

KfK 4617
Oktober 1989

Einfluß der Gitterschrittweite auf die Berechnung von Druckverlustkennzahlen in den Codes SIMMER-II und AFDM

S. Hentschel, W. Maschek
Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik
Projekt Schneller Brüter

Kernforschungszentrum Karlsruhe



KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE
Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik
Projekt Schneller Brüter

KfK 4617

**Einfluß der Gitterschrittweite auf die Berechnung
von Druckverlustkennzahlen in den Codes
SIMMER-II und AFDM**

S. Hentschel*, W. Maschek

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

* Delegiert ins Kernforschungszentrum Karlsruhe von der
Firma Interatom GmbH, Bergisch Gladbach

Als Manuskript vervielfältigt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 7500 Karlsruhe 1

ISSN 0303-4003

Kurzfassung

In SIMMER-II wurde 1986 eine verbesserte Formulierung der Impuls-Differenzengleichung implementiert, die den ursprünglichen Fehler in der hydrostatischen Druckberechnung bei Querschnittsänderungen beseitigt und auch zu einer Verbesserung der Beschreibung der einphasigen Durchströmung von Strukturen mit Querschnittsänderungen führt. Als einfache Testbeispiele für das verbesserte Schema waren damals die Druckverlustkennzahlen an Querschnittsänderungen bestimmt und mit Ergebnissen des ursprünglichen SIMMER-II Codes verglichen worden. Dabei wurde der Einfachheit halber ein äquidistantes Maschennetz verwendet.

Für die Anwendung bei Störfallrechnungen müssen jedoch häufig auch Maschennetze mit unterschiedlichen Schrittweiten definiert werden. Zu diesem Zwecke wurde in der vorliegenden Untersuchung der Einfluß von Schrittweitenänderungen des Maschennetzes auf die berechneten Druckverlustkennzahlen an Querschnittsänderungen (Erweiterung, Verengung, Blende) untersucht. Es wurden Vorschläge für eine optimale Wahl des Maschennetzes formuliert. Schließlich wurden SIMMER Rechnungen zur transienten Anlaufphase bei der Durchströmung der verschiedenen Rohrstrukturen mit analytischen Lösungen verglichen.

Für diese vergleichende Studie wurde neben dem in SIMMER-II bei der Berechnung von Druckverlustkennzahlen verwendeten modifizierten neuen Verfahren auch die in dem neuen AFDM Code angewandte Methode untersucht.

Abstract

Influence of the Meshsize on the Calculation of Pressure Loss Coefficients in the SIMMER-II and AFDM Code

An improved numerical scheme has been implemented in 1986 into the momentum equation of SIMMER-II. This new scheme both removes the error in the hydrostatic pressure calculation and improves the numerical simulation of the flow behavior at area changes. As test for the improved scheme pressure drop coefficients at area changes had been calculated at that time and were compared with the results of the original SIMMER Code. For simplicity a uniform mesh had been used. For accident calculations however, one necessarily uses meshes with different sizes. For this reason the influence of meshsize changes on the calculated pressure drop coefficients at area changes (expansion, contraction, orifice) has been

investigated in this work and proposals for an optimum choice have been formulated. Finally SIMMER calculations for the transient onset of the flow through tube structures with area changes have been compared with analytical solutions.

For this comparative analysis both the modified SIMMER-II procedures for calculating the pressure drop coefficients and the methods in the new AFDM code have been investigated.

Inhaltsverzeichnis:

	Seite
1. Einleitung	1
2. Widerstandsbeiwerte bei abrupten Querschnittsänderungen bei gleichmäßigem Maschennetz	4
2.1 Abrupte Erweiterung	4
2.2 Abrupte Verengung	7
3. Widerstandsbeiwerte bei abrupten Querschnittsänderungen bei ungleichförmigem Maschennetz	9
3.1 Abrupte Erweiterung	9
3.2 Abrupte Verengung	13
3.3 Diskussion und Ergebnisse	14
4. Numerische Ergebnisse von SIMMER-Rechnungen für die Durchströmung von abrupten Querschnittsänderungen	18
5. Analytische Lösung des transienten Strömungsproblems	24
5.1 Beschreibung des Rechenmodells und Herleitung des Differentialgleichungssystems	24
5.2 Analytische Lösung des Gleichungssystems	26
6. Berechnung der Widerstandsbeiwerte an Querschnittsänderungen mit dem AFDM Code	34
7. Widerstandsbeiwerte von Blenden berechnet mit dem SIMMER-II und dem AFDM Code	38
8. Diskussion und Schlußfolgerungen	55
9. Literatur	61
10. Anhang	63
10.1 Sensitivität der ζ -Werte in Abhängigkeit von der Maschenwahl bei SIMMER-II	63

Abbildungsverzeichnis:

	Seite	
Abb. 2.1	Schematische Darstellung der Strömungsverhältnisse bei einer abrupten Querschnittserweiterung	4
Abb. 2.2	Widerstandsbeiwerte ζ_E bei abrupten Erweiterungen	6
Abb. 2.3	Schematische Darstellung der Strömungsverhältnisse bei einer abrupten Querschnittsverengung	7
Abb. 2.4	Widerstandsbeiwerte ζ_V bei abrupten Verengungen	8
Abb. 3.1	Maschennetz für eine plötzliche Erweiterung	10
Abb. 3.2	Maschennetz für eine plötzliche Verengung	13
Abb. 3.3	Abrupte Erweiterung: Variation des Verhältnisses σ der Maschenlängen	16
Abb. 3.4	Verengung: Variation des Verhältnisses σ der Maschenlängen	17
Abb. 4.1	In den SIMMER Rechnungen verwendetes Modell	18
Abb. 5.1	Grenzkurve für stabile Lösung $\beta(\tau_E, \tau_V) = 0$ (Idelchik)	28
Abb. 5.2	Grenzkurve für stabile Lösung $\beta(\tau_E, \tau_V) = 0$ (SIMMER)	29
Abb. 5.3	Zeitlicher Verlauf der Geschwindigkeit im engen Bereich Fall: $\tau_E = \tau_V = 0.5$, gleichmäßiges Gitternetz	31
Abb. 5.4	Zeitlicher Verlauf der Drücke vor (p_{1vor}) und hinter ($p_{1hinter}$) der Erweiterung Fall: $\tau_E = \tau_V = 0.5$, gleichmäßiges Gitternetz	32
Abb. 5.5	Zeitlicher Verlauf der Drücke vor (p_{2vor}) und hinter ($p_{2hinter}$) der Verengung Fall: $\tau_E = \tau_V = 0.5$, gleichmäßiges Gitternetz	33

Abb. 7.1	Schematische Darstellung eines beliebigen Maschennetzes	38
Abb. 7.2	Geometrie des Tauchplattenmodells	40
Abb. 7.3	Mascheneinteilung für SIMMER-II	40
Abb. 7.4	Stationäre Endgeschwindigkeit v_∞ am Rohreintritt in Abhängigkeit von σ_v mit σ_E als Kurvenparameter (SIMMER-II)	49
Abb. 7.5	Stationäre Endgeschwindigkeit am Rohreintritt als Funktion von σ_E mit σ_v als Kurvenparameter (SIMMER-II)	50
Abb. 7.6	Widerstandskennzahl ζ , bezogen auf die Geschwindigkeit am Rohreintritt als Funktion von σ_E mit σ_v als Kurvenparameter (SIMMER-II)	51
Abb. 7.7	Maximale Druckdifferenz im Blendenbereich als Funktion der beiden Längenverhältnisse σ_v und σ_E (SIMMER II)	52
Abb. 7.8	Gesamtwiderstandsbeiwert einer Blende als Funktion des Längenverhältnisses σ_E (AFDM-Code, 1 Masche im Blendenbereich)	53
Abb. 7.9	Widerstandsbeiwert einer Blende Vergleich der Werte für verschieden dicke Blenden aus Idelchik /3/ mit den Ergebnissen von AFDM (2 Maschen in der Blende)	54

Tabellenverzeichnis:

	Seite	
Tab. 4.1	Numerisch ermittelte ζ_E -Werte Abrupte Erweiterung: Gleichmäßiges Maschennetz	21
Tab. 4.2	Numerisch ermittelte ζ_V -Werte Abrupte Verengung: Gleichmäßiges Maschennetz	22
Tab. 4.3	Widerstandsbeiwerte ζ als Funktion des Verhältnisses σ der Maschenlängen	23
Tab. 7.1	Stationäre Endgeschwindigkeit am Rohreintritt und Wider- standsbeiwerte berechnet in SIMMER	43
Tab. 7.2	Stationäre Drücke im Blendenbereich berechnet mit SIMMER	44
Tab. 8.1	Vergleich des Verhaltens verschiedener numerischer Ver- fahren bei der Beschreibung der Durchströmung von Quer- schnittsänderungen/Blenden bzw. des hydrostatischen Ver- haltens	56
Tab. 10.1	Abhängigkeit der Größen $(\partial\zeta_E/\partial\sigma)_{\sigma=1}$ und $(\partial\zeta_V/\partial\sigma)_{\sigma=1}$ von τ	63

1. Einleitung

Für SIMMER-II / 1 / wurde in / 2 / eine verbesserte Formulierung der Impuls-Differenzgleichungen erarbeitet, die den ursprünglichen Fehler in der hydrostatischen Druckberechnung beseitigt und auch zu einer Verbesserung der Beschreibung bei der einphasigen Durchströmung von Strukturen mit abrupten Querschnittsänderungen führt.

In / 2 / wurden Formeln für die Widerstandsbeiwerte bei plötzlichen Querschnittsänderungen (Erweiterungen, bzw. Verengungen) abgeleitet und mit experimentellen Ergebnissen sowie mit Ergebnissen, die auf der Basis der ursprünglich gewählten Formulierungen im SIMMER Code gewonnen wurden, verglichen. Der Einfachheit halber wurde dabei ein äquidistantes Maschennetz verwendet. Bei der Anwendung müssen jedoch häufig auch Maschennetze mit unterschiedlichen Maschenlängen definiert werden. Es ist deshalb zu untersuchen, welchen Einfluß eine Variation der Maschenlänge auf die Ergebnisse hat. Daraus können dann u.U. umgekehrt Schlüsse zur Wahl eines optimalen Maschennetzes gezogen werden.

In dieser vergleichenden Studie wurden neben dem in SIMMER-II bei der Berechnung von Druckverlustkennzahlen verwendeten Verfahren auch die in dem neuen AFDM Code /5/ angewandte Methode untersucht.

Der AFDM Code (Advance Fluid Dynamics Model) ist vorerst als reiner Fluidodynamikcode konzipiert und könnte, falls sich die Vorgehensweisen in diesem Code bewähren, als Basis für die Entwicklung eines zukünftigen SIMMER-III Codes dienen.

In einem Störfallcode wie SIMMER-II wird bei der Analyse der Übergangsphase /4/ der Reaktorkern durch ein Rechennetz in RZ-Geometrie dargestellt. Dabei wird z.B. ein Brennelement (oder ein Brennelementring) radial durch eine Rechenmasche repräsentiert. Etwaige Querschnittsänderungen in dem Brennelement in axialer Richtung können dementsprechend nicht durch ein verfeinertes Rechennetz an den Kanten des Struktursprunges beschrieben werden. In SIMMER-II muß die Querschnittsänderung axial durch eine Änderung des Strukturanteils von Rechenmasche zu Rechenmasche dargestellt werden. Die gewählte Codestrategie ist dabei, die (irreversiblen) Druckverluste an Querschnittsänderungen schon möglichst implizit im Lösungsverfahren zu berücksichtigen und zu berechnen. In der ursprünglichen Formulierung von SIMMER-II wurde dieses Ziel nur unvollständig erreicht, wobei zusätzlich durch die Art der Formulierung des Differenzschemas

für die Impulsgleichung auch der hydrostatische Druck an Querschnittsänderungen inkorrekt berechnet wurde.

Durch die in /2/ gewählte Vorgehensweise bei der Disretisierung der Impulsgleichung wurde der zuletzt erwähnte Punkt behoben und auch die Druckverlustberechnung bei der Durchströmung von Querschnittsänderungen verbessert.

Die Berechnung der Druckverluste ist jedoch nur ein Aspekt bei der Bewertung der verwendeten Differenzenverfahren. So stellt sich durch die in SIMMER-II gewählte Diskretisierung der Geschwindigkeit und des Druckes /der Dichten auf einem versetzten Maschengitter ("staggered grid") der definierte Druckverlust erst in der 2. Rechenmasche nach der Querschnittsänderung ein. Dadurch wird zwar der Druckverlust im Rahmen der Näherung konsistent beschrieben (wobei zusätzlich angenommen wird, daß sich die Strömung in dieser 2. Masche schon wieder angelegt hat (siehe dazu auch /3/)), in der 1. Masche kann aber je nach gewähltem Verfahren der Druck u.U. sehr gering sein, so daß es in Extremfällen zu künstlicher Kavitation und Instabilitäten kommen kann. Auch dieser Punkt muß bei der Bewertung der Verfahren berücksichtigt werden.

Im vorliegenden Bericht wurden sowohl Randbedingungen, welche mehr typisch für die Übergangsphase sind /6/, als auch solche typisch für die Expansionsphase /7/ untersucht. In der Übergangsphase befindet sich axial in der Brennelementmittelebene geschmolzenes Material, welches schließlich unter Druckwirkung in die periphere, noch intakte Brennelement- bzw. Brutmantelstruktur einströmt. Dabei treten rasche Wechsel der Geschwindigkeitsrichtung des strömenden Materials auf. Zudem verändern sich durch Ausfrieren von Kernmaterialien an den Wandstrukturen die Strömungsquerschnitte transient.* In der Expansionsphase richtet sich das Interesse mehr auf Ausströmungsvorgänge (aus dem Kernbereich) sowie auf die Simulation von Blenden (z.B. Tauchplatten) /7/. Die Richtung der Strömung liegt dabei wegen des hohen Kerndruckes i.a. fest, und es werden Bauteile (z.B. Tauchplatten) mit konstanten vorgegebenen Öffnungsquerschnittsverhältnissen durchströmt. Die Untersuchungen wurden dabei sowohl für die bei den oben erwähnten Problemstellungen typischen Querschnittsänderungen als auch zusätzlich für weite Parameterbereiche durchgeführt, wobei stets einphasige Flüssigkeitszustände vorausgesetzt werden.

* Die Simulation des Ausfrierverhaltens und der Blockadeaufbau in kälteren Strukturen geschieht i.a. nicht allein mit Hilfe von Querschnittsänderungen, sondern approximativ durch ein sog. Viskositätsmodell /1/.

Die in dem Bericht angegebenen Beziehungen betreffen im wesentlichen das in /2/ vorgeschlagene Verfahren (SIMMER-NEU). Druckverlustbeziehungen, welche aus der ursprünglichen Vorgehensweise der Diskretisierung in SIMMER (SIMMER-ALT) oder aus dem AFDM Code abgeleitet werden, sind gesondert ausgewiesen und bezeichnet.

2. Widerstandsbeiwerte bei abrupten Querschnittsänderungen bei gleichmäßigem Maschennetz

2.1 Abrupte Erweiterung

Nach Idelchik / 3 / beträgt der Widerstandsbeiwert bei einer plötzlichen (scharfkantigen) Erweiterung für den irreversiblen Druckverlust bei turbulenten, ein-dimensionalen Strömungen (für Reynoldszahlen $> 10^4$)

$$\zeta_E^{irr} = \frac{\Delta p^{irr}}{\frac{\rho}{2} v_1^2} = (1 - \tau_E)^2 \quad (2.1)$$

Hierbei ist τ_E das Öffnungsverhältnis F_1/F_2 in der sog. Borda-Carnot-Formel, wobei F_1 (F_2) die Querschnittsfläche im engen (weiten) Strömungsbereich bezeichnet. Bezugsgeschwindigkeit ist die Geschwindigkeit v_1 im engen Bereich (siehe nachfolgende Abb. 2.1).

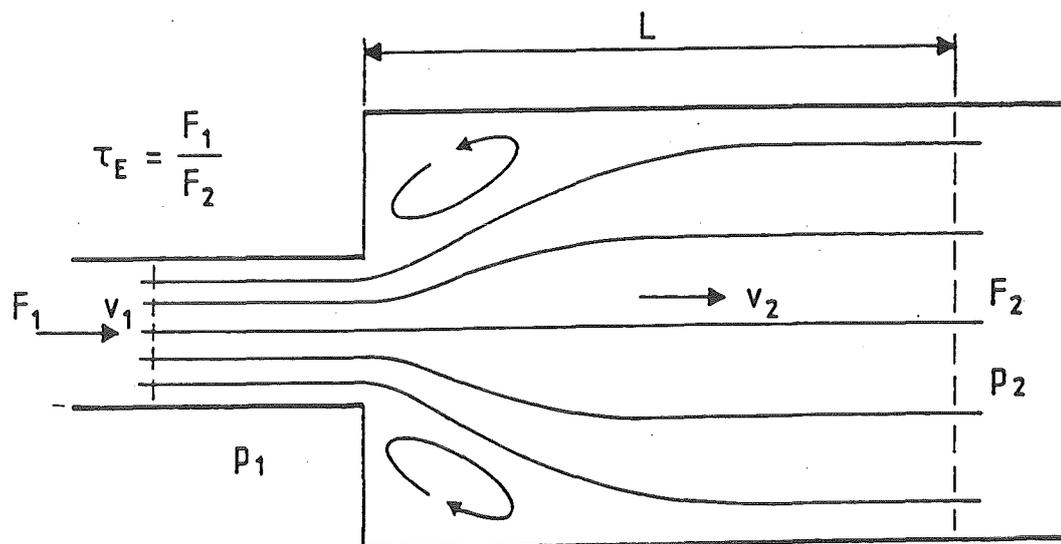


Abb. 2.1: Schematische Darstellung der Strömungsverhältnisse bei einer abrupten Querschnittserweiterung

Nach Bernoulli beträgt die stationäre Druckerhöhung

$$\zeta_E^{Ber} = \frac{\Delta p^{Ber}}{\frac{\rho}{2} v_1^2} = v_E^2 - 1 \quad (2.2)$$

Für die gesamte Druckänderung ergibt sich demnach

$$\zeta_E^{id} = \frac{\Delta p}{\frac{\rho}{2} v_1^2} = \zeta_E^{irr} + \zeta_E^{Ber} = (1 - \tau_E)^2 + v_E^2 - 1 = 2\tau_E (\tau_E - 1) \quad (2.3)$$

Wegen $\tau_E < 1$ ist daher der Druck hinter der Unstetigkeitsstelle größer, die Druckerhöhung fällt aber geringer als nach Bernoulli berechnet aus. Es ist hier noch zu bemerken, daß der Druck P_2 , berechnet nach obiger Formel erst nach einer Länge $L = (8 \text{ bis } 12) \cdot D_{2h}$ auftritt (siehe Abb. 2.1). D_{2h} ist der hydraulische Durchmesser der größeren Strömungsfläche F_2 (= Durchmesser bei einem kreisförmigen Rohr). D.h. die Druckänderung erfolgt also nicht abrupt, sondern in einem Bereich der genannten Länge hinter der Störstelle. Im SIMMER-Code dagegen ergibt sich (unabhängig von der Maschenlänge) der neue Druck P_2 in der zweiten Masche hinter der abrupten Querschnittsänderung. Daß der Druck P_2 sich in der zweiten (und nicht in der ersten) Masche einstellt, hängt mit dem im SIMMER verwendeten Diskretisierungsverfahren zusammen. (Versetztes Maschennetz für die Berechnung von Druck und Geschwindigkeit).

Im SIMMER-II-Code wird der Querschnitt der Strömungsfläche durch den Strukturanteil α_s in der Rechenmasche und damit über $\alpha_s + \alpha_L = 1$ indirekt durch den Volumenanteil α_L der Flüssigkeit in der Masche beschrieben. Abrupte Querschnittsänderungen des Strömungskanals werden also durch unterschiedliche Werte α_L in benachbarten Maschen simuliert. Bei der Integration der Impulsgleichung werden die Werte α_L auf der Grenzfläche benachbarter Maschen benötigt.

Das dabei verwendete Interpolationsverfahren hat bei sprunghaft veränderter Querschnittsfläche einen entscheidenden Einfluß auf die numerisch berechnete Druckänderung. Bei Verwendung der in /2/ vorgeschlagenen Methode (flächen-gewichtetes Mittel)* in SIMMER ergibt sich bei einem gleichförmigen Maschennetz für den Druckänderungskoeffizienten

* Durch diese Wahl wird der hydrostatische Fehler bei der Druckberechnung an einer Querschnittsänderung, wie er in der ursprünglichen Formulierung der Impulsgleichung auftrat, beseitigt.

$$\zeta_E^s = \frac{1}{2} \frac{\tau_E - 1}{\tau_E + 1} (3\tau_E^2 + 6\tau_E - 1) \quad (2.4)$$

Die obige Formel [Formel (45) aus /2/] gilt für die Druckdifferenz $\Delta P = P_{j-1} - P_{j+1}$, wobei $j-1$ die Masche vor und $j+1$ die zweite Masche hinter der Erweiterung kennzeichnen. In der Abb. 3.1 sind das Maschennetz sowie die verwendeten Größen dargestellt. Durch die Verwendung eines gleichförmigen Maschennetzes tritt in den obigen Gleichungen kein maschengrößenabhängiger Term auf.

Der Verlauf der Widerstandsbeiwerte nach Idelchik ζ_E^{id} {Formel (2.3)} und SIMMER-II ζ_E^s {Formel (2.4)} als Funktion des Öffnungsverhältnisses τ_E ist in der Abb. 2.2 dargestellt. Für Werte $\tau_E \geq 0.4$ ist die Übereinstimmung beider Kurven zufriedenstellend.

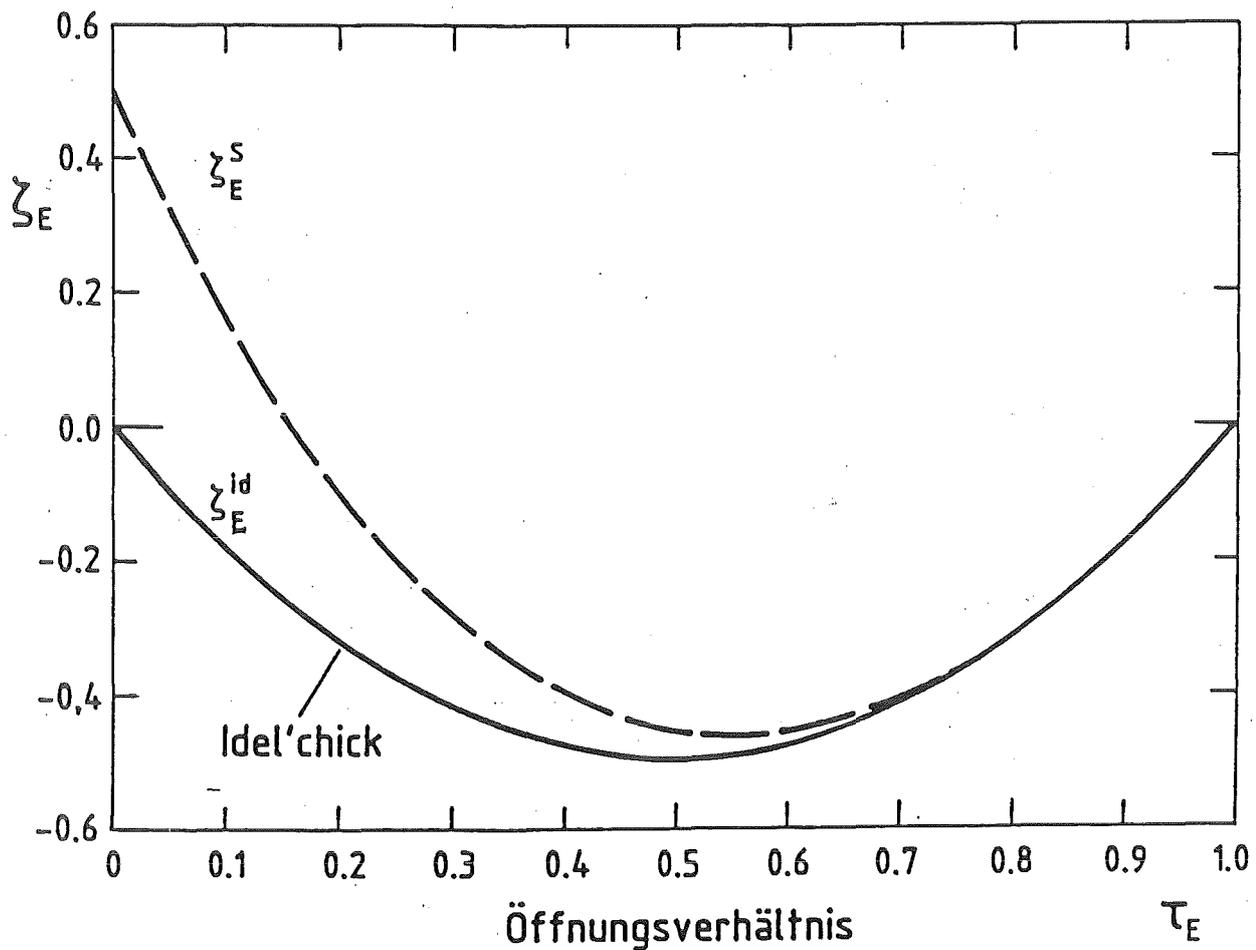


Abb. 2.2: Widerstandsbeiwerte ζ_E bei abrupten Erweiterungen
(ID = nach Idelchik, S = nach SIMMER-II)

2.2 Abrupte Verengung

In [3] wird der Widerstandsbeiwert für den irreversiblen Druckverlust für turbulente, eindimensionale Strömungen bei einer plötzlichen Verengung mit

$$\zeta_v^{irr} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{F_2}{F_1} \right) = \frac{1}{2} (1 - \tau_v) \quad (2.5)$$

angegeben. F_2 bezeichnet hier die kleinere Querschnittsfläche in τ_v^* . Bezugsgeschwindigkeit ist wiederum die Geschwindigkeit im engeren Querschnitt (v_2) (siehe nachfolgende Abb. 2.3)

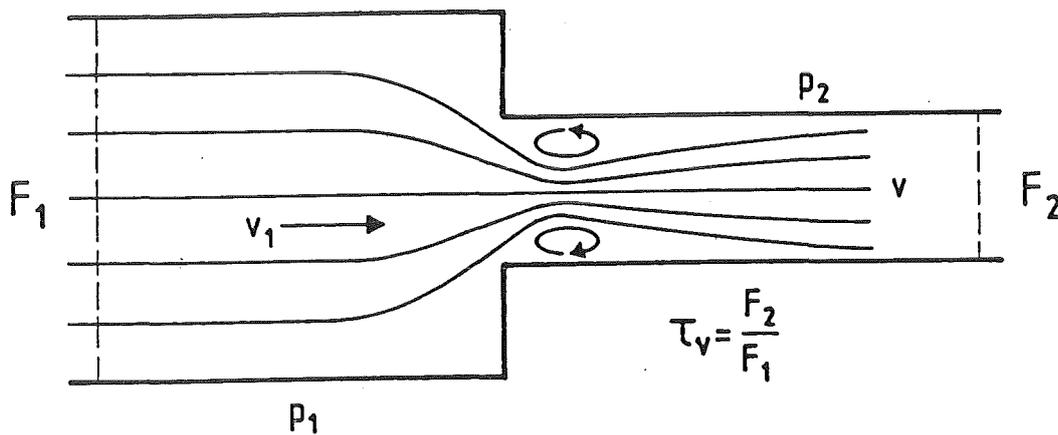


Abb. 2.3: Schematische Darstellung der Strömungsverhältnisse bei einer abrupten Querschnittsverengung

Addiert man den Druckverlust nach Bernoulli

$$\zeta_v^{Ber} = 1 - \tau_v^2 \quad (2.6)$$

hinzu, so ergibt sich für die gesamte Druckänderung

$$\zeta_v^{id} = \frac{1}{2} (1 - \tau_v) + 1 - \tau_v^2 = \frac{3 - \tau_v - 2\tau_v^2}{2} \quad (2.7)$$

* Beachte: $\tau_v = 1/\tau_\epsilon$

Mit der in /2/ beschriebenen Methode ergibt sich aus der SIMMER-Impulsgleichung für den Beiwert ζ_v^s

$$\zeta_v^s = \frac{1 - \tau_v}{2(1 + \tau_v)} (6\tau_v - \tau_v^2 + 3) \quad (\text{Formel (54) aus /2/})^+ \quad (2.8)$$

Die Abb. 2.4 zeigt beide Größen als Funktion des Öffnungsverhältnisses τ_v . Hier ist festzustellen, daß die Übereinstimmung beider Kurven im ganzen Wertebereich τ_v zufriedenstellend ist. Die Formel (2.8) wurde wiederum unter der Voraussetzung eines gleichförmigen Maschennetzes gewonnen.

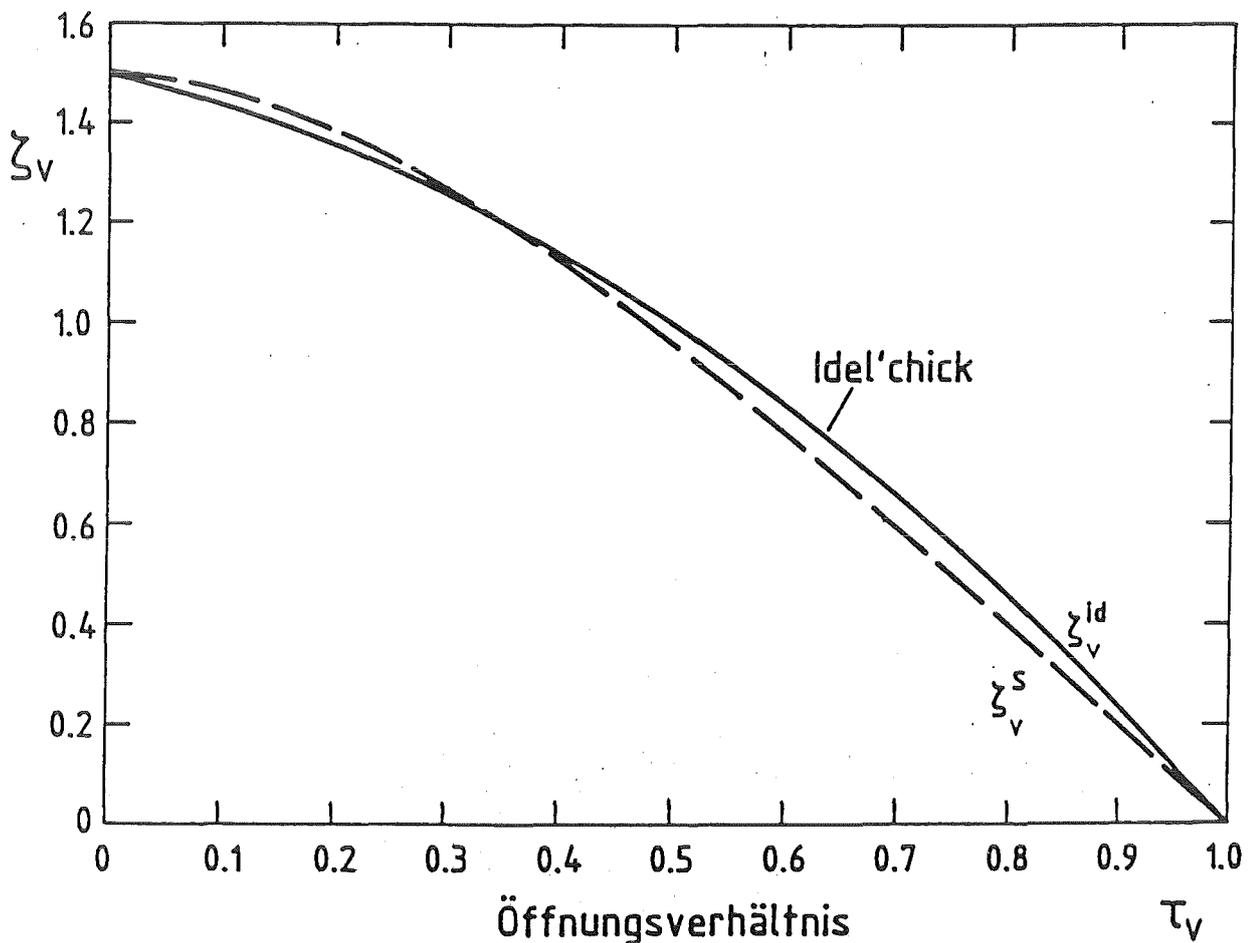


Abb. 2.4: Widerstandsbeiwerte ζ_v bei abrupten Verengungen
(ID = nach Idelchick, S = nach SIMMER-II)

+ ($1/\tau$ in Formel (54) in /2/ entspricht obigem τ_v !)

3. Widerstandsbeiwerte bei abrupten Querschnittsänderungen bei ungleichförmigem Maschennetz

Die im vorigen Abschnitt angegebenen Bezeichnungen für die Widerstandsbeiwerte in SIMMER-II {Formeln (2.4) und (2.8)} gelten nur unter der Voraussetzung, daß das Maschennetz gleichförmig ist. Im folgenden werden Formeln entwickelt, die auch für den Fall eines ungleichmäßigen Maschennetzes anwendbar sind.

3.1 Abrupte Erweiterung

Bei stationären Strömungsverhältnissen lauten die Impulsgleichung und die Kontinuitätsgleichung in diskretisierter Form

$$\langle \bar{\rho} v^2 \rangle_{j+1} - \langle \bar{\rho} v^2 \rangle_j + \alpha_{j+1/2} (P_{j+1} - P_j) = 0 \quad (3.1)$$

$$\langle \bar{\rho} v \rangle_{j+1/2} - \langle \bar{\rho} v \rangle_{j-1/2} = 0 \quad (3.2)$$

mit $\bar{\rho} = \rho \cdot \alpha$ (ρ = Flüssigkeitsdichte und α = Volumenanteil der Flüssigkeit)

Im SIMMER-Code werden die Drücke in Maschenmitte und die Geschwindigkeiten auf den Maschenrändern berechnet. Dies ist in der folgenden Abb. 3.1 dargestellt.

Unter der Annahme, daß die Geschwindigkeit v positiv und die Flüssigkeit inkompressibel ist, gilt (siehe / 1 /, / 2 /)

$$\langle \bar{\rho} v^2 \rangle_j = \rho v_j \alpha_{j-1/2} v_{j-1/2} \quad (3.3)$$

Für die Geschwindigkeit v_j im Maschenzentrum gilt unabhängig von der Maschenlänge ΔZ

$$v_j = \frac{1}{2} (v_{j-1/2} + v_{j+1/2}) \quad (3.4)$$

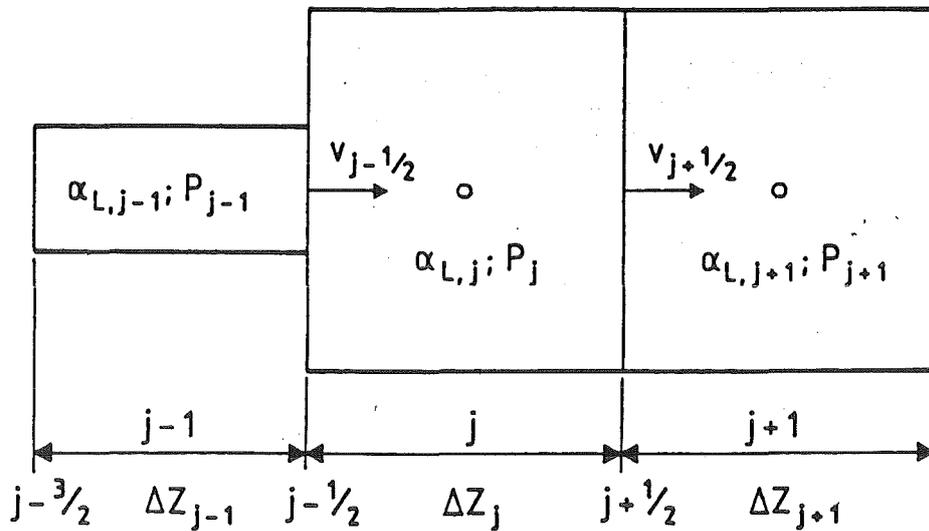


Abb. 3.1: Maschennetz für eine plötzliche Erweiterung

Dagegen geht bei der Berechnung des Volumenanteils $\alpha_{j+1/2}$ auf dem Rand die Maschenlänge ein. In SIMMER-II wird hierbei die Formel

$$\alpha_{j+1/2} = \frac{\Delta Z_{j+1} \alpha_{j+1} + \Delta Z_j \alpha_j}{\Delta Z_{j+1} + \Delta Z_j} \quad (3.5)$$

verwendet.

Bei einer plötzlichen Erweiterung (zwischen den Maschen $j-1$ und j) ist die Bezugsgeschwindigkeit $v_{j-1/2}$.

Aus den Gleichungen (3.1) bis (3.5) ergeben sich durch algebraische Umrechnungen folgende Formeln für die Druckänderung

$$P_{j-1} - P_j = \rho \frac{v_j \alpha_{j-1/2} v_{j-1/2} - v_{j-1} \alpha_{j-3/2} v_{j-3/2}}{\alpha_{j-1/2}} \quad (3.6)$$

$$= \frac{\rho}{2} \left\{ (v_{j-1/2} + v_{j+1/2}) v_{j-1/2} - \frac{\alpha_{j-3/2}}{\alpha_{j-1/2}} (v_{j-3/2} + v_{j-1/2}) v_{j-3/2} \right\}$$

Wegen

$$\alpha_k = \alpha_{j-1} \quad \text{für } k \leq j-1$$

und

$$\alpha_k = \alpha_j \quad \text{für } k \geq j$$

und mit der Abkürzung

$$\tau_E = \frac{\alpha_{j-1}}{\alpha_j}$$

folgt

$$\alpha_{j-3/2} = 1 \quad \alpha_{j-1/2} = \frac{\Delta Z_j + \Delta Z_{j-1} \tau_E}{\Delta Z_j + \Delta Z_{j-1}} \alpha_j \quad (3.7)$$

$$P_{j-1} - P_j = \frac{\rho}{2} v_{j-1/2}^2 \left\{ 1 + \tau_E - \frac{2 \Delta Z_j + \Delta Z_{j-1}}{\Delta Z_j + \Delta Z_{j-1} \tau_E} \frac{\alpha_{j-1}}{\alpha_j} \right\}$$

Es sei

$$\sigma_E = \frac{\Delta Z_{j-1}}{\Delta Z_j}$$

das Längenverhältnis der beiden an die Unstetigkeitsstelle angrenzenden Maschen.

Dann gilt:

$$\begin{aligned} P_{j-1} - P_j &= \frac{\rho}{2} v_{j-1/2}^2 \left\{ 1 + \tau_E - \frac{2 \tau_E (1 + \sigma_E)}{1 + \sigma_E \tau_E} \right\} \\ &= \frac{\rho}{2} v_{j-1/2}^2 \frac{(1 + \tau_E) (1 + \sigma_E \tau_E) - 2 \tau_E (1 + \sigma_E)}{1 + \sigma_E \tau_E} \end{aligned} \quad (3.8)$$

In ähnlicher Weise ergibt sich für die Druckdifferenz $P_j - P_{j+1}$

$$P_j - P_{j+1} = \frac{\rho}{2} v_{j-1/2}^2 \frac{2 \tau_E^2 (1 + \sigma_E) - (1 + \tau_E) (1 + \tau_E \sigma_E)}{1 + \sigma_E} \quad (3.9)$$

Für den Widerstandsbeiwert ergibt sich somit

$$\zeta_E^s = \frac{P_{j-1} - P_{j+1}}{\frac{\rho}{2} v_{j-1/2}^2} = \left\{ \frac{(1 + \tau_E) (1 + \sigma_E \tau_E) - 2 \tau_E (1 + \sigma_E)}{1 + \sigma_E \tau_E} + \frac{2 \tau_E^2 (1 + \sigma_E) - (1 + \tau_E) (1 + \tau_E \sigma_E)}{1 + \sigma_E} \right\} \quad (3.10)$$

Mit $\sigma_E = 1$ (gleichförmiges Maschennetz) ergibt sich, wie zu erwarten ist, wieder die Formel (2.4)

$$\begin{aligned} \zeta_E^s &= \frac{(1 + \tau_E)^2 - 4 \tau_E}{1 + \tau_E} + \frac{4 \tau_E^2 - (1 + \tau_E)^2}{2} \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{\tau_E + 1} \left\{ 2 (1 - \tau_E)^2 + (3 \tau_E^2 - 2 \tau_E - 1) (1 + \tau_E) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\tau_E - 1}{\tau_E + 1} \left\{ 3 \tau_E^2 + 6 \tau_E + 1 \right\} \end{aligned} \quad (3.11)$$

3.2 Abrupte Verengung

Auf gleiche Weise lassen sich die nachstehenden Formeln für eine plötzliche Verengung herleiten. Bezugsgeschwindigkeit ist hierbei $v_{j+1/2}$

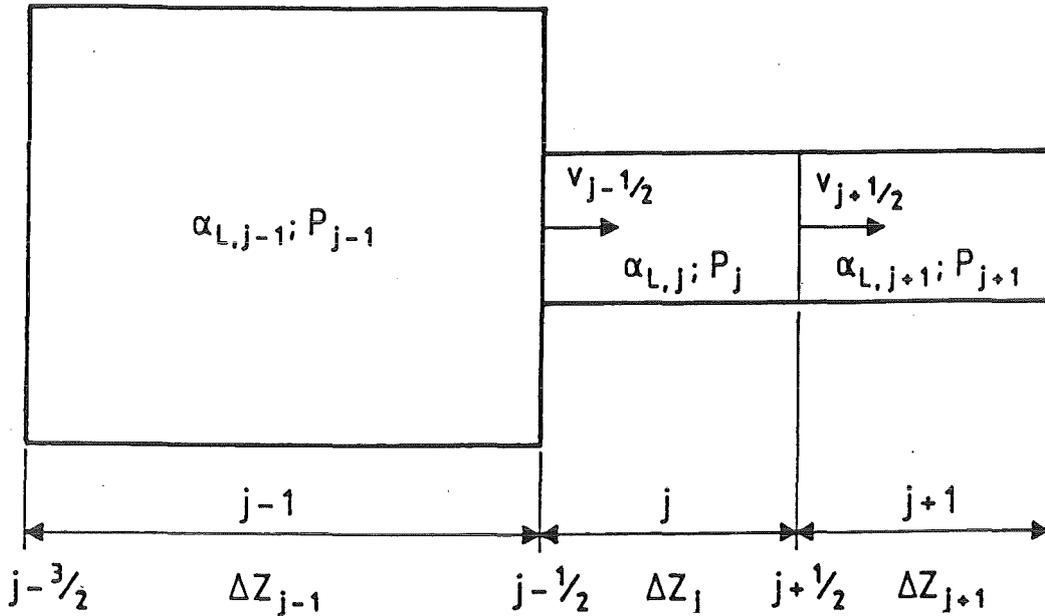


Abb. 3.2: Maschennetz für eine plötzliche Verengung

$$P_{j-1} - P_j = \frac{\rho}{2} v_{j+1/2}^2 \frac{\tau_v (1 + \tau_v) (1 + \sigma_v \tau_v) - 2 \tau_v^2 (1 + \sigma_v)}{1 + \sigma_v \tau_v} \quad (3.12)$$

$$P_j - P_{j+1} = \frac{\rho}{2} v_{j+1/2}^2 \left\{ 2 - \frac{(1 + \tau_v) (1 + \sigma_v \tau_v)}{1 + \sigma_v} \right\} \quad (3.13)$$

$$\zeta_E^s = \frac{P_{j-1} - P_{j+1}}{\frac{\rho}{2} v_{j+1/2}^2} = \left\{ 2 - (1 + \tau_v) \frac{1 + \tau_v \sigma_v}{1 + \sigma_v} + \tau_v \frac{(1 + \tau_v) (1 + \tau_v \sigma_v) - 2 \tau_v (1 + \sigma_v)}{1 + \sigma_v \tau_v} \right\} \quad (3.14)$$

mit

$$\tau_v = \frac{a_j}{a_{j-1}} \quad \text{und} \quad \sigma_v = \frac{\Delta Z_j}{\Delta Z_{j-1}}$$

Auch hier ergeben sich aus obigen Ausdrücken für den Fall $\sigma_v = 1$ die im 2. Abschnitt aufgeführten Formeln.

Bei der Ableitung der Formeln (3.10) und (3.14) wurde vorausgesetzt, daß die Geschwindigkeit v positiv ist. Ist die Geschwindigkeit dagegen negativ, so sind die Formeln zu vertauschen. Dies ist trivial, da bei negativer Geschwindigkeit eine Erweiterung als Verengung wirkt und umgekehrt.

3.3 Diskussion der Ergebnisse

Wie aus der Ableitung der Formeln hervorgeht, ist der Widerstandsbeiwert bei konstantem Öffnungsverhältnis τ sowohl für die Erweiterung als auch für die Verengung nur vom Verhältnis σ der Längen der beiden der Unstetigkeitsstelle benachbarten Maschen abhängig. Die absoluten Werte der Maschenlängen spielen also keine Rolle. Ebenso haben die Längen der übrigen Maschen keinen Einfluß.

Wie stark die Widerstandsbeiwerte vom Längenverhältnis abhängen, ist aus der Abb. 3.3 für die Erweiterung, und aus der Abb. 3.4 für die Verengung zu entnehmen. Die beiden gestrichelt gezeichneten Kurven grenzen den Bereich ein, in dem die ζ -Werte bei Variation von σ streuen. Dabei wurde die Annahme getroffen, daß σ im Bereich 0.1 bis 10 liegt.

Dieser Bereich dürfte die in der Praxis vorkommenden Fälle überdecken. In den Abbildungen sind die Werte für $\sigma = 1$ mit einem Kreuz x gekennzeichnet.

Im Falle einer abrupten Erweiterung entnimmt man der Abb. 3.3., daß die Werte für $\sigma = 1$ in der Nähe der oberen Grenzkurve $\sigma = 0.1$ liegen. Die ζ_E Werte stimmen dabei für $\sigma = 1$ für den Bereich $\tau > 0.5$ mit den experimentell ermittelten Werten überein.

Eine Verkleinerung von σ von 1.0 ausgehend führt nur zu geringen Änderungen der ζ -Werte. Dagegen bewirkt eine Vergrößerung von σ eine deutliche Variation der ζ -Werte. Wählt man $\sigma = 1/\tau$, verhalten sich also die Maschenlängen umgekehrt wie die Strömungsquerschnitte, so erhält man exakt die experimentell zu erwartenden Werte (durchgezogene Linie in Abb. 3.3).

Bei einer abrupten Verengung stimmen die ζ -Werte für $\sigma = 1$ recht gut mit den experimentellen Werten überein. Dies zeigt die Abb. 3.4.

Der Bereich, in dem die ζ -Werte bei Variation von σ ($0.1 \leq \sigma \leq 10$) liegen, ist wiederum durch die beiden gestrichelten Kurven begrenzt. Auch in diesem Fall nimmt die Variationsbreite bei kleiner werdendem Öffnungsverhältnis zu. Im Falle der abrupten Verengung führt die Wahl ($\sigma = 1/\tau$) nicht zu einer Annäherung an die experimentell bestimmten Werte.

Im Anhang 9.1 wird die Sensitivität der ζ -Werte in Abhängigkeit von der Wahl des Maschennetzes - ausgehend von einem äquidistanten Rechennetz - nochmals dargestellt.

Wählt man wie im Falle der abrupten Erweiterung das Maschenverhältnis so, daß die Beziehung $\sigma = 1/\tau_v$ gilt, so erhält man die einfache Formel $\zeta_v^s = (2-\tau_v)$.

In der Abb. 3.4 sind diese Werte mit einem Kreis gekennzeichnet. Die Werte liegen in der Nähe der oberen Grenzkurve. Für Werte $\tau < 0.4$ ist die Übereinstimmung mit den experimentellen Werten schlecht. Die beste Übereinstimmung mit den experimentellen Werten ist mit $\sigma = 1$ zu erzielen.

Bei einer plötzlichen Erweiterung dagegen führt die Wahl $\sigma = 1/\tau_E$ zu einer guten Übereinstimmung im gesamten Wertebereich.

Liegt also ein Problem vor, bei dem die Strömungsrichtung weitgehend festliegt wie z.B. bei Analysen der Expansionsphase / 2 /, so läßt sich die Berechnung des Druckverlustes an einer Querschnittsveränderung durch geeignete Wahl des Maschennetzes optimieren.

Bei Problemen, bei denen ein Wechsel der Strömungsrichtung vorkommen kann wie z.B. in der Übergangsphase / 4 /, besteht prinzipiell bei dem in / 2 / definierten Verfahren nicht die Möglichkeit, durch geeignete Wahl des Maschennetzes die Genauigkeit zu verbessern. Es sollte dann möglichst ein gleichförmiges Maschennetz verwendet werden. Insgesamt kann festgestellt werden, daß für die bei Störfallanalysen i.a. auftretenden Öffnungsverhältnisse $\tau_E, \tau_v > 0.5$ die Abhängigkeit der Widerstandsbeiwerte von der Wahl des Maschennetzes schwach ist.

Es soll abschließend noch angemerkt werden, daß die entsprechenden Druckverluste etc. formal mathematisch abgeleitet und mit den entsprechenden experimentellen Werten verglichen werden. Die bei einer realen Strömung auftretenden Phänomene, wie z.B. das Wiederanlegen der Strömung nach der Querschnittsänderung /3/, werden in dieser obigen Näherung nicht direkt modelliert.

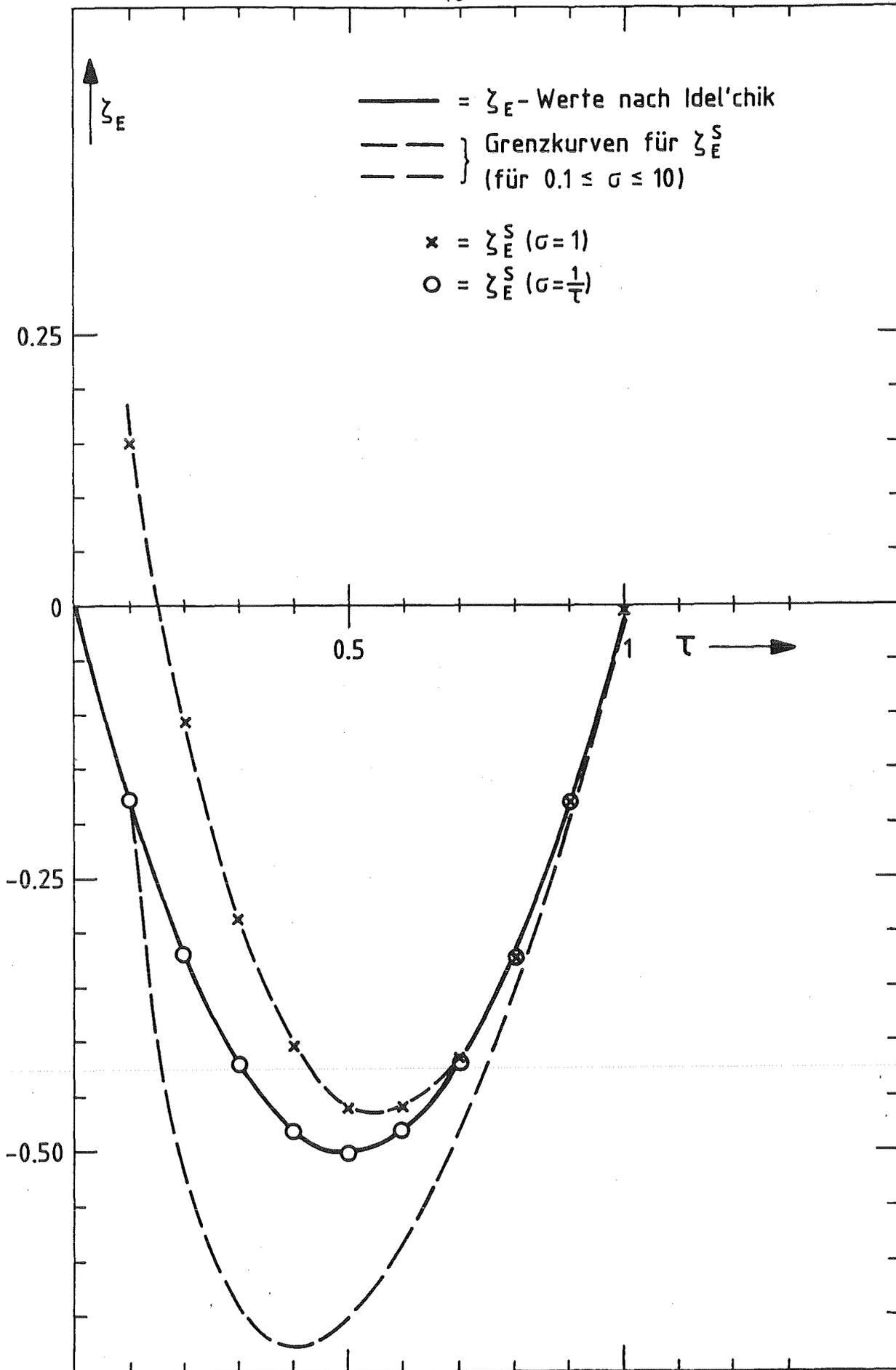


Abb. 3.3 Abrupte Erweiterung: Variation des Verhältnisses σ der Maschenlängen

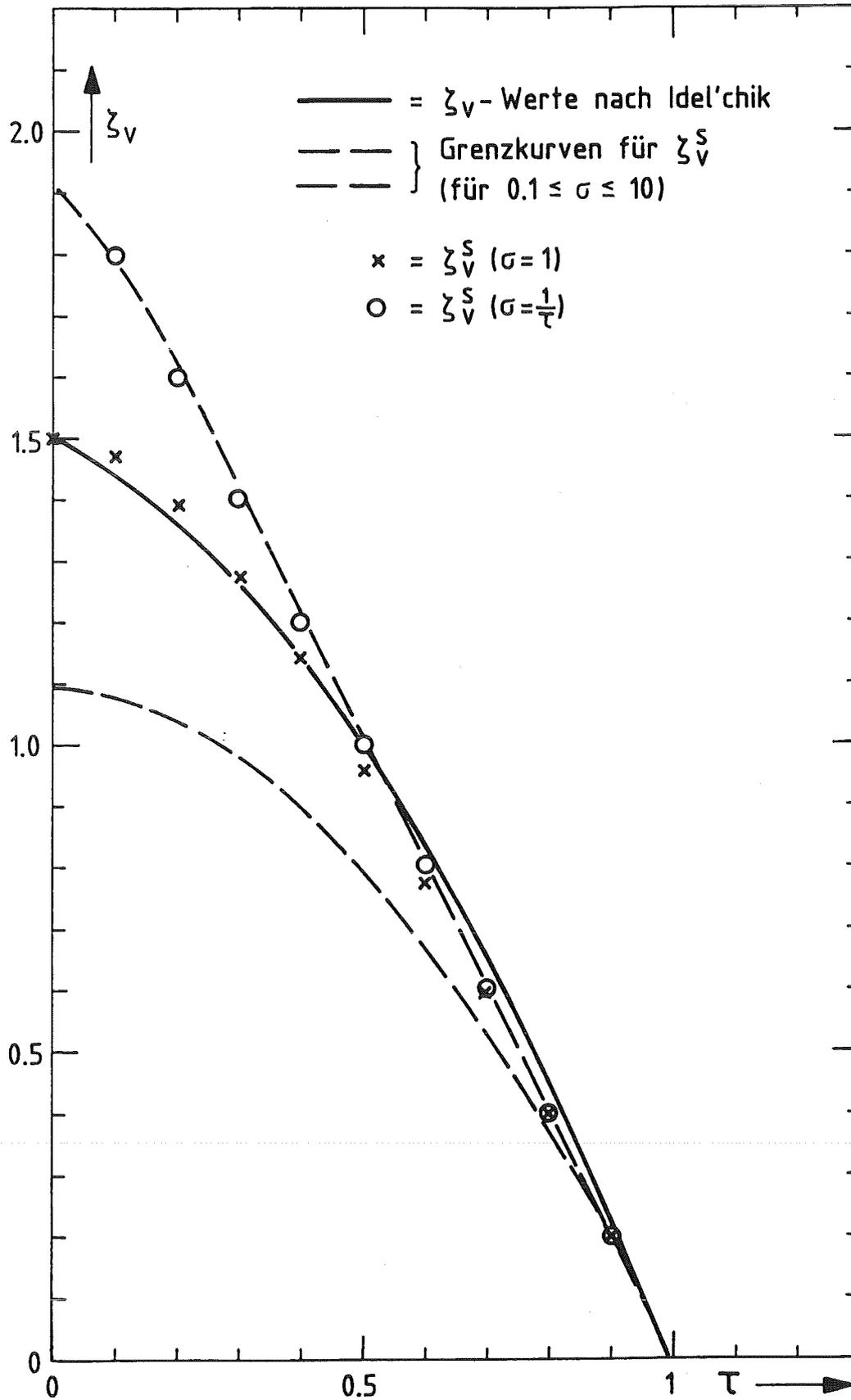


Abb. 3.4 Verengung: Variation des Verhältnisses σ der Maschenlängen

4. Numerische Ergebnisse von SIMMER-Rechnungen für die Durchströmung von abrupten Querschnittsänderungen

Zur Überprüfung der in den vorhergehenden Kapiteln gemachten Aussagen wurde eine Reihe von SIMMER-Rechnungen durchgeführt. Dabei wurde das in der Abb. 4.1 dargestellte Rechenmodell benutzt

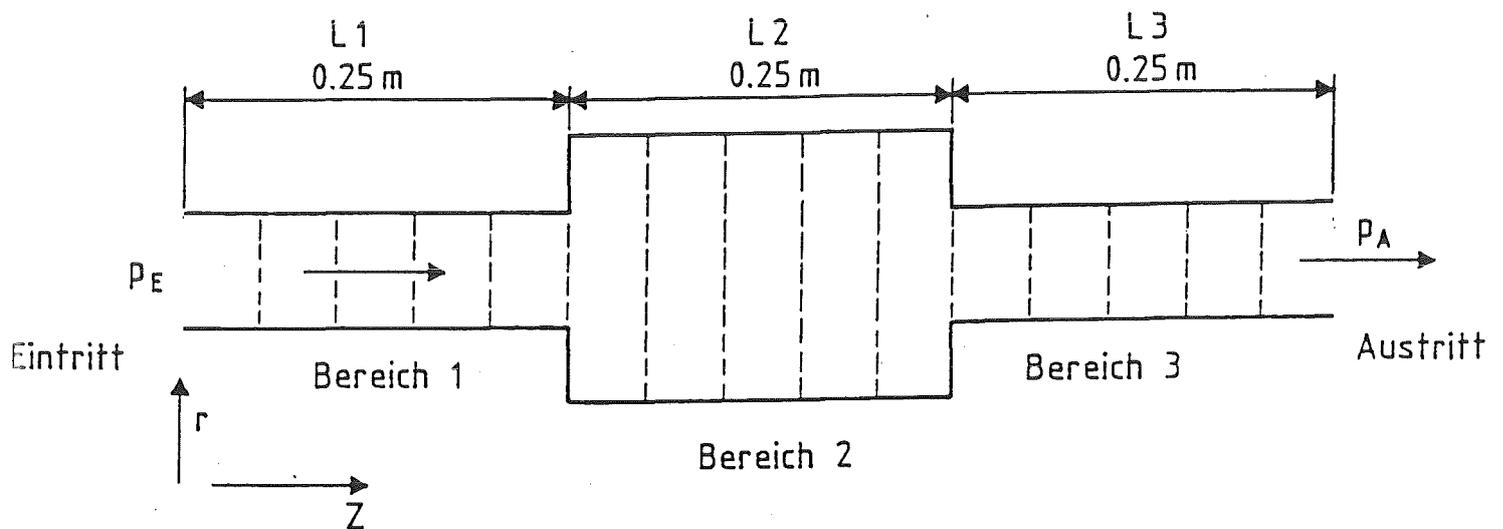


Abb. 4.1: In den SIMMER Rechnungen verwendetes Modell

Bei dem Rohr-Modell wird gleichzeitig eine abrupte Erweiterung und eine Verengung simuliert, wobei in jedem Bereich (siehe Abb. 4.1) 5 Rechenmaschen liegen. Bei dem verwendeten äquidistanten Maschennetz beträgt die Maschenweite 5 cm.

In den einzelnen Rohrbereichen wird für die Bezugsfläche zur Bestimmung des Öffnungsverhältnisses die Querschnittsfläche des mittleren Bereichs verwendet. In SIMMER-II wird die Querschnittsfläche der Strömung indirekt durch Angabe der Schmierdichten ρ_s und ρ_L des Strukturmaterials bzw. der Flüssigkeit bestimmt.

Die Schmierdichte ist als Produkt von Volumenanteil \cdot mikroskopischer Dichte definiert. In Bereich 2 gilt $\rho_s = 0$. Die Flüssigkeit füllt also (bis auf einen rechen-technisch bedingten Volumenanteil $\alpha_0 / 1$) den vollen Rohrquerschnitt aus.

Als Randbedingung wird ein Druck

$$P_E = 1.1 \text{ MPa}$$

am Rohreintritt und ein Druck

$$P_A = 0.1 \text{ MPa}$$

entsprechend der in SIMMER vorgegebenen Definition am Rohraustritt gewählt.

Die Drücke sind dabei zeitlich konstant.

Als weitere Anfangsbedingung gilt für die Bereiche $i = 1, 3$:

$$v_i = 0$$

Zunächst wurden einige SIMMER-Rechnungen mit einem gleichmäßigen Maschenetz durchgeführt. Die Ergebnisse für die abrupte Erweiterung und Verengung werden im Folgenden dargestellt. (Damit ergibt sich eine Überprüfung der Formeln (2.4) und (2.8)). In den folgenden Tabellen 4.1 und 4.2 sind die Rechenfälle durch die Öffnungsverhältnisse (τ_E, τ_V) charakterisiert.

In den nächsten Spalten sind die mit SIMMER ermittelten stationären Drücke vor bzw. hinter der Querschnittsänderung (Indizes v bzw. h; h bedeutet dabei die 2. Masche nach der Querschnittsänderung) sowie die Endgeschwindigkeit v_∞ im engeren Rohrabschnitt (Bereich 3) aufgeführt. Aus diesen Ergebnissen wurden mit Hilfe der Formel

$$\zeta^s = \frac{\Delta P}{\frac{\rho}{2} v_\infty^2}$$

die Widerstandsbeiwerte bestimmt. Diese Werte sind in der vorletzten Spalte der Tabellen zu finden. Zum Vergleich wurden in Klammern auch die theoretischen Werte (Formeln (2.4), bzw. (2.8)) aufgenommen. Der Vergleich ergibt, daß die Abweichung im Bereich von einem Promille liegt. Der SIMMER-Code rechnet also numerisch hinreichend genau bezogen auf die Formeln (2.4) und (2.8).

Zur Überprüfung der Abhängigkeit der Widerstandsbeiwerte vom Verhältnis der beiden der Störstelle benachbarten Maschen, also bei ungleichförmigen Maschenetzen, wurde der Fall $\tau_E = \tau_V = 0.5$ als Referenzfall zugrunde gelegt.

Die Tabelle 4.3 enthält in den Spalten 2 und 3 den stationären Druck im mittleren Bereich 2 (Druck hinter der Erweiterung bzw. vor der Verengung) sowie die Endgeschwindigkeit v_∞ im engen Bereich 3 (wegen $\tau_E = \tau_V$ ist die Einlauf- gleich der Auslauf-Geschwindigkeit). Als Parameter ist in der ersten Spalte das Längenverhältnis σ aufgeführt. Den beiden letzten Spalten sind die numerisch ermittelten Widerstandsbeiwerte

$$\left(\zeta = \frac{\Delta P}{\rho \frac{v^2}{2}} \right)$$

sowie in Klammern die aus den analytischen Formeln (2.5) und (2.9) sich ergebenden Werte zu entnehmen. Der Vergleich der Ergebnisse zeigt auch hier eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den gemäß den analytischen Formeln errechneten und den aus den SIMMER-Rechnungen ermittelten Widerstandsbeiwerten. Die Abweichung beträgt hier maximal 1 %. Es sei noch erwähnt, daß weitere SIMMER-Rechnungen erwiesen haben, daß die Längen der übrigen Maschen keinen Einfluß auf die Ergebnisse haben.

Die mit dem verbesserten Differenzschema durchgeführten SIMMER-Rechnungen zeigten über den gesamten gerechneten Bereich ein stabiles Verhalten.

Die bisher gemachten Aussagen bezogen sich auf den stationären Strömungszustand. Im folgenden Kapitel soll noch kurz das transiente Verhalten, also der Strömungsanlauf behandelt werden.

Rechenfall		stat. Drücke		stat. Geschwindigkeit v_{∞} [m/sec]	Widerstandsbeiwerte	
τ_E [-]	τ_V [-]	P_{Ev} [bar]	P_{Eh} [bar]		ζ_{sE}^s [-]	ζ_{idE}^{id} [-]
0.1	0.1	11	10.07	35.12	0.1508 (0.1514)	-0.18
0.3	0.3	11	13.94	45.14	-0.2886 (-0.2881)	-0.42
0.3	0.2	11	12.02	26.56	-0.2892 (-0.2881)	-0.42
0.5	0.5	11	20.15	63.16	-0.4587 (-0.4583)	-0.50
0.7	0.7	11	33.72	105.00	-0.4122 (-0.4121)	-0.42
0.8	0.8	11	49.82	156.34	-0.3176 (-0.3178)	-0.32
0.9	.4	11	11.32	19.05	-0.1764 (-0.1797)	-0.18

Tab. 4.1: Numerisch ermittelte ζ_E -Werte

Abrupte Erweiterung: Gleichmäßiges Maschennetz

P_{Ev} Druck vor der Erweiterung

P_{Eh} Druck in der 2. Rechenmasche nach der Erweiterung

Rechenfall		stat. Drücke		stat. Geschwindigkeit v [m/sec]	Widerstandsbeiwerte	
τ_E [-]	τ_V [-]	P_{vv} [bar]	P_{vh} [bar]		ζ_{-v}^s [-]	ζ_{-v}^{id} [-]
0.1	0.1	10.07	1.005	35.12	1.4699 (1.4686)	1.44
0.3	0.3	13.94	1.011	45.16	1.2679 (1.2681)	1.26
0.3	0.2	12.02	1.007	39.86	1.3863 (1.3867)	1.36
0.5	0.5	20.15	1.031	63.19	0.9576 (0.9583)	1.00
0.7	0.7	33.08	1.151	105	0.5792 (0.5921)	0.66
0.8	0.8	50.10	1.52	156.4	0.3972 (0.3978)	0.46
0.9	0.4	11.33	1.008	42.88	1.1228 (1.1229)	1.14

Tab. 4.2: Numerisch ermittelte ζ_v -Werte

Abrupte Verengung: Gleichmäßiges Maschennetz

P_{vv} Druck vor der Verengung

P_{vh} Druck in der 2. Rechenmasche nach der Verengung

σ [-]	P_{EN} [bar]	v_{∞} [m/sec]	ζ_E [-]	ζ_v [-]
10	28.86	74.02	-0.6520 (-0.6515)	1.0170 (1.0152)
2	20.98	63.13	-0.5008 (-0.5000)	1.003 (1.000)
5	24.72	68.23	-0.5894 (-0.5893)	1.0191 (1.0179)
2.5	21.63	63.95	-0.5199 (-0.5198)	1.0089 (1.0079)
5:3	20.59	62.83	-0.4859 (-0.4829)	0.9925 (0.9893)
1.25	20.22	62.79	-0.4677 (-0.4680)	0.9750 (0.9744)
1.0	20.15	63.19	-0.4583 (-0.4583)	0.9592 (0.9583)
5:6	20.22	63.79	-0.4532 (-0.4532)	0.9447 (0.9439)
5:7	20.36	64.47	-0.4506 (-0.4507)	0.9316 (0.9309)
0.2	23.66	74.14	-0.4606 (-0.4659)	0.8245 (0.8296)

Tab. 4.3: Widerstandsbeiwerte ζ als Funktion des Verhältnisses σ der Maschenlängen ($\tau_E = \tau_v = 0.5$)

5. Analytische Lösung des transienten Strömungsproblems

In diesem Kapitel wird nochmals das Modell für die in Kap. 4 beschriebenen SIMMER-II-Rechnungen benutzt.

Es wird ein Differentialgleichungssystem hergeleitet, das analytisch lösbar ist und das auch die transiente Anlaufphase bei der Durchströmung des Rohrmodells (Abb. 4.1) beschreibt. Damit können durch Vergleich mit der exakten Lösung auch Aussagen über die Genauigkeit der mit SIMMER-II gewonnenen numerischen Resultate in der Anlaufphase, d.h. bevor sich die stationäre Strömung ausgebildet hat, gemacht werden. Für den Vergleich wurden ein äquidistantes Maschennetz und die dem entsprechenden ζ -Werte verwendet.

5.1 Beschreibung des Rechenmodells und Herleitung des Differentialgleichungssystems

Es liegen drei Rohrstücke der Längen L_i ($i = 1, 2, 3$) mit unterschiedlichen Durchmessern vor. Die Querschnittsfläche des mittleren Teils ist hierbei die Bezugsfläche. Es wird angenommen, daß die Viskosität des strömenden Mediums zu vernachlässigen ist und daß auch die Rohrreibung keine Rolle spielt. Irreversible Druckverluste treten also nur an den abrupten Querschnittsänderungen auf. Unter der Voraussetzung, daß die Flüssigkeit inkompressibel ist, gelten folgende Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned} \rho L_1 \frac{dv_1}{dt} &= (P_E - P_{1v}) \\ \rho L_2 \frac{dv_2}{dt} &= (P_{1N} - P_{2v}) \\ \rho L_3 \frac{dv_3}{dt} &= (P_{2N} - P_A) \end{aligned} \tag{5.1}$$

Hierbei bezeichnen

ρ	die Dichte
dv_i/dt	die Beschleunigung und
L_i	die Länge

der i -ten Flüssigkeitssäule.

P_E und P_A bezeichnen die (zeitlich) konstanten Drücke beim Eintritt bzw. Austritt. Die Variablen P_{1v} , P_{1N} und P_{2v} , P_{2N} sind die Drücke vor, bzw. nach den abrupten Querschnittsänderungen. Zu den obigen Impulsgleichungen kommen noch die beiden Kontinuitätsgleichungen

$$\begin{aligned} F_1 v_1 &= F_2 v_2 \\ F_2 v_2 &= F_3 v_3 \end{aligned} \quad (5.1)$$

Ferner wird noch eine Beziehung für die Drucksprünge Δp an den Unstetigkeitsstellen benötigt

$$\begin{aligned} P_{1v} - P_{1N} &= \frac{\rho}{2} v_1^2 \cdot \zeta_E \\ P_{2v} - P_{2N} &= \frac{\rho}{2} v_3^2 \zeta_v \end{aligned} \quad (5.3)$$

Die Beiwerte ζ sind nur eine Funktion der Flächenverhältnisse $\tau_E = F_1/F_2$ (Erweiterung) bzw. $\tau_v = F_3/F_2$ (Verengung).

Durch einfache Umformung ergibt sich schließlich eine Differentialgleichung für die Geschwindigkeit v_1

$$\rho \left\{ L_1 + \tau_E L_2 + \frac{\tau_E}{\tau_v} L_3 \right\} \frac{dv_1}{dt} = P_E - P_A - \frac{\rho}{2} v_1^2 \left\{ \zeta_E + \left(\frac{\tau_E}{\tau_v} \right)^2 \zeta_v \right\} \quad (5.4)$$

5.2 Analytische Lösung des Gleichungssystems

Mit den Abkürzungen

$$\alpha = \rho \left(L_1 + \nu_E L_2 + \frac{\nu_E}{\nu_\nu} L_3 \right)$$

$$\beta = \frac{\rho}{2} \left(\zeta_E + \left(\frac{\nu_E}{\nu_\nu} \right)^2 \zeta_\nu \right) \quad \text{und}$$

$$\gamma = P_E - P_A$$

folgt

$$\frac{dv_1}{dt} = 1/2 (\gamma - \beta v_1^2) / \alpha$$

Mit der Anfangsbedingung

$$v_1 = 0$$

ergibt sich die Lösung

$$v_1 = \sqrt{\frac{\gamma}{\beta}} \cdot \operatorname{tgh} \left(\frac{\sqrt{\beta \gamma}}{\alpha} t \right) \quad (5.5)$$

Die Endgeschwindigkeit $V_{1\infty} = \sqrt{\gamma/\beta}$ ($t \rightarrow \infty$) hängt nur von der Druckdifferenz sowie der Dichte und der Widerstandsbeiwerte ζ_j ab. Die Zeitkonstante, welche ein Maß für die Dauer des Einschwingvorgangs ist, hängt dagegen auch noch von der Länge der Flüssigkeitssäule ab.

Durch einfache Umformung ergibt sich aus 5.5

$$v_1 = v_{1\infty} \left(1 - \frac{2}{1 + e^{2t/\phi}} \right) \quad (5.6)$$

wobei

$$\phi = \frac{\alpha}{\sqrt{\beta \gamma}}$$

gilt.

Die übrigen unbekanntenen Größen können aus dem Gleichungssystem (5.1) bis (5.3) durch Umrechnung abgeleitet werden.

Beschleunigung im ersten Rohrsegment

$$\frac{dv_1}{dt} = \frac{v_{1\infty}}{\Phi} \frac{1}{\cosh^2\left(\frac{t}{\Phi}\right)} = \frac{4 v_{1\infty}}{\Phi \left(e^{+t/\Phi} + e^{-t/\Phi}\right)^2} \quad (5.7)$$

Druck vor der Erweiterung

$$P_{1v} = P_E - \rho L_1 \frac{dv_1}{dt} \quad (5.8)$$

Druck hinter der Erweiterung

$$P_{1N} = P_{1v} - \rho/2 v_1^2 \cdot \zeta_E \quad (5.9)$$

Druck vor der Verengung

$$P_{2v} = P_{1N} - \rho L_2 \cdot \frac{dv_1}{dt} \cdot \tau_E \quad (5.10)$$

Druck hinter Verengung

$$P_{2N} = P_{2v} - \frac{\rho}{2} \left(\frac{v_E}{v_v}\right)^2 v_1^2 \cdot \zeta_v = P_A + \rho L_3 \frac{v_E}{v_v} v_1 \quad (5.11)$$

Da der Beiwert ζ_E negativ ist*, ergibt sich nicht für jede beliebige Kombination von τ_E und τ_v eine reelle Lösung. Es muß nämlich die Bedingung

$$\beta = \frac{\rho}{2} \left(\zeta_E + \left(\frac{v_E}{v_v}\right)^2 \zeta_v \right) > 0 \quad (5.12)$$

erfüllt sein.

Den Verlauf der Grenzkurve $\beta = 0$ zeigen die Abbildungen 5.1 - 5.2 (ζ -Werte nach Idelchik) und (ζ -Werte im SIMMER-Code).

Für Kombinationen von (τ_E, τ_v) , die unterhalb der angegebenen Kurven liegen, existiert eine stabile Lösung.

* Bei der Approximation in SIMMER kann ζ_E^s (siehe 2.4) jedoch auch positiv werden.

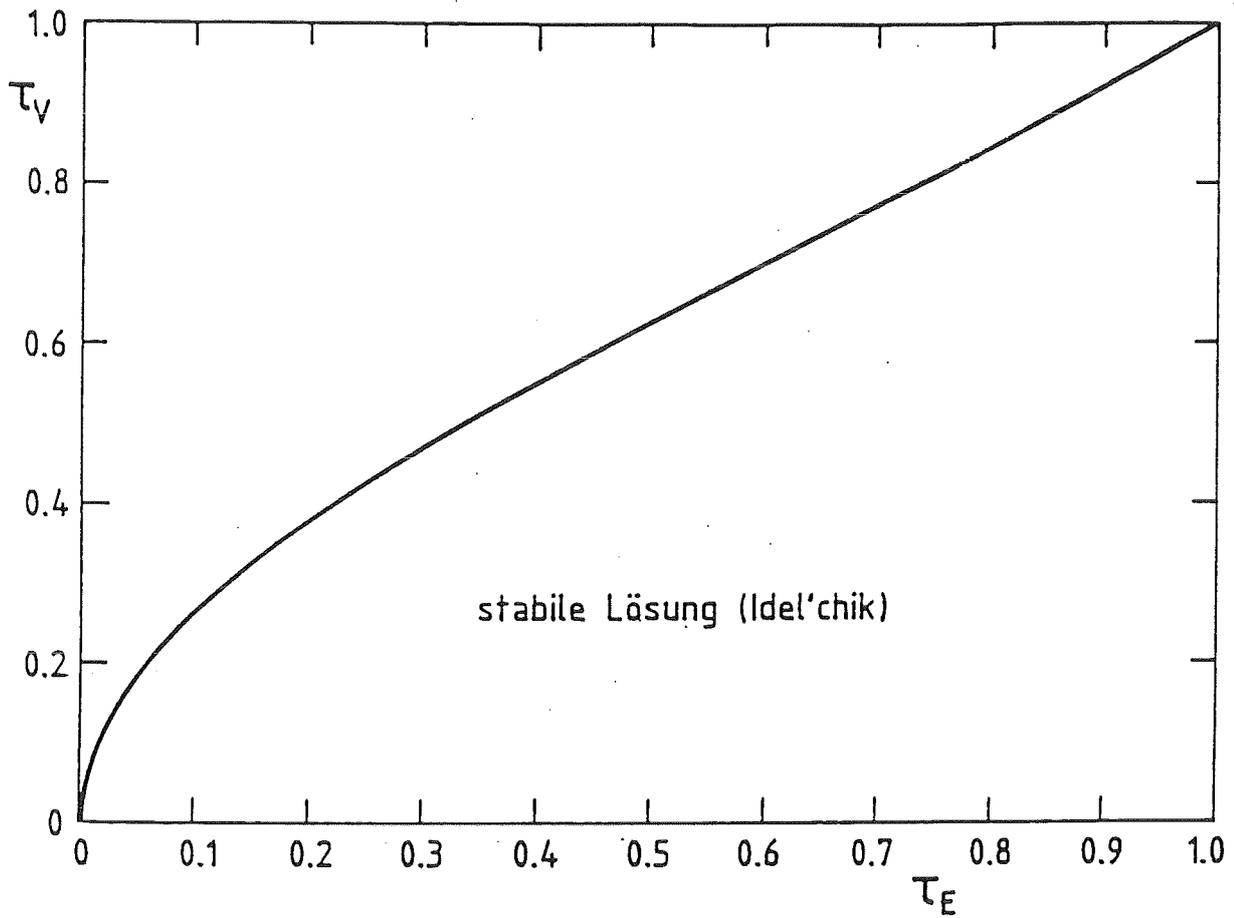


Abb. 5.1 Grenzkurve für stabile Lösung $\beta(\tau_E, \tau_V) = 0$ (Idelchik)

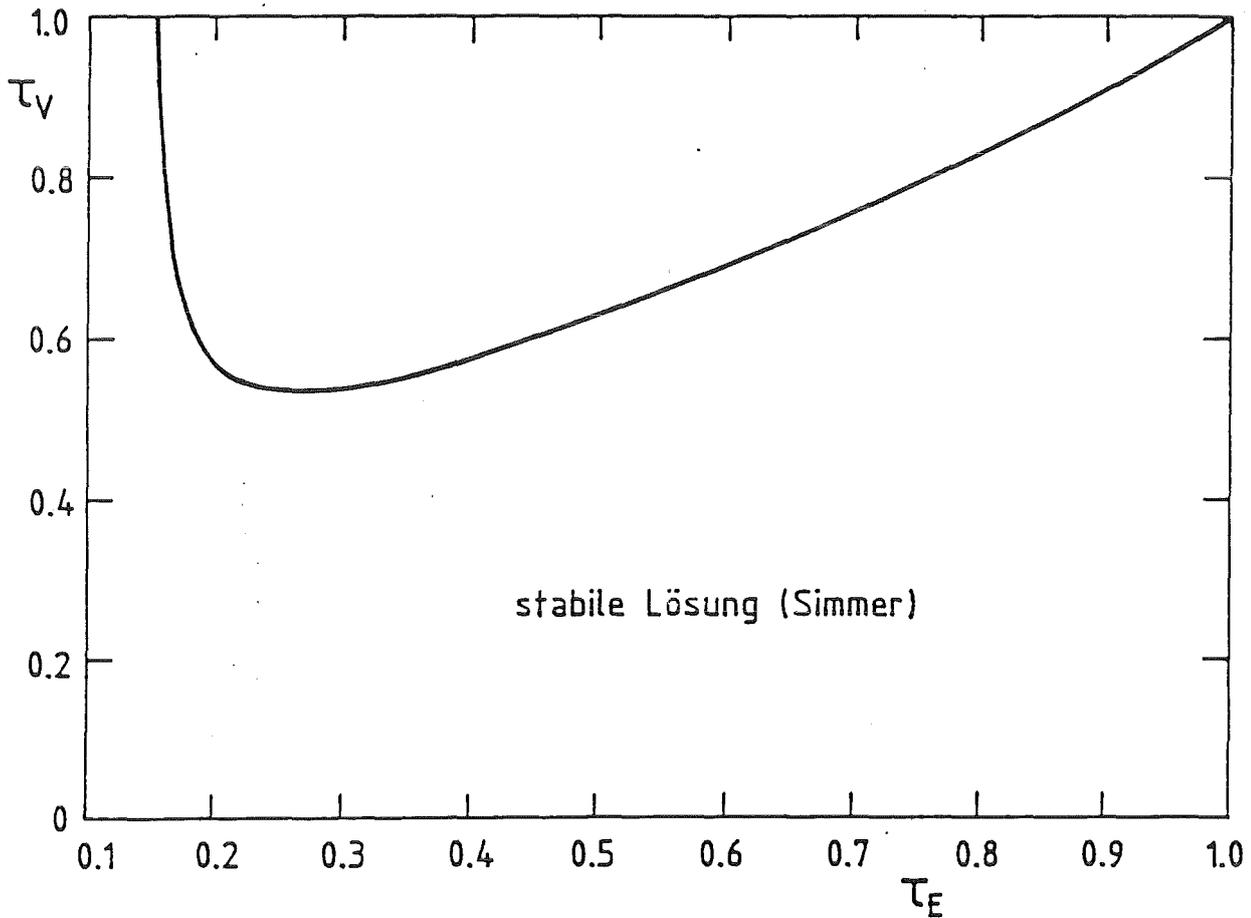


Abb. 5.2 Grenzkurve für stabile Lösung β (τ_E, τ_V) = 0 (SIMMER)

Eine zahlenmäßige Auswertung der obigen Formeln wurde für ein Öffnungsverhältnis von 0.5 ($\tau_E = \tau_V$) und eine Druckdifferenz von $\Delta P = 10$ bar durchgeführt. Für die ζ -Werte werden die entsprechenden Ergebnisse aus den Formeln (2.4) und (2.8) gewählt. In der Abbildung 5.3 ist der zeitliche Verlauf der Geschwindigkeit im engen Bereich dargestellt. Zum Vergleich wurden die Ergebnisse einer entsprechenden SIMMER-Rechnung in die Abbildung aufgenommen. Man erkennt, daß die SIMMER-Resultate nahezu identisch mit den analytischen Werten sind.

Die beiden folgenden Abbildungen 5.4 und 5.5 zeigen den zeitlichen Verlauf der Drücke an den abrupten Querschnittsänderungen.

Hier gibt es Abweichungen nur in der Anfangsphase zwischen den analytischen Werten und den SIMMER-Resultaten. Nach ca. 20 bis 30 msec ist der Kurvenverlauf nahezu identisch. Für die SIMMER Rechnung wurde zum Zeitpunkt $t = 0$ am Rohranfang ein Druck von 11 bar und am Rohrende ein Druck von 1 bar angesetzt. Nach einer kurzen Einschwingphase berechnet SIMMER die dem Problem entsprechende Druckverteilung. Bei der analytischen Lösung (inkompressible Rechnung) treten die Trägheitsdruckverluste ($\rho L_i v_i$) zum Zeitpunkt $t = 0$ auf und sind in den Abb. 5.4 und 5.5 direkt erkennbar. Für das gezeigte Beispiel mit $\tau = 0.5$ zeigt sich, daß in SIMMER der Einfluß von abrupten Querschnittsänderungen auf Druck und Geschwindigkeit des strömenden Mediums hinreichend genau erfaßt wird.

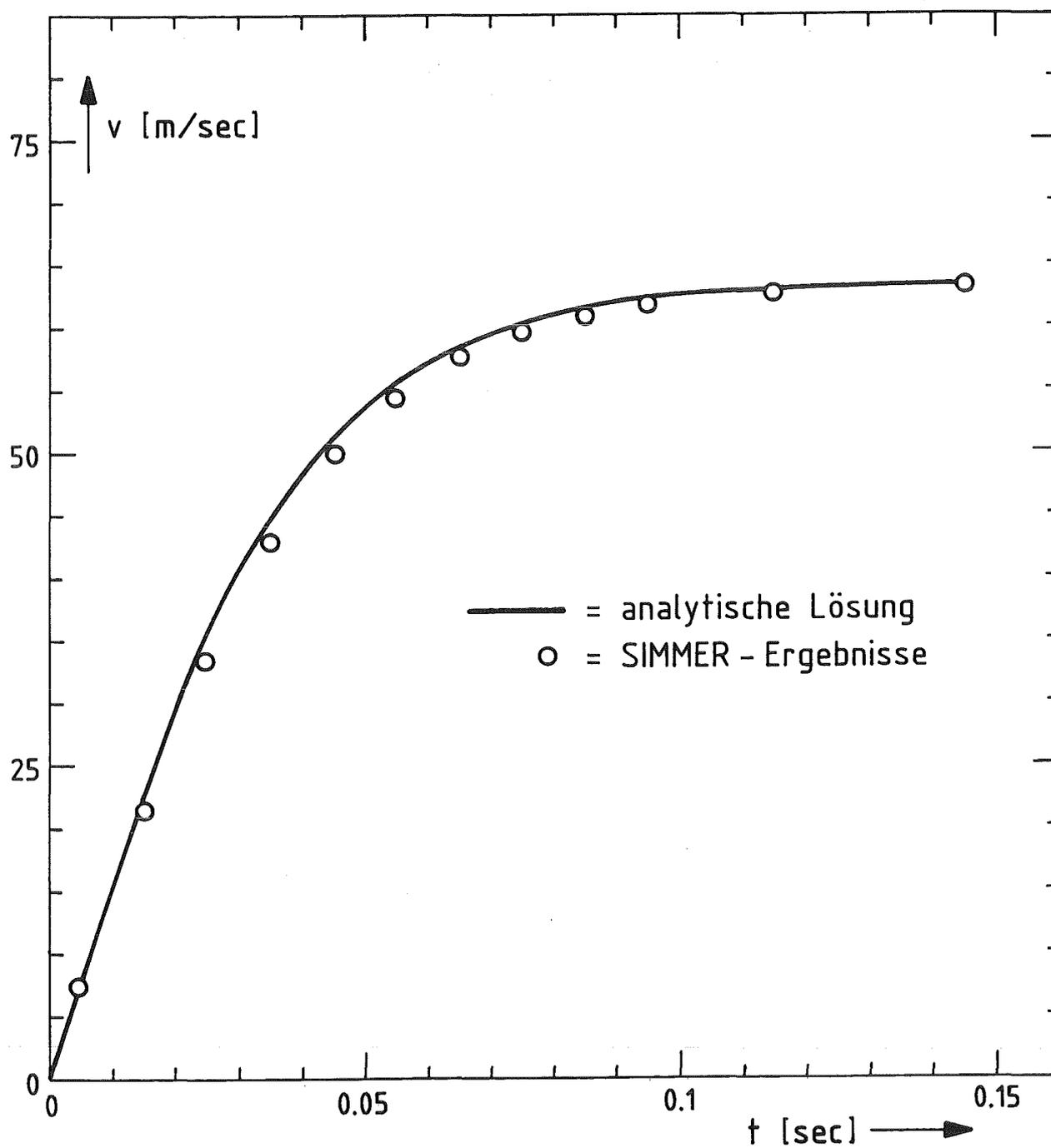


Abb. 5.3 Zeitlicher Verlauf der Geschwindigkeit im engen Bereich.
Fall: $\tau_E = \tau_V = 0.5$, gleichmäßiges Gitternetz

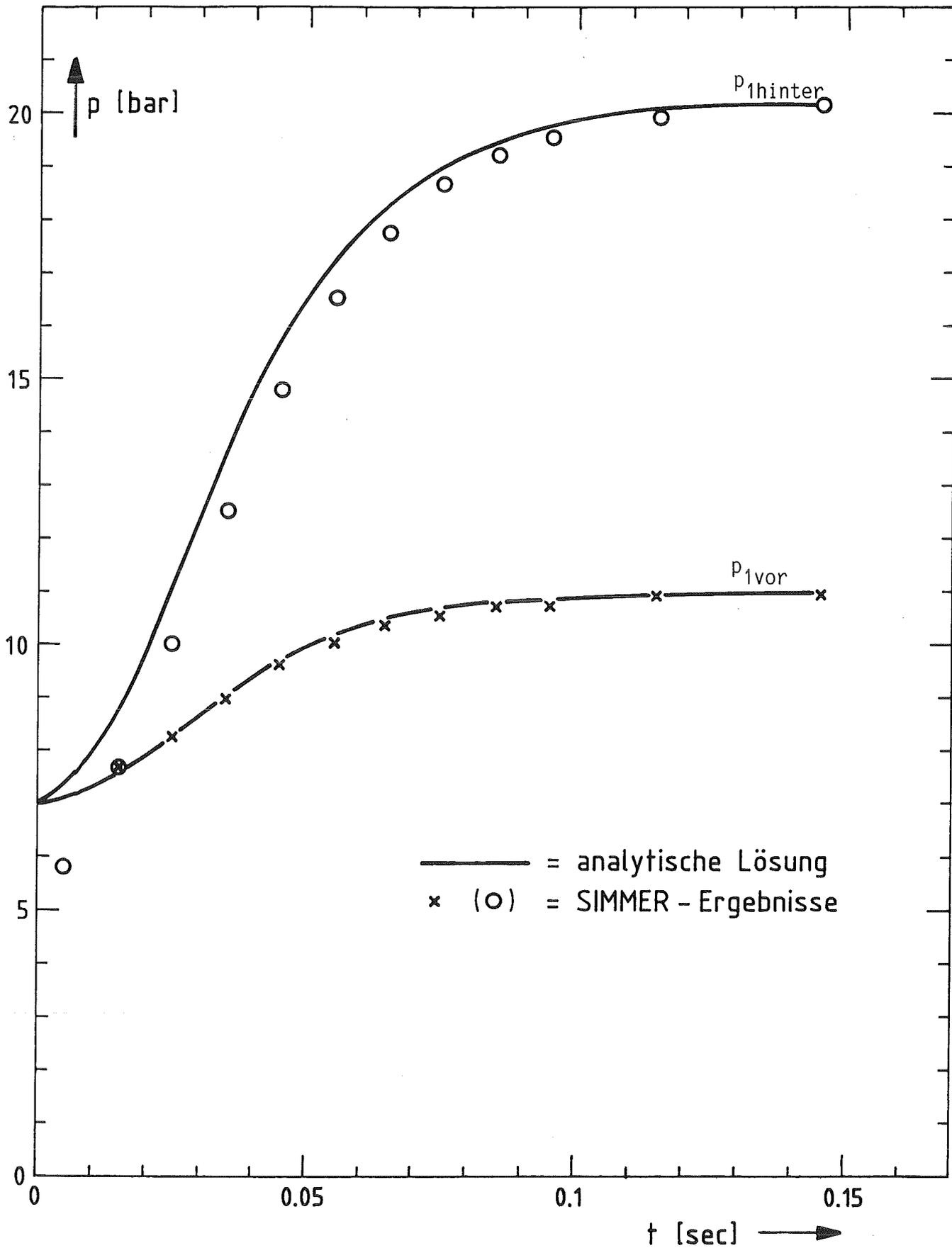


Abb. 5.4 Zeitlicher Verlauf der Drücke vor ($p_{1\text{vor}}$) und hinter ($p_{1\text{hinter}}$) der Erweiterung
 Fall: $\tau_E = \tau_V = 0.5$, gleichmäßiges Gitternetz

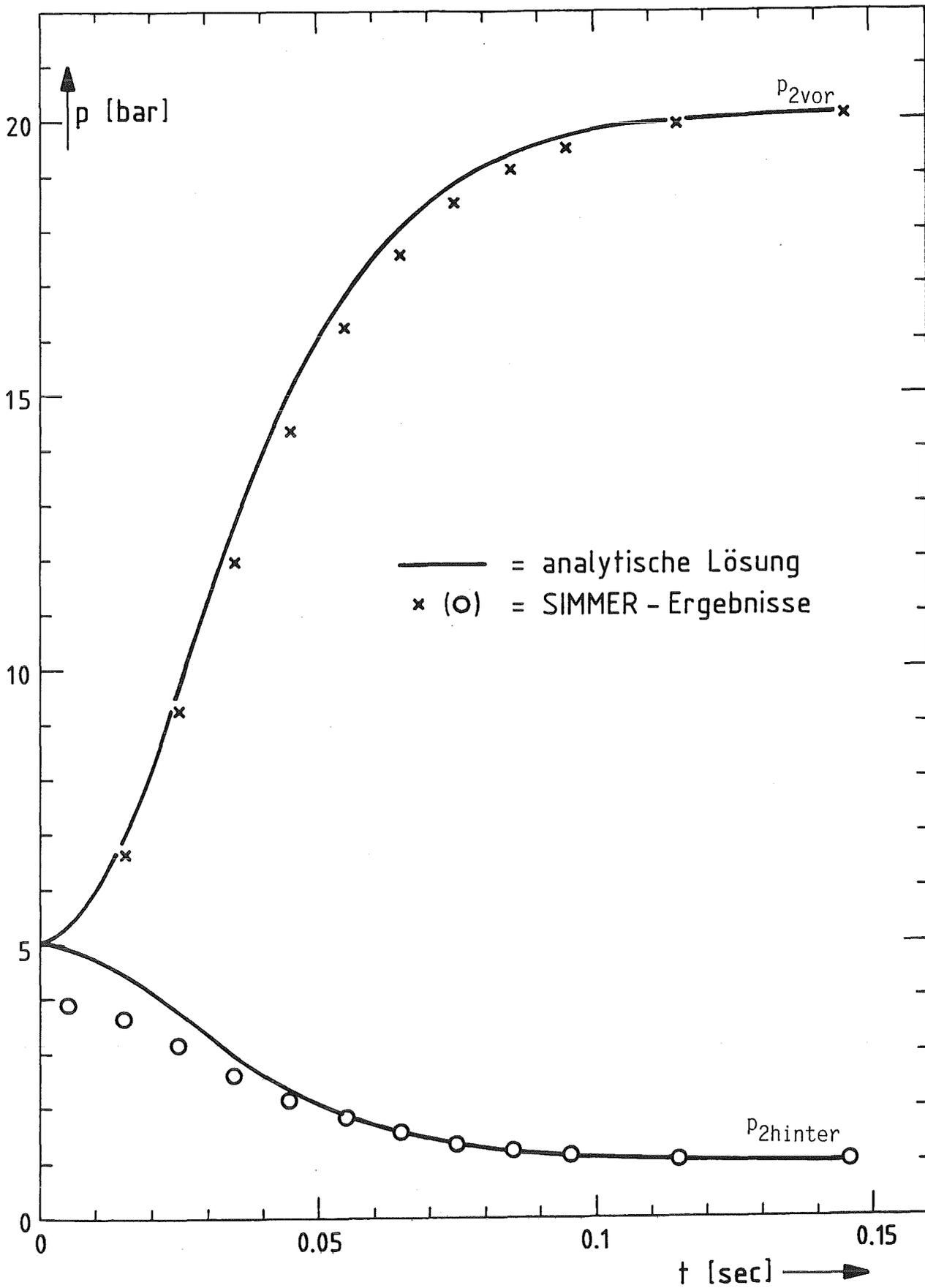


Abb. 5.5 Zeitlicher Verlauf der Drücke vor (p_{2vor}) und hinter ($p_{2hinter}$) der Verengung

Fall: $\tau_E = \tau_V = 0.5$, gleichmäßiges Gitternetz

6. Berechnung der Widerstandsbeiwerte an Querschnittsänderungen mit dem AFDM-Code

Der AFDM-Code unterscheidet sich von SIMMER in der Mittelung der Terme $\langle \rho v^2 \rangle_j$ in der Impulsgleichung 3.1. In SIMMER gilt

$$\langle \bar{\rho} v^2 \rangle_j = v_j (\bar{\rho} v)_{j-1/2} \quad (6.1)$$

Es wird also der über die Impulszelle gemittelte Massenstrom $(\rho v)_{j-1/2}$ mit der Geschwindigkeit v_j in der Zellmitte (= Rand der Impulszelle) multipliziert. Im AFDM-Code dagegen wird der Massenstrom $(\rho v)_j$ in der Zellmitte (= Rand der Impulszelle) mit der Geschwindigkeit $v_{j-1/2}$ am Zellrand multipliziert

$$\langle \bar{\rho} v^2 \rangle_j = (\bar{\rho} v)_j v_{j-1/2} \quad (6.2)$$

In den bisherigen Formeln wurden die ζ Werte jeweils auf die Geschwindigkeit im engen Rohrabschnitt bezogen. Um eine allgemeinere Darstellung (auch für die nachfolgenden Rechnungen zur Blende) zu bekommen, werden im folgenden die ζ Werte jeweils auf die Geschwindigkeit in Strömungsrichtung zwischen den beiden benachbarten Maschen $j-1$ und j bezogen (unabhängig vom Querschnitt).

Aus dem Gleichungssystem (3.1) und (3.2) ergeben sich daher mit (6.2) für die Druckdifferenz $\Delta P_{j-1,j} = P_{j-1} - P_j$ folgende Formeln:

$$\begin{aligned} P_{j-1} - P_j &= \frac{\rho}{\alpha_{j-1/2}} \left\{ (\alpha v)_j v_{j-1/2} - (\alpha v)_{j-1} v_{j-3/2} \right\} \\ &= \frac{\rho}{\alpha_{j-1/2}} \left\{ \frac{\alpha_{j-1} v_{j-1/2} + \alpha_j v_{j+1/2}}{2} v_{j-1/2} - \frac{\alpha_{j-2} v_{j-3/2} + \alpha_{j-1} v_{j-1/2}}{2} v_{j-3/2} \right\} \\ &= \frac{\rho}{2} v_{j-1/2}^2 \cdot \frac{1}{\alpha_{j-1/2}} \left\{ \left(\alpha_{j-1} + \alpha_j \frac{v_{j+1/2}}{v_{j-1/2}} \right) - \left(\alpha_{j-2} \frac{v_{j-3/2}}{v_{j-1/2}} + \alpha_{j-1} \right) \frac{v_{j-3/2}}{v_{j-1/2}} \right\} \end{aligned} \quad (6.3)$$

Aus der Kontinuitätsgleichung für inkompressible Flüssigkeiten folgt

$$\alpha_j v_{j+1/2} = \alpha_{j-1} v_{j-1/2} \quad \text{und} \quad \alpha_{j-2} v_{j-3/2} = \alpha_{j-1} v_{j-1/2}$$

Für $\alpha_{j-1/2}$ gilt

$$\alpha_{j-1/2} = \frac{\Delta Z_j \alpha_j + \Delta Z_{j-1} \alpha_{j-1}}{\Delta Z_j + \Delta Z_{j-1}}$$

Mit den Abkürzungen

$$\nu_j = \frac{\alpha_j}{\alpha_{j-1}} \quad \text{und} \quad \sigma_j = \frac{\Delta Z_j}{\Delta Z_{j-1}}$$

läßt sich Gleichung (6.3) in der Form schreiben

$$\begin{aligned} P_{j-1} - P_j &= \frac{\rho}{2} v_{j-1/2}^2 \frac{1 + \sigma_j}{(1 + \sigma_j \nu_j) \alpha_{j-1}} \left\{ 2 \alpha_{j-1} - 2 \alpha_{j-1} \nu_{j-1} \right\} & (6.4) \\ &= \frac{\rho}{2} v_{j-1/2}^2 \frac{1 + \sigma_j}{1 + \sigma_j \nu_j} 2 (1 - \nu_{j-1}) \end{aligned}$$

Für den ζ -Wert, bezogen auf die Geschwindigkeit auf dem Rand zwischen den Maschen $j-1$ und j ergibt sich daher

$$\zeta_{j-1,j} = 2 \frac{1 + \sigma_j}{1 + \sigma_j \nu_j} (1 - \nu_{j-1}) \quad (6.5)$$

Bezogen auf die Geschwindigkeit am Rand einer speziellen Masche (j_0) $v_{j_0+1/2}$ gilt für den ζ -Wert die Formel

$$\zeta_{j-1,j}^{j_0} = \left(\frac{\alpha_{j_0}}{\alpha_{j-1}} \right)^2 2 \cdot \frac{1 + \sigma_j}{1 + \sigma_j \nu_j} (1 - \nu_{j-1}) \quad (6.6)$$

Abrupte Erweiterung

Bei einer isolierten abrupten Erweiterung ist nur τ_j von 1.0 verschieden, und zwar gilt in der Bezeichnungsweise von Abschnitt 3

$$\tau_j = \frac{1}{\tau_E}$$

Der Druckabfall tritt nur zwischen den beiden Maschen hinter der Erweiterung auf. Für den ζ -Wert ergibt sich

$$\zeta_E = 2 \tau_E^2 \left(1 - \frac{1}{\tau_E}\right) = 2 \tau_E (\tau_E - 1) \quad (6.7)$$

Bemerkenswert ist hier die Tatsache, daß im AFDM-Algorithmus der ζ -Wert (und damit auch der Druckabfall) nicht von der Wahl des Maschennetzes abhängt. Der Verlauf des Widerstandsbeiwertes als Funktion des Öffnungsverhältnis τ_E entspricht den experimentellen Ergebnissen.

Abrupte Verengung

Auch in diesem Fall ist nur $\tau_j = \tau_v$ von 1.0 verschieden. Der Druckabfall tritt wie im obigen Fall nur zwischen den beiden Maschen hinter der abrupten Querschnittsänderung auf. Für den Widerstandsbeiwert ergibt sich

$$\zeta_v = 2 \cdot (1 - \tau_v) \quad (6.8)$$

Eine Abhängigkeit vom gewählten Maschennetz besteht ebenfalls nicht. Vergleicht man die rechnerisch ermittelten Werte mit experimentellen Werten (s. Abb. 3.4), so ergibt sich für $\tau_v > 0.5$ eine gute Übereinstimmung. Für $\tau_v < 0.5$ wird die Übereinstimmung mit abnehmendem Öffnungsverhältnis schlechter. Die AFDM-Werte entsprechen in etwa den SIMMER-Werten, wenn man das Maschennetz so wählt, daß $\sigma_v = 1/\tau_v$ gilt.

Es soll aber nochmals betont werden, daß die Unabhängigkeit der Widerstandsbeiwerte vom gewählten Maschennetz nur dann gegeben ist, wenn die abrupten Querschnittsänderungen isoliert sind, d.h. es müssen mindestens zwei Maschen mit gleichem Flüssigkeitsanteil α_L hinter der Störstelle vorhanden sein. Im Abschnitt 7 wird am Beispiel einer Blende gezeigt, daß man, wenn man die obige Bedingung nicht erfüllt, eine Abhängigkeit vom Längenverhältnis benachbarter Maschen erhält, die um so stärker wird, je größer die Änderungen des Strömungsquerschnitts sind.

7. Widerstandsbeiwerte von Blenden berechnet mit dem SIMMER-II und dem AFDM Code

Bei den bisherigen Untersuchungen wurden nur isolierte abrupte Querschnittsänderungen betrachtet. Im folgenden wird diese Einschränkung fallen gelassen. Die nachstehende Abbildung 7.1 zeigt schematisch ein Maschennetz, bei dem sowohl der Volumenanteil α_j der Flüssigkeit als auch die Länge ΔZ von Masche zu Masche unterschiedlich sein können.

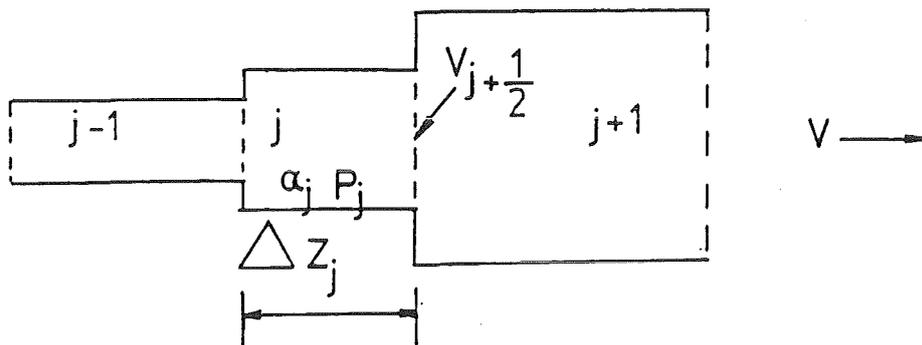


Abb. 7.1: Schematische Darstellung eines beliebigen Maschennetzes

Aus dem Impulssatz und der Kontinuitätsgleichung erhält man auf gleiche Weise, wie sie in Abschnitt 3 näher beschrieben ist, für die Druckänderung zwischen den Maschen j und $j+1$ in SIMMER die allgemeine Formel

$$P_j - P_{j+1} = \frac{\rho}{2} v_{j+1/2}^2 \left[\left(1 + \frac{1}{\tau_{j+1}} \right) - (1 + \tau_j) \frac{(1 + \sigma_{j+1})}{(1 + \sigma_j)} \frac{(1 + \sigma_j \cdot \tau_j)}{(1 + \sigma_{j+1} \tau_{j+1})} \right] \quad (7.1)$$

Bezugsgeschwindigkeit ist die Geschwindigkeit auf der Grenze der beiden Maschen j und $j+1$. Bei der Ableitung der Formel wurde vorausgesetzt, daß die Geschwindigkeit positiv ist. Ist die Geschwindigkeit negativ, so gilt die Formel

$$P_j - P_{j+1} = \frac{\rho}{2} v_{j+1/2}^2 \left\{ (1 + \tau_{j+2}) \frac{\tau_{j+1}}{\tau_{j+2}^2} \frac{(1 + \sigma_{j+2} \tau_{j+2})}{(1 + \sigma_{j+2})} \frac{(1 + \sigma_{j+1})}{(1 + \sigma_{j+1} \tau_{j+1})} - (1 - \tau_{j+1}) \right\} \quad (7.2).$$

Hierbei bezeichnen

$$\tau_j = \frac{\alpha_j}{\alpha_{j-1}}$$

das Öffnungsverhältnis und

$$\sigma_j = \frac{\Delta Z_j}{\Delta Z_{j-1}}$$

das Längenverhältnis der beiden benachbarten Maschen $j-1$ und j .

Für den Widerstandsbeiwert gilt also allgemein

$$\zeta_{j,j+1} = 1 + \frac{1}{\tau_{j+1}} - (1 + \tau_j) \frac{1 + \sigma_{j+1}}{1 + \sigma_j} \frac{1 + \sigma_j \cdot \tau_j}{1 + \sigma_{j+1} \tau_{j+1}} \quad (7.3)$$

Bezieht man den Widerstandsbeiwert auf die Geschwindigkeit $v_{j_0+1/2}$ am Rand der Masche j_0 , so gilt wegen des Kontinuitätssatzes für inkompressible Flüssigkeiten

$$\alpha_{j_0} v_{j_0+1/2} = \alpha_j \cdot v_{j+1/2} \quad (7.4)$$

$$\zeta_{j,j+1}^{j_0} = \left(\frac{\alpha_{j_0}}{\alpha_j} \right)^2 \left\{ \frac{1 + \tau_{j+1}}{\tau_{j+1}} - (1 + \tau_j) \frac{1 + \sigma_{j+1}}{1 + \sigma_j} \frac{1 + \sigma_j \tau_j}{1 + \sigma_{j+1} \tau_{j+1}} \right\} \quad (7.5)$$

Für den Gesamtwiderstand zwischen zwei beliebigen Maschen j_1 und j_2 ergibt sich somit

$$\zeta_{j_1, j_2}^{j_0} = \sum_{j_1}^{j_2-1} \zeta_{j, j+1}^{j_0} \quad (7.6)$$

Man entnimmt den Formeln, daß der Widerstandsbeiwert sehr stark vom gewählten Maschennetz abhängt. Diese Abhängigkeit ist um so stärker, je größer die Änderung der Querschnittsfläche von Masche zu Masche ist, d.h. je kleiner die Werte τ_j sind.

Diese Abhängigkeit soll am Beispiel einer Tauchplatte (Blende) näher untersucht werden.

Es wird das in /7/ beschriebene konkrete Modell bei der Untersuchung verwendet. Die Abb. 7.2. zeigt die Geometrie des Modells.

Tauchplattenmodell Geometrie

$$\begin{aligned} l_1 &= 0.11 \text{ m} \\ l_2 &= 0.01 \text{ m} \\ l_3 &= 0.19 \text{ m} \\ d_1 &= d_3 = 0.01 \text{ m} \\ d_2 &= 0.0055 \text{ m} \end{aligned}$$

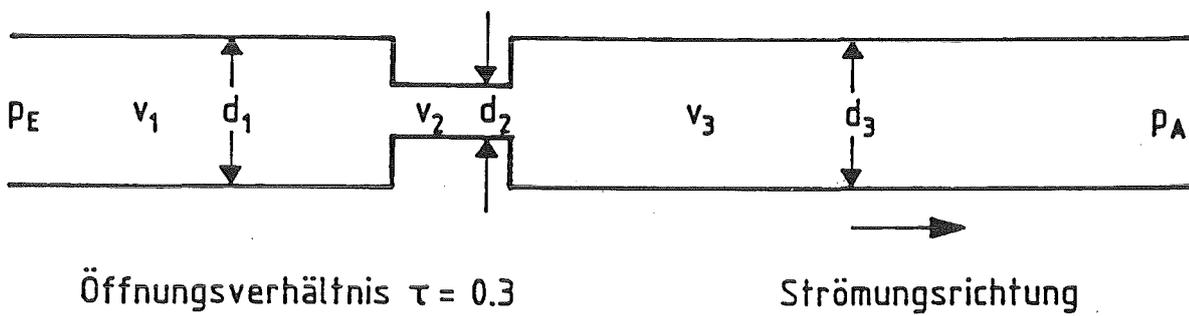
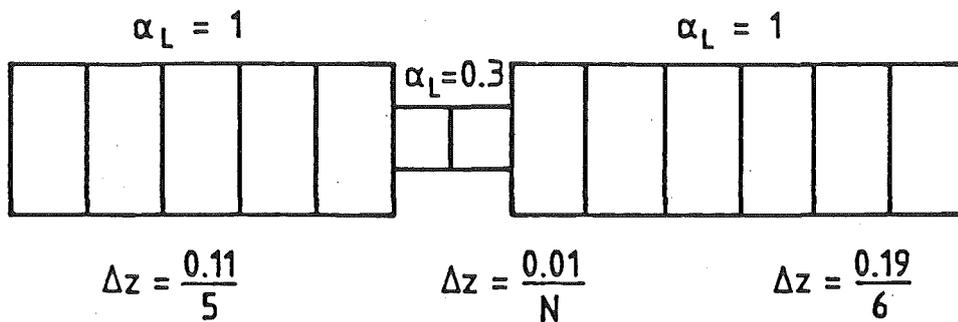


Abb. 7.2: Geometrie des Tauchplattenmodells



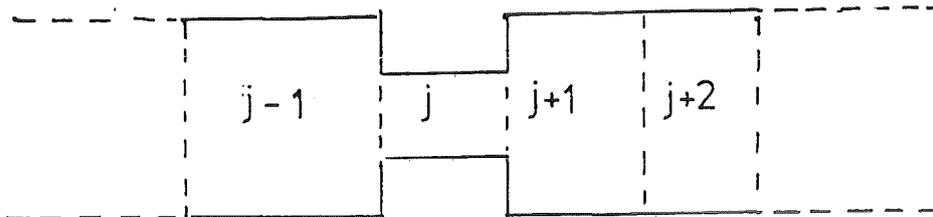
-N = Anzahl der Maschen im engen Bereich

Abb. 7.3: Mascheneinteilung für SIMMER-II

Es werden zwei Fälle betrachtet, die sich durch die Anzahl Maschen in der Verengung unterscheiden:

1. Eine Masche im engen Bereich
2. Zwei (oder mehr) Maschen

Es wird zunächst die Formel (7.5) für den ersten Fall mit einer Masche ausgewertet.



Der Flüssigkeitsanteil α ist nur in der Masche j von 1 verschieden. Das Öffnungsverhältnis ist also nur für j und $j+1$ ungleich 1.0.

Wegen gleichen Querschnittes von $j-1$ und $j+1$ gilt:

$$v_j = \frac{1}{v_{j+1}} \equiv v^*$$

und

$$\sigma_j = \sigma_v, \text{ bzw. } \sigma_{j+1} = \frac{1}{\sigma_E}$$

Aus (7.5) ergeben sich folgende drei, von 0.0 verschiedene, Widerstandsbeiwerte, wobei die Bezugsgeschwindigkeit die Geschwindigkeit am Rohreintritt ist ($\alpha_{j_0} = 1$).

$$\zeta_{j-1,j} = \left\{ \frac{1+v}{v} - 2 \frac{1+\sigma_v}{1+\sigma_v \cdot v} \right\}$$

$$\zeta_{j,j+1} = \frac{1}{v^2} \left\{ (1+v) - (1+v) \frac{1+\sigma_E}{\sigma_E \cdot (1+\sigma_v)} \frac{1+\sigma_v \cdot v}{1+\sigma_E \cdot v} \cdot \sigma_E \cdot v \right\}$$

$$= \frac{1+v}{v^2} \left\{ 1 - v \frac{1+\sigma_E}{1+\sigma_v} \frac{1+\sigma_v \cdot v}{1+\sigma_E \cdot v} \right\} \quad (7.7)$$

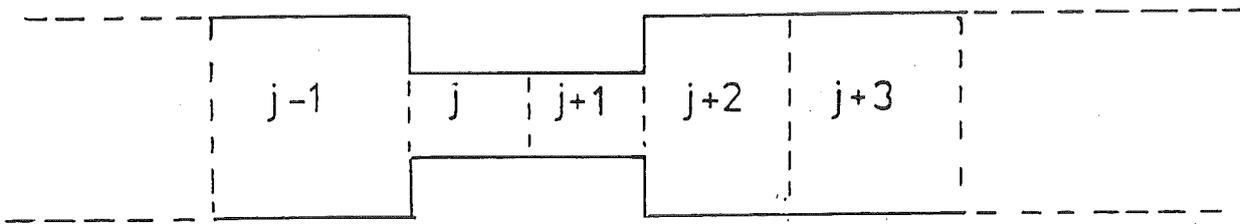
Anmerkung:* Der Einfachheit halber werden die Indices von τ_E bzw. τ_v weggelassen

$$\zeta_{j+1,j+2} = \left\{ 2 - \frac{1+\tau}{\tau} \frac{2\sigma_E}{1+\sigma_E} \frac{1+\sigma_E\tau}{\sigma_E \cdot \tau} \frac{1}{2} \right\}$$

$$= \left\{ 2 - \frac{1+\tau}{\tau^2} \frac{1+\sigma_E\tau}{1+\sigma_E} \right\} \quad (7.7)$$

Der Gesamtwiderstandsbeiwert ist gleich der Summe der drei Terme.

Für den zweiten Fall mit zwei (oder mehr) Maschen ergeben sich insgesamt vier von 0.0 verschiedene Widerstandsbeiwerte. Man kann sich dabei auf zwei Maschen im engen Bereich beschränken.



Der Flüssigkeitsanteil α_L ist jetzt nur in den beiden Maschen j und j + 1 ungleich 1.0. Das Öffnungsverhältnis ist demnach nur für j, bzw. j + 2 ungleich 1.0.

Es seien wiederum

$$\tau_j = \frac{1}{\tau_{j+2}} \equiv \tau$$

und

$$\sigma_j = \sigma_v, \text{ bzw. } \sigma_{j+2} = \frac{1}{\sigma_E}$$

Der Einfachheit halber wird angenommen, daß die beiden Maschen in der Verengung gleich lang sind. Läßt man diese Einschränkung fallen, würde noch ein weiterer Parameter die Widerstandsbeiwerte beeinflussen.

$$\begin{aligned}
 \zeta_{j-1,j} &= \left\{ \frac{1+\nu}{\nu} - 2 \frac{1+\sigma_v}{1+\sigma_v \nu} \right\} \\
 \zeta_{j,j+1} &= \frac{1}{\nu^2} \left\{ 2 - (1+\nu) \frac{1+\sigma_v \nu}{1+\sigma_v} \right\} \\
 \zeta_{j+1,j+2} &= \frac{1}{\nu^2} \left\{ 1+\nu - 2 \nu \frac{1+\sigma_E}{1+\sigma_E \nu} \right\} \\
 \zeta_{j+2,j+3} &= \left\{ 2 - \frac{1+\nu}{\nu^2} \frac{1+\sigma_E \nu}{1+\sigma_E} \right\}
 \end{aligned} \tag{7.8}$$

Der Gesamtwiderstandsbeiwert ergibt sich wiederum durch Addition der vier Terme (7.8).

Es wurden einige SIMMER-II-Rechnungen durchgeführt, bei denen die Anzahl der (äquidistanten) Maschen im engen Bereich ($N = 1$ bis 3) variiert wurde.

Der konstante Druck am Rohreintritt beträgt 30 bar und am Rohraustritt 20 bar.

In der Tabelle 7.1 sind die stationäre Endgeschwindigkeit v_∞ am Rohreintritt sowie die nach der Formel

$$\zeta_s = \frac{\Delta P}{\frac{\rho}{2} v_\infty^2}$$

errechneten Widerstandsbeiwerte aufgeführt.

Fall	Anzahl der Maschen im engen Bereich	σ_v	σ_E	v_∞	ζ_s
I-A	1	0.455	0.316	32.35 (30.640)	1.91 (2.130)
II-A	2	0.228	0.158	16.11 (16.122)	7.71 (7.694)
II-B	3	0.152	0.105	16.816 (16.833)	7.08 (7.059)
II-C	3	3.33	3.33	13.54 (13.550)	10.91 (10.890)

Tab. 7.1: Stationäre Endgeschwindigkeit am Rohreintritt und Widerstandsbeiwerte berechnet in SIMMER (Werte in Klammern berechnet mit Formeln 7.7 und 7.8)

Auffallend ist die große Abweichung des Ergebnisses im Fall I-A von denen der übrigen Fälle. Wie schon vorher beschrieben, bildet sich der stationäre Druck erst in der zweiten Masche hinter der Störstelle aus. Im Fall I-A wird aber durch die zweite Masche bereits die andere Störstelle erfaßt. Die unterschiedlichen Ergebnisse in den Fällen II-A bis II-C sind auf den Einfluß der Maschenlängen zurückzuführen.

Eine starke Abhängigkeit von den Maschenlängen zeigt auch der Druckverlauf im Bereich der Blende.

In der Tabelle 7.2 sind die stationären Drücke im Blendenbereich für die genannten Rechenfälle aufgeführt.

Fall	Drücke p [bar] in den Maschen					
	vor der Blende	innerhalb der Blende			hinter der Blende	
I-A	30	20.7 (21.7)			≈ 0 (- 27)	20
II-A	30	27.4	14.8		5.6	20
II-B	30	27.0	14.1	14.1	3.75	20
II-C	30	30	15.7	15.7	15.7	20

Tab. 7.2: Stationäre Drücke im Blendenbereich berechnet mit SIMMER
(Werte in Klammern berechnet mit Formeln 7.7 und 7.8)

Die aufgeführten Druckwerte stimmen mit denen, die mit Hilfe der Formel 7.7 bzw. 7.8 ermittelt wurden, überein, mit Ausnahme von Fall I-A und wurden daher nur im Fall I-A ausgewiesen. In diesem Fall kommt es im gesamten Bereich hinter der Blende zur Kavitation. Erst in der letzten Masche "erholt" sich der Druck wieder, was aber durch die vorgeschriebene Randbedingung bedingt ist. Die analytisch ermittelten Werte zeigen, daß der Druck um 57 bar absinken würde. Verwendet man nur eine Masche, so ist der im Tauchplattenbereich errechnete Widerstandsbeiwert zu klein. Es muß daher das Rechenmodell, um sinnvolle Ergebnisse zu liefern, mindestens zwei Maschen im Plattenbereich enthalten.

Um die Ergebnisse der Fälle II-A bis II-C beurteilen zu können, soll wiederum auf experimentell ermittelte Werte zurückgegriffen werden.

Nach Idelchick /3/ kann der Widerstandsbeiwert ζ einer Platte mit scharfkantigen Öffnungen mit Hilfe der Formel

$$\zeta = 0.5(1 - \nu) + C(1 - \nu)^{3/2} + (1 - \nu)^2 \quad (7.9)$$

errechnet werden. Hierbei ist der Widerstandsbeiwert auf die Geschwindigkeit im Plattenbereich bezogen. Der erste Term beschreibt die Stoßverluste an abrupten Verengungen, der letzte die Verluste bei abrupten Erweiterungen. Der mittlere Term berücksichtigt den Einfluß der Plattendicke. C ist eine Funktion des Verhältnisses von Plattendicke l_2 zu hydraulischem Durchmesser d_2 . Bei dem hier beschriebenen Modell gilt

$$\frac{l_2}{d_2} = \frac{0.01}{0.0055} = 1.8$$

Für C ergibt sich für den obigen Wert (s. /3/)

$$C = 0.045$$

Der Einfluß der Plattendicke auf den Gesamtwiderstandsbeiwert ist in diesem Falle klein. Bezogen auf die Geschwindigkeit am Rohreintritt, ergibt sich demnach für $\tau = 0.3$

$$\zeta = (0.35 + 0.026 + 0.49) \frac{1}{\nu^2} = 9.63 \quad (7.10)$$

Dieser Wert liefert bei der angenommenen Druckdifferenz ΔP von 10 bar für die Endgeschwindigkeit am Rohreintritt

$$v_\infty = \frac{\Delta P}{\frac{\rho}{2} \zeta} = 14.4 \left[\frac{m}{sec} \right] \quad (7.11)$$

Der Vergleich mit den Werten in Tabelle 7.1 zeigt, daß SIMMER größenordnungsmäßig sinnvolle Ergebnisse liefert. Die Abhängigkeit von den gewählten Maschenlängen im Plattenbereich ist allerdings ziemlich groß. Um diese Abhängigkeit besser verstehen zu können, wurden die Formeln (7.8) ausgewertet.

In der Abbildung 7.4 ist der Verlauf der stationären Endgeschwindigkeit als Funktion von σ_V mit σ_E als Kurvenparameter dargestellt. In der Abb. 7.5 ist σ_E die unabhängige Variable mit σ_V als Kurvenparameter. Beschränkt man sich auf den Wertebereich 0.1 bis 10 für die Längenverhältnisse σ_V , σ_E , so ergibt sich als Minimalwert der Geschwindigkeit für das Wertepaar $\sigma_V = 10$ und $\sigma_E = 1$.

$$v_{\infty}^{Min} = 12.60 \left[\frac{m}{sec} \right]$$

Dieser Wert ist ca. 12 % kleiner als der in (7.11) angegebene. Bei einem äquidistanten Maschennetz ($\sigma_E = \sigma_V = 1$) ergibt sich

$$v_{\infty} = 13.55 \left[\frac{m}{sec} \right]$$

Die Abweichung beträgt also ca. 5 %. Diese Abweichung läßt sich durch verschiedene geeignete Kombinationen von σ_V und σ_E eliminieren. So liefert z.B. das Wertepaar ($\sigma_V = 0.5$, $\sigma_E = 1$) den gewünschten Effekt. Das Gleiche gilt aber auch für die Wertepaare ($\sigma_V = 3$, $\sigma_E = 5$) und ($\sigma_V = 1$, $\sigma_E = 2.9$).

In der Abbildung 7.6 ist ζ als Funktion von σ_V mit σ_E als Parameter dargestellt. Der Maximalwert wird für $\sigma_V = 10$, $\sigma_E = 1$ (entspricht Minimalwert von v_{∞}) erreicht. Der Minimalwert (und damit das Maximum der Geschwindigkeit) liegt an der Stelle $\sigma_V = 0.1$, $\sigma_E = 10$.

Die zugehörige Geschwindigkeit beträgt ca. 23 [m/sec] und ist somit 60 % größer als die Referenzgeschwindigkeit.

Der Einfluß der Maschenlängen auf den Druckverlauf im Blendenbereich ist in der Abb. 7.7 illustriert. Hier ist die maximale Druckdifferenz ΔP_{max} als Funktion von σ_E mit σ_V als Kurvenparameter dargestellt. ΔP_{max} ist definiert als Differenz zwischen Eintrittsdruck und minimalem Druck im Blendenbereich. Die Kurven besitzen für $\sigma_E = 1/\tau$ ein Minimum. Für $\sigma_E > 1/\tau$ tritt der minimale Druck innerhalb der Blende (2. Masche nach der Verengung), für $\sigma_E < 1/\tau$ dagegen hinter der Blende (1. Masche nach der Erweiterung) auf. Die Druckdifferenz ΔP_{max} ist in den Rechnungen immer größer als die insgesamt anstehende Druckdifferenz. Verursacht wird dies durch den Druckgewinn an der Erweiterung. Untersucht man die Abhängigkeit der Druckdifferenz von σ_V bei konstantem σ_E , so ergibt sich auch hier ein Minimum. Das Minimum wird erreicht für

$$\sigma_V = \frac{1 + \sqrt{2(1 + \nu)}}{\nu} = 8.71$$

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß physikalisch vernünftige Ergebnisse erzielt werden, wenn die Längenverhältnisse σ_v und σ_E im Bereich von 1 bis 5 liegen. Das bedeutet, daß bei der Wahl des Maschennetzes darauf geachtet werden muß, daß die Länge der Masche vor bzw. hinter der Blende kleiner oder gleich der Maschenlänge im Blendenbereich ist.

Im Abschnitt 6 ist gezeigt worden, daß im AFDM-Code die Maschenlänge keinen Einfluß auf den Widerstandsbeiwert hat, wenn hinter der abrupten Querschnittsänderung mindestens zwei Maschen mit gleichem Flüssigkeitsanteil α_L vorhanden sind. Bildet man also den engen Bereich der Blende durch mindestens zwei Maschen ab, so ergibt sich der Gesamtwiderstandsbeiwert durch Addition der beiden Formeln (7.7) und (7.8).

$$\begin{aligned}\zeta &= 2(1 - \nu) + 2\nu(\nu - 1) \\ &= 2(1 - \nu)^2\end{aligned}$$

Hierbei ist der Widerstandsbeiwert auf die Geschwindigkeit im engen Bereich bezogen. Bildet man dagegen den engen Bereich der Blende nur mit einer Masche ab, so bleibt eine Abhängigkeit vom Längenverhältnis bestehen. Man erhält nämlich nach Formel 6.6 die beiden Terme

$$\zeta_1 = 2\nu(1 - \nu) \frac{1 + \sigma_E}{1 + \sigma_E \nu} \quad \text{und} \quad \zeta_2 = 2\nu(\nu - 1) \quad (7.12)$$

Die Beiwerte sind wiederum auf die Geschwindigkeit im Blendenbereich bezogen. Der Gesamtwiderstandsbeiwert ergibt sich zu

$$\zeta = 2\nu(1 - \nu) \left(\frac{1 + \sigma_E}{1 + \sigma_E \nu} - 1 \right) = \frac{2\nu(1 - \nu)^2 \sigma_E}{1 + \sigma_E \nu} \quad (7.13)$$

Bezogen auf die Geschwindigkeit am Blendeneintritt, gilt für den ζ -Wert

$$\zeta = 2 \frac{(1 - \nu)^2}{\nu} \frac{\sigma_E}{1 + \sigma_E \nu} \quad (7.14)$$

In der Abbildung 7.8 ist ζ als Funktion von σ_E mit dem Öffnungsverhältnis τ als Parameter dargestellt. Die Abhängigkeit von der Maschenlänge ist besonders für kleine Werte τ des Öffnungsverhältnisses sehr stark. Diese Abhängigkeit ist nur durch das gewählte Rechenverfahren bedingt. Legt man mindestens 2 Maschen in die Blende, so wird der Druckverlust für eine Blende in AFDM unabhängig von der Maschenlänge berechnet und damit geht die Dicke der Blende nicht als Parameter in das Ergebnis ein.

In der Abb. 7.9 wird die AFDM Lösung für eine Blende mit den Ergebnissen verschiedener Blenden (dicke/dünne) aus Idelchik [3] verglichen. Wie die Ergebnisse zeigen, liefert der AFDM Code eine Lösung, die in weiten Bereichen zwischen den angegebenen Grenzkurven für eine dünne Blende (Länge/Durchmesser = 0.75) und eine dicke Blende ($l/d = 1.8$) liegt.

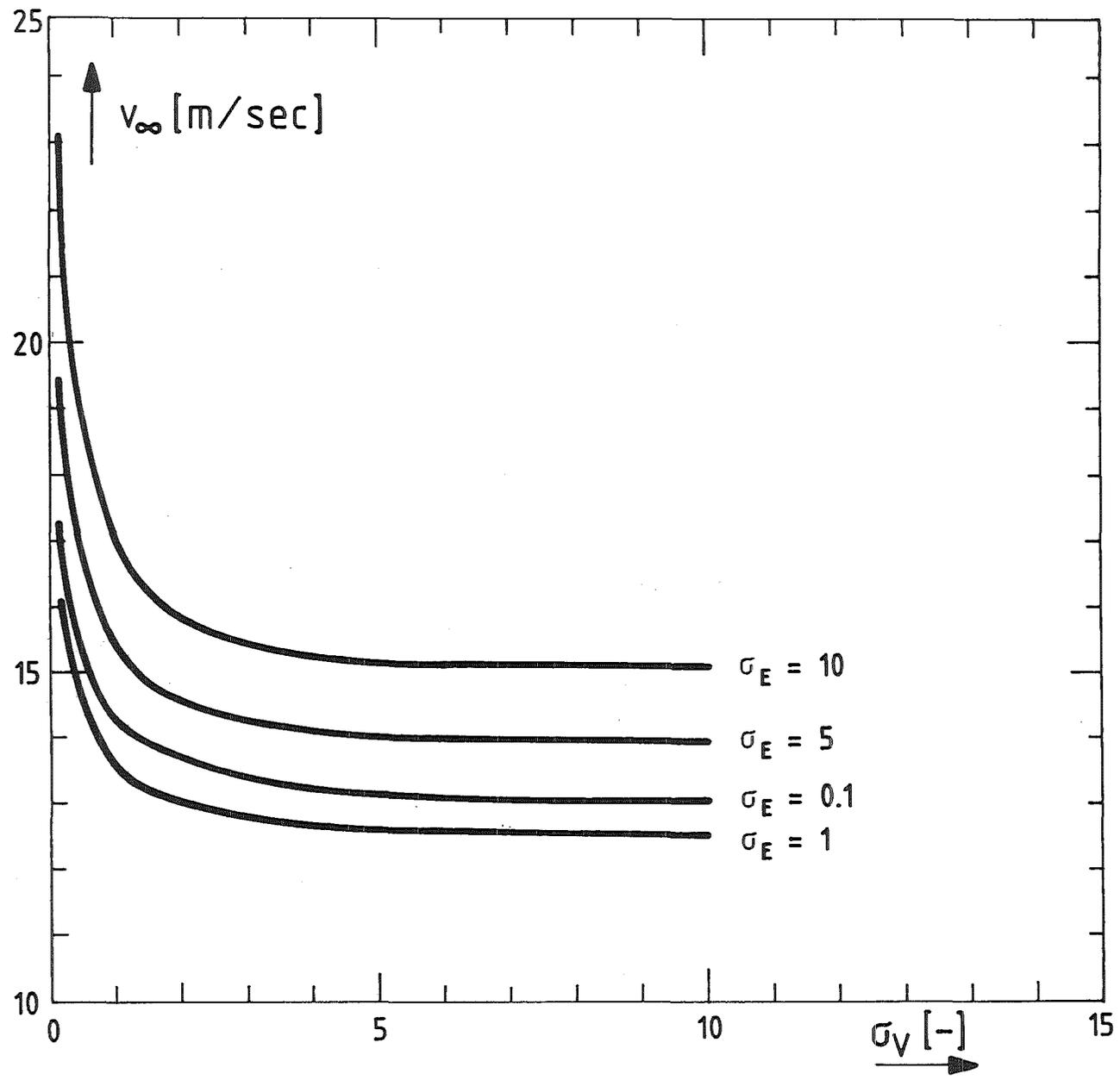


Abb. 7.4 Stationäre Endgeschwindigkeit v_∞ am Rohreintritt in Abhängigkeit von σ_V mit σ_E als Kurvenparameter (SIMMER-II)

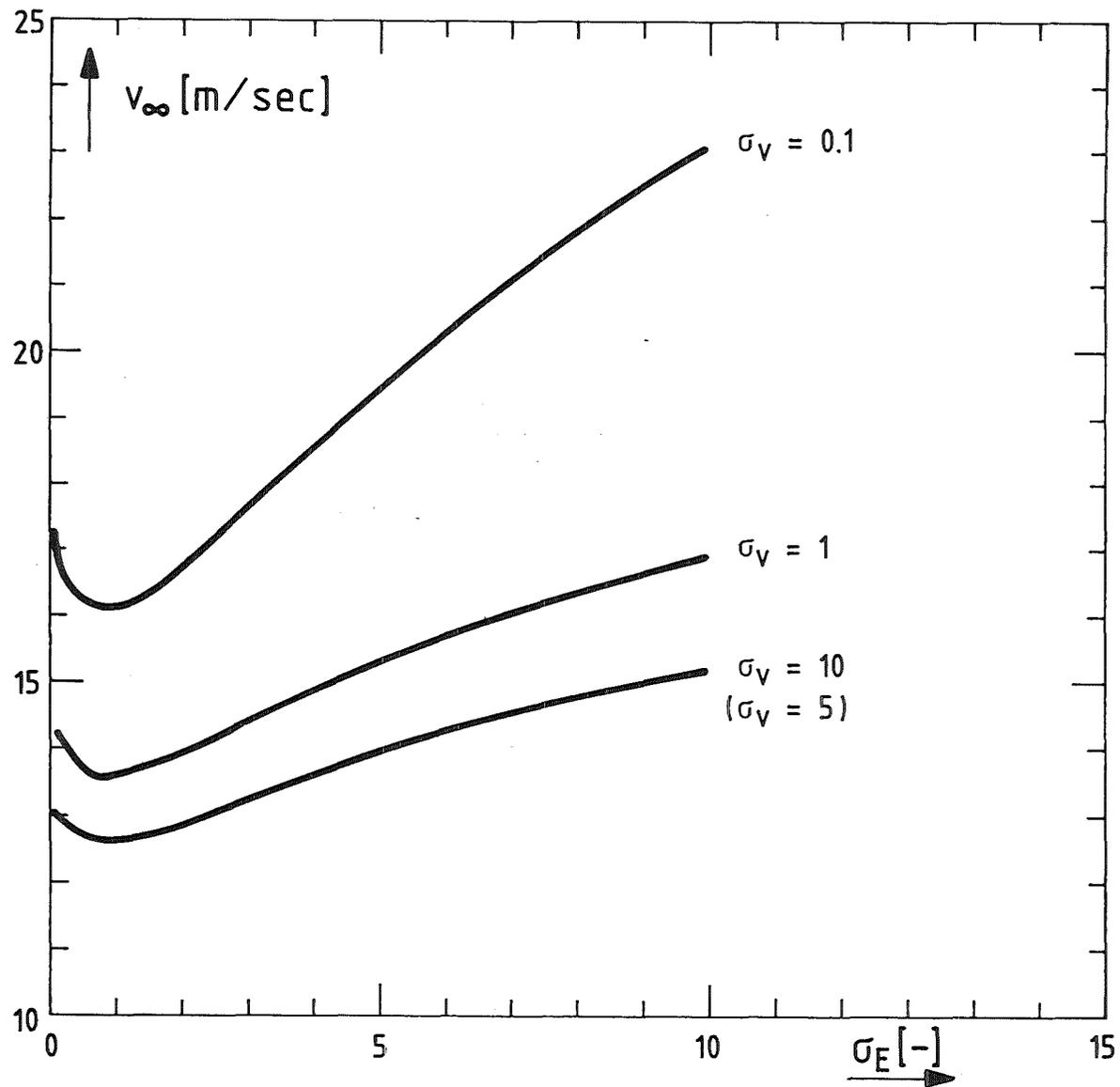


Abb. 7.5 Stationäre Endgeschwindigkeit am Rohreintritt als Funktion von σ_E mit σ_V als Kurvenparameter (SIMMER-II)

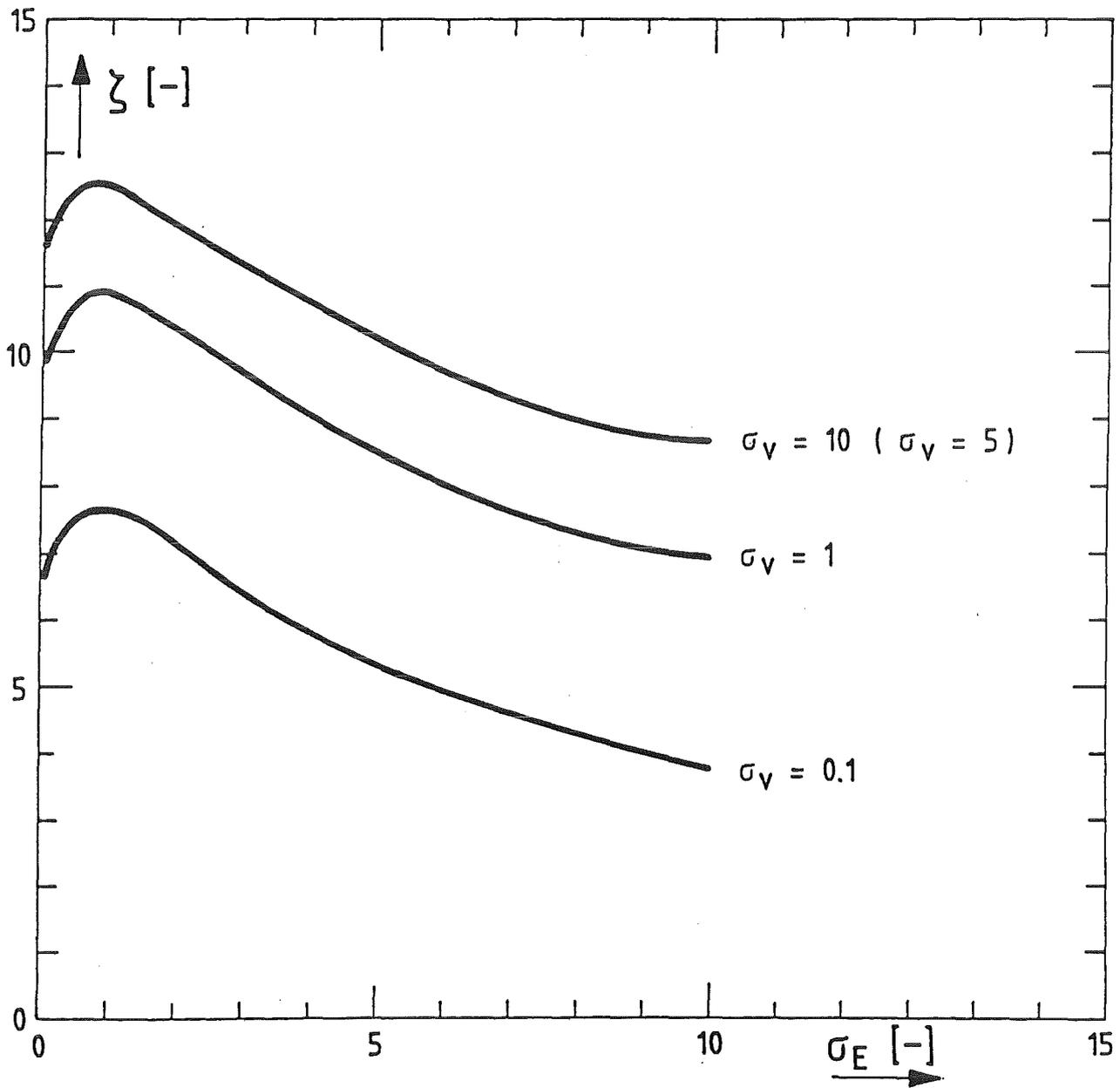


Abb. 7.6 Widerstandskennzahl ξ , bezogen auf die Geschwindigkeit am Rohreintritt als Funktion von σ_E mit σ_V als Kurvenparameter (SIMMER-II)

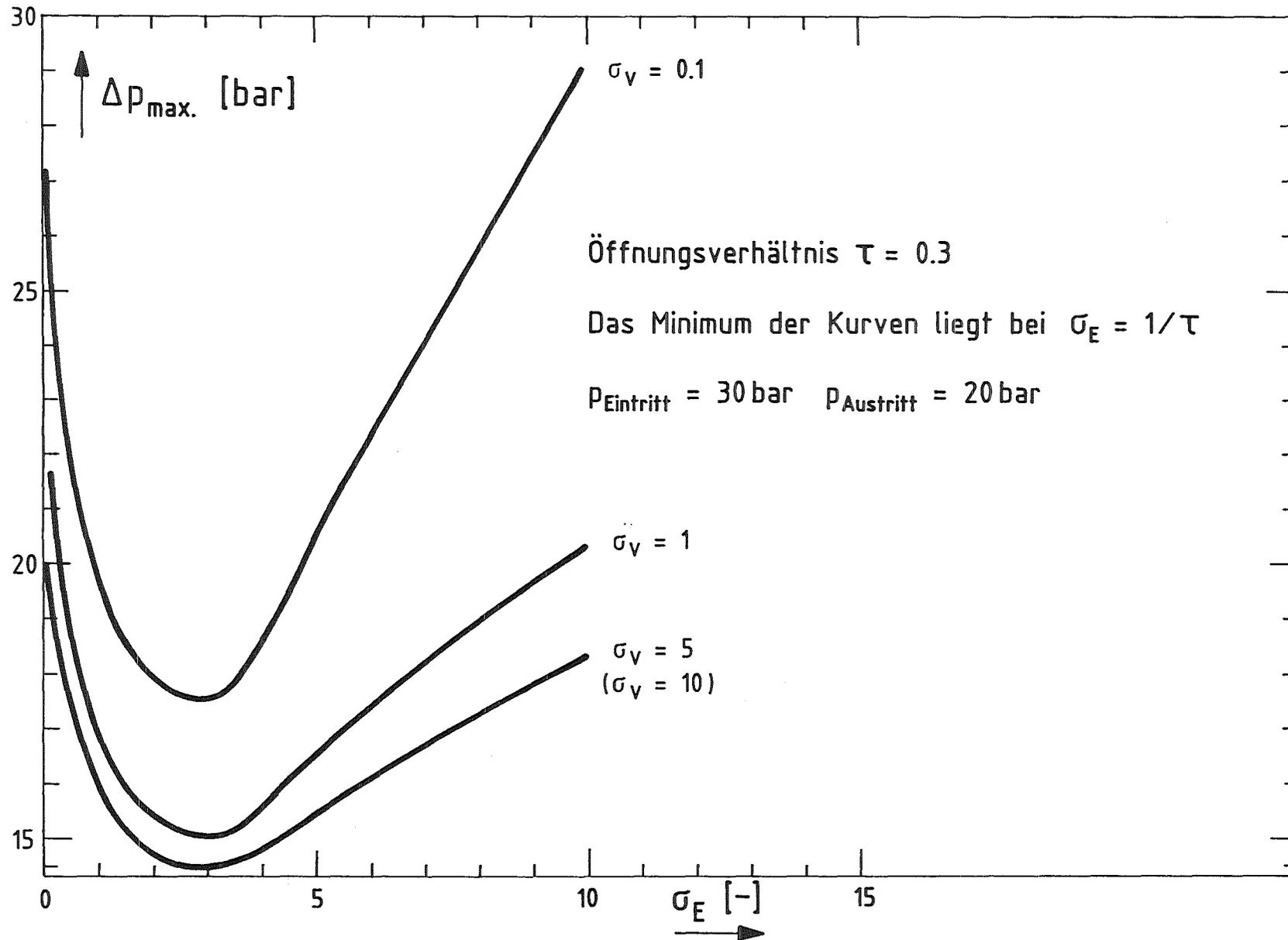


Abb. 7.7 Maximale Druckdifferenz im Blendenbereich als Funktion der beiden Längenverhältnisse σ_V und σ_E (SIMMER-II)

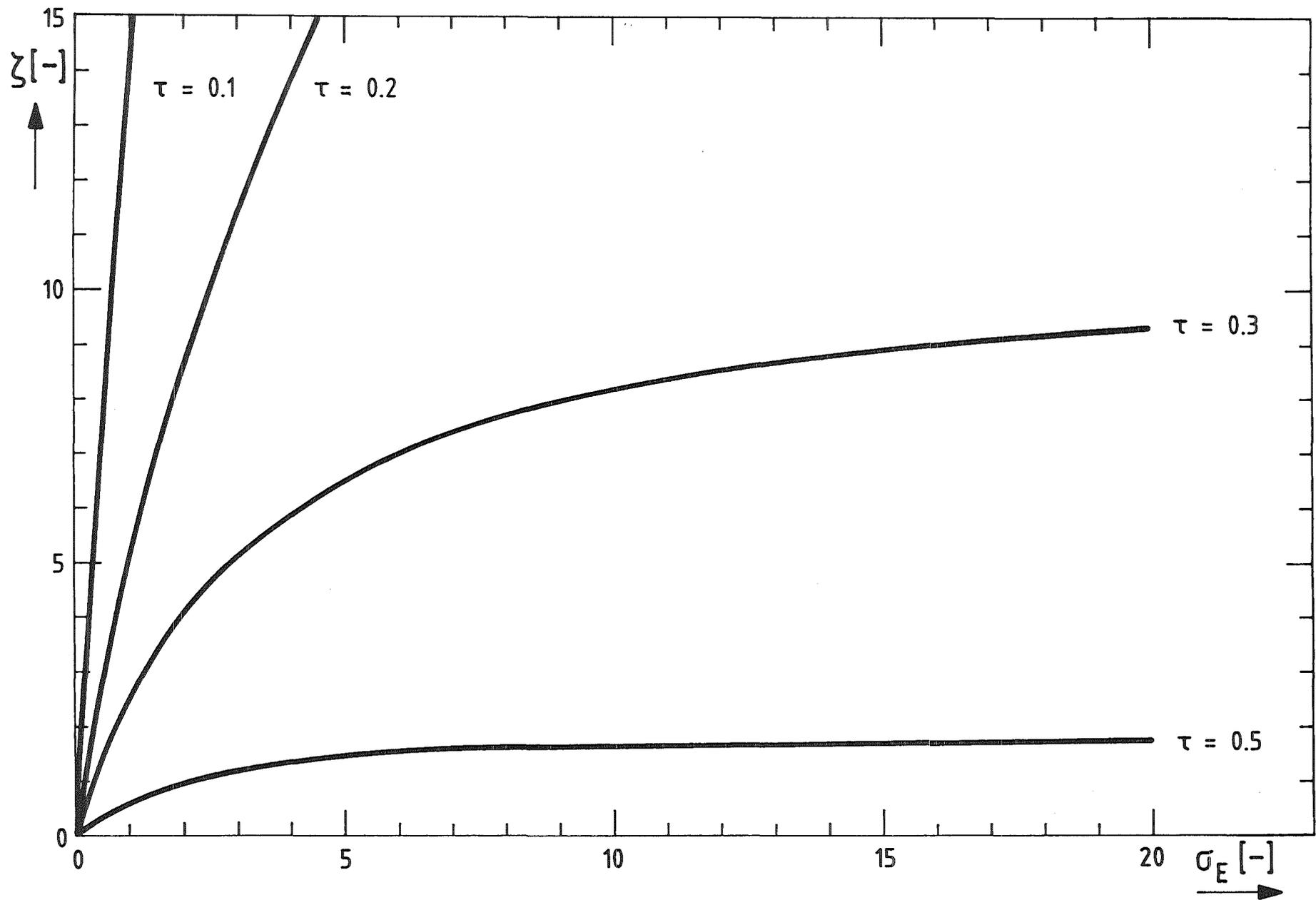


Abb. 7.8 Gesamtwiderstandsbeiwert einer Blende als Funktion des Längenverhältnisses σ_E
 (AFDM-Code, 1 Masche im Blendenbereich)

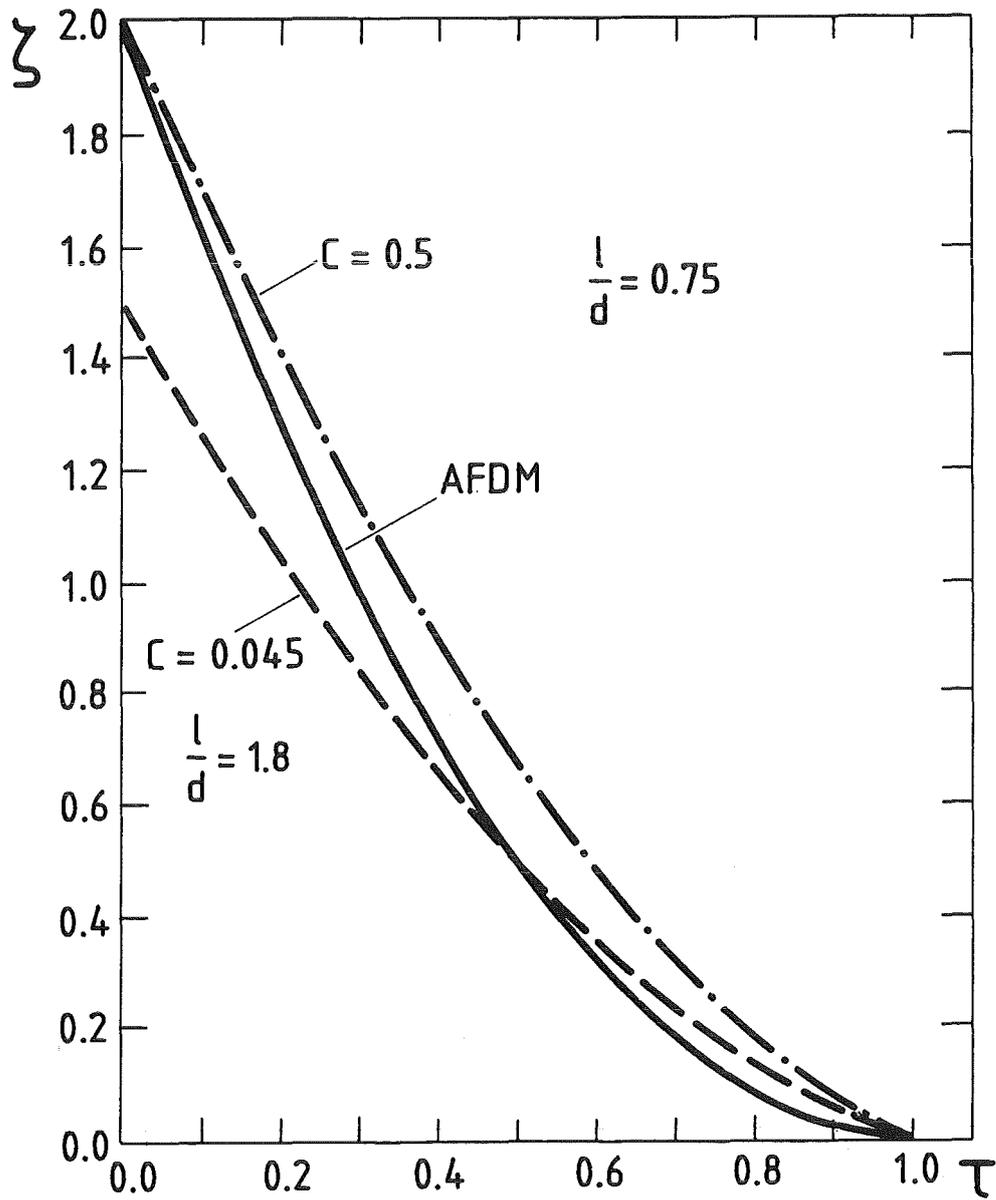


Abb. 7.9 Widerstandsbeiwert einer Blende
 Vergleich der Werte für verschieden dicke
 Blenden aus Idelchik mit den Ergebnissen
 von AFDM (2 Maschen im Blendenbereich)

8. Diskussion und Schlußfolgerungen

Für SIMMER-II /1/ wurde in /2/ eine verbesserte Formulierung der Impuls-Differenzgleichungen erarbeitet, die den ursprünglichen Fehler in der hydrostatischen Druckberechnung beseitigt und auch zu einer Verbesserung der Beschreibung bei der einphasigen Durchströmung von Strukturen mit abrupten Querschnittsänderungen führt. In /2/ wurden Formeln für die Widerstandsbeiwerte bei plötzlichen Querschnittsänderungen (Erweiterung bzw. Verengung) unter Zugrundelegen eines äquidistanten Rechengitters abgeleitet.

Im vorliegenden Bericht wurde diese verbesserte Formulierung der Impuls-Differenzgleichung näher untersucht und insbesondere auch der Einfluß nicht äquidistanter Maschennetze auf die Berechnung von Druckverlustkennzahlen bestimmt. Als weiteres Testbeispiel für das Verfahren wurde das Durchströmungsverhalten an scharfkantigen Blenden innerhalb eines Rohrquerschnittes untersucht.

In dieser vergleichenden Studie wurden neben den in SIMMER-II bei der Berechnung von Druckverlustkennzahlen verwendeten Verfahren auch die in dem neuen AFDM Code /5/ angewandte Methode untersucht.

Die möglichst korrekte Beschreibung der Durchströmung von Querschnittsänderungen ist bei einem Störfallcode wie SIMMER für die Simulation der Übergangsphase /6/ sowie der Expansionsphase /7/ von Relevanz. In der Übergangsphase muß z.B. der Prozeß des Eindringens von flüssigem Brennstoff in sich verengende Bündelstrukturen (Brutmäntel) analysiert werden. Die Strömungsrichtung wechselt häufig und die Strömungsquerschnitte verändern sich transient.

In der nach der Übergangsphase einsetzenden Expansionsphase wird die Ejektion des Kernmaterials aus dem Kern in den oberhalb liegenden Natriumpool beschrieben. Die Strömungsrichtung liegt hier wegen der hohen Drücke im Kern weitgehend fest und es muß die Durchströmung von Strukturen mit i.a. konstanten vorgegebenen Öffnungs/Querschnittsverhältnissen (z.B. Tauchplatten) simuliert werden.

Die Bewertung der verschiedenen angewandten Verfahren (altes SIMMER Verfahren /1/, Vorgehen nach /2/ bzw. AFDM /5/) erfolgte nach verschiedenen Kriterien, die im einzelnen in der Tab. 8.1 dargestellt sind.

Im folgenden werden diese Kriterien in ihrer Wichtigkeit für die Störfallsimulation der Übergangsphase bzw. Expansionsphase bewertet.

Verfahren Kriterium	SIMMER-ALT /1/	SIMMER-NEU /2/	AFDM /5/
Hydrostatischer Druck an Querschnittsänderungen	falsch	korrekt	korrekt
Druckverlust bei Durchströmung einer Verengung ($\sigma = 1$)	Abweichung* im Bereich $\tau < 0.5$	gute Übereinstimmung* für alle τ 's	Abweichung im Bereich $\tau < 0.5$
Druckverlust bei Durchströmung einer Erweiterung ($\sigma = 1$)	starke Abweichung im Bereich $\tau < 0.5$	Abweichung im Bereich $\tau < 0.5$	gute Übereinstimmung für alle τ 's
Einfluß der Maschengröße $\sigma \neq 1$ bei Erweiterung/Verengung	starke σ Abhängigkeit bei Erweiterung keine σ Abhängigkeit bei Verengung	starke σ Abhängigkeit	keine σ Abhängigkeit
Tendenz für künstliche Kavitation nach Blende/Querschnittsänderung	starke Tendenz	starke Tendenz	geringe Tendenz
Abhängigkeit des Druckverlustes von Maschenzahl (1 oder 2) in der Blende ($\sigma_i = 1$)	keine Abhängigkeit	starke Abhängigkeit	starke Abhängigkeit
Abhängigkeit des Druckverlustes von Maschengröße $\sigma_i \neq 1$ vor und nach Blende (bei mindestens 2 Maschen in der Blende)	sehr starke Abhängigkeit von σ_E (nicht σ_V), insbesondere für $\tau_i < 0.5$	Abhängigkeit, insbesondere für $\tau_i < 0.5$	keine Abhängigkeit

Tab. 8.1 Vergleich des Verhaltens verschiedener numerischer Verfahren bei der Beschreibung der Durchströmung von Querschnittsänderungen/Blenden bzw. des hydrostatischen Verhaltens

- τ Öffnungsverhältnis (kleine / große Fläche)
- σ Verhältnis der Rechenmaschen bei Querschnittsänderung
- * Abweichungen / Übereinstimmung stets bezogen auf Idelchick /3/

Wie aus der Tab. 8.1 zu ersehen ist ergibt sich folgende Bewertung der verschiedenen Verfahren aufgrund der durchgeführten Untersuchungen:

Der hydrostatische Druck an Querschnittsänderungen wird sowohl von dem neuen in SIMMER implementierten Verfahren als auch von AFDM korrekt berechnet. Dies ist ein, insbesondere für Rechnungen der Übergangsphase, wichtiges Kriterium. Für Rechnungen zur Übergangsphase scheidet das alte SIMMER Verfahren, welches hier inkorrekte Ergebnisse liefert, aufgrund dieses Kriteriums aus.

Beim Vergleich der berechneten Druckverlustkennzahlen für Verengungen und Erweiterungen bei äquidistanten Maschengittern ($\sigma = 1$) zeigt sich, daß keines der verwendeten Verfahren über den gesamten Bereich des Öffnungsverhältnisses (τ) befriedigende Übereinstimmung mit den Referenzwerten aus Idelchik /3/ ergibt.

Bei der Berechnung der Druckverlustkennzahlen für eine Verengung ergeben sich mit dem AFDM Code bei kleinen Öffnungsverhältnissen ($\tau < 0.5$) ähnliche Abweichungen wie bei dem ursprünglichen Verfahren in SIMMER (SIMMER-ALT). Die möglichst korrekte Beschreibung des ζ -Wertes für eine plötzliche Querschnittsänderung (entsprechend dem Handbuchwert (siehe /3/)) stellt eine Grundanforderung an die benutzten Codes dar. Es ist jedoch zu beachten, daß selbst bei Verwendung von Handbuchwerten für ζ der Druckverlust z.B. bei der Simulation einer Teilblockade in einem Brennelementbündel wegen deren unregelmäßiger Geometrie und Rauigkeit nicht ausreichend genau wiedergegeben wird. Zur Simulation von Blockaden durch ausfrierendes Kernmaterial ist daher nach wie vor das in SIMMER vorhandene parametrische Viskositätsmodell, welches sich an Experimenten orientiert, notwendig.

Bei der Berechnung der Druckverlustkennzahlen für eine plötzliche Querschnittserweiterung ist das AFDM Verfahren allen bisher in SIMMER verwendeten Verfahren überlegen. Das ursprüngliche SIMMER Verfahren zeigt im Bereich $\tau < 0.5$ starke Abweichungen von den Referenzwerten von Idelchik /3/ und führt im Bereich $\tau < 0.4$ sogar zu einem falschen Vorzeichen der Druckverlustkoeffizienten. Das neue in SIMMER implementierte Verfahren führt hier zu einer Verbesserung, wobei jedoch auch für $\tau < 0.2$ ein Vorzeichenfehler der Druckverlustkoeffizienten eintritt.

Die in SIMMER implementierten Verfahren zeigen im Gegensatz zum AFDM Code eine starke Abhängigkeit der Druckverlustkennzahlen (bei einem angenommenen Öffnungsverhältnis) vom Verhältnis der Erweiterung oder Verengung direkt benachbarten Rechenmaschen ($\sigma \neq 1$).

Dabei verhalten sich von der Tendenz her die Druckverlustkennzahlen bei vorgegebenem Öffnungsverhältnis τ und Maschenverhältnis $\sigma \neq 1$ bei einer Verengung gerade umgekehrt wie bei einer Erweiterung. Beim alten Verfahren in SIMMER besteht diese Abhängigkeit nur bei der Erweiterung.

Bei Problemen, bei denen die Strömungsrichtung und auch das Öffnungsverhältnis τ weitgehend festliegt wie z.B. bei Analysen der Expansionsphase läßt sich mit dem neuen Verfahren in SIMMER durch geeignete Wahl des Maschennetzes die Berechnung des Druckverlustes an einer Querschnittsänderung optimieren. Kann in dem zu analysierenden Problem ein Wechsel der Strömungsrichtung auftreten oder ändert sich transient der Querschnitt (Probleme der Übergangsphase), so besteht keine generell wirksame Möglichkeit, durch Maschennetzwahl die Ergebnisse zu verbessern. Es empfiehlt sich ein äquidistantes Rechengitter. Insgesamt zeigt sich, daß bei der in SIMMER neu gewählten Formulierung /2/ für Öffnungsverhältnisse

$$\tau = F_{\text{Kleine Fläche}} / F_{\text{Große Fläche}} > 0.5$$

die Abhängigkeit der Widerstandsbeiwerte von der Wahl des Maschennetzes nur schwach ist.

Der Druckverlust an einer Querschnittsänderung wird bei allen verglichenen Verfahren durch das verwendete versetzte Rechengitter für die Dichte- und Geschwindigkeitsberechnung jeweils über 2 Maschen nach der Querschnittsänderung verschmiert. In der ersten Masche nach der Querschnittsänderung werden je nach Verfahren z.T. sehr niedrige Drücke berechnet. Dadurch kann es zum Druckabfall unter den Dampfdruck der strömenden Flüssigkeit kommen, und es können Kavitationsprozesse ausgelöst werden die rein numerisch bedingt sind. Das AFDM Verfahren erweist sich hier als robuster als die SIMMER Verfahren, da in der ersten Masche nach der Querschnittsänderung der gleiche Druck in Strömungsrichtung beibehalten wird.

Beide SIMMER Verfahren neigen bei hohen Geschwindigkeiten, wie sie z.B. bei Expansionsphaseproblemen auftreten können, zu solchen künstlichen Kavitationsprozessen.

Die Anzahl der Maschen in einer simulierten Blende kann durch das verschobene Maschengitter und den dadurch bedingten über 2 Maschen sich erstreckenden Druckverlust eine entscheidende Rolle spielen. Wie die Vergleichsrechnungen zeigten, müssen sowohl bei dem neuen in SIMMER verwendeten Verfahren als auch bei AFDM mindestens 2 Maschen in die Blende gelegt werden, um sinnvolle Druckverlustkennzahlen zu erhalten.

Dieser Sachverhalt ist auch bei der Simulation einer Kaskade zu beachten. Dieser starke Einfluß der Anzahl der Rechenmaschen stellt für die oben erwähnten Codes ein gewisses Problem z.B. bei der Beschreibung einer sich langsam verengenden Blockade (ähnlich einem sich transient verengenden Venturi-Rohr) dar. In jeder Einzelmasche ändert sich z.B. bei einer transienten Simulation des Ausfrierhaltens in einem Rohrabschnitt der die Blockade simulierende Querschnitt (Strukturanteil) (siehe z.B. "conduction freezing" /8/ in einem Rohr). Damit ist dann jeder Querschnittsänderung nur 1 Rechenmasche zugeordnet, und es können die oben erwähnten Abweichungen auftreten. Bei stationärer Geometrie eines Venturi-Rohres empfiehlt es sich, in jede Querschnittsänderung 2 Rechenmaschen zu legen.

Auch für Blenden (wobei die Blende durch mindestens 2 Maschen dargestellt wird) ergibt sich bei Verwendung der in SIMMER implementierten Verfahren eine Abhängigkeit der Druckverlustkennzahlen von der Maschengröße. Bei dem alten Verfahren in SIMMER besteht dabei eine starke Abhängigkeit von der Maschengröße bei der Erweiterung (σ_E) und keine Abhängigkeit an der Verengung (σ_V). Bei dem neuen Verfahren in SIMMER hängt der Druckverlust von der Maschengröße sowohl bei der Erweiterung als auch Verengung ab. Die Abhängigkeit des ζ -Wertes von σ ist allerdings viel schwächer als beim alten SIMMER-Verfahren. Auch hier empfiehlt sich wie bei der Simulation der Erweiterung und Verengung ein äquidistantes Maschengitter ($\sigma = 1$). Der AFDM Code zeigt diese Abhängigkeit nicht.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß keines der angewandten Verfahren voll befriedigend für die Problemstellungen bei Querschnittsänderungen und Blenden arbeitet. Am weitesten fortgeschritten erweist sich das AFDM Verfahren. Bei genauer Beachtung der einschränkenden Randbedingungen arbeitet auch das neue in SIMMER implementierte Verfahren genügend genau. Das alte in SIMMER verwendete Verfahren sollte wegen seiner Schwächen nicht mehr verwendet werden.

Zur Zeit wird ein weiteres Verfahren, basierend auf /9/ getestet und in SIMMER implementiert, welches die in Tab. 8.1 angesprochenen Schwierigkeiten der verschiedenen verglichenen Verfahren nicht besitzen soll /10/, /11/. Abhängig von der allgemeinen Einsetzbarkeit dieses Verfahrens stünden dann mehrere Optionen für die Implementierung in einen zukünftigen Störfallcode zur Verfügung.

9. Literatur

- / 1 / L.L. Smith et.al.,
SIMMER-II: A Computer Program for LMFBR Disrupted Core Analyses
NUREG/CR-0453, LA-7515 M, Rev. (June 1980)
- / 2 / J.J. Foit
Analyses of Expansion Phase Experiments with Improved Approximation
Schemes
KfK 4245 (Mai 1987)
- / 3 / I.E. Idelchik
Handbook of Hydrodynamic Resistance
Berlin, Springer Verlag (1986)
- / 4 / W. Maschek, W.M. Asprey
SIMMER-II Recriticality Analyses for a Homogeneous Core of the 300 MWe
Class
Nucl. Techn. 63 (1983) 305
- / 5 / W.R. Bohl et al.:
Computational Methods of the Advanced Fluid Dynamics Model
Int. Top. Meetg. on Advances in Reactor Physics, Mathematics and
Computation, Paris 1987, Vol. 3, pp. 1625
- / 6 / W. Maschek
Transition Phase Analysis for Hypothetical Loss of Flow Accidents
Multiphase Processes in LMFBR Safety Analysis Harwood Academic
Publishers (1982)
- / 7 / P. Schmuck
The postdisassembly phase in LMFBR's: SIMMER results and their evaluation
Proc. LMFBR Safety Topl. Mtg., Lyon, July 1982, Vol. IV, pp. 79

- /8/ M. Epstein et. al.:
Analytical and Experimental Studies of Transient Fuel Freezing.
Proc. Int. Mtg. on Fast Reactor Safety and Related Physics, Chicago,
CONF 76 1001 (1976), pp. 1788
- /9/ P. Schmuck
An Efficient Method to improve Flow Representation Across Abrupt Changes
of Cross-Sectional Areas
Nuclear Technology, Vol. 71, 314 (1985)
- /10/ P. Schmuck, persönliche Mitteilung 25.1.1989
- /11/ P. Schmuck
Zur Simulation von abrupten Querschnittsänderungen in fluiddynamischen
Rechenprogrammen
Jahrestagung Kerntechnik '89, Düsseldorf, pp. 101

10. Anhang

10.1 Sensitivität der ζ -Werte in Abhängigkeit von der Maschennetzwahl bei SIMMER-II

Bei der Einströmung in eine Verengung werden die experimentell ausgewerteten Druckverluste durch ein äquidistantes Maschengitter ($\sigma = 1$) recht gut wiedergegeben. Ein Abweichen von diesem Maschennetz bringt insbesondere für $\tau < 0.5$ eine wesentliche Verschlechterung (siehe Abb. 3.4).

Im Falle des Ausströmens in eine Erweiterung stimmen bei einem äquidistanten Maschennetz ($\sigma = 1$) die ζ_E -Werte für $\tau < 0.5$ nicht mehr mit den "experimentellen" Werten überein. Die ζ_E -Werte für ($\sigma = 1$) und ($\sigma = 0.1$) sind fast deckungsgleich. Bei einer Vergrößerung von σ erhält man schließlich bei $\sigma = 1/\tau$ für ζ_E die "experimentellen" Werte, eine weitere Steigerung von σ führt schließlich wieder zu einer Verschlechterung. Es zeigt sich also, daß um die "experimentellen" Werte bei ζ_E z.B. für ein $\tau = 0.2$ zu erhalten schon ein $\sigma = 5$ notwendig ist. Um diese Sensitivität bei kleinen Änderungen von σ besser darzustellen wurde nochmals die folgende Tabelle 10.1 erstellt.

Bezieht man sich auf die Widerstandsbeiwerte ζ_v bzw. ζ_E für $\sigma = 1$, so gilt in erster Näherung die Beziehung

$$\zeta_v(\sigma) = \zeta_{v/\sigma=1} + \left(\frac{\partial \zeta_v}{\partial \sigma} \right)_{\sigma=1} (\sigma - 1)$$

$$\zeta_E(\sigma) = \zeta_{E/\sigma=1} + \left(\frac{\partial \zeta_E}{\partial \sigma} \right)_{\sigma=1} (\sigma - 1)$$

Die folgende Tabelle 10.1 enthält die Werte für $\{\partial \zeta / \partial \sigma\}_{\sigma=1}$ in Abhängigkeit von τ

τ										
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$(\partial \zeta_E / \partial \sigma)_{\sigma=1}$	0.099	0.018	-0.021	-0.035	-0.035	-0.028	-0.018	-0.009	-0.002	0.0
$(\partial \zeta_v / \partial \sigma)_{\sigma=1}$	0.233	0.196	0.153	0.112	0.076	0.048	0.026	0.011	0.003	0.0

Tab. 10.1: Abhängigkeit der Größen $(\partial \zeta_E / \partial \sigma)_{\sigma=1}$ und $(\partial \zeta_v / \partial \sigma)_{\sigma=1}$ von τ