

KfK 2769 B
Mai 1979

Newsletter '78/'79 in Stereology

G. Ondracek (editor)
In Zusammenarbeit mit der International Society for Stereology
Institut für Material- und Festkörperforschung

Kernforschungszentrum Karlsruhe

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE
Institut für Material- und Festkörperforschung

KfK 2769 B



Newsletter 78/79 in Stereology

edited by

Gerhard Ondracek

Secretary for Publications
International Society for Stereology
Société internationale pour la Stéréologie
Internationale Gesellschaft für Stereologie

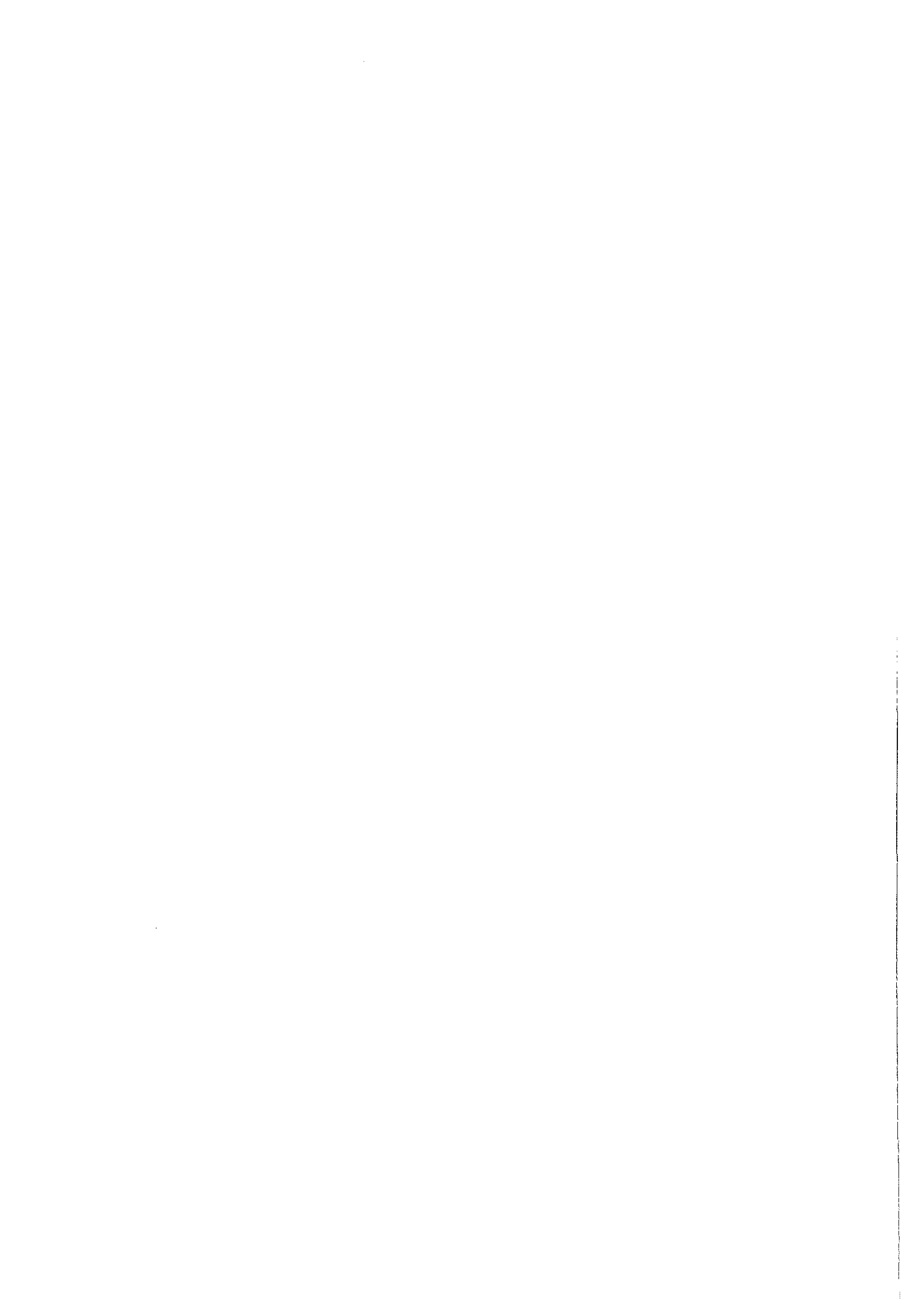
Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
ISSN 0303-4003

Content

	Page
1. Summary - Zusammenfassung	4
2. E.E. Underwood, E.A. Starke Jr. Quantitative Steriological Method for analyzing important microstructural features in fatigue of metals and alloys.	5
3. G. Ondracek, F. Thümmeler The porosity effect on properties of sintered materials as their conductivity and Youngs modulus of elasticity.	50
4. E.N. Kolomenski, J. Serra Mathematische Morphologie und die Petrographie	56
5. H.E. Langfranchi, B.M. de Rey Comparative morphometric analysis of vermilion border epithelium and lip epidermis.	106
6. New book announcement	111
7. V. International Congress for Stereology - Preliminary Program	114



Preface

The present Newsletter in Stereology covers a two years period of time due to the fact, that the 5 th International Congress for Stereology takes place from September 3 to September 8, 1979 in Salzburg, Austria. The conference will provide many contributions certainly satisfying the needs for information of the stereologist all over the world, so that is issue a separate Newsletter immediately after the Congress in 1979 seemed to be not adequate to the editor.

The Newsletter '78/'79 finishes the decade, in which the KfK-ISS-Newsletter serie was started, now including the following volumes:

Newsletter '71/'72 in Stereology		
KfK-Ext. 6/71 - 3		1971
Newsletter '73 in Stereology		
KfK-Ext. 6/73 - 2		1973
Newsletter '74 in Stereology		
KfK-Ext. 6/74 - 4		1974
Newsletter '75 in Stereology		
KfK-Ext. 6/75 - 3		1975
Newsletter '76 in Stereology		
KfK-Ext. 6/76 - 6		1976
Newsletter '77 in Stereology		
KfK-Ext. 6/77 - 3		1977
Newsletter '78/'79 in Stereology		
KfK 2769 B		1978

Acknowledgement to all authors, journals and publishing companies is given herewith, which contributed to the Newsletter or gave permission to republish articles already issued in different journals. I also wish to acknowledge the constructive assistance by the KfK-administration and Frau Bruks from the KfK-library for preparing the Newsletter and welcome all interested in stereology to meet at Salzburg '79.

The Editor

Summary

In the present Newsletter the correlation between microstructure and properties of materials is treated in two papers. One considers the interrelationship between microstructural features and both fatigue crack initiation and propagation using typical microstructural parameters important to describe the fatigue behaviour of materials. In the other one property values as conductivity and Young modulus of elasticity of porous materials predicted by using measured microstructural parameters are compared to the same properties measured directly.

The third contribution concerns biology and deals with a comparative morphometric study of lip epithelia using stereological techniques, whilst the fourth contribution introduces mathematical morphology into geology to develop quantitative informations about petrological problems.

Zusammenfassung

Der vorliegende Newsletter behandelt in zwei Beiträgen die Korrelation zwischen dem Gefüge und den Eigenschaften von Werkstoffen. Im ersten Beitrag wird mit Hilfe stereologisch ermittelter Gefügeparameter versucht, Zusammenhänge zu formulieren zwischen dem Werkstoffgefüge und der ermüdungsbedingten Rißausbildung - und ausbreitung. Der zweite Beitrag behandelt den Zusammenhang zwischen der Leitfähigkeit und dem Elastizitätsmodul poröser Werkstoffe. Es werden über stereologische Gefügeparameter errechnete Eigenschaftswerte mit solchen verglichen, die sich am gleichen Material aus direkten Eigenschaftsmessungen ergeben.

Die Anwendung stereologischer Parameter in der Biologie bei der Untersuchung von Lippengewebe ist Gegenstand des dritten Beitrages, während der vierte die Einführung von Methoden der mathematischen Morphologie in die Geologie aufzeigt, um petrologische Probleme quantitativ zu behandeln.

QUANTITATIVE STEREOLOGICAL METHODS FOR
ANALYZING IMPORTANT MICROSTRUCTURAL FEATURES
IN FATIGUE OF METALS AND ALLOYS

E. E. Underwood and E. A. Starke, Jr.
Fracture and Fatigue Research Laboratory
Georgia Institute of Technology
Atlanta, Georgia 30332

ABSTRACT: This paper reviews the practical aspects of extracting quantitative microstructural data from microstructures of fatigued metals and alloys. In addition to the basic stereological information needed to characterize the essential geometrical elements of the structure, special methods are developed and described for quantifying more subtle effects. Thus, elongated structures, lamellar systems, gradients, and locational characteristics of particles are considered with respect to the fatigue process and its interactions with the microstructural features.

One of the primary goals of the materials scientist is to be able to design alloys for specific engineering applications using basic principles instead of trial and error methods. To reach this goal a thorough knowledge of the quantitative relationships between microstructure and engineering properties must be obtained. Considerable progress has been made in correlating microstructure with monotonic properties which involve gross yielding, such as yield strength and fracture toughness. However, our understanding of the quantitative effects of various microstructural features on both fatigue crack initiation and propagation is still lagging. The main difficulty can be attributed to the localized nature of the fatigue processes, and the fact that the important microstructural features are often heterogeneous. Thus they are more difficult to quantify than the generally uniform features that control the gross yielding process.

The routine stereological analysis¹ of the statistically uniform microstructural features is of definite value, not only for the sake of describing the type of alloy with which one is dealing, but also because any further quantification will require a quantitative base. First we describe methods for obtaining quantitatively the volume, surface area, line length and number density of typical microstructural features important to fatigue. Both manual and

automatic image analyses are employed. Next, we extract additional quantitative information that bears on the more intangible concepts, such as shape, orientation, and gradient effects. Also investigated are methods for improving the quantitative treatment of fracture surfaces, striation spacings, crack paths, particle randomness or segregation, and the projected images obtained from transmission electron microscopy (TEM). This is a difficult task, since sampling techniques, metallographic procedures, and stereological theory have not yet been fully worked out for these more specialized applications. However, much can be done at the present time to place the fatigue process on a closer quantitative basis with the alloy microstructure.

BASIC STEREOLOGICAL CHARACTERIZATION OF A MICROSTRUCTURE

Before it is possible to devise new techniques for the quantitative description of a particular microstructural feature, it is necessary to know quantitatively the basic characteristics of the microstructure. The measurements required for a basic characterization are fewer than generally realized. In the example chosen here for analysis, there are only three measurements to make, and they are all simple counting-type measurements. It should be emphasized that adequate sampling normally requires several fields of view and measurements on hundreds of particles or grains*. Here, however, we are only discussing methodology. The statistical confidence associated with the measurements is an important consideration, of course, and is dealt with in many publications²⁻³.

Figure 1 shows a fairly equiaxed grain structure with largely spherical particles embedded in the matrix as well as the grain boundaries. Important basic quantities that can be obtained without assumptions concerning feature size, shape or location (other than the usual statistical requirements for sampling and measurements) are:

- V_v , the volume fraction of particles
- S_v , the grain boundary area per unit test volume
- L_A , the length of grain boundary traces per unit test area
- \bar{L} , the mean grain (or particle) intercept length

* An estimation of the number (N) of measurements (x) required to achieve a desired percent accuracy at a confidence level of 95 percent is given by

$$N = \left[\frac{200 s(x)}{(\% \text{ acc.}) m(x)} \right]^{1/2}, \text{ where } x \text{ is the measurement } P_p, P_L, N_A, \text{ etc. and } m(x) \text{ and } s(x) \text{ are the sample mean and sample standard deviation, respectively.}$$

- N_A , the number of grains (or particles) per unit test area
- \bar{A} , the mean grain (or particle) intercept area, and
- λ , the mean free (straight-line) distance between particles

Additional, more specialized information⁴ may be desired about quantities such as:

- Q , the aspect ratio of non-equiaxed grains (or particles), equal to $\bar{L}_{\parallel} / \bar{L}_{\perp}$, the mean intercept lengths in the parallel and perpendicular directions, respectively

- $(N_A)_{gb}$, the number of grain boundary particles per unit test area
- N_L , the number of boundary particles per unit length of grain boundary traces
- N_S , the number of boundary particles per unit area of the grain boundaries, and
- N_V , the number of particles or grains per unit test volume.⁵

Note that the subscript notation S_V , L_A , P_L , etc. represents fractions, for example $S_V = S/V_T$, $L_A = L/A_T$ and $P_L = P/L_T$, where V_T , A_T and L_T are the test volume, test area, and test line length, respectively.

The microstructure in Figure 1 was subjected to three different types of point or number counting measurements:⁶a "point count", P_p ; a point intersection count, P_L ; and a grain or particle count, N_A .

The point count, P_p , was performed with a square net grid inscribed on a clear plastic sheet. The grid intersections (6X6) represent the test points, so $P_T = 36$. The grid is applied repeatedly to the microstructure at random locations and angles, and the number of points that hit the microstructural features of interest are counted. The ratio of hits to total number of test points gives P_p , or equivalently, V_V , the volume fraction.

The point intersection count, P_L , uses a linear test line or parallel array of test lines, which is applied to the microstructure as described above. The number of intersections of the test lines with grain boundary traces or particle boundaries are counted. Dividing by the total test line length gives P_L . Actually, the square net grid can be used for both the P_p and P_L counts, provided the length of the lines in the square grid are known. Here, for six horizontal and six vertical grid lines each of length 5 cm, $L_T = 2(6 \times 5 \text{ cm})/500 = 0.12 \text{ cm}$, since the magnification is 500X.

The area density of grains and particles, N_A , is obtained by counting within a selected test area. (Normally this count would be repeated at several locations in several samples.) In order to account for edge effects, the interior grains

or particles N_{in} are counted as one each, while those cut by the edge of the test area N_e are counted as one-half each. Thus $N = N_{in} + \frac{1}{2}N_e$ and $N_A = N/A_T$. With a 5 cm X 5 cm test area and magnification of 500X, $A_T = 25/500^2 = 10^{-4} \text{ cm}^2$.

The results of the three counting measurements performed on Figure 1 are summarized in Table 1. The basic quantities listed above are calculated first for the grains, using the applicable stereological equations¹. The measurements for Q consist simply of P_L counts parallel and perpendicular to a chosen direction and show that the grains are somewhat elongated in the horizontal direction. The mean intercept length⁷ \bar{L} is still valid, however, regardless of grain shape or orientation. It has a single value for any single-phase structure, independent of grain boundary concavities or convexities, and is simply related to both S_V and L_A . Thus, it is an important quantity in its own right, in addition to being the "grain size" parameter of choice.

The particle calculations in Table 1 are similar to those for grains, except for the special counts of particles along the grain boundary traces.⁴ Although both $(N_A)_{gb}$ and N_q are obtained experimentally, N_s requires some assumptions about particle size and shape. If we assume spherical particles⁸ of the same diameter D (which is not too bad an assumption in Figure 1), then $\bar{A} = 2/3 A_{max}$ and $A_{max} = (\pi/4)D^2$ give us D, according to $D = [((6/\pi)\bar{A})^{1/2}] = [((6/\pi)(1.78 \times 10^{-8}))^{1/2}] = 1.84 \times 10^{-4} \text{ cm}$. Since $N_s = (\pi/4) N_q/D$ for randomly positioned particles, we get $N_s = (\pi/4)764/1.84 \times 10^{-4} = 3.26 \times 10^6 \text{ cm}^{-2}$. The important spatial quantity N_V can also be estimated once D is known through the relationship⁹ $N_V = N_A/D = 6.2 \times 10^6/1.84 \times 10^{-4} = 3.37 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Note that, more generally, D is the mean tangent diameter, and that the equation $N_V = N_A/\bar{D}$ is valid for any system of convex particles of the same shape.

A typical partially-recrystallized microstructure is seen in Figure 2. Because of the good contrast between recrystallized (light) and unrecrystallized regions (dark), the area fraction was determined both manually and automatically with the Bausch and Lomb Feature Analysis System (FAS). A comparison of results reveals that $P_p = 0.44$ ($= A_A = V_V$) was obtained with a 6X6 point grid, and the automatic measurements with the FAS gave an average value of 0.428. The area selected for measurement were not the same, however, since the FAS sampled the entire metallographic specimen surface.

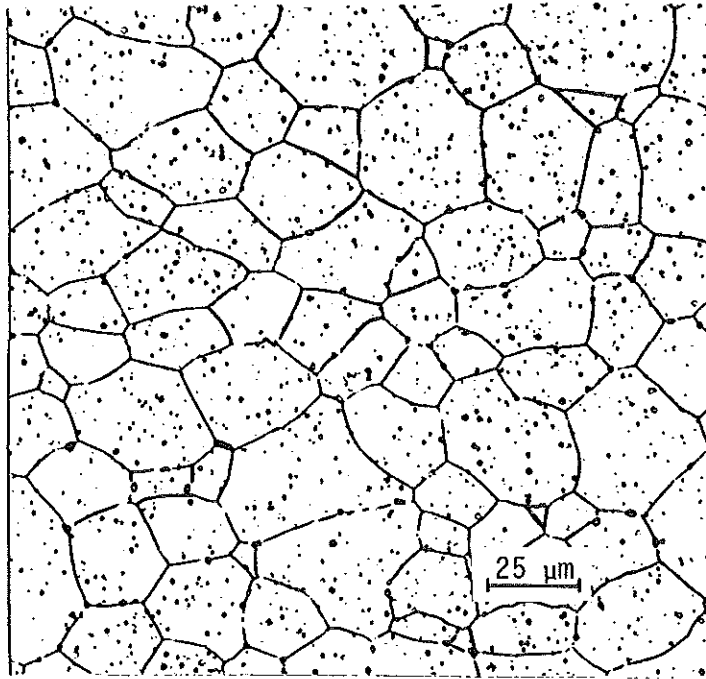


FIG. 1-Light micrograph of an Al-5Mg-0.4Ag alloy illustrating equiaxed grain structure and spherical precipitates.



FIG. 2-Light micrograph illustrating mixed recrystallized (light) and unrecrystallized (dark) structure of commercially processed 7050-T6X1 plate. Etched in 25% HNO₃ for 3 min. at 70°C.

SPACINGS

Perhaps the most important, and general, spacing parameter is λ , the mean free distance.¹⁰ This is the mean straight-line distance between particle perimeters, averaged over many directions of the test line. In a two-phase particulate alloy, λ is also the mean intercept length of the matrix, but because of its importance to particle strengthening and fatigue theories it is usually considered as a particle spacing instead.

Since $\lambda = (1-V_V)/N_L$, where V_V and N_L refer to the particles, we see that λ is a completely general and assumption-free spacing parameter. When V_V is small with respect to unity, $\lambda \rightarrow 1/N_L$, which is the mean spacing between particle centers. In fact, for particles of any size, we define $\sigma = 1/N_L$ as the mean center-to-center particle spacing.¹¹

Another type of spacing that is used occasionally is the mean nearest neighbor spacing between particles or other features. Although many such spacings can be defined,¹² there are only two rigorously correct expressions for point particles randomly located in a plane or in a volume,¹³ i.e.,

$$\Delta_2 = \frac{1}{2} P_A^{-1/2} \quad (1)$$

and

$$\Delta_3 = 0.544 P_V^{-1/3} \quad (2)$$

where Δ_2 and Δ_3 are the mean two-dimensional and three-dimensional nearest neighbor spacings, respectively, and P_A and P_V are the number of randomly located points in a plane, per unit area, and in space, per unit volume, respectively. From practical considerations, if the particles are small, we may substitute N_A for P_A and N_V for P_V without too much loss in accuracy. Because \bar{D} can usually be estimated more readily than N_V , we use $N_V = N_A/\bar{D}$ and substitute in Eq. (2), with $N_V \approx P_V$, which results in

$$\Delta_3 = 0.544 \bar{D}^{1/3} N_A^{-1/3} \quad (3)$$

Other relationships have been derived. For the planar distribution of inclusions in a fracture surface and in a section plane, Passoja and Hill¹⁴ derive

$$\bar{r} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} N_A^{-1/2} \quad (4)$$

where N_A is the number of particles per unit test area. In order to relate to dimple spacings, they use an expression due to Kocks¹⁵

$$\bar{\Delta}_{NN} = 1.18 N_A^{-1/2} \quad (5)$$

which takes into account the average distance $\bar{\Delta}_{NN}$ between a particle and the 2d or 3d nearest neighbors. This equation was used in an attempt to characterize particle spacings in a volume adjacent to the crack tip.

CHARACTERIZATION OF ANISOTROPIC MICROSTRUCTURES

A microstructure commonly encountered in fatigue studies is the partially- or completely-recrystallized structure.¹⁶ In addition to the recrystallized regions there may also be cold-worked regions, sub-grain structure, particles, and anisotropic effects such as layering and grain elongation. The flattened, elongated grain structure is typical of metal working operations, and is frequently encountered in alloys in which fatigue is important. There are several microstructural parameters that have proved useful for these elongated structures. One is a measure of the mean grain size L_3 , i.e., the mean intercept length for the three-dimensional grains; another is a shape parameter, the degree of orientation Ω_{23} for surfaces (2) in a volume (3); and a third is a directional spacing parameter, such as the mean distance $L(\theta, \psi)$ between grain boundaries or other obstacles, in some specified direction.

The mean value of intercept length for a planar-linear system of surfaces¹⁷ (which is the system seen in Figure 3) can be determined according to

$$\bar{P}_L = 1/3 \left[(P_L)_{\parallel} + (P_L)_{\perp} + (P_L)_{\perp} \right] = 1/L_3 \quad (6)$$

where the directions of the P_L measurements parallel (\parallel and \perp) and perpendicular (\perp) to an orientation plane are specified graphically in Figure 3. Also, an average grain volume can be calculated from the product of the three mean intercept lengths by the equation

$$\bar{V} = (L_{\parallel}) (L_{\perp}) (L_{\perp}) = \frac{1}{(P_L)_{\parallel} (P_L)_{\perp} (P_L)_{\perp}} \quad (7)$$

This mean volume is equivalent to that of a rectangular parallelepiped, which is a good approximation to the actual grain shape.

Or, if the diameter of an equivalent sphere of the same volume is required

$$D_{eq} = \left[(6/\pi) \bar{V} \right]^{1/3} \quad (8)$$

As before, the mean intercept length is still related to S_V through $2/\bar{L}_3$, and to L_A through $(\pi/2)/\bar{L}_3$.

For the particular system of oriented surfaces in our example--the planar-linear type--the degree of orientation is designated by Ω_{pl-lin} .¹⁸ The value of this shape parameter varies between 0 and 1, representing respectively a complete lack of orientation, and completely oriented surface elements of the system. In between, of course, we have the intermediate condition called a partially-oriented system of surfaces. The defining equation is $\Omega_{pl-lin} = (S_V)_{oriented} / (S_V)_{total}$, where $(S_V)_{oriented} = (S_V)_{planar} + (S_V)_{linear}$. Since the derivation has been given elsewhere,¹⁹ the final expression for the total oriented surfaces is merely stated here:

$$\Omega_{pl-lin} = \frac{(P_L)_{\perp} - 1.571 (P_L)_{\parallel} + 0.571 (P_L)_I}{(P_L)_{\perp} + 0.429 (P_L)_{\parallel} + 0.571 (P_L)_I} \quad (9)$$

The three orthogonal P_L measurements indicated by the isometric view were obtained in suitable directions from two photomicrographs of each plane. In order to indicate the amount of spread obtained, the individual values are indicated below in Table 2. Substituting the three average values of $(P_L)_{\perp}$, $(P_L)_{\parallel}$ and $(P_L)_I$ from Table 2 into Eq. (9) yields the answer, $\Omega_{pl-lin} = 69\%$. This means that 69% of the total grain boundary surface area is oriented parallel to the orientation plane (the horizontal plane in Figure 3). Successive changes in the microstructure as the result of further rolling, or annealing, can be followed by the new values of Ω_{pl-lin} .

Another shape parameter that performs essentially the same function as Ω_{pl-lin} is the two-dimensional degree of orientation Ω_{12} , which measures the orientation of grain boundary traces (or lines, 1) in a plane (2). Since the analysis requires only one plane, the amount of labor is considerably less. The applicable equations in this case²⁰ are

$$\Omega_{12} = \frac{(L_A)_{oriented}}{(L_A)_{total}} = \frac{(P_L)_{\perp} - (P_L)_{\parallel}}{(P_L)_{\perp} + 0.571 (P_L)_{\parallel}} \quad (10)$$

By substituting appropriate values from Table 2, we find that $\Omega_{12} = 71\%$. This is quite close to Ω_{pl-lin} . In fact, a direct proportionality was observed experimentally in a study of foamed rubber cell structures between Ω_{pl-lin} and Ω_{12} for a number of specimens. If this finding proves valid for metallic specimens, then considerable saving in time and effort could be achieved. However, the planar-linear analysis does provide more information than the simpler two-dimensional treatment and may be required in some cases.

DIRECTIONAL SPACINGS

Directionality effects are frequently important, per se, and this is especially so in planar-linear structures. For example, in studies of crack growth in different directions, a linear parameter that reflects the mean spacing between barriers, in the same direction as the crack propagation direction (CPD), would have fundamental significance. The parameter of choice in many such cases would be the mean intercept length in the chosen direction. Thus, for crack growth studies in the short transverse direction in the transverse plane, we would need \bar{L}_{\perp} (see Figure 3). Provided grain boundaries were the only significant barrier, \bar{L}_{\perp} can be calculated from $(P_L)_{\perp} = 246.9 \text{ cm}^{-1}$ (from Table 2), since $\bar{L}_{\perp} = 1/(P_L)_{\perp} = 4.05 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$. For crack growth in other directions (θ, ψ) we could calculate the corresponding value of $\bar{L}(\theta, \psi)$, as required. If the important barriers proved to be layers of unrecrystallized material, or layers of fine recrystallized grains, their mean spacings could be calculated as readily as for the case of grain boundaries.

Another partially-recrystallized microstructure selected for examination is shown in Figure 4. This structure is considerably more complex than the first example, and several features are of interest. For example, the area fraction of recrystallized regions, their number, and their association with particles can influence the fatigue process. Because this is an anisotropic structure, the mean spacing perpendicular to the recrystallized lamellae is of interest, as is the mean spacing of grain boundaries normal to the crack growth direction. Other characteristics are also useful from time to time, such as the degree of orientation and the contiguity of particles and recrystallized regions. The results obtained from this microstructure are summarized below.

The mean spacings of the recrystallized lamellae, as well as the grain boundaries, were obtained in a direction normal to the orientation axis (horizontal direction). The applicable equation here for the lamellae is $(\bar{L})_{\perp} = 1/(N_L)_{\perp}$, where $(N_L)_{\perp}$ is the number of recrystallized layers intercepted per unit length of test lines normal to the orientation axis. For grain boundaries, we use $(\bar{L})_{\perp} = 1/(P_L)_{\perp}$ because the test lines are intersecting boundaries at a point. The results gave $(\bar{L}_{\perp})_{\text{lam}} = 1/101.7 \text{ cm}^{-1} = 98 \text{ } \mu\text{m}$ for the lamellae, and $(\bar{L}_{\perp})_{\text{gb}} = 1/423.3 \text{ cm}^{-1} = 24 \text{ } \mu\text{m}$ for the grain boundaries. A factor of over 4 times in spacing should help to reveal which barrier is the more important to crack growth.

Another outstanding attribute of this microstructure is its strong directionality. Therefore, the degree of orientation Ω_{12} of boundary lines was calculated

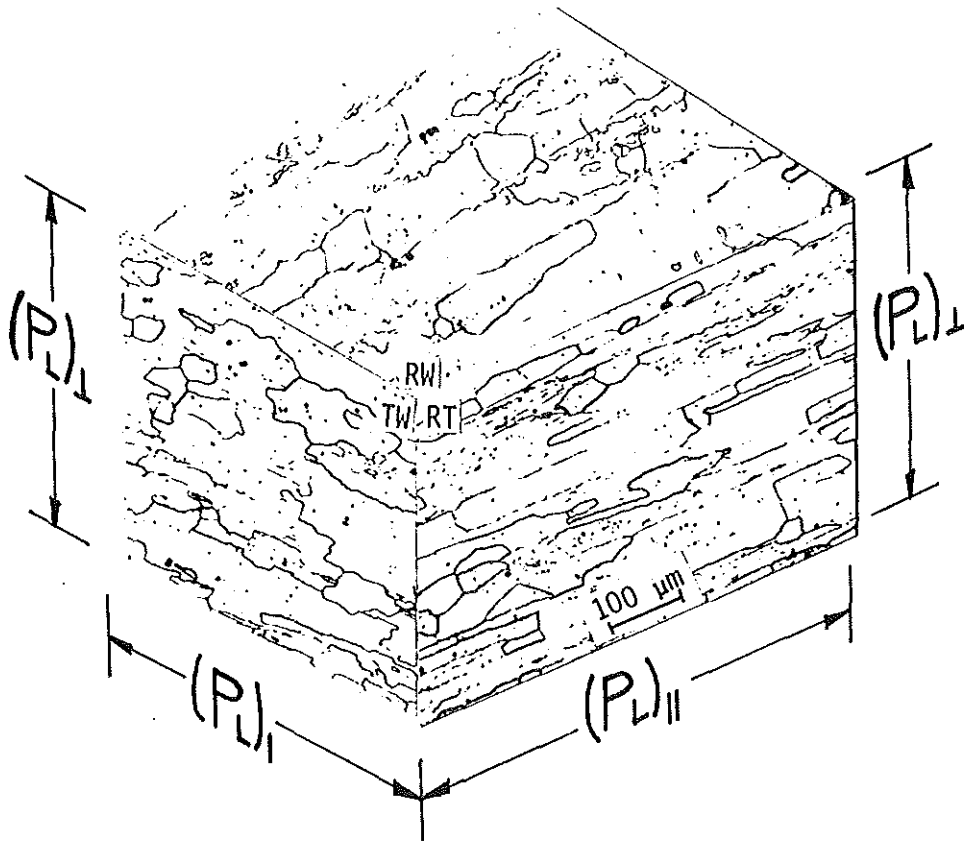


FIG. 3-Microstructure of commercially processed 7050-T6X1 plate. Keller's etch.

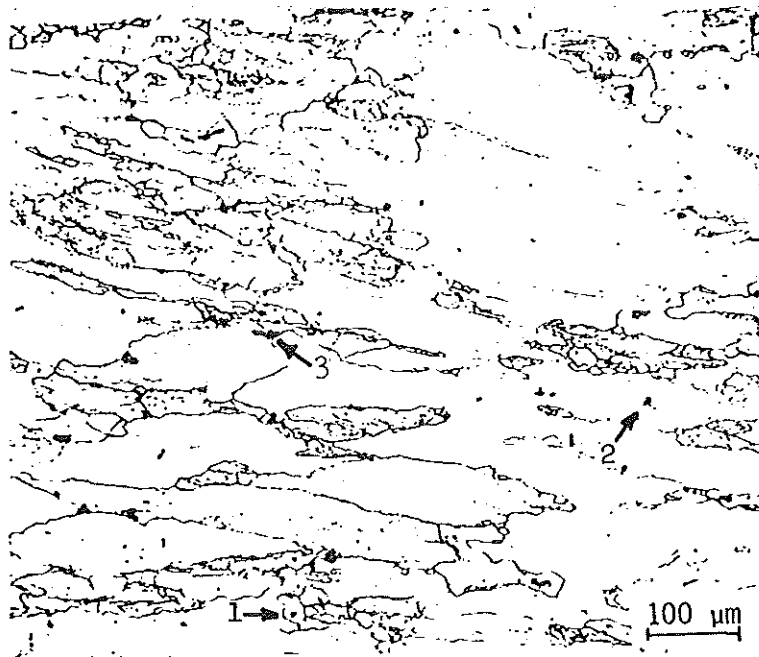


FIG. 4-Microstructure of the TW section of a wrought Al-6Zn-1Cu-0.12Zr alloy. Keller's etch.

TABLE 2-Basic microstructural data from Figure 3 for calculation of Ω_{pl-lin} and Ω_{12} .

	RT-Plane		TW-Plane	
	$(P_L)_{ }$	$(P_L)_{\perp}$	$(P_L)_{\perp}$	$(P_L)_I$
Photo 1	54.4	204.2	216.7	111.1
Photo 2	48.9	277.1	289.6	118.9
Average	51.7cm ⁻¹	240.6	253.1	115.0cm ⁻¹
Avg. $(P_L)_{\perp}$ 246.9 cm ⁻¹			

according to Eq. (10) from values for $(P_L)_\perp = 258.3 \text{ cm}^{-1}$ and $(P_L)_\parallel = 123.5 \text{ cm}^{-1}$. The result, $\Omega_{12} = 41\%$, demonstrates a strong directionality of boundaries in the rolling direction.

CONTIGUITY²¹

One further facet of this structure was investigated. A strong correspondence was noted between particles (dark areas) and recrystallized regions in that particles were frequently observed embedded within, or contiguous to, recrystallized grains. A direct count of discrete, separated recrystallized regions totalled 90, while a count of associated particles yielded 64. Thus, 71 percent of the recrystallized clumps were associated with particles. Also of interest in this connection is the "contiguity" of particles and recrystallized grains.²² This parameter can be expressed to give the ratio of interface area shared between particles (P) and recrystallized regions (R), compared to the total particle interface area (PR + PM), where M means the "matrix" (or the balance of the microstructure). Thus we write the contiguity of particles as

$$C_{PR} = \frac{(S_V)_{PR}}{(S_V)_{\text{total P}}} = \frac{(S_V)_{PR}}{(S_V)_{PR} + (S_V)_{PM}} \quad (11)$$

or

$$C_{PR} = \frac{(P_L)_{PR}}{(P_L)_{PR} + (P_L)_{PM}} = \frac{P_{PR}}{P_{PR} + P_{PM}} \quad (12)$$

In order to measure these quantities, a grid of parallel test lines is laid randomly over the microstructure, and the points of intersection with PR and PM interfaces counted separately. The three arrows in Figure 4 indicate the three possible types of particle interface combinations of interest here. One arrow points to a particle completely surrounded by a recrystallized grain (PR interface); another particle is completely surrounded by the matrix (PM interface); and the third particle is partially shared by recrystallized region and matrix (PR and PM interfaces). The contiguity parameter has demonstrated its usefulness in studies of crack propagation and fracture²³; it should prove equally valuable in fatigue studies. (See below, under Fatigue Cracks and Particles.)

PARTICLE POSITIONAL CHARACTERISTICS

A new procedure is discussed in this Section for assessing the degree of randomness, or lack of randomness, of particle locations in a plane. The two photomicrographs shown in Figure 5 are taken for examples. Pronounced "stringering"

of particles is noted in the RT-plane with somewhat less layering effect in the TW-plane, which is a section normal to the RT-plane.

In order to obtain quantitative information on the degree of positional randomness, the particles locations are compared with those of a hypothetical statistically-uniform distribution, and evaluated numerically by the χ^2 test for goodness of fit. The density of particles were determined within a 8 by 12 grid of 1 cm square "cells" placed over the photomicrograph. For each of these 80 cells, the number of particles were counted separately and the cell densities recorded. Since the particles exhibited a preferential alignment, a modified cell was devised in which the basic square cell data were amalgamated into 8 horizontal strips each consisting of 10 of the original square cells. This new cell configuration, in which the cells are parallel to the stringers, can more easily reflect the physical realities of the microstructure.* Conversely, the data were also collected into 10 vertical strips in order to check particle site uniformity across the stringer direction. The findings of this analysis for the two microstructures in Figure 5 are summarized below in Table 3.

The results are conveniently evaluated by means of the r-parameter, where $r = \chi_{\text{meas}}^2 / \chi_{\text{th}}^2$. This parameter merely expresses the degree of divergency or fit of the experimental data referred to a theoretical uniform distribution with expected value E. The theoretical distribution appears to represent physically the attributes expected of a "random" distribution of particles in a plane, and compares favorably with results obtained with a Poisson distribution or from random number tables.

It can be seen in Table 3 that the particle locations measured with horizontal strips diverge strongly from the theoretical uniform distribution ($r= 4.6$ and 3.2). However, the particle locations measured by vertical strips are quite uniformly distributed ($r = 0.7$ and 1.1). This type of analysis appears to possess considerable practical utility in addition to simplicity of calculation. Moreover, with good particle contrast, the strip counting technique may be performed readily by automatic image analysis.

The same RT specimen which provided Figure 5 was analyzed on the Bausch and Lomb FAS for particle heterogeneity. The variable frame control reduced the

* A similar procedure, based on point counts along parallel lines, has also been proposed.²⁴

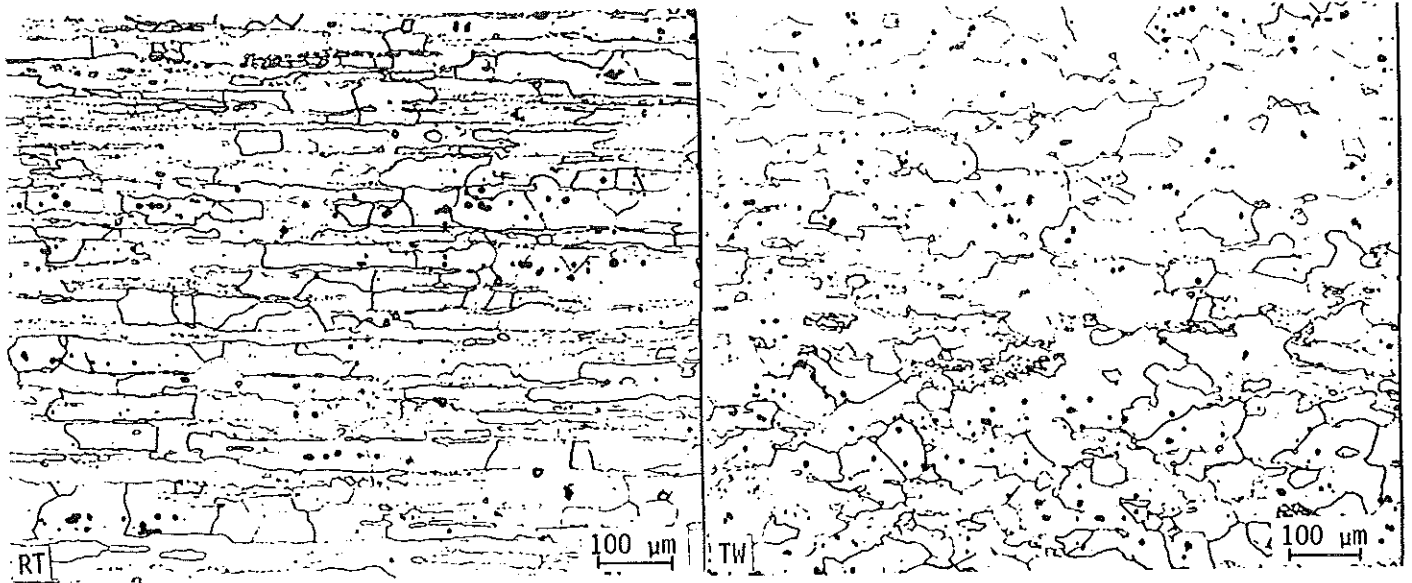


FIG. 5-Microstructure of longitudinal (RT) and transverse (TW) sections of ITME processed 7050-T6X1 plate. Keller's etch.

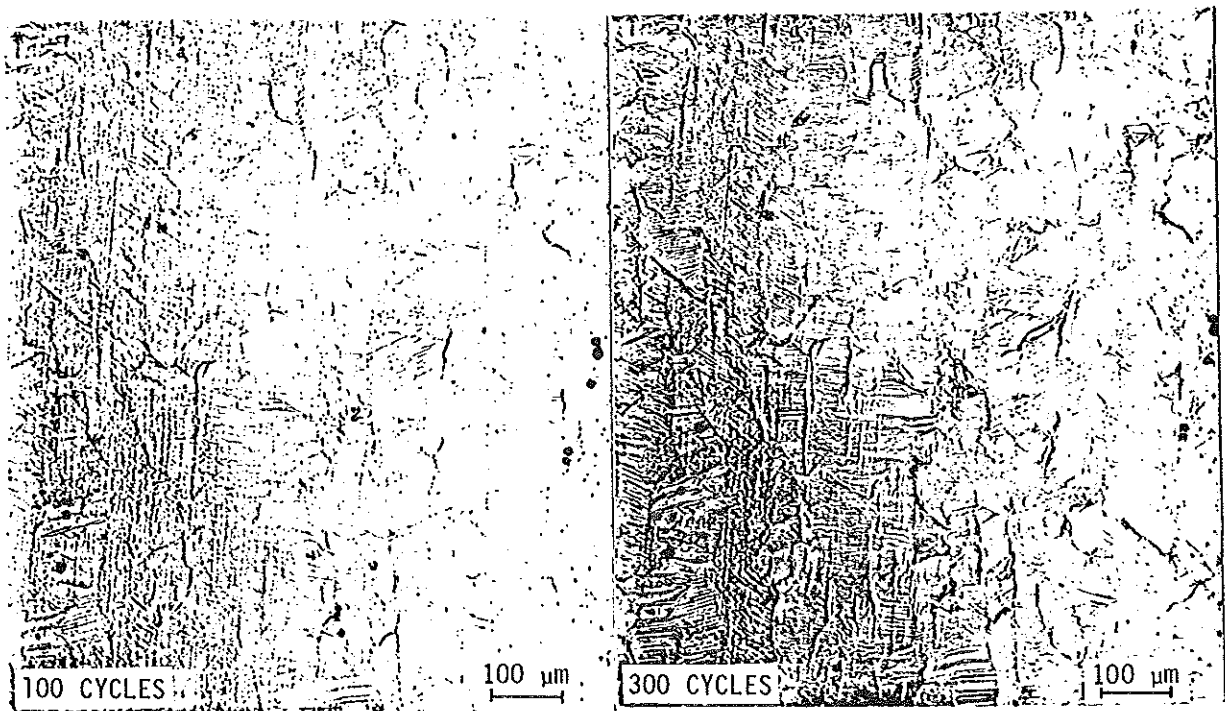


FIG. 6-Light micrographs of a tension-compression low-cycle fatigue sample of commercially processed 7050-T6X1. Stress axis vertical, $\Delta\epsilon_T/2 = 1.2\%$. Unetched.

TABLE 3-Analysis of locational randomness of particles in Figure 5.

Specimen	Total No. of Particles	Horizontal Rows (8) ^a			Vertical Columns (10) ^b		
		E	χ^2_{meas}	r	E	χ^2_{meas}	r
RT	195	24.4	57.9	4.6	19.5	11.2	0.7
TW	247	30.9	40.0	3.2	24.7	16.6	1.1

a. $\nu = 6, p = 0.05, \chi^2_{\text{th}} = 12.59$

b. $\nu = 8, p = 0.05, \chi^2_{\text{th}} = 15.5$

ν is the degree of freedom, p the probability, and χ^2_{th} is the theoretical (tabular) value of chi-square. E is the expected value and r is the ratio $\chi^2_{\text{meas}}/\chi^2_{\text{th}}$.

measured field on the TV screen to a narrow strip parallel to the particle stringers. Particle densities were measured within the strip at each of 12 successive locations. The results of the calculations are summarized as follows: $\chi^2_{\text{means}} = 59.71$; $\chi^2_{\text{th}} = 18.31$, $r = 3.3$. Considering that a different field of view was analyzed here than the one shown in Figure 5 (RT-plane), the agreement is considered excellent.

FATIGUE CRACK INITIATION SITES

Microstructure control through modification of conventional processing methods has recently been examined as a way of upgrading the fatigue resistance of 7XXX alloys.²⁵ A commercially processed (CP) 7050-T6X1 alloy, with a partially recrystallized structure (~ 50%) and an intermediate thermomechanically processed (ITMT) 7050-T6X1 alloy, with a fine, equiaxed, recrystallized grain structure, have been chosen for analysis. Micrographs were prepared from tension-compression low cycle fatigue samples, $\Delta\epsilon_T/2 = 1.2\%$, at 100 cycles and at 300 cycles from the prepolished and unetched surfaces (see Figures 6 and 7).

Several basic stereological measurements were performed on both alloys. With respect to the crack traces observed at the various sites, four quantities are of interest. They are L_A , the total length of crack traces per unit test area; N_A , the number of crack initiation sites per unit test area; \bar{L} , the mean crack length per site; and Ω_{12} , the degree of orientation of the crack traces with respect to the direction normal to the stress axis. These measurements are documented for the CP alloy at 100 cycles shown in Figure 6. The applicable equation for total crack length per unit area²⁶ is

$$L_A = \left(\frac{\pi}{2}\right) P_L \quad (13)$$

where P_L is the number of crack traces intersected by unit length of a test grid. In this case, a grid of 38 X 38 lines with $\frac{1}{2}$ -cm spacing was applied as described above to the micrograph, giving the number of intersections $P = 164$. The test length, L_T , when corrected for magnification, is equal to 7.16 cm. Thus $P_L (= P/L_T) = 164/7.16 = 22.91 \text{ cm}^{-1}$, and $L_A = 35.99 \text{ cm}^{-1}$. The next quantity, $N_A (= N/A_T)$, for the same alloy and condition, is obtained by a count of separate cracks, giving $N = 84$. The number of cracks per unit area, N_A , then equals $\frac{84}{19 \times 24/250^2}$ or $11,513 \text{ cm}^{-2}$, since the linear magnification is 250X. The mean

crack length, \bar{L} , is equal to L_A/N_A . In this case $\bar{L} = 35.99/11,513$, giving a value of $31.3 \mu\text{m}$. The fourth parameter calculated here is Ω_{12} , the degree of orientation for lines in a plane, which is defined in Eq. 10. It has the value of 0 for crack traces with completely random orientations, and value of unity when they are completely parallel to the orientation direction. Since the crack traces tend to lie normal to the stress axis, the horizontal direction is chosen for the orientation axis. Thus \perp and \parallel refer to measurement directions of the grid perpendicular and parallel, respectively, to the chosen orientation axis. In this case, we find that $(P_L)_{\perp} = 24.58 \text{ cm}^{-1}$ and $(P_L)_{\parallel} = 21.23 \text{ cm}^{-1}$, giving a value for Ω_{12} of 9.13 percent. These four basic quantities are tabulated in Table 4 for each of the four alloy conditions shown in Figures 6 and 7.

Note that the crack orientations in the CP alloy are almost random--only 9 percent of the linear elements is aligned parallel to the orientation axis. In the ITMT alloy, however, we see that about one-fourth of the total crack trace length is oriented normal to the stress axis. It is also noteworthy that the degree of orientation for both alloys does not change significantly between 100 and 300 cycles, even though the total crack length increases by a factor greater than three.

Etched specimens of the CP and ITMT alloys show that the grain size is much finer and more uniform in ITMT than CP, and that coarse slip bands appear only in the CP alloy. These factors may account for the 50 percent greater mean crack length in the CP alloy. Moreover, the stronger, finer grain size ITMT alloy also has fewer crack nuclei. The grain shape in ITMT is quite equiaxed and the alloy is completely recrystallized, while the CP alloy is only partially recrystallized and the grains are relatively large and elongated along the stress axis. Thus the ITMT grain boundaries are more randomly oriented, providing more boundaries at 90° to the stress axis for crack paths, as reflected in the higher values of Ω_{12} .

It may be significant that the number of crack initiation sites are greater in the CP alloy, even though there are fewer grains per unit area. Moreover, it appears that numerous crack nuclei have originated at slip band traces, which would account for the lower degree of orientation of crack traces in the CP alloy. It should be noted that grain size, grain shape, and length and orientation of the slip band traces can also be determined quantitatively, and the techniques for doing this have been described above.

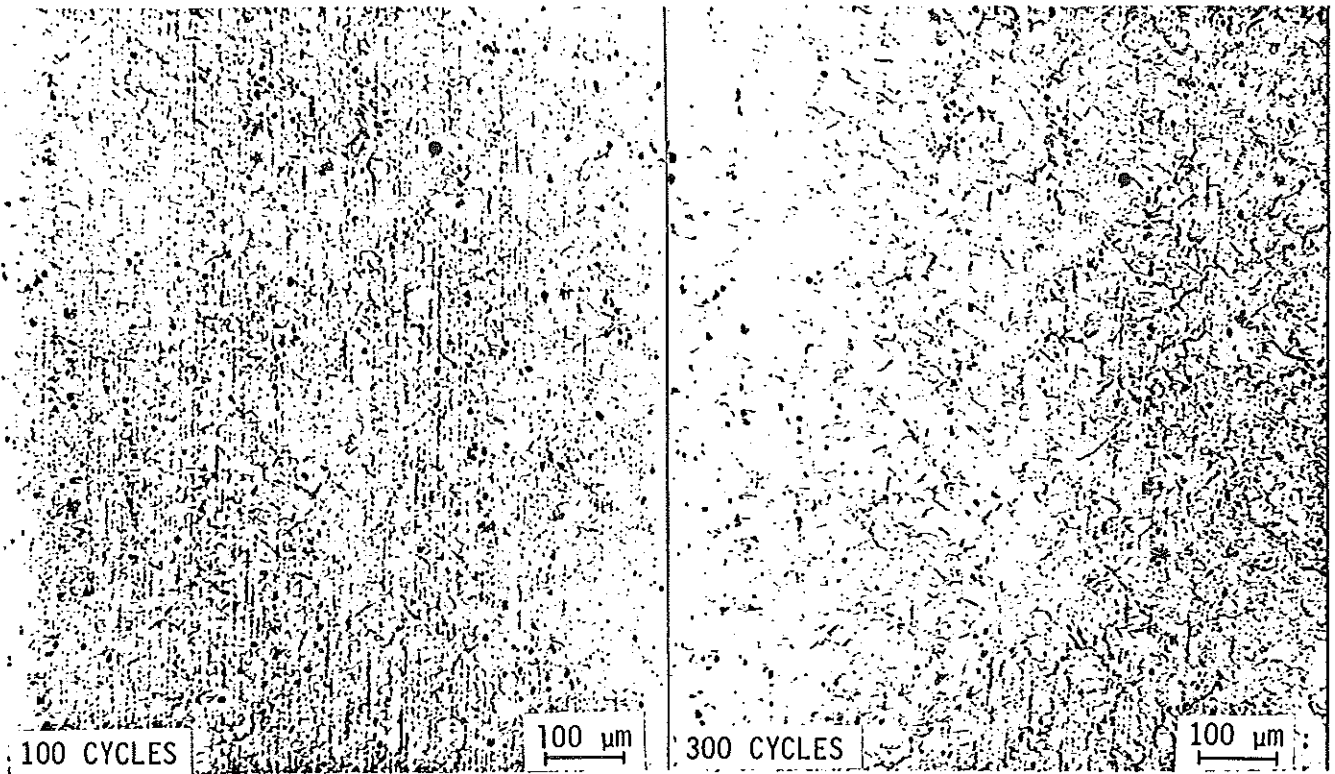


FIG. 7-Light micrographs of a tension-compression low-cycle fatigue sample of ITMT processed 7050-T6X1. Stress axis vertical, $\Delta\epsilon_T/2 = 1.2\%$. Unetched

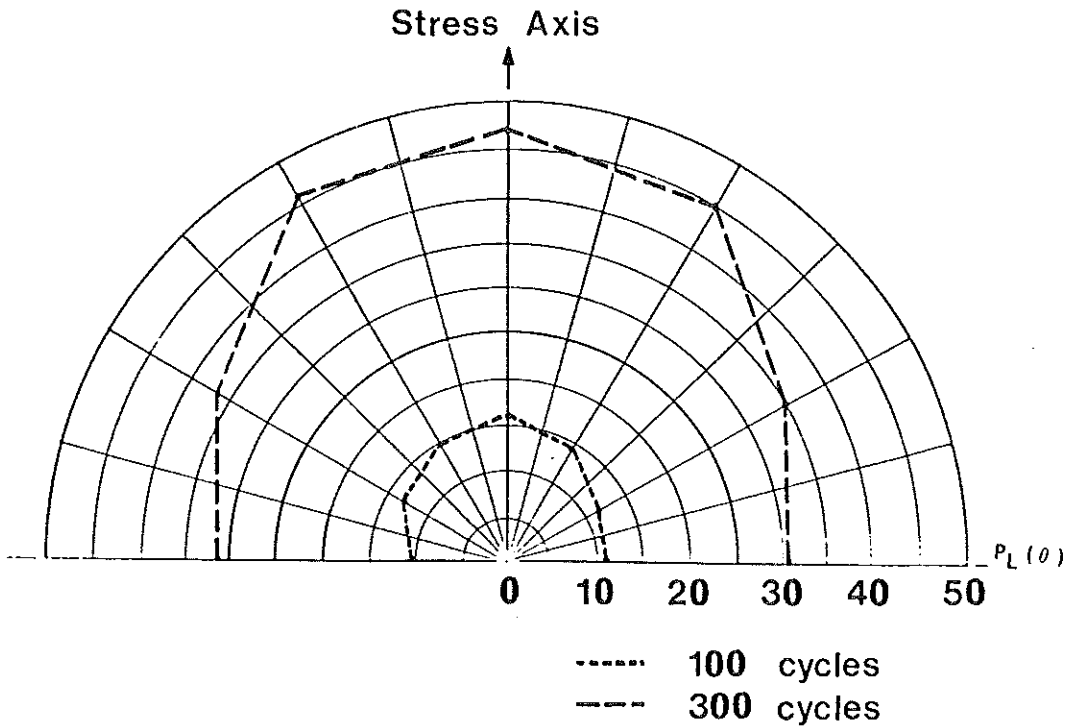


FIG. 8-Distribution of crack traces represented as density of intersections $P_L(\theta)$ versus angle θ for the LCF sample of ITMT-7050 shown in FIG. 7.

TABLE 4-Basic microstructural crack parameters
for CP and ITMT processed 7050 after fatigue
testing for 100 and 300 cycles.

Parameter	CP-7050*		ITMT-7050**	
	100 cycles	300 cycles	100 cycles	300 cycles
L_A, cm^{-1}	35.99	108.82	19.45	63.34
N_A, cm^{-2}	11,513	32,740	9,589	26,849
$\bar{L}, \mu\text{m}$	31.3	33.2	20.3	23.6
$\Omega_{12}, \%$	9.13	9.06	27.4	24.8

*See Figure 6.

**See Figure 7.

Additional information on the angular distribution of crack traces is provided by the rose-of-the-number-of-intersections (called the "rose," for short). This is a polar plot that portrays graphically the density of intersections $P_L(\theta)$ of crack traces with the test lines, as a function of angle θ , with respect to the orientation axis.²⁷ Figure 8 gives the rose plot for the ITMT alloy after 100 and 300 cycles. From the characteristics of these curves, it can be deduced that the angular distribution of crack traces belongs to the classification "partially-oriented system of lines in a plane." It is also of interest that the degree of orientation ($\Omega_{1,2}$) of both curves is essentially the same, even though P_L at 300 cycles is more than three times greater than at 100 cycles. The rose shows us that the value of $P_L(\theta)$ proceeds smoothly from a minimum value at $\theta = 0^\circ$ to a maximum value of $P_L(\theta)$ at $\theta = 90^\circ$. This implies that the crack sites are preferentially located at the randomly-oriented grain boundaries. The evidence in Figure 7, as well as in etched photomicrographs, appears to confirm this suggestion qualitatively.

PARTICLE-CRACK SITE INTERACTIONS

The possible role of particles on the crack site initiation behavior can be investigated by a statistical technique. The relatively large particles in Figure 7 are disposed more in vertical columns than randomly. Some particles are associated with crack sites, but many are not. In order to assess the degree of positional randomness, their locations are compared with those of a hypothetical uniform distribution, and evaluated numerically by the χ^2 test for goodness of fit as described above in Particle Positional Characteristics. The experimental details are somewhat different. Here we use 9 vertical columns and 11 horizontal rows to analyze the particle locations. The results of this analysis for the ITMT alloy after 300 cycles are summarized below in Table 5.

It can be seen immediately that the particle locations as measured with vertical strips diverge strongly from the theoretical uniform distribution, and this is reflected by a χ_{vert}^2 almost 4 times greater than χ_{th}^2 . However, the particle locations measured by horizontal strips are quite uniformly distributed ($r = 1.08$). The same measurements were made for the crack site locations. In this case, the vertical and horizontal cell analyses both yield r values less than unity ($r = 0.92$ and $r = 0.80$), which would indicate excellent uniformity of location of the crack sites. As a conclusion, we may state that the large, stringered particles in the ITMT alloy do not interact significantly with the randomly nucleated crack sites.

A less elaborate analysis of particle interactions with crack sites is afforded by the CP alloy microstructure. Figure 6 reveals that particle size and volume fraction are significantly less than in the ITMT alloy (Figure 7). However, a close inspection of Figure 6 shows that a large number of crack sites are associated with small particles. In fact, in the 100 cycles specimen, only 18 out of 84 crack sites do not appear to have particles present, and many of those without particles appear to originate at slip band traces. Thus there seems to be a critical particle size effect, such that below a certain size, particles at grain boundaries interact significantly with crack nucleation. At larger particle sizes, the effect appears to be lost.

FATIGUE CRACK CHARACTERISTICS

Conventionally, crack lengths in fatigued specimens are monitored along the specimen surface by optical comparators or ultrasonic probes. Metallographic specimens usually show only the two dimensional trace of the crack, edge-on and parallel to the CPD. The length measured actually corresponds to the projected length (from initial point to the crack tip) and not to the true length of the meandering crack. Moreover, for some purposes, it is the true crack surface area that is required, rather than the simple linear quantity.

Within these qualifications, there are still several important features of the crack--its own characteristics and the interactive aspects--that require quantification. Among these more important features are the extent of trans-granular vs. intergranular path length; the "true" crack length vs. the projected crack length; the extent of branching; and the actual crack surface area. Interactions of cracks with grains and sub-grains, with particles, recrystallized regions, and slip band traces are also important. The methods of quantification, both generally and for special cases, are discussed for several specific microstructures.

(1) True Crack Lengths

Figure 9 represents a typical branched fatigue crack in an underaged (4 hr at 120°C) Al-Zn-Mg-(Zr) alloy, compact tension specimen, $\Delta K = 10 \text{ MPam}^{-\frac{1}{2}}$. The first item of interest is the conventional crack length, or the length from initial point to the crack tip, measured in a direction parallel to the main crack growth direction. This distance, the projected length, is $L' = 0.025 \text{ cm}^*$.

*The prime indicates a projected quantity; here, linear elements in a plane are projected to a projection line.

TABLE 5-Particle and crack site uniformity of location analysis
in ITMT 7050-T6X1 alloy after 300 cycles.

<u>Particle Distribution</u> (Total number counted = 844)		<u>Crack Site Distribution</u> (Total number counted = 182)	
<u>Vertical Cells (9)</u>	<u>Horizontal Cells (11)</u>	<u>Vertical Cells (9)</u>	<u>Horizontal Cells (11)</u>
$x_{\text{vert}}^2 = 55.67$	$x_{\text{hor}}^2 = 18.21$	$x_{\text{vert}}^2 = 13.00$	$x_{\text{hor}}^2 = 13.60$
$x_{\text{th}}^2 = 14.067$	$x_{\text{th}}^2 = 16.919$	$x_{\text{th}}^2 = 14.067$	$x_{\text{th}}^2 = 16.919$
$r = 3.96$	$r = 1.08$	$r = 0.92$	$r = 0.80$



FIG. 9-Light micrograph illustrating crack path of an underaged (4 h at 120°C) Al-6Zn-2Mg-0.11Zr alloy. Compact tension sample, laboratory air, $\Delta K = 10 \text{ MPam}^{-\frac{1}{2}}$. Keller's etch.

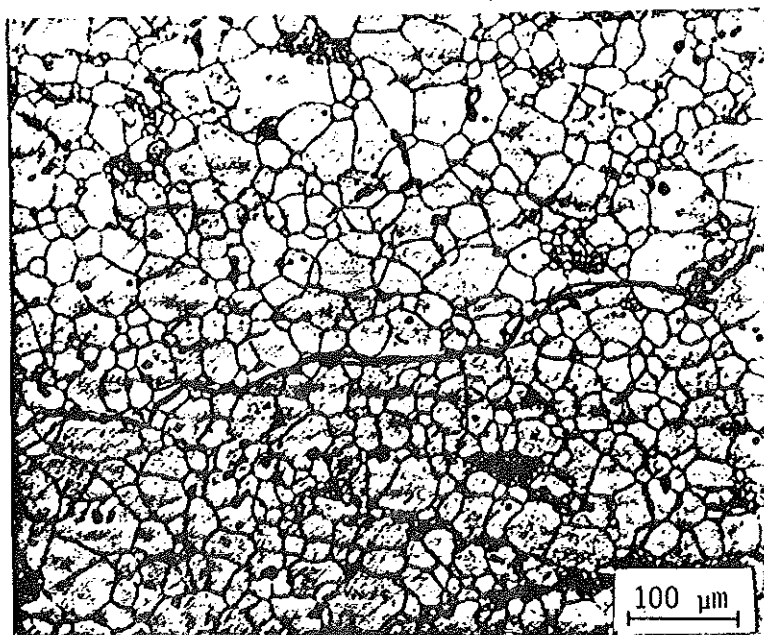


FIG. 10-Light micrograph illustrating crack path of an ITMP-7050-T6X1 alloy. Compact tension sample, dry N_2 , $\Delta K = 8 \text{ MPam}^{-\frac{1}{2}}$. Etched in 25% HNO_3 at 70°C.

In contrast, the total true crack length L_t consists of all linear elements of the crack traces, whether belonging to the main branch, sub-branches, or disconnected segments. The total true crack trace length per unit area is simply L_A or L_t/A_T where A_T is the test area. Since $L_A = (\frac{\pi}{2}) P_L$, the absolute value of length is:

$$L_t = (\frac{\pi}{2}) P_L A_T \quad (14)$$

and P_L is the number of points of intersection of crack traces with the test lines, applied at many angles, per unit length. In order to avoid some subtle problems, it is generally advisable to clearly define a convenient test area, then apply a test grid of parallel lines that covers the entire test area from all angles. The test line length in this case is considered to be the same regardless of angle of placement.

Based on the procedure outlined above, L_t for the total crack length is obtained from Equation (14) according to $L_t = (\frac{\pi}{2}) 70.6 (9.10^{-4}) = 0.0998$ cm. Intersection measurements on the main crack trace give a value of only $L_t = 0.0272$ cm. Thus, we have in summary:

Total crack length: $L_t = 0.0998$ cm
Main crack length: $L_t = 0.0272$ cm
Projected length: $L' = 0.025$ cm

Some significant crack length ratios are:

$$\frac{(L_t)_{total}}{L'} = 3.99, \quad \frac{(L_t)_{total}}{(L_t)_{main\ crack}} = 3.67, \quad \text{and} \quad \frac{(L_t)_{main\ crack}}{L'} = 1.09.$$

It is important that these typical characteristics of fatigue cracks be considered in the detailed analysis of the crack growth process.

In addition to crack length studies, the degree of orientation Ω_{12} for branched cracks is also pertinent to macroscopic crack growth measurements. Based on simple measurements of $(P_L)_\perp$ and $(P_L)_\parallel$, Equation (10) yields a value of $\Omega_{12} = 17.5\%$. This is a rather small percentage of total crack length to be oriented in the crack growth direction.

(2) Crack Surface Area

A general problem is that of expressing the extent of cracking in terms of the actual crack surface area. When estimating the energy of forming a crack, for example, a parameter of interest is surely the true crack surface area. Two situations can be handled quantitatively from the usual crack trace on a polished

specimen surface. For randomly oriented crack surface elements, we invoke the general equation

$$S_V = \left(\frac{4}{\pi}\right)L_A \quad (15)$$

between crack surface area per unit volume and crack trace length per unit area. Serial sectioning may be necessary to improve the accuracy of the results. On the other hand, when crack surface elements are all normal to the plane of the crack trace, then another equation²⁸ applies. It is

$$(S_V)_{\perp} = L_A \quad (16)$$

which states simply that the area per unit volume of crack surfaces perpendicular to the crack trace plane is equal directly to the length of crack trace per unit area on that plane. The magnitude of the difference between these two cases is calculated for the main crack. For random crack surfaces we would have $S_V = (4/\pi)L_A = 2 P_L = 2 (29.17) = 58.3 \text{ cm}^{-1}$; for oriented crack surfaces normal to the crack trace plane, we find $(S_V)_{\perp} = L_A = (\pi/2) P_L = 1.571 (29.17) = 45.8 \text{ cm}^{-1}$. Thus there is a 27 percent difference in crack surface area between an oriented and a random crack surface for the same length of crack trace. As the crack surface tends more toward flatness, the coefficient between L_A and S_V will move closer to unity. Inspection of the fracture surface with SEM should serve to guide the estimate of the coefficient to be used.

(3) Transgranular vs. Intergranular Crack Paths

An analysis of the fatigue crack path through recrystallized grains of ITMT-7050-T6X1 alloy was also undertaken. Figure 10 shows a crack that has progressed from left to right, across grains and through grain boundaries. In order to determine the extent of transgranular crack path vs. the amount of intergranular fracture, a random P_L intersection count was performed. Intersections of a randomly-applied linear test grid with transgranular crack elements gave $P_{\text{trans}} = 24$, and for intergranular crack elements, $P_{\text{inter}} = 14$. Equation (14), $L_t = (\pi/2) P_L A_T$, gives the following results;

$$\begin{aligned} L_{\text{trans}} &= 1.571 (14.0) 1.84 \cdot 10^{-3} = 40.5 \cdot 10^{-3} \text{ cm} \\ L_{\text{inter}} &= 1.571 (8.17) 1.84 \cdot 10^{-3} = 23.6 \cdot 10^{-3} \text{ cm} \\ L_{\text{total}} &= 1.571 (22.17) 1.84 \cdot 10^{-3} = 64.1 \cdot 10^{-3} \text{ cm} \end{aligned}$$

Ratios of these quantities show that $\frac{L_{trans}}{L_{inter}} = \frac{P_{trans}}{P_{inter}} = \frac{24}{14} = 1.7$, and $\frac{L_{trans}}{L_{total}} = \frac{P_{trans}}{P_{total}} = \frac{24}{38} = 0.63 = (\lambda_{\lambda})_{trans}$.

Thus it is seen that the crack definitely favors the transgranular path. The ratio $(\lambda_{\lambda})_{trans} = 0.63$ is the lineal fraction of transgranular crack length along the crack path; as such it is not the same as the lineal fraction L_L obtained with straight test lines over the microstructure. Crack interaction with particles appears negligible, although particles on the fracture surface were noticeable.

A direct count was made of the grains in Figure 10 that were cut transversely or intergranularly by the crack path. The numbers obtained, $N_{trans} = 20$ and $N_{inter} = 15$, yield a ratio $N_{trans}/N_{inter} = 1.33$ which compares roughly with $L_{trans}/L_{inter} = 1.7$. A simple count may suffice for some purposes when more elaborate procedures are not justified. The grain size was measured in a direction parallel to the crack path, giving the mean intercept length $\bar{L}_{||} = 20 \mu\text{m}$. Cracking is also seen to occur through subgrains in an Al-Zn-Mg-Cu alloy, in Figure 11. The crack path runs parallel to a layer of coarse recrystallized grains, and except for a few larger subgrains or grains, the crack follows a mostly inter-subgranular path; i.e., $L_{inter}/L_{total} = 0.61$. The ratio of $L_{inter}/L_{trans} = 1.55$ compares well to the grain count ratio $N_{inter}/N_{trans} = 1.62$ in these very fine subgrains ($\bar{L}_{||} = 2 \mu\text{m}$). A TEM of the subgrains in the same alloy is shown in Figure 12. The low-angle boundaries are heavily populated with η' precipitates which are believed to be partially responsible for the crack preference for subgrain boundaries. A brief analysis is made later of precipitates at boundaries as measured from thin foil photomicrographs.

(4) Fatigue Cracks and Particles

Cracking at particles is also a common occurrence in fatigued specimens. Figure 13 shows a cluster of particles in a fatigued ITMT-7475-T6 alloy. Several features of interest are observed, such as cracked particles, voids, debonding and crack nuclei at the particle interface. Void volume fraction can be measured by a point count, $P_p = V_v$; particle crack length by an intersection count, $L_A = (\pi/2) P_L$; interfacial length where debonding occurs, also by L_A ; and void-particle proximity can be evaluated by the contiguity parameter C (see Equations 11 and 12).

The particle projected length with respect to a chosen projection line has been used in studies of fatigue-particle interactions.²⁹ The projected length L' can be obtained directly for each particle in the field of view by means of automatic image analysis. This would be extremely laborious if done manually. However, the mean projected length for a system of particles is not too difficult to measure. We use the equation

$$\bar{L}' = (N_L)_\perp / N_A \quad (17)$$

where $(N_L)_\perp$ is the number of particles intercepted by test lines perpendicular to the projection line, per unit length, and N_A is the number of particles per unit area.

To illustrate the procedure, we decide to measure the mean projected length of the particles in Figure 13 with respect to a vertical projection line. A grid of parallel lines 1 cm apart was positioned perpendicular to the projection line at four different locations within the selected test area. 48 particles were hit, giving $(N_L)_\perp = \frac{48 \times 4000}{4 \times 80} = 600 \text{ cm}^{-1}$, since the magnification is 4000X. The number of particles counted within the same test area was 37, and $N_A = \frac{37 \times 4000^2}{80} = 7.4 \times 10^6 \text{ cm}^{-2}$. Therefore, the mean projected length is found to be $\bar{L}' = 600 / 7.4 \times 10^6 = 0.81 \text{ } \mu\text{m}$. Further details of the possibilities here can be found in the treatments of projections from a plane to a projection line.³⁰

FATIGUE STRIATIONS

Microscopic features of the fracture surface have been correlated many times with macroscopically measured crack growth rates in mechanistic studies of fatigue crack propagation. One such feature, the fatigue striation spacing, is associated with local crack growth rates which may or may not be different from the macroscopically measured values. Theoretically, calculated crack growth rates should be correlatable with the striation spacing measured on the fracture plane in the local growth direction. This is only true, of course, when the striation mode of crack propagation controls the fatigue crack growth. For mixed mode crack propagation, the amount of each mode must be assessed quantitatively for accurate theoretical analysis.

There are at least two general problems underlying the measurement of fatigue striation spacings (FSS). First, the normals to the striations do not always lie in the crack direction; and secondly, the striations usually occur on fracture surfaces that are decidedly non-planar. These problems are illustrated

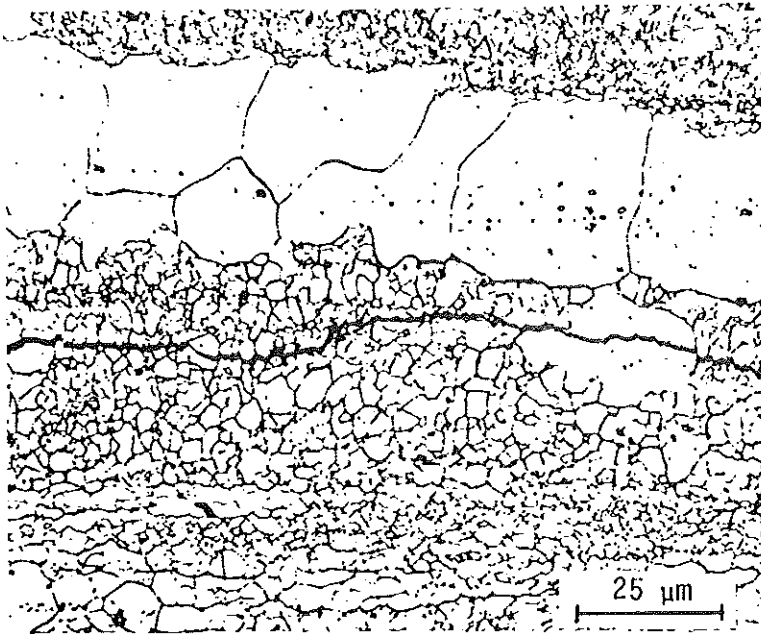


FIG. 11-Light micrograph illustrating crack path in subgrains of unrecrystallized region of an Al-6Zn-2Mg-2Cu-0.12Zr alloy aged 24 h at 120°C. Compact tension sample, distilled H₂O, $\Delta K = 6\text{MPam}^{-\frac{1}{2}}$. Etched in 25% HNO₃ at 70°C.

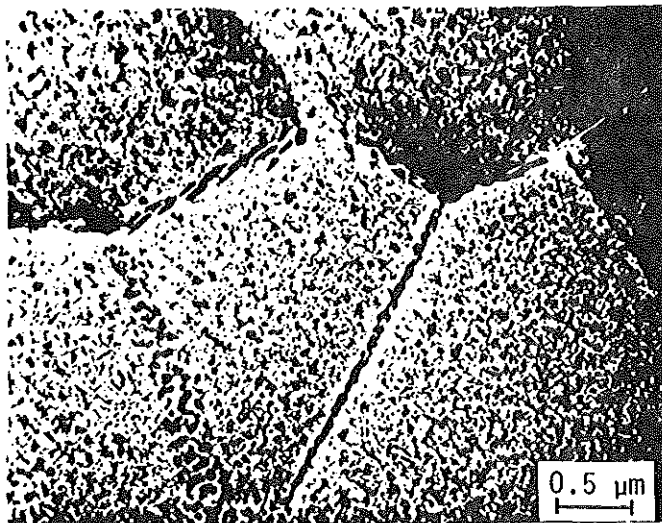


FIG. 12-Transmission electron micrograph of an undeformed section of the sample shown in FIG. 11 illustrating precipitates along subgrain boundaries of unrecrystallized grains.

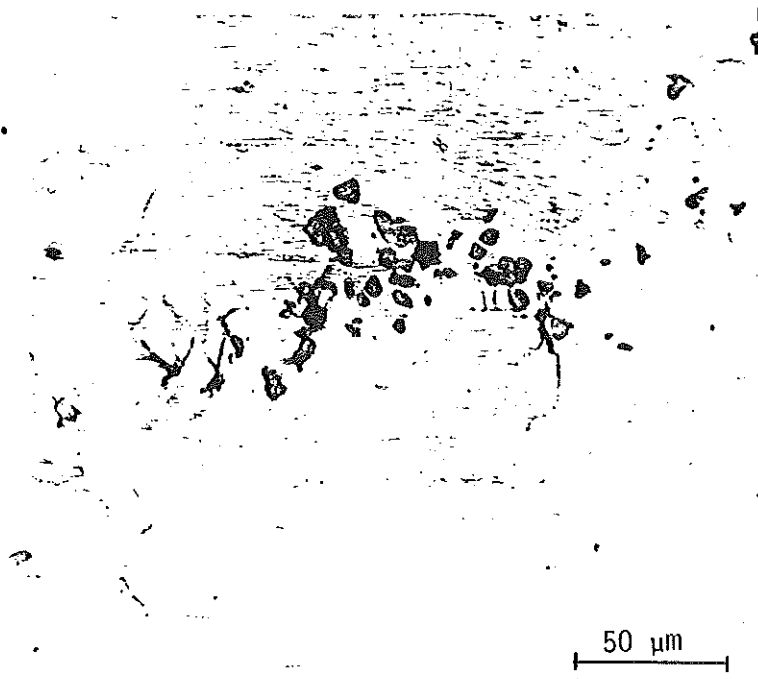


FIG. 13-Light micrograph of an ITMT-7475-T6 LCF sample showing cracked particles and small fatigue cracks. Stress axis horizontal. Unetched.

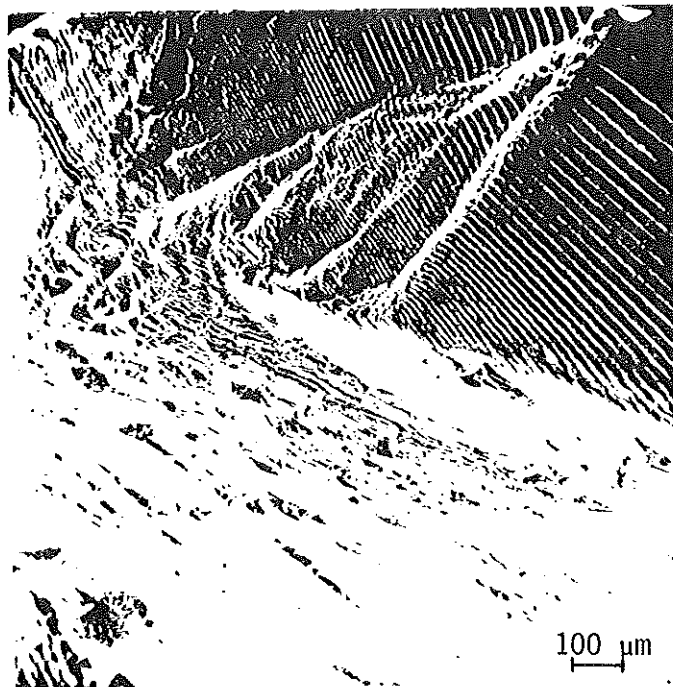


FIG. 14-Scanning electron micrograph of a disordered Cu_3Au single crystal LCF sample. $\Delta\epsilon_T/2 = 0.85\%$, $N_f = 1,800$ cycles.

in Figure 14, which represents a typical fracture surface with striated facets oriented at many angles.³¹

(1) Measurement of "True" FSS in the Projection Plane

Most microscopic analysis is done on flat photomicrographs or images of the fracture surface, such as obtained from replicas by TEM or scanning electron microscopy (SEM). Thus we are dealing with projected images, and the stereological relationships applicable to this situation must be invoked in order to extract as much quantitative information from the projection plane as possible.^{30,32}

Four types of striated fracture surfaces are of interest to this study. Figure 15 illustrates their important characteristics as they would appear in a TEM photomicrograph. For example, the striations in Figure 15(a) cover the sampled fracture surface completely. The FSS are quite uniform, and the striation directions (their normals) are all fairly close to the CPD. In Figure 15(b), the major difference is that the striation-facet directions are oriented differently with respect to the CPD. The striated facets in Figure 15(c) are much the same as in Figure 15(a) or (b), but do not cover the fracture surface completely. This situation obscures the direct FSS relationships found in the literature³³ because of the mixed mode of fracture. In Figure 15(d), we see striations covering the sample completely, but there is a definite gradient of spacings along the CPD. In order to analyze these four prototype microstructures quantitatively, somewhat different measurements techniques should be employed. The details will be presented later, after discussing the advantages and disadvantages of different types of measurements.

Generally, the number (N) of striations intercepting a straight test line (of length L_T^1) is counted on a planar photomicrograph (the projection plane), giving the apparent mean center-to-center spacing (L_T^1/N , or $1/N_L^1$) between adjacent striations. In one measurement method,³⁴ a straight test line (or better, a grid of parallel test lines) is laid down on the photomicrograph parallel to the CPD (see Figure 15(a)). The interceptions are counted, regardless of striation orientation, and the total number of interceptions divided by the total length of grid lines to give the average apparent striation spacing. This method is fairly fast.

In another method,³⁵ the FSS in each striation facet is measured in a direction normal to the striation lines, regardless of the CPD (see Figure 15(b)). The various values of FSS are then recalculated by projecting to a line parallel

to the CPD. The corrected values are then averaged. This method is quite laborious and time-consuming if done manually, and considerable calculation is involved. However, some automatic image analysis systems can measure spacings within localized regions.³⁶

It should be noted, however, that the first method over-estimates the "true" normal spacing, λ'_t , while the second method gives a value of FSS smaller than λ'_t . The sketches in Figure 16 contain the essential geometrical relationships. In one case, the mean measured spacing (\bar{x}_{meas}) approaches a value $\pi/2$ greater than the value of λ'_t , while in the other, the spacing employed (\bar{x}_{proj}) approaches a value of λ'_t divided by $\pi/2$. These relationships are exact for parallel, equispaced striations, when all possible angles between striation normals and the CPD are present. It should also be remembered that these measurements are actually being made on projected images in a plane.

(2) Correction of "True" FSS

In addition to the above considerations, we must correct the measurements of FSS to allow for the non-planar character of the fracture surface. In general, the striation spacings measured from the photomicrograph will be too small. Figure 17 sketches the elements of the structure as viewed in a vertical section through the fracture surface and parallel to the CPD. It can be seen that the measured spacing (L'_T/N) is not the true spacing (L_t/N), because L'_T , the test line length in the projection plane, is less than L_t , the true length of line in the fracture surface.

Several techniques are available for estimating the true length of test line in the fracture surface, none of which are very satisfactory at the present time. A rather laborious procedure is to mount the specimen, make vertical sections through the fracture surface parallel to the overall CPD, and measure the true length L_t on each section. The appropriate relationship in this case is Equation 14 where A_T is the selected test area enclosing the fracture surface profile. Having obtained the value of L_t (or an average value) we apply the correction factor (L_t/L'_T) as indicated by

$$\lambda_t = \left(\frac{L'_T}{N} \right) \left(\frac{L_t}{L'_T} \right) \tag{18}$$

to get the true striation spacing in the fracture surface. Note that Equation 18 corrects only for lack of planarity of the fracture surface.

Some experimental data are available^{37,38} on the magnitude of the ratio L_t/L'_T , called the lineal roughness parameter R_L by Pickens and Gurland.³⁸

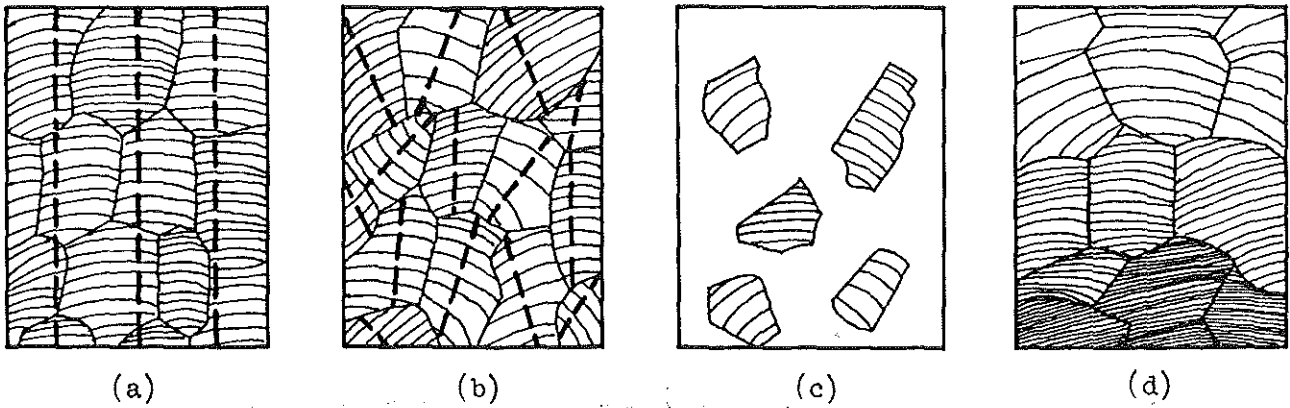


FIG. 15-Typical types of striated fracture surfaces; crack growth direction vertical. (a) Uniformly-oriented striations; (b) randomly-oriented striations; (c) partial coverage by striations; and (d) gradient of striation spacing.

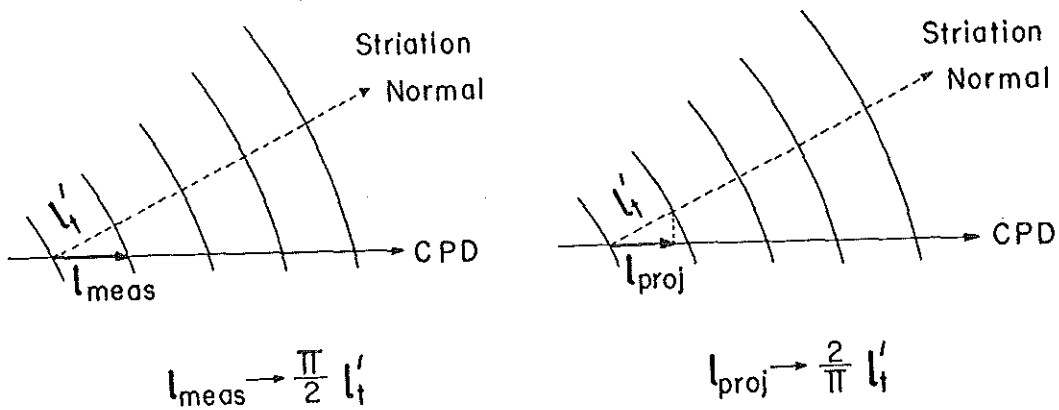


FIG. 16-Geometry involved in two different techniques for striation spacing measurement.

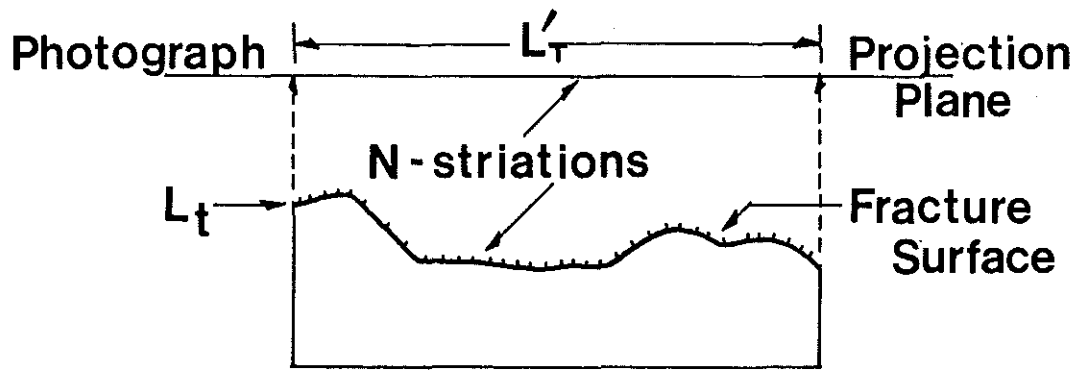


FIG. 17-Schematic of vertical section through fracture surface and parallel to crack direction.

They measured this ratio from Charpy fracture surfaces in SAE 4620 steel and got values between 2.08 and 2.54, with the average equal to 2.32. The theoretical magnitude of this ratio is $\pi/2$ for a line in a plane randomly projected over all angles to a projection line. Thus, the coefficient $\pi/2$ is about 1.5 times smaller than the above experimental value of 2.32. This discrepancy is understandable, however, provided the linear segments of L_t do not lie randomly at all possible angles to the projection line, but instead are biased preferentially toward the higher angles. Consequently, the observed coefficient is greater than the theoretical one, and a value of $(L_t/L_T) = 2.3$ does not appear unreasonable.

(3) Assessment of FSS Measurement Methods

Returning now to Figure 15, we see that the measurement of striation spacings on the photomicrographs can be different in each case. The "best" method to use is probably that method which most satisfactorily fits the requirements of each job. For example, in Figure 15(a) the First Method discussed above should prove adequate for most uniform, fairly well oriented structures. In Figure 15(b) however, where the striated regions are widely oriented with respect to the CPD, the Second Method mentioned above may prove more useful. The availability of an automatic image analysis instrument may also influence the choice of method selected. The problems associated with the structure shown in Figure 15(c) are not so much the measurement of striation spacings, as the determination of the manner of their contribution to the controlling mechanism of crack growth. For example, if the area covered by striations represents the slower fracture mode, then the area fraction of striated regions may also enter into the required microstructural parameter. In Figure 15(d), where there is a local gradient of striation spacings, the simple average value may be satisfactory, or for more precise characterization, measurements of the spacings can be made at several locations along the gradient direction. On gradients that extend over the entire fracture surface, one technique is to measure the average local striation spacing at 5 or 6 locations, even though there may be a slight gradient within each sample.

As a practical guide, it should be noted that even though the First Method over-estimates the "true" normal spacing, the measurement of striations on the projection plane (instead of the true fracture surface) tends to underestimate the spacings. Thus, the errors involved are compensated to some extent. The

magnitude of the errors have not been thoroughly investigated, but could be estimated by careful quantitative experimental work and statistical analysis.

GRADIENT STRUCTURES

Although many microstructural features can be considered "random" in one way or another, there are other important classes of microstructures. We have dealt previously with oriented structures, including layering of unrecrystallized lamellae, elongated grains, particle stringers, and striations--all as part of anisotropic structures. Another familiar type of microstructure belongs to the "gradient" classification, which may have point symmetry³⁹ or line symmetry⁴⁰ (in two- or three- dimensional space), planar symmetry, etc.

Two common types of gradient structures are discussed here. General treatments for representing a gradient quantitatively are unavailable, so methods must be devised for each particular case. Figure 18 shows the surface-to-center microstructure of an Al-6Zn-2Mg-2Cu-0.12Zr alloy that has been rolled down from 3.8 cm plate to 0.6 cm sheet. The dark lamellae are unrecrystallized layers, alternating with lighter etching recrystallized grains. The gradient effect, of course, arises from the smaller and smaller spacings as the center is approached. We treat this structure as an example of gradient symmetry in a plane about a centerline, although it actually has planar symmetry in three-dimensions.

A method was devised to extract some useful information for the case of fatigue cracks progressing inward from the surface. A grid of parallel lines (set parallel to the surface edge) was placed on the microstructure from surface to centerline. Within each strip various quantities were measured, such as spacings, volume fractions, grain sizes, etc. This technique has the property that fine detail can be smeared out, or over-accentuated, depending on the width of the strip with respect to the microstructural detail. For this microstructure, strips 0.1 mm wide were chosen which subdivided the field of view into 40 vertical strips.

To illustrate the type of data obtainable from a gradient structure, two plots are shown in Figure 18. The first gives the volume fractions ($=L_L$) of unrecrystallized lamellae as a function of distance inward from the surface. A linear tranverse was run down the middle of the microstructure normal to the lamellae. The fraction of unrecrystallized material traversed across each strip was recorded as L_L and plotted as a function of distance from the surface. The bar graph portrays a gradual increase from zero lineal fraction at the surface

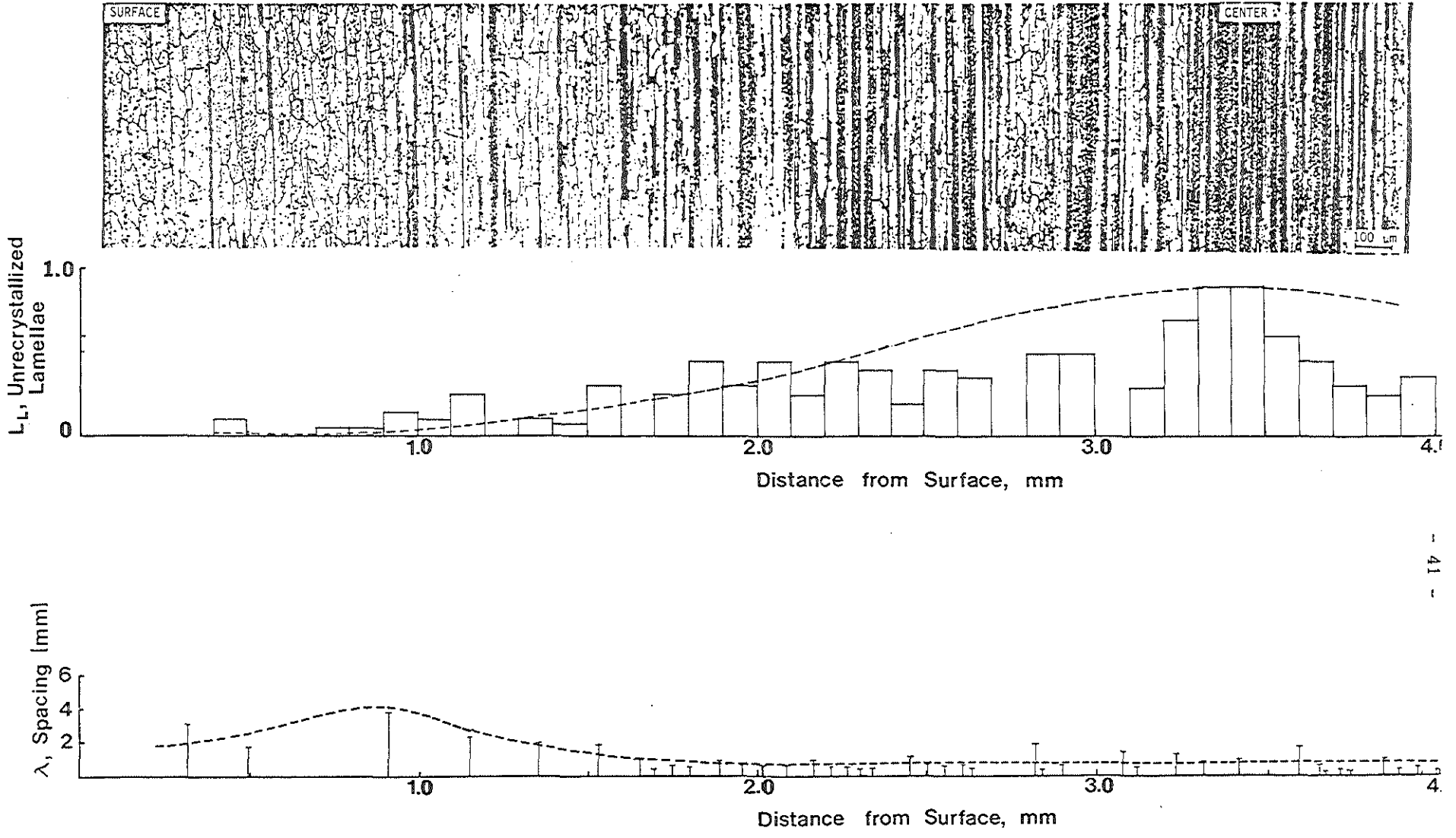


FIG. 18-Gradient grain structure of an Al-6Zn-2Mg-2Cu-0.12Zr sheet. Etched in 25% HNO_3 at 70°C.

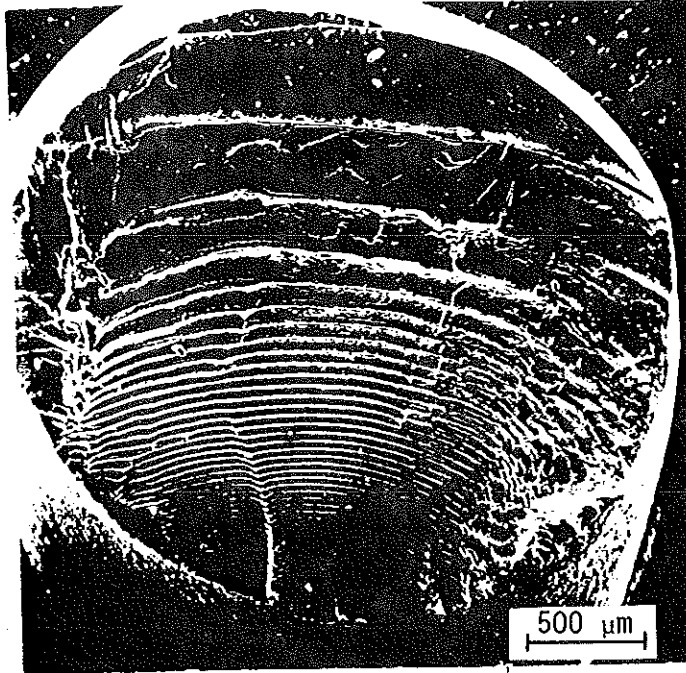


FIG. 19- Scanning electron micrograph of a Cu single crystal LCF sample. $\Delta\epsilon_T/2 = 3.5\%$.



FIG. 20-Transmission electron micrograph of transverse section of Al-0.5Fe-0.5Co wire.

to a maximum at the sheet center. A smoothed curve was faired in over the bar graph, based on the normal curve according to the equation $L_L = \frac{2.25}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(x-3.4)^2}{2} \right]$, with x equal to the inward distance in mm. This, or some other suitable curve, can then be used to represent the gradient analytically. Information of this type may be needed, for example, in order to predict crack growth rates as a function of position in the sheet. The second curve in Figure 18 portrays the center-to-center lamellar spacing as a function of distance from the surface. The widest spacings occur about 1 mm under the surface, with a fall-off to either side. This information may be useful in qualitative form, or else could be expressed analytically, as desired.

Another example of a gradient structure is seen in Figure 19, which shows a single crystal of Cu fatigued to fracture⁴¹. The fatigue striation spacings increase smoothly from the origin to the outer surface of the specimen. The data collected here are analyzed in three ways. First the overall average striation density N_L was found, i.e., for 49 striations over a total diametral distance of 2.58 mm, $N_L = 18.99 \text{ mm}^{-1}$. Then the mean striation spacing was determined for intervals of $D_{\text{max}}/16$ and then $D_{\text{max}}/8$ (i.e., 0.161 mm and 0.323 mm; respectively). The plotted bar graphs show the smallest interval to best advantage--the striation density increases smoothly to a maximum density near the origin, reaching 72.2 mm^{-1} . For the $D_{\text{max}}/8$ interval, however, the striation density is averaged out to a maximum density of only 46.5 mm^{-1} near the origin. Thus, this simple analysis shows how the gradient data may be altered by the choice of interval. This is an important consideration and must be optimized for each case.

THIN FOIL ANALYSIS

One of the most useful techniques available for revealing the fine structure of alloys is TEM from thin foils. Unfortunately, it is particularly difficult to get quantitative information from these projected images, primarily because of overlap and truncation problems. If foil thickness is small relative to particle diameter, however, overlap becomes less serious and useful estimates of volume fraction, particle size and particle density can be obtained.

Figure 20 shows a thin foil micrograph of an Al-0.55Fe-0.5Co wire, taken transversely to the wire axis.⁴² Several important quantities are calculated to illustrate the procedures involved. The number of $\text{Al}_6(\text{Fe,Co})$ particles N' (= 84) are the projected test area A_T' (= $9.92 \text{ } \mu\text{m}^2$) gives $N_A' = 8.47 \text{ } \mu\text{m}^{-2}$. A point count gave $P' = 31$ particles hit and $P_T' = 288$ total test points applied,

with $P_p^i = A_A^i = 0.108$. The mean projected particle area $\bar{A}^i = A_A^i/N_A^i = 0.0128 \mu\text{m}^2$. The calculation of V_v and N_v without additional data requires some assumptions. We assume that the particles have a spherical shape, which gives a mean projected diameter $\bar{R}^i = 0.1277 \mu\text{m}$, and that the foil thickness $t \approx 2000\text{\AA}$. The volume fraction⁴³ can now be calculated for three cases: (a) no correction for truncation or overlap; (b) a truncation correction only, and (c) both the truncation and overlap correction included. The applicable equations and results for spheres of diameter $D = \bar{R}^i$ are, respectively:

$$(a) V_v = \frac{2}{3} A_A^i D/t = \frac{2}{3} (0.108) (0.1277)/0.2 = 0.0461 \quad (19)$$

$$(b) V_v = A_A^i \left[\frac{2D}{2D + 3t} \right] = (0.108) \left[\frac{0.2554}{0.2554 + 0.6} \right] = 0.0322 \quad (20)$$

$$(c) V_v = -\ln(1-A_A^i) \left[\frac{2D}{2D + 3t} \right] = -\ln 0.892 \left[\frac{0.2554}{0.8554} \right] = 0.0341 \quad (21)$$

Note that the uncorrected volume fraction decreases with the truncation correction, and increases slightly when the overlap correction is included.

The values of N_v ⁴⁴ can also be calculated for the same three cases:

$$(a) N_v = N_A^i/t = 8.47/0.2 = 42.3 \mu\text{m}^{-3} \quad (22)$$

$$(b) N_v = N_A^i/(D+t) = 8.47/(0.1277+0.2) = 25.9 \mu\text{m}^{-3} \quad (23)$$

$$(c) N_v = (N_A^i + M_A^i)/(D+t) = (8.47+M_A^i)/0.3277 \quad (24)$$

Here M_A^i is the number of particle images per unit area lost by overlap. M_A^i is a function of the degree of particle overlap and the ability to resolve overlaps into the constituent particle images. It may be approximated by $M_A^i = \frac{3}{2} V_v \left(\frac{t}{D}\right) N_A^i = 0.679 \mu\text{m}^{-2}$, which, when introduced into Equation (24) for N_v gives

$$N_v = (8.47 + 0.679)/0.3277 = 27.9 \mu\text{m}^{-3}. \quad (24-a)$$

This value amounts to about a 7.8% increase in N_v due to overlap effects. As a rule of thumb, a correction for overlap should not be necessary if $V_v \left(\frac{t}{D}\right) < 0.04$. Here we find that this quantity equals 0.0534. It is obvious that the truncation correction can be appreciable, although sometimes its magnitude can not be estimated. In any event, the value of A_A^i should never be used for V_v , although this is seen occasionally in the literature.

A thin foil micrograph of ITMT -7050-T6X1 is shown in Figure 21. The vertical grain boundary is heavily covered by η precipitates. Of interest is the precipitate density in the actual grain boundary. If we assume that the boundary is vertical, we can use the simple equation $N_S = N_L^i/t$. With experimental

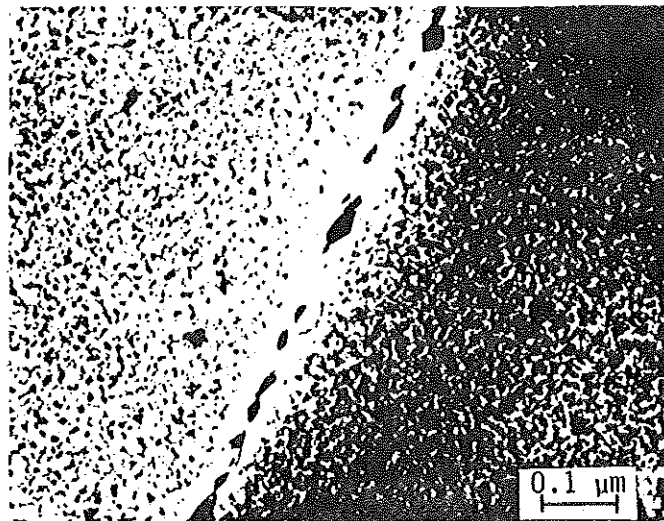


FIG. 21-Transmission electron micrograph of ITMT-7050-T6X1.

values of $N' = 21$, $L_T^1 = 0.7 \mu\text{m}$, $N' = 30 \mu\text{m}^{-1}$ (along the boundary edge) and $t \approx 1000 \text{ \AA}$, $N_S = 30/0.1 = 300 \mu\text{m}^{-2}$.

In cases where the boundary is inclined to the foil surface (as in Figure 12), the calculation of N_S requires an estimate of the slant width from a knowledge of the foil thickness and the apparent boundary width, w' . Here we find that $N' = 155$ for the wide boundary at the lower left of the micrograph, and that $N'_A = 262.7 \mu\text{m}^{-2}$. Correcting to true surface area using $t \approx 0.4 \mu\text{m}$ and $w' = 0.3 \mu\text{m}$, we get $S_{\text{true}} = 0.98 \mu\text{m}^2$ and $N_S = 158.2 \mu\text{m}^{-2}$. These are simple examples that do not reveal the complexities that arise in other thin foil structures. However, when simplifying assumptions are justified, fairly reasonable estimates can be obtained.

SYNOPSIS

Several typical microstructural features which are important in fatigue studies have been selected to demonstrate the quantitative procedures of stereology. Both manual methods and automatic measurements (using the B&L Feature Analysis System) are employed, yielding excellent agreement in suitable structures. In a general treatment of microstructures with uniform grains and particles, we show how three simple counting measurements can yield most of the basic microstructural parameters. Next we deal with anisotropic materials and demonstrate the use of special methods suitable for this type of structure, such as the degree of orientation of surfaces and grain traces, average grain size, and directional spacings. The contiguity of particle interfaces is analyzed for a particular application in a three-constituent alloy.

Some localized microstructural features, especially particles, are very important to a process such as fatigue. A new statistical procedure has been developed for assessing the degree of positional randomness, or deviations therefrom, of particles in an alloy. A similar treatment is applied to the location of crack initiation sites in order to assess the interaction of particles and crack initiation sites. Prominent features of typical fatigue cracks are analyzed and include true crack length, true crack surface area, and the quantitative evaluation of inter- and transgranular crack path lengths. A re-evaluation of methods for measuring striation spacings reveals possible sources of error, including errors arising from non-planar fracture surfaces. An approach to the quantification of gradient structures is pointed out. Finally, we treat the difficult case of TEM of thin foils, showing how simple measurements in the

projection plane can yield usable estimates of such quantities as the number per unit volume, volume fraction, and the particle density per unit area on vertical or inclined boundaries.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors would like to acknowledge the contributions of graduate students E. Y. Chen, E. H. Chia, K. H. Chien, E. J. Coyne, Jr., Fu-Shiong Lin, R. E. Sanders, Jr. and B. Sarkar for supplying the micrographs. Financial support by the U.S. Air Force Office of Scientific Research under Grant No. AFOSR-78-3471 and the Office of Naval Research under Contract N00014-75-C-0349 during the writing of the manuscript is greatly appreciated.

REFERENCES

1. Underwood, E. E., Quantitative Stereology, Addison-Wesley Publ. Co., Reading, Mass. 1970, chap. 2, p. 23.
2. Ref. 1, p. 18
3. Quantitative Microscopy, ed. by R. T. DeHoff and F. N. Rhines, McGraw-Hill Book Co., NY (1968) p. 29; p. 73.
4. Ref. 1, p. 97
5. Ref. 1, p. 96
6. Ref. 1, p. 5
7. Ref. 1, p. 81
8. Ref. 1, pp 90-91
9. J. E. Hilliard, Proc. Second Int. Cong. for Stereology, ed. by H. Elias, Springer-Verlag, NY, (1967) 211.
10. Ref. 1, p. 82
11. Ref. 1, p. 74, 82
12. C. W. Corti, P. Cotterill, and G. A. Fitzpatrick, Int. Met. Rev. 19 (1974) 77.
13. Ref. 1, p. 84
14. Passoja, D. E., and Hill, D. C., Fractography-Microscopic Cracking Processes, ASTM STP 600, American Soc. for Testing Mats., 1976, pp. 30-46.
15. Kocks, U. F., Philosophical Magazine, Vol. 13, 1966, p. 541.
16. Sanders, R. E., Jr. and Starke, E. A. Jr., Materials Science and Engineering, Vol. 28, 1977, pp. 53-68.
17. E. E. Underwood, Pract. Metallography, Spec. Vol. No. 5, ed. by H. E. Exner, Dr. Riederer-Verlag GmbH, Stuttgart (1975) 223.
18. Ref. 1, p. 66
19. S. A. Saltykov, Stereometrische Metallographie, VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig (1974) 174.
20. Ref. 1, p. 58
21. J. Gurland, Proc. Second Int. Cong. for Stereology, ed. by H. Elias, Springer-Verlag, NY (1967) 250.
22. Ref. 1, p. 100
23. J. Gurland, Trans. AIME 227 (1963) 1146.
24. Moore, G. A., Pract. Metallog. 9 No. 2 (1972) 76.

25. Sanders, R. E. Jr. and Starke, E. A. Jr., "The Effect of Intermediate Thermo-mechanical Treatments on the Fatigue Properties of a 7050 Al Alloy," Metallurgical Transactions (in press).
26. Ref. 1, p. 38
27. Ref. 1, p. 57
28. Ref. 1, p. 64
29. Fine, M. E., Annual Tech. Report, Relation of Structure of Fatigue Properties in Aluminum-Base Alloys, AF Grant No. AFOSR-76-2892A, 10 Nov. 1977.
30. Underwood, E. E., Journal of Microscopy, Vol. 95, Parts 1 and 2, 1972, p. 25.
31. Chien, K. H. and Starke, E. A., Jr., Acta Metallurgica, Vol. 23, 1975.
32. Ref. 1, Chap. 6, p. 148
33. Uchimoto, T., Sakamoto, A. and Nagata, S., Quantitative Evaluation of Electron-fractography of Fatigue Fracture Surface, Transactions, ISIJ, Vol. 17, No.3,
34. Bathias, C. and Pelloux, R. M., Metallurgical Transactions, Vol. 4, 1973, p. 1265.
35. Bates, R. C. and Clark, W. G., Jr., Transactions American Society for Metals, Vol. 62, 1969, p. 386.
36. Camard, P., Chermant, J. L., and Coster, M., "Morphology of an Imbricate Structure," in Quantitative Analysis of Microstructures in Materials Science, Biology and Medicine, edited by J. L. Chermant, Dr. Riederer-Verlag GmbH. Stuttgart, 1978, p. 126.
37. M. Coster and A. Deschanvres, *ibid.*, p. 61.
38. Pickens, J. R. and Gurland, J., "Metallographic Characterization of Fracture Surface Profiles on Sectioning Planes," Proceedings, Fourth International Congress for Stereology, NBS Spec. Publ. 431, edited by E. E. Underwood, R. dewit, and G. A. Moore, 1976, p. 269.
39. Underwood, E. E. and Coons, W. C., Deformation Twinning, edited by R. E. Reed-Hill, J. P. Hirth, and H. C. Rogers, Gordon and Breach, New York, 1964, p. 405.
40. Flinn, J. E., and Philofsky, E. M., Transactions, American Society for Metals, Vol. 61, 1968, p. 37.
41. Chen, E. Y., and Starke, E. A. Jr., Materials Science and Engineering, Vol. 24, 1976, pp. 209-221.
42. Chia, E. Henry, and Starke, E. A., Jr., Metallurgical Transactions, Vol. 8A 1977, pp. 825-832.
43. E. E. Underwood, in Stereology and Quantitative Metallography, ASTM STP 504, Amer. Soc. for Testing and Mats. Philadelphia (1972) 35.
44. Ref. 1, p. 186.

THE POROSITY EFFECT ON PROPERTIES OF SINTERED MATERIALS AS THEIR
CONDUCTIVITY AND YOUNGS MODULUS OF ELASTICITY *)

G. ONDRACEK , F. THÜMLER

Kernforschungszentrum Karlsruhe, Gesellschaft m.b.H. (KfK), Institut für Material- und Festkörperforschung, Postfach 3640, D-7500 Karlsruhe, Germany

ZUM EINFLUSS DER POROSITÄT AUF EIGENSCHAFTEN WIE DIE LEITFÄHIGKEIT UND DEN ELASTIZITÄTSMODUL VON SINTERWERKSTOFFEN

Zusammenfassung:

Der Einfluß von geschlossenen Poren auf die Leitfähigkeit und den Elastizitätsmodul von porösen Werkstoffen ist quantitativ erfaßbar. Die theoretische Ableitung des Zusammenhangs zwischen diesen Eigenschaften und der Gefügestruktur eines Sinterwerkstoffes zeigt, daß der Einfluß der Poren über Gefügefaktoren zur Gesamtporosität, zur Porenform und zur Porenorientierung in entsprechende Gleichungen eingeht. Diese Faktoren sind durch quantitative Gefügeanalysen poröser Werkstoffe bestimmbar. Mit ihrer Hilfe können

- die Leitfähigkeit und der Elastizitätsmodul aus Gefügedaten von Sinterwerkstoffen berechnet und damit direkte Eigenschaftsmessungen ersetzt werden durch quantitative Gefügeanalyse
- spezifische Eigenschaftswerte durch berechnete Gefügeoptimierung technologisch angestrebt sowie Eigenschaftsänderungen durch Gefügeänderungen vorausgesagt werden ("maßgeschneiderte Werkstoffe")
- die Angaben zur gefügeanalytischen Qualitätskontrolle durch berechnete Eigenschaftswerte erweitert werden.

L' INFLUENCE DE LA POROSITÉ SUR LES PROPRIÉTÉS DES MATÉRIAUX FRITTÉS TELLES QUE LE COEFFICIENT D' ÉLASTICITÉ ET LA CONDUCTIBILITÉ

Resumé: Il est possible d' écrire d' une façon quantitative l' influence des pores fermés sur la conductibilité et la coefficient d' élasticité des matériaux poreux. Les dérivées theorique des relations entre les propriétés en question et la microstructure des matériaux frittés démontrent que l' influence des pores sur la porosité totale, la forme et l' orientation de ces pores est calculable a l' aide des équations appropriées contenant les facteurs structuraux.

Il est possible de déterminer ces facteur à partir des analyses quantitatives portant sur la microstructure des matériaux frittés.

Grâce à facteurs il est possible

- 1) de calculer le coefficient d' élasticité et la conductivité à partir des donnés portant sur la microstructure des matériaux frittés suppriment ainsi des mesures directes des propriétés en question.
- 2) d' obtenir des matériaux possédant des propriétés désirées (matériaux préparés "sur mesure") par l' optimalisation de leur microstructure à partir des calculs appropriés ainsi de prévoir le changement des propriétés d' un matériaux dû au changement de sa microstructure.
- 3) d' ajouter des propriétés calculées aux resultats des analyses microstructurelles effectuées au cours du contrôle de qualité.

+) From: European Symposium on Powder Metallurgy P/M 78 SEMP, Reprints, Vol II, 1978, 206.

THE POROSITY EFFECT ON PROPERTIES OF SINTERED MATERIALS AS THEIR CONDUCTIVITY AND YOUNGS MODULUS OF ELASTICITY

Summary:

A set of equations derived demonstrates quantitatively the influence of closed pores on the conductivity as well as on Youngs modulus of elasticity of sintered materials. There are three microstructural parameters following from the theoretical derivation controlling the porosity effect on the properties, which are the total porosity, the form factor and the orientation factor of the pores. By quantitative microstructure analysis these factors become available providing together with the equations the tool

- to calculate the conductivity and Youngs modulus of elasticity from microstructural quantities of sintered materials thus substituting direct property measurements by quantitative microstructure analysis if desired
- to endeavor technologically optimum microstructures to obtain theoretically predicted special property values and to precalculate property alterations by microstructure variations ("taylor-made-materials")
- to supplement the conventional microstructural quality control by calculated property data.

INTRODUCTION

Since several years a set of equations derived empirically or semiempirically is successfully used in materials practise, to determine the effect of pores on properties of porous materials which has been reviewed recently [27,32,35]. In order to derive such equations theoretically the more general case of two-phase materials has been considered [29] showing, that their properties depend on the property values of the materials phases and on the geometry and geometrical arrangement of these phases inside the materials, say on the materials microstructure. Two basic types of microstructures exist: the matrix type and the "penetration" type. Penetration microstructure occurs in materials where both phases are continuous whereas matrix microstructure is formed by a continuous matrix phase and discontinuously included particles of the inclusion phase. - Considering the two types of microstructure, assuming one phase to be pores porous materials are achieved with interconnected or closed porosity respectively, where the latter case - closed pores instead of inclusions - and their effect on the electrical and thermal conductivity as well as their Youngs modulus of elasticity is the subject to be treated in the present paper.

ON THE THEORY OF THE INTERDEPENDENCE BETWEEN POROSITY, CONDUCTIVITY AND YOUNGS MODULUS OF ELASTICITY

There are two ways to derive property-microstructure equations concerning two-phase materials [29] which are

- the calculation of bounds and
- the calculation of effective properties for a porous material

The advantage using the first way is the poor information needed about the microstructure of the two-phase material. To achieve so called 1st order bounds there is no more necessary to know, than that the material is formed by two phases the properties of which should be available. Supposing a microstructurally isotropic two-phase material and again knowing the properties of the phases closer 2nd order bound equations have been derived.

Unfortunately the bound concept is not relevant to porous materials due to the fact, that the lower bound theoretically drops to zero already for very small porosities. Consequently the region inbetween the porous materials properties have to be expected varies from the upper bound down to zero, which is insufficient even as an engineering approach. This is why the second way calculating effective conductivities and Youngs moduli of elasticity is more relevant, but is however linked to a model microstructure. In order to describe the real microstructure of a porous material mathematically each pore has to be treated as being a spheroid the surface-to-volume ratio of which is identical with that one of the real pore. The central quantity of a porous materials microstructure on this way therefore becomes the mean ratio of the rotation axis and the minor axis of the substituting spheroid [28,31], which determines

- the electrical and thermal stray fields induced by pores in porous materials kept in outside homogeneous electrical or temperature fields respectively
- the stress and strain concentrations created by pores in porous materials in which an elastic stress-strain field exists.

Superimposing the induced stray fields and the original temperature or electrical fields on the one hand or the stress-strain-concentrations and the original-stress strain field and the other hand is theoretically possible by using the field energies - which are additiv only - and lead to the desired property - microstructute equations. The result points out, that three factors in those equations totally describe the effect of the microstructure on the conductivity and Youngs modulus of elasticity [24,29] namely: the porosity factor (P), the shape factor (F) and the orientation factor ($\cos^2 \alpha$). The definition of these factors alltogether following obligatory from the theoretical derivation shows [28,29,31], that

- the axial ratio of the spheroid substituting the real pores can be determined by quantitative microstructure analysis (= specific preparation + quantitative microscopy + stereological computation [30]) from sectioned planes of the porous material
- $0 \leq P \leq 1$ is the variational region of the porosity factor where $P=0$ is identical with the non-porous material
- $0 \leq F \leq 0.5$ is the variational region of the shape factor including $0 < F < 0.33$ for lenticular shaped pores (oblate spheroid), $F= 0.33$ for spherical pores and $0.33 < F < 0.5$ for egg-shaped pores (prolate spheroids)
- $0 \leq \cos^2 \alpha \leq 1$ is the variational region of the orientation factor, where $\cos^2 \alpha = 0.33$ points to nonorientation or isotropically microstructured porous material.

Considering the general equation of the effective-electrical and thermal-conductivity (λ_P) of porous materials the microstructural factors appear as follows [27,29].

$$\lambda_P = \lambda_M (1-P) \frac{2F + \cos^2 \alpha (1-3F)}{2F (1-F)} \quad (1)$$

(λ_M = matrix phase conductivity)

By substituting one third instead of $\cos^2 \alpha$ in equation 1 it becomes valid for the isotropic porous material and the exponent changes to

$$x = \frac{3F+1}{6F(1-F)} \quad (2)$$

Differentiation of the conductivity-microstructure equation for the isotropic porous material

$$\frac{d\lambda_P}{dF} = \frac{d\lambda_P}{dx} \cdot \frac{dx}{dF} = \lambda_M (1-P)^x \cdot \frac{3F^2+2F-1}{6F^2(1-F)^2} \cdot \ln(1-P) \quad (3)$$

and maximum determination

$$\frac{d\lambda_P}{dF} = 0 = \lambda_M (1-P)^x \frac{3F^2+2F-1}{6F^2(1-F)^2} \quad (4)$$

leads to $F=0.33$, the shape factor for spherical pores, thus stating, that any deviation from the spherical pore form in isotropic porous materials decreases their effective conductivity. The reduction is relatively small in the case of "egg-like" pores including cylindrical needles (extreme prolate spheroids) compared to "lenticular-like" pores including cylindrical discs (extreme oblate spheroids), where the conductivity may decrease rapidly with increasing porosity. Fig. 1 demonstrates how the relative effective conductivity (λ_P/λ_M) depends on the porosity and the pore shape expressed by different curves due to the different shape factors. Analogous conclusions follow from the equation treating the relationship between microstructure and Youngs modulus of elasticity for isotropic two-phase materials given elsewhere [29]. - Upper bounds for the effective relative conductivity (λ_P/λ_M) as well as the effective relative Youngs modulus of elasticity (E_P/E_M) of isotropic porous materials are therefore given by the property microstructure equations referring to spherical pores:

$$\frac{\lambda_P}{\lambda_M} = (1-P)^{\frac{3}{2}} \quad (5)$$

$$\frac{E_P}{E_M} = \frac{3(3-5P)(1-P)}{9-P(9,5-5,5\nu_M)} \quad (6)$$

(E_M, ν_M = Youngs modulus of elasticity and Poisson ratio of the matrix phase respectively)

COMPARISON OF MEASURED AND CALCULATED PROPERTY VALUES

As theoretically concluded above the conductivities and Youngs moduli of elasticity of isotropic porous materials have to be expected at or below the ones for materials possessing spherical porosity, which is perfectly confirmed by the electrical conductivity of porous metals in fig. 2. Due to their powder technological production using uniaxial pressure it is likely to expect a certain deviation from spherical pores in the case of ceramic materials. In fig. 3 therefore several measured thermal conductivities cross the upper bound to higher values due to a non-isotropic microstructure. In these cases equation 1 together with the corresponding orientation factors ($0.33 < \cos^2 \alpha < 1$) would have to be used. - Fig. 4 finally gives the comparison between experimental values of Youngs modulus of elasticity of isotropic porous materials with the theoretical curve calculated for spherical pores. Again as expected almost all measured quantities lie around or below the theoretical upper bound. There are two additional remarks concerning fig. 4 worth to be mentioned:

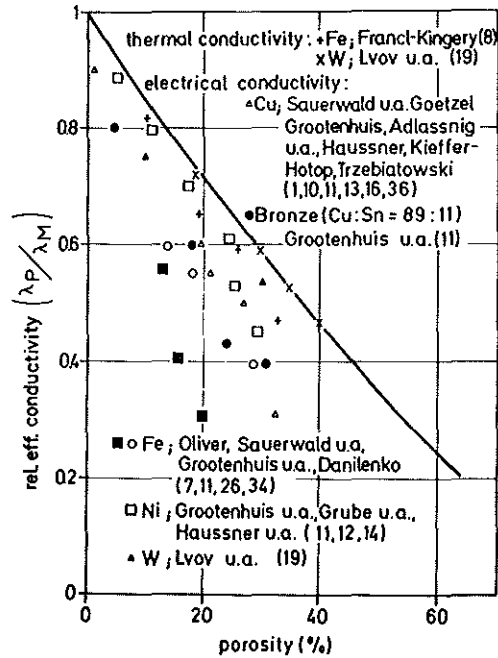
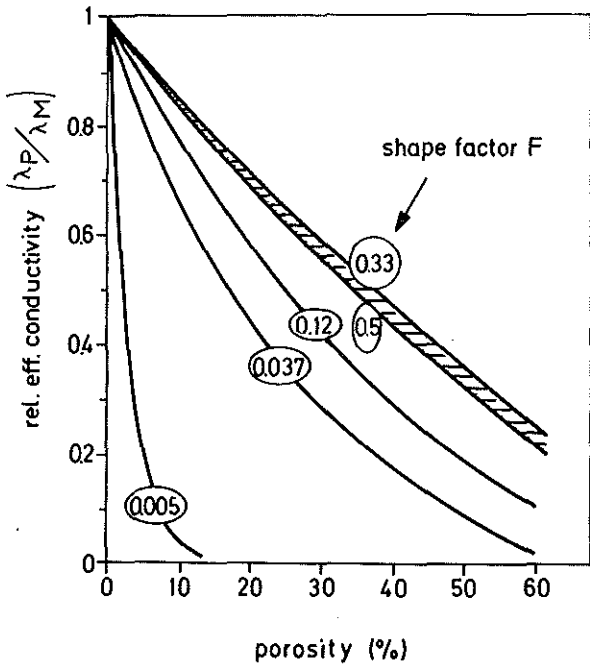


fig. 1: Pore shape and conductivity Fig. 2: Conductivity of porous metals

- the hatched region between theoretical curves referring to different Poisson ratios (ν_M) reveals their relative small influence on the effective Youngs modulus of elasticity of porous materials
- due to equation 6 the Youngs modulus of elasticity of porous materials referring to spherical pores becomes zero at 60 % closed porosity.

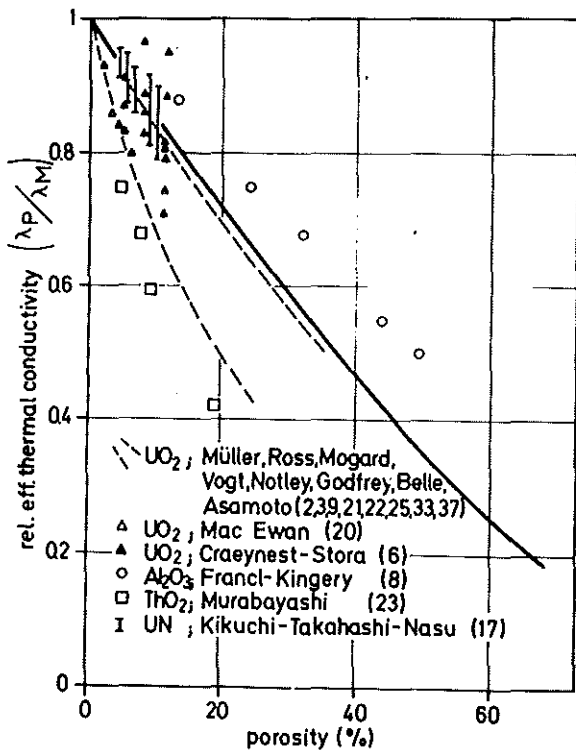


fig. 3: Thermal conductivities of porous materials

Although this result dissatisfies knowing about 90 % porosity in foam materials it is due to the fact, that the existing equations about Youngs modulus of elasticity suppose nonorientation and closed pores whereas even ideal spherical pores form interconnected porosity above 60 % by touching each other. This has to be treated and improved by futural work, but summarizing it can be stated, that the present property-microstructure relationships of porous materials provide the tool

- to predict and precalculate optimum microstructures for desired properties inbetween a given variational region, the realisation of which is a technological task
- to substitute direct property measurements by quantitative microstructure analysis of porous materials especially, where the latter is possible whereas property measurements are difficult, inaccurate, expensive or even impossible

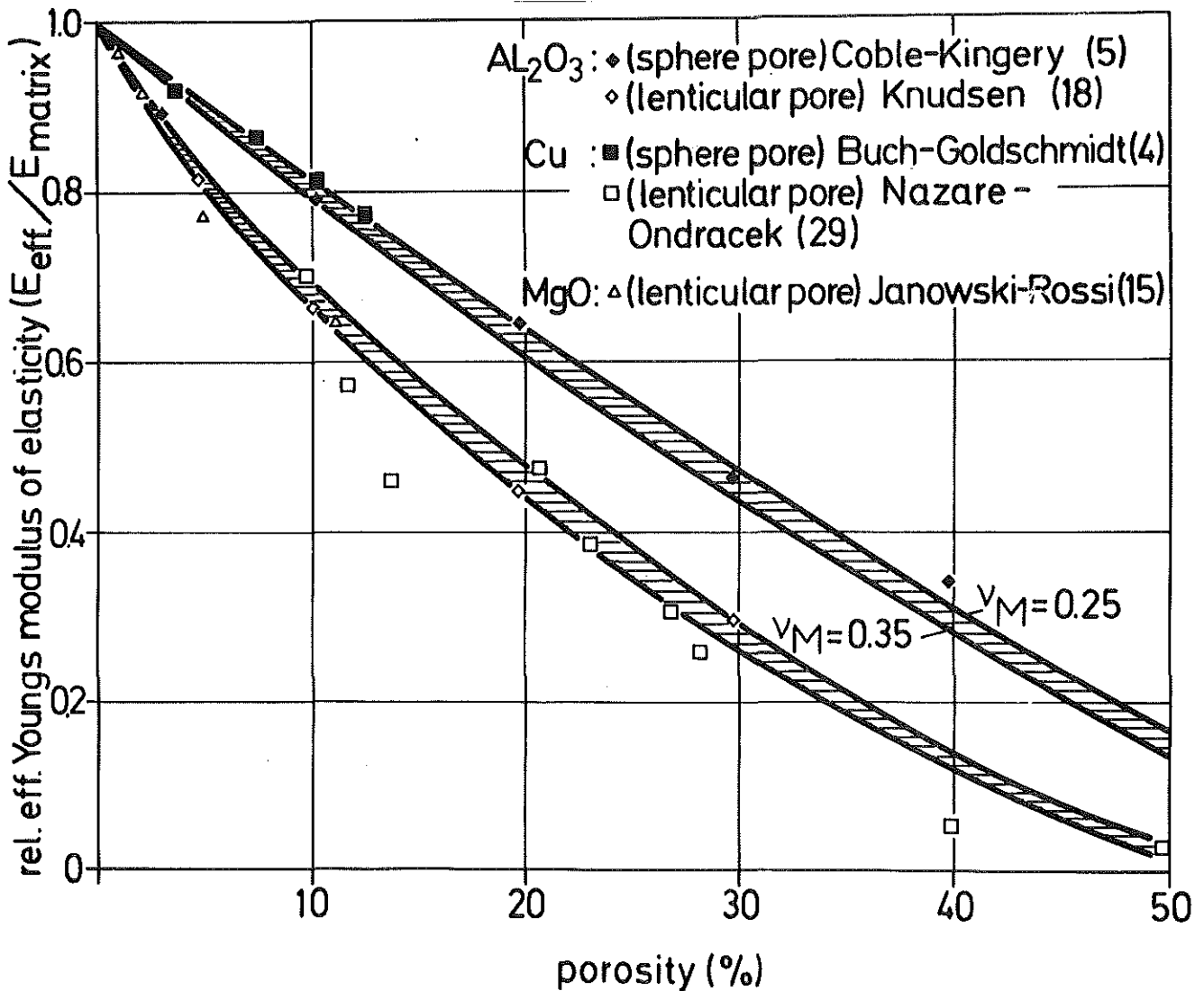


fig.4: Youngs modulus of elasticity of porous metals and ceramics (ν_M = Poisson ratio)

- to extent the result of the conventional microstructure quality control by quantitative microstructural parameters and interconnected material properties.

References

1. Adlassnig, K.; Foglar, O.: Radex Rundschau 2 (1950) 79
2. Asamoto, R.R.; Ansein, F.L.; Conti, A.S.: GAP-5493 (1968)
3. Belle, J.; Berman, R.M.; Bourgeois, U.F.; Cohen, I.; Daniel, R.C.: WAPD-TM-586 (1967)
4. Buch, A.; Goldschmidt, S.: Mater. Sci. Eng. 5 (1969/1970) 111
5. Coble, R.L.; Kingery, W.D.: J. Amer. Ceram. Soc. 39 (1956) 377
6. Graessmest, J.C. van; Stora, J.P.: J. Nucl. Mat. 37 (1970) 153
7. Danilenko, V.A.: Por. Mat. 2/50 (1967) 44
8. Franci, J.; Kingery, W.D.: J. Amer. Ceram. Soc. 37 (1954) 99
9. Godfray, T.G.; Fulkerson, M.; Kollie, T.G.; Moore, J.P.; McElroy, D.L.: J. Amer. Ceram. Soc. 37 (1954) 99
10. Goetzel, C.G.: J. Inst. of Metals 66 (1940)
11. Grootenhuis, P.; Povel, R.W.; Tye, R.P.: Proc. Phys. Soc. 65 B, (1952) 502
12. Grube, G.; Schlecht, H.: Z. Elektrochemie 44 (1938) 367
13. Hausner, H.B.: Powd. Mat. Bull. 3 (1948) 724
14. Goetzel, C.G.: J. Inst. of Metals 66 (1940)
15. Janowski, K.R.; Rossi, R.C.: J. Amer. Ceram. Soc. 50 (1967) 600
16. Kieffer, R.; Hotop, W.: Kolloid-Zeitschrift, 104 (1943), 208
17. Kikuchi, T.; Takahashi, T.; Nasu, S.: J. Nucl. Mat. 45 (1972/73) 284
18. Knudsen, F.P.: J. Amer. Ceram. Soc. 39 (1956) 377; 42 (1959) 376; 45 (1962) 94
19. Lvov, S.N.; Malko, P.I.; Nevskaya, L.V.; Nemchenko, V.F.: Sov. Powd. Metallurgie (1966) 416
20. Mac Ewan, J.R.; Stoute, R.L.; Motley, H.J.F.: J. Nucl. Mat. 24 (1967) 109
21. Mogard, R.; Djuric, S.; Multar, I.; Myeas, H.P.; Nelson, B.; Sumfords, U.: Genfer Atomkonferenz 10 (1965) 75
22. Müller, E.M.: Atomwirtschaft 9/10 (1970) 434
23. Murabayashi, M.; Takahashi, Y.; Mukaibo, T.: J. Nucl. Science and Technology 6 (1969) 657
24. Nazaré, S.; Ondracek, G.; Thümler, F.: in H.H. Hausner "Modern Developments in Powder Metallurgy" Plenum Press N.Y.-London Vol 5 (1971) 171
25. Motley, H.J.F.; Mac Ewan, J.R.: AECL-2230 (1965)
26. Oliver, D.A.: Iron and Steel Institute Spec. Rep. 38/9 (1947) 63
27. Ondracek, G.; Schulz, B.: Ber. DKG 48 (1971), 525
28. Ondracek, G.: Proc. IV. th. Int. Congress für Stereology NBS Special Publication 431 (1976) 295
29. Ondracek, G.: Prakt. Metallographie, Sonderheft (1978)
30. Ondracek, G.: Z. f. Werkstofftechnik 8 (1977) 240, 280
31. Ondracek, G. (ed): Bericht des Kernforschungszentrums Karlsruhe KFK-Ext. 6/73-2 (1973) 40, 84, 133, 152
32. Rice, R.W.: J. Amer. Ceram. Soc. 45-11/12 (1976) 536
33. Ross, A.M.: AECL 1096 (1960)
34. Sauerwald, F.: Z. Elektrochemie 38 (1932) 76.
35. Steden, E. von: Studienarbeit am Lehrstuhl für Werkstoffkunde II. Universität Karlsruhe (1971)
36. Traebiatowski, W.: Z. phys. Chem. A 169 (1934) 91
37. Vogt, J.: AB Atomenergie, (1964)

MATHEMATISCHE MORPHOLOGIE UND DIE PETROGRAPHIE ¹
=====

E.N. KOLOMENSKI* UND J. SERRA°

* Lehrstuhl der Geologie für Ingenieure
Lomonossov-Universität - Moskau

° Institut für Mathematische Morphologie
Bergbau-Akademie - Paris

ZUSAMMENFASSUNG

Es gibt nur zwei Arten eine physicalische Wissenschaft auszulegen. Man kann von den konkreten Problemen ausgehen oder auf sie hinauslaufen. Um die erste Schrittfolgerung anzunehmen, diejenige dieses Textes, hat man sich auf eine Reihe Fragen stützen müssen. Um kohärent zu bleiben, hat man sie alle aus demselben Gebiet gewählt, die Petrologie. Die Spezialisten anderer Gebieten der Bildanalyse (Metallbeschreibung, Biologie) werden ohne Mühe die Beispiele übertragen können, und die Methode in ihren eigentlichen Allgemeingrad stellen.

Die Petrologie wird, wie jede andere Wissenschaft, quantitativ, sobald man die für eine Verwirklichung jeglicher Operation ihres Gegenstandes unerlässlichen Bedingungen in logischen Ausdrücken formalisiert. Nachdem diese Zwangsläufigkeiten auf vier Prinzipien zurückgeführt wurden, wird untersucht, in welcher Weise jede einzelne Operation sich abspielt, wobei unterschieden wird zwischen nicht verifizierbaren Kriterien und Modellen, die einer experimentellen Kontrolle zugänglich sind. Drei Beispiele aus der Petrologie, der Geologie für Ingenieure, beschließen die Untersuchung. Sie beziehen sich jeweils auf die Struktur des Tons in raster-elektronenmikroskopischer Sicht, auf die Beziehungen zwischen physikalischen und morphologischen Eigenschaften vulkanischer Gesteine und auf die Gesetze der granulometrischen Degradation durch Zerkleinerung (Diese drei Beispiele bilden den zweiten Teil).

Dank : Wir danken sehr Herrn STUTZER für seine ausgezeichnete Übersetzung in die deutsche Sprache.

1. Teil

Prinzipien- Kriterien - Modelle

I - EINLEITUNG

Zur Beschreibung der Gesteine und zur Untersuchung ihrer physikalisch-chemischen Verhaltensweisen bedarf die Geologie des Ingenieurs der Hilfe einer quantitativen Petrologie*. Dies wird ganz deutlich in den Arbeiten von E.M. SERGUEEV (Ref. 14) oder in denen von G.A. GALADKOWSKAIA (Ref. 19), und dennoch bleiben einige Fragen unbeantwortet:

- Welche Ziele verfolgt man in der Geologie des Ingenieurs, die quantitativer Informationen bedürfen?
- In welchem Maße bestimmen die Arbeitsbedingungen des Geologen diese petrologischen Methoden?
- Und schließlich, welche physikalischen Realitäten beinhaltet das Wort "quantitativ" genau?

Die Antwort auf diese letztere Frage ist nicht einfach. Zunächst weil es durchaus unterschiedliche Quantifizierungen gibt und dann, weil die Anwendung elektronischer Apparaturen dem Naturwissenschaftler insofern eine Falle stellt, als sie ihn dazu drängt, das Quantitative mit dem zu verwechseln, was lediglich in Zahlen ausgedrückt ist. Jedes elektrische Signal kann leicht digitalisiert, integriert und sein Integral numerisch ausgedrückt werden. Zum Beispiel kann man den Reflexionskoeffizienten eines Teils eines polierten Anschliffs genau und augenblicklich in Zahlen ausdrücken: dazu genügt ein Fotovervielfacher und eine entsprechende Elektronik. Andererseits, wenn man denselben Aufbau bei der Untersuchung einer mit einem Raster-Elektronenmikroskop gemachten Aufnahme in der gleichen Weise verwendet, so produziert er ebenso gut ein elektrisches Signal und eine Antwort in Zahlen. Und dennoch, bei der ersten Messung hat man durchaus das Gefühl etwas Objektives berührt zu haben, während dies bei der zweiten nicht der Fall ist, gerade so als ob man sich getäuscht hätte, als man die Quantifizierung durch die Antwort eines Apparates definiert hat, während doch die Beobachtungsbedingungen des Objektes nicht eindeutig durchleuchtet wurden. Deshalb ist es, vor allem anderen, notwendig, unsere Kritik auf den Begriff des Beobachtbaren auszurichten, herauszuheben; unter den möglichen Schritten des Vorgehens diejenigen auszusortieren, die eine Garantie dafür geben, daß zwei verschiedene Beobachter, die am selben Material arbeiten in der Tat auch vom gleichen Objekt sprechen, und in der Lage sind zu sagen, aus was es besteht.

Wer sich vornimmt, aus dem Rohmaterial ein wissenschaftliches Objekt herauszuarbeiten, der sollte sich nicht allein über diese Bedingungen der Beobachtung klar werden, er muß darüber hinaus wissen, warum dieses Objekt untersucht wird. (Siehe dazu die sehr klare methodologische Analyse von Voronine und Eganov Reg. 9).

Die klassische Petrographie zielt auf Klassen-Einteilungen ab, auf eine den Naturwissenschaften so teure Systematik (und die im übrigen eine an die Ordnungsbeziehung gebundene Quantifizierung in sich selbst trägt), deren erklärende endliche Kraft genetischer Natur ist. Für diese Art von Petrographie wird ein Gestein A als gut bekannt angenommen, wenn die Form und die Anordnung seiner Bestandteile gezeigt haben, daß es aus den Gesteinen B, B', B''... über dazwischen liegende Prozesse C, C', C''... herrührt. In der Petrologie, so wie sie hier angestrebt wird, bleibt das Ziel der Beschreibung als solche bestehen (man würde sonst von Physik und nicht von Naturwissenschaften sprechen), allerdings jedoch frei von jedem Hintergrund genetischer Art. Beibehalten wird von der klassischen Petrographie im wesentlichen ihre Typologie, die als Rahmen dient um die Proben einzuordnen, oder die Territorien in homogenen Untergruppen zu ordnen, die separat zu untersuchen sind.

Als Gegengewicht zur quantitativen Beschreibung verfolgt die Petrologie ein zweites völlig anderes Ziel. Dem Geologie-Ingenieur stellt sich die Frage nach dem Verhalten eines Gesteins in einem definierten physikalischen Prozess, z.B. wie widersteht es einem Zerquetschungs-vorgang oder wie widersteht es ihm nicht (Zerkleinerung). Derartige Probleme gibt es unzählige. Sie können die Poren oder die feste Phase berühren, indem sie sich auf Vorgänge beziehen, welche die Gesteine zerstören oder sie im Gegenteil erhalten, auf Erscheinungen, die durch bekannte oder unbekannte Differentialgleichungen gesteuert werden etc.... , etc... Eine treffende Quantifizierung wird diese Differenzen auf mehreren Ebenen der Modellbildung beantworten, die mehr oder weniger stark und explikativ sind. Im Augenblick wäre es verfrüht daraus eine Rangordnungsliste zu bilden und außerdem wäre das wenig pädagogisch. Wir ziehen es eher vor, dem Leser drei sehr signifikante und sich in vieler Hinsicht ergänzende Beispiele vorzuschlagen. Die vorliegenden Arbeiten sind das Ergebnis der Zusammenarbeit zwischen dem Lehrstuhl für Ingenieur-Geologie der Universität Moskau und dem Laboratorium für Erzaufbereitung der Universität Löwen (3. Bsp.) einerseits und dem Institut für Mathematische Morphologie der Bergbau-Akademie, Paris, andererseits.

II - BEISPIELE

II-1 - Beispiel 1: Tonerde dargestellt im Raster-Elektronenmikroskop

Betrachten wir die beiden Photographien (Abb.1), die Tonerde im Raster-Mikroskop darstellen. Welches sind der oder die quantitativen morphologischen Parameter einfachster Art, die man aus dieser Art von Beobachtung gewinnen kann?

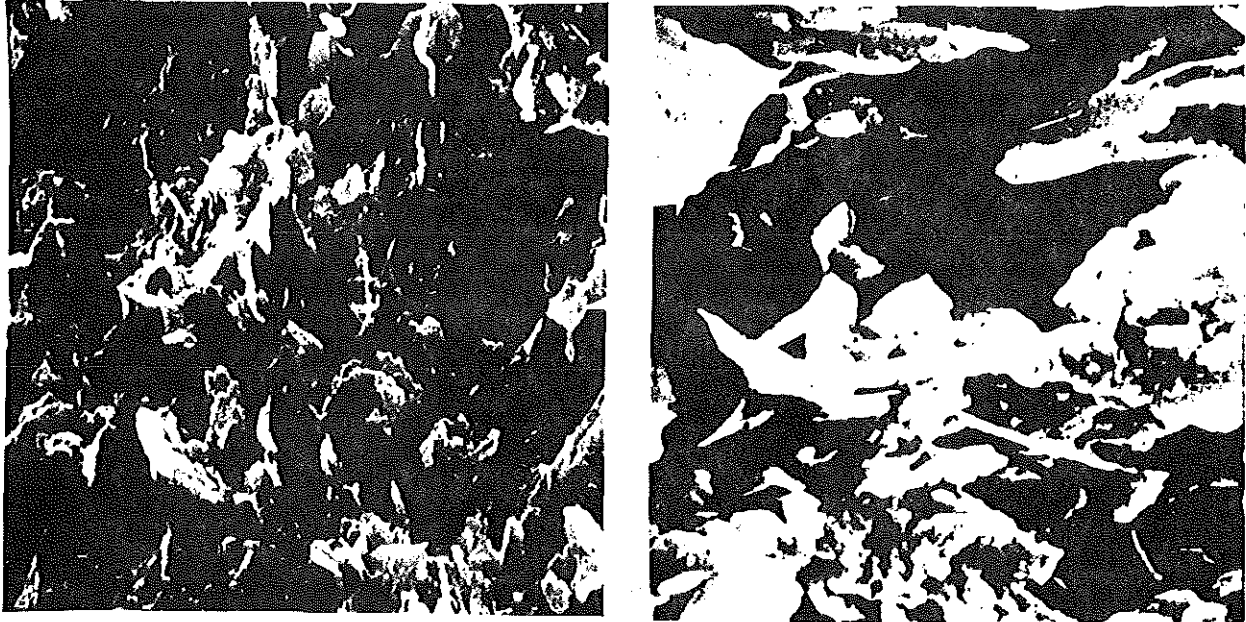


Abb.1 - Ton dargestellt im Raster-Mikroskop ($V = 3 \cdot 10^3$ und 10^4)

II-2 - Beispiel 2 : Physikalische Eigenschaften von Gesteinen.

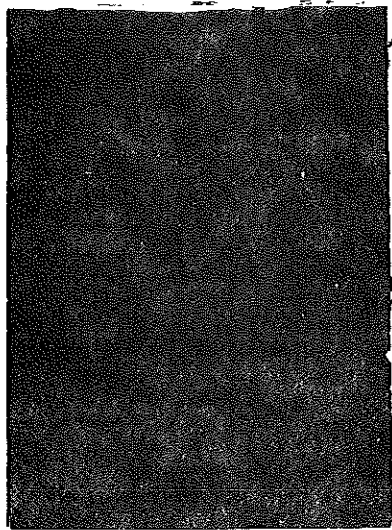
Jedes der nachfolgenden Bilder (Abb. 2) ist eine Photographie eines polierten Dolerit-Anschliffs in mikroskopischer Darstellung. Sie ist Teil eines Loses von etwa hundert Proben, die alle doleritisch oder basaltisch sind und in verschiedenen Territorien des Kaukasus anlässlich Ingenieur-geologischer Arbeiten entnommen wurden. Jeder einzelne Schliff sitzt auf einer Unterlage, die aus einer Scheibe einer Bohrkarotte von 8 cm Durchmesser besteht. An den Bohrfragmenten wurde der Widerstand gegen Quetschkräfte, die Schallgeschwindigkeit, die Wasserdurchlässigkeit und das Volumen-Gewicht des Gesteins gemessen. Man möchte wissen :

1/ Wie ähnlich oder wie verschieden sind die Proben innerhalb ihrer Klassifizierung in Dolerite und Basalte (die Abb. 2 gibt einen Eindruck der Verschiedenheit ihrer Erscheinungsbilder),

(a)



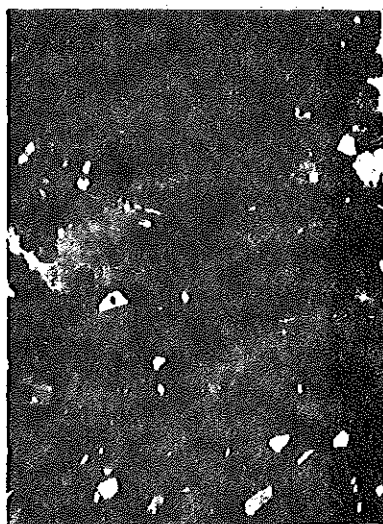
(b)



(d)



(c)



(e)

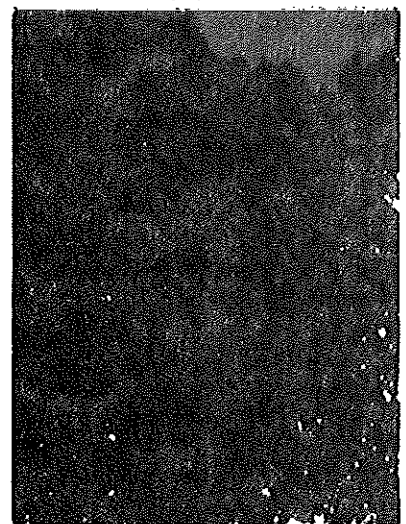


Fig. 2 - Doleritenmuster

2/ Ob die Ähnlichkeiten mit geographischen Lokalisierungen zusammenhängen;

3/ Welche morphologischen Charakteristika sich am besten mit den physikalischen Eigenschaften verbinden und wie (mit dem Widerstand gegen Quetschkräfte insbesondere).

II - 3 - Beispiel 3 : Textur und Zerkleinerung

(Diese Untersuchung von Ph. Cauwe und G. Matheron war bereits Gegenstand der Veröffentlichungen [1], [2]).

Betrachten wir zwei Gesteine, das eine homogen, das andere von komplexer, vielphasiger und rissiger Textur. Unterziehen wir industrielle Proben dieser Gesteine verschiedenen Zerkleinerungsbedingungen die insgesamt 30 verschiedene Versuche darstellen. Die Granulometrie der zerkleinerten Produkte ist abhängig von der ursprünglichen Textur der Gesteine und außerdem von den Verarbeitungs-Parametern (Art der Zerkleinerungsmaschine, Zeit des Aufenthalts darin,...). Ist diese Abhängigkeit zu quantifizieren und wie?

II-4 - Anmerkungen zu den voraufgegangenen Beispielen.

Im zweiten Teil wird man eine detaillierte Beziehung zwischen den Antworten und den so eben formulierten Fragen finden. Bevor wir jedoch auf diese Antworten eingehen, ist es vielleicht nicht überflüssig, sich über die Bedingungen klar zu werden, welche die Operationen des Experimentators verifizieren sollen, wenn er ein wissenschaftliches Objekt im Gewebe des Wirklichen abgrenzen will und über diejenigen des Physikers, der anschließend ein theoretisches Modell errichten möchte, (und im Gegensatz dazu entdecken möchte, was nicht wirklich zwingend ist).

Schieben wir zunächst einen eindeutig falschen Zwang beiseite. Es ist nicht notwendig die zukünftigen morphologischen Konzepte von dem Begriff der konnexen Partikel abhängig zu machen, denn er ist ebenso gut der Urtyp der Eigenschaft, die auf dem Wege des Zerkleinerungsvorgangs nicht erhalten bleibt (Bsp. 3), noch bei der stereologischen Wiederaussetzung (Bsp. 2: zwei getrennt auf dem Schnitt gesehene Poren haben keinen Grund im Raum nicht benachbart zu sein, denn alle in dieses Problem der Ingenieur-Geologie eingreifenden physikalischen Erscheinungen wirken im dreidimensionalen Raum R^3).

Stellen wir uns zwei Geologen vor, die unabhängig voneinander, auf dem gleichen Terrain zwei Bohrkarotten an derselben Stelle eines Dolerit-Massivs entnehmen. Sie stellen daraus polierte Anschliffe her, deren mikroskopische Textur sie einer quantitativen Analyse unterziehen wollen. Damit diese Analysen zumindest statistisch zu demselben Resultat gelangen, dürfen sie nicht den Zufälligkeiten eines einzelnen Beobachters unterworfen sein. Tatsächlich scheint es so zu sein, daß unsere Geologen zur Herstellung ihres Objektes unausweichlich vier Engpässe passieren müssen:

- Es ist ihnen unmöglich den Ort einer Bohrung oder einer Probenahme in einem Terrain auf ein Mikron genau zu kennen, bestenfalls aber im Maßstab von etwa zehn Zentimetern,

- Um das Objekt zu sehen, müssen sie es vergrößern,

- Die Sehfelder der vergrößernden Instrumente ebenso wie der polierte Anschliff oder der Dünnschliff selbst schneiden willkürlich kleine Gebiete aus dem Raum und zwingen so zu einer Kenntnis des Objektes, die lediglich aus Teilstücken zusammengesetzt ist,

- Die verschiedenen Auflösungsvermögen der vergrößernden Geräte unterteilen den Maßstab der Dimensionen in drei Teile : das was zu klein ist um gesehen zu werden (in der Optik das Gebiet kleiner als $0,2 \mu\text{m}$), das was groß genug ist, um scharf zu erscheinen (die Einheiten größer als $2 \mu\text{m}$) und endlich, zwischen diesen beiden Grenzen, ein Gebiet dessen Objekte mehr oder weniger unscharf sind und kleinen Formveränderungen gegenüber einer Darstellung mit höherem Auflösungsvermögen unterworfen sind. Das sind z.B. die fadenförmigen Poren auf den Photographien (Abb. 2). Man kann sie sehen, aber nicht sehr gut abgrenzen. Wie gut auch immer die Auflösung sei, es wird immer Einheiten dieser Art geben.

Wir werden jede petrologische Beschreibung die diese vier Zwangsläufigkeiten klar bewältigt als quantitativ qualifizieren. Um sich von ihnen zu befreien wird man sie in logischen Ausdrücken konzipieren müssen, was dazu führt, daß man sich in einer numerischen Sprache ausdrückt. Dies ist aber eine Konsequenz und nicht der Ausgangspunkt der Quantifizierung. Andererseits steht sicher fest, daß die alleinige Berücksichtigung genau dieser vier zwingenden Bedingungen in sich eine Hypothese darstellt, jedoch nicht im Sinne einer verifizierbaren

Hypothese, denn sie erstreckt sich nicht auf die Objekte selbst, sondern auf die Handlungen des Subjekts. Auf dieser Ebene wählt man, oder man entscheidet, aber von einem widerlegbaren Modell kann noch nicht die Rede sein. Stellen wir uns als Gegenbeispiel vor, wir hätten die Morphologie der Bäume quantifizieren wollen. Dabei ist völlig klar, daß die erste Bedingung (örtlich fließende Koordinaten) nicht adäquat erschienen wäre. Im Wachstum des Baumes ist ein Bezugsursprung impliziert, das Niveau des Bodens, und eine Vorzugsrichtung, die Vertikale.

Auf diese Weise schneidet der Physiker, mit Hilfe der vier folgenden Prinzipien, gewisse wissenschaftliche Objekte in die Wirklichkeit, d.h. sie werden durch reproduzierbare Beziehungen beobachtbar. Diese quantifizierbaren petrologischen Objekte existieren nicht durch sich selbst, sondern einzig und allein als Interaktionen der Brutto-Gegebenheiten mit bestimmten Handlungen des Subjektes, welche sie informieren, erzeugen.

III - DIE VIER PRINZIPIEN DER QUANTITATIVEN PETROLOGIE.

Logisch gesehen enthalten Operationen, wie die der physikalischen Messung einer spezifischen Oberfläche oder die Ableitung durch Sieben einer granulometrischen Kurve, zwei deutlich verschiedene Etappen. Als erstes definiert der Physiker mit Hilfe des Initial-Körpers ein neues Objekt (der Oberflächenanteil im ersteren Falle, im zweiten die Gesamtheit der von einem gegebenen Sieb zurückgehaltenen Partikel), sodann ordnet er der vom Initial-Objekt abgeleiteten Gesamtheit ein Maß zu (Gebiet des Oberflächenanteils, Gewicht des Siebes).

In der quantitativen Petrologie lassen sich die beiden Etappen dieses Vorgehens in folgender Weise übertragen. Das zu untersuchende Material wird definiert durch die Gegebenheit einer oder mehrerer Mengen von Punkten, die man mit X bezeichnet (z.B. Menge der Punkte eines porösen Milieus). X kann in kontinuierlicher Form von Parametern abhängen ($X(u)$ der Zonen mit einem Reflexionsvermögen größer als u), diskontinuierlich oder endlich (Einheit der Teilmengen X_1 , $X_j \dots$ der Phasen i , $j \dots$ wie etwa Plagioclase, Pyroxene, Poren...). Jegliche morphologische Operation ist vom Aufbau her das Produkt einer Applikation oder Transformation ψ , gefolgt von einer Messung μ . $\psi(X)$ kann die Grenzmenge (spezifische Oberfläche), das vom Sieb Zurück-

gehalten, usw.. In jedem Fall handelt es sich dabei um eine neue Menge. Dem gegenüber ist $\mu[\psi(x)]$ eine Zahl (Gewicht, Volumen, Fläche usw...). (Diese Art die Dinge zu erfassen ist ihrer evidenten Form nicht immer klar wahrgenommen worden. Besonders die angelsächsische Schule der Stereologie (siehe dazu Ref. 3) hat das Konzept der Transformation nicht von dem der Messung getrennt. Ohne sich dessen bewußt zu werden, hat sie sich infolgedessen auf bestimmte spezielle Fragen beschränkt, die im übrigen in bemerkenswerter Weise behandelt werden, wie etwa der Übergang von der Ebene zum Raum, anstatt das Feld aller an nützlichen Eigenschaften reicher Transformationen systematisch zu durchlaufen. In dieser Hinsicht ist die Tatsache, daß sie sich selbst den Namen "Stereologie" gegeben hat, bezeichnend).

Den weiter oben erwähnten vier Zwangsläufigkeiten stehen vier Prinzipien gegenüber, die in imperativer Form durch jede Transformation mit petrologischer Bedeutung zu verifizieren sind.

III-1 - Die lokale Invarianz durch Translation.

Wenn X_h die Translatierte der Menge X entsprechend dem Vektor h bezeichnet, so sagt man, daß ψ durch Translation unveränderlich ist, wenn es gleichgültig ist X um h zu translatieren und dann ψ darauf wirksam werden zu lassen, oder mit der Aktion von ψ zu beginnen und das Resultat um h zu verschieben. Hier der symbolische Ausdruck dafür:

$$(1) \quad \psi(X_h) = [\psi(X)]_h$$

Es ist klar, daß allein diese Transformationen der Lage des Koordinaten-Ursprungs gegenüber unempfindlich sind und sich der ersten Zwangsläufigkeit entledigen. Dem gegenüber ist es nicht wünschenswert weiter in Richtung der Invarianz gemäß den Verschiebungen vorzugehen: die Invarianz gemäß den Rotationen hätte die Familie der mit einer manchmal schädlichen Hypothek belastet (schlimmer noch als schädlich, wäre sie insbesondere nicht allgemeingültig, was z.B. für zerkleinerte Produkte notwendig ist, nicht aber für Messungen in situ an Proben deren Orientierung bekannt ist). Andererseits, wenn man davon ausgeht, daß die Beziehung (1) im Hinblick auf den Maßstab des elementaren Meßfeldes, wie man es z.B. im Mikroskop sieht, zwingend ist, so muß man einräumen, daß die morphologischen Parameter im Raum langsam fluktuieren können. Es handelt sich also um eine lokale Invarianz.

III-2 - Die Vereinbarkeit mit den Homothesen.⁺

Bezeichnen wir mit λX die Homothetische der Menge X in einer Homothese mit einem gegebenen Zentrum, die jedoch unbestimmt ist. Bezeichnen wir andererseits mit ψ_λ eine von dem positiven Parameter abhängige Familie von Transformationen ψ . Die Familie ψ_λ ist mit den Homothesen vereinbar, wenn es gleichbedeutend ist ψ_1 auf X zu applizieren oder ebenso X im Verhältnis λ zu vergrößern (oder zu verkleinern), ψ_λ darauf zu applizieren und dann das Ergebnis im umgekehrten Verhältnis $\frac{1}{\lambda}$ zu verkleinern (oder zu vergrößern). Ausgedrückt:

$$(2) \quad \frac{1}{\lambda} \cdot \psi_\lambda(\lambda X) = \psi_1(X)$$

Die Operation, die z.B. darin besteht, Teilchen deren Oberfläche größer ist als $10 \mu\text{m}$ ^{2(zu isolieren)} verifiziert die Beziehung (2). Dem gegenüber würde aber diejenige, welche darauf abzielte Partikel zu filtern deren Quantität "Oberfläche + Umfang" größer als 100 ist, sie nicht verifizieren und ihr Resultat hinge von der gewählten Vergrößerung ab. In welcher Einheit wollte man im übrigen die Summe "Oberfläche + Umfang" ausdrücken?

Man stellt wiederum fest, daß dieses zweite Prinzip oder besser, das zweite zusammen mit dem ersten, uns von dem Zwang befreit, nicht in natürlicher Größe arbeiten zu können.

Man kann feststellen, daß das zweite Prinzip im Unterschied zum ersten nur mit Hilfe einer Familie von Transformationen ψ_λ formuliert werden konnte. Es ist die Familie in ihrer Gesamtheit, die eine Invariable gegenüber den Homothesen darstellt und nicht ein besonderes ψ_λ . Daher kommt es, daß man oft die diesen Transformationen zugeordneten Messungen als Funktionen eines positiven Parameters darstellt. Das klassische Histogramm der Durchstöße, z.B., ist in der Tat eine innere Gegebenheit des polierten Anschliffes dem es entstammt (auf eine Maßstabsänderung genau auf der Abszissenachse), während das Verhältnis der Sehnen zwischen 5 und 6 Mikron von dem der Sehnen zwischen $50 \mu\text{m}$ und $60 \mu\text{m}$ verschieden ist.

III-3 - Die lokale Kenntnis.

Stellen wir uns vor, daß wir ein Porennetz im Mikroskop betrachten. X ist die Gesamtmenge der Poren. Wir wählen eine Punkte-Gruppe von X und entscheiden, daß der Wert "eins" demjenigen dieser Punkte zugeordnet

⁺Homothetisch = selten für synthetisch. In der Geologie = gleichsinniger Einfall, Neigung in einem Verwerfungssystem. Anm. d. Übers.

wird, durch welchen die längste Sehne geht. Ist diese Messung experimentell durchführbar? Es wird nicht möglich sein, eine solche Transformation an X durchzuführen, denn man nimmt lediglich die Schnittstelle $X \cap Z$ durch die Pupille des Feldes Z unseres Beobachtungsgerätes wahr, es sei denn, wir wüßten im Voraus, daß keine der Sehnen länger ist als ein bestimmtes Maximum L . Die maximale Sehne riskiert aber sehr, über die Größe von Z hinauszugehen. Hier ist zu beachten, daß es sich nicht um das Problem der Bestimmung einer Transformierten in allen Punkten des Raumes handelt, die von vornherein unmöglich ist, sobald man von einer Bemusterung von X , das selbst nur partiellen Charakter hat, ausgeht. Man sucht einfach die Transformationen von ψ als solche zu definieren; wenn man X im Bemusterungsgebiet Z , aber nicht außerhalb, kennt, dann kennt man die Transformierte $\psi(X)$ in einer anderen Zone Z' (die unvermeidlich kleiner oder bestenfalls gleich Z sein wird). Darüber hinaus wird verlangt, daß das neue Feld Z' von der Wahl der Transformation ψ abhängt, jedoch nicht vom Objekt X selbst. Da Z und Z' begrenzte Mengen sind, formulieren wir das dritte Prinzip wie folgt:

Die Transformation ψ verifiziert das Prinzip der örtlichen Kenntnis, wenn unabhängig von der begrenzten Menge Z , innerhalb derer man allein X kennt, eine Menge Z' existiert innerhalb derer man $\psi(X)$ kennt.

Nachdem die einzige experimentelle Wirklichkeit, auf die ψ Einfluß nehmen kann $X \cap Z$ ist, symbolisiert sich dieses Prinzip wie folgt:

$$(3) \quad \forall Z, \text{ begrenzt} ; \exists Z' \text{ begrenzt} : [\psi(X \cap Z)] \cap Z' = \psi(X) \cap Z'$$

III-4 - Die höhere Halb-Kontinuität.

Möge uns der naturwissenschaftliche Leser nachsehen, daß wir ihm die nachfolgenden topologischen Überlegungen zumuten, denn sie werden ihm nicht vertraut erscheinen, dennoch erscheinen sie unerlässlich für die Darstellung einer korrekten Quantifizierung zu sein. Er wird auf jeden Fall schnell erkennen, daß diese Überlegungen sich ebenso sehr einer übertriebenen Mathematisierung widersetzen, wie sie andererseits den Zugang zu einer effektiven Modelldarstellung des Wirklichen begünstigen.

Nach dem Dogiker Bridgmann (Ref. 4) besteht eine der hauptsächlichsten Gefahren der Mathematik für den Physiker in ihrer Neigung, bis ins Unendliche zu extrapolieren. Dies entsteht aus einer natürlichen Tendenz des Geistes, der auf sich selbst zurückgeführte Strukturen braucht um seine logischen Ableitungen zu untermauern (Ref. 5) (stabile Strukturen für die unendlich wiederholten Additionen, z.B.). Nun, da die Mathematik nichts zum Gegenstand hat (einzigartiges Privileg unter den anderen Wissenschaften) stört sie dies wenig.

Das physikalische Universum hat keinen Grund in Bausch und Bogen mit den von der Mathematik gesetzten Rahmen übereinzustimmen. In dieser Hinsicht hat der mathematische Begriff der Grenzmenge für einen Petrologen nicht den geringsten Sinn, denn er kann nicht überprüfen, ob ein Punkt Zentrum einer Kugel ist, die so klein sein kann, wie man will, aber deren Inneres mindestens einen Punkt der Körner und einen anderen der Poren enthält. Das Objekt beliebig vergrößern? Welch schöner Traum für einen Physiker !...

Und dennoch, sie existieren die Kontakte zwischen den Phasen, die Korngrenzen, die fadenförmigen Poren etc... Wie aber soll sie ein Apparat erkennen? Eine Grenze, lokal gesprochen, erscheint als ein Ding aus zwei kleinen benachbarten Flecken mit unscharfen Konturen, deren einer sich in den Körnern und deren anderer sich in den Poren befindet. Wenn man die Auflösung des Gerätes verbessert, rücken die Grenzflecken dichter aneinander, werden kleiner, bleiben aber unscharf (niemals werden es Punkte sein) und die Grenze wird nach wie vor durch Interpolation definiert werden.

Angesichts zweier komplementärer Phasen stellt sich die konkrete Situation wie folgt dar : es gibt die beiden experimentellen Mengen X und X' von denen man sicher ist, daß jeder Punkt respektive in der einen oder anderen Phase liegt, außerdem eine Zone Δ_1 , als Komplement der Vereinigung $X \cup X'$, in deren Innerem sich die Grenze befindet. Die Tatsache einer Verfeinerung des experimentellen Zugangs läuft daraus hinaus, einen zweiten Grenzstreifen abzustecken, Δ_2 eingeschlossen in Δ_1 . Auf diese Weise erscheint die reale aber nicht erfaßbare Grenze als der Schnitt aller möglichen Δ_i .

Daraus entsteht ein Problem. Wir haben soeben ein Objekt als

Grenze des Schnittes einer Reihe $\Delta_1, \dots, \Delta_1$ charakterisiert, bei denen die einen in den anderen eingeschlossen sind. Wenn man an unserem ursprünglichen Bild eine Transformation ψ ausführt, die wächst (das bedeutet etwa eine solche wie Δ_1 eingeschlossen in Δ_2 hat zur Folge $\psi(\Delta_1)$, eingeschlossen in $\psi(\Delta_2)$), dann ist es außerdem notwendig, daß die Reihe $\psi(\Delta_1)$ eine Grenze des transformierten Bildes in progressiver Weise einschließt. Dies ist jedoch nicht evident, wie nachfolgendes Beispiel zeigt. ψ sei die Transformation, die darin besteht, in einem Objekt die Vereinigung aller maximal einschreibbaren Kreise festzustellen. Wenden wir sie auf ein etwas ausgeweitetes Pseudo-Rechteck X an (siehe dazu Abb. 3), das man erhält, wenn man die beiden langen Seiten des ursprünglichen Rechtecks leicht verlängert und nach innen umbiegt.

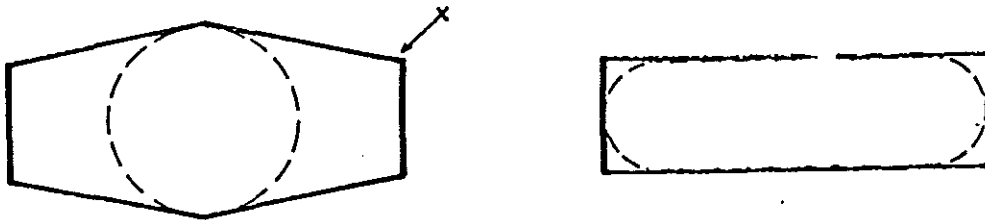


Abb. 3 : Beispiel einer diskontinuierlichen Transformation.

Wenn X gegen die Grenze eines exakten Rechtecks geht, dann wird sein transformiertes Bild, das ist der im Zentrum von X maximal einschreibbare Kreis fortlaufend kleiner und plötzlich, im Augenblick der Grenzüberschreitung, transformiert es sich in einen langen Streifen mit abgerundeten Enden. Die Transformation ψ ist nicht kontinuierlich. Man kann einwenden, daß dieses Beispiel ein theoretisches sei, denn in der Praxis begegnet man niemals einem perfekten Rechteck. Das ist richtig, spielt aber nicht die geringste Rolle. Ein experimentelles "Rechteck" zeigt leicht aufgeblasene Grenzen, und es ist gerade die geringste dieser Ausbuchtungen, die auf eigene Rechnung den Maximal-Kreis blockiert. Die kleinen Verbiegungen der Abbildung, die von einem zum anderen Experiment unvermeidbar und außerordentlich verstärkt wurden durch die gewählte Transformation, führen zu voneinander völlig verschiedenen transformierten Bildern. Die Diskontinuität der Anwendung ψ macht sie physikalisch unannehmbar.

In der Topologie nennt man diejenigen Mengen "geschlossen", welche bei dem unendlichen Durchschnitt stabil bleiben (die Δ_1 z.B.), oder, was gleichbedeutend ist, diejenigen Mengen, welche ihre Grenzen beinhalten. Bezeichnet man mit $X_n \downarrow X$ eine Folge X_n von ineinandergeschachtelten Mengen (kleiner werdende Folge), die $X = \bigcap X_n$ verifiziert (X ist der Durchschnitt der X_n , wenn n gegen unendlich geht), so ergibt sich aus dem vorstehenden, daß :

α) Wenn zwei Mengen gleichen Inhalt und gleiche Grenze haben, so sind sie experimentell identisch, und es sollte durch keine Transformation möglich sein, die eine von der anderen zu unterscheiden.

β) Die wachsende Anwendung ist petrologisch zulässig, wenn sie, angewandt auf eine Folge geschlossener $X_n \downarrow X$, den Ausdruck $\psi(X_n) \downarrow \psi(X)$ verifiziert. Symbolisch ausgedrückt heißt das:

(4) $\forall X_n$ geschlossen : $X_{n+1} \subset X_n$; $\psi(X_{n+1}) \subset \psi(X_n)$ und $X_n \downarrow X$
implizieren $\psi(X_n) \downarrow \psi(X)$

ANMERKUNG : Aus Gründen der Einfachheit haben wir soeben eine Darstellung gewählt, die voraussetzt, daß die Transformationen ψ wachsen. Darin sollte man jedoch keinen theoretischen Zwang sehen noch weniger aber ein Prinzip, in dem Sinne, wie wir es hier verstehen. Bei G. Matheron (Ref. 6, Kapitel 1) findet man eine andere Formulierung der Eigenschaft β (genannt "höhere Halb-Kontinuität"), die von dem Begriff der wachsenden Transformation unabhängig ist.

III-5 - Bedeutung der vier Prinzipien der petrologischen Quantifizierung.

An welche Objekte wenden sich die vier soeben entwickelten Prinzipien? An die nackten Tatsachen des Experiments oder an die mathematische Darstellung, die daraus ihren Sinn bezieht?

Um die Wahrheit zu sagen, an die einen wie an die anderen, darin besteht sogar ihre Daseinsberechtigung. Weder gehen sie von einem bestimmten Experiment, noch von einer vorher existierenden

Axiombildung aus, von denen sie sich herleiten würden. Im Gegenteil, als von den Handlungen des Subjektes selbst auferlegte Zwangsläufigkeiten und dem Imperativ, wie Piaget sagt, das Subjekt "objektiv und dezentriert" darzustellen, sind sie Vorläufer sowohl der rohen Materie wie auch der theoretischen Modelle. Sie nehmen unter den unmittelbaren natürlichen Gegebenheiten eine Auslese vor, gleichzeitig, nachdem sie nicht experimenteller Natur sind und man sie infolgedessen in logischen Ausdrücken formalisieren kann, zwingen sie uns in dem Wald der möglichen mathematischen Strukturen die Klasse derjenigen aufzuspüren, welche sie verifizieren...

In der Natur begegnet man oft Objekten, deren Zugänglichkeit zur Morphologie die vier weiter oben angezogenen Voraussetzungen nicht verlangt. Denken wir zum Beispiel an die Untersuchung der Wolkenmassen-Verteilung wie sie von einem Satelliten aus im Maßstab einer ganzen Halbkugel zu sehen ist. Es scheint in diesem Falle ziemlich unnötig die Bedingung der lokalen Kenntnis zu fordern, was dabei die Invarianz durch Translation angeht, so ist sie geradezu unerwünscht.

In ähnlicher Weise wäre es ungeschickt jegliche Mathematisierung der Morphologie an diese vier als Axiome aufgestellten Prinzipien zu binden. Sobald man nämlich das Gebiet der Petrographie verläßt, behalten sie nicht mehr alle dieselbe Allgemeingültigkeit, wie wir gesehen haben, sie würden also auf Grund dieser Tatsache den gemeinsamen mathematischen Stamm der verschiedenen Zweige der Bildanalyse schmälern. Die korrekte Einordnung des Niveaus der Verallgemeinerung der Mathematisierung verdanken wir G. Matheron. Sie erfolgte ziemlich hoch, aber doch nicht zu sehr, und vermeidet allzu abstrakte Bereiche (6). Seine Leitidee bestand darin, allein den ersten Punkt des vierten Prinzips zu berücksichtigen (Äquivalenz-Klasse der Mengen mit gleicher Ouverture und gleicher Fermeture, die in lokal zusammenhängenden abzählbaren Räumen wirken). Dies beruht auf Überlegungen epistemologischer und nicht mathematischer Natur.

Alles Übrige, einschließlich der Halb-Kontinuität, erscheint dann wie spezielle Eigenschaften, welche die untersuchten Mengen verifizieren können oder auch nicht. Demnach sieht es ganz so aus, als hätte die Halb-Kontinuität ein Allgemeingültigkeitsniveau, das der Äquivalenz-Klasse Ouverture - Fermeture gleichbedeutend ist

und gleichrangig neben ihr steht, daher auch unsere Zusammenfassung in ein und derselben Zwangsläufigkeit. In der Mathematisierung von G. Matheron haben die drei anderen Prinzipien einen Status von Spezialfällen und erscheinen manchmal sehr spät in der Entwicklung (und, was die lokale Kenntnis angeht, sogar unter einer anderen Darstellung, derjenigen der kompakten Transformation). Der Mathematisierung von G. MATHERON steht eine andere wesentlich allgemeinere nahe, die wir G. D. KENDALL verdanken (Ref. 11).

IV - PRINZIPIEN, KRITERIEN UND MODELLE.

IV -1 - Beschreibung und Gesetze.

Wenn man den Versuch einer Epistemologie der Naturwissenschaften unternehmen sollte, so bestünde der Hauptunterschied zwischen diesen und der Physik vielleicht darin, daß bei jenen die morphologische Beschreibung an sich der Suche nach den Gesetzen vorausgeht, während sie bei dieser ihr folgt. Als Galilei mit Hilfe seiner schiefen Ebene die Schwerkraft untersuchte, konzentrierte er seine gesamte Aufmerksamkeit auf zwei Parameter, die Zeit und eine Ortsveränderung, die deren Funktion ist. Die Hauptbedeutung seines Gesetzes beruht genau darauf, daß es die speziellen morphologischen Eigenschaften eines ins Leere fallenden Körpers ausschaltet (Form, Volumen...). Wenn, im Gegensatz dazu, ein Sedimentologe die Kompetenz einer früheren oder derzeitigen Meeresströmung auf Grund der Abnutzung des Gerölls feststellen will, dann ist er unvermeidlich auf ein morphologisches Kriterium der Rundheit angewiesen, um seinen Gedanken zu formulieren. In der Geologie des Ingenieurs vereinigen sich jedoch die beiden so tief voneinander verschiedenen Arten des Vorgehens an der Grenze durch einen Aspekt: Das Objekt entwischt ihnen schließlich. (Die Reichweite einer Wissenschaft wird nicht durch die ihren Theorien entgegenstehenden Experimente abgesteckt, die im Gegenteil die Wirkung haben sie zu befruchten, sondern durch diese, im Verhältnis zu ihrem ursprünglichen Objekt, in immer weitere Fernen gerückten Fragen, zu denen sie weniger und weniger Zugriff zu haben scheint). Von einem gewissen Standpunkt des "reinen" Physikers aus kann man zum Beispiel annehmen, alles über das Gesetz des Abfließens in einem Poren-Milieu zu kennen, sobald die Gleichung der partiellen Ableitungen, die dem Phänomen zu Grunde liegen (hier die Gleichung von Navier-Stokes) gefunden ist, und zwar in dem Sinne, in dem sie alles was dem Abfließen spezifisch eigen ist beinhaltet.

Das Übrige sind Grenzbedingungen. Allein, diejenigen dieser Grenzbedingungen, die sich auf die Grenze zwischen Körnern und Poren beziehen, sind auf Grund ihrer Komplexität, ihrer örtlichen Unvoraussehbarkeit derart unbeschreibbar, daß der makroskopische Maßstab praktisch nichts mehr von der Navier-Stokes'schen Beziehung enthält (Ref.7) (Ref.8). Derjenige dagegen, welcher sich auf den naturwissenschaftlichen Standpunkt stellt, wird die porösen Milieus des Unterbodens nach ihrem petrographischen Typus ordnen : Sandstein mit groben oder feinen Körnern, mit oder ohne Nähr-Silizium, Quarzite, etc... Ihre Durchlässigkeiten sind zum Teil von dieser Typologie abhängig, jedoch durch zu schwächliche Bindungen, um in den Händen des Ingenieur-Geologen oder des Hydrogeologen zu einsatzfähigen Werkzeugen zu werden.

Wir wollen mit diesen Kritiken nicht behaupten, daß die Geologie des Ingenieurs nicht eine gewisse Anzahl von Gesetzen aufgestellt hat, noch daß wir in der Lage sind, in aller Allgemeingültigkeit eine neue Physik im Geiste der Naturwissenschaft vorzuschlagen. Sie bezeichnen ganz einfach nur die beiden Gebirgszüge, die das Tal, in welchem es gilt den Weg zu finden, flankieren und in dem es der Wege viele gibt.

In der Tat sind die Transformationen, die den vier Prinzipien der Quantifikation genügen, zahlreich. Das Vorgehen, sie zu präzisieren, wird darin bestehen, im Innern dieses ausgedehnten Potentials diejenigen Transformationen zu finden, die sich über die vier Basis-Axiome hinaus auf einige andere stützen, die von Fall zu Fall so ausgewählt werden, daß sie ein physikalisch gut kohärentes Ganzes bilden, von dem man annehmen kann, daß sie gute und reichhaltige Bedeutungen beinhalten. Dies werden diejenigen Kriterien sein, deren Studium die quantitative Petrologie in Richtung auf ihre naturwissenschaftliche Seite zuneigt. Ebenso wenig wie die Basisprinzipien werden die Kriterien eine mögliche experimentelle Prüfung erfahren (man mißt die Granulometrie eines Pulvers, aber man wird nicht nachprüfen können, ob sie "granulometrierbar" ist oder nicht). Im Unterschied zu den Prinzipien dagegen zeigen ihre Axiome nicht den Charakter der Notwendigkeit, und sie können in sehr unterschiedlicher Weise ausgewählt werden.

Gestützt auf präzise Kriterien kann sich die petrologische Analyse alsdann der Suche nach Gesetzen zuwenden und durch den Kunstgriff der Modelle auf ihre physikalische Seite ausrichten. Ein Modell

besteht aus einer Gruppe von Hypothesen, die mathematisch formalisierbar sind und es auf diese Weise erlauben, mit Hilfe der weiter oben definierten Kriterien verifizierbare Schlußfolgerungen daraus abzuleiten. Diese Schlußfolgerungen beziehen sich auf Verbindungen, entweder zwischen unterschiedlichen Kriterien (Beispiel : Probleme der Abschätzung oder Modell der Poisson'schen Doublets) oder zwischen Kriterien und physikalischen Eigenschaften außerhalb der Morphologie (z.B. die oben erwähnte lineare Regression). Nebenbei wird man feststellen, daß der Gebrauch des Wortes Modell in der Literatur manchmal zweideutig ist. Dort ist das Konzept mit seiner Verwirklichung verwechselt. In Wirklichkeit, wenn man von einer Form sagt, daß sie einer endlichen Vereinigung von Konvexen assimilierbar ist, dann ist das angesprochene Modell die Menge aller endlichen Vereinigungen möglicher Konvexer, und seine Verwirklichung ist die beobachtete spezielle Form (oder, was gleichbedeutend ist, zum Beispiel eine simulierte numerische Darstellung einer Gruppe von Kreisen).

IV-2- Die Kriterien.

Die den Transformationen durch die Basisprinzipien auferlegten Einschränkungen begrenzen bereits ihre Auswahl. G. Matheron hat darüber hinaus in einem wichtigen Lehrsatz (Ref. 6, Kapitel 8) gezeigt, daß in den die Prinzipien 1, 3 und 4 verifizierenden wachsenden Anwendungen die Transformierte eines jeden Punktes x bestimmt werden kann, sobald man denjenigen Teil der Ausgangsmenge X kennt, welcher enthalten ist in einer dichten Packung K_x einer x zugeordneten Implantation. Die Größe und die Form dieser dichten Packung sind nicht von dem gewählten Punkt x , noch von der Ausgangsmenge X abhängig, sondern allein von der Transformation ψ .

Dieser Lehrsatz gründet die Transformation durch alles oder nichts Ref. (11), Ref. (22). Setzen wir voraus, daß X und $Y = \psi(X)$ im gleichen Raum definiert seien, und untersuchen wir zum Beispiel eine Menge mit zwei Phasen, X und X^c . Teilen wir jetzt K_x in zwei Teilmengen K_x^I und K_x^{II} . Der Fächer aller jemals aus $X \cap K_x$ zu gewinnenden Auskünfte wird durch die Gesamtheit der logischen Kombinationen (Vereinigungen, Durchschnitte, etc...) oder der algebraischen der ursprünglichen Information des Typs " $K_x^I \subset X$ und $K_x^{II} \subset X^c$ für alle $K_x^I \subset K_x$ und $K_x^{II} = K_x - K_x^I$ hervorgerufen. Der methodische Aufbau einer mathematischen Morphologie zieht

es dann nach sich, daß man von der einfachsten aller ihrer Transformationen ausgeht (selbst wenn man ihre Ergebnisse unter Umständen später kombinieren muß), das bedeutet:

1/ Y ist die Menge der Punkte x so wie $K'_x \subset X$

2/ Y ist die Menge der Punkte x so wie $K''_x \subset X^0$

worin man (wie durch Zufall!) die sehr klassische "Erosion" und "Dilatation" der mathematischen Morphologie wiederfindet.

Besser noch. Diese "den operativen Strukturen des Subjektes in-herenten logisch-mathematischen Transformationen" (J. Piaget), unsere Prinzipien, verlängern sich durch Kontinuität, oder besser durch Isomorphismus bis hin zum Textur-Analysator (Ref.10). Was ist dieses Gerät anderes, als definitionsgemäß das Mittel zur Realisation einer Familie von Erosionen und Dilatationen und dazu, diese untereinander zu kombinieren? Die Technologien werden wechseln, nicht aber sein Konzept, denn es verbindet die Gesten des Manipulators mit den generellen Koordinationen seiner Handlung.

"Ein Kriterium ist also eine Transformation oder eine Familie von Transformationen, die gewisse vorher ausgewählte Eigenschaften wie etwa das Wachstum, die Isotropie, die Idempotenz etc... verifiziert. Dieses Wort Kriterium ist hier also in einem sehr viel weiteren Sinne verwendet als da, wo es als Formerkennung verstanden wird. Für uns bedeutet er nicht nur "numerischer Wert", zum Beispiel, in dem Sinne, in welchem das Verhältnis $\frac{\text{Umfang}^2}{\text{Oberfläche}}$ ein Formkriterium ist, sondern er bezeichnet jegliche Art der speziellen Transformation des Bildes, wie Ouverture und in seiner Erweiterung, jede Wahl einer Untersuchungsmethode (siehe dazu weiter unten zum Thema der Zufälligkeit).

Es soll hier nicht näher auf alle täglich in der mathematischen Morphologie verwendeten Kriterien eingegangen werden. Eine Darstellung davon findet man in (Ref.22). Einige unter ihnen fassen wir im Rahmen dieser Untersuchung in konkreterer Weise ins Auge und zwar im Verlaufe der drei nachfolgenden Beispiele an welche drei ziemlich unterschiedliche Kriterien-Gruppen gebunden sind (spezifische Größen, Ouverture-Fermetures, ein- und zweidimensionale Erosionen).

Endlich gilt es dem Begriff der zufälligen Menge einen besonderen Platz unter den Kriterien einzuräumen. Warum also den Zufall mit heranziehen, wird man fragen? Um darauf zu antworten, kann man sich auf den Standpunkt der analysierten Objekte stellen, oder den der Transformationen Φ einnehmen, wobei der letztere nach unserer Meinung vorzuziehen ist. Gehen wir zunächst von den Objekten aus. Wer auch immer einen polierten Anschliff des Typs derjenigen des Beispiels 2 (Abb.2) unter dem Mikroskop betrachtet, der wird paradoxerweise zwei gegensätzliche Eindrücke erhalten. Der Überfluß an außerordentlich komplizierten Formen, die von einem Gesichtsfeld zum anderen wechseln, bildet ein Gegengewicht zu einem starken Eindruck einer Monotonie im weiteren Sinne.

Da pigmentieren in einer Schnittebene kleine gleichsam kreisförmige Magnetit-Kristalle derselben Größe immer die Pyroxene, und in einer anderen gruppiert sich der Magnetit in der Form größerer Polygone getrennt von den Pyroxenen, und indem er eine weitere Stileinheit durch den ganzen Anschliff darstellt etc... Es sieht ganz so aus, als ob man über die Struktur der Gesamtheit des Objektes alles wüßte, sobald man eine genügend große Anzahl von Meßfeldern des Anschliffes gesehen hat (glücklicherweise, denn im Falle des Gegenteils hätte die Anwendung des dritten Prinzips einen katastrophalen Verlust an Information zur Folge gehabt).

Unter dem Aspekt der Entropie der Information betrachtet, steht das dritte Prinzip in der Tat den beiden ersteren entgegen. Die Translationen und die Homothesen sind Gruppen im mathematischen Sinne des Wortes. Und der Begriff der Gruppe beinhaltet zwei sehr verschiedene Ideen :

a) Das Produkt zweier Homothesen ist immer noch eine Homothese (und, in der gleichen gedanklichen Ordnung, es gibt eine Homothese, die das Objekt nicht verändert).

b) Nachdem man eine gewisse Anzahl von Operationen der Gruppe ausgeführt hat, kann man immer in die Ausgangssituation zurückkehren.

Dieser zweite Gedanke bedeutet, daß man durch Multiplikation der Translationen oder der Homothesen keine Information verliert. Die Tatsache der Bemusterung dagegen, das heißt der Entnahme einiger Proben für ein ganzes Massiv beziehungsweise einiger Meßfelder in diesen Anschliffen oder die Tatsache einer Viertelung von Zerkleinerungsprodukten vorzunehmen, verifiziert lediglich die oben genannte Eigenschaft a) (die Bemusterung einer Bemusterung bleibt immer noch eine Bemusterung). Logisch gesprochen stellen diese Operationen nur Halb-Gruppen dar und gestatten keine Umkehr des Verfahrens : eine zweite auf die erste wirkende Bemusterung könnte die ursprüngliche Population nicht wieder hervorholen. Ein Informationsverlust hat stattgefunden.

Dennoch bietet die Probe, wie man gesehen hat, einen redundanten Überfluß an strukturellen Tatsachen. Deshalb der wahrscheinlichkeitstheoretische Schritt, der darin besteht, diesen Trumpf gegen den Verlust durch Bemusterung auszuspielen. Wie er vor sich geht, weiß man : jedem strukturellen Kriterium wird eine Wahrscheinlichkeit der Art " $K_x \subset X$ " zugeschrieben, die wieder "Ereignis" getauft wird.

Die statistische Schätzung bezieht sich danach auf die Wahrscheinlichkeiten und nicht mehr auf die Tatsache, daß ein Ereignis tatsächlich im Laufe einer Realisation eingetreten ist, (d.h., unter Berücksichtigung des ersten Prinzips, anlässlich einer speziellen Implantierung des strukturierenden Elementes im Punkt x). Es ist dieser ursprüngliche Verzicht der die Redundanz filtert und es gleichzeitig erlaubt, sich auf eine Bemusterung einzustellen.

Indem man jedem Kriterium eine Wahrscheinlichkeit zuordnet, ermöglicht das entsprechende Vorgehen, sie untereinander und innerhalb eines gegebenen Objektes zu vergleichen. Wir werden diesen herausragenden Vorteil im dritten Beispiel nutzen. Aus der Theorie anhaftenden Gründen der Kohärenz ist es nicht möglich, diese Wägungen durch alle möglichen Ereignisse hindurch zu verteilen, es sei denn diese letzteren verifizierten unter sich ein Minimum logischer Beziehungen. Es ist notwendig zunächst eine Familie von Basisereignissen zu definieren (mit der klassischen Bezeichnung Ω). Diese bringen alle anderen hervor als abzählbare Vereinigungen der ersteren (was eine σ -Algebra genannt wird). Demnach kann man eine Wahrscheinlichkeit allein auf der Basis der so konstruierten σ -Algebra überprüfen. G. Matheron hat gezeigt, daß das Prinzip $4-\alpha$ eine σ -Algebra induziert, welche auf die Basiskriterien "Einschluß" oder "Durchschnitt" von X mit einem Compactum K wirkt. Besser noch, die höhere Halb-Kontinuität $4-\beta$ hat zur Folge, daß die Transformierte einer zufälligen Menge durch Ψ wiederum eine zufällige Menge ergibt, was von vornherein das Feld der Wahrscheinlichkeitsdarstellung auf alle Transformationen ausdehnt, die in der Praxis zu verwirklichen, man Gelegenheit haben wird.

Gehen wir all dies noch einmal kurz von einem methodologischen Standpunkt aus durch. Definitiv besteht die probabilistische Darstellung der Kriterien Ψ aus:

1/ der Zuordnung eines Gewichtes zu jedem einzelnen von ihnen oder einer Wahrscheinlichkeit (so wie das Gewicht der Vereinigung zweier unabhängiger Kriterien die Summe der Gewichte jedes einzelnen von ihnen sei, und so wie das Gesamtgewicht für die Vereinigung aller Kriterien gleich eins sei);

2/ dem Verzicht darauf von jedem der Kriterien etwas anderes zu kennen, als seine Wahrscheinlichkeit, und infolgedessen von zwei Mengen, die dieselbe Verteilung der Wahrscheinlichkeit über die ~~jenigen~~ Kriterien

verifizieren werden, zu sagen, daß sie derselben Äquivalenz-Klasse angehören, nämlich derjenigen der Verwirklichungen der zufälligen Menge.

Diese beiden Entscheidungen berühren, wie man sieht, in keiner Weise die Objekte selbst, sondern einzig die Kriterien Ψ in ihrer Gesamtheit. Sie sind also nicht überprüfbar. Die Erfahrung wird niemals entscheiden, ob ein poröses Medium die Verwirklichung einer zufälligen Menge oder eine deterministische Erscheinung ist. Aber was bringt es uns denn schon, zu wissen, ob der Zufall in der Natur existiert oder nicht, insofern nämlich, als diese interessante (?) Frage mit dem Gebrauch der Zufallsfunktionen für die Beschreibung der natürlichen Medien garnichts zu tun hat. (Ref. 12, 17).

Zusammenfassend kann also gesagt werden, daß die Wahl eines probabilistischen Vorgehens weder zwingend noch überprüfbar ist und deshalb unter die Kategorie dessen fällt, was hier "Kriterium" genannt worden ist.

IV-3 - Die Modelle.

Mit den Modellen eröffnet sich endlich das Gebiet des Überprüfbaren. Ihre Aufgabe ist es, diejenigen Parameter zu berühren, die man zu kennen wünscht und die die Kriterien von sich aus nicht liefern. Um ein Modell zu handhaben, ist es nicht uninteressant, sich die vier von einer neueren Analyse freigelegten Punkte ständig vor Augen zu halten (Ref. 12) :

a) das Modell muß funktionell sein. Speziell für ein bestimmtes Ziel konstruiert, wird es umso durchschlagender wirken, als es ganz auf dieses Ziel ausgerichtet sein wird und dabei die Einschaltung beiläufiger, und nicht zum interessierenden Gegenstand gehörender Variabler vermeidet.

b) Das Modell muß statistisch verifizierbar sein. Es gilt also zu finden was überprüft werden muß, dergestalt, daß diese Kontrolle so wirkungsvoll wie nur möglich sei, ohne jedoch von den experimentellen Gegebenheiten mehr zu verlangen als sie aussagen können (ausgehend von einer Wolke von dreißig Punkten in einer Ebene überprüft man kein Aggregat des 29sten Grades. Siehe dazu auch die Kapitel von KRICKBERG in (11)).

c) Das Modell muß mit den experimentellen Gegebenheiten vereinbar sein. Es ist notwendig zu wissen, bis wohin eine Abweichung toleriert werden kann und welche die experimentellen Gegebenheiten sind, die notwendig und ausreichend sind, um alle Eingangsparameter des Modells abzuschätzen.

d) Die Voraussagen des Modells sollen, im Rahmen des Möglichen, durch eine unmittelbare Versuchsreihe bekräftigt werden. Diese Kontrolle ist sicherer als alle Tests, ~~erz~~ allein kann letztlich den Bereich der Ausdehnung des Gesetzes oder des konstruierten Modells abgrenzen.

Wir haben für die Punkte b) und c) keine Regeln angegeben, denn dies wäre sehr schwierig. Die mathematische Statistik versucht dieses Problem anzufassen. Ihre Resultate sind, wenn auch real, so doch weder generell gültig noch einfach. Vielleicht geht sie Fragen, die mehr für den Geist der Feinheit gestellt sind mit etwas zuviel von dem an, was Pascal den Geist der Geometrie nannte. Für einen Physiker besteht der erste Schritt der Strenge genau darin, zu wissen oder zu fühlen, bis zu welchem Punkt es notwendig ist, streng zu sein. Und die Erfahrung zeigt, daß ein Forscher, der die Möglichkeiten und Grenzen seines Modells gut fühlt, sich weniger irrt, als es nach der Statistik anzunehmen wäre.

DIE QUANTIFIZIERUNG IN DER PETROLOGIE
=====

Zweiter Teil.

Beispiele

Wir haben uns vorgenommen, in diesem zweiten Teil die Begriffe zu illustrieren, die im ersten Abschnitt auf der Basis dreier Untersuchungen vorgestellt wurden, welche ziemlich verschieden, wenn auch alle auf Fragen der Geologie des Ingenieurs bezogen sind, welche im Paragraph II angekündigt wurden.

V - DIE ANNÄHERUNG VON HADWIGER UND DIE TEIL-DIMENSIONEN

In diesem ersten Beispiel möchten wir zeigen, woraus ein Modell besteht, indem wir das Vorgehen des Paragraphen IV-3 Punkt für Punkt beleuchten. Parallel dazu schlagen wir eine Untersuchungsmethode des Tons vor, wie er sich im Raster-Elektronenmikroskop darstellt, deren Exposé wie ein Gegenbeispiel zu dem Modell erscheinen wird.

Frage: Bisher war lediglich die Rede von Anwendungen, die eine Menge X in eine andere Menge $Y = f(X)$ transformieren. Früher oder später wird es aber notwendig sein die Analyse zahlenmäßig zu erfassen. Welche sind also die Zahlen, die man, positiv oder negativ, X zuordnen kann und die den vier Prinzipien genügen?

Antwort:

V-1 - Funktioneller Aspekt

Um die Aufgabe zu lösen, stellen wir uns für den Augenblick auf den deterministischen Standpunkt und nehmen an, X sei in R^3 definiert, geschlossen und begrenzt und ausgehend von planen Schnitten bekannt.

Der Vorgang, welcher darin besteht, X eine Zahl $\varphi(X)$ zuzuordnen ist auch eine Anwendung (der Menge der Compacta auf der Geraden). Die einzige Applikation $X \rightarrow \varphi(X)$, welche in voller Allgemeingültigkeit die vier Prinzipien verifiziert, ist das Volumen von X , das man ohne große Schwierigkeiten abschätzen kann.

Will man weiter gehen, so ist es nicht möglich, ein Modell zu umgehen, und das für die gestellte Frage am meisten geeignete, scheint dasjenige zu sein, welches von Hadwiger formuliert wurde (siehe 13) im Rahmen der Integral-Geometrie. Er sagt folgendes: wenn X in eine endliche Vereinigung kompakter Konvexe zerlegt werden kann, dann gibt es nur vier Funktionen $\varphi(X)$

- a) unveränderliche durch Translation $[\varphi(X_h) = \varphi(X)]$
- b) unveränderliche durch Rotation
- c) homogene, der respektiven Grade 3, 2, 1 und 0
- d) additive, d.h. solche wie

$$\varphi(X \cap X') + \varphi(X \cup X') = \varphi(X) + \varphi(X')$$

- e) semi-kontinuierliche höherer Form.

Diese Funktionen sind, bis auf eine multiplikative Konstante, das Volumen, die Oberfläche, das Integral der mittleren Krümmung und das Integral der gesamten Krümmung von X .

Die Eigenschaften a), c), d) und e) entsprechen den vier Prinzipien. Das Modell ist ein ganz klein wenig zu wohlwollend, denn es fügt eine Invarianz durch Rotation bei, die nicht verlangt war. Mit Ausnahme dieser Eigenschaft antwortet es aber vollkommen auf die gestellte Frage.

V-2 - Möglichkeit der Überprüfung.

Die dem Modell zugrunde liegende Hypothese besteht darin, X einer endlichen Vereinigung konvexer kompakter ^{+) Mengen} gleichzusetzen. Wir werden sehen, daß dieses Postulat sich durch ein anderes, mehr physikalisches, die Möglichkeit der Digitalisierung von X betreffend, interpretieren läßt. Effektiv gegeben sei $M(a)$, eine kubische Masche der Seitenlänge a und der Richtungen α, β, γ . Nehmen wir an, daß man sie so fein wählen konnte, daß der kleinste poröse Durchgang mindestens zwei aufeinander folgende Punkte der Masche $M(a)$ enthält, und daß andererseits man zwischen zwei aufeinander folgenden Punkten in $M(a)$ höchstens einer einzigen Grenze von X begegnet. Setzen wir endlich noch voraus, daß diese Eigenschaften, unabhängig von der Orientierung der Masche wahr bleiben. Nennen wir nun $I_\alpha(a)$ die Anzahl der Schnitte des Rasters mit X in der Richtung α . Die vorausgehende Hypothese hat zur Folge, daß die diametrale Veränderung $D_\alpha(\alpha) = I_\alpha(a) \cdot a^2$ einer endlichen Grenze zustrebt, D_α wenn $a \rightarrow 0$ geht. Wenn man unter diesen Bedingungen eine kleine Dilatation von X durch die Kugel B_r mit dem Radius $r < a$ vornimmt, dann werden die diametralen Variationen des dilatierten $X \oplus B_r$ von der Masche so "gesehen" als seien sie denjenigen von X so nahe wie man nur möchte. In der gleichen Weise identifiziert das Raster die diametralen Variationen eines jeglichen Y mit denjenigen von X . Dabei ist Y die endliche Vereinigung konvexer Compacta. Dies entspricht der Aussage $X \subset Y \subset X \oplus B_r$. Der mittlere Durchgang, entsprechend den Richtungen, ist eine kontinuierliche Anwendung, aus der die Identifikation der Oberflächen hervorgeht.

In ähnlicher Weise wird das Modell die Berechnung der mittleren Krümmung von X erlauben, wenn seine kleinste Pore mindestens ein elementares Quadrat des Rasters enthält, wobei die Effekte des Meßrandes vernachlässigt werden können. Unter diesen Bedingungen ist in der Tat die Gesamtheit $T_\alpha(a)$ der Konnexitätszahlen in den Maschenebenen senkrecht zu α so, daß die Quantität

$$l_\alpha(a) = T_\alpha(\alpha) \cdot a$$

die Breite l_α von X in Richtung α zur Grenze hat, wenn $\alpha \rightarrow 0$ geht.

V-3 - Experimentelle Vereinbarkeit und Schätzung.

Die Resultate dieses Abschnittes sind klassisch. Wenn α mit der gleichen Wahrscheinlichkeit alle Richtungen des Raumes einnimmt, dann sind die

^{+) "Kompakt ist im Sinne der Topologie zu betrachten.}

Mittelwerte in α der Grenzen D_α und ℓ_α respektiv proportional der Oberfläche $S(X)$ und dem Integral $K(X)$ der mittleren Krümmung von X (Formel von Crofton). Genauer:

$$(5) \quad 4 \cdot E(D_\alpha) = S(X)$$

$$(6) \quad 2 \pi E(\ell_\alpha) = K(X)$$

Diese Resultate lassen sich in Ausdrücken der Zufallsmengen umschreiben. Man muß dann davon ausgehen, daß der Schnitt der geschlossenen Zufallsmenge X mit jeglichem Compactum Z fast sicher eine endliche Vereinigung kompakter Konvexer darstellt. Mutatis mutandis, die obenstehenden (5) und (6) bleiben erhalten, bezeichnen jedoch nunmehr spezifische pro Volumeneinheit definierte Größen.

Dagegen ist das Modell von Hadwiger nicht in der Lage das Integral der Gesamtkrümmung mit Parametern zu verbinden, die aus ebenen Anschnitten gewonnen wurden. Dies ist eine seiner Grenzen.

V-4 - Gegenbeispiel.

Lassen wir für dieses Modell die Frage der unmittelbaren Überprüfung beiseite, denn es handelt sich um gut bekannte Eigenschaften. Vielleicht sind sie sogar ein wenig zu gut bekannt, und sie werden in der Praxis so häufig verwendet, daß man manchmal die Hypothesengruppe vergißt, durch welche sie gestützt werden.

Anstelle einer zahlenmäßigen Illustration der Gleichungen (5) und (6) ziehen wir es vor, dem Leser ein Gegenbeispiel vorzuschlagen, das die Möglichkeiten der Überprüfung des Modells ausnutzen wird.

Die beiden Photographien (Abb. 1, 1. Teil) zeigen eine Tonerde im Raster-Elektronenmikroskop (Lomonosov-Universität, Moskau).

Die Untersuchung dieser Art von Strukturen ist von größter Wichtigkeit in der Geologie des Ingenieurs. (Réf. 14). Die Probe wurde bei den fünf Vergrößerungen 10^2 , $3 \cdot 10^2$, 10^3 , $3 \cdot 10^3$, und 10^4 abgetastet. Für jede einzelne Vergrößerung verfügt man über eine Gruppe von Photographien. So wie wir es bei der Vorstellung des Beispiels in der Einführung gesagt haben, kann die Helligkeit in einem bestimmten Punkt einer Photographie keine unmittelbare Interpretation erfahren. Dieselbe Ton-Partikel erscheint,

je nach Lage, mehr oder weniger hell und je nachdem sie über einem anderen, bereits hellen Teilchen angeordnet ist. Außerdem ist nicht alles sichtbar, und wenn ein Punkt schwarz ist, wäre man nicht in der Lage auszusagen, ob er einem dunklen Teilchen angehört oder einer Schlag-schattenzone. Die Lichtintensität, oder die elektronische Helligkeit entlang einer Abtastlinie kann schematisch durch eine Etagenfunktion dargestellt werden (Abb. 4), bei der man nicht versuchen sollte, die Bedeutung der Seiten ihrer Schwellen zu interpretieren. Glücklicherweise

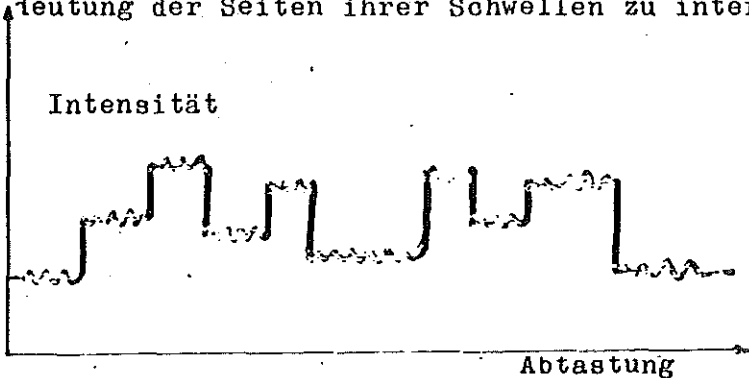


Abb. 4
Etagenfunktion

ist dies zur Überprüfung der Näherungsformel von Hadwiger nicht unerläßlich. Wenn die Anzahl der Durchstöße pro Längeneinheit in der Tat endlich ist, und wenn man nacheinander zwei ziemlich hohe Vergrößerungen wählt, damit die Digitalisierung des Bildes sie alle aufzeigt, dann sollte diese Anzahl für die beiden Vergrößerungen die gleiche sein. Folglich wird jeder ebene Schnitt dieses Materials in den Rahmen des Modells eingehen.

Es bleibt noch das Konzept der Durchstoßzahl auf eine Etagenfunktion des Typs der Abb. 4 zu verallgemeinern, die nicht zwischen null und eins abwechselt, bei der jedoch die Diskontinuitäten jeden beliebigen Wert annehmen können. Aus Gründen deren Erläuterung hier zu lange dauern würde, ergibt es sich, daß die am meisten geeignete Verallgemeinerung für unser Vorhaben (, die überdies noch gut und leicht abschätzbar ist) darin besteht, die Summe T der Quadrate der Amplituden der im Mittel pro Längeneinheit angetroffenen Diskontinuitäten zu bilden. Diese Summe T identifiziert sich mit der Tangente am Ursprung des Variogramms, das der Texturanalysator mit Leichtigkeit mißt (das Gerät arbeitet ohne Unterschied mit Alles-oder-Nichts-Funktionen oder mit variablen Graustufen).

Es ist also der Wert T , den wir in numerischer Form abgeschätzt haben.

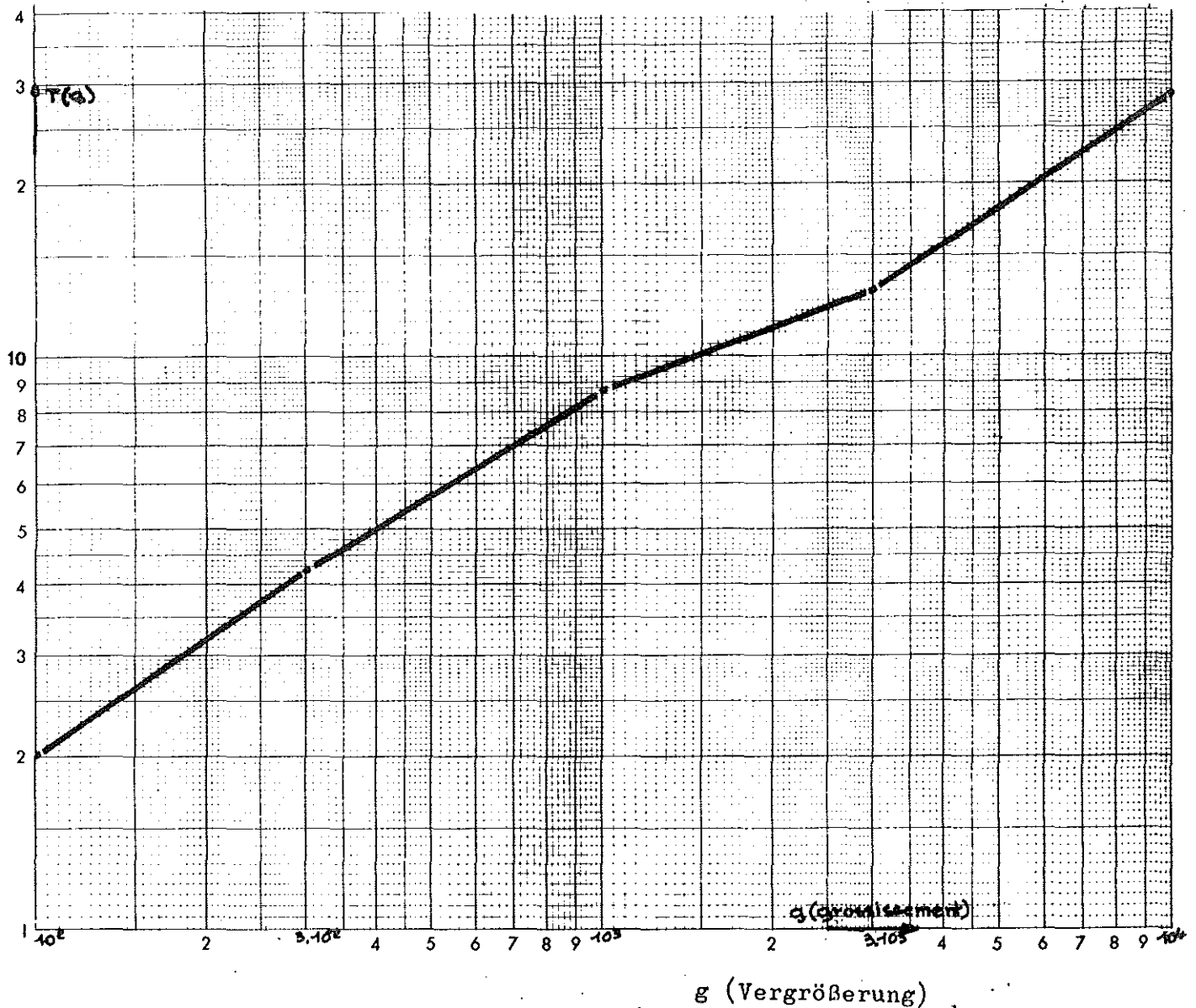


Abb. 5 : Teilabmessung des Tons

Die Abb. 5 bezeichnet die Variation von T in Abhängigkeit von der Vergrößerung g für alle analysierten Photographien. Aufgezeichnet wurde die Variation in bi-logarithmischen Koordinaten. Wie zu erwarten war, ist T nicht konstant. Unsere tonartigen Strukturen entsprechen also nicht dem Modell von Hadwiger (und was bemerkenswert ist, dieses Resultat über die spezifische Oberfläche des Tons wurde erreicht, ohne daß man dabei die letztere ausdrücklich für jede Vergrößerung hätte bestimmen müssen).

Noch bemerkenswerter ist die Form des Gesetzes $T(g)$ (Abb. 5), welches sich in guter Näherung einer Geraden der Neigung 0,6 anpaßt. Durch eine unglaublich unerwarteten Umweg führt und dieses Resultat zur Messung

der spezifischen Oberfläche des Tons zurück und erlaubt, wie man sehen wird, den Schluß, daß:

1 - die Oberfläche des Tons tatsächlich unendlich ist (natürlich im Bereich der Änderungen der Vergrößerungen, aber in diesem Bereich hätte die Anwendung des Schemas von Hadwiger zu einer relativen Veränderung der Oberfläche von eintausendfünfhundert pro hundert geführt!).

2 - diese spezifische Messung unendlich ist, weil die Grenze zwischen Körnern und Poren derart unregelmäßig und kompliziert ist, daß sie eine Ausdehnung besitzt, die sich zwischen derjenigen einer Oberfläche und der eines Volumens befindet.

3 - Diese Teildimension hat den Wert 2,6.

Dieses unwahrscheinliche Resultat ist dennoch wahr und zwar in dem Sinne, als es getragen wird von einem anderen Modell dessen Gerade (Abb. 5) exakt den Test der Überprüfung darstellt. Es ist hier nicht der Ort sich über die Wahrscheinlichkeitstheoretischen Techniken aufzuhalten, die aufgegeben wurden um die Teildimensionen zu definieren und zu charakterisieren (umso mehr, als man deren mehrere zählt). A.N. Kolmogorov und V.M. Tihomirov (Abb. 15) haben gewisse Dimensionen der Überdeckung im Detail untersucht, indem sie ihnen Bedeutungen der Entropie zuordneten. Andere, unserem Gegenstand mehr angepaßte Verfahren, dessen Photographien immer gleich viele Einzelheiten aufzuweisen scheinen und deren Formen bei steigender Vergrößerung gleich bleiben, wurden von P. Lévy (Abb. 16) erfunden und kürzlich von B. Mandelbrot unter dem Namen auto-homothetischer Oberflächen verallgemeinert. In (Ref. 17) wird man eine detaillierte, jedoch sehr klare und besonders bemerkenswert illustrierte Darstellung der Teildimensionen und ihrer Anwendungsgebiete finden.

Kommen wir auf unsere Untersuchung zurück. Der Kontrast des Analysators wurde so eingestellt, daß alle Photographien die gleiche Grauwert-Varianz zeigen. Unter diesen Bedingungen ist der Parameter $T(g)$ der Anzahl der pro Längeneinheit in einer Photographie der Vergrößerung g angetroffenen Diskontinuitäten proportional (dies ist das klassische Übergangs-Schema der Geostatistik). In Anbetracht der Gleichheit der Varianzen ist er außerdem deutlich proportional der Länge der durch eine Abtastzeile hervorgebrachten

Kurve (Typ Abb.4). Diese Funktion ist das Produkt der Anpassung des "wahren" Profils durch die Regularisierungsfunktion, welche die Auflösungsgrenze des Gerätes definiert. Wächst die Vergrößerung, so wird die Regularisierungsfunktion proportional kleiner, durch Affinität (in erster Näherung, auch dort). Es wird sodann gezeigt (Ref. 17), daß die "Dimension der inneren Homothese D" der Kurve so gestaltet ist, daß ihre Länge $L(g)$ als Funktion der Vergrößerung die Beziehung

$$(7) \quad g^{D-1} = K \cdot L(g) \sim K' \cdot T(g)$$

verifiziert, in der die Konstanten K und K' von den Maßstäben abhängig sind und nur noch in additiver Weise wirksam werden, wenn man die Logarithmen in (7) nimmt. Darüber hinaus lassen sich Oberflächenmodelle konstruieren, bei denen alle durch eine Abtastlinie entstehenden Schnitte die Dimension der inneren Homothese D darstellen. Die eigentliche Dimension der Oberfläche ist dann $D + 1$. Aus diesen Resultaten, wie aus dem Studium der Graphik (Abb. 5), kann man ableiten, daß die am meisten realistische Hypothese zur Beschreibung der spezifischen Oberfläche unserer Tonerde-Proben darin besteht, ihnen die Dimension 2,6 beizugeben!

Der Leser könnte möglicherweise den "Realismus" der Dimension 2,6 als einigermaßen überheblich empfinden (in Wirklichkeit ist die Tatsache einfach neu, also ungewohnt). Unterbreiten wir ihm in diesem Falle das folgende Dilemma. Zwischen der Messung von Durchstoßzahlen die nur schwer durchführbar ist (was die Fixierung eines Schwarz-weiß-Schwellwertes auf gleichen Bildern bedeutet), und die man noch schwerer interpretieren kann (was sind Schlagschatten?) und deren Resultat einförmigerweise von eins bis fünfzehn variiert einerseits und andererseits einer leicht durchführbaren und statistisch genauen Analyse die sich in die Fehler des perspektivischen Sehens schickt (die Schlagschatten beeinflussen K und K' in (7), nicht aber D) und die, auf der Ebene der Deutung verifiziert werden kann und die Gesamtheit^{der} der Erfahrung zugänglichen Maßstäbe zu einer Einheit zusammenfaßt, welche dieser beiden Methoden ist die klügste und die sinnvollste?

VI - Die Dolerite des Kaukasus

VI-1 - Untersuchungsplan

Von den drei Beispielen der Untersuchung stellen wir hier das, im Hinblick auf die morphologische Beschreibung, reichhaltigste vor. Dieses Mal überwiegt die naturalistische Seite, und die Gesetze die wir herausstellen werden, sind weniger ausgearbeitet als diejenigen des nächsten Beispiels. Nachdem wir sie außerdem bereits an anderer Stelle präsentiert haben (Ref. 18), werden wir uns nicht lange bei ihnen aufhalten.

So wie es im Absatz II-2 angekündigt wurde, nehmen wir uns vor, von einer Gesteinsfamilie auszugehen und einige ihrer in der Geologie des Ingenieurs grundlegenden Eigenschaften untereinander zu verbinden (Ref. 19) (Ref. 20) unter ihnen insbesondere ihre Bruchfestigkeit mit ihrer mikroskopischen Textur.

Da wir am Anfang keinen Leitfaden haben, noch ein physikalisches Gesetz kennen über die Art der Ausbreitung der Schallgeschwindigkeit oder der Erschütterung durch einen Bruch durch die so überaus heterogenen Strukturen, geben wir uns mit einer linearen Regression zufrieden, was an sich sehr einfach und sehr klassisch ist. Dagegen erscheint eine sehr reelle Schwierigkeit auf der Ebene der mit dem Widerstand zu korrelierenden Kriterien.

Wenn es darum geht starke Beziehungen herauszustellen, dann muß man die gesamte petrographische Struktur in einigen wenigen Parametern charakterisieren können und nicht die einfache Porosität.

VI-2-Experimentelles Umfeld

Welches sind die Proben? Insgesamt hundert, sind sie aufgeteilt in zwei Anteile, um die Möglichkeit der Extrapolation der Ergebnisse zu testen. Wir werden hier nur den ersten untersuchen. Jede Probenentnahme bedeutet, zusätzlich zu den physikalischen Messungen, die Herstellung eines polierten Anschliffs von 6 cm². Man findet in diesen Präparaten, deren Zahl sich auf 36 beläuft, die Vertreter der unterschiedlichen petrographischen und geographischen Erscheinungsbilder des Gebietes (Dolerite, doleritische Basalte etc...) wie dies in der Tabelle, Abb.6 angegeben ist.

Anzahl der Proben	Petrographische Art	Lokalisierung	Mineralogische Phasen			
			1	2	3	4
8	doleritische Basalte	α, β	Magne- tite	Pyro- xen	Plagio- klas	Poren
17	Dolerite	γ, δ, ϵ	Magne- tite	Pyro- xen + Olivin	Plagio- klas	Poren
6	Hyalobasalte	ζ, η	Magne- tite	Plag.+ Glas		Poren
5	Dolerite	θ	Magne- tite	Pyro- xen + Olivin	Plagio- klas	Poren

Abb. 6: Tabelle der Vorkommen

Die Buchstaben α, β, \dots bezeichnen Territorien in der Größenordnung eines Quadratkilometers.

VI-3 - Morphologische Parameter

Welche morphologischen Parameter muß man auswählen um die Petrographie dieser Gesteine zu charakterisieren? Um die Wahrheit zu sagen, es gibt deren viele, vielmehr als wir berücksichtigt haben. Es ist schwierig sich von vornherein auf ein Kriterium mit guter Korrelation zu den physikalischen Eigenschaften festzulegen, denn genau dort liegt das, was wir suchen. Auf petrographischer Ebene müssen wir mindestens zwei Forderungen berücksichtigen: bestmögliche Charakterisierung ^{Natur der} der vorliegenden Phasen und die Maßstäbe der erscheinenden Strukturen. Diese beiden Forderungen werden es uns erlauben, einen nicht allzu weitläufigen Anteil von Parametern abzugrenzen, der aber reich ist an aussagekräftigem Gehalt.

Kriterien der Phasen

In der Tat wurden vier Beleuchtungsintensitäten differenziert, die im Falle der doleritischen Basalte in der Reihenfolge zur schwächeren Helligkeit hin dem Magnetit, dem Pyroxen, dem Plagioklas und den Poren entsprechen. Was die Dolerite angeht, so gehen die Übergänge darin vom Olivin zum Pyroxen und hinsichtlich der Hyalobasalte verlaufen sie vom Glas zu den Plagioklasen (vergl. Tab.6). Diese letzteren lassen sich gut mit Hilfe des Hadwiger-Modells berechnen und zwar hier umso bequemer, als die Texturen insgesamt isotrop sind. (Man wird nebenbei bemerken, daß die diesem Kriterium beigegebene Transformation nicht wächst: wenn X in Y enthalten ist, dann sind ihre Grenzzengen nicht ineinander enthalten).

Die spezifischen Oberflächen enthalten bereits eine Information über die Größen: sie sind proportional den umgekehrten mittleren Durchgängen. Andererseits sind die Größenveränderungen des Magnetits und des Pyroxens im Vergleich zu denen der Poren und der Matrix der Plagioklasen schwach. Diese beiden Bemerkungen erlauben uns eine erste Verdichtung und in der Folge die alleinige Berücksichtigung der festen und der porösen Phase.

Formkriterien

Jeder Petrograph weiß, daß das Wort Form in seiner Wissenschaft nicht klar definiert ist. Die feinsinnigsten Versuche die zu ihrer Ableitung unternommen wurden, sind vielleicht diejenigen der Klassifizierungen der Sedimentologen in Rundheit, Kugelförmigkeit und das formale Arrangement.

Die erstere sondert den Oberflächenzustand der Körner aus, indem sie die glatten den rauhen gegenüberstellt, die zweite vergleicht sie mit dem Urtypus der Kugel, die dritte zielt durch eine Analyse in situ auf die Gruppierungen der Körner zu Paketen ab. Die beiden ersten Rubriken beurteilen die Körner in ihrer Eigenschaft als isolierte Teilchen, was einen Sedimentologen nicht stören kann, der sich für Kies interessiert, sie sind aber ungeeignet für unsere Dolerite und eignen sich noch weniger für deren poröses Milieu. Ein Blick auf die Abb. 7a genügt, um dies zu verdeutlichen. Diese perlschnurartigen Poren, von denen man niemals weiß wo sie wirklich aufhören, sind mit Sicherheit im Raum zusammenhängend, und sie unterteilen die feste Phase in eine ebenso unregelmäßige Menge wie sie selbst sind. Es wäre ungeschickt ein Formkriterium zu den Begriffen der Konnexität zu begründen, die sich nicht von der Ebene in den Raum übertragen lassen.

Andererseits ist es überflüssig zu bemerken, daß der Bezug auf eine Kugel oder einen Kreis für diese Dolerite keine genetische Bedeutung hat. Ihr Porennetz stammt aus Brüchen, Zusammenballungen oder aus jedem anderen Prozeß, sicherlich aber rührt er nicht von der mechanischen Abnutzung her, die einen Bachkiesel nach und nach der Kugelform näher bringt. Der Urtypus "Kugel" paßt nicht zur Physik des Phänomens. Das gilt auch hinsichtlich seiner Geometrie. Besser würde man über diese Poren in Form des Mittelmeers sprechen, voller Isthmen und Halbinseln, wenn man eben in der Struktur diese Isthmen und Halbinseln erfassen könnte, anstatt ihr das unwahrscheinlichste, das von seiner Form am weitesten entfernte^{Modell}, nämlich das des Kreises aufzuzwängen. (Diese gewaltsame Suche der Kreisförmigkeit, die periodisch in der Literatur unter Namen wie "Formfaktor" des Typs Oberfläche/(Ufang)² auftaucht, findet ihren Ursprung in einer epistemologischen Konfusion. Diese Autoren bringen ganz einfach Kriterien und Modelle durcheinander).

Wir schlagen vor, diese Doppelsinnigkeiten zu vermeiden indem wir als Formkriterium in dieser Untersuchung die morphologische Ouverture wählen. Seit dem Jahre 1967, in dem G.MATHERON sie als granulometrisches Kriterium erfand (auf das wir gleich noch zurückkommen werden), hat dieser Begriff in ausreichender Weise seinen Weg gemacht, sodaß wir uns damit bescheiden können, nur wenige Worte darüber zu sagen. Die Ouverture $\psi(X) = X_B$ der Menge X durch das strukturierende Element B ist die Vereinigung aller von der Menge B berührten Punkte von X, wenn jenes sich durch Translation verschiebt und dabei der Bedingung unterworfen bleibt, in X enthalten zu sein.

Die Abbildung 7 zeigt eine Pore aus einer der Proben (in schwarz, Abb. 6a).

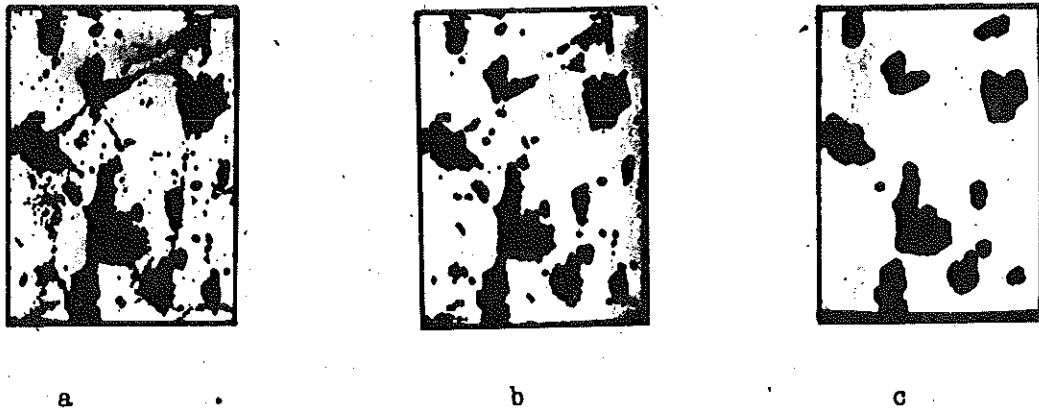


Abb. 7 : Ouvertures der Größe 3(b) und 7(c) der Pore (a)

Sie wurde ihren beiden Ouvertüren (6b, 6c) durch Hexagone wachsender Größe gegenübergestellt. Wie man sieht, werden Isthmen, Kaps und kleine Inselchen des porösen Mediums progressiv abgeschnitten, sodaß von X lediglich die wesentlichen primären Formen erhalten bleiben, die umso länger fortbestehen, je größer sie sind.

In der Konstruktion ist die Ouverture durch Translation unveränderlich, vereinbar mit den Homothesien und einer lokalen Abschätzung zugänglich. Es wird darüberhinaus gezeigt (Ref. 6), daß sie die höhere Semi-Kontinuität verifiziert, wenn X geschlossen ist und B kompakt. Es handelt sich also durchaus um ein quantitatives petrologisches Kriterium (das darüberhinaus anwächst : $X \subset Y \Rightarrow X_B \subset Y_B$).

Betrachten wir nunmehr wieder die Photographien der Abb. 7 indem wir die feste Phase (in weiß) beobachten. Im Zuge einer Dualität wurde auch sie transformiert. Jedes Mal, wenn zwischen zwei Körnern eine poröse Schicht durch eine Operation eliminiert wurde, hat sie durch diese Tatsache die Körner zusammengefaßt. Der gleiche Prozeß hat die Hohlräume in den Körnern aufgefüllt, die inneren Poren verstopft. Ist nicht das Modellieren der Körner mit Hilfe der Ouverture der Poren im Grunde genommen exakt ein Faktor des Arrangements? In der mathematischen Morphologie nennt man ihn "Fermeture". Die Dualität hat zur Folge, daß man, indem man die Geöffneten und anschließend die Geschlossenen aus einer der Phasen untersucht, man mit dem gleichen Vorgang die Untersuchung der Geschlossenen und dann der Geöffneten des komplementären Milieus durchführt. Hier haben wir also ein symmetrisch gemachtes Kriterium, das sich als hervorragend geeignet für unser Objekt herausstellt, bei dem es recht gleichgültig gewesen wäre eine der Phasen a priori als Teilbild und die andere als Hintergrund anzunehmen.

Ob es sich um den Formfaktor oder um den Faktor des Arrangements handelt, die Ouverture erscheint als sehr aufschlußreich für die Rundheit. Die Grenz zonen mit großem Krümmungsradius beeinflussen am Ursprung das Verhalten einer kreisförmigen Ouverture nicht, dagegen jedoch allein die kleinen Unebenheiten der Körner (dies schließt die kleinen Körner ein). Man kann diese Bemerkung präzisieren, indem man die Entwicklung, die durch die Ouverture in der Nachbarschaft von null begrenzt wird, untersucht (Ref. 22). Diese Verfeinerung wird hier jedoch nicht benutzt, da man der statistischen Weiterverarbeitung Rechnung trägt. Sagen wir einfach, daß, je größer die Tangente am Ursprung der Ouverture als absoluter Wert ist, desto mehr enthält das analysierte Objekt feine Details.

Unter allen möglichen Kompakten B sind selbstverständlich diejenigen am besten für die Analyse einer definierten Form in einer Ebene geeignet, welche die Ouverture durch Rotation in der Ebene invariant machen. Man verlangt von diesen strukturierenden Figuren, die Unebenheiten verschwinden zu lassen oder Körner aneinanderzufügen, welches auch immer die Richtung dieser letzteren sei. Die Wahl der möglichen B beschränkt sich also auf Kreise oder auf alle Vereinigungen kreisförmiger Kränze mit gleichem Mittelpunkt (auf experimenteller Ebene wurden hier Kreis und Hexagon als gleichbedeutend angenommen).

Jede zusätzliche an B gestellte Bedingung (Invarianz durch Rotation, dann bald granulometrische Forderungen) macht das Kriterium weniger extensiv (es wird weniger mögliche Ouverturen geben), aber demgegenüber auch verständlicher (sie sind vom morphologischen Standpunkt aus gesehen reicher). Die letzte Bedingung, nicht aber die geringste, die noch zu verdeutlichen ist, besteht nunmehr darin aus der Ouverture ein Kriterium der Größe zu machen.

Ouverturen und Granulometrie

Die Größe eines porösen Milieus: Was kann das wohl sagen wollen? Augenscheinlich nichts genaueres als seine Form. Dennoch sieht es bei näherer Überlegung so aus, als sei eine allgemeine Definition möglich. Bemerken wir zunächst, daß man in einer Population nicht "die" Größe definiert, sondern vielmehr die Gesamtmenge der Größen. Es ist also eine Familie $\psi_\lambda(X)$ von Kriterien, abhängig von einem Parameter $\lambda (\geq 0)$, die es zu konstruieren gilt und nicht ein einziges Kriterium (die Invarianz durch Homothese hat uns bereits mit diesen Familien von Kriterien, die von einem Parameter abhängen, vertraut gemacht). Konventionsgemäß wird man setzen $\psi_0(X) = X$.

Das mindeste was man unter allen Umständen von einem Größenkriterium $\psi_\lambda(X)$ verlangen muß, kann auf zwei Bedingungen zurückgeführt werden, deren eine seine Wirksamkeit auf X und deren andere diejenige auf λ betrifft. Auf X wird man einfacherweise die Bedingung des Wachstums wirksam werden lassen. Betrachtet man die Population der menschlichen Wesen (X) und unter den X diejenigen mit mehr als 1,70 m Größe, $[\psi_{1,7}(X)]$, und wenn man die Aufmerksamkeit nun auf die Männer Y der nördlichen Halbkugel beschränkt, dann ist es ganz sicher, daß diejenigen der Y, welche größer sind als 1,70 m, also die $[\psi_{1,7}(Y)]$, einen Teil von $\psi_{1,7}(X)$ der Gesamtpopulation darstellen.

Die zweite Bedingung (für die λ) ist ein wenig subtiler. Sie quantifiziert den Stabilitäts-Aspekt des granulometrischen Resultats. Betrachten wir wieder das voraufgegangene Beispiel. Suchen wir unter den Männern größer als 1,70 m diejenigen aus, welche mehr als 1,80 m messen, also $\psi_{1,8}[\psi_{1,7}(X)]$. Es ist klar, daß man auch damit hätte beginnen können, aus der ursprünglichen Population X diese letzteren auszusondern, das Resultat wäre dasselbe.

Formal sehen diese beiden notwendigen Bedingungen so aus:

- a) $X \subset Y \Rightarrow \psi_\lambda(X) \subset \psi_\lambda(Y) \quad \forall \lambda \geq 0$
- b) $\lambda > \mu \Rightarrow \psi_{\lambda \circ \mu}(X) = \psi_{\mu \circ \lambda}(X) = \psi_{\sup(\lambda, \mu)}(X) \quad \forall \lambda, \mu \geq 0$

Es ist bemerkenswert, daß sie bei weitem ausreichend sind, das zu quantifizieren, was man intuitiv erkennt, wenn man sich das Konzept der Größe vorstellt, und daß ausgehend von diesen Bedingungen, G. MATHERON (Ref. 6) eine ganze Theorie der Granulometrie aufbauen konnte. Diese beiden Bedingungen fügen sich den vier Prinzipien hinzu, mit denen sie vereinbar sind und keine überflüssige Wiederholung darstellen. Dagegen begrenzen die Prinzipien die Wahl der möglichen Granulometrien, und es wird gezeigt (Ref. 6), daß sie sie definitiv auf die Vereinigungen der Ouverturen entsprechend der kompakten konvexen B zurückführen. So ist es also die Konvexität des strukturierenden Elementes, die ihm seine granulometrische Bedeutung verleiht.

Beenden wir hier unsere Forderungen : das ist schon reichlich genug für ein einziges Kriterium. So wie aufeinanderfolgende Einstellungen auf Brennpunkte hat uns das Strahlenbündel der Wünsche, 'Formenarrangements', dann Größen zu quantifizieren und dies gleichzeitig in allen Richtungen und mit Hilfe eines einzigen Kriteriums, dazu geführt, in einer einzigen Familie möglicher Transformationen zu münden : die kreisförmigen Ouverturen.

VI -4 - Ergebnisse

An den 36 Proben wurden die Volumenprozent der Geöffneten und der Geschlossenen der Poren gemäß Hexagonen der Durchmesser λ , wie sie in der Tafel 8 angegeben sind, gemessen und die Steigerungen dieser Prozente der Geöffneten und Geschlossenen als granulometrische Abschnitte definiert (in der Abb. 8 ist das Zeichen + den Fermeturen und das Zeichen - den Ouverturen zugeordnet) :

Mikron	0	4	8	12	16	32	48	64
granulometr.Abschn.	A	B	C	D	E	F	G	H

Abb. 8 : granulometrische Abschnitte

Wir gehen davon aus, daß dem Leser die Methode der Analyse der Entsprechungen bekannt ist (Ref. 21). Sie wurde deswegen ausgewählt, weil die automatisch die Willkürlichkeit der Wahl der Klassen von λ korrigiert.

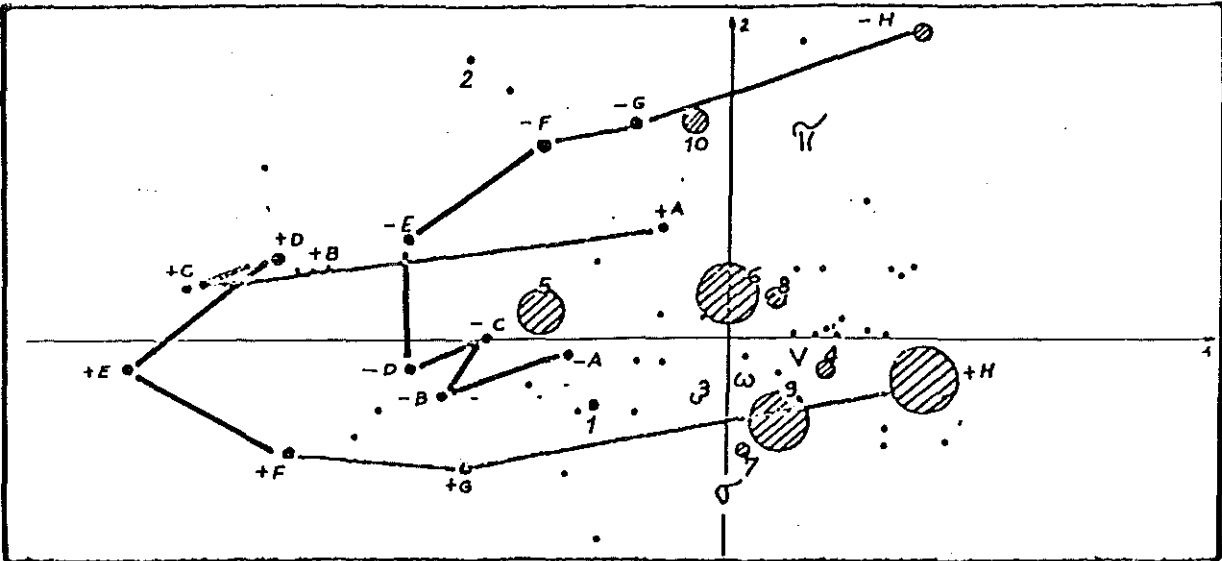


Abb. 9a : Analyse der Entsprechungen - Faktorenebene 1-2

(Oberfläche der Kreise proportional zum Gewicht der Parameter).

- | | | |
|------------------------|--------------|-------------------------------------|
| 1 Magnetit/Poren | 7 Magnetit | π Porosität (physikalisch) |
| 2 Pyroxene/Poren | 8 Pyroxen | V Schallgeschwindigkeit |
| 3 Plagioklas./Magnetit | 9 Plagioklas | ω Volumengewicht |
| 4 Pyroxene/Magnetit | 10 Poren | ϵ Zertrümmerungswiderstand |
| 5 Plagioklas/Poren | | |
| 6 Pyroxen/Plagioklas | | |

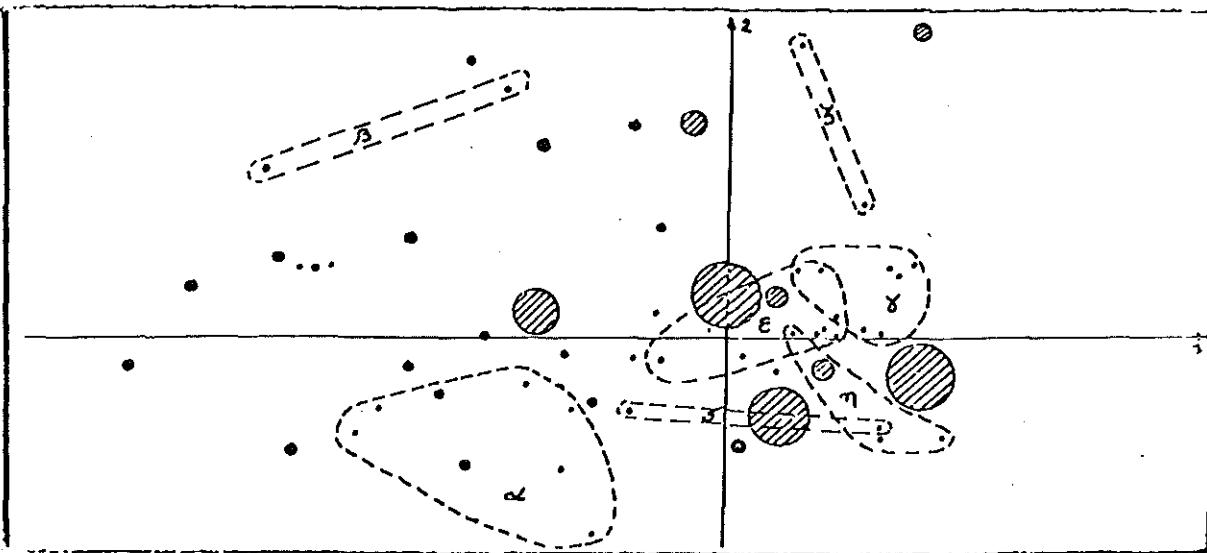


Abb. 9b : Die gleiche Analyse wie Abb. 8a : geographische Ortsbestimmungen (α i. ζ)

In der Rechnung haben wir a priori den Größenparametern eine gleiche Trägheit zugeordnet ebenso wie denjenigen welche die Natur der Proben beschreiben. Die beiden ersten faktoriellen Achsen berücksichtigen jeweils 50 % und 23 % der Gesamtträgheit. Die Projektion der Punktwolken auf diese erste Faktorenebene reflektiert also das Wesentliche ihrer Strukturen (Abb. 9a und 9b). Die erste Achse stellt die feinen Porenetze den groben gegenüber und die zweite das poröse Gestein dem kompakten. Parallel dazu ist die erste Achse diejenige der Kontakte Plagioklas-Pore und die zweite die der Gegenüberstellung Plagioklas-(Pore, Pyroxen).

Diese Faktorenebene macht die Redundanz der von den Prozentanteilen der Phasen und der Kontaktflächen gelieferten Information gegenüber den Ouverturen-Fermeturen evident. Man wird demnach die weitere Auslegung auf dieses letztere Kriterium beschränken. (Nachdem dies gesagt ist, bleibt zu fragen, warum die Pyroxen-Kristalle sich besser im porösen Gestein entwickeln, warum der Magnetit sich mit dem Plagioklas in Paragenese befindet, warum der Plagioklas vor dem Pyroxen mit dem Porennetz in Kontakt tritt, wenn die Kristallisationen fein sind, etc... etc... (aufeinanderfolgende Vulkanismen ? Erkaltungsgradienten von mehr oder weniger starker Wirkung ?)).

Die Klassifizierung der Daten, die ausgehend von diesen Achsen gewonnen wurden, mündet in eine andere mit geographischem Charakter, denn (Abb. 8b gestrichelte Gebiete) die Gesteine gleichen Ursprungs sind zusammengefaßt, mit einer einzigen Ausnahme.

Die physikalischen Eigenschaften schließlich sind umso mehr an morphologische Parameter gebunden als ihre repräsentativen Punkte nahe beieinanderliegen. Im vorliegenden Fall führt die Untersuchung der 5 ersten Achsen dazu, den Zertrümmerungswiderstand y^+ den drei Ouverture-Fermeture-Gruppen zu korrelieren : 3G, (+A, -A), - H. Davon leitet man folgende rückläufige Beziehung ab:

$$y^+ = 16,1 + 0,12[+G] - 1,15[+A, -A] - 0,38[-H]$$

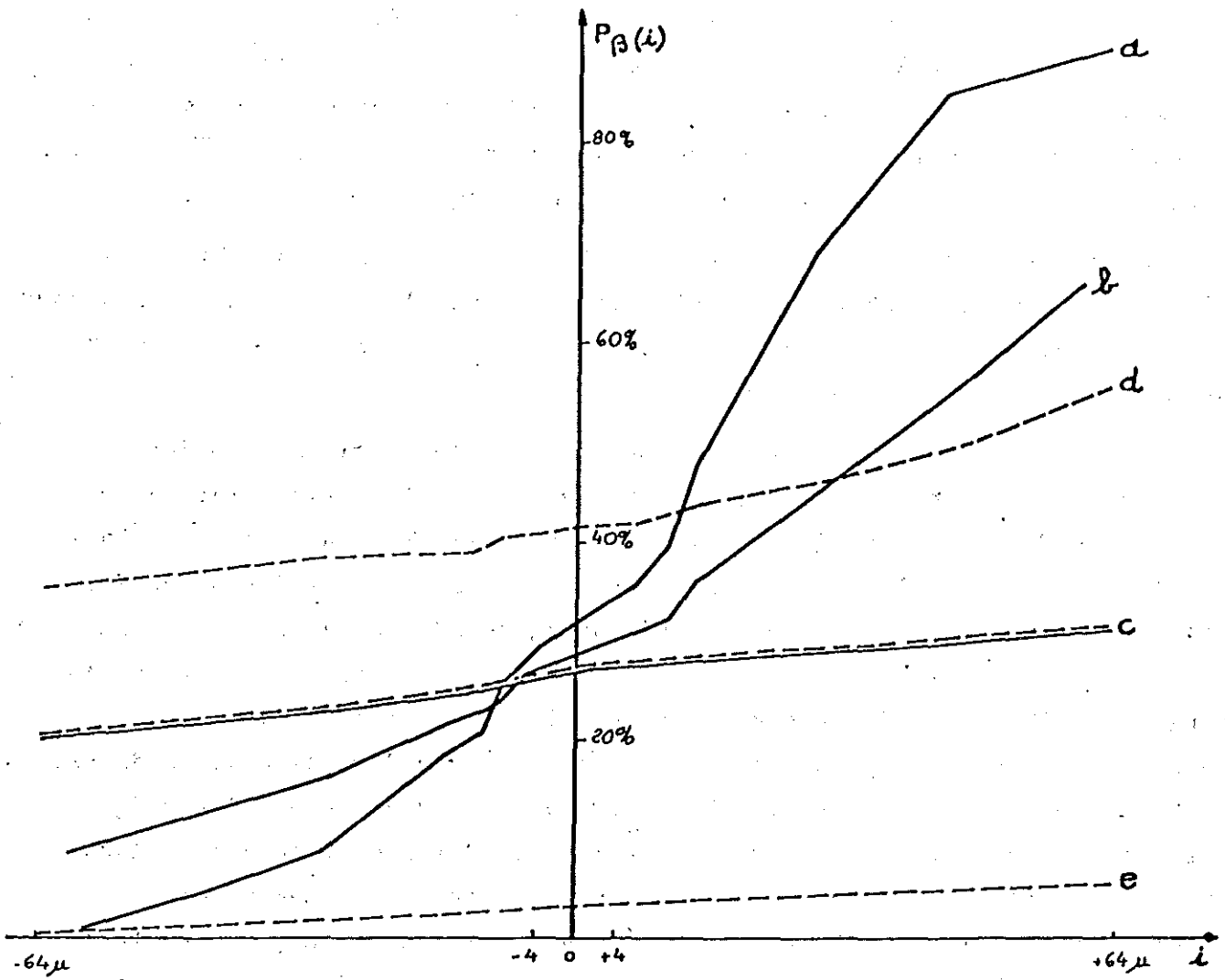


Abb. 10 : Ouverture-Fermeture der Proben aus Abb. 2

Die Gültigkeit des Modells läßt sich durch den Vergleich der y^+ mit den wahren Werten y der Widerstandsresistenz überprüfen. y und y^+ sind mit einem Koeffizienten von 0,76 korreliert. Die Zertrümmerung hängt also im Wesentlichen von dem feinen Porennetz, den sehr großen Poren und von einer sehr speziellen Größe ($50 \mu\text{m}$) des Abstandes zwischen den Poren ab.

Kommen wir auf die Ouverturen selbst zurück. Welches ist ihre Verbindung mit den Achsen? Wenn man eine Linie paralleler Proben auf der ersten oder zweiten faktoriellen Achse verfolgt, wie verformen sich dann die zusammengehörigen Ouverturen?

Die drei in 2a, 2b, 2c photographierten Proben variieren entlang der Achse No. 1 und die No. 2d, 2c, 2e entlang der zweiten. Die entsprechenden Ouverturen-Fermeturen sind in Abb. 10 dargestellt. Wie man sieht verläuft, mit Ausnahme einer kleinen Verschiebung, alles, als ob die Variation No 1 eine Affinität wäre, welche die Kurven umdreht, und die man als Übergang durch Homothese von einer Probe zur anderen interpretiert. Die kleine Verschiebung zeigt für sich, daß die Homothese auf die gesamte Textur wirkt, mit Ausnahme der fadenförmigen Poren (1. Ouverture). Die Variation No. 2 drückt sich in einer einfachen Verschiebung der Kurven (zwischen + und - $64 \mu\text{m}$) aus. Sie reflektiert also allein die Porosität der Probe. Insgesamt läßt sich die phantastische Unterschiedlichkeit der Texturen dieser Dolerite in einem Koeffizienten der Vergrößerung (Neigung um die Drehachse) und in der Porosität des Milieus (Ordinate der Drehachse) zusammenfassen. Und diese beiden Zahlen, die voneinander unabhängig sind, charakterisieren für sich allein 75 % der gesamten Unterschiedlichkeit der Texturen.

VII - DAS SCHEMA VON CAUWE-MATHERON FÜR DIE ZERTRÜMMERUNG

Nach den reliefförmigen Objekten und den ebenen Schnitten von Strukturen in situ, hier nunmehr eine Untersuchung über isolierte Teilchen. Nach der Suche nach dem was ein Gestein zusammenhält, hier nunmehr ein Gesetz für die Art und Weise nach der es zerfällt. (Ref. 14 und 15).

Betrachten wir zwei Gesteine deren eines homogen, das andere von vielphasiger komplexer und rissiger Textur ist. Unterziehen wir industrielle Proben dieser Gesteine verschiedenen Zertrümmerungsbedingungen, die insgesamt 30 unterschiedliche Experimente darstellen. Die Granulometrie der zertrümmerten Produkte ist abhängig von der Ausgangstextur der verwendeten Gesteine und außerdem von den Parametern des Verarbeitungsprozesses (Art

der Zertrümmerungsmaschine, Aufenthaltsdauer,...). Kann man diese Abhängigkeit quantifizieren und wie?

VII -1 - Formulierung des Vorgehens zur Problemlösung

Die Frage, wie sie eben gestellt wurde, erscheint klar : schauen wir uns die Risse an, betrachten wir das Resultat und vergleichen wir. Dennoch zeigt eine aufmerksamere Untersuchung, daß sie weder taktisch richtig gestellt noch definiert ist.

a) Es wird nicht mehr, wie im vorausgegangenen Beispiel, behauptet, daß eine Struktur mit einer kleinen Gruppe physikalischer Parameter konfrontiert wird, sondern ein Ausgangszustand mit einer ganzen Serie von Prozessen, Funktionen der Zertrümmerungszeit, der Natur der Brocken, etc... und von denen jeder einzelne Anlaß zu einem unterschiedlichen Resultat in jedem einzelnen Falle gibt, wodurch dann ebenso viele neue zu untersuchende Strukturen entstehen. Das Programm ist in anderer Weise weitläufiger als vorher, und der Versuch es allein durch Korrelationen erfassen zu wollen läuft Gefahr, uns einen Berg statistischer Behandlungen umwühlen zu lassen, der dann einige Selbstverständlichkeiten gebären wird : zum Beispiel, die Körner werden kleiner und scheuern sich im Laufe der Zeit ab.

b) Will man vom Ausgangszustand ausgehen, so muß man annehmen, daß Risse sichtbar sind, die den Vorgang beeinflussen. Die Hypothese ist nicht zu vernachlässigen. Ist sie aber wirklich nützlich?

c) Es gilt nicht allein die Risse oder die Kontakte zu sehen, sondern darüberhinaus ist es für ein taktisch richtiges Vorgehen notwendig, mit Sicherheit aussagen zu können "dieser Riß, von diesem bestimmten Typ, interveniert erst nach 7 Minuten der Zertrümmerung", denn es handelt sich ebenso gut um einen Vorgang den man unterdrücken möchte und nicht um eine augenblickliche physikalische Aktion.

Ein Petrologe mit der Einstellung eines Physikers ist es sich also schuldig, die ursprünglichen Fragen durch die folgenden, taktisch richtigeren zu ersetzen, die das Vorgehen auf eine solide Basis stellen:

- α) Was haben die zertrümmerten Produkte Y, Y', Y'' , die ein und demselben Ursprungs-Erz X entstammen und unterschiedlichen Zertrümmerungsbehandlungen T, T', T'' unterworfen wurden, gemeinsam?
- β) Wenn ein gemeinsamer Nenner existiert, gilt er allgemein, d.h. bleibt er derselbe, wenn man das Erz X gegen ein anderes X' austauscht?
- γ) Was muß man von der Ausgangsstruktur von X notwendig wissen, um diesen gemeinsamen Nenner interpretieren zu können?

Wie man sieht, gehen diese Fragen vom Endzustand aus, um zum Ausgangszustand zu gelangen und werden immer ausführlicher (β und γ sind nur dann sinnvoll, wenn die Antwort auf α positiv ist). Andererseits ist α von Anfang an mit der Tatsache belastet, daß es sich um einen Prozeß handelt, und es ist unnötig die Untersuchung weiter zu verfolgen, wenn die Antwort auf α negativ ist. Schließlich wird man in dem Maße, da α und β positive Antworten liefern werden gleichzeitig diejenigen Parameter kennen, mit Hilfe derer die Funktion der Zertrümmerungsmaschine beschrieben werden kann, und damit ihren Wirkungsgrad optimieren (denn jeglicher Aspekt "Erz" wird in übergeordneter Form durch den gemeinsamen Nenner zusammengefaßt).

VII-2 - Das Modell von CAUWE-MATHERON

Ph. CAUWE (Ref. 7) hat zwei sehr verschiedene Gesteinstypen untersucht: ein Cu-Pb-Zn -Erz mit vielphasiger komplexer Textur und im Gegensatz dazu ein Magnetit-Konzentrat hoher Homogenität. Er hat ihre Zerkleinerung unter dreißig verschiedenen Zertrümmerungsbedingungen vorgenommen und die daraus entstandenen Pulver in Form polierter Anschliffe mit Hilfe einer Technik analysiert, die den Körnern alle möglichen Orientierungen ließ.

Nachdem er ein Modell aus Poisson'schen Ebenen überprüft hat, das sich als ungeeignet erwies, kam er zu folgender Hypothese. Betrachtet man die Resultate, so verläuft alles als ob ein Schock in der Zertrümmerungsmaschine den Raum, den das Erz einnimmt, in zwei nahe beieinander liegende parallele Ebenen zerschneidet, indem er das Korn in drei Teile zerschneidet, nämlich in die mittlere Lamelle und die beiden äußeren Partikel. Darüber hinaus wirkt jeder spätere Schock auf die drei Nachkommen nach demselben Gesetz, unabhängig von dem vorausgegangenen Schock und entsprechend jeglicher Richtung.

Bemerken wir sofort, daß die hinter dem Wort "Schock" stehende Wirklichkeit ebenso die Wirkung der Zertrümmerungsmaschine wie das Verhalten des Erzes beinhaltet, da ja nur die Schläge berücksichtigt werden, die das Gestein tatsächlich zum Zerbersten gebracht haben. Es ist deshalb nicht sicher, daß das Modell eine Antwort auf die Frage liefern wird.

Die Abb. (11) zeigt eine Photographie der Simulierung des Modells.

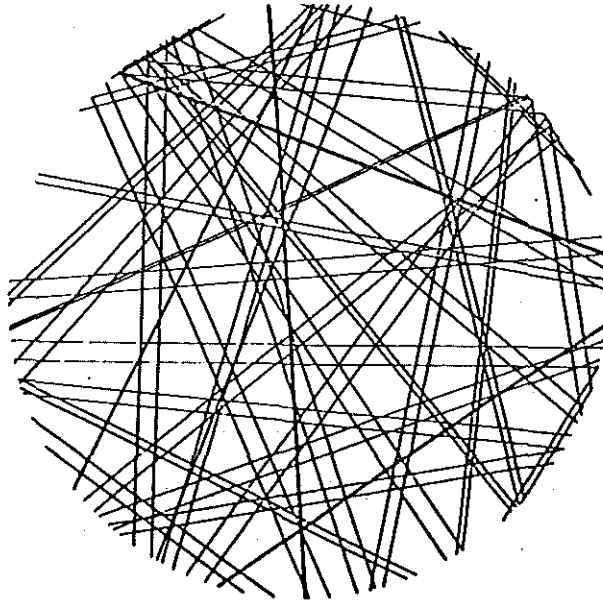


Abb. 11 : Verwirklichung des Schemas der Poisson'schen Doublets.

Das ist ein hübsches aber wenig realistisches Bild, denn in der Praxis nimmt jedes Teilchen nach seiner Abspregung in der Zerkleinerungsmaschine eine Ortsveränderung entsprechend seiner eigenen Flugbahn vor. Man hat sich also alle die kleinen Polygone der Abb. 11 getrennt voneinander und in willkürlicher Ordnung vorzustellen. Dann hat man ein Äquivalent zu dem, was das Auge in einem polierten Anschliff wahrnimmt, der alle Abschnitte einer Siebung in sich vereinigt.

VII-3 - Überprüfung des Modells

G.MATHERON (Ref.2) hat bestimmte Parameter des Modells berechnet, indem er die Ebenen-Paare (Dichte λ) als Poisson'sche voraussetzte und annahm, daß der sie trennende Abstand gleichförmig zwischen null und einem fixen Wert d variiert (λ und d liegen fest für ein bestimmtes Erz und eine bestimmte Zertrümmerungsbedingung).

Insbesondere hat er die lineare und kreisförmige Erosion berechnet (Wahrscheinlichkeit, daß ein Segment der Länge l , dann ein Kreis vom Radius r in den Körnern enthalten sei). Diese beiden ziemlich verschiedenen Kriterien liefern zwei theoretische Kurven $P_1(l)$ und $P_2(r)$ auf denen es möglich ist die Anpassung der eben diese Kriterien abschätzenden Funktionen $P_1^+(l)$ und $P_2^+(r)$ mit Hilfe des Textur-Analysators anhand polierter Erzan-schliffe zu überprüfen (die theoretischen Ausdrücke von $P_1(l)$ und $P_2(r)$ finden sich in Ref. 1 und Ref. 2 und in Ref. 1 die detaillierte Berechnung der Anpassungen). Bemerkenswert ist der stereologische Aspekt des Vorgehens, welcher es erlaubt Vielecke, ausgehend von ebenen und linearen Messungen, zu charakterisieren.

Die Ergebnisse zeigen an 30 Experimenten, daß 27 davon die Hypothese mit ausgezeichneter Genauigkeit bestätigen.

Davon kann man anschließend (Ref. 1) eine ganze Methode zur Untersuchung der Zertrümmerung ableiten. Damit sind die Variationen von d und λ im Laufe der Zeit instruktiv. d wird kleiner und stabilisiert sich dann (im Durchschnitt nach 15') indem es die kleinste unter gegebenen Zer-trümmerungsbedingungen erreichbare Teilchengröße bestimmt. Dagegen wird λ bis 40 Minuten größer, aber mehr und mehr in wachsender Form, ein wenig wie ein Logarithmus (die am längsten widerstehenden Teilchen sind die kräftigsten). Die wichtigste der von dem Schema abgeleiteten physikalischen Untersuchungen verbindet die verbrauchte Energie mit λ und zeigt wie die Zer-trümmerungsbedingungen optimiert werden können.

VII-4 - Bedeutung und Ausweitung des Gesetzes

Der "reine" Naturwissenschaftler wird es möglicherweise als kühn empfinden, daß man gewagt hat, die Untersuchung der Beziehungen zwischen der Textur der Erze und ihrer Zertrümmerungsfähigkeit zu verknüpfen ohne die besagten Erze in situ auch nur eines einzigen Blickes gewürdigt zu haben.

Wozu sollte das gut sein? In der Zerkleinerungsmaschine haben wir einen außerordentlich guten Verbündeten gefunden, der für uns genau das erfaßt, was im Ausgangsmilieu wichtig ist (wichtig für das verfolgte Ziel natürlich), und wir haben diesen unvergleichlichen Freund ausgenutzt. Es ist nützlicher

zu wissen, daß ein RiB einer Menge von denen angehört, die im Augenblick t zusammenbrechen werden (eine Auskunft, die die Zertrümmerungsmaschine gibt), als Kenntnis darüber zu haben, wo sich tausende von Rissen, von denen keiner der späteren Einwirkung sicher ist, genau befinden. Vom taktischen Standpunkt aus existiert nichts anderes als die (einer Kenntnis zugängliche) Interaktion zwischen einem in sich unbekanntem, potentiellen Risse-Netz und einer Reihe physikalischer Schocks, die noch weniger voraussehbar sind. Das bemerkenswerte Resultat ist, daß diese Interaktion immer dieselbe Struktur erzeugt, und das ist es, was ein Gesetz darstellt. Dieses Gesetz ist weder theoretisch noch abstrakt (aber einfach neu), auf jeden Fall nicht mehr als beispielsweise das Ohm'sche Gesetz. Wollte man sich in eine dazu parallele Situation begeben, so könnte man sagen, daß die Spannung den Zertrümmerungsbedingungen entspricht, der Widerstand dem Erz und die Stärke dem Paar (λ, d) , und, was bei Weitem das Wichtigste ist, die konstante Beziehung $V = RI$ entspricht der Tatsache, daß die Struktur der Poisson'schen Doublets ungeachtet der experimentellen Bedingungen erhalten bleibt (das eine wie das andere Gesetz reflektiert diesen winzigen Teil des Wirrwarrs der elementaren Aktionen der auf makroskopischer Ebene auftaucht). Es gibt im übrigen nicht abstrakteres als einen Widerstand: er ist abhängig von dem Ort, an dem man die Elektroden anbringt, variiert mit der Zeit, der Temperatur und besitzt insbesondere praktisch keinen Sinn mehr für die Körper der organischen Chemie oder der biologischen, deren Eigenschaften mit dem Durchgang des Stromes sich verändern.

Wahrscheinlich geht es mit dem Gesetz von Cauwe-Matheron ebenso. Sein wirkliches Ausdehnungsgebiet ist bisher nicht gut abgegrenzt (man kann daran zweifeln, daß es auf das Verhalten einer mit Ton gefüllten Zertrümmerungsmaschine anwendbar ist!). Andererseits ist es möglich sich taktische Schritte vorzustellen (Ref. 22), um bis zur Frage γ zurückzugehen und zu versuchen, die strukturellen Gründe für die "Widerstandsfähigkeit" eines Erzes aufzuzeigen.

Die Zukunft wird diese Punkte zweifellos präzisieren, das Wichtigste bleibt aber das Gesetz selbst, das von fundamentaler Bedeutung ist, weil es in allgemeiner und taktisch wirksamer Weise eine gestellte Frage beantwortet hat.

BIBLIOGRAPHIE

- 1 - Ph. CAUWE - Morphologie mathématique et fragmentation.
(Thèse, Université de Louvain, 1973).
- 2 - G. MATHERON - Les polyèdres poissonniens isotropes. (3ème Colloque sur la fragmentation, Cannes, Octobre 1971).
- 3 - E. UNDERWOOD - Quantitative Stereology. (Addison Wesley, U. S.A., 1970).
- 4 - W. BRIDGMANN - The Logic of modern Physics (New-York 1927)
- 5 - J. PIAGET, J. ULEMO - dans "Epistémologie de la Physique"
(dans Logique et Connaissance Scientifique, Collection de la Pléiade, 1967).
- 6 - G. MATHERON - Random Sets and Integral Geometry (John Wiley and Sons, New York, 1975).
- 7 - G. MATHERON - Eléments pour une théorie des milieux poreux.
(Masson et Cie, Paris, 1967).
- 8 - M.I. SCHWYDLER - Les écoulements dans les milieux hétérogènes.- (Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences d'U.R.S.S., Série Mécanique, Mars 1962).
- 9 - IOU. A. VORONINE, E.A. EGANOV - Metodologičeskije voprosi priménénia matematičeskix metodov v gueologii.
- 10 - Diverses brochures réalisées par la Société LEITZ, ainsi que J.C. KLEIN, J. SERRA - The texture analyzer.- (J. of Microscopy, Vol. 95, Pt . 2, April 1972).
- 11 - E.F. HARDING, D.G. KENDALL - Stochastic Geometry - J. WILEY 1974
- 12 - G. MATHERON - Le choix des modèles en Géostatistique.
(Congrès de l'A.S.I., NATO, Rome, Octobre 1975)
- 13 - H. HADWIGER - Vorlesungen über Inhalt, Oberfläche und Isoperimetrie. (Springer, Berlin, 1957).
- 14 - E.M. SERGUEEV - Grountovédénie (Editions de l'Université de Moscou, 1971).
- 15 - A.N. KOLMOGOROV et V.M. TIHOMIROV (1959-1961) - Epsilon entropy and epsilon capacity in sets of functional spaces.- (Uspekhi Matematicheskikh Nauk 14 N° 2) traduction dans American mathematical Society. Translations, Serie 2, 17.

- 16 - P. LEVY - Processus stochastiques et mouvement brownien.
(Gauthier-Villars, Paris, 27me Ed., 1965).
- 17 - B. MANDELBROT - Objets fractals, forme, hasard, dimension.
(Flammarion, Paris, 1975).
- 18 - J. SERRA, E.N. KOLOMENSKI, V. LADIGUINE, J.P. ORFEUIL.-
Analyse des correspondances entre la morphologie
mathématique du réseau poreux de roches volca-
niques, et certaines de leurs propriétés physi-
ques. (dans : Structure des Pores et Propriétés
des Matériaux - Colloque International RILEM-
IUPAC, Prague, Septembre 1973., Accademia, Prague,
1974.
- 19 - G.A. GALADKOWSKAIA - O vliani tectonitcheskix processov
na formirovanié ingenerno geologitcheskix
svoïstv gornix parod cb. Vaproçi ingenernoï
geologi i grountovédénia. Izd. vo M.G. OU 1968.
- 20 - V.D. IOMTADZE - O formirovani physicomecanitches kix svoïstv
gornix parod. Tesissi doklada k III regio nalnomou
soviechaniou po ingenernoï geologi. Rotaprint
L.F. OU 1966.
- 21 - J.P. BENZECRI - L'analyse des Données. (Dunod, Paris, 1974).
- 22 - J. SERRA - Lectures on Image Analysis by Mathematical Morphology,
Tokyo Noko University, Sept. 1976.

Courtesy of:
 Acta anat. 101: 187-191 (1978)

Comparative morphometric analysis of vermilion border epithelium and lip epidermis

H. E. Lanfranchi¹ and B. M. de Rey

Department of Oral Pathology, Faculty of Dentistry, University of Buenos Aires and Department of Radiobiology, National Atomic Energy Commission, Buenos Aires, Argentina

Key words. Morphometric · Vermilion border · Lip · Cattle · Histologic · Epithelium

Abstract. A comparative morphometric study of lip epithelia in cattle, rats, and humans was undertaken using stereological techniques. Vermilion border and skin specimens of cattle, rats and humans were processed under standardized conditions for light microscopic observation. Stereological techniques were employed to obtain volumetric densities of each epithelial layer. The results obtained show that although the absolute volume of each epithelial stratum of the vermilion border and of the skin varies markedly in the different species studied, the relative volume of these strata in relation to the entire epithelium is similar in all epithelia.

Introduction

The oral epithelium has peculiar characteristics according to its location in the oral cavity. The morphologic features of the vermilion border epithelium differ from those of the epithelia of the adjacent skin and mucosa. Several authors [Schroeder and Munzel-Pedrazzoli 1970; Hashimoto 1971; Sauter and Weibel 1971; de Rey and Klein-Szanto 1972; Amakiri 1973; Landay and Schroeder 1973; Meyer and Schroeder 1975; Sauter and Loud Alden 1975] have used morphometric methods to describe the oral mucosa and the skin in different areas. However, quantitative data on the epithelium of the vermilion border are not available. The aim of this study was the quantitative characterization of the vermilion border epithelium in several species using stereologic techniques, and to

comparatively study the histoarchitecture of this epithelium with that of the epidermis of the adjacent lip skin. Three different species of mammals, in which the morphologic characteristics of these tissues differ considerably, i.e. rat, cow and man, were used to compare the various layers of these epithelia.

Materials and methods

Ten lips of cows and adult Wistar rats as well as ten human lips were prepared for this study. All samples were fixed in 20% formaldehyde and embedded in paraffin. Sections of approximately 7 μm were stained with hematoxylin and eosin. The application of stereological principles permits the evaluation of volume densities (V_v) of the structures observed in tissue sections.

The general principles for the correct use of this parameter have been extensively described by Weibel *et al.* [1966]. The morphometric measurements were done by surveying contiguous microscopic fields, covering

¹ Recipient of a fellowship from the Comisión de Investigaciones Científicas, La Plata, Buenos Aires, Argentina.

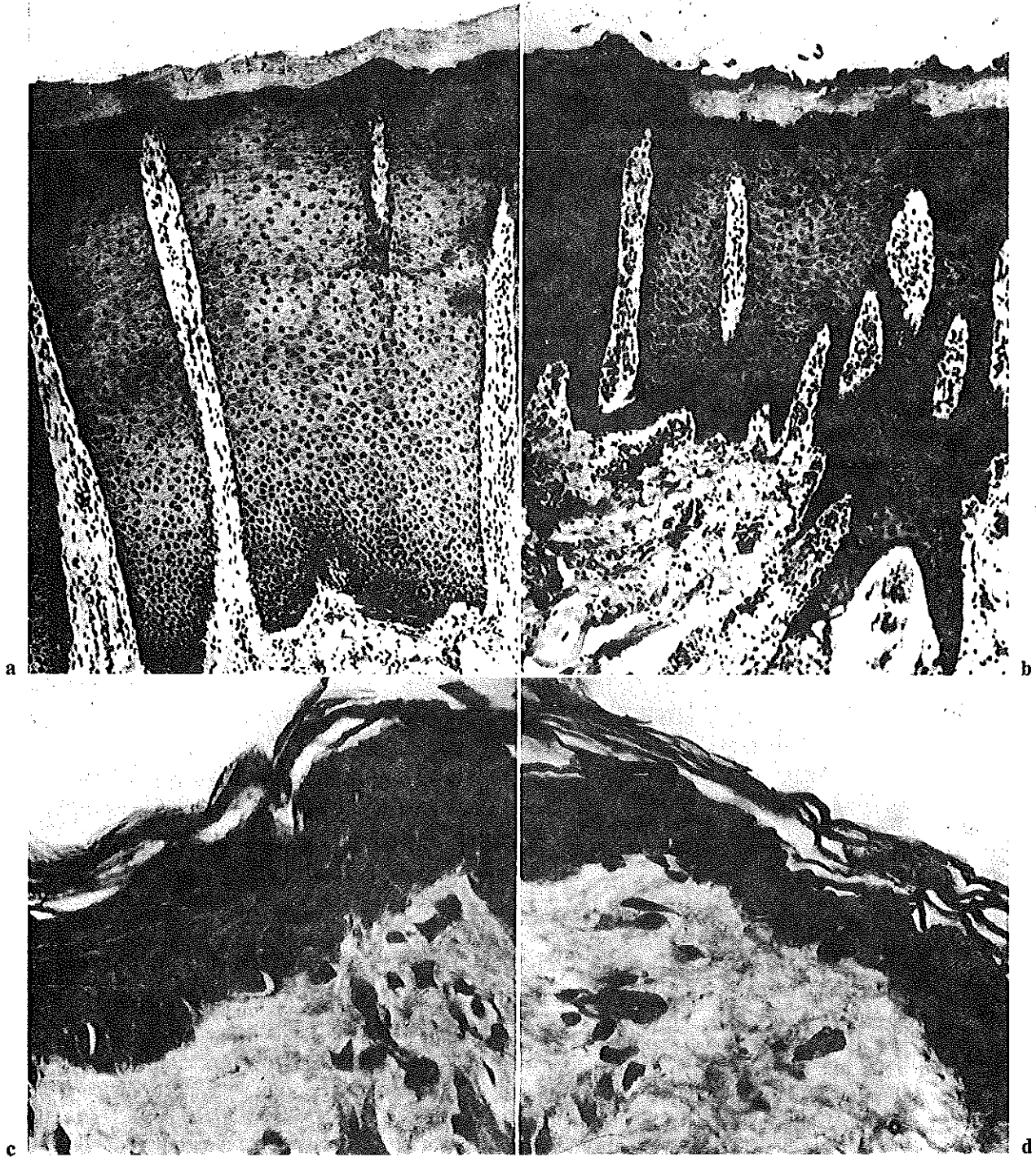


Fig. 1. Light micrograph of a paraffin-embedded section stained with hematoxylin and eosin. a Lip vermilion border (cattle). $\times 80$. b Lip skin (cattle). $\times 80$. c Lip vermilion border (rat). $\times 400$. d Lip skin (rat). $\times 400$.

Morphometry of lip epithelia

the skin section at a magnification of $\times 1,000$ for rats and humans and $\times 80$ for cattle. A rectangular grid of 200 points was superimposed always with the same orientation on each field by means of an ocular reticle. In each section the whole epithelium and a portion of the underlying connective tissue were scanned. The total number of such points (P_{skin}) and the number of those points overlying different strata were recorded and then used to calculate the volume fraction or volume density (V_v) of each of these strata.

The volume density (V_v) can be estimated by counting the points of a test system projected on the different structures (in this case epithelial layers, P_i) in relation to the total number of points (P_t) projected on the whole epithelium:

$$V_v \text{ estratum} = \frac{P \text{ stratum}}{P \text{ skin}}$$

The following data expressed in mm^3/cm^3 were finally collected:

	Volume density of:
$V_v D$	dermis portion
$V_v B$	basal layer
$V_v S$	spinous layer
$V_v G$	granulose layer
$V_v C$	horny layer

The entire tissue under study was:

$$V_v D + V_v B + V_v S + V_v G + V_v C = 1,000 \text{ mm}^3 / 1 \text{ cm}^3$$

Based upon the classical stereological principles the bidimensional test system of points corresponds to a tridimensional prism of 0.5 mm^3 .

The knowledge of this volume and of the volume fractions of the epithelial layers yields, by performing simple calculations, the following parameters:

(1) The volume of each stratum relative to the total volume of the test system (prism)

$$V \text{ relat stratum} = V_v \text{ stratum} \times \text{test system volume.}$$

(2) The absolute height (thickness) of each stratum

$$h \text{ stratum} = \frac{V \text{ relat. stratum}}{\text{test system area}}$$

(3) The percentage of each stratum relative to the total epithelium.

Results

Histologic characteristics of the analyzed epithelia can be observed in figure 1.

The epithelial layers of cattle exhibit significantly higher values than those of rats and humans. Table I shows the volume density of the epithelial layers of the vermilion border and of the skin of the studied species. A one-way analysis of variance contrasting the media of the strata volume density showed significant difference among these values ($p \geq 0.99$).

Figure 2 represents the thickness of the different epithelial layers of the skin and of the vermilion border of the three studied species. As can be seen, the vermilion border of cattle

Table I. Volume density (V_v) evaluation of vermilion border epithelium and skin epithelium in lips of cattle, rats and humans

Strata	Vermilion border epithelium ¹			Skin epithelium ¹		
	cattle $\bar{x} \pm SD$	rats $\bar{x} \pm SD$	humans $\bar{x} \pm SD$	cattle $\bar{x} \pm SD$	rats $\bar{x} \pm SD$	humans $\bar{x} \pm SD$
Corneum	93 \pm 14	14 \pm 2	16 \pm 3	60 \pm 22	14 \pm 3	16 \pm 4
Granulosum	—	7 \pm 0	—	57 \pm 14	4 \pm 1	8 \pm 2
Spinosum	527 \pm 6	44 \pm 11	91 \pm 8	222 \pm 47	14 \pm 5	30 \pm 9
Basale	54 \pm 7	7 \pm 2	11 \pm 3	47 \pm 10	6 \pm 2	10 \pm 0

¹ All data are expressed as mm^3/cm^3 of the whole tissue.

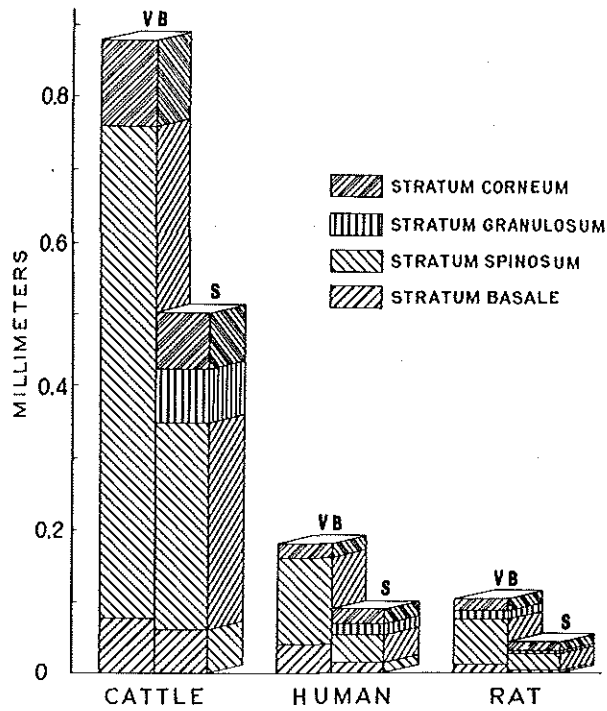


Fig. 2. Average strata composition of vermilion border (VB) epithelium and skin lip (S) epidermis of cattle, rats and humans.

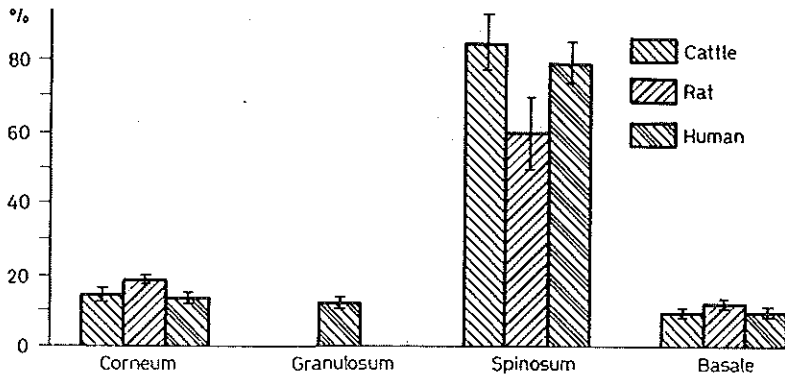


Fig. 3. Diagram of epithelial thickness characterizing the vermilion border epithelium. Values calculated as percentages of epithelial tissue.

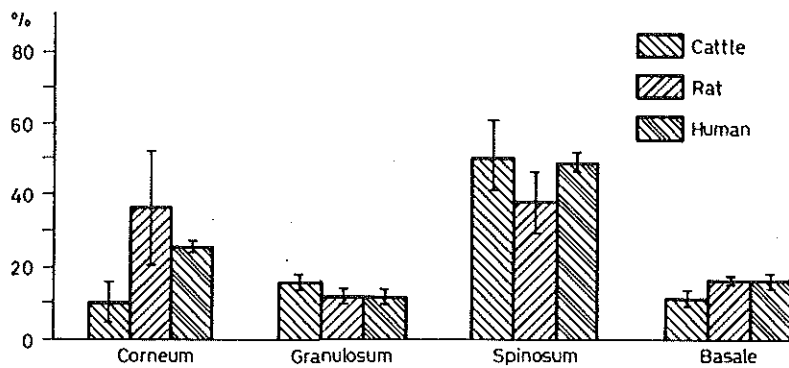


Fig. 4. Diagram of epithelial thickness characterizing the skin epithelium. Values calculated as percentage of the entire epithelium.

has a thickness of 880 μm , that of man 180 μm and that of the rat 105 μm . Moreover, the corresponding skin has a thickness of 500, 70, and 30 μm respectively.

The volumetric stratum composition of the three epithelia is expressed as percentage of the entire epithelium in figures 3 and 4. The basal layer of the vermilion border epithelium occupies 8–11% of the whole epithelium, the spinous layer 59–78% and the horny layer 13–19%. A one-way analysis of variance contrasting the media of the percentage of volume occupied by each layer of the corresponding tissues under study showed no significant difference among these media ($p \geq 0.99$).

Discussion

The main objective of our study was to evaluate morphometric data of the different epithelial layers. Using stereologic methods we could characterize the epithelia as regards their absolute volumes and thicknesses as well as the volume density of each of their layers.

The evaluated results show that the values of volume and thickness of the vermilion border are two times higher than those of the skin. This fact would indicate a specialized function characterizing the epithelium lying between the mucosa and the skin of the lip.

The data gathered in our study indicate that although the ratio between the epithelial thickness was 8:1 for cattle versus rats and 5:1 for cattle versus humans, each epithelium was proportionally composed by almost the same amount of basal, spinous, granulous and horny constituents.

Homeostatic mechanisms would act as regulators of the relative volume relationship between the epithelial layers [Elgjo *et al.* 1971; Bullough 1972].

References

- Amakiri, S.F.: A comparative study of the thickness of the stratum corneum in Nigerian breeds of cattle. *Br. vet. J.* 129: 227–280 (1973).
- Bullough, W.S.: The control of epidermal thickness. *Br. J. Derm.* 87: 187–199 (1972).
- Elgjo, K.; Gaerum, O.D., and Edgehill, W.: Growth regulation in mouse epidermis. *Virchows Arch. Abt. B Zellpath.* 8: 277–283 (1971).
- Hashimoto, K.: Fine structure of horny cells of the vermilion border of the lip compared with skin. *Archs oral Biol.* 16: 397–410 (1971).
- Landay, M.A. and Schroeder, H.E.: Quantitative electron microscopic analysis of the stratified epithelium of normal human buccal mucosa. *Cell Tissue Res.* 177: 383–405 (1973).
- Meyer, M. and Schroeder, H.E.: A quantitative electron microscopic analysis of keratinizing epithelium of normal human hard palate. *Cell Tissue Res.* 158: 177–203 (1975).
- Rey, B.M. de and Klein-Szanto, A.J.P.: A histometric study of acute radiation effects on rat tail epidermis. *Strahlentherapie* 143: 699–704 (1972).
- Sauter, L.S. and Loud Alden, V.: Morphometric evaluation of sebaceous gland volume in intact castrated and testosterone-treated rats. *J. invest. Derm.* 64: 9–13 (1975).
- Sauter, L.S. and Weibel, E.R.: Morphometric evaluation of skin structures by stereologic methods. *Dermatologica* 143: 174–183 (1971).
- Schroeder, H.E. and Munzel-Pedrazzoli, S.: Application of stereologic methods to stratified gingiva epithelia. *J. Microscopy* 92: 179–198 (1970).
- Weibel, E.R.; Kistler, G.S., and Scherle, W.F.: Practical stereological methods for morphometric cytology. *J. Cell Biol.* 30: 24–38 (1966).

Received: September 21, 1977.

B. M. de Rey, Departamento de Radiobiología,
Comisión Nacional de Energía Atómica,
Av. del Libertador 8250, 1429 Buenos Aires
(Argentina)

New Book Announcement

PATTERN RECOGNITION AND ARTIFICIAL INTELLIGENCE,
edited by C. H. Chen; Academic Press, Inc.

This book is based on a collection of most papers presented at the Joint Workshop on Pattern Recognition and Artificial Intelligence held at Hyannis, Mass., June 1-3, 1976. The following is a list of papers of this volume. Workshop papers not included in the volume appear in the conference record published by the IEEE Computer Society in July of 1976, with Catalog Number 76CH1169-2C.

Contents

Preface

Chapter 1.	A Data Structure Which Can Learn Simple Programs From Examples of Input-Output	
	R. B. Banerji 1
Chapter 2.	Time/Space Tradeoff From the Viewpoint of Grammatical Similarity	
	Eberhard L. Bertsch 15
Chapter 3.	Some Multidimensional Grammar Inference Methods	
	J. M. Brayer and K. S. Fu 29
Chapter 4.	Finding Structure in Outdoor Scenes	
	Bruce L. Bullock 61
Chapter 5.	Molding Computer Clay - Steps Toward a Computer Graphics Sculptor's Studio	
	B. Chandrasekaran and Richard E. Parent 86
Chapter 6.	DEDUCE -- A Deductive Query Language for Relational Data Bases	
	C. L. Chang 108
Chapter 7.	On Statistical and Structural Feature Extraction	
	C. H. Chen 135
Chapter 8.	On the Recognition of Highly Variable Line Drawings Through Use of Maximum Likelihood Functions	
	David B. Cooper 145
Chapter 9.	A Minicomputer Based Real Time Eye Tracking System for Pattern Recognition Applications	
	Nelson Corby and Lester A. Gerhardt 164
Chapter 10.	Design of Optimal Feature Extractors by Mathematical Programming Techniques	
	Rui J. P. de Figueiredo 185

Chapter 11.	Typological Selection of Parameters E. Diday 195
Chapter 12.	Region Extraction Using Boundary Following Sahibsingh A. Dudani 216
Chapter 13.	Computer-Aided Diagnosis of Breast Cancer from Thermography S. J. Dwyer, III, R.W. McLaren, and C. A. Harlow 233
Chapter 14.	Structural Isomorphism of Picture Graphs Eugene C. Freuder 248
Chapter 15.	Tree Languages and Syntactic Pattern Recognition K. S. Fu 257
Chapter 16.	Acquisition and Utilization of Access Patterns in Relational Data Base Implementation Michael Hammer and Arvola Chan 292
Chapter 17.	Patterns of Induction and Associated Knowledge Acquisition Algorithms Frederick Hayes-Roth 314
Chapter 18.	Pictorial Medical Pattern Recognition H. K. Huang and R. S. Ledley 340
Chapter 19.	Distance Measures for Speech Recognition - Psychological and Instrumental Paul Mermelstein 374
Chapter 20.	Syntactic Pattern Recognition on the Basis of Functional Approximation T. Pavlidis 389
Chapter 21.	A Program for Learning to Play Chess Jacques Pitrat 399
Chapter 22.	Interactive Screening of Reconnaissance Imagery George C. Stockman and Laveen N. Kanal 420
Chapter 23.	An Iconic/Symbolic Data Structuring Scheme Steven L. Tanimoto 452
Chapter 24.	IGS: A Paradigm for Integrating Image Segmentation and Interpretation J. M. Tenenbaum and H. G. Barrow 472

Contents (continued)

Chapter 25. Pattern Recognition Using Degenerate Reference Data	
J. R. Ullmann 508
Chapter 26. Serial Pattern Acquisition: A Production System Approach	
D. A. Waterman 529
Chapter 27. DABI - A Data Base for Image Analysis with Nondeterministic Inference Capability	
Y. Yakimovsky and R. Cunningham 554
Chapter 28. Relaxation Labelling, Local Ambiguity, And Low-Level Vision	
Steven W. Zucker 593
Subject Index 617

For further information on the book, please write to:

Professor C. H. Chen
Electrical Engineering Dept.
Southeastern Massachusetts University
North Dartmouth, Massachusetts 02747

Preliminary Program

V. INTERNATIONAL CONGRESS FOR STEREOLOGY

To be held in
SALZBURG/AUSTRIA
3.-8. September, 1979

MONDAY, 3rd Sept., 1979

8 h REGISTRATION (Congress bureau, Akademiestr. 24)

10h OPENING SESSION (Aula Academica, Universitätsplatz)

Chairman: H. ADAM

"Welcome to Salzburg"

H. Haug: "Stereology in Salzburg"

12.30h Lunch

14 h STEREOLOGY, THE INFERENCE OF SPATIAL STRUCTURE BY PARTIAL INFORMATION

Chairman: H. HAUG

H. Haug: "The Scope of Stereology."

R. Miles: "Estimating Geometrical Properties."

N.N.:

J-P. Jernot, J-L. Chermant, P. Maire, P. Gilles:

"The Use of Stereology and Mathematical Morphology to Describe Porous Materials."

Coffee

16 h GENERAL MATHEMATICAL PRINCIPLES AND METHODS

Chairman: R.E. MILES

R.E. Miles: "The Stereological Application of the Observable Curvature Integrals $\int \kappa^1 ds$ and $\int |\kappa|^1 ds$ for Planar Curve Data."

F. Streit: "Analysis of Spatially Distributed Objects."

J.C. Cuzzi, R.L. Deter and R.B. Harrist: "A General Analytical Method For Evaluating Differences in Shape."

D. König, D. Stoyan: "Accuracy Formulas for Lineal Analysis Through Random Set Models."

18 h EXHIBITION TIME

OPEN END

Tuesday, 4th Sept., 1979

9 h PARTICLE-IN-SPACE-ANALYSIS

Chairman: L.M. CRUZ-ORIVE

R. Coleman: "The Distribution of the Sizes of Spheres from Observations Through a Thin Slice."

L.M. Cruz-Orive: "On the Estimation of Particle Number."

M. Bogataj: "Determination of the Shell Thickness Distribution."

V. Horálek: "On Evaluating Exposers Containing Both Extracted and Sectioned Particles."

H. Stienen: "The Sectioning of Randomly Dispersed Particles. A (Computer) Simulation."

J.H. Steele: "The Interpretation of Mean Chord Length and Shape Parameters Using Model Microstructure."

Coffee

11 h ESTIMATION - SPECIAL

Chairman: R.E. MILES

P. Davy: "Estimating Centroids by Stereology."

A.O. Myking, L.M. Cruz-Orive: "Rapid Volume Estimation for Star Specimens."

H.J.G. Gundersen: "Optimal Estimation of S_V and V_V from Thick Sections of Opaque Cylinders."

M.A. Williams, A.M. Downs: "Allowing for Cross-Fire in Autoradiographs."

T.M. Mayhew: "Component Numerical Densities and Finite Section Thickness."

12.30 Lunch

14 h PARALELL SESSIONS IN APPLICATIONS:

BIOLOGY I - GENERAL APPLICATIONS

Chairman: H.J.G. GUNDERSEN

J.P. Chalcraft: "Three Dimensional Information from Microdensitometric Analysis of Pre-Shadowed Replicas."

A. Schleicher, K. Zilles: "A Monte-Carlo Procedure for Stereological Analysis of Two-Dimensional Projections of Cell Nuclei and Nucleoli."

R. Osterby, H.J.G. Gundersen: "Stereology in Experimental Biology Sampling Universe, Practical Sampling Procedures and the Biological Interpretation of Structural Quantities."

D. Paumgartner, G. Losa and E.R. Weibel: "The Influence of Optical Resolution on the Estimation of Stereological Parameters of Endoplasmic Reticulum and Mitochondria in Rat Hepatocytes."

J.C. Bisconte, S. Margules: "Continous Quantitative Analysis of Cultured Living Cells by Image Analysis."

Ch.C. Schock, R.H. Brown, A.H. Burstein, C.L. Nash: "Analysis of Spinal Displacements Using a Three Dimensional Radiographic Technique."

Tuesday, 4th Sept., 1979

14 h MATERIAL SCIENCES I - GENERAL APPLICATIONS

Chairman: H.E. EXNER

E.E. Underwood, C.J. Aloisio: "Microstructural Study of Foamed Rubber."

R. Pejsa, G. Ondracek: "Property Determination of Sintered Steel."

F.N. Rhines: "Concerning Size Distribution in the Microstructure of Metals."

P. Stroeven: "Tensile Behaviour of Fibre Reinforced Cementitious Materials as Affected by Fibre Distribution Parameters."

J.L. Boulmier, C. Gateau, J.M. Prevosteau: "On the Characterization of the Shape of Crushed Minerals."

P. Mengel, D. Vollath: "Determination of the Three Dimensional Characteristics of Pore Network."

Coffee

16 h PARALELL SESSIONS IN APPLICATIONS

BIOLOGY II - SPECIAL APPLICATION - NEUROBIOLOGY

Chairmen: H. HAUG, H. ADAM

Y. Watanabe, H. Haug: "The Quantitative Analysis of the Neuropil in the Visual Cortex of Kittens."

F. Abadia-Fenoll, J. Navascués: "On the Differences of the Neuron Density in the Area Striata of the Cat."

A. Massacrier, J.A. Boudier, P.Cau, J.L. Boudier, N. Ambroggi: "Autophagy in The Rat Neurohypophysis During Rehydration."

R. Patzner, G. Erhart, G. Bernroider, H.Adam: "Stereological Studies of the Adenohypophysis-Gonadal System in Myxine Glutinosa (Cyclostomata)."

W. Muss, G. Bernroider, H. Adam: "The Distribution of Functionally Stressed Neurons in the Developing Rat HNS."

16 h MATERIAL SCIENCES II

Chairman: J.L. CHERMANT

M. Coster, J.L. Chermant: "Quantitative Fractography with Digitalization Table."

J. Masounave, A. Rollin, R. Denis: "Prediction of the Filtration Performances of Non-Woven Fabrics."

A.G. Fabbri, J. Masounave: "Experiments on the Definition of Metamorphic Textures."

M. Satake: "Graph-Theoretical Consideration on Fabric Characteristics in Granular Materials."

J.L. Dupain, J.P. Jernot, M. Coster: "Fundamental Concepts on Sintering Investigation: Convexity and Connectivity."

I. Saxl: "Quantitative Microscopy of Intercrystalline Cavitation."

Wednesday, 5th Sept., 1979

9 h SAMPLING - PRINCIPLES

Chairman: H.J. GUNDERSEN

Ch. Lantuejoul, S. Beucher: "On the Importance of the Field in Image Analysis."

H.J.G. Gundersen: "Sampling Efficiency and Biological Variation in Stereology."

L.M. Cruz-Orive, P. Gehr, A. Müller, E.R. Weibel: "Sampling Designs for Stereology."

G. Bernroider, H. Adam: "Synthesized Point Information Sampling."

Coffee

11 h APPLIED SAMPLING

Chairman: E.R. WEIBEL

A. Müller, L.M. Cruz-Orive, P. Gehr, E.R. Weibel: "Comparison of Two Subsampling Methods for Electron Microscopic Morphometry."

W. Pfaller, W.M. Fischer: "Sampling for Morphometry of Mitochondrial Membranes in Rat Kidney Cortex."

W.M. Fischer: "Size of Random Samples in Morphometry of Isolated Cells."

H.P. Rohr, M. Oberholzer, M. Bitterli: "Relationship Between Sample Size and Test Grid as Shown by a Computerized Stereological Simulation Model."

O. Leder: "A Simple Sampling Device for Use in Anatomy and Pathology."

R. P. Bolender: "An Analysis of Stereological Reference Systems Used to Interpret Drug Induced Changes in Biological Membranes."

12.30 Lunch

14 h PARALELL SESSIONS IN APPLICATIONS

BIOLOGY III - STEREOLOGY OF THE LUNG

Chairman: E.R. WEIBEL

W.L. Nicholson: "On the Assessment of Pulmonary Alveolar Structure."

P.Gehr, H. Keller, A. Müller, L.M. Cruz-Orive, E.R. Weibel: "A Combined Light and Electron Microscopic Method to Estimate Structural Parameters of the Lung."

J.B. Forrest: "Lung Airspace Size and Alveolar Septal Intersections."

Hj. Keller, P.H. Burri: "Automated Pattern Analysis of Growing Rat Lung."

E.S. Boatman, P.Arce, D. Luchtel, C.J. Martin: "Functional, Morphological and Morphometric Changes in the Lungs of Macaca Nemestrina with Age."

Wednesday, 5th Sept. 1979, continued

14 h MATERIAL SCIENCES III

Chairmen: E.E. UNDERWOOD, R.T. DEHOFF

R.T. DeHoff : "Stereological Information Contained in the Integral Mean Curvature."

J. Bodziony: "Cauchy's Projection Formulae as a Basis for Determining the Total Mean Curvature of a Single Convex Grain."

N.V. Naumovich: "Statistical Parameters of Some Polyhedrons."

N.N. Bodyako, V.P. Kasichev: "The Influence of Grain Shape Selection on the Evaluated Grain Size Distribution."

J.H. Steele: "The Use of Field Distribution Data for Characterizing Inclusion Populations."

R. Wlodawer: "Determination of the Shape, Size and True Spatial Number of Equiaxial Dendritic Grains From Plane Iron-Alloy Micrographs."

Coffee

16 h I.S.S. MEMBERSHIP MEETING AND ELECTION FOR 1980-1983

Chairman: H. HAUG

Reports from the President, Vice-Presidents, Secretary-Treasurer and Committee Chairmen.

Election of Officers of the I.S.S.

More Coffee

19.30 h OFFIZIELLER EMPFANG IM RITTERSAAL DER SALZBURGER RESIDENZ

City of Salzburg, Residenzplatz

OPEN END

Thursday, 6th Sept., 1979

9 h PICTORIAL INFORMATION FOR STEREOLOGY

Chairman: J. SERRA

J. Serra: "Digitalization."

S. Beucher, Ch. Lantuejoul: "On the Change of Space in Image Analysis."

A.G. Fabbri, T. Kavsand: "A Picture Processing Approach to Stereological Problems."

A. Favre, Hj. Keller, O. Mathieu, E.R. Weibel: "The Use of Local Operations for Pattern Recognition on Electron Micrographs."

Coffee

11 h PICTURE PROCESSING

Chairman: HJ. KELLER

G. Schoffa: "Image Processing in Body Surface Mapping."

F. Meyer: "Automated Screening of Cervical Smears."

L.E. Nordell: "Image Analysis of Muscle Fibres."

K. Balck: "Particle Shape Characterization of Sand."

H. Schwarz, H.E. Exner: "Two-Dimensional Feature -Shape-Indices."

R.C. Waag, E.A. Schenk: "Topographic Analysis of Blood Flow in Normal and Infarcted Heart."

J.K. Mai: "Determination of the Amount of Radioactivity within Morphologically Selected Structures of the CNS by High Resolution Photometry of Autoradiograms."

13 h Lunch

14 h ENJOYING SALZBURG FROM ABOVE, "SOUND OF MUSIC TOUR"

Salzburg, Untersberg

20 h ISS-BOARD MEETING

Friday, 7th Sept., 1979

9 h MODELS

Chairman: J. SERRA

D. Jeulin: "Multi-Component Random Models for the Description of Complex Microstructures."

G. Bernroider, W. Hofmann, F. Steinhäusler: "Stochastic Models for Spatial Pattern Studies of Tissue-Incorporated Alpha-Emitting Radionuclides."

A. Kemény, E. Mezey, M. Palkovits: "Theoretical and Methodical Problems in Quantitative Synaptology."

M. Boysen, A. Reith, L.M. Cruz-Orive: "Stereological Models for Epithelial Cells."

D.G. v. Keyserlingk: "Calculation of Space Orientation of Cylinders from their Section Images."

Coffee

11 h COMPUTATION-IMPLEMENTATION I

Chairman: W.L. NICHOLSON

J.H. Steele: "Practical Application of the Saltykov Method for Calculating Three Dimensional Size Distributions."

C.V. Howard, L.E. Scales, S. Griph: "Stereological Analysis Program."

A.J. Jakeman: "How, When and Why to Use MATE - A Package of Programs Containing Methods for Abel Type Equations and Their Linear Functionals."

G. Grant, A.F. Reid: "A Fast and Precise Boundary Tracing Algorithm for Image Analysis of Objects of any Shape."

A.L. Mackay: "The Generalised Inverse in Reconstruction from Projections."

J. Peil, S. Schmerling: "Biomathematical Description of Relationships Between Morphological Quantities by Empirical Regression-Procedures."

12.30 Lunch

14 h IMPLEMENTATION II - INSTRUMENTATION

Chairmen: I. KREKULE, H.P. HOUGARDY

I. Krekule, K.Hladiš, J. Pilný, V. Blažek, K. Mužík, J. Opatrná: "Comparison of Some Optical and Electronic Methods in Image Analysis of Biological Structure."

O. Mathieu, H. Hoppeler, E.R. Weibel: "Evaluation of Tracing Devices as Compared to Standard Point-Counting Methods."

H. Schmeisser: "How Image Analysis Instrumentation Widens the Scope of the Stereologist."

R. Wieczorek, G. Hillje, J. Hinterberger: "A New Modular Interactive Image Analysis System and its Application."

P.E. Danielsson, B. Kruse: "Picap II - A Second Generation Picture Processing System."

K. Rodenacker, P. Gais, W. Abmayr: "Texture Analysis with Dibive - A System for Digital Picture Processing."

Friday, 7th Sept., 1979 continued

16 h Coffee

INSTRUMENTATION continued

T. Werlefors, S. Ekelung, I. Lindgren: "Computer Controlled Scanning Electron Microscopy - a Step Towards the Complete Multiparameter Description of Non-Metallic Inclusions."

D. Vollath: "Experimental Restrictions for Image Analysis of Porous Bodies with SEM."

J. Gahm: "The "Programable Measuring Field", Software and Application."

G.A. Moore: "Intelligent Use of Quantitative Microscopy for Control Applications."

Coffee

17 h INSTRUMENTATION POSTER SESSION AND EXHIBITION TIME

POSTERS:

H. Hoppe ler, O. Mathieu, R. Bretz, E.R. Weibel: "The Use of Small Computer Systems for Stereology."

J. Gahm: "A Universal, Semiautomatic Image Analyser."

D. Kemnitz, H. Hougardy: "Design of an Interface for Fast Digital Image Storage."

W. Malkusch: "Image Analytical Measuring Possibilities on Chromosomes by Means of the Quantimet 720."

P. Jeanrot: "Digital Analysis of Chemical Informations with Automatic S.E.M."

17 h A ROUND TABLE TALK ABOUT THE PRESENT STATE OF ART

Chairmen: H. HAUG (President 1976-1979) and N.N. (President 1980-1983)

Subject: "What does the Geometry of Structure Explain?"

OPEN END

Tuesday, 4th Sept., 1979 and Wednesday, 5th Sept., 1979

Afternoon:

BIOLOGY IV - APPLICATION POSTERS

- D. Hyde, D. Samuelson, D. Edwards, J. Orthoefer: "Alveolar Hyperplasia in Adult Dog Lungs Chronically Exposed to Nitrogen Dioxide."
- P. Davies, G. C. Sornberger, G.L. Huber: "Density of Catalase-Positive Granules in Alveolar Macrophages."
- R.E. Filipy, W.L. Nicholson: "Automated Pulmonary Morphometry: A Status Report."
- P.J. McMillan, N.d. Alexanian: "Changes in the Histologic Composition of the Odontoblastic Layer of Rats Eating Sucrose and Starch Diets."
- L. Werner, K. Voss: "Cytomorphometrical Investigation of the Albino Rat's Visual Cortex by the Aid of the Automatical Picture Processing."
- D.D. Buss, D.M. Hyde, B.H. Blakeney, P.M. Campagna: "Morphometric Estimates of the Coronary Microvasculature and Myocardium of Dogs."
- J.M. Fernández-Figares, A. de la Calle, R. Moral, F.M. Girón: "Use of Numeric Taxonomy in the Characterization of Cell Masses in Reptilian Forebrain Cortex."
- H. Hecker, W. Rudin: "Effect of Amanitin on Structure and Function of Mosquito Midgut Cells."
- M.R. Rangaraj, I.S.N. Murthy: "Extraction of Action Potentials from Surface EMG."
- R. Meyer, H. David: "Ultrastructural Morphometric Study of Rat Myocardial Cells in vitro."
- J.-P. Rigaut, S. Margules, S. Renard, M.-T. Chalumeau, J.-C. Bisconte: "Caryometric Determination of Ploidy by Automated Image Analysis (Leitz T.A.S.) on Liver Sections."
- Y. Deugnier, S. Margules, P. Brissot, J.-C. Bisconte: "Automated Quantification of Hepatic Iron in Normal and Hemochromatotic Liver—Correlation with Biochemical Assay and Histological Determination."
- R. Gardette, J.-C. Bisconte: "Automated Comparative Quantification of Different Cerebellar Cell Types in Normal and Mutant Staggerer Mice by T.A.S. Image Analysis System."
- F.B.J.M. Thunissen, J.P.A. Baak, P.C. Diegenbach, P.J. Velthuis: "The Influence of Fixation on Quantitative Nuclear Image Features in Sections of the Human Cervix."
- S. Isaac, L.G. Briarty, J.F. Peberdy: "The Structure of Protoplasts from *Aspergillus nidulans*."
- H.D. Geissinger, R.M. Liptrap: "Stereological Analysis of Endometrium During the Normal Reproductive Cycle of Sows."
- R.S. Fritsch: "Peculiar Problems and Possibilities at Ultrastructural Stereological Estimations on Systems of Free Cells in Suspensions."
- J.P.A. Baak, P.C. Diegenbach, P. Kurver, J.G. Stolk, J.J. van der Harten: "An Example of the Usefulness of Quantitative Microscopy in Individual Patient Care."
- G.A. Meek, N.T. James: "Stereological Analyses of Perineural Epithelial Cells of Muscle Spindles."

- L. Arnould, J.P. Cosyn, L. Rondelez, P. Courtoy: "Morphometrical and Stereological Problems in Liver Steatosis Analysis Using an Image Analyzer."
- D. Paumgartner, G. Losa, E.R. Weibel: "The Influence of Optical Resolution on the Estimation of Stereological Parameters of Endoplasmic Reticulum and Mitochondria in Rat Hepatocytes."
- M. Oberholzer, H.P. Rohr: "A Contribution to the Problem of Quantitation of Absolute Size of Smooth Muscle Cell in the Prostate."
- G. Bartsch, G. Mikuz, H.P. Rohr, A. Schmassmann: "Integrated Spermometrics - A New Complement to Fertility Diagnostic."
- I.M. Reid, R.A. Collins: "Stereological Methods in the Study of Fatty Liver in Dairy Cows."
- A. Rudgård, L.-E. Nordell: "Image-Analysis of Parathyroid Glands."
- P. Wild, E. Manser: "Morphometric Evaluation of Parathyroid Glands of Dogs."
- R. Krauer, H. Hoppeler, O. Mathieu, H. Claassen, E.R. Weibel: "Regional Inhomogeneity of Skeletal Muscle with Regard to Structural Parameters."
- C.A. Bourgeois, D. Hemon., M. Bouteille: "Ultrastructural Quantitative Analysis of the Localization of Nucleoli."
- P.A. Phan: "Study of the Texture by Stereological Methods on Golden Delicious Apple."

MATERIAL SCIENCES IV - APPLICATION POSTERS

- J.W. Patrick, M.J. Sims, A.E. Stacey: "Coke Structure and its Influence on Coke Strength."
- J. Ryś, K. Wiencek: "The Quantitative Estimation of the Number of Carbide Particles in Steels."
- R.T. DeHoff: "Stereological Meaning of the Inflection Point Count."
- J. Riss: "About Stereological Properties of Polyhedrons."
- J. Celora, A. Marajofsky: "Porosity Determination in UO₂ Fuels."
- J.-P. Morlevat, J. Jolivet: "Image Analysis of Uranium Dioxide Irradiation Induced Swelling."
- R. Cytermann, Ph. Maire, P. Gilles: "Application of Stereology in the Investigation of Metallic Powders Sintering."
- E. Bathen: "Microscopical Measurement of Hardened Concrete for Determination of Air-Voids, Paste and Aggregate."