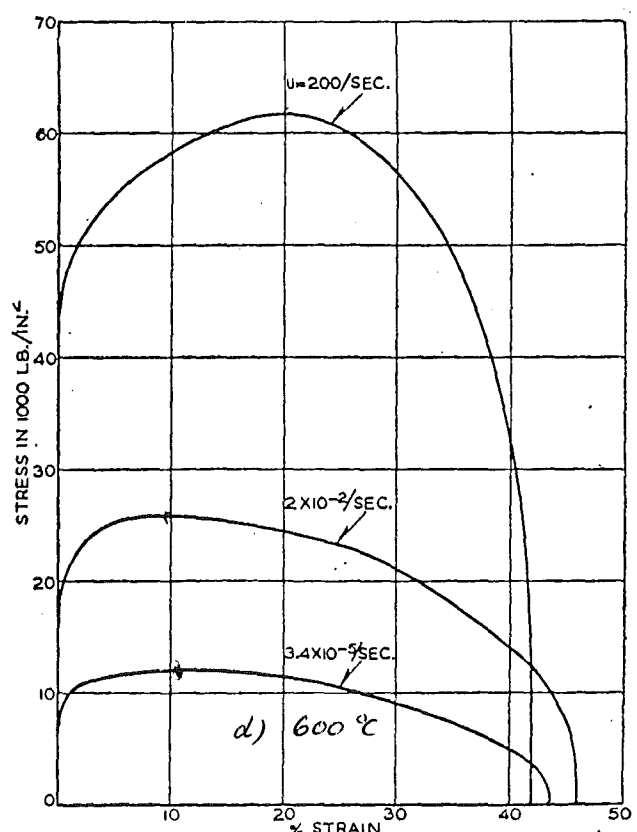
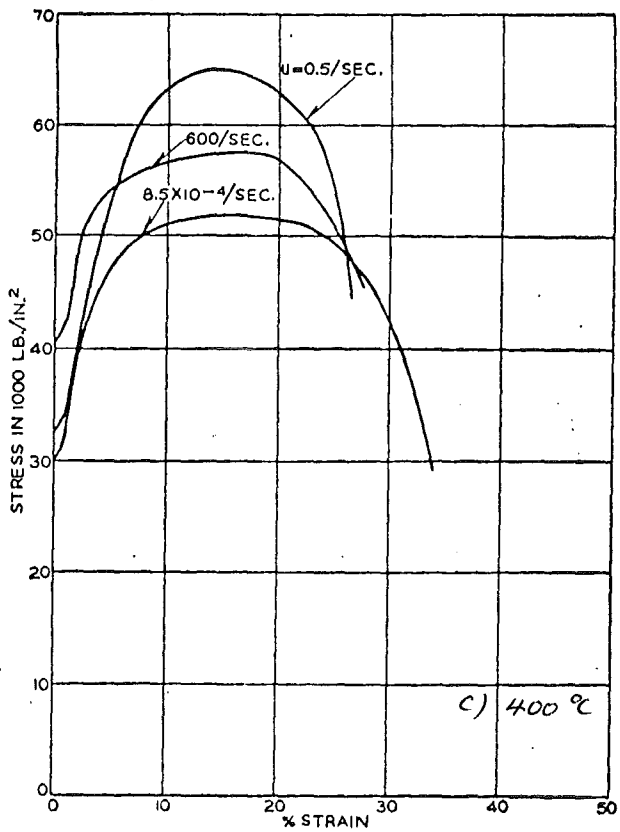
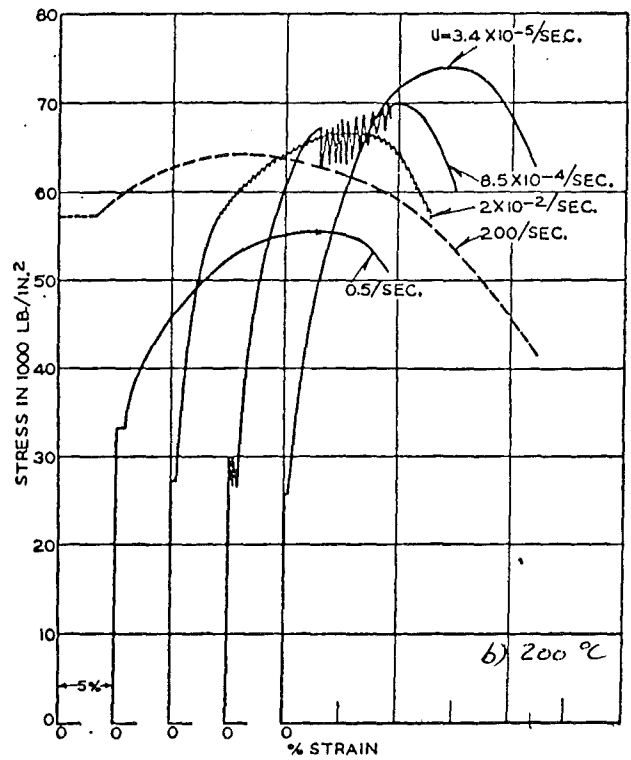
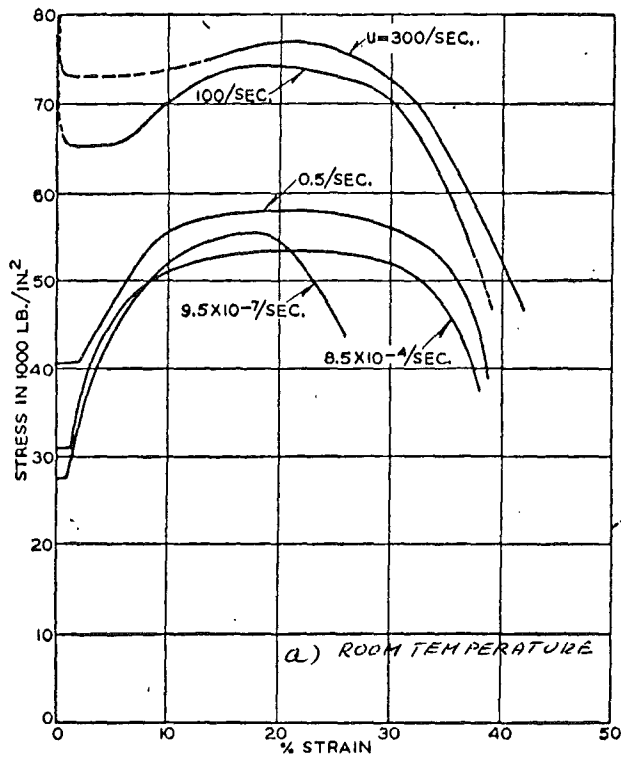


Abb. 17: Spannungs-Dehnungs-Diagramm für Flußstahl bei verschiedenen Dehnungsgeschwindigkeiten und Temperaturen (Versuche bei konstanter Dehnungsgeschwindigkeit) (19)

Bruchspannung bei  $\dot{\epsilon} = 9,5 \cdot 10^{-7}$  größer ist als bei  $8,5 \cdot 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$ , wird auf eine Dehnungsalterung bei dem langsameren Versuch zurückgeführt.

Für die Bedürfnisse der Umformtechnik hat Schmidt (22) Ergebnisse von Stauchversuchen mit verschiedener zeitlich konstanter Formänderungsgeschwindigkeit zusammengestellt. Ist  $\epsilon$  die konventionelle Dehnung

$$\epsilon = \frac{l - l_0}{l_0}$$

$l_0$  : Ausgangslänge

$l$  : Momentanlänge der Probe,

dann ist die natürliche oder logarithmische Dehnung definiert als

$$\psi = \ln \frac{l}{l_0} = \ln (1 + \epsilon)$$

und die Formänderungsgeschwindigkeit ist

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{l} \frac{dl}{dt} = \frac{d\epsilon}{dt} \frac{1}{1 + \epsilon} .$$

Unter Formänderungsfestigkeit wird hier die auf den Momentanquerschnitt bezogene Kraft verstanden. In Abb. 18 sind für den Stahl C 15 bei Temperaturen von 20 bis 1100 °C und Formänderungsgeschwindigkeiten von 0,1 bis 90  $\text{sec}^{-1}$  Formänderungsfestigkeiten angegeben. Es läßt sich hier feststellen, daß die Kurven bei größeren Formänderungen ( $\psi \geq 0,2$ ) in "erster Näherung" durch eine Parallelverschiebung auseinander hervorgehen.

Die quantitative Darstellung des Verlaufs der Spannungs-Dehnungs-Kurve beim Versuch mit konstanter Dehnungsgeschwindigkeit läßt sich nach Rosenfield und Hahn (20) recht allgemein durch

$$\sigma = \frac{\sigma_{Fu}}{B^n} (\tilde{\epsilon}_{p1} + B)^n$$

darstellen. Hier ist  $\tilde{\epsilon}_{p1}$  die wahre plastische Dehnung und  $\sigma$  die auf den Momentanquerschnitt bezogene Spannung. Die Details der Lüdersdehnung und der oberen Fließspannung sind

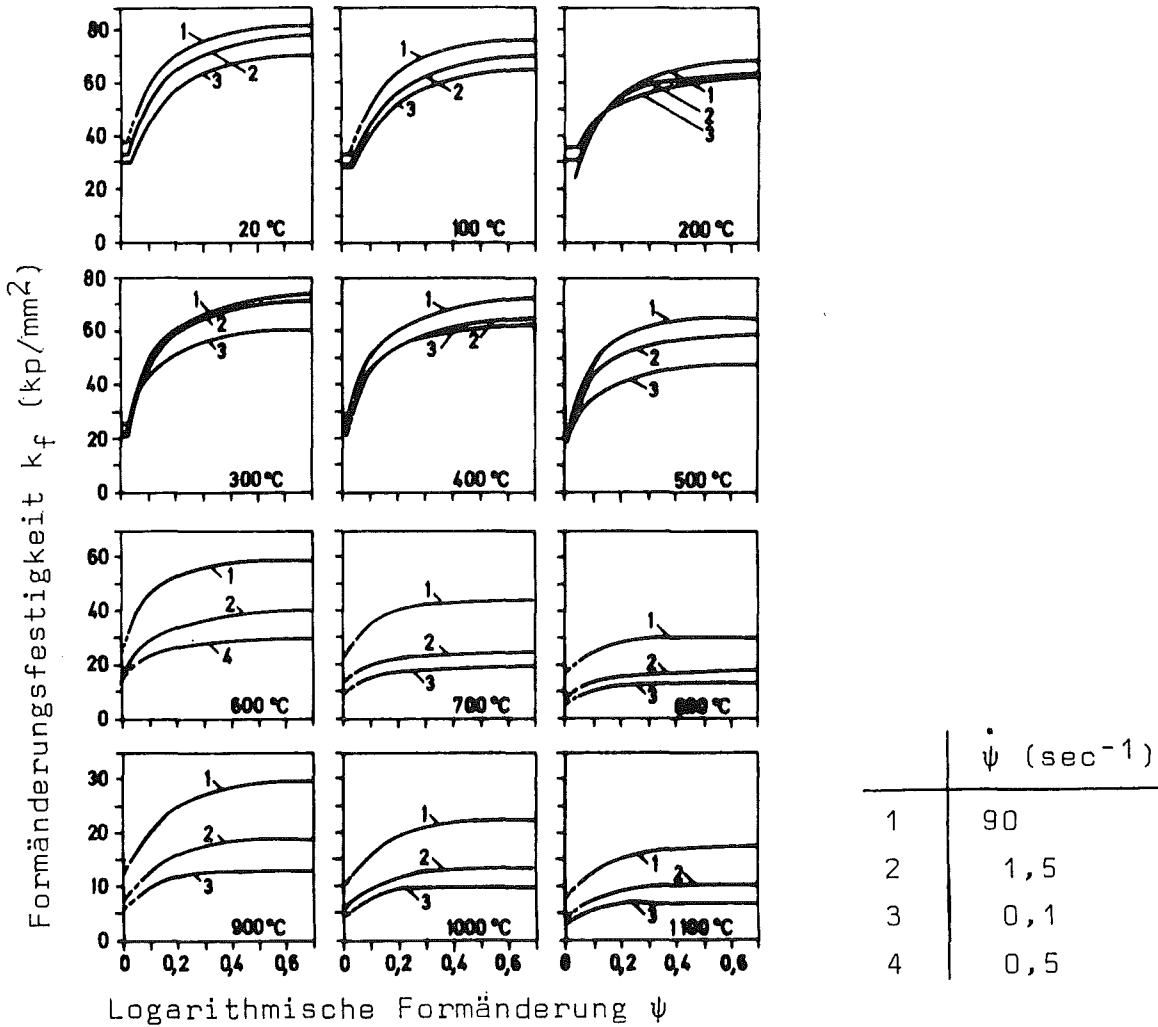


Abb. 18: Fließkurven des Stahls C 15 für verschiedene Formänderungsgeschwindigkeiten und Temperaturen (kontinuierliche Zylinderstauchversuche). (22)

hier nicht enthalten. Die Abhängigkeit der unteren Fließspannung  $\sigma_{Fu}$  von der Dehnungsgeschwindigkeit und der Temperatur ist in Kap. 3.1.2 beschrieben. Rosenfield und Hahn haben die von Hollomon gefundene Beziehung zwischen dem Verfestigungsexponenten  $n$  und  $\sigma_{Fu}$

$$n \sigma_{Fu} = \phi = \text{konst}$$

bestätigt gefunden. Die werkstoffabhängige Größe  $\phi$  ist unabhängig von der Temperatur und der Dehnungsgeschwindigkeit.

$\Phi$  liegt im Bereich von 5,62 - 11,25  $\text{kp/mm}^2$ . Die Beziehung gilt etwa bis  $\sigma_{F_U} = 21,1 \text{ kp/mm}^2$ . Starke Abweichungen ergaben sich allerdings bei zwei Stählen. Die Größe B ist grössenordnungsmäßig 0,005 und ist unabhängig von der Temperatur und der Dehnungsgeschwindigkeit.

Abb. 19 zeigt einen Vergleich gemessener und mit Hilfe der obigen Formel berechneter Spannungs-Dehnungs-Kurven.

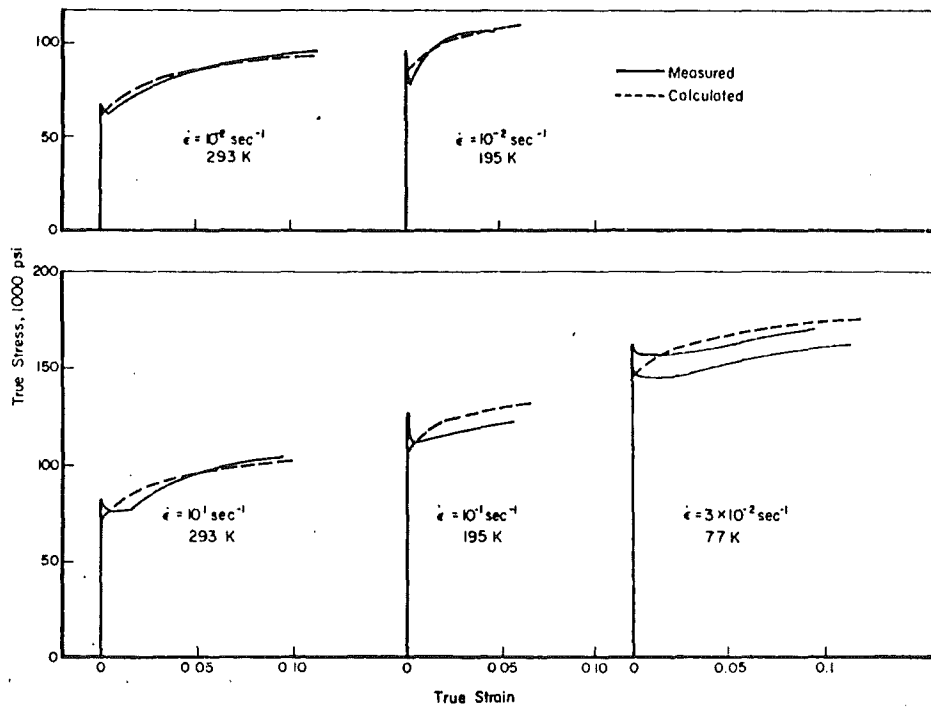


Abb. 19: Gemessene und berechnete Spannungs-Dehnungs-Kurve für den Stahl X 52 (20)



Im Gegensatz zu diesen Ergebnissen, die aus Versuchen mit konstanter Dehnungsgeschwindigkeit gewonnen wurden, haben Marsh und Campbell (21) Spannungs-Dehnungs-Kurven aus Versuchen ermittelt, bei denen die Spannung "plötzlich" aufgebracht wurde und dann zeitlich unveränderlich blieb. Bei jedem dieser einzelnen Versuche wurden die Werte  $\sigma_{(t)} = \text{konst.}$ ,  $\epsilon = \epsilon_{(t)}$  und durch Differenzieren  $\dot{\epsilon}_{(t)}$  ermittelt. Ein Beispiel ist in Abb. 20 wiedergegeben. Man erkennt auch hier das Phänomen der Verzögerungszeit  $t_D$  und das viskose Verhalten (zeitabhängig plastische Verhalten). Durch Vorgabe

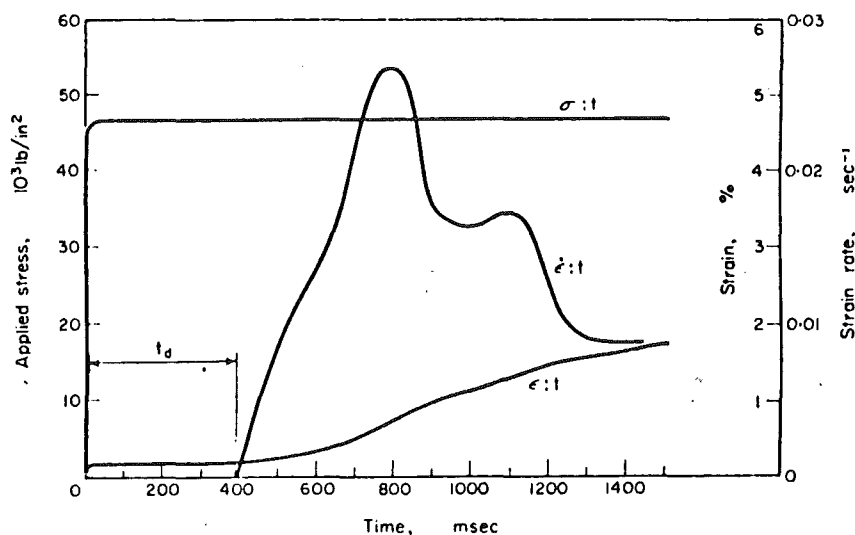


Abb. 20: Spannung, Dehnung, Dehnungsgeschwindigkeit als Funktion der Zeit (En2A Flußstahl bei Raumtemperatur, schneller hydraulischer Stauchversuch) (21)

einer festgewählten Dehnungsrate  $\dot{\epsilon}$  wurde dann das zugehörige Wertepaar  $\sigma, \epsilon$  ermittelt und unter Berücksichtigung aller Versuche konnte dann eine Spannungs-Dehnungs-Kurve mit  $\dot{\epsilon}$  als

Kurvenparameter gewonnen werden. Es ist klar, daß bei diesem Vorgehen häufig nur Kurvenabschnitte zu erhalten sind. Abb. 21 zeigt ein derartiges Beispiel.

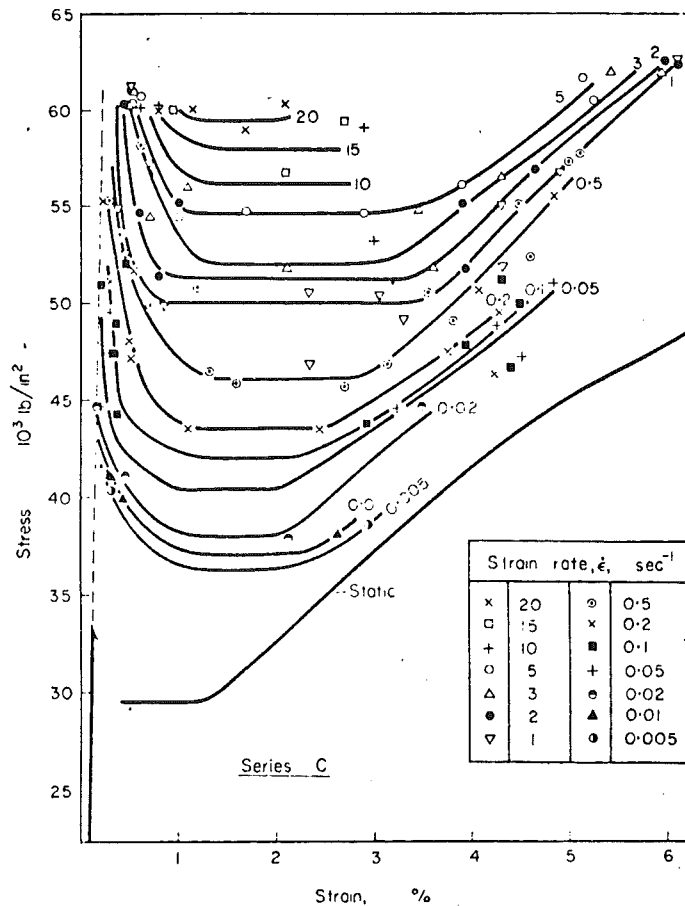


Abb. 21: Spannungs-Dehnungs-Kurven gewonnen aus Versuchen mit konstanter Spannung (En2A Flußstahl, Raumtemperatur, mittlere Korndichte: 2033 1/mm<sup>2</sup>) (21)

Für die Formulierung eines Stoffgesetzes bzw. einer mechanischen Zustandsgleichung ist es nun von besonderer Bedeutung zu überprüfen, ob die so erhaltenen Spannungs-Dehnungs-Kurven mit jenen übereinstimmen, die man bei einer anderen Belastungsgeschichte erhält, z.B. die bei einem Versuch mit konstanter Dehnungsgeschwindigkeit. Um diese Frage zu klären,

haben Campbell und Marsh Versuche durchgeführt, bei denen durch Modifikation der Versuchsanordnung erreicht wurde, daß die Dehnungsgeschwindigkeit während des Versuches zeitweise konstant war. Ein typisches Beispiel ist in Abb. 22 wiedergegeben.

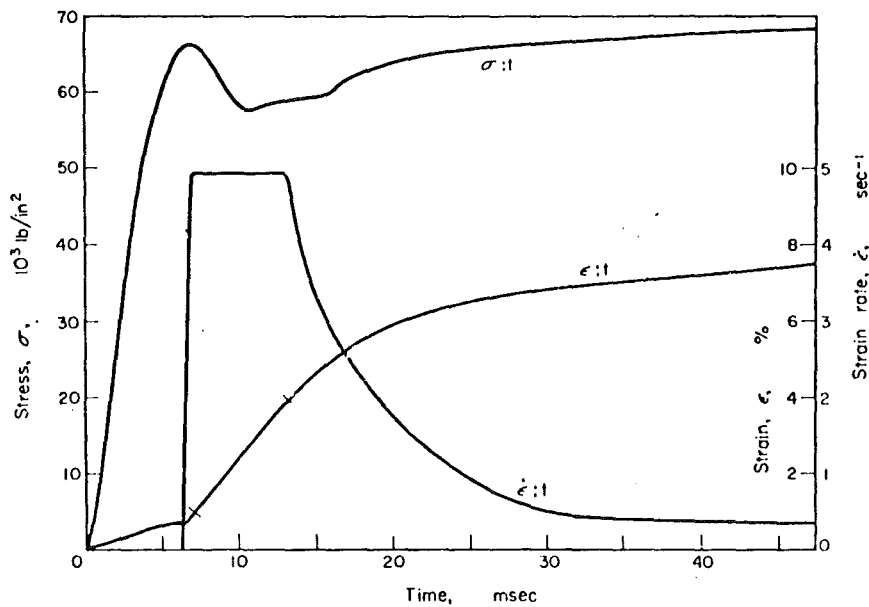


Abb. 22: Spannung, Dehnung, Dehnungsgeschwindigkeit als Funktion der Zeit (En2A Flußstahl, Raumtemperatur, modifizierter Stauchversuch) (21)

Diese Resultate wurden zum Vergleich herangezogen. Die so entwickelten Spannungs-Dehnungsdiagramme sind in Abb. 23 a bis c dargestellt. Die dort gestrichelten Kurven sind die aus Versuchen mit zeitlich konstanter Spannung gewonnenen Spannungs-Dehnungs-Kurven (vergl. Abb. 21). Man erkennt, daß in vielen Fällen die Übereinstimmung recht gut ist. In anderen Fällen sind die Kurven gegeneinander verschoben,

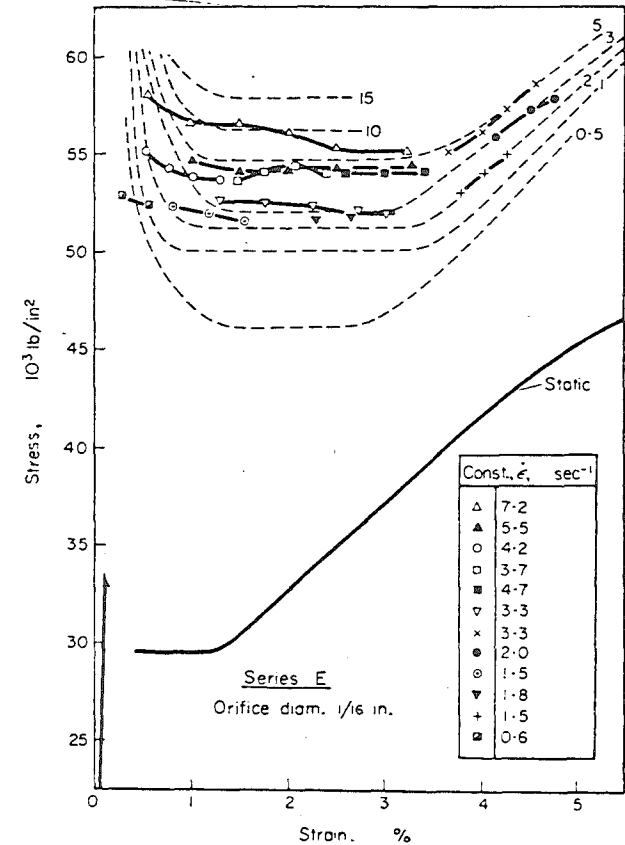
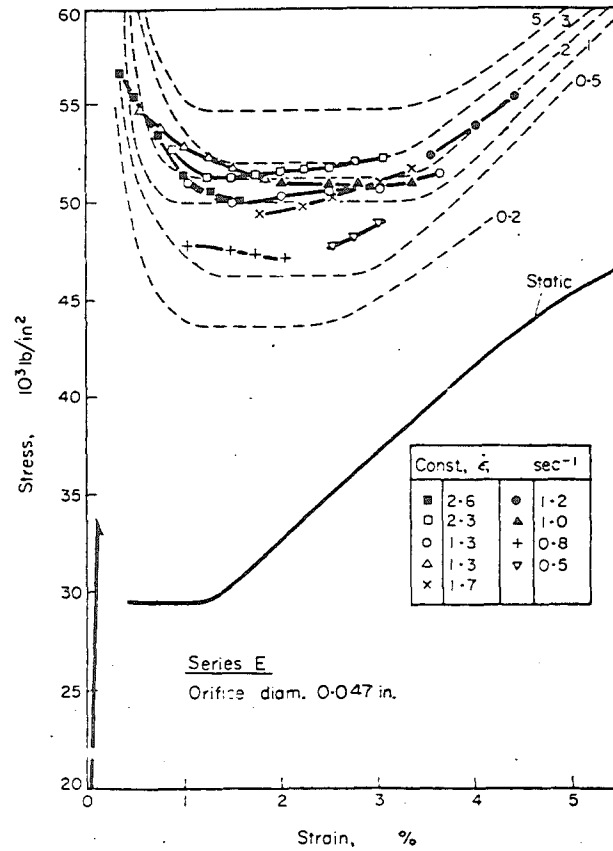
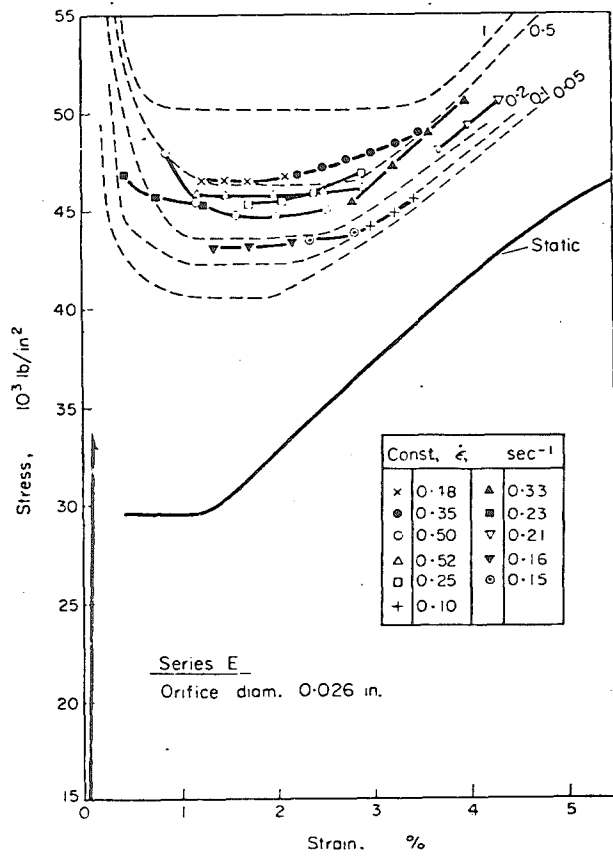


Abb. 23: Spannungs-Dehnungs-Kurven bei konstanter Dehnungsgeschwindigkeit (En2A Flußstahl, Raumtemperatur, mittlere Korndichte: 2033 1/mm<sup>2</sup>) Die gestrichelten Kurven sind die bei konstanter Spannung gewonnenen Spannungs-Dehnungs-Kurven, vergl. Abb. 21. (21)

aber offensichtlich ist keine systematische Abweichung vorhanden. Nach Campbell und Marsh ist die allgemeine Korrelation recht gut und auch innerhalb der Genauigkeitsgrenzen des Meßsystems und des graphischen Differentiationsprozesses ( $\dot{\epsilon}$ ). Marsh und Campbell kommen zu dem Schluß, daß eine mechanische Zustandsgleichung der Form

$$\dot{\epsilon}_{pL} = g(\sigma, \epsilon_{pL})$$

das post-yield-Verhalten beschreiben kann. Das bedeutet, daß allein das Wertepaar  $\sigma, \epsilon_{pL}$  ausreicht, um die momentane plastische Dehnungsgeschwindigkeit zu bestimmen; die Geschichte der Spannung oder plastischen Deformation haben hier keinen Einfluß auf  $\dot{\epsilon}_{pL}$ . Dieser Zusammenhang ist graphisch in Abb. 24 dargestellt.

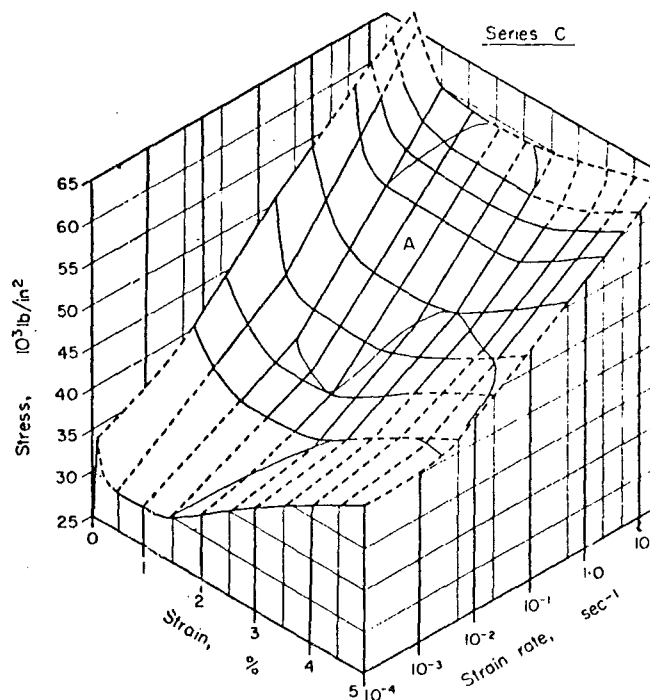


Abb. 24: Isoperimetrische Projektion der Fläche  $\dot{\epsilon}_{pL} - g(\sigma, \epsilon_{pL}) = 0$  (En2A Flußstahl, Raumtemperatur, mittlere Korndichte 2033 1/mm<sup>2</sup>) (21)

### 3.2 Austenitische Stähle

Die bisher vorliegenden Erfahrungen zum plastodynamischen Verhalten von austenitischen Stählen sind spärlich. Erst in letzter Zeit sind im Zusammenhang mit Sicherheitsbetrachtungen des FFTF zahlreiche systematische Untersuchungen an unbestrahlten austenitischen Stählen vom Typ AISI 304 und 316 bei verschiedenen Temperaturen und Dehnungsgeschwindigkeiten durchgeführt worden (23 bis 26).

#### 3.2.1 Streckgrenze

Der Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit auf die Streckgrenze  $\sigma_{0,2}$  bei Raumtemperatur für verschiedene austenitische Stähle ist in Abb. 25 dargestellt. Die hier verwendeten Versuchstechniken waren sehr unterschiedlich. Die Ergebnisse zeigen sehr deutlich, daß zumindest für die austenitischen Stähle ein logarithmischer Zusammenhang zwischen Streckgrenze und Dehnungsgeschwindigkeit besteht:

$$\sigma_{0,2} = A + B \ln \dot{\epsilon}.$$

In dem betrachteten Dehnungsgeschwindigkeitsbereich ist der Anstieg der dynamischen Streckgrenze keineswegs vernachlässigbar. So nimmt z.B. die Streckgrenze des lösungsgeglühten 304 SS von 19.6 kp/mm bei  $\dot{\epsilon} = 3 \cdot 10^{-5}$  um fast 100 % auf 35 kp/mm<sup>2</sup> bei  $\dot{\epsilon} = 10^{-2} \text{ sec}^{-1}$  zu. Auffallend ist weiterhin, daß der mittlere Anstieg der halblogarithmischen Kurven  $B = \frac{d \sigma_{0,2}}{d \ln \dot{\epsilon}}$  mit Ausnahme der Ergebnisse von Baron für alle Kurven nahezu gleich ist.

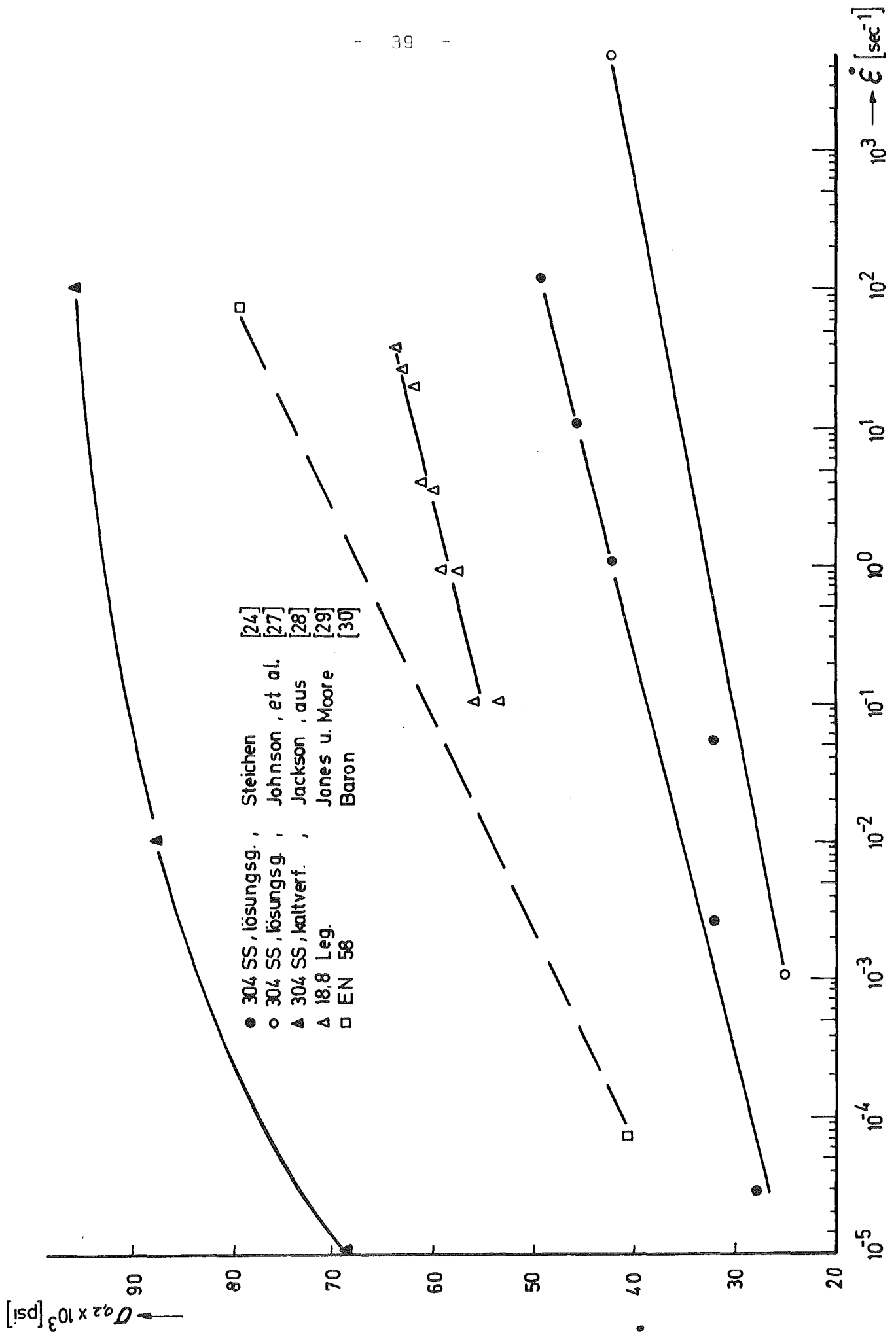


Abb. 25 Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}$  auf die Streckgrenze  $\sigma_{0.2}$  von austen. Stählen, Raumtemperatur

Untersuchungen von Hauser (31) an dem austenitischen Stahl Typ 304 bei Raumtemperatur zeigen, daß bei höheren Dehnungsgeschwindigkeiten der lineare Zusammenhang im halblogarithmischen Diagramm nicht mehr gilt (Abb. 26).

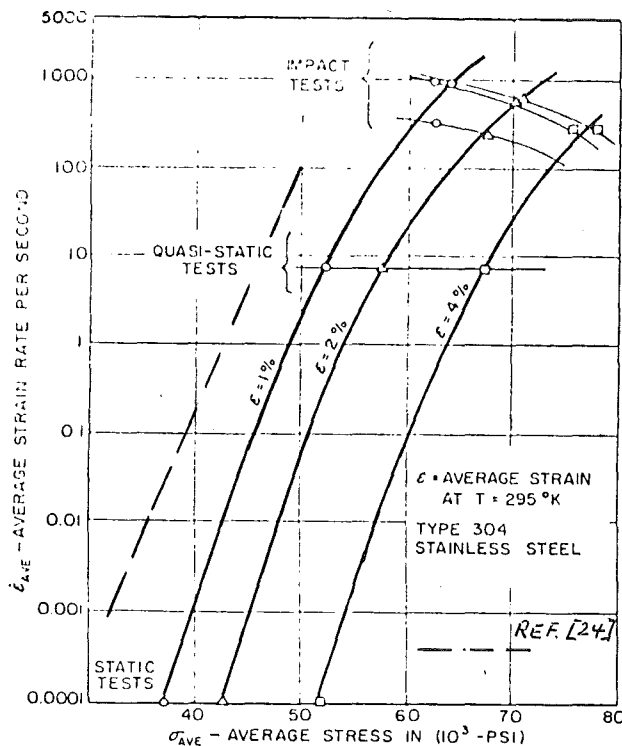


Abb. 26: Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit auf die (Fließ)-Spannungen  $\sigma_{1\%}$ ,  $\sigma_{2\%}$ ,  $\sigma_{5\%}$  (24, 31)

Die Messungen zwischen  $\dot{\epsilon} = 10^2$  und  $10^3$  wurden in Schlag-Druckversuchen mit einem Hopkinson-pressure-bar gewonnen. Bei den Meßpunkten, die durch eine dünne Linie verbunden sind, waren Schlaggeschwindigkeit und Probenabmessungen dieselben.

Im Vergleich dazu ist die von Steichen (24) bestimmte Interpolationsgerade (Abb. 25) für die Streckgrenze  $\sigma_{0,2}$



(d.h.  $\epsilon = 0,2 \%$ ) eingetragen. Der Anstieg der Kurve

$$\left. \frac{d \sigma(\epsilon, \dot{\epsilon})}{d \ln \dot{\epsilon}} \right|_{\epsilon = \text{konst}}$$

ist nach den Ergebnissen von Steichen geringfügig grösser. Dies kann an Materialunterschieden liegen (z.B. ist die Vorbehandlung des Stahls bei Hauser unbekannt) oder an der Größe der Dehnung. Die Ergebnisse von Hauser legen in dem betrachteten Dehnungsbereich eine Darstellung der Form

$$\sigma(\epsilon, \dot{\epsilon}) = A(\epsilon) + B(\dot{\epsilon})$$

nahe, d.h. die Änderung der Dehnung bewirkt bei dem Spannungs-Dehnungsgeschwindigkeitsverlauf in erster Näherung nur eine Parallelverschiebung. Die Funktion  $A(\epsilon)$  ist dann die Spannungs-Dehnungs-Beziehung im statischen Zugversuch:

$$A(\epsilon) = \sigma_{\text{stat}}(\epsilon).$$

Zum Einfluß der Temperatur auf die Streckgrenze und andere mechanische Kennzahlen sind von Steichen (24, 25) systematische Untersuchungen durchgeführt worden, die in Abb. 27 und 28 dargestellt sind. Die Ergebnisse für den lösungsgeglühten Stahl 304 SS zeigen (Abb. 27), daß der Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit in dem betrachteten Temperaturbereich bei Raumtemperatur am größten ist. Bei Temperaturen bis  $538 \text{ }^{\circ}\text{C}$  bilden sich zwei Abhängigkeitsbereiche aus, deren Übergangsgrenze bei etwa  $2 \cdot 10^{-2} \text{ sec}^{-1}$  liegt. Für höhere Temperaturen läßt sich der Kurvenverlauf im gesamten Bereich wieder durch die Beziehung der Form

$$\sigma_{0,2} = A + B \ln \dot{\epsilon}$$

darstellen.

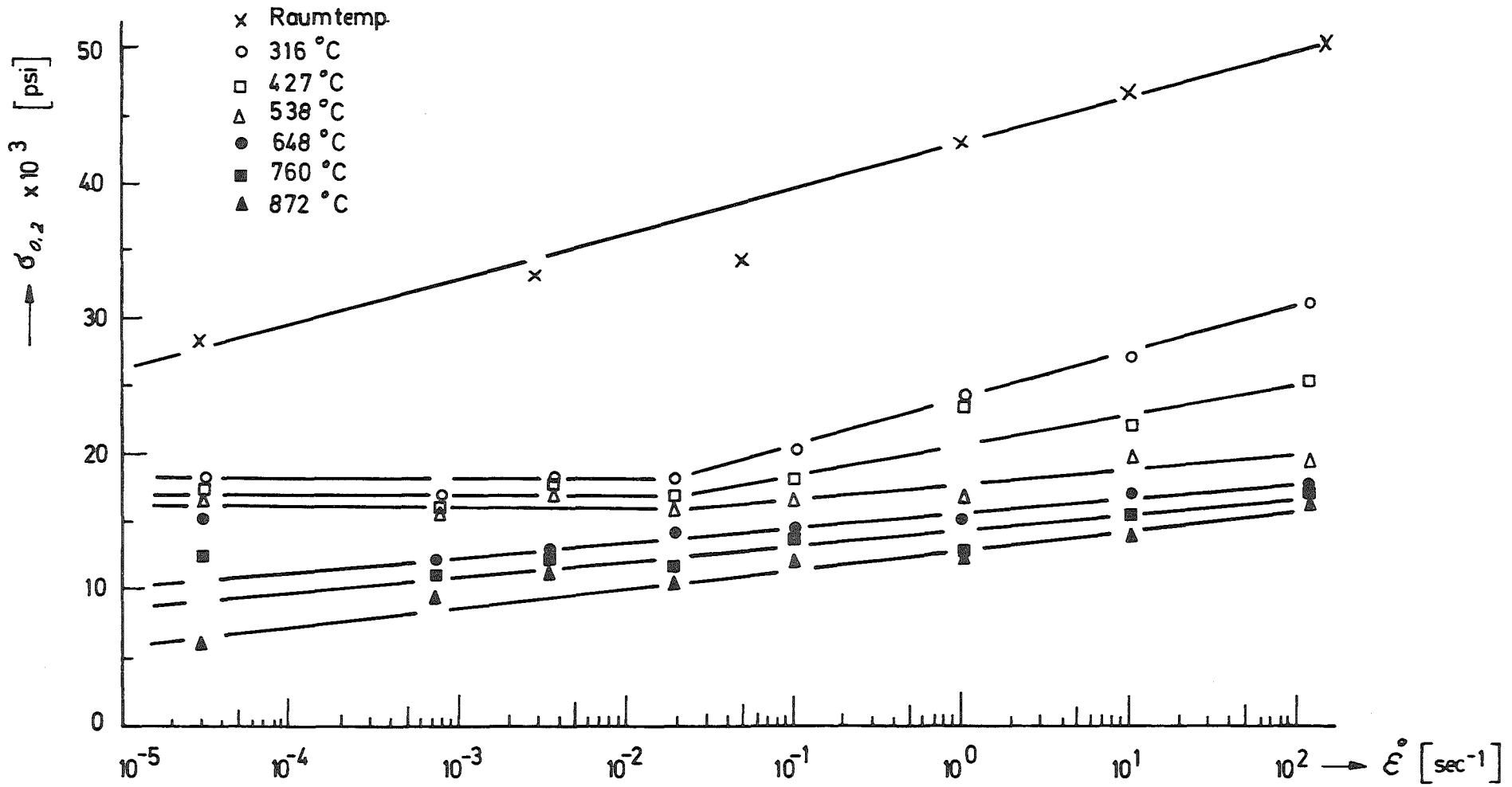


Abb. 27 Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}$  auf die Streckgrenze  $\sigma_{0,2}$  von  
 austen. Stahl 304 SS bei verschiedenen Temperaturen [24,25]

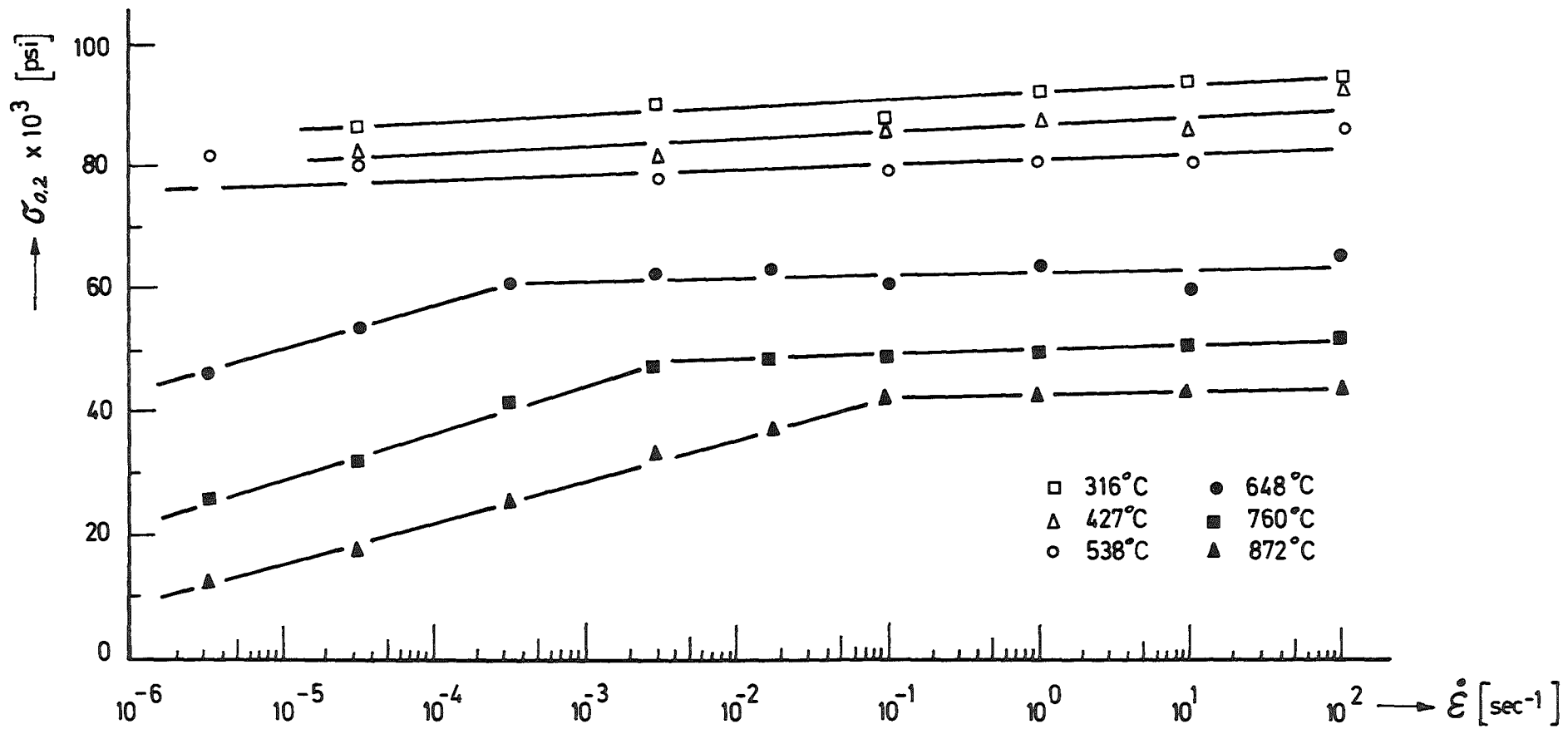


Abb. 28 Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}$  auf die Streckgrenze  $\sigma_{0,2}$  von 20% kaltverformten austen. Stahl 316 SS bei versch. Temperaturen. [25]

Die Dehnungsgeschwindigkeitsabhängigkeit des 20 % kaltverformten 316 SS ist im Temperaturbereich 316 - 538 °C gering, nimmt aber bei höheren Temperaturen und niedrigen Dehnungsgeschwindigkeiten wieder zu.

Zum Vergleich seien hier noch die Messungen von Nadai und Manjoine an einer 18 -8 Legierung angegeben (101). In Abb. 28a ist allerdings nicht die Streckgrenze sondern die wahre Spannung bei 10 % Dehnung angegeben. Auch hier nimmt der Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit im Temperaturbereich von 200 bis 600 °C ab und erreicht seinen Tiefstwert.

### 3.2.2 Bruchspannung, Gleichmaßdehnung, Bruchdehnung

In den Abb. 29 bis 31 ist die Abhängigkeit der Bruchspannung von der Dehnungsgeschwindigkeit verschiedener austenitischer Stähle dargestellt.

Sowohl bei Raumtemperatur wie auch bei Temperaturen bis 538 °C (Abb. 29 u. 30) bzw. 600 °C (Abb. 31) hängt die Bruchspannung nur sehr schwach von der Dehnungsgeschwindigkeit ab, so daß sie für praktische Zwecke in diesem Bereich als konstant angesehen werden kann. Bei höheren Temperaturen bilden sich zwei Bereiche aus. Bei niedrigen Dehnungsgeschwindigkeiten ist ein ausgeprägter Anstieg vorhanden, bei höheren Dehnungsgeschwindigkeiten ist dagegen kein Einfluß festzustellen. Der Übergang der beiden Bereiche verschiebt sich mit wachsender Temperatur zu höheren Dehnungsgeschwindigkeiten.

Die beiden von Steichen (25) untersuchten austenitischen Stähle (18%gegl. AISI und 20 % kaltverf. AISI 316) zeigen in Bezug auf das Verhalten der Gleichmaßdehnung sehr

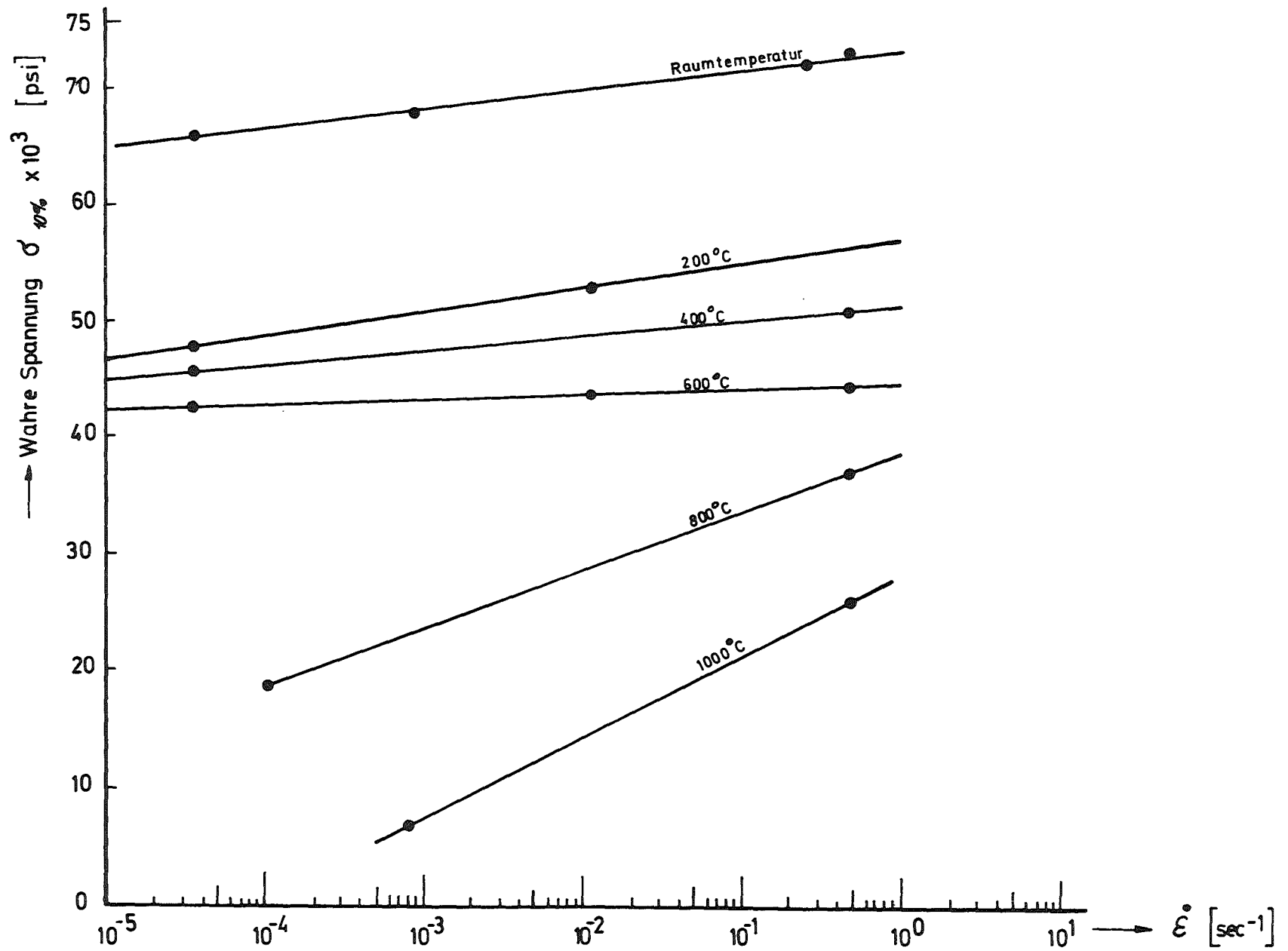


Abb. 28a Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}$  auf die wahre Spannung bei 10% Dehnung. 18-8 Leg. [101]

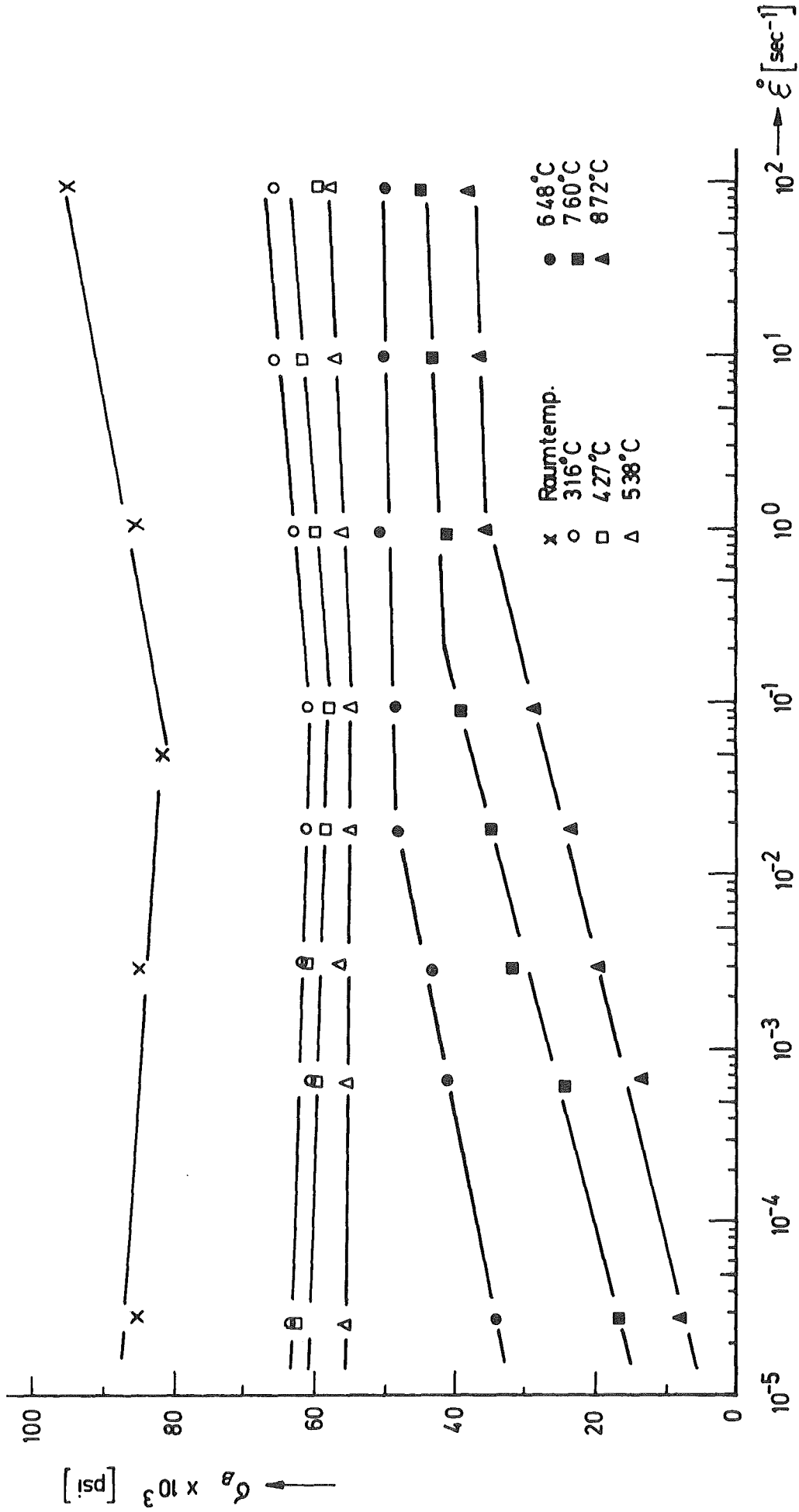


Abb. 29 Einfluß der Dehngeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}$  auf die Bruchspannung  $\sigma_B$

von lösungsgegl. AISI 304 [24, 25]

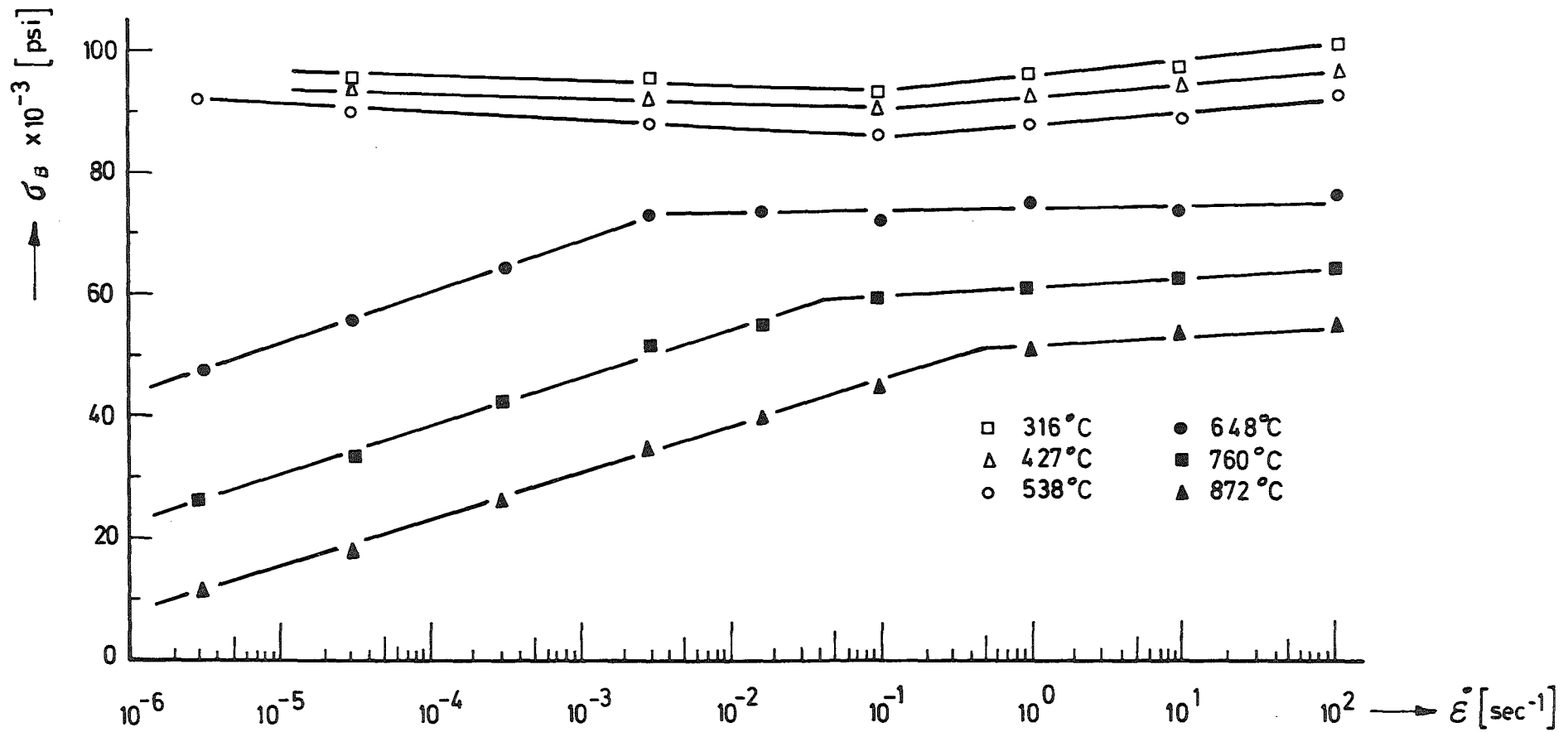


Abb. 30 Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}$  auf die Bruchspannung  $\sigma_B$   
 von 20% kaltverf. AISI 316 [ 25 ]

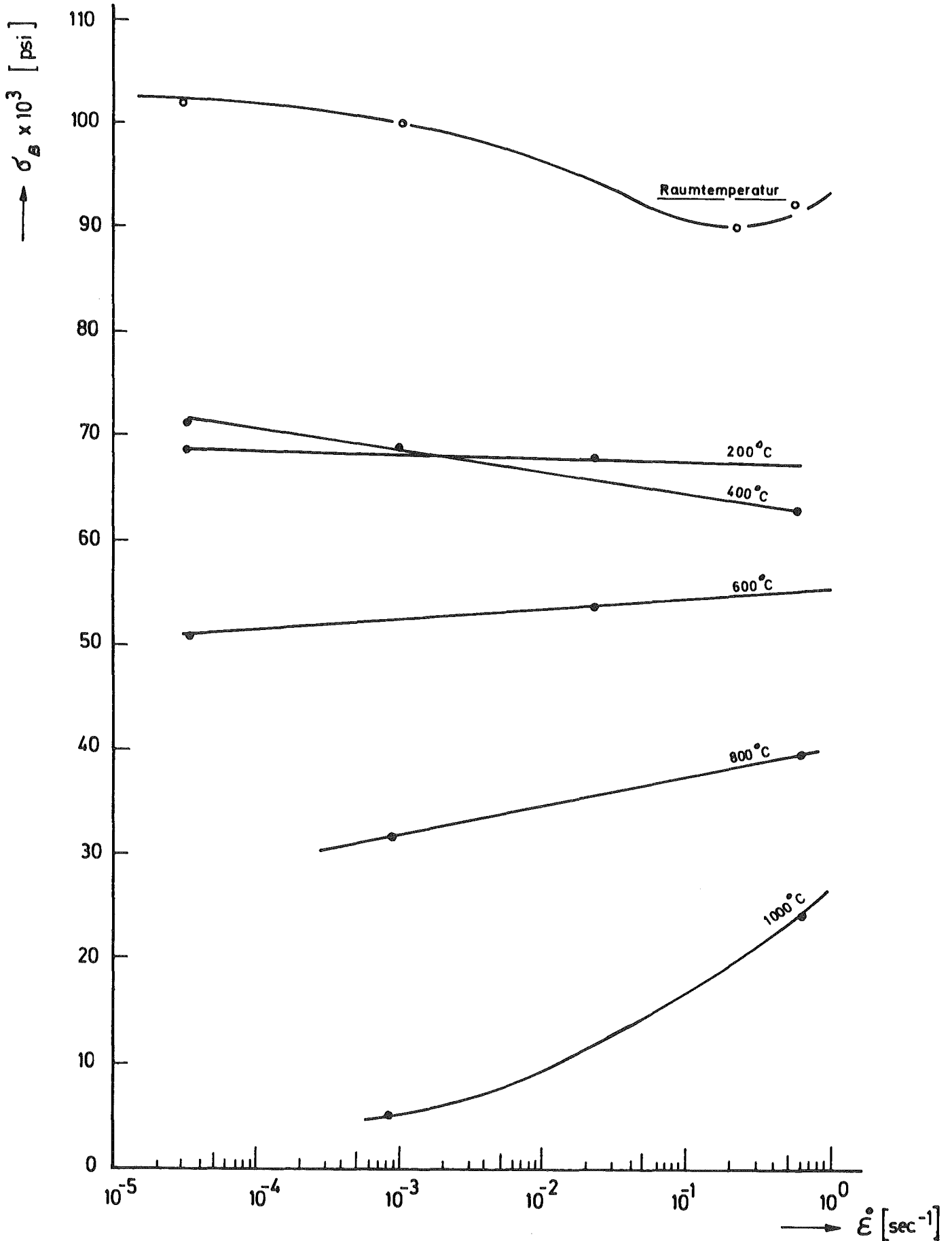


Abb.31      Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}$  auf die  
Bruchspannung  $\sigma_B$  einer 18-8 Leg.      [32]



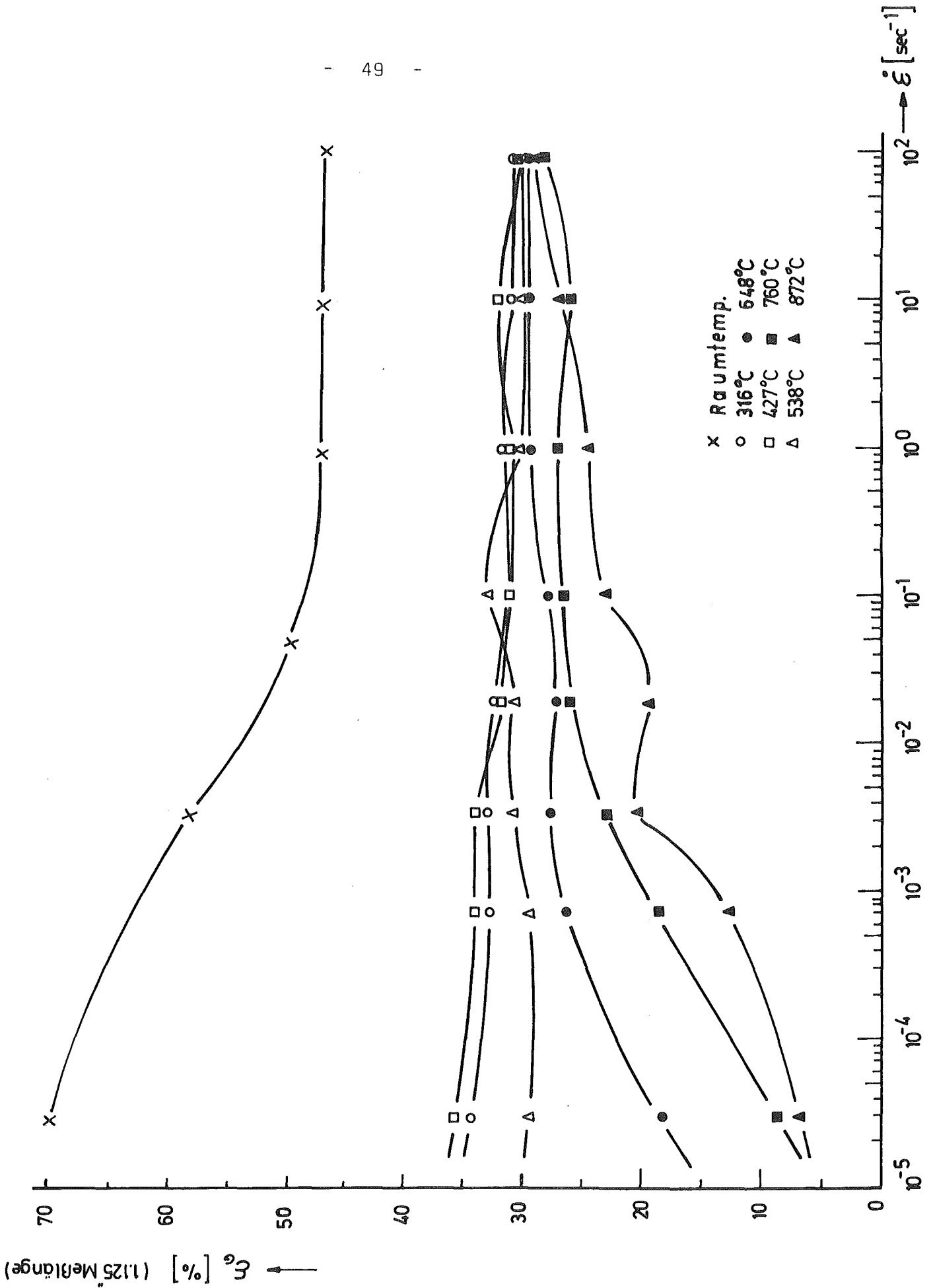


Abb. 32 Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}$  u. Temperatur auf die Gleichmassdehnung  $\epsilon_g$  von lösungsgegl. AISI 304 [24,25]

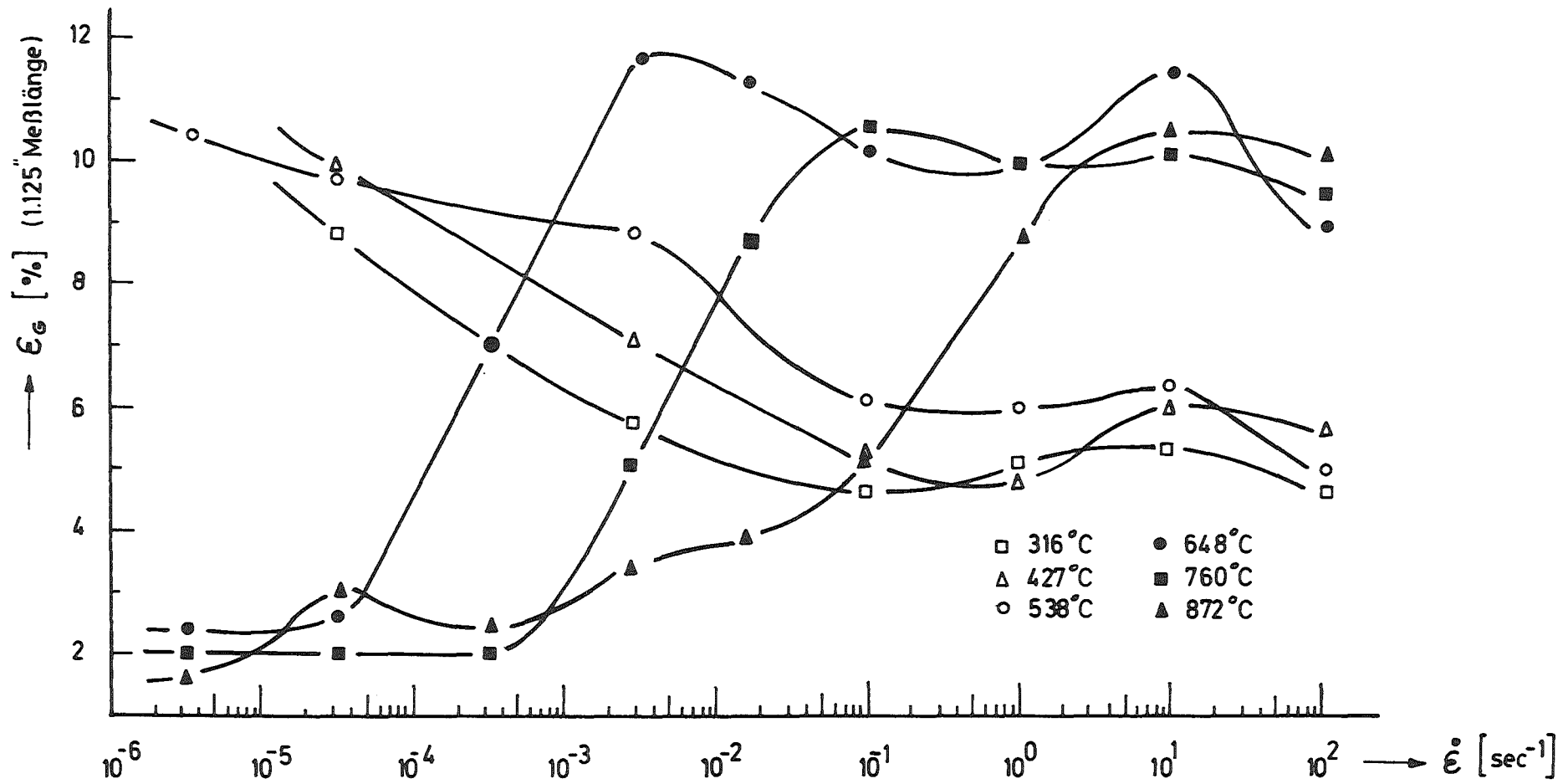


Abb. 33 Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}$  u. Temperatur auf die Gleichmassdehnung  $\epsilon_G$  von 20% kaltverf. AISI 316 [25]

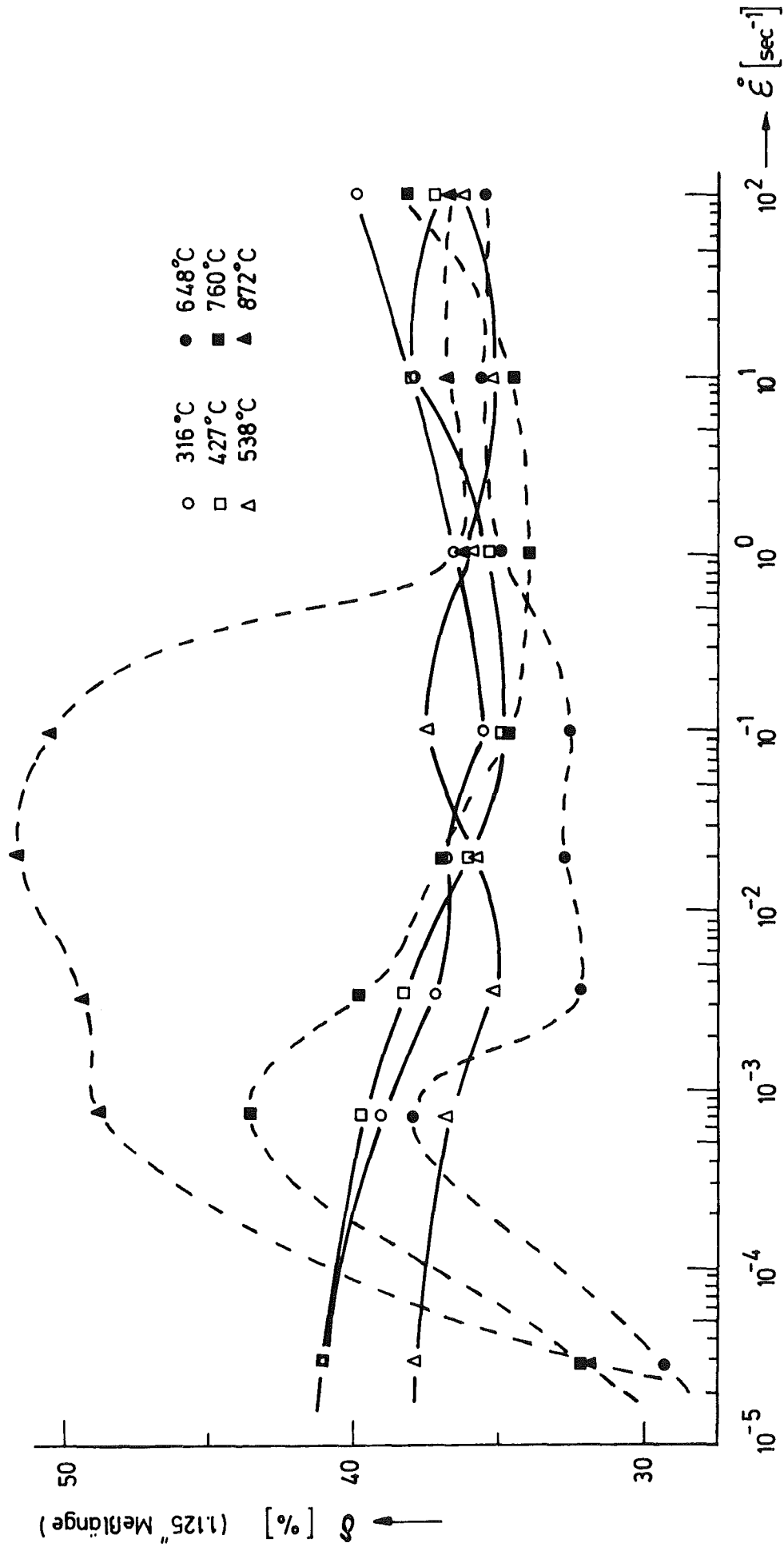


Abb. 34 Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}$  auf die Bruchdehnung  $\delta$

von lösungsgegl. AISI 304 [25]

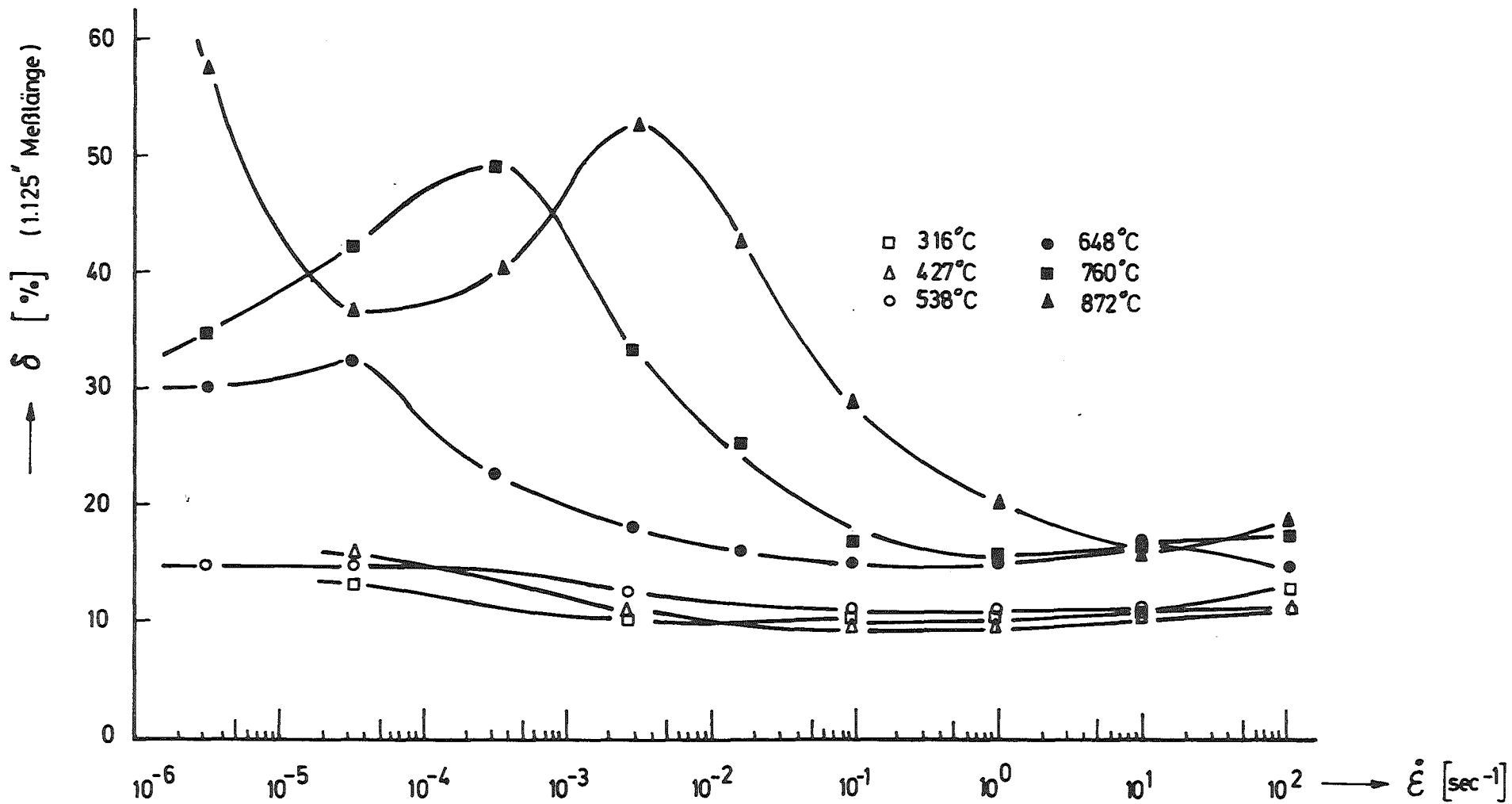


Abb. 35 Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}$  auf die Bruchdehnung  $\delta_B$   
 von 20% kaltverf. AISI 316 [25]

unterschiedliches Verhalten. In dem hier besonders interessierenden Temperaturbereich um 500 °C (mittlere Betriebstemperatur der Corestruktur) ist die Gleichmaßdehnung des lösungsgeglühten AISI 304 praktisch konstant, dagegen nimmt die Gleichmaßdehnung des 20 % kaltverformten AISI 316 von ca. 11 % (bei  $\dot{\epsilon} = 10^{-6}$ ) auf etwa 5 % (bei  $\dot{\epsilon} = 10^2 \text{ sec}^{-1}$ ) ab. Wie schon vorher dargestellt, sind Streckgrenze und Bruchspannung bei beiden Werkstoffen bei dieser Temperatur unabhängig von der Dehnungsgeschwindigkeit.

Die Bruchdehnung der beiden Materialien ist in Abb.34 und 35 wiedergegeben. Bei Temperaturen bis 538 °C ist hier praktisch kein Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit festzustellen. Bei höheren Temperaturen ist das Verhalten aber recht komplex. Nun ist die Bruchdehnung für die Auslegung allerdings von geringer Bedeutung, da sie keine geometrieunabhängige Materialkenngröße ist, so daß die komplexe Abhängigkeit von der Dehnungsgeschwindigkeit nicht besonders betrachtet werden muß.

Form und Balwin (32) haben den Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit und Temperatur auf die Duktilität

$$\epsilon = 2 \ln \frac{d_0}{d_g}$$

( $d_0$ : Anfangsdurchmesser,  $d_g$ : Enddurchmesser der eingeschnürten Probe) für die Stähle AISI 303 und AISI 310 bestimmt (Abb. 36).

Es ist zu erkennen, daß bei Raumtemperatur die Duktilität mit der Deformationsgeschwindigkeit stark abfällt.

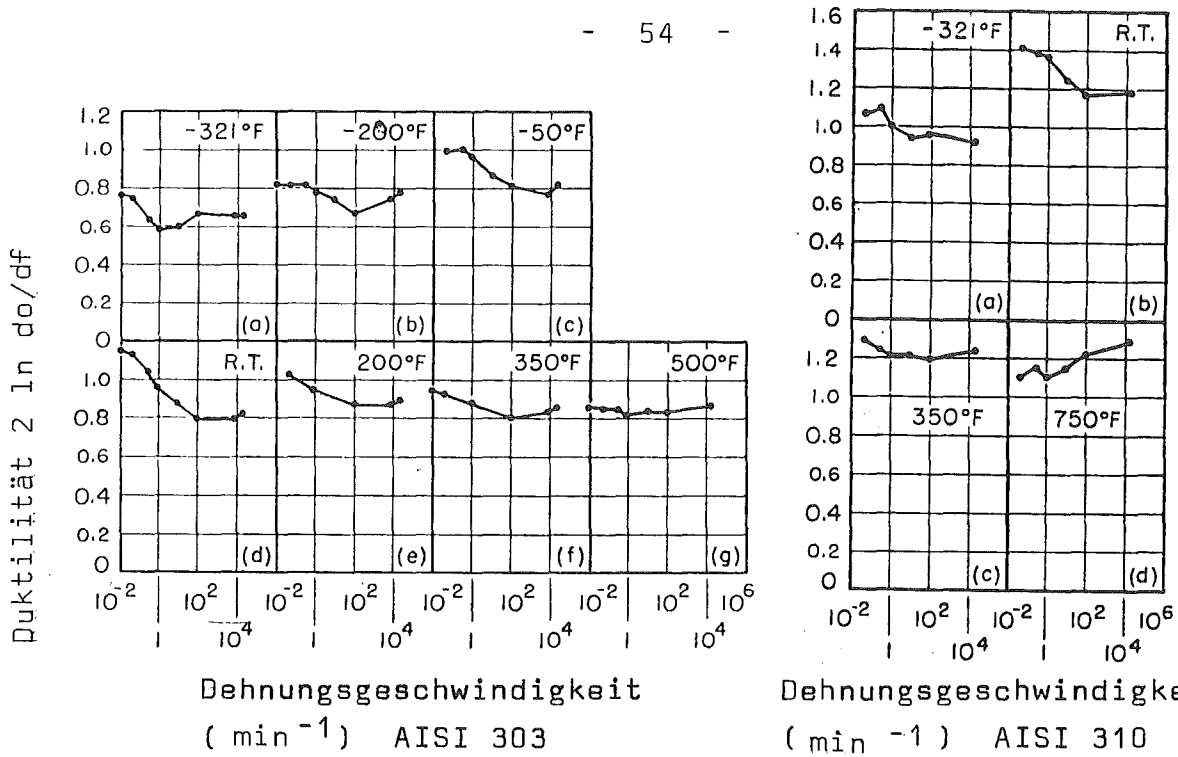


Abb. 36: Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit und Temperatur auf die Duktilität (32)

Dieser Abfall wird mit wachsender Temperatur geringer, um bei 260 °C ganz zu verschwinden. Bei 400 °C ist wieder ein Anstieg zu bemerken (AISI 310).

### 3.2.3 Spannungs-Dehnungs-Diagramm

Die Kenntnis des Spannungs-Dehnungs-Diagramms ist von großem Informationswert, insbesondere dann, wenn bestimmte mechanische Größen, wie z.B. die Dehnungsgeschwindigkeit (oder auch die Spannung) zeitlich konstant während des Versuches war. Dies kann allerdings häufig nur mit Einschränkungen erzielt werden.

Abb. 37 zeigt ein Spannungs-Dehnungs-Diagramm für den austenitischen Stahl En58, das von Baron (30) ermittelt wurde. Die in den Abbildungen angegebenen Dehnungsgeschwindigkeiten sind geschätzte Werte, die bei Erreichen der maximalen Spannung (Bruchspannung) erzielt werden. Im elastischen Bereich betrug die Dehnungsgeschwindigkeit allerdings nur 1/20 bei statischer und 1/3 bei dy-

namischer Belastung. Das heißt die Dehnungsgeschwindigkeit war sicher nicht konstant während der plastischen Deformationsphase. Immerhin erkennt man, daß bei Raumtemperatur die Streckgrenze ausgeprägt mit der Deformationsgeschwindigkeit zunimmt, während die Bruchspannung nur geringfügig abnimmt. Die Gleichmaßdehnung erfährt eine deutliche Abnahme. Diese Tendenzen stimmen mit dem Verhalten anderer austenitischer Stähle überein.

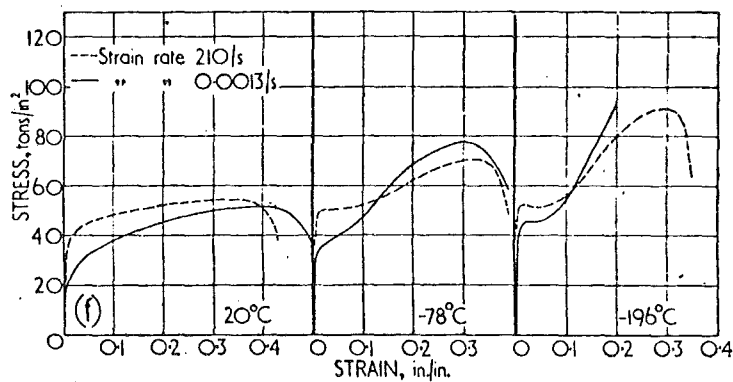
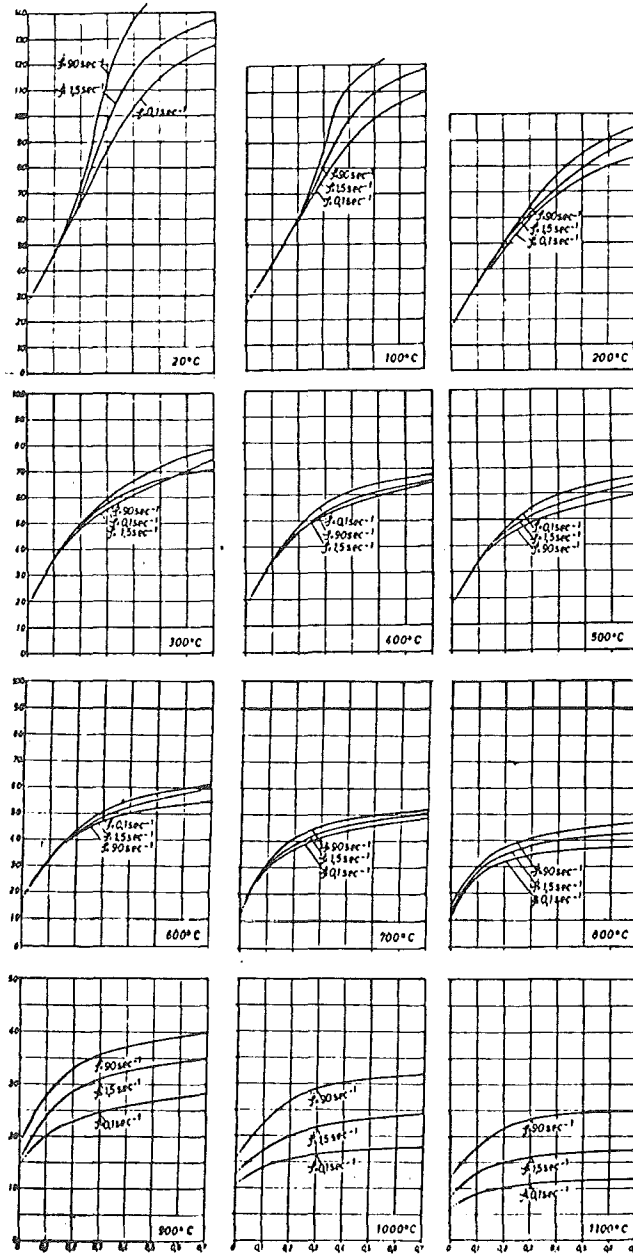


Abb. 37: Spannungs-Dehnungs-Diagramme für den austenitischen Stahl En58 bei verschiedenen Temperaturen und Dehnungsgeschwindigkeiten (30)

Im Zusammenhang mit der Umformtechnik sind Stauchversuche an austenitischen Stählen durchgeführt worden, die von Schmidt (22) zusammengestellt wurden. Abb. 38 zeigt für den Stahl X 8 Cr Ti 18 10 die Abhängigkeit der Formänderungsfestigkeit  $k_f$  von der logarithmischen Formänderung  $\phi$  bei verschiedenen Formänderungsgeschwindigkeiten  $\dot{\phi}$  im Temperaturbereich von 20 bis 1100 °C.

Formänderungsfestigkeit  $k_f$  (kp/mm<sup>2</sup>)



Logarithmische Formänderung  $\phi$

Abb. 38: Fließkurven des Stahls X8 Cr Ni Ti 1810 für verschiedene Formänderungsgeschwindigkeiten und Temperaturen (kontinuierliche Stauchversuche) (22)

Hier sind folgende Tendenzen zu erkennen. Bei Raumtemperatur und kleinen plastischen Formänderungen hat die Formänderungsgeschwindigkeit im Bereich von  $0,1 - 90 \text{ sec}^{-1}$  keinen Einfluß auf den Verlauf der Fließkurve. Dies steht deutlich im Gegensatz zu den dynamischen Zugversuchen an



anderen austenitischen Stählen (vergl. Abb. 25). Bei größeren Formänderungen ( $\phi > 0,2$ ) führt die höhere Formänderungsgeschwindigkeit zu einem starken Anstieg der Formänderungsfestigkeit. Mit zunehmender Temperatur wird der Einfluß der Formänderungsgeschwindigkeit bedeutend geringer, um dann aber ab etwa 800 °C für die gesamte Fließkurve von großem Einfluß zu werden.

Einige besonders interessante Versuche an dem austenitischen Stahl AISI 302 wurden von Clark und Wood (7) bei Raumtemperatur durchgeführt. In der von den Autoren entwickelten Versuchsvorrichtung wurde die Spannung in wenigen Millisekunden auf einen nahezu zeitlich konstanten Endwert gebracht (Abb. 39). Man erkennt hier sehr deutlich,

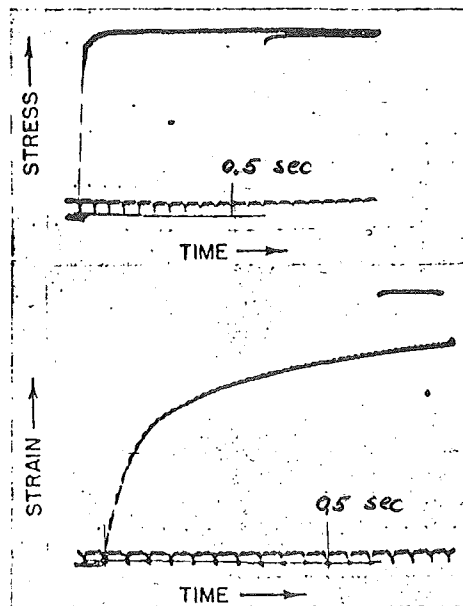


Abb. 39: Spannungs-Zeit- und Dehnungs-Zeit-Verlauf nach schneller Lastaufbringung (Stahl AISI 302, Raumtemperatur, Zeitintervall: 20 Zyklen pro sec., maximale Spannung: 39,1 kp/mm<sup>2</sup>, Belastungsrate: 3.52 10<sup>3</sup> kp/mm<sup>2</sup>sec; maximale Dehnung: 2,2 %) (7)

daß eine verzögerte Verformung vorhanden ist, die phänomenologisch mit einem transienten Kriechen verwandt ist. Dieses Beispiel demonstriert sehr eindringlich, daß sich das Material (rein phänomenologisch) zeitabhängig plastisch bzw. -viskos verhält. In den folgenden Abbildungen 40, 41 und 42 sind Ergebnisse von Versuchen dargestellt, bei denen die Spannung zeitlich nicht konstant ist. Insbesondere zeigt Abb. 40 drei dynamische Spannungsdehnungskurven, die durch Elimination der Zeit aus den gemessenen Funktionen  $\sigma(t)$  und  $\epsilon(t)$  gewonnen wurden. Jede dieser Kurven ist einem einzelnen dynamischen Versuch zugeordnet. Man erkennt die Tendenzen, daß die Kurven bei einer höheren Dehnungsgeschwindigkeit (über  $60 \cdot 10^{-3}$  sec zeitlich gemittelt) zu größeren Spannungen sich verschieben. Die Abbildungen 41 und 42 wurden durch Interpolation aus verschiedenen Versuchen gewonnen.

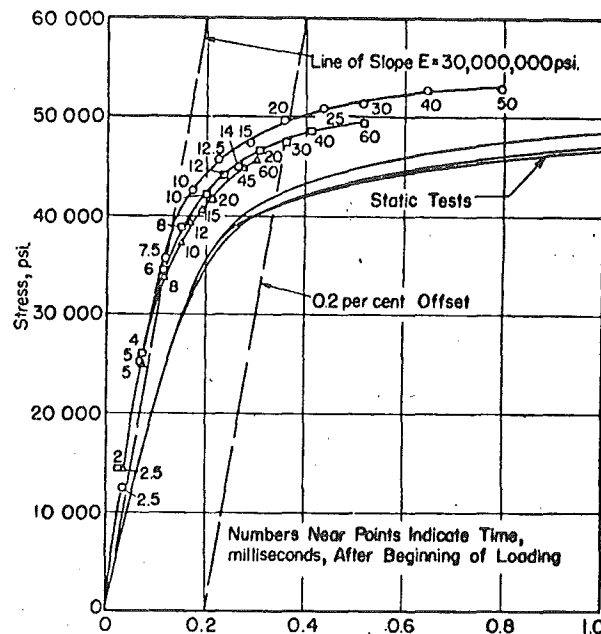


Abb. 40: Spannungs-Dehnungs-Diagramm. (Drei schnelle Druckbelastungen von AISI 302, Raumtemperatur (7))

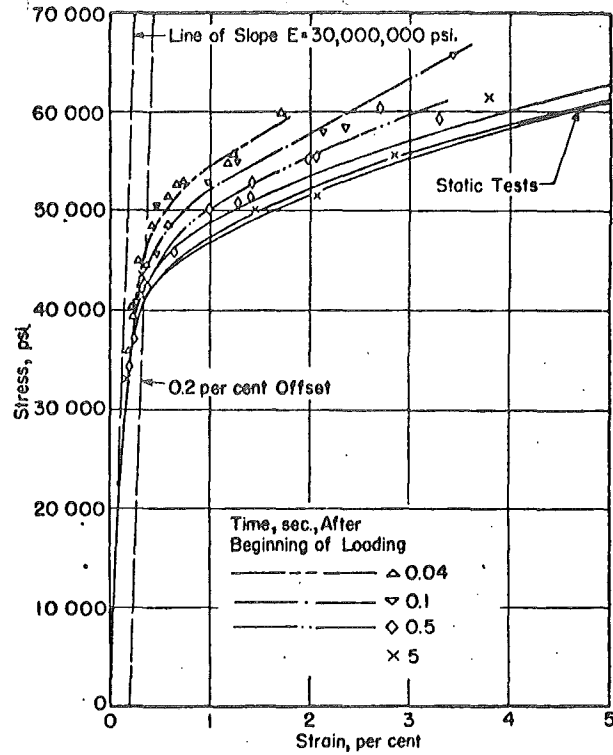


Abb. 41: Spannungs-Dehnungs-Diagramm. (Isochronkurven)  
 (Schnelle Druckbelastung von AISI 302, Raum-  
 temperatur) (7)

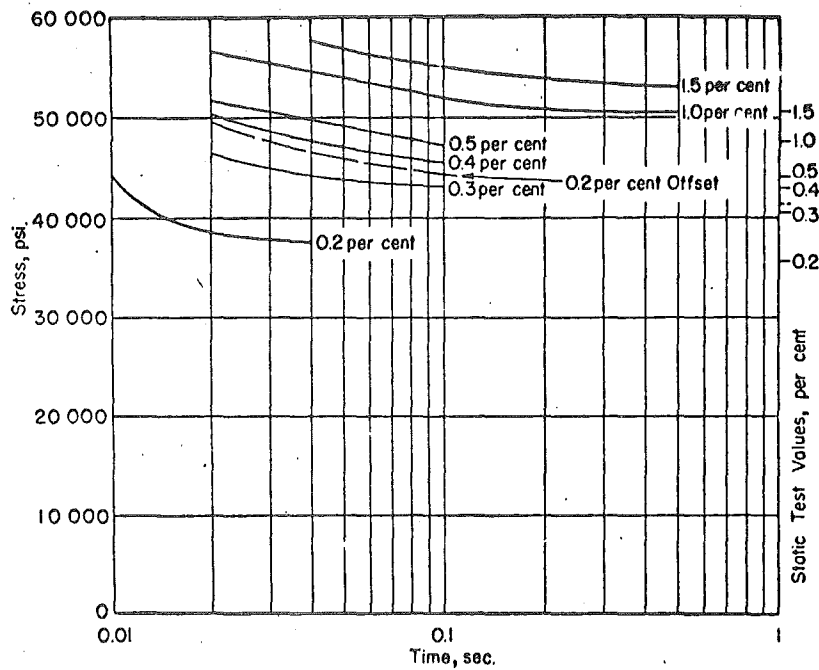


Abb. 42: Spannungs-Zeit-Diagramm mit der Dehnung als  
 Scharparameter (Schnelle Stauchversuche an  
 AISI 304 / Raumtemperatur / (7)

#### 3.2.4. Bestrahltes Material

Die für die Reaktorauslegung erforderlichen Neutronendosen von mehr als  $1 \cdot 10^{23}$  nvt sind bisher nicht erreicht worden. Die Untersuchungen zum Einfluß bei Materialien, die eine geringe Dosis erfahren haben, sind nur spärlich (33, 33a, 33b). Es sollen hier nur die Ergebnisse von Steichen (33b) angegeben werden, da seine Untersuchungen sich auf den relativ hoch bestrahlten (maximal  $0,75 \cdot 10^{22}$  nvt, bei  $527 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ) AISI 304 beziehen und einen großen Dehnungsgeschwindigkeitsbereich ( $\dot{\epsilon} = 3 \cdot 10^{-5} \div 10^1 \text{ sec}^{-1}$ ) überdecken. Die Versuche an den bestrahlten Proben wurden bei  $427$  und  $538 \text{ }^{\circ}\text{C}$  durchgeführt. Für beide Temperaturen zeigte sich, daß die Streckgrenze und Bruchspannung in dem angegebenen Dehnungsgeschwindigkeitsbereich nicht wesentlich von der Dehnungsgeschwindigkeit abhängen. Bei der höchsten Dosis von  $0,75 \cdot 10^{22}$  nvt nehmen aber Gleichmaßdehnung, Bruchdehnung und Einschnürung mit der Dehnungsgeschwindigkeit signifikant zu. Während beispielsweise die Gleichmaßdehnung bei  $538 \text{ }^{\circ}\text{C}$  und  $\dot{\epsilon} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$  nur  $5 \%$  beträgt, nimmt sie mit wachsender Dehnungsgeschwindigkeit zu, um bei  $5 \cdot 10^{-2} \text{ sec}^{-1}$  einen Wert von  $12 \%$  zu erreichen, der sich dann für höhere Dehnungsgeschwindigkeiten nicht mehr ändert. Im Gegensatz dazu zeigt das unbestrahlte Material keine Abhängigkeit von der Dehnungsgeschwindigkeit.

#### 4. Mathematische Ansätze zur Beschreibung des dynamisch-plastischen Verhaltens von Metallen (Stoffgesetze)

##### 4.1 Überblick

Die in Kapitel 3 beschriebenen experimentellen Ergebnisse sind auf der Basis der Homogenitätshypothese interpretiert worden. Möglicherweise haben die Wellenausbreitungsphänomene bei den hohen Dehnungsgeschwindigkeiten einen Einfluß gehabt, der zu einer Verfälschung der quantitativen Aussagen führen kann. Zahlreiche metallische Werkstoffe zeigen aber schon bei mittleren Dehnungsgeschwindigkeiten, die auch schon um Größenordnungen größer sind als die beim statischen Zugversuch, ein deutlich zeitabhängiges plastisches Verhalten.

Um dieses Verhalten phänomenologisch zu beschreiben, sind verschiedene mathematische Ansätze für die Stoffgesetze im einachsigen Spannungszustand gemacht worden, die in diesem Kapitel erläutert werden sollen. Diese Stoffgesetze finden auch Anwendung bei hohen Dehnungsgeschwindigkeiten, also insbesondere Wellenausbreitungsexperimenten; z.T. sind sie sogar aufgestellt worden, um spezielle, dort auftretende Phänomene zu beschreiben. Auf diese Problematik soll aber erst im folgenden Kapitel eingegangen werden.

In der Literatur sind verschiedene Stoffgesetze zu finden, die Teilaspekte der zeitabhängigen plastischen Deformation von Metallen in idealisierter Weise beschreiben. Man kann etwa vier Gruppen unterscheiden:

1. Elastisch-viskoplastisch- (plastische) Stoffe
2. Viskoelastische-plastische Stoffe
3. Delay-time Stoffe
4. Stoffe mit einer Zustandsgleichung vom Typ  $\sigma = \phi(\dot{\epsilon}, \epsilon)$ .

Die ersten beiden Klassen von Stoffen werden formal durch ein von Christescu (34) angegebenes Stoffgesetz (zusammengefaßt, das für den Fall der Belastung  $\sigma \dot{\sigma} > 0$  den folgenden Aufbau hat:

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + f(\sigma, \epsilon)\dot{\sigma} + g(\sigma, \epsilon) \quad (4.1)$$

Hier sind

$\frac{\dot{\sigma}}{E}$  die elastische Dehnungsrate

$f(\sigma, \epsilon)\dot{\sigma}$  die zeitunabhängige plastische Dehnungsrate

$g(\sigma, \epsilon)$  die zeitabhängige plastische Dehnungsrate

Die wesentlichen gemeinsamen Merkmale sind:

- Die Gesamtdehnungsrate hängt nur von der Spannungsrate und den Momentanwerten der Spannung und Dehnung ab, nicht aber von dem zeitlichen Verlauf dieser Größen (Spannungs- bzw. Dehnungsgeschichte). Dies ist sicher eine wesentliche Einschränkung. Manche Autoren führen experimentelle Abweichungen auf diese Tatsache zurück. (35)
- Die in der klassischen Plastomechanik und in der Kriechmechanik übliche Hypothese der Additivität der elastischen und plastischen Dehnungsraten wird auch hier benutzt.

Das Stoffgesetz (4.1) hat nach Kenntnis des Autors allerdings bisher wenig Anwendung gefunden. Vielmehr liegen zahlreiche experimentelle und theoretische Untersuchungen an den folgenden Sonderfällen vor, und zwar insbesondere zum Problem der Wellenausbreitung in Stäben:

### 1. Zeitunabhängige Plastizität

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + f(\sigma, \epsilon) \dot{\sigma} \quad (4.2)$$

bzw. die integrierte Form (keine Entlastung !)

$$\sigma = H(\epsilon) \quad (4.2a)$$

wobei H die Lösung der Differentialgleichung

$$\frac{dH}{d\epsilon} = \frac{1}{\frac{1}{E} + f(H, \epsilon)}$$

ist. H und  $\frac{dH}{d\epsilon}$  sind stetig. Gewöhnlich geht man direkt von (4.2a) aus.

### 2. Zeitabhängige Plastizität

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + g(\sigma, \epsilon) . \quad (4.3)$$

In Zusammenhang mit der eindimensionalen Wellenausbreitung in dünnen Stäben wurde dieser Ansatz zuerst von Malvern (36) vorgeschlagen. Physikalisch sinnvoller, wenngleich auch mathematisch weniger einfach erscheint ein Ansatz der Form

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \tilde{g}(\sigma, \epsilon'')$$

bei dem die plastische Dehnung  $\epsilon'' = \epsilon - \sigma/E$  als Argument der Funktion  $\tilde{g}$  auftritt.

Für die viskose Dehnung  $g(\sigma, \epsilon)$  sind verschiedene Ansätze zu finden. Die Tab. (1) gibt einen Eindruck von ihrer mathematischen Struktur, nach der jetzt die Klassifizierung

- elastisch - viskoplastisches (1)
- viskoelastischen Stoffgesetz (2)

vorgenommen werden soll.

Tabelle 1: Konstitutive Ansätze für die plastische Dehnungsgeschwindigkeit

Lfd. Nr.	Plastische Dehnungsrate $\dot{\epsilon} = g(\sigma, \epsilon)$	Erläuterung	Herkunft (Phänomenolog. Hypothese Versetzungstheorie)	Getestet aus den Materialien	Quelle
1	$K \cdot (\sigma - \sigma_F)$	K : Materialkonst. $\sigma_F$ : statische Fließspannung (keine Verfestigung)	Phänomenolog. Hypothese	Ferritischer Stahl; g brauchbar, aber Verbesserung erwünscht (67).	Malvern (36) Sokolovskii (37) Botte, Rousseau, Gobin (38)
2	$K \cdot (\sigma - \sigma_S(\epsilon))$	K : Materialkonst. $\sigma_S(\epsilon)$ : statische Spannungs-Dehnungskurve (mit Verfestigung)	"	Austenitischer Stahl; g brauchbar, aber Verbesserung erwünscht	Malvern 1951 (36) (75) Botte, Rosseau, Gobin (38)
3	$D \cdot \left( \frac{\sigma - \sigma_F}{\sigma_F} \right)^q$	D, q > 1: Materialkonst. $\sigma_F$ : statische Fließspannung (ohne Verfestigung)	"	Anspannung an die unter Fließspannung von Flußstahl	Bodner u. Symonds 1962 (39) Symonds 1965 (40)
4	$D \cdot \left( \frac{\sigma - \sigma_S(\epsilon)}{\sigma_S(\epsilon)} \right)^q$	$\sigma_S(\epsilon)$ : statische Spannungs-Dehnungskurve	"	Reines Al., Cu., Armco Eisen, gute Übereinstimmung mit dyn. $\sigma$ - $\epsilon$ "Diagramm ( $\dot{\epsilon}$ konst.)	Ripperger (41)



Lfd. Nr.	Plastische Dehnungsrate $\dot{\epsilon} = g(\sigma, \epsilon)$	Erläuterung	Herkunft (Phänomenolog. Hypothese Versetzungstheorie)	Getestet an den Materialien	Quelle
5	$D \cdot \left(\frac{\sigma - \sigma_s(\epsilon)}{\sigma_0}\right)^n$	$D, n > 1, \sigma_0$ : Materialkonstanten; Verfestigungsgrad unabhängig von $\dot{\epsilon}$	Phänomenolog. Hypothese	Kohlenstoffstahl (mild steel), Aluminiumlegierung	Symonds 1965 (40)
6	$\sum_{\alpha=1}^N B_{\alpha} \left(\frac{\sigma - \sigma_F}{\sigma_F}\right)^{\alpha}$	$\sigma_F$ : stat. Fließspannung $B_{\alpha}$ : Interpolationskonstanten	Hypothetische Interpolationsformel, Erweiterung von (3)	Anpassung an Messungen der Proportionalitätsgrenze durch Clark u. Duwez (69a) Kohlenstoffstahl, $N = 5$	Perzyna 1963 (42)
7	$\frac{1}{b} \left[ e^{\frac{\sigma - \sigma_F}{\sigma_F}} - 1 \right]$	$b$ : Zeitkonstante			Bodner 1965 (75)
8	$\sum_{\alpha} A_{\alpha} \left[ e^{\left(\frac{\sigma - \sigma_F}{\sigma_F}\right)^{\alpha}} - 1 \right]$	$\sigma_F$ : statische Fließspannung $A_{\alpha}$ : Interpolationskonstanten	Hypothetische Interpolationsformel, Erweiterung von (7)	Anpassung an Messungen der Proportionalitätsgrenze durch Clark u. Duwez (69a) Kohlenstoffstahl, $N = 5$	Perzyna 1963 (42)
9	$A \left( \exp \left( \frac{\sigma - \sigma(\epsilon)}{\sigma_0} \right)^q - 1 \right)$				Malvern 1951 (36)
10	$\frac{1}{\tau} e^{-A/\sigma}$	$A, \tau$ Materialkonstanten	Versetzungstheorie		Gilman 1960 (43)

Lfd. Nr.	Plastische Dehnungsrate $\dot{\epsilon} = g(\sigma, \epsilon)$	Erläuterung	Herkunft (Phänomenolog. Hypothese Versetzungstheorie)	Getestet an den Materialien	Quelle
10	$\frac{1}{\tau} \exp\left(\frac{\sigma - \sigma_0}{k}\right)$	$\tau, \sigma_0, k$ Materialkonstanten		Annealed Aluminium aus $\sigma = f(\epsilon, \dot{\epsilon})$ für $\epsilon = 0,05$	Malvern 1965 (44)
12	$\frac{1}{\tau} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^n$	$\tau, \sigma_0, n$ Materialkonstanten		Annealed Aluminium aus $\sigma = f(\epsilon, \dot{\epsilon})$ für $\epsilon = 0,05$	Malvern 1965 (44)
13	$A(\rho_0 + C \epsilon_p^\alpha) \times \left(\frac{\sigma - q\epsilon_p}{\sigma_0}\right)^n$	$A, \rho_0, C, \alpha, q, \sigma_0, n$ Materialkonstanten $\epsilon_p$ plast. Dehnung	Versetzungstheorie	Qualitativ gute Übereinstimmung mit Eisen und verwandten krz Metallen	Hahn 1962 (45)
14	$A(\epsilon_p) \times \exp\left(-\frac{D + \phi(\epsilon_p)}{\sigma}\right)$	D: Materialkonstante	Versetzungstheorie		Gillis u. Gilman 1965 (46) Botte, Rosseau, Galvin 1969 (38)
15	$\eta \exp(-A/T) \times \exp(B(\tau/\tau^* - 1)/T)$	$\eta, A, B, \tau^*$ Materialkonstanten, T Temp. in °K, $\tau$ Schubspannung	Versetzungstheorie	Einkristallaluminium, vielkristallines Aluminium	Lindholm 1968(47)
16	$A(\epsilon_p) \left(\frac{\sigma - q\epsilon_p}{\sigma_0}\right)^n$	Vergleichbar mit 13, etwas allgemeiner	Versetzungstheorie		Bodner 1968 (48)

Lfd. Nr.	Plastische Dehnungsrate $\dot{\epsilon}'' = g(\sigma, \epsilon)$	Erläuterung	Herkunft (Phänomenolog. Hypothese Versetzungstheorie)	Getestet an den Materialien	Quelle
17.	$A(\epsilon_p) \exp\left(\frac{-B}{\sigma - q\epsilon_p}\right)$	B, q Konstanten	Versetzungstheorie	Technisch reines Aluminium	Bodner 1968 (48)
18.	$\frac{1}{\alpha}(\tau - \tau_s) + \frac{1}{\beta}(\tau - \tau_s)^2$	$\tau_s$ : statische Scherspannungs-Gleitungs-kurve; $\alpha, \beta$ Funktion der Gleitung	Experimentelle Interpolationsformel	Aluminium	Jones et al. 1967 nach (49)

#### 4.2 Elastisch-viskoplastisches Verhalten

Bei elastisch-viskoplastischem Verhalten hat die Funktion  $g(\sigma, \epsilon)$  eine Struktur, wie sie durch die Gleichungen (1) bis (9) und (18) (Tab. 1) charakterisiert ist; d.h. die viskoplastische Dehnungsrate  $g$  hängt von der dynamischen Überspannung

$$\sigma - \sigma_s(\epsilon)$$

ab, wobei  $\sigma_s(\epsilon)$  eine Spannungs-Dehnungs-Beziehung ist, die man in einem theoretisch unendlich langsamen Zug- bzw. Druckversuch erhält. Gewöhnlich wird hier die im "statischen" Zugversuch ( $\dot{\epsilon} = 10^{-4} \div 10^{-3} \text{ sec}^{-1}$ ) ermittelte Spannungs-Dehnungs-Beziehung benützt. Ist nun die dynamische Spannung  $\sigma$  kleiner oder gleich  $\sigma_s(\epsilon)$ , dann verschwindet die viskoplastische Dehnungsrate. Allgemein gilt

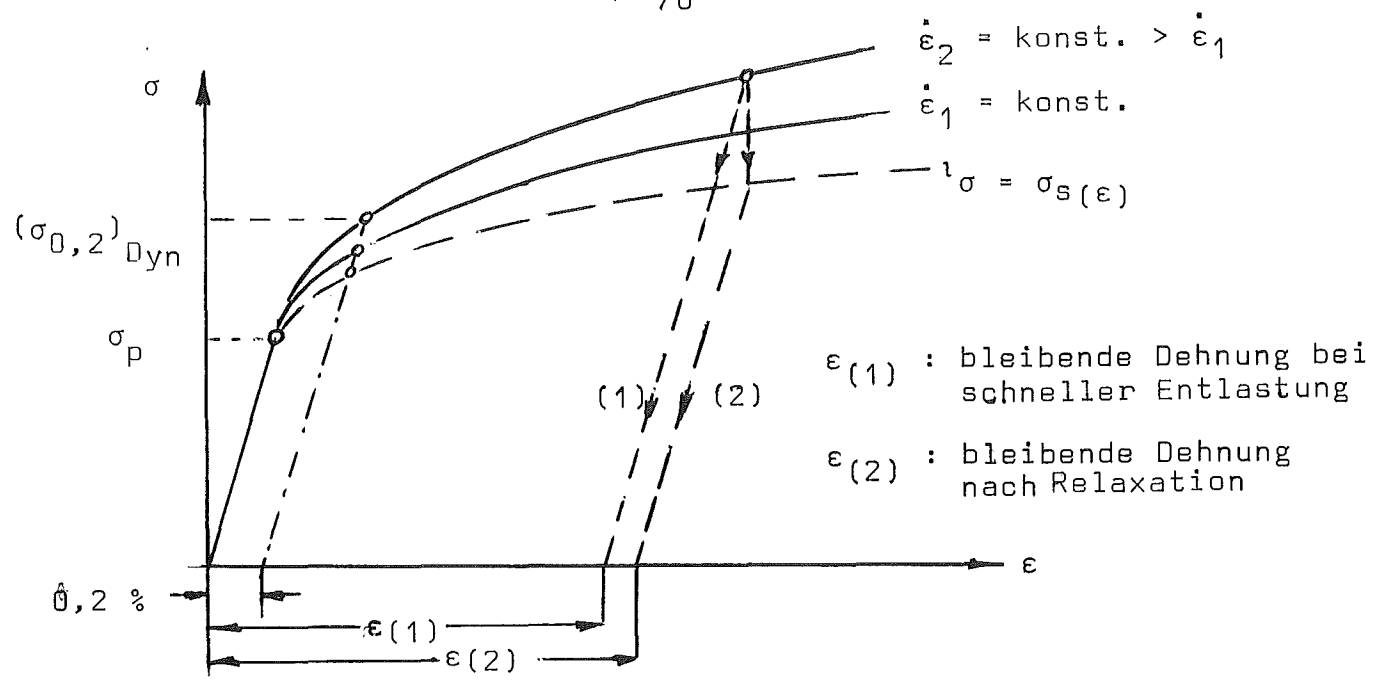
$$\dot{\epsilon} = \begin{cases} \frac{\dot{\sigma}}{E} + g(\epsilon, \sigma - \sigma_s(\epsilon)) & , \quad |\sigma| > |\sigma_s(\epsilon)|, \\ \frac{\dot{\sigma}}{E} & , \quad |\sigma| \leq |\sigma_s(\epsilon)| \end{cases} \quad (4.4)$$

Dieser Ansatz wird als gültig im Zug-wie auch Druckbereich angesehen und soll natürlich auch für zeitlich variable Spannungs- bzw. Dehnungsverläufe gelten. Es sei hier besonders darauf hingewiesen, daß es einen rein elastischen Spannungsbereich gibt, in dem keine zeitabhängigen oder zeitunabhängigen plastischen Dehnungen auftreten. Einige besondere Eigenschaften des durch das Stoffgesetz (4.4) definierten Materials sollen hier erläutert werden:

- a) Aus dem Aufbau des Stoffgesetzes folgt, daß für  $\sigma > \sigma_s(\epsilon)$  bei konstanter Spannung eine mit der Zeit

zunehmende Dehnung auftreten muß, ein Effekt, der dem Kriechen bei hoher Temperatur und konstanter Last verwandt ist. Hier allerdings wird die viskoplastische Dehnungsrate zu Null werden, wenn  $\sigma_s(\epsilon)$  durch die Dehnungszunahme hinreichend groß geworden ist, so daß die dynamische Überspannung verschwindet.

- b) Entsprechend muß es auch bei angenommener allgemeiner Gültigkeit von (4.4) das Phänomen der Spannungsrelaxation geben, d.h. also, daß auch bei Entlastung  $\dot{\sigma} < 0$  bleibende plastische Dehnungen auftreten, sofern nur  $\sigma > \sigma_s(\epsilon)$  (34, S. 148). Im Gegensatz dazu finden bei dem zeitunabhängig plastischen Verhalten bei Entlastung keine plastischen Deformationen statt.
- c) Die "statische" Grenzbeziehung  $\sigma_s(\epsilon)$  ist unabhängig von einem vorhergegangenen dynamischen Deformationsprozess. Führt man beispielsweise einen dynamischen Versuch mit Entlastung durch und anschließend einen Versuch mit "unendlich langsamer" Dehnungsgeschwindigkeit, dann erhält man dieselbe "statische" Spannungs-Dehnungs-Beziehung  $\sigma_s(\epsilon)$ . Hierbei wird natürlich  $\epsilon$  in Bezug auf den undeformierten Zustand vor dem dynamischen Versuch gemessen.
- d) Bei konstanter Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon} = \text{konst.}$  stellt die Gleichung (4.4) eine Differentialgleichung für  $\sigma(t)$  dar. Durch Integration und Elimination der Zeit mittels der Beziehung  $t = \epsilon/\dot{\epsilon}$  erhält man Spannungs-Dehnungs-Kurven mit  $\dot{\epsilon} = \text{konst.}$  als Scharparameter. In Abb. 43 ist schematisch ein solcher Verlauf wiedergegeben.



**Abb. 43:** Spannungs-Dehnungskurven für elastisch visko-plastisches Materialverhalten bei konstanter Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}$ .  $\sigma_s(\epsilon)$  statische Grenzkurve (schematisch)

Die besonderen Merkmale dieser Kurvenschar sind folgende:

1. Alle Kurven laufen in der Proportionalitätsgrenze  $\sigma_p$  stetig zusammen. D.h. der Übergang vom elastischen in den plastischen Bereich ist unabhängig von der Dehnungsgeschwindigkeit.
2. Für größere Dehnungen  $\epsilon$  laufen die Kurven i.a. nicht parallel zur statischen Grenzkurve. Falls aber  $g$  nicht explizit von der Dehnung  $\epsilon$  abhängt, sondern nur von der dynamischen Überspannung  $\sigma - \sigma_s(\epsilon)$ , dann verlaufen die Kurven bei größeren Dehnungen parallel zueinander. Es ist also möglich, durch Einführung einer expliziten Abhängigkeit der viskoplastischen Dehnung  $\epsilon$  z.B. eine Zunahme des Verfestigungsgrades  $\left(\frac{d\sigma}{d\epsilon}\right)_{\dot{\epsilon}=\text{konst}}$  zu erreichen.

3. Die dynamische Streckgrenze  $\sigma_{0,2}$  wächst mit der Dehnungsgeschwindigkeit. Die dynamische Streckgrenze sei hier durch die Parallele zur Hookeschen Geraden entsprechend Abb. 43 definiert.

Würden solche Spannungs-Dehnungs-Kurven mit  $\dot{\epsilon} = \text{konst}$  als Scharparameter gegeben sein, ohne Kenntnis der Stoffgleichungen (4.4), dann ist es naheliegend, diese Kurvenschar durch eine Beziehung der Form

$$\sigma = f(\epsilon, \dot{\epsilon}) \quad (4.5)$$

zu beschreiben. Man kann nun verlangen, daß diese Gleichung auch bei anderen Dehnungs-Zeit-Verläufen (Dehnungsgeschichte) gültig ist. Durch Vergleich mit (4.4) wird aber unmittelbar klar, daß dann diese beiden Stoffgleichungen zwei verschiedene idealisierte Materialien definieren, obgleich ihre Spannungs-Dehnungskurven, die man aus einem gedachten Versuch mit konstanter Dehnungsgeschwindigkeit erhält, identisch sind. Der wesentliche Grund liegt darin, daß das Stoffgesetz (4.4) die Spannungsgeschwindigkeit  $\dot{\sigma}$  in der elastischen Dehnungsrate enthält. Würde man allerdings die elastische Dehnungsrate  $\dot{\sigma}/E$  in (4.4) gegenüber der viskoplastischen Rate vernachlässigen, dann würden (4.4) und (4.5) dasselbe Material beschreiben.

Diese Unterschiede lassen sich für den linear viskoplastischen Körper recht einfach mathematisch formulieren. Für den linear viskoplastischen Körper gilt:

$$g(\epsilon, \sigma - \sigma_s(\epsilon)) = K[\sigma - \sigma_s(\epsilon)] \quad , \quad K = \text{konst.}$$

Bei vorgegebener Deformationsgeschichte  $\epsilon(t)$  erhält man durch Integration von (4.4) mit den Anfangsbedingungen  $t = 0, \epsilon = 0, \sigma = 0$

$$\sigma(t) = \sigma_s(\epsilon(t)) + \int_0^t \left[ E - \frac{d\sigma_s}{d\epsilon^*} \right] \exp(-EK(t-t^*)) \frac{d\epsilon^*}{dt^*} dt^* \quad (4.6)$$

Die Gleichung (4.6) ist äquivalent (4.4)<sub>1</sub> unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen. Der Vergleich von (4.6) und (4.5) zeigt jetzt den wesentlichen Unterschied: Gleichung (4.5) ist eine Funktion der Dehnung und Dehnungsrate, während Gleichung (4.6) ein Funktional der Dehnung und Dehnungsrate ist. Wegen des exponentiellen Terms in (4.6) kann man sagen, daß das Material ein "schwindendes Gedächtnis" (fading memory) besitzt.

- e) Die bleibende Dehnung nach Entlastung ist nicht nur von der Belastungsgeschichte, sondern auch von der Entlastungsgeschichte abhängig. So folgt beispielsweise bei einer sehr schnellen (theoretisch unendlich schneller) Entlastung der Spannungs-Dehnungs-Zustand der Geraden (1) (Abb. 43). Hier ist nämlich keine Zeit vorhanden, um während der Entlastung bis zum Erreichen der Grenzkurve  $\sigma_g(\epsilon)$  viskoplastische Dehnungen auftreten zu lassen. Entlastungen mit endlicher Spannungsgeschwindigkeit sind beliebig viele denkbar. Eine spezielle sei hier angegeben. Beispielsweise kann man bei konstanter Gesamtdehnung (Relaxation) entlasten, bis die Spannung auf  $\sigma_g(\epsilon)$  abgefallen ist, um dann anschließend unterhalb der Grenzkurve rein elastisch zu entlasten (Kurve (2), Abb. 43). Man erkennt deutlich, daß die bleibende Dehnung im zweiten Fall größer ist.

Damit ist klar, daß die vorher nur formal eingeführte dynamische Streckgrenze für ein elastisch, viskoplastisches Material die folgende Bedeutung hat: In einem Gedankenversuch mit konstanter Dehnungsgeschwindigkeit und anschließender "unendlich schneller" Entlastung wurde eine bleibende Dehnung von 0,2 % erreicht. Die



zu Beginn dieser Entlastung herrschende Spannung ist die dynamische Streckgrenze  $\sigma_{0,2}$ .

- f) Der durch das elastisch, viskoplastische Stoffgesetz (4.4) definierte ideale Körper (Sonderfall siehe Kap. 4.4) kann das Phänomen der Verzögerungszeit und auch die Abhängigkeit der oberen Fließspannung von der Dehnungsgeschwindigkeit nicht beschreiben.

Es sei schließlich noch auf eine Art der Approximation hingewiesen, die häufiger in der Literatur zu finden ist, Vernachlässigt man in (4.4) den elastischen Dehnungsanteil, dann ist

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}'' = g(\sigma, \epsilon'')$$

oder nach Auflösung

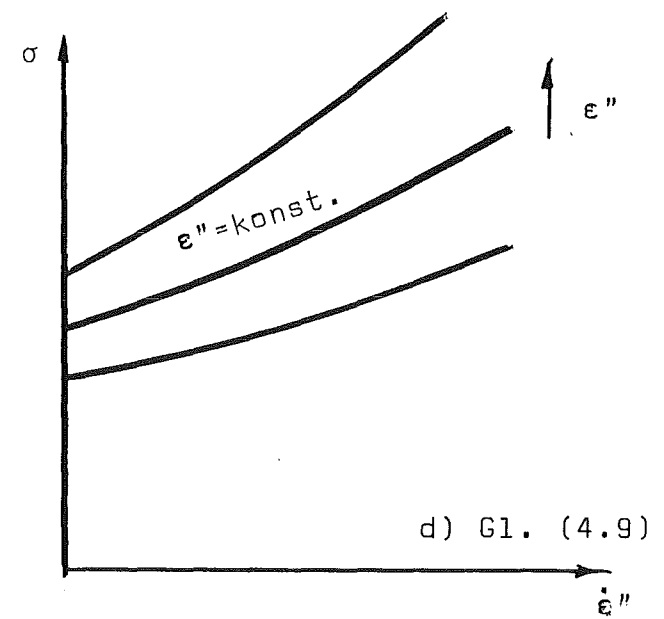
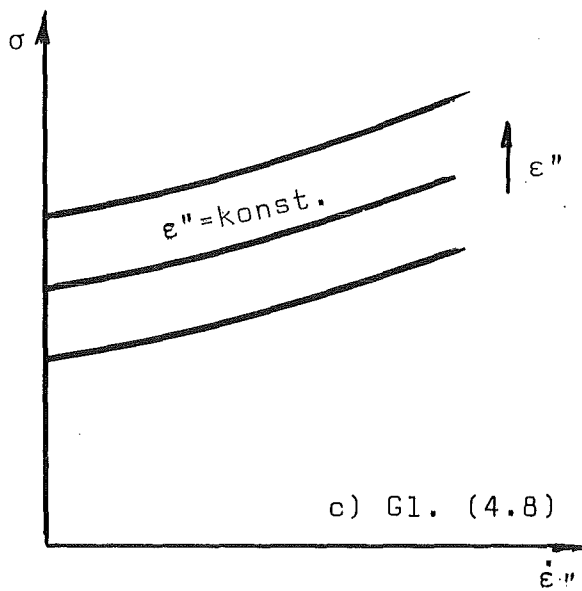
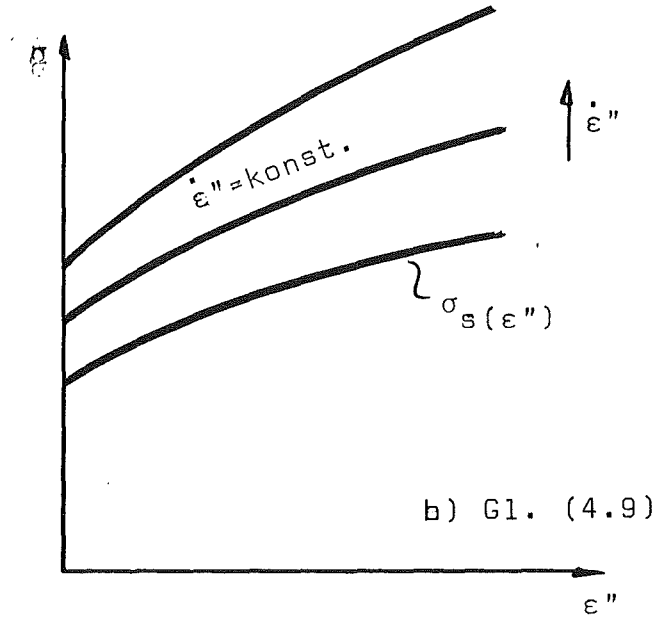
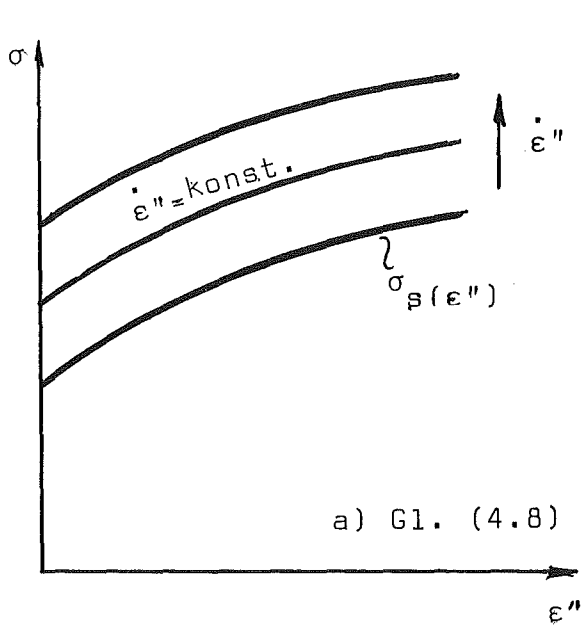
$$\sigma = \Phi(\epsilon'', \dot{\epsilon}'') , \quad (4.7)$$

es ist also  $\sigma$  eine Funktion der plastischen Dehnung  $\epsilon''$  und der Dehnungsrate  $\dot{\epsilon}''$  und keine Funktional. Die Beziehung (4.7) läßt sich auf verschiedene Weise graphisch darstellen. Legt man z.B.  $g$  entsprechend den Gleichungen (4) und (5) in Tab. (1) zugrunde, so erhält man

$$\sigma = \sigma_S(\epsilon'') + \sigma_0 \left(\frac{\dot{\epsilon}''}{D}\right)^{1/n} \quad (4.8)$$

$$\sigma = \sigma_S(\epsilon'') + \sigma_S(\epsilon'') \left(\frac{\dot{\epsilon}''}{D}\right)^{1/n} \quad (4.9)$$

Die Abb. 44 zeigt schematisch ihren Verlauf.



**Abb. 44:** Schematische Darstellung der Gleichungen (4.8) und (4.9)

Man erkennt aus dieser Darstellung, daß plastische Dehnungen erst dann auftreten, wenn die Spannung  $\sigma$  bei einer bestimmten Dehnungsrate  $\dot{\epsilon}''$  einen Schwellwert  $\sigma_D$  erreicht. Man kann diesen Wert als dynamische Fließspannung bezeichnen, der hier von der Dehnungsrate  $\dot{\epsilon}''$  abhängt. Fügt man jetzt zu der plastischen Dehnung  $\epsilon''$  die elastische Dehnung  $\epsilon' = \sigma/E$  hinzu und trägt  $\sigma$  über der Gesamtdehnung  $\epsilon = \epsilon' + \epsilon''$  auf, dann erhält man aus Abb. 44 (a) eine Kurvenschar, wie sie in Abb. 45 wiedergegeben ist. (Vergl. z.B. (55)).

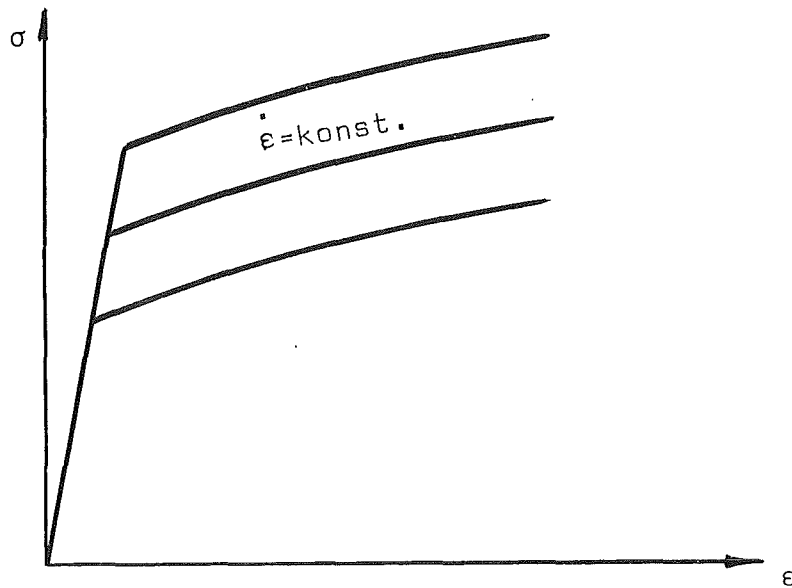


Abb. 45: Spannungs-Dehnungs-Diagramm mit  $\dot{\epsilon}'' = \text{konst}$  als Scharparameter, schematisch

Auch hier verlaufen die Kurven parallel. Vergleicht man jedoch Abb. (45) mit Abb. (43), dann fällt der wesentliche Unterschied für kleine plastische Dehnungen auf. Der Unterschied beruht natürlich allein darauf, daß der Kurvenschar-

parameter  $\dot{\epsilon}$  ist, wie es ja auch in einem Experiment der Fall sein wird, während in Abb. 45 die plastische Dehnungsrate  $\dot{\epsilon}''$  der Schweißparameter ist. Das zugrundeliegende idealisierte Stoffgesetz Gl. (4.4) ist in beiden Fällen dasselbe.

Die unterschiedlichen Darstellungen wurden deshalb besonders betont, weil verschiedene Autoren (51, 52, 53) ein Stoffgesetz verwenden, das auf ein Spannungs-Dehnungs-Diagramm führt, das ähnlich dem in Abb. 45 ist, wobei jetzt aber die Gesamtdehnungsrate  $\dot{\epsilon}$  der Kurvenscharparameter ist. Hier läuft die Kurvenschar nicht in einem Punkt zusammen. Ein derartiges Verhalten liegt dann vor, wenn das Material eine ausgeprägte Fließgrenze hat, die mit der Dehnungsgeschwindigkeit zunimmt, wie es niedriglegierte Kohlenstoffstähle zeigen. Die Anwendung eines derartigen Stoffgesetzes auf Stähle, die keine ausgeprägte Fließgrenze haben, ist für kleine plastische Deformationen sicher ungeeignet. Bei großen plastischen Deformationen spielen diese Unterschiede keine wesentliche Rolle.

#### 4.3 Viskoelastisches Verhalten

Mit dieser Bezeichnung soll hier ein Verhalten bezeichnet werden, bei dem die plastische Dehnungsrate auch bei jeder noch so kleinen Spannung auftritt. Eine ausgezeichnete statische Spannungs-Dehnungs-Beziehung gibt es nicht mehr, so daß auch  $\dot{\epsilon}''$  nicht mehr von dieser dynamischen Überspannung abhängt. Dieses idealisierte Materialverhalten ist analog den Ansätzen der Kriechmechanik. Die Gl. 10 in Tab. 1 ist ein Beispiel für derartige Ansätze.

#### 4.4 Delay-time Stoffe

Die in den Kapiteln 4.3 und insbesondere 4.2 beschriebenen Ansätze sind wohl die z.Zt. am häufigsten diskutierten Ansätze zur Beschreibung des zeitabhängigen plastischen Verhaltens. Die Ansätze vermögen aber nicht die bei niedriglegierten Kohlenstoffstählen beobachteten besonderen Phänomene, wie den Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit auf die obere und untere Fließspannung und das Vorhandensein einer Verzögerungszeit, zu beschreiben. Im folgenden werden einige Ansätze erläutert, die zumindest Teilaspekte dieser Phänomene beschreiben.

Kelly (54) hat die Theorie von Campbell (16) und den Ansatz von Malvern (36) (vergl. S.63 Gl. (4.3)) in einer übergeordneten Theorie zusammengefaßt. Der Autor postuliert, daß das plasto-dynamische Stoffgesetz durch die folgenden Gleichungen beschrieben wird:

Elastischer Bereich:  $\dot{\epsilon} = \dot{\sigma}/E$  ,  $t \leq t_D$

Elast. plastischer Bereich  $\dot{\epsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + g(\sigma, \epsilon)$  ,  $t_D < t$ ,

vorausgesetzt, daß  $\dot{\epsilon} > 0$ . Für den Fall der Entlastung nach Auftreten von plastischen Deformationen macht Kelly keine expliziten Angaben. Aufgrund seiner Untersuchungen nimmt Kelly aber wie für das viskoplastische Verhalten an, daß auch bei Entlastung  $\dot{\sigma} < 0$  plastische Deformationen auftreten, solange nur  $|\dot{\sigma}| > |\dot{\sigma}_s(\epsilon)|$ . Unterhalb der statischen Grenzkurve  $\sigma_s(\epsilon)$  sind die Deformationsänderungen aber rein elastisch.

Für die Verzögerungszeit  $t_D$  wird entsprechend der Theorie von Campbell vorausgesetzt, daß sie von der Spannungsgeschichte im Zeitraum  $0 \leq t < t_D$  abhängt, und zwar gelte

auch für variable Spannungen

$$\int_0^{t_0} \left( \frac{\sigma(t)}{\sigma_0} \right)^\beta dt = C \text{ (Materialkonstante)}$$

Die viskoplastische Verzerrungsrate  $g(\sigma, \epsilon)$  sei durch

$$g(\sigma, \epsilon) = \frac{\sigma_c}{\tau} \left[ \exp \frac{\sigma - \sigma_s(\epsilon)}{\sigma_c} - 1 \right]$$

gegeben (vergl. Gl. (9)). Kelly hat die experimentellen Ergebnisse von Campbell und Marsh (21) benutzt, um die vier Stoffparameter  $\beta, C, \tau, \sigma_c$  ( $\sigma_0$  ist eine Normierungsgröße) zu bestimmen. Abb. 47 zeigt die durch Integration der Differentialgleichungen gefundenen Spannungs-Dehnungs-Diagramme bei konstanter Gesamtdehnungsrate. Die beiden Kurvenscharen unterscheiden sich durch die mittlere Korngröße des untersuchten Materials. Die Korngröße  $d$  beeinflusst nur den Parameter  $C$  nach der Beziehung  $C \sim d^{1/3}$ .

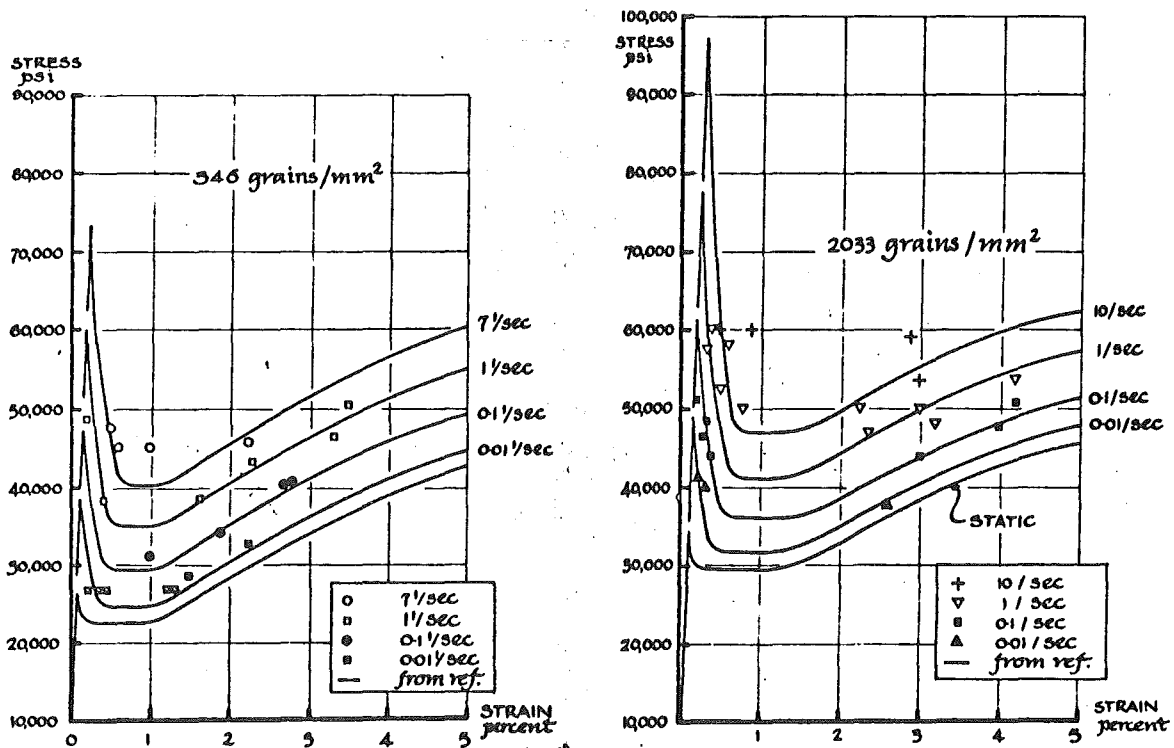


Abb. 47: Spannungs-Dehnungs-Kurven für konstante Gesamtdehnungsrate (54)

In das Diagramm sind außerdem die experimentellen Ergebnisse von Marsh und Campbell eingetragen. Nach Kelly beruht die vorhandene Streuung hauptsächlich darauf, daß die Dehnungsgeschwindigkeit in den Versuchen nicht während der gesamten Versuchsdauer konstant war. Die theoretischen Ergebnisse zeigen sehr deutlich den Anstieg der oberen und unteren Fließspannung mit wachsender Gesamtdehnungsrate.

Wie bei Kelly (54) erfassen Rabotnov und Suvarova (55) das Phänomen der Verzögerungszeit durch die Integralbedingung

$$\int_0^{t_0} \psi(\sigma(t)) dt = C = \text{konst.},$$

wobei speziell

$$\psi = \left( \frac{\sigma - \sigma_y}{\sigma_y} \right)^n, n > 1$$

gewählt wird. Hier ist  $\sigma_y$  die im statischen Versuch ermittelte Fließspannung, wobei davon ausgegangen wird, daß die statische Spannungs-Dehnungskurve wohl eine ausgeprägte Fließgrenze hat, untere und obere Fließspannung aber zusammenfallen. Insbesondere wird ein Modell diskutiert, bei dem die Dehnungsrate auf die plastische Verformung (nach Einsetzen des Fließens) keinen Einfluß hat. Leider geben die Autoren keine mathematische Beschreibung ihres Modells, so daß dem Leser diese Theorie undurchsichtig bleibt.

Im Gegensatz zu den Ansätzen von Kelly (54) und Rabotnov und Suvarova (55) stehen die Arbeiten von Hahn (45) und später Kelly (56), die von den versetzungstheoretischen

Modellen von Johnston und Gilman (57) und Gilman (58) ausgehen. Hier wird die Modellvorstellung von Johnston und Gilman zugrunde gelegt, daß für das Phänomen der unteren und oberen Fließspannung, die Lüdersdehnung und das Phänomen der Verzögerungszeit (yield delay-time) die schnelle Versetzungsmultiplikation und die Spannungsabhängigkeit der Versetzungsgeschwindigkeit maßgebend sind. Unter Vernachlässigung der elastischen Deformation erhält Hahn (45) den folgenden Ausdruck für  $g(\sigma, \dot{\epsilon})$

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}'' &= g(\sigma - q\epsilon'', \dot{\epsilon}'') \\ &= 0,5 \text{ bf } (\rho_0 + C \cdot (\dot{\epsilon}'')^a) \left( \frac{\sigma - q\epsilon''}{2\tau_0} \right)^n, \quad n > 1\end{aligned}$$

Die Größe  $q$  ist der Verfestigungsgrad  $\frac{d\sigma}{d\epsilon''}$  bei kleinen Geschwindigkeiten. Die Beziehung  $\sigma = q\epsilon''$  stellt allerdings nicht die im statischen Versuch ermittelte starrplastische Spannungs-Dehnungsbeziehung dar, da hier für  $\dot{\epsilon}'' = 0$  keine Fließgrenze vorhanden ist.

Für konstante Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}'' = \dot{\epsilon}_p$  ergeben sich Spannungs-Dehnungs-Kurven, wie sie beispielsweise in Abb. 46 dargestellt sind. Wegen der konstanten Dehnungsgeschwindigkeit sind die Kurven dem Spannungs-Zeit-Verlauf ähnlich.

Man erkennt sehr deutlich den Anstieg der oberen und unteren Fließspannung mit der Dehnungsgeschwindigkeit.

Bei plötzlichem Aufbringen einer Spannung, die dann anschließend konstant gehalten wird, erhält man den in Abb. (47, a) dargestellten zeitlichen Verlauf der plastischen Dehnung.



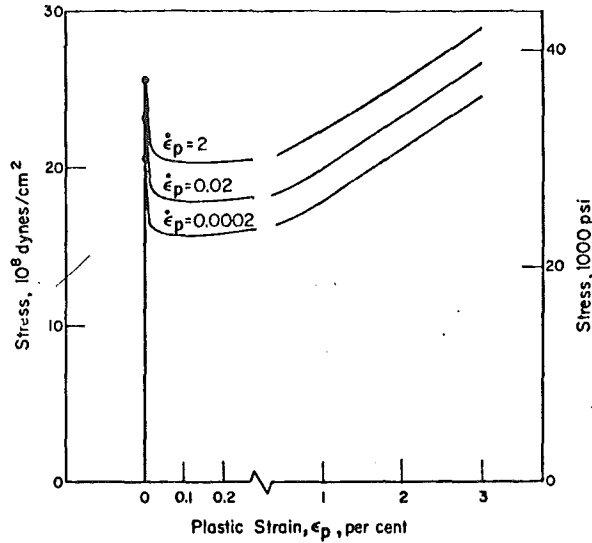


Abb. 46: Einfluß der plastischen Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}_p$  auf die Spannungsdehnungskurve nach dem Modell von Hahn (45). ( $n = 35$ ,  $\rho_0 = 10^4 \text{ cm}^{-2}$ ,  $a \approx 1,5$ ,  $C = 4,7 \times 10^7 \text{ cm}^{-2}$ ,  $\tau_0 = 10^9 \text{ dyn/cm}^2 \left(\frac{\text{min}}{\text{cm}}\right)^{1/n}$ ,  $q = 34,4 \cdot 10^9 \text{ dyn/cm}^2$ ,  $b = 2,48 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$ ,  $f = 10^{-1}$ )

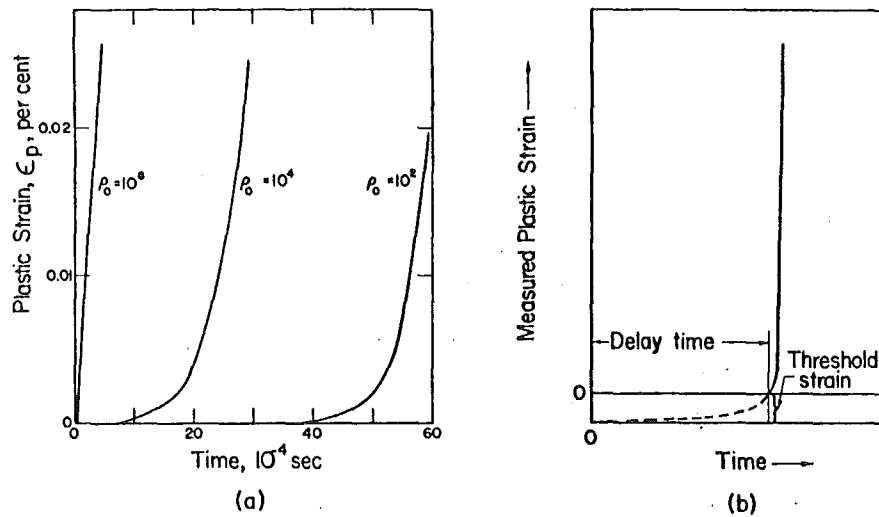


Abb. 47: Delay-time-Charakteristik des Hahnschen Modells (45). ( $n = 30$ ,  $a = 0,8$ ,  $C = 1,6 \cdot 10^9$ ,  $\tau_0 = 10^9$ ,  $q = 34,4 \cdot 10^9$ ,  $b = 2,48 \cdot 10^{-8}$ ,  $f = 10^{-1}$ ,  $\sigma = 24 \cdot 10^8 \text{ dyn/cm}^2$ )

Da die untere Grenze der meßbaren Dehnung im Bereich von  $10^{-6}$  bis  $10^{-4}$  liegt, kann der erste Abschnitt der Dehnungs-Zeit-Kurve nicht erfaßt werden (Abb. (47,b)). Für sehr große anfängliche Dichten mobiler Versetzungen ( $\sigma_0 > 10^6$ ) ist eine Verzögerungszeit hier nicht zu erkennen (Abb. (47,a)).

Durch Vorgabe eines Schwellwertes für die meßbare Dehnung hat Hahn (45) die Verzögerungszeit in Abhängigkeit von der angelegten Spannung bestimmt. Das hier experimentell beobachtete Spannungsplateau (Abb. 8) kann durch das Hahnsche Modell nicht wiedergegeben werden. Formal hängt dies natürlich mit dem Aufbau der Funktion  $g(\sigma, \epsilon)$  zusammen und zwar insbesondere mit der Spannungsdifferenz ( $\sigma - q\epsilon$ ). Durch Abänderung in die Form ( $\sigma - \sigma_0 - q\epsilon$ ) mit ( $\sigma_0 = \text{konst}$ ) wäre dieses Phänomen ohne weiteres zu berücksichtigen; das Spannungsplateau ist dann durch  $\sigma_0$  gegeben.

Abschließend sei hier noch bemerkt, daß nicht nur die versetzungstheoretische Begründung des Hahnschen Modells interessant ist, sondern daß allein durch den Aufbau der Funktion  $g(\sigma, \epsilon)$  Phänomene wie das Auftreten der unteren und oberen Fließgrenze und der Verzögerungszeit beschrieben werden können. Dies ist insbesondere ohne spezielle Übergangsbedingungen vom elastischen in den plastischen Bereich (wie die von Kelly (54) oder Rabotnov und Suvo-rova (55)) möglich. Die Unterschiede dieser beiden Theorien beruhen auf den verschiedenen versetzungstheoretischen Modellen.

4.5 Stoffe mit einer Zustandsgleichung vom Typ  $\sigma = \phi(\epsilon, \dot{\epsilon})$  mit elastischer Entlastung.

Verschiedene Autoren (51, 52, 53) haben Spannungs-Dehnungs-Diagramme mit der Gesamtdehnungsrate als Parameter ihren Rechnungen zugrunde gelegt, die in verschiedener Hinsicht von bisher beschriebenen Theorien abweichen. Abb. 48 zeigt zwei typische Diagramme.

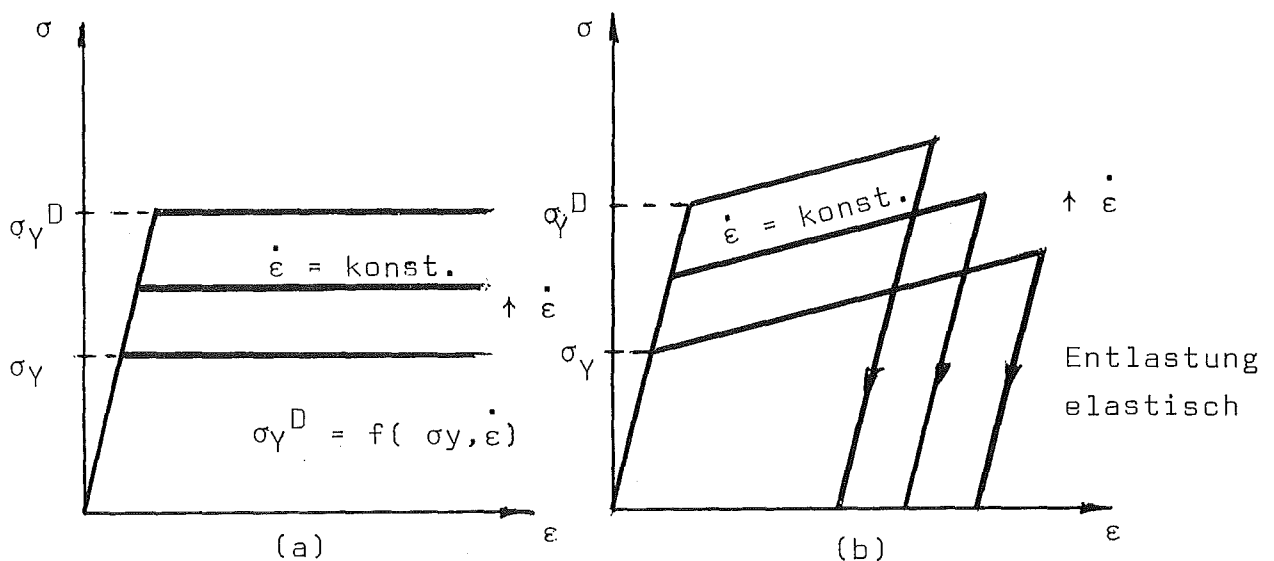


Abb. 48: Idealisierte Spannungs-Dehnungs-Diagramme für konstante Dehnungsgeschwindigkeit

In der Mehrzahl der Veröffentlichungen, in denen derartige Darstellungen zu finden sind, fehlt leider eine präzise Definition des Stoffgesetzes, denn die Angabe derartiger Spannungs-Dehnungskurven für konstante Dehnungsgeschwindigkeiten ist nicht ausreichend. Wie schon auf S. 71 gezeigt wurde, ist der graphischen Darstellung nicht zu entnehmen, welches differentielle Stoffgesetz für den jeweiligen Spannungs-Dehnungs-Verlauf maßgebend ist. Darüberhinaus ist bei Problemen der dynamischen Plastizität

die Dehnungsrate eine der hauptsächlichen Unbekannten, besonders wenn man auch daran denkt, daß bei einer numerischen Berechnung inkrementell vorgegangen wird.

Für den Fall der Belastung ( $\dot{\sigma} > 0$ ) stellt der lineare Geradenzug in Abb. (48.b) einen Zusammenhang zwischen den Größen  $\sigma, \epsilon$  und  $\dot{\epsilon}$  her:

$$\sigma = \Phi(\epsilon, \dot{\epsilon})$$

mit der Nebenbedingung  $\dot{\epsilon} = \text{konst}$ , d.h.  $\ddot{\epsilon} = 0$ , die Funktion  $\Phi$  muß hier bereichsweise eine unterschiedliche Struktur haben. Voraussetzungsgemäß sollte diese Beziehung nur in einem gedachten Versuch mit konstanter Dehnungsgeschwindigkeit gelten. Um mit dieser Beziehung nun allgemeine Probleme der dynamischen Plastizität berechnen zu können, muß eine zusätzliche Hypothese eingeführt werden, indem die Nebenbedingung fallengelassen wird und

$$\sigma(t) = \Phi(\epsilon(t), \dot{\epsilon}(t))$$

als gültig angesehen wird. Damit hat diese Beziehung den Charakter einer Zustandsgleichung: Zwei der drei Momentanwerte  $\sigma(t), \epsilon(t), \dot{\epsilon}(t)$  reichen aus, um den dritten Momentanwert (z.B. die Dehnungsgeschwindigkeit) eindeutig zu bestimmen; von Entlastungen sei hier abgesehen.

Diese Bemerkungen zeigen, daß zwischen dem hier skizzierten Stoffgesetz und beispielsweise dem elastisch-viskoplastischen Verhalten deutliche Unterschiede bestehen. Diese Unterschiede werden vermindert, wenn in beiden Theorien die elastischen Deformationen vernachlässigt werden. Während bei Entlastung bei einem starr-viskoplastischen

Material noch plastische Dehnungen auftreten können, wird dies hier aber ausgeschlossen.

##### 5. Elastisch-plastische Wellenausbreitung in Stäben bei einachsigem Spannungszustand

Es war in Kap. 2 darauf hingewiesen worden, daß bei vielen Versuchstechniken bei höheren Dehnungsgeschwindigkeiten zwangsläufig Wellenausbreitungsphänomene in der Versuchsprobe einen wesentlichen Einfluß auf die Ergebnisse haben können. Läßt sich dieses Phänomen nicht durch eine geeignete Versuchsanordnung vermeiden, dann muß eine theoretische Analyse der elastisch-plastischen Wellenausbreitung durchgeführt werden. Andererseits kann man auch gezielte Wellenausbreitungsexperimente durchführen, um aus ihnen Aussagen über das Stoffgesetz zu gewinnen.

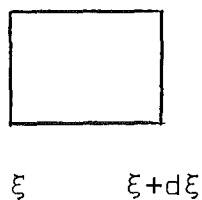
Um einen Eindruck von der Problematik zu bekommen, sollen hier einige Ergebnisse der Theorie der eindimensionalen Wellenausbreitung bei zeitunabhängiger Plastizität skizziert werden. Diese Theorie wurde unabhängig voneinander von Karman (59, 60), Taylor (61, 62), White und Griffis (63, 64) und Rakhmatulin (65) entwickelt. Erste Ansätze in diese Richtung wurden bereits 1930 von Donnell (66) gemacht. Die wesentlichen Annahmen sind folgende:

- Der Spannungszustand ist einachsig. Scherspannung und laterale Trägheit werden vernachlässigt. Diese Bedingungen herrschen näherungsweise in einem dünnen Stab oder Draht.
- Das elastisch-plastische Stoffgesetz ist unabhängig von der Dehnungsgeschwindigkeit bzw. der Zeit (vergl. Gl. (4.2a)). Entlastungen  $\sigma \dot{\epsilon} < 0$  werden nicht betrachtet.

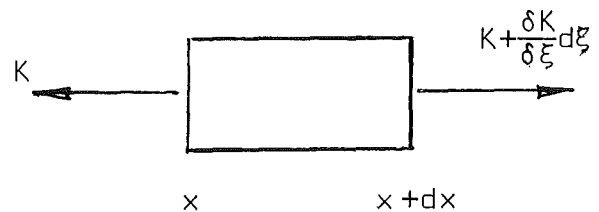
Implizit wird angenommen, daß der Zusammenhang  $\sigma = H(\epsilon)$  aus dem statischen Zugversuch gewonnen wurde. Die Funktion  $H(\epsilon)$  ist konkav zur Dehnungsachse ( $\frac{d^2H}{d\epsilon^2} > 0$ ), so daß Schockwellen nicht entstehen können.

Der undeformierte, spannungsfreie Stab bzw. Draht (zum Zeitpunkt  $t = 0$ ) wird als Bezugskonfiguration gewählt. In dieser Konfiguration wird die Lage eines materiellen Teilchens (Querschnittes) durch die materielle (Lagrange) Koordinate  $\xi$  gekennzeichnet.

Materielles Element



Vor der Deformation



Nach der Deformation

Abb. 49: Koordinaten eines materiellen Stabelementes in der undeformierten und deformierten Konfiguration

Die Bewegung des Körpers wird durch die Funktion  $\chi$

$$x = \chi(\xi, t)$$

beschrieben. Anstelle der noch unbekanntten Funktion  $\chi$

wird die Verschiebung

$$u(\xi, t) = X(\xi, t) - \xi$$

eingeführt. Als Dehnung  $\epsilon(\xi, t)$  wird

$$\epsilon(\xi, t) = \left. \frac{dx - d\xi}{d\xi} \right|_{t=\text{konst}} = \frac{\delta x}{\delta \xi} - 1 = \frac{\delta u}{\delta \xi}$$

definiert. Mit der Pseudo-Spannung (Kirschhoffschen Spannung)

$$\sigma(\xi, t) = \frac{K(\xi, t)}{F_0},$$

wobei  $K(\xi, t)$  die im deformierten Zustand wirkende Längskraft ist, hat das Stoffgesetz die Form (ohne Entlastung)

$$\sigma = H(\epsilon). \quad (5.1)$$

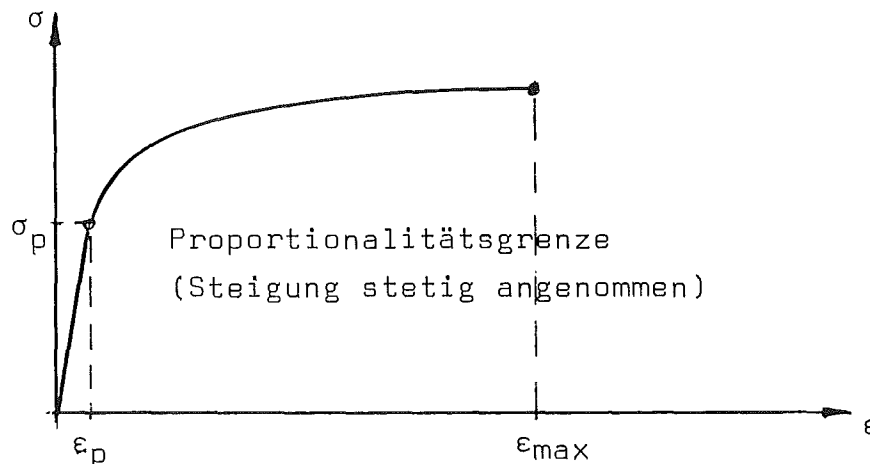


Abb. 50: Idealisierte Spannungs-Dehnungs-Kurve bei zeitunabhängiger Plastizität

Unter Beachtung der Erhaltungsgleichungen

$$dm = \rho_0 F_0 d\xi = \rho F dx \quad \text{Masse}$$

$$dm \left. \frac{\delta^2 u}{\delta t^2} \right|_{\xi=\text{konst}} = \frac{\delta K}{\delta \xi} d\xi \quad \text{Impuls}$$

erhält man schließlich die folgende, nichtlineare partielle Differentialgleichung (Wellengleichung)

$$\frac{\delta^2 u}{\delta \xi^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 u}{\delta t^2} \quad (5.2)$$

$$c = \sqrt{\frac{1}{\rho_0} \frac{dH(\epsilon)}{d\epsilon}} \quad (5.3)$$

Da diese Differentialgleichung von hyperbolischem Typ ist, wird ihre numerische Lösung gewöhnlich mit dem Charakteristikenverfahren gewonnen.

Für einen speziellen Fall soll hier qualitativ die Lösung der Differentialgleichung dargestellt werden. Ein halbunendlich langer Stab (Draht) werde an seinem freien Ende durch eine aufschlagende Masse (Hammer; Abb. 51) stoßartig belastet.

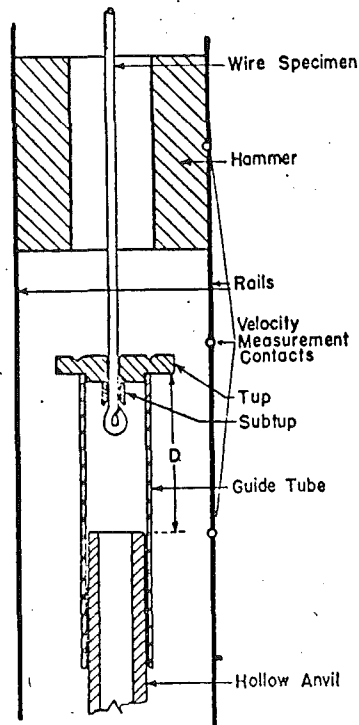


Abb. 51: Schematische Darstellung der Versuchseinrichtung von Duwez und Clark (69)



Da die kinetische Energie groß im Vergleich zu der in dem Stab dissipierten Energie sein soll, kann davon ausgegangen werden, daß das freie Ende des Stabes momentan eine zeitlich konstante Geschwindigkeit erhält.

Unter diesen Voraussetzungen erhält man einen Verlauf der Dehnung  $\epsilon$  entlang der Probe, wie er in Abb. 52 dargestellt ist. Die Front (1) der Welle breitet sich mit konstanter Geschwindigkeit  $c_E$  elastischer Longitudinalwellen

$$c_E = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}} \quad (5.4)$$

in die Probe aus. Die materiellen Teilchen erfahren an der Front eine sprunghörmige Änderung der Dehnung, Spannung und Geschwindigkeit auf die Werte  $\epsilon_p$ ,  $\sigma_p$  und  $v_p$ .

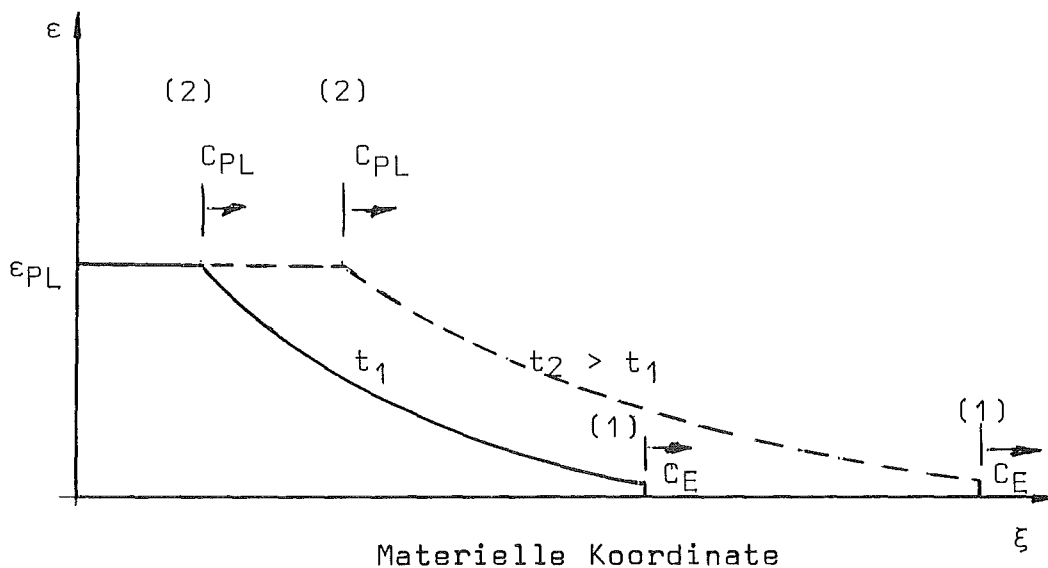


Abb. 52: Dehnungsverlauf in einem Stab bei Stoßbelastung am freien Ende (konstante Schlaggeschwindigkeit) zu verschiedenen Zeiten  $t_1$ ,  $t_2$ .

Die Werte  $\epsilon_p$  und  $\sigma_p$  entsprechen der Proportionalitätsgrenze der Kurve  $\sigma = H(\epsilon)$ . Hinter dieser Front läuft eine kontinuierliche Welle, in deren Bereich die Ausbreitungsgeschwindigkeit stetig von  $C_E$  auf den Wert

$$C_{PL} = \sqrt{\frac{1}{\rho_0} \frac{dH}{d\epsilon}} \Big|_{\epsilon=\epsilon_{PL}} \quad (5.5)$$

abnimmt, und zwar nach der Beziehung

$$C(\epsilon) = \sqrt{\frac{1}{\rho_0} \frac{dH}{d\epsilon}}$$

Die Dehnung  $\epsilon$  nimmt dagegen vom Wert  $\epsilon_p$  auf den Wert  $\epsilon_{PL}$  zu, wobei  $\epsilon_{PL}$  durch den Zusammenhang mit der Schlaggeschwindigkeit  $V$  gegeben ist.

$$V = \int_0^{\epsilon_{PL}} C(\epsilon) d\epsilon. \quad (5.6)$$

Die Dehnungsverteilung hinter der plastischen Wellenfront (2) ist konstant. Man erkennt also, daß sich die größte Dehnung und damit auch größte Spannung mit der geringsten Geschwindigkeit in die Probe ausbreiten. Besitzt die Spannungs-Dehnungskurve ein Maximum  $\left(\frac{dH}{d\epsilon}\right)_{\epsilon=\epsilon_{max}} = 0$ , wie es bei einem duktilen Material im Zugversuch vorhanden ist, dann gibt es eine kritische Schlaggeschwindigkeit

$$V_{krit} = \int_0^{\epsilon_{max}} C(\epsilon) d\epsilon, \quad (5.7)$$

bei der sich eine elastisch-plastische Welle nicht in die Probe ausbreiten kann, vielmehr tritt Bruch unmittelbar am Ende ein.

Schließlich läßt sich die Stoffgleichung  $\sigma = H(\epsilon)$  aus den Stoßexperimenten durch Messung der Ausbreitungsgeschwindigkeit  $C(\epsilon)$  der plastischen Dehnungsstörung bestimmen:

$$\sigma = H(\epsilon) = \int_0^{\epsilon} \frac{dH}{d\epsilon^*} d\epsilon^* = \int_0^{\epsilon} \rho_0 C^2(\epsilon^*) d\epsilon^* \quad (5.8)$$

Die experimentellen Untersuchungen zur plastischen Wellenausbreitung haben sich insbesondere darauf konzentriert, die folgenden theoretisch gefundenen Phänomene nachzuweisen (67, 68):

1) Eigenschaften unabhängig von der speziellen Form der Funktion  $H_{(\epsilon)}$

- Plateau konstanter Dehnung.
- konstante Ausbreitungsgeschwindigkeit  $C_{(\epsilon)}$  einer Störung
- Existenz einer kritischen Schlaggeschwindigkeit (sofern  $H_{(\epsilon)}$  ein Maximum hat).

2) Eigenschaften abhängig von der speziellen Form der Funktion  $H_{(\epsilon)}$

- Dehnungsprofil zwischen  $\epsilon_P$  und  $\epsilon_{PL}$
- Beziehung zwischen Schlaggeschwindigkeit  $V$  und maximaler Dehnung  $\epsilon_{PL}$

$$V = \int_0^{\epsilon_{PL}} C_{(\epsilon)} d\epsilon ,$$

insbesondere Nachweis der Gültigkeit dieser Beziehung auch für die kritische Schlaggeschwindigkeit.

Die ersten Experimente zu diesen Fragen wurden im California Institute of Technology 1942 durchgeführt (69, 70, 71). Bei diesen Versuchen wurden 80 inch lange Kupfer- und Aluminiumdrähte an einem Ende durch eine Schlag-Zug-Belastung beansprucht (Abb. 51), derart daß eine konstante Geschwindigkeit dem Ende aufgeprägt wurde. Durch eine Wegbegrenzung dieses Endes wurde die Belastungsdauer begrenzt. Der Vergleich, der nach dem Versuch vorhandenen plastischen Dehnungen mit der Theorie zeigte im großen und ganzen eine gute Übereinstimmung. So zeigte beispielsweise Abb. 53 die Abhängigkeit der maximalen plastischen Dehnung  $\epsilon_{PL}$  von der Schlaggeschwindigkeit.

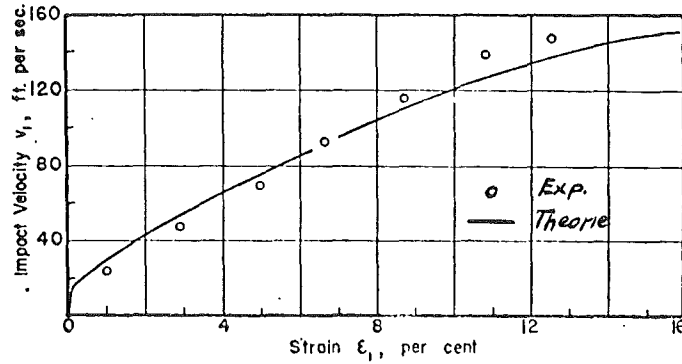


Abb. 53: Abhängigkeit der maximalen plastischen Dehnung (Plateau) von der Schlaggeschwindigkeit. Ge-  
glühtes Kupfer (69)

Für höhere Schlaggeschwindigkeiten zeigt sich hier aber schon die Tendenz von systematischen Abweichungen: Die im Versuch erzeugte Dehnung  $\epsilon_{pL}$  ist geringer als die theoretisch errechnete. Besonders deutlich wird dies aus Abb. 54 ersichtlich, der die Dehnungsverteilungen entlang der Drähte zu entnehmen sind.

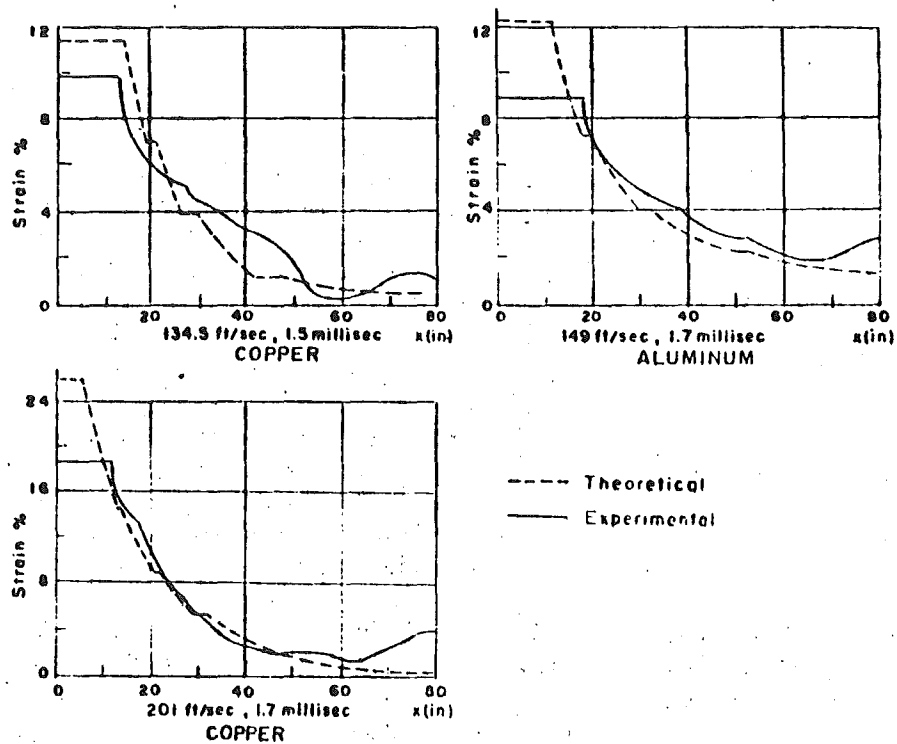


Abb. 54: Berechnete und gemessene plastische Dehnungsverteilung in Drähten nach einem "gestoppten" Schlag-Zug-Versuch mit konstanter Geschwindigkeit;  $x$  ist Lagrangesche Koordinate ( aus (72) ).

Bei  $x = 80$  inch sind die Drähte fest eingespannt. Die Reflexion am festen Ende und der Einfluß von Entlastungswellen bei Wegbegrenzung ist in der Theorie nicht berücksichtigt.

Dieses Ergebnis deutet darauf hin, daß der Widerstand des Materials gegen plastische Verformung bei höheren Schlaggeschwindigkeiten größer ist als im statischen Zugversuch.

Weitere systematische Abweichungen zeigten sich bei der theoretischen und experimentellen Bestimmung der Zugkraft am festen Ende einer 8 inch langen Probe, deren Ende mit konstanter Geschwindigkeit schlag-zugartig belastet wurde (Abb. 55).

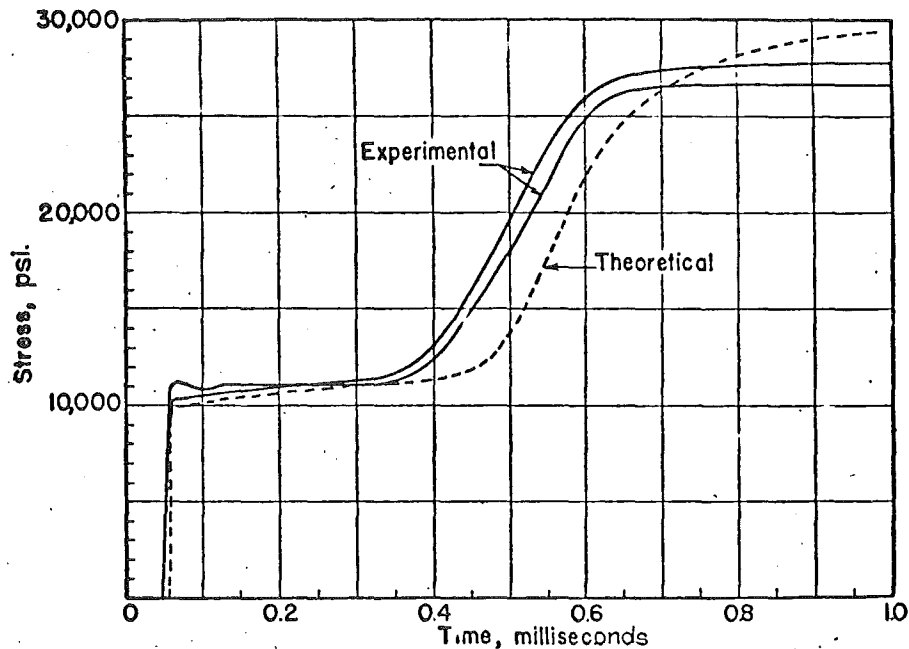


Abb. 55: Experimenteller und theoretischer Spannungs-Zeit-Verlauf am festen Ende einer geglühten, 8 inch langen Kupferprobe, Schlaggeschwindigkeit 100 ft/sec. (69)

Der Vergleich zwischen dem theoretischen und experimentellen Ergebnis zeigt eine gute Übereinstimmung, insbesondere im Hinblick auf die Form des Verlaufs; die experimentellen Kurven liegen allerdings links der theoretischen. Diese Diskrepanz kann durch die Annahme erklärt werden, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit plastischer Wellen im Experiment größer ist als in der Theorie. Nach Malvern (36) haben Duwez et al. (71) vermutet, daß diese Diskrepanz auf dem Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit beruht, denn bei Stoßbedingungen sind erhebliche Abweichungen von der Spannungs-Dehnungs-Beziehung im statischen Zugversuch zu erwarten.

Im Rahmen dieses Versuchsvorhabens wurden auch Versuche an Drähten aus weichem Stahl mit ausgeprägter unterer und oberer Fließgrenze durchgeführt. Hier zeigten sich erhebliche Diskrepanzen zwischen Theorie und Experiment.

Die hier erläuterten Abweichungen bei Kupfer und Aluminium veranlaßten Malvern (36) sein elastisch-visko-plastisches Stoffgesetz (Gl. 4.4) aufzustellen. Malverns Ansatz vermag die am festen Ende beobachteten Phänomen-Abweichungen zu erklären; die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Spannungsinkrementen ist in der elastisch-visko-plastischen Theorie von Malvern größer als bei dem zeitunabhängigen Stoffgesetz, das die statische Spannungs-Dehnungs-Beziehung zugrunde legt. Allerdings vermochte Malvern (36) nicht das experimentell beobachtete Plateau in der Dehnungsverteilung nachzuweisen. Genauere Überprü-

fungen der experimentellen Ergebnisse von Duwez et al. (71) durch Lee (73) zeigten aber, daß die experimentellen Ergebnisse keineswegs ein derart ausgeprägtes Plateau aufweisen (Abb. 56).

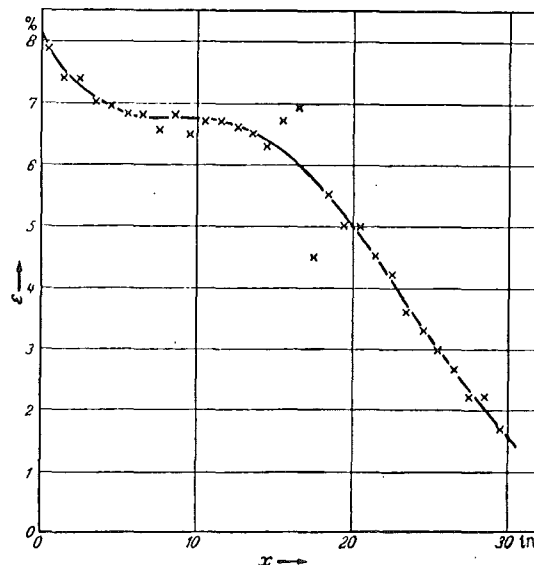


Abb. 56: Dehnungsverteilung am schlag-zugbelasteten Ende eines Kupferdrahtes, Schlaggeschwindigkeit 109 ft/sec (aus (73)).

Neuere Untersuchungen von Malvern und Efron (74) haben nun allerdings gezeigt, daß das elastisch-linear-viskoplastische Stoffgesetz von Malvern (36) bei Schlagbelastung durch eine konstante Spannung sehr deutlich ein Plateau konstanter Dehnung aufweist. Das Plateau ist auf demselben Dehnungsniveau wie bei einem zeitunabhängigen plastischen Verhalten. Die errechnete Geschwindigkeit des Endes erreicht fast momentan 90 % des Wertes, der durch die Karman-Taylor-Theorie vorhergesagt wird, um dann innerhalb von 12  $\mu$ sec auf diesen vorhergesagten Wert anzuheben (Abb. 57).

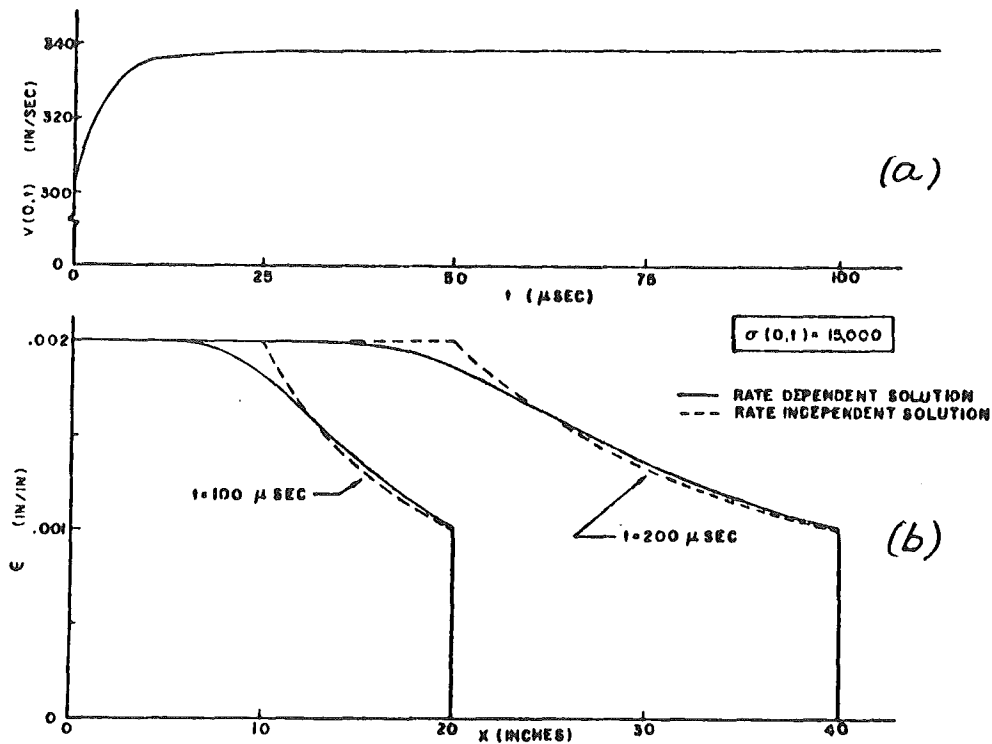


Abb. 57: Geschwindigkeitsverlauf (a) am Ende und Dehnungsverteilung (b) zu zwei diskreten Zeitpunkten; Schlagbelastung mit konstanter Spannung ( $\sigma = 15000$  psi); elastisch-linear-visko-plastisches Stoffgesetz. (aus (75))

Aus diesen Ergebnissen ist zu schließen, daß ein zeitunabhängiges plastischen Stoffgesetz und ein zeitabhängiges viskoplastisches Stoffgesetz die elastisch-plastische Wellenausbreitung bei Stoßbelastung am freien Ende gleich gut beschreiben kann, sofern das Material keine allzu große Dehnungsgeschwindigkeitsabhängigkeit zeigt. Das bedeutet in anderen Worten, daß das aus derartigen Wellenausbreitungsexperimenten gewonnene Stoffgesetz im Rahmen der experimentellen Genauigkeit nicht notwendigerweise eindeutig ist (1). Darüberhinaus



zeigt es sich, daß die numerische Lösung bei einem viskoplastischen Material eine Tendenz zur Instabilität hat, wenn der Einfluß der Dehnungsgeschwindigkeit gering ist. Diese Tendenz ist besonders bei extremen Bedingungen wie eine Schlagbelastung mit konstanter Geschwindigkeit des belasteten Endes vorhanden (75).

Numerische Rechnungen von Ripperger und Watson (76) für die viskoplastischen Beziehungen

$$\begin{aligned}g(\sigma, \epsilon) &= \frac{1}{\tau} \left( \frac{\sigma - \sigma_s(\epsilon)}{\sigma_s(\epsilon)} \right)^m \\g(\sigma, \epsilon) &= K (\sigma - \sigma_s(\epsilon)) \quad (5.9) \\g(\sigma, \epsilon) &= K (\sigma - \sigma_y), \quad \sigma_y = \text{konst}\end{aligned}$$

wobei  $\sigma_s(\epsilon)$  eine fiktive statische Spannungs-Dehnungs-Beziehung ist, bestätigen dieses Bild. Abb. 58 zeigt das Dehnungsprofil nach 40  $\mu\text{sec}$ .

Neben den ersten beiden hier angegebenen viskoplastischen Beziehungen sind verschiedene zeit- bzw. geschwindigkeitsunabhängige Spannungs-Dehnungsbeziehungen für die Rechnung benutzt worden.

Aufgrund ihrer Untersuchungen kommen die Autoren zu den folgenden Schlußfolgerungen:

1. Durch Wahl unterschiedlicher Stoffgesetze, Variation der Stoffkonstanten oder durch leichte Änderungen der Belastungsbedingungen (z.B. kein sprungförmiger Anstieg der Belastung am gestoßenen Ende) lassen

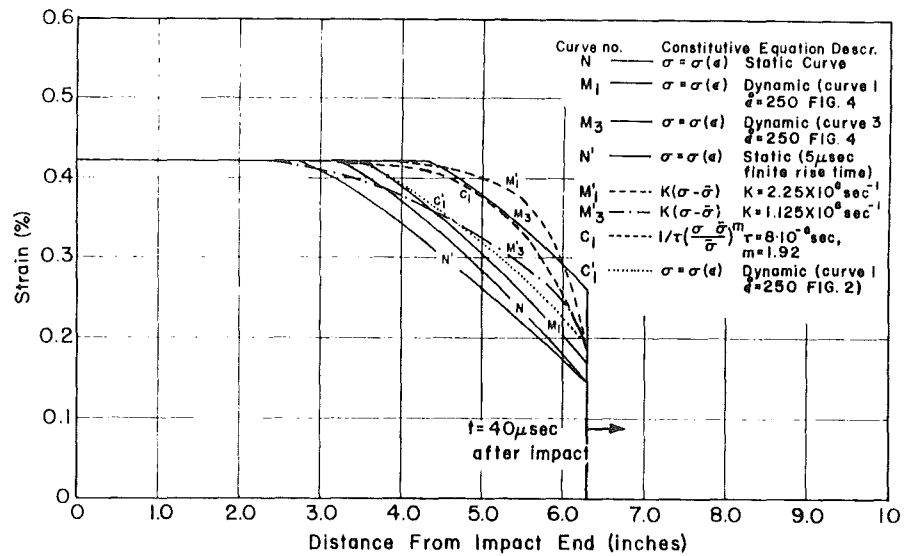


Abb. 58: Dehnungsprofil nach 40 μsec bei einem Stoß konstanter Spannung für verschiedene Stoffgesetze (76)

sich gleiche oder ähnliche Dehnungsprofile erzeugen. Das bedeutet, daß Messungen des Dehnungsprofils oder der Ausbreitungsgeschwindigkeit keine verlässlichen Indikatoren für die Auswahl eines bestimmten Stoffgesetzes liefern.

2. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit bestimmter Dehnungsniveaus ist im wesentlichen konstant für die untersuchten Stoffgesetze. Das bedeutet, daß die Konstanz der Ausbreitungsgeschwindigkeit keinen Nachweis liefert für die Unabhängigkeit oder Abhängigkeit der plastischen Verformung von der Dehnungsgeschwindigkeit.

3. Alle Stoffgesetze mit Ausnahme des linearen Ansatzes

$$g = K (\sigma - \sigma_y)$$

führen zur Ausbildung eines Dehnungsplateaus, das

sich mit zunehmender Zeit weiter in den Stab ausbreitet. Es kann deshalb das Dehnungsplateau nicht als ein besonderes Merkmal eines zeitunabhängig plastischen Stoffgesetzes angesehen werden.

Unter Berücksichtigung dieser Schlußfolgerungen sollten auch die zahlreichen experimentellen Ergebnisse von Bell und Mitarbeitern (77, 78) gesehen werden. Bei diesen Experimenten wurden zwei gleichartige stabförmige Körper aus dem zu untersuchenden Material aufeinander geschossen. Von der Stirnfläche ausgehend breiteten sich dann Kompressionswellen in die beiden identischen Proben aus. In einem vorgegebenen Abstand von der Stirnfläche wird dann der Dehnungs-Zeitverlauf gemessen. Dies wird dadurch erreicht, daß die Oberfläche der Probe über eine Länge von ca. 0,0127 cm mit einem eingegritzten Beugungsgitter versehen ist (12100 Linien/cm). Durch Erzeugung eines Beugungsbildes dieses Gitters und Messung des zeitlichen Verhaltens des Beugungsbildes (bei der Kompression ändern die Gitterlinien ihren Abstand!) kann dann der zeitliche Verlauf der Dehnung genau bestimmt werden. Durch Wiederholung des Experimentes mit verschiedenen Abständen von der Stirnfläche läßt sich dann die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $C_{(\epsilon)}$  bestimmen. Mit Gl. (5.8) erhält man schließlich durch Integration die Spannungs-Dehnungsbeziehung (bei zeitunabhängiger Plastizität). Die Versuche wurden vorwiegend an geglühten ein- und polykristallinen hochreinen Metallen durchgeführt.

Die Ergebnisse zeigen, daß die Wellenausbreitung durch die eindimensionale Theorie von v. Karman, Taylor etc. beschrieben werden kann, d.h. insbesondere, daß die

Spannungs-Dehnungs-Beziehung durch eine von der Dehnungsgeschwindigkeit (bzw. Aufprallgeschwindigkeit) unabhängige Gleichung  $\sigma = H(\epsilon)$  darstellbar ist. Hier allerdings zeigt sich, daß diese Beziehung nicht mit der im statischen Zugversuch gefundenen Spannungs-Dehnungs-Abhängigkeit übereinzustimmen braucht (3), gewöhnlich liegt dann die dynamische "oberhalb" der statischen  $\sigma - \epsilon$  - Kurve. Außer dieser Diskrepanz soll dieses Ergebnis auch im Widerspruch zu allgemeinen Vorstellungen der Versetzungstheorie sein (1).

Aufgrund der Schwierigkeiten, aus Wellenausbreitungsexperimenten in "halbunendlich langen" Stäben unter Schlag-Zug- oder Druckbelastung Aussagen über das elastisch-plastische Stoffgesetz zu finden, muß man bemüht sein, ein Versuchskonzept zu finden, bei dem die Unterschiede zwischen dem dehnungsgeschwindigkeitsunabhängigen Stoffgesetz (z.B. v.Karman, Tayler) und dem visko-plastischen Stoffgesetz (z.B. Malvern) deutlicher werden.

Ein sehr ausgeprägter Unterschied zwischen den beiden Stoffgesetzen (4.2) und (4.4) zeigt sich in einem Experiment, bei dem ein inkrementeller Spannungspuls eine (statisch oder dynamisch) plastisch vorgespannte Probe durchläuft. Nach der Stoffgleichung (4.2) bzw. (4.2a) ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit dieser inkrementellen Störung durch

$$c = \sqrt{\frac{1}{\rho_0} \frac{dH}{d\epsilon}} \Big|_{\epsilon = \epsilon_s}$$

gegeben, wobei  $\epsilon_s$  die durch die angelegte Vorspannung erzeugte Dehnung ist. Bei Gültigkeit der Stoffgleichung

(4.3) bzw. (4.4) ist dagegen die Ausbreitungsgeschwindigkeit gleich der von elastischen Longitudinalwellen

$$c_E = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}} .$$

Wichtig ist nun, daß gewöhnlich  $c_E \gg c$  ist.

Die Experimente von Bell (79) an Flußstahl (mild steel), Sternglas und Stuart (80) an kaltverformtem Kupfer, Alter und Curtis (81) an Blei und Bianchi (82) an geglühtem Kupfer zeigen das zweitgenannte Verhalten und können daher als eine Bestätigung für das elastisch visko-plastische Stoffverhalten (Malvern) angesehen werden.

Nun erklären allerdings Bell und Mitarbeiter (77, 78, 83) dieses Phänomen durch den Portevin - le Chatelier-Effekt und nicht durch ein elastisch visko-plastisches Stoffverhalten wie in dem Modell von Malvern. Dieser Effekt äußert sich darin, daß in einem Zugversuch mit hinreichend kleiner mittlerer Dehnungsgeschwindigkeit das Spannungs-Dehnungs-Diagramm keine glatte Kurve ist, sondern ein sägezahnartiges Bild zeigt (Abb. 59).

Besonders gut beobachtbar ist dieses Phänomen in einem Versuch mit konstanter Belastungsgeschwindigkeit. Die vertikalen Änderungen  $\Delta\sigma$  haben eine Neigung, die etwa dem Elastizitätsmodul entspricht. Während der Anstieg  $\Delta\sigma$  in einem relativ langen Zeitintervall erfolgt, findet die horizontale Änderung  $\Delta\epsilon$  relativ schnell bei konstanter Spannung statt.

Die Erklärung von Bell für die elastische Ausbreitungsgeschwindigkeit inkrementeller Spannungspulse ist nun

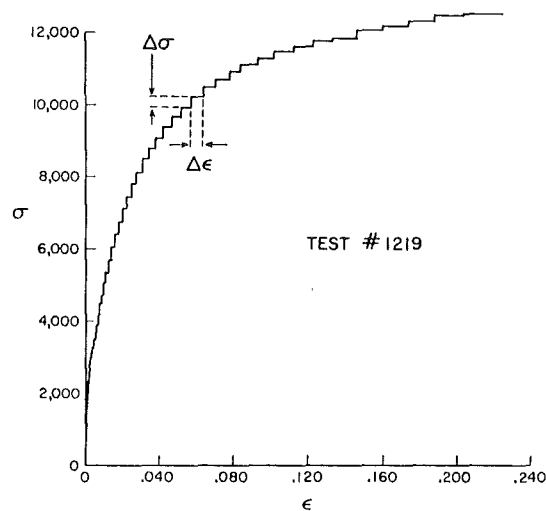


Abb. 59: Typischer Portevin-le Chatelier-Effekt im Zugversuch bei konstanter Spannungsgeschwindigkeit (geglühtes polykristallines Aluminium) (77)

auf folgende Weise gegeben: Eine Probe soll z.B. statisch in den plastischen Bereich vorgespannt sein und dann mit einem inkrementellen Spannungspuls belastet werden, der eine Spannungsänderung hervorruft, die innerhalb der Portevin-le Chatelier-Änderung  $\Delta\sigma$  bleibt. Dann wird sich dieser Puls mit der Geschwindigkeit elastischer Wellen ausbreiten, da die Neigung von  $\Delta\sigma$  durch den Elastizitätsmodul gegeben ist.

Die Interpretation "eindimensionaler" elastisch plastischer Wellenausbreitungsexperimente wird weiterhin dadurch erschwert, daß die laterale Trägheit und Scher-

spannungen in den zur Interpretation herangezogenen Theorien vernachlässigt werden. De Vault (84) hat die zeit- und ortsabhängige Verteilung der Dehnung in einem halbinendlich langen Stab unter Voraussetzung eines bilinearen, zeitunabhängig plastischen Materialverhaltens bestimmt und hierbei insbesondere den Einfluß der lateralen Trägheit näherungsweise berücksichtigt. Für den Fall einer sprungförmigen Belastung am freien Ende ergab sich folgendes (Abb. 60): Die maximale plastische Dehnung schwingt um einen Plateauwert, der höher liegt als in der v. Karmanschen Theorie, sowohl die Amplitude dieser Schwingung wie auch der Plateauwert nehmen ab, je weiter sich die Störung in den Stab ausbreitet. Auch das elastische Plateau ist etwas höher als in der v. Karmanschen Theorie. Scharfe elastische und plastische Wellenfronten gibt es nicht und auch das Dehnungsprofil weicht erheblich von der einfachen v. Karmanschen Theorie ab. Man erkennt ferner, daß ein vorgegebenes Dehnungsniveau sich nicht mit konstanter Geschwindigkeit ausbreitet, vielmehr nimmt die Ausbreitungsgeschwindigkeit ab, so daß also ein Puls mit fortschreitender Ausbreitung dispergiert wird. Stellt man die Dehnungsverteilung als Funktion der Lagrangeschen Koordinate dar, dann erkennt man, daß das sich ausbildende Plateau mit wachsender Ausbreitung des Pulses im wesentlichen dem Dehnungsniveau der einfachen v. Karmanschen Theorie entspricht. Am gestoßenen Ende liegt allerdings das Dehnungsniveau oberhalb des v. Karmanschen Plateaus. Schließlich zeigen die Berechnungen für den Fall, daß ein zusätzlicher Spannungspuls auf das belastete Stabende wirkt, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit des

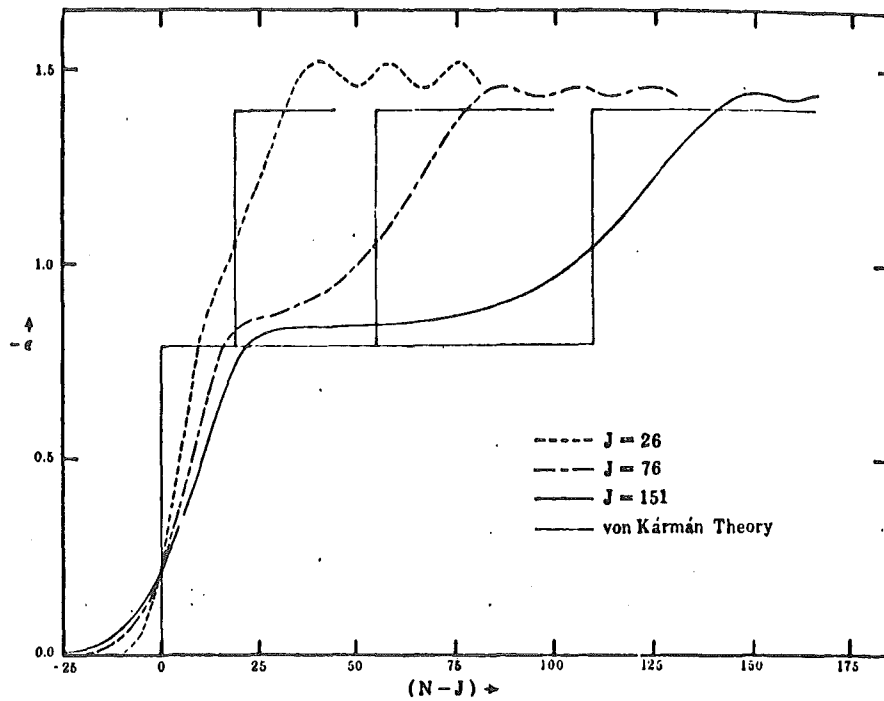


Abb. 60: Berechnete elastisch-plastische Dehnungs-Zeit-Verläufe für drei Positionen entlang des Stabes (84)

zusätzlichen Pulses größer ist als es in der v. Karmanschen Theorie vorhergesagt wird.

Diese Ergebnisse haben de Vault (84) veranlaßt, darauf hinzuweisen, daß laterale Trägheitseffekte und Dehnungsgeschwindigkeitseinflüsse schwer trennbar sein können. Zumindest können qualitativ gewisse Phänomene sowohl durch den Einfluß der lateralen Trägheit wie auch durch elastisch-viskoplastisches Materialverhalten erklärt werden.



## 6. Split-Hopkinson-Bar Technik

### 6.1 Methode

Aufgrund der meßtechnischen Anforderungen und der Interpretationsschwierigkeiten bei ausgesprochenen Wellenausbreitungsexperimenten, hat eine besondere Versuchstechnik, die Split-Hopkinson-Bar-Anordnung, eine breite Anwendung gefunden (85). Diese Versuchstechnik hat daher auch für die Untersuchung von Reaktorstrukturmaterialien besondere Bedeutung erlangt (97, 98). Bei dieser Anordnung (Abb. 61) wird die kurze ( $l_0 < 0,5''$ ) Versuchsprobe zwischen zwei elastischen Stäben angebracht; bei Druckproben sind die Stirnflächen der Probe und der Stäbe planparallel gearbeitet und mit einem Schmiermittel versehen, um die durch Reibung entstehenden radialen Scherspannungen an den Berührungsflächen auf ein Minimum zu reduzieren; die Probe wird dann durch eine leichte Vorspannung zwischen den Stäben gehalten. Bei Zugproben können z.B. die Probenenden mit den Stäben verschraubt sein. Ein Spannungspuls wird nun durch eine aufschlagende stabförmige Masse (siehe Abb. 61) oder durch eine explosive Belastung erzeugt, der als elastische Welle durch den Aufnehmerstab läuft, um an der Trennfläche (1) teilweise reflektiert und teilweise transmittiert zu werden. Der in der Probe übertragene Puls durchläuft die Probe und wird dann an der Trennfläche (2) reflektiert und transmittiert.

Da die Dauer des Belastungspulses lang ist im Vergleich zur Durchlaufzeit einer Welle in der Probe, treten zahlreiche innere Reflektionen und Wechselwirkungen der

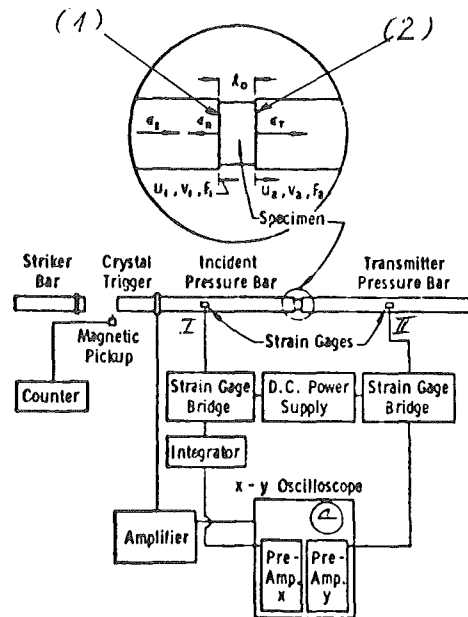


Abb. 61: Schematische Darstellung der Split-Hopkinson Pressure Bar Anordnung (85)

elastisch plastischen Wellen auf und gerade aus diesem Grunde erwartet man, daß sich die zunächst inhomogene Spannungsverteilung nach einer kurzen Übergangszeit ausgleicht. Es wird daher für den längsten Teil der Belastungsdauer der Spannungs- und damit Deformationszustand in der Probe als homogen angesehen. Diese Annahme ist die unumgänglich notwendige Voraussetzung für die Auswertung von Experimenten mit der Split-Hopkinson-Bar Anordnung. Auf die Problematik dieser Voraussetzung wird noch eingegangen werden.

In hinreichendem und gleichem Abstand von der Probe werden paarweise Dehnungsmeßstreifen angebracht (Abb. 61), die den ankommenden Dehnungspuls  $\epsilon_I$ , den an der Trennfläche(1) reflektierten Puls  $\epsilon_R$  und den transmittierten Puls  $\epsilon_T$  messen. Der ankommende Puls

$\epsilon_I$  kann unabhängig von dem reflektierten  $\epsilon_R$  registriert werden, wenn die Länge des Pulses  $\epsilon_I$  kleiner ist als der Abstand zwischen der Meßstelle I und der Trennfläche (1). Da die beiden pulsübertragenden Stäbe sich voraussetzungsgemäß nur elastisch verformen und ihr Durchmesser hinreichend klein ist, so daß Pulse infolge des radialen Trägheitseinflusses keine Verzerrung erfahren, kann die einfache eindimensionale Theorie der Ausbreitung elastischer Longitudinalwellen benutzt werden, um aus diesen Messungen die Verschiebungen ( $u_1, u_2$ ), die Geschwindigkeiten ( $v_1, v_2$ ) und die Kräfte ( $P_1, P_2$ ) an den Trennflächen (1) und (2) zu bestimmen:

$$\begin{aligned} u_1 &= C_0 \int_0^t (\epsilon_I - \epsilon_R) dt' \\ u_2 &= C_0 \int_0^t \epsilon_T dt' \\ v_1 &= C_0 (\epsilon_I - \epsilon_R) \\ v_2 &= C_0 \epsilon_T \\ P_1 &= E A (\epsilon_I + \epsilon_R) \\ P_2 &= E A \epsilon_T \end{aligned} \tag{5.10}$$

Hier sind  $E$ ,  $A$  und  $C_0$  der Elastizitätsmodul, die Querschnittsfläche und die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elastischen Longitudinalwelle in den Stäben. In diesen Beziehungen muß berücksichtigt werden, daß die gemessenen Größen  $\epsilon_I, \epsilon_R, \epsilon_T$  auf der Zeitachse derart verschoben werden, daß ihr Anfang zusammenfällt. Sind  $l_0$  und  $A_0$  die Anfangslänge und der Anfangsquerschnitt der Probe, dann sind die über die Probenlänge gemittelten Werte für die Dehnung, Dehnungsgeschwindigkeit und Spannung durch

$$\begin{aligned}
 \epsilon_s &= \frac{u_1 - u_2}{l_0} & \approx \pm \frac{2 C_0}{l_0} \int_0^t \epsilon_R dt' \\
 \dot{\epsilon}_s &= \frac{v_1 - v_2}{l_0} & \approx \pm \frac{2 C_0}{l_0} \epsilon_R \\
 \sigma_s &= \frac{P_1 + P_2}{2 A_0} & \approx \pm E \left( \frac{A}{A_0} \right) \epsilon_T
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

gegeben. Da bei Kompressionsbelastung die Dehnungen und Spannungen hier als positiv angesehen werden, gilt das obere Vorzeichen für Druck, das untere Vorzeichen für Zugbelastung. Die Approximation auf den rechten Seiten beruht auf der approximativen Gleichheit der Kräfte an den Enden der Versuchsprobe, d.h.

$$P_1 \approx P_2 \quad \text{oder} \quad \epsilon_I + \epsilon_R - \epsilon_T \approx 0; \tag{5.12}$$

die Gültigkeit dieser Beziehung kann experimentell überprüft werden. Nach Lindholm (85) ist sie zumeist für  $l_0 \leq 1,27$  cm erfüllt.

## 6.2 Auswertung

Zunächst muß man sich darüber klar sein, daß man bei dieser Technik eigentlich nur den ankommenden Puls  $\epsilon_I$  "vorprogrammieren" kann, während der zeitliche Verlauf der Spannung und Dehnung in der Probe u.a. von der Probe selbst abhängig und damit nicht von vornherein einstellbar sind.

Die Auswertung wird gewöhnlich nach dem im folgenden beschriebenen 1. Verfahren durchgeführt.

### 1. Verfahren

Durch Elimination der Zeit aus  $\sigma_s(t)$  und  $\epsilon_s(t)$  läßt sich ein "dynamisches Spannungs-Dehnungs-Diagramm" bestimmen.

Nimmt man die genauen Gleichungen, dann müssen alle drei Pulse  $\epsilon_I$ ,  $\epsilon_R$ ,  $\epsilon_T$  gemessen werden; verwendet man dagegen die approximatische Beziehung auf der rechten Seite von (5.11), dann kann man direkt ein Spannungs-Dehnungs-Diagramm erhalten. Durch elektronische Integration von  $\epsilon_R$  erhält man ein Signal, das proportional der Dehnung  $\epsilon_s$  ist. Ebenso ist  $\epsilon_T$  direkt proportional der Spannung  $\sigma_s$ . Indem man die beiden Dehnungsmeßstellen (I) und (II) im gleichen Abstand von der Probe anbringt, fallen die beiden Signale (näherungsweise) zeitlich zusammen, so daß eine direkte Darstellung des Spannungs-Dehnungs-Diagramms auf dem Oszillographen möglich ist. Hierbei muß beachtet werden, daß die Messungen  $\epsilon_s$  und  $\sigma_s$  keineswegs einen glatten Verlauf zu haben brauchen, deren Ursache z.B. in einer Störung des ankommenden Spannungspulses  $\sigma_I(t)$  liegen kann. Leider ist in der maßgebenden Literatur nichts darüber zu finden, ob und wie eine eventuelle Glättung dieser Funktionen durchgeführt wird.

Indem man verschiedene "vorprogrammierte" ankommende Spannungspulse  $\sigma_I$  erzeugt, wobei gewöhnlich  $\frac{d\sigma_I}{dt} \approx 0$  ist, lassen sich unterschiedliche "dynamische Spannungs-Dehnungs-Diagramme" produzieren, deren Unterscheidungsmerkmal zunächst einmal nur der ankommende Puls  $\sigma_I$  selbst ist. Dieser Identifikationsparameter ist aber für die weitere Auswertung nur von be-

schränktem Nutzen, da er direkt keine Aussagen über den Einfluß der Deformationsgeschwindigkeit gestattet. Wenn sich allerdings zeigen sollte, daß die Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}_s$  über den größten Zeitraum des Versuches - im Idealfall über den ganzen Zeitraum - im Rahmen der Meßgenauigkeit zeitlich konstant ist, dann kann  $\dot{\epsilon}_s = \text{konst.}$  als der für das dynamische Spannungs-Dehnungsdiagramm charakteristische Parameter angesehen werden. Gewöhnlich findet man in Messungen aber, daß  $\dot{\epsilon}_s$  sich während des Versuches ändert, wenn auch nicht gerade über mehrere Größenordnungen.

Die folgenden Überlegungen sollen nun auf einige Unstimmigkeiten bei der hier beschriebenen üblichen Auswertetechnik hinweisen. Es soll davon ausgegangen werden, daß die Beziehung (5.12) gilt, die ja aussagt, daß die Kräfte an den beiden Enden der Probe gleich sind (Homogenitätshypothese!). Dann folgt aus (5.12) (z.B. bei Druckbelastung)

$$\frac{\sigma_I}{E} - \frac{A_0}{A} \frac{1}{E} \sigma_s = + \frac{l_0}{2 C_0} \dot{\epsilon}_s. \quad (5.13)$$

Ist der ankommende Spannungspuls  $\sigma_I$  zeitlich konstant, wie es z.B. bei einer aufschlagenen stabförmigen Masse theoretisch der Fall ist, und ist die im Versuch gemessene Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}_s$  konstant, dann muß entsprechend (5.13) auch die in der Probe herrschende Spannung  $\sigma_s$  zeitlich konstant sein. Wesentlich ist nun, daß man aber häufig einen Funktionsverlauf  $\sigma_s(\epsilon_s)$  erhält, aus dem ein Anstieg der Spannung mit der Dehnung zu erkennen ist.

Dieser Widerspruch könnte dadurch beseitigt werden, daß man (5.12) nicht mehr als hinreichend genau erfüllt ansieht. Das würde jedoch bedeuten, daß einer der Gründe für die Gültigkeit der Homogenitätshypothese hinfällig geworden ist. Lindholm (85) weist aber darauf hin, daß (5.12) für kleine Abmessungen im Rahmen der experimentellen Genauigkeit erfüllt ist. Die andere Möglichkeit zur Aufhebung dieses Widerspruches ist dadurch gegeben, daß man eben die Ursache der Spannungszunahme mit der Deformation gerade darin sieht, daß sich die Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}_s$  ändert, und zwar entsprechend (5.12) abnimmt. Das bedeutet dann aber, daß die Form des dynamischen Spannungs-Dehnungs-Diagramms  $\sigma_s(\epsilon_s)$  vom zeitlichen Verlauf der Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}_s$  abhängt, so daß die Angabe des Mittel- oder Maximalwertes für die Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}_s$  zur Charakterisierung des dynamischen Spannungs-Dehnungs-Diagrammes nicht mehr ausreicht.

Aus diesen Gründen muß die angegebene übliche Auswertetechnik mit einigen Vorbehalten betrachtet werden.

## 2. Verfahren

Um nun Spannungs-Dehnungs-Diagramme für  $\dot{\epsilon}_s = \text{konst.}$  aus Versuchen mit variabler Dehnungsgeschwindigkeit zu erhalten, kann man u.U. die folgende Auswertetechnik anwenden.

Es werde davon ausgegangen, daß aus dem Experiment die drei Funktionen  $\sigma_s(t)$ ,  $\dot{\epsilon}_s(t) \neq \text{konst.}$ ,  $\epsilon_s(t)$  erhalten worden sind. Das gesuchte Spannungs-Dehnungs-Diagramm muß ( $\dot{\epsilon}_s = \dot{\epsilon}_s(t)$ ) durch Interpolation aus verschiedenen Versuchen gewonnen werden. In Abb. 62

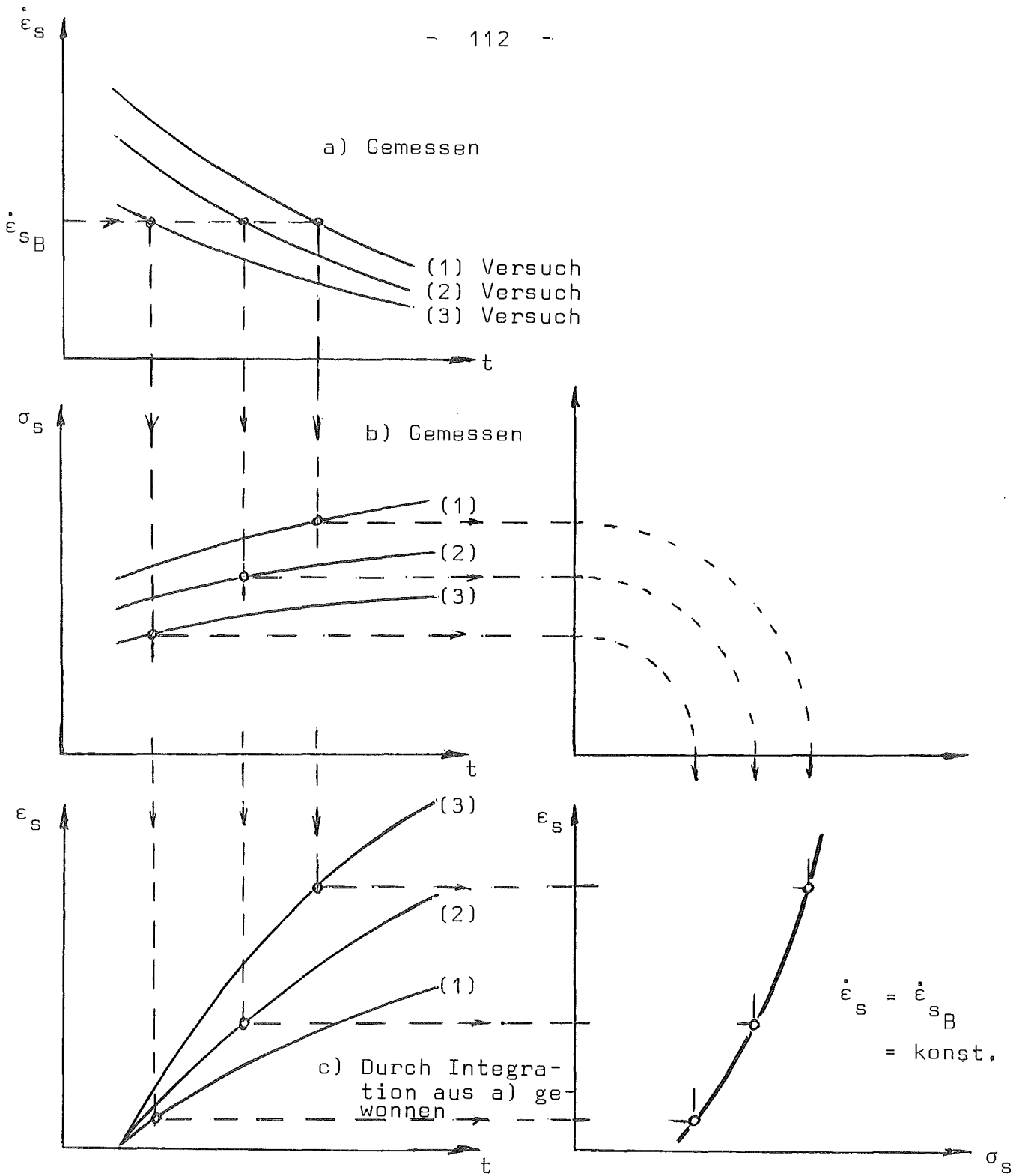


Abb. 62: Schematische Darstellung der Ermittlung von  $\sigma_s = f(\epsilon_s, \dot{\epsilon}_s)$  für  $\dot{\epsilon}_s = \text{konst.}$  aus den Funktionen  $\dot{\epsilon}_s(t)$ ,  $\sigma_s(t)$ ,  $\epsilon_s(t)$



ist schematisch die Vorgehensweise dargestellt. Bei der Fülle der anfallenden Daten wird man dies sicher rechnergestützt numerisch durchzuführen haben. Durch das in Diagramm (d) erhaltene Punktefeld, in dem jeder Punkt derselben Dehnungsgeschwindigkeit aber verschiedenen Zeiten und Versuchen zugeordnet ist, muß eine Interpolationskurve gelegt werden. Man wird hier allerdings erwarten müssen, daß diese Interpolationskurve nur einen Teile der gesuchten Spannungs-Dehnungskurve überdecken wird. In dieser Weise kann man verschiedene Spannungs-Dehnungskurven für verschiedene Dehnungsgeschwindigkeiten konstruieren. Sind die Streubereiche jeder Interpolationskurve "hinreichend" begrenzt und überlappen sie sich nicht beliebig viel, dann wird es erlaubt sein, die Dehnungsgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}_s$  als alleinigen Parameter zu kennzeichnen, der die Interpolationskurve charakterisiert.

Als Kurvenparameter kann man natürlich auch  $\sigma_s$  oder  $\epsilon_s$  wählen; wenn überhaupt, erhält man dann Zusammenhänge in Form

$$\dot{\epsilon}_s = \hat{f}(\sigma_s = \text{konst}, \epsilon_s) \quad , \quad \dot{\epsilon}_s = \hat{f}(\sigma_s, \epsilon_s = \text{konst}).$$

Diese Darstellung ist der ersten sogar noch vorzuziehen, da man von hier aus relativ einfach die Funktion  $\dot{\epsilon}_s = f(\sigma_s, \epsilon_s)$  finden kann. Auch bei dieser Vorgehensweise wird man unter Umständen die Funktionen  $\dot{\epsilon}_s(t)$ ,  $\epsilon_s(t)$ ,  $\sigma_s(t)$  vor ihrer Verarbeitung in geeigneter Weise zu glätten haben.

Das hier beschriebene Verfahren impliziert die Annahme, daß das gesuchte Stoffgesetz allein die Größen  $\dot{\epsilon}_s$ ,  $\sigma_s$ ,

$\epsilon_s$  miteinander verknüpft (elastischen Deformationen sind dabei nicht berücksichtigt). Im Vergleich zu dem ersten Verfahren hat die hier angedeutete Methode den Nachteil, daß sie wesentlich aufwendiger ist und daß sie nach Kenntnis des Autors bisher noch nicht praktisch erprobt worden ist; andererseits ist sie aber auch nicht mit den dort vorhandenen Einschränkungen behaftet.

Erweist sich dieses Vorgehen als brauchbar, dann wird man das erhaltene Stoffgesetz

$$\dot{\epsilon}_s = g(\sigma_s, \epsilon_s) \quad (5.14)$$

dazu verwenden können, um durch Integration bei vorgegebener Spannung  $\sigma_s(t)$  (aus dem Versuch) die Dehnung  $\epsilon_s(t)$  nachrechnen zu können. Unter Berücksichtigung der experimentellen Genauigkeit und des Streubereiches kann dann ein Vergleich mit dem experimentellen Ergebnis durchgeführt werden.

Bei diesen Betrachtungen können gegebenenfalls auf der Basis der Additivitätshypothese die elastischen Dehnungen berücksichtigt werden.

### 3. Verfahren

Schließlich sei hier noch eine weitere Auswertetechnik angedeutet, die in letzter Zeit einige Beachtung bei linearen viskoelastischen Problemen gefunden hat (99). Ihre praktische Brauchbarkeit scheint für nicht-lineare Probleme wohl noch nicht gezeigt worden zu sein. Wie vorher, so muß man auch hier zunächst einmal eine Hypothese über die mathematische Struktur des Stoffgesetzes machen. Es sei angenommen, daß das Stoffverhalten durch ein elastisch-viskoplasti-

ches Stoffgesetz beschrieben werden kann (für  $\sigma > 0$ )

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \frac{\sigma}{E} & \sigma < \sigma_{\text{stat}}(\epsilon) \\ \dot{\epsilon} &= \frac{\dot{\sigma}}{E} + g(\epsilon, \sigma) & \sigma \geq \sigma_{\text{stat}}(\epsilon), \end{aligned}$$

wobei der Elastizitätsmodul und die statische Spannungs-Dehnungs-Beziehung bekannt sein soll. Aus  $N$  Versuchen seien die  $2N$  Funktionen  $\epsilon_k(t)$   $\sigma_k(t)$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ) aus Messungen bekannt. Diese Messungen sollten sich im wesentlichen dadurch unterscheiden, daß die Deformations- bzw. Belastungsgeschichte selbst bei idealen Verhältnissen unterschiedlich sind. Ideale Verhältnisse können allerdings insbesondere wegen der zu erwartenden "natürlichen" Streuung nicht erreicht werden.

Nachdem man für die Funktionen  $g(\sigma, \epsilon)$  einen Ansatz macht, der noch freie Parameter enthält (siehe Tabelle 1), sollten sich diese Parameter z.B. durch die Optimalisierungsforderung

$$\sum_{k=1}^N W_k \int_0^{T_k} (\epsilon_k^*(t) - \epsilon_k(t))^2 dt \stackrel{!}{=} \text{Min}$$

bestimmen lassen; hier sind  $W_k$  vorzugebende Wichtigkeitsfaktoren,  $T_k$  die jeweiligen Versuchsdauern und

$$\epsilon_k^*(t) = \frac{\sigma_k(t)}{E} + \int_0^t g(\sigma_k(\tau), \epsilon_k(\tau)) d\tau.$$

Es ist evident, daß diese Parameteranpassung ein hochgradig nichtlineares Problem darstellt. Auch mit dieser Technik liegen nach Kenntnis des Autors bisher keine Erfahrungen vor.

### 6.3 Zur Gültigkeit der Homogenitätshypothese

Die hauptsächlichlichen Bedenken beim split-Hopkinson-Bar-Experiment betreffen die Gültigkeit der Homogenitätshypothese bzw. den Mittelungsprozess über die Probenlänge und den Probenquerschnitt. Lindholm (85) hat mehrere experimentelle Bestätigungen für diese Hypothese beschrieben:

1. Experimentelle Untersuchungen zeigen, daß das Längen/Durchmesser-Verhältnis von Proben unter Druckbelastung einen vernachlässigbaren Einfluß hat (86). Die Probenabmessungen sollten aber einen Einfluß haben, falls Reibungskräfte an den Probenenden oder die radiale Trägheit von Bedeutung sind. Allerdings sind der Probenlänge Grenzen gesetzt.
2. Die experimentelle nachprüfbare Gleichheit der Kräfte an den Probenenden nach Ablauf einiger Mikrosekunden bedeutet, daß eine signifikante resultierende axiale Trägheitskraft nicht vorhanden ist, d.h. der Spannungszustand ist näherungsweise quasistatisch. In erster Näherung können die longitudinalen und radialen Trägheitskräfte berücksichtigt werden (88); eigentliche Wellenausbreitungsphänomene sind darin aber nicht enthalten.
3. Bei Druckbelastungsuntersuchungen wurde bis zu Dehnungen von 15 % keine Variation der radialen Deformation entlang der Probenlänge detektiert, sofern nur die Stirnflächen der Probe gut geschmiert waren.

Diese experimentellen Beobachtungen, die die Homogenitätshypothese zu bestätigen scheinen, stehen im Widerspruch zu anderen experimentellen Erfahrungen und theoretischen Überlegungen.

Conn (88) hat die Experimente von Hauser, Simmons und Dorn (89) einer erneuten theoretischen Analyse unterzogen. In diesem Versuch wurde eine kurze rohrförmige Probe aus weichem, hochreinem Aluminium in einer split-Hopkinson-bar-Anordnung untersucht. Die Bestimmung der Funktionen  $\sigma(t)$ ,  $\epsilon(t)$ ,  $\dot{\epsilon}(t)$  erfolgte nach den in Kap. 6.1 dargestellten Gleichungen, wobei allerdings die genaueren Beziehungen benutzt wurden. In Abb. 63 sind Ergebnisse von Hauser et al. dargestellt. Es ist allerdings nicht klar, wie die Auswertung durchgeführt wurde und wieviele Experimente gemacht wurden. Bis Dehnungen von ca. 15 % war die

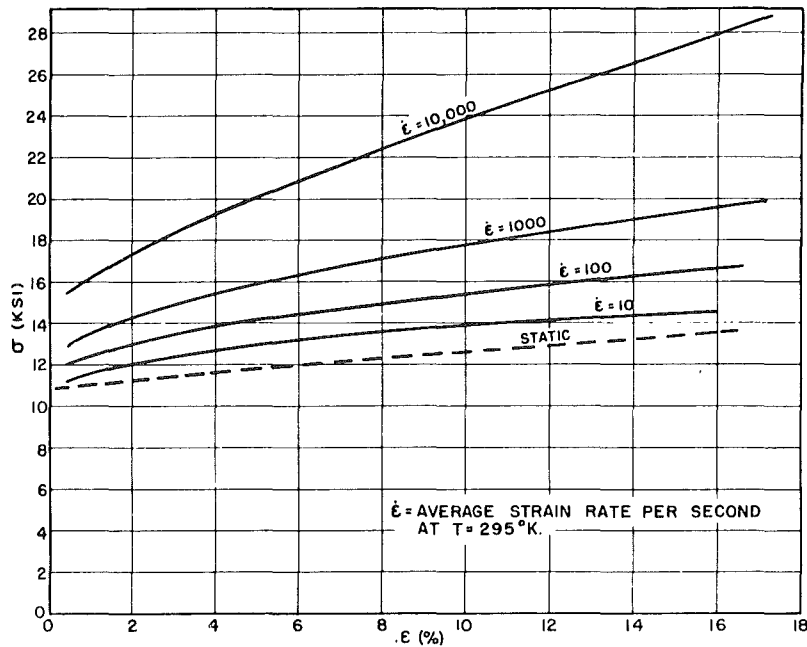


Abb. 63 : Dynamisches Spannungs-Dehnungs-Diagramm für weiches hochreines Aluminium (89)

Querschnittsänderung gleichförmig entlang der Probe ("except for a nominal amount of barreling"). Dieses Ergebnis sehen Hauser et al. als eine direkte Widerlegung eines zeit- bzw. dehungsgeschwindigkeitsunabhängigen Stoffgesetzes an, denn anderenfalls sollten diese Kurven in Abb. 62 zusammenfallen.

Als weitere Bestätigung für ihre Schlußfolgerung haben Hauser et al. eine elastisch plastische Wellenausbreitungsanalyse durchgeführt. Sie haben dazu ein zeitunabhängiges elastisch-plastisches Stoffgesetz für die Probe angenommen, u.z. die Kurve für  $\dot{\epsilon} = 100 \text{ sec}^{-1}$  in Abb. 63., wobei allerdings diese Kurve durch zwei Geraden approximiert wurde (Übergangsspannung 11000 psi). Als ankommende Spannungswelle wurde ein konstanter Spannungspuls von 20000 psi betrachtet.

In Abb. 64 zeigt der so ermittelte Spannungszeitverlauf an den Dehnungsmeßstellen eine deutliche Abweichung von dem experimentellen Ergebnis. Hauser et al. weisen darauf hin, daß nach der verwendeten von Karmanschen Theorie derart hohe Spannungen nicht übertragen werden können wie es im Experiment gezeigt wurde. Daher zeigt das Material einen höheren Widerstand gegen plastische Verformungen als es die zeitunabhängige von Karmansche Theorie aufweist.

Conn (88) hat diese Analyse dahingehend erweitert, daß er nicht eine bilineare Approximation für dieselbe Spannungs-Dehnungs-Kurve verwendet, sondern die tatsächlich in Abb. 63 für  $\dot{\epsilon} = 100 \text{ sec}^{-1}$  dargestellte.

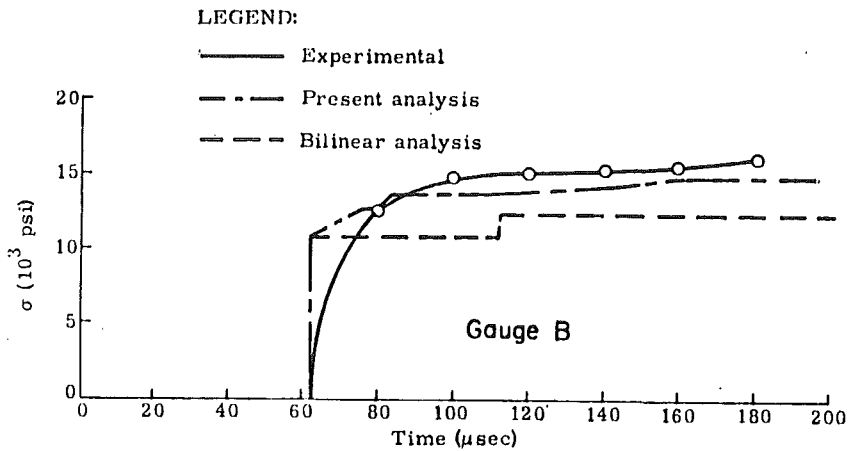
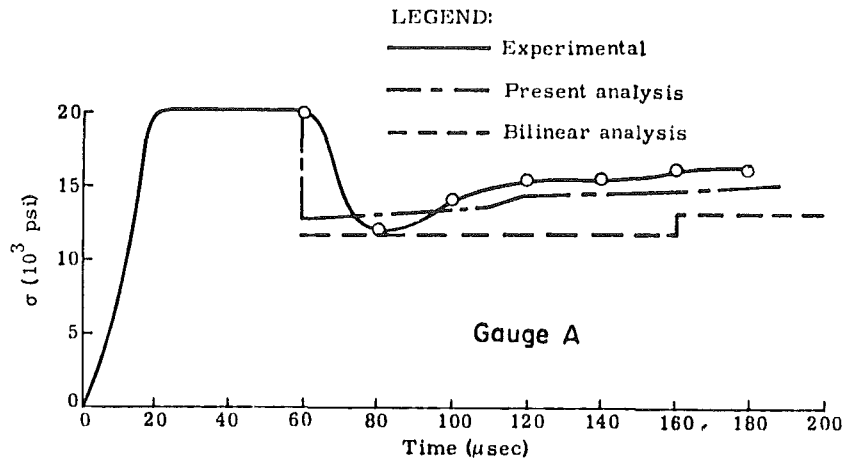


Abb. 64: Zeitlicher Verlauf der Spannungen an den Dehnungsmeßstellen A und B. Vergleich des Experiments mit der bilinearen Analyse von Hauser et al. (89) und der Analyse von Conn (88) ( aus (88) ).

Dieses Ergebnis ist in Abb. 64 als "present analysis" dargestellt. Es zeigt eine wesentlich bessere Übereinstimmung mit dem Experiment, so daß man hieraus den Schluß ziehen kann, daß entgegen der Meinung von Hauser et al. ein zeitunabhängiges Stoffgesetz das Verhalten von reinem Aluminium beschreiben kann!

Von besonderem Interesse in der Arbeit von Conn (88) sind die berechneten Dehnungs-Zeit-Verläufe an den Probenenden ( $x = 0,0$  und  $1,017$ ) und in Probenmitte ( $x = 0,5085$  cm) und ihr Vergleich mit der aus Messungen bestimmten über die Probenlänge gemittelte Dehnung von Hauser et al. (89) (vergl. Abb. 65).

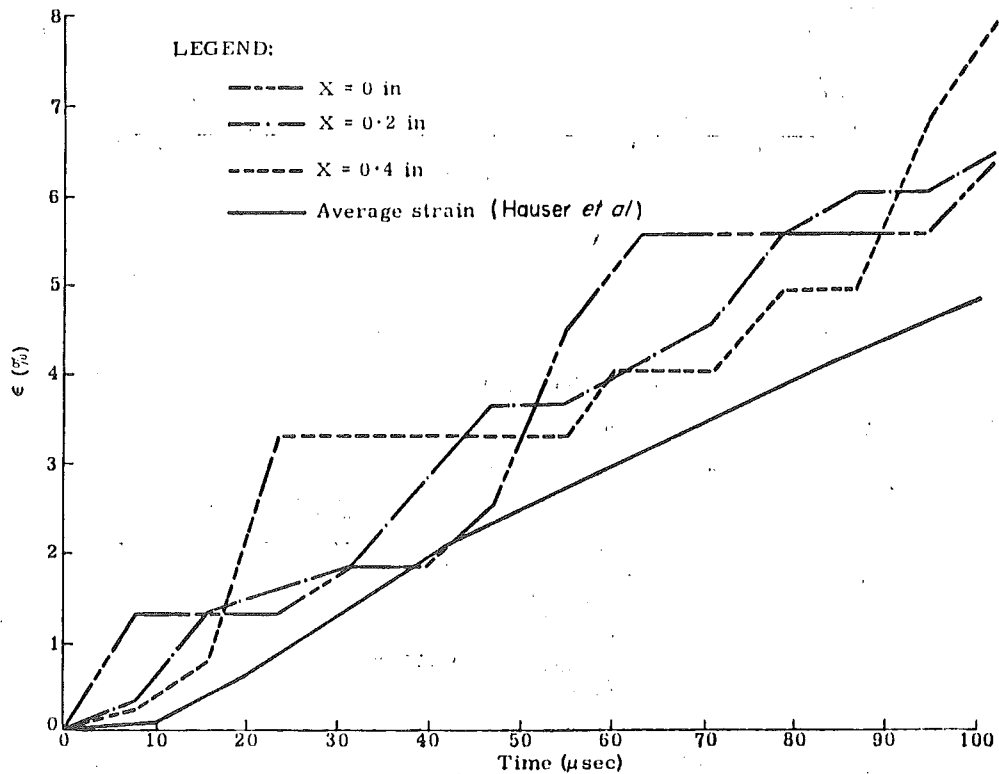


Abb. 65: Dehnungs-Zeit-Verlauf am Probenumfang und -ende ( $x = 0,0, 0,4^{11}$ ), Probenmitte ( $x=0,2^4$  sec (88)

Während die lokalen Dehnungsgeschwindigkeiten zwischen  $0$  und  $4 \cdot 10^4 \text{ sec}^{-1}$  liegen und sehr stark schwanken, beträgt die mittlere Dehnungsgeschwindigkeit nur etwa  $5,2 \cdot 10^2 \text{ sec}^{-1}$ . Auch kann von einem gleichförmigen Dehnungsverlauf an verschiedenen Punkten der Probe nicht die Rede sein. Dies bedeutet, daß die Annahme einer gleichförmigen Dehnung und Dehnungsgeschwindigkeit entlang der Probe nicht erfüllt ist, selbst bei einer Länge von nur  $1,017$  cm. Es ist denkbar (88),



daß gerade diese Inhomogenität der Dehnung und Dehnungsgeschwindigkeit zu der Ausbildung einer Schar von  $\sigma(\epsilon)$ -Kurven für verschiedene  $\dot{\epsilon}$  führt, wie sie von Hauser et al. (Abb. 63) ermittelt wurden.

Schließlich seien hier noch die experimentellen Untersuchungen von Bell (80) angegeben. Bell hat direkte Messungen der Dehnungen u.a. in Probenmitte mit Hilfe der diffraction-grating-Methode durchgeführt und mit den nach Gl. (5.11) bestimmten Mittelwerten verglichen. Untersucht wurden Proben aus Aluminium mit verschiedener Vorbehandlung, die Länge betrug 1,27 cm und das Längenverhältnis-Durchmesser-Verhältnis  $L/D$  wurde variiert. ( $L/D = 1/4, 1/2, 1$ ).

In Abb. 66 ist ein Vergleich angegeben. Auffallend ist die Übereinstimmung der lokalen Dehnung in der Mitte der Probe mit dem Mittelwert bis etwa 60  $\mu\text{sec}$  und die sich dann ausbildenden Divergenz. An sich wird eine größere Abweichung erwartet, während nach einer gewissen Ausgleichsphase die Kurven sich angleichen sollten. Es ist ferner auffallend, daß der zeitliche Verlauf der lokalen Dehnung sehr glatt ist.

In Abb. 67 ist der Vergleich für 4 "identische" Proben aus 1100 Hard Aluminium durchgeführt. Auch hier liegen die über die Probenlänge gemittelten Werte deutlich über den lokalen Dehnungen. Im Gegensatz zu Abb. 66 ist hier aber der Einfluß der Wechselwirkung und inneren Reflexionen elastisch-plastischer Wellen auf die lokale Dehnung in Probenmitte zu erkennen. Man sieht aber ferner, daß mit zunehmender Zeit bzw. Dehnung der  $\epsilon_{(t)}$ -Verlauf glatter wird.

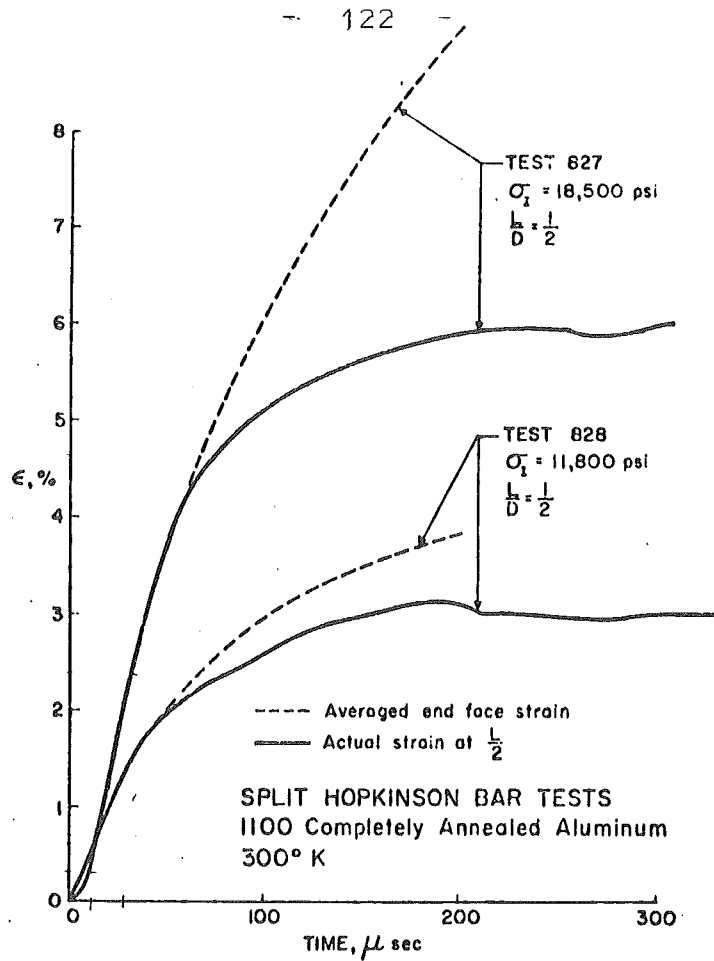


Abb. 66 : Vergleich der lokalen Dehnung in Probenmitte mit dem Mittelwert bei verschiedenen Spannungspulsen  $\sigma_I$ . Der Probendurchmesser ist um 4 % verringert gegenüber den impulsübertragenden elastischen Stäben (90)

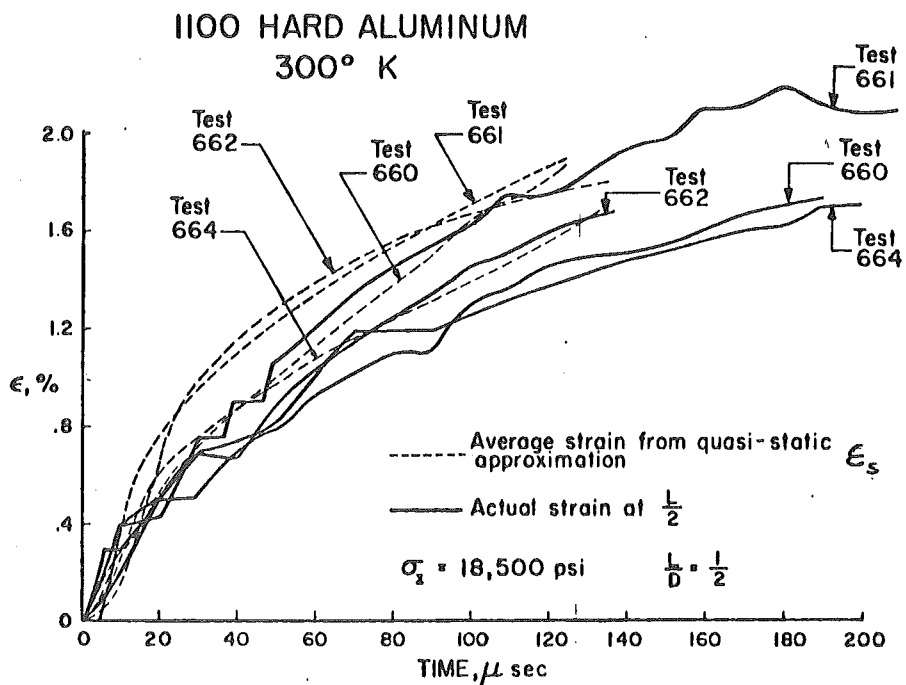


Abb. 67 : Lokale und mittlere Dehnung für 4 "identische" Proben (90)

Die aus den vier "identischen" Versuchen (Abb. 67) gewonnenen Spannungs-Dehnungs-Diagramme sind in Abb. 68 dargestellt. Die Kurven werden aus den Funktionen  $\sigma_s(t)$  und  $\epsilon_s(t)$ , wobei  $\epsilon_s$  durch Abb. 67 gegeben ist, durch Elimination der Zeit gewonnen. Man erkennt eine sehr starke Schwankung bis etwa 1 % Dehnung. Dies

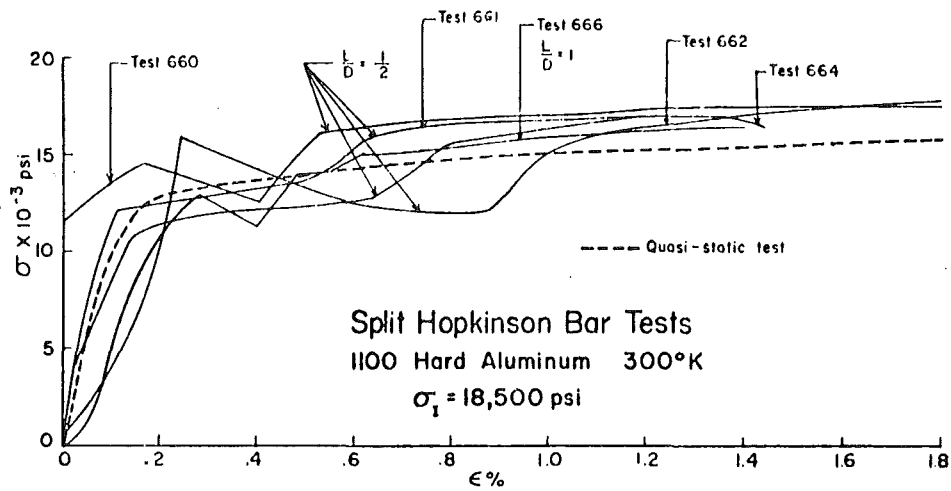


Abb. 68: Dynamische Spannungsdehnungs-Diagramme für vier identische Proben (Test 660, 661, 662, 664) (90)

entspricht in Abb. 67 etwa auch dem Bereich, in dem der Dehnungsverlauf sehr ungleichförmig ist, was auf die Wechselwirkung und Reflektion elastisch-plastischer Wellen in der Probe zurückgeführt werden kann. Die mittlere Dehnungsgeschwindigkeit liegt in diesem Zeitbereich zwischen  $7,8 \cdot 10^1$  und etwa  $8 \cdot 10^2 \text{ sec}^{-1}$  am Anfang.

Die Ergebnisse lassen keinen Zweifel daran, daß hier die Dehnungsverteilung in der Probe nicht gleichförmig ist. Alle Versuche zeigten auch, daß die mittlere Dehnung deutlich größer ist als die lokale Dehnung in

Probenmitte, die theoretischen Ergebnisse von Conn (88) zeigen allerdings das genaue Gegenteil.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die Untersuchungen von Conn (88) und Bell (90) darauf hindeuten, daß zwischen der mittleren und der lokalen Dehnung nicht nur in der Anfangsphase sondern auch für den späteren zeitlichen Verlauf ein merkbarer Unterschied besteht. Aus diesen Gründen muß die Homogenitätshypothese mit einiger Vorsicht angewandt werden.

## 7. Schlußbemerkungen

Die hohen Anforderungen an die Sicherheit von Reaktoren erfordern im Rahmen der theoretischen Analyse hypothetischer Störfälle u.a. die Entwicklung leistungsfähiger Berechnungsmethoden zur Lösung der nichtlinearen Probleme, wie sie bei der elastisch-plastischen Verformung von Reaktorstrukturen unter transienter Belastung auftreten. Die numerischen Techniken sind heute z.T. weitentwickelt. Die Kenntnis der Materialdaten bzw. die Charakterisierung der Materialeigenschaften durch ein mathematisch präzise formuliertes Stoffgesetz ist dagegen heute noch mangelhaft.

In der vorliegenden Studie sind hierzu eine Reihe von Themen angesprochen worden:

- Es wurden die Phänomene beschrieben, wie sie bei der dynamisch elastisch-plastischen Deformation von Kohlenstoffstählen mit ausgeprägter unterer und oberer Fließgrenze und von austenitischen Stählen auftreten. Im Mittelpunkt steht die Frage nach dem Einfluß der Verformungsgeschwindigkeit auf die mechanischen Eigenschaften, die nach Christescu [34] das zentrale Problem der dynamischen Plasti-

zität darstellt. Dieser Problemkreis ist ein Teilaspekt der weitergehenden Frage nach dem elastisch-plastischen Stoffgesetz.

Für einige technisch hier besonders interessierenden austenitischen Stähle zeigte sich, daß bei Raumtemperatur ein deutlicher Einfluß vorhanden ist (unbestrahltes Material). Im Temperaturbereich zwischen 300 und 550 °C und Dehnungsgeschwindigkeiten bis  $100 \text{ sec}^{-1}$  ist er dagegen nur gering, bei höheren Temperaturen nimmt er dagegen wieder zu.

Das Verhalten der bei Simulationsexperimenten zur Anwendung kommenden Kohlenstoffstähle ist wesentlich komplexer, insbesondere wegen des Auftretens der Fließverzögerungszeit (yield delay time) und der von der Dehnungsgeschwindigkeit abhängigen unteren und oberen Fließgrenze.

- Verschiedene Stoffgesetze für den einachsigen Spannungszustand, wie sie zur Beschreibung dieser Phänomene im Gebrauch sind oder vorgeschlagen wurden, sind dargestellt und diskutiert worden. Diese Stoffgesetze orientieren sich weitgehend an Experimenten mit nahezu konstanter Deformationsgeschwindigkeit, wobei praktisch immer die Homogenitätshypothese zur Auswertung der Experimente benutzt wird. Da in Anwendungsfällen die Deformationsgeschwindigkeit nur selten konstant sein wird, ist die Brauchbarkeit dieser Stoffgesetze für komplexe Deformationsgeschichten nicht gesichert.
- Mehrere wesentliche Fragen, die bei der Identifikation von Stoffgesetzen zur Beschreibung des visko-plastischen Materialverhaltens auftreten, wurden berührt.

Hier besteht das grundsätzliche Problem der Identifikation des elastisch-plastischen Stoffgesetzes. Es gibt wohl eine Reihe als allgemeingültig anerkannter Prinzipie (Deter-

miniertheit, lokale Wirkung, Äquipräsenz, universelle Dissipation, Bezugsindifferent (Objektivität), materielle Symmetrie), die insbesondere bei mehrachsigen Problemen den denkbaren Stoffgesetzen erhebliche Einschränkungen auferlegen. Diese Einschränkungen sind aber nicht ausreichend zur vollständigen Identifikation. Es müssen eine Reihe konstitutiver Hypothesen hinzukommen, so daß das Stoffgesetz bis auf noch zu bestimmende Konstanten oder Funktionen eindeutig festgelegt ist. Die Erfahrung lehrt aber, daß die Bestimmung der freien Parameter (Materialkonstanten) bzw. Funktionen durch Anpassung an eine endliche Zahl unterschiedlicher Experimente nicht zu genügen braucht, um einem Stoffgesetz unter den möglichen den Vorzug zu geben. Die Entscheidung, welches der hypothetischen Stoffgesetze das reale Materialverhalten nun umfassender beschreiben kann, kann nur durch weitere Experimente entschieden werden, in denen die konstitutiven Unterschiede der verschiedenen angenommenen Stoffgesetze besonders deutlich hervortreten. Untersuchungen hierzu sind allerdings äußerst spärlich.

Wegen der Wichtigkeit dieses Identifikationsproblems sei nochmals darauf hingewiesen, daß man bei der Anpassung der Stoffparameter bzw. Funktionen zumeist auf mehr technologische Experimente angewiesen ist, die bei näherungsweise konstanter Dehnungsgeschwindigkeit durchgeführt werden und deren Auswertung auf der Basis der Homogenitätshypothese erfolgt; bei höheren Deformationsgeschwindigkeiten sind zur Gültigkeit der Homogenitätshypothese selbst deutliche Zweifel vorhanden. Die Brauchbarkeit eines so gewonnenen Stoffgesetzes zur Beschreibung anwendungsnaher Deformationsgeschichten ist daher i.a. nicht erwiesen. Damit die bestehenden Stoffgesetze zur Beschreibung des visko-plastischen Materialverhaltens nicht nur hypotheti-

schen Charakter haben, sind systematische experimentelle und theroretische Untersuchungen erforderlich.

8. Literatur:

- (1) Lindholm, U.S.: Dynamic Deformation of Metals, aus Behavior of Materials under Dynamic Loading, (93)
- (2) Clark, D.S.: Behavior of Metals under Dynamic Loading, Trans ASM, 46, S. 34 - 62, 1954
- (3) Bell, J.F.: The Dynamic Plasticity of Metals at High Strain Rates: An Experimental Generalisation, aus (93)
- (4) Lee, E.H., Wood, E.O.: Plastic-Wave Propagation Effects in High Speed Testing, J.Appl. Mech. 18, 4, S. 379, 1951
- (5) Fink, K., Rohrbach, C.: Festigkeitsprüfung bei Schlagbeanspruchung, aus (96)
- (6) Tardif, H.P., Erickson, W.: The Mechanical Properties of Metals under Dynamic Loading, CARDE Techn. Mem. Type "B" No 192/58, Canadian Armament Research and Development Establ., 1958
- (7) Clark, D.S., Wood, D.S.: The Time Delay for the Initiation of Plastic Deformation at Rapidly Applied Stress, Proc. ASTM 49, S. 717 - 735, 1949
- (8) Wood, D.S., Clark, D.S.: The Influence of Temperature Upon the Time Delay for Yielding in Annealed Mild Steel, Trans. A.S.M., 43, S. 571 - 586, 1951



- ( 9) Wood, D.S., Clark, D.S.: Delayed Yield in Annealed Steels of Very Low Carbon and Nitrogen Content, Trans. A.S.M. 44, S. 726 - 745, 1952
- (10) Vreeland, T., Wood, D.S., Clark, D.S.: A Study of the Mechanism of the Delayed Yield Phenomenon, Trans. Am Soc. Met., 45, S. 625, 1953
- (11) Gibson, J.: The Behavior of Metals under Tensile Loads of Short Duration, Inst. Mech. Engrs., Proc. 1B, 11, S. 536 - 555, 1952 - 1953
- (12) Campbell, J.D., Doby, J.: Delayed Yield and other Dynamic Loading Phenomena in a Medium-Carbon Steel, Proc. Conf. Properties of Metals at High Rates of Strain, S. 214 - 220, 1957
- (13) Krafft, J.M., Sullivan, A.M.: Effekt of Grain Size and Carbon Content on the Yield Delay-Time of Mild Steel, Trans. Am.Soc. Met., 51, S. 643 - 665, 1959
- (14) Campbell, J.D., March, K.J.: The Effect of Grain Size on the Delayed Yielding of Mild Steel, Phil. Mag., 7, S. 933 - 952, 1952
- (15) Yokobori, T.: Delayed Yield and Strain Rate and Temperature Dependence of Yield Point in Iron, J. Appl. Phys. 25, 5, S. 593 - 594, 1954
- (16) Campbell, J.D.: The Dynamic Yielding of Mild Steel, Acta Metallurgica, 1, S. 706 - 710, 1953
- (17) Taylor, D.B.C.: Kommentar zu (11), siehe (11)

- (18) Rabotnov, Yu. N., Suvorova, J.V.: Dynamic Problems for Elastic-Plastic Solids with Delayed Yielding, Int. J. Solids & Structures, 7, S. 143 - 149, 1971
- (19) Manjoine, M.J.: Influence of Rate of Strain and Temperature on Yield Stresses of Mild Steel. J. Appl. Mech., S. A 211 - A 218, Dez. 1944
- (20) Rosenfield, A.R., Hahn, G.T.: Numerical Description of the Ambient Low-Temperature and High-Strain Rate Flow and Fracture Behavior of Plain Carbon Steel, Trans. Am. Soc. Met., 59, S. 962 - 980, 1966
- (21) Marsh, K.J., Campbell, J.D.: The Effect of Strain Rate on the Post Yield Flow of Mild Steel, J. Mech. Phys. Sol. 11, S. 49 - 63, 1963
- (22) Schmidt, W.: Die Formänderungsfestigkeit verschiedener Stähle und Legierungen in Abhängigkeit von Formänderung, Formänderungsgeschwindigkeit und Temperatur, Schrauben-Muttern-Formteile, 7, S. 403 - 409, Juli 1970
- (23) Steichen, J.M., Paxton, M.M.: The Effect of Strain Rate on the Mechanical Properties of Austenitic Stainless Steel, HEDL-TME- 71 - 56, May 1971
- (24) Steichen, J.M.: High Strain Rate Mechanical Properties of Type 304 Stainless Steel and Nickel 200, HEDL-TME - 71 - 145, Sept. 1971
- (25) Steichen, J.M.: High Strain Rate Mechanical Properties of Types 304 and 316 Stainless Steel, HEDL-TME 71 - 164, Nov. 1971

- (25a) Steichen, J.M.: A Funktional Description of the True Stress-Strains Behavior of Type 304. Stainless Steel at High Strains Rates, HEDL-TME 72 - 127, Nov. 1972
- (26) Steichen J.M.: High Strain Rate Tensile Properties of Prototypic FTR Vessel Typ 308 Weld Metal, HEDL-TME - 73 - 16, Jan. 1973
- (27) Johnson, P.C., Stein, B.A., Davis, R.S.: Measurement of Dynamic Plastic Flow Properties Under Uniform Stress, ASTM STP N<sup>o</sup> 336, 1963
- (28) Hoaglund, R.G.: Effect of Strain Rate on Mechanical Properties of Austenitic Stainless Steels, BNWL-1105, UC-80, Reactor Technology, Sept. 1969
- (29) Jones, P.G., Moore, H.F.: An Investigation of the Effect of Rate of Strain on the Results of Tension Tests of Metals, Proc. of the Am. Soc. f. Testing Mat. 40, S. 610 - 624, 1940
- (30) Baron, H.G.: Stress-Strain Curves of Some Metals and Alloys at Low Temperature and High. Rates of Strain, J. Iron & Steel Inst., 182, S. 354 - 365, April 1956
- (31) Hauser, F.E.: Techniques for Measuring Stress-Strain Relations at High Strain Rates Exp. Mech., S. 395 - 402, Aug. 1966
- (32) Form, G.W., Baldwin, W.M.: The Influence of Strain Rate and Temperature on the Ductility of Austenitic Stainless Steel, Trans. A.S.M. 48, S. 476 - 485, 1956

- (33) Martin, W.R., Weir, J.R.: The Effect of Irradiation Temperature on the Post-Irradiation Stress-Strain Behavior of Stainless Steel, Am. Soc. Test. Mat., Spec. Techn. Publ. 380, S. 251 - 268, 1965
- (33a) Ring, J.P., Busboom, H.J., Duncan, R.N.: Tensile Properties of Irradiated Stainless Steels and High Nickel Alloys, Trans. Am. Nucl. Soc. 14, S. 552, 1971
- (33b) Steichen, J.M.: Effect of Irradiation on the Strain Rate Dependence of Type 304 Stainless-Steel Mechanical Properties, Nucl. Techn. 16, S. 308 - 315, Oct 1972
- (34) Christescu, N.: Dynamiy Plasticity, North-Holland Publ. Comp., Amsterdam, 1967
- (35) Campbell, J.D., Dowling, A.R.: The Behavior of Materials Subjected to Dynamic Incremental Shear Loading, J. Mech. Phys. Sol., 18, S. 43 - 63, 1970
- (36) Malvern, L.E.: The Propagation of Longitudinal Waves of Plastic Deformation in a Bar of Material Exhibiting a Strain-Rate Effect, J. Appl. Mech. 18. S. 203 - 208, 1951
- (37) Sokolovskii, V.V.: Prikl. Mat. Mekh. 12, S. 216, 1948 (siehe (34) )
- (38) Botte, B., Rousseau, D., Gobin, P.: A Theoretical and Experimental Analysis of High Strain-Rate Tensile Test using Malverns Theory, Brit. J. Appl. Phys., Ser. 2, vol. 2, S. 1235 - 1243, 1969

- (39) Bodner, S.R., Symonds, P.S.: Experimental and Theoretical Investigation of the Plastic Deformation of Cantilever Beams Subjected to Impulsive Loading, J. Appl. Mech., S. 719 - 728, Dec 1962
- (40) Symonds, P.S. Viscoplastic Behavior in Response of Structure to Dynamic Loading, aus (93)
- (41) Ripperger, E.A.: Dynamic Plastic Behavior of Aluminium, Copper, and Iron, aus (93)
- (42) Perzyna, P.: The Study of the Dynamic Behavior of Rate Sensitive Plastic Materials, Arch. Mech. Stos. 1, 15, S. 113 - 140, 1963
- (43) Gilman, J.J.: Australian J. Phys. 13, S. 327, 1960
- (44) Malvern, L.E.: Experimental Studies of Strain Rate Effects and Plastic-Wave Propagation in Annealed Aluminium, aus (93)
- (45) Hahn, G.T.: A Model for Yielding with Special Reference to the Yield-Point Phenomena of Iron and Related BCC Metals, Acta Metallurgica, 10, S. 727 - 738, Aug 1962
- (46) Gillis, P.P., Gilman, J.J.: Dynamical Dislocation Theory of Crystal Plasticity, Part I & II, J. Appl. Phys. 36, 11, S. 3370 - 3386, 1965
- (47) Lindholm, U.S.: Some Experiments in Dynamic Plasticity under Combined Stress, aus (94)
- (48) Bodner, S.R.: Constitutive Equations for Dynamic Material Behavior, aus (94)

- (49) Green, S.J., Maiden, C.J., Babcock, S.G., Schierloh, F.L.: The High Strain-Rate Behavior of Face-Centered Cubic Metals, aus (95)
- (50) Perzyna, P.: Fundamental Problems in Viscoplasticity, aus : Advances in Applied Mechanics, vol 9, Academic Press, 1966
- (51) Wittmer, E.A., Balmer, H.A., Leech, J.W., Pian, T.H.H.: Large Dynamic Deformations of Beams, Rings, Plates, and Shells, AIAA 1, 8, S. 1848 - 1857, Aug. 1963
- (52) Duffey, T.A.: Influence of Finite Duration Pressure Pulse on the Transient Response of Elastic-Plastic Strain-Rate-Sensitive Cylindrical and Spherical Shells, Proc. 1. Int. Conf. Struct. Mech. Reactor Technology, Berlin, 20 - 24 Sept., 1971
- (53) Chang, Y.W., Gvildis, J.: Dynamic Response of Reactor Containment to High Energy Excursion, Proc. 1. Int. Conf. Struct. Mech. Reactor Technology, Berlin, 20 - 24 Sept, 1971
- (54) Kelly, J.M.: Strain Rate Sensivity and Yield Point Behavior in Mild Steel, Int. J. Sol. Struct. 3. S. 521 - 532, 1967
- (55) Robotnov, Yu, N., Suvorova, J.V.: Dynamic Problems for Elastic-Plastic Solids with Delayed Yielding, Int. J. Sol. & Struct. 7, S. 143 - 159, 1971

- (56) Kelly, J.M.: A Note on Yield Point Phenomenon in Wave Propagation, Int. J. Solids Structures 7, S. 1211 - 1217, 1971
- (57) Johnston, W.G., Gilman, J.J.: Dislocation Velocities, Dislocation Densities, and Plastic Flow in Lithium Fluoride Crystals, J. Appl. Phys. 30, S. 129 - 144, 1959
- (58) Gilman, J.J.: Progress in the Microdynamical Theory of Plasticity, Proc. 5 th. U.S. Natl. Congr. Appl. Mech., Univ. Minnesota, Minneapolis, S. 305 - 403, 1966
- (59) Kármán, Th.v.: On the Propagation of Plastic Deformation in Solids, U.S.A. Natl. Defense Research Council, Report A-29, Feb. 1946 (nicht erhältlich)
- (60) Kármán, Th.v., Duwez, P.: The Propagation of Plastic Deformation in Solids, J. Appl. Phys., 21, S. 987 - 994, 1950
- (61) Taylor, G.I.: The plastic wave in a wire extended by an impact load, British Ministry of Home Security, Civil Defense Research Com. Rep. R.C. 329, 1949 (nicht erhältlich)
- (62) Taylor, G.I.: The Scientific Papers of Sir G.I. Taylor, vol I, Mechanics of Solids, Hrsg.: G.K. Batchelor, at the Univers. Press, Cambridge England, 1958
- (63) White, M.P., Le van Griffis: U.S.A. Natl. Defense Res. Come. Progr. Rep N° A - 7, OSRD N° 742, 1942, (nicht erhältlich)

- (64) White, M.P., Le van Griffis: The permanent strain in a uniform bar due to longitudinal impact, J. Appl. Mech. 14, S. A 337 - A 342, Dec. 1947
- (65) Rakhmatulin, K.A.: Propagation of wave unloading, Prikl. Mekl., 9, 1, S. 91 - 100, 1945
- (66) Donnel, L.H.: Longitudinal wave transmission and impact, J. Appl. Mech. 52, 1, S. 153 - 167, 1930
- (67) Hopkins, H.G.: Mechanical Waves and Strain-Rate Effects in Metals, aus (92)
- (68) Hopkins, H.G.: Dynamic Nonelastic Deformations of Metals, Appl. Mech. Surveys, Spartan Books, S. 847 - 867, 1966
- (69) Duwez, P.E., Clark, D.S.: An Experimental Study of the Propagation of Plastic Deformation under Conditions of Longitudinal Impact, Proc. Am. Soc. f. Test. and Mat. 47, S. 502 - 532, 1947
- (69a) Clark, D.S., Duwez, P.E.: The Influence of Strain Rate on Some Tensile Properties of Steel, Proc. ASTM, 50, S. 560 - 575, 1950
- (70) von Kármán, T. Duwez, P.E.: The Propagation of Plastic Deformation in Solids, J. Appl. Phys. 21, S. 987 - 994, Oct 1950
- (71) Duwez, P.E., Wood, D.S., Clark, D.S., Charyk, J.N.: The Effect of Stopped Impact and Reflection on the Propagation of Plastic Strain in Tension, O.S.R.D. Rep 988, 1942 (nicht erhältlich)



- (72) Lee, H.E.: The Theory of Wave Propagation in Anelastic Materials, Intern. Symp. on Stress Wave Prop. in Materials, Hrsg. N. Davids, Inters. Publ., S. 199 - 228, 1960
- (73) Lee, E.H.: Wave Propagation in Anelastic Materials, aus : Verformung und Fließen des Festkörpers, Hrsg. R. Grammel, IUTAM, Springer Verlag 1956, S. 129 - 136
- (74) Malvern, L.D., Efron, L.: Stress Wave Propagation and Dynamic Testing; Longitudinal Plastic Wave Propagation in Annealed Aluminium Bar, Techn. Rep. No 1, Grant G - 24898, Natl. Sc. Foundation, Mich. State Univ., East Lansing, Mich, Sept 1964
- (75) Malvern, L.E.: Experimental Studies of Strain-Rate Effects and Plastic-Wave Propagation in Annealed Aluminium, aus (93)
- (76) Ripperger, E.A., Watson, H.: The Relationship between the Constitutive Equation and One-Dimensional Wave Propagation, aus (94)
- (77) Bell, J.F.: The Physics of Large Deformation of Crystalline Solids, Springer Verlag, 1968
- (78) Bell, J.F.: The Experimental Foundations of Solid Mechanics, Festkörpermechanik I, Handbuch der Physik, Bd. VI a/1, Springer-Verlag, 1973
- (79) Bell, J.F.: Propagation of Plastic Waves in Prestressed Bars, U.S. Navy Techn. Rep. No 5, Baltimore, The John Hopkins Univ., 1951  
(nicht erhältlich, siehe (83) )

- (80) Sternglas, E.J., Stuart, D.A.: An Experimental Study of the Propagation of Transient Longitudinal Deformation in Elasto-plastic Media, J. Appl. Mech. 20, S. 427 - 434, 1953
- (81) Alter, B.E.K., Curtis, C.W.: Effect of Strain Rate on the Propagation of a Plastic Strain Pulse Along a Lead Bar, J. Appl. Phys. 27, 9, S. 1079 - 1085, 1956
- (82) Bianchi, G.: Some Experimental and Theoretical Studies on the Propagation of Longitudinal Plastic Wave in a Strain-Rate-Dependent Material, aus (92)
- (83) Bell, J.F., Stein, A.: The Incremental Loading Wave in the Pre-stressed Plastic Field, J. de Mecanique 1, 4, S. 395 - 412, 1962
- (84) De Vault, G.P.: The Effekt of Lateral Inertia on the Propagation of Plastic Strain in a Cylindrical Rod, J. Mech. Phys. Sol. 13, S. 55 - 68, 1965
- (85) Lindholm, U.S.: High Strain Rate Tests, Techn. of Metal Research, Bd. 5, Intersc. Publ. 1971
- (86) Lindholm, U.S.: Some Experiments with the Split Hopkinson Pressure Bar, J. Mech. Phys. Sol. 12, S. 317, (1964)
- (87) Davies, E.D.H., Hunter, S.C.: The Dynamic Compression Testing of Solids by the Method of the Split Hopkinson Pressure Bar, J. Mech. Phys. Solids 11, S. 155, 1963

- (88) Conn, A.F.: On the Use of Thin Wafers to Study Dynamic Properties of Metals, J. Mech. Phys. Sol. 13, S. 311 - 327, 1965
- (89) Hauser, F.E., Simmons, J.A., Dorn, J.E.: Strain Rate Effects in Plastic Wave Propagation, aus (91) S. 93 - 114
- (90) Bell, J.F.: An Experimental Diffraction Grating Study of the Quasi-Static Hypothesis of the Split Hopkinson Bar Experiment, J. Mech. Phys. Sol. 14, S. 309 - 327, 1966
- (91) Hrsg. Shewmon, P.G., Zackay, V.F.: Response of Metals to High Velocity Deformation, Metallurgical Society of AIME Conferences, vol 9, Estes Park, Colorado, July 11 - 12, 1960, Interscience Publ., 1961
- (92) Hrsg. Kolsky, H., Prager, W.: Stress Waves in Anelastic Solids, IUTAM Symposium Brown Univ., April, 3 - 5, 1963, Springer Verlag, 1964
- (93) Hrsg. Huffington, N.J., Jr.: Behavior of Materials Under Dynamic Loading, Winter Annual Meeting of the ASME, Chicago, Illinois, Nov. 9, 1965, ASME, 1965
- (94) Hrsg. Lindholm, U.S.: Mechanical Behavior of Materials under Dynamic Loads, Symposium, San Antonio, Texas, Sept 6 - 8, 1967, Springer Verlag 1968
- (95) Hrsg. Kanninen, M.F., Adler, W.F., Rosenfield, A.R., Jaffee, R.I.: Inelastic Behavior of Solids, Battelle Institute, Materials Science Colloquia, Sept 15-19, 1969, Mc Graw-Hill Book Comp., 1970

- (96) Hrsg. Siebel, E.: Handbuch der Werkstoffprüfung, Bd. II, Springer Verlag, 1955
  
- (97) Albertini, C., Cenerini, R., Curioni, S., Montagnani, M.: Equipment for Measuring the Influence of the Strain-Rate on the Mechanical Properties of Various Steels, Inter. Conf. Engineering of Fast Reactors for Safe and Reliable Operation, Kernforschungszentrum Karlsruhe, Oct 9 - 13, 1972, Proc., Bd. 3, S. 1106 - 1130, 1973
  
- (98) Albertini, C., Montagnani, M.: Persönliche Mitteilung
  
- (99) Distefano, J.N.: On the Identification Problem in Linear Visko-Elasticity, ZAMM 50, S. 683 - 690, 1970
  
- (100) Truesdell, C., Noll, W.: The Non-Linear Field Theories of Mechanics, Handbuch der Physik, Bd. III/3, Springer Verlag 1965
  
- (101) Nadai, A., Manjoine, M.J.: High-Speed Tension Tests at Elevated Temperature - Parts II and III J. Appl. Mech 8, S. A 77 - A 91, 1941