### Schriftenreihe



Institut für Mess- und Regelungstechnik Universität Karlsruhe (TH) Nr. 004

Dipl.-Ing. Sören Kammel

Deflektometrische Untersuchung spiegelnd reflektierender Freiformflächen



Sören Kammel

# Deflektometrische Untersuchung spiegelnd reflektierender Freiformflächen

Schriftenreihe Institut für Mess- und Regelungstechnik, Universität Karlsruhe (TH)

Nr. 004

## Deflektometrische Untersuchung spiegelnd reflektierender Freiformflächen

von Sören Kammel



Dissertation, Universität Karlsruhe (TH), Fakultät für Maschinenbau, 2004

#### Impressum

Universitätsverlag Karlsruhe c/o Universitätsbibliothek Straße am Forum 2 D-76131 Karlsruhe

www.uvka.de

© Universitätsverlag Karlsruhe 2005 Print on Demand

ISSN 1613-4214 ISBN 3-937300-28-7

# Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Mess- und Regelungstechnik der Universität Karlsruhe (TH). Die anfängliche Betreuung meiner Arbeit durch Herrn Prof. Dr.-Ing. Franz Mesch ging im Frühjahr 2001 auf seinen Nachfolger, Herrn Prof. Dr.-Ing. Christoph Stiller über. Beiden danke ich herzlich für ihre Förderung durch viele Anregungen und Diskussionen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Gerd Häusler gilt mein Dank für die spontane Übernahme des Korreferats und sein Interesse an meiner Arbeit.

Bedanken möchte ich mich bei der DaimlerChrysler AG für die fruchtbare Kooperation und finanzielle Unterstützung der Forschungsaktivitäten des Instituts. Insbesondere sei an dieser Stelle Frau Dr.-Ing. Doris Krahe und Herrn Roland Beyer gedankt.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Fernando Puente León bin ich für seine zahlreichen Ideen, Ansätze und Anregungen zur automatischen Sichtprüfung und optischen Messtechnik zu Dank verpflichtet.

Den Herren Dipl.-Ing. Thao Dang und Dr.-Ing. Michael Heizmann verdanke ich viele Anregungen und Vorschläge, die ich in zahlreichen Diskussionen und bei der Durchsicht meiner Arbeit erhalten habe.

Selbstverständlich danke ich auch allen Kollegen des Instituts, dem Sekretariat und den Werkstätten für ihre Unterstützung und die offene und freundschaftliche Atmosphäre, die mich immer wieder motiviert und zum Gelingen meiner Arbeit maßgeblich beigetragen hat.

Karlsruhe, im Mai 2004

Sören Kammel

#### Kurzfassung

Sowohl bei der Fertigung industrieller Zwischenprodukte als auch bei der Produktion von Konsumgütern treten vielerlei glänzende bzw. spiegelnde Oberflächen auf. Während bei technischen spiegelnden Oberflächen, wie z.B. Press- bzw. Gusswerkzeugen oder optischen Bauelementen, die Funktionalität des Werkstücks durch Oberflächendefekte gefährdet ist, stehen bei Produkten für den Endkunden, wie z.B. Armaturen, Musikinstrumenten oder lackierten Autokarosserien, ästhetische Aspekte im Vordergrund. Gerade im Bereich der Automobilindustrie sind die Qualitätsansprüche der Endkunden in den letzten Jahren enorm gestiegen, so dass marktübliche Verfahren zur Qualitätssicherung allmählich an ihre Grenzen stoßen.

Ein Messverfahren, das den gestiegenen Anforderungen an Genauigkeit und Geschwindigkeit weitgehend gerecht wird, ist die Deflektometrie. Sie ist dem menschlichen Verhalten beim Prüfen spiegelnder Oberflächen nachempfunden. Aufbauend auf dem deflektometrischen Messprinzip wurden im Rahmen dieser Arbeit Algorithmen entwickelt, welche die Planung eines deflektometrischen Messaufbaus automatisieren. Für eine präzise Messung geringer Krümmungsänderungen wurden darüber hinaus Methoden vorgestellt, welche die Phase der optischen Abbildungsfunktion analysieren. Weiterhin wurden Verfahren entwickelt, welche die punktweise Fokusänderung messen. Diese zeichnen sich durch eine hohe Geschwindigkeit aus und ermöglichen eine empfindliche Erkennung von Defekten mit geringer lateraler Ausdehnung (Blasen, Einschlüsse) in Echtzeit. Die Leistungsfähigkeit der entwickelten Verfahren wurde dabei nicht nur in Simulationen demonstriert, sondern auch an Hand von realen, industrierelevanten Oberflächen, wie Karosserieteilen, Linsen und Spiegeln.

Schlagworte: Deflektometrie, Reflexionsverfahren, spiegelnde Oberflächen, Automatische Sichtprüfung, strukturierte Beleuchtung, 3D-Vermessung, Bildverarbeitung

#### Abstract

During the manufacturing of intermediate industrial products as well as in the production of consumer goods many kinds of shiny or specular surfaces emerge. Defects of industrial products, like dies, molds or optical components, reduce the quality regarding their technical performance whereas defects on consumer goods, like tap fittings, musical instruments or painted car body parts decrease the visual appearance of these parts. Especially the quality requirements of the automotive industry increased tremendously during the last years. Therefore, commercially available methods gradually reach their limits.

Deflectometry fulfills the increased demands for accuracy and measuring speed to a large extent. This method mimics the human behavior when inspecting a specular surface. In this work, algorithms for the automized planning of deflectometric measurement setups have been developed based on the deflectometric measurement principle. Furthermore, techniques for the precise measurement of small curvature changes were introduced. These techniques analyse the phase of the optical imaging function. Moreover, a set of methods has been developed to measure the point-wise change of the focal length. This second class of methods is characterized by its high speed and allows a sensitive detection of defects with a small lateral extent like bubbles or inclusions in real time. The efficiency of the developed methods and algorithms was demonstrated with simulated data as well as with real industrial relevant surfaces like car body parts, lenses and mirrors.

**Keywords:** Deflectometry, reflection methods, specular surfaces, automated visual inspection, structured lighting, 3D reconstruction, image processing

# Inhaltsverzeichnis

1	Einl	eitung		1
2	Opti	ische Gi	rundlagen	5
	2.1	Photon	netrische Oberflächeneigenschaften	5
		2.1.1	Spiegelnd reflektierende Oberflächen	7
		2.1.2	Diffus reflektierende Oberflächen	7
		2.1.3	Streuend reflektierende Oberflächen	9
	2.2	Prinzip	o deflektometrischer Messungen	10
	2.3	Abbild	lungsfunktion des optischen Systems	12
		2.3.1	Abbildungsfunktion für achsnahe Strahlen	14
		2.3.2	Approximation für nicht achsnahe Strahlen	17
		2.3.3	Laterale örtliche Auflösung	18
		2.3.4	Messempfindlichkeit	19
		2.3.5	Schärfentiefe	20
3	Syst	emmod	ellierung	22
	3.1	Oberfl	ächenmodellierung	22
		3.1.1	Eindimensionale Modelle	25
			3.1.1.1 Bézier-Kurven	25
			3.1.1.2 B-Spline-Kurven	27
		3.1.2	Bézier-Tensorproduktflächen	29
		3.1.3	Bézier-Dreiecksnetze	30
	3.2	Oberfl	ächenkrümmung	31
		3.2.1	Erste Fundamentalform	32
		3.2.2	Zweite Fundamentalform	33
		3.2.3	Hauptkrümmungen und mittlere Krümmung	34

		3.2.4	Weingar	tenmatrix	35
	3.3	Kamer	ra- und Be	leuchtungsmodell	36
	3.4	Anpas	sung des M	Aessaufbaus	36
		3.4.1	Bestimm	ung der Objektorientierung	38
			3.4.1.1	Abschätzung von Elevationswinkel und Azimut	41
			3.4.1.2	Blickfeld	41
		3.4.2	Objektpo	ositionierung	42
4	Cod	ierverfa	ahren		45
	4.1	Gray-G	Code		46
	4.2	Phaser	nmessende	Verfahren	47
		4.2.1	Örtliche	1D-Modulation	48
		4.2.2	Phasenso	hiebeverfahren	51
			4.2.2.1	3-Schritt-Verfahren	52
			4.2.2.2	4-Schritt-Verfahren	53
			4.2.2.3	6-Schritt-Verfahren	53
			4.2.2.4	Vergleich der Verfahren zur Phasencodierung	53
		4.2.3	Maskier	ing von Phasenrauschen	54
		4.2.4	Phasener	ntfaltung	57
			4.2.4.1	"Floodfill"-Phasenentfaltung	59
			4.2.4.2	Gray-Code	61
			4.2.4.3	Chinesischer Restsatz (Nonius)	62
			4.2.4.4	Iteratives Mehrwellenlängen-Verfahren	65
	4.3	Vergle	ich der Co	dierverfahren	69
5	Verf	fahren z	ur Oberfl	ächeninspektion	71
	5.1	Messu	ng der Ob	erflächenkrümmung	71
	5.2	Visual	isierung fü	ir interaktive Oberflächeninspektion	74
	5.3	Detekt	tion und K	lassifikation von Defekten	75
	5.4	Relativ	ve Gradien	tenmessung	79
		5.4.1	Merkma	lsgewinnung	81

		5.4.2 Bestimmung von Punktkorrespondenzen				
			5.4.2.1 Shape-Context-Matching 8	2		
		5.4.3	Ausrichtung	4		
		5.4.4	Robuste Parameterschätzung (LMedS) 8	5		
		5.4.5	Ergebnisse	7		
	5.5	Rekon	struktion der Topographie	9		
		5.5.1	Frankot-Chellappa-Algorithmus	1		
		5.5.2	Propagationsverfahren	1		
		5.5.3	Simulationsergebnis der Rekonstruktion 9	2		
	5.6	Messa	ıfbau	3		
6	Zuse	amment	assung und Aushlick 9	6		
U	Zusc			U		
Li	teratu	ırverzei	chnis 9	9		
Li A	teratu Anh	ırverzei ang	chnis 9 10	9		
Li A	<b>teratu</b> Anh A.1	<b>irverzei</b> ang Notatio	chnis         9           10         10           on und Symbole         10	9 6		
Li A	<b>teratu</b> <b>Anh</b> A.1	<b>irverzei</b> ang Notatio A.1.1	chnis         9           10           on und Symbole           Operatoren           10	9 6 6		
Li A	<b>Anh</b> A.1	<b>ang</b> Notatio A.1.1 A.1.2	chnis       9         10       10         on und Symbole       10         Operatoren       10         Abkürzungen       10	9 6 6 6		
Li A	<b>teratu</b> <b>Anh</b> A.1	ang Notatio A.1.1 A.1.2 A.1.3	chnis       9         10       10         on und Symbole       10         Operatoren       10         Abkürzungen       10         Symbole       10	9 6 6 6 6 7		
Li A	<b>Anh</b> A.1	ang Notatio A.1.1 A.1.2 A.1.3	chnis       9         10       10         on und Symbole       10         Operatoren       10         Abkürzungen       10         Symbole       10         A.1.3.1       Allgemein       10	9 6 6 6 7 7		
Li A	<b>Anh</b> A.1	ang Notatio A.1.1 A.1.2 A.1.3	chnis       9         10       10         on und Symbole       10         Operatoren       10         Abkürzungen       10         Symbole       10         A.1.3.1       Allgemein       10         A.1.3.2       Optische Grundlagen       10	9 6 6 6 7 7 8		
Li A	<b>Anh</b> A.1	ang Notatio A.1.1 A.1.2 A.1.3	chnis       9         10       10         on und Symbole       10         Operatoren       10         Abkürzungen       10         Symbole       10         A.1.3.1       Allgemein       10         A.1.3.2       Optische Grundlagen       10         A.1.3.3       Systemmodellierung       10	9 6 6 6 6 7 7 8 9		
Li A	<b>teratu</b> Anh A.1	ang Notatio A.1.1 A.1.2 A.1.3	chnis       9         10       10         on und Symbole       10         Operatoren       10         Abkürzungen       10         Symbole       10         A.1.3.1       Allgemein       10         A.1.3.2       Optische Grundlagen       10         A.1.3.3       Systemmodellierung       10         A.1.3.4       Codierverfahren       11	9 6 6 6 6 7 7 8 9 0		
Li	teratu Anh A.1	Irverzei ang Notatio A.1.1 A.1.2 A.1.3	chnis       9         10       10         on und Symbole       10         Operatoren       10         Abkürzungen       10         Symbole       10         A.1.3.1       Allgemein       10         A.1.3.2       Optische Grundlagen       10         A.1.3.3       Systemmodellierung       10         A.1.3.4       Codierverfahren       11         A.1.3.5       Verfahren zur Oberflächeninspektion       11	9 6 6 6 6 7 7 8 9 0 2		

# 1 Einleitung

Sowohl bei der Fertigung industrieller Zwischenprodukte als auch bei der Produktion von Konsumgütern treten vielerlei glänzende bzw. spiegelnde Oberflächen auf (s. Abb. 1.1). Während bei technischen spiegelnden Oberflächen, wie z. B. Press- bzw. Gusswerkzeugen oder optischen Bauelementen, die Funktionalität des Werkstücks durch Oberflächendefekte gefährdet ist, stehen bei Produkten für den Endkunden, wie z. B. Armaturen, Musikinstrumenten oder lackierten Autokarosserien, ästhetische Aspekte im Vordergrund. Gerade im Bereich der Autoindustrie sind die Qualitätsansprüche der Endkunden in den letzten Jahren enorm gestiegen, so dass marktübliche Verfahren zur Qualitätssicherung allmählich an ihre Grenzen stoßen:

- Die Qualitätskontrolle durch menschliche Inspektoren (Flaschner), bei der die Karosserie mit speziellen Handschuhen abgetastet und beim Schein streifenförmiger Leuchtstoffröhren visuell inspiziert wird, ist aufwändig und wenig reproduzierbar.
- Taktile Instrumente (z. B. Tastschnittgeräte) oder optische Autofokusscanner liefern zwar hochgenaue Messergebnisse, sind aber auf Grund ihrer eindimensionalen Messcharakteristik zu langsam, um sie in der Serienfertigung einzusetzen [Whitehouse 1994, Lonardo u. a. 2002].
- Techniken wie Laser- oder Weisslicht-Interferometrie und Moiré-Verfahren sind oftmals zu störempfindlich für den Einsatz in industrieller Umgebung oder benötigen selbst für qualitative Defekterkennungsaufgaben eine aufwändige Kalibrierung [Dresel u. a. 1992, Masi 2002].
- Die Empfindlichkeit von Triangulationsmethoden (Streifenprojektion, Lasertriangulation), Shape-from-Shading-Techniken oder stereoskopischen Messverfahren ist in der Regel nicht ausreichend [Klette u. a. 1996]. Erschwerend kommt hinzu, dass diese Methoden für die Vermessung diffus reflektierender Oberflächen ausgelegt sind und vor ihrer Anwendung ein Mattierungsspray auf die lackierte bzw. spiegelnde Oberfläche aufgetragen werden muss.

Aus diesen Gründen werden zur Qualitätssicherung spiegelnder Oberflächen alternative Verfahren benötigt, die eine Detektion von Oberflächendefekten, eine Kontrolle der Formtreue und eine Vermessung der Gestalt mit hoher Geschwindigkeit und Genauigkeit erlauben.



**Abbildung 1.1**: Beispiele für spiegelnde bzw. glänzend lackierte Oberflächen, wie sie bei industriellen Zwischenprodukten und Konsumgütern auftreten.

Ein Messverfahren, welches diese Eigenschaften weitgehend erfüllt, ist die *Deflektometrie* (von lat. *deflectare*: abbiegen, ablenken und *metiri*: messen). Sie ist dem menschlichen Verhalten beim Prüfen spiegelnder Oberflächen nachempfunden. Ein menschlicher Beobachter prüft spiegelnde Oberflächen qualitativ, indem er die sich in der Oberfläche widerspiegelnde (bekannte) Umgebung betrachtet und nach Verzerrungen sucht (s. Abb. 1.2). Beulen, Dellen und Wellen, die auf gleich geformten, aber matten Oberflächen visuell nicht zu erkennen wären, können auf spiegelnden Oberfläche wahrgenommen werden, selbst wenn sie nur wenige Mikrometer tief sind.

In dieser Arbeit werden Verfahren vorgestellt, die — aufbauend auf dem deflektometrischen Messprinzip — eine hochempfindliche Detektion von Defekten sowie eine quantitative Vermessung der Oberflächenneigung erlauben. Nach den allgemein gültigen optischen Grundlagen wird in Kapitel 2 ein neu entwickeltes Mo-



**Abbildung 1.2**: Kritischer Kunde bei der Untersuchung eines glänzend lackierten Karosserieteils. Nicht die Oberfläche selbst, sondern das Spiegelbild der strukturierten Umgebung (Wand mit Holzlamellen) wird zur Qualitätsbeurteilung herangezogen.

dell für die Abbildungsfunktion des deflektometrischen Messsystems eingeführt. Darauf aufbauend werden in Kapitel 3 Methoden zur Planung eines deflektometrischen Messsystems beschrieben, mit denen eine flexible und exakte Anpassung an individuelle Messprobleme möglich wird. Die zur präzisen und schnellen Bestimmung der Abbildungsfunktion notwendigen Codierverfahren werden ausführlich in Kapitel 4 erläutert. Anschließend werden in Kapitel 5 verschiedene Verfahren zur Oberflächeninspektion beschrieben. Für die hochgenaue, quantitative Untersuchung von lokalen Neigungsänderungen wird ein Verfahren beschrieben, welches die Abbildungsfunktion des optischen Systems auswertet. Diese quantitative Erfassung der Objektgeometrie ermöglicht den Vergleich eines Prüfobjekts mit einem Referenzdatensatz. Die dabei notwendige Ausrichtung der Datensätze sowie die dafür eingesetzten Deskriptoren und der robuste Schätzalgorithmus sind ebenfalls in Kapitel 5 aufgeführt. Neben den Verfahren auf Basis der Abbildungsfunktion wird darüber hinaus ein Verfahren eingeführt, das die punktweise Fokusänderung misst und sich durch eine hohe Geschwindigkeit auszeichnet. Abschließend wird der für alle Untersuchungen verwendete Messaufbau vorgestellt und eine Erweiterung zur interaktiven Oberflächeninspektion vorgeschlagen.

### 2 Optische Grundlagen

#### 2.1 Photometrische Oberflächeneigenschaften

Ein Spiegelbild entsteht auf Grund der Wechselwirkung von Licht mit einer Oberfläche, wobei eine Oberfläche als Grenzfläche zwischen zwei Medien definiert ist. Licht tritt in Wechselwirkung mit der Oberfläche, wenn die beiden angrenzenden Medien unterschiedliche optische Eigenschaften besitzen. Ein auf einer Oberfläche einfallender Lichtstrahl kann teilweise reflektiert, gebrochen oder absorbiert werden. Für eine deflektometrische Messung ist jedoch nur der reflektierte Teil des Lichts interessant, der im Folgenden näher beschrieben wird.

Eine Oberfläche  $\zeta(\mathbf{v})$  und deren Reflektanz lässt sich allgemein folgendermaßen beschreiben:

$$\zeta(\mathbf{v}) := \begin{pmatrix} \xi(\theta_{\rm e}, \varphi_{\rm e}, \theta_{\rm b}, \varphi_{\rm b}, \mathbf{v}) \\ \mathbf{p}(\mathbf{v}) \end{pmatrix}, \qquad (2.1)$$

wobei  $\mathbf{v} := (v_1, v_2)^T$  die Oberfläche parametrisiert und  $\theta$  bzw.  $\varphi$  den Elevationswinkel <sup>1</sup> und den Azimut bezeichnen. Die erste Komponente

$$\xi(\theta_{\rm e},\varphi_{\rm e},\theta_{\rm b},\varphi_{\rm b},\mathbf{v}) = \frac{\mathrm{d}L_{\rm b}(\theta_{\rm b},\varphi_{\rm b},\mathbf{v};E_{\rm e})}{\mathrm{d}E_{\rm e}(\theta_{\rm e},\varphi_{\rm e},\mathbf{v})}$$
(2.2)

von  $\zeta(\mathbf{v})$  ist die bidirektionale Reflektanzverteilungsfunktion (BRDF), in welcher die Indizes "e" und "b" entsprechend für "einfallend" und "beobachtet" stehen [Nicodemus u. a. 1977]. Die BRDF beschreibt die örtlichen optischen Eigenschaften des Oberflächenmaterials, d. h. die Mikrostruktur. Sie besagt, wie hell ein Oberflächenelement aus der Richtung ( $\theta_{\rm e}, \varphi_{\rm e}$ ) erscheint, wenn es aus der Richtung ( $\theta_{\rm e}, \varphi_{\rm e}$ ) beleuchtet wird. Gemäß Definition ist die BRDF der Quotient aus Strahldichte d $L_{\rm b}$ , welche in Richtung ( $\theta_{\rm b}, \varphi_{\rm b}$ ) beobachtet wird, und der Strahlungsflussdichte d $E_{\rm e}$ , die von dem einfallenden Fluss aus der Richtung ( $\theta_{\rm e}, \varphi_{\rm e}$ ) verursacht wird.

Die zweite Komponente  $\mathbf{p}(\mathbf{v})$  von  $\zeta(\mathbf{v})$  ist derjenige Teil des Oberflächenreliefs, der durch das Bilderfassungssystem aufgelöst werden kann, d. h. die Form der

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Der Elevationswinkel ist ein Maß für die Elevation, beschreibt aber den Winkel zur Normalenrichtung an einem Oberflächenpunkt und nicht, wie die Elevation, den Winkel zur Tangentialebene.

Oberfläche bzw. deren Makrostruktur. Die 3D-Mikrostruktur kann nicht räumlich aufgelöst werden und trägt zur BRDF bei.

An Hand der Strahlungsflussdichten  $E_e$  und  $E_b$  für einfallendes bzw. reflektiertes Licht lässt sich ein Maß für die Reflektanz ( $\triangleq$  Reflexionsgrad)

$$R = \frac{E_{\rm b}}{E_{\rm e}} \tag{2.3}$$

festlegen [Hecht 2001]. Die Reflektanz R hängt von vielen Parametern ab, wie z. B. den Brechungsindizes  $n_{B,1}$  des umgebenden Mediums (i.d.R. Luft) und  $n_{B,2}$  des zu untersuchenden Objekts, d. h. den magnetischen Permeabilitäten und den Dielektrizitätskonstanten der beiden Medien, dem Einfallswinkel  $\theta_e$ , der Polarisation und der Wellenlänge  $\lambda$  des einfallenden Lichts [Hecht 2001, Lavin und Wright 1971, Kriebel u. a. 1975]. Dielektrische Medien wie z. B. Lacke, Glas, Wasser und Öl werden in der Industrie häufig als Reflexionsschicht eingesetzt.

Der Einfluss der Polarisation muss berücksichtigt werden, wenn eine polarisierte Lichtquelle (z. B. LC-Display) verwendet wird. Die Reflektanz von ppolarisiertem Licht, d. h. Licht, dessen Polarisation parallel zur Ebene des einfallenden Lichtes ist, ist folgendermaßen definiert:

$$R_{\parallel} = \frac{E_{\rm b\parallel}}{E_{\rm e\parallel}} = \left(\frac{\tan(\theta_{\rm e} - \theta_{\rm t})}{\tan(\theta_{\rm e} + \theta_{\rm t})}\right)^2 = \left(\frac{n_{\rm B,2}\cos\theta_{\rm e} - n_{\rm B,1}\cos\theta_{\rm t}}{n_{\rm B,2}\cos\theta_{\rm e} + n_{\rm B,1}\cos\theta_{\rm t}}\right)^2 .$$
(2.4)

Entsprechend gilt für die Reflektanz von s-polarisiertem Licht (Polarisation senkrecht zur Ebene des einfallenden Lichts):

$$R_{\perp} = \frac{E_{\rm b\perp}}{E_{\rm e\perp}} = \left(\frac{\sin(\theta_{\rm e} - \theta_{\rm t})}{\sin(\theta_{\rm e} + \theta_{\rm t})}\right)^2 = \left(\frac{n_{\rm B,1}\cos\theta_{\rm e} - n_{\rm B,2}\cos\theta_{\rm t}}{n_{\rm B,1}\cos\theta_{\rm e} + n_{\rm B,2}\cos\theta_{\rm t}}\right)^2 \ . (2.5)$$

Dabei ist  $\theta_t$  der Refraktionswinkel, der durch die Gleichung

$$n_{\rm B,1}\sin\theta_{\rm e} = n_{\rm B,2}\sin\theta_{\rm t} \tag{2.6}$$

definiert ist. Abb. 2.1 zeigt die Reflektanzkurven eines dielektrischen Mediums  $(n_{B,1} = 1, n_{B,2} = 1.5)$  als Funktion des Einfallswinkels und für die beiden beschriebenen Grenzfälle der Lichtpolarisation.

Bei streifendem Lichteinfall beträgt die Reflektanz nahezu 100%, wohingegen bei senkrechtem Lichteinfall nur ein geringer Anteil des Lichts reflektiert wird. Der Reflexionsgrad für unpolarisiertes Licht liegt zwischen den beiden Grenzwerten von p-polarisiertem und s-polarisiertem Licht.



**Abbildung 2.1:** Reflektanzkurven eines dielektrischen Mediums  $(n_{B,1} = 1, n_{B,2} = 1.5)$  als Funktion des Einfallswinkels  $\theta_e$  für p-polarisiertes  $(R_{\parallel})$  und s-polarisiertes  $(R_{\perp})$  Licht.

#### 2.1.1 Spiegelnd reflektierende Oberflächen

Ein Lichtstrahl, der auf eine perfekt spiegelnde und ebene Oberfläche trifft, wird in der Ebene, die vom Richtungsvektor des einfallenden Lichtstrahls und dem Normalenvektor der Oberfläche aufgespannt wird, reflektiert. Der Reflexionswinkel  $\theta_{\rm b}$  ist identisch mit dem Einfallswinkel  $\theta_{\rm e}$  (s. Abb. 2.2). Für eine ideal spiegelnden Fläche ist die BRDF proportional zu einer Delta-Funktion. Obwohl eine reale Oberfläche nie perfekt eben ist, wird sie dennoch als spiegelnd bezeichnet, wenn sie mikroskopisch glatt ist, d. h. wenn die Strukturen der Oberflächenrauhigkeit deutlich kleiner sind als die Wellenlänge des beleuchtenden Lichts [Jähne 2001]. Auch wenn die Oberfläche gekrümmt ist, bleibt das Reflexionsgesetz gültig und Licht wird nur in eine einzige Richtung reflektiert. Beispiele für spiegelnd reflektierende Oberflächen sind z. B. polierte oder geschmolzene Metalle sowie insbesondere mit Metallen vakuumbedampfte Substrate. Transparente dielektrische Medien sind nur im polierten Zustand spiegelnd.

#### 2.1.2 Diffus reflektierende Oberflächen

Wenn die Wellenlänge des auf einer Oberfläche auftreffenden Lichts kleiner als die submikroskopischen Unebenheiten dieser Oberfläche ist, wird das Licht in



Abbildung 2.2: Reflexion an einer spiegelnden Oberfläche.

die gesamte Halbkugel über der Oberfläche gestreut. Unter der Annahme, dass das Profil der Unebenheiten normalverteilt ist, kann ein Zusammenhang zwischen der quadratisch gemittelten Oberflächenrauhigkeit  $R_{\rm q}$  und der reflektierten Strahlungsflussdichte  $E_{\rm b}$  in Richtung der spiegelnden Reflexion  $\theta_{\rm b}$  hergestellt werden [Beckmann und Spizzichino 1963, Whitehouse 1994]:

$$E_{\rm b} = K E_{\rm e} \exp\left[-\left(\frac{4\pi R_{\rm q} \cos\theta_{\rm b}}{\lambda}\right)^2\right]$$
(2.7)

 $\begin{array}{rcl} \mbox{mit} & \lambda & : & \mbox{Wellenlänge des einfallenden Lichts,} \\ & K & : & \mbox{Proportionalitätsfaktor.} \end{array}$ 

Demnach tendiert jede Oberfläche bei streifendem Lichteinfall ( $\theta_{\rm b}=\pi/2$ ) zu spiegelnder Reflexion.

Die ideal diffus reflektierende Oberfläche erscheint — unabhängig vom Einfallswinkel des Lichts — für jeden Azimut gleich hell (s. Abb. 2.3). Eine solche Oberfläche wird durch das Lambertsche Gesetz definiert:

$$E_{\rm b}(\theta_{\rm b}) = E_0 \cos(\theta_{\rm b}) \tag{2.8}$$

mit  $E_0$  : Strahlungsflussdichte des Lichts, das in Richtung der Oberflächennormalen reflektiert wird.



Abbildung 2.3: Diffuse Reflexion entsprechend dem Lambertschen Gesetz.

Beispiele für diffus reflektierende Oberflächen sind Gips, weißes Papier oder Titandioxid.

#### 2.1.3 Streuend reflektierende Oberflächen

Die streuende Reflexion ist eine Mischform der diffusen und der spiegelnden Reflexion. Streuende Oberflächen reflektieren Licht — im Gegensatz zu spiegelnd reflektierenden Oberflächen — in einer verbreiterten Streukeule mit  $\delta\theta_{\rm b}$  um die Richtung  $\theta_{\rm b} = \theta_{\rm e}$  der spiegelnden Reflexion (s. Abb. 2.4).



Abbildung 2.4: Streuende Reflexion.

Streuende Reflexion kann aufgrund extrem feiner Unregelmäßigkeiten auf unpolierten Oberflächen auftreten. Die Größe der unregelmäßigen Strukturen liegt dabei im Bereich der Wellenlänge des beleuchtenden Lichts. Streuend reflektierende Oberflächen können durch gezielte Strukturierung spiegelnd reflektierender Oberflächen erzeugt werden. Beispiele für solche Strukturierungsmethoden sind Kugelstrahlen, Ätzen oder Honen. Die schuppige Struktur der in der Regel unerwünschten Orangenhaut glänzend lackierter Oberflächen erzeugt ebenfalls eine streuende Reflexion.

#### 2.2 Prinzip deflektometrischer Messungen

Zur deflektometrischen Oberflächenuntersuchung wird ein Aufbau entsprechend Abb. 2.5 verwendet. Eine strukturierte Lichtquelle (Schirm) stellt computergesteuert ein Muster dar. Die Spiegelung dieses Musters an der zu untersuchenden Oberfläche wird mit einer Kamera aufgenommen. Durch die verwendete Messanordnung wird die spiegelnde Oberfläche zu einem Bestandteil des optischen Systems — das Spiegelbild des Musters erscheint im Kamerabild auf Grund der Oberflächenwölbung verzerrt.



**Abbildung 2.5**: Vergleich zwischen Triangulation und Deflektometrie: Bei einer triangulatorischen Messung (a) beobachtet die Kamera ein auf die Oberfläche projiziertes Muster, wogegen sie bei einer deflektometrischen Messanordnung das Spiegelbild eines auf dem Schirm dargestellten Musters aufnimmt.

Wird die Oberfläche lokal um den Punkt P gekippt, so wird das Strahlenbündel, das auf diesem Bereich der Oberfläche auftrifft, einen anderen Bereich des Musters auf dasselbe Sensorelement abbilden (s. Abb. 2.6).



**Abbildung 2.6**: Vergleich zwischen Triangulation und Deflektometrie: Wird ein Oberflächenelement lokal um den Punkt P geneigt, registriert die Kamera im Falle der Triangulation (a) keine Änderung bezüglich des Punktes P, im Falle der Deflektometrie (b) wird jedoch ein völlig anderer Teil des Schirms erfasst.

Die Ablenkung — und damit die Empfindlichkeit des deflektometrischen Messverfahrens — ist dabei proportional zur Winkeländerung des Oberflächenelements und zum Abstand zwischen der spiegelnden Oberfläche und dem Schirm. Das bedeutet zum einen, dass das Verfahren vorwiegend empfindlich gegenüber der Oberflächenneigung ist, und andererseits, dass die Empfindlichkeit durch Veränderung der Geometrie des Messaufbaus an beinahe beliebige Bedürfnisse angepasst werden kann.

Anders als bei triangulatorischen Verfahren, bei denen die Kamera idealerweise auf die Oberfläche fokussiert ist, stellt die Fokussierung der Kamera bei deflektometrischen Messungen einen Kompromiss dar zwischen örtlicher Auflösung auf der zu untersuchenden Oberfläche und Kontrast bzw. Auflösung des reflektierten Musters. Wird die Kamera direkt auf die Oberfläche fokussiert, ist die laterale Auflösung der Oberfläche hoch, das Muster wird jedoch unscharf abgebildet. Demgegenüber führt eine Fokussierung auf den Schirm dazu, dass das Strahlenbündel, welches auf ein Kamerapixel abgebildet wird, über einen Unschärfebereich auf der Oberfläche reflektiert wird, was die laterale Auflösung vermindert. Das Muster kann bei dieser Fokussierung jedoch optimal aufgelöst werden, so dass die Empfindlichkeit des Systems gegenüber Neigungsänderungen der Oberfläche maximal wird. Für Oberflächen, deren Krümmung nicht konstant ist, ändert sich die erzielte laterale Auflösung und Empfindlichkeit in Abhängigkeit der Oberflächenposition. Für den Fall, dass die zu untersuchende Oberfläche perfekt flach ist, einheitlich spiegelnd reflektiert und sich die strukturierte Beleuchtung exakt in der Schärfeebene der Kameraoptik befindet, ist dieses idealisierte optische System ortsinvariant, und die maximal erzielbare Auflösung wird nur von Beugungserscheinungen der Austrittspupille begrenzt [Goodman 1968]. Bildstörungen wie sphärische Aberration und Koma, die zum geringen Teil auf die verwendete Kameraoptik zurückzuführen sind, zum überwiegenden Teil jedoch von der spiegelnden Oberfläche selbst verursacht werden, die nicht notwendigerweise senkrecht zur optischen Achse der Kamera ausgerichtet ist und deren Krümmung in der Regel nicht null und örtlich nicht konstant ist, machen das lineare optische System auch im Falle einer planaren Oberfläche ortsvariant. Trotz der Problematik mit der Fokussierung der Kamera lassen sich mit Hilfe der *Abbildungsfunktion* des optischen Systems, die im folgenden Kapitel beschrieben wird, Informationen über die spiegelnde Oberfläche gewinnen.

#### 2.3 Abbildungsfunktion des optischen Systems

Spiegelnde Oberflächen reflektieren Lichtstrahlen entsprechend dem Reflexionsgesetz (s. Abb. 2.2 bzw. Abb. 2.7). Diese Eigenschaft erlaubt es, jedem Punkt U auf dem Kamerasensor eine Position I im Raum zuzuordnen, an der sich eine Punktlichtquelle L bei scharfer Abbildung befinden muss, so dass deren Licht nach der Reflexion an der spiegelnden Oberfläche (Punkt P) den gegebenen Punkt U beleuchtet.



**Abbildung 2.7**: Abbildungsfunktion für einen einzelnen Oberflächenpunkt P bei spiegelnder Reflexion.

Im Kamerakoordinatensystem lässt sich die Position **p** eines Oberflächenpunktes P mit Hilfe des Einheitsvektors s formulieren, der im optischen Zentrum beginnt und dessen Richtung <sup>2</sup> durch den Ortsvektor  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, -c)^{\mathrm{T}}$ , mit c = Bildweite bzw. Kammerkonstante festgelegt ist. Der Vektor s wird mit der Länge  $\sigma$  skaliert, die den Abstand des Oberflächenpunktes P zum optischen Zentrum beschreibt ( $\mathbf{p} = \sigma s$ ). Der Einheitsvektor **r** beschreibt die Richtung des "reflektierten" Lichts. Er wird mit dem Abstand  $\rho$  zwischen Punktlichtquelle L und Oberflächenpunkt P skaliert. Für die Position I der Punktlichtquelle ergibt sich damit:

$$\mathbf{l} = \sigma \mathbf{s} + \rho \mathbf{r} ,$$
  

$$\mathbf{r} = \mathbf{s} - 2(\mathbf{n}^{\mathrm{T}} \mathbf{s}) \mathbf{n} ,$$
  

$$\Rightarrow \mathbf{l} = (\sigma + \rho) \mathbf{s} - 2\rho(\mathbf{n}^{\mathrm{T}} \mathbf{s}) \mathbf{n}$$
(2.9)

Diese Position kann aus der ortsabhängigen optischen Übertragungsfunktion (OTF  $\triangleq$  *Optical Transfer Function*) gewonnen werden. Die OTF ist eine komplexwertige Funktion, die in einen Betragsanteil — die Modulationsübertragungsfunktion (MTF) — und die Phasenübertragungsfunktion (PTF) aufgespalten werden kann. Die lokale OTF ist die Fouriertransformierte der zweidimensionalen lokalen Impulsantwort (PSF  $\triangleq$  *Point Spread Function*) des optischen Systems.

Eine einfache Methode zum Schätzen der lokalen PSF für einen gegebenen Bildpunkt ist es, eine Punktlichtquelle an der korrespondierenden Stelle im Blickfeld zu positionieren und die sich im Bild ergebende Intensitätsverteilung auszuwerten. Es existiert jedoch immer eine Richtung, entlang der die Punktlichtquelle verschoben werden kann, so dass sich die Form der lokalen PSF ändert, die Position des Maximums aber unverändert bleibt. Die Punktlichtquelle wird scharf abgebildet (fokussierte Abbildung), wenn das Maximum der PSF am deutlichsten ist. Eine perfekte Fokussierung ist unmöglich, wenn das optische System astigmatisch ist. In diesem Fall ist die PSF anisotrop; es existieren zwei verschiedene Positionen, für die eine richtungsabhängige, scharfe Abbildung erzielt wird. Dieses Problem tritt beispielsweise in Erscheinung, wenn die spiegelnde Oberfläche lokal zylindrisch ist.

Mit Hilfe der PSF lässt sich eine Abbildungsfunktion  $\mathbf{l}(\mathbf{u}) = (l_1(\mathbf{u}), l_2(\mathbf{u}), l_3(\mathbf{u}))^{\mathrm{T}}$  definieren, welche den Zusammenhang zwischen den Koordinaten I eines Punktes der strukturierten Lichtquelle und den Bildkoordinaten  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, -c)^{\mathrm{T}}$  im Kamerakoordinatensystem (KKS) beschreibt. Diese rein geometrische Definition der Abbildungsfunktion beschränkt sich auf die

 $<sup>^{2}</sup>$ Die Richtungen der Vektoren s und r sind entgegen der physikalischen Ausbreitung des Lichts definiert. Dies entspricht dem Vorgehen und der Konvention bei der Anwendung von Raytracing-Algorithmen.

Zuordnung räumlicher Positionen und enthält keinerlei Information über die vom optischen System übertragenen Intensitätsverteilungen. Dadurch lässt sich die Oberflächengeometrie weitgehend unabhängig vom lokalen Reflexionsverhalten der Oberfläche bestimmen.

Ist die Position des Schirms relativ zur Kamera nicht bekannt, lassen sich die Koordinaten eines Punktes auf dem Schirm nur im Koordinatensystem des Schirms angeben. Man erhält dann eine sog. *einfache Abbildungsfunktion*  $l'(\mathbf{u}) = (l'_1(\mathbf{u}), l'_2(\mathbf{u}))^{\mathrm{T}}$ , welche die Koordinaten innerhalb der Parameterebene des Schirms beschreibt und daher nur zwei Komponenten enthält (s. Abb. 2.7).

#### 2.3.1 Abbildungsfunktion für achsnahe Strahlen

Zur Erstellung eines vereinfachten Modells des optischen Systems wird zunächst die Gültigkeit der Theorie achsnaher Stahlen (paraxiale Theorie) für das zu untersuchende System vorausgesetzt. In Abbildung 2.8 ist dazu eine vereinfachte, zweidimensionale Ansicht einer deflektometrischen Messanordnung dargestellt. Wie bereits in Kapitel 2.2 beschrieben, beruht der deflektometrische Messeffekt auf der Deformation, die ein Muster durch das optische System erfährt. Die Hauptkomponente dieses optischen Systems ist dabei die zu untersuchende spiegelnde Oberfläche. Die lokale Deformation des Musters hängt daher im wesentlichen von der lokalen Krümmung  $\kappa$  dieser Oberfläche ab. Zur Vereinfachung wird angenommen, dass sich die spiegelnde Oberfläche aus Kugelkappen zusammengesetzt [Häusler und Karbacher 1996]. Das bedeutet, dass für jeden Oberflächenbereich, der auf ein einzelnes Sensorelement der Kamera abgebildet wird, eine konstante mittlere Krümmung  $\kappa = \bar{\kappa}$  angenommen wird. Die Vektoren n, s und



**Abbildung 2.8**: Modell des optischen Systems bei Einhaltung der paraxialen Näherung.

**r** sind dabei Einheitsvektoren. Die Kameraoptik wird bei der Modellierung der Abbildungsfunktion mit einer dünnen Linse beschrieben. Da die Kamera nicht zwingend auf die Oberfläche fokussiert ist, ergibt sich für jeden Oberflächenpunkt P ein Unschärfescheibchen, welches mit einem Punkt U $\triangleq$ u auf dem Kamerasensor korrespondiert. Es wird angenommen, dass die Oberflächenkrümmung  $\bar{\kappa}$  innerhalb des Unschärfescheibchens eines Punktes konstant ist. Andernfalls wäre keine eindeutige Rekonstruktion der Oberfläche möglich, weil das Abtasttheorem verletzt würde. Eine differentialgeometrische Definition der Krümmung  $\bar{\kappa}$ wird in Kapitel 3.2 gegeben. Im Folgenden werden nur die optischen Aspekte der Krümmung betrachtet.

Die lokale Orientierung der Oberfläche an einem Punkt P wird durch den Normalenvektor n(v) beschrieben, aus dem sich auch die Richtung des reflektierten Lichtstrahls ergibt. Zur Vereinfachung der Schreibweise wird im Folgenden ein zusätzliches Oberflächenkoordinatensystem (OKS) mit den Basisvektoren

$$\mathbf{e}_1^* = \mathbf{e}_2 \wedge \mathbf{n} ; \quad \mathbf{e}_2^* = -\mathbf{e}_1^* \wedge \mathbf{n} ; \quad \mathbf{e}_3^* = \mathbf{n}$$
(2.10)

verwendet. Die Koordinaten eines Punktes  $p^*$  im OKS können folgendermaßen in die Koordinaten p im KKS transformiert werden:

$$\mathbf{p} = \sigma \mathbf{s} + (\mathbf{e}_1^* \ \mathbf{e}_2^* \ \mathbf{e}_3^*) \mathbf{p}^* = \sigma \mathbf{s} + \mathbf{M} \mathbf{p}^*.$$
(2.11)

Die Koordinaten l eines Punktes L auf der strukturierten Lichtquelle werden durch Ray-Tracing ausgehend von einem Punkt U auf dem Kamerasensor berechnet. Der Punkt U ist dabei das von der Kameraoptik erzeugte Bild des Punktes T mit

$$\mathbf{t} = -\frac{\tilde{c}}{c}\mathbf{u} \,. \tag{2.12}$$

Der Punkt T muss seinerseits das scharfe Abbild der Lichtquelle L sein, die von der spiegelnden Oberfläche abgebildet wird. Entsprechend der Theorie achsnaher Strahlen gilt für die Abbildung des Punktes L durch einen sphärischen Spiegel um den Punkt P die Gaußsche Linsengleichung [Hecht 2001]:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{l_3^*} + \frac{1}{t_3^*} , \qquad (2.13)$$

wobei f die Brennweite des Spiegels ist und  $l_3^*$  bzw.  $t_3^*$  die Abstände zwischen Lichtquelle und Tangentialebene der Oberfläche im Punkt P sowie der Tangentialebene und Bild der Lichtquelle (Punkt T) bezeichnen (s. Abb. 2.8). Für die

Brennweite gilt folgender Zusammenhang mit dem Krümmungsradius  $R_{\rm m}$  bzw. der Krümmung  $\bar{\kappa}$ :

$$f = \frac{R_{\rm m}}{2} = \frac{1}{2\kappa} \,. \tag{2.14}$$

Unter Berücksichtigung der lokalen Abbildungsmaßstäbe der Oberfläche

$$\frac{l_1^*}{l_3^*} = -\frac{t_1^*}{t_3^*} \quad \text{sowie} \quad \frac{l_2^*}{l_3^*} = -\frac{t_2^*}{t_3^*} \tag{2.15}$$

lässt sich die Abbildung an der spiegelnden Oberfläche im OKS aus Gl. 2.13 und Gl. 2.14 herleiten:

$$\mathbf{l}^{*} = \frac{1}{2\kappa t_{3}^{*} - 1} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{t}^{*} = \frac{1}{2\kappa t_{3}^{*} - 1} \mathbf{A} \mathbf{t}^{*} .$$
(2.16)

Dabei bezeichnet

$$t_3^* = \mathbf{ns} \cdot ||\mathbf{t} - \mathbf{p}|| = -\mathbf{ns} \cdot \left| \left| \frac{\tilde{c}}{c} \mathbf{u} + \sigma \mathbf{s} \right| \right|$$
(2.17)

den Abstand zwischen dem Punkt  $\mathrm{T}^*$  und der Tangentialebene der Oberfläche im Punkt P. Durch Einsetzen von Gl. 2.17 in Gl. 2.11 und unter Berücksichtigung von

$$\mathbf{s} = -\frac{\mathbf{u}}{||\mathbf{u}||} \tag{2.18}$$

erhält man folgende Formel für die Abbildungsfunktion:

$$\mathbf{l}(\mathbf{u}) = \sigma \mathbf{s} + \mathbf{M} \mathbf{l}^* = \frac{\mathbf{M} \mathbf{A} \mathbf{M}^{-1} \left(\frac{\tilde{c}}{c} \mathbf{u} + \sigma \mathbf{s}\right)}{2\kappa \mathbf{n} \mathbf{s} \cdot ||\frac{\tilde{c}}{c} \mathbf{u} + \sigma \mathbf{s}|| + 1} + \sigma \mathbf{s}$$

$$= \frac{\frac{\tilde{c}}{c} - \frac{\sigma}{||\mathbf{u}||}}{1 - 2\kappa \mathbf{n} \mathbf{u} \left|\frac{\tilde{c}}{c} - \frac{\sigma}{||\mathbf{u}||}\right|} \cdot \left[\mathbf{M} \mathbf{A} \mathbf{M}^{-1} - \frac{\sigma}{||\mathbf{u}||} \mathbf{I}\right] \mathbf{u} .$$
(2.19)

Die Brennpunkte der Oberfläche, d. h. Oberflächenpunkte, die auf Grund ihrer Position im Raum eine unendliche Vergrößerung erzeugen und durch die Formel

$$-\mathbf{n}\mathbf{u}\left|\frac{\tilde{c}}{c} - \frac{\sigma}{||\mathbf{u}||}\right| = \frac{1}{2\kappa}$$
(2.20)

gegeben sind, müssen bei der Planung des Messaufbaus berücksichtigt werden.

#### 2.3.2 Approximation für nicht achsnahe Strahlen

Die bisher berechnete Abbildungsfunktion setzt voraus, das alle Lichtstrahlen paraxial, d. h. parallel zur optischen Achse der Oberfläche, einfallen (s. Abb. 2.9a). Obwohl diese Bedingung in der Regel nicht erfüllt sein wird, lässt sich das zuvor hergeleitete Modell der Abbildungsfunktion mit einer Modifikation verwenden, bei der die Krümmung des Spiegels durch die lokale Oberflächenbrennweite ersetzt wird (s. Abb. 2.9b).



**Abbildung 2.9**: Fallen parallele Lichtstrahlen paraxial auf einer sphärischen, spiegelnden Oberfläche ein (a), ergibt sich die Oberflächenbrennweite aus der Krümmung. Im Gegensatz dazu muss die Oberflächenbrennweite für nicht paraxial einfallendes Licht durch die Betrachtung mehrerer Lichtstrahlen approximiert werden (b).

Die vom Punkt U auf dem Kamerasensor zurückverfolgten Strahlen treffen sich nicht mehr in einem Punkt. Dieser *Koma* genannte Effekt bewirkt ein Verschmieren des Bildes der Lichtquelle L. Der Punkt L muss jedoch immer noch auf dem Hauptstrahl  $\sigma s + \tilde{\rho} r$  liegen. Zur Berechnung der Entfernung  $\tilde{\rho}$  werden vier weitere Lichtstrahlen parallel zum Vektor s betrachtet. Nach der Reflexion an der Oberfläche sind die vier Strahlen für  $\kappa \neq 0$  nicht mehr parallel zum Vektor r. Für jeden der Strahlen lässt sich daher ein  $\tilde{\rho}_{min}$  angeben, für das der Abstand des Lichtstrahls zur Geraden  $\sigma s + \tilde{\rho} r$  minimal ist. Der Mittelwert der Längen  $\tilde{\rho}_{min}$  wird als Näherung für die Oberflächenbrennweite  $\tilde{f}$  verwendet. Die Oberflächenbrennweite  $\tilde{f}$  ersetzt die Krümmung ( $\tilde{f} \rightarrow \frac{1}{2\kappa}$ ) und die Richtung zu diesem "Brennpunkt" den Normalenvektor n in der Formel der Abbildungsfunktion (Gl. 2.19).

#### 2.3.3 Laterale örtliche Auflösung

Die laterale optische Auflösung wird von der Größe des Unschärfescheibchens auf der spiegelnden Oberfläche bestimmt. Das Unschärfescheibchen entsteht durch die Projektion der Aperturblende auf die zu untersuchende Oberfläche. Je nach Lage und Form der spiegelnden Oberfläche sowie der Form der Aperturblende nimmt das Unschärfescheibchen daher unterschiedliche Größen und Formen an.



**Abbildung 2.10**: Vereinfachte Darstellung für die Bestimmung der lateralen Auflösung bzw. der lokalen Unschärfe.

Um die Unschärfe verschiedener Oberflächenbereiche dennoch einfach miteinander vergleichen zu können, wird die maximale Ausdehnung des Unschärfescheibchens berechnet und für den Vergleich herangezogen. Der Durchmesser  $D_m$  um einen Oberflächenpunkt P mit Normalenvektor  $\mathbf{n}(\mathbf{u})$  kann folgendermaßen abgeschätzt werden: Zunächst wird die scharfe Abbildung T des Punktes U in den Gegenstandsraum berechnet und der Normalenvektor  $\mathbf{n}(\mathbf{u})$  in die Aperturebene der Kamera projiziert. Anschließend werden die beiden Schnittpunkte der Geraden, die sich aus der Projektion des Normalenvektors ergibt, mit dem Kreis der Aperturblende mit Durchmesser D berechnet. Projiziert man die Verbindungslinie der beiden Punkte mit der Länge D durch den Punkt T als Projektionszentrum zurück auf die Tangentialebene des Punktes P, erhält man einen Näherungswert für den maximalen Durchmesser  $D_m$  des Unschärfescheibchens:

$$D_m(\mathbf{u}) \approx \left\| \mathbf{d}_1 - \mathbf{d}_2 + \frac{\sigma \mathbf{ns} - \mathbf{nd}_1}{\mathbf{n}(\mathbf{t} - \mathbf{d}_1)} (\mathbf{t} - \mathbf{d}_1) - \frac{\sigma \mathbf{ns} - \mathbf{nd}_2}{\mathbf{n}(\mathbf{t} - \mathbf{d}_2)} (\mathbf{t} - \mathbf{d}_2) \right\|$$
(2.21)  
$$\approx -\frac{\sigma \mathbf{se}_3 - \tilde{c}}{\tilde{c} \mathbf{ne}_3} D = \frac{D}{|\mathbf{ne}_3|} \cdot \left| 1 - \frac{V\sigma}{||\mathbf{u}||} \right|$$
(2.22)

mit	$\mathbf{d}_{1,2} \pm rac{D \cdot (n_1, n_2, 0)^{\mathrm{T}}}{2\sqrt{n_1^2 + n_2^2}}$	:	Schnittpunkte des in die Aperturebene projizierten Normalenvektors mit dem Aperturkreis,
	$V = \frac{c}{\tilde{c}}$	:	Vergrößerungsfaktor der Kameraoptik.

Der Durchmesser D der Aperturblende beeinflusst direkt die maximal erreichbare laterale örtliche Auflösung und die Schärfentiefe. Für eine deflektometrische Untersuchung sollte er deshalb so klein wie möglich gewählt werden. Dabei ist zu berücksichtigen, dass keine Beugungseffekte auftreten und der Kontrast der aufgenommenen Bilder ausreichend ist.

#### 2.3.4 Messempfindlichkeit

Neben der lateralen örtlichen Auflösung ist die Messempfindlichkeit eine der wichtigsten Größen zur Charakterisierung eines optischen Messsystems. Die Empfindlichkeit  $S(\mathbf{l}(\mathbf{u}))$  eines deflektometrischen Systems kann als die Änderung der Position  $||\Delta \mathbf{l}_{ges}(\mathbf{u})||$  eines Punktes im Raum, die an der Stelle u im sich ergebenden Kamerabild beobachtet wird, definiert werden.

Die Empfindlichkeit beschreibt den Zusammenhang zwischen zu messender und beobachteter Größe und damit zwischen einer Neigungs- bzw. Positionsänderung in einem Oberflächenpunkt P und der daraus resultierenden Veränderung der beobachteten Lichtquellenposition  $||\Delta l_{ges}(\mathbf{u})||$ . Für die Betrachtung der Empfindlichkeit wird ein lokales Oberflächenkoordinatensystem betrachtet, das vom Normalenvektor im Punkt P und den Richtungsvektoren parallel und senkrecht zur Reflexionsebene festgelegt ist. Der Schirm wird als Ebene senkrecht zum reflektierten Lichtstrahl angenommen. Eine reine Verschiebung des Oberflächenpunkts P verändert den Strahlengang nur, wenn die Verschiebung  $\Delta h$  in Richtung des Normalenvektors erfolgt:

$$||\Delta \mathbf{l}_{\text{Versch}}|| = 2|\Delta h \sin \theta|.$$
(2.23)

Der reflektierte Lichtstrahl wird bei einer Positionsänderung des Oberflächenpunkts P innerhalb der Reflexionsebene verschoben. Die Verschiebung ist dabei umso ausgeprägter, je größer der Elevationswinkel  $\theta$  ist, d.h. je flacher der Lichteinfall erfolgt. Der Abstand zwischen Oberfläche und Schirm hat bei einer reinen Positionsänderung keinen Einfluss. Ebenso hat eine Verschiebung innerhalb der Tangentialebene keinerlei Auswirkung.

Betrachtet man im Gegensatz dazu eine reine Verkippung der Oberfläche um  $\Delta \alpha$  in der Reflexionsebene bzw. um  $\Delta \beta$  senkrecht dazu, ergeben sich folgende Posi-

tionsänderungen der beobachteten Lichtquellenposition auf dem Schirm:

$$\begin{aligned} ||\Delta \mathbf{I}_{\text{Verkipp},1}|| &= \rho |\tan(\Delta \theta)| = \rho |\tan(2\Delta \alpha)| \approx 2\rho |\Delta \alpha| \quad \text{bzw.} \\ ||\Delta \mathbf{I}_{\text{Verkipp},2}|| &\approx 2\rho |\Delta \beta| \,. \end{aligned}$$

Bei einer reinen Verkippung der Oberfläche ist die beobachtete Positionsänderung der Lichtquelle proportional zum Abstand  $\rho$  zwischen Oberfläche und Schirm. Die Empfindlichkeit gegenüber Verkippungen kann daher durch Vergrößern dieses Abstands erhöht werden.

Ein Maß für die Empfindlichkeit ergibt sich dann aus der Gesamtänderung  $||\Delta l_{ges}(\mathbf{u})||$  der beobachteten Lichtquellenposition. Man erhält sie aus der L<sub>2</sub>-Norm der Änderungen innerhalb der Reflexionsebene und senkrecht dazu:

$$S(\mathbf{l}(\mathbf{u})) = ||\Delta \mathbf{l}_{ges}(\mathbf{u})|| = \sqrt{||\Delta \mathbf{l}_{Versch} + \Delta \mathbf{l}_{Verkipp,1}||^2 + ||\Delta \mathbf{l}_{Verkipp,2}||} \quad (2.24)$$
$$= 2\sqrt{(\rho\Delta\alpha + \Delta h\sin^2\theta)^2 + (\rho\Delta\beta)^2}.$$

Eine Verringerung des Messeffekts durch gleichzeitiges Verkippen und Verschieben der Oberfläche kann folglich nur innerhalb der Reflexionsebene auftreten.

#### 2.3.5 Schärfentiefe

Für eine reale Kamera muss ein Kompromiss zwischen Größe der Aperturblende und Schärfentiefe getroffen werden. Eine kleinere Apertur erhöht die Schärfentiefe auf Kosten der durchgelassenen Lichtmenge [Jain u. a. 1995, Schröder 1998]. Für das bei der Deflektometrie auftretende optische Gesamtsystem, bestehend aus spiegelnder Oberfläche und Linsensystem der Kamera, lässt sich ebenfalls ein Zusammenhang von Apertur und Schärfentiefe formulieren. Die Schärfentiefe hängt, ähnlich wie die laterale örtliche Auflösung, direkt von der maximalen akzeptablen Größe des Unschärfescheibchens  $\epsilon$  in den aufgenommenen Kamerabildern ab. Sie sollte idealerweise nicht größer als ein Sensorelement der verwendeten Kamera sein.

Der Bereich der scharfen Abbildung für einen Punkt auf dem Kamerasensor wird

von den beiden Punkten  $L_{-}(\mathbf{u})$  und  $L_{+}(\mathbf{u})$  begrenzt, deren Positionen durch

$$\mathbf{l}_{-}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2\kappa \left(\frac{1}{n_3} \cdot \frac{\epsilon \tilde{c}^2}{cD - \epsilon \tilde{c}} - \mathbf{n}\mathbf{u} \left| \frac{\tilde{c}}{c} - \frac{\sigma}{||\mathbf{u}||} \right| \right) + 1} \cdot \mathbf{M}\mathbf{A} \cdot \left( \frac{1}{n_3} \cdot \frac{\epsilon \tilde{c}^2}{cD - \epsilon \tilde{c}} \begin{pmatrix} -\frac{n_1}{1 - n_2^2} \\ \frac{n_2 n_3}{1 - n_2^2} \\ -n_3 \end{pmatrix} + \left( \frac{\tilde{c}}{c} - \frac{\sigma}{||\mathbf{u}||} \right) \mathbf{M}^{-1}\mathbf{u} \right) - \frac{\sigma \mathbf{u}}{||\mathbf{u}||}$$

und

$$\mathbf{l}_{+}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2\kappa \left(-\frac{1}{n_{3}} \cdot \frac{\epsilon \tilde{c}^{2}}{cD - \epsilon \tilde{c}} - \mathbf{n}\mathbf{u} \left|\frac{\tilde{c}}{c} - \frac{\sigma}{||\mathbf{u}||}\right|\right) + 1} \cdot \mathbf{M}\mathbf{A} \cdot \left(-\frac{1}{n_{3}} \cdot \frac{\epsilon \tilde{c}^{2}}{cD - \epsilon \tilde{c}} \begin{pmatrix}-\frac{n_{1}}{1 - n_{2}^{2}}\\\frac{n_{2}n_{3}}{1 - n_{2}^{2}}\\-n_{3}\end{pmatrix} + \left(\frac{\tilde{c}}{c} - \frac{\sigma}{||\mathbf{u}||}\right) \mathbf{M}^{-1}\mathbf{u}\right) - \frac{\sigma \mathbf{u}}{||\mathbf{u}||}$$

gegeben sind. Die Schärfentiefe

$$\Delta \rho = ||\mathbf{l}_{+}(\mathbf{u}) - \mathbf{l}_{-}(\mathbf{u})|| \tag{2.25}$$

für einen Punkt im Kamerabild ergibt sich dann aus dem Abstand der beiden Punkte $L_-(\mathbf{u})$  und  $L_+(\mathbf{u}).$ 

### **3** Systemmodellierung

Die Modellierung bzw. die Planung von Sichtprüfungssystemen ist ein wachsendes Teilgebiet des Computer-Sehens, bei dem die Beziehung zwischen zu untersuchendem Objekt und beobachtendem Sensor mit einem modellbasierten Ansatz erfasst werden soll. Extrinsische und intrinsische Kameraparameter sowie die Geometrie der Messanordnung beeinflussen maßgeblich die Qualität der vom Objekt aufgenommenen Bilder. Dabei entscheidet die Existenz eines Satzes geeigneter Parameter über die Machbarkeit einer Sichtprüfungsaufgabe und ermöglicht erst ihre Durchführung. Dennoch werden die Kameraparameter und die Systemgeometrie oftmals als gegeben angenommen. In der Praxis werden sie dann zumeist durch zeit- und kostenintensives Ausprobieren ermittelt.

Deflektometrische Messsysteme, bei denen das zu untersuchende Objekt Teil des optischen Systems ist und daher bei der Konfiguration des Systems mit einbezogen werden muss, erfordern besondere Sorgfalt bei der Einstellung dieser Parameter. Im Gegensatz zu anderen Verfahren zur Oberflächeninspektion ist die Position und Form der verwendeten flächigen Lichtquelle zudem ebenfalls entscheidend und muss beim Entwurf eines Messaufbaus berücksichtigt werden. Schlecht gewählte Parameter können bei der Untersuchung gekrümmter spiegelnder Oberflächen leicht dazu führen, dass das Auflösungsvermögen der eingesetzten Kamera in Bildteilen überschritten wird und Aliasing-Effekte auftreten. Eine ungeeignete Position oder Form der eingesetzten Lichtquelle (Schirm) kann sogar dazu führen, dass überhaupt keine Informationen über die zu untersuchende Oberfläche ermittelt werden können. Im Folgenden werden daher Methoden beschrieben, die eine zumindest teilautomatisierte Optimierung der Kameraparameter und der Systemgeometrie erlauben. Zunächst wird dabei auf die zur Optimierung, d. h. zur Simulation der Messumgebung, erforderliche mathematische Modellierung der einzelnen Komponenten des Systems eingegangen.

#### 3.1 Oberflächenmodellierung

Eine mathematische Beschreibung der Oberfläche kann bei einer dreidimensionalen Vermessung an mehreren Stellen zum Einsatz kommen. Zum einen ist das Ergebnis einer solchen Vermessung üblicherweise eine Punktwolke. Zur Bestimmung der Krümmung muss die Punktwolke beispielsweise zu einer stetigen und differenzierbaren Oberfläche verbunden werden. Eine weitere Verwendung findet die mathematische Oberflächenmodellierung bei der Planung des Messaufbaus, wobei ein Modell der Oberfläche bereits vor der eigentlichen Messung vorhanden sein muss. Da viele industrielle Oberflächen mit Hilfe von CAD-Systemen entworfen werden, ist eine mathematische Beschreibung der Ideal- bzw. Sollform solcher Oberflächen bereits bekannt und kann damit prinzipiell für die Planung des Messaufbaus verwendet werden. In den beiden oben genannten Fällen müssen bei der Modellierung der Oberfläche jedoch einige Besonderheiten der Deflektometrie berücksichtigt werden. Eine allgemeines Modell zur Beschreibung von Oberflächen, wie sie für deflektometrische Untersuchungen geeignet ist, ist in Abb. 3.1 dargestellt.



Abbildung 3.1: Beschreibung von Oberflächenpunkten im Koordinatensystem der Kamera.

Ein Punkt P auf der Oberfläche kann als Endpunkt eines Vektors  $\mathbf{p}(\mathbf{v})$  beschrieben werden, der von den Oberflächenparametern  $\mathbf{v} = (v_1, v_2)^{\mathrm{T}}$  abhängt. Da die Oberfläche immer aus Sicht der Kamera beschrieben wird und die Parametrisierung  $(v_1, v_2)^{\mathrm{T}}$  frei wählbar ist, werden die Oberflächenparameter an die Kamerakoordinaten gekoppelt:  $(v_1, v_2)^{\mathrm{T}} = (u_1, u_2)^{\mathrm{T}}$ . Entsprechend dem Modell der Abbildungsfunktion (s. Kapitel 2.3) gilt dann:  $\mathbf{p}(\mathbf{v}) = \sigma \mathbf{s}(\mathbf{u})$ . Ausgehend von dieser allgemeinen Formulierung muss nun aus der Vielzahl bereits existierender mathematischer Beschreibungen von Freiformflächen [Farin 1997], von denen eine Auswahl weitverbreiteter Modelle in Tabelle 3.1 aufgeführt ist, ein geeignetes Modell ausgewählt werden.

Für die Planung bzw. die Simulation des deflektometrischen Messaufbaus sind nur diejenigen Modelle geeignet, die folgende zusätzliche Forderungen erfüllen:

	Konvexe	Inter	Stetigkeit	Geschwin-	Form-
	Hülle	polation	_	digkeit	erhaltung
biquintische	-	ja	$C^2$	+	ja
Hermite					
bikubische	ja	-	$C^2$	++	ja
Bézier					
bikubische	ja	-	$C^2$	0	ja
uniforme					
<b>B-Splines</b>					
bikubische	ja	-	$C^2$	0	ja
nicht-					
uniforme					
B-Splines					
Catmull-	-	ja	$C^1$	0	ja
Rom					
bikubische	-	ja	$C^1$	+	ja
Clough-					
Tocher					
Powell-	-	ja	$C^1$	0	ja
Sabin					
bikubische	-	ja	$C^1$	++	-
Coons					
Lagrange	-	ja	$> C^2$	(++)	-

 
 Tabelle 3.1: Eigenschaften verschiedener Modelle zur Beschreibung von Freiformflächen.

- Kompatibilität zu bestehenden CAD-Anwendungen: Um für die Planung realer existierender Objekte eingesetzt werden zu können, müssen sich CAD-Daten in das gewählte Modell umwandeln lassen.
- $C^2$ -Stetigkeit: Zur exakten Berechnung der Lichtreflexion werden  $C^2$ stetige Oberflächen benötigt, um Oberflächenpunkte zu vermeiden, denen kein eindeutiger Normalenvektor zugeordnet werden kann. Das in Kapitel 2.3 beschriebene Modell der Abbildungsfunktion verwendet darüber hinaus die lokale Oberflächenkrümmung, für deren Berechnung ebenfalls eine  $C^2$ -Stetigkeit vorausgesetzt wird. CAD-Systeme verwenden in der Regel ebenfalls Modelle, die mindestens  $C^2$ -stetig sind, weil die daraus resultierenden Oberflächen "optisch ansprechender" sind [Farin 1997].
Schnelle Schnittpunktberechnung: Etwa 95% der Rechenzeit, die für die Simulation insgesamt benötigt wird, entfallen auf die Berechnung der Schnittpunkte der Lichtstrahlen mit der Oberfläche [Barth und Stürzlinger 2000]. Daher soll die modellierte Oberfläche innerhalb ihres Kontrollnetzes liegen, damit das Kontrollnetz selbst für einen Vorabtest für die Schnittpunktberechnung verwendet werden kann (Eigenschaft der "konvexen Hülle" [Farin 1997]). Des Weiteren müssen für das gewählte Modell effiziente Algorithmen zur Unterteilung ("Subdivision") der Oberfläche existieren, um die iterative Schnittpunktberechnung zu beschleunigen.

Ergänzend ergeben sich Anforderungen für ein Modell, das die Punktwolke aus einer dreidimensionalen Messung zu einer Oberfläche verbinden soll:

- Interpolation der gemessenen Datenpunkte: Dateninterpolation steht im Widerspruch zur Eigenschaft der konvexen Hülle, wenn eine Stetigkeit  $C > C^0$  gefordert ist. Für manche Modelle besteht jedoch die Möglichkeit, eine konvexe Hülle zu einer interpolierenden Funktion zu bestimmen.
- Formkonvergenz: Die Oberfläche, die aus einem Satz von Punkten interpoliert wird, soll gegen die wahre Objektform konvergieren, wenn zusätzliche Punkte hinzugefügt werden.

Modelle, welche die genannten Eigenschaften erfüllen, sind bikubische nichtuniforme B-Spline-Segmente und bikubische Bézier-Segmente. Aus Kompatibilität zu bestehenden CAD-Anwendungen werden für die Simulation insbesondere Dreiecksnetze in ihrer Bézier-Form verwendet, wie sie im Abschnitt 3.1.3 beschrieben werden. Für die Ergebnismodellierung sind die in Kapitel 3.1.2 beschriebenen Tensorproduktflächen (bikubisch; B-Spline- und Bézier-Form) besser geeignet. Sowohl die Dreiecksnetze als auch die Tensorproduktflächen der ausgewählten Modelle entstehen aus denselben Modellen zur Beschreibung von Kurven. Zur Vereinfachung werden im Folgenden daher zunächst diese eindimensionalen Modelle erläutert.

## 3.1.1 Eindimensionale Modelle

#### 3.1.1.1 Bézier-Kurven

Eine Bézier-Kurve

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=0}^{M} \mathbf{b}_i B_i^M(t) \quad \text{mit} \quad 0 \le t \le 1$$
(3.1)

des Grades M lässt sich in Abhängigkeit ihrer Kontrollpunkte  $\mathbf{b}_i$  und der Bernstein-Polynome

$$B_i^M(t) = \begin{cases} \binom{M}{i} t^i (1-t)^{M-i} & \text{für} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}, \quad (3.2)$$

formulieren, welche in Abbildung 3.2 für den kubischen Fall (M = 3) dargestellt sind. Die Bernstein-Polynome bilden die Basisfunktionen der Bézier-Kurven.



Abbildung 3.2: Kubische Bernstein-Polynome.

Bézier-Kurven sind für  $M \ge 3 C^2$ -stetig. Im Folgenden wird daher nur noch der für die Modellierung ausreichende Fall M = 3 betrachtet. Um mit kubischen Kurven eine flexible Modellierung zu erlauben, werden die Kurven aus Segmenten zusammengesetzt, an deren Übergängen eine Glattheitsbedingung für die nötige  $C^2$ -Stetigkeit sorgt [Farin 1997].

Ein Vorteil von Bézier-Kurven ist ihre Invarianz gegenüber affinen Transformationen. Es genügt, eine affine Transformation auf die Kontrollpunkte anzuwenden und danach die Kurvenpunkte neu zu erzeugen. Wie in zu Beginn dieses Kapitels gefordert, bildet das Kontrollpolygon der Bézier-Kurve zudem eine konvexe Hülle um die eigentliche Kurve. Darüber hinaus lassen sich die erste Ableitung

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{x}^{3}(t) = 3\sum_{i=0}^{2}\Delta\mathbf{b}_{i}B_{i}^{2}(t), \quad \text{mit} \quad \Delta\mathbf{b}_{i} = \mathbf{b}_{i+1} - \mathbf{b}_{i}$$
(3.3)

bzw. die zweite Ableitung

$$\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{x}^3(t) = 6 \sum_{i=0}^1 \Delta^2 \mathbf{b}_i B_i^1(t) \quad \text{mit} \quad \Delta^2 \mathbf{b}_i = \mathbf{b}_{i+2} - 2\mathbf{b}_{i+1} + \mathbf{b}_i \quad (3.4)$$

sehr einfach aus dem Kontrollpolygon ermitteln.

#### 3.1.1.2 B-Spline-Kurven

Eine kubische B-Spline-Kurve

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=0}^{3} \mathbf{d}_i N_i^3(t)$$
(3.5)

lässt sich ähnlich einer Bézier-Kurve in Abhängigkeit ihrer Kontrollpunkte  $d_i$  und den rekursiv definierten Basisfunktionen

$$N_i^j(t) = \frac{t - t_{i-1}}{t_{i+2} - t_{i-1}} N_i^{j-1}(t) + \frac{t_{i+3} - t}{t_{i+3} - t_i} N_{i+1}^{j-1}; \quad j = 3...1,$$
(3.6)

$$N_i^0(t) = \begin{cases} 1 \text{ für } t_{i-1} \le t < t_i ,\\ 0 \text{ sonst }. \end{cases}$$
(3.7)

formulieren. Anders als bei Bézier-Kurven erfolgt die Zuordnung von Parameterwerten zur Position im Raum jedoch mit Hilfe einer Knotensequenz. Damit die Knotensequenz äquidistant bezüglich der Bogenlänge wird, d. h. große Abstände zwischen benachbarten Punkten entsprechen großen Differenzen zwischen den zugehörigen Kurvenparametern, wird eine chordale Parametrisierung verwendet [Farin 1997]:

$$\frac{\Delta_i}{\Delta_{i+1}} = \frac{||\mathbf{x}_{i+1} - \mathbf{x}_i||}{||\mathbf{x}_{i+2} - \mathbf{x}_{i+1}||} \quad \text{mit} \quad \Delta_i = t_{i+1} - t_i \;.$$
(3.8)

Die chordale Parametrisierung der Kurve erlaubt die einfache Anwendung diskreter Filter, wodurch beispielsweise eine Skalenraum-Betrachtung oder eine einfache Glättung ermöglicht wird [Wang u. a. 1997, Wang und Lee 1998, Wang 1999]. B-Spline-Kurven sind eng mit den Bézier-Kurven verwandt (s. Abb. 3.3).



Abbildung 3.3: Kubisches B-Spline- und Bézier-Kontrollpolygon einer Kurve.

Die Kontrollpolygone beider Kurvenarten lassen sich auf Grund ihrer geometrischen Abhängigkeit ineinander umrechnen:

$$\mathbf{b}_{3i} = \mathbf{x}_{i} = \frac{\Delta_{i} \mathbf{b}_{3i-1} + \Delta_{i-1} \mathbf{b}_{3i+1}}{\Delta_{i-1} + \Delta_{i}} , \qquad (3.9)$$

$$\mathbf{b}_{3i-1} = \frac{\Delta_i \mathbf{d}_{i-1} + (\Delta_{i-2} + \Delta_{i-1}) \mathbf{d}_i}{\Delta_{i-2} + \Delta_{i-1} + \Delta_i} , \qquad (3.10)$$

$$\mathbf{b}_{3i+1} = \frac{(\Delta_i + \Delta_{i+1})\mathbf{d}_i + \Delta_{i-1}\mathbf{d}_{i+1}}{\Delta_{i-1} + \Delta_i + \Delta_{i+1}} \,. \tag{3.11}$$

Um mit einer B-Spline-Kurve eine Interpolation vorgegebener Punkte zu erreichen, müssen die Kontrollpunkte  $d_i$  aus den zu interpolierenden Kurvenwerten  $x_i$  bestimmt werden. Mit Hilfe der Gleichungen 3.9 bis 3.11 lässt sich ein Zusammenhang zwischen den B-Spline-Kontrollpunkten und den zu interpolierenden Punkten herstellen, wobei die Bézier-Kontrollpunkte eliminiert werden <sup>1</sup>:

$$(\Delta_{i-1} + \Delta_i)\mathbf{x}_i = \alpha_i \mathbf{d}_{i-1} + \beta_i \mathbf{d}_i + \gamma_i \mathbf{d}_{i+1}$$
(3.12)

mit

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Die Kurvenenden, an denen die Bézier-Kontrollpunkte nicht entfallen, werden hier nicht weiter behandelt und sind beispielsweise in [Farin 1997] beschrieben.

$$\alpha_{i} = \frac{\Delta_{i}^{2}}{\Delta_{i-2} + \Delta_{i-1} + \Delta_{i}} ,$$
  

$$\beta_{i} = \frac{\Delta_{i}(\Delta_{i-2} + \Delta_{i-1})}{\Delta_{i-2} + \Delta_{i-1} + \Delta_{i}} + \frac{\Delta_{i-1}(\Delta_{i} + \Delta_{i+1})}{\Delta_{i-1} + \Delta_{i} + \Delta_{i+1}} ,$$
  

$$\gamma_{i} = \frac{\Delta_{i-1}^{2}}{\Delta_{i-1} + \Delta_{i} + \Delta_{i+1}} .$$

Aus Gl. 3.12 ergibt sich folgendes tridiagonales Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & & & \\ \alpha_{1} & \beta_{1} & \gamma_{1} & & \\ & \ddots & & \\ & & \alpha_{L-1} & \beta_{L-1} & \gamma_{L-1} \\ & & & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{d}_{0} \\ \mathbf{d}_{1} \\ \vdots \\ \mathbf{d}_{L-1} \\ \mathbf{d}_{L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{b}_{1} \\ (\Delta_{0} + \Delta_{1})\mathbf{x}_{1} \\ \vdots \\ (\Delta_{L-1} + \Delta_{L})\mathbf{x}_{L-1} \\ \mathbf{b}_{3L-1} \end{pmatrix} , \quad (3.13)$$

dessen Lösung die gewünschten Punkte des B-Spline-Kontrollpolygons ergibt. Mit Hilfe der Gleichungen 3.9 bis 3.11 lässt sich aus diesem B-Spline-Kontrollpolygon ein Bézier-Kontrollpolygon berechnen. Die Bézier-Form des Kontrollpolygons benötigt mit (3L - 2) Kontrollpunkten zur Interpolation von L Punkten zwar deutlich mehr Punkte als die B-Spline-Form mit nur (2L - 2), die zusätzlichen Punkte können jedoch direkt für die Berechnung der Tangenten bzw. der Normalenvektoren im Fall einer Fläche verwendet werden. Aus diesem Grund beschränken sich die im Folgenden beschriebenen Flächenmodelle im Raum auf die Bézier-Form, welche im Rahmen der Simulation des deflektometrischen Messsystems geeigneter sind.

## 3.1.2 Bézier-Tensorproduktflächen

Tensorproduktflächen sind eine einfache Erweiterung der eindimensionalen Kurvenmodelle auf zweidimensionale Flächenbeschreibungen. Flächen werden bei diesem Ansatz mit dem Produkt einzelner Bézier-Kurven beschrieben:

$$\mathbf{p}(\mathbf{v}) = \sum_{j=0}^{3} \sum_{i=0}^{3} \mathbf{b}_{i,j} B_i^3(v_1) B_j^3(v_2) .$$
(3.14)



Abbildung 3.4: Tensorprodukt-Bézier-Segment und zugehöriges Kontrollnetz.

Ein Beispiel für eine Bézier-Tensorproduktfläche ist in Abb. 3.4 dargestellt.

Entsprechend den Bézier-Kurven lassen sich die Richtungsvektoren der Tangentialebenen bzw. die Normalenvektoren direkt aus dem Kontrollnetz berechnen:

$$\frac{\partial \mathbf{p}(\mathbf{v})}{\partial v_1} = 3 \sum_{j=0}^3 \sum_{i=0}^2 (\mathbf{b}_{i,j} - \mathbf{b}_{i-1,j}) B_i^2(v_1) B_j^3(v_2) , \qquad (3.15)$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}(\mathbf{v})}{\partial v_2} = 3 \sum_{j=0}^2 \sum_{i=0}^3 (\mathbf{b}_{i,j} - \mathbf{b}_{i,j-1}) B_i^3(v_1) B_j^2(v_2) , \qquad (3.16)$$

$$\mathbf{n}(\mathbf{v}) = \frac{\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial v_1} \wedge \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial v_2}}{\left| \left| \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial v_1} \wedge \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial v_2} \right| \right|}.$$
(3.17)

Die für die Berechnung der Oberflächenkrümmung wichtigen zweiten Ableitungen ergeben sich für Tensorproduktflächen entsprechend dem eindimensionalen Fall (s. Gl. 3.4).

## 3.1.3 Bézier-Dreiecksnetze

Im Gegensatz zu Tensorproduktflächen, welche über einem rechteckigen Parametergebiet definiert sind, sind Dreiecksnetze über einem dreieckigen Parametergebiet definiert. Dreiecksnetze bieten den Vorteil einer höheren topologischen Flexibilität als Tensorprodukt-Flächen. Zu ihrer Beschreibung wird ein neues Koordinatensystem verwendet, in welchem die Koordinaten eines Punktes als gewichtete Summe der Eckpunktskoordinaten eines Dreiecks beschrieben werden:

$$\mathbf{p}(u_{\Delta}, v_{\Delta}, w_{\Delta}) = u_{\Delta}\mathbf{p}_1 + v_{\Delta}\mathbf{p}_2 + w_{\Delta}\mathbf{p}_3 \tag{3.18}$$

mit

$$u_{\Delta} + v_{\Delta} + w_{\Delta} = 1. \tag{3.19}$$

Die Gewichte der Eckpunkte  $\mathbf{v}_{\Delta} = (u_{\Delta}, v_{\Delta}, w_{\Delta})^{\mathrm{T}}$  sind die sog. *baryzentrischen Koordinaten* des Punktes  $\mathbf{p}(\mathbf{v}_{\Delta})$ . Damit ergibt sich für einen Punkt auf einem dreieckigen Bézier-Segment der Ausdruck

$$\mathbf{p}(\mathbf{v}_{\Delta}) = \sum_{i+j+k=3} b_{i,j,k} B_{i,j,k}^{\Delta,3}(\mathbf{v}_{\Delta}) , \qquad (3.20)$$

wobei

$$B_{i,j,k}^{\Delta,3} = \frac{3!}{i!j!k!} u_{\Delta}^{i} + v_{\Delta}^{j} + w_{\Delta}^{k}$$
(3.21)

die bivariate Form der kubischen Bernstein-Polynome ist. Abbildung 3.5 zeigt ein Beispiel für ein Bézier-Dreiecksnetz.



Abbildung 3.5: Dreieckiges Bézier-Segment und zugehöriges Kontrollnetz.

# 3.2 Oberflächenkrümmung

Für die Analyse des lokalen Reflexionsverhaltens einer spiegelnden Oberfläche ist die Krümmung von entscheidender Bedeutung. Die Krümmung ist ein intrinsisches Charakteristikum der Oberfläche und invariant gegenüber Rotation und Verschiebung der Oberfläche im Raum. Zum besseren Verständnis soll die Krümmung zunächst für den vereinfachten Fall einer Kurve im dreidimensionalen Raum betrachtet werden. Die Krümmung einer Kurve im  $\mathbb{R}^3$ 

$$\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}, \ t \in [a, b] \subset \mathbb{R} ,$$
(3.22)

deren Ableitungen bezüglich des willkürlich gewählten Kurvenparameters t nicht für alle Koordinatenachsen gleichzeitig verschwinden, d. h.  $\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \neq \mathbf{0}$ , ist folgendermaßen definiert [Farin 1997]:

$$\kappa(t) = \frac{\left| \left| \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \wedge \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial t^2} \right| \right|}{\left| \left| \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \right| \right|^3} . \tag{3.23}$$

Für den Fall, dass der Kurvenparameter der Bogenlänge

$$s(t) = \int_{a}^{t} \left\| \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \right\| \, \mathrm{d}t \tag{3.24}$$

entspricht, ist die Krümmung identisch mit dem Betrag der zweiten Ableitung der Kurve bezüglich der Bogenlänge ( $\kappa(s) = \left| \left| \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial s^2} \right| \right|$ ). Für eine Fläche im Raum ist die Richtung der Krümmung nicht festgelegt. Aus diesem Grund werden als nächstes zwei Hilfsmittel der Differentialgeometrie, die erste und die zweite Fundamentalform, eingeführt, mit deren Hilfe sich die Krümmung glatter Oberflächen (in diesem Fall  $C^2$ -stetig) beschreiben lässt.

## 3.2.1 Erste Fundamentalform

Die erste Fundamentalform  $F_I$  einer Fläche  $\mathbf{p}(\mathbf{v})$  im Raum ergibt sich aus der quadrierten Bogenlänge einer beliebigen regulären Kurve  $\mathbf{x}(\mathbf{v}(t))$  auf der Ober-fläche:

$$F_{I} := \mathrm{d}s^{2} = \left\| \left| \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \right\|^{2} \mathrm{d}t^{2}$$

$$= \left( \mathbf{p}_{v_{1}}^{2} \left( \frac{\mathrm{d}v_{1}}{\mathrm{d}t} \right)^{2} + 2\mathbf{p}_{v_{1}}\mathbf{p}_{v_{2}} \frac{\mathrm{d}v_{1}}{\mathrm{d}t} \frac{\mathrm{d}v_{2}}{\mathrm{d}t} + \mathbf{p}_{v_{2}}^{2} \left( \frac{\mathrm{d}v_{2}}{\mathrm{d}t} \right)^{2} \right) \mathrm{d}t^{2} \quad (3.25)$$

$$= \mathrm{d}\mathbf{v}^{\mathrm{T}} \left( \begin{array}{c} \mathbf{p}_{v_{1}}^{2} & \mathbf{p}_{v_{1}}^{\mathrm{T}}\mathbf{p}_{v_{2}} \\ \mathbf{p}_{v_{1}}^{\mathrm{T}}\mathbf{p}_{v_{2}} & \mathbf{p}_{v_{1}}^{\mathrm{T}}\mathbf{p}_{v_{2}} \end{array} \right) \mathrm{d}\mathbf{v} = \mathrm{d}\mathbf{v}^{\mathrm{T}} \mathbf{G} \mathrm{d}\mathbf{v} \quad (3.26)$$

mit 
$$d\mathbf{v} = (dv_1, dv_2)^T$$
  
 $\mathbf{p}_{v_i} = \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial v_i}, i = 1, 2.$ 

Die Matrix **G** wird auch Metriktensor der ersten Fundamentalform bezeichnet. Er ist symmetrisch und besitzt daher nur drei unabhängige Komponenten.

Die erste Fundamentalform  $F_I$  beschreibt, wie sich eine infinitesimal kleine Änderung im Parametervektor dv auf die Positionsänderung ||dp|| am Punkt P auf der Oberfläche auswirkt. Wenn die erste Fundamentalform für jeden Oberflächenpunkt bekannt ist, ist es möglich, beliebige Bogenlängen und Flächenelemente der Oberfläche zu bestimmen [Stoker 1989, Farin 1997].

## 3.2.2 Zweite Fundamentalform

Die zweite Fundamentalform  $F_{II}$  ergibt sich aus der zweiten Ableitung eines Oberflächenpunktes  $\mathbf{p}(\mathbf{v})$  bezüglich der Bogenlänge *s* entlang einer beliebigen Kurve entlang der Oberfläche [Farin 1997]:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{p}}{\partial s^2} = \mathbf{p}_{v_1 v_1} \left(\frac{\mathrm{d}v_1}{\mathrm{d}s}\right)^2 + 2\mathbf{p}_{v_1 v_2} \frac{\mathrm{d}v_1}{\mathrm{d}s} \frac{\mathrm{d}v_2}{\mathrm{d}s} + \mathbf{p}_{v_2 v_2} \left(\frac{\mathrm{d}v_2}{\mathrm{d}s}\right)^2 + \qquad (3.27)$$
$$\mathbf{p}_{v_1} \frac{\mathrm{d}^2 v_1}{\mathrm{d}s^2} + \mathbf{p}_{v_2} \frac{\mathrm{d}^2 v_2}{\mathrm{d}s^2}$$

mit  $\mathbf{p}_{v_i v_j} = \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial v_i \partial v_j}$ , i = 1, 2; j = 1, 2.

Unter der Voraussetzung, dass der Normalenvektor der betrachteten Kurve identisch mit der Oberflächennormalen im Punkt  $\mathbf{p}(\mathbf{v})$  ist, ergibt sich die Normalkrümmung der Oberfläche zu<sup>2</sup>

$$\kappa = \mathbf{n} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{p}}{\partial s^2} \,. \tag{3.28}$$

Berücksichtigt man, dass der Normalenvektor senkrecht auf der Tangentialebene steht ( $\mathbf{np}_{v_1} = \mathbf{np}_{v_2} = \mathbf{n}\frac{d\mathbf{p}}{ds} = 0$ ), erhält man durch Differenzieren nach der Bogenlänge zunächst

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left(\mathbf{n}\frac{\mathrm{d}\mathbf{p}}{\mathrm{d}s}\right) = \frac{\mathrm{d}\mathbf{n}}{\mathrm{d}s}\frac{\mathrm{d}\mathbf{p}}{\mathrm{d}s} + \mathbf{n}\frac{\mathrm{d}^{2}\mathbf{p}}{\mathrm{d}s^{2}} = 0.$$
(3.29)

<sup>2</sup>Im allgemeinen Fall muss der Winkel  $\phi$  zwischen dem Normalenvektor der Oberfläche und dem Normalenvektor der Kurve berücksichtigt werden. Gl. 3.28 lautet dann:  $\kappa^* \cos \phi = \frac{\partial^2 \mathbf{p}}{\partial s^2}$ .

Zusammen mit Gl. 3.27 und Gl. 3.28 erhält man daraus

$$F_{II} := \kappa ds^{2} = -d\mathbf{n}d\mathbf{p}$$

$$= d\mathbf{v}^{T} \begin{pmatrix} \mathbf{n}\mathbf{p}_{v_{1}v_{1}} & 2\mathbf{n}\mathbf{p}_{v_{1}v_{2}} \\ 2\mathbf{n}\mathbf{p}_{v_{1}v_{2}} & \mathbf{n}\mathbf{p}_{v_{2}v_{2}} \end{pmatrix} d\mathbf{v} = d\mathbf{v}^{T}\mathbf{H}d\mathbf{v} .$$
(3.30)

Die zweite Fundamentalform beschreibt die Änderung dn des Normalenvektors und die Änderung dp der Oberflächenposition als Funktion einer infinitesimalen Bewegung dv in der Parameterebene.

#### 3.2.3 Hauptkrümmungen und mittlere Krümmung

Bildet man den Quotienten von zweiter und erster Fundamentalform, erhält man die Normalkrümmung der Oberfläche unabhängig von der zur Herleitung eingeführten Bogenlänge *s*:

$$\kappa = \frac{F_{II}}{F_I} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{v}^{\mathrm{T}}\mathbf{H}\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}\mathbf{v}^{\mathrm{T}}\mathbf{G}\mathrm{d}\mathbf{v}}$$
$$= \frac{\mathbf{n}\mathbf{p}_{v_1v_1}\mathrm{d}v_1^2 + 2\mathbf{n}\mathbf{p}_{v_1v_2}\mathrm{d}v_1\mathrm{d}v_2 + \mathbf{n}\mathbf{p}_{v_2v_2}\mathrm{d}v_2^2}{\mathbf{p}_{v_1}^2\mathrm{d}v_1^2 + 2\mathbf{p}_{v_1}\mathbf{p}_{v_2}\mathrm{d}v_1\mathrm{d}v_2 + \mathbf{p}_{v_2}^2\mathrm{d}v_2^2} .$$
(3.31)

In der Regel ist die Normalkrümmung (im Folgenden nur noch mit Krümmung bezeichnet) an einem Oberflächenpunkt nicht konstant, sondern richtungsabhängig. Die Richtungsabhängigkeit wird ersichtlich, wenn man die Abkürzung  $\lambda = dv_2/dv_1 = \tan \alpha_{\kappa}$  einführt, welche die Richtung beschreibt, in der die Krümmung betrachtet wird (s. Abb. 3.6):

$$\kappa(\lambda) = \frac{\mathbf{n}\mathbf{p}_{v_1v_1} + 2\lambda\mathbf{n}\mathbf{p}_{v_1v_2} + \lambda^2\mathbf{n}\mathbf{p}_{v_2v_2}}{\mathbf{p}_{v_1}^2 + 2\lambda\mathbf{p}_{v_1}\mathbf{p}_{v_2} + \lambda^2\mathbf{p}_{v_2}^2} \,.$$
(3.32)

Löst man diese quadratische Gleichung in  $\lambda$ , erhält man für die immer reellen (s. [Farin 1997]) Wurzeln  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  die maximale und minimale Krümmung  $\kappa_1$ bzw.  $\kappa_2$  am Oberflächenpunkt P. Diese Extrema der Krümmung  $\kappa(\lambda)$  sind die Hauptkrümmungen und die mit ihnen korrespondierenden Richtungen

$$\mathbf{k} = \mathbf{p}_{v_1} \mathrm{d}v_1 + \mathbf{p}_{v_2} \mathrm{d}v_2 \tag{3.33}$$

die Hauptkrümmungsrichtungen. Der Mittelwert der Hauptkrümmungen

$$\bar{\kappa} = \frac{1}{2} (\kappa_1 + \kappa_2)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathbf{n} \mathbf{p}_{v_2 v_2} \mathbf{p}_{v_1}^2 - 2\mathbf{n} \mathbf{p}_{v_1 v_2} \mathbf{p}_{v_1} \mathbf{p}_{v_2} + \mathbf{n} \mathbf{p}_{v_1 v_1} \mathbf{p}_{v_2}^2}{\mathbf{p}_{v_1}^2 \mathbf{p}_{v_2}^2 - (\mathbf{p}_{v_1} \mathbf{p}_{v_2})^2}$$
(3.34)



Abbildung 3.6: Richtungsabhängigkeit der Oberflächenkrümmung.

ergibt die mittlere Krümmung am betrachteten Oberflächenpunkt. Die mittlere Krümmung wird zur Modellierung des deflektometrischen Messaufbaus verwendet (s. Kapitel 2.3).

# 3.2.4 Weingartenmatrix

Die quantitative Bestimmung der Hauptkrümmungen und der Hauptkrümmungsrichtungen kann erfolgen, indem man die partiellen Ableitungen  $\mathbf{n}_{v_1}$  und  $\mathbf{n}_{v_2}$  des Normalenvektors  $\mathbf{n}$  im lokalen Koordinatensystem ( $\mathbf{p}_{v_1}, \mathbf{p}_{v_2}, \mathbf{n}$ ) berechnet. Da die Länge des Normalenvektors konstant ist ( $||\mathbf{n}|| = 1$ ), können sich infinitesimale Änderungen nur senkrecht zur Richtung des Normalenvektors auswirken. Folglich gilt:

$$\mathbf{n}\mathrm{d}\mathbf{n}_{v_1} = \mathbf{n}\mathrm{d}\mathbf{n}_{v_2} = 0. \tag{3.35}$$

Die Änderungen  $dn_{v_1}$  und  $dn_{v_2}$  des Normalenvektors liegen demnach in der Tangentialebene der Oberfläche. Daraus ergeben sich die beiden Weingarten-Gleichungen [Weissstein 1999, Laboureux u. a. 1998]:

$$\mathbf{n}_{v_1} = -b_{11}\mathbf{p}_{v_1} - b_{12}\mathbf{p}_{v_2} , \qquad (3.36)$$

$$\mathbf{n}_{v_2} = -b_{21}\mathbf{p}_{v_1} - b_{22}\mathbf{p}_{v_2} \ . \tag{3.37}$$

Die Koeffizienten  $b_{ij}$  (i, j = 1, 2) ergeben sich aus der ersten und zweiten Fundamentalform:

$$\mathbf{B} = (b_{ij}) = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{H} . \tag{3.38}$$

Die  $2 \times 2$  Matrix **B** ist die Weingarten-Matrix. Sie beschreibt eine lineare Transformation eines Vektors innerhalb der Tangentialebene an einem Oberflächenpunkt. Ihre Eigenwerte sind die beiden Hauptkrümmungen  $\kappa_1$  und  $\kappa_2$  an dieser Stelle der Oberfläche.

# 3.3 Mathematisches Modell der Kamera und des Beleuchtungssystems

Ein deflektometrischer Messaufbau besteht aus einer Kamera, dem zu untersuchenden spiegelnden Objekt und einer strukturierten Beleuchtung, wie z. B. einer diffus reflektierenden Leinwand, auf der mit einem Projektor ein Muster dargestellt wird. Da die Position und die Form der Lichtquelle grundlegende Parameter des deflektometrischen Abbildungsprozesses sind, ist es in der Regel nicht optimal, eine ebene Lichtquelle zu verwenden. Aus diesem Grund wird die Lichtquelle ebenso wie die spiegelnde Oberfläche mit bikubischen Tensorprodukt-B-Spline-Segmenten modelliert. Die Abbildung der Kamera wird mit der Abbildung einer dünnen Linse angenähert.

# 3.4 Anpassung des Messaufbaus

Ein deflektometrisches Messsystem besitzt eine große Zahl von Parametern, die das Messergebnis beeinflussen. Neben den intrinsischen Kameraparametern sind vor allem die geometrische Anordnung von Kamera, Oberfläche und Schirm zueinander sowie die Form des Schirms entscheidend für das Messergebnis. In Abb. 3.7 ist die Auswirkung einiger geometrischer Parameter dargestellt:

Gegenüber dem Normalzustand in Abb. 3.7a wurde der Abstand zwischen Kamera und Oberfläche in Abb. 3.7b verringert. Werden die intrinsischen Kameraparameter entsprechend der veränderten Geometrie angepasst, kann die Kamera jetzt einen größeren Schirmbereich erfassen. Einerseits steigt dadurch der Platzbedarf des Aufbaus, auf der anderen Seite wird — eine konstante Auflösung des Schirms gegenüber 3.7a vorausgesetzt — die Empfindlichkeit gesteigert. In Abb. 3.7c wurde zusätzlich der Elevationswinkel verringert, was dazu führt, dass der Schirmbereich, den die Kamera sieht, wieder kleiner wird und somit — wiederum eine



**Abbildung 3.7**: Auswirkung verschiedener geometrischer Parameter auf Form und Position des Schirms: Normalzustand (a), Verkürzung des Abstands zwischen Kamera und Oberfläche (b), zusätzliche Verringerung des Elevationswinkels (c), Verringerung der Oberflächenkrümmung (d) und Erhöhung der Oberflächenkrümmung (e).

konstante Auflösung des Schirms vorausgesetzt — die Empfindlichkeit geringer wird. Dieser Effekt ist jedoch abhängig von der Krümmung der Oberfläche und gilt nur für konvexe Oberflächenbereiche — für konkave Oberflächen kehrt sich der Effekt um. Der Einfluss der Oberflächenkrümmung ist in Abb. 3.7d und 3.7e skizziert. Eine Verringerung der Krümmung führt zu einer verminderten Empfindlichkeit (vgl. Abb. 3.7b und Abb. 3.7d), eine Erhöhung der Krümmung zu einer gesteigerten Empfindlichkeit (vgl. Abb. 3.7b und Abb. 3.7e).

Das komplexe Verhalten des deflektometrischen Messverfahrens erfordert daher eine aufwändigere Planung des Messaufbaus als andere Messverfahren, wie z. B. Streifenprojektionsverfahren, bei der auch die zu untersuchende Oberfläche mit berücksichtigt werden muss. Die vielen Freiheitsgrade des Systems erlauben es jedoch, zusätzliche Eigenschaften des Messaufbaus, wie z. B. eine definierte örtliche Auflösung, eine Mindestempfindlichkeit oder kompakte Abmessungen zu fordern. Mit diesen zusätzlichen Forderungen können die noch übrigen Parameter iterativ bestimmt werden. Als erstes werden entsprechend in Kapitel 3.4.1 geeignete Orientierungen des zu prüfenden Objekts relativ zur Kamera berechnet. Die resultierenden Richtungen, die sich aus den Mittelwerten häufig auftretender Normalenrichtungen berechnen, können — analog zu einem flachen auf dem Boden liegenden Gegenstand — als "oben" aufgefasst werden. Ausgehend von diesen Richtungen wird der Elevationswinkel verringert, bis die Reflektanz der Oberfläche ausreicht, um in einem von der Oberfläche aufgenommenen Bild einen für eine Vermessung ausreichenden Kontrast zu erzeugen. Anschließend wird der Azimut so gewählt, dass keine Verdeckungen auftreten oder zumindest minimal sind und somit die gleichzeitig untersuchte Oberfläche maximal wird. Für diese Position wird ein Abstand zwischen Kamera und Objekt berechnet, für den die geforderte laterale Auflösung und die geforderte Empfindlichkeit von der größtmöglichen Zahl an Oberflächensegmenten erreicht werden. Danach wird für jedes Sensorelement die ideale Position einer Punktlichtquelle berechnet, die das Sensorelement beleuchten würde.

# 3.4.1 Bestimmung der Objektorientierung

Ziel der Positionsplanung ist es, bei einer gegebenen örtlichen Auflösung mit der geringstmöglichen Anzahl an Beobachtungspunkten auszukommen, um eine schnelle Untersuchung zu erreichen. Zur Bestimmung der Position geeigneter Beobachtungspunkte für die Inspektion eines Objekts wird zunächst angenommen, dass die Menge der möglichen Positionen auf einer Kugel liegt, deren Radius die Abmessungen des zu untersuchenden Objekts weit übersteigt. Für eine Kamera auf einer solchen Kugel kann näherungsweise eine Parallelprojektion angenommen werden.

Je mehr Licht von einem Objekt in eine bestimmte Raumrichtung reflektiert wird, desto kontrastreicher sind die Spiegelbilder, die aus dieser Richtung aufgenommen werden können. Geeignete Beobachtungspunkte ergeben sich demnach aus dem Reflexionsgesetz

$$\mathbf{r}(\mathbf{v}) = \mathbf{s}(\mathbf{v}) - 2(\mathbf{n}(\mathbf{v})^{\mathrm{T}}\mathbf{s}(\mathbf{v}))\mathbf{n}(\mathbf{v})$$
(3.39)

und den Richtungen, in die eine große Zahl an Normalenvektoren n(v) zeigt. Zur Berechnung dieser Richtungen wird die Kugel zunächst in diskrete Segmente eingeteilt. Für jedes Segment wird die gewichtete Summe der Anzahl der auftreffenden Normalenvektoren  $H(\phi, \theta)$  bestimmt. Die Gewichtung der einzelnen Normalenvektoren erfolgt dabei mit der Segmentfläche  $a_{\phi\theta}(\mathbf{v})$  der zu den Normalen gehörenden Oberflächensegmenten:

$$H(\tilde{\phi}, \tilde{\theta}) = \sum_{v_1=0}^{v_1, \max} \sum_{v_2=0}^{v_2, \max} a_{\phi\theta}(\mathbf{v}) \cdot h(\phi, \theta)$$
(3.40)

mit

$$h(\phi, \theta) = \begin{cases} \phi \leq \arccos\left(\frac{n_1(\mathbf{v})}{||\mathbf{n}(\mathbf{v})||}\right) \leq \phi + \Delta\phi \\ \theta \leq \arccos\left(\frac{n_3(\mathbf{v})}{||\mathbf{n}(\mathbf{v})||}\right) \leq \theta + \Delta\theta \end{cases}, \quad (3.41)$$
  
0 sonst.

Das resultierende Bild  $H(\tilde{\phi}, \tilde{\theta})$  ist ein Histogramm der Orientierungen der Oberflächenelemente. In Abb. 3.8 ist ein solches Histogramm für die CAD-Daten einer Autotür dargestellt.



Abbildung 3.8: Beispiel für ein Histogramm der Orientierungen bzw. der Normalenvektoren der Flächenelemente eines Objekts.

Der erste Beobachtungspunkt ergibt sich aus der Region  $\mathcal{R}_0$  mit der Größe  $\Delta \tilde{\phi} \times \Delta \tilde{\theta}$ , deren Wertesumme maximal ist:

$$\mathcal{R}_{0} = \operatorname*{argmax}_{\tilde{\phi}_{\min}, \tilde{\theta}_{\min}} \sum_{k=\tilde{\phi}_{\min}}^{\tilde{\phi}_{\min}+\Delta\tilde{\phi}} \sum_{l=\tilde{\theta}_{\min}}^{\tilde{\phi}_{\min}+\Delta\tilde{\theta}} H(k,l) \,.$$
(3.42)

Die Blickrichtung des ersten Beobachtungspunkts erhält man aus der Richtung des Schwerpunkts der Region  $\mathcal{R}_0$ . Nachdem der erste Beobachtungspunkt gefunden wurde, werden alle Oberflächensegmente markiert, die zur Region  $\mathcal{R}_0$  beitragen und vom gefundenen Beobachtungspunkt aus sichtbar sind. Anschließend wird das Histogramm  $H(\tilde{\phi}, \tilde{\theta})$  für die nicht markierten Oberflächensegmente neu berechnet. Das Verfahren wird solange wiederholt, bis alle Oberflächensegmente markiert sind oder kein Beobachtungspunkt für die übrigen Segmente gefunden werden kann. Für die ersten vier der berechneten Richtungen ist in Abb. 3.9 jeweils ein simuliertes Kamerabild der auch in Abb. 3.8 verwendeten Autotür dargestellt.



Abbildung 3.9: Ansichten einer Autotür aus den an Hand des Normalenhistogramms bestimmten Blickrichtungen.

#### 3.4.1.1 Abschätzung von Elevationswinkel und Azimut

Die im vorangegangenen Kapitel berechneten Richtungen können als Anfangswerte für die Berechnung von geeigneten Positionen für eine Kamera verwendet werden. Die Blickrichtungen von geeigneten Kamerapositionen weichen jedoch von den zuvor ermittelten Richtungen ab. Beobachtet eine Kamera eine spiegelnde Oberfläche aus einer der zuvor berechneten Richtungen, blickt sie nahezu senkrecht auf die Oberfläche und sieht möglicherweise ihr eigenes Spiegelbild. Vor allem ist die Reflektanz dielektrischer Oberflächenmaterialien üblicherweise eine Funktion des Elevationswinkels (s. Kapitel 2.1). Für Elevationswinkel nahe  $0^{\circ}$ , d. h. senkrecht zur Oberfläche, ist der Kontrast des reflektierten Musters, abhängig von der Beschaffenheit der Oberfläche, oftmals nicht ausreichend. Der Elevationswinkel wird daher empirisch oder — sofern die optischen Eigenschaften des Oberflächenmaterials bekannt sind — an Hand der Reflektanzkurve entsprechend Abbildung 2.1 festgelegt. Übliche Elevationswinkel liegen im Bereich von  $10^{\circ}$  für verspiegelte optische Elemente und hochglanzverchromte Objekte bis zu 80° für nur schwach spiegelnde lackierte Oberflächen. Nachdem der Elevationswinkel festgelegt wurde, wird der Azimut schrittweise zwischen 0° und 360° variiert, bis eine Position gefunden ist, bei der die Fläche der Objektprojektion in die Sensorebene der Kamera maximal und eine mögliche Verdeckung minimal ist.

#### 3.4.1.2 Blickfeld

Nachdem zwei der rotatorischen Freiheitsgrade — Elevationswinkel und Azimut — der zu untersuchenden Oberfläche bezüglich der Kamera bestimmt wurden (s. Kapitel 3.4.1 und Kapitel 3.4.1.1), erfolgt als nächstes die Festlegung der Rotation um die optische Achse der Kamera. Die Oberfläche soll dabei mit der verwendeten Kamera komplett sichtbar sein und die Sensorfläche der Kamera möglichst vollständig genutzt werden. Um dies zu erreichen, wird die Oberfläche zunächst auf eine Ebene parallel zum Kamerasensor projiziert und die Richtung der größten Ausdehnung dieser Projektion bestimmt (s. Abb. 3.10). Anschließend wird die Oberfläche um die optische Achse der Kamera gedreht, bis die zuvor bestimmte Richtung parallel zur Richtung des Kamerasensors mit dem größten Blickwinkel ist.



**Abbildung 3.10**: Bestimmung der Objektrotation um die optische Achse der Kamera.

# 3.4.2 Objektpositionierung

Nachdem die Orientierung der zu untersuchenden Oberfläche relativ zur beobachtenden Kamera bestimmt wurde, erfolgt die Objektpositionierung, d. h. die Festlegung des Abstandes der Oberfläche zur Kamera. Dazu wird das Objekt entlang der optischen Achse der Kamera verschoben, bis die ausgerichtete Projektion des Objekts die Sensorfläche der Kamera bestmöglich ausfüllt, wobei das Objekt vollständig sichtbar bleibt. Dadurch ergibt sich ein Skalierungsfaktor  $\tilde{V}$ , der die Objektvergrößerung beschreibt, auch wenn das Objekt von der verwendeten Kamera nicht scharf abgebildet wird:

$$\tilde{V} = \frac{c}{\sigma \mathbf{se}_3} = \frac{||\mathbf{u}||}{\sigma} = \frac{1}{\sigma} \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + c^2} .$$
(3.43)

Gibt man für die Abbildung des Objekts eine minimale laterale Auflösung vor, vereinfacht sich Gl. 2.21 für den mit der Auflösung korrespondierenden maximalen Durchmesser  $D_{m,max}$  des Unschärfescheibchens zu

$$D_{m,\max} = \frac{D}{|\mathbf{n}\mathbf{e}_3|} \left| 1 - \frac{V}{\tilde{V}} \right| . \tag{3.44}$$

Unter der Bedingung, dass die untersuchte Oberfläche der Kamera zugewandt ist  $(ne_3 > 0)$  und die Oberfläche nicht vor der Schärfeebene der Kamera liegt

 $(\tilde{V} \ge V)$ , lässt sich Gl. 3.44 nach der Vergrößerung V der Kamera auflösen:

$$V = \tilde{V} \left( 1 - \frac{D_m}{D} \mathbf{n} \mathbf{e}_3 \right) . \tag{3.45}$$

Setzt man V und  $\tilde{V}$  in Gl. 2.19 ein, vereinfacht sich die Abbildungsfunktion zu

$$\mathbf{l}(\mathbf{u}) = \frac{\frac{1}{V} - \frac{1}{\tilde{V}}}{1 - 2\kappa \mathbf{n}\mathbf{u} \left|\frac{1}{V} - \frac{1}{\tilde{V}}\right|} \cdot \left[\mathbf{M}\mathbf{A}\mathbf{M}^{-1} - \frac{1}{\tilde{V}}\mathbf{I}\right]\mathbf{u}, \qquad (3.46)$$

wobei der Abstand *c* zwischen optischem Zentrum und Sensorebene, der in u enthalten ist, noch festgelegt werden muss. Man erhält den Abstand *c* aus Gleichung 3.43 als Funktion des Abstandes  $\sigma$  zwischen Kamera und Oberfläche:

$$c = +\sqrt{\frac{\tilde{V}^2}{\sigma^2} - u_1^2 - u_2^2} \quad . \tag{3.47}$$

Zur Bestimmung von  $\sigma$  — und damit zur Festlegung der Objektposition relativ zur Kamera — wird mit Hilfe der Gleichung für die Empfindlichkeit (Gl. ??) zunächst die Länge  $\rho$  aus der Dreiecksgleichung 2.9 eliminiert. Dadurch ergibt sich eine Beschreibung der Abbildungsfunktion für eine gegebene Empfindlichkeit:

$$\mathbf{l}(\mathbf{u}) = -\sigma \frac{\mathbf{u}}{||\mathbf{u}||}$$
(3.48)  
$$-\frac{S(\mathbf{u})(\mathbf{u} - 2(\mathbf{n}^{\mathrm{T}}\mathbf{u})\mathbf{n})}{2\sqrt{(u_{1} + u_{2} + u_{3})^{2} - 3(\mathbf{n}^{\mathrm{T}}\mathbf{u})^{2} - 2||\mathbf{u}|| (n_{1} + n_{2} + n_{3})(u_{1} + u_{2} + u_{3})}}.$$

Kombiniert man die vereinfachte Abbildungsfunktion aus Gl. 3.46 mit Gl. 3.48, erhält man eine lineares Gleichungssystem, mit dem sich der gesuchte Abstand  $\sigma$  bestimmen lässt:

$$\sigma \frac{\mathbf{u}}{||\mathbf{u}||} + \frac{S(\mathbf{u})(\mathbf{u} - 2(\mathbf{n}^{\mathrm{T}}\mathbf{u})\mathbf{n})}{2\sqrt{(u_{1} + u_{2} + u_{3})^{2} - 3(\mathbf{n}^{\mathrm{T}}\mathbf{u})^{2} - 2||\mathbf{u}||(n_{1} + n_{2} + n_{3})(u_{1} + u_{2} + u_{3})}}$$
$$= \frac{\frac{1}{\tilde{V}} - \frac{1}{\tilde{V}}}{1 - 2\kappa\mathbf{n}\mathbf{u}\left|\frac{1}{V} - \frac{1}{\tilde{V}}\right|} \cdot \left[\mathbf{M}\mathbf{A}\mathbf{M}^{-1} - \frac{1}{\tilde{V}}\mathbf{I}\right]\mathbf{u}.$$
(3.49)

Werden die gewünschte Empfindlichkeit und die gewünschte laterale Auflösung sowie der Blendendurchmesser der verwendeten Kamera vorgegeben, lassen sich die übrigen Systemparameter für ein Objekt, dessen CAD-Daten vorhanden sind, bestimmen. Als Ergebnis dieser Optimierung erhält man die Position und Orientierung der zu untersuchenden Oberfläche sowie eine geeignete Brennweite der Kamera. Darüber hinaus wird für jeden Punkt auf dem Kamerasensor die Position einer Punktlichtquelle im Raum berechnet, welche eine entsprechend den vorgegebenen Parametern optimale Untersuchung des zugehörigen Bereichs auf der zu untersuchenden Oberfläche gestattet. Für  $C^2$ -stetige Oberflächen bilden die Punktlichtquellen ebenfalls eine stetige "Leuchtfläche" im Raum. Ein Beispiel für eine simulierte Oberfläche sowie die dafür bestimmte Leuchtfläche ist in Abb. 3.11 dargestellt.



**Abbildung 3.11**: Simulierte Oberfläche (a) und dafür optimierte Form der strukturierten Lichtquelle (b).

Reale Leuchtflächen, wie LC-Displays, Kombinationen aus Projektor und Leinwand, LED-Felder oder Leuchttische sind nur mit hohem Aufwand an die berechneten Formen anzugleichen. Zukünftige Polymer-Displays werden jedoch die notwendige Flexibilität zur Fertigung angepasster Leuchtflächen bieten [Scharf 1999]. Als Kompromiss zwischen Messgenauigkeit, Verfügbarkeit und universeller Verwendbarkeit wurde für alle nachfolgend beschriebenen Untersuchungen der in Kapitel 5.6 vorgestellte Schirm verwendet, dessen sphärische Form eine flexible Untersuchung selbst stark gekrümmter Oberflächen ermöglicht.

# 4 Codierverfahren

Grundlage der meisten quantitativen deflektometrischen Messverfahren ist die in Kapitel 2.3 beschriebene einfache Abbildungsfunktion des Messsystems. Sie kann prinzipiell bestimmt werden, indem nacheinander jeder Bildpunkt auf dem Schirm aktiviert wird und dann das Spiegelbild dieses Punktes in der Oberfläche von der Kamera aufgenommen wird (s. Abb. 4.1).



Abbildung 4.1: Vereinfachte Darstellung der Bestimmung der Abbildungsfunktion für einen einzelnen Punkt.

Eine eindeutige, exakte Rekonstruktion der Abbildungsfunktion kann erreicht werden, indem die beleuchtende Fläche mit einer zeitlichen Folge zweidimensionaler Texturen codiert wird. Eine solche flexible Beleuchtung kann beispielsweise aus einem LED-Array, einem LC-Display oder einer Projektionsfläche, auf der mit einem Projektor ein Muster erzeugt wird, bestehen. In der Literatur wird eine Vielzahl von Algorithmen zur aktiven Bereichsmessung beschriebenen [Wahl 1984, Morita und K. Yajima 1988, Malz 1992, Vos u. a. 1997, Furutani u. a. 1997, Morano u. a. 1998, Pérard 2000]. Die in dieser Arbeit verwendeten Codierungen beruhen zum Teil auf den in [Pérard 2000] beschriebenen Algorithmen, die sich bereits in experimentellen Untersuchungen als erfolgreich erwiesen haben.

Alternativ zu einer zeitlichen Codierung kann die Abbildungsfunktion auch örtlich codiert werden. Bei der Verwendung von örtlichen Codierverfahren werden benachbarte Pixel der erfassten Kamerabilder zu Regionen zusammengefasst und gemeinsam ausgewertet. Der Vorteil örtlicher Codierverfahren gegenüber zeitlichen besteht darin, dass zur Bestimmung der Abbildungsfunktion im Extremfall nur ein einziges Bild aufgenommen werden muss. Die Datenerfassung lässt sich dann mit vollem Videotakt realisieren, wodurch sich die Vermessung bewegter Objekte vereinfacht. Auf der anderen Seite wird die örtliche Auflösung der Messungen durch das Gruppieren der Bildpunkte stark reduziert, so dass für die jeweilige Anwendung abgewogen werden muss, ob die Qualität der Messergebnisse noch ausreichend ist.

# 4.1 Gray-Code

Der Gray-Code (GC) ist in der Metrologie weit verbreitet, was vorwiegend auf seine Robustheit auf Grund einer minimalen Hamming-Distanz benachbarter Codewörter zurückzuführen ist. Das heißt, zwischen benachbarten Codewörtern ändert sich genau ein Bit. Da die einzelnen Bits gleichwertig sind, erzeugt ein Bitfehler einen geringeren Messfehler als bei den meisten anderen Binärcodes. Die örtlichen Muster, die eine Gray-Codierung erzeugen, enthalten des Weiteren weniger hochfrequente Signalanteile, was der Übertragung in einem optischen System auf Grund dessen Tiefpass-Wirkung entgegenkommt.

Der Beleuchtungsparameterraum mit den Elementen  $(l'_1, l'_2)^{\mathrm{T}}$  beschreibt einen rechteckigen Ausschnitt der Parameterebene  $[0, l'_{1, \max}] \times [0, l'_{2, \max}]$ . Für die Codierung wird dieser äquidistant in den Parametern  $l'_1$  und  $l'_2$  diskretisiert:

$$\hat{l}'_{i} = \left[ (\hat{l}'_{i,\max} + 1) \frac{l'_{i}}{l'_{i,\max} + 1} \right]_{0} , \qquad (4.1)$$

Die Koordinaten  $\hat{\mathbf{l}}' = (\hat{l}'_1, \hat{l}'_2)^{\mathrm{T}}$  der Abtastwerte sind ganze Zahlen im Bereich von 0 bis  $\hat{l}'_{i, \max}$ . Die dezimale Repräsentation jeder Koordinate  $\hat{l}'_i$  wird in ihren entsprechenden Gray-Code umgewandelt. Die einzelnen Bits des Gray-Codes ergeben eine Folge binärer Texturen (schwarz=0 und weiß=1):

$$g'_{1,m}(\hat{\mathbf{l}}') = \operatorname{bit}_m\left(\operatorname{GC}(\hat{l}'_1)\right) \quad , \quad g'_{2,n}(\hat{\mathbf{l}}') = \operatorname{bit}_n\left(\operatorname{GC}(\hat{l}'_2)\right) \ . \tag{4.2}$$

 $\operatorname{GC}(\cdot)$  ist dabei die Funktion, die eine Ganzzahl in ihren Gray-Code konvertiert; bit<sub>m</sub> und bit<sub>n</sub> sind das *m*-te bzw. *n*-te Bit [Press u. a. 1995]. Die Anzahl der codierenden Texturen ist identisch mit der Gesamtzahl der Bits. Die Ganzzahl  $m_{\max}$  bzw.  $n_{\max}$ , welche die Bedingung  $2^{m_{\max}-1} < \hat{l}'_{1,\max} \leq 2^{m_{\max}}$  bzw.  $2^{n_{\max}-1} < \hat{l}'_{2,\max} \leq 2^{n_{\max}}$  erfüllt, entspricht der Zahl der Texturen, die zur Codierung der jeweiligen Richtung benötigt wird. Darüber hinaus werden eine weiße Textur ( $g'_{w}(\mathbf{I}') = 1 \forall \mathbf{I}'$ ) und eine schwarze Textur ( $g'_{s}(\mathbf{I}') = 0 \forall \mathbf{I}'$ ) benötigt, um eine Referenz für die Binarisierung zu erhalten [Pérard 2000].

Die beiden Serien  $g_{1,m}(\mathbf{u})$  und  $g_{2,n}(\mathbf{u})$  mit  $m_{\max}$  und  $n_{\max}$  Binärbildern werden decodiert und ergeben die Komponenten der diskreten Abbildungsfunktion:

$$\hat{l}'_{1}(\mathbf{u}) = \mathrm{GC}^{-1}(g_{1,0}(\mathbf{u}), \dots, g_{1,m_{\max}}(\mathbf{u})) ,$$
 (4.3)

$$\hat{l}'_{2}(\mathbf{u}) = \mathrm{GC}^{-1}(g_{2,0}(\mathbf{u}), \dots, g_{2,n_{\max}}(\mathbf{u})),$$
(4.4)

wobei  $GC^{-1}(\cdot)$  die Funktion ist, welche die zu den Gray-Code Werten korrespondierende Dezimalzahl liefert.

Die Bilder  $\hat{l}'_i(\mathbf{u})$ , mit i = 1, 2, repräsentieren eine 1:1-Korrespondenz zwischen Kamerakoordinaten und Schirmkoordinaten. Auf Grund des diskreten Charakters der Codierung muss daher für eine artefaktfreie Bestimmung der Abbildungsfunktion eine große Zahl an Codemustern verwendet werden, welche die Koordinaten auf einem entsprechend hochauflösenden Schirm codieren. Anderenfalls erscheinen die Messwerte der Oberfläche ebenfalls grob quantisiert, was eine empfindliche Fehlerdetektion oder Vermessung unmöglich macht. Zur Verdeutlichung ist in Abb. 4.2a die  $l'_1(\mathbf{u})$ -Koordinate der Abbildungsfunktion eines Oberflächenbereichs dargestellt, welche starke Quantisierungsartefakte aufweist. Zum Vergleich sind in Abb. 4.2b Werte des selben Oberflächenbereichs abgebildet, wie sie mit einem in Kapitel 4.2.2 bzw. Kapitel 4.2.4.2 beschriebenen Verfahren gemessen wurden.

# 4.2 Phasenmessende Verfahren

Verfahren, welche zur Codierung der Abbildungsfunktion ein periodisches Muster verwenden und die Informationen über die zu untersuchende Oberfläche aus der vom Objekt veränderten Phaseninformation gewinnen, werden phasenmessende Verfahren genannt. Sind die verwendeten periodischen Muster sinusförmig, ergibt sich daraus für die Deflektometrie ein entscheidender Vorteil gegenüber beispielsweise dem Gray-Code: Sinusmuster sind Eigenfunktionen des optischen Systems.



Abbildung 4.2: Komponente  $\hat{l}'_1(\mathbf{u})$  der Abbildungsfunktion eines Oberflächenbereichs wie sie mit dem Gray-Code (a) und mit den in Kapitel 4.2.2 bzw. Kapitel 4.2.4.2 beschriebenen Verfahren (b) ermittelt wurde.

Das bedeutet, die lokale Unschärfe, wie sie auf Grund der nicht konstanten Oberflächenkrümmung auftritt, vermindert nur den lokalen Kontrast in den von diesen Bereichen aufgenommenen Bildern. Die Sinusmuster besitzen jedoch keine hochfrequenten Anteile (Oberwellen), die durch die Tiefpass-Filterung verloren gehen können, so dass die Genauigkeit der Phaseninformation nicht direkt beeinflusst wird. Darüber hinaus werden Quantisierungs- und vor allem Diskretisierungseffekte — wie sie auftreten, wenn die Codemuster mit einer diskreten Bildanzeige (z. B. Projektor, LC-Display) wiedergegeben werden — minimiert, wenn die Kamera gegenüber dem Codemuster leicht defokussiert wird. Aus den diskreten Sinusmustern werden auf Grund der Tiefpass-Eigenschaft des optischen Systems nahezu kontinuierliche Sinusmuster. Einige phasenmessende Verfahren werden nachfolgend in den Kapiteln 4.2.1 und 4.2.2 vorgestellt.

# 4.2.1 Örtliche 1D-Modulation

Eine Methode zur Bestimmung der Abbildungsfunktion mit einem örtlichen Codierverfahren entstammt der Modulations-/Demodulationstheorie. Die Schirmkoordinaten können mit zwei periodischen Cosinusmustern mit den Modulationsfrequenzen  $f'_{1,0}$  bzw.  $f'_{2,0}$  in Richtung  $e'_1$ - bzw.  $e'_2$  codiert werden. Die periodischen Muster lassen sich Hilfe ihrer Fourierkoeffizienten beschreiben:

$$g'_{i}(\mathbf{l}) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_{m} e^{2\pi \jmath m f'_{i,0} l_{i}} , \qquad (4.5)$$

wobei die Beziehung  $a_{-m} = a_m$  gilt. Die Periodenlängen der Streifenmuster sind  $p'_1 = \frac{1}{f_{1,0}}$  und  $p'_2 = \frac{1}{f_{2,0}}$ . Die Bilder, welche die Kamera nach der Verzerrung durch die gekrümmte Oberfläche von diesen Mustern aufnimmt, besitzen die allgemeine Form:

$$g_i(\mathbf{u}) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} b_m(\mathbf{u}) e^{jm\phi_i(\mathbf{u})} , \qquad (4.6)$$

wobei ähnlich zu Gl. 4.5 die Beziehung  $b_{-m}(\mathbf{u}) = b_m(\mathbf{u}) \forall \mathbf{u}$  gilt.

Die von der Kamera aufgenommenen Bilder  $g_1(\mathbf{u})$  und  $g_2(\mathbf{u})$  geben die Modulationsmuster  $g'_1(\mathbf{l})$  und  $g'_2(\mathbf{l})$  verzerrt wieder. Sie können als Überlagerung der Form und Reflektanz der zu untersuchenden Oberfläche mit den örtlichen Trägerfrequenzen  $f_{1,0}$  bzw.  $f_{2,0}$  interpretiert werden. Dabei erzeugt die Reflektanz der Oberfläche eine Modulation der Amplitude und die Wölbung der Oberfläche eine Modulation der Phase. Die Informationen über die Form der spiegelnden Oberfläche sind demnach in den Phasen  $\phi_1(\mathbf{u})$  bzw.  $\phi_2(\mathbf{u})$  enthalten und müssen von den amplitudenmodulierten Anteilen separiert werden.

Die Werte der einfachen Abbildungsfunktion  $l'(\mathbf{u})$  erhält man schließlich aus den demodulierten Phasenwerten  $\phi_1(\mathbf{u})$  und  $\phi_2(\mathbf{u})$  mit

$$l'_{i}(\mathbf{u}) = \frac{\phi_{i}(\mathbf{u})}{2\pi f'_{i,0}} \,. \tag{4.7}$$

Wenn das optische System lokal defokussiert ist und die Modulationsfrequenz einen Grenzwert überschreitet, kann eine lokale Kontrastumkehr, d. h. eine lokale Phasenverschiebung um  $\pi$ , auftreten [Goodman 1968]. Aus diesem Grund müssen die Modulationsfunktionen  $g'_1(1)$  und  $g'_2(1)$  für eine bestmögliche Phasenmessung an die gegebene Messanordnung angepasst werden. Da die Vorgehensweise zur Bestimmung der Phasen  $\phi_1(\mathbf{u})$  und  $\phi_2(\mathbf{u})$  nahezu identisch ist, wird der Übersichtlichkeit wegen im Folgenden allgemein die Phase  $\phi_i(\mathbf{u})$ , i = 1, 2 bzw., falls besser verständlich, nur die Phase  $\phi_1(\mathbf{u})$  betrachtet.

Die eindimensionale DFT-Demodulation (OMOD1D) wurde in der Profilometrie erstmalig von Takeda verwendet [Takeda und Mutoh 1983]. Die Phasen  $\phi_i$  werden dabei in einen Trägerfrequenzanteil und einen Phasenrest  $\phi'_i(\mathbf{u})$  zerlegt:

$$\phi_i(\mathbf{u}) = 2\pi f_{i,0} u_i + \phi'_i(\mathbf{u}) .$$
(4.8)

Aus Gl. 4.6 erhält man damit

$$g_{i}(\mathbf{u}) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} b_{m}(\mathbf{u}) e^{jm(2\pi f_{i,0}u_{i} + \phi_{i}'(\mathbf{u}))} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} q_{m}(\mathbf{u})$$
(4.9)

mit

$$q_m(\mathbf{u}) = b_m(\mathbf{u})e^{jm(2\pi f_{i,0}u_i + \phi'_i(\mathbf{u}))} .$$
(4.10)

Die Fouriertransformierte des diskreten Signals aus Gl. 4.9 entlang der Richtung  $e_1$  lässt sich dann folgendermaßen beschreiben:

$$G(f_1, u_2) = \mathcal{F}_{u_1}\{g_1(\mathbf{u})\} = \sum_{u_1=0}^{u_{1,\max}} g(\mathbf{u}) e^{-2\pi j f_1 u_1}$$
$$= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} Q_m(f_1 - m f_{1,0}, u_2) .$$
(4.11)

Dabei ist  $Q_m(f_1, u_2)$  die eindimensionale Fouriertransformierte von  $q_m(\mathbf{u})$ . Die *m*-te Harmonische in  $\mathbf{e}_1$ -Richtung wird dann von der Funktion  $H_m(f_1, u_2) = Q_{-m}(f_1 - mf_{1,0}, u_2) + Q_m(f_1 - mf_{1,0}, u_2)$  beschrieben. Es wird angenommen, dass sich die Oberfläche — und damit die Phasen  $\phi_i(\mathbf{u})$  — im Vergleich zu den Trägerfrequenzen  $f_{i,0}$  örtlich nur langsam ändern. Dies ist notwendig, damit sich die harmonischen Anteile  $Q_0, Q_1$  und  $Q_2$  nicht überlappen (s. Abb. 4.3). Dadurch kann die erste Harmonische  $H_1(f_1, u_2)$  und damit der spektrale Anteil  $Q_1(f_1 - f_{1,0}, u_2)$  mittels eines Rechteckfensters bzw. eines Gaußfensters zur Vermeidung der sinc-Anteile im Ortsbereich vom übrigen Spektrum separiert werden.



**Abbildung 4.3**: Schematisches Betragsspektrum eines eindimensionalen modulierten Signals nach der Reflexion an einer Oberfläche (ohne Berücksichtigung von Aliasing-Effekten).

Die inverse Fourier-Transformation von  $Q_1(f_1 - f_{1,0}, u_2)$  wird dann folgender-

maßen berechnet:

$$q_{1}(\mathbf{u}) = \mathcal{F}_{u_{1}}^{-1} \{ Q_{1}(f_{1} - f_{1,0}, u_{2}) \}$$
  
=  $\frac{1}{2\pi (f_{1,\max} + 1)} \sum_{f_{1}=0}^{f_{1,\max}} Q_{1}(f_{1} - f_{1,0}, u_{2}) e^{2\pi j u_{1} f_{1}/f_{1,\max}}$  (4.12)  
=  $b_{1}(\mathbf{u}) e^{j(2\pi f_{1,0} u_{1} + \phi_{1}'(\mathbf{u}))}$ .

Das komplexe Bild  $q_1(\mathbf{u})$  ist das analytische Signal der inversen Fouriertransformation

$$h_1(\mathbf{u}) = b_1(\mathbf{u})\cos\left(2\pi f_{1,0}u_1 + \phi_1'(\mathbf{u})\right)$$
(4.13)

der ersten Harmonischen  $H_1(f_1, u_2)$ . Gleichung 4.12 ist gültig, wenn das Signal  $b_1(\mathbf{u})$  niederfrequenter als  $\cos(2\pi f_{1,0}u_1 + \phi_1(\mathbf{u}))$  ist und sich die korrespondierenden Spektren nicht überlappen [Boashash 1992]. In diesem Fall ergibt sich aus Gl. 4.12 die gefaltete Phase

$$\phi_1^{\mathrm{w}}(\mathbf{u}) = \arctan \frac{\mathcal{I}\mathrm{m}\{q_1(\mathbf{u})\}}{\mathcal{R}\mathrm{e}\{q_1(\mathbf{u})\}}, \qquad (4.14)$$

wobei  $\mathcal{R}e\{\cdot\}$  den Real- und  $\mathcal{I}m\{\cdot\}$  den Imaginärteil von  $q_1(\mathbf{u})$  bezeichnet. Um aus  $\phi_1^{w}(\mathbf{u})$  die wahren Phasenwerte zu erhalten, ist eine Phasenentfaltung notwendig, wie sie in Kapitel 4.2.4 beschrieben wird.

#### 4.2.2 Phasenschiebeverfahren

Zur Verbesserung der lateralen Auflösung gegenüber dem in Kapitel 4.2.1 beschriebenen Verfahren zur Phasenmessung können aus der Interferometrie stammende Phasenschiebeverfahren (PS) eingesetzt werden. Phasenschiebeverfahren verwenden mehrere Bilder mit derselben Phaseninformation, welche zwischen den Bildern um einen bestimmten Betrag verschoben ist. Die Phasenverschiebung kann elektronisch (Projektor, LCD) oder mechanisch erzeugt werden. Die Verschiebung eines Musters entsprechend Gl. 4.5 kann allgemein folgendermaßen formuliert werden <sup>1</sup>:

$$g_{i,k}'(\mathbf{l}) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m e^{2\pi j m (f_{i,0}' l_i - \Delta \phi_k)} , \qquad (4.15)$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Prinzipiell können auch nichtsinusförmige Muster verwendet werden, die eine definierte Form (z. B. Dreiecksverlauf) aufweisen und speziell angepasste Rekonstruktionsalgorithmen benötigen [Lalla 1993]. Auf Grund der Vorteile der Sinusmuster für deflektometrische Messungen (s. Kapitel 4.2) wurden solche Verfahren nicht weiter berücksichtigt.

wobei  $\Delta \phi_k$  die Phasenverschiebung des *k*-ten Bildes beschreibt, die durch eine Verschiebung des Streifenmusters in  $l_i$ -Richtung erzeugt wird. Für ein lineares optisches Übertragungssystem enthalten die aufgenommenen Kamerabilder wiederum sinusförmige Streifenmuster:

$$g_{i,k}(\mathbf{u}) = b_0(\mathbf{u}) + b_1(\mathbf{u})\cos\left(\phi_i(\mathbf{u}) - \Delta\phi_k\right).$$
(4.16)

Von der Vielzahl in der Literatur beschriebener Phasenschiebeverfahren, die sich im wesentlichen in der Anzahl der verwendeten Phasenschritte unterscheiden, wurden drei Verfahren mit drei, vier und sechs Phasenschritten untersucht [Bruning u. a. 1974, Creath 1988, Malacara 1992, Kong und Kim 1995]. Drei Phasenschritte sind das Minimum zur Rekonstruktion der Phaseninformation. Je geringer die Zahl der verwendeten Schritte, desto weniger Bilder müssen aufgenommen und ausgewertet werden und umso schneller arbeitet das Verfahren. Auf der anderen Seite werden die Verfahren mit abnehmender Schrittzahl anfälliger für Abweichungen der verwendeten Muster von einer idealen Sinusform. Das weitverbreitete Verfahren mit vier Phasenschritten ("4-Schritt-Methode") kompensiert die erste Oberwelle, das Verfahren mit sechs Schritten die erste und die zweite Oberwelle [Zhao und Surrel 1995]. Es wird angenommen, dass keine Oberwellen höherer Ordnung auftreten oder durch gezielte Defokussierung der zur Aufnahme verwendeten Optik unterdrückt werden können [Su u. a. 1992].

#### 4.2.2.1 3-Schritt-Verfahren

Stellvertretend für Phasenschiebeverfahren mit drei Schritten wurde das folgende Verfahren untersucht [Kreis u. a. 1993]. Zunächst werden für jede der beiden Koordinatenachsen  $e_1'$  und  $e_2'$  drei um 120° phasenverschobene Bilder mit sinusförmigem Helligkeitsverlauf entlang der jeweiligen Koordinatenrichtung erzeugt und auf dem Schirm dargestellt. Aus den von der Kamera aufgenommenen Bildern

$$g_{i,k}(\mathbf{u}) = b_0(\mathbf{u}) + b_1(\mathbf{u})\cos\left(\phi_i(\mathbf{u}) + k\frac{2\pi}{3}\right), \ k = 0\dots 2$$
 (4.17)

ergibt sich die gefaltete Phase zu:

$$\phi_i^{\rm w}(\mathbf{u}) = \arctan\left(\sqrt{3} \frac{g_{i,2}(\mathbf{u}) - g_{i,1}(\mathbf{u})}{2g_{i,0}(\mathbf{u}) - g_{i,1}(\mathbf{u}) - g_{i,2}(\mathbf{u})}\right) \,. \tag{4.18}$$

#### 4.2.2.2 4-Schritt-Verfahren

Die 4-Schritt-Methode ("4-bucket"-Methode) ist der am weitesten verbreitete Algorithmus zur Phasencodierung. Entlang der Koordinatenachse  $e_i'$  werden vier um 90° phasenverschobene Bilder mit sinusförmigem Helligkeitsverlauf erzeugt. Die von der Kamera erfassten Bilder besitzen dabei folgende Form:

$$\mathbf{g}_{i,k}(\mathbf{u}) = b_0(\mathbf{u}) + b_1(\mathbf{u}) \cdot \cos(\phi(\mathbf{u}) + k \cdot \frac{\pi}{2}) \; ; \; k = 0 \dots 3 \; .$$
 (4.19)

Daraus erhält man die Phasen information  $\phi(\mathbf{u})$ , welche die Schirmkoordinaten l' codiert, mit

$$\phi_i^{w}(\mathbf{u}) = \arctan \frac{\mathbf{g}_{i,3}(\mathbf{u}) - \mathbf{g}_{i,1}(\mathbf{u})}{\mathbf{g}_{i,0}(\mathbf{u}) - \mathbf{g}_{i,2}(\mathbf{u})} .$$
(4.20)

#### 4.2.2.3 6-Schritt-Verfahren

Der 6-Schritt-Algorithmus ist eine Erweiterung der 4-Schritt-Methode, bei der sechs um 90° phasenverschobene Bilder mit sinusförmigem Helligkeitsverlauf verwendet werden. Die zwei zusätzlichen, redundanten Bilder ermöglichen eine verbesserte Unterdrückung der zweiten Oberwelle [Zhao und Surrel 1995]. Aus den sechs Bildern erhält man die Phaseninformation mit folgender Gleichung:

$$\phi_{i}^{w}(\mathbf{u}) =$$

$$\arctan\left(\frac{\mathbf{g}_{i,3}(\mathbf{u}) + \mathbf{g}_{i,4}(\mathbf{u}) - \mathbf{g}_{i,1}(\mathbf{u}) - \mathbf{g}_{i,2}(\mathbf{u})}{\mathbf{g}_{i,0}(\mathbf{u}) + \mathbf{g}_{i,1}(\mathbf{u}) + \mathbf{g}_{i,4}(\mathbf{u}) + \mathbf{g}_{i,5}(\mathbf{u}) - 2(\mathbf{g}_{i,2}(\mathbf{u}) + \mathbf{g}_{i,3}(\mathbf{u}))}\right) - \frac{\pi}{4}.$$
(4.21)

#### 4.2.2.4 Vergleich der Verfahren zur Phasencodierung

Im Idealfall, d. h. bei Verwendung idealer Sinusmuster und einer perfekt linearen Übertragungscharakteristik der verwendeten Optik, erhält man mit jedem der drei zuvor erläuterten Verfahren identische Phasenwerte. Es existiert jedoch eine Reihe von Fehlerquellen, welche die Genauigkeit der Phasenmessung mit den drei Verfahren unterschiedlich stark beeinflusst. Wenn die Intensitätsbilder  $g_i(\mathbf{u})$  keinem idealen Sinusverlauf aufweisen, entstehen systematische, periodische Fehler. Diese Fehler können zum einen darauf zurückgeführt werden, dass das auf dem Schirm dargestellte Muster selbst keinen perfekten Sinusverlauf beschreibt, und zum anderen, dass das Bilderfassungssystem Nichtlinearitäten enthält. Eine weitere Fehlerquelle sind Ungenauigkeiten bei der Verschiebung der Phasenbilder. Die Phasenverschiebung kann beispielsweise durch mechanische Verschiebung eines festen Streifenmusters realisiert werden, so dass zunächst eine Kalibrierung erforderlich ist [Creath 1988]. Die bei der Erzeugung des Sinusmusters auftretenden Quantisierungsfehler sind dagegen in der Regel vernachlässigbar. Die Standardabweichung der Phasenwerte, die sich bei  $n_q$  Quantisierungsstufen ergibt, beträgt ca.  $(\sqrt{3}n_q)^{-1}$ , was weniger als einem Grad bei 256 Quantisierungsstufen entspricht [Malacara 1992].

Zum Vergleich der drei Phasencodierungen wurden Messungen in einem Bereich einer lackierten Autotür durchgeführt. Zur Entfaltung der Phaseninformation wurde bei allen Messungen das in Kapitel 4.2.4.4 beschriebene Verfahren verwendet. Die mit den verschiedenen Codierungen bestimmten  $l'_1$ -Komponenten der jeweiligen Abbildungsfunktion, welche entsprechend Kapitel 5.2 für die Darstellung aufbereitet wurden, sind in Abb. 4.4 dargestellt.

Im Gegensatz zu den Daten, die mit dem 4-Schritt- bzw. dem 6-Schritt-Verfahren bestimmt wurden (Abb. 4.4b bzw. Abb. 4.4c), weisen die Daten des 3-Schritt-Verfahrens periodische Artefakte auf (s. Abb. 4.4a). Die periodische Struktur ist auf die fehlende Kompensation von Abweichungen von der idealen Sinusform der Ausgangsmuster zurückzuführen. Um diesen qualitativen Eindruck auch quantitativ zu erfassen, wurde für jedes der drei Verfahren die spektrale Leistung in einem stetigen Bereich der Autotür mit geringer Krümmung bestimmt (s. Abb. 4.5). Die Bereiche wurden vor der Berechnung der Leistung hochpassgefiltert, um zu verhindern, dass die Form der Autotür das Messergebnis beeinflusst. Entsprechend dem Parsevalschem Theorem erhält man als Ergebnis für jedes der Verfahren ein Maß für die Varianz im untersuchten Bereich und damit direkt ein Maß für das Rauschen bzw. die Messungenauigkeit. Gegenüber dem 3-Schritt-Verfahren verringert sich die Varianz bei Verwendung des 4-Schritt-Verfahrens um ca. 23%. Das 6-Schritt-Verfahren verringert die Varianz dagegen lediglich um weitere 3%. Der Einfluss der zweiten Oberwelle ist demnach gering. Für die nachfolgenden Untersuchungen wurde daher das 4-Schritt-Verfahren verwendet.

# 4.2.3 Maskierung von Phasenrauschen

Abhängig von der Form der zu untersuchenden Oberfläche und der Lichtquelle sowie deren Anordnung relativ zur Kamera, ist es möglich, dass die aufgenommenen Kamerabilder an manchen Stellen keine Messwerte bzw. Rauschen enthalten (s. Abb. 4.6). Diese Bereiche können mit einer Maske ausgeblendet werden. Bei der Verwendung des Gray-Codes wurden zusätzlich zu den eigentlichen Co-



**Abbildung 4.4**:  $l'_1$ -Komponenten der Abbildungsfunktion für einen Bereich einer Autotür, codiert mit dem 3-Schritt-Verfahren (a), dem 4-Schritt-Verfahren (b) und dem 6-Schritt-Verfahren (c).

debildern eine Weiß- und eine Schwarzreferenz aufgenommen (s. Kapitel 4.1). Diese Methode lässt sich auch bei phasenmessenden Verfahren anwenden. Bei der Verwendung eines Phasenschiebeverfahrens besteht darüber hinaus die Möglichkeit, mit Hilfe eines Modulationsbildes eine Maske zu erzeugen, welches keine zusätzlichen Aufnahmen erfordert:

$$g_{i,M}(\mathbf{u}) = \sqrt{\left(\sum_{m=0}^{M-1} g_m(\mathbf{u}) \sin(2\pi m/M)\right)^2 + \left(\sum_{m=0}^{M-1} g_m(\mathbf{u}) \cos(2\pi m/M)\right)^2},$$



**Abbildung 4.5**:  $l'_1$ -Komponenten der Abbildungsfunktion für einen stetigen Bereich einer Autotür mit geringer Krümmung, codiert mit dem 3-Schritt-Verfahren (a), dem 4-Schritt-Verfahren (b) und dem 6-Schritt-Verfahren (c).

(4.22)

wobei M die Anzahl der verwendeten Phasenmuster ist. Das Modulationsbild  $g_{i,M}(\mathbf{u})$  enthält hohe Werte in Bereichen, in denen die Modulation, d. h. der Wechsel zwischen Hell und Dunkel beim Verschieben der Phase, ausgeprägt ist, und niedrige Werte, wenn der Helligkeitswert nahezu konstant geblieben ist. Eine Alternative zur Formulierung der Modulation bietet die punktweise Spannweite über die Phasenserie  $\mathcal{G}(\mathbf{u}, \Delta \phi_i)$ :

$$\tilde{g}_{i,\mathrm{M}}(\mathbf{u}) = \max\{\mathcal{G}(\mathbf{u},\Delta\phi_i)\} - \min\{\mathcal{G}(\mathbf{u},\Delta\phi_i)\}.$$
(4.23)

In Abb. 4.7 ist jeweils ein Beispiel für die beiden Verfahren zur Bestimmung der Modulation dargestellt. Auf Grund der Verwendung der Extremwerte der Phasen-



**Abbildung 4.6**: Unmaskiertes Beispielbild mit  $l'_1(\mathbf{u})$ -Koordinaten der Abbildungsfunktion. Das Bild wurde mit einem Phasenschiebeverfahren gemessen. Bereiche, in denen keine Koordinaten bestimmt werden konnten, enthalten Phasenrauschen.

bilder eignet sich das Modulationsbild  $\tilde{g}_{M}(\mathbf{u})$  (4.7b) weniger zur Generierung einer Maske. Die Erzeugung der Maske selbst erfolgt durch Binarisierung mit einem empirisch bestimmten Schwellwert.

# 4.2.4 Phasenentfaltung

Abgesehen von der Codierung mit dem Gray-Code beruhen sämtliche beschriebenen Verfahren zur Bestimmung der Abbildungsfunktion auf einer Phasenmessung. Jedes der beschriebenen Phasendecodierverfahren verwendet eine Arcustangensfunktion zur Phasenberechnung:

$$\phi_i^{\mathbf{w}}(\mathbf{u}) = W(\phi_i(\mathbf{u})) = \arctan \frac{\sin \phi_i(\mathbf{u})}{\cos \phi_i(\mathbf{u})} \quad i = 1, 2 , \qquad (4.24)$$

wobei  $\phi_i^{w}(\mathbf{u})$  die nicht entfaltete Phase in Richtung  $\mathbf{e}_i'$  und  $W(\cdot)$  der Entfaltungsoperator ist. Diese Gleichung kann umgeschrieben werden in

$$\phi_i^{\mathsf{w}}(\mathbf{u}) = W(\phi_1(\mathbf{u})) = \phi_1(\mathbf{u}) + 2\pi k(\mathbf{u}) , \qquad (4.25)$$



**Abbildung 4.7**: Beispiele für Modulationsbilder  $g_{i,M}(\mathbf{u})$  (a) und  $\tilde{g}_{i,M}(\mathbf{u})$  (b) sowie daraus erzeugte Masken (c) und (d).

dabei ist  $k(\mathbf{u})$  eine Ganzzahl, die so gewählt ist, dass

$$-\pi \le W(\phi_1(\mathbf{u})) \le \pi \tag{4.26}$$

gilt. Das bedeutet, dass die beschriebenen Phasenmodulations- und Phasenschiebeverfahren prinzipbedingt nur gültige Phasenwerte innerhalb einer Periodenlänge des zur Codierung verwendeten Sinusmusters liefern können. Ist die Periodenlänge geringer als der Wertebereich der Abbildungsfunktion, treten Mehrdeutigkeiten auf. Um dennoch eine vollständige Rekonstruktion der Phaseninformation zu erhalten, ist eine Phasenentfaltung notwendig. Während die Entfaltung eindimensionaler Signale trivial ist, existiert für den zweidimensionalen Fall keine mathematisch geschlossene Lösung. Stellvertretend für die unzähligen in der Literatur vorhandenen Lösungsansätze [Strand u. a. 1999, He und Kang 2002, Li und Su 2002, Schöne und Schwarz 2003] für dieses Problem wird im nachfolgenden Kapitel ein Verfahren beschrieben, das die zweidimensionale Phasenentfaltung mit Einschränkungen (Relativmessung) ohne Zusatzinformationen durchführt. In den anschließenden Kapiteln 4.2.4.2, 4.2.4.3 und 4.2.4.4 wird auf Verfahren eingegangen, die zusätzliche Messungen für die Phasenentfaltung benötigen, dafür aber die Bestimmung der absoluten Phaseninformation erlauben.

#### 4.2.4.1 "Floodfill"-Phasenentfaltung

Die "Floodfill"-Phasenentfaltung (FFPS bzw. FFOMOD1D) verdankt ihren Namen einem Algorithmus aus der Computergrafik zum Füllen von Flächen, bei dem sich die Füllfarbe ausgehend von einem Startpunkt ähnlich einer Flut ausbreitet. Im Folgenden wird beschrieben, wie sich ein solcher Algorithmus für die zweidimensionale Phasenentfaltung verwenden lässt. Für alle Bildpunkte des Phasenbildes wird dafür zunächst eine Gütefunktion  $g_{i,R}(\mathbf{u})$  berechnet, die hohe Werte annimmt, wenn der betrachtete Bildpunkt zuverlässig gemessen wurde, und niedrige Werte, wenn der Bildpunkt vermutlich Rauschen enthält. Eine mögliche Gütefunktion wird in [Li und Su 2002] beschrieben:

$$g_{i,\mathrm{R}}(\mathbf{u}) = \frac{g_{i,\mathrm{M}}^2(\mathbf{u})}{g_{i,\mathrm{M}}(\mathbf{u}) + c \cdot g_{i,\mathrm{E}}(\mathbf{u})} .$$
(4.27)

Dabei ist  $g_{i,M}(\mathbf{u})$  das in Kapitel 4.2.3 beschriebene Modulationsbild und c ein empirischer Parameter, mit dem der Einfluss der Fehlerfunktion  $g_{i,E}(\mathbf{u})$  bestimmt wird. Fasst man die Phasendecodierung als Least-Squares-Approximation einer Cosinusfunktion an die gemessenen Phasenwerte auf, erhält man

$$g_{i,\mathrm{E}}(\mathbf{u}) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} (g_{i,m}(\mathbf{u}) - \bar{g}_{i,m}(\mathbf{u}))^2}$$
(4.28)

als die mittlere quadratische Differenz zwischen den gemessenen Werten  $g_m(\mathbf{u})$ und der geschätzten Ausgleichskurve

$$\bar{g}_{i,m}(\mathbf{u}) = \bar{b}_{i,0}(\mathbf{u}) + \bar{b}_{i,1}(\mathbf{u})\cos\left(\phi_i^{\mathsf{w}}(\mathbf{u}) + \frac{2\pi m}{M}\right) .$$
(4.29)

Dabei ergeben sich  $b_{i,0}(\mathbf{u})$  und  $b_{i,1}(\mathbf{u})$  aus der Minimierung von

$$\left[\begin{pmatrix}g_{i,0}(\mathbf{u})\\\vdots\\g_{i,M-1}(\mathbf{u})\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\cos(\phi_i^{w}(\mathbf{u})+\frac{2\pi\cdot0}{M})&1\\\vdots\\\cos(\phi_i^{w}(\mathbf{u})+\frac{2\pi\cdot(M-1)}{M})&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}b_{i,1}(\mathbf{u})\\b_{i,0}(\mathbf{u})\end{pmatrix}\right]^2.$$
(4.30)

Ausgehend von einem Startpunkt (z. B. der Punkt mit der höchsten Güte), werden jetzt alle nicht entfalteten Punkte in der 8-Nachbarschaft dieses Punktes in eine Liste geschrieben und nach ihrer Güte sortiert. Ausgehend vom Punkt in der Liste mit der höchsten Güte werden die Punkte der Liste an Hand ihrer Phasendifferenz zum zentralen Punkt entfaltet und die noch nicht entfaltete 8-Nachbarschaft jeder dieser Punkte an die Liste angehängt. Ein entfalteter Punkt wird markiert, so dass er kein zweites Mal verändert wird. Wenn die Liste leer ist, ist das Bild vollständig entfaltet. Ein Beispiel für einen mit diesem Verfahren entfalteten Bereich eines Phasenbildes, welches mit der in Kapitel 4.2.1 beschriebenen örtlichen Codierung berechnet wurde, ist in Abb. 4.8 dargestellt.



**Abbildung 4.8**: Beispiel für die Phasenentfaltung eines Bildbereichs mit dem "Floodfill"-Algorithmus. Gedrehtes Streifenbild (a), ROI mit defektem Oberflächenbereich (b), mit der in Kapitel 4.2.1 beschriebenen Phasendecodierung erzeugtes Phasenbild (c) und entfaltete Phase (d).

Innerhalb glatter Oberflächenbereiche kann die Phase fehlerfrei entfaltet werden. Sobald die Güte auf Grund von schlechter Reflektanz der Oberfläche, d. h. verstärktem Rauschen der Messwerte, oder Unstetigkeiten der Oberfläche abnimmt, wird das Messergebnis von Artefakten überlagert (s. Abb. 4.8d). Der Algorithmus ist jedoch robust genug, um die Phase im Bereich der Designkante korrekt zu entfalten. Ein Nachteil dieser Art der Phasenentfaltung ist jedoch, dass
nur eine relative Phaseninformation berechnet werden kann. Es können selbst in einem kalibrierten System keine absoluten Werte für die Abbildungsfunktion bestimmt werden. Gerade in Verbindung mit einer örtlichen Codierung eignet sich dieser Algorithmus jedoch für eine schnelle Defekterkennung. Beschränkt man sich auf nur eine Komponente der Abbildungsfunktion, kann eine Defekterkennung innerhalb stetiger Oberflächenbereiche an Hand eines einzigen Bildes erfolgen.

#### 4.2.4.2 Gray-Code

Kombiniert man ein mit einem Phasenschiebeverfahren erzeugtes Bild der Abbildungsfunktion  $\phi_i^{w}(\mathbf{u})$  mit einem Bild  $g_{i,GC}(\mathbf{u})$ , das mit dem Gray-Code generiert wurde (GCPS), erhält man ein Ergebnis mit der Genauigkeit des ersten und der Robustheit des zweiten Verfahrens [Sansoni u. a. 1997, Sansoni u. a. 1999]. Die ungenaueren, aber sprungfreien, Werte, die mit dem Gray-Code bestimmt wurden, werden genutzt, um an jedem Punkt die Zahl der Perioden  $k_i(\mathbf{u})$  zu bestimmen, die zwischen den gefalteten Phasenwerten und den absoluten Gray-Code-Werten liegen:

$$g_{i,\text{GC}}(\mathbf{u}) \approx \phi_i^{\text{w}}(\mathbf{u}) + k_i(\mathbf{u}) \cdot p_i$$
(4.31)

$$\Rightarrow k_i(\mathbf{u}) = \left[\frac{g_{i,\text{GC}}(\mathbf{u}) - \phi_i^{\text{w}}(\mathbf{u})}{p_i}\right]_0 .$$
(4.32)

Daraus ergibt sich das entfaltete Phasenbild zu

$$\phi_i(\mathbf{u}) = \phi_i^{\mathsf{w}}(\mathbf{u}) + k_i(\mathbf{u}) \cdot p_i . \tag{4.33}$$

Ein Beispiel für die Phasenentfaltung mit dem Gray-Code ist in Abb. 4.9c für einen Bereich auf einer lackierten Autotür dargestellt, wobei das ursprüngliche Phasenbild (Abb. 4.9a) überlagert wurde. Die Codierung mit dem Gray-Code ist empfindlicher gegenüber Defokussierung bezüglich des Schirms als die auf Sinusmustern aufbauenden phasenmessenden Verfahren. Die Entfaltung kann daher abhängig von der Fokussierung der Kamera in Bereichen der ursprünglichen Phasensprünge fehlschlagen und punktförmige Ausreißer mit einer Abweichung von einer halben Periodenlänge des verwendeten Sinusmusters verursachen. Diese Ausreißer lassen sich zwar mit einfachen Nachbarschaftsoperationen beseitigen, was aber eine lokale Glattheit der untersuchten Oberfläche impliziert. Darüber hinaus müssen — verglichen mit den nachfolgend beschriebenen Entfaltungsverfahren — verhältnismäßig viele Bilder aufgenommen werden, wodurch das Verfahren langsam wird.



**Abbildung 4.9**:  $l'_1$ -Komponenten der Abbildungsfunktion für einen Bereich einer Autotür: Phasenbild (a), Gray-Code-Bild (b) und Überlagerung aus (a) mit dem Ergebnis der Phasenentfaltung mit dem Gray-Code (c).

#### 4.2.4.3 Chinesischer Restsatz (Nonius)

Der chinesische Restsatz lässt sich dazu verwenden, um aus gefalteten Phasenwerten, die sich aus der Codierung mit teilerfremden Periodenlängen ergeben, Phasenwerte zu gewinnen, die nur noch beim Produkt der verwendeten Periodenlängen Phasensprünge aufweisen (CRTPS). Dadurch lässt sich der entfaltete Wertebereich gegenüber den einzelnen Phasenmessungen nahezu beliebig erweitern und es kann eine Phasenentfaltung mit nur zwei Phasenbildern durchgeführt werden. Der chinesische Restsatz rekonstruiert einen ganzzahligen Zahlenwert s, von dem nur die Reste (Modulowerte)  $\hat{s}_i$  der Ganzzahldivision durch mehrere teilerfremde Divisoren  $p_i$  gegeben sind [Ireland und Rosen 1990]. Beispielhaft wird das Verfahren an Hand von zwei Gleichungen beschrieben:

$$\hat{s}_1 = s \mod p_1 \Leftrightarrow s = \hat{s}_1 \pmod{p_1} , \tag{4.34}$$

$$\hat{s}_2 = s \mod p_2 \Leftrightarrow s = \hat{s}_2 (\mod p_2) . \tag{4.35}$$

Die Gleichungen 4.34 und 4.35 können auch in der Form

$$s = \hat{s}_1 + mp_1 \,, \tag{4.36}$$

$$s = \hat{s}_2 + np_2 \tag{4.37}$$

geschrieben werden, wobei m und n ganze Zahlen sind. Daraus ergibt sich

$$\hat{s}_1 - \hat{s}_2 = np_2 - mp_1 . (4.38)$$

Gleichung 4.38 ist nur lösbar, wenn die linke Seite ohne Rest durch den größten gemeinsamen Teiler (ggT) von  $p_1$  und  $p_2$  dividierbar ist. Für den Fall, dass diese Bedingung erfüllt ist, lässt sich Gl. 4.38 umschreiben zu:

$$m\left(\frac{p_1}{\operatorname{ggT}(p_1, p_2)}\right) = p_0\left(\operatorname{mod}\left(\frac{p_2}{\operatorname{ggT}(p_1, p_2)}\right)\right)$$
(4.39)

mit

$$p_0 = \frac{p_2 - p_1}{\text{ggT}(p_1, p_2)} .$$
(4.40)

Definitionsgemäß sind dabei  $\frac{p_1}{\text{ggT}(p_1,p_2)}$  und  $\frac{p_2}{\text{ggT}(p_1,p_2)}$  teilerfremd, so dass mit einer Erweiterung des euklidischen Satzes Nr. 30 gezeigt werden kann, dass Gl. 4.39 eine Lösung besitzt [Joyce 1998]. In diesem Fall erhält man die gesuchte Zahl aus

$$s = \left(\prod_{i=1}^{2} p_i \sum_{i=1}^{2} p_i \frac{\hat{s}_i b_i}{p_i}\right) \left(\text{mod}\prod_{i=1}^{2} p_i\right)$$
(4.41)

mit

$$b_i \frac{\prod_{i=1}^2 p_i}{p_i} = 1 \pmod{p_i} .$$
(4.42)



**Abbildung 4.10**: Zwei mit einem Phasenschiebeverfahren ermittelte Phasenbilder (a,b) und die daraus berechnete Abbildungsfunktion (c).

In Abb. 4.10a und Abb. 4.10b sind zwei mit einem Phasenschiebeverfahren ermittelte Phasenbilder sowie die daraus entfaltete Abbildungsfunktion 4.10c dargestellt. Die Phasenentfaltung mit dem chinesische Restsatz ist wegen der zu Grunde liegenden Ganzzahlarithmetik sehr störanfällig, was zu einer Abbildungsfunktion mit unzähligen Ausreißern führt. Selbst geringes Rauschen (Abweichung von  $\pm 1$  Pixel auf dem Schirm), wie beispielsweise das Quantisierungsrauschen bei der Umrechnung der Phasenwerte in Ganzzahlen, erzeugt Fehlzuordnungen der zusammen gehörenden Phasenwerte und damit Ausreißer, die mehrere Periodenlängen von den wahren Werten abweichen. Für diese Art der Phasenentfaltung ist ein aufwändigerer Versuchsaufbau, der hochgenaue und rauscharme Sinusmuster erzeugen kann, zwingend erforderlich. Eine solche Messanordnung wird beispielsweise in [Bohn u. a. 1999] beschrieben.

#### 4.2.4.4 Iteratives Mehrwellenlängen-Verfahren

Bei der Codierung der Abbildungsfunktion treten Phasensprünge auf, wenn der Wertebereich der Abbildungsfunktion, d. h. der Zahlenwert der größten zu codierenden Koordinate, die Periodenlänge (Wellenlänge) der zur Codierung verwendeten Sinusmusters überschreitet. Phasensprünge können demnach vermieden werden, indem die Periodenlänge  $p_0$  der Sinusmuster auf den Wertebereich der Abbildungsfunktion ausgedehnt wird. Ein einzelnes solches Sinusmuster ist jedoch von einer Beleuchtungsinhomogenität des Umgebungslichts kaum zu unterscheiden. Das in Kapitel 4.2.1 beschriebene örtliche Codierverfahren kann für diese Art von Codemustern folglich nicht verwendet werden. Phasenschiebeverfahren, wie sie in Kapitel 4.2.2 erläutert werden, sind jedoch geeignet. Ein Beispiel für eine mit einem solchen langwelligen Sinusmuster codierte Abbildungsfunktion ist in Abb. 4.11 dargestellt. Auf Grund der großen Periodenlänge sind



**Abbildung 4.11**: Beispiel einer Abbildungsfunktion, die mit einem Phasenschiebeverfahren bei einer Periodenlänge, die den gesamten Wertebereich der Abbildungsfunktion abdeckt, codiert wurde. die Phasenwerte stark verrauscht. Um bei Periodenlängen dieser Größenordnung Ergebnisse zu erhalten, die eine exakte Oberflächenuntersuchung erlauben, muss die Anzahl der Graustufen, welche die verwendete Kamera unterscheiden kann, den Zahlenwert der maximal zu codierenden Koordinate übersteigen. Sind beispielsweise 1024 Koordinatenwerte zu codieren, muss die Graustufenauflösung der Kamera mindestens 10 Bit betragen, um eine Genauigkeit vergleichbar mit dem Gray-Code zu erzielen. Eine höhere Genauigkeit erfordert entsprechend eine größere Graustufenauflösung der Kamera. Die Anforderungen an das Mustererzeugungssystem sind geringer, da durch eine Defokussierung ein nahezu kontinuierlicher Graustufenverlauf erzeugt werden kann.

Um eine Oberflächenuntersuchung auch mit handelsüblichen Kameras durchführen zu können bzw. um die Genauigkeit des Verfahrens zu erhöhen, wird die Phaseninformation bei verringerter Periodenlänge  $p_{m+1}$  erneut bestimmt. Die dabei entstehenden Phasensprünge werden mit dem ursprünglichen, ungenaueren aber sprungfreien Phasenbild kompensiert (MWPS):

$$\phi_{i,m}(\mathbf{u}) \approx \phi_{i,m+1}^{\mathbf{w}}(\mathbf{u}) + k_{i,m+1}(\mathbf{u}) \cdot p_{i,m+1}$$
(4.43)

$$\Rightarrow k_{i,m+1}(\mathbf{u}) = \left[\frac{\phi_{i,m}(\mathbf{u}) - \phi_{i,m+1}^{\mathsf{w}}(\mathbf{u})}{p_{i,m+1}}\right]_0 .$$
(4.44)

Daraus ergibt sich das entfaltete Phasenbild der Iteration m + 1 zu

$$\phi_{i,m+1}(\mathbf{u}) = \phi_{i,m+1}^{w}(\mathbf{u}) + k_{i,m+1}(\mathbf{u}) \cdot p_{i,m+1} .$$
(4.45)

Das neue, entfaltete Phasenbild kann nun als Basis für weitere Iterationen dienen, bis die gewünschte Messgenauigkeit erreicht ist. Eine Übersicht des Verfahrens inklusive der in Kapitel 4.2.3 beschriebenen Maskierung ist in Abb. 4.12 für zwei Periodenlängen dargestellt. Wird das Verfahren bis zu einer Endperiodenlänge  $p_{\rm E}$  iteriert, verbessert sich das Messergebnis, wie am Beispiel in Abb. 4.13 erkennbar ist. Der Wertebereich lag dabei bei 1024 Werten, und die Periodenlänge wurde von einer Iteration zur nächsten jeweils halbiert.



Abbildung 4.12: Prinzip der Mehrwellenlängen-Phasenentfaltung am Beispiel von zwei Periodenlängen.



**Abbildung 4.13**: Bestimmung der Abbildungsfunktion mit dem Mehrwellenlängen-Verfahren für verschiedene Anzahlen an Iterationen: Die Periodenlänge wurde ausgehend von 1024 Pixeln jeweils bis zur angegebenen Endperiodenlänge  $p_{\rm E}$  halbiert.

# 4.3 Vergleich der Codierverfahren

Die in den vorangegangen Kapiteln beschriebenen Codierverfahren werden abschließend an Hand von vier Kriterien bewertet:

- **Robustheit**: Verschlechtern sich die Ergebnisse eines Codierverfahrens sehr stark bei einer Verschlechterung der Aufnahmebedingungen, wird es als wenig robust eingestuft. Die Kombination eines Phasenschiebeverfahrens mit einer Entfaltung durch den chinesischen Restsatz ist dementsprechend am wenigsten robust.
- Empfindlichkeit: Die Empfindlichkeit der Verfahren wird durch die Anzahl an codierbaren Schirmpositionen bezogen auf die verwendete Schirmfläche bestimmt. Gegenüber dem Gray-Code, dessen Empfindlichkeit durch die Größe eines Schirmpixels beschränkt ist, können bei Verwendung einer 1D-FFT-Phasendemodulation ca. zehn Positionen pro Periode und bei Phasenschiebeverfahren sogar 100 Positionen pro Periode unterschieden werden [Pérard 2000].
- Geschwindigkeit: Neben der Zeit für die Bildaufnahme, die im Wesentlichen von der verwendeten Musterzahl abhängt, unterscheiden sich die Verfahren in ihrem Rechenaufwand. Während der Gray-Code mit einfachen Bit-Operationen decodiert werden kann, muss für ein Phasenschiebeverfahren eine aufwändige Arcustangensfunktion berechnet werden. Zusätzlich wird weitere Rechenzeit für die Phasenentfaltung (FFPS) benötigt oder es müssen weitere Bilder aufgenommen und ausgewertet werden (GCPS, CRTPS, MWPS). Welches der Verfahren dabei insgesamt am schnellsten ist, hängt vom Geschwindigkeitsverhältnis von Bildaufnahme zu Bildauswertung und damit stark von der verwendeten Hardware ab. Die in Tabelle 4.1 angegebenen Bewertungen beschränken sich daher auf den Rechenaufwand.

• **Musterzahl**: Benötigt ein Codierverfahren viele Codemuster, ist es in der Regel ungeeignet zur Untersuchung bewegter Objekte, bei denen die Bilderfassung in sehr kurzer Zeit erfolgen muss. Davon betroffen sind alle zeitlichen Codierverfahren. Am besten geeignet für die Untersuchung bewegter Objekte ist die örtliche 1D-FFT-Demodulation kombiniert mit einer Floodfill-Phasenentfaltung (FFOMOD1D). Dieses Verfahren benötigt nur ein einziges Bild pro Komponente der Abbildungsfunktion.

	Robust-	Empfind-	Geschwin-	Musterzahl
	heit	lichkeit	digkeit	
GC	+	-	++	$m_{\rm max} \times$
				$n_{\max}+2$
FFOMOD1D	0	0	-	2
FFPS	0	+	0	$2 \times 4^1$
GCPS	0	+	+	$m_{\rm max} \times$
				$n_{\rm max} +$
				$2 + 2 \times 4^{1}$
CRTPS	-	+	0	$2 \times 2 \times 4^1$
MWPS	++	+	+	$2 \times 2 \times 4$
				bis
				$2 \times k \times 4^1$

Das Ergebnis der Bewertung ist in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

 Tabelle 4.1:
 Vergleich der Verfahren zur Codierung der Abbildungsfunktion.

Die höchste Qualität der Messergebnisse bei moderatem Rechenaufwand jedoch verhältnismäßig aufwändiger Datenerfassung bietet das Mehrwellenlängenverfahren (MWPS). Für die untersuchten, unbewegten Objekte wurde daher dieses Verfahren verwendet.

<sup>70</sup> 

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Bei Verwendung der 4-Schritt-Methode.

# 5 Verfahren zur Oberflächeninspektion

Nachdem in den vorangegangenen Kapiteln die Gestaltung des Versuchsaufbaus sowie die Datenerfassung beschrieben wurde, wird in diesem Kapitel erläutert, wie die deflektometrisch gewonnenen Daten aufbereitet werden können, um eine Aussage über die Beschaffenheit der zu untersuchenden Oberfläche treffen zu können. Dabei unterscheiden sich die zu detektierenden Fehler und damit die Anforderungen an die zur Auswertung verwendeten Verfahren. Soll die Topologie der Oberfläche untersucht werden, ist die Messung intrinsischer Charakteristika der Oberfläche, wie beispielsweise der Krümmung, notwendig. Die damit beschriebene Geometrie der Oberfläche kann unterstützend im Rahmen einer visuellen Inspektion oder als Ausgangsbasis für eine teil- oder vollautomatische Oberflächenuntersuchung verwendet werden. Dazu müssen die deflektometrisch gemessenen Daten entweder visualisiert oder, für den Vergleich mit einem Referenzdatensatz, ausgerichtet werden. Defekte wie Blasen, Einschlüsse und Kratzer lassen sich dagegen mit einer Auswertung der Reflektanzeigenschaften der Oberfläche oder der lokalen Brennweite leichter erfassen als mit einer Analyse der Topologie, wofür wiederum ein angepasstes Messverfahren erforderlich ist. Im Folgenden werden daher Methoden beschrieben, mit denen die genannten Anwendungsfälle abgedeckt werden.

## 5.1 Messung der Oberflächenkrümmung

Die lokalen Normalkrümmungen  $\kappa_1$  und  $\kappa_2$  einer Oberfläche entlang der Hauptkrümmungsrichtungen sind texturunabhängige, translations- und rotationsinvariante Merkmale. Sie ergeben sich, wie in Kapitel 3.2.3 beschrieben, aus den Eigenwerten der Weingarten-Matrix. Für deflektometrische Daten vereinfacht sich die Berechnung der Weingarten-Matrix, weil die Werte der Abbildungsfunktion schon den Gradienten bzw. eine dazu proportionale Größe beschreiben. Aus dem Dreieck OPL (s. Abb. 2.7) und einer abgewandelten Form des Reflexionsgesetzes

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{s}}{||\mathbf{r} - \mathbf{s}||} \tag{5.1}$$

ergibt sich zunächst eine Gleichung für den Normalenvektor n an einem Oberflächenpunkt P:

$$\mathbf{n} = \frac{\frac{1}{\rho}\mathbf{l} - (1 + \frac{\sigma}{\rho})\mathbf{s}}{\left|\left|\frac{1}{\rho}\mathbf{l} - (1 + \frac{\sigma}{\rho})\mathbf{s}\right|\right|} \quad \text{mit} \quad \rho = \left|\left|\mathbf{l} - \sigma\mathbf{s}\right|\right| .$$
(5.2)

Die Oberflächenkrümmungen ergeben sich aus den Ableitungen der mit den Normalenvektoren korrespondierenden Tangentialebenen (s. Kapitel 3.2). Sie lassen sich aus einer Änderung des Ortsvektors  $L_a --\lambda L_b$  exakt bestimmen, wenn die Oberfläche flach ist, d. h. alle Oberflächenpunkte den selben Abstand  $\sigma$  zum optischen Zentrum der Kamera besitzen, und sich die zu den Vektor  $l_a$  bzw.  $l_b$  gehörenden Lichtquellen  $L_a$  und  $L_b$  auf einer Kugelfläche bewegt ( $||l - \sigma s|| = \text{const}; \text{ s. Abb. 5.1}$ ). Ist die Form der Lichtquelle bzw. des Schirms sowie dessen Parametrisierung bekannt, müssen die absoluten Positionen der Punktlichtquellen in diesem Fall nicht bestimmt werden. Nachfolgend wird daher die einfache Abbildungsfunktion l'(u) für die näherungsweise Berechnung der Krümmung verwendet. Man erhält dann einen Näherungswert für die Krümmung, indem die Weingarten-Matrix mit Hilfe eines Strukturtensors approximiert wird [Jähne 2001, Farin 1997]. Dafür werden die Daten der Abbildungsfunktion zunächst entsprechend ihrem Beitrag zu den Ableitungen, d. h. zu den Krümmungen, in Koordinatenrichtung  $u_1$  und  $u_2$  der Kamera zusammengefasst:

$$\mathbf{k}_{\mathbf{l}'}(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial l'_1}{\partial u_1}\right) \cdot \left|\frac{\partial \mathbf{l}'}{\partial u_1}\right| \\ \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial l'_2}{\partial u_2}\right) \cdot \left|\frac{\partial \mathbf{l}'}{\partial u_2}\right| \end{pmatrix} .$$
(5.3)

Durch die geometrische Mittelung geht das Vorzeichen der Krümmungswerte zunächst verloren. Für den Fall, dass das Schirmkoordinatensystem um nicht mehr als 90° bezogen auf die optische Achse gegenüber dem Kamerakoordinatensystem verdreht ist, ergibt sich das Vorzeichen jedoch aus den partiellen Ableitungen  $\frac{\partial l'_1}{\partial u_1}$  bzw.  $\frac{\partial l'_2}{\partial u_2}$ . Aus den zusammengefassten Krümmungswerten erhält man mit einen einfachen Strukturtensor über eine Region  $\mathcal{R}$ :

$$\mathbf{T}(\mathbf{u}) = \int_{\mathcal{R}} w(\mathbf{u} - \mathbf{u}') \cdot (\mathbf{k}_{\mathbf{l}'}(\mathbf{u}')\mathbf{k}_{\mathbf{l}'}(\mathbf{u}')^{\mathrm{T}}) \mathrm{d}\mathbf{u}'$$

$$\approx \begin{pmatrix} \sum_{\mathcal{R}} k_{l_1'}^2 & \sum_{\mathcal{R}} k_{l_1'}k_{l_2'} \\ \sum_{\mathcal{R}} k_{l_1'}k_{l_2'} & \sum_{\mathcal{R}} k_{l_2'}^2 \end{pmatrix}$$
(5.4)



Abbildung 5.1: Illustration der exakten Bestimmung der Krümmung für einen Oberflächenpunkt P.

mit

$$w(\mathbf{u}) = \operatorname{rect}\left(\frac{u_1 - \mathcal{R}_{\min,1}}{\mathcal{R}_{\max,1} - \mathcal{R}_{\min,1}} - 0.5\right) \cdot \operatorname{rect}\left(\frac{u_2 - \mathcal{R}_{\min,2}}{\mathcal{R}_{\max,2} - \mathcal{R}_{\min,2}} - 0.5\right) .$$
(5.5)

Die Hauptkrümmungswerte lassen sich dann aus einer quadratischen Gleichung bestimmen:

$$\kappa_{1,2} = \frac{1}{2} \operatorname{spur}(\mathbf{T}(\mathbf{u})) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\operatorname{spur}^2(\mathbf{T}(\mathbf{u})) - 4|\mathbf{T}(\mathbf{u})|}$$
(5.6)

Der größere der beiden Krümmungswerte gibt den Betrag der maximalen lokalen Krümmung an, der kleinere den Betrag der minimalen.

# 5.2 Visualisierung für interaktive Oberflächeninspektion

In vielen Fällen ist es wünschenswert, die deflektometrisch gewonnenen Messergebnisse für die Abbildungsfunktion vor einer automatisierten Klassifikation zu überprüfen. Dies kann notwendig sein, um Parameter der Klassifikation einzustellen oder um schwierig zu vermessende Objekte komplett von menschlichen Prüfern beurteilen zu lassen. Darüber hinaus werden Defekte oftmals manuell nachgebessert (z. B. bei Karosserieteilen), so dass die Position von Defekten direkt auf der Oberfläche markiert oder auf einem Bildschirm visualisiert werden muss.

Auf Grund des großen Wertebereichs der Abbildungsfunktion, der sich aus der Menge der codierbaren Koordinaten l(u) ergibt, ist eine Darstellung als Graustufenbild ungeeignet, um feine Defekte zu visualisieren (s. Abb. 5.2a). Ist das zu untersuchende Objekt flach, lassen sich Defekte mit einer  $2\frac{1}{2}D$ -Darstellung sichtbar machen (s. Abb. 5.2b). Je ausgeprägter jedoch die Krümmung eines Objekts ist, desto schlechter sind Defekte in einer  $2\frac{1}{2}D$ -Darstellung erkennbar.



**Abbildung 5.2**:  $l_1$ -Komponente der Abbildungsfunktion für einen Bereich einer Autotür (a) und  $2\frac{1}{2}$ D-Darstellung eines defektbehafteten Ausschnitts (b).

Eine andere Möglichkeit besteht darin, die Werte der Abbildungsfunktion mit ihrer lokalen Krümmung zu gewichten. Für lokal stetige Oberflächen entfällt dadurch die Unterscheidung zwischen Abbildungsfunktion und Gradientenfeld. Diese Art der Darstellung verbessert demnach die Repräsentation der Oberflächentopologie. Zur Berechnung der für diese Visualisierung benötigten Daten werden zunächst zur mittleren Krümmung proportionale Werte für jeden Bildpunkt bestimmt (s. Kapitel 3.2 bzw. Kapitel 5.1), wie in Abb. 5.3a abgebildet. Anschließend werden die Werte der Abbildungsfunktion durch den Betrag dieser Werte dividiert. Um eine Division durch Null an flachen Oberflächenpunkten auszuschließen, wird vor der Kehrwertberechnung eins addiert. Ein Beispiel für diese Art der Defektvisualisierung ist in Abb. 5.3b dargestellt.



**Abbildung 5.3**: Mittlere Krümmung für den Bereich einer Autotür aus Abb. 5.2 (a) und auf die lokale Krümmung normierte Darstellung (b).

Die Normierung bewirkt eine Gewichtung der Defekte entsprechend ihrer Sichtbarkeit. Defekte in stark gekrümmten Bereichen werden in der Regel als weniger ausgeprägt empfunden als Defekte auf beinahe ebenen Flächen. Darüber hinaus werden geringe Gradientenschwankungen stärker betont. Defekte wie Einzüge oder Oberflächenwelligkeit sind bei Verwendung dieses Verfahrens zur Visualisierung in der Regel deutlicher sichtbar als bei einer direkten Umsetzung in Graustufen oder einer  $2\frac{1}{2}$ D-Darstellung.

# 5.3 Detektion und Klassifikation von Defekten

Die bisher beschriebene Auswertung der Abbildungsfunktion erlaubt die quantitative Erfassung selbst geringer Schwankungen des Oberflächengradienten. Oberflächendefekte wie beispielsweise Kratzer, die eine lokale Änderung der BRDF verursachen, werden jedoch nicht erfasst. Auch Defekte mit geringer lateraler Ausdehnung und ausgeprägter Krümmung, wie Blasen und Einschlüsse in lackierten Oberflächen, sind abhängig von der Reflektanz der Oberfläche und der Fokussierung der Kamera schwierig zu detektieren (s. Kapitel 2.1, 2.3.3 und 2.3.4). In diesem Kapitel wird daher ein deflektometrisches Verfahren beschrieben, das sich speziell für die Erkennung solcher Defekte eignet. Dazu wird eine Bildserie der Oberfläche bestehend aus Bildern  $d_{i,m}^B(\mathbf{u})$ ,  $m = 0 \dots M - 1$ , unter Verwendung der Streifenmuster

$$p_{i,m}^B(\mathbf{l}') = \frac{1}{2} \left[ \text{sgn} \left( \cos \left( n_{\rm P} \cdot \frac{2\pi l_i'}{l_{i,\max}'} - \frac{2\pi m}{M} \right) \right) + 1 \right] , \qquad (5.7)$$

aufgenommen. Wenn man den Lauf der Bildintensitäten an einem Ort u in Abhängigkeit des Bildindex m analysiert, erhält man charakteristische Signalmuster für defekte sowie für intakte Oberflächenbereiche. Eine starke Krümmung in einem Bereich der Oberfläche ist gleich bedeutend mit einer geringen Brennweite. Das Licht, das von solchen Bereichen in die Kamera reflektiert wird, bildet einen großen Bereich des umliegenden Raums — und somit des Schirms — auf den Kamerasensor ab. Dieser Weitwinkeleffekt in Verbindung mit der Tiefpass-Eigenschaft des optischen Systems der Kamera sorgt dafür, das im Kamerabild an diesen Stellen der mittlere Farb- bzw. Grauwert, der sich aus dem Licht des umliegenden Raumes ergibt, aufgenommen wird.

Im Gegensatz dazu zeigen Teile des Kamerabildes, die von defektfreien Bereichen der Oberfläche reflektiert wurden, idealerweise ein scharfes Abbild des Musters auf dem Schirm. Die lokale Vergrößerung, die auf Grund der Krümmung der zu untersuchenden Oberfläche entsteht, muss für ein scharfes und kontrastreiches Bild in defektfreien Regionen unter Umständen durch eine Adaption des dargestellten Musters bzw. der Form des Schirms kompensiert werden (s. Kapitel 3.4).

Werden nacheinander phasenverschobene Muster  $p_{i,m}^B(\mathbf{l}')$  auf dem Schirm dargestellt, ergeben sich ausgeprägte Helligkeitsänderungen in Bereichen der aufgenommenen Bilder, welche mit fehlerfreien Oberflächenbereichen korrespondieren. In Bildbereichen, die mit defekten Oberflächenregionen korrespondieren, ändert sich die Helligkeit dagegen nur wenig. Diese Bereiche zeigen einen nahezu konstanten Grauwert. Das bedeutet, dass der Kontrast bzw. die Spannweite an einem Punkt u in der Dimension, die vom Index m der Musterserie aufgespannt wird ("Beleuchtungsraum"), hoch für fehlerfreie und niedrig für defekte Oberflächenregionen ist. Ein geeignetes Kontrastmaß kann entsprechend folgendermaßen definiert werden:

$$m_{i,c}(\mathbf{u}) = \max\{d_{i,m}^B(\mathbf{u})\} - \min\{d_{i,m}^B(\mathbf{u})\}$$
 mit  $m = 0, \dots, M-1$ . (5.8)

Ahnlich der Erzeugung von Masken zum Ausblenden von Phasenrauschen (s. Kapitel 4.2.3) kann die Kontrastbestimmung im Beleuchtungsraum auch mit einer Betragsdemodulation beschrieben werden. Dazu werden an Stelle des Streifenmusters aus Gl. 5.7 phasenverschobenen Sinusmuster verwendet. Die von der Kamera aufgenommenen Rohdaten  $d_{i,m}^{S}(\mathbf{u})$  sind damit identisch zu denen, die bei den Phasenschiebeverfahren (s. Kapitel 4.2.2) verwendet werden. Statt der Phasen- wird jedoch die Betragsinformation decodiert:

$$m_{i,d}(\mathbf{u}) = \sqrt{\left(\sum_{m=0}^{M-1} d_{i,m}^{S}(\mathbf{u}) \sin(2\pi m/M)\right)^{2} + \left(\sum_{m=0}^{M-1} d_{i,m}^{S}(\mathbf{u}) \cos(2\pi m/M)\right)^{2}}$$
(5.9)

wobei M die Anzahl der verwendeten Muster ist. Das Bild  $m_{i,d}(\mathbf{u})$  enthält, ähnlich dem Kontrastbild  $m_{i,c}(\mathbf{u})$ , hohe Werte in Bereichen, in denen die Modulation, d. h. der Wechsel zwischen Hell und Dunkel beim Verschieben der Phase, ausgeprägt ist, und niedrige Werte, wenn der Helligkeitswert nahezu konstant geblieben ist. Ein Unterschied zwischen den Ergebnissen  $m_{i,c}(\mathbf{u})$  bzw.  $m_{i,d}(\mathbf{u})$  war bei der Untersuchung von lackierten Karosserieteilen und verchromten bzw. verspiegelten Oberflächen nicht messbar. Auf Grund der einfacheren Berechnung wird im Folgenden das Kontrastmaß  $m_{i,c}(\mathbf{u})$  verwendet.

Der dem Verfahren zu Grunde liegende Messeffekt, ein Kontrastmaß im Beleuchtungsraum, hängt neben der Krümmung der Oberfläche von der Fokussierung der Kamera ab. Der Kontrast ist in Bildbereichen maximal, in denen das an der Oberfläche reflektierte Muster scharf abgebildet wird. Er nimmt nichtlinear ab, je größer die Entfernung zwischen Schärfeebene der Kamera und Muster ist. Gekrümmte Oberflächenbereiche verändern lokal die Brennweite der Kamera und lassen sich so von flachen Bereichen unterscheiden. Mit dem Kontrast im Beleuchtungsraum wird also die lokale Defokussierung, verursacht von gekrümmten Oberflächenbereichen, gemessen. Mit abnehmender Schärfentiefe der Kamera steigt folglich die Empfindlichkeit des Verfahrens, wobei die Empfindlichkeit mit zunehmendem Abstand von der Schärfeebene sinkt. Für eine maximale Empfindlichkeit muss die Blendenzahl der Kamera minimal sein.

Zur Illustration des Verfahrens zeigt Abb. 5.4 für den Bereich einer Autotür ein unverarbeitetes Streifenmuster  $d_{1,0}^{S}(\mathbf{u})$  (a), die  $l'_{1}(\mathbf{u})$ -Komponente der Abbil-

(b) Blasen Einzüge (c) (d)

dungsfunktion (b) sowie zwei Kontrastbilder  $m_{1,c}(\mathbf{u})$ , die mit zwei unterschiedlichen Fokussierungen der Kamera aufgenommen wurden (c und d).

**Abbildung 5.4**: Bereich einer Autotür: Unverarbeitetes Streifenmuster  $d_{1,0}^S(\mathbf{u})$ (a), die  $l'_1(\mathbf{u})$ -Komponente der Abbildungsfunktion (b) sowie zwei Kontrastbilder  $m_{1,c}(\mathbf{u})$ , die mit zwei unterschiedlichen Fokussierungen der Kamera aufgenommen wurden (c und d).

In Abb. 5.4c wurde die Kamera auf die Tür fokussiert. Die laterale Auflösung ist in dieser Einstellung maximal, so dass Blasen und Einschlüsse in der Lackierung aufgelöst werden können. Das reflektierte Muster wird bei dieser Einstellung unscharf abgebildet. Im Gegensatz dazu wurde die Kamera für die Messung in Abb. 5.4d auf das Muster fokussiert. Die laterale Auflösung sinkt zu Gunsten der Empfindlichkeit, so dass Defekte mit geringer lateraler Ausdehnung nicht mehr aufgelöst werden, feine Änderungen der Krümmung mit größerer lateraler Ausdehnung (z. B. Einzüge) jedoch sichtbar werden. Die Tiefe der Einzüge auf der in der Abbildung gezeigten Tür beträgt dabei ca.  $6\mu m^1$  im unteren Bereich bis zu  $15\mu m^1$  direkt unterhalb der Kante.

Zur Segmentierung Einschlüssen wurde ein von Blasen und in [Beyerer und León 1997] beschriebenes Verfahren verwendet. Das Verfahren wird nachfolgend kurz erläutert und ist in Abb. 5.5 illustriert. Zunächst wird eine Bandpass-Filterung des Kontrastbildes  $m_{i,c}(\mathbf{u})$  (Abb. 5.5a) mit einem Laplacianof-Gaussian-Filter (LoG) durchgeführt (Abb. 5.5b) [Marr und Hildreth 1980]. Die LoG-Filterung erzeugt Nulldurchgänge an Stellen, in denen das ursprüngliche Bild Kanten aufweist (Abb. 5.5c). Der Bandpass-Charakter dieses Filters bewirkt darüber hinaus, dass hochfrequentes Rauschen und niederfrequente Helligkeitsschwankungen, die auf Grund der oben beschriebenen Fokussierungsabhängigkeit des Kontrastbildes  $m_{i,c}(\mathbf{u})$  auftreten können, eliminiert werden. Zur Unterdrückung von Kanten, die nicht mit den Rändern von Defekten korrespondieren, werden alle Konturen mit ihrer mittleren Nulldurchgangssteigung gewichtet (Abb. 5.5d) und mit einem Schwellwert verglichen (Abb. 5.5e). Abschließend werden die segmentierten Defekte an Hand des Produkts aus ihrer Fläche und ihrer Wertesumme einer der drei Klassen "tolerierbarer Defekt" (0), "reparierbarer Defekt" (1) oder "nicht behebbarer Defekt" (3) zugeordnet (Abb. 5.5f).

Mit dem beschriebenen Verfahren wurden Bereiche auf mehreren Autotüren ausgewertet. Die Ergebnisse der Klassifikation stimmen gut mit einer Expertenbewertung überein.

# 5.4 Relative Gradientenmessung

Sind Blasen und Einschlüsse auf Grund ihres großen Krümmungsunterschieds zu intakten Oberflächenbereichen noch verhältnismäßig einfach zu detektieren, so ist die Erkennung von Strakfehlern und Einzügen auf gekrümmten Flächen aufwändiger. Diese Art von Defekten zeichnet sich durch eine laterale Ausdehnung im Bereich weniger Millimeter bis zu einigen Zentimetern und einer Tiefe im Bereich von 1 bis  $200\mu m$  aus.

Eine einfache und in der Industrie weit verbreitete Methode ist es, ein Werkstück mit einem Referenzteil zu vergleichen. Dies erfordert jedoch die exakte Ausrich-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Angabe des Herstellers.



**Abbildung 5.5**: Detektion von Blasen und Einschlüssen auf lackierten Oberflächen: Kontrastbild  $m_{1,c}(\mathbf{u})$  (a), Ergebnis der LoG-Filterung des Kontrastbildes (b), Bild mit Nulldurchgangssteigung (c), mittlere Nulldurchgangssteigung (d), Ergebnis der Schwellwert-Klassifikation (e) und Überlagerung aus a und e mit Ergebnis der Defektklassifikation (f; Klassen 0, 1 und 3).

tung des zu untersuchenden Werkstücks zum Referenzobjekt. Da die exakte Positionierung eines Objekts in der Praxis zu aufwändig ist, werden die gewonnenen Daten im Rechner ausgerichtet. Dazu werden zunächst Merkmale aus den Objektdaten extrahiert, die eine schnelle und exakte Ausrichtung der vollständigen Datensätze erlauben.

## 5.4.1 Merkmalsgewinnung

Bei einer deflektometrischen Messung beobachtet die Kamera das Spiegelbild der Umgebung und nicht das Objekt selbst. Die zur Ausrichtung sonst häufig verwendeten Texturmerkmale sind daher kaum vorhanden. Texturunabhängige, translations- und rotationsinvariante Merkmale sind hingegen die lokalen Normalkrümmungen  $\kappa_1$  und  $\kappa_2$  der Oberfläche entlang der Hauptkrümmungsrichtungen (s. Kapitel 3.2 und 5.1).

Für den Vergleich mit Referenzdaten eignen sich besonders Bereiche mit ausgeprägter Krümmung, da solche Bereiche sicherer zugeordnet werden können. Für ebene ( $\kappa_1 = \kappa_2 = 0$ ) Bereiche kann keine eindeutige Zuordnung zum entsprechenden Bereich des Referenzdatensatzes getroffen werden. Daher werden nur solche Bereiche zum Ausrichten herangezogen, deren kleinerer Krümmungswert größer als eine Schwelle  $s_1$  ist und deren Hauptkrümmungsverhältnis in einem Bereich  $s_2 < \frac{\kappa_1}{\kappa_2} < s_3$  liegt. Letztere Bedingung stellt sicher, dass nur Bereiche mit einer eindeutigen Krümmungsrichtung verwendet werden, aber über den Schwellwert  $s_3$  scharfe Objektkanten ausgeschlossen werden können. Dies kann je nach Anwendung sinnvoll sein, wenn Objektkanten mit geringerer Güte (z. B. Falzen) als die übrige Oberfläche gefertigt wurden.

### 5.4.2 Bestimmung von Punktkorrespondenzen

Grundlage für das Ausrichten der Objektdaten an Referenzdaten sind Punktkorrespondenzen, d. h. Punktpaare im Objektbild und im Referenzbild, welche dieselbe Oberflächenposition identifizieren. Punktpaare werden an Hand der im vorangegangen Kapitel beschriebenen Merkmale mit einem Shape-Context-Matching-Algorithmus (SCM-Algorithmus) bestimmt. Der SCM-Algorithmus ist robuster gegen Störungen wie Scheinkanten als beispielsweise ein Block-Matching-Algorithmus, da er nicht nur die lokale Nachbarschaft eines Merkmalspunktes auswertet. Scheinkanten enstehen, wenn der Messbereich das zu untersuchende Objekt nicht vollständig abdeckt. Die Grenzen des reflektierten Musters erzeugen dann virtuelle Kanten (Scheinkanten) in den aufgenommenen Kamerabildern. Der Matching-Algorithmus wird nachfolgend genauer beschrieben.

#### 5.4.2.1 Shape-Context-Matching

Shape-Context-Matching wurde ursprünglich für die Form- bzw. Mustererkennung entwickelt [Belongie und Malik 2000]. Es beruht auf der Annahme, dass die Form eines Objekts durch dessen innere und äußere Konturen hinreichend beschrieben werden kann. Zum Zweck der Formbeschreibung werden daher alle Vektoren, die von einem Punkt P<sub>1</sub> auf der Kontur eines Objekts zu allen übrigen Punkten auf der Kontur zeigen, betrachtet. Diese Vektoren beschreiben die Punktverteilung der gesamten Kontur relativ zu dem ausgewählten Referenzpunkt. Die Punkte, die mit diesen Ortsvektoren korrespondieren, werden in der Regel mit einem Kantendetektor (Sobel, Canny) bestimmt und ergeben eine Punktmenge  $\mathcal{B} = \{\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n\}, \mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^2$  bestehend aus *n* Punkten. Dabei werden nicht alle Konturpunkte verwendet, sondern nur eine Untermenge, die üblicherweise durch eine äquidistante Unterabtastung der Objektkanten erhalten werden kann. Die Menge  $\mathcal{B}$  muss dabei nicht notwendigerweise aus markanten Konturpunkten wie z. B. Punkten an Krümmungsmaxima oder Wendepunkten bestehen. Eine Erhöhung der Punktzahl n muss jedoch entsprechend dem Prinzip der Formerhaltung (s. [Farin 1997]) zu einer besseren Approximation der abgetasteten Form führen. Da die Punkte zufällig und unabhängig von der zu Grunde liegenden Form ausgewählt werden, wird die Form des Objekts durch die Abtastung verrauscht. Dieses Rauschen kann verringert werden, indem die abgetastete Kontur vor dem eigentlichen Matching mit einem parametrischen Kurvenmodell (z. B. B-Splines) interpoliert wird [Thayananthan u. a. 2003].

Der Shape-Context-Deskriptor beschreibt die grobe Punktverteilung einer Kontur bezüglich eines gegebenen Referenzpunktes auf derselben Kontur. Die Verteilung der relativen Punktpositionen ergibt einen robusten, kompakten und selektiven Merkmalsvektor für einen Konturpunkt. Zur Bestimmung dieses Merkmalsvektors werden die Vektoren mit den relativen Punktpositionen in diskreten Bereichen zusammengefasst (s. Abb. 5.6c). Für einen Punkt P<sub>i</sub> der Kontur wird das grobe zweidimensionale Histogramm der relativen Koordinaten der übrigen n-1 Konturpunkte P<sub>i</sub>

$$h_i(k) = |\{j \neq i : (\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i) \in bin(k)\}|,$$
(5.10)

berechnet. Dieses Histogramm ist der Shape-Context-Deskriptor. Damit der Deskriptor empfindlicher gegenüber zum Referenzpunkt nahe gelegenen Punkten ist, wird das Histogramm in einem logarithmischen Polarkoordinatensystem bestimmt (s. Abb. 5.6).

Eine Möglichkeit, Korrespondenzen zwischen zwei Konturpunkten  $\mathbf{p}_{1,i}$  und  $\mathbf{p}_{2,i}$ 

auf verschiedenen Formen zu bestimmen, besteht darin, die Distanz

$$C_{ij} = C(\mathbf{p}_{1,i}, \mathbf{p}_{2,i}) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{K} \frac{(h_{1,i}(k) - h_{2,j}(k))^2}{h_{1,i}(k) + h_{2,j}(k)}$$
(5.11)

zwischen den Shape-Context-Deskriptoren  $h_{1,i}(k)$  und  $h_{2,j}(k)$  dieser Punkte zu minimieren [Belongie und Malik 2000]. Eine Punktkorrespondenz wurde gefunden, wenn die Distanzen  $C_{ij}$  für alle  $\mathbf{p}_{1,i} \in \mathcal{B}$  auf der ersten Kontur minimal werden.



**Abbildung 5.6**: Berechnung des Shape-Context-Deskriptors für einen Konturpunkt: binäres Kantenbild (a); unterabgetastete Kontur mit überlagertem logarithmischen Polarkoordinatensystem (b); zweidimensionales Histogramm von (b) im logarithmischen Polarkoordinatensystem (c); zweidimensionales Histogramm in Matrixform (Shape-Context-Deskriptor) (d).

Bei der Verwendung des Shape-Context-Matching werden im Gegensatz zum Block-Matching globale Formeigenschaften zur Charakterisierung eines Punktes miteinbezogen. Ein weiterer Unterschied besteht darin, dass nicht die Intensitätswerte der zu vergleichenden Bilder, sondern deren örtliche Verteilung verwendet wird. Dadurch wird das Shape-Context-Matching robuster gegenüber Störungen, die beispielsweise auf Grund unterschiedlicher Beleuchtung oder Verdeckungen entstehen. Andererseits müssen die Objektkonturen zunächst aus den Bildern extrahiert werden. Die Kantenextraktion kann jedoch abhängig vom verwendeten Kantendetektor — ähnlich wie das Block-Matching— anfällig gegenüber Helligkeitsschwankungen sein. Der Gewinn an Robustheit durch die Verwendung des Shape-Context-Matching ist daher stark abhängig von den verwendeten Bilddaten, erwies sich aber bei der Korrespondenzsuche für deflektometrische Daten als geeignet, da hier vorwiegend einfache und gut bestimmbare Konturen vorliegen (s. Abb. 5.6a).

## 5.4.3 Ausrichtung

In Kapitel 5.4.2.1 wurde ein Verfahren zur Bestimmung von Punktkorrespondenzen beschrieben, an Hand derer eine Ausrichtung der Objektdaten an einem Referenzdatensatz erfolgen soll. Das Ausrichten an den Daten einer Referenz stellt sicher, dass bei der Berechnung von Abweichungen zwischen Objekt und Referenz nur korrespondierende Oberflächenbereiche miteinander verrechnet werden. Ansonsten würde auch jede gewollte Oberflächenkrümmung zu Fehlern beitragen. Für diese Ausrichtung ist es notwendig, aus den einzelnen Punktkorrespondenzen eine für das gesamte Objekt einheitliche Abbildung zu bestimmen, welche die Bewegung des Objekts relativ zum Referenzdatensatz beschreibt. Da die Abbildungsfunktion  $l(\mathbf{u})$  keine eindeutige Zuordnung zu Punkten im Raum zulässt (s. Abschnitt 2.3), können die deflektometrisch bestimmten Daten nicht ohne zusätzlichen Messaufwand in dreidimensionale Koordinaten umgerechnet werden. Aus diesem Grund erfolgt die Ausrichtung mit Hilfe einer zweidimensionalen affinen Abbildung:

$$\hat{\mathbf{u}}_{m,\text{obj}} = \begin{pmatrix} \hat{u}_{m,\text{obj},1} \\ \hat{u}_{m,\text{obj},2} \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{u}_{m,\text{ref}}$$

$$\begin{pmatrix} a_1 \ a_2 \ a_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{m,\text{ref},1} \end{pmatrix}$$
(5.12)

$$= \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{m, \text{ref}, 1} \\ u_{m, \text{ref}, 2} \\ 1 \end{pmatrix} ; \ m = 1 \dots M ,$$
 (5.13)

mit M : Zahl der gefundenen Korrespondenzen.

Für die Bestimmung der sechs Parameter  $a_1 \dots a_6$  werden mindestens drei der typischerweise 500-20000 Punktkorrespondenzen benötigt. Drei Punktpaare sind ausreichend, wenn die Korrespondenzen ideal sind, d. h. den einander zugeordneten Koordinaten kein Rauschen (z. B. Diskretisierungsrauschen) überlagert ist und keine Fehlzuordnungen auftreten. Wäre den Punktkorrespondenzen einzig ein mittelwertfreies, normalverteiltes Rauschen überlagert, könnten die Parameter der affinen Abbildung mit einem Least-Square-Verfahren bestimmt werden. Bei realen Messungen werden jedoch viele Punkte falsch zugeordnet. Es handelt sich hierbei um Fehler, die beispielsweise durch unterschiedliche Beleuchtung oder periodische Muster erzeugt werden. Auf diese Weise entstehen Ausreißer, die nicht der erwarteten Fehlerverteilung entsprechen und Verfahren zur robusten Parameterschätzung erfordern [Cook und Weisberg 1980, Zhang 1996, Armangué u. a. 2001].

#### 5.4.4 Robuste Parameterschätzung (LMedS)

Wird ein Least-Square-Verfahren zur Parameterschätzung verwendet, reicht ein einziger falscher Datenpunkt (Ausreißer) in der gesamten Datenmenge unter Umständen aus, um das Ergebnis der Schätzung unbrauchbar werden zu lassen. Ein Schätzverfahren, das weitgehend robust gegenüber Ausreißern in den Daten reagiert, ist das Least-Median-of-Squares-Verfahren (LMedS). Der LMedS-Schätzer ist dem RANSAC-Schätzer (Random Sample Consensus) sowohl im Ansatz als auch in der Implementierung sehr ähnlich [Torr 1995]. Beide Verfahren basieren auf einer Suche im Raum der möglichen Schätzungen, welcher wiederum so groß ist, dass nur eine zufällig ausgewählte Untermenge der Daten analysiert werden kann. Der RANSAC-Schätzer maximiert die Größe einer Untermenge der vorhandenen Daten, welche mit dem geschätzten Ergebnis "konsistent" ist [Fischler und Bolles 1981]. Die Konsistenzprüfung beinhaltet eine Modellierung des Fehlers, den die Daten enthalten können, wenn keine Ausreißer auftreten. Wird dieser Fehler beispielsweise als normalverteilt angenommen, sind alle Datenpunkte konsistent mit dem Schätzergebnis, wenn sie innerhalb eines empirisch festgelegten Vielfachen der modellierten Standardabweichung liegen. Problematisch dabei ist die Bestimmung des Mittelwerts und der Standardabweichung der ausreißerfreien Daten, da die Ausreißer nicht bekannt sind. Das LMedS-Verfahren benötigt dagegen prinzipiell keine Fehlermodellierung, so lange die Anzahl der Ausreißer unter 50% liegt [Torr und Murray 1997]. Der LMedS-Schätzer kann in Anwesenheit von Gaußschem Rauschen instabil werden, was aber bei dem hier vorliegendem Problem der Schätzung einer affinen Abbildung nicht beobachtet werden konnte [Shertzer und Prager 2002].

Für eine robuste Schätzung der affinen Abbildungsparameter mit dem LMedS-Schätzer werden N-mal zufällig drei Korrespondenzen ausgewählt, aus denen die Parameter mit einem Least-Square-Ansatz bestimmt werden. Für jede der NSchätzungen der Matrix **A** wird der Medianwert der quadrierten Abstände von vorausgesagten und gemessenen Korrespondenzpunkten berechnet:

$$e_n = \operatorname{med} \left( (\mathbf{A}_n \cdot \mathbf{u}_{m, \operatorname{ref}} - \mathbf{u}_{m, \operatorname{obj}})^2 \right) \quad \operatorname{mit} \quad m = 1 \dots M \; ; \; n = 1 \dots N \; .$$

Die Matrix  $\mathbf{A}_n^*$  mit dem geringsten  $e_n$  wird als bester Schätzwert der Matrix  $\mathbf{A}$ angesehen. Eine weitere Verbesserung des Schätzergebnisses lässt sich durch eine Iteration des Verfahrens unter Ausschluss fehlerhafter Punktkorrespondenzen erzielen [Rousseeuw und Leroy 1987]. Dazu wird jeder an der Schätzung einer Matrix  $\mathbf{A}_n$  beteiligten Punktkorrespondenz der Fehler  $e_n$  zugeordnet. Jede Punktkorrespondenz wird N-mal für unterschiedliche Schätzungen der Abbildungsmatrix verwendet, wobei die bei jeder Schätzung auftretenden Fehler  $e_n$  akkumuliert werden. Nach den ersten N Iterationen werden alle Punktkorrespondenzen nach ihrem akkumulierten Fehler sortiert und die schlechtere Hälfte verworfen. Mit den übrigen Korrespondenzen wird das Verfahren wiederholt. Die Anzahl der minimal erforderlichen Stichproben N lässt sich dabei folgendermaßen abschätzen: Eine Stichprobe ist "gut", wenn sie aus p richtigen Korrespondenzen besteht. Angenommen, die gesamte Menge an Korrespondenzen enthält einen Anteil von  $\varepsilon$ Ausreißern, dann beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine von N Untermengen ein gutes Ergebnis liefert

$$P = 1 - [1 - (1 - \varepsilon)^p]^N .$$
(5.14)

Für ein gutes Ergebnis muss die Wahrscheinlichkeit P nahe eins sein; N kann für gegebene Werte von p und  $\varepsilon$  zu

$$N = \frac{\log(1-P)}{\log[1-(1-\varepsilon)^{p}]}$$
(5.15)

bestimmt werden. Da der Anteil an Ausreißern für das gegebene Problem stark schwankt, wurde N empirisch auf 1000 festgelegt.

Eine weitere Fehlerquelle ergibt sich aus der Art der Datenauswahl der jeweiligen Stichproben. Werden Punkte rein zufällig ausgewählt, können die Punkte einer Stichprobe örtlich sehr nahe nebeneinander liegen, was zu einer Schätzung führen kann, die nicht den gesamten Datensatz repräsentiert und folglich ein ungenaues Ergebnis liefert. Um eine höhere Stabilität und damit Leistungsfähigkeit zu erzielen, wird ein reguläres Zufallsverfahren zur Auswahl der Punkte angewendet, das auf einem Verfahren beruht, bei dem die Punktkorrespondenzen rechteckigen Regionen zugeordnet werden. Dazu wird das Bild in  $N_R$  gleich große Regionen unterteilt. Zu jeder Region gehört eine bestimmte Punktmenge und indirekt eine Menge von geeigneten Punkten aus der Korrespondenzfindung. Alle Regionen, in denen sich keine Punkte befinden, werden ausgeschlossen. Zur Auswahl von drei Punktkorrespondenzen werden zufällig drei verschiedene Regionen ausgewählt und jeder Region eine Korrespondenz entnommen. Um eine Auswahl der Datenpunkte mit annähernd gleich bleibender Wahrscheinlichkeit zu sichern, müssen Regionen, die viele Punkte enthalten, häufiger ausgewählt werden als Regionen mit wenigen. Dazu wird das Intervall [0 1] in  $N_R$  Abschnitte eingeteilt, wobei die Größe dieser Abschnitte proportional zur Zahl der in der korrespondierenden Regionen enthaltenen Punkte ist. Punkte können jetzt mit einem Zufallsgenerator, der gleichverteilte Werte im Intervall [0 1] erzeugt, ausgewählt werden.

## 5.4.5 Ergebnisse

Die Abbildungsmatrix, die wie im vorangegangen Kapitel beschrieben geschätzt wurde, wird abschließend auf das Referenzbild angewendet, so dass äquivalente Oberflächenbereiche in Objekt- und Referenzbild übereinander zu liegen kommen und die Abweichung zwischen beiden Teilen durch einfache Differenzbildung berechnet werden kann. Die leicht unterschiedliche Orientierung von Messobjekt und Referenzobjekt führt jedoch dazu, dass die gemessenen Neigungswerte für das gesamte Objekt eine nahezu konstante Differenz zur Referenz aufweisen. Aus diesem Grund wird das Differenzbild vor der abschließenden Bewertung Hochpass gefiltert.

pass gefiltert. Das beschriebene Verfahren wurde auf verschiedene Bereiche zweier Autotüren angewandt. Dargestellt in Bild 5.7 und Bild 5.8 sind die jeweiligen  $l_1$ -Komponenten der Abbildungsfunktion, die entsprechend dem Verfahren aus Kapitel 5.2 aufbereitet wurden, sowie die ausgerichteten und gefilterten Differenzbilder. In Bild 5.7 ist ein Defekt auf der Einfassung des Fensters einer Autotür zu sehen. Der Defekt besitzt eine Tiefe von ca.  $30\mu m^1$  und hätte zum Ausschluss der Tür geführt.

Bild 5.8 zeigt das Ergebnis der Untersuchung des Mittelteils einer Autotür. Die drei markierten Bereiche zeigen Defekte in verschiedener Ausprägung. Während der Einzug unterhalb der Griffmulde (Bereich 1) nachgebessert werden kann, sind die Defekte in der Nähe des Außenspiegels (Bereich 2) und an der Kante zur Zierleiste (Bereich 3) schwer wiegender. Die vom Hersteller angegebenen Tiefenwerte der Defekte auf der zu prüfenden Tür betragen für die drei Bereiche ca.  $10\mu m^1$ ,

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Angabe des Herstellers.



**Abbildung 5.7**: Defekt auf der Fenstereinfassung einer Autotür: Referenztür (a), zu prüfende Tür (b) und gefiltertes Differenzbild (c).

 $20\mu m^1$  und  $15-45\mu m^1$ . Der Einschnitt unterhalb der Bereiche 1 und 2 entspricht einer gewollten Designkante der Tür. In diesem Bereich sind die Werte besonders niedrig, da diese Kante zum einen besonders exakt gefertigt wird und zum anderen die Normierung auf die lokale Krümmung diesen Bereich besonders niedrig gewichtet.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Angabe des Herstellers.



**Abbildung 5.8**: Mittelteil einer Autotür mit 3 markierten Defektbereichen: Referenztür (a), zu prüfende Tür (b) und gefiltertes Differenzbild (c).

# 5.5 Rekonstruktion der Topographie

Mit den bisher beschriebenen deflektometrischen Verfahren ist es möglich, den Gradienten oder die Krümmung einer Oberfläche zu bestimmen. Eine direkte Messung topographischer Daten, wie beispielsweise die Tiefe von Defekten, ist damit jedoch nicht möglich. Durch eine Integration lässt sich diese Information aber aus den deflektometrischen Daten gewinnen.

Das Grundproblem der Topographie-Rekonstruktion besteht darin, den Abstand

 $\sigma$  entlang des Sichtstrahls s zwischen optischem Zentrum der Kamera und einem Oberflächenpunkt P an Hand der Werte der Abbildungsfunktion für jeden Punkt auf dem Kamerasensor zu bestimmen. Erweitert man Abb. 2.7 um eine Verlängerung des Sichtstrahls s, wird das Rekonstruktionsproblem deutlich (s. Abb. 5.9).



**Abbildung 5.9**: Für jeden Sichtstrahls s existiert eine unendliche Zahl an Kombinationen von Abstand  $\sigma$  und Normalenvektor n (zwei sind beispielhaft dargestellt).

Für jeden Sichtstrahls s lässt sich bei beliebig vorgegebenem Abstand  $\sigma$  ein Normalenvektor n finden, so dass der Punkt L auf den Punkt U abgebildet wird. Der Zusammenhang zwischen L, P und U ist dabei durch die Dreiecksgleichung 2.9 gegeben. In dieser Gleichung sind die Komponenten des Vektors r sowie die Längen  $\rho$  und  $\sigma$  unbekannt. Die Komponenten des Vektors l ergeben sich aus einer Systemkalibrierung. Eine Systemkalibrierung kann beispielsweise mit der in [Knauer u. a. 2002] beschriebenen Methode erfolgen. Zerlegt man die vektorwertige Dreiecksgleichung in drei skalare Gleichungen, ergibt sich zusammen mit der Bedingung  $||\mathbf{r}|| = 1$  ein nichtlineares Gleichungssystem mit vier Gleichungen und fünf unbekannten Parametern. Werden alle Oberflächenpunkte getrennt betrachtet, ist die Topographie nicht rekonstruierbar. Erfüllt die zu rekonstruierende Oberfläche jedoch eine Glattheitsbedingung, können Näherungslösungen zur Bestimmung der Oberflächenform bestimmt werden.

## 5.5.1 Frankot-Chellappa-Algorithmus

Der Frankot-Chellappa-Algorithmus dient zur robusten Integration eines zweidimensionalen Gradientenfeldes. Um den Algorithmus anwenden zu können, müssen die folgenden Voraussetzungen erfüllt sein: Die Oberfläche ist  $C^2$ stetig und wird mit einer Parallelprojektion auf den Kamerasensor abgebildet, so dass sich die Oberfläche als Tiefenbild in expliziter Form, d. h.  $p_3(\mathbf{u}) = p_3(p_1(\mathbf{u}), p_2(\mathbf{u})) = p_3(u_1, u_2)$ , darstellen lässt. Für den Gradienten gilt in diesem Fall:

$$\nabla p_3(\mathbf{u}) = (p(\mathbf{u}), q(\mathbf{u}))^{\mathrm{T}} = \left(\frac{\partial p_3(\mathbf{u})}{\partial u_1}, \frac{\partial p_3(\mathbf{u})}{\partial u_2}\right)^{\mathrm{T}}$$
(5.16)

Nach dem Satz von Frankot und Chellappa ergibt sich das gesuchte Tiefenbild

$$\mathbf{g}_{\mathrm{T}}(\mathbf{u}) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ -j \frac{f_1 \cdot \hat{P}(f_1, f_2) + f_2 \cdot \hat{Q}(f_1, f_2)}{f_1^2 + f_2^2} \right\}$$
(5.17)

mit  $f_1, f_2$  : Ortsfrequenzen

aus den Fourier-Transformierten  $\hat{P}(f_1, f_2)$  und  $\hat{Q}(f_1, f_2)$  der geschätzten partiellen Ableitungen [Klette u. a. 1996]. Der Algorithmus ist eine Erweiterung der spektralen Integration auf zwei Dimensionen, was ihn robust gegenüber Rauschen in den Gradientendaten macht. Nachteilig ist jedoch, dass sich die Werte der Abbildungsfunktion nur in Sonderfällen (s. Kapitel 5.1) ohne weitere Messungen in ein Gradientenfeld umrechnen lassen.

### 5.5.2 Propagationsverfahren

Stehen neben den deflektometrischen Messwerten zusätzliche Informationen über die Abstände einzelner Oberflächenpunkte zum optischen Zentrum der Kamera zur Verfügung, lässt sich für ein kalibriertes System das nachfolgende Näherungsverfahren zur Rekonstruktion stetiger Oberflächen anwenden. Im Gegensatz zum Frankot-Chellappa-Algorithmus sind die Werte der Abbildungsfunktion ausreichend für eine Rekonstruktion mit dem hier beschriebenen Verfahren. Ist für einen Oberflächenpunkt  $\mathbf{p}_0 = \sigma_0 \mathbf{s}_0$  der Abstand  $\sigma_0$  zum optischen Zentrum der Kamera gegeben, ergibt sich der Normalenvektors  $\mathbf{n}_0$  für diesen Punkt aus Gleichung 5.2. Ein Schätzwert für den Abstand  $\sigma_1$  eines von der Kamera benachbart gesehenen Punktes  $\mathbf{p}_1 = \sigma_1 \mathbf{s}_1$  ergibt sich dann aus der Schnittpunktberechnung der Tangentialebene  $\mathbf{n}_0 \cdot (\mathbf{x} - \sigma_0 \mathbf{s}_0) = 0$  im Punkt  $\mathbf{p}_0$  mit dem Sichtstrahl  $\mathbf{s}_1$ :

$$\sigma_1 \approx \sigma_0 \frac{\mathbf{n}_0 \mathbf{s}_0}{\mathbf{n}_0 \mathbf{s}_1} \ . \tag{5.18}$$

Mit dem neu bestimmten Abstand lässt sich die Berechnung für einen weiteren benachbarten Punkt wiederholen. Für die Rekonstruktion aller Punkte kann, ähnlich der Phasenentfaltung (s. Kapitel 4.2.4.1), ein Floodfill-Algorithmus verwendet werden. Als Gütemaß für die Sortierung der Nachbarschaft wird dabei die quadrierte Differenz zwischen dem Abstand  $\sigma_i$  des jeweiligen Punkts der Nachbarschaft und dem Abstand  $\sigma_0$  des zentralen Punkts verwendet. Dabei werden benachbarte Punkte mit ähnlichem Abstand zum optischen Zentrum der Kamera wie der zentrale Punkt bevorzugt.

## 5.5.3 Simulationsergebnis der Rekonstruktion

Die vorgestellten Methoden zur Topographie-Rekonstruktion wurden auf die simulierten Daten eines  $C^2$ -stetigen Bereichs einer Autotür angewendet. Abb 5.10a zeigt das Tiefenbild der Sollform des untersuchten Objekts. Für die Rekonstruktion mit dem Frankot-Chellappa-Algorithmus wurde von diesem Oberflächenbereich ein ideales Gradientenfeld und für das Propagationsverfahren eine ideale Abbildungsfunktion erzeugt.

Fehler in der Rekonstruktion mit dem Frankot-Chellappa-Algorithmus werden vor allem von den unstetigen Übergängen der Objektränder erzeugt (s. Abb. 5.10b). Auf Grund des globalen Charakters der von diesem Algorithmus verwendeten Fourier-Transformation verteilt sich der Fehler jedoch über die gesamte Oberfläche.

Wird der Propagationsalgorithmus zur Rekonstruktion verwendet, akkumuliert sich der Fehler ausgehend von der gewählten Startposition (s. Abb. 5.10c). Kanten in der ursprünglich  $C^2$ -stetigen Oberfläche führen zu einem sprunghaften Anstieg des Fehlers.



**Abbildung 5.10**: Simulationsergebnisse der Topographie-Rekonstruktion: Höhenbild eines Autotürbereiches (a), Ergebnis der Rekonstruktion mit dem Frankot-Chellappa-Algorithmus (b) und dem Propagationsverfahren (c).

## 5.6 Messaufbau

Ein deflektometrischer Messaufbau besteht, wie bereits in Kapitel 2.2 beschrieben, aus einer Kamera, der zu untersuchenden Oberfläche und einer strukturierten Lichtquelle. Neben der geometrischen Anordnung dieser drei Komponenten zueinander beeinflusst die Form der strukturierten Lichtquelle die Messergebnisse entscheidend (s. Kapitel 3.4). Ist die zu untersuchende Oberfläche stark gekrümmt, muss idealerweise Licht aus allen Richtungen auf der Oberfläche einfallen, um eine vollständige Inspektion des von der Kamera sichtbaren Bereichs zu ermöglichen (s. Abb. 5.11a).

Aus diesem Grund wird zur Oberflächenuntersuchung ein Aufbau entsprechend Bild 5.11b verwendet. Der Aufbau besteht aus einem sphärisch gewölbten Schirm mit einem Durchmesser von 1,5m. Ein Projektor, der mit einer speziellen Fischaugen-Optik ausgestattet ist, befindet sich im Brennpunkt des Schirms, um beliebige Muster auf den Schirm abzubilden. Die zu untersuchende Oberfläche wird entweder auf dem Tisch, in dem sich der Projektor befindet, platziert oder, wie in Abb. 5.11b dargestellt, mit einer Halterung oberhalb des Projektors in den Strahlengang integriert.



**Abbildung 5.11**: Stark gekrümmte spiegelnde Oberflächen bilden einen großen Winkelbereich des umliegenden Raumes ab (a); Aufbau zur deflektometrischen Untersuchung solcher Oberflächen (b); Prototyp eines HMD zur interaktiven visuellen Inspektion (c).

Selbst sonst sehr schwierig zu untersuchende Objekte, wie Linsen mit ausgeprägter Krümmung (s. Abb. 5.12a), lassen sich mit diesem Aufbau mit hoher Empfindlichkeit untersuchen.



**Abbildung 5.12**: Kunststofflinsen mit hoher Krümmung (a); Ergebnis der Betragsdemodulation, wie sie in Kapitel 5.3 beschrieben wird (b).

Ein Messergebnis, dass mit dem in Kapitel 5.3 beschriebenen Verfahren zur Defekterkennung bestimmt wurde, ist in Abb. 5.12b dargestellt. Im gezeigten Beispiel wurden Kratzer auf der rechten der beiden Linsen detektiert. Da sich das Defekterkennungsverfahren durch eine hohe Geschwindigkeit auszeichnet, sind

#### 5.6. Messaufbau

interaktive Inspektionsverfahren denkbar, bei denen der Arbeiter, der die Ausbesserung an der Oberfläche (z. B. Autokarosserie) vornimmt, durch eine verbesserte Visualisierung der Defekte unterstützt wird. Zu diesem Zweck wurde das oben beschriebene Messsystem um eine mobile Inspektionseinheit bestehend aus einem HMD (Head Mounted Display) und einer Videokamera erweitert (s. Abb. 5.11c). Das HMD besitzt zwei unabhängige halbtransparente LC-Displays, die es erlauben einerseits die unveränderte Umgebung und gleichzeitig, auf dem zweiten Display, ein Merkmalsbild zur einfachen Fehlererkennung wiederzugeben (s. Abb. 5.13).



**Abbildung 5.13**: Sicht durch ein HMD: Das linke Auge sieht die unveränderte Umgebung (a), das rechte ein Merkmalsbild zur einfachen Fehlererkennung.

# 6 Zusammenfassung und Ausblick

Gegenstand dieser Arbeit ist die Weiterentwicklung deflektometrischer Messverfahren für die Inspektion spiegelnd reflektierender Freiformflächen. Dazu wurden Methoden zur Planung deflektometrischer Messsysteme entwickelt, mit denen eine flexible und exakte Anpassung an individuelle Messprobleme möglich wird. Auf Basis dieser Modellierung wurde ein Messaufbau zusammengestellt, der eine hemisphärische Projektionsfläche als strukturierte Lichtquelle verwendet und damit zur Inspektion von Werkstücken, wie beispielsweise Linsen, geeignet ist, die bisher wegen ihrer starken Krümmung nicht mit hinreichender Genauigkeit untersucht werden konnten.

Für die Auswertung der deflektometrisch gewonnenen Daten wurden Verfahren für verschiedene Anwendungen entwickelt. Zur quantitativen Bestimmung von lokalen Gradientendaten wurde die Abbildungsfunktion des optischen Systems ausgewertet. Dabei wird eine Koordinatenzuordnung von Punkten auf einer strukturierten Lichtquelle zu den Pixeln der verwendeten Kamera analysiert. Für eine präzise Bestimmung der Abbildungsfunktion erfolgt eine Codierung der Koordinaten. Die Ergebnisse mit der größten Genauigkeit wurden mit einer Codierung durch ein in der Deflektometrie erstmalig eingesetzten Phasenschiebeverfahren mit mehreren Periodenlängen erzielt. Für die Vermessung bewegter Objekte wurde des Weiteren ein Verfahren zur Echtzeitbestimmung der Abbildungsfunktion entwickelt.

Die Abbildungsfunktion wurde verwendet, um Vergleichsmessungen zwischen einem Prüfobjekt und einem Referenzdatensatz durchzuführen. Die dabei notwendige Ausrichtung der Datensätze wurde an Hand von Merkmalskorrespondenzen durchgeführt, wobei die aus der Zeichen- und Mustererkennung stammenden Shape-Context-Deskriptoren als Merkmale verwendet wurden. In Kombination mit einem robusten Schätzverfahren (LMedS) zur Bestimmung einer affinen Abbildungsmatrix zwischen Objekt- und Referenzdaten wurde eine präzise Ausrichtung der Datensätze realisiert. Das Verfahren wurde erfolgreich zur Vergleichsmessung lackierter Autotüren eingesetzt.

Neben der Auswertung der Abbildungsfunktion wurde ein Verfahren entwickelt, das punktweise die Fokusänderung misst, wie sie von lokalen Krümmungsänderungen der Oberfläche verursacht wird. Durch Änderung nur eines Systemparameters lässt sich die Balance zwischen Empfindlichkeit und lateraler Auflösung
einstellen, so dass sowohl feine Krümmungsänderungen als auch Defekte mit geringer örtlicher Ausdehnung, wie Blasen, Einschlüsse oder Kratzer, erfasst werden können. Das hierbei verwendete Kontrastmaß lässt sich mit geringem Aufwand berechnen und ermöglicht somit den automatisierten Einsatz in der Serienfertigung. Für viele Anwendungen, wie beispielsweise die Untersuchung lackierter Karosserieteile, ist jedoch nach wie vor eine visuelle Inspektion wünschenswert, da Defekte von einer einzigen Person detektiert und repariert werden können. Speziell für diese Art der interaktiven Oberflächeninspektion wurde eine mobile Inspektionseinheit zusammengestellt und erfolgreich getestet.

Um die Vorteile der Deflektometrie auch für diffus reflektierende Oberflächen zu nutzen, kann elektromagnetische Strahlung mit größerer Wellenlänge (7-14 $\mu$ m) an Stelle von Licht verwendet werden. Die Rauhigkeitstrukturen typischer industrieller Oberflächen weisen eine Größe von ca. 3-6 $\mu$ m auf, so dass sich solche Oberflächen bei Verwendung thermischer Infrarotstrahlung wie Spiegel verhalten. Für die Untersuchung diffus reflektierender Oberflächen wurde eine erste Versuchsanordnung realisiert, bei der die Reflexion eines thermischen Musters erfasst wird (s. Abb. 6.1).



**Abbildung 6.1**: Reflexion thermischer Infrarotstrahlung an einer rauhen, metallischen Oberfläche.

Für die Rekonstruktion der Oberflächentopographie (Tiefendaten) aus den deflektometrischen Daten wurde ein Algorithmus entwickelt und an Hand simulierter Daten verifiziert. Ist zusätzliche Information über die Geometrie der Oberfläche vorhanden, lässt sich das Verfahren weiter verbessern. Eine Möglichkeit besteht in der Verwendung mehrerer Kameras bzw. der Beobachtung einer Oberfläche aus verschiedenen Kamerapositionen. Mit Hilfe der Epipolargeometrie lassen sich Beziehungen zwischen den aus verschiedenen Positionen erfassten Kamerabildern herstellen, so dass sich die Qualität der Rekonstruktion steigern lässt [Faugeras 1993]. Darüber hinaus ist für Oberflächen, die auch einen diffusen Reflexionsanteil aufweisen, eine Kombination aus Triangulation (z. B. Streifenprojektion) und Deflektometrie denkbar.

Mit den in dieser Arbeit beschriebenen Modellen und Verfahren lässt sich zum einen die Planung eines deflektometrischen Messaufbaus vereinfachen und zum anderen eine empfindliche Erkennung von Defekten mit geringer lateraler Ausdehnung (Blasen, Einschlüsse) als auch eine präzise Messung geringer Krümmungsänderungen realisieren. Die Leistungsfähigkeit der Verfahren wurde dabei nicht nur in Simulationen sondern auch an Hand von realen, industrierelevanten Oberflächen wie Karosserieteilen, Linsen und Spiegeln demonstriert. Da das vorgestellte deflektometrische Messprinzip weitgehend der Vorgehensweise entspricht, die ein menschlicher Betrachter zur Beurteilung einer spiegelnden Oberfläche anwenden würde, ist eine große Akzeptanz der Verfahren beim industriellen Einsatz zu erwarten.

# Literaturverzeichnis

- [Armangué u. a. 2001] ARMANGUÉ, X. ; PAGÈS, J. ; SALVI, J.: Comparative Survey on Fundamental Matrix Estimation / Institut de Informàtica i Aplicacions. 2001. – Forschungsbericht
- [Barth und Stürzlinger 2000] BARTH, W. ; STÜRZLINGER, W.: Efficient Ray Tracing for Beziér and B-Spline Surfaces / Institut für Computergraphik, Technical University of Vienna. 2000. – Forschungsbericht
- [Beckmann und Spizzichino 1963] BECKMANN, P. ; SPIZZICHINO, A.: The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces. New York : Pergamon Press, 1963
- [Belongie und Malik 2000] BELONGIE, S. ; MALIK, J.: Matching with Shape Contexts. In: *IEEE Workshop on Content-based Access of Image and Video Libraries* (2000)
- [Beyerer und León 1997] BEYERER, J.; LEÓN, F. P.: Detection of Defects in Groove Textures of Honed Surfaces. In: *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 37 (1997), Nr. 3, S. 371–389
- [Boashash 1992] BOASHASH, B.: Estimating and Interpreting the Instantaneous Frequency of a Signal - Part I. In: *Proceedings of the IEEE* Bd. 80, 1992, S. 520–538
- [Bohn u. a. 1999] BOHN, G.; CLOUTOT, L.; HABERMEIER, H.-P.; LAMPAL-ZER, R.; SCHRÖTER, A.; SCHÖN, N.; VEIT, K.; HÄUSLER, G.: Fast 3d-Camera for industrial and medical applications. In: *Proceedings of ODIMAP II: 2nd Topical Meeting on Optoelectronic Distance/Displacement*, 1999, S. 214–219
- [Bruning u. a. 1974] BRUNING, J.H.; HERRIOTT, D.R.; GALLAGHER, J.E.; ROSENFELD, D.P.; WHITE, A.D.; BRANGACCIO, D.J.: Digital Wavefront Measuring Interferometer for Testing Optical Surfaces and Lenses. In: *Applied Optics* 13 (1974), Nr. 11, S. 2693–2703
- [Cook und Weisberg 1980] COOK, R. ; WEISBERG, S.: Characterisations of an empirical influence function for detecting influential cases in regression. In: *Technometrics* (1980), Nr. 22, S. 337–344

- [Creath 1988] CREATH, K.: Phase-Measurement Interferometry Techniques. In: Progress in Optics XXVI (1988), S. 349–393
- [Dresel u. a. 1992] DRESEL, T. ; HÄUSLER, G. ; VENZKE, H.: 3D-sensing with a confocal microscope. In: *Applied Optics* 31 (1992), S. 919–925
- [F. Puente Léon und Kammel 2003a] F. PUENTE LÉON ; KAMMEL, S.: Image fusion techniques for robust inspection of specular surfaces. In: *Multisensor, Multisource Information Fusion: Architectures, Algorithms, and Applications 2003* Bd. 5099, 2003, S. 77–86
- [F. Puente Léon und Kammel 2003b] F. PUENTE LÉON ; KAMMEL, S.: Lokale Detektion von Defekten an spiegelnden und lackierten Oberflächen. In: *Oberflächenmesstechnik 2003* Bd. VDI-Berichte 1806, 2003
- [Farin 1997] FARIN, G.: Curves and Surfaces for Computer-Aided Geometric Design. Academic Press, 1997
- [Faugeras 1993] FAUGERAS, O.: Three dimensional computer vision: a geometric viewpoint. 1. Massachussetts Institute of Technology, 1993
- [Fischler und Bolles 1981] FISCHLER, M.; BOLLES, R.: Random Sample Consensus: A Paradigm for Model Fitting with Applications to Image Analysis and Automated Cartography. In: *Communications of the ACM* (1981), Nr. 24, S. 381–395
- [Furutani u. a. 1997] FURUTANI, R. ; ASANO, H. ; TAKAMASU, K. ; OZONO, S.: 3D Profile Measurement using Multi-Gray Scale Compared with Reference Projections. In: *Measurement* 20 (1997), Nr. 2, S. 129–134
- [Goodman 1968] GOODMAN, J.W.: Introduction to Fourier Optics. New York : McGraw-Hill, 1968
- [He und Kang 2002] HE, X.; KANG, X.: New phase-unwrapping method and its application in shape measurement. In: *Proceedings of the SPIE* Bd. 4537, 2002, S. 374–377
- [Hecht 2001] HECHT, E.: *Optik (3. Auflage)*. München : Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH, 2001
- [Häusler und Karbacher 1996] HÄUSLER, G. ; KARBACHER, S.: A new approach for modelling scattered data based on curvature / Physikalisches Institut Universität Erlangen-Nürnberg. 1996. Forschungsbericht

- [Ireland und Rosen 1990] IRELAND, K.; ROSEN, M.: The Chinese Remainder Theorem. In: A Classical Introduction to Modern Number Theory (2. Auflage), 1990, S. 34–38
- [Jain u. a. 1995] JAIN, R. ; KASTURI, R. ; SCHUNCK, B.G.: Machine Vision. New York : McGraw-Hill, 1995
- [Jähne 2001] JÄHNE, B.: Digital Image Processing. Concepts, Algorithms, and Scientific Applications. 5th. Berlin; Heidelberg : Springer Verlag, 2001
- [Joyce 1998] JOYCE, D.E.: Euclid's Elements. Worcester : Department of Mathematics & Computer Science, Clark University, 1998
- [Kammel 2000] KAMMEL, S.: Topography reconstruction of specular surfaces from a series of gray-scale images. In: *Machine Vision and Three-Dimensional Imaging Systems for Inspection and Metrology* Bd. 4189, 2000, S. 136–144
- [Kammel 2001] KAMMEL, S.: Automated optimization of measurement setups for the inspection of specular surfaces. In: *Machine Vision and Three-Dimensional Imaging Systems for Inspection and Metrology II* Bd. 4567, 2001, S. 199–206
- [Kammel 2002] KAMMEL, S.: Lokale Detektion von Defekten an spiegelnden und lackierten Oberflächen. In: XVI. Messtechnisches Symposium des Arbeitskreises der Hochschullehrer für Messtechnik e.V., 2002
- [Kammel 2003] KAMMEL, S.: Deflektometrie zur Qualitätsprüfung spiegelnd reflektierender Oberflächen. In: TM - Technisches Messen 70 (2003), S. 193–198
- [Kammel 2004] KAMMEL, S.: Defekterkennung auf stark gekrümmten spiegelnden Oberflächen. In: Sensoren und Messsysteme 2004 Bd. VDI-Berichte 1829, 2004, S. 673–679
- [Kammel und F. Puente Léon 2003a] KAMMEL, S. ; F. PUENTE LÉON: Headmounted display for interactive inspection of painted free-form surfaces. In: *Helmet- and Head-Mounted Displays VIII: Technologies and Applications* Bd. 5079, 2003, S. 254–264
- [Kammel und F. Puente Léon 2003b] KAMMEL, S. ; F. PUENTE LÉON. Verfahren und Vorrichtung zur Analyse reflektierender Oberflächen. Anmeldung Nr. 103 17 078.2 zum deutschen Patent. 2003b

- [Klette u. a. 1996] KLETTE, R.; KOSCHAN, A.; SCHLÜNS, K.: Computer Vision. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, 1996
- [Knauer u. a. 2002] KNAUER, M.; HORNEBER, C.; HÄUSLER, G.: Metric Calibration of Phase Measuring Deflectometry / Physikalisches Institut Universität Erlangen-Nürnberg. 2002. Forschungsbericht
- [Kong und Kim 1995] KONG, I.-B. ; KIM, S.W.: General algorithm of phaseshifting interferometry by iterative least-squares fitting. In: *Optical Engineering* 34 (1995), S. 183–188
- [Kreis u. a. 1993] KREIS, T.; GELDMACHER, J.; JÜPTNER, W.: Phasenschiebe-Verfahren in der interferometrischen Meßtechnnik: Ein Vergleich. In: Laser (1993), S. 119–126
- [Kriebel u. a. 1975] KRIEBEL, K.T.; SCHLÜTER, W.; SIEVERS, J.: Zur Definition und Messung der spektralen Reflexion natürlicher Oberflächen. In: Bildmessung und Luftbildwesen 43 (1975), Nr. 1, S. 43–50
- [Laboureux u. a. 1998] LABOUREUX, X. ; SEEGER, S. ; HÄUSLER, G.: Computation of curvatures from 2.5D raster data / Physikalisches Institut Universität Erlangen-Nürnberg. 1998. – Forschungsbericht
- [Lalla 1993] LALLA, R.: Verfahren zur Auswertung von Moiré Aufnahmen technischer Oberflächen, Universität Karlsruhe, Diss., 1993
- [Lavin und Wright 1971] LAVIN, E.P. ; WRIGHT, W.D.: Specular Reflection. Adam Hilger Ltd., 1971 (Monographs on applied optics 2)
- [Li und Su 2002] LI, W.-S. ; SU, X.-Y.: Phase unwrapping algorithm based on phase fitting reliability in structured light projection. In: *Optical Engineering* 41 (2002), Nr. 6
- [Lonardo u. a. 2002] LONARDO, P.M.; LUCCA, D.A.; CHIFFRE, L. D.: Emerging trends in surface metrology. In: *CIRP Annals* 51 (2002), Nr. 2
- [Malacara 1992] MALACARA, D.: *Optical Shop Testing (2. Auflage)*. New York : John Wiley & Sons, 1992
- [Malz 1992] MALZ, R.: Codierte Lichtstrukturen f
  ür 3-D-Me
  ßtechnik und Inspektion, Universität Stuttgart, Diss., 1992
- [Marr und Hildreth 1980] MARR, D. ; HILDRETH, E.: Theory of Edge Detection. In: *Proceedings of the Royal Society London*, 1980, S. 187–217

- [Masi 2002] MASI, C.G.: Moiré interferometry spots windshield defects. In: *Image Processing Europe* 5 (2002), Nr. 6
- [Morano u. a. 1998] MORANO, R.A.; OZTURK, C.; CONN, R.; DUBIN, S.; ZIETZ, S.; NISSANOV, J.: Structured light using pseudorandom codes. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* Bd. 20, 1998, S. 322–327
- [Morita und K. Yajima 1988] MORITA, H. ; K. YAJIMA, S. S.: Reconstruction of surfaces of 3-D objects by M-array pattern projection method. In: *Proceedings of* 2<sup>nd</sup> *International Conference on Computer Vision*, 1988, S. 468–473
- [Nicodemus u. a. 1977] NICODEMUS, F.E.; RICHMOND, J.C.; HSIA, J.J.; GINSBERG, I.W.; LIMPERIS, T.: Geometrical Considerations and Nomenclature for Reflectance. Washington DC: National Bureau of Standards, U.S. Department of Commerce, 1977
- [Pérard 2000] PÉRARD, D.: Automated visual inspection of specular surfaces with structured-lighting reflection techniques, Institut für Meß- und Regelungtechnik, Universität Karlsruhe (TH), Diss., 2000
- [Press u. a. 1995] PRESS, W.H.; VETTERLING, S.A. T. W.; FLANNERY, B.P.: *Numerical Recipes in C.* New York : Cambridge University Press, 1995
- [Rousseeuw und Leroy 1987] ROUSSEEUW, P. ; LEROY, A.: Robust Regression and Outlier Detection. Wiley & Sons, 1987
- [Sansoni u. a. 1999] SANSONI, G. ; CAROCCI, M. ; RODELLA, R.: Threedimensional vision based on a combination of gray-code and phase-shift light projection: analysis and compensation of the systematic errors. In: *Applied Optics* 38 (1999), Nr. 31, S. 6565–6573
- [Sansoni u. a. 1997] SANSONI, G. ; LAZZARI, S. ; RODELLA, R. ; DOCCHIO, F.: Integration of Gray code projection and phase shifting for improved performance in an optical whole field profilometer for industrial application. In: *Proceedings of XIV IMEKO World Congress* Bd. 8, 1997, S. 141–146
- [Scharf 1999] SCHARF, R.: Leuchtende Polymere Displays mit Zukunft. In: *Physikalische Blätter* 55 (1999), Nr. 6, S. 37–39
- [Schöne und Schwarz 2003] SCHÖNE, R.S.; SCHWARZ, O.: Hybrid phase unwrapping algorithm extended by a minimum-cost-matching strategy. In: *Proceedings of the SPIE* Bd. 4933, 2003, S. 305–310

- [Schröder 1998] SCHRÖDER, G.: *Technische Optik*. Würzburg : Vogel Verlag, 1998
- [Shertzer und Prager 2002] SHERTZER, K.W. ; PRAGER, M.H.: Least median of squares: a suitable objective function for stock assessment models? In: *Canadian Journal of Fish and Aquatic Sciences* (2002), Nr. 59, S. 1474– 1481
- [Stoker 1989] STOKER, J.J.: Differential Geometry. Wiley & Sons, 1989
- [Strand u. a. 1999] STRAND, J.; TAXT, T.; JAIN, A.K.: Two-Dimensional Phase Unwrapping Using a Block Least-Squares Method. In: *IEEE Transactions* on Image Processing 8 (1999), Nr. 3, S. 375–386
- [Su u. a. 1992] SU, X.Y.; ZHOU, W.; BALLY, G. von; VUKICEVIK, D.: Automated phase-measuring profilometry using defocused projection of a Ronchi grating. In: *Optics Communications* 94 (1992), Nr. 6, S. 561–573
- [Takeda und Mutoh 1983] TAKEDA, M. ; MUTOH, K.: Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes. In: *Applied Optics* 22 (1983), Nr. 24, S. 3977–3982
- [Thayananthan u. a. 2003] THAYANANTHAN, A. ; STENGER, B. ; TORR, P.H.S. ; CIPOLLA, R.: Shape Context and Chamfer Matching in Cluttered Scenes. In: CVPR'03, 2003
- [Torr und Murray 1997] TORR, P. ; MURRAY, D.: The Development and Comparison of Robust Methods for Estimating the Fundamental Matrix. In: *International Journal of Computer Vision* 24 (1997), Nr. 3, S. 271–300
- [Torr 1995] TORR, P.H.S.: Outlier Detection an Motion Segmentation, University of Oxford, Diss., 1995
- [Vos u. a. 1997] VOS, F.; SPOELDER, H.J.W.; STOKKUM, I.H.M. van; HEIJDE, G.L. van d.; GROEN, F.C.A.: A new instrument to measure the shape of the cornea based on pseudorandom color coding. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* Bd. 46, 1997, S. 794–797
- [Wahl 1984] WAHL, F.M.: A coded light approach for 3-dimensional (3D) vision / IBM research report RZ 1452. 1984. Forschungsbericht
- [Wang 1999] WANG, Y.-P.: Image Representations Using Multiscale Differential Operators. In: *Transactions on Image Processing* 8 (1999), S. 1757–1771

- [Wang und Lee 1998] WANG, Y.-P. ; LEE, S.L.: Scale-space derived from Bsplines / Department of Mathematics, National University of Singapore. 1998. – Forschungsbericht
- [Wang u. a. 1997] WANG, Y.-P. ; LEE, S.L. ; TORAICHI, K.: Multiscale Curvature-Based Shape Representation Using B-spline Wavelets / Department of Mathematics, National University of Singapore. 1997. – Forschungsbericht
- [Weissstein 1999] WEISSSTEIN, E.W. Mathworld. 1999
- [Whitehouse 1994] WHITEHOUSE, D.J.: *Handbook of surface metrology*. Philadelphia : Institute of Physics Publishing, 1994
- [Zhang 1996] ZHANG, Z.: Determining the Epipolar Geometry and its Uncertainty: A Review / INRIA. 1996 (RR 2927). – Forschungsbericht
- [Zhao und Surrel 1995] ZHAO, B.; SURREL, Y.: Phase shifting: six-sample selfcalibrating algorithm insensitive to the second harmonic in the fringe signal. In: *Optical Engineering* 34 (1995), Nr. 9, S. 2821–2822

# A Anhang

# A.1 Notation und Symbole

### A.1.1 Operatoren

$[\cdot]_0$	Abrundungsoperator
$\mathcal{F}\{\cdot\}$	Fourier-Transformation
$\mathrm{GC}(\cdot)$	Funktion zum Umwandeln einer Binärzahl in ihren
	korrespondierenden Gray-Code
$\mathrm{GC}^{-1}(\cdot)$	Funktion zum Umwandeln eines Gray-Codes in seine
	korrespondierende Binärzahl
$\mathcal{I}m\{\cdot\}$	Imaginärteil einer komplexen Zahl
$\mathcal{R}e\{\cdot\}$	Realteil einer komplexen Zahl
$\wedge$	Kreuzprodukt
×	Multiplikation

## A.1.2 Abkürzungen

GCPS	Gray-Code kombiniert mit Phasenschiebeverfahren
CRTPS	Chinesischer Restsatz (Chinese Remainder Theorem)
	kombiniert mit Phasenschiebeverfahren
FFOMOD1D	Flood-Fill-Phasenentfaltung kombiniert mit örtlicher
	1D-FFT-Demodulation
FFPS	Flood-Fill-Phasenentfaltung kombiniert mit Phasen-
	schiebeverfahren
GC	Gray-Code
ggT	größter gemeinsamer Teiler
KKS	Kamera-Koordinaten-System
LMedS	Least Median of Squares
MTF	Modulation Transfer Function: Modulationsübertra-
	gungsfunktion (Betrag der OTF)
MWPS	Mehrwellenlängen-Phasenschiebeverfahren
OKS	Oberflächen-Koordinaten-System

OTF	Optical Transfer Funktion: komplexwertige optische Übertrangungsfunktion
PSF	Point Spread Function: Impulsantwort des optischen
	Systems
PTF	Phase Transfer Function: Phasenübertragungsfunkti-
	on (Phase der OTF)
RANSAC	Random Sample Consensus
ROI	Region of Interest: ausgewählte Region
SCM	Shape-Context-Matching
SKS	Schirm-Koordinaten-System

# A.1.3 Symbole

#### A.1.3.1 Allgemein

с	Kammerkonstante: Abstand zwischen optischem
	Zentrum und dessen Projektion in die Bild- bzw. Sen-
	sorebene
$\tilde{c}$	Gegenstandsweite der Kamera
$\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$	Basisvektoren des Kamerakoordinatensystems
$\mathbf{e}_1',\mathbf{e}_2',\mathbf{e}_3'$	Basisvektoren des Schirmkoordinatensystems
$\mathbf{e}_{1}^{*}, \mathbf{e}_{2}^{*}, \mathbf{e}_{3}^{*}$	Basisvektoren eines lokalen Oberflächenkoordinaten-
	systems
$g(\mathbf{u})$	Kamerabild
i,j,k,m,n	Zählvariablen (i wird häufig als Richtungsindex ver-
	wendet)
L	Punkt auf Schirm bzw. strukturierter Lichtquelle
	(Punktlichtquelle)
$\mathbf{l} = (l_1, l_2, l_3)^{\mathrm{T}}$	Ortsvektor eines Schirmpunkts im Kamerakoordina-
	tensystem
$\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3)^{\mathrm{T}}$	normierter Normalenvektor
0	Optisches Zentrum der Kamera
Р	Oberflächenpunkt
$\mathbf{p}(\mathbf{v}) =$	Ortsvektor eines Oberflächenpunkts im Oberflächen-
$(p_1(\mathbf{v}), p_2(\mathbf{v}), p_3(\mathbf{v}))^{\mathrm{T}}$	koordinatensystem
r	Reflexionsstrahl: Richtung in die ein Lichtstrahl
	am Oberflächenpunkt P reflektiert würde, wenn der
	Strahlengang umgekehrt wird
$S(\mathbf{u})$	Messempfindlichkeit

s	Sichtstrahl: "Blickrichtung" für einen Punkt auf dem
	Kamerasensor
U	Punkt auf dem Kamerasensor
$\mathbf{u} = (u_1, u_2, -c)^{\mathrm{T}}$	Ortsvektor eines Punkts auf dem Kamerasensor im
	Kamerakoordinatensystem
V	Vergrößerungsfaktor der Kameraoptik
$\mathbf{v} = (v_1, v_2)^{\mathrm{T}}$	Parametervektor zur Beschreibung der zu untersu-
	chenden Oberfläche
$\theta$	Elevationswinkel: Winkel relativ zur Oberflächennor-
	malen
$\kappa(\mathbf{v}), \kappa_1(\mathbf{v}), \kappa_2(\mathbf{v})$	lokale Krümmung einer Oberfläche, 1. und 2. Haupt-
	krümmung
$ar\kappa(\mathbf{v})$	mittlere Krümmung an einem Oberflächenpunkt
ρ	Abstand zwischen Oberflächenpunkt P und Punkt-
	lichtquelle L
$\sigma$	Abstand zwischen Oberflächenpunkt P und optischem
	Zentrum O
arphi	Azimut

# A.1.3.2 Optische Grundlagen

Matrix zur Beschreibung der Spiegelung
Durchmesser der Aperturblende
maximaler Durchmesser des Unschärfescheibchens
auf der Oberfläche
Schnittpunkte des in die Aperturebene projizierten
Normalenvektors mit dem Aperturkreis
Strahlungsflussdichte des einfallenden Lichts
Strahlungsflussdichte des beobachteten Lichts
Strahlungsflussdichte des Lichts, das in Richtung der
Oberflächennormalen reflektiert wird
Lokale Oberflächenbrennweite
Näherung der lokalen Oberflächenbrennweite für
nicht paraxialen Lichteinfall
Proportionalitätsfaktor
beobachtete Strahldichte
Punkte auf einem Lichtstrahl, die das Ende des
Schärfentiefenbereichs markieren
Ortsvektoren der Punkte $L_{-}(\mathbf{u})$ bzw. $L_{+}(\mathbf{u})$

$\mathbf{M}$	Matrix zur Umrechnung von Kamera- in Oberflächen-
	koordinaten
$n_{\mathrm{B},1}$	Brechungsindex des umgebenden Mediums
22	(Z. D. LUII) Drachungsinder, des untersuchten Obielste
$n_{\mathrm{B},2}$	Difection of the second by the
R	Reflections (= Reflections grad)
R <sub>m</sub>	Lokaler Krummungsradius der Oberfläche
R <sub>q</sub>	Oberflachenrauhigkeit
$R_{\parallel}$	Reflektanz für parallel polarisiertes Licht
$R_{\perp}$	Reflektanz für Licht, das senkrecht zur Einfallsebene
_	polarisiert ist
T	Punkt im Raum, der von der Kameraoptik scharf auf
	die Sensorebene abgebildet wird
t	Ortsvektor des Punkts T im Kamerakoordinatensy-
	stem
$\epsilon$	maximaler Durchmesser des Unschärfescheibchens
	auf dem Kamerasensor
$\zeta(\mathbf{v})$	Allgemeine Beschreibung einer Oberfläche bestehend
	aus BRDF $\xi(\theta_{\rm e}, \varphi_{\rm e}, \theta_{\rm b}, \varphi_{\rm b}, {f v})$ und Makrostruktur
	$\mathbf{p}(\mathbf{v})$ (Topographie)
$ heta_{ m b}$	Elevationswinkel des beobachteten Lichts
$ heta_{ m e}$	Elevationswinkel des einfallenden Lichts
$ heta_{ m t}$	Refraktionswinkel
$\lambda$	Wellenlänge des zur Untersuchung verwendeten
	Lichts
$\xi( heta_{ m e}, arphi_{ m e},  heta_{ m b}, arphi_{ m b}, {f v})$	Bidirektionale Reflektanzverteilungsfunktion
	(BRDF)
$\tilde{ ho}$	Abstand zwischen Oberflächenpunkt P und Punkt-
	lichtquelle L (Näherung für nicht paraxialen Lichtein-
	fall)
$ ilde{ ho}_{\min}$	Hilfsgröße bei der Bestimmung von $\tilde{\rho}$
$\Delta \rho(\mathbf{u})$	Schärfentiefe
$arphi_{ m b}$	Azimut des beobachteten Lichts
$\varphi_{ m e}$	Azimut des einfallenden Lichts

#### A.1.3.3 Systemmodellierung

Α	Matrix zur Beschreibung der Spiegelung
a, b	Intervallgrenzen

$a_{\phi  heta}(\mathbf{v})$	Fläche eines Oberflächensegments, das in Richtung
	$(\phi, \theta)$ zeigt
$B^M$	Bernsteinpolynom von Grad $M$
В	Weingarten-Matrix
b	Kontrollpunkt einer Bézier-Kurve oder Bézier-Fläche
d	Kontrollpunkt einer B-Spline-Kurve oder B-Spline-
	Fläche
$C^i$	Stetigkeit bis zur <i>i</i> -ten Ableitung
$\Delta_i$	Parameter differenz zwischen dem $i{-}{\rm ten}$ und dem $i{+}1{-}$
	ten Kurvenpunkt
$F_I, F_{II}$	1. und 2. Fundamentalform
G	Metriktensor der 1. Fundamentalform
Η	Matrix der 2. Fundamentalform
$H(\phi,  heta)$	Orientierungshistogramm
$h(\phi, heta)$	Elemente des Orientierungshistogramms
k	Richtungsvektor der Krümmung
L	Zahl zu interpolierender Punkte
Μ	Matrix zur Umrechnung von Kamera- in Oberflächen-
	koordinaten
$N^M$	<b>B-Spline-Basisfunktion von Grad</b> $M$
$\mathcal{R}_i$	<i>i</i> -te Region im Orientierungshistogramm
s(t)	Bogenlänge
$t_{\perp}$	Kurvenparameter
$ ilde{V}$	Vergrößerungsfaktor der Kamera bei einer unscharfen
	Abbildung
$\mathbf{v}_{\Delta} =$	baryzentrische Koordinaten
$(u_{\Delta}, v_{\Delta}, w_{\Delta})^{\mathrm{T}}$	
$\mathbf{x}(t)$	Kurve im Raum
$\alpha_{\kappa}$	Richtungswinkel der Krümmung $\kappa$ in der Tangential-
	ebene eines Oberflächenpunkts
$lpha,eta,\gamma$	Hilfsgrößen für die Bestimmung eines Kontrollpoly-
	gons zur Dateninterpolation
$\lambda$	Tangens des Richtungswinkels $\alpha_{\kappa}$ der Krümmung

#### A.1.3.4 Codierverfahren

$a_m$	<i>m</i> -ter Amplitudenkoeffizient der Codemuster
$b_m$	m-ter Amplitudenkoeffizient der von der Kamera auf-
	genommenen Bilder

$b_i$	Hilfsgröße bei de Anwendung des chinesischen Rest-
	satzes
$f_1, f_2$	Ortsfrequenzen
$f_{i,0}$	Frequenz der Codemuster in den aufgenommenen
	Kamerabildern in <i>i</i> -Richtung
$f'_{i0}$	Frequenz der zur Codierung verwendeten periodi-
* 1,0	schen Muster in <i>i</i> -Richtung
$\mathcal{G}(\mathbf{u}, \Delta \phi_i)$	Phasenserie
$q_{i,\mathrm{E}}(\mathbf{u})$	Residuenbild
$q_{i,\mathrm{M}}(\mathbf{u})$	Modulationsbild aus Betragsdemodulation
$q_{iB}(\mathbf{u})$	Gütefunktion zur Abschätzung der Phasenqualität
$\tilde{a}_{i M}(\mathbf{u})$	Modulationsbild aus punktweiser Spannweite
$a'_{a}(\mathbf{l}')$	schwarze Referenztextur
$a'_{m}(\mathbf{l}')$	weiße Referenztextur
$H_m$	<i>m</i> -te Harmonische
$k_i(\mathbf{u})$	Zahl der Perioden zwischen den gefalteten Phasen-
	werten und den absoluten Grav-Code-Werten
$k_{i,m}(\mathbf{u})$	Zahl der Perioden zwischen den gefalteten Phasen-
	werten und den absoluten Phasenwerten der $m$ -ten
	Iteration
<i>î!</i>	Diskretisierung der Komponente <i>l</i> . des Ortsvektors
$\iota_i$	eines Schirmpunkts im SKS
$\hat{l}'_{i}$ may	maximale, diskrete Koordinate eines Schirmpunkts
i, max	im SKS in <i>i</i> -Richtung
$m_{\max}, n_{\max}$	Zahl der für den GC notwendigen Texturen, die zur
	Codierung der jeweiligen Richtung benötigt wird
$p_0$	Hilfsgröße bei de Anwendung des chinesischen Rest-
10	satzes
$p'_i$	Periodenlänge der zur Codierung verwendeten Mu-
1 (	ster in <i>i</i> -Richtung
$Q_m$	Fourier-Transformierte von $q_m$
$q_m$	Hilfsgröße zur Beschreibung des von der Kamera er-
1	fassten, modulierten Bildes
S	Ganzzahl
$\hat{s}$	Modulowert
$\Delta \phi_i$	Phasenänderung in Richtung i innerhalb einer Pha-
, -	senserie $\mathcal{G}(\mathbf{u}, \Delta \phi_i)$
$\phi_i(\mathbf{u})$	Phase in Richtung <i>i</i>
$\phi'_i(\mathbf{u})$	Phasenrest in Richtung <i>i</i>
$\phi^{\mathrm{W}}(\mathbf{u})$	gefaltete Phase in Richtung i

#### A.1.3.5 Verfahren zur Oberflächeninspektion

Α	affine Abbildungsmatrix
$\mathcal{B}$	Menge von Konturpunkten
$C_{ij} = C(\mathbf{p}_{1,i}, \mathbf{p}_{2,i})$	Distanzmaß des Shape-Context-Matchings
$d_{im}^{B}(\mathbf{u})$	<i>m</i> -tes von der Kamera aufgenommenes Bild einer Se-
-,	rie bei Beleuchtung mit einem Muster $p_{i,m}^B(\mathbf{l}')$
$d_{im}^{S}(\mathbf{u})$	<i>m</i> -tes von der Kamera aufgenommenes Bild einer Se-
0,110 ( )	rie bei Beleuchtung mit einem Sinusmuster
$e_n$	Distanzmaß für die Schätzung der affinen Abbil-
	dungsmatrix A
$G_M(\mathbf{u}, \Delta \mathbf{u})$	Gütemaß für die Übereinstimmung zweier Bildregio-
	nen
$g_{\rm T}({f u})$	Tiefenbild
$h_i(k)$	Shape-Context-Deskriptor
$\mathbf{k}_{\mathbf{l}'}(\mathbf{u})$	Vektor mit Ableitungen entlang der Koordinatenach-
	sen der Kamera
$m_{i,c}(\mathbf{u})$	Kontrastbild, das an Hand der punktweisen Spann-
	weite bestimmt wurde
$m_{i,d}(\mathbf{u})$	Kontrastbild, das mittels einer Betragsdemodulation
	bestimmt wurde
N	Anzahl notwendiger Iterationen für den LMedS-
	Schätzer
$n_{ m P}$	Zahl der dargestellten Perioden
P	Wahrscheinlichkeit
$\hat{P}(f_1, f_2), \hat{Q}(f_1, f_2)$	Fourier-Transformierte der Schätzwerte der partiellen
	Ableitungen
$\mathbf{p}_{1,i},\mathbf{p}_{2,i}$	Punkte auf Kontur 1 bzw. Kontur 2
$p^B_{i,m}(\mathbf{l}')$	Element einer Serie von binären Streifenmustern
$\mathcal{R}$	Region (beispielsweise für lokale Operatoren)
$s_1, s_2, s_3$	Schwellwerte
T(u)	Strukturtensor für eine Region in einem Kamerabild
$w(\mathbf{u})$	Fensterfunktion
$\Delta \mathbf{u}$	Verschiebungsvektor
$\epsilon$	Anteil an Ausreißern

# A.2 Beispielmessungen

In diesem Kapitel sind beispielhaft die Ergebnisse der Untersuchung verschiedener spiegelnd reflektierender Objekte aufgeführt. Für die Auswertung wurden die in Kapitel 5 beschriebenen Verfahren verwendet. Bei allen gezeigten Beispielen wurde auf die Oberfläche fokussiert, wenn die Betragsdemodulation (s. Kapitel 5.3) verwendet wurde, um die laterale Auflösung zu maximieren. Für die Auswertung der Abbildungsfunktion wurde dagegen eine Fokussierung auf die strukturierte Lichtquelle benutzt, wodurch eine maximale Empfindlichkeit erzielt wurde.



**Abbildung A.1**: Messergebnisse für eine transparente Scheinwerferabdeckung (Durchlichtmessung): Deflektometrisch bestimmte Abbildungsfunktion (a), Ergebnisse der Betragsdemodulation (b).

In Abbildung A.1 sind die Untersuchungsergebnisse für eine transparente Scheinwerferabdeckung zu sehen. Die Aufnahmen wurden im Durchlichtverfahren erstellt. Die Auswertung der Abbildungsfunktion (Abb. A.1a) verdeutlicht Krümmungsschwankungen des Kunststoffs, wogegen das Ergebnisbild der Betragsdemodulation (Abb. A.1b) auch Kratzer erkennen lässt.

Abbildung A.2 zeigt die Ergebnisse der Untersuchung eines verchromten Aschenbechers. In der Seitenansicht sind Fehler in der Beschichtung sowohl aus den Werten der Abbildungsfunktion (Abb. A.2a) als auch bei Verwendung der Betragsdemodulation (Abb. A.2b) deutlich erkennbar. Reste von Drehriefen sind in der Aufsicht des Aschenbechers erkennbar, wenn die Abbildungsfunktion ausge-



**Abbildung A.2**: Messergebnisse für einen verchromten Aschenbecher: Deflektometrisch bestimmte Abbildungsfunktion (a), Ergebnisse der Betragsdemodulation (b).

wertet wird (Abb. A.2c). Aus derselben Perspektive sind im Ergebnisbild der Betragsdemodulation vor allem Kratzer und Fingerabdrücke sichtbar (Abb. A.2d).

Abb. A.3 zeigt das Ergebnis der deflektometrischen Untersuchung eines Hohlspiegels, wobei für die Aufnahme in Abb. A.3a die Betragsdemodulation zur Erfassung von Kratzern verwendet wurde. Im Gegensatz dazu wurde durch Auswertung der Abbildungsfunktion die Änderung des Gradienten für einen Bereich, in dem sich die Oberflächenbeschichtung ablöst, quantitativ erfasst



**Abbildung A.3**: Ergebnis der deflektometrischen Untersuchung eines Hohlspiegels bei Verwendung der Betragsdemodulation (a) bzw. bei Auswertung der Abbildungsfunktion (b) sowie 3D-Darstellung des in Abb. A.3b markierten Defektbereichs (c).

(s. Abb. A.3b). Der Bereich der Ablösung ist in Abb. A.3c zur Verdeutlichung in  $2\frac{1}{2}$ D-Darstellung wiedergegeben.



**Abbildung A.4**: Untersuchung der Spitze einer lackierten Zierleiste: unbearbeitetes Streifenbild (a) und Auswertung der Abbildungsfunktion (c).

Die in Abb. A.4 dargestellte Spitze einer lackierten Zierleiste ist auf Grund ihrer ausgeprägten Krümmung besonders schwierig zu untersuchen. Die gewölbte Projektionsfläche des in Kapitel 5.6 beschriebenen Messaufbaus erlaubt jedoch die einfache Bestimmung der Abbildungsfunktion sowohl in flachen als auch in stark gewölbten Bereichen, so dass ein Einschluss in der Lackierung sichtbar wird (s. Abb. A.4b).