

KfK 3561  
Juni 1983

# **Zuverlässigkeitsberechnung mit Hilfe der probabilistischen Bruchmechanik am Beispiel des Sicherheitseinschlusses von Druckwasserreaktoren**

**Teil III:  
Innenliegende Fehler**

**R. Häberer, A. Brückner  
Institut für Reaktorbauelemente  
(Zuverlässigkeit und Schadenskunde im Maschinenbau)**

**Kernforschungszentrum Karlsruhe**



K E R N F O R S C H U N G S Z E N T R U M K A R L S R U H E

Institut für Reaktorbauelemente

(Zuverlässigkeit und Schadenskunde im Maschinenbau)

KfK 3561

Zuverlässigkeitsberechnung mit Hilfe der  
probabilistischen Bruchmechanik am Beispiel  
des Sicherheitseinschlusses von  
Druckwasserreaktoren

Teil III: Innenliegende Fehler

R. Häberer, A. Brückner

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt  
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH  
ISSN 0303-4003

Zuverlässigkeitsberechnung mit Hilfe der probabilistischen Bruchmechanik  
am Beispiel des Sicherheitseinschlusses von Druckwasserreaktoren

Teil III: Innenliegende Fehler

Mit den Methoden der probabilistischen Bruchmechanik wird für den Sicherheitseinschluß eines Druckwasserreaktors für einen Kühlmittelverluststörfall eine Zuverlässigkeitsanalyse durchgeführt. Für die in der Ultraschall-Inspektion gefundenen innenliegenden Fehler wird ein Modell entwickelt, mit dem das elastisch-plastische Versagen dieser Risse beschrieben werden kann. In der probabilistischen Analyse werden die Auswirkungen dieses bruchmechanischen Modells auf die vorhergesagten Ausfallwahrscheinlichkeiten und das Versagensverhalten untersucht.

Reliability study for the containment of a pressurized water reactor  
using probabilistic fracture mechanics

Part III: Embedded cracks

A reliability analysis is performed by the methods of probabilistic fracture mechanics for the steel containment of a pressurized water reactor during a loss of coolant accident. A model is developed describing the elastic-plastic failure of the embedded cracks found during ultrasonic inspection. In the probabilistic analysis the effect of this fracture mechanical model on the predicted failure probabilities and on the failure mechanisms is examined.

## Inhaltsverzeichnis

Seite

1.	Einleitung	1
2.	Bruchmechanische Versagensbeschreibung	
2.1	Linear-elastische Bruchmechanik	
2.1.1	Versagensmechanismus eines innenliegenden Risses	2
2.1.2	Spannungsintensitätsfaktoren	3
2.2	Plastische Grenzlast	
2.2.1	Versagensmechanismus eines innenliegenden Risses	5
2.2.2	Lösungen für die plastische Grenzlast	7
3.	Ausfallwahrscheinlichkeit	
3.1	Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit	8
3.2	Die Verteilung der Risse, die zum Versagen führen und des Versagenswinkels $\psi$	9
4.	Ergebnisse	
4.1	Übersicht über die Verteilungen der Einflußgrößen	11
4.2	Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit	12
4.3	Die Verteilung der Risse, die zum Versagen führen und des Versagenswinkels $\psi$	12
4.4	Einfluß der $K_{IC}$ -Verteilung auf die Ausfallwahrscheinlichkeit	15
5.	Zusammenfassung	17
	Literatur	18
	Anhang	20
	Tabellen und Abbildungen	21

## 1. Einleitung

Eine vom Bundesministerium für Forschung und Technologie geförderte Untersuchung über die Zuverlässigkeitsbeurteilung für den Sicherheitseinschluß am Beispiel des Druckwasserreaktors [1] bot sich an, die Vorgehensweise und die Grenzen der probabilistischen Bruchmechanik näher zu beleuchten. In [2] werden die in [1] enthaltenen Rohdaten analysiert. Daran schloß sich eine detaillierte Parameterstudie an [3].

Bei den gefundenen Fehlern handelt es sich ausschließlich um innenliegende Fehler. Aufgrund der Schwierigkeiten bei der analytischen bruchmechanischen Beschreibung von innenliegenden Fehlern wurde in [2] und [3] mit der Ersetzung der innenliegenden Fehler durch Oberflächenfehler eine konservative Näherung benutzt. Um diese beurteilen zu können, wird im vorliegenden Bericht die Ausfallwahrscheinlichkeit für Innenrisse berechnet. Im Rahmen dieser Untersuchung wird auf den Versagensmechanismus eines innenliegenden Risses sowie seine analytische bruchmechanische Beschreibung eingegangen. Die Ergebnisse werden mit denen aus [2] und [3] verglichen.

## 2. Bruchmechanische Versagensbeschreibung

Wie in [2] und [3] wird das Versagen durch die Zweikriterienmethode

$$K_r = S_r \left( \frac{8}{\pi^2} \ln \sec \left( \frac{\pi}{2} \cdot S_r \right) \right)^{-1/2} \quad (2.1)$$

beschrieben (Bild 1). Die Abkürzungen  $K_r$  und  $S_r$  stehen für die Verhältnisse  $K_I/K_{IC}$  bzw.  $\sigma/\sigma_L$ .

Versagen tritt ein, wenn die anliegende Spannung  $\sigma$  größer ist als die Versagensspannung  $\tilde{\sigma}$

$$\sigma \geq \tilde{\sigma} = \frac{2}{\pi} \sigma_L \arccos \left( \exp \left( - \frac{\pi^2 \cdot K_{IC}^2}{8 \cdot \sigma_L^2 \cdot \left( \frac{K_I}{\sigma} \right)^2} \right) \right) \quad (2.2)$$

Die Verwendung der Zweikriterienmethode erfordert eine Lösung für den K-Faktor und die plastische Grenzlast  $\sigma_L$ . Wegen den Schwierigkeiten bei der analytischen bruchmechanischen Erfassung von realen Innenfeldern wurden in [2] und [3] die in Bild 2 dargestellten Rißmodelle verwendet. Um das Versagenskriterium auf einen innenliegenden Riß anwenden zu können, muß der Versagensmechanismus eines innenliegenden Fehlers näher beschrieben werden.

### 2.1 Linear-elastische Bruchmechanik

#### 2.1.1 Versagensmechanismus eines innenliegenden Risses

Im folgenden wird davon ausgegangen, daß das Versagen eines innenliegenden Risses von den Punkten D und B ausgeht. Der Versagensmechanismus eines innenliegenden Risses ist in Bild 3 dargestellt. Folgende Möglichkeiten können in Betracht gezogen werden.

- a) Die Spannungsintensitätsfaktoren  $K_B$  und  $K_D$  sind kleiner als der  $K_{IC}$ -Wert. Ein Versagen ist somit ausgeschlossen (Bild 3,a)).



b) Die Spannungsintensitätsfaktoren  $K_B$  und  $K_D$  sind größer als der  $K_{IC}$ -Wert. Der Riß wird an den Stellen B und D durchreißen. Die maßgebliche Größe ist  $K_B$  (Bild 3,b)).

c) Nur der Spannungsintensitätsfaktor  $K_B$  ist kleiner als der  $K_{IC}$ -Wert- Aus dem innenliegenden Riß wird ein Oberflächenriß der Tiefe

$$a_o = \frac{t}{2} + a - \left| \frac{t}{2} - h \right| \quad (2.3)$$

und mit dem Spannungsintensitätsfaktor  $K_o(a_o)$  (Bild 3,c)). Unter der Voraussetzung, daß  $K_o > K_{IC}$  ist, wird ein Riß zum Versagen führen (Bild 3,c1)). Für  $K_o < K_{IC}$  wird kein Versagen auftreten (Bild 3, c2))

Faßt man die betrachteten Fälle zusammen, so ergibt sich ein Versagen sowohl für

$$K_{IC} \leq K_B (\leq K_D) \quad (\text{Bild 3, b))} \quad (2.4)$$

als auch für

$$K_B < K_{IC} \leq K_D \quad \text{und} \quad K_{IC} \leq K_o \quad (\text{Bild 3,c1))} \quad (2.5)$$

das heißt für

$$K_{IC} \leq \min (K_D, K_o) \quad (2.6)$$

Bild 4 zeigt die für das Versagen maßgeblichen Spannungsintensitätsfaktoren  $K_D$  und  $K_o$ .

### 2.1.2 Spannungsintensitätsfaktoren

Die linear-elastische bruchmechanische Beschreibung für Risse beliebiger Tiefenlage erfolgt nach der Beziehung

$$K_I = \frac{\sigma \cdot \sqrt{\pi a}}{\phi} \cdot M_m (2a/t, 2e/t) \quad (2.7)$$

Dabei gilt  $e = \left| \frac{t}{2} - h \right|$  (2.8)

Für das elliptische Integral 2. Ordnung

$$\phi = \int_0^{\pi/2} (1 - (1-a/c)^2 \sin^2 \varphi)^{1/2} d\varphi$$

kann nach [7] näherungsweise

$$\phi = \sqrt{1 + 1.464 \left(\frac{a}{c}\right)^{1.65}} \quad (2.9)$$

eingesetzt werden.

Im ASME-Code [4] wird in einem Schaubild der Korrekturfaktor  $M_m \left(\frac{2a}{t}, \frac{2e}{t}\right)$  angegeben. Diese Kurven können an der Stelle D durch

$$M_m \left(\frac{2a}{t}, \frac{2e}{t}\right) = P\left(\frac{2a}{t}\right) + 0.04188 \cdot 666.2 \frac{2a}{t} \cdot \left(\frac{2e}{t}\right)^{1.535 + \frac{2a}{t}} \quad (2.10)$$

und an der Stelle B durch

$$M_m \left(\frac{2a}{t}, \frac{2e}{t}\right) = P\left(\frac{2a}{t}\right) + 0.07786 \cdot 193.8 \frac{2a}{t} \cdot \left(\frac{2e}{t}\right)^{2.755 + \frac{2a}{t}}$$

erfaßt werden, wobei

$$P\left(\frac{2a}{t}\right) = 1.018 - 0.1766 \cdot \left(\frac{2a}{t}\right) + 0.8479 \left(\frac{2a}{t}\right)^2 + 0.3486 \left(\frac{2a}{t}\right)^3 \quad (2.11)$$

ist.

Halbelliptische Oberflächenrisse in durch Innendruck belasteten zylindrischen Druckbehältern und in durch Zug belasteten Platten werden durch den Spannungsintensitätsfaktor

$$K_I = \frac{\sigma \sqrt{\pi a}}{\phi} \cdot M_m \quad (2.12)$$

beschrieben.

In [5,6] wird der Geometriefaktor  $M_m$  für eine Platte mit

$$M_m = M_1 + M_2 \left(\frac{a}{t}\right)^2 + M_3 \left(\frac{a}{t}\right)^4 \quad (2.13)$$

und für den zylindrischen Druckbehälter mit

$$M_m = 0.97 \cdot \left( M_1 + M_2 \left(\frac{a}{t}\right)^2 + M_3 \left(\frac{a}{t}\right)^4 \right) \cdot f_c \quad (2.14)$$

angegeben, wobei

$$M_1 = 1.13 - 0.09 \frac{a}{c}$$

$$M_2 = -0.54 + \frac{0.89}{0.2 + a/c}$$

$$M_3 = 0.5 - \frac{1}{0.65 + \frac{a}{c}} + 14 \left(1 - \frac{a}{c}\right)^{24} \quad (2.15)$$

$$f_c = \left[ \frac{r_a^2 + r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} + 1 - 0.5 \sqrt{\frac{a}{t}} \right] \frac{t}{r_i}$$

ist.  $r_a$  und  $r_i$  sind der Außen- und Innenradius des zylindrischen Druckbehälters.

Zur Bestimmung der Versagensspannung werden in Gl. (2.2) entsprechend Gl. (2.6) die Spannungsintensitätsfaktoren nach Gl. (2.7) oder Gl. (2.12) eingesetzt. Da die Stahlhülle einen sehr großen mittleren Radius hat, wird der Spannungsintensitätsfaktor für eine zugbelastete Platte verwendet (vgl. Gl. 2.13).

## 2.2 Plastische Grenzlast

### 2.2.1 Versagensmechanismus eines innenliegenden Risses

Die gleiche Vorgehensweise wie im linear-elastischen Versagensfall (Bild 3) kann auch hier angewendet werden. Da jedoch für die Punkte D und B entlang der Rißperipherie bisher keine Lösungen für die plastische Grenzlast bekannt sind, wird auf die vorliegenden Beziehungen für Oberflächenrisse ( $\sigma_L^{(o)}$ ) und mittigliegende Innenfelder ( $\sigma_L^{(i)}$ ) zurückgegriffen.

Als Näherung für die Berechnung der plastischen Instabilität für innenliegende Fehler bieten sich drei Möglichkeiten an.

- a) Alle innenliegenden Fehler der Tiefe  $2a$  werden durch Oberflächenfehler der Tiefe

$$a_o = \frac{t}{2} + a - e = \frac{t}{2} + a - \left| \frac{t}{2} - h \right| \quad (2.16)$$

ersetzt. (Bild 5, Vorgehensweise d). Dies führt zu einer Überschätzung von kleinen mittigliegenden Fehlern. Die Festlegung des  $a/c$ -Wertes ist ziemlich willkürlich. Im Rahmen einer konservativen Vorgehensweise wird die Beziehung

$$\frac{a_o}{c_o} = \frac{a}{c} \quad (2.17)$$

verwendet.

- b) Alle innenliegenden Fehler der Tiefe  $2a$  werden durch mittigliegende Innenfehler der Tiefe

$$a_i = a + e = a + \left| \frac{t}{2} - h \right| \quad (2.18)$$

ersetzt (Bild 5, Vorgehensweise e). Dies führt zu einer Überschätzung von kleinen, nahe der Oberfläche liegenden Fehlern. Das  $a/c$ -Verhältnis wird aus der Beziehung

$$\frac{a_i}{c_i} = \frac{a}{c} \quad (2.19)$$

bestimmt.

- c) Da bei den vorangegangenen Methoden für Risse mit einer kleinen Rißtiefe  $2a$  die effektive Rißtiefe  $a_o$  bzw.  $a_i$  sehr groß werden kann, wird eine Kombination dieser Methoden vorgenommen (Bild 5, Vorgehensweise c). In Bild 6 sind für ein  $a/c$ -Verhältnis von 0.01 die Grenzlaster nach a) und b) aufgezeichnet. Da beide Vorgehensweisen konservative Grenzbetrachtungen darstellen, wird die tatsächlich plastische Grenzlaster durch

$$\sigma_L = \max ( \sigma_L^{(i)} , \sigma_L^{(o)} ) \quad (2.20)$$

angenähert.

### 2.2.2 Lösungen für die plastische Grenzlast

Für die plastische Grenzlast werden die in |7| und |8| angegebenen Beziehungen für Oberflächenrisse und für mittigliegende Innenrisse verwendet.

Für Oberflächenfehler gilt:

$$\begin{aligned}\sigma_L^{(0)} &= \sigma_f \cdot \left[ 1 - P_1^{(0)} \cdot P_2^{(0)} \right] \cdot \left[ 1 - (a/t)^{1.4} \right] \\ P_1^{(0)} &= - 1.907 \cdot \frac{a}{t} + 1.515 \cdot \left(\frac{a}{c}\right)^{0.1660} \cdot \left(\frac{a}{t}\right)^2 \\ &\quad - 21.52 \cdot \left(\frac{a}{c}\right)^{2.142} \cdot \left(\frac{a}{t}\right)^3 + 0.3422 \cdot \left(\frac{a}{t}\right)^4 \\ P_2^{(0)} &= - 0.7400 + 3.859 \cdot \frac{a}{c} - 3.825 \cdot \left(\frac{a}{c}\right)^2 \\ &\quad - 2.890 \cdot \left(\frac{a}{c}\right)^3 + 4.356 \cdot \left(\frac{a}{c}\right)^4\end{aligned}\tag{2.21}$$

Diese Beziehung ist im Bereich  $\frac{a}{t} \geq \frac{a}{c}$  gültig.

Für mittigliegende Innenfehler gilt:

$$\begin{aligned}\sigma_L^{(i)} &= \sigma_f \cdot \left( 2 + P_1^{(i)} \cdot P_2^{(i)} \right) \cdot \left( 0.5 - \frac{a}{t} \right) \\ P_1^{(i)} &= - 0.8160 \cdot \frac{a}{t} + 167.5 \cdot \frac{a}{t} \\ &\quad + 230.6 \cdot \frac{a}{t}^{7.379} - 0.2840 \cdot \left(\frac{a}{t}\right)^{3.140} \cdot \frac{a}{c} \\ P_2^{(i)} &= - 0.4533 + 3.144 \frac{a}{c}\end{aligned}\tag{2.22}$$

Diese Beziehung hat den Gültigkeitsbereich  $\frac{2a}{t} \geq a/c$ .

Die Fließspannung berechnet sich aus der Streckgrenze  $R_p$  zu

$$\sigma_f = 1.15 R_p\tag{2.23}$$

Zur Bestimmung der Versagensspannung werden in Gl. (2.2) entsprechend Gl. (2.20) die plastische Grenzlast nach Gl. (2.21) oder Gl. (2.22) eingesetzt.

### 3. Ausfallwahrscheinlichkeit

#### 3.1 Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit

Werden die Einflußgrößen  $a$ ,  $a/c$ ,  $h$ ,  $K_{IC}$ ,  $\sigma_f$  und  $\sigma$  als unabhängige Zufallsvariablen angenommen, so kann die Ausfallwahrscheinlichkeit  $Q^{(1)}$  unter Verwendung der in Gl. (2.2) angegebenen Versagensspannung  $\tilde{\sigma}$  aus der Beziehung

$$Q^{(1)} = \int_0^{\infty} f(\sigma_f) \int_0^{\infty} f(K_{IC}) \int_0^1 f(a/c) \int_{2a_u}^t f(2a) \int_a^{t-a} f(h) \cdot \int_{\tilde{\sigma}}^{\infty} f(\sigma) d\sigma dh d(2a) da/c dK_{IC} d\sigma_f \quad (3.1)$$

bestimmt werden.

Alle in die Gl. (3.1) eingehenden Verteilungen sind normiert.

Da die untere und obere Grenze für die Tiefenlage von der Rißtiefe abhängig ist, muß die Verteilung  $f(2a)$

$$\tilde{f}(2a) = f(2a) \int_a^{t-a} f(h) dh \quad (3.2)$$

normiert werden.

Zur Ermittlung der Ausfallwahrscheinlichkeit  $Q_{ges}$  wird die tatsächliche Fehlerzahl benötigt. Liegt für die gefundenen Fehler die Verteilung  $f_1(2a)$  und Anzahl  $N_1$  vor, so berechnet sich über die Nichtentsprechungswahrscheinlichkeit  $P_{ND}$  die Anzahl der tatsächlich vorhandenen Fehler zu

$$N_o = \int_{2a_u}^t \frac{N_1 \tilde{f}_1(2a)}{1 - P_{ND}} d(2a) \quad (3.3)$$

Die Ausfallwahrscheinlichkeit  $Q_{ges}$  ergibt sich aus

$$Q_{ges} = 1 - e^{-N_o Q^{(1)}} \quad (3.4)$$

### 3.2 Die Verteilung der Risse, die zum Versagen führen und des Versagenswinkels $\varphi$

Im folgenden soll der Einfluß der verschiedenen statistisch verteilten Größen auf die Ausfallwahrscheinlichkeit näher untersucht werden. Bei Verwendung der Zweikriterienmethode interessiert vor allem die Versagensart. Es kann festgestellt werden, welche Kombinationen der Rißtiefe  $a$  und Tiefenlage  $h$  zur Ausfallwahrscheinlichkeit beitragen.

Aus der Beziehung

$$\frac{dQ^{(1)}}{d \cot \varphi} = \int_0^{\infty} f(\sigma_f) \int_0^1 f(a/c) \int_{2a_u}^t f(2a) \int_a^{t-a} f(h) \cdot \int_{\tilde{\sigma}}^{\infty} \frac{K_I}{\sigma} \cdot \sigma_L \cdot f(K_{IC}(\varphi)) \cdot f(\sigma) d\sigma dh d(2a) d a/c d\sigma_f \quad (3.5)$$

folgt die Versagensart. Dabei werden für  $K_I$  die Ansätze von 2.1 und für  $\sigma_L$  die Näherungen von 2.2 eingesetzt.  $K_{IC}(\varphi)$  ergibt sich aus der Beziehung

$$\cot \varphi = \frac{S_r}{K_r} \quad (3.6)$$

Der relative Anteil der Rißtiefe  $a$  an der Ausfallwahrscheinlichkeit  $Q^{(1)}$  berechnet sich aus

$$\frac{dQ^{(1)}}{d2a} = f(2a) \int_0^{\infty} f(\sigma_f) \int_0^{\infty} f(K_{IC}) \int_0^1 f(a/c) \int_a^{t-a} f(h) \cdot \int_{\tilde{\sigma}}^{\infty} f(\sigma) d\sigma dh da/c dK_{IC} d\sigma_f \quad (3.7)$$

Aus der Beziehung

$$\frac{d^2 Q^{(1)}}{d2a dh} = f(2a) \cdot f(h) \int_0^{\infty} f(\sigma_f) \cdot \int_0^{\infty} f(K_{IC}) \int_0^1 f(a/c) \cdot \int_{\tilde{\sigma}}^{\infty} f(\sigma) d\sigma da/c dK_{IC} d\sigma_f \quad (3.8)$$

ergeben sich die Kombinationen der Rißtiefe  $a$  und Tiefenlage  $h$ , von denen die Ausfallwahrscheinlichkeit  $Q^{(1)}$  bestimmt wird.

Aus der Gleichung

$$\frac{d^2 Q(1)}{d(\cot \varphi) d(2a)} = f(2a) \cdot \int_0^{\infty} f(\sigma_f) \cdot \int_0^1 f(a/c) \cdot \int_a^{t-a} f(h) \cdot \int_{\sigma}^{\infty} \frac{K_I}{\sigma} \cdot \sigma_L \cdot f(K_{Ic}(\varphi)) \cdot f(\sigma) d\sigma dh da/c d\sigma_f \quad (3.9)$$

folgt der Einfluß der Rißtiefe a auf die Versagensart.

Aus der Beziehung

$$\frac{d^2 Q(1)}{d(\cot \varphi) dh} = f(h) \int_0^{\infty} f(\sigma_f) \int_0^1 f(a/c) \int_{2a_u}^{2\min(h, t-h)} f(2a) \cdot \int_{\sigma}^{\infty} \frac{K_I}{\sigma} \cdot \sigma_L \cdot f(K_{Ic}(\varphi)) \cdot f(\sigma) d\sigma d(2a) da/c d\sigma_f \quad (3.10)$$

kann die Abhängigkeit der Versagensart von der Tiefenlage h berechnet werden.

Aus der Bedingung

$$a < h < t - a \quad (3.11)$$

folgt die obere Grenze der Rißtiefe

$$a < \min (h, t - h) \quad (3.12)$$



#### 4. Ergebnisse

Zunächst wird die Ausfallwahrscheinlichkeit für innenliegende Fehler bestimmt und mit den Ergebnissen für Oberflächenfehler verglichen. Die Berechnungen werden für die ungestörte Kugel bei einem großen Kühlmittelverluststörfall durchgeführt. Durch die Berechnung von  $dQ^{(1)}/d2a-2a$ ,  $-dQ^{(1)}/d \cot\varphi - \varphi$ ,  $-d^2Q^{(1)}/d(2a) \cdot dh - 2a$ ,  $-d^2Q^{(1)}/d \cot\varphi d(2a) \cdot \varphi$ , und  $d^2Q^{(1)}/d(\cot\varphi) dh - \varphi$  - Kurven wird bestimmt, welche Risse durch welche Versagensart zum Ausfall führen. Da die  $K_{IC}$ -Verteilung aus den angegebenen Daten nicht eindeutig festgelegt werden konnte [2], wird untersucht, inwieweit die Ausfallwahrscheinlichkeit von der Rißzähigkeit abhängig ist.

##### 4.1 Übersicht über die Verteilungen der Einflußgrößen

Mit Ausnahme der Tiefenlage  $h$  wurden in [2] sämtliche Einflußgrößen analysiert und durch Verteilungen angepaßt. In Tabelle 1 sind die Verteilungen aller streuenden Größen angegeben. Die Bezeichnung der Parameter der Verteilungsfunktionen ist dem Anhang zu entnehmen. Für eine Rechnung mit realen innenliegenden Rissen wird die Verteilung der Tiefenlage eines Fehlers benötigt. Die Angabe über die Tiefenlage werden in [1] aus den Abnahmeprotokollen der Ultraschallprüfung erhalten. Bild 7 zeigt das Histogramm der Tiefenlage. Für die Kurvenanpassung muß eine untere und obere Grenze festgelegt werden. Da ausschließlich innenliegende Fehler gefunden wurden und die Rißverbreitung die untere Grenze von  $2a = 2$  mm hat, ergeben sich für die Verteilung der Tiefenlage  $h$  die Bedingungen  $1 \text{ mm} \leq h \leq 28 \text{ mm}$ . Ein  $\chi^2$ -Fit an das Histogramm liefert eine Normalverteilung mit den Parametern  $\mu = 15.2$  mm und  $\sigma = 3.93$  mm. In [1] wurden die Daten durch eine Normalverteilung mit  $\mu = 15.2$  mm und  $\sigma = 3.8$  mm gefittet in Übereinstimmung mit unseren Ergebnissen. Aufgrund der in 2.2 dargestellten Näherungen für die plastische Grenzlast entstehen Risse mit sehr großen Abmessungen. Deshalb wird bei der Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit für  $a/c$  eine untere Grenze von 0.01 angenommen. Bei einer unteren Rißtiefengrenze von 2 mm ergibt sich z.B. für die Rißlänge  $c$  eine obere Grenze von 200 mm.

#### 4.2 Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit

Bei Verwendung der Zweikriterienmethode können für die plastische Grenzlast die Näherungen von Abschnitt 2.2.1 eingesetzt werden. Die daraus resultierenden Ausfallwahrscheinlichkeiten  $Q^{(1)}$  sind in Tabelle 2 zusammengestellt. Die in Bild 5 angegebenen Vorgehensweisen d und e sind äußerst konservativ und liefern entsprechend große Ausfallwahrscheinlichkeiten für  $Q^{(1)}$ . Eine Kombination dieser Näherungen (Bild 5, Vorgehensweise c) ergibt nach wie vor eine konservative Abschätzung für die Grenzlast. Die Ausfallwahrscheinlichkeit wird dadurch erheblich kleiner.

Zur Ermittlung der Ausfallwahrscheinlichkeit  $Q_{ges}$  wird die tatsächliche Anzahl der Fehler benötigt. Nach Gl. (3.3) liegen bei 1411 gefundenen Fehlern sowie einer unteren Rißtiefungrenze  $2a_u$  von 2 mm insgesamt 13444 Fehler in der Stahlhülle vor.

In Tabelle 3 werden die Ausfallwahrscheinlichkeiten  $Q_{ges}$  für verschiedene Rißmodelle miteinander verglichen. Wie bereits in |3| erwähnt wurde, stellt das Rißmodell b (mittigliegende Innenfehler) keine konservative Vorgehensweise dar. Das Rißmodell a (Oberflächenfehler), das den Berichten |2| und |3| zugrunde gelegt wurde, ergibt eine ungefähr 70% größere Ausfallwahrscheinlichkeit  $Q_{ges}$  als das Rißmodell c (reale Innenfehler).

Tabelle 3 zeigt auch die Ausfallwahrscheinlichkeit  $Q_{ges}$  bei reinem Sprödbruchversagen. Werden der Rechnung reale Innenrisse zugrunde gelegt, so ergibt sich gegenüber dem Rißmodell a eine bis zu drei Größenordnungen kleinere Ausfallwahrscheinlichkeit. Das Rißmodell b liefert einen geringfügig kleineren Wert als reale Innenfehler.

#### 4.3 Die Verteilung der Risse, die zum Versagen führen und des Versagenswinkels $\varphi$

Im folgenden werden die in Abschnitt 3.2 angegebenen Beziehungen ausgewertet. Die Ergebnisse sind in den Bildern 8 bis 14 zusammengestellt. Bild 8 zeigt eine  $dQ^{(1)} / d\cot\varphi - \varphi$  Kurve für die unterschiedlichen Rißmodelle a und c. Beim Rißmodell a wird die Ausfall-

wahrscheinlichkeit  $Q^{(1)}$  hauptsächlich von überwiegend spröde versagenden Rissen bestimmt. Beim Rißmodell c bilden sich für die Versagenswinkel  $\varphi = 68^\circ$  und  $\varphi = 12^\circ$  zwei Maxima aus. Da das Maximum bei  $\varphi = 12^\circ$  das weit größere von beiden ist, werden überwiegend plastisch versagende Risse zur Ausfallwahrscheinlichkeit beitragen. Die Ursache liegt darin, daß in die Zweikriterienmethode in den K-Faktor für innenliegende Risse die reale Rißtiefe  $2a$ , dagegen in die plastische Grenzlast die größere effektive Rißtiefe eingeht.

In Bild 9 sind für die beiden Rißmodelle a und c die  $dQ^{(1)}/d(2a)$ - $2a$  - Kurven dargestellt. Demnach wird die Ausfallwahrscheinlichkeit  $Q^{(1)}$  beim Rißmodell a hauptsächlich von Rissen der Tiefe 3-7 mm, dagegen beim Rißmodell c von Rissen der Tiefe 5-10 mm bestimmt. Bei der Näherung für die plastische Grenzlast wurde das a/c-Verhältnis ziemlich willkürlich festgelegt und dadurch die a/c-Verteilung verfälscht. Trotzdem wird in Bild 10 eine  $dQ^{(1)}/d a/c$ -a/c-Kurve gezeigt. Es ist ersichtlich, daß hauptsächlich Risse mit kleinem a/c-Verhältnis zum Versagen beitragen. Da in die Berechnung der plastischen Grenzlast die effektive Rißtiefe  $a_0$  bzw.  $a_i$  eingeht, die, verglichen mit der Rißtiefe realer Innenrisse, sehr groß ist, können Risse mit sehr großen Abmessungen entstehen.

Neben der Versagensart und der Rißtiefe a interessiert vor allem, inwieweit sich die Tiefenlage eines Fehlers auf die Ausfallwahrscheinlichkeit auswirkt. Wie aus Bild 7 hervorgeht, ist die Verteilung der Tiefenlage eine Normalverteilung, deren Mittelwert etwas außerhalb der Plattenmitte liegt. In Bild 11 wird der Einfluß der Asymmetrie der h-Verteilung bezüglich der Wandstärkenmitte in einer  $d^2Q^{(1)}/d(2a) dh$ - $2a$ -Kurve dargestellt. Es werden außermittig liegende Risse untersucht, die jeweils von der Innen- und Außenwand den gleichen Abstand haben. Es stellt sich heraus, daß die Ausfallwahrscheinlichkeit von der Asymmetrie der h-Verteilung hinsichtlich der Wandstärkenmitte nur wenig beeinflusst wird. Deshalb werden im weiteren nur Tiefenlagen untersucht, die kleiner als die halbe Wandstärkenmitte sind.

Bild 12 zeigt die  $d^2Q^{(1)}/d(2a)dh$ - $2a$ -Kurve für Risse unterschiedlicher Tiefenlage  $h$ . Die Ausfallwahrscheinlichkeit wird von Rissen bestimmt, die eine Tiefenlage von 8 - 10 mm sowie eine Rißtiefe  $2a$  von 5 - 10 mm haben. Sowohl mittig als auch extrem außermittig liegende Risse tragen nur unwesentlich zur Ausfallwahrscheinlichkeit bei. Für jede Kombination  $(a, h)$  kann die zugehörige effektive Rißtiefe  $a_i$  bzw.  $a_o$  nach Gl. (2.18) und Gl. (2.16) berechnet werden. Aus Bild 6 folgt, ob für die plastische Grenzlast  $\sigma_L$  die entsprechenden Formeln für mittig liegende Innenrisse Gl. (2.22) oder für Oberflächenrisse (Gl. 2.21) verwendet werden. Dies ist in Tabelle 4 für die Maxima der  $d^2Q^{(1)}/d(2a) dh$ - $2a$ -Kurven zusammen mit den effektiven Rißtiefen angegeben. Danach bestimmt hauptsächlich die kleinere effektive Rißtiefe, welche Formel für die plastische Grenzlast in das Versagenskriterium eingeht.

Bild 13 zeigt eine  $d^2Q^{(1)}/d(\cot\varphi)dh$ - $\varphi$ -Kurve für Risse unterschiedlicher Tiefenlage. Mittig liegende sowie randnahe Innenrisse werden überwiegend durch Sprödbruch zur Ausfallwahrscheinlichkeit beitragen. Risse mit einer Tiefenlage von 8 - 10 mm haben eine große effektive Rißtiefe  $a_i$  bzw.  $a_o$  und versagen meistens als innenliegende Fehler der Tiefe  $a_i$  (s. Bild 12). Demzufolge werden sie überwiegend durch plastischen Kollaps versagen. Die Ausfallwahrscheinlichkeit  $Q^{(1)}$  wird dabei weitgehend von Rissen mit einer Tiefenlage von 8 - 10 mm bestimmt.

In Bild 14 sind für Risse unterschiedlicher Rißtiefe die  $d^2Q^{(1)}/d\cot\varphi d2a$  - $\varphi$ - Kurve aufgetragen. Es treten jeweils bei großen und kleinen Versagenswinkeln  $\varphi$  Maxima auf. Diese Maxima werden um so ausgeprägter, je kleiner die Rißtiefe  $2a$  ist. Die Ausfallwahrscheinlichkeit  $Q^{(1)}$  wird hauptsächlich von überwiegend plastisch versagenden Rissen bestimmt. Dieser Effekt wird um so deutlicher, je kleiner die Rißtiefe  $2a$  ist. Die Ursache liegt darin, daß in die Zweikriterienmethode in den  $K$ -Faktor für außermittig liegende Innenrisse die reale Rißtiefe  $a_i$  bzw.  $a_o$  eingeht. Dadurch wird für außermittige Risse die plastische Grenzlast gesenkt und zwar um so mehr, je kleiner die Rißtiefe  $2a$  ist. Mittig- und extrem außermittig liegende Innenrisse versagen nach Bild 13 überwiegend durch Sprödbruch. Nach Bild 14 wird dieser Effekt um so ausgesprägter, je kleiner die Rißtiefe  $2a$  ist.

Aus den Bildern 8 - 14 lassen sich insgesamt folgende Schlüsse ziehen:

- Die Ausfallwahrscheinlichkeit  $Q^{(1)}$  wird hauptsächlich von langen überwiegend plastisch versagenden Rissen der Tiefe  $2a = 5 - 10$  mm bestimmt.
- Die geringfügige Asymmetrie der Tiefenlagenverteilung bezüglich der Wandstärkenmitte ist ohne große Bedeutung.
- Risse mit einer Tiefenlage von 8 - 10 mm haben eine große effektive Rißtiefe  $a_i$  bzw.  $a_o$  und eine dementsprechend niedrige plastische Grenzlast. Deshalb werden überwiegend plastisch versagende Risse mit einer Tiefenlage von 8 - 10 mm zur Ausfallwahrscheinlichkeit beitragen. Dieser Effekt wird um so deutlicher, je kleiner die reale Rißtiefe  $2a$  ist.
- Mittig- und extrem außermittig liegende Risse tragen nur unwesentlich zur Ausfallwahrscheinlichkeit bei. Sie versagen überwiegend durch Sprödbruch.

#### 4.4 Einfluß der $K_{IC}$ -Verteilung auf die Ausfallwahrscheinlichkeit

In [3] wurde festgestellt, daß die  $K_{IC}$ -Verteilung aufgrund weniger  $K_{IC}$ -Messungen eine prinzipielle Schwachstelle darstellt. Da beim Rißmodell a die Ausfallwahrscheinlichkeit hauptsächlich von überwiegend spröde versagenden Rissen bestimmt wird, machen sich Änderungen des Variationskoeffizienten für  $K_{IC}$  stark bemerkbar. Um zu untersuchen, inwieweit sich diese Ungenauigkeit auf das Rißmodell c auswirkt, wird in Bild 15 die Ausfallwahrscheinlichkeit  $Q^{(1)}$  in Abhängigkeit vom Variationskoeffizienten dargestellt. Der Untersuchung wird ein konstanter Mittelwert von  $110,7 \text{ MNm}^{-3/2}$  zugrunde gelegt. Die Studie zeigt, daß die Ausfallwahrscheinlichkeit  $Q^{(1)}$  unabhängig vom Variationskoeffizienten der  $K_{IC}$ -Verteilung ist.

Um diesen Effekt zu bestätigen, wird die Ausfallwahrscheinlichkeit für verschiedene feste  $K_{Ic}$ -Werte berechnet. Unabhängig von der Reißzähigkeit ergibt sich für  $K_{Ic}$ -Werte zwischen 60 und 150  $\text{MNm}^{-3/2}$  die gleiche Ausfallwahrscheinlichkeit  $Q^{(1)}$  von  $3 \cdot 10^{-12}$ .

Nach Bild 8 liegt die Ursache darin, daß die Ausfallwahrscheinlichkeit von überwiegend plastisch versagenden Rissen bestimmt wird.

## 5. Zusammenfassung

In der vorliegenden Studie wird die Ausfallwahrscheinlichkeit eines Bauteiles mit Innenrissen ermittelt. Im Rahmen dieser Rechnung wird auf den Versagensmechanismus eines innenliegenden Risses sowie auf seine analytisch bruchmechanische Beschreibung eingegangen. Außer der Ausfallwahrscheinlichkeit interessiert zum einen, welche Risse zum Versagen beitragen, zum anderen, wie sich die Näherungen, die bei der bruchmechanischen Behandlung von Innenfehlern gewählt werden, auf die Berechnungen auswirken. Die Ergebnisse dieser Studie werden im einzelnen nochmals zusammengefaßt:

- Die Zweikriterienmethode liefert eine höhere Ausfallwahrscheinlichkeit als die linear-elastische Bruchmechanik. Für die ungestörte Kugel ergibt sich bei einem großen Kühlmittelverluststörfall für die Zweikriterienmethode eine Ausfallwahrscheinlichkeit  $Q_{ges}$  von  $4 \cdot 10^{-8}$ .
- Die Ausfallwahrscheinlichkeit wird hauptsächlich von langen überwiegend plastisch versagenden Innenrissen der Tiefe  $2a = 5-10$  mm bestimmt. Diese Risse haben eine Tiefenlage von  $8 - 10$  mm bzw.  $19 - 21$  mm.
- Mittig-und extrem außermittig liegende Innenrisse tragen nur unwesentlich zur Ausfallwahrscheinlichkeit bei. Sie versagen überwiegend durch Sprödbruch.
- Die Rißzähigkeit hat keinen Einfluß auf die Ausfallwahrscheinlichkeit, da die Risse, die zur Ausfallwahrscheinlichkeit beitragen, überwiegend plastisch versagen.

Die globale Aussage von |1| bleibt bestehen. Da die angegebenen Ausfallwahrscheinlichkeiten noch mit den Auftretswahrscheinlichkeiten für die Störfälle multipliziert werden müssen, ergibt sich beispielsweise für die ungestörte Kugel bei einem großen Kühlmittelverluststörfall eine Ausfallwahrscheinlichkeit von  $4 \cdot 10^{-12}$ .

LITERATUR

- | 1 | G.I.Schuëller, P.Kafka, R.Wellein, F.H.Wittmann, N.F.Zorn, A.Berning, T.Boulahdour, M.Mihashi, J.Bauer, "Zuverlässigkeitsbeurteilung für den Sicherheitseinschluß am Beispiel des Druckwasserreaktors", BMFT 150 201 C, TU München, 1981.
- | 2 | R.Häberer, A.Brückner, D.Munz, "Zuverlässigkeitsberechnung mit Hilfe der probabilistischen Bruchmechanik am Beispiel des Sicherheitseinschlusses von Druckwasserreaktoren".  
Teil I: Auswertung der Rohdaten; KfK-Bericht Nr. 3458, 1982.
- | 3 | R.Häberer, A.Brückner, "Zuverlässigkeitsberechnung mit Hilfe der probabilistischen Bruchmechanik am Beispiel des Sicherheitseinschlusses von Druckwasserreaktoren".  
Teil II: Parameterstudie; KfK-Bericht.Nr. 3546, 1983.
- | 4 | ASME, Boiler and Pressure Vessel Code, Section XI, App. A.
- | 5 | J.C.Newman, I.S.Raju, "An Empirical Stress-Intensity Factor Equation for the Surface Crack", Eng.Fract.Mech. 15, 1981, 185-192.
- | 6 | J.C.Newman, I.S.Raju, "Stress-Intensity Factors for Internal Surface Cracks in Cylindrical Pressure Vessels", Trans.ASME, J. Press. Vess. Techn. 102, 1980, 342-346.
- | 7 | C.Mattheck, P.Morawietz, D.Munz, B.Wolf, "Berechnung der Ligamentinstabilität von Oberflächenrissen in Platten und Rohrleitungen mit Hilfe des Dugdale-Modells und der Methode der Gewichtsfunktion",  
demnächst in Engineering Fracture Mechanics,
- | 8 | F.Görner, R.Häberer, C.Mattheck,  
unveröffentlichter Bericht, 1983 ,
- | 9 | Commission of the European Communities Reports EUR 6371 EN  
Vols. I-V (1979) and Vol. VI (1980).



- [10] J.F.Kiefner, W.A.Maxey, R.J.Eiber, A.R.Duffy,  
"Failure Stress Levels in Pressurized Cylinders",  
ASTM STP 536, 1973 , 461-481.
- [11] G.G.Chell, Elastic-Plastic Fracture Mechanics,  
"Developments in Fracture Mechanics-1" Applied Science  
Publishers 1979.
- [12] W.Marshall, "An Assessment of the Integrity of PWR Pressure  
Vessels", A U.K. Study Group Report, in: Jaeger, T.A.,  
Boley, B.A. (eds), Structural Mechanics in Reactor Techno-  
logy, Luxembourg 1977, G6/1 S. 1-11.

Die Bezeichnung der Parameter der Verteilungsfunktionen erfolgte nach folgenden Konventionen:

Normalverteilung: 
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (\text{A.1})$$

Lognormalverteilung: 
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma \cdot x} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \left(\ln\left(\frac{x}{\mu}\right)\right)^2} \quad (\text{A.2})$$

Exponentialverteilung: 
$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad (\text{A.3})$$

Weibullverteilung: 
$$f(x) = \left(\frac{\eta}{\sigma}\right) \cdot \left(\frac{x}{\sigma}\right)^{\eta-1} \cdot e^{-\left(\frac{x}{\sigma}\right)^\eta} \quad (\text{A.4})$$

Rißverteilung $f(2a)$	$f_1(2a)$ : Lognormalverteilung mit $\mu = 3.855 \text{ mm}$ ; $\sigma = 0.174$ $a_u = 1 \text{ mm}$ $P_{ND}(2a) = \exp(-\lambda(2a))$ mit $\lambda = 0.0291 \text{ 1/mm}$ $f(2a) = f_1(2a)/(1-P_{ND}(2a))$
a/c Verteilung $f(a/c)$	Normalverteilung mit: $\mu = 0.52$ ; $\sigma = 0.18$
Verteilung der Tiefenlage h	Normalverteilung mit: $\mu = 15.16 \text{ mm}$ ; $\sigma = 3.93 \text{ mm}$
Spannungsver- teilung (für ungestörte Kugel)	Kleiner KMV: Normalverteilung mit: $\mu = 142.4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ ; $\sigma = 12.1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ (130°C)
	großer KMV: Normalverteilung mit: $\mu = 174 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ ; $\sigma = 14.5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ (70°C)
Material- schleuse	Kleiner KMV: Normalverteilung mit: $\mu = 242 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ ; $\sigma = 20.6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ (130°C)
	großer KMV: Normalverteilung mit: $\mu = 295.8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ ; $\sigma = 24.7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ (70°C)
$K_{IC}$ -Verteilung $f(K_{IC})$	Weibullverteilung mit: $\eta = 15.1$ ; $\sigma = 114.6 \frac{\text{MN}}{\text{m}^{3/2}}$
Streckgrenze $R_p$ $f(R_p)$ für 20°C	Normalverteilung mit $\mu = 522.2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ ; $\sigma = 17.39 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
	$f(R_p)$ für 135°C
Fließspannungs- verteilung $f(\sigma_f)$ für 20°C	$\sigma_f = \frac{1}{2} (R_p + R_m)$ Lognormalverteilung mit: $\mu = 596 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ ; $\sigma = 0.037$
	$f(\sigma_f)$ für 135°C

Tabelle 1 : Zusammenstellung aller Verteilungen

Alle angegebenen Größen werden als unabhängige Zufallsvariablen angenommen. Für den großen KMV wird die  $\sigma_f$ -Verteilung von 20°C eingesetzt, für den kleinen KMV die von 135°C.

plastische Grenzlast nach	$Q^{(1)}$
Vorgehensweise c	$3 \cdot 10^{-12}$
Vorgehensweise d	$4 \cdot 10^{-3}$
Vorgehensweise e	$2.4 \cdot 10^{-4}$

Tabelle 2: Ausfallwahrscheinlichkeit  $Q^{(1)}$  bei unterschiedlichen Vorgehensweisen zur Bestimmung der plastischen Grenzlast bei innenliegenden Fehlern.

Vorgehensweise	$Q_{ges}$	
	Zweikriterienmethode	LEBM
a	$7 \cdot 10^{-8}$	$4.8 \cdot 10^{-8}$
b	$8.9 \cdot 10^{-11}$	$5.5 \cdot 10^{-11}$
c	$4 \cdot 10^{-8}$	$6.9 \cdot 10^{-11}$

Tabelle 3: Einfluß des Rißmodells und des Versagenskriteriums auf die Ausfallwahrscheinlichkeit  $Q_{ges}$ .

Maxima von $d^2_Q^{(1)} / d(2a) dh-2a$		$a_o$	$a_i$	verwendete plastische Grenzlast beim Maximum
h	2a			
3	6	6	14.5	Oberflächenfehler
7	8.5	11.25	11.75	Oberflächenfehler
8	7	11.5	10	Oberflächenfehler mittigliegender Fehler
10	10	15	9.5	mittigliegender Fehler
14.5	5	17	2.5	mittigliegender Fehler

alle Angaben in |mm|

Tabelle 4: Effektive Rißtiefe  $a_o$  und  $a_i$  bei den Maxima der  $d^2_Q^{(1)} / d(2a) dh-2a$  - Kurve von Bild 10

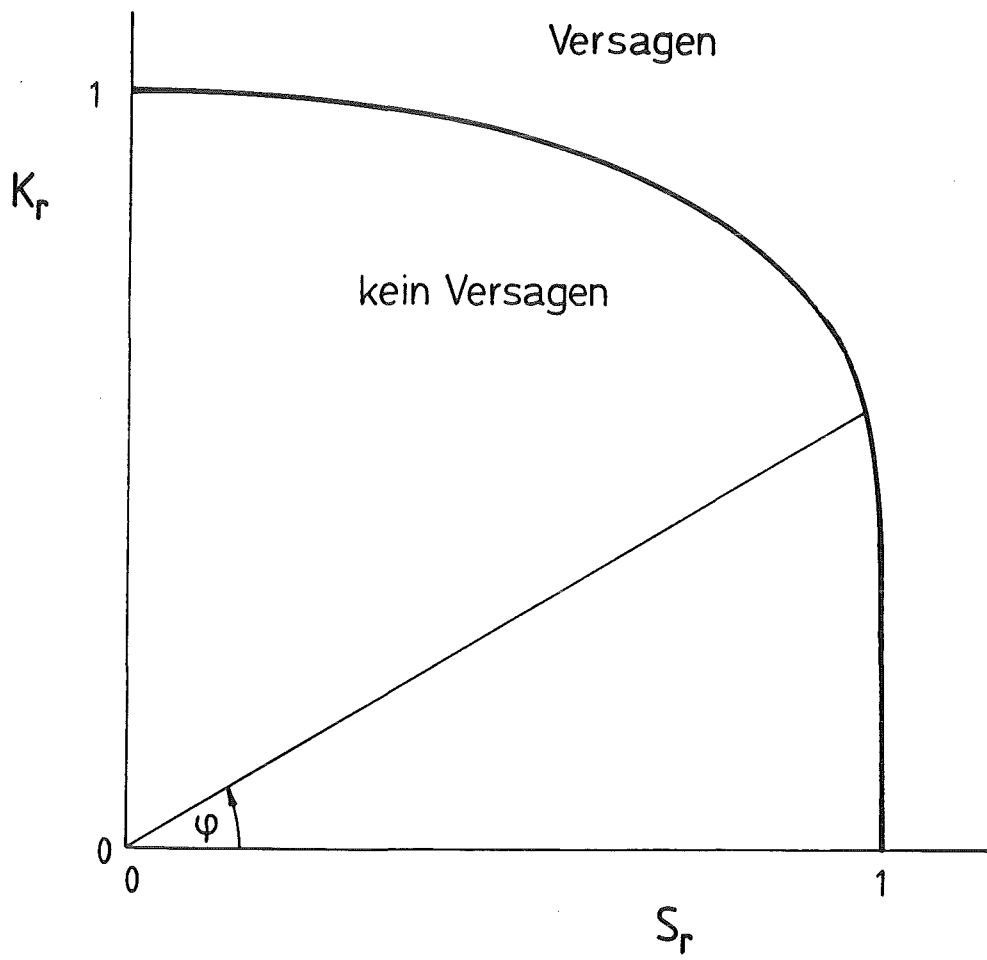
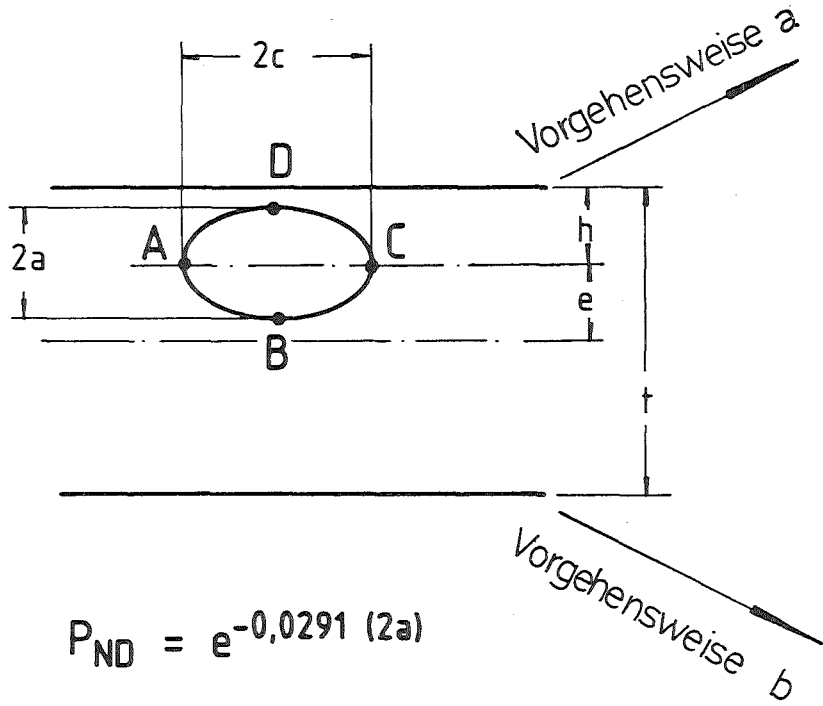
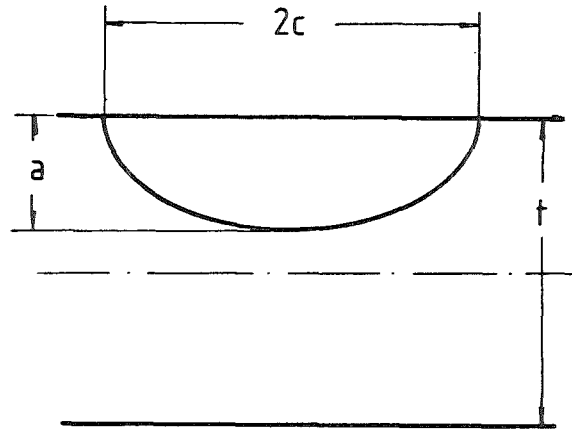


Bild 1: Versagen nach der Zweikriterienmethode



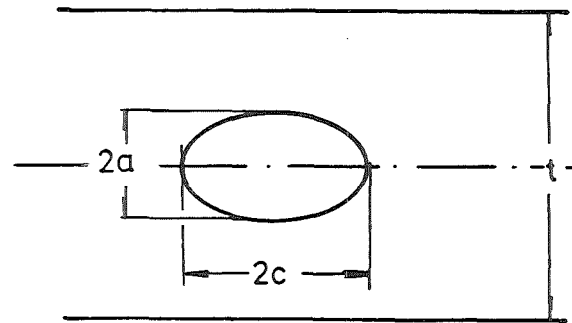
$$P_{ND} = e^{-0,0291 (2a)}$$



$$a = \overline{BD}$$

$$c = \overline{AC}$$

$$P_{ND} = e^{-0,0291 a}$$



$$a = \overline{BD}/2$$

$$c = \overline{AC}/2$$

$$P_{ND} = e^{-0,0291 (2a)}$$

Bild 2: Rißmodelle, die in [3,4] zur Beschreibung von innenliegenden Fehlern verwendet werden.

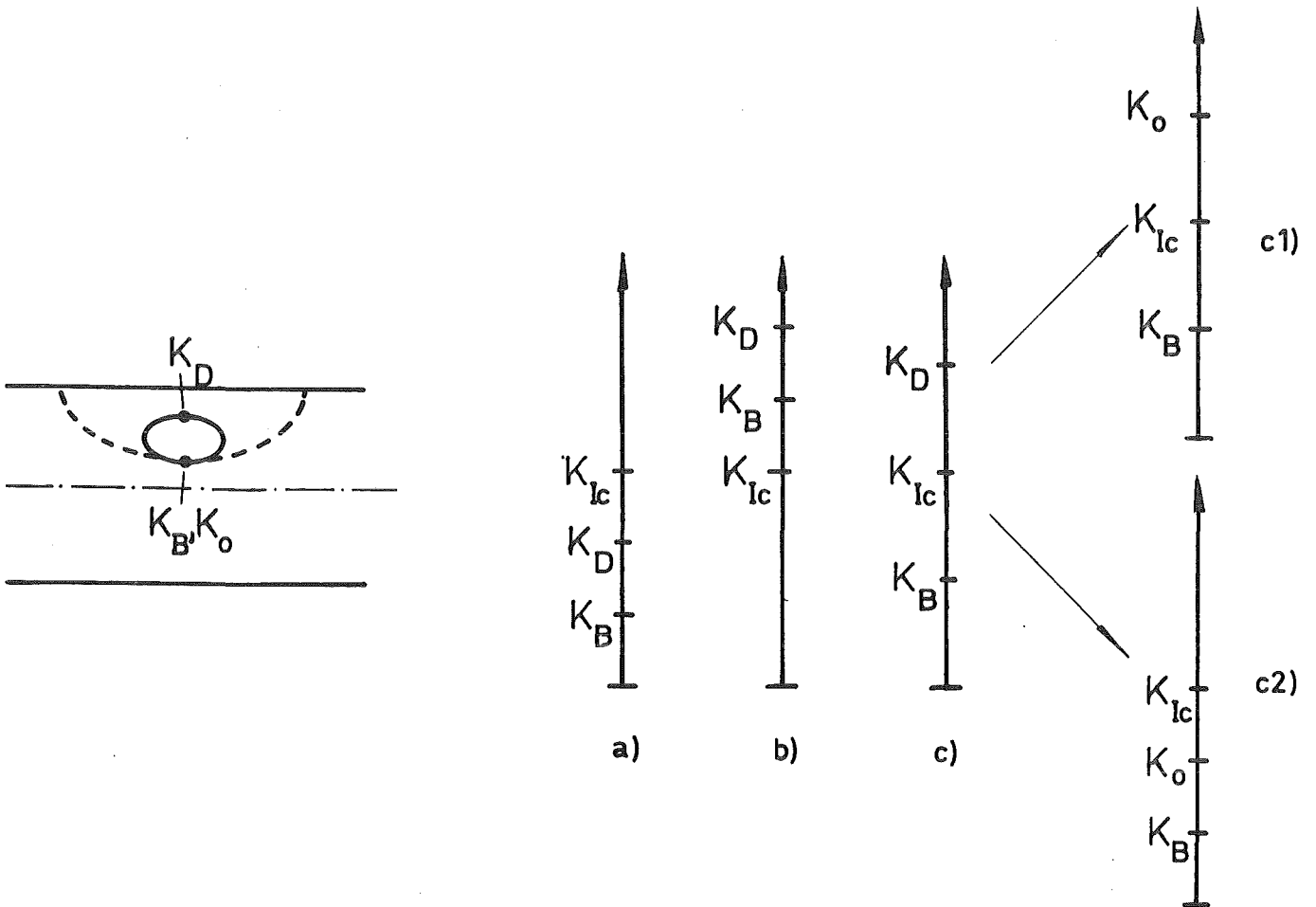


Bild 3: Der linear-elastische Versagensmechanismus eines innenliegenden Fehlers; mögliche Kombinationen von  $K_B$ ,  $K_D$  und  $K_{Ic}$ .



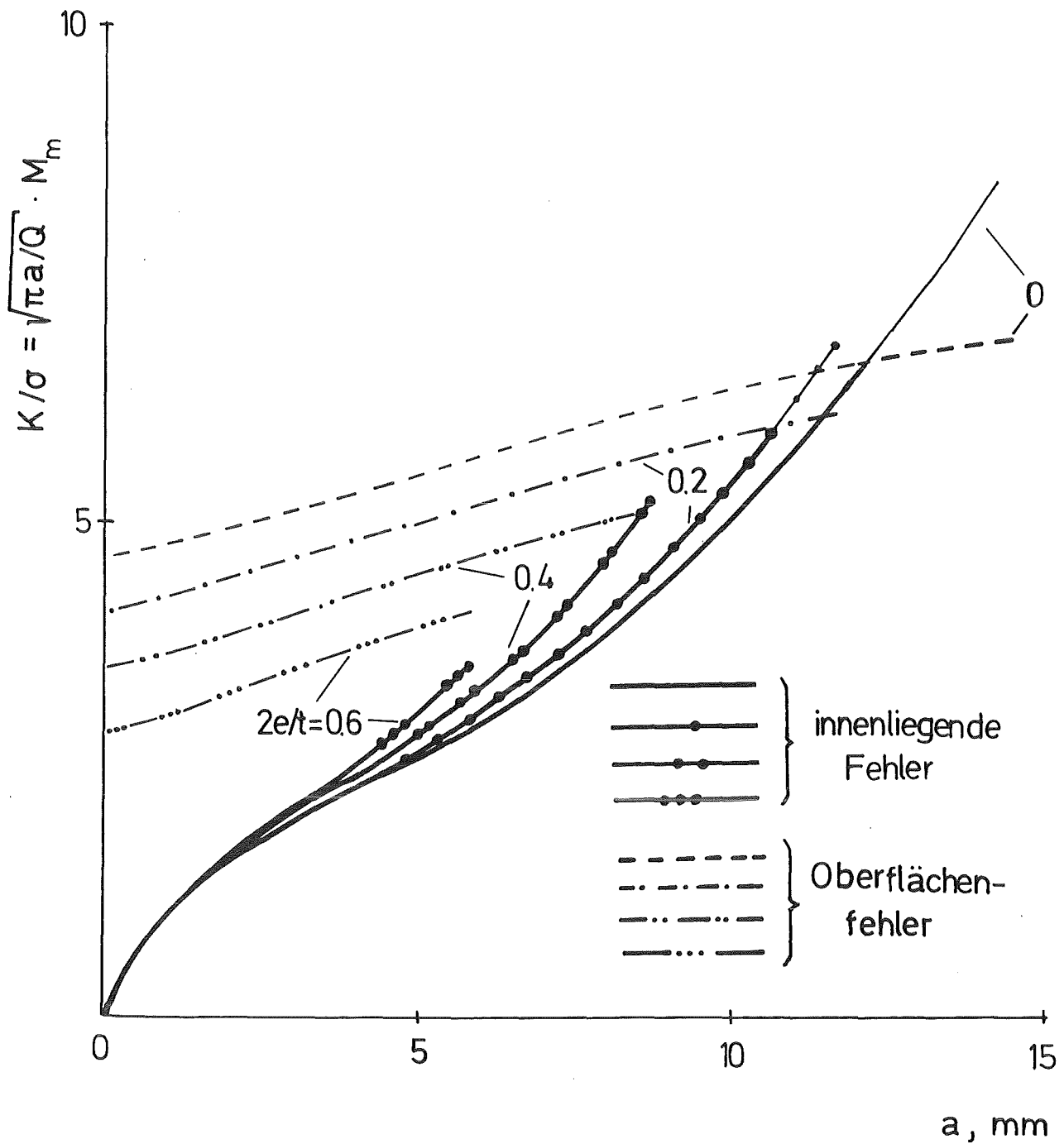


Bild 4: Spannungsintensitätsfaktor für einen innenliegenden Riß.  
 $K_o$ : Spannungsintensitätsfaktor für Oberflächenrisse  
 der Tiefe  $a + |t/2 - e|$   
 $K_D$ : Spannungsintensitätsfaktor für einen innenliegenden  
 Riß der Tiefe  $a$  und Tiefenlage  $h = |t/2 - e|$

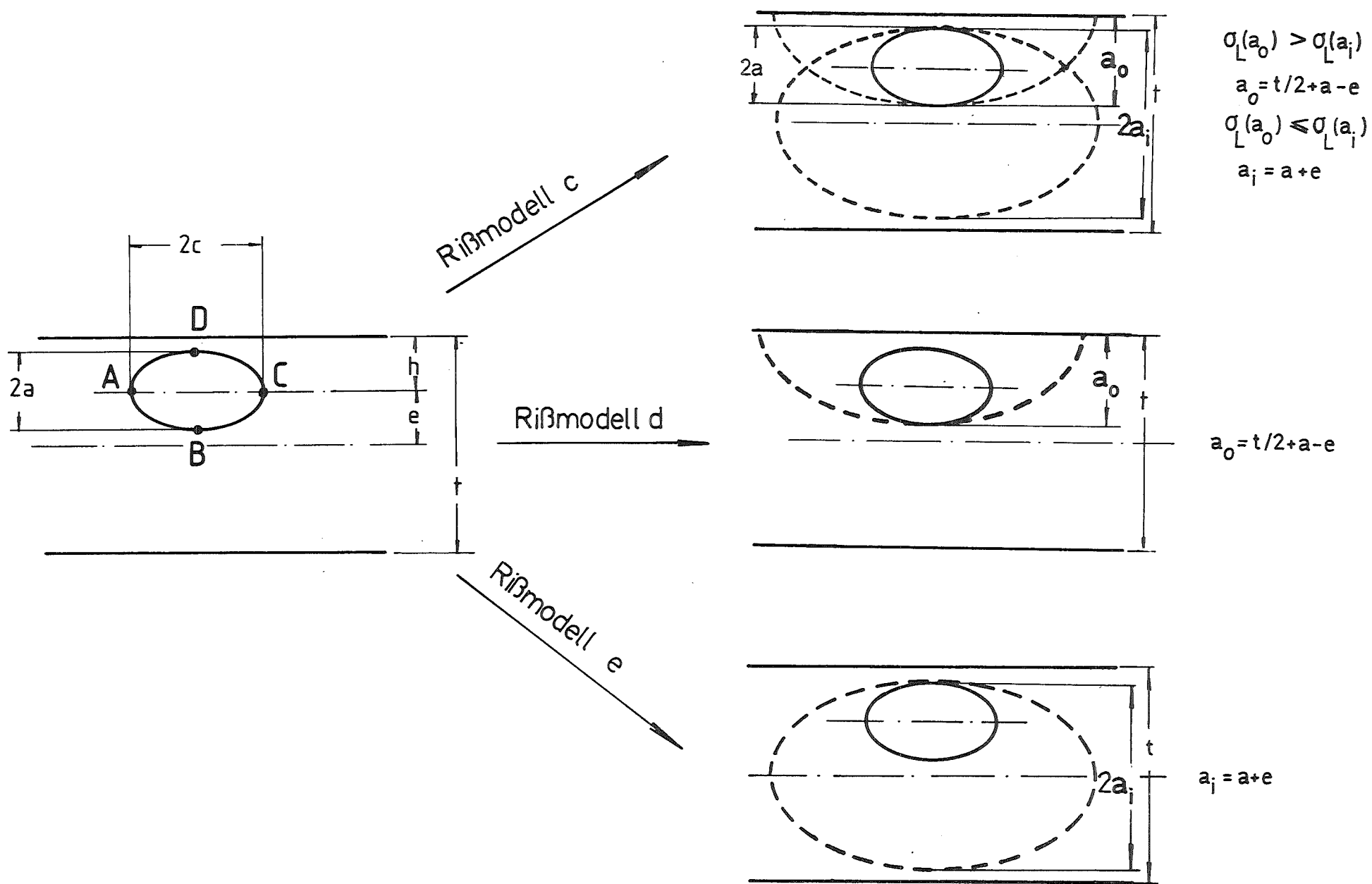


Bild 5: Rißmodell für die plastische Grenzlast bei innenliegenden Rissen.

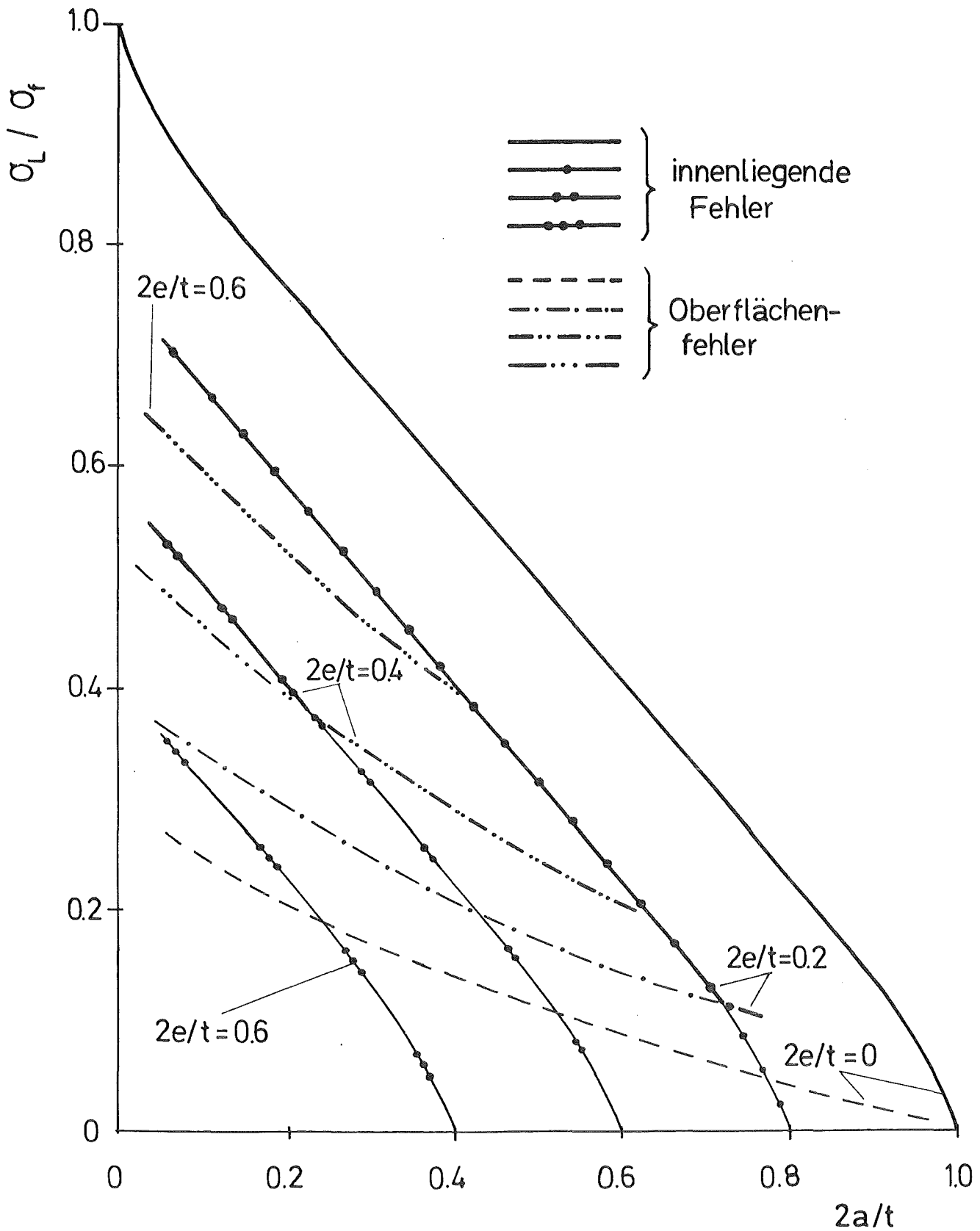


Bild 6: Plastische Grenzlast für innenliegende Risse ( $a/c = 0.01$ )  
 $\sigma_L^{(o)}$ : plastische Grenzlast für einen Oberflächenriß  
 der Tiefe  $a + |t/2 - e|$   
 $\sigma_L^{(i)}$ : plastische Grenzlast für einen innenliegenden Riß  
 der Tiefe  $a + e$  und Tiefenlage  $h = t/2$   
 Die fetten Linien entsprechen  $\max(\sigma_L^{(o)}, \sigma_L^{(i)})$

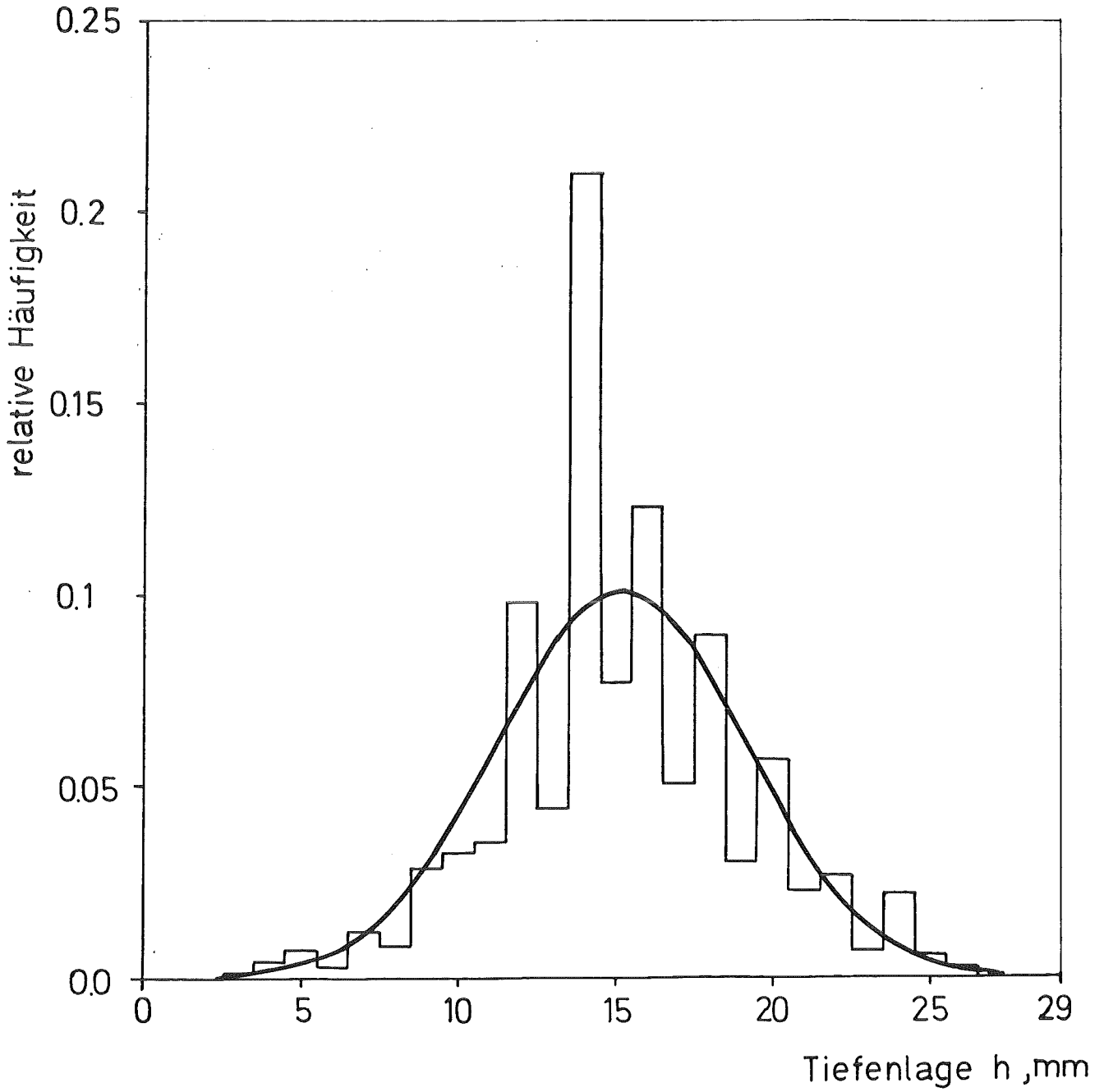


Bild 7: Verteilung der Tiefenlage h

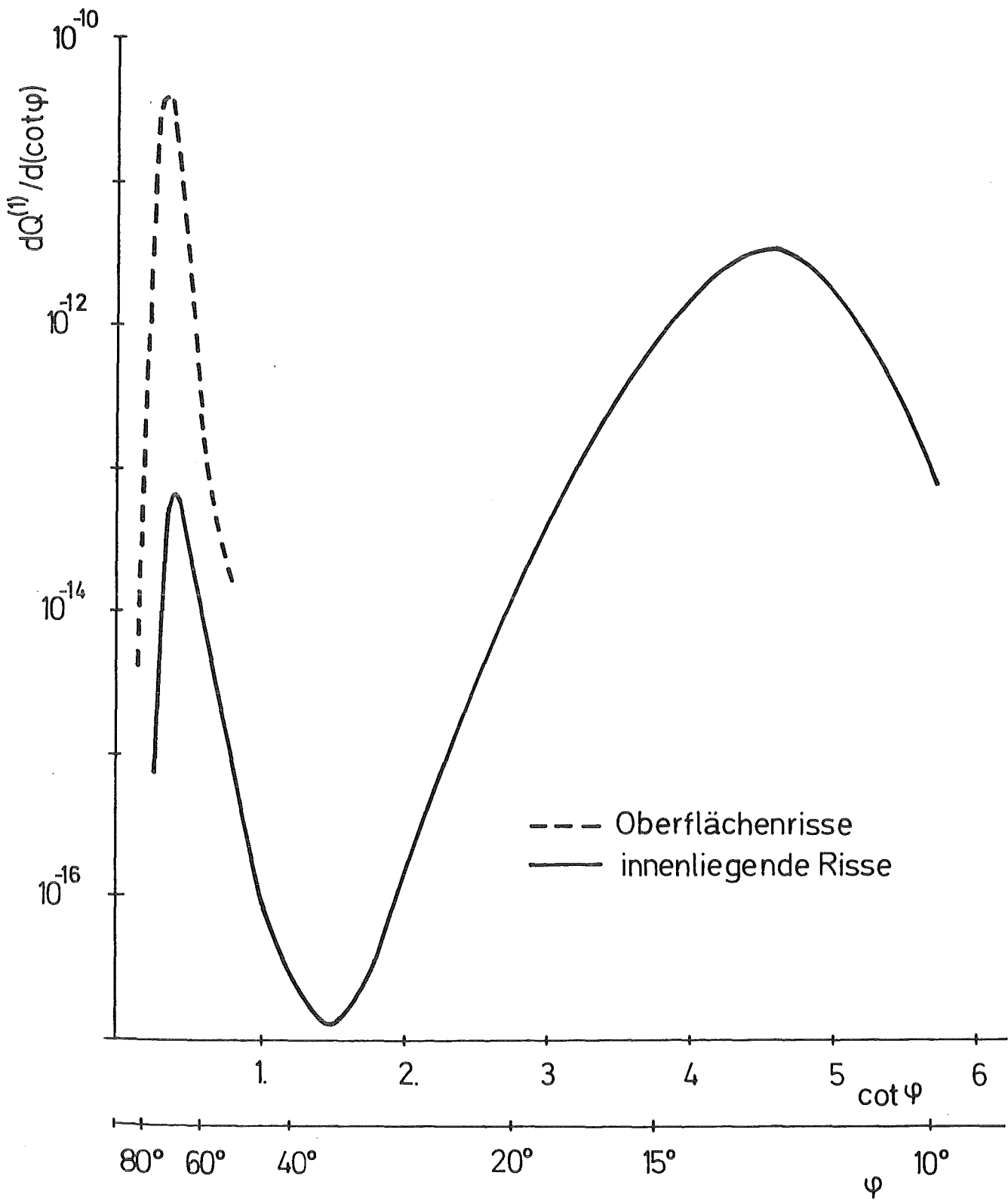


Bild 8:  $dQ^{(1)}/d \cot\varphi - \varphi$  - Kurve

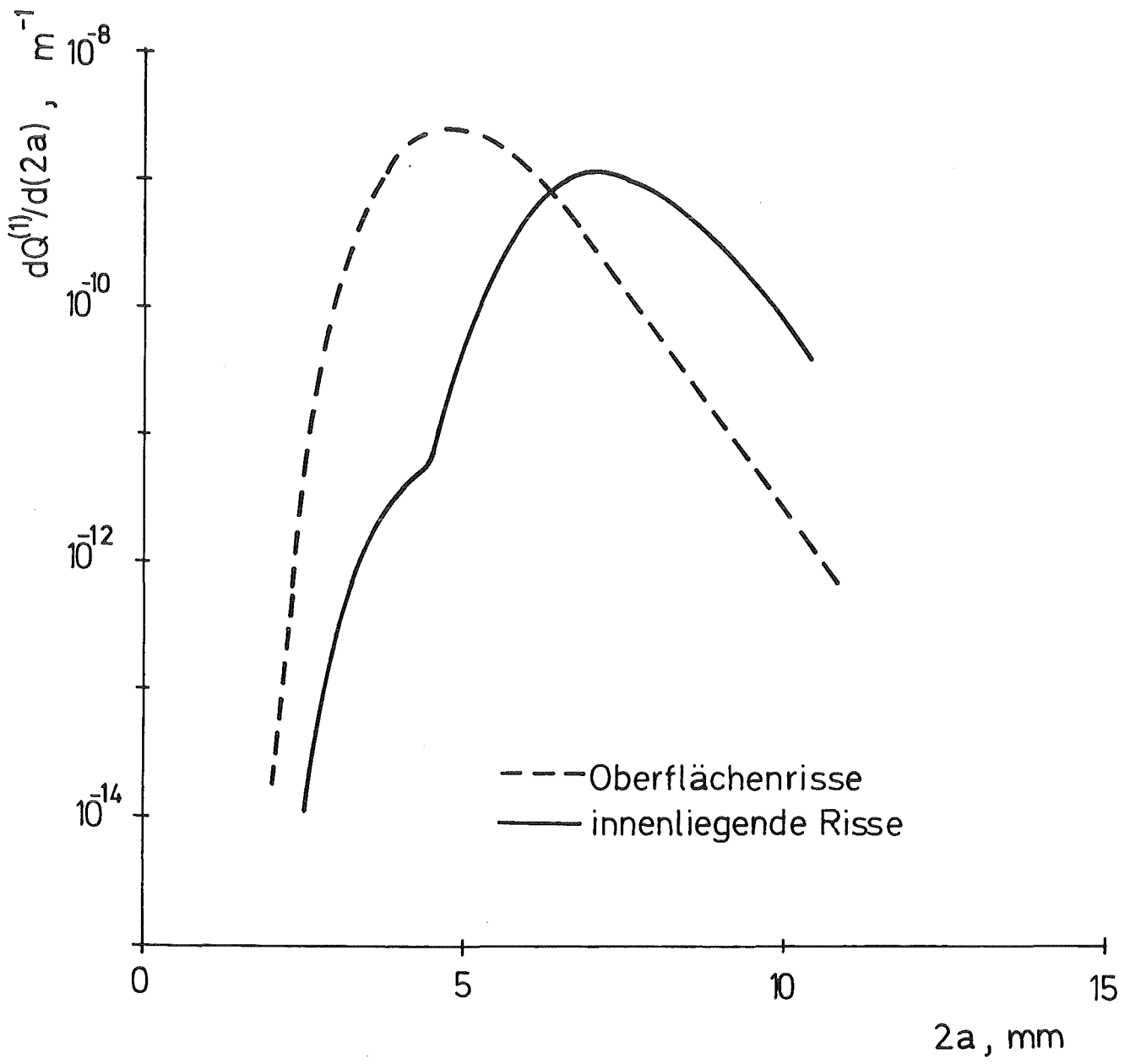


Bild 9:  $dQ^{(1)}/d(2a) - 2a -$  Kurve

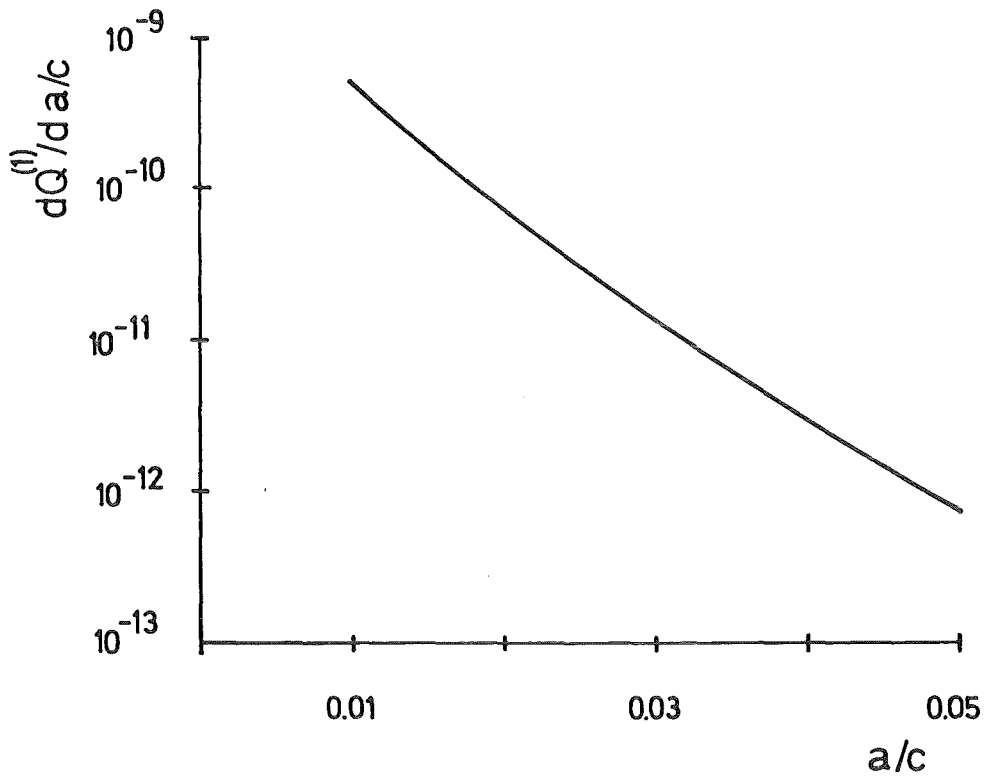


Bild 10:  $dQ^{(1)}/d(a/c)$  -  $a/c$  - Kurve

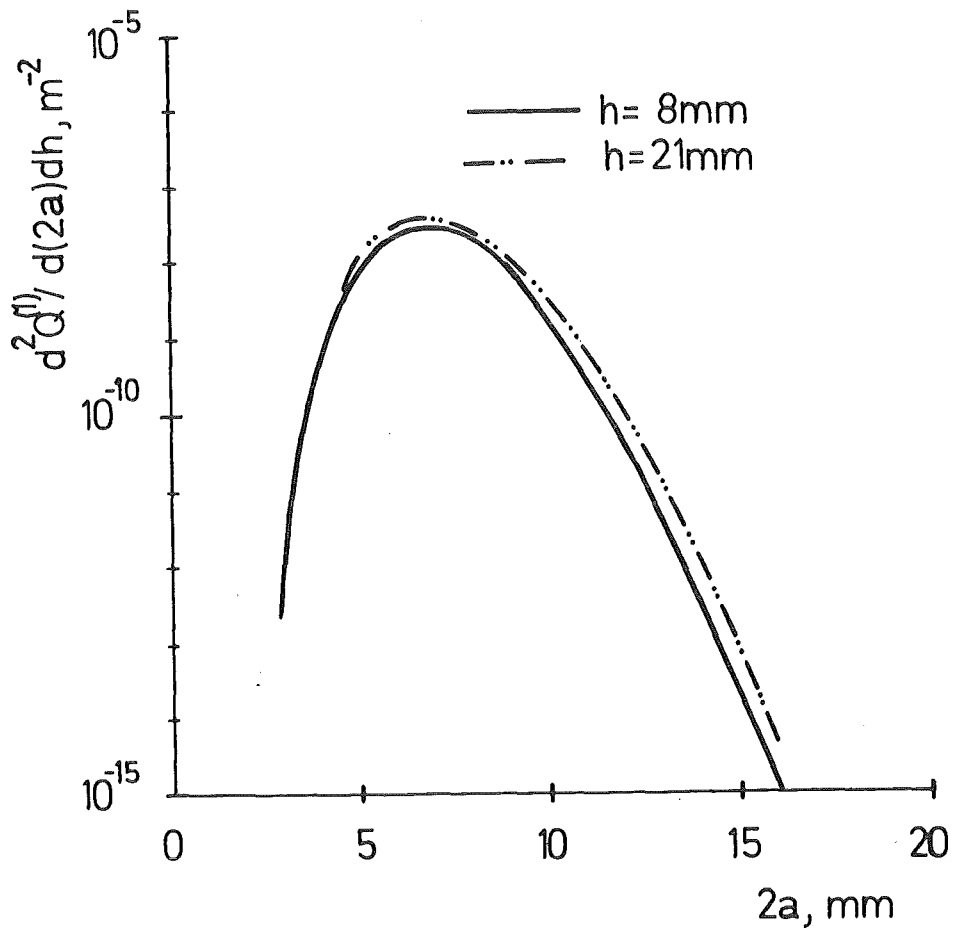


Bild 11: Einfluß der Asymmetrie der  $h$ -Verteilung bezüglich der Wandstärkenmitte auf die  $d^2 Q^{(1)}/d(2a) dh$ - $2a$ -Kurve.

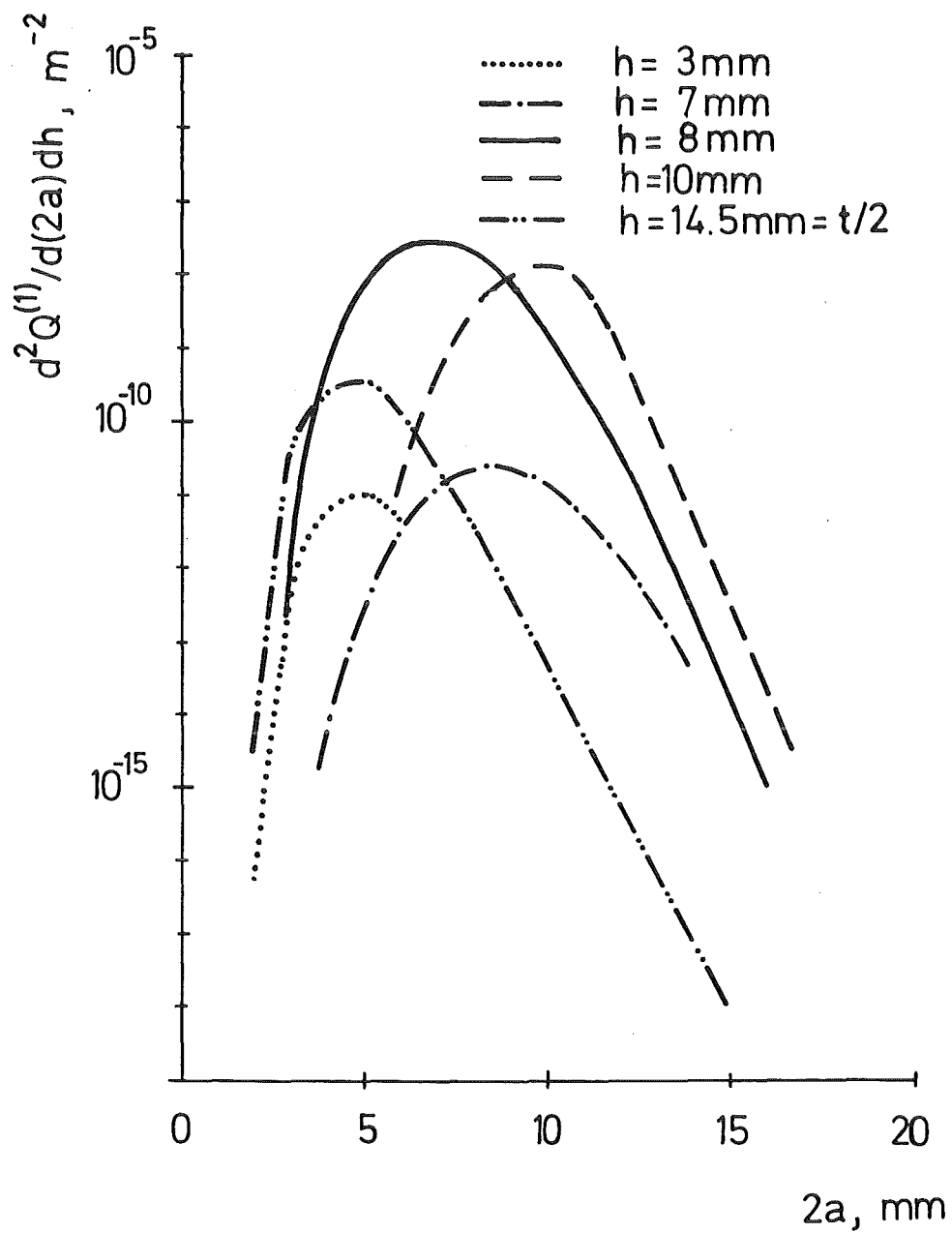


Bild 12:  $d^2 Q^{(1)} / d(2a) dh - 2a$  - Kurve bei fester Tiefenlage  $h$



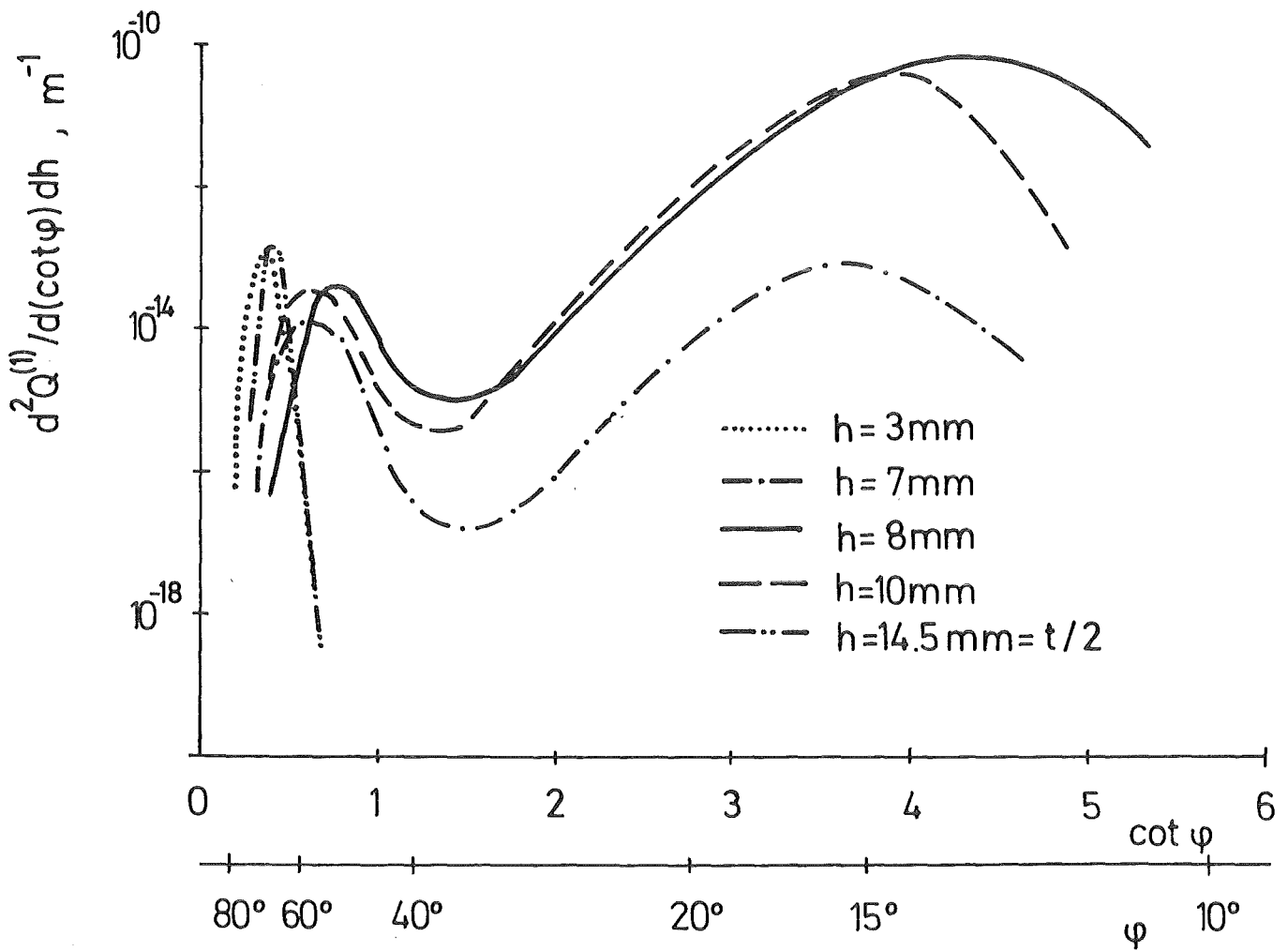


Bild 13:  $d^2 Q^{(1)} / d \cot \varphi dh - \varphi$  - Kurve bei fester Tiefenlage  $h$

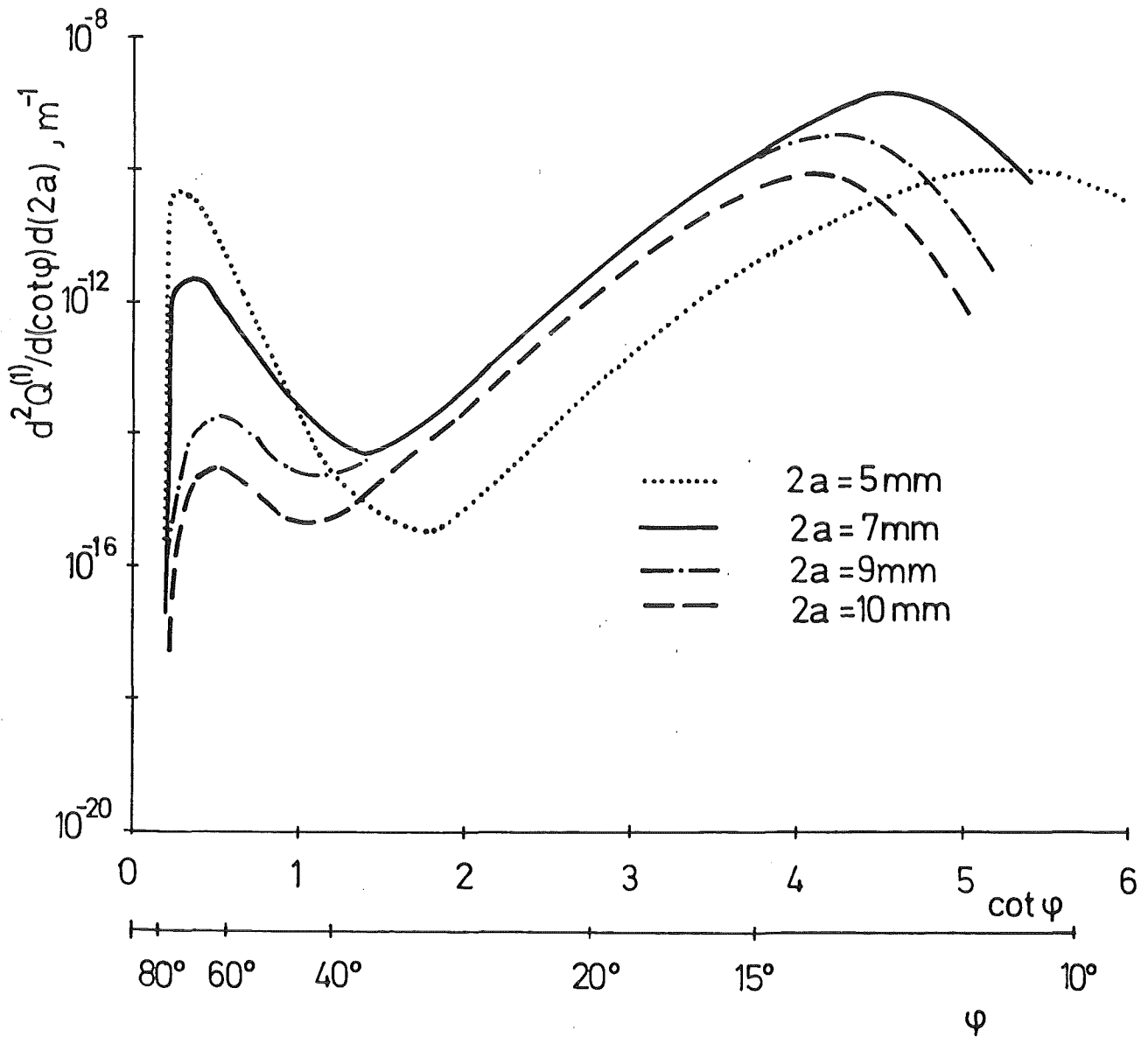


Bild 14:  $d^2Q^{(1)}/d \cot \varphi d(2a) - \varphi$  - Kurve bei fester Rißtiefe  $2a$