

KfK 3145
April 1981

Beschreibung des mechanischen Werkstoffverhaltens mit Hilfe von Materialzustandsgleichungen

H.-J. Ritzhaupt-Kleissl, W. Ernst
Institut für Material- und Festkörperforschung
Projekt Schneller Brüter

Kernforschungszentrum Karlsruhe

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Institut für Material- und Festkörperforschung
Projekt Schneller Brüter

KfK 3145

Beschreibung des mechanischen Werkstoffverhaltens
mit Hilfe von Materialzustandsgleichungen

H.-J. Ritzhaupt-Kleissl

W. Ernst

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH., Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
ISSN 0303-4003

Z u s a m m e n f a s s u n g

Beschreibung des mechanischen Werkstoffverhaltens mit Hilfe von Materialzustandsgleichungen

Es wird gezeigt, daß das mechanische Verhalten eines Werkstoffes und zwar ganz allgemein das elastische, nichtelastische, zeitabhängige und zeitunabhängige Verhalten, mit Hilfe eines Satzes von Materialgleichungen beschrieben werden kann. Die Herleitung dieser Materialgleichungen aus bekannten Zusammenhängen zur Werkstoffmikrostruktur sowie aus gebräuchlichen Ansätzen zur Beschreibung des Kriechens wird durchgeführt. Weiterhin wird die konkrete Anwendbarkeit dieser Materialgleichungen in einem Rechenprogramm zur Beschreibung des Verhaltens von Kernreaktorbrennstäben aufgezeigt.

A b s t r a c t

Characterization of the mechanical material behaviour
using the method of the mechanical equation of states

The elastic and non-elastic as well as the time-dependent mechanical material behaviour may be characterized by a special set of material equations. These equations are derived by using the mechanical equation of states approach.

The deduction of this set of material equations from state-of-the-art relationships describing the material's microstructure and time-dependent deformation behaviour (creep) is shown.

The practicability for describing instationary material behaviour by the deduced equations is shown. Special emphasis is laid on the applicability of this set of material equations as a subroutine in a computer code for the analysis of nuclear fuel rods.

<u>I n h a l t :</u>	<u>Seite</u>
1. Zielsetzung	1
2. Problemstellung	1
3. Status	1
3.1 Übersicht	1
3.2 Kriechen	2
3.2.1 Allgemeine Beschreibung	2
3.2.2 Sekundäres Kriechen	3
3.2.3 Primäres Kriechen	4
3.2.4 Darstellung von primärem und sekundärem Kriechen mit Hilfe nur eines analytischen Ausdrucks	4
3.2.5 Kriechen nach den Modellen der Dehnungsver- festigung und der Zeitverfestigung	4
4. Allgemeine Beschreibung des nichtelastischen, zeitabhängigen Materialverhaltens	8
4.1 Übersicht	8
4.2 Beschreibung von Belastungsfällen	8
4.3 Zusammenhang Kriechen - Spannungsrelaxation	10
4.4 Theoretische Grundlagen, Zusammenhang zwischen Mikrostruktur und Kriechverformung	15
5. Ableitung der Materialgleichungen anhand von Kriechversuchen	18
6. Aufstellung allgemeiner Materialzustands- gleichungen	25
7. Betrachtung spezieller Belastungsfälle	28
8. Formulierung der Materialzustandsgleichungen zur Verwendung in einem Brennstabrechenpro- gramm	30
9. Ableitung der Materialgleichungen aus Experimenten	32

<u>Fortsetzung Inhalt:</u>	<u>Seite</u>
9.1 Bestimmung der Parameter der Gleichungen allgemein	32
9.2 Aufstellung der Materialgleichungen für den Stahl X10 NiCrMoTiB 1515 (1.4970)	33
9.3 Aufstellung der Materialgleichungen für (U,Pu)O ₂	37
10. Ergänzende Überlegungen	38
10.1 Berücksichtigung von Temperatur- und Bestrahlungseinflüssen	38
10.2 Berücksichtigung bestehender Modelle für das Brennstoffkriechen	38
11. Schlußbemerkungen	40
Literatur	40
Abbildungen 1 - 26	44-69

1. Zielsetzung

Es soll gezeigt werden, wie es möglich ist, das allgemeine mechanische Verhalten eines Werkstoffes, d.h. elastisches Verhalten, plastisches Verhalten, Kriechen und Spannungsrelaxation mit Hilfe weniger, einfacher Gleichungen zu beschreiben. Die Gleichungen zur Beschreibung des Materialverhaltens sollen auf einfache Art und Weise entweder direkt aus Experimenten oder anhand vorliegender analytischer Formulierungen zu gewinnen sein.

Weiterhin soll gezeigt werden, wie die schließlich gewonnenen Korrelationen zur Beschreibung des Materialverhaltens in einem Rechenprogramm zur Brennstabanalyse dienen können.

2. Problemstellung

Das zeitunabhängige Werkstoffverhalten, gekennzeichnet durch das bekannte Spannungs-Dehnungs-Diagramm, stellt nur einen Grenzfall des Werkstoffverhaltens, z.B. unter der Bedingung hinreichend niedriger Temperatur, dar /1/.

Bei höheren Temperaturen, wie sie z.B. in einem Kernreaktorbrennstab im Einsatz herrschen, z.T. jedoch auch schon bei Raumtemperatur /1/, ist es zur vollständigen Beschreibung des Materialverhaltens unerlässlich, zeitabhängige Effekte wie Kriechen und Spannungsrelaxation zu berücksichtigen. Dies gilt insbesondere bei der Betrachtung des Brennstabverhaltens während Leistungstransienten, wo - bei angenommenem Kontakt zwischen Brennstoff und Hülle - die Hüllrohrspannungen nicht nur vom Leistungsniveau, sondern auch von der Steigung der Leistungstransienten abhängen.

3. Status

3.1 Übersicht

Derzeit ist die Beschreibung des Materialverhaltens am weitesten verbreitet, die die gesamte Materialverformung aufteilt in Anteile der elastischen, der plastischen und der Kriechverformung. Formelmäßig ausgedrückt:

$$\epsilon_{\text{ges}} = \epsilon_{\text{el}} + \epsilon_{\text{pl}} + \epsilon_{\text{c}} \quad (3.1)$$

Analytisch lauten die Ausdrücke für die elastische und plastische Deformation:

$$\epsilon_{el} = \frac{1}{E} \cdot \sigma \quad (3.2)$$

$$\epsilon_{pl} = a \cdot \sigma^n \quad (3.3)$$

Ein ähnlich einfacher analytischer Ausdruck für die Kriechdehnung existiert nicht, ja, die analytische Darstellung der Kriechdehnung ϵ_c ist überhaupt ungebräuchlich, obwohl es auch hier Ausnahmen gibt /2,3,4/. Grundsätzlich wird jedoch zur Beschreibung des Kriechens die Darstellung über die Kriechgeschwindigkeit (Kriechrate) $\frac{\partial \epsilon_c}{\partial t} \triangleq \dot{\epsilon}_c$ gewählt.

3.2 Kriechen

3.2.1 Allgemeine Beschreibung

Eine allgemeine Definition der Kriechverformung lautet:

"Kriechen ist eine zeitlich veränderliche, nichtelastische Verformung bei konstanter Last".

In Abb. 1 ist diese Definition dargestellt:

Während die Spannung σ im oberen Diagramm über die gesamte Zeit konstant bleibt, wächst, wie man aus dem unteren Diagramm sieht, die Dehnung mit der Zeit an.

In Abb. 1 ist die Dehnung ϵ nun unterteilt in einen zeitunabhängigen, hier als elastische Dehnung bezeichneten Anteil und einen zeitlich variablen Kriechanteil. Der zeitunabhängige plastische Dehnungsanteil soll hier der Einfachheit halber nicht berücksichtigt werden.

Der Kriechanteil der Dehnung wiederum setzt sich aus zwei Teilen zusammen, dem primären und dem sekundären Kriechen. Während das sekundäre Kriechen linear mit der Zeit wächst, zeigt der primäre Bereich ein nichtlineares Verhalten.

3.2.2 Sekundäres Kriechen

Wie unter 3.2.1 dargestellt, ist im sekundären Bereich die Kriechgeschwindigkeit über der Zeit konstant:

$$\dot{\epsilon}_c = \dot{\epsilon}_s = \text{const} \quad (3.4)$$

s.a. Abb. 2, mittl. Diagramm).

Die Kriechgeschwindigkeit im sekundären Bereich ist jedoch abhängig von

Spannung σ
Temperatur T
Materialeigenschaften, z.B. Schubmodul G

d.h.
$$\dot{\epsilon}_c = \dot{\epsilon}_s = (\sigma, T, G) \quad (3.5)$$

Als Beispiel zur Beschreibung von sekundärem Kriechen soll hier die Kriechgleichung nach Dorn /13,14/ angeführt werden. Sie lautet:

$$\dot{\epsilon}_s = \frac{D \cdot G \cdot b}{k \cdot T} \cdot N \cdot \left(\frac{\sigma}{G}\right)^n \quad (3.6)$$

hierbei sind:

- D : Diffusionsgeschwindigkeit $D = D_0 \cdot e^{-\frac{Q}{RT}}$
 G : Schubmodul
 b : Burgers-Vektor
 N : Materialkonstante - gilt allgemein für ein bestimmtes Material
 n : Materialkonstante - beschreibt den Verfestigungszustand des bestimmten Materials
 k : Boltzmann - Konstante
 T : Temperatur in K
 σ : Spannung

Diese Dorn'sche Kriechgleichung entspricht in ihrer Form dem Norton'schen Kriechgesetz:

$$\dot{\epsilon}_s = K \cdot \sigma^n \quad (3.6a)$$

Jedoch teilt der Dorn'sche Ansatz den Norton-Parameter K auf, um die Abhängigkeit des sekundären Kriechens von der Temperatur und der Mikrostruktur des Materials zu erfassen.

3.2.3 Primäres Kriechen

Im Gegensatz zum sekundären Kriechen ändert sich im primären Kriechbereich die Steigung der Kriechkurve mit der Zeit,

$$\text{d.h.} \quad \dot{\epsilon}_{c,pr} = f(\sigma, T, G, t) \quad (3.7)$$

Als Beispiel soll folgendes Kriechgesetz dienen:

$$\dot{\epsilon}_{c,pr} = A \cdot \epsilon_c^{\frac{k-1}{k}} \cdot \dot{\epsilon}_s \quad (3.8)$$

In der Gleichung (3.8) kommt explizit die Zeit t nicht vor, sondern nur implizit über die gesamte Kriechdehnung ϵ_c , da gemäß Abb. 1 zweifellos gilt:

$$\epsilon_c = \epsilon_c(t) \quad (3.9)$$

3.2.4 Darstellung von primärem und sekundärem Kriechen mit Hilfe nur eines analytischen Ausdrucks

Die Gleichungen (3.6) und (3.8) lassen sich durch Einführen eines formalen Parameters F mit einem analytischen Ausdruck erfassen.

Hierbei wird F definiert als:

$$F = \max \left(A \cdot \epsilon_c^{\frac{k-1}{k}}, 1 \right)$$

Die Gleichungen (3.6) und (3.8) lassen sich jetzt zusammenfassen zu

$$\dot{\epsilon}_c = F \cdot \dot{\epsilon}_s \quad (3.10)$$

Damit gilt:

$$\begin{aligned} \text{für } F = 1 \quad \dot{\epsilon}_c &= \dot{\epsilon}_s \\ \text{für } F > 1 \quad \dot{\epsilon}_c &= \dot{\epsilon}_{pr} \end{aligned}$$

Die hier gewählte Art der Darstellung ist besonders zur Beschreibung des Kriechens in Rechenprogrammen geeignet.

3.2.5 Kriechen nach den Modellen der Dehnungsverfestigung und der Zeitverfestigung

Wie bereits in Abschnitt 3.2.3 erwähnt, ist in Gleichung (3.8) der funktionale Zusammenhang zwischen der Kriechgeschwindigkeit im primären Bereich und der Zeit nur implizit, und zwar über die gesamte Kriechdehnung ϵ_c wiedergegeben. Diese Betrachtungsweise nennt man das Modell der Dehnungsverfestigung im Gegensatz zum Modell der Zeitverfestigung, bei

dem in Gleichung (3.8) $\dot{\epsilon}_{C,pr}$ explizit als Funktion der Zeit dargestellt wäre.

Die Äquivalenz der Betrachtungsweise bei derselben Spannung zeigt anschaulich Abb. 2. Abb. 2a zeigt eine Kriechkurve, so wie sie normalerweise dargestellt wird, nämlich ϵ_C über der Zeit. Abb. 2b zeigt die Ableitung der Kurve in Abb. 2a über der Zeit, also $\dot{\epsilon}_C$ über t , und Abb. 2c und stellt schließlich einen funktionalen Zusammenhang her zwischen den in den Abbildungen 2a und 2b dargestellten Funktionen, nämlich $\dot{\epsilon}_C$ als Funktion von ϵ_C .

Was bei Betrachtung derselben Spannung wie eine analytische Spielerei aussieht, bestenfalls noch geeignet zur einfacheren Handhabung im Rechner, erhält erst seine Bedeutung, wenn man das Kriechverhalten eines Bauteils betrachten will, dessen Belastung sich sprunghaft von einem konstanten Niveau auf ein anderes ändert.

So erfolge, wie in Abb. 3 dargestellt, zur Zeit $t = t_1$ eine sprunghafte Steigerung der Spannung von σ_1 nach σ_2 . Für beide Spannungen sind in Abb. 3 die Kriechkurven dargestellt. Im Augenblick des Spannungssprunges läßt sich das zu betrachtende Material folgendermaßen charakterisieren:

Es ist unter der Spannung σ_1 die Zeit t gekrochen, und/oder
es ist unter der Spannung σ_1 um ϵ_{c1}

gekrochen und kriecht unmittelbar vor dem Spannungssprung mit der Geschwindigkeit $\dot{\epsilon}_{11}$.

Das Zeitverfestigungsmodell behauptet nun, daß nach Aufbringen der Spannung σ_2 sich das Material mit der Kriechgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}_{12}$ (s. Abb. 3) weiter verformt, daß also die bisher abgelaufene Kriechzeit für das weitere Kriechen, auch bei einer anderen Spannung, ausschlaggebend sei.

Das Modell der Dehnungsverfestigung sagt aus, daß nicht die verfllossene Kriechzeit, sondern die dem Material bisher aufgeprägte Verformung sein weiteres Verhalten charakterisiert. Nach Abb. 3 heißt das, daß das Material

nach dem Spannungssprung mit der Geschwindigkeit $\dot{\epsilon}_{21}$ kriecht.

In neueren Kriechgesetzen wird i.a. das Kriechen mit Hilfe der Dehnungsverfestigung beschrieben. Im folgenden soll kurz eine Ableitung der Betrachtungsweise nach der Dehnungsverfestigung aus einem Kriechgesetz, in dem explizit die Zeit als unabhängige Variable enthalten ist, dargestellt werden.

Geht man aus von einem Kriechgesetz für primäres Kriechen:

$$\dot{\epsilon}_c = A \cdot \sigma^n \cdot t^m \quad (3.11)$$

so erhält man durch Integration - unter der Voraussetzung konstanter Spannung - die Gleichung der Kriechdehnung:

$$\epsilon_c = \frac{A}{m+1} \cdot \sigma^n \cdot t^{m+1} \quad (3.12)$$

Durch Auflösen von Gleichung (3.12) nach t^m und Einsetzen in Gleichung (3.11) läßt sich letztere umformen in die Form

$$\dot{\epsilon}_c = \dot{\epsilon}_c(\sigma, \epsilon_c)$$

nämlich

$$\dot{\epsilon}_c = \left[A^{\frac{1}{m}} \cdot \sigma^{\frac{n}{m}} \cdot (m+1) \cdot \epsilon_c^{\frac{m}{m+1}} \right] \quad (3.13)$$

Dies ist die Gleichung (3.11) übergeführt in eine Form nach der Betrachtungsweise der Dehnungsverfestigung.

Nun soll noch gezeigt werden, wie sich im Falle des Spannungssprunges die beiden Betrachtungsweisen voneinander unterscheiden.

Es gilt nach der sprunghaften Erhöhung der Spannung:

$$\dot{\epsilon}(\sigma_2) = \dot{\epsilon}(\epsilon_{c_1}) \quad (3.14)$$

$$\dot{\epsilon}(\sigma_2) = \dot{\epsilon}(t_1) \quad (3.15)$$

für die Zeitverfestigung

nach Gleichung (3.12) gilt jedoch:

$$\epsilon_{c_1}(\sigma_2) = \frac{A}{m+1} \cdot \sigma_2^n \cdot t_2^{m+1} \quad (3.16)$$

damit wird aus Gleichung (3.14):

$$\dot{\epsilon}(\sigma_2) = A \cdot \sigma_2^n \cdot t_2^m = \dot{\epsilon}_{21} \quad (3.17)$$

Dehnungsverfestigung

für Zeitverfestigung gilt nach Gleichung (3.15)

$$\dot{\epsilon}(\sigma_2) = \dot{\epsilon}(t_1) = A \cdot \sigma_2^n \cdot t_1^m = \dot{\epsilon}_{11}$$

Damit gilt:

$$\frac{\dot{\epsilon}_{21}}{\dot{\epsilon}_{11}} = \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^m \quad (3.18)$$

Man sieht, daß bei der Beschreibung des gleichen Phänomens, nämlich des Kriechens, bei einem Spannungssprung, je nach Modell, unterschiedliche Ergebnisse erzielt werden.

Die hier im Abschnitt 3 dargestellten Beziehungen für die Beschreibung der zeitabhängigen Materialverformung wie zur Zeit gebräuchlich, basieren auf zwei Einschränkungen, nämlich

- die Verformung muß mit Hilfe einer "Kriechformel" beschreibbar sein,
- die Ursache für die Kriechverformung muß eine konstante Spannung sein.

Die Unzulänglichkeit der genannten Betrachtungsweise geht aus der in Abschnitt 3.2.5 erörterten Beschreibung des Materialverhaltens bei sprunghafter Spannungsänderung hervor, wo die Modelle des Kriechens, je nachdem, ob Dehnungs- oder Zeitverfestigung zugrunde gelegt wurde, unterschiedliche Ergebnisse liefern.

4. Allgemeine Beschreibung des nichtelastischen, zeitabhängigen Materialverhaltens

4.1 Übersicht

Die Unzulänglichkeit der im Abschnitt 3 geschilderten Betrachtungsweise des zeitabhängigen, nichtelastischen Materialverhaltens liegt nicht nur in der mangelnden Beschreibbarkeit von Kriechvorgängen bei ideal schnellen Laständerungen, sondern darin, daß eine praktisch auftretende Spannung, die Kriechen bewirkt, fast immer mit der Zeit veränderlich ist. Dieser allgemeine Fall ist mit Hilfe der gebräuchlichen Kriechgleichungen, die Spannungskonstanz voraussetzen, nicht erfaßbar.

Aus diesem Grunde besteht schon seit längerer Zeit das Bestreben, in Analogie zu der Zustandsgleichung der idealen Gase, wo sich der Zustand des Gases mit Hilfe der drei Größen Druck, Volumen und Temperatur beschreiben läßt, ähnliche Beziehungen auch für feste Körper aufzustellen, nämlich folgender Art:

$$\text{Materialzustand} = f\left(\sigma, \epsilon, \frac{\partial \sigma}{\partial t}, \frac{\partial \epsilon}{\partial t}\right) \quad (4.1)$$

4.2 Beschreibung von Belastungsfällen

Im bisher Beschriebenen wurde als zeitabhängiges Materialverhalten nur das Kriechen angeführt. Im folgenden Abschnitt wird anhand verschiedener Belastungsfälle gezeigt werden, was zur vollständigen Beschreibung des Materialverhaltens gehört.

Hier sei eine Bemerkung zur angelsächsischen Literatur angebracht. Das dort verwendete Wort "creep" ist nicht deckungsgleich mit dem deutschen Wort "Kriechen", das ja exakt definiert ist als nichtelastische, zeitabhängige Verformung bei konstanter Spannung, sondern es umfaßt eigentlich alle zeitabhängigen Materialphänomene, die hier als Belastungsfälle beschrieben werden sollen. Noch etwas mehr zur Begriffsverwirrung trägt der seit einigen Jahren hier und da /5,6/ auftauchende Begriff "strain relaxation" bei, der irreführend ist und nicht benutzt werden sollte.

Zur Beschreibung der Lastfälle soll in Anlehnung an die Methoden der Regeltechnik angenommen werden, daß sich jeweils eine der in Gleichung (4.1) dargestellten Variablen sprunghaft ändern soll, worauf als Übergangsfunktion die Änderung der anderen Variablen als Funktion der Zeit betrachtet wird.

1. Fall: Kriechen

Der Belastungsfall des Kriechens ist - wie in den vorhergehenden Abschnitten bereits erwähnt - durch eine zeitlich konstant herrschende Spannung gekennzeichnet.

In der Eingangssprungfunktion springt deshalb die Spannung σ zur Zeit $t = 0$ vom Wert $\sigma = 0$ auf den konstanten Wert $\sigma = \sigma_0$.

Nun soll als Übergangsfunktion der zeitliche Verlauf der Dehnung ϵ betrachtet werden. Der hier beschriebene Lastfall ist in Abb. 4 dargestellt, und zwar im oberen Teil der Abbildung die Funktion des Eingangssprunges und im unteren Teil die Übergangsfunktion.

Die Übergangsfunktion $\epsilon(t)$ läßt sich in zwei Bereiche aufteilen, und zwar in einen reversiblen Anteil, der hier zeitunabhängig ist und einen nicht-reversiblen Anteil. Der reversible Anteil wird als elastische Dehnung bezeichnet und mit dem analytischen Ausdruck beschrieben:

$$\epsilon_{el} = \frac{\sigma}{E} \quad (4.2)$$

für $\sigma = \sigma_0 = \text{const}$:

$$\epsilon_{el} = \frac{\sigma_0}{E} = \text{const} \quad (4.3)$$

Der elastische Anteil soll jetzt außer Betracht bleiben, es soll nur der irreversible Dehnungsanteil berücksichtigt werden.

Diese in Abb. 4 allgemein dargestellte Übergangsfunktion kann nun je nach Material oder Umgebungsbedingung (Temperatur, Zeit unter Bestrahlung, Grad der Kaltverformung) unterschiedlich sein.

In Abb. 5 sind neben der allgemeinen Form der irreversiblen Dehnung in Abhängigkeit von der Zeit (Kurve 1) noch zwei weitere Varianten der Übergangsfunktion dargestellt, die Extremfälle darstellen. Da ist einmal die zeitunabhängige irreversible Dehnung (Kurve 2), die "rein plastische" Dehnung;

Kurve 3 zeigt dagegen die Darstellung des rein sekundären Kriechens.

2. Fall: Spannungsrelaxation

Abb. 6 zeigt den Lastfall der Spannungsrelaxation. Im Gegensatz zum Lastfall Kriechen wird auf das zu betrachtende System ein Dehnungssprung aufgebracht und die Dehnung dann konstant gehalten;

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 = \text{const} \quad (4.4)$$

Als Übergangsfunktion betrachtet wird in diesem Falle die Änderung der Spannung mit der Zeit, s. unterer Teil von Abb. 6. Diese Abnahme der Spannung über der Zeit bei konstanter Gesamtdehnung ε_0 wird als Spannungsrelaxation bezeichnet. (vgl. "Spannungsfrei glühen in der Werkstofftechnik").

4.3 Zusammenhang Kriechen - Spannungsrelaxation

Während es zur Beschreibung des Kriechens unzählige analytische Ausdrücke gibt, ist die Beschreibung der Spannungsrelaxation noch recht ungebräuchlich.

Es soll hier nun, ausgehend von dem postulierten allgemeinen Materialgesetz (Gleichung 4.1) die allgemeine Form einer Relaxationsgleichung abgeleitet werden. Anschließend soll anhand von drei konkreten Beispielen für drei unterschiedliche Kriechgleichungen, die ja mit den bekannten Einschränkungen innerhalb ihres Gültigkeitsbereiches als Materialzustandsgleichungen gelten können, gezeigt werden, wie Relaxation analytisch beschrieben werden kann.

Allgemeine Herleitung einer Gleichung zur Beschreibung der Spannungsrelaxation

Ausgangszustand soll ein verformtes Werkstück sein. Die gesamte Dehnung, die dieser Körper erfahren hat, läßt sich unterteilen in einen elastischen und einen nichtelastischen Anteil:

$$\varepsilon_{\text{ges}} = \varepsilon_{\text{el}} + \varepsilon_{\text{ne}} \quad (4.5)$$

Für die einzelnen Anteile der Gesamtdehnung gilt:

Materialgleichung für

- elastische Dehnung: $\epsilon_{el} = \frac{\sigma}{E}$ (4.2)

Materialgleichung für

- zeitabhängige Dehnung: $\dot{\epsilon} = f(\sigma, \dot{\sigma}, \epsilon)$ (4.1)

unter konstanter Last: $\sigma = \text{const.} = \sigma_0; \dot{\sigma} = 0$ (4.6)

Für Kriechen gilt: $\dot{\epsilon}_{ne} = f(\sigma, \epsilon_{ne})$ (4.7)

Damit wird Gleichung (4.1) zu $\dot{\epsilon}_{ne} = f(\sigma_0, \epsilon_{ne})$ (4.8)

Für die Spannungsrelaxation gilt, daß die Gesamtdehnung konstant bleibt:

$$\epsilon_{ges} = \text{const.} = \epsilon_{ges,0} \quad (4.4)$$

Damit ergibt sich mit den Gleichungen (4.2) und (4.1)

$$\epsilon_{ne} = \epsilon_{ges,0} - \epsilon_{el} = \epsilon_{ges,0} - \frac{\sigma}{E} \quad (4.9)$$

Gleichung (4.9) abgeleitet ergibt:

$$\dot{\epsilon}_{ne} = -\frac{1}{E} \cdot \dot{\sigma} \quad (4.10)$$

aus den Gleichungen (4.1) und (4.10) ergibt sich:

$$\dot{\epsilon}_{ne} = f(\sigma, \epsilon_{ne}) = f\left(\sigma, \epsilon_{ges,0} - \frac{\sigma}{E}\right) \quad (4.11)$$

Schließlich ergibt sich durch Gleichsetzen der Gleichungen (4.10) und (4.11):

$$\dot{\sigma} = -E \cdot f\left(\sigma, \epsilon_{ges,0} - \frac{\sigma}{E}\right) \quad (4.12)$$

Mit Gleichung (4.12) liegt jetzt eine Gleichung zur Beschreibung der Spannungsrelaxation vor, wobei - wie die zur Herleitung benutzten Gleichungen (4.5), (4.2) und (4.1) zeigen - nur Materialgesetze in ihrer allgemein gültigen Form benutzt wurden.

Will man Relaxationsgleichungen für ganz bestimmte Materialgesetze aufstellen, sind die bei der Umformung entstehenden Differentialgleichungen nicht immer integrierbar.

Beispiele für die Beschreibung der Spannungsrelaxation

1. Beispiel

Annahme: Sekundäres Kriechen

$$\dot{\epsilon}_c = K \cdot \sigma^n \qquad \underline{n = 4}$$

aus $\epsilon_c = \epsilon_{ges} - \epsilon_{el} \qquad \epsilon_{ges} = \text{const.}$

$$\epsilon_c = \epsilon_{ges} - \frac{\sigma}{E}$$

$$\dot{\epsilon}_c = -\frac{1}{E} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial t}$$

damit $K \cdot \sigma^4 = -\frac{1}{E} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial t}$

$$\frac{1}{E} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial t} + K \cdot \sigma^4 = 0$$

Lösung:
$$\sigma(t) = \sigma_0 \left(1 + 3 K \cdot E \cdot \sigma_0^3 \cdot t\right)^{-\frac{1}{3}} \qquad (4.13)$$

2. Beispiel

Voraussetzung: Ein Materialgesetz gemäß Gl. (3.11)

$$\epsilon_c = B \cdot \sigma^n \cdot t^K$$

und $\epsilon_{el} = \frac{\sigma}{E}$

damit: $\epsilon_{ges} = \epsilon_{el} + \epsilon_c$

und für Relaxation:

$$\epsilon_{ges} = \text{const.} = \epsilon_0$$

daraus $\epsilon_0 = \frac{\sigma}{E} + B \sigma^n \cdot t^K$

Randbedingungen:

für $t = 0$ gilt:

$$\sigma = \sigma_0$$

damit:

$$\epsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E}$$

daraus folgt:

$$\frac{\sigma_0}{E} = \frac{\sigma}{E} + B \cdot \sigma^n \cdot t^K$$

oder

$$\sigma + E \cdot B \cdot \sigma^n \cdot t^K - \sigma_0 = 0 \quad (4.14)$$

Aus Gleichung (4.14) sieht man, daß für allgemeines K die Gleichung nicht nach σ auflösbar ist. Jedoch läßt sie sich nach der Zeit t auflösen. Damit ergibt sich schließlich:

$$t = \left(\frac{\sigma_0 - \sigma}{E \cdot B \cdot \sigma^n} \right)^{\frac{1}{K}} \quad (4.15)$$

Dieses zweite Beispiel zeigt deutlich die Grenzen der elementaren Ableitbarkeit von Relaxationsgleichungen.

In einem weiteren Beispiel soll nun noch gezeigt werden, wie die Übergangsfunktion Spannung über der Zeit aussieht, wenn als Eingangsfunktion nicht ein Dehnungssprung, sondern eine Dehnungsrampe steht, oder, anders ausgedrückt, es wird kein Eingangssprung in ϵ sondern in $\dot{\epsilon}$ aufgebracht.

Schematisch ist dieser Lastfall mit Eingangssprung $\dot{\epsilon}(t)$ und Übergangsfunktion $\sigma(t)$ in Abb. 7 dargestellt.

3. Beispiel

Konstante Dehnungsgeschwindigkeit

Materialgesetz unter Kriechbedingungen:

$$\dot{\epsilon}_c = K \cdot \sigma^n \quad \text{mit } n = 1 \quad (4.16)$$

und

$$\dot{\epsilon}_{el} = \frac{1}{E} \dot{\sigma} \quad (4.17)$$

Beschreibung einer Dehnungsrampe:

$$\dot{\epsilon}_{\text{ges}} = \dot{\epsilon}_c + \dot{\epsilon}_{\text{el}} = \text{const} \quad (4.18)$$

$$\epsilon_{\text{ges}} = \epsilon_c + \dot{\epsilon}_{\text{ges}} \cdot t \quad (4.19)$$

damit
$$\frac{1}{E} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial t} + K \cdot \sigma = \dot{\epsilon}_{\text{ges}} \quad (4.20)$$

3.1 Homogene Lösung für

$$\frac{1}{E} \cdot \frac{\partial \sigma_H}{\partial t} + K \cdot \sigma_H = 0$$

$$\sigma_H = \sigma_0 \cdot e^{-KEt}$$

3.2 Partikuläre Lösung für

$$\frac{1}{E} \cdot \frac{\partial \sigma_p}{\partial t} + K \cdot \sigma_p = \dot{\epsilon}_{\text{ges}}$$

$$\sigma_p = \frac{\dot{\epsilon}_{\text{ges}}}{K} - \frac{\dot{\epsilon}_{\text{ges}}}{K} \cdot e^{-KEt}$$

3.3 Daraus Gesamtlösung

$$\sigma = \left(\sigma_0 - \frac{\dot{\epsilon}_{\text{ges}}}{K} \right) \cdot e^{-KEt} + \frac{\dot{\epsilon}_{\text{ges}}}{K} \quad (4.21)$$

Sonderfälle:

- Für $\dot{\epsilon}_{\text{ges}} = 0$: $\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-KEt}$ (4.22)

≙ Reine Relaxation bei $\epsilon_{\text{ges}} = \text{const.}$

- Für $\dot{\epsilon}_{\text{ges}} = \sigma_0 \cdot K$: $\sigma = \text{const.} = \frac{\dot{\epsilon}_{\text{ges}}}{K}$ (4.23)

Eine graphische Darstellung dieses 3. Beispiels zeigt Abb. 8 für unterschiedliche Werte der Rampengeschwindigkeit $\dot{\epsilon}_{\text{ges}}$. (Die Parameter $K, E, \sigma_0, \dot{\epsilon}_{\text{ges}}$ sind beliebig gewählt).

Man erkennt aus Abb. 8, daß bei unterschiedlicher Verformungsgeschwindigkeit die im Bauteil herrschende Spannung sowohl anwachsen wie auch abfallen kann.

4.4 Theoretische Grundlagen, Zusammenhang zwischen Mikrostruktur und Kriechverformung

Mehrere Arbeiten zur Ableitung einer allgemeinen Materialzustandsgleichung, basierend auf den bei Kriechexperimenten ablaufenden mikrostrukturellen Vorgängen, wurden von Gittus veröffentlicht /7,8,9/. Ausgangspunkt der Arbeiten von Gittus ist das Orowan'sche Konzept /10/, das Kriechen als Summe von Dehnungsverfestigung und Erholungsvorgängen betrachtet.

Die von Orowan aufgestellte Gleichung zur Beschreibung dieses Sachverhaltes hat dabei die folgende Form:

$$d\sigma = \left(\frac{\partial\sigma}{\partial\varepsilon}\right) d\varepsilon + \left(\frac{\partial\sigma}{\partial t}\right) dt \quad (4.24)$$

Hierin beschreibt $\frac{\partial\sigma}{\partial\varepsilon}$ den dehnungsabhängigen Verfestigungsterm und $\frac{\partial\sigma}{\partial t}$ den zeitabhängigen Erholungsterm.

Experimente zur Untersuchung dieser Hypothese wurden von Mitra und McLean /11/, von Raymond und Dorn /12/ sowie von Mukherjee, Bird und Dorn /13,14/ durchgeführt.

Abbildung 9 zeigt einen solchen Versuch nach /12/.

Eine Probe wurde derart einem Kriechversuch unterzogen, daß nach einer Zeit t_0 unter einer Spannung σ_0 diese Spannung sprunghaft auf $0.8 \sigma_0$ reduziert wurde. Nach einer Zeit t_r unter dieser reduzierten Spannung wurde, ebenfalls wieder sprunghaft, die alte Spannung σ_0 wieder aufgebracht.

Das Ergebnis dieses Versuches gemäß Abb. 9 ist folgendes:

Unter der Spannung σ_0 kriecht die Probe entlang des Kurvenzuges ABC. Bei reduzierter Spannung σ_r folgt die Kriechverformung dem Kurvenzug BD und nach erfolgter Wiederaufbringung der Spannung σ_0 der Linie DF.

Raymond und Dorn /12/ interpretieren dieses Versuchsergebnis folgendermaßen: Dadurch, daß die Dehnung der Probe nach der erneuten Aufbringung der Spannung σ_0 dem Kurvenzug DF folgt, läßt sich auf während des Kriechens ablaufende Erholungsvorgänge schließen. Wären nämlich solche nicht aufgetreten, hätte die Dehnung nicht dem Kurvenverlauf DF, sondern dem Kurvenzug DE, einer "Parallelverschiebung" des Kurvenstückes BC folgen müssen. Der Erholungsanteil drückt sich in der Differenz $\epsilon_R = (\epsilon_{DF} - \epsilon_{DE})$ aus. Hätte eine vollständige Erholung stattgefunden, z.B. durch Spannungsfreiglühen während der Zeit t_r , hätte die Kriechdehnung der Probe nach erneutem Aufbringen der Spannung σ_0 den Verlauf DG genommen, der dem Verlauf der "urprünglichen" Kurve ABC entspricht.

Noch einmal kurz zurückblickend auf die in Abschnitt 3.2.5 angeschnittene Frage, ob Kriechen durch das Modell der Dehnungsverfestigung oder das der Zeitverfestigung richtig beschrieben wird, läßt sich aufgrund der Arbeiten von Raymond und Dorn /12/ sagen, daß beide nicht richtig sind.

Abb. 10 zeigt - eingetragen in das in Abb. 9 von Raymond und Dorn durchgeführte Experiment - wie sich die Probe nach Wiederaufbringen der Spannung σ_0 nach den Modellen der Zeit- und der Dehnungsverfestigung zu verhalten gehabt hätte. Die wahren Kriechdehnungen müssen zwischen den Kurvenzügen DE und DG liegen.

Die Arbeiten von Gittus /7,8,9/ umfassen sowohl Experimente wie auch die theoretische Ableitung der Beschreibung des Materialzustandes, basierend auf der Betrachtung von Versetzungsbewegungen. Grundlage bildet die Gleichung zur Beschreibung des Kriechens:

$$\dot{\epsilon} = g \cdot b \cdot \rho \cdot v \quad (4.25)$$

Hierbei stellt $\dot{\epsilon}$ die Kriechgeschwindigkeit dar, ρ die Gleitversetzungsdichte und v die mittlere Versetzungsgeschwindigkeit. Weiterhin beschreibt b den Burgersvektor und g ist eine Konstante der Größenordnung 1, wobei $\frac{1}{g}$ dem Taylorfaktor M_T entspricht /15/.

Die Größe ρ wird beeinflusst durch die beiden gegenläufigen Effekte der Verfestigung und der Erholung. Verfestigung bewirkt eine Behinderung der Versetzungsbewegung durch Aufstau an Hindernissen wie Korngrenzen, Ausscheidungen und anderen Versetzungen.

Die Zunahme der Dehnungsverfestigung ist damit eine Funktion des Differentialquotienten $(\partial\rho/\partial\varepsilon)$, der die Änderung der Gleitversetzungsdichte durch Dehnung beschreibt.

Der gegenläufige Effekt der Erholung wird durch thermisch aktivierte Prozesse wie z.B. Remobilisierung aufgestauter Versetzungen durch Versetzungsklettern bewirkt. Diese Vorgänge laufen mit der Geschwindigkeit $(\partial\rho/\partial t)$ ab. Damit ergibt sich ein allgemeiner Zusammenhang zwischen dehnungsinduzierter Behinderung und thermisch aktivierter Förderung von Gleitversetzungsbewegungen:

$$d\rho = \left(\frac{\partial\rho}{\partial\varepsilon}\right)d\varepsilon + \left(\frac{\partial\rho}{\partial t}\right)dt \quad (4.26)$$

Weiterhin soll gelten

$$\frac{\partial\rho}{\partial\varepsilon} = -\lambda(\rho-\rho_\infty) \cdot \frac{\dot{\varepsilon}_s}{\dot{\varepsilon}} \quad (4.27)$$

und

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = \gamma(\rho_0-\rho) \quad (4.28)$$

Die Differenz $(\rho-\rho_0)$ in Gleichung (4.28) beschreibt die Anzahl der blockierten Gleitversetzungen; weiterhin mit $\rho=\rho_0$ für $t=0$ und mit einer Konstanten γ beschreibt Gleichung (4.28) den Sachverhalt, daß jede blockierte Gleitversetzung mit der gleichen Wahrscheinlichkeit im Zeitintervall remobilisiert werden kann.

Für Gleichung (4.27) gilt:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_s \quad (4.29)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \rho = \rho_\infty \quad (4.30)$$

Hierbei beschreibt $\dot{\epsilon}_s$ das sekundäre und $\dot{\epsilon}$ das augenblickliche Kriechen. Der Wert ρ_∞ ist ein Grenzwert der Gleitversetzungsdichte. Gleichung (4.27) beschreibt somit, daß die Dichte der Gleitversetzungen und damit auch die Zunahme der Dehnungsverfestigung ($\partial\rho/\partial\epsilon$) dem Grenzwert 0 zustreben

$(\frac{\partial\rho}{\partial\epsilon} = -\lambda \cdot (\rho_\infty - \rho) \cdot \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_s})$, während für endliche Zeiten der Ausdruck in Gleichung (4.27) positiv ist, d.h. $\rho > \rho_\infty$, $\dot{\epsilon} > \dot{\epsilon}_s$, damit $(\partial\rho/\partial\epsilon) > 0$.

Neuere Veröffentlichungen über die Möglichkeit des Aufstellens einer Materialzustandsgleichung /16,17,18,19/ mögen die mikrostrukturellen Vorgänge detaillierter beschreiben als die Arbeiten von Gittus, doch sind diese neueren Arbeiten z.T. so speziell auf einen Werkstoff oder eine Werkstoffgruppe zugeschnitten /17,18,19/, daß eine Verallgemeinerung schwierig wäre. Außerdem stehen der Ableitbarkeit der dargestellten Formulierungen aus Experimenten Schwierigkeiten, zumindest jedoch großer experimenteller Aufwand, gegenüber. Aus diesem Grund soll von den Gittus'schen Ansätzen /7,8,9/ ausgegangen werden, zumal diese - zumindest teilweise - schon als Basis zur Beschreibung des nichtelastischen Werkstoffverhaltens in einem Brennstabrechenprogramm gedient haben /20,21/.

5. Ableitung der Materialgleichungen anhand von Kriechversuchen

Basierend auf den in Abschnitt 4.4 dargestellten Gleichungen (4.25) bis (4.30) nach Gittus /7,8,9/ lassen sich in bezug auf das Kriechverhalten eines Werkstoffes folgende Beziehungen aufstellen:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\epsilon}_c = \dot{\epsilon}_s \quad (5.1)$$

(s. Gleichung 4.29)

d.h., die Kriechrate strebt asymptotisch einem Grenzwert zu, der "sekundäres Kriechen $\dot{\epsilon}_s$ " genannt wird.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\epsilon}_{SH} = 0 \quad (5.2)$$

(s. Gleichung 4.27)

d.h., die Zunahme der Dehnungsverfestigung ("strain hardening"; $\hat{=}$ Index SH) strebt asymptotisch gegen den Wert Null.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon_{SH}(t) = \epsilon_{SHO} \quad (5.3)$$

Gleichung (5.3) ist die integrierte Gleichung (5.2). Der Ausdruck ϵ_{SHO} ist der von der Zeit unabhängige Grenzwert der Dehnungsverfestigung $\epsilon_{SH}(t)$.

$$\epsilon_{SH}(t=0) = 0 \quad (5.4)$$

(s. Gleichung 4.27)

Schließlich ergibt sich:

$$\epsilon_C(t) = \epsilon_{SH}(t) + \epsilon_R(t) \quad (5.5)$$

(s. Gleichung 4.26)

Hier tritt neben dem Verfestigungsterm ϵ_{SH} der Erholungsterm ϵ_R (Index R $\hat{=}$ "Recovery") auf, damit ist die gesamte Kriechdehnung beschrieben.

Abgeleitet nach der Zeit ergibt sich:

$$\dot{\epsilon}_C(t) = \dot{\epsilon}_{SH}(t) + \dot{\epsilon}_R(t) \quad (5.6)$$

Folgerungen:

Mit (5.2) ergibt sich aus (5.6):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\epsilon}_C = \dot{\epsilon}_R \quad (5.7)$$

bzw. mit (5.1):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\epsilon}_R = \dot{\epsilon}_S \quad (5.8)$$

Weiterhin gilt nach (4.28):

$$\dot{\epsilon}_R = (0) = 0 \quad (5.9)$$

Damit ergibt sich aus (5.6):

$$\dot{\epsilon}_C(0) = \dot{\epsilon}_{SH}(0) \quad (5.10)$$

Außerdem kann die Asymptote der Kriechkurve bestimmt werden, und zwar nach (5.5):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon_C = \epsilon_{SH}^{(\infty)} + \epsilon_R^{(\infty)} \quad (5.11)$$

Gleichung (5.11) läßt sich mit Hilfe von Gleichung (5.3) umformulieren:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon_C = \epsilon_{SHO} + \epsilon_R^{(\infty)} \quad (5.12)$$

Mit Gleichung (5.8) und aufgrund der Tatsache, daß $\dot{\epsilon}_S$ nicht von der Zeit abhängig ist, ergibt sich $\epsilon_R^{(\infty)} = \dot{\epsilon}_S \cdot t$ und somit wird aus Gleichung (5.12) schließlich:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon_C = \dot{\epsilon}_S \cdot t + \epsilon_{SHO} \quad (5.13)$$

Die bisher aufgestellten Gleichungen lassen sich in anschaulicher Form darstellen. So sind in Abb. 11 drei Kriechkurven aufgetragen, die unter sonst gleichen Bedingungen bei drei verschiedenen Spannungen aufgenommen wurden und zwar $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$.

Weiterhin sind die Asymptoten, d.h. die das sekundäre Kriechen beschreibenden Geraden eingetragen, die jeweils gekennzeichnet sind durch die Steigungen $\dot{\epsilon}_{S_i}$ und die Ordinatenabschnitte ϵ_{SHO_i} gemäß Gleichung (5.13).

Wie bereits erwähnt, ist das sekundäre Kriechen durch eine konstante Kriechrate $\dot{\epsilon}_S$ gekennzeichnet. Es gilt also:

$$\dot{\epsilon}_S = \dot{\epsilon}_S(\sigma, T) \quad (5.14)$$

Es gibt unzählige analytische Formulierungen, die ganz oder halb empirisch den Zusammenhang der Gleichung (5.14) darstellen.

An dieser Stelle soll dieser Zusammenhang mit Hilfe des Norton'schen Kriechgesetzes beschrieben werden. Bei konstant gehaltener Temperatur lautet dieser Ansatz:

$$\dot{\epsilon}_s = u \cdot \sigma^v \quad (5.15)$$

Dieser Ansatz wurde von Dorn /13,14/ zur allgemeinen Beschreibung des sekundären Kriechens überhaupt herangezogen, indem er die Parameter u und v in Zusammenhang mit der Mikrostruktur und der Temperatur des Materials in Beziehung setzte. Die Dorn'sche Gleichung zur Beschreibung des sekundären Kriechens lautet ganz allgemein:

$$\frac{\dot{\epsilon}_s \cdot k \cdot T}{D \cdot G \cdot b} = N \cdot \left(\frac{\sigma}{G}\right)^n \quad (5.16)$$

Hierbei bedeuten:

$\dot{\epsilon}_s$: sekundäre Kriechgeschwindigkeit

k : Boltzmann-Konstante

T : absolute Temperatur in K

D : Diffusionsgeschwindigkeit $D = D_0 \cdot e^{-\frac{Q}{RT}}$

G : Schubmodul

b : Burgers-Vektor

σ : Spannung

N : Materialkonstante - gilt allgemein für ein bestimmtes Material

n : Materialkonstante - beschreibt den Verfestigungszustand des bestimmten Materials

Zur Erläuterung der beiden Konstanten soll hier noch kurz hinzugefügt werden, daß der Maßstabsfaktor N für eine bestimmte Materialgruppe, z.B. austenitischer Stahl oder Zirkaloy konstant bleibt (nach /13,14/ soll innerhalb gewisser Toleranzbreiten der Faktor N sogar für Materialien gleicher Kristallstruktur, z.B. kfz-Metalle, gleichbleiben), während der Exponent n den jeweiligen Verfestigungszustand des Material charakterisiert.

Der in Gleichung (5.3) definierte, von der Zeit unabhängige Grenzwert der Dehnungsverfestigung ϵ_{SHO} läßt sich nun ebenfalls als Funktion der Spannung σ darstellen. Für den Belastungsfall eines reinen Zugversuchs, vgl. Kurve 2 in Abb. 5, entspricht die Größe ϵ_{SHO} der plastischen Dehnung ϵ_{pl} und wird in Abhängigkeit von der Spannung zumeist mit Hilfe eines Potenzansatzes beschrieben, nämlich

$$\epsilon_{pl} = K \cdot \sigma^n \quad (5.17)$$

Entsprechend soll auch die Darstellung des zeitunabhängigen Grenzwertes der Dehnungsverfestigung ϵ_{SHO} gewählt werden:

$$\epsilon_{SHO} = x \cdot \sigma^y \quad (5.18)$$

Anhand der vorstehend geschilderten Zusammenhänge lassen sich jetzt auch die in Gleichung (5.5) aufgeführten Größen, nämlich

- gesamte Kriechdehnung ϵ_c
- Anteil der Dehnungsverfestigung ϵ_{SH}
- Anteil der Materialerholung ϵ_R

in Abhängigkeit von der Zeit t darstellen. Diese Darstellung zeigt Abb. 12. Aus dieser Abbildung erkennt man deutlich, daß sich die gesamte Kriechdehnung ϵ_c zusammensetzt aus den Anteilen ϵ_{SH} und ϵ_R . Ebenso läßt sich erkennen, daß ϵ_{SH} einem konstanten Grenzwert ϵ_{SHO} zustrebt, während für große Zeiten $\dot{\epsilon}_c$ und $\dot{\epsilon}_R$ gleich werden.

Nachdem mit Hilfe der Gleichungen (5.15) und (5.18) Beziehungen für das sekundäre Kriechen und für den zeitunabhängigen nichtelastischen Dehnungsanteil aufgestellt wurden, soll jetzt ein analytischer Ausdruck für die beim Kriechen auftretende Materialerholung dargestellt werden.

Aus $\epsilon_{SHO} = x \cdot \sigma^y \quad (5.18)$

und $\dot{\epsilon}_S = u \cdot \sigma^v \quad (5.15)$

folgt $\sigma^y = \epsilon_{SHO} \cdot \frac{1}{x} \quad (5.16)$

$$\sigma^v = \left(\epsilon_{SHO} \cdot \frac{1}{x} \right)^{\frac{v}{y}} \quad (5.17)$$

$$\sigma^v = \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{v}{Y}} \left(\lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon_{SH}\right)^{\frac{v}{Y}} \quad (5.18)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\epsilon}_R(t) = u \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{v}{Y}} \left(\lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon_{SH}\right)^{\frac{v}{Y}} \quad (5.19)$$

Legt man fest, daß Gleichung (5.19) auch für endliche Zeiten gelten soll, so ergibt sich:

Def: $\dot{\epsilon}_R(t) = u \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{v}{Y}} \cdot \epsilon_{SH}^{\frac{v}{Y}}$ (5.20)

Eine Umformung mit Hilfe der Gleichungen (5.15) und (5.18) liefert schließlich:

$$\dot{\epsilon}_R(t) = \dot{\epsilon}_S \left(\frac{\epsilon_{SH}}{\epsilon_{SHO}} \right)^{\frac{v}{Y}} \quad (5.21)$$

An dieser Stelle soll nun kurz noch einmal zurückgeblickt werden zum Abschnitt 4.2, "Beschreibung von Belastungsfällen", und hier zum Belastungsfall 1 "Kriechen" oder - allgemeiner ausgedrückt - vorgegebene konstante Spannung mit Betrachtung der daraus resultierenden möglichen Übergangsfunktionen. Diese möglichen Übergangsfunktionen sind in Abb. 5 dargestellt und in Abschnitt 4.2 bereits diskutiert.

Es soll nun, aufgrund der vorstehend beschriebenen Zusammenhänge, folgendes erreicht werden:

Beschreibung der Kriechdehnung ϵ_C oder der Kriechrate $\dot{\epsilon}_C$ basierend auf den Zusammenhängen

$$- \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\epsilon}_C = \dot{\epsilon}_S$$

$$- \epsilon_C(0) = 0$$

$$- \dot{\epsilon}_C(0) = \infty$$

Diese Beschreibung soll folgende Extremfälle mit einschließen (vgl. Abb. 5):

$$\dot{\epsilon}_C = \dot{\epsilon}_S$$

$$\dot{\epsilon}_C = \infty$$

$$\dot{\epsilon}_C = \dot{\epsilon}_R$$

Ausgehend von Gleichung (5.21) wird folgender Ansatz gewählt:

$$\dot{\epsilon}_C = \dot{\epsilon}_S \cdot \left(\frac{\epsilon_{SH}}{\epsilon_{SHO}} \right)^K \quad \text{mit } K \leq 0$$

$$\left(\frac{\epsilon_{SH}}{\epsilon_{SHO}} \right) \leq 1 \quad (\text{s. Gl. 5.3})$$

Für die Erfassung der Extremfälle gilt:

$$\dot{\epsilon}_C = \dot{\epsilon}_S \rightarrow K = 0$$

$$\dot{\epsilon}_C = \infty \rightarrow K \rightarrow -\infty$$

$$\dot{\epsilon}_C = \dot{\epsilon}_R = \dot{\epsilon}_S \cdot \left(\frac{\epsilon_{SH}}{\epsilon_{SHO}} \right)^{\frac{v}{Y}} \rightarrow K = \frac{v}{Y}$$

Sollen alle Fälle, incl. der geschilderten Extremfälle mit Hilfe einer Gleichung beschrieben werden, muß diese folgendermaßen lauten:

$$\dot{\epsilon}_C = \dot{\epsilon}_S \cdot \left(\frac{\epsilon_{SH}}{\epsilon_{SHO}} \right)^{\frac{v-w}{Y}} \quad (5.22)$$

Hierbei gilt:

$$\begin{array}{lll} w = 0 & : & \dot{\epsilon}_C = \dot{\epsilon}_R \\ w = v & : & \dot{\epsilon}_C = \dot{\epsilon}_S \\ w \rightarrow \infty & : & \dot{\epsilon}_C \rightarrow \infty \end{array}$$

Ein weiteres Umformen von Gleichung (5.22) in Richtung auf einen Zusammenhang zwischen Spannung und Kriechrate liefert:

$$\dot{\epsilon}_C = u \cdot x^{-\left(\frac{v-w}{Y}\right)} \cdot \sigma^w \cdot \epsilon_{SH}^{\left(\frac{v-w}{Y}\right)} \quad (5.23)$$

Dies ist eine Gleichung der Form

$$\dot{\epsilon}_C = A \cdot \sigma^n \cdot \epsilon_{SH}^m \quad (5.24)$$

Vergleicht man Gleichung (5.24) mit den in den vorigen Abschnitten dargestellten Kriechgleichungen, sieht man, daß die Gleichung (5.24) nahezu analog zur Gleichung (4.16) aufgebaut ist, die den bekannten Typ der Kriechgleichung nach dem Modell der Dehnungsverfestigung repräsentiert. Der Unterschied zwischen beiden besteht darin, daß in Gleichung (4.16) die Kriechrate in Abhängigkeit von der gesamten Kriechdehnung, in Gleichung (5.24) jedoch, basierend auf den experimentellen Befunden von Gittus /7,8,9/ und Dorn /13,14/ sowie auf den im Abschnitt 4.4 dargestellten theoretischen Ansätzen /7,8,9/, in Abhängigkeit von dem während des Kriechens erreichten Anteil der Verfestigungsdehnung beschrieben wird.

Zusammenfassend sollen hier die für den Belastungsfall des Kriechens abgeleiteten Materialbeziehungen noch einmal insgesamt dargestellt werden:

$$\text{Gesamtkriechrate:} \quad \dot{\epsilon}_C = A \cdot \sigma^W \cdot \epsilon_{SH}^{\frac{v-w}{Y}} \quad (5.25)$$

$$\text{Rate der Materialerholung:} \quad \dot{\epsilon}_R = B \cdot \epsilon_{SH}^{\frac{v}{Y}} \quad (5.26)$$

$$\text{Rate der Materialverfestigung:} \quad \dot{\epsilon}_{SH} = \dot{\epsilon}_C - \dot{\epsilon}_R = A \sigma^W \cdot \epsilon_{SH}^{\frac{v-w}{Y}} - B \cdot \epsilon_{SH}^{\frac{v}{Y}} \quad (5.27)$$

6. Aufstellung allgemeiner Materialzustandsgleichungen

In den Abschnitten 4. und 5. wurden, ausgehend von theoretischen Ansätzen und experimentellen Befunden für den Belastungsfall des Kriechens einschließlich der in Abschnitt 4.2 diskutierten und in Abb. 5 dargestellten Sonderformen, Gleichungen zur Beschreibung des Materialverhaltens entwickelt, s. Gleichungen (5.25), (5.26) und (5.27).

Da mit den dargestellten Ableitungen auch der Extremfall der reinen, zeitunabhängigen plastischen Dehnung erfaßt werden kann, soll dieser zeitunabhängige plastische Dehnungsanteil, der sofort nach der Lastaufbringung auftritt, nun immer - gewissermaßen automatisch - in die Betrachtungen eingeschlossen sein. Damit ändert sich formal nichts an den Materialgleichungen (5.25), (5.26)

und (5.27), nur erweitert sich die Bedeutung dahingehend, daß in Gleichung (5.25) statt der reinen Kriechrate $\dot{\epsilon}_C$ die Rate der gesamten nichtelastischen Dehnung steht:

$$\dot{\epsilon}_{ne} = A \cdot \sigma^W \cdot \epsilon_{SH} \frac{v-w}{Y} \quad (6.1)$$

Die Gleichungen (5.26), (5.27) und (6.1) sollen nun so erweitert werden, daß sie allgemein für alle Belastungsfälle gelten.

Allgemein gilt:

$$\epsilon_{ges} = \epsilon_{el} + \epsilon_{ne} \quad (\text{s. Gl. 4.5})$$

bzw.
$$\dot{\epsilon}_{ges} = \dot{\epsilon}_{el} + \dot{\epsilon}_{ne}$$

Mit
$$\dot{\epsilon}_{el} = \frac{1}{E} \cdot \dot{\sigma} \quad (6.2)$$

und mit
$$\dot{\epsilon}_{ne} = A \cdot \sigma^W \cdot \epsilon_{SH} \frac{v-w}{Y} \quad (6.1)$$

ergibt sich:
$$\dot{\epsilon}_{ges} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + A \sigma^W \cdot \epsilon_{SH} \frac{v-w}{Y} \quad (6.3)$$

Die endgültigen Gleichungen zur Beschreibung des Materialzustandes, und zwar wie in Abschnitt 4., Gleichung (4.1) als Ziel dargestellt, nämlich

$$\text{Materialzustand} = f\left(\sigma, \epsilon, \frac{\partial \sigma}{\partial t}, \frac{\partial \epsilon}{\partial t}\right),$$

ergeben sich aus beliebigen Kombinationen der Gleichungen (5.26), (5.27) und (6.3).

Im Zusammenhang:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{ges} &= \frac{\dot{\sigma}}{E} + A \sigma^W \cdot \epsilon_{SH} \frac{v-w}{Y} \\ \dot{\epsilon}_{SH} &= A \sigma^W \epsilon_{SH} \frac{v-w}{Y} - B \epsilon_{SH} \frac{v}{Y} \\ \dot{\epsilon}_R &= B \cdot \epsilon_{SH} \frac{v}{Y} \end{aligned}$$

(6.4)

Für verschiedene Belastungsfälle, wie sie in Abschnitt 4 beschrieben sind, ergeben sich aus dem Gleichungssystem (6.4) die folgenden Beziehungen:

- Kriechen:

$$\text{Randbedingungen: } \dot{\sigma} = 0$$

$$\dot{\epsilon}_{\text{ges}} = \dot{\epsilon}_c$$

Damit ergibt sich (trivialerweise, denn aus diesem Belastungsfall wurden die Gleichungen ja genommen):

$$\dot{\epsilon}_c = A\sigma^w \cdot \epsilon_{SH} \frac{v-w}{Y}$$

$$\dot{\epsilon}_{SH} = A\sigma^w \epsilon_{SH} \frac{v-w}{Y} - B \epsilon_{SH} \frac{v}{Y}$$

$$\dot{\epsilon}_R = B \cdot \epsilon_{SH} \frac{v}{Y}$$

- Spannungsrelaxation:

$$\text{Randbedingungen: } \dot{\epsilon}_{\text{ges}} = 0$$

Damit ergibt sich:

$$\dot{\sigma} = -EA\sigma^w \cdot \epsilon_{SH} \frac{v-w}{Y}$$

$$\dot{\epsilon}_{SH} = A\sigma^w \cdot \epsilon_{SH} \frac{v-w}{Y} - B \epsilon_{SH} \frac{v}{Y}$$

$$\dot{\epsilon}_R = B \epsilon_{SH} \frac{v}{Y}$$

- Konstante Verformungsgeschwindigkeit

$$\text{Randbedingungen: } \dot{\epsilon}_{\text{ges}} = \text{const} = C$$

Damit ergibt sich:

$$\dot{\sigma} + AE^w \cdot \epsilon_{SH} \frac{v-w}{Y} = CE$$

$$\dot{\epsilon}_{SH} = A\sigma^w \cdot \epsilon_{SH} \frac{v-w}{Y} - B \epsilon_{SH} \frac{v}{Y}$$

$$\dot{\epsilon}_R = B \cdot \epsilon_{SH} \frac{v}{Y}$$

7. Betrachtung spezieller Belastungsfälle

Zur Beschreibung der in Abschnitt 6 geschilderten Belastungsfälle, nämlich

- Kriechen
- Spannungsrelaxation
- Lastrampe mit konstanter Verformungsgeschwindigkeit

wurden drei kleine Rechenprogramme für den Tischrechner IBM 5110 erstellt.

Berechnet und in Abhängigkeit von der Zeit geplottet wurden die in den Gleichungen (6.3) auftretenden Größen σ , ϵ_{ges} , ϵ_{SH} , ϵ_{R} und ϵ_{el} .

Die den Rechnungen zugrundegelegten Materialdaten wurden folgendermaßen gewählt:

$$\begin{aligned} E &= 10^4 \text{ MPa} \\ A &= 10^{-53} \\ B &= 10^{-2} \\ v &= 4,3 \\ y &= 2,015 \\ w &= 16,5 \end{aligned}$$

Folgende Belastungsdaten wurden den Rechnungen zugrundegelegt:

Für das Kriechen wurde eine Spannung von $\sigma = 200$ MPa gewählt.

Für die Analyse der Spannungsrelaxation wurde ausgegangen von dem Endzustand der Kriechdehnung, d.h. die im Laufe der Kriechdehnung erhaltene Gesamtdehnung ϵ_{ges} wurde hier konstant gehalten, ebenso wie die Ausgangsspannung $\sigma_0 = 200$ MPa. war. Ebenfalls auf der Berechnung des Kriechens baut der dritte Rechenlauf auf, nämlich die Analyse des Materialverhaltens bei konstanter Dehnungsgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}_{\text{ges}}$. Als Dehnungsgeschwindigkeit wurden hier zwei Werte, nämlich $\dot{\epsilon}_{\text{ges}} = 10^{-2} \text{ h}^{-1}$ und $\dot{\epsilon}_{\text{ges}} = 10^{-1} \text{ h}^{-1}$ gewählt.

Die Ergebnisse der Rechnungen sind als Rechnerplots in den Abbildungen 12 bis 18 dargestellt. So zeigt Abb. 12 den Fall des Kriechens mit $\sigma = 200$ MPa. Man erkennt aus Abb. 12 die einzelnen Anteile der Dehnungen und ihre Änderungen im Laufe der Zeit: ϵ_{SH} strebt dem konstanten Wert ϵ_{SH0} zu, ϵ_{c} nähert sich asymptotisch der

das sekundäre Kriechen beschreibenden Geraden und ϵ_R wächst langsam vom Wert 0 aus, um schließlich in eine Parallele zu ϵ_c überzugehen.

Nur die elastische Dehnung ϵ_{el} bleibt konstant. In Abb. 13 sind wiederum die einzelnen Dehnungsanteile, jetzt aber für den Fall der Spannungselaxation dargestellt, d.h. $\epsilon_{ges} = \text{const.} = \epsilon_{ges 0}$.

Bei diesem Lastfall nimmt der elastische Dehnungsanteil, ebenso der Anteil der Dehnungsverfestigung ab, während ϵ_R zunimmt.

Abb. 14 zeigt die Abnahme der Spannung während der Relaxationszeit.

Die Abbildungen 15 und 16 zeigen für den Fall konstanter Dehnungsrate ($\dot{\epsilon}_{ges} = \text{const}$) wiederum den Verlauf der einzelnen Dehnungsanteile, wie auch die Änderung der Spannung über der Zeit. Wie man aus Abb. 16 erkennt, erhöht sich aufgrund einer Dehnungsrate von 10^{-2} h^{-1} die Spannung in ca. 45 h von 200 auf ca. 850 MPa.

In den Abbildungen 17 und 18 sind der Verlauf der Spannungen und der Dehnungsanteile bei einer Dehnungsrate von 10^{-1} h^{-1} dargestellt.

Wie man aus Abb. 18 erkennt, ist hierbei die Spannung in ca. 4,5 h von 200 auf etwa 1000 MPa angestiegen.

Aus diesen beiden Rechenläufen, dargestellt in den Abbildungen 15 bis 18, läßt sich erkennen, daß mit Hilfe des hier aufgestellten Gleichungssystems der Tatsache Rechnung getragen wird, daß die in einem Werkstück erreichte Spannung auch von der Verformungsgeschwindigkeit abhängt.

Zum Vergleich sind die Ergebnisse der beiden numerischen Analysen in Tab. 1 dargestellt.

Tabelle 1: Vergleich der bei gleicher Gesamtdehnung ϵ berechneten Spannungen σ aufgrund unterschiedlicher Verformungsgeschwindigkeit

$\dot{\epsilon} (\text{h}^{-1})$	ϵ	$\sigma (\text{MPa})$
10^{-1}	$5 \cdot 10^{-1}$	1000
10^{-2}	$5 \cdot 10^{-1}$	850

8. Formulierung der Materialzustandsgleichungen zur Verwendung in einem Brennstabrechenprogramm

In den vorangegangenen Abschnitten wurde gezeigt, daß folgende Materialgesetze gelten:

$$\begin{aligned}\epsilon_{\text{ges}} &= \epsilon_{\text{el}} + \epsilon_{\text{ne}} \\ \epsilon_{\text{el}} &= \sigma/E \\ \epsilon_{\text{ne}} &= \epsilon_{\text{SH}} + \epsilon_{\text{R}} \\ \dot{\epsilon}_{\text{SH}} &= A \cdot \sigma^w \cdot \epsilon_{\text{SH}}^{v3} - B \cdot \epsilon_{\text{SH}}^{v1} = f_{\text{eSH}}(\epsilon_{\text{SH}}, \sigma) \quad (8.1)\end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned}v3 &= \frac{v-w}{Y} \\ v1 &= \frac{v}{Y} \quad (\text{s.Gl. 6.3})\end{aligned}$$

$$\dot{\epsilon}_{\text{R}} = B \cdot \epsilon_{\text{SH}}^{v1} = f_{\text{eR}}(\epsilon_{\text{SH}}) \quad (8.2)$$

$$\dot{\epsilon}_{\text{V}} = \dot{\epsilon}_{\text{ne}} = A \sigma^w \cdot \epsilon_{\text{SH}}^{v3} = f_{\text{ev}}(\epsilon_{\text{SH}}, \sigma) \quad (8.3)$$

$$\dot{\epsilon}_{\text{ges}} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + A \sigma^w \epsilon_{\text{SH}}^{v3} = f_{\text{eg}}(\sigma, \dot{\sigma}, \epsilon_{\text{SH}}) \quad (8.4)$$

Zum Zeitpunkt $t = t_i$ soll, ausgehend von dem bekannten Wert $\dot{\epsilon}_{\text{SH}}(t_{i-1})$, durch den Ansatz einer Taylor-Reihe der Wert $\dot{\epsilon}_{\text{SH}}(t_i)$ bestimmt werden:

$$f_{\text{eSH}}(t_i) = f_{\text{eSH}}(t_{i-1}) + \left(\frac{\partial f_{\text{eSH}}}{\partial \epsilon_{\text{SH}}} \cdot \dot{\epsilon}_{\text{SH}} + \frac{\partial f_{\text{eSH}}}{\partial \sigma} \cdot \dot{\sigma} \right) \cdot \Delta t \quad (8.5)$$

$$f_{\text{eSH}}(t_i) = f_{\text{eSH}}(t_{i-1}) + \frac{\partial f_{\text{eSH}}}{\partial \epsilon_{\text{SH}}} \dot{\epsilon}_{\text{SH}} \cdot \Delta t + \frac{\partial f_{\text{eSH}}}{\partial \sigma} \cdot \dot{\sigma} \cdot \Delta t$$

$$f_{\text{eSH}}(t_i) \left(1 - \frac{\partial f_{\text{eSH}}}{\partial \epsilon_{\text{SH}}} \cdot \Delta t \right) = f_{\text{eSH}}(t_{i-1}) + \frac{\partial f_{\text{eSH}}}{\partial \sigma} \cdot \dot{\sigma} \cdot \Delta t$$

$$f_{\text{eSH}}(t_i) = \frac{1}{1 - \frac{\partial f_{\text{eSH}}}{\partial \epsilon_{\text{SH}}} \Delta t} \left(f_{\text{eSH}}(t_{i-1}) + \frac{\partial f_{\text{eSH}}}{\partial \sigma} \cdot \dot{\sigma} \cdot \Delta t \right) \quad (8.6)$$

Die partiellen Differentiale bedeuten hierbei:

$$\frac{\partial f_{eSH}}{\partial \epsilon_{SH}} = A \sigma^w \cdot v_3 \cdot \epsilon_{SH}^{v_3-1} - B \cdot v_1 \cdot \epsilon_{SH}^{v_1-1} \quad (8.7)$$

$$\frac{\partial f_{eSH}}{\partial \sigma} = A \cdot w \cdot \sigma^{w-1} \quad (8.8)$$

Ein entsprechender Ansatz wie für f_{eSH} mit Gleichung (8.5) läßt sich auch für f_{eR} machen, nämlich:

$$f_{eR}(t_i) = f_{eR}(t_{i-1}) + \frac{\partial f_{eR}}{\partial \epsilon_{SH}} \dot{\epsilon}_{SH} \cdot \Delta t \quad (8.9)$$

Die Rate der nichtelastischen Dehnung f_{ev} läßt sich somit darstellen:

$$f_{ev}(t_i) = \frac{1 + \frac{\partial f_{eR}}{\partial \epsilon_{SH}} \Delta t}{1 - \frac{\partial f_{eSH}}{\partial \epsilon_{SH}} \Delta t} (f_{eSH}(t_{i-1}) + \frac{\partial f_{eSH}}{\partial \sigma} \dot{\sigma} \Delta t) + f_{eR}(t_{i-1}) \quad (8.10)$$

Die gesamte Verformungsrate ergibt sich somit aus Gleichung (8.4) gemäß

$$f_{eg}(\sigma, \dot{\sigma}, \epsilon_{SH}) = f_{ev}(\sigma, \epsilon_{SH}) + \epsilon_{el}$$

$$f_{eg}(t_i) = f_{eR}(t_{i-1}) + \frac{1 + \frac{\partial f_{eR}}{\partial \epsilon_{SH}} \Delta t}{1 - \frac{\partial f_{eSH}}{\partial \epsilon_{SH}} \Delta t} (f_{eSH}(t_{i-1}) + \frac{\partial f_{eSH}}{\partial \sigma} \dot{\sigma} \Delta t) + \dot{\sigma} \frac{1 + \frac{\partial f_{eR}}{\partial \epsilon_{SH}} \Delta t}{1 - \frac{\partial f_{eSH}}{\partial \epsilon_{SH}} \Delta t} \left(\frac{1}{E} + \frac{\partial f_{eSH}}{\partial \sigma} \Delta t \right) \quad (8.11)$$

In der Art, wie die Materialgleichungen in Form der Gleichungen (8.6), (8.10) und (8.11) vorliegen, nämlich als Rekursionsformeln, eignen sie sich gut zum Einbau in ein Rechenprogramm. Dadurch, daß sie Materialverformungsraten $\dot{\epsilon}$ mit Spannungsraten $\dot{\sigma}$ in Beziehung setzen, ergibt sich der große Vorteil, ohne Schwierigkeiten transiente Vorgänge rechnen zu können,

wobei das transiente, nichtelastische Materialverhalten berücksichtigt wird. Die eigentlichen Spannungen und Dehnungen ergeben sich dann nach Integration über den Zeitschritt Δt .

Es ist sinnvoll, den Zeitschritt Δt von Anfang an so zu wählen, daß ein maximal zulässiges $\Delta \sigma$ oder $\Delta \epsilon$ nicht überschritten wird. Ebenso muß zur Zeit $t = 0$ ein Startwert $\epsilon_{SH}(t=0) \neq 0$ vorgegeben werden (z.B. $\epsilon_{SH}(t=0) = 10^{-8}$).

9. Ableitung der Materialgleichungen aus Experimenten

9.1 Bestimmung der Parameter der Gleichungen allgemein

In den vorangegangenen Abschnitten wurde gezeigt, daß es möglich ist, allgemeine Materialgleichungen für das elastische und nichtelastische Materialverhalten abzuleiten. Diese Materialgleichungen sind in Gleichungssystem (6.4) dargestellt. Im konkreten Fall ist es nun notwendig, die in den Gleichungen (6.4) auftretenden Konstanten zu bestimmen. Es handelt sich hierbei um die Größen

$$A, B, u, v, w, x, y .$$

Die Größen A und B sind nur Abkürzungen für Kombinationen aus den Parametern u, v, w, x, y , und zwar:

$$A = u \cdot x \frac{w-v}{y}$$

$$B = u \cdot x \frac{v}{y}$$

Einfach zu bestimmen sind die Parameter u und v, da sie nach Gleichung (5.15) den Norton'schen Parametern zur Beschreibung des sekundären Kriechens entsprechen:

$$\dot{\epsilon}_s = u \cdot \sigma^v \quad (5.15)$$

Die Parameter x und y müssen gemäß Gleichung (5.18) aus dem Ansatz für den Grenzwert der Verfestigungsdehnung abgeleitet werden:

$$\epsilon_{SHO} = x \cdot \sigma^y \quad (5.18)$$

Der Wert ϵ_{SHO} für unterschiedliche Spannungen σ kann aus der Geradengleichung für die Asymptote einer Kriechkurve bestimmt werden, wie in Gleichung (5.13) dargestellt:

$$\epsilon_{c_{\infty}} = \dot{\epsilon}_s \cdot t + \epsilon_{SHO} \quad (5.13)$$

Die Größe ϵ_{SHO} ist hierbei der jeweilige Ordinatenabschnitt der Asymptote der Kriechkurve, s.a. Abb. 11.

Die Konstante w läßt sich mit Hilfe der Gleichung

$$\dot{\epsilon}_c = \dot{\epsilon}_s \cdot \left(\frac{\epsilon_{SH}}{\epsilon_{SHO}} \right)^{\frac{v-w}{y}} \quad (5.22)$$

anhand einer Kriechkurve, z.B. Abb. 11 folgendermaßen bestimmen:

Auf der Kriechkurve wird ein beliebiger Punkt im primären Kriechbereich festgelegt und in diesem Punkt die Kurvensteigung $\dot{\epsilon}_c$ sowie unter Vernachlässigung des Anteils der Materialerholung ϵ_R , d.h. $\epsilon_c \approx \epsilon_{SH}$, der Quotient $\epsilon_{SH}/\epsilon_{SHO}$ bestimmt.

Diese Werte werden in die Gleichung (5.22) eingesetzt und diese nach w aufgelöst. Wegen der Vernachlässigung von ϵ_R muß das Ergebnis auf jeden Fall überprüft und meist iterativ verbessert werden.

Nach der Bestimmung der Konstanten u, v, w, x, y muß die erhaltene Kriechkorrelation

$$\dot{\epsilon}_c = A \cdot \sigma^w \cdot \epsilon_{SH}^{\frac{v-w}{y}}$$

auf Übereinstimmung mit den experimentellen Daten geprüft werden, ggf. mit einem kleinen Prüfprogramm.

9.2 Aufstellung der Materialgleichungen für den Stahl X10 NiCrMoTiB 1515 (1.4970)

Als Beispiel zur Ableitung der Koeffizienten, die notwendig sind, um das Werkstoffverhalten mit Hilfe von Materialzustandsgleichungen zu beschreiben,

wurden die Ergebnisse von Kriechexperimenten, die am Werkstoff X10CrNiMoTiB 1515 von Schirra /22/ durchgeführt wurden, herangezogen.

Die Experimente wurden an Rohrproben der Dimensionen $\varnothing 6 \times 0,38$ und 40 mm Länge durchgeführt.

Zugversuchsergebnisse sind in Tabelle 2 dargestellt.

Tabelle 2: Zugversuchsergebnisse der Rohrproben (nach /22/)
 $\varnothing 6 \times 0,38$ mm, $l_0 = 40$ mm

T (°C)	$\sigma_{0,2}$ (MPa)	σ_B (MPa)	δ (%)	δ_{G1} (%)
RT	570	762	17,6	-
600	442	473	10,5	-
650	394	412	22,5	2,3
700	358	365	25,0	0,75

Anhand der in /22/ dargestellten Meßergebnisse bei den Temperaturen 650 °C und 700 °C wurden die in den Abbildungen 19 bis 22 dargestellten Kriechkurven konstruiert. Aus diesen wiederum ließen sich die jeweiligen Werte für die sekundäre Kriechgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}_s$ und den Grenzwert des Verfestigungsanteiles der Kriechdehnung ϵ_{SHO} bestimmen.

Zur Ermittlung der Koeffizienten x,y,u,v in den Gleichungen $\epsilon_{SHO} = x \cdot \sigma^y$
 und $\dot{\epsilon}_s = u \cdot \sigma^v$

wurden die vorher bestimmten Werte von $\dot{\epsilon}_s$ und ϵ_{SHO} in den Abbildungen 23 und 24 doppellogarithmisch gegen die Spannung aufgetragen.

Der Koeffizient w wurde wiederum mit Hilfe der Gleichung (5.22) aus den Kriechkurven der Abbildungen 19 bis 22 bestimmt.

Die Ergebnisse lauten somit T = 650 °C

$$\dot{\epsilon}_s = 2,8 \cdot 10^{-35} \cdot \sigma^{12,22}$$

$$\epsilon_{SHO} = 1,08 \cdot 10^{-8} \cdot \sigma^{2,25}$$

Damit ergeben sich:

$$\begin{aligned}u &= 2,8 \cdot 10^{-35} \\v &= 12,22 \\w &= 16,0 \\x &= 1,08 \cdot 10^{-8} \\y &= 2,25 \\A &= 1,157 \cdot 10^{-48} \\B &= 5,182 \cdot 10^8 \\V1 &= 5,431 \\V3 &= -1,68\end{aligned}$$

Die Materialgleichungen für den Belastungsfall des Kriechens lauten somit:

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_C &= 1,157 \cdot 10^{-48} \cdot \sigma^{16,0} \cdot \epsilon_{SH}^{-1,68} \\ \dot{\epsilon}_R &= 5,182 \cdot 10^8 \cdot \epsilon_{SH}^{5,431} \\ \dot{\epsilon}_{SH} &= 1,157 \cdot 10^{-48} \cdot \sigma^{16,0} \cdot \epsilon_{SH}^{-1,68} - 5,182 \cdot 10^8 \cdot \epsilon_{SH}^{5,431}\end{aligned}$$

$$\underline{T = 700 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

$$\dot{\epsilon}_S = 2,036 \cdot 10^{-18} \cdot \sigma^{5,7}$$

$$\epsilon_{SHO} = 5,325 \cdot 10^{-6} \cdot \sigma^{1,14}$$

Damit ergeben sich:

$$\begin{aligned}u &= 2,036 \cdot 10^{-18} \\v &= 5,7 \\w &= 7,0 \\x &= 5,325 \cdot 10^{-6} \\y &= 1,14 \\A &= 1,972 \cdot 10^{-24} \\B &= 4,755 \cdot 10^8 \\V1 &= 5,00 \\V3 &= -1,14\end{aligned}$$

Die Materialgleichungen für den Belastungsfall des Kriechens lauten somit:

$$\dot{\epsilon}_C = 1,972 \cdot 10^{-24} \cdot \sigma^{7,0} \cdot \epsilon_{SH}^{-1,14}$$

$$\dot{\epsilon}_R = 4,755 \cdot 10^8 \cdot \epsilon_{SH}^{5,0}$$

$$\dot{\epsilon}_{SH} = 1,972 \cdot 10^{-24} \cdot \sigma^{7,0} \cdot \epsilon_{SH}^{-1,14} - 4,755 \cdot 10^8 \cdot \epsilon_{SH}^{5,0}$$

Vergleiche der experimentellen mit den gerechneten Kriechkurven sind ebenfalls in den Abbildungen 19 bis 22 dargestellt.

Die Nachrechnung der Kriechkurven wurde mit Hilfe eines APL-Programmes auf dem Tischrechner IBM 5110 durchgeführt. Man erkennt, daß die hier dargestellte Methode geeignet ist, die nichtelastische zeitabhängige Verformung für den Belastungsfall des primären und sekundären Kriechens mit hinreichender Genauigkeit zu beschreiben.

Diskrepanzen zwischen experimentell ermittelten Werten und berechneten Kriechkurven ergeben sich immer dann, wenn bei großen Dehnungen der Übergang zu tertiärem Kriechen im Experiment erreicht wird. Dies hat mehrere Gründe. So wurden die das nichtelastische zeitabhängige Verformungsverhalten beschreibenden Gleichungen ohne die Berücksichtigung des tertiären Kriechens abgeleitet. Mathematisch heißt dies, daß die das Kriechverhalten beschreibenden Funktionen keinen Wendepunkt besitzen.

Abweichungen zwischen den gerechneten und den experimentell gemessenen Kriechwerten können jedoch auch auftreten, wenn bei großen Dehnungen zwar mit konstanter Spannung gerechnet, jedoch experimentell bei konstanter Kraft gemessen wird.

Eine ungefähre Abschätzung des Einflusses dieses Unterschiedes ergibt sich aus Abb. 20, wo rechnerisch der Querschnittsverengung dadurch Rechnung getragen wurde, daß die Analyse nicht nur bei der experimentellen Ausgangsspannung von 300 MPa, sondern auch bei 310 MPa durchgeführt wurde. Wie sich erkennen läßt, ist der Unterschied zwar nicht groß, jedoch erkennbar.

9.3 Aufstellung der Materialgleichungen für (U,Pu)O₂

Um zu zeigen, daß die hier abgeleiteten Materialgleichungen auch zur Beschreibung des Brennstoffkriechens geeignet sind, wurden anhand von Kriechexperimenten von Vollath /23/ an (U,Pu)-Mischoxid die das Materialverhalten beschreibenden Parameter abgeleitet.

Bei den Experimenten handelte es sich um Druckkriechexperimente bei 1600 °C mit drei Spannungen, nämlich 9.3, 18.6 und 28.0 MPa an (U_{0,8} Pu_{0,2})O₂-Proben.

Die hierfür ermittelten Parameter lauten:

$$\begin{aligned}u &= 2,452 \cdot 10^{-4} \\v &= 1,076 \\w &= 1,3 \\x &= 2,7 \cdot 10^{-2} \\y &= 0,85 \\A &= 9,468 \cdot 10^{-5} \\B &= 2,372 \cdot 10^{-2} \\V_1 &= 1,266 \\V_3 &= 0,264.\end{aligned}$$

Die Materialgleichungen für den Belastungsfall des Kriechens lauten somit:

$$\dot{\epsilon}_C = 9,468 \cdot 10^{-5} \cdot \sigma^{1,3} \cdot \epsilon_{SH}^{-0,264}$$

$$\dot{\epsilon}_R = 2,372 \cdot 10^{-2} \cdot \epsilon_{SH}^{1,266}$$

$$\dot{\epsilon}_{SH} = 9,468 \cdot 10^{-5} \cdot \sigma^{1,3} \cdot \epsilon_{SH}^{-0,264} - 2,372 \cdot 10^{-2} \cdot \epsilon_{SH}^{1,266}$$

Ein Vergleich zwischen den experimentellen und den gerechneten Kriechkurven ist in Abb. 25 dargestellt. Wie aus dieser Abbildung ersichtlich ist, besteht gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Rechnung.

10. Ergänzende Überlegungen

10.1 Berücksichtigung von Temperatur- und Bestrahlungseinflüssen

Im vorliegenden Bericht wurde bisher nicht eingegangen auf die Abhängigkeit des Materialverhaltens von weiteren Einflußgrößen wie z.B. Temperatur und Bestrahlung. Diese Einflußgrößen sind jedoch implizit mit berücksichtigt, da z.B. unter den Bedingungen des Materialkriechens die hier zur Beschreibung des Materialverhaltens verwendeten Kenngrößen wie ϵ_{SHO} , $\dot{\epsilon}_s$ und der Exponent w von diesen Einflußgrößen abhängen.

Zur expliziten Erfassung der Abhängigkeit des Materialverhaltens von der Temperatur, der Spaltrate beim Brennstoff bzw. des Abbrandes bei der Hülle kann, insbesondere im Hinblick auf die Verwendung des hier beschriebenen Modells in einem Rechenprogramm, folgendermaßen vorgegangen werden:

Für einen die aktuellen Versuchsbedingungen abdeckenden Bereich der Temperatur und der Spaltrate bzw. des Abbrandes wird anhand von experimentellen Daten oder theoretischen Modellen ein Parameterfeld so aufgestellt, daß z.B. für die Beschreibung des Kriechverhaltens die Kriechgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}_c$ bei mehreren bestimmten Werten für die Temperatur, die Spaltrate bzw. den Abbrand berechnet wird. Anhand jeder dieser Berechnungen läßt sich ein Satz der in Abschnitt 9.1 beschriebenen, zur Erfassung des Materialverhaltens nach dem hier diskutierten Modell benötigten, Parameter gewinnen. Die im Laufe der Analyse auftretenden aktuellen Bedingungen lassen sich durch Interpolation aus diesen "Stützwerten" berechnen. Die hier beschriebene ist die von Duncombe et al. im Rechenprogramm CYGRO /20/ verwendete Methode.

10.2 Berücksichtigung bestehender Modelle für das Brennstoffkriechen

In dem hier diskutierten Modell zur Beschreibung des nichtelastischen Materialverhaltens wird das sekundäre Kriechen durch ein Potenzgesetz erfaßt:

$$\dot{\epsilon}_s = u \cdot \sigma^v \quad (10.1)$$

Die gängigen Modelle zur Beschreibung des sekundären Brennstoffkriechens /24, 25, 26/ erfassen dieses mit Hilfe der Summe eines linearen und eines Potenzgesetzes:

$$\dot{\epsilon}_s = u_1 \sigma + u_2 \sigma^v \quad (10.2)$$

In Abb. 26 sind experimentelle Kriechdaten und die Beschreibung des Kriechverhaltens gemäß Gleichung (10.2) dargestellt. Aus dieser doppelt-logarithmischen Auftragung des sekundären Brennstoffkriechens über der Spannung erkennt man, daß für kleine Spannungen ($\sigma \leq \sigma_1$) das Kriechverhalten durch den ersten Summanden von Gleichung (10.2) hinreichend genau beschrieben wird:

$$\dot{\epsilon}_s = u_1 \cdot \sigma \quad (\sigma \leq \sigma_1)$$

Für große Spannungen hingegen ($\sigma \geq \sigma_2$) wird das Kriechverhalten durch den zweiten Summanden hinreichend genau beschrieben:

$$\dot{\epsilon}_s = u_2 \cdot \sigma^v \quad (\sigma \geq \sigma_2).$$

Das bedeutet, daß sich diese Bereiche der Spannung mit dem in diesem Bericht beschriebenen Modell des sekundären Kriechens erfassen lassen. Beschreibt man jetzt den mittleren Spannungsbereich ($\sigma_1 < \sigma < \sigma_2$) mit Hilfe eines weiteren Potenzgesetzes, läßt sich durch Trennung in drei Bereiche das sekundäre Brennstoffkriechen in Abhängigkeit von der Spannung folgendermaßen beschreiben:

$$\sigma \leq \sigma_1 \quad : \quad \dot{\epsilon}_s = u_1 \cdot \sigma^1 \quad (10.3)$$

$$\sigma_1 < \sigma < \sigma_2 \quad : \quad \dot{\epsilon}_s = u_3 \cdot \sigma^{v_3} \quad (10.4)$$

$$\sigma \geq \sigma_2 \quad : \quad \dot{\epsilon}_s = u_2 \cdot \sigma^{v_2} \quad (10.5)$$

Diese Beschreibung, die in doppeltlogarithmischer Auftragung einen Polygonzug darstellt, ist auch zur Übertragung beliebiger anderer Modelle aus der Literatur auf die hier beschriebenen Gleichungen zur Erfassung des nichtelastischen Materialverhaltens geeignet, sodaß eine breite Anwendbarkeit gewährleistet ist.

11.. Schlußbemerkungen

Im vorliegenden Bericht konnte gezeigt werden, daß es möglich ist, das mechanische Werkstoffverhalten allgemein mit Hilfe von Materialzustandsgleichungen zu beschreiben. Die dargestellte Form dieser Materialgleichungen in der Art von Rekursionsformeln erleichtert die Anwendung dieser Materialgleichung in einem Rechenprogramm. Insbesondere kann die Beschreibung des Werkstoffverhaltens unter transienten Bedingungen mit Hilfe der vorliegenden Materialgleichungen vorgenommen werden. Dieser Aspekt ist besonders wichtig bei der Analyse von Kernreaktorbrennstäben, die unter Leistungstransienten im Einsatz sind.

Literatur:

/1/ E. Krempl:

An Experimental Study of Room-Temperature Rate-Sensitivity, Creep and Relaxation of AISI Type 304 Stainless Steel,
J. Mech. Phys. Solids, 27, 1979, S. 363-375

/2/ N. Hoppe et al.:

Comethe III C - A Computer Code for Predicting Mechanical and Thermal Behaviour of a Fuel Pin, BN-7405-02

/3/ H.R. Freeburn et al.:

Light Water Reactor Fuel Rod Modeling Code Evaluation,
EPRI NP-369, März 1977, S. 4-18

/4/ K.L. Murty:

Creep Transients in Zircaloy Cladding, Scripta Met. 13, No. 4, 1979, S.299

/5/ I. Ruyter:

Paper presented at the Enlarged Halden Programme Group Meeting, Geilo, Norwegen, März 1975

- /6/ OECD Halden Reactor Project, Enlarged Halden Programme Group Meeting on Fuel Fuel Performance and Evaluation, Hankö, Norwegen, Juni 1979,
- /7/ J. Gittus:
A Model of Creep Embodying Dislocations whose Movements Produce Work Hardening and Recovery, Phil. Mag. 21, 1970, S. 495
- /8/ J. Gittus:
Strain, Recovery and Work Hardening during Creep due to Dislocations, Phil. Mag. 23, No. 186, Juni 1971, S. 1281
- /9/ J. Gittus:
The Mechanical Equation of States: Dislocation Creep due to Stresses Varying in Magnitude and Direction, Phil. Mag. 24, No. 192, Dez.1971, S.1423
- /10/ E. Orowan:
The Creep of Metals, J.W. Scotl. Iron Steel Inst. 54, 1947, S. 45
- /11/ S.K. Mitra, D. McLean:
Work Hardening and Recovery in Creep, Proc. of the Royal Soc. of London 295, 1966, S. 288
- /12/ L. Raymond, J.E. Dorn:
Recovery of Creep Resistant Substructures, Trans. Met..Soc. of AIME 230, 1964, S. 560
- /13/ A.K. Mukherjee, J.E. Bird, J.E. Dorn:
Experimental Correlations for High-Temperature Creep, Trans. of the American Soc. for Metals 62, No.1, 1969, S. 155
- /14/ J.E. Bird, A.K. Mukherjee, J.E. Dorn:
Correlations between High-Temperature Creep Behaviour and Structure, Proceedings of an International Conference on Quantitative Relations between Properties and Microstructure, Haifa, 1969,
Ed.: D.G. Brandon, A. Rosen, Israel University Press, 1969

- /15/ E. Macherauch:
Die strukturmechanischen Grundlagen der Kaltumformung,
Z. Metallkunde 61, Nr. 9, 1970, S. 617
- /16/ S.J. Chang:
Time-independent Limit of a Creep-Recovery Constitutive Equation
ORNL/CSD-33, 1978
- /17/ M.C.M. Liu, E. Krempl:
A Uniaxial Viscoplastic Model based on Total Strain and Overstress,
J. Mech. Phys. Solids 27, 1979, S. 377
- /18/ E.P. Cernocky, E. Krempl:
A Theory of Thermoviscoplasticity based on Infinitesimal Total Strain,
Int. Journal of Solid Structures 16, 1980, S. 723
- /19/ K. Hashiguchi:
Constitutive Equations of Elastoplastic Materials with Elastic-Plastic
Transition, Trans. ASME 47, 1980, S. 266
- /20/ E. Duncombe, C.M. Friedrich, J.K. Fisher:
CYGRO 3 - A Computer Program to Determine Temperatures, Stresses and
Deformations in Oxide Fuel Rods, (LWBR Development Program)
WAPD-TM-961, 1970
- /21/ E. Duncombe, C.M. Friedrich, W.H. Guilinger:
An Analytic Model for the Prediction of In-Pile Behaviour of Oxide
Fuel Rods, Nucl. Technology 12, 1971, S. 195
- /22/ M. Schirra:
Einachsige Kriechversuche an Rohrproben der Legierungen X10CrNiMoTiB
1515 (1.4970) und X8CrNiMoVNb 1613 (1.4988), KFK 2296, 1976
- /23/ D. Vollath:
Kriech- und Erholungsvorgänge in Uran-Plutonium-Mischoxid,
KFK 1884, 1973

/24/ J.T.A. Roberts et al.:

Development of a Mechanical Model on In-Reactor Fuel Behaviour:
Status Report, ANL-8028 (Juli 1973)

/25/ P.E. Bohaboy, R.R. Asamoto, A.E. Conti:

Compressive Creep Characteristics of Stöichometric Uranium Oxide,
CEAP-10054 (Mai 1969)

/26/ W. Ernst, H.-J. Ritzhaupt-Kleissl:

unveröffentlichter Bericht des KfK, 1980

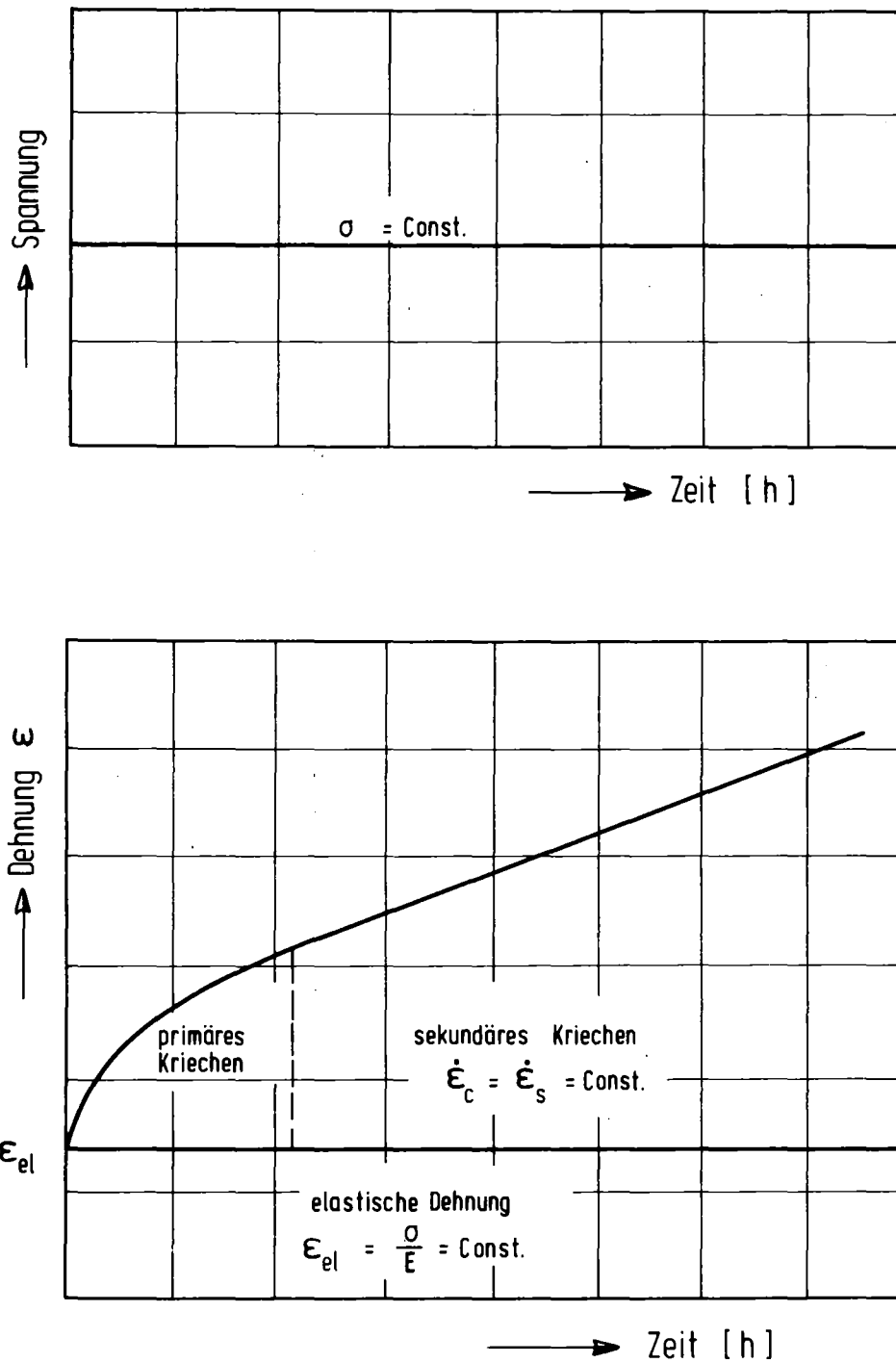


Abb. 1: Schematische Darstellung des Spannungs- und Dehnungsverlaufes während des Kriechens

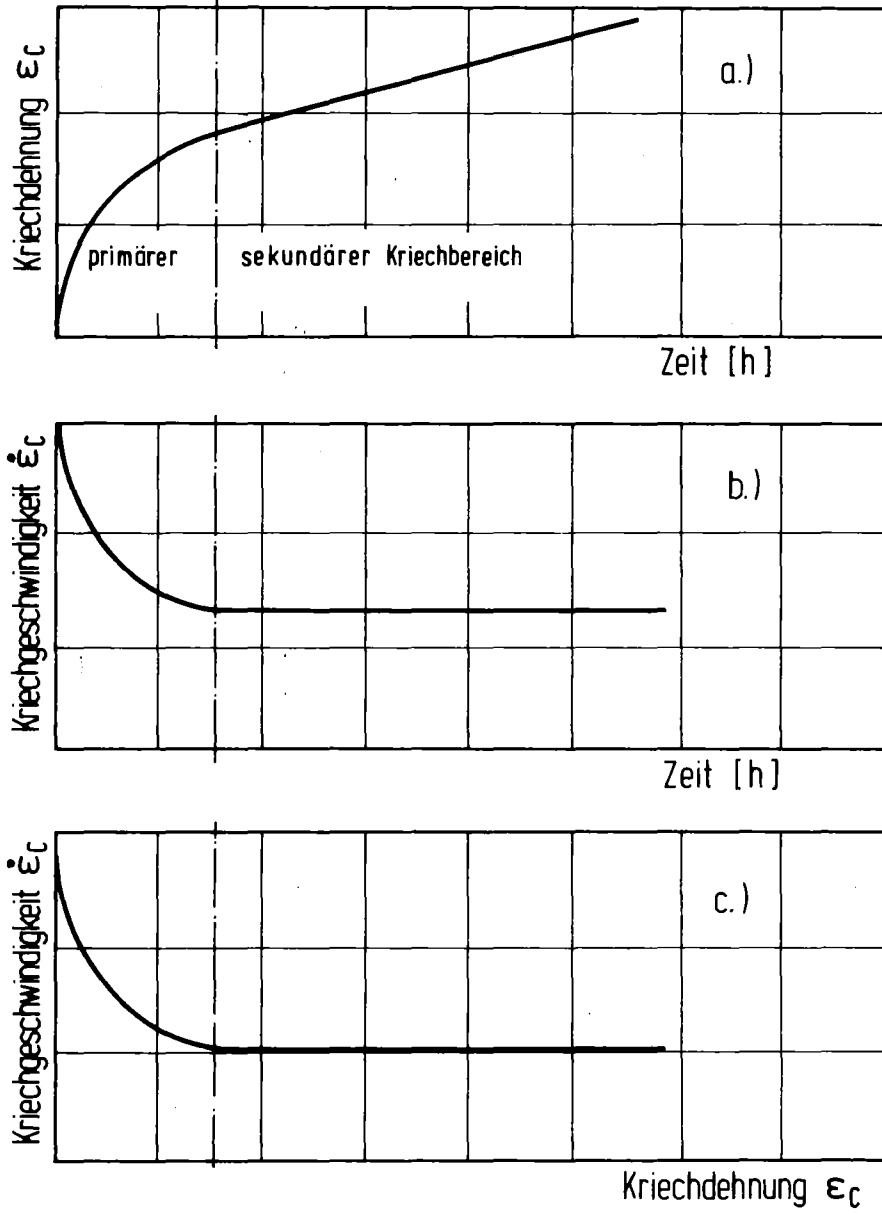


Abb. 2: Darstellung der Kriechgeschwindigkeit als Funktion der Zeit und als Funktion der Kriechdehnung

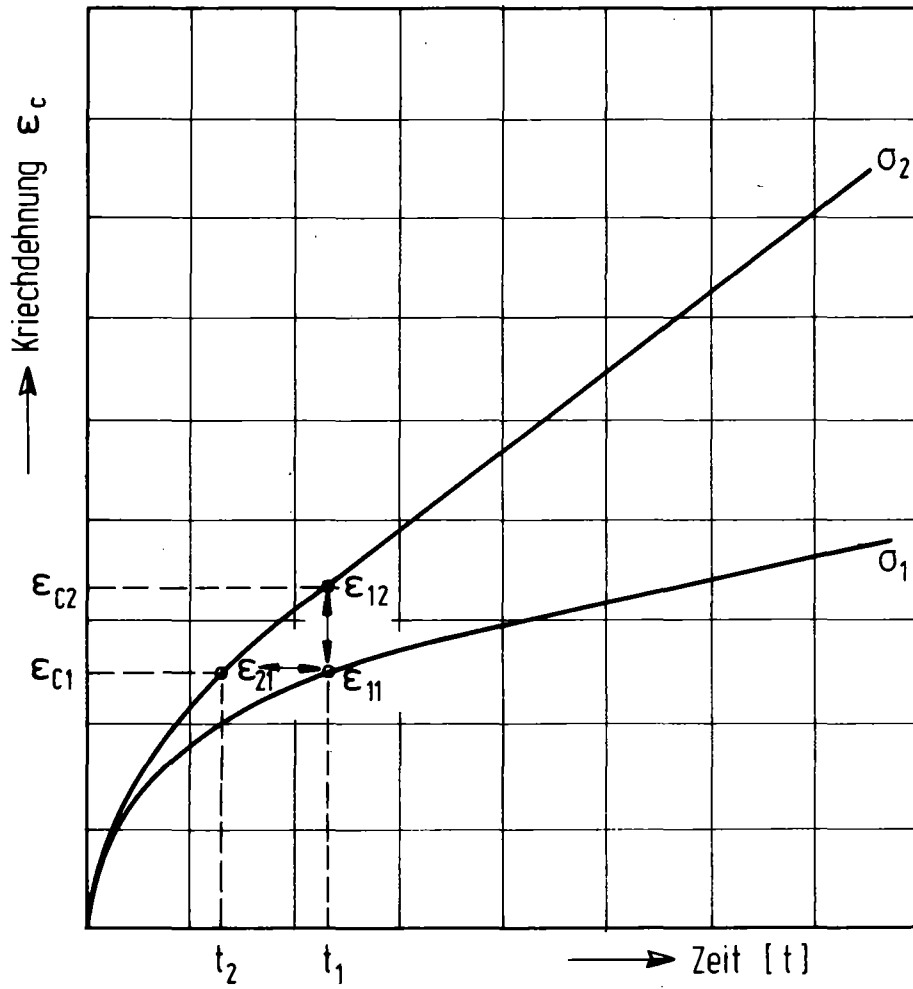


Abb. 3: Zur Erläuterung
"Dehnungsverfestigung" -
"Zeitverfestigung"

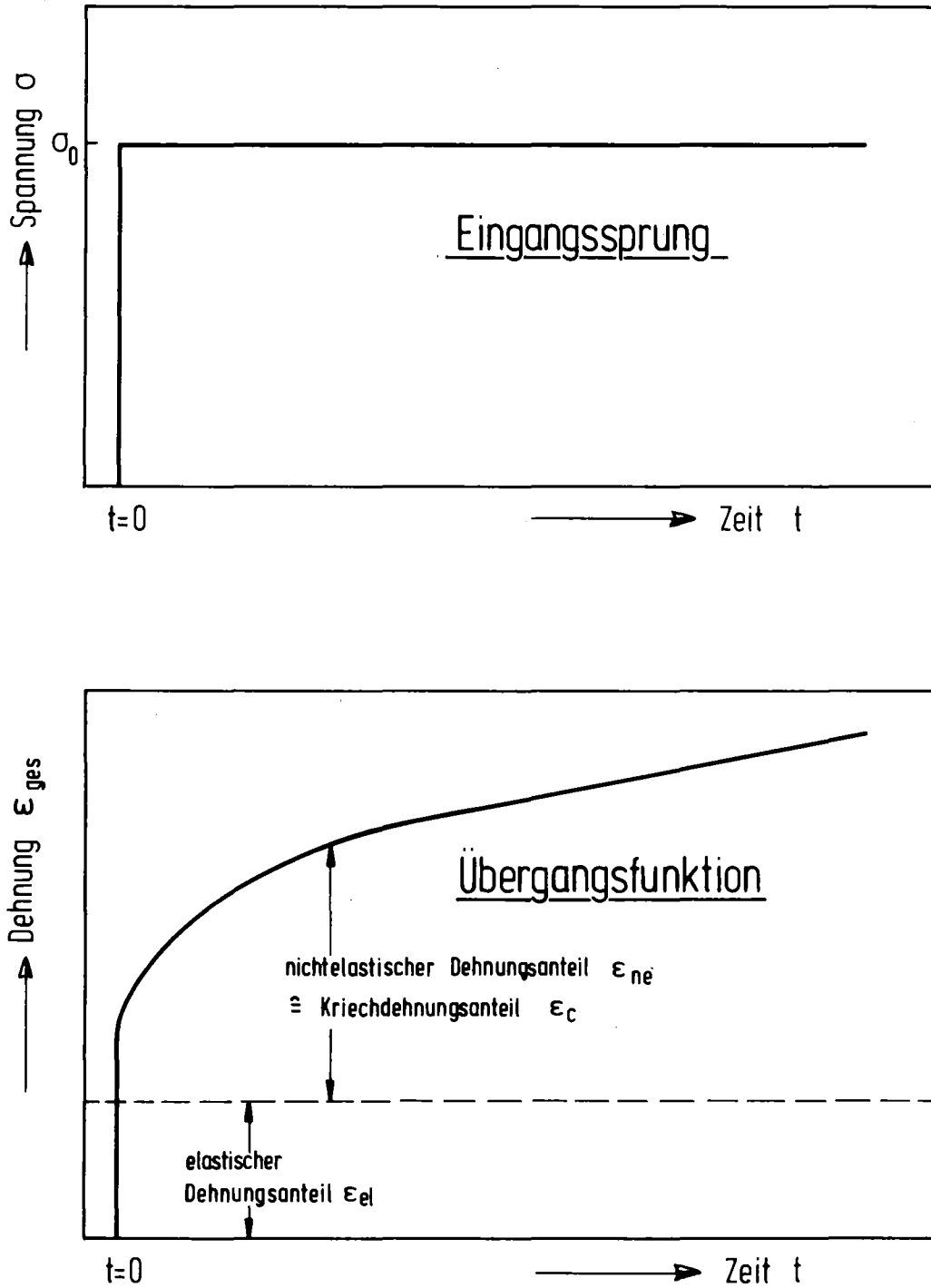


Abb. 4: Darstellung des Belastungsfalles des Kriechens in Analogie zur Regeltechnik, Spannung als Eingangssprung, Dehnung als Übergangsfunktion

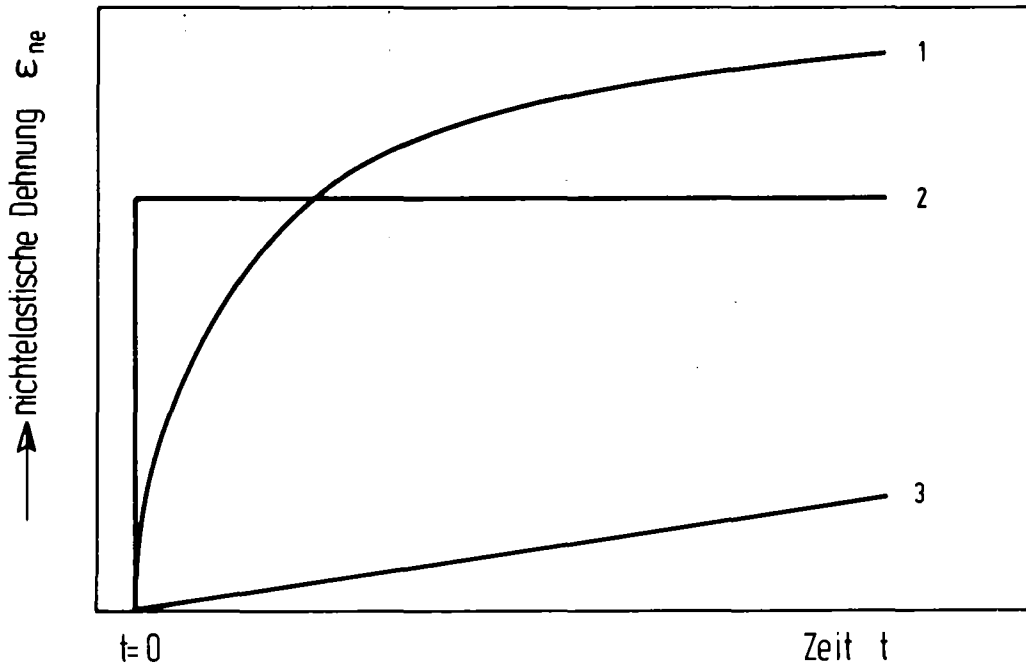
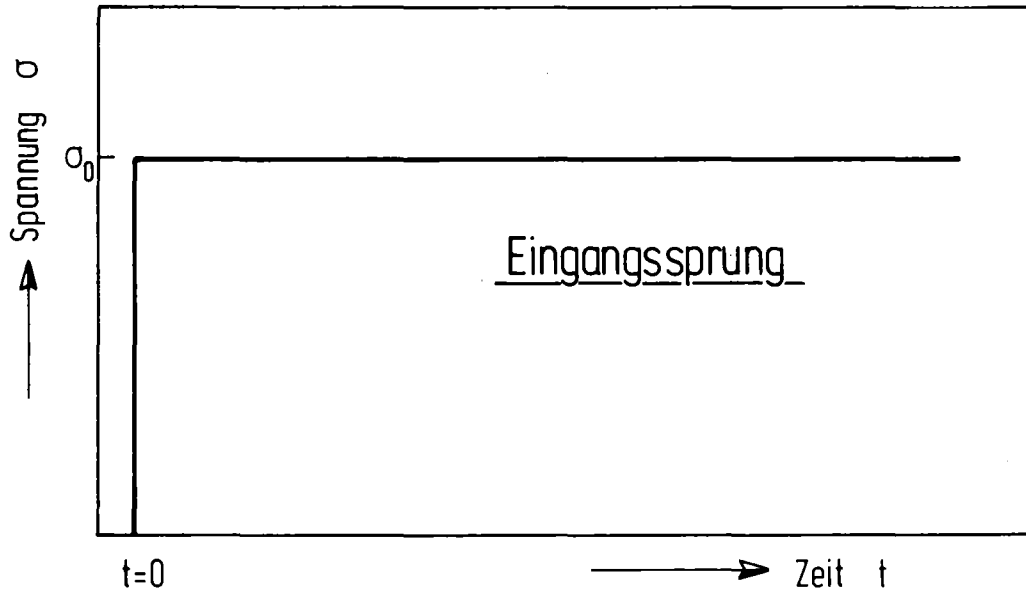


Abb. 5: Unterschiedliche Arten von Übergangsfunktionen bei vorgegebenem Spannungs-Eingangssprung:
1- Kriechen mit Primär- und Sekundäranteil
2- rein plastische, zeitunabhängige Dehnung
3- rein sekundäres Kriechen

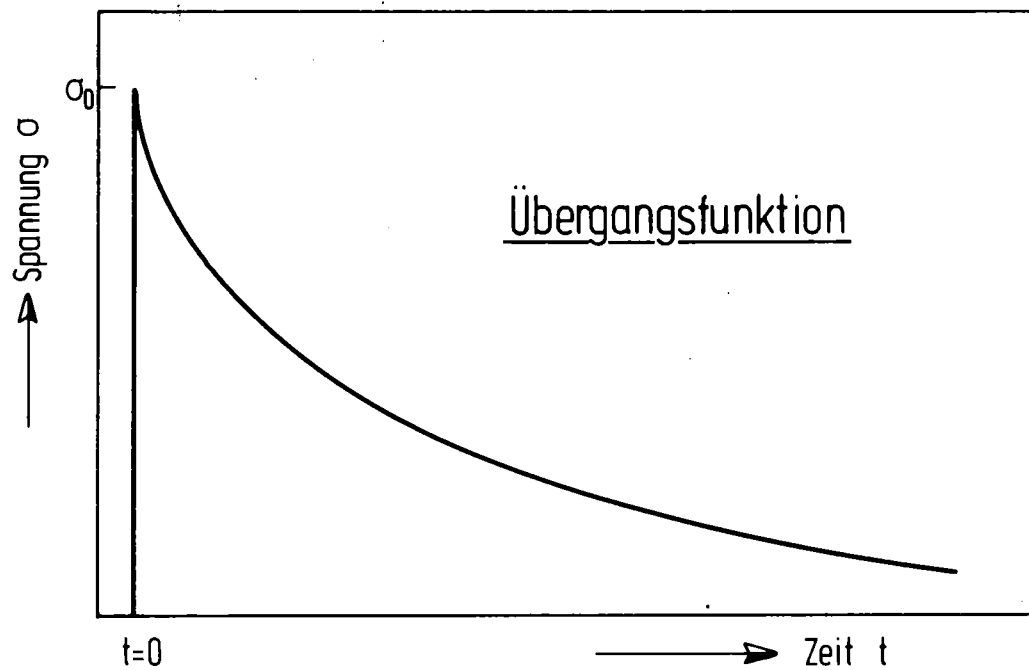
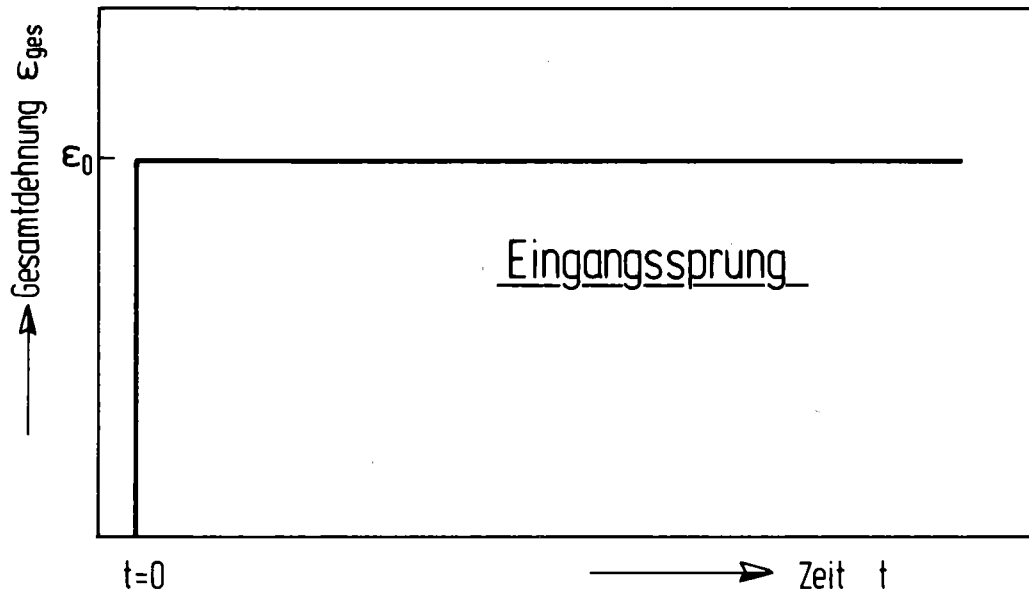


Abb. 6: Darstellung des Belastungsfalles der Spannungsrelaxation in Analogie zur Regeltechnik, Gesamtdehnung ϵ_{ges} als Eingangssprung, Spannung als Übergangsfunktion

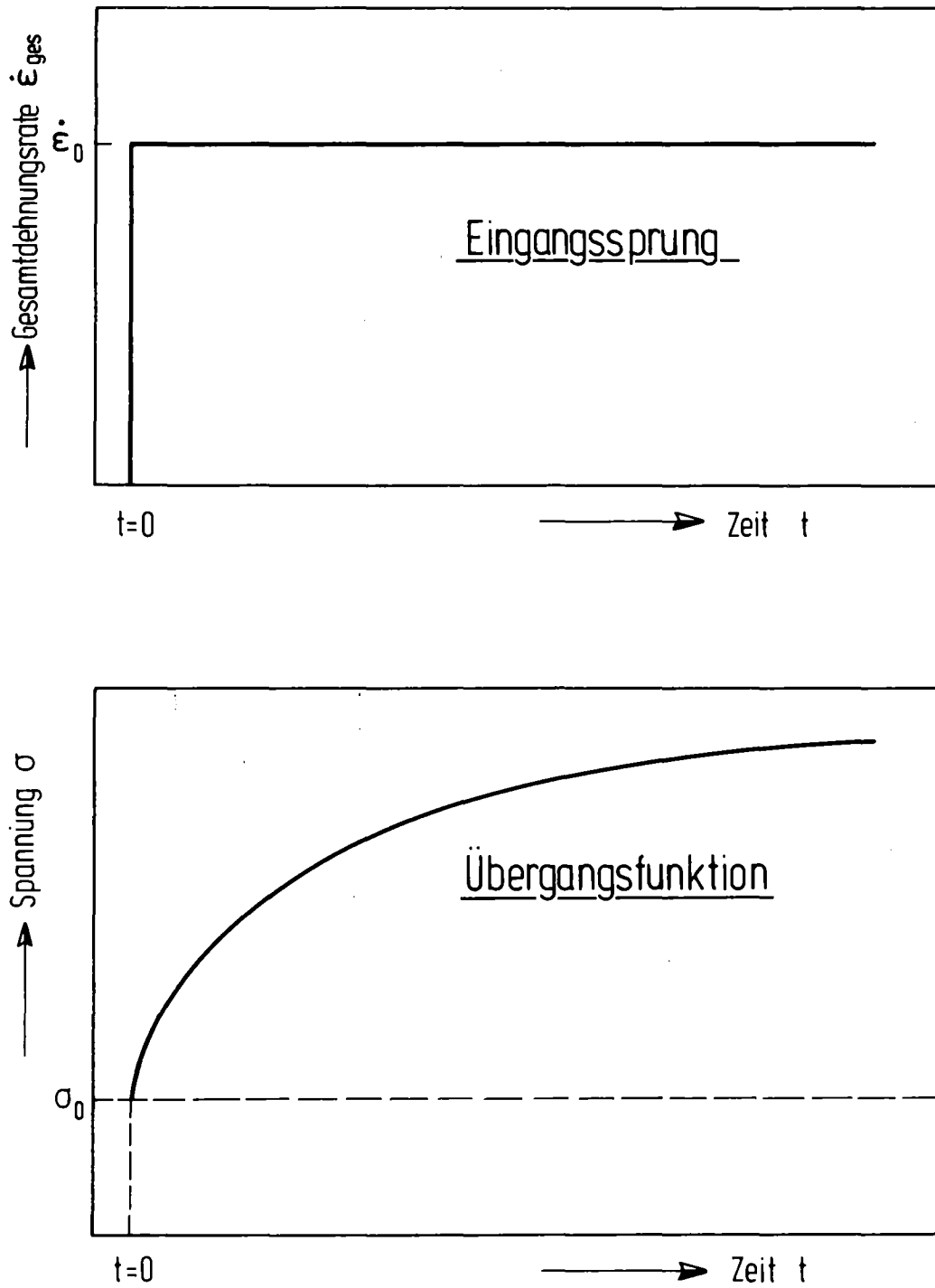


Abb. 7: Darstellung des Belastungsfalles der konstanten Gesamtdehnungsrate $\dot{\epsilon}_{ges}$ in Analogie zur Regeltechnik, Gesamtdehnungsrate $\dot{\epsilon}_{ges}$ als Eingangssprung, Spannung als Übergangsfunktion

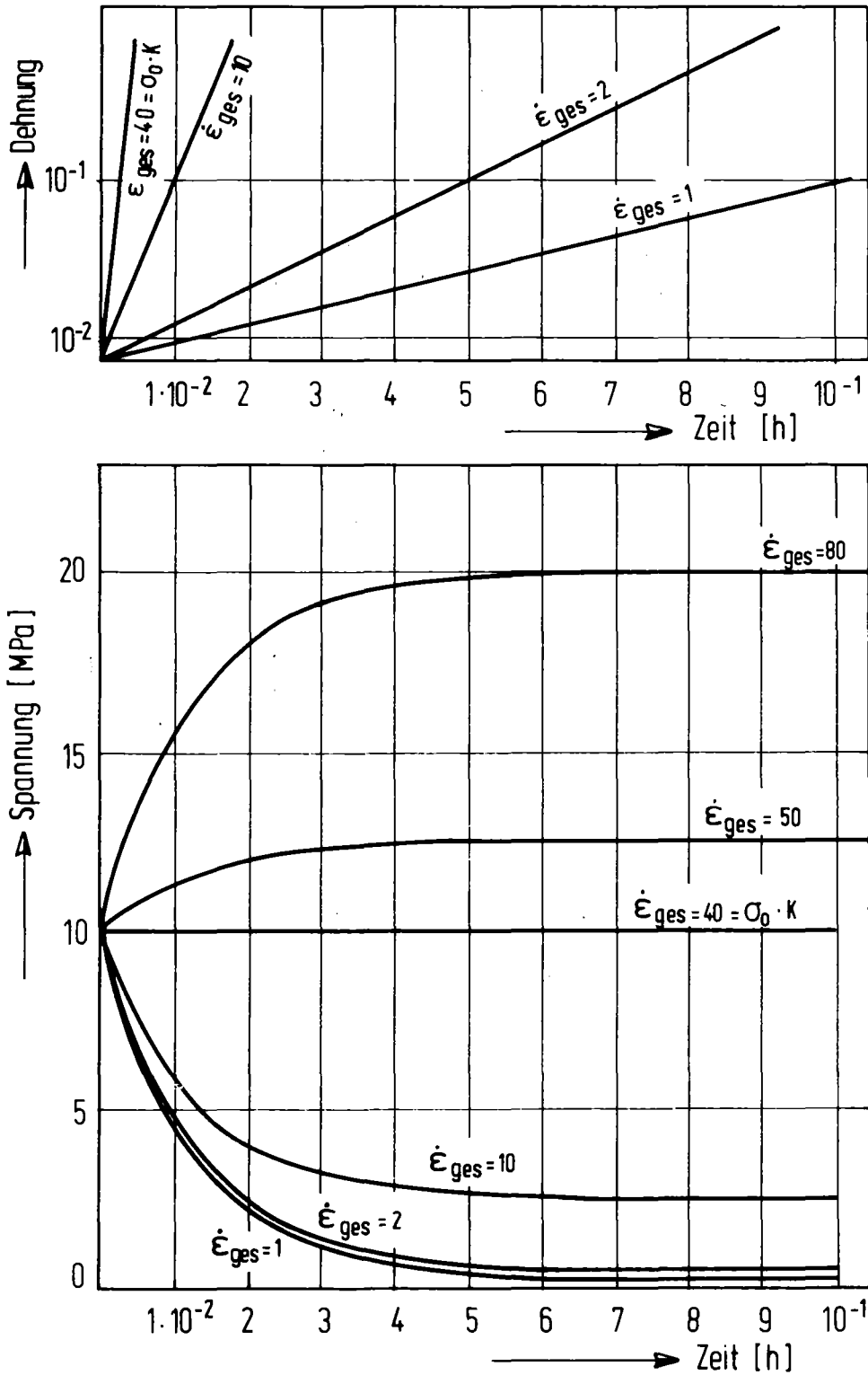


Abb. 8: Graphische Darstellung der Spannungsrelaxation bei konstanter Dehnungsgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}_{ges}$

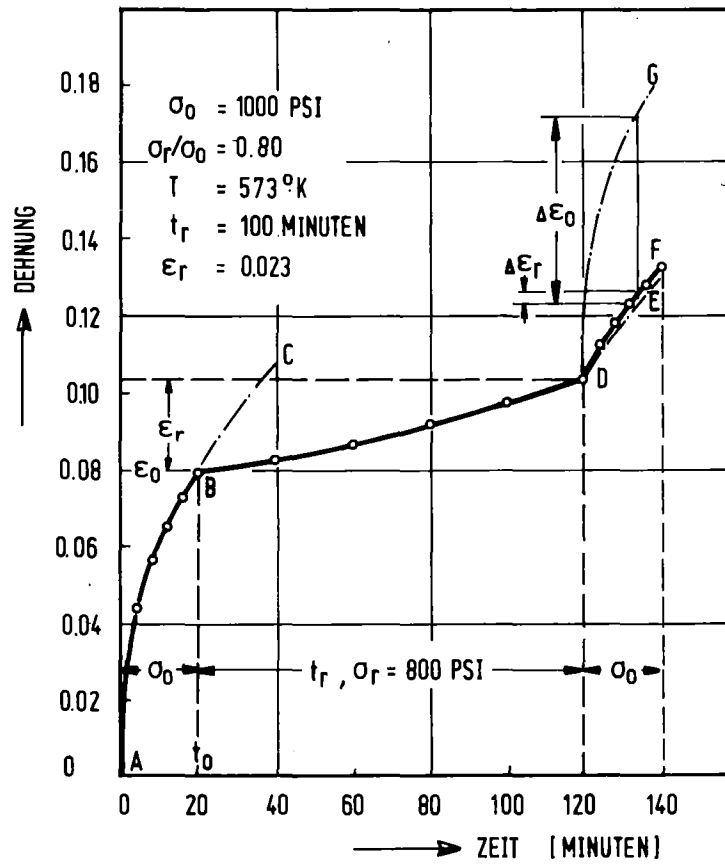


Abb. 9: Untersuchung von Verfestigungs- und Erholungsvorgängen bei nichtelastischer zeitabhängiger Verformung, hier am Beispiel eines Kriechversuches mit wechselnder Spannung
(nach Raymond und Dorn /12/)

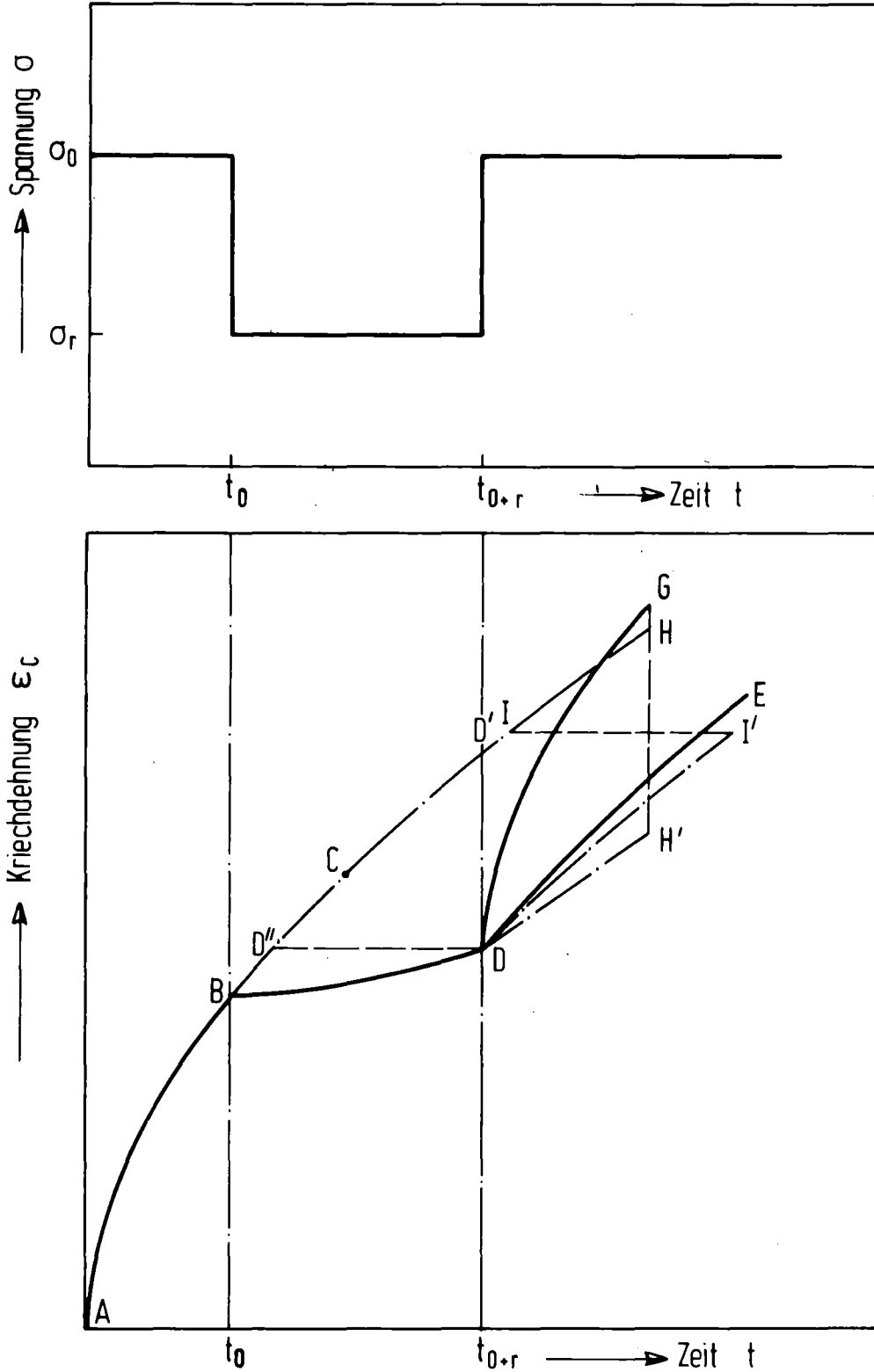


Abb. 10: Darstellung der Kriechmodelle der
Zeitverfestigung: Kurvenzug DH' und
Dehnungsverfestigung: Kurvenzug DI'
analog zu Abb. 9 für wechselnde Spannung.
Die wahren Kriechdehnungen liegen zwischen
DE und DG (s. Abb. 9 und /12/)

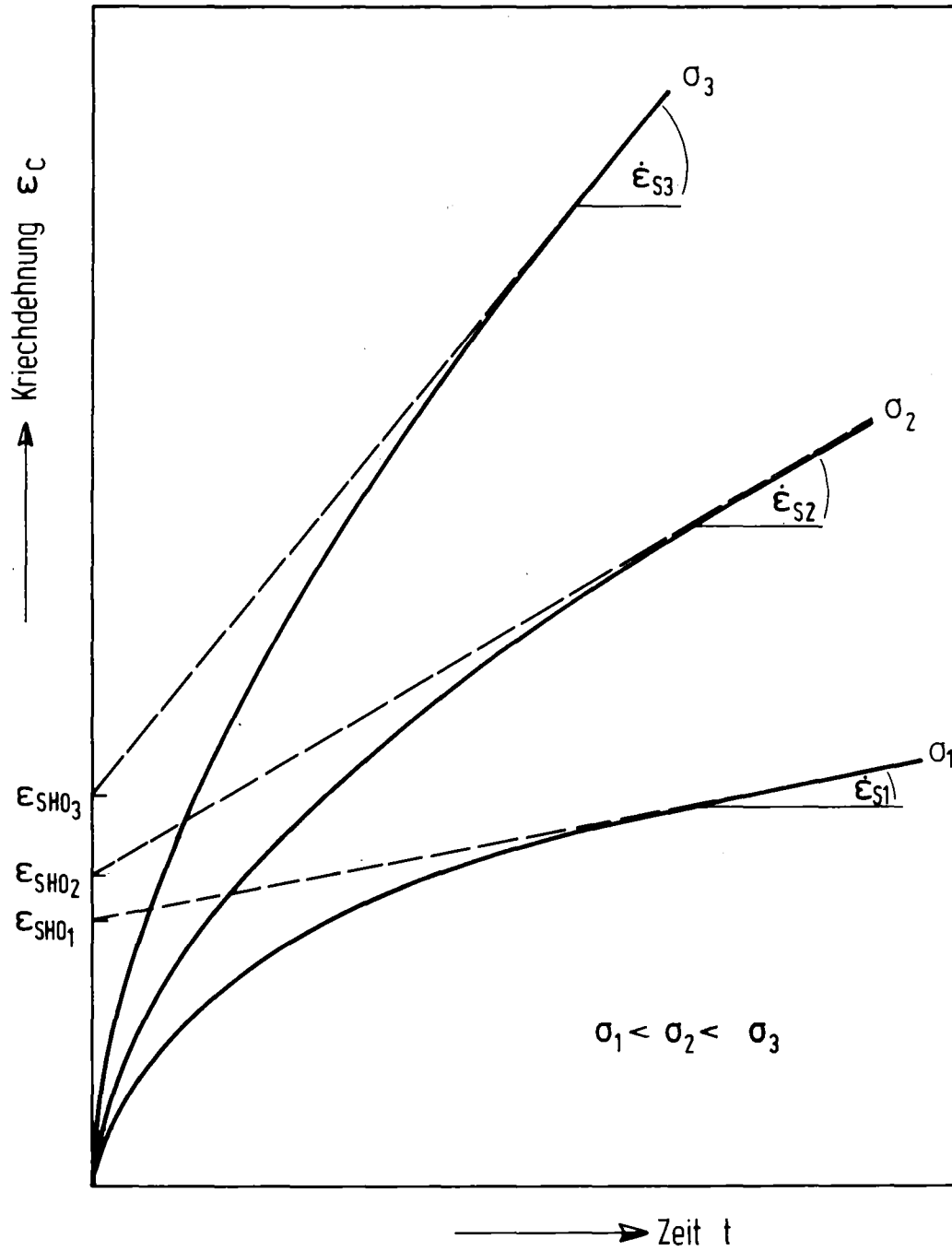


Abb. 11: Zur Beschreibung der Asymptoten der Kriechdehnung

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon_c = \epsilon_{SHO} + \dot{\epsilon}_s \cdot t$$

sowie der Beziehungen

$$\dot{\epsilon}_s = u \cdot \sigma^v \text{ und}$$

$$\epsilon_{SHO} = x \cdot \sigma^y$$

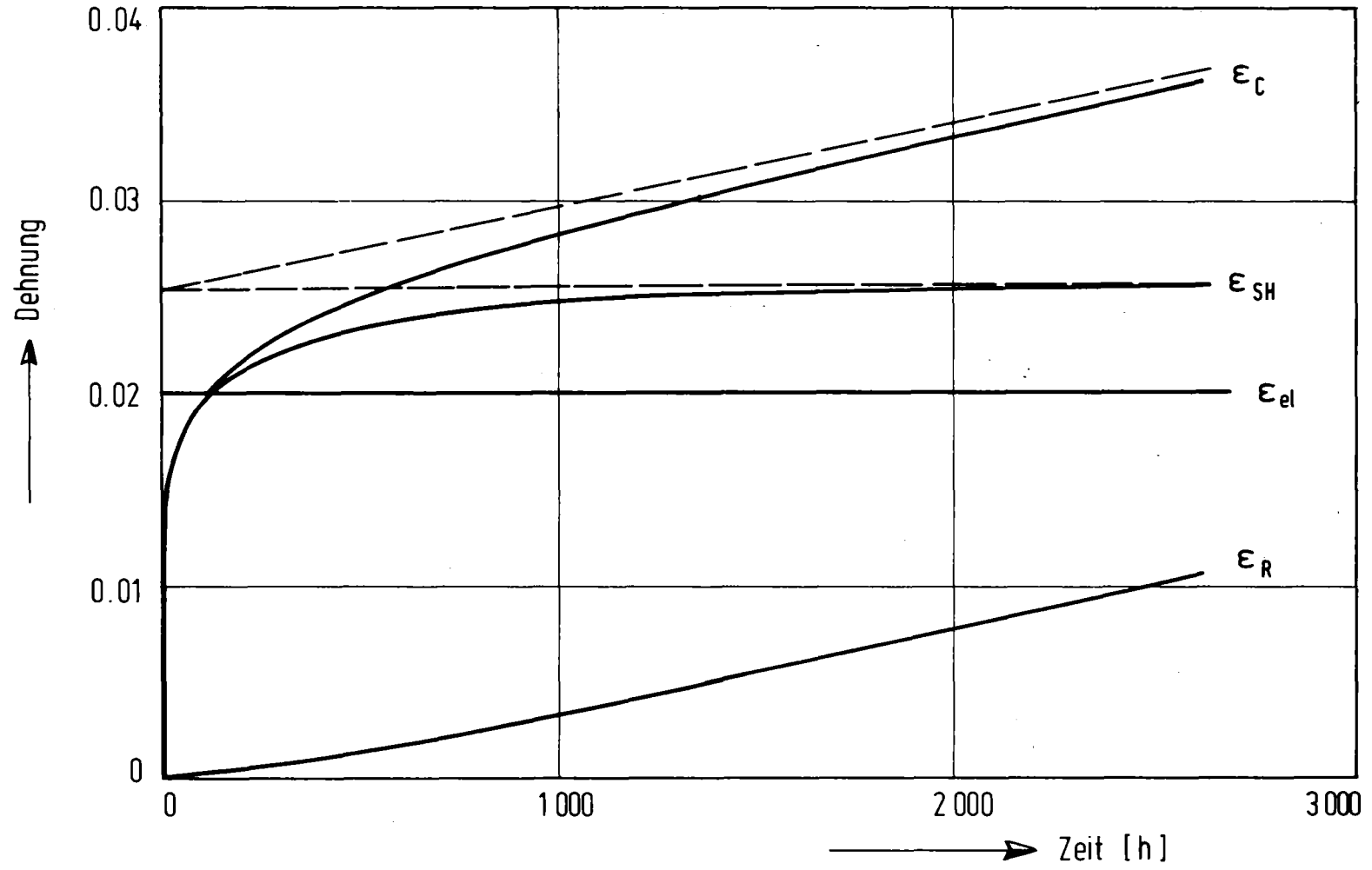


Abb. 12: Darstellung der einzelnen Dehnungsanteile bei dem Belastungsfall des Kriechens bei der Spannung $\sigma = 200$ MPa

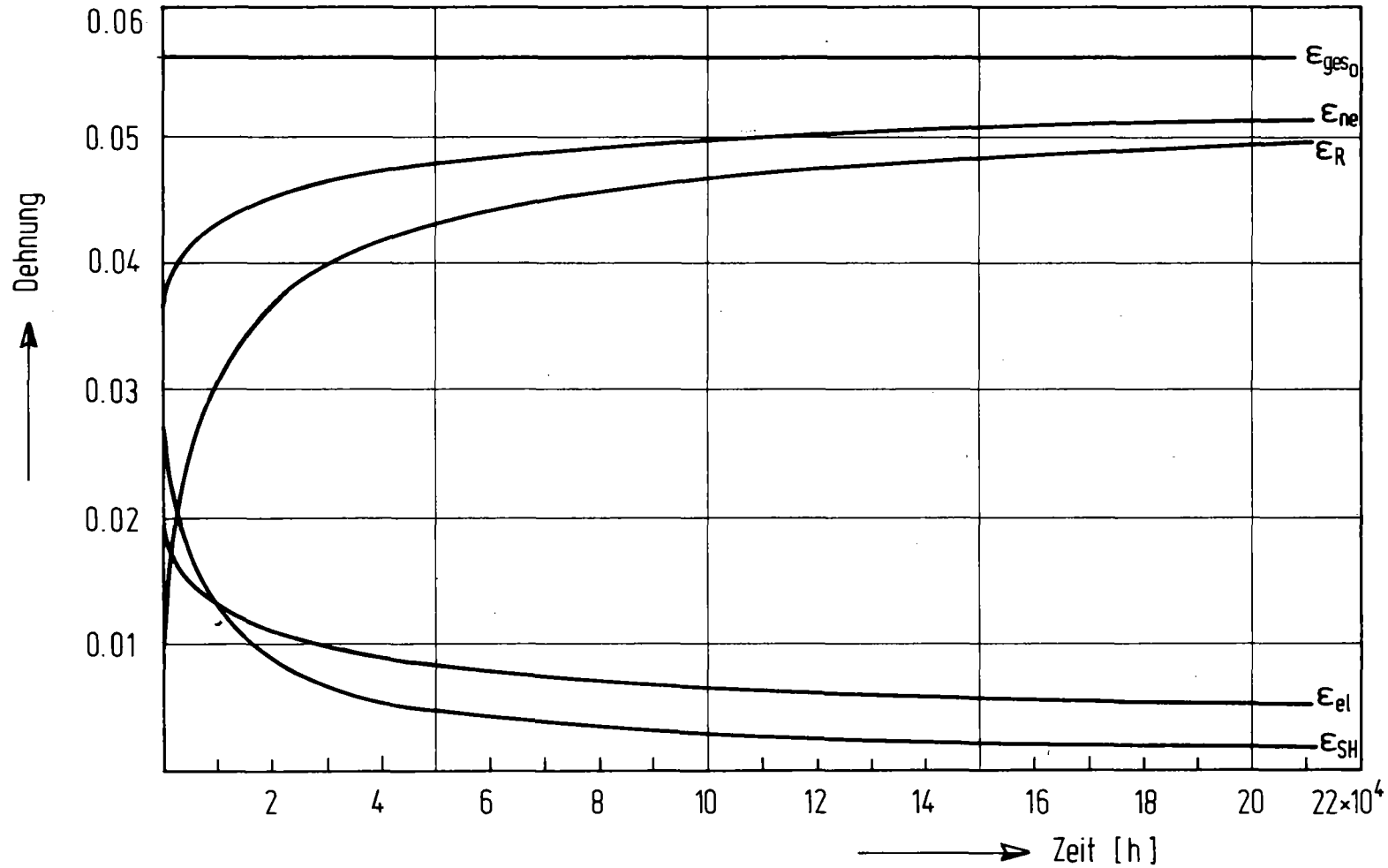


Abb. 13: Darstellung der einzelnen Dehnungsanteile bei dem Belastungsfall der Spannungsrelaxation im Anschluß an den Kriechvorgang in Abb. 12

$$\sigma_0 = 200 \text{ MPa}, \epsilon_{ges} = \epsilon_{ges_0} = 5.61 \cdot 10^{-2}$$

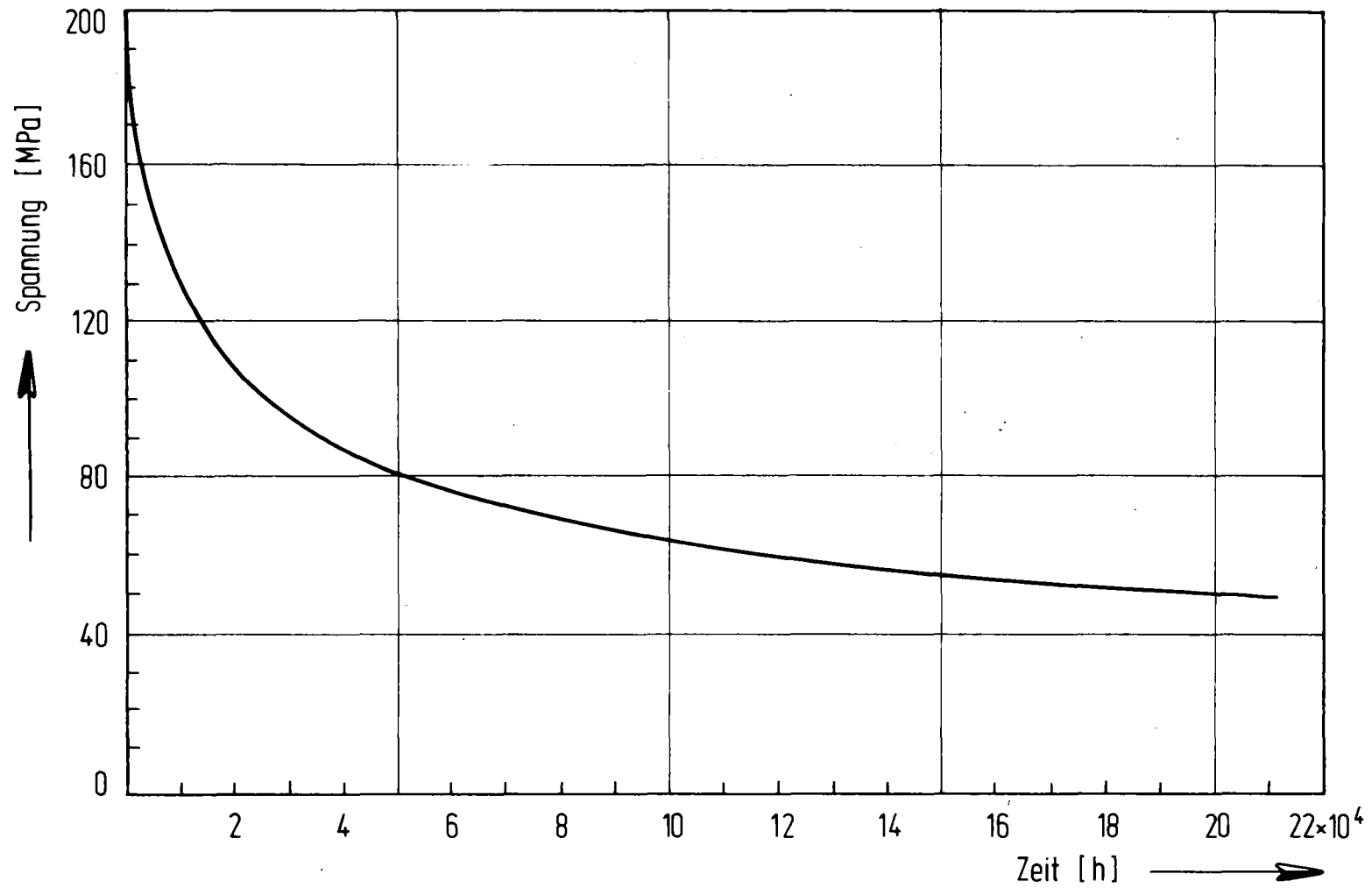


Abb. 14: Darstellung des Spannungsverlaufes beim Belastungsfall der Spannungsrelaxation im Anschluß an den Kriechvorgang in Abb. 12

$$\sigma_0 = 200 \text{ MPa}, \varepsilon_{\text{ges}_0} = 5.61 \cdot 10^{-2}$$

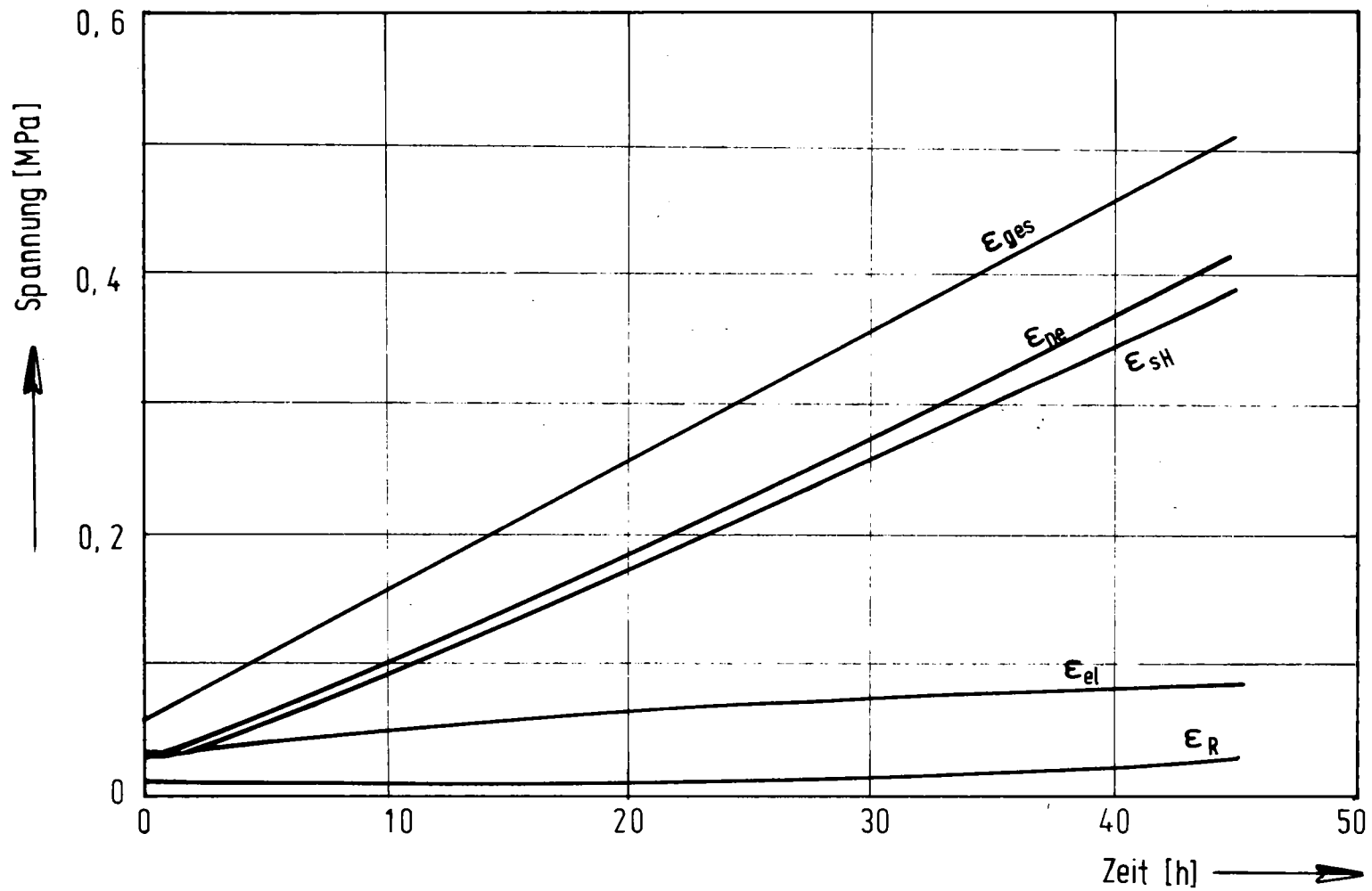


Abb. 15: Darstellung der einzelnen Dehnungsanteile beim Belastungsfall der konstanten Gesamtdehnungsrate im Anschluß an den Kriechvorgang in Abb. 12

$$\dot{\epsilon}_{ges} = 10^{-2} h^{-1}, \sigma_0 = 200 \text{ MPa}, \epsilon_{ges_0} = 5.61 \cdot 10^{-2}$$

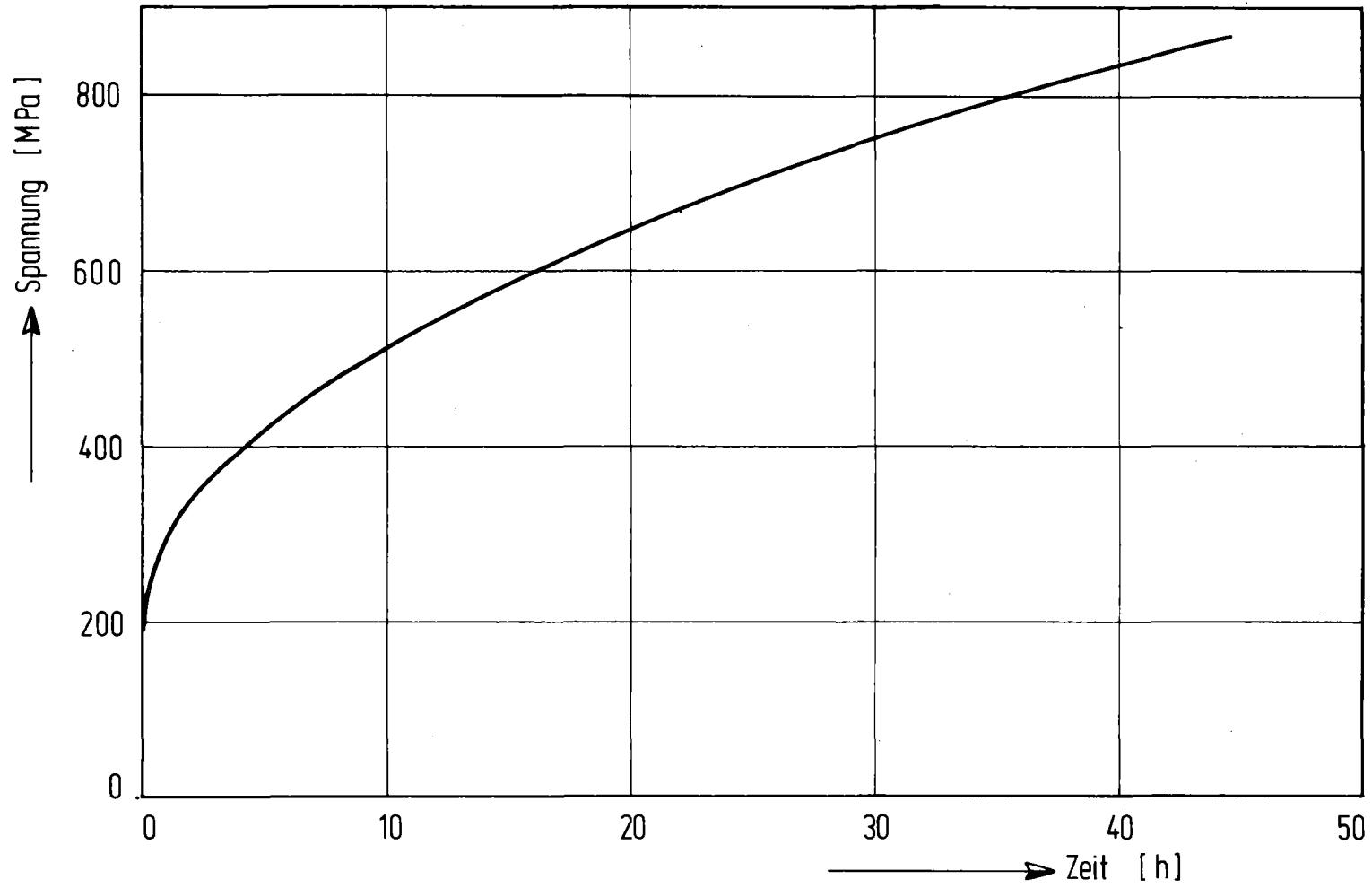


Abb. 16: Spannungsverlauf beim Belastungsfall der konstanten Gesamtdehnungsrate

$$\dot{\epsilon}_{\text{ges}} = 10^{-2} \text{h}^{-1}, \sigma_0 = 200 \text{ MPa}, \epsilon_{\text{ges}_0} = 5.61 \cdot 10^{-2}$$

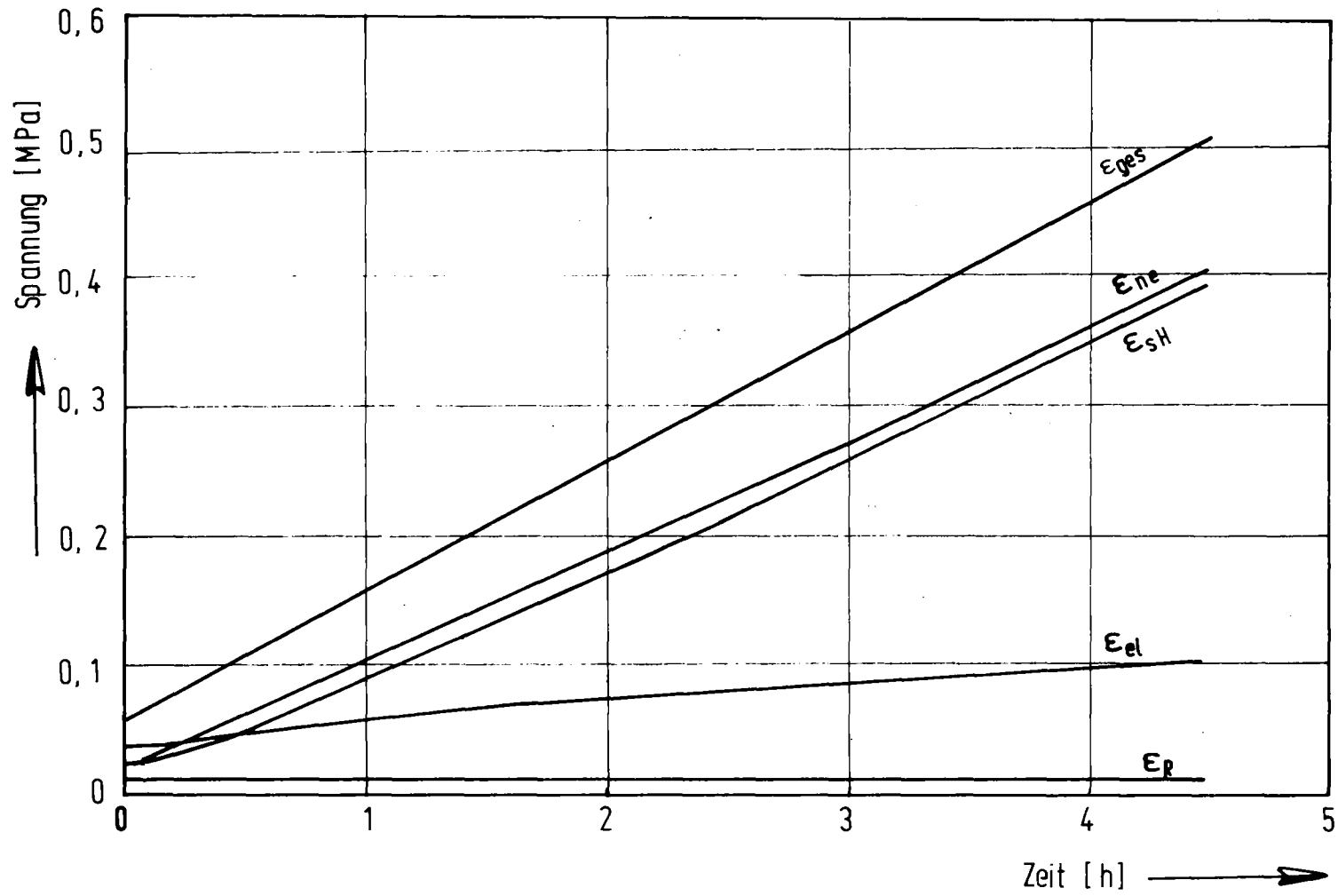


Abb. 17: Darstellung der einzelnen Dehnungsanteile beim Belastungsfall der konstanten Gesamtdehnungsrate im Anschluß an den Kriechvorgang in Abb. 12.

$$\dot{\epsilon}_{\text{ges}} = 10^{-1} \text{h}^{-1}, \sigma_0 = 200 \text{ MPa}, \epsilon_{\text{ges}_0} = 5.61 \cdot 10^{-2}$$

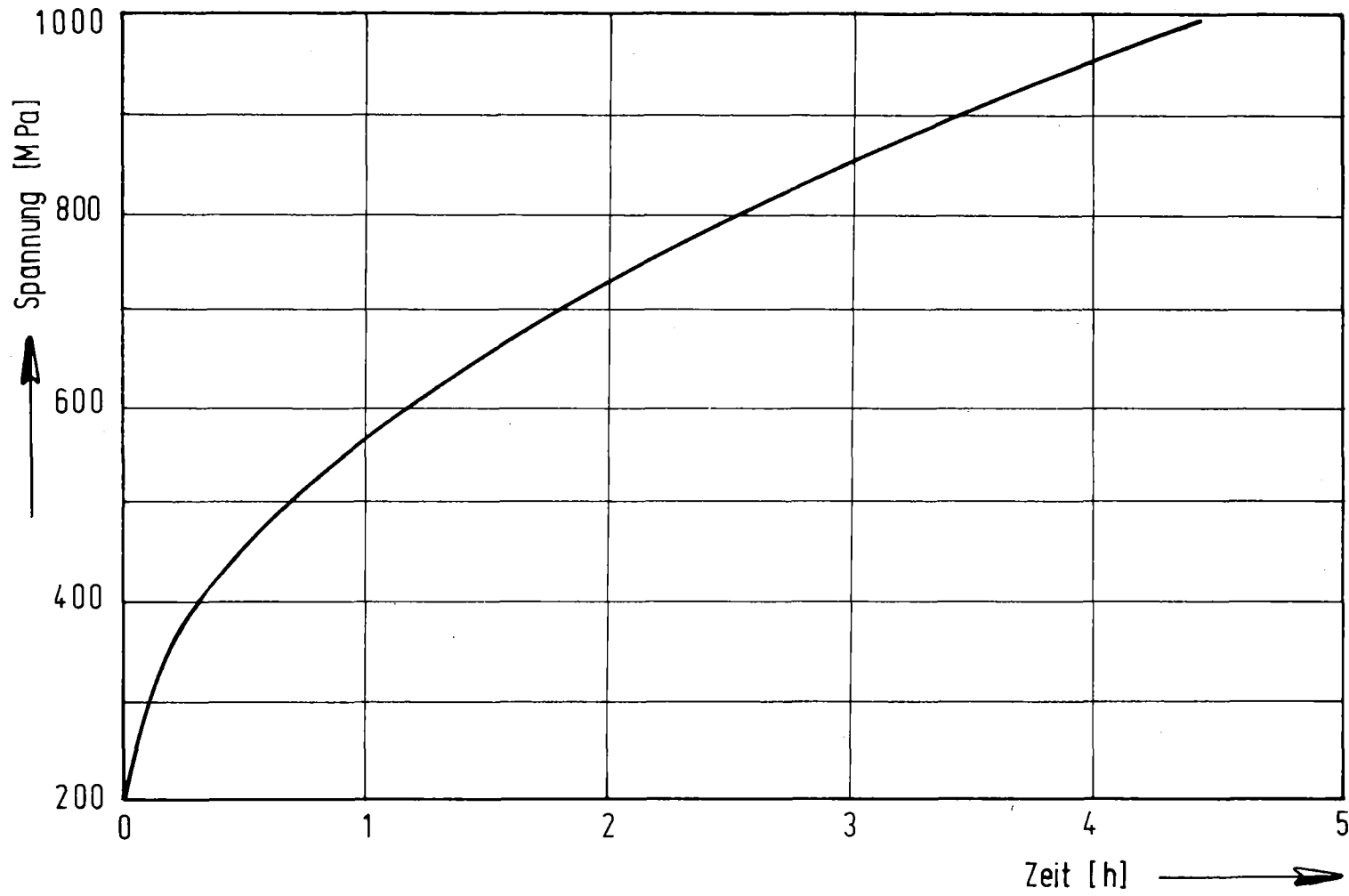


Abb. 18: Spannungsverlauf beim Belastungsfall der konstanten Gesamtdehnungsrate

$$\dot{\epsilon}_{\text{ges}} = 10^{-1} \text{h}^{-1}, \sigma_0 = 200 \text{ MPa}, \epsilon_{\text{ges}_0} = 5.61 \cdot 10^{-2}$$

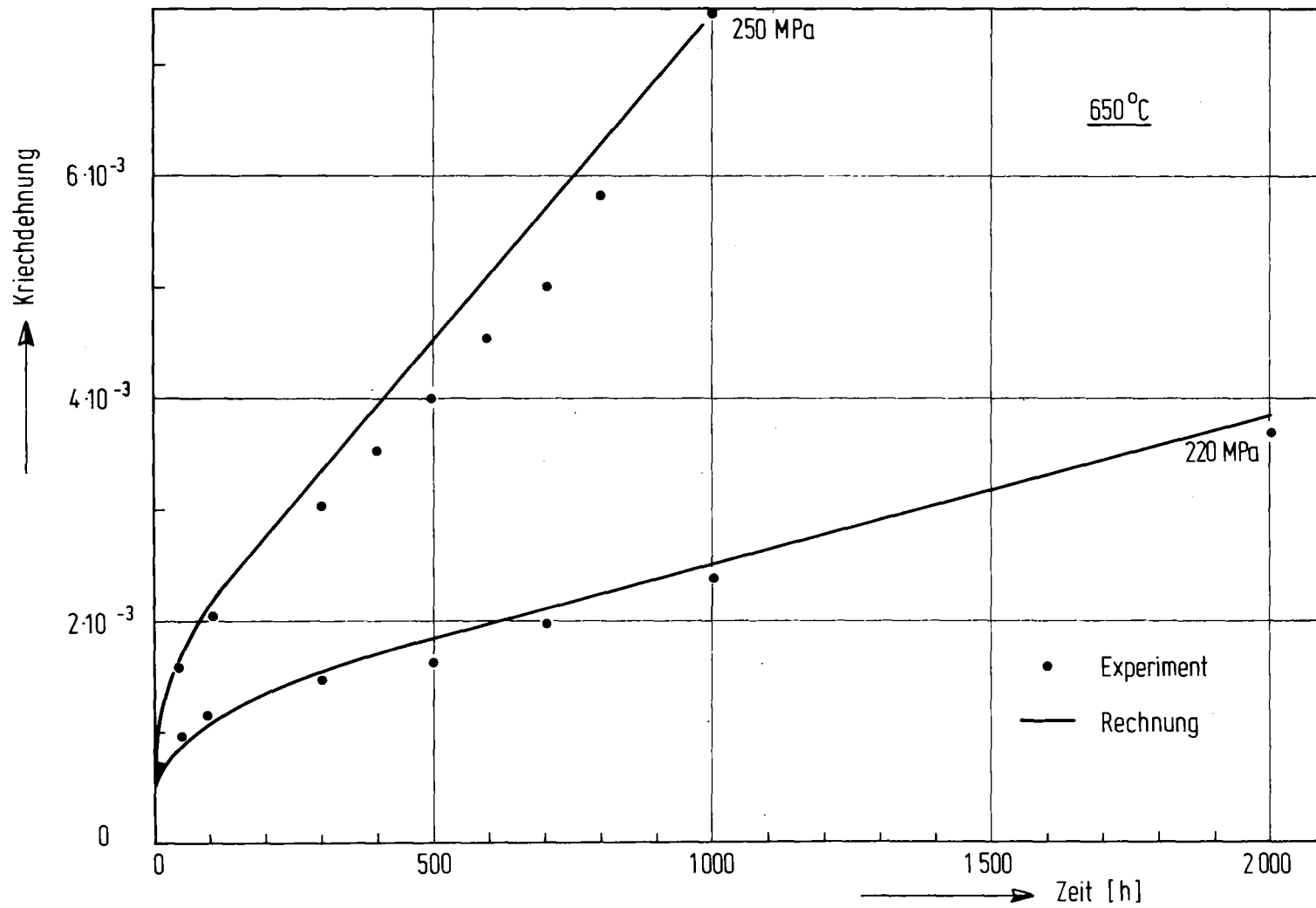


Abb. 19: Kriechdehnungen des Stahles 1.4970 nach /22/ aufgetragen über der Zeit, Nachrechnung experimenteller Werte

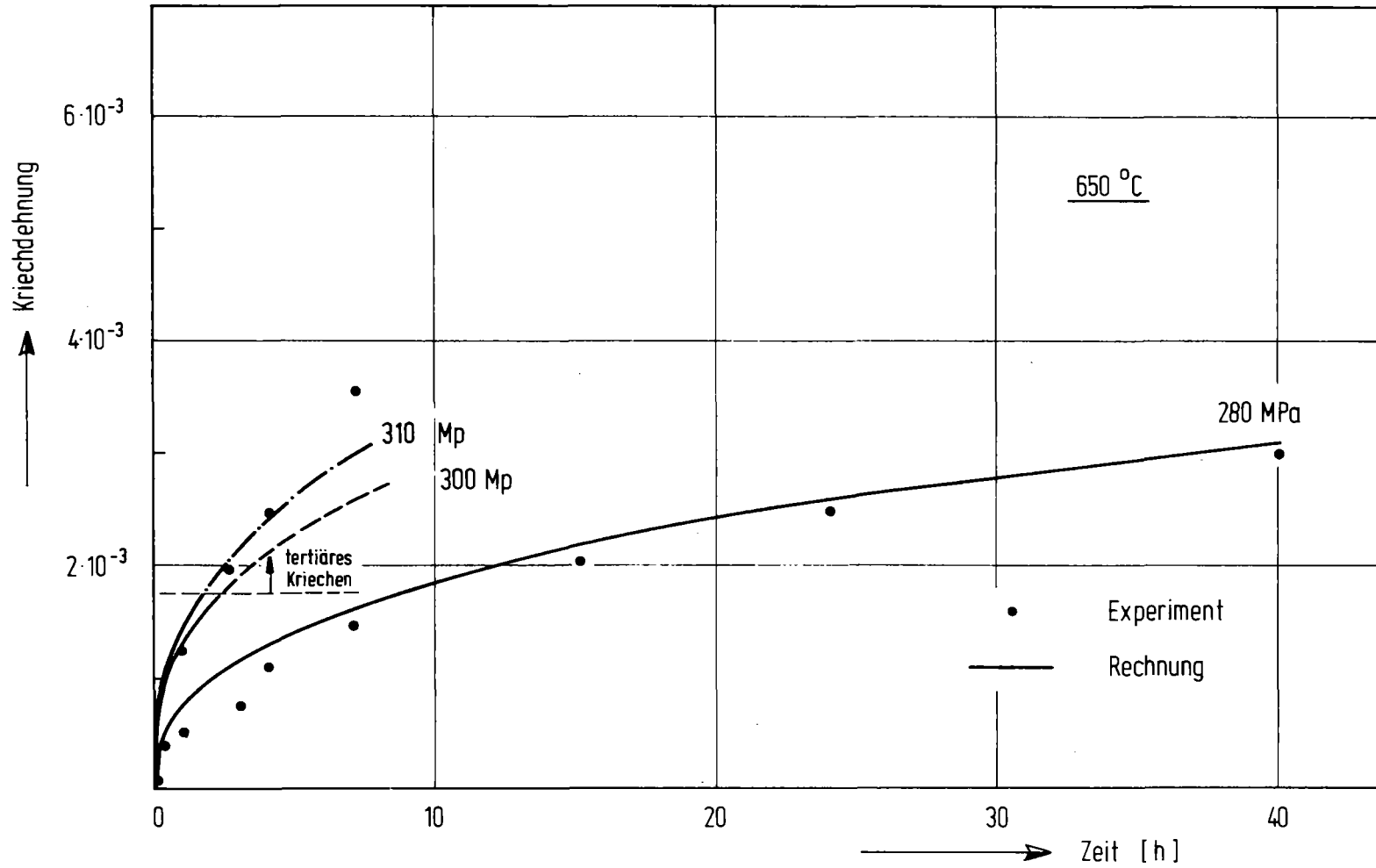


Abb. 20: Kriechdehnungen des Stahles 1.4970 nach /22/ aufgetragen über der Zeit, Nachrechnung experimenteller Werte

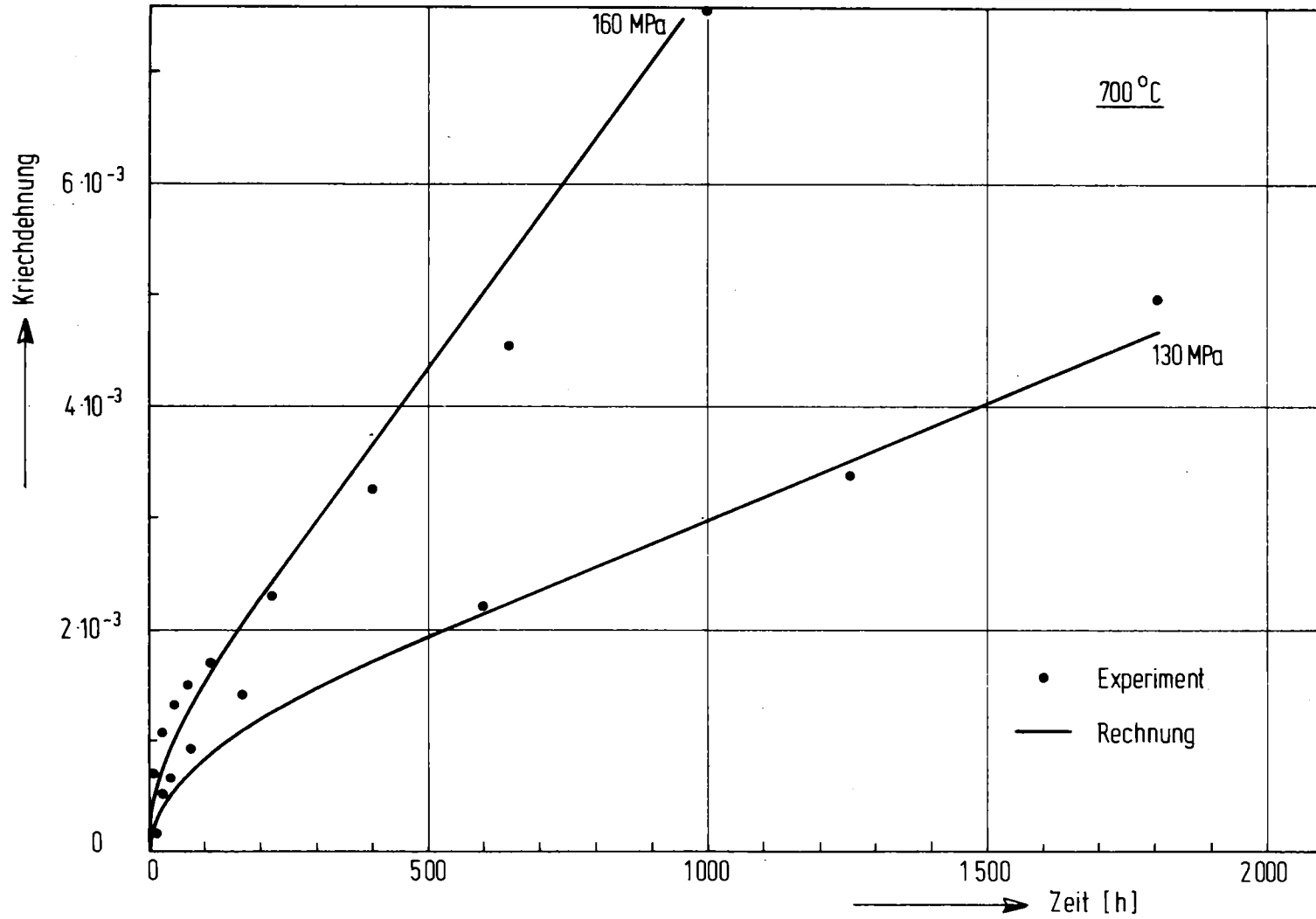


Abb. 21: Kriechdehnungen des Stahles 1.4970 nach /22/ aufgetragen über der Zeit, Nachrechnung experimenteller Werte

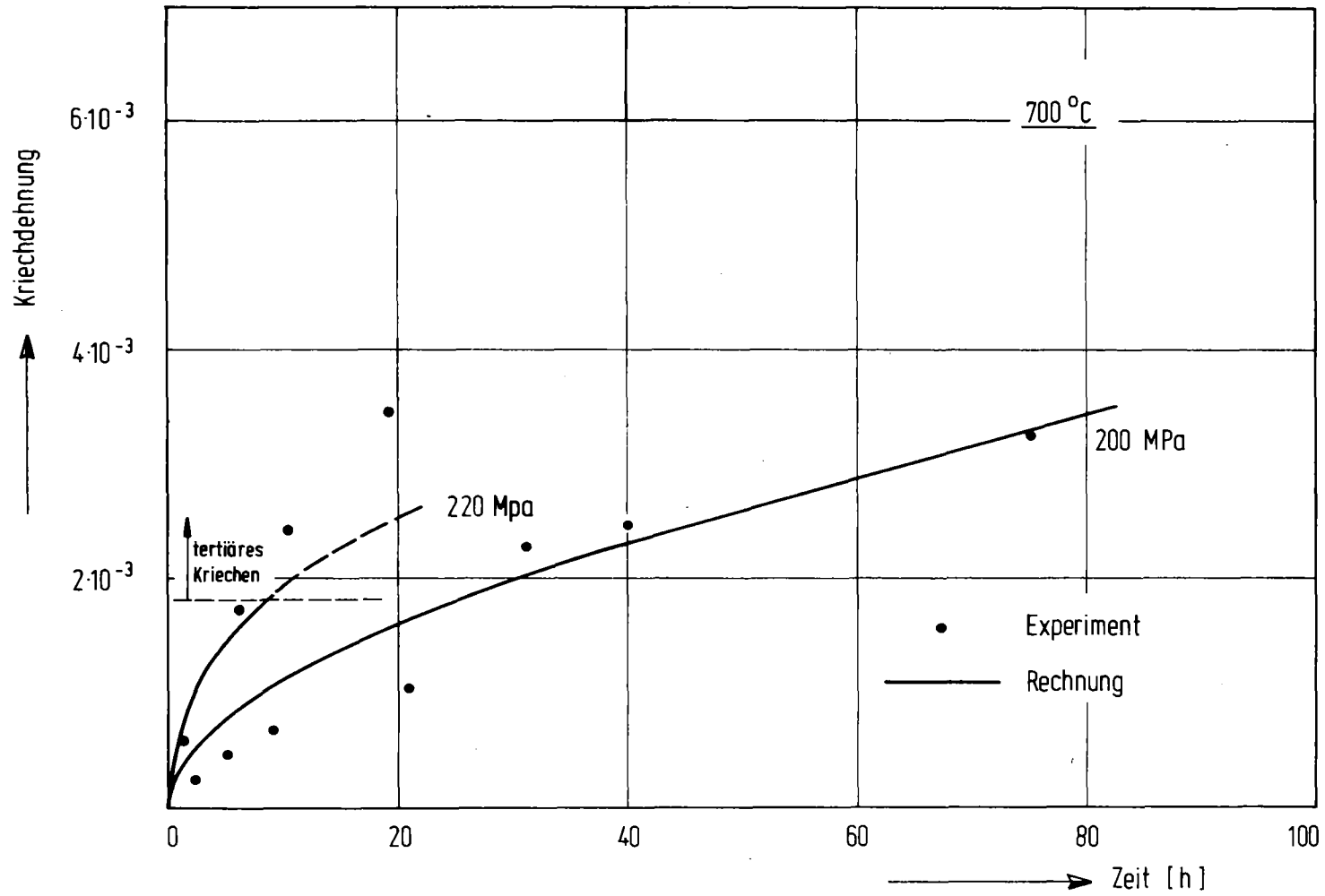


Abb. 22: Kriechdehnungen des Stahles 1.4970 nach /22/ aufgetragen über der Zeit, Nachrechnung experimenteller Werte

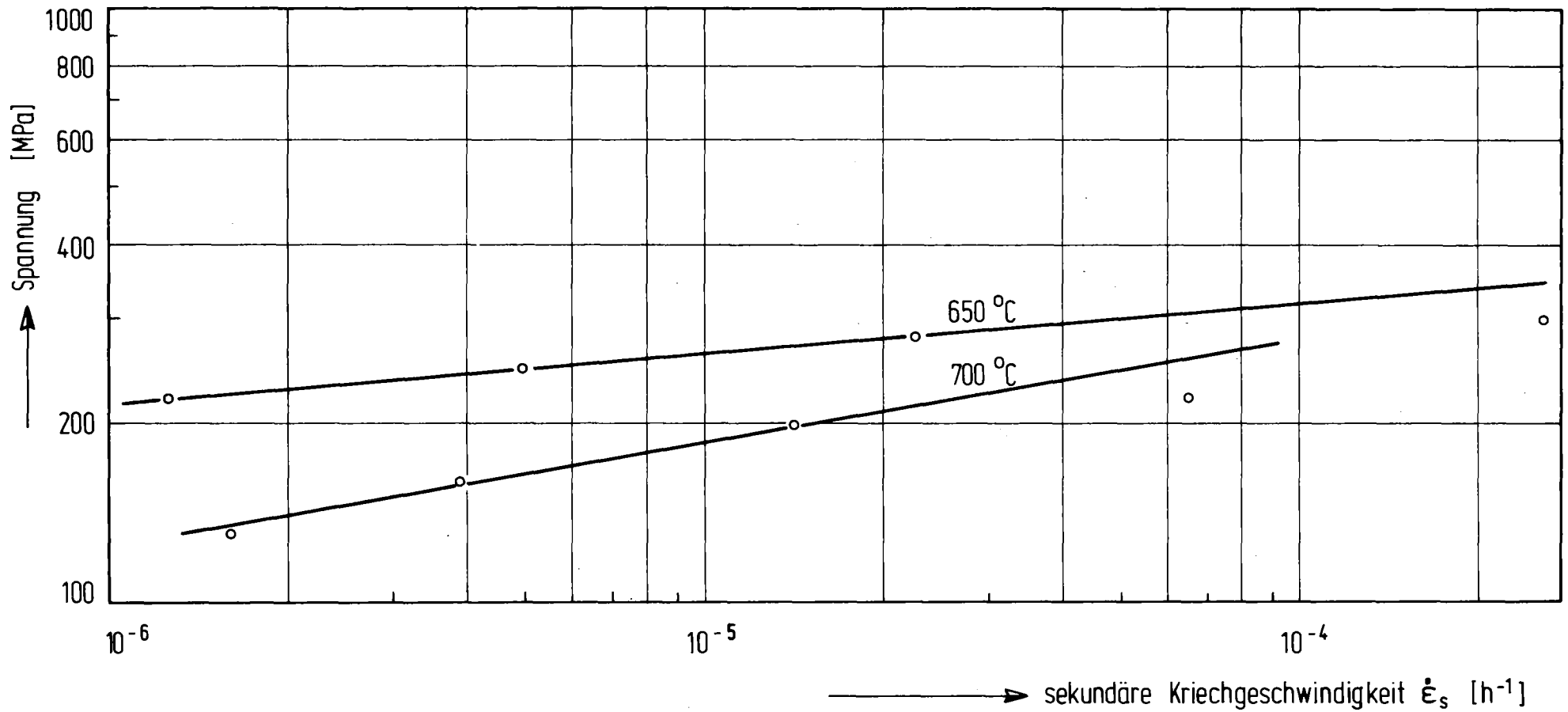


Abb. 23: Sekundäre Kriechgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}_s$ doppelt logarithmisch gegen die Kriechspannung σ aufgetragen zur Ermittlung der Koeffizienten u und v der Gleichung $\dot{\epsilon}_s = u \cdot \sigma^v$

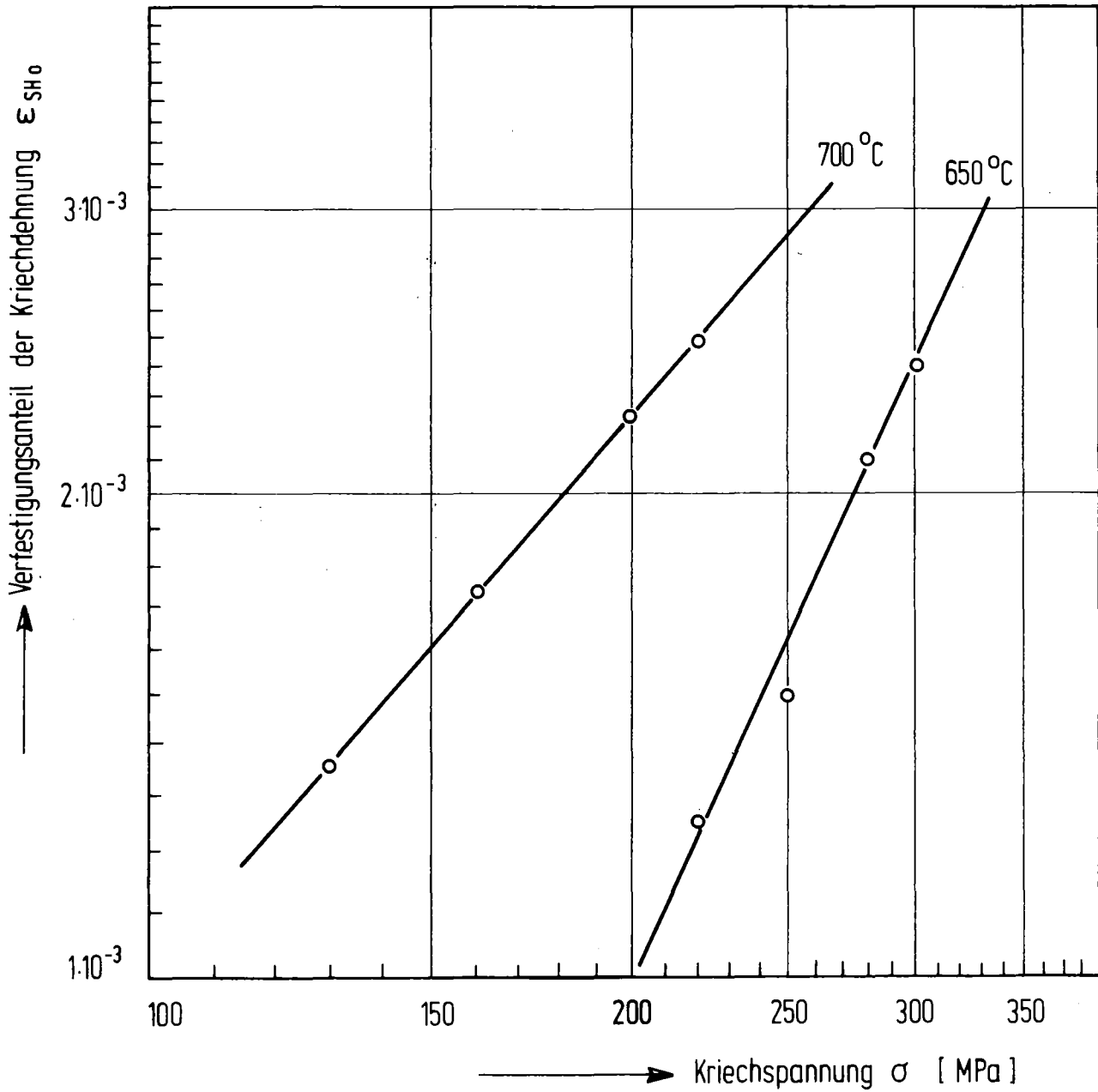


Abb. 24: Verfestigungsanteil der Kriechdehnung ϵ_{SH0} gegen die Kriechspannung σ aufgetragen zur Ermittlung der Koeffizienten x und y der Gleichung $\epsilon_{SH0} = x \cdot \sigma^y$

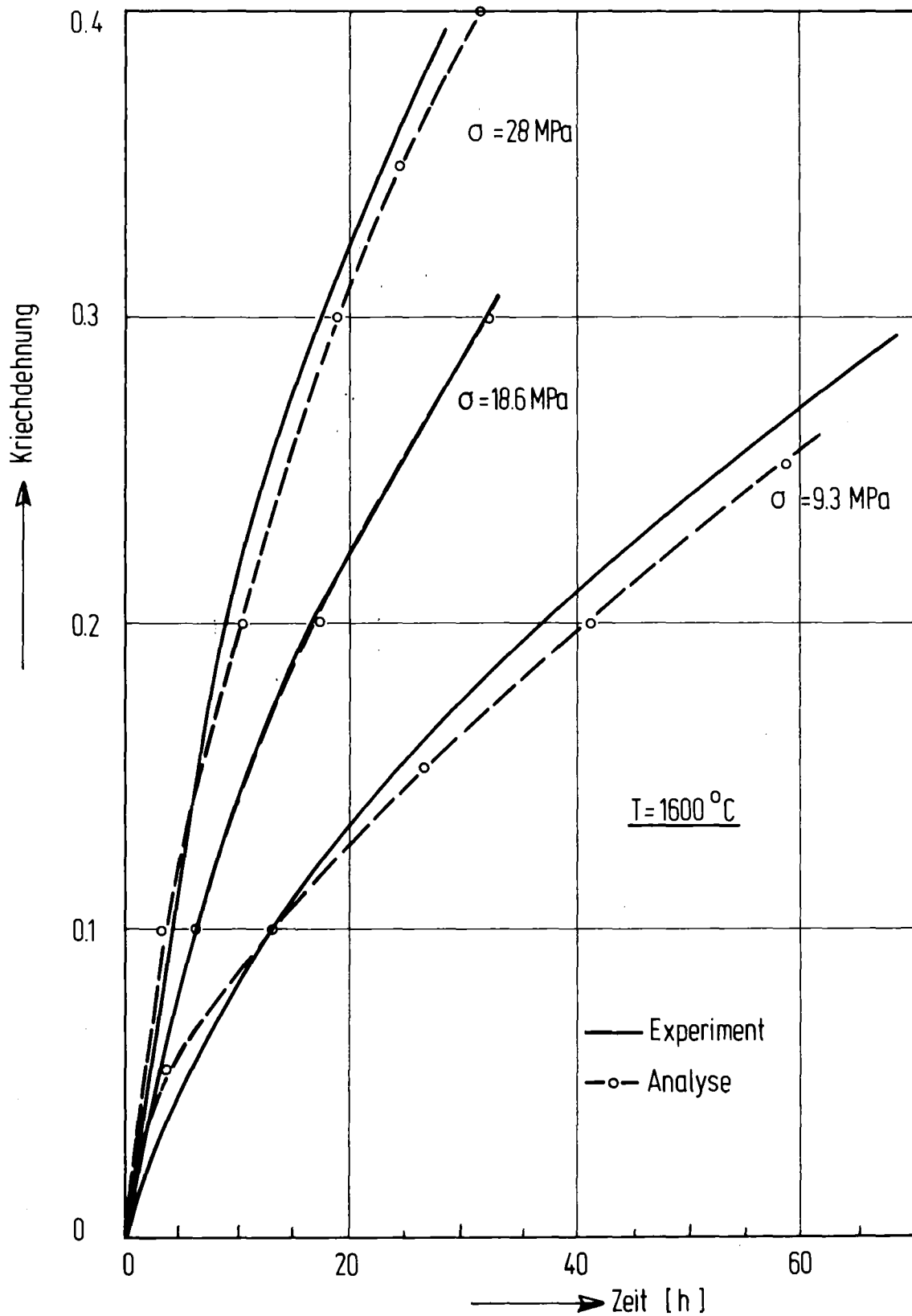


Abb. 25: Vergleich zwischen analytischer Darstellung und experimentellen Daten nach Vollath /23/ für das Kriechen von $(\text{U}_{0,8}\text{Pu}_{0,2})\text{O}_2$ bei $1600\text{ }^{\circ}\text{C}$

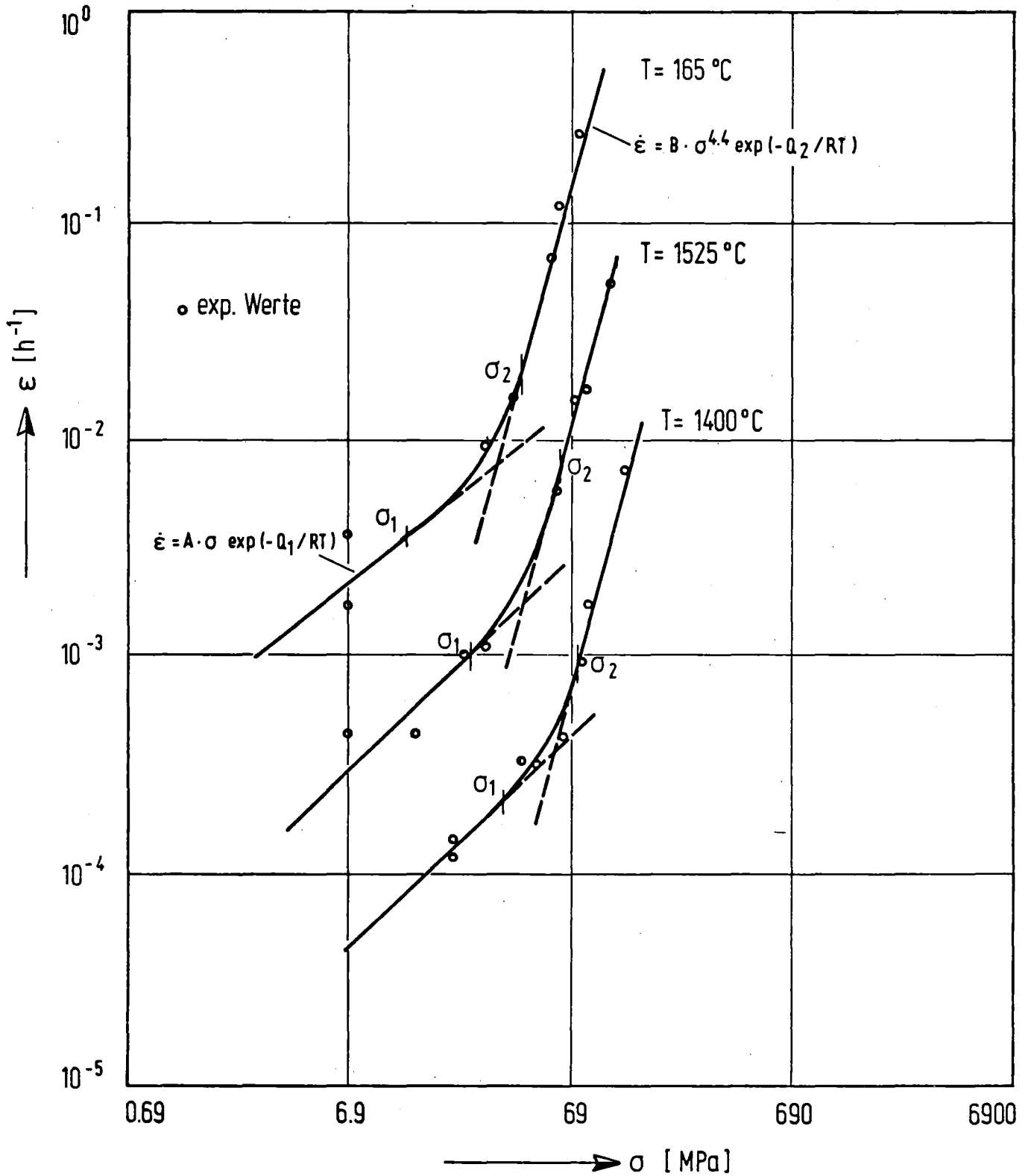


Abb. 26: Spannungsabhängigkeit der sekundären Kriechgeschwindigkeit für $\text{UO}_2 - 25 \text{ Gew.-% PuO}_2$, mit $\text{O/M} = 1.97 \pm 0.01$, $\rho = 97 \pm 0.5 \%$ th.D. und einer Korngröße von $20 \pm 3 \mu\text{m}$, nach /24/