

---

**GVC** VDI-Gesellschaft Verfahrenstechnik  
und Chemieingenieurwesen

---

Preprints

# Filtertechnik

---

Wiesbaden, 28. und 29. April 1983  
Penta Hotel, Auguste-Victoria-Straße 15

---

Prof. Dr.-Ing. Werner Stahl  
Dipl.-Ing. Harald Anlauf  
Dipl.-Ing. Reinhard Bott  
Institut für Mechanische Verfahrenstechnik und Mechanik  
Universität Karlsruhe (TH)

## Physikalische Grundlagen der mechanischen Flüssigkeitsabtrennung durch Filtration

In einer zusammenfassenden Darstellung werden die kuchenbildende Filtration und die Gesetzmäßigkeiten der einphasigen Durchströmung von Haufwerken dargestellt. Ein weiterer Teil gibt einen Überblick über die Feuchtezustände und Kapillarität von Schüttgütern, sowie deren Entfeuchtung und zweiphasige Durchströmung.

Das im Titel umrissene Gebiet umfaßt die verschiedenen Abscheidemechanismen der einzelnen Feststoffpartikeln, wobei jedoch die kuchenbildende Filtration bevorzugt behandelt wird. Die Bildung eines inkompressiblen oder kompressiblen Filterkuchens kann entweder durch Anlegen einer äußeren Druckdifferenz oder durch Fliehkraftbeschleunigung vor sich gehen. Dieses Gebiet der Kuchenbildung kann vom physikalischen Verständnis und von der mathematischen Formulierung des Vorgangs her als weitgehend erforscht betrachtet werden.

Dagegen wird der zweite Teil der Flüssigkeitsabtrennung, d.h. die möglichst weitgehende Entleerung des Kuchens von innerer Flüssigkeit sowohl bei Differenzdruck als auch unter Zentrifugalwirkung noch intensiv in der Forschung bearbeitet. Der Schwerpunkt liegt hier auf der Beschreibung des Vorgangs für reale Haufwerke und der Ermittlung der Gasverbräuche zur Entfeuchtung.

### 1. Die Entstehung des Filterkuchens

#### 1.1 Die verschiedenen Mechanismen der Feststoffabscheidung durch Filtration

---

Man kann beim Filtrationsvorgang grundsätzlich verschiedene Mechanismen der Feststoffabscheidung beobachten (Abb. 1).

### 1.1.1 Die kuchenbildende Filtration

Der in der Suspension enthaltene Feststoff wird durch ein Filtermedium (Siebgewebe, Tuch, Sintermetall usw.) zurückgehalten und an dessen Oberfläche abgelagert; es bildet sich ein Kuchen, der für jedes neu ankommende "Suspensionselement" als Sperrschicht wirkt. Das Filtermedium hat lediglich die Aufgabe, den Beginn der Kuchenbildung einzuleiten und den Kuchen zu tragen. Im Innern des Filtermediums findet keine Abscheidung statt, d.h. die Partikeln werden entweder schon im darüberliegenden Kuchen zurückgehalten oder sie passieren das Tuch ungehindert. Der Filtrationsvorgang wird nach einer gewissen Zeit oder einer erreichten Kuchendicke unterbrochen und der Kuchen mechanisch vom Tuch entfernt.

### 1.1.2 Die Tiefenfiltration

Das Filtermedium besteht aus einer meist dickeren Schicht (Sandbett, Precoat usw.), in deren Hohlräumen der Feststoff zurückgehalten und eingelagert wird. Es baut sich kein Kuchen oberhalb des Filtermediums auf.

Nachdem eine gewisse Menge Feststoff eingelagert wurde bzw. der Druckabfall durch die immer enger werdenden Kapillaren der Schüttung stark angestiegen ist, oder die Klarheit des Filtrats nicht mehr erreicht wird, muß der Filtrationsvorgang unterbrochen und das Filtermedium "regeneriert" werden. Dies kann durch starkes Rückspülen des Mediums, durch Umlagern des Schüttgutes, durch chemisches Auslösen oder durch thermisches Zersetzen des Rückstandes und ähnliche Prozesse geschehen.

### 1.1.3 Die Querstromfiltration

Auch hier werden die Teilchen an der Oberfläche eines Filtermediums abgeschieden, d.h. mechanisch zurückgehalten. Es kann jedoch kein Kuchen entstehen, da Suspension und Filterfläche relativ zueinander mit z.T. sehr hohen Geschwindigkeiten bewegt werden, d.h. die an der Oberfläche des Filtermediums wirkende Scherspannung "spült" die anfiltrierte Teilchen sofort wieder in die strömende Suspension ein. Während das Filtrat durch das Filtertuch hindurchtritt und abgeführt wird, kann auf der Feststoffseite nur eine Aufkonzentrierung der Suspension stattfinden.

#### 1.3.4 Kombination der drei vorstehenden Grundvorgänge

Die vorstehenden Fälle treten in der dargestellten "reinen Form" sehr selten in der technischen Praxis auf. In Wirklichkeit hat man es häufig mit Kombinationen aus wenigstens zwei Vorgängen zu tun, wie folgende Beispiele zeigen:

- Das Filtertuch kann verlegt (verstopft) werden.  
Die feinsten Feststoffpartikeln in der Suspension werden in das Tuchgewebe eingelagert und vermindern dessen Durchlässigkeit. Bei einem technischen Drehfilter stellt sich dann nach einer großen Zahl von Zyklen ein Gleichgewichtszustand ein.
- Der Filterkuchen kann wieder abgespült werden.  
Wird die Suspension durch ein Rührwerk relativ zum Filter bewegt, was in den meisten Fällen notwendig ist, um ein Aussedimentieren des Feststoffes zu verhindern, so wird dabei gleichzeitig der Feststoff von der Kuchenoberfläche wieder abgespült. Der Vorgang ist selektiv, d.h. die gröberen Teilchen werden leichter weggeschwemmt als die Feinteilchen. Damit kann ein Filtertrog "versanden" und das Filter in der Funktion ganz ausfallen.
- Bei der "Precoatfiltration" treten die Vorgänge der kuchenbildenden und der Tiefenfiltration gleichzeitig auf. Durch fortwährendes Abschaben einer dünnen Schicht des Filterhilfsmittels kann dessen Verstopfung verhindert werden.

### 1.2 Die rechnerische Erfassung der kuchenbildenden Filtration

#### 1.2.1 Die Durchströmung eines porösen Körpers durch eine einzige fluide Phase (Gesetz von Darcy)

Ein poröser Körper (Schüttung, Filterstein, Tuch usw.) der Fläche  $A$  werde von einem inkompressiblen Fluid (Flüssigkeit) durchströmt. Zwischen Ober- und Unterseite des Filters sei eine konstante Druckdifferenz  $\Delta p$  angelegt. Die dynamische Viskosität der Flüssigkeit sei  $\eta_L$ .

Für den Flüssigkeitsdurchfluß  $\dot{V}$  durch das Filter ergibt sich dann nach Darcy:

$$\dot{V} = \frac{A \cdot \Delta p}{\eta_L \cdot R} \quad (1)$$

wobei  $R$  den Widerstand des porösen Körpers darstellt.

Diese Gleichung gilt nur für laminare Durchströmung des Körpers, die bei technischen Filtrationsvorgängen praktisch immer gegeben ist, und für den Fall, daß der Einfluß der Schwerkraft oder anderer Massenkräfte (z.B. Zentrifugalkraft) auf den Durchströmungsvorgang vernachlässigt werden kann.

Eine weitere wichtige Voraussetzung für die Gültigkeit bzw. praktische Anwendbarkeit des Darcyschen Gesetzes ist die Forderung, daß sich der poröse Körper bei geänderten Drücken nicht mit verändert, d.h. z.B. komprimiert. Wenn dies geschieht, wird  $R$  eine Funktion von  $\Delta p$ .

Streng genommen trifft die Annahme der Inkompressibilität nur für Festkörperstrukturen zu; bereits Schüttungen aus eigentlich inkompressiblem Feststoff können sich unter höheren Drücken umlagern und ihren Widerstand ganz wesentlich verändern.

Dividiert man (1) durch die Filterfläche  $A$ , so erhält man die sog. Leerrohrgeschwindigkeit der Flüssigkeit

$$u = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{\Delta p}{\eta_L \cdot R} \quad (2)$$

Die Darcy-Gleichung kann auch zur Beschreibung der kuchenbildenden Filtration herangezogen werden.

Man geht von der Vorstellung aus, daß sich der Widerstand  $R$  aus der Addition der Widerstände von Kuchen und Filtertuch ergibt und setzt

$$R = \alpha \cdot h_k + r_0 \quad (3)$$

- Man trifft hier die Annahme, daß der Widerstandsanteil des Kuchens mit seiner Dicke  $h_k$  linear anwächst. Dies ist als erste Näherung brauchbar. In Wirklichkeit kann sich jedoch die Packungsdichte des Kuchens mit seiner Dicke ändern. Damit wird auch der Widerstand nicht mehr diesem einfachen Gesetz genügen.
- Der Widerstand des Tuchs  $r_0$  kann nicht mit dem blanken Tuch bestimmt werden, da Verschmutzungs- und Verstopfungserscheinungen

im Tuch ebenso wie die Einflüsse der sog. "Brückenbildung", d.h. des Aufbaues der ersten Produktschicht auf dem Tuch berücksichtigt werden müssen.

Für die kuchenbildende Filtration wird das Tuch in der Praxis möglichst so ausgewählt, daß auch im Dauerbetrieb mit den dort auftretenden Einlagerungen von Feinstteilchen der Widerstand  $r_0$  während des größten Teils der Dauer eines Filtrationszyklusses noch klein gegenüber dem Wert  $\alpha \cdot h_k$  bleibt.

Setzt man (3) in (2) ein, so erhält man

$$u = \frac{\Delta p}{\eta_L (\alpha \cdot h_k + r_0)} \quad (4)$$

Da sich die Kuchendicke  $h_k$  mit der Zeit ändert, ändert sich auch die Leerrohrgeschwindigkeit  $u$ . Sie nimmt mit wachsender Kuchendicke  $h_k$  ab.

Vernachlässigt man in (4) den Widerstand des Tuches  $r_0$  gegenüber dem Produkt  $\alpha \cdot h_k$ , so folgt

$$u = \frac{\Delta p}{\eta_L \cdot \alpha \cdot h_k} \quad (4a)$$

Diese vereinfachte Gleichung gilt erst ab einer Zeit  $t$ , zu der sich bereits ein Kuchen von einer Mindestdicke gebildet hat. Den Beginn der Kuchenbildung zur Zeit  $t = 0$  kann die vereinfachte Gleichung nicht beschreiben. Sie würde das unsinnige Ergebnis liefern, daß der Filtratstrom im ersten Moment unendlich groß ist.

### 1.2.2 Der Zusammenhang zwischen dem Filtratdurchsatz und der Kuchendicke; die Differentialgleichung der Filtration

Bei der kuchenbildenden Filtration besteht ein Zusammenhang zwischen dem zeitlich veränderlichen Filtratanfall und der ebenfalls zeitlich veränderlichen Kuchendicke.

Vorausgesetzt, daß

- 1) sich die Zusammensetzung der Trübe während der Dauer des Filtrationsprozesses nicht ändert,

2) die Porosität (Hohlraumanteil) des Kuchens zeitlich und örtlich konstant ist (inkompressibler Kuchen),

ist die Kuchendicke  $h_k$  der anfallenden Filtratmenge  $V$  proportional. Man kann ansetzen

$$h_k = \frac{\kappa^*}{A} \cdot V \quad (5)$$

Hierin ist  $\kappa^*$  eine Proportionalitätskonstante, deren Wert sich aus einer einfachen Massenbilanz bestimmen läßt. Es gilt

$$A \cdot h_k \cdot (1-\varepsilon) \cdot \rho_s = (V + A \cdot h_k \cdot \varepsilon) \cdot \rho_L \cdot y \quad (6)$$

Links steht die Menge des Feststoffes, die den Kuchen von der Dicke  $h_k$  und der Porosität  $\varepsilon$  bildet. Rechts steht das Produkt des Massenverhältnisses  $y$  von Feststoff und Flüssigkeit in der Trübe (Konzentrationsmaß) und der Flüssigkeitsmenge, in der der abgelagerte Feststoff suspendiert war (aufgefangene Flüssigkeitsmenge plus die Flüssigkeitsmenge, die die Poren des Filterkuchens ausfüllt). Aus (5) und (6) folgt

$$\kappa^* = \frac{y \cdot \rho_L}{(1-\varepsilon) \cdot \rho_s - \varepsilon \cdot y \cdot \rho_L} \quad (7)$$

Anstelle des Konzentrationsmaßes

$$y = \frac{\text{kg Feststoff}}{\text{kg Flüssigkeit}}$$

werden in der Praxis häufig die beiden folgenden Konzentrationsmaße verwendet:

$$C_v = \frac{\text{kg Feststoff}}{\text{Liter Suspension}}$$

$$C_g = \frac{\text{kg Feststoff}}{\text{kg Suspension}}$$

Zwischen den drei verschiedenen Konzentrationsmaßen bestehen die folgenden Zusammenhänge:

$$C_v = \frac{\rho_L \cdot C_g}{1 - (1 - \rho_L/\rho_s) \cdot C_g} \quad (8)$$

$$Y = \frac{C_g}{1 - C_g} \quad (9)$$

Die Porosität  $\varepsilon$  (Hohlraumanteil) des Kuchens läßt sich durch die Restfeuchte des Kuchens bei voller Sättigung  $RF_p$  ausdrücken.

Es gilt

$$\varepsilon = \frac{RF_p \cdot \rho_s}{RF_p \cdot \rho_s + (1 - RF_p) \cdot \rho_L} \quad (10)$$

Führt man noch die sog. "trockene Kuchendichte"  $\rho_{kt}$  mit

$$\rho_{kt} = (1 - \varepsilon) \cdot \rho_s \quad (11)$$

ein, so ergibt sich aus (7) der Ausdruck

$$\kappa^* = \frac{\rho_L / \rho_{kt}}{\frac{1 - C_g}{C_g} - \frac{RF_p}{1 - RF_p}} \quad (12)$$

Aus

$$u = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{dV}{A \cdot dt} \quad (13)$$

folgt mit (5)

$$u = \frac{dh_k}{\kappa^* \cdot dt} \quad (14)$$

Wird dies in (4) eingesetzt, so erhält man

$$\frac{dh_k}{dt} = \frac{\kappa^* \cdot \Delta p}{\eta_L (\alpha \cdot h_k + r_o)} \quad (15)$$

Dies ist die Differentialgleichung der kuchenbildenden Filtration.

Je nach den äußeren Randbedingungen, die durch die Betriebsweise des Filterapparats festgelegt werden, kann diese Gleichung für konstante Druckdifferenz oder für konstant eingestellte Durch-



flußrate integriert werden.

Der in der Technik weitaus häufigste Fall ist die Filtration bei konstant gehaltenem Druckgefälle. Bei allen kontinuierlichen Filtern wird die Druckdifferenz von außen durch eine Vakuumpumpe, ein Gebläse oder einen Druckspeicher konstant gehalten. Nur bei diskontinuierlichen Filtern kann es je nach Art der verwendeten Speisepumpen vorkommen, daß der Suspensionsstrom durch eine Pumpe mit konstantem Fördervolumen in das Trenngerät eingespeist wird. Auch zwischen beiden Grenzfällen liegende Bedingungen der Speisung sind bekannt. So bleibt bei der Speisung einer Filterpresse zunächst der Förderstrom bei niederem Fülldruck konstant. Später steigt der Fülldruck auf ein konstruktiv begrenztes Maximum an und der Förderstrom nimmt dann über der Zeit ab.

### 1.2.3 Integration der Differentialgleichung bei konstantem Druckgefälle

Diese Integration wird sehr einfach, wenn  $\Delta p$ ,  $\alpha$  und  $r_0$  als konstant betrachtet werden können. Während man die Konstanz von  $\Delta p$  im Betrieb tatsächlich aufrecht erhalten kann, hängt  $\alpha$  jedoch häufig noch vom Kuchenbildungsdruck ab. Diese Erscheinung bleibe jedoch jetzt unberücksichtigt. Ebenso soll  $r_0$  für den Integrationsvorgang einen konstanten Wert besitzen.

Man integriert vom Beginn der Filtration (kein Kuchen) bis zum Ende der Kuchenbildung zum Zeitpunkt  $t_1$  bei der Kuchendicke  $h_{k1}$

$$\Delta p \int_0^{t_1} dt = \frac{\eta_L}{\kappa^*} \int_0^{h_{k1}} (\alpha \cdot h_k + r_0) dh_k \quad (16)$$

$$\Delta p \left[ t \right]_0^{t_1} = \frac{\eta_L}{\kappa^*} \left[ \alpha \cdot \frac{h_k^2}{2} + r_0 \cdot h_k \right]_0^{h_{k1}} \quad (17)$$

$$\Delta p \cdot t_1 = \frac{\eta_L}{\kappa^*} \cdot \left( \alpha \cdot \frac{h_{k1}^2}{2} + r_0 \cdot h_{k1} \right) \quad (18)$$

Eine Auflösung nach  $h_{k1}$  ergibt

$$h_{k1} = -\frac{r_0}{\alpha} + \sqrt{\left(\frac{r_0}{\alpha}\right)^2 + \frac{2\kappa^*}{\eta_L \cdot \alpha} \cdot \Delta p \cdot t_1} \quad (19)$$

Das dazugehörige Filtratvolumen pro Fläche, die Filtrathöhe, folgt daraus mit (5) zu

$$\frac{V}{A} = h_{\text{Filtrat}} = \frac{h_{k1}}{\kappa^*} = -\frac{r_0}{\alpha \cdot \kappa^*} + \sqrt{\left(\frac{r_0}{\alpha \cdot \kappa^*}\right)^2 + \frac{2 \Delta p \cdot t_1}{\eta_L \cdot \alpha \cdot \kappa^*}} \quad (20)$$

Im Fall hinreichend langer Filtrationszeiten kann man den Tuchwiderstand gegenüber dem Kuchenwiderstand vernachlässigen. Aus (19) folgt damit

$$h_{k1} = \sqrt{\frac{2}{\eta_L \cdot \alpha}} \cdot \sqrt{\kappa^*} \cdot \sqrt{\Delta p} \cdot \sqrt{t_1} \quad (21)$$

Hier sind nun Produktdaten und Einstelldaten voneinander getrennt und können in ihrem Einfluß separat betrachtet werden:

- Die Kombination der reinen Produktdaten im Ausdruck  $\sqrt{\frac{2}{\eta_L \cdot \alpha}}$  besagt, daß eine Verminderung der Zähigkeit auf die Hälfte oder eine Verminderung des Kuchenwiderstandes auf die Hälfte jeweils nur eine Steigerung der Kuchendicke um  $\sqrt{2}$  bewirken würde. Meist ist an diesen Werten nichts zu ändern, da sie durch das zu verarbeitende Produkt bzw. durch die vorgegebene Prozeßtemperatur bestimmt werden.
- Eine eventuell mögliche Voreindickung der Suspension geht ebenfalls nur mit dem Faktor

$$\sqrt{\kappa^*} = \sqrt{\frac{\rho_L}{\rho_{kt}} \cdot \frac{1}{\frac{1-c_g}{c_g} - \frac{RF_p}{1-RF_p}}} \quad (22)$$

in die Erhöhung der Kuchendicke ein.

- Die Einstellgröße Kuchenbildungszeit  $t_1$  geht ebenso wie die angelegte Druckdifferenz nur mit der Wurzel in die Kuchendicke ein.

Werden die Überlegungen auf ein Drehfilter eingegrenzt, so hängt die Kuchenbildungszeit  $t_1$  wie folgt mit der Zykluszeit  $t_{\text{zyk}}$  und dem kuchenbildenden Winkel  $\alpha_1$  zusammen:

$$\frac{t_1}{t_{\text{zyk}}} = \frac{\alpha_1}{360^\circ} \quad (23)$$

Außerdem ist die Zykluszeit der Drehzahl des Filters umgekehrt proportional:

$$t_{\text{zyk}} = \frac{1}{n} \quad (24)$$

Dabei wird im Filterbau die Drehzahl  $n$  in Umdrehungen pro Stunde angegeben.

Der Feststoffdurchsatz (trocken) eines Filters der Fläche  $A$ , das pro Stunde  $n$ -mal einen Kuchen der Dicke  $h_{k1}$  bildet, wird danach

$$\dot{m}_{\text{Filter}} = n \cdot h_{k1} \cdot \rho_{kt} \cdot A \quad (25)$$

Setzt man  $h_{k1}$  aus (21) in (25) ein, so ergibt sich ebenfalls unter Vernachlässigung von  $r_0$ :

$$\dot{m}_{\text{Filter}} = n \cdot \rho_{kt} \cdot A \cdot \sqrt{\frac{2}{\alpha \cdot \eta_L}} \cdot \sqrt{\kappa^*} \cdot \sqrt{\Delta p} \cdot \sqrt{t_1} \quad (26)$$

Ersetzt man die Kuchenbildungszeit  $t_1$  nach (23) durch den Kuchenbildungswinkel  $\alpha_1$ , so wird

$$\dot{m}_{\text{Filter}} = \rho_{kt} \cdot A \cdot \sqrt{\frac{2}{\alpha \cdot \eta_L}} \cdot \sqrt{\kappa^*} \cdot \sqrt{\Delta p} \cdot \sqrt{\frac{\alpha_1}{360} \cdot \frac{1}{n}} \cdot n \quad (27)$$

$$\dot{m}_{\text{Filter}} = A \cdot \rho_{kt} \cdot \sqrt{\frac{2}{\alpha \cdot \eta_L}} \cdot \sqrt{\kappa^*} \cdot \sqrt{\Delta p} \cdot \sqrt{\frac{\alpha_1}{360}} \cdot \sqrt{n} \quad (28)$$

produktbedingt

einstell- bzw. konstruktiv bedingt

Auch in dieser Gleichung sind wieder die Einflüsse der Produkteigenschaften, der konstruktiv festgelegten Parameter und der Maschineneinstellung separiert worden:

- Der Durchsatz eines Drehfilters steigt nur mit der Wurzel aus der Drehzahlerhöhung.
- Ebenso geht der durch die Steuerzoneneinteilung festgelegte Kuchenbildungswinkel  $\alpha_1$  nur mit seiner Wurzel in den Durchsatz ein.

Dies sind zwei wichtige Erkenntnisse, die später immer wieder verwendet werden. Analog kann der Verlauf der Kuchendicke in Abhängigkeit von der Drehzahl dargestellt werden. Aus (21) folgt mit (23) und (24)

$$h_{k1} = \sqrt{\frac{2}{\eta_L \cdot \alpha}} \cdot \sqrt{\kappa^*} \cdot \sqrt{\Delta p} \cdot \sqrt{\frac{1}{360}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (29)$$

Die Kuchendicke nimmt also mit steigender Drehzahl nach  $h_{k1} \sim \frac{1}{\sqrt{n}}$  ab.

Diese Tatsache beschränkt neben anderen konstruktiven Faktoren und der für die Entfeuchtung nötigen Trockensaugzeit die Durchsatzleistung eines Filters:

Der Kuchen kann ab einer gewissen minimalen - für jede Filterbauart typischen - Kuchendicke nicht mehr vollständig vom Filtertuch entfernt werden. Bleiben aber Reste vom Filterkuchen auf dem Tuch haften, so wird beim folgenden Kuchenbildungszyklus weniger Kuchen angesaugt. Der auf den alten Kuchen zusätzlich auffiltrierte neue Kuchen erreicht die Dicke  $h'_k = \sqrt{2} \cdot h_{k1}$ ; die Durchsatzleistung sinkt wieder ab; außerdem bleiben diese dickeren Kuchenstücke feuchter, da die Entwässerung bei sonst gleichen Bedingungen mit ansteigender Kuchenhöhe abnimmt.

#### 1.2.4 Verwendung der theoretischen Gesetzmäßigkeiten zur Vereinfachung der Experimente und der Auslegung

##### 1.2.4.1 Die experimentelle Bestimmung des Tuchwiderstandes

Man geht aus von Gleichung (18). Mit Gleichung (5) folgt daraus

$$\Delta p \cdot t = \frac{\eta_L}{A} \left\{ \frac{\alpha \cdot \kappa^*}{2 \cdot A} \cdot V^2 + r_0 \cdot V \right\} \quad (30a)$$

Die Division beider Seiten durch  $V \cdot \Delta p$  führt zu

$$\frac{t}{V} = \frac{\alpha \cdot \kappa^* \cdot \eta_L}{2 \cdot A^2 \cdot \Delta p} + \frac{r_0 \cdot \eta_L}{A \cdot \Delta p} \quad (30b)$$

Dies ist die Gleichung einer Geraden (der Form  $y = ax + b$ ), wenn  $t/V$  über  $V$  aufgetragen wird (Abb. 2). Aus der Rückextrapolation der

Geraden bis zum Schnittpunkt mit der Ordinate läßt sich der Wert des Tuchwiderstandes  $r_0$  ermitteln.

Aus der Steigung der Geraden erhält man das Produkt  $\alpha \cdot \kappa^*$ . Es gelingt nicht, durch Messung der Filtratmenge über der Zeit die beiden Größen  $\alpha$  und  $\kappa^*$  getrennt zu ermitteln. Hierzu bedarf es zusätzlich einer Messung der Kuchendicke oder der Restfeuchte bei voller Sättigung des Kuchens.

#### 1.2.4.2 Die Darstellung der Durchsatzleistung eines kontinuierlichen Filters

---

Wird die Durchsatzleistung eines Filters in einem  $\log \dot{m} - \log n$  - Diagramm bei konstant gehaltener Druckdifferenz  $\Delta p$  dargestellt, so erhält man ebenso wie für ein  $\log \dot{m} - \log \Delta p$  - Diagramm bei gleicher Drehzahl jeweils Geraden mit der Steigung  $m = 0,5$  (siehe Abb. 3).

Diese Darstellung gestattet eine Nachprüfung der Gültigkeit der Filtertheorie für den jeweiligen Anwendungsfall, jedoch - wie weiter unten gezeigt wird - keine Unterscheidung zwischen kompressiblen und inkompressiblen Filterkuchen.

Wird in einer anderen Darstellung der Feststoffdurchsatz eines Drehfilters über seiner Drehzahl aufgetragen, wobei für die Abszisse eine  $\sqrt{n}$ -Skala gewählt wird, so ergeben sich ebenfalls Geraden, die, falls  $r_0 \rightarrow 0$  geht, durch den Nullpunkt laufen.

Abb. 4 zeigt die Ergebnisse von Messungen an großen Scheibenfiltern mit fünf verschiedenen Produkten.

Gegenüber der doppelt-logarithmischen Darstellung hat diese Auftragung den Vorteil, daß der Nullpunkt als zusätzliche Information herangezogen werden kann und somit bei streuenden Meßwerten, die eventuell nur in einem engen Drehzahlbereich gewonnen werden konnten, eine höhere Extrapolationsgenauigkeit erreicht wird.

Die Filtratsleistungen können ganz analog nach beiden Methoden dargestellt werden, jedoch ist zu berücksichtigen, daß die über der

Trockensaugzeit, d.h. auch Drehzahl, sich ändernden Restfeuchten den Geradenverlauf verzerren können.

Diese Darstellung läßt auch eine schnelle Kapazitätsbeurteilung bei anderen Werten von  $\Delta p$  und  $\alpha_1$  zu. Gegenüber dem Pilotfilter, an dem die Meßwerte gewonnen werden, kann dann eine Kapazitätslinie des Großfilters gezeichnet werden, wobei sich z.B. bei einer bestimmten für beide Filter gleich gewählten Drehzahl die folgenden spezifischen Durchsatzleistungen ergeben:

$$\dot{m}_{\text{spez Haupt}} = \dot{m}_{\text{spez Pilot}} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{\text{Haupt}}}{\Delta p_{\text{Pilot}}}} \cdot \sqrt{\frac{\alpha_{1 \text{ Haupt}}}{\alpha_{1 \text{ Pilot}}}} \quad (31)$$

#### 1.2.5 Die Integration der Differentialgleichung bei konstant gehaltenem Suspensionsdurchfluß

Wieder ausgehend von Gleichung (15) läßt sich über (5) die Kuchenhöhe als  $h_k = \frac{\kappa^*}{A} \cdot Q \cdot t$  und  $\frac{dV}{dt} = Q$  ersetzen:

$$\frac{dV}{dt} = Q = \frac{\Delta p \cdot A}{\eta_L \cdot \left( \alpha \cdot \frac{\kappa^*}{A} \cdot Q \cdot t + r_o \right)} \quad (32)$$

Durch Umformen nach  $\Delta p$  ergibt sich der zeitliche Verlauf der Druckdifferenz zu

$$\Delta p(t) = Q \cdot \eta_L \cdot \left( \alpha \cdot \frac{\kappa^*}{A} \cdot Q \cdot t + r_o \right) / A \quad (33)$$

Dieser Fall tritt während eines Teils der Füllphase einer Filterpresse auf, die mit einer volumetrischen Pumpe gefüllt wird. Nachdem die Kammern theoretisch beim Druck Null gefüllt worden sind und der Vorgang der Kuchenbildung beginnt, steigt der Druck bis zu seiner Begrenzung (z.B. durch ein Überströmventil) bei  $\Delta p_{\text{max}}$  nach obiger Funktion an. Sieht man vom Tuchwiderstand ab, so ist dies ein geradliniger Verlauf, dessen Steigung quadratisch mit der eingestellten Durchflußmenge zusammenhängt.

### 1.2.6 Integration der Differentialgleichung für allgemeine Fälle

Für diesen Fall schreibt sich die Differentialgleichung

$$\frac{A}{\eta_L} \Delta p(\dot{V}) = (\alpha \cdot h_k + r_0) \cdot \dot{V} \quad \text{bzw.} \quad (34)$$

$$\frac{A}{\eta_L} \Delta p(\dot{V}) = \left( \alpha \cdot \frac{K^*}{A} \cdot V + r_0 \right) \cdot \dot{V} \quad (35)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung hängt von der jeweiligen Funktion  $\Delta p(\dot{V})$  ab und kann deshalb nicht in allgemeiner Form angegeben werden.

### 1.2.7 Die Anwendung des Darcy'schen Gesetzes auf das Fliehkraftfeld

Wird eine Filterzentrifuge mit Suspension gefüllt, so bildet sich - anders als in einem Filter - zunächst durch Sedimentation ein Kuchen, durch den dann die darüberstehende, noch feine Partikeln enthaltende Flüssigkeit abfiltriert wird.

Es wird weiterhin angenommen, daß die Flüssigkeit zu jedem Zeitpunkt voll beschleunigt ist, d.h. mit dem Kuchen und dem Trommelmantel wie ein starrer Körper mitrotiert.

Zunächst ist zu klären, welche Form die Darcy-Gleichung annimmt, wenn die Flüssigkeit nicht aufgrund eines von außen angelegten Druckgefälles  $\Delta p$  durch den Filterkuchen getrieben wird, sondern durch die Zentrifugalbeschleunigung.

Hierzu wird als erstes der Fall betrachtet, daß eine Flüssigkeit durch ein senkrecht angeordnetes Rohr strömt (Abb. 5). Das Kräftegleichgewicht an einem Flüssigkeitszylinder vom Radius  $r$  und der Höhe  $dz$  erfordert den Zusammenhang

$$\rho_L g \cdot r^2 \cdot \pi \cdot dz - r^2 \cdot \pi \cdot \frac{\partial p}{\partial z} dz = \tau \cdot 2r \cdot \pi \cdot dz \quad (36)$$

Unter der Voraussetzung laminarer Strömung gilt

$$\tau = - \eta_L \frac{du}{dr} \quad (37)$$

Dabei wird mit  $u$  die Strömungsgeschwindigkeit im Abstand  $r$  von der Rohrachse bezeichnet. Aus (36) und (37) folgt weiter

$$r \cdot (\rho_L \cdot g - \frac{\partial p}{\partial z}) = - 2 \cdot \eta_L \cdot \frac{du}{dr} \quad (38)$$

Integriert man diese Gleichung über  $r$  und bestimmt die freie Integrationskonstante mit der Randbedingung

$$r = d/2, u = 0$$

so erhält man

$$u = \left( \frac{d^2 - 4 \cdot r^2}{16 \cdot \eta_L} \right) \cdot (\rho_L \cdot g - \frac{\partial p}{\partial z}) \quad (39)$$

Hieraus folgt für die durchströmende Menge

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \int_0^{d/2} 2 \cdot r \cdot \pi \cdot u \cdot dr \\ &= \frac{A}{\eta_L} \cdot \frac{d^2}{32} \cdot (\rho_L \cdot g - \frac{\partial p}{\partial z}) \end{aligned} \quad (40)$$

Man bezeichnet mit  $A = d^2 \cdot \pi / 4$  die Querschnittsfläche des Rohres. Mit (40) folgt die Erweiterung der Gleichung von Hagen und Poiseuille für die nach unten gerichtete Strömung durch ein senkrecht angeordnetes Rohr.

Wird nun an die Stelle des Rohres ein Filterkuchen gesetzt, so wird dessen Durchströmung, wie aus Analogiebetrachtungen geschlossen werden kann, durch die Gleichung (41) beschrieben:

$$\dot{V} = \frac{A}{\eta_L \cdot \alpha} (\rho_L \cdot g - \frac{\partial p}{\partial z}) \quad (41)$$

Ist der Einfluß der Schwerkraft zu vernachlässigen und fällt das von außen angelegte Druckgefälle gleichmäßig über die Kuchendicke ab, so liefert die erweiterte Darcy-Gleichung (41) ein Ergebnis, welches mit (1) bzw. (4a) in Einklang steht.

Wird in einer Zentrifuge filtriert, so ist offenbar die Zentrifugalbeschleunigung  $r \cdot \omega^2$  anstelle der Erdbeschleunigung  $g$  zu setzen.



Die erweiterte Darcy-Gleichung nimmt dann die folgende Form an:

$$\dot{V} = \frac{A}{\eta_L \cdot \alpha} \left( \rho_L \cdot r \cdot \omega^2 - \frac{\partial p}{\partial r} \right) \quad (42)$$

Sie beschreibt dann den Filtratstrom durch die Fläche

$$A = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot L \quad (43)$$

beim Radius  $r$  (siehe Abb. 6). Mit  $L$  wird hier die Länge der Zentrifugentrommel bezeichnet. Löst man (42) nach dem Druckgradienten auf, so folgt mit (43)

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho_L \cdot r \cdot \omega^2 - \frac{\dot{V} \cdot \eta_L \cdot \alpha}{2 \cdot r \cdot \pi \cdot L} \quad (44)$$

Dies läßt sich zu

$$p = \frac{\rho_L}{2} \cdot r^2 \cdot \omega^2 - \frac{\dot{V} \cdot \eta_L \cdot \alpha}{2 \cdot \pi \cdot L} \cdot \ln r + c_0 \quad (45)$$

integrieren, da  $\dot{V}$  zu einem bestimmten Zeitpunkt für alle Radien gleichgroß sein muß (Kontinuitätsbedingung), wenn der Kuchen inkompressibel ist. In Gleichung (45) sind  $c_0$  und  $\dot{V}$  Größen, die durch die vorgegebenen Randbedingungen des Problems bestimmt werden. Diese lauten

$$r = r_k \quad p = p_0 + \frac{\rho_L}{2} \cdot (r_k^2 - r_0^2) \cdot \omega^2$$

$$r = r_T \quad p = p_0$$

Hier wird mit  $r_k$  der Radius an der Oberfläche des Kuchens bezeichnet und mit  $r_0$  der Radius an der Oberfläche der Flüssigkeit. Vereinfachend wird der Widerstand eines Filtermittels beim Radius  $r_T$  vernachlässigt (Abb. 6).

Mit der ersten der beiden Randbedingungen folgt aus (45)

$$c_0 = p_0 - \frac{\rho_L}{2} \cdot r_0^2 \cdot \omega^2 + \frac{\dot{V} \cdot \eta_L \cdot \alpha}{2 \cdot \pi \cdot L} \cdot \ln r_k \quad (46)$$

Hiermit und mit der zweiten Randbedingung folgt weiter

$$\dot{V} = \frac{\frac{\rho_L}{2} \cdot (r_T^2 - r_O^2) \cdot \omega^2}{\frac{\eta_L \cdot \alpha}{2\pi L} \cdot \ln(r_T/r_k)} \quad (47)$$

Ist die Kuchenstärke im Verhältnis zum Trommelradius klein, so vereinfacht sich diese Gleichung. Mit

$$h_k = (r_T - r_k) \ll r_T$$

erhält man

$$\ln(r_T/r_k) = -\ln(1 - h_k/r_T) \approx h_k/r_T \quad (48)$$

Damit folgt aus (47)

$$\dot{V} \approx \frac{2\pi \cdot r_T \cdot L}{\eta_L \cdot \alpha \cdot h_k} \cdot \left[ \frac{\rho_L}{2} \cdot (r_T^2 - r_O^2) \cdot \omega^2 \right] \quad (49)$$

Vergleicht man dies mit (1), so ist erkennbar, daß dann (49) aus (1) erhalten wird, wenn für das äußere Druckgefälle der folgende Ausdruck eingesetzt wird:

$$\Delta p = \frac{\rho_L}{2} \cdot (r_T^2 - r_O^2) \cdot \omega^2 \quad (50)$$

Dies ist der Flüssigkeitsdruck, der an einem undurchlässigen Filtermittel oder an einer Vollmanteltrommel anliegen würde.

#### 1.2.8 Integration der Differentialgleichung für kompressible Filterkuchen

Die Beschreibung der kuchenbildenden Filtration geht - wie Gleichung (3) zeigt - von der Vorstellung aus, daß der gesamte Durchströmungswiderstand R sich additiv aus den Widerständen von Kuchen und Filtertuch zusammensetzt.

Dementsprechend kann man sich auch das gesamte Druckgefälle  $\Delta p$  gemäß

$$\Delta p = \Delta p' + \Delta p'' \quad (51)$$

aus einem Druckgefälle  $\Delta p'$  im Kuchen und einem Druckgefälle  $\Delta p''$  im Filtertuch zusammengesetzt denken.

Zu Beginn des Filtrationsprozesses ist  $h_k = 0$  und damit  $\Delta p' = 0$ . Das treibende Druckgefälle  $\Delta p$  ist gleich dem Druckabfall im Filtertuch. Ist nach Erreichen einer bestimmten Kuchendicke  $r_0 \ll \alpha h_k$ , so ist  $\Delta p'' \ll \Delta p'$  und das treibende Druckgefälle ist praktisch gleich dem Druckabfall im Kuchen. Das Druckgefälle  $\Delta p'$  im Kuchen wächst somit während des Filtrationsprozesses von  $\Delta p' = 0$  bis etwa  $\Delta p' = \Delta p$  stetig an.

Zahlreiche experimentelle Untersuchungen haben ergeben, daß praktisch alle Filterkuchen mehr oder weniger kompressibel sind, d.h. daß die Filterkuchen beim Anwachsen des Druckgefälles  $\Delta p'$  mehr oder weniger stark zusammengedrückt werden. Dies hat zur Folge, daß der spezifische Durchströmungswiderstand  $\alpha$  zunimmt. Besonders ausgeprägt ist dieses Verhalten bei feinkörnigen oder leicht verformbaren Feststoffen, während grobkörnige, aus starren Partikeln bestehende Feststoffe eher inkompressible Filterkuchen bilden.

Geht man von der Annahme aus, daß die örtliche Porosität  $\epsilon$  des Kuchens allein eine Funktion des örtlichen Druckes  $p_s$  im Feststoffgerüst ist, so gilt

$$\epsilon = \epsilon(p_s) \quad (52)$$

Aus einem einfachen Kräftegleichgewicht folgt

$$p_s = p_1 - p \quad (53)$$

Hierin ist  $p_1$ , wie Abb. 7 zeigt, der Druck an der Kuchenoberfläche und  $p$  der Druck im Abstand  $z$  vom Filtertuch.

Der durch (53) definierte sogenannte Druck im Feststoffgerüst ist wie der Flüssigkeitsdruck  $p$  vom Abstand  $z$  abhängig. Außerdem ist er zweifellos eine Funktion der Kuchendicke  $h_k$ , des am Filterkuchen anliegenden Druckgefälles  $\Delta p'$  und aller der Eigenschaften des den Filterkuchen bildenden Feststoffs, die seine Kompressibili-

tät beeinflussen. Wenn die Überlegungen auf einen bestimmten Feststoff beschränkt werden, so gilt

$$p_s = p_s(z, h_k, \Delta p') \quad (54)$$

Dimensionsanalytische Überlegungen zeigen sofort, daß dieser funktionale Zusammenhang von folgender Form sein muß:

$$p_s = \Delta p' \cdot f\left(\frac{z}{h_k}\right) \quad (55)$$

Tiller [1] hat den Verlauf von  $p_s$  bzw.  $p$  über der Kuchendicke für eine Reihe von Feststoffen gemessen und gefunden, daß sich seine Ergebnisse durch den Ansatz

$$p_s = \Delta p' \cdot \left(1 - \frac{z}{h_k}\right)^m \quad (56)$$

approximieren ließen, worin  $m$  eine stoffspezifische Konstante ist.

Mit (55) folgt aus (52)

$$\varepsilon = \varepsilon\left(\Delta p', \frac{z}{h_k}\right) \quad (57)$$

Für den Mittelwert der Porosität folgt daraus

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} &= \frac{1}{h_k} \cdot \int_0^{h_k} \varepsilon\left(\Delta p', \frac{z}{h_k}\right) \cdot dz \\ &= \int_0^1 \varepsilon\left(\Delta p', \frac{z}{h_k}\right) \cdot d\left(\frac{z}{h_k}\right) = \bar{\varepsilon}(\Delta p') \end{aligned} \quad (58)$$

d.h. der Mittelwert  $\bar{\varepsilon}$  ist unabhängig von  $h_k$ . Daraus ergibt sich folgendes Bild von der Änderung der Porosität während des Filtrationsvorganges (Abb. 8):

Während die Kuchendicke mit der Zeit anwächst, vermindert sich die örtliche Porosität  $\varepsilon$  an jeder Stelle. Der Kuchen wird fortlaufend und überall verdichtet. Wird  $\Delta p'$  konstant gehalten, wie in Abb. 8 vorausgesetzt, so ändert sich die mittlere Porosität  $\bar{\varepsilon}$  dabei nicht.

Tatsächlich wächst  $\Delta p'$  jedoch mit zunehmender Filtrationsdauer an, so daß der Kuchen in Wirklichkeit noch stärker verdichtet wird und zwar derart, daß auch der Mittelwert  $\bar{\epsilon}$  abgesenkt wird.

Die fortlaufende Verdichtung des Kuchens hat zur Folge, daß der Filtratstrom  $\dot{V}$  nicht über die Kuchendicke konstant bleibt, sondern gegen das Filtertuch hin größer wird. Dieser Effekt ist jedoch - wie Tiller [2] gezeigt hat - meist vernachlässigbar klein. Er muß nur dann berücksichtigt werden, wenn erstens die Feststoffkonzentration der Trübe sehr hoch liegt und zweitens der gebildete Kuchen stark kompressibel ist.

Der spezifische Durchströmungswiderstand  $\alpha$  hängt eindeutig von der örtlichen Porosität ab. Beschränkt man die Aussage auf ein und denselben Feststoff und läßt mögliche Unterschiede in der Packungsstruktur außer acht, so gilt

$$\alpha = \alpha(\epsilon) \quad (59)$$

Mit (52) und (55) folgt daraus

$$\alpha = \alpha(p_s) = \alpha(\Delta p', \frac{z}{h_k}) \quad (60)$$

d.h. auch der spezifische Durchströmungswiderstand ist eine örtlich und zeitlich veränderliche Größe. Für den Mittelwert erhält man

$$\begin{aligned} \bar{\alpha} &= \frac{1}{h_k} \cdot \int_0^{h_k} \alpha(\Delta p', \frac{z}{h_k}) \cdot dz \\ &= \int_0^1 \alpha(\Delta p', \frac{z}{h_k}) \cdot d(\frac{z}{h_k}) = \bar{\alpha}(\Delta p') \end{aligned} \quad (61)$$

d.h. auch der mittlere spezifische Durchströmungswiderstand ist wie die Porosität allein von  $\Delta p'$  abhängig.

Zwischen Kuchendicke  $h_k$  und der aufgefangenen Filtratmenge  $V$  besteht der Zusammenhang

$$h_k = \frac{\kappa^*}{A} \cdot V \quad (62)$$

Die Größe  $\kappa^*$  erhält man wie im Fall des inkompressiblen Kuchens aus einer einfachen Mengenbilanz. Es ist

$$\kappa^* = \frac{Y \cdot \rho_L}{(1-\bar{\epsilon}) \cdot \rho_S - \bar{\epsilon} \cdot Y \cdot \rho_L} \quad (63)$$

Da  $\bar{\epsilon}$  von  $\Delta p'$  abhängt, ist auch  $\kappa^*$  eine Funktion von  $\Delta p'$ , d.h. für kompressible Kuchen gilt

$$\kappa^* = \kappa^*(\Delta p') \quad (64)$$

Mit den Gleichungen (1) bis (5) erhält man

$$\frac{dV}{dt} = \frac{A \cdot \Delta p}{\eta_L \cdot (\bar{\alpha} \cdot \kappa^* \cdot \frac{V}{A} + r_0)} \quad (65)$$

Diese Gleichung ist nicht in die zu (15) analoge Form zu bringen, da im Falle des kompressiblen Kuchens wegen (64) gilt

$$\frac{dh_k}{dt} \neq \frac{\kappa^*}{A} \cdot \frac{dV}{dt} \quad (66)$$

Bei der Integration von (65) ist zu beachten, daß  $\bar{\alpha}$  und  $\kappa^*$  Funktionen von  $\Delta p'$  sind.

#### a) Integration der Differentialgleichung bei konstantem Druckgefälle

---

Es sind zweckmäßigerweise zwei Bereiche zu unterscheiden:

##### a1) Anfangsphase der Kuchenbildung

Der Druckabfall im Kuchen ändert sich in den Grenzen

$$0 \leq \Delta p' \leq \Delta p$$

Zu Beginn ist  $\Delta p' = 0$  (kein Kuchen vorhanden). Mit dem Aufbau eines Kuchens wächst  $\Delta p'$  an. Die Anfangsphase der Kuchenbildung ist dann als beendet anzusehen, wenn  $\Delta p'' \ll \Delta p'$ , d.h. wenn der Druckabfall im Filtertuch gegenüber dem Druckabfall im Kuchen vernachlässigt werden kann.

Zu der Differentialgleichung (65) tritt eine zweite Gleichung hinzu, nämlich die aus (51) folgende einfache Beziehung

$$\Delta p' = \Delta p - \Delta p'' = \Delta p - \frac{r_0 \cdot \eta_L}{A} \cdot \frac{dV}{dt} \quad (67)$$

Sind  $\bar{\alpha}$  und  $\kappa^*$  als Funktionen von  $\Delta p'$  durch Messungen bestimmt worden, so ist die Differentialgleichung (65) grundsätzlich lösbar, wenn auch nicht in geschlossener Form.

#### a2) Filtration bei größerer Kuchenstärke

Wenn der Druckabfall im Filtertuch gegenüber dem Druckabfall im Kuchen vernachlässigt werden kann, gilt  $\Delta p' \approx \Delta p$  und die Größen  $\bar{\alpha}$  und  $\kappa^*$  sind praktisch konstant. Für die Rechnung darf dann der Kuchen als inkompressibel angesehen werden.

Hieraus folgt, daß die Gleichungen (21) und (29), die unter der Voraussetzung  $r_0 \ll \alpha \cdot h_k$  abgeleitet wurden, unverändert mit allen Konsequenzen für die Auslegung von Filtern übernommen werden können.

Unterschiedliche Ergebnisse liefert die Integration der Differentialgleichung nur für die Anfangsphase der Kuchenbildung. Die Gleichungen (19) und (20), die die Anfangsphase der Kuchenbildung einschließen, gelten deshalb nur für inkompressible Kuchen.

Dies hat eine praktische Konsequenz für die Auswertung von Filterversuchen, wie sie in Kapitel 1.2.4.1 beschrieben wird:

Bei der Auftragung von  $t/V$  über  $V$  erhält man für kompressible Filterkuchen keine Gerade. Man kann dann auch den Wert des Tuchwiderstandes  $r_0$  nicht durch Rückextrapolation auf die beschriebene Weise bestimmen. Die Kurve nähert sich jedoch im Bereich großer Werte von  $V$  einer Geraden. Aus deren Anstieg erhält man wie bei inkompressiblen Kuchen das Produkt  $\bar{\alpha} \cdot \kappa^*$ .

#### b) Integration der Differentialgleichung bei konstantem Filtratfluß

Gleichung (35) gilt unverändert. Es ist lediglich zu beachten, daß  $\alpha$  durch  $\bar{\alpha}(\Delta p')$  und  $\kappa^*$  durch  $\kappa^*(\Delta p')$  zu ersetzen sind.

Den zutreffenden Wert von  $\Delta p'$  erhält man aus (67). Da hierzu  $\Delta p$  bekannt sein muß, läßt sich  $\Delta p'$  nicht direkt, sondern nur durch Iteration gewinnen.

### 1.3 Zusammenhänge zwischen Partikelverteilungen, Kuchenstruktur und Kuchenwiderstand

---

Das oben vorgestellte Darcy'sche Gesetz und die daraus abgeleiteten Gesetze der Kuchenbildung geben keine Auskunft über den Zusammenhang zwischen dem Kuchenwiderstand  $\alpha$  und den Haufwerksdaten. Es eignet sich gut, wenn dieses  $\alpha$  aus Experimenten bestimmt wird, die unter denselben Bedingungen durchgeführt werden, unter denen auch der zu projektierende technische Vorgang abläuft.

Nicht nur aus wissenschaftlichem Anreiz, sondern auch für die überschlägige Voraussage bei eventuell sich verändernden Produktdaten besteht der Wunsch, aus den Daten der Partikelverteilung auf die Durchströmungsgeschwindigkeit bzw. den Druckabfall in einem Filterkuchen schließen zu können.

Wegen der Kompliziertheit der Struktur eines Filterkuchens hat man sich sowohl für den Vorgang der einphasigen Durchströmung als auch für den Vorgang der Entfeuchtung (Zweiphasenströmung) gewisse zunächst einfache dann immer komplizierter werdende Modelle zurechtgelegt, an denen einige grundlegende Zusammenhänge diskutiert werden können. Mit einer solchen Vorstellung, welche von spezifischer Oberfläche, Partikelgröße und Porosität als den maßgeblichen Einflußgrößen ausgeht, werden die Eigenschaften einer regelmäßigen Kugelpackung mit denen eines aus Kapillaren aufgebauten porösen Körpers verknüpft. Darauf wird später näher eingegangen.

Für den Fall, daß eine gleichmäßige Zufallspackung mit konstanter Struktur über die gesamte Kuchendicke vorliegt, ist der Fall wesentlich komplizierter. Es können folgende Größen zur Charakterisierung des Haufwerks herangezogen werden:

- die mittlere Partikelgröße  $\bar{x}$  (wobei hier noch nichts über die Art des Mittelwerts gesagt werden kann)
- die Verteilungsbreiten  $\xi_i$



- die Partikelformfaktoren  $\psi_j$
- und die Porosität  $\epsilon$  des Kuchens.

Unter den obigen Voraussetzungen sind also die folgenden Einflußgrößen zur Beschreibung des Problems nötig:

$$\Delta p, h_k, u, \eta_L, \rho_L, \epsilon, \bar{x}, \xi_i, \psi_j$$

### 1.3.1 Theoretischer Ansatz für die Durchströmung von Packungen

Durch die Methode der Dimensionsanalyse kommt man zu einem allgemeinen Ansatz

$$\frac{\Delta p}{\rho_L \cdot u^2} = f\left(\frac{h_k}{\bar{x}}, Re, \epsilon, \xi_i, \psi_j\right) \quad (68)$$

Da Einlaufvorgänge beim Anströmen der ersten Kuchenschicht vernachlässigt werden können, kann die Größe  $\frac{h_k}{\bar{x}}$  auch vor die Funktion gezogen werden, also

$$\frac{\Delta p}{\rho_L \cdot u^2} = \frac{h_k}{\bar{x}} \cdot f(Re, \epsilon, \xi_i, \psi_j) \quad (69)$$

Hierin ist  $Re$  die Reynoldszahl der Porenströmung. Es gilt

$$Re = \frac{u \cdot \bar{x} \cdot \rho_L}{\eta_L} \quad (70)$$

Man muß jetzt folgende Vereinfachungen annehmen:

- gleiche Partikelform, d.h.  $\psi_j = \text{konst}$
- ähnliche Verteilungen, d.h.  $\xi_i = \text{konst}$

Damit reduziert sich die Gleichung zu:

$$\frac{\Delta p}{\rho_L \cdot u^2} = \frac{h_k}{\bar{x}} \cdot f(Re, \epsilon) \quad (71)$$

Meist wird für die Funktion in (71) ein Produktansatz gewählt.

Hiermit folgt aus (71)

$$\frac{\Delta p}{\rho_L \cdot u^2} = \frac{h_k}{\bar{x}} \cdot f_1(Re) \cdot f_2(\epsilon) \quad (72)$$

### 1.3.2 Empirische Durchströmungsgesetze

Experimente haben gezeigt, daß man als kennzeichnende Partikelgröße den arithmetischen Mittelwert der Oberflächenverteilung  $\bar{x}_2$  verwenden kann. Aus der Massenverteilung läßt sich dieser errechnen.

$$\bar{x} = \bar{x}_2 = \frac{M_{3,0}}{M_{2,0}} = \frac{6}{O_v} \cdot \frac{\psi_{v,x}^3}{\psi_{o,x}^2} \quad (73)$$

Hierbei bezeichnen  $\psi_{v,x}^3$  und  $\psi_{o,x}^2$  die Formfaktoren zur Umrechnung auf einen Durchmesser einer Kugel gleichen Volumens und gleicher Oberfläche. Für den einfachsten Fall von Kugeln gilt dann

$$\bar{x} = \bar{x}_2 = \frac{6}{O_v} \quad (74)$$

#### 1.3.2.1 Gesetz nach Gupta

Wählt man nach Molerus die Porositätsfunktion in der Form

$$f_2(\epsilon) = a \cdot \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon^b} \quad (75)$$

so kann man nach Versuchen von Gupta an nahezu gleichgroßen Kugeln im Porositätsbereich zwischen  $0,37 < \epsilon < 0,64$  im Bereich von  $Re \leq 1$  die Werte  $a = 4$  und  $b = 4,55$  einsetzen.

Damit wird

$$\frac{\Delta p}{\rho_L \cdot u^2} = \frac{h_k}{\bar{x}_2} \cdot \frac{5,6}{Re} \cdot 4 \cdot \frac{1-\epsilon}{\epsilon^{4,55}} \quad (76)$$

oder mit (70)

$$\frac{\Delta p}{\rho_L \cdot u^2} = \frac{h_k}{\bar{x}_2} \cdot \frac{5,6 \cdot \eta_L}{u \cdot \bar{x}_2 \cdot \rho_L} \cdot 4 \cdot \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon^{4,55}} \quad (77)$$

$$\frac{\Delta p}{u} = \frac{h_k}{\bar{x}_2} \cdot 5,6 \cdot 4 \cdot \eta_L \cdot \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon^{4,55}} \quad (78)$$

Wieder nach  $u$  explizit aufgelöst ergibt

$$u = \frac{\Delta p}{h_k \cdot \eta_L} \cdot \frac{1}{22,4} \cdot \frac{\varepsilon^{4,55}}{(1-\varepsilon)} \cdot \bar{x}_2^{-2} \quad (79)$$

Vergleicht man diesen Ausdruck mit (4a), so ist ersichtlich, daß der dortige Widerstandsbeiwert  $\alpha$  hier dem folgenden Ausdruck entspricht:

$$\alpha_{\text{Gupte}} = 22,4 \cdot \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^{4,55}} \cdot \frac{1}{\bar{x}_2^2} \quad (80)$$

### 1.3.2.2 Durchströmungsgesetz nach Carman-Kozeny

Carman und Kozeny wählten als Modell eine Parallelschaltung von gewundenen Kanälen mit der Kanallänge  $L_e \geq h_k$ .

Verwendet man den obigen dimensionsanalytischen Ansatz, wobei für die mittlere Strömungsgeschwindigkeit im Kanal  $u_e$  und den hydraulischen Radius  $\bar{x}$  eingesetzt wird

$$u_e = u/\varepsilon \quad (81)$$

$$\bar{x} = m = \frac{\varepsilon}{O_v \cdot (1-\varepsilon)} \quad (82)$$

Damit wird das Durchströmungsgesetz

$$\frac{\Delta p \cdot \varepsilon^2}{\rho_L \cdot u^2} = \frac{h_k \cdot O_v \cdot (1-\varepsilon)}{\varepsilon} \cdot f_1(\text{Re}) \cdot f_2(\varepsilon) \quad (83)$$

$$\frac{\Delta p}{\rho_L \cdot u^2} = h_k \cdot O_v \cdot \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \cdot f(\text{Re}) \cdot f_2(\varepsilon) \quad (84)$$

Die Porositätsfunktion  $f_2(\varepsilon)$  ist nicht bekannt; sie wird zu 1 gesetzt. Die Funktion  $f_1(\text{Re})$  wird den Annahmen angepaßt.

$$f_1(\text{Re}) = \psi(\text{Re}_{ck}) = \psi\left(\frac{u_e \cdot m}{v_L}\right) = \psi\left(\frac{u_e}{v_L} \cdot \frac{\varepsilon}{O_v(1-\varepsilon)}\right) \quad (85)$$

wobei  $\text{Re}_{ck}$  die Reynoldszahl nach Carman-Kozeny darstellt.

Wenn man sich auf das Gebiet  $Re \leq 1$  beschränkt, kann man die Approximationsfunktion wählen

$$\psi(Re_{ck}) = \frac{k}{Re_{ck}} \quad (86)$$

Damit wird

$$f_1(Re) = \frac{k \cdot v_L \cdot O_V (1-\epsilon)}{u \cdot \epsilon} \quad (87)$$

$$\frac{\Delta p \cdot \epsilon^2}{\rho_L \cdot u^2} = h_k \cdot O_V \cdot \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon} \cdot \frac{k \cdot \eta_L \cdot O_V}{\frac{u}{\epsilon} \cdot \rho_L} \cdot \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon} \quad (88)$$

$$\frac{\Delta p}{\rho_L \cdot u^2} = \frac{h_k \cdot k}{u \cdot \rho_L} \cdot \frac{O_V^2 \cdot (1-\epsilon)^2 \cdot \eta_L}{\epsilon^3} \quad (89)$$

$$u = \frac{\Delta p}{h_k \cdot \eta_L \cdot k \cdot O_V^2 \cdot \frac{(1-\epsilon)^2}{\epsilon^3}} \quad (90)$$

Der Koeffizient  $k$  liegt zwischen 3 und 7 und wird aus Experimenten bestimmt.

Vergleicht man wieder mit dem Darcy'schen Gesetz, so zeigt sich, daß der Widerstandsbeiwert folgenden Wert annimmt:

$$\alpha_{ck} = 3 \dots 7 \cdot O_V^2 \cdot \frac{\epsilon^3}{(1-\epsilon)^2} \quad (91)$$

### 1.3.2.3 Durchströmungsgesetz nach Ergun

Ergun ermittelt empirisch

$$\psi(Re) = \frac{4,2}{Re} + 0,29 \quad (92)$$

und erhielt das Durchströmungsgesetz:

$$\frac{\Delta p}{h_k} = 150 \cdot \frac{(1-\epsilon)^2}{\epsilon^3} \cdot \frac{\eta_L}{\bar{x}_2} \cdot u + 1,75 \cdot \frac{1-\epsilon}{\epsilon} \cdot \frac{\rho_L \cdot u^2}{\bar{x}_2} \quad (93)$$

Mit  $O_V = \frac{6}{\bar{x}_2}$  für Kugeln und Gleichkorn ist diese Gleichung für den gesamten Reynoldsbereich gültig.

#### 1.3.2.4 Durchströmungsgesetz nach Brauer

Definiert man eine Reynoldszahl  $Re_B$  nach Brauer mit

$$Re_B = 6 \cdot Re_{ck} = \frac{u \cdot m}{v_L} = \frac{u \cdot \epsilon \cdot \bar{x}_2 \cdot 6}{v_L (1-\epsilon) \cdot 6} = \frac{u}{v_L} \cdot \frac{\epsilon}{(1-\epsilon)} \cdot \bar{x}_2 \quad (94)$$

ergibt sich das Durchströmungsgesetz nach Brauer

$$\frac{\Delta p}{\rho_L \cdot u^2} = \frac{h_k}{x_2} \cdot \frac{1-\epsilon}{\epsilon} \cdot \psi_B (Re_B) \quad (95)$$

mit der Funktion

$$\psi_B (Re_B) = \frac{160}{Re_B} + \frac{3,1}{Re_B^{0,1}} \quad (96)$$

#### 1.3.2.5 Kritik der vorstehenden Durchströmungsgesetze

Die vorstehenden Theorien machen eine Bestimmung experimentell zu ermittelnder Größen nicht unnötig; von der praktischen Anwendung her betrachtet verlagern sie das Problem der direkten  $\alpha$ -Bestimmung auf eine Bestimmung der spezifischen Oberfläche und der Porosität. Beides sind Größen, die weder einfacher noch genauer zu bestimmen sind als der Druckabfall und der Durchfluß selbst.

Alle Modelle treffen Annahmen, wie z.B. Inkompressibilität, Festkörperkontakt der Partikeln, Homogenität des Filterkuchens über der Dicke und andere, die für eine große Zahl von Produkten nicht zutreffend sind.

Die aus der Theorie gewonnenen absoluten Werte sollten deshalb stets durch das Experiment nachkontrolliert werden bzw. man sollte die Theorie zur Abschätzung des Einflusses von Veränderungen benutzen, den Absolutwert jedoch zuverlässiger durch das Experiment ermitteln.

## 2. Die Entfeuchtung des Filterkuchens

### 2.1 Zweck der Entfeuchtung

In den allermeisten technischen Fällen soll der gebildete Filterkuchen noch weitgehend entfeuchtet werden. Die Gründe dafür können

verschieden sein:

- Der Filter (oder Zentrifugen)-Kuchen soll in einem anschließenden Verfahrensschritt thermisch getrocknet oder kalziniert werden; es geht um Einsparung thermischer Energie.
- Der Filterkuchen soll zur Weiterverarbeitung auf Förderbändern, Waggonen oder Schiffen transportiert werden. Er soll deshalb eine gewisse Eigenfestigkeit besitzen und nicht zerfließen; die Eigenschaften des "handling" sind hier vorrangig.
- Der Filterkuchen ist ein Abfallprodukt und soll zur sicheren und billigen Deponierung eine feste Konsistenz erreichen; hier sind es Gründe des Umweltschutzes und der Wirtschaftlichkeit der Deponie.
- Das Filtrat enthält einen Wertstoff oder Schadstoff; in diesen Fällen muß der Filterkuchen zunächst durch Aufgeben einer Waschflüssigkeit ausgewaschen werden. Dabei wird die enthaltene Mutterflüssigkeit zum Teil durch die nachströmende Waschflüssigkeit kolbenförmig verdrängt, zum Teil tritt auch eine Vermischung der beiden Flüssigkeiten rein mechanisch und durch Diffusion auf. Es finden sich viele Beispiele in der chemisch pharmazeutischen Industrie und in der Extraktionsmetallurgie.

## 2.2 Die Feuchtezustände eines Haufwerks

### 2.2.1 Der mit Flüssigkeit vollgesättigte Kuchen

Während des ganzen Vorgangs der Kuchenbildung und folglich auch bei seinem Ende (z.B. am Auftauchpunkt des Kuchens aus der Suspension, wie er bei einem Drehfilter gut beobachtet werden kann) ist der Filterkuchen voll mit Flüssigkeit gesättigt. Man spricht vom Sättigungsgrad  $S = 1$ , von der Porenfeuchte oder der Nullfeuchte.

Es werden die folgenden Bezeichnungen eingeführt:

$\rho_s$  = wahre Dichte des Feststoffs

$\rho_L$  = Dichte der Flüssigkeit

$\epsilon$  = Hohlraumanteil (nicht durch Feststoff ausgefüllter Anteil) des Filterkuchens

$\rho_{pk}$  = Dichte des absolut trockenen Filterkuchens

$\rho_{kp}$  = Dichte des mit Flüssigkeit voll gesättigten Haufwerks

Diese Größen hängen wie folgt zusammen:

$$\rho_{kt} = (1-\varepsilon) \cdot \rho_S \quad (97)$$

$$\rho_{kP} = (1-\varepsilon) \cdot \rho_S + \varepsilon \cdot \rho_L \quad (98)$$

Von diesem Zustand der Sättigung ausgehend beginnt jeder Entfeuchtungsvorgang. Die treibende Kraft kann dabei wie bei Filtern von einem von außen angelegten Differenzdruck (Vakuum oder Überdruck oder Kombinationen davon) herrühren oder sie kann durch die Massenkräfte der Flüssigkeit in einem Gravitationsfeld bewirkt werden; Beispiel hierfür ist die Entwässerung von Kies im Erdfeld oder die Entwässerung von körnigen Produkten in Siebzentrifugen, wobei die Fliehkraft die Beschleunigung gegenüber dem Erdfeld um den Faktor von Hundert bis zu einigen Tausend steigert.

#### 2.2.2 Der teilweise gesättigte Kuchen

Unter der Wirkung dieser Kräfte wird der Kuchen einen Teil seiner Flüssigkeitsfüllung verlieren und man zerlegt die Gesamtmenge der bei  $S = 1$  gebundenen Flüssigkeit gedanklich in Teilmengen, die im Kuchen wie folgt lokalisiert werden können.

##### 2.2.2.1 Zwickelflüssigkeit

Ist die Entfeuchtung des Kuchens schon weit fortgeschritten, so wird, bedingt durch die Oberflächenspannung der Flüssigkeit, jede zwischen zwei Feststoffpartikeln vorhandene Kontaktstelle oder auch Beinaheberührungsstelle mit einer Flüssigkeitsbrücke verbunden bleiben, deren Volumen vom Abstand der Teilchen, ihrer Form und vom Randwinkel zwischen Flüssigkeit und Feststoff bedingt ist (siehe Abb. 9).

Hier sei auf die ausführlichen theoretischen Untersuchungen der über diesen Effekt gebundenen Flüssigkeit hingewiesen, die von H. Schubert [3] durchgeführt wurden.

##### 2.2.2.2 Oberflächenflüssigkeit oder Haftflüssigkeit

Die Flüssigkeit benetzt die Oberfläche aller Teilchen, die bei realen Produkten häufig große Rauigkeiten aufweist. Darin wird

zusätzlich Flüssigkeit gebunden.

Eine monomolekulare Schicht  $S_{\min}$  wäre etwa  $3 \text{ \AA} \approx 3 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$  dick. Die wirkliche Bedeckung erreicht etwa 10 Molekülschichten.

Dieser Anteil ist also proportional zur spez. Oberfläche des Produkts und damit umgekehrt proportional zur Korngröße.

#### 2.2.2.3 Innenflüssigkeit

In Mikropalten des Einzelkorns ist Flüssigkeit gebunden, die sich auch bei höchsten Zentrifugalwerten nicht entfernen läßt. Die Skizze (Abb. 10) und eine Kräfteansatz zeigen dies. Die Flüssigkeitssäule im Innern eines Korns kann man sich als Flüssigkeitsbarometer vorstellen, das statt im Erdfeld in einem extrem hohen Zentrifugalfeld von  $10^4 \cdot g$  radial nach außen hängt. Die Länge der Flüssigkeitssäule, an deren innerem Ende der Dampfdruck der Flüssigkeit herrscht, ist immer noch 1 mm, d.h. größer als das zu entfeuchtende Korn.

Dies bedeutet, daß jede Innenflüssigkeit nur thermisch ausgetrieben werden kann. Beispiel für ein Produkt mit hoher Innenflüssigkeit: Kohle  $RF_i \approx 2 - 4 \text{ Gew.}\%$ .

#### 2.2.2.4 Chemische Wasserbindung

Bei organischen Produkten wird Wasser auch in die Struktur des Feststoffs eingelagert und chemisch gebunden. Dieser Anteil ist natürlich mit mechanischen Mitteln nicht zu entfernen. Bei Restfeuchteanalysen ist darauf zu achten, ein konstantes Ausgangsniveau für die mechanische Entfeuchtung exakt einzuhalten. Beispiel eines typischen Produkts: Stärke.

### 2.3 Der Entfeuchtungsfortschritt und die Modellvorstellungen

Ausgehend vom Zustand der vollen Sättigung gibt es für den Entfeuchtungsverlauf verschiedene Modellvorstellungen, deren jeweilige Gültigkeit für ein bestimmtes Produkt nicht von vornherein entschieden werden kann.



für die Praxis ist dies auch meist nicht von Bedeutung, da

- sich häufig zwei Modellvorstellungen überlagern oder zeitlich aneinander anschließen;
- die für die mathematische Behandlung des Modells nötigen Produktwerte unter größerem experimentellem Aufwand erst bestimmt werden müssen (Oberflächenspannung, Randwinkel);
- eine direkte experimentelle Bestimmung des Entfeuchtungsverlaufs unter den Bedingungen der Entfeuchtungsapparatur (Druckdifferenz am Filter, Zentrifugalbeschleunigung in der Zentrifuge) einfacher, aussagekräftiger und billiger ist.

### 2.3.1 Die Entfeuchtung des Kuchens durch Druckdifferenz ohne Luftdurchsatz

Um ein, wenn auch noch sehr mangelhaftes Verständnis des Entfeuchtungsvorganges in einem Kuchen zu erarbeiten, werden stufenweise folgende Modelle angesetzt.

#### 2.3.1.1 Die einzelne zylindrische Kapillare

In Abb. 11 sei die Flüssigkeit in einer Kapillare, die unten in einen Flüssigkeitsspiegel eintaucht, im Gleichgewicht. Das Gewicht der Flüssigkeit, die sich in einer Höhe  $h_k$  über dem Spiegel eingestellt hat, steht mit der Vertikalkomponente der Kapillarkraft im Gleichgewicht.

Es ist:  $F$  die Querschnittsfläche der Kapillare  
 $U$  der Umfang der Kapillare  
 $\sigma$  die Oberflächenspannung zwischen Kapillarwand und Flüssigkeit  
 $\delta$  der Randwinkel

An der Grenzfläche zwischen Luft und Flüssigkeit in der Kapillare herrscht eine Druckdifferenz

$$p_o - p_u = p_k = \rho_L \cdot g \cdot h_k \quad (99)$$

$p_k$  = Kapillardruck und  $h_k$  = kapillare Steighöhe

Ein Kräftegleichgewicht in vertikaler Richtung ergibt:

$$p_k \cdot F = \sigma \cdot U \cdot \cos \delta \quad (100)$$

Daraus folgt

$$p_k = \frac{\sigma \cdot \cos \delta}{F/U} \quad (101)$$

Mit Einführung des Quotienten  $m = \frac{F}{U}$  wird

$$p_k = \frac{\sigma \cdot \cos \delta}{m} \quad (102)$$

Für den Sonderfall des kreiszylindrischen Rohres wird

$$m = \frac{\pi \cdot r^2}{2\pi \cdot r} = \frac{r}{2} \quad (103)$$

Damit erhält man

$$p_k = \frac{2 \cdot \sigma \cdot \cos \delta}{r} \quad (104)$$

### 2.3.1.2 Kapillare wechselnden Querschnitts

Dieser Grundfall ist auch im Inneren von Haufwerken wirksam. Es bedeuten:

$p_i$  = Innendruck der Flüssigkeit in der Kapillare

Zwei Gleichgewichtsansätze in horizontaler Richtung liefern (Abb. 12):

Für den linken Teil  $\rightarrow$                       Für den rechten Teil der Kapillare  $\rightarrow$

$$+ p_1 - \frac{\sigma \cdot \cos \delta}{m_1} - p_i = 0 \quad + p_i + \frac{\sigma \cdot \cos \delta}{m_2} - p_2 = 0$$

$$\text{I: } p_1 - p_i = \frac{\sigma \cdot \cos \delta}{m_1} \quad \text{II: } p_2 - p_i = \frac{\sigma \cdot \cos \delta}{m_2}$$

Differenzbildung ergibt II - I

$$p_2 - p_i - p_1 + p_i = \sigma \cdot \cos \delta \cdot \left( \frac{1}{m_2} - \frac{1}{m_1} \right) \quad (105)$$

Wenn für die Druckdifferenz gilt:  $\Delta p = p_2 - p_1 = 0$ , so wandert der Flüssigkeitspfropfen in die engere Kapillare.

### 2.3.1.3 Porensystem mit parallelen Kapillaren

In einer einfachsten Näherung wird der Kuchen als ein System aus parallelen Kapillaren unterschiedlicher Durchmesser angesehen. Der Durchmesser der größten Kapillare legt den sog. Eintrittskapillardruck fest. Nach Überschreiten dieses Druckes wird die Flüssigkeit aus dieser Kapillare ganz hinausgedrückt. Läßt man den äußeren Druck weiter anwachsen, so wird die nächst engere Kapillare leergedrückt usw.

### 2.3.1.4 Porensystem mit wechselndem Kapillardurchmesser

Im nächsten Schritt kann man sich das Haufwerk ersetzt denken als ein System von Kapillaren mit wechselnden Durchmessern (Abb. 13). An den Zwischenwänden zwischen kleinen und großen Kapillardurchmessern würden bei einer bestehenden Querverbindung Flüssigkeitsverschiebungen auftreten, wie aus 2.3.1.1 zu verstehen war. Da diese Verbindungen tatsächlich bestehen, ist dieser Fall auch nicht sehr realistisch.

### 2.3.1.5 Porensystem mit Querverbindungen; aus regelmäßigem Kugelhauwerk bestehend

In einem nächsten Schritt kann man versuchen, die für Kapillaren abgeleiteten Beziehungen auf eine Kugelschüttung zu übertragen. Die Größe, die bei dieser Übertragung der Modelle konstant zu bleiben hat, ist die Porosität  $\epsilon$ .

Man vergleicht also ein aus dem Kuchen herausgeschnitten gedachtes Volumenelement, das einerseits dargestellt wird als ein in der Mitte "gebohrter" Quader der Grundfläche  $F$  und der Höhe  $h$  mit dem anderen Modell, bei dem das Volumenelement eine Kugel einschließt. Dies entspricht einer Packung aus lauter gleichgroßen Kugeln, die so regelmäßig angeordnet sind, daß ihre Mittelpunkte auf den Ecken eines Würfels zu liegen kommen (Abb. 14).

Man erhält für den Fall von Abb. 14

Volumen des Elements	$V = F \cdot l$	$x^3$
Leervolumen	ausgebohrtes Volumen $F_{O..} = \epsilon$	Differenz aus Würfelvolumen und Kugelvolumen
Feststoffanteil des Volumens	$(1 - \epsilon)$	Kugelvolumen
Benetzte Oberfläche	$U \cdot l$	$\pi \cdot x^2$
Benetzte Oberfl. / Feststoffvol.	$O_V = \frac{U \cdot l}{1 - \epsilon}$	$O_V = \frac{\pi \cdot x^2}{\frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3} = \frac{6}{x}$

Der Wert  $m = \frac{F_O}{U}$  kann nun durch Einführen derselben spez. Oberfläche  $O_V$  zwischen linker und rechter Konfiguration ermittelt werden

$$m = \frac{F_O}{U} = \frac{\epsilon}{O_V \cdot (1 - \epsilon)} = \frac{\epsilon}{(1 - \epsilon) \cdot \frac{6}{x}} = \frac{\epsilon \cdot x}{(1 - \epsilon) \cdot 6} \quad (106)$$

Damit wird der Kapillardruck

$$P_k = \frac{\sigma \cdot \cos \delta}{m} = \frac{\delta \cdot \cos \delta \cdot (1 - \epsilon) \cdot 6}{\epsilon \cdot x} \quad (107)$$

Ein reales Haufwerk unterscheidet sich von diesen idealisierten Annahmen durch folgende Punkte:

- kein Gleichkorn
- kein kugeliges Korn
- keine regelmäßige stabile Packung

Daher wird man dieses Ergebnis durch einen Korrekturfaktor  $\alpha$  der Wirklichkeit anzupassen haben.

$$P_k = \alpha \cdot \cos \delta \cdot 6 \cdot \frac{\sigma \cdot (1 - \epsilon)}{\epsilon \cdot x} \quad (108)$$

Dies ist die Gleichung von Newitt-Kozeny, wobei deren erste Faktoren sich aus dem Experiment zu ca. 4,6 ergeben haben.

$$p_k \approx 4,6 \cdot \frac{(1-\epsilon) \cdot \sigma}{\epsilon \cdot x} \quad (109)$$

Da es sich als schwierig erweist, die Oberflächenspannung  $\sigma$  bzw. den Randwinkel zu messen, kommt man nicht umhin, den Kapillardruck besser direkt zu messen; damit entfällt auch die Notwendigkeit der Porositätsmessung.

Wenn auch diese Theorie für die praktische Nutzung mit großen Unsicherheiten behaftet ist, so sind doch zwei Erkenntnisse wertvoll und qualitativ oder für Ähnlichkeitsüberlegungen gut verwendbar:

- der Kapillardruck steigt mit sinkendem Korndurchmesser nach einer Hyperbelbeziehung

$$p_k \cdot x \approx \text{konst.}$$

Man wird also bei feineren Materialien höhere Drücke anlegen müssen, um überhaupt den Beginn der Entfeuchtung einzuleiten.

- Die Porosität, d.h. die Dichte des Kuchenaufbaus wird beim selben Produkt einen großen Einfluß haben.

So wirkt sich z.B. der bei der Speisung der Filterpresse angewendete Druck auf den zum anschließenden Trockenblasen des Kuchens benötigten Mindestluftdruck entsprechend aus.

#### 2.3.1.6 Porensystem mit Querverbindungen unregelmäßigen Aufbaus

Führt man die Modellvorstellungen der beginnenden Entfeuchtung noch weiter, so hat man zu berücksichtigen, daß die Kapillaren in einem porösen Filterkuchen auch Querverbindungen nach 2 Richtungen haben und daß demzufolge die Verschiebung der Flüssigkeit in gewundenen Wegen erfolgt, entlang denen die Kapillardurchmesser jeweils am größten sind.

Schubert [4] hat das in einem zweidimensionalen Modell sehr anschaulich dargestellt (Abb. 15).

Man denke sich den Filterkuchen als Gitter aufgebaut. Der Abstand zwischen zwei benachbarten Feststoffpartikelchen, d.h. also dieser lokale Porendurchmesser sei durch eine Zahl zwischen 1 und 10 charakterisiert, wobei die Zahl

- 10 den größten Porendurchmesser, also den kleinsten lokalen Kapillardruck und
- 1 den kleinsten auftretenden Porendurchmesser, d.h. den größten lokalen Kapillardruck angibt.

Die Teilchen sind durch Kreise dargestellt und an die Stelle jeden Teilchenabstandes sind diese Werte nach zufälliger Verteilung eingetragen, womit der Zufallsaufbau eines Haufwerks nachgebildet werden soll. Leitet man nun die Entfeuchtung durch Anlegen eines kleinen Druckes ein, so bedeutet dies auf das Modell übertragen, daß von der Kuchenoberfläche beginnend die Flüssigkeit zunächst aus den weitesten Poren ausgetrieben wird.

Man sieht, wie im linken oberen Bild der Lufteinbruch rechts oben beginnt und im ersten Schritt bis zur Entleerung von Poren der Größe 9 drei Zwischenräume umfaßt. Bei weiterer Steigerung des Drucks werden die Poren 8 entleert, die Entfeuchtung schreitet bis zum Tuch fort.

Mit weiter steigendem Druck schreitet der Vorgang in der gezeigten Weise fort bis sich jeweils wieder ein Gleichgewicht zwischen der angelegten Druckdifferenz und den immer stärker werdenden Bindekräften eingestellt hat.

#### 2.4 Die experimentelle Bestimmung des Kapillardrucks

Schubert und Mitarbeiter haben die Vorgänge der Kapillarität sehr tiefgehend erforscht.

Das Prinzip einer Apparatur zur Messung des Kapillardruckes ist stark vereinfacht in Abb. 16 dargestellt. Ein nach bestimmten Vorschriften hergestellter Kuchen, bei dem Klassierungseffekt u.a. Störungen weitgehend vermieden wurden, ist zunächst voll mit Flüssigkeit getränkt. Als Kuchenunterlage wird eine poröse Platte verwendet, deren Kapillardruck selbst höher ist als der im Versuch einzustellende Differenzdruck.

In die Kammer wird ein zunächst geringer Gasdruck aufgegeben; wenn sich das Gleichgewicht eingestellt hat - was bis zu Stunden dauern kann - kann der neue Sättigungsgrad des Haufwerks aus dem Volumen der verdrängten Flüssigkeitssäule im Steigrohr bestimmt werden.

Die Druckdifferenz wird in fortlaufenden Schritten stufenweise erhöht. Typische Ergebnisse einer solchen Messung sind in Abb. 17 dargestellt.

Die Entfeuchtung beginnt auf der Abszisse bei  $S = 1$ ; erst nach einem anfänglichen steilen Teil der Kurve setzt die Entfeuchtung beim Überwinden des Eintrittskapillardrucks ein. Die Kurve setzt sich dann auf einem mehr oder weniger ausgeprägten Plateau fort, um sich mit höheren Druckdifferenzen einer senkrechten Asymptote anzunähern. Der Übergangsbereich des Eintrittskapillardrucks ist produktabhängig mehr oder weniger abgerundet. Man legt die Tangenten an die beiden Kurventeile und präzisiert den Eintrittskapillardruck als den Schnittpunkt dieser Tangenten.

Die vertikale Asymptote der Kapillardruckkurve ist aus der starken Zunahme der Bindekräfte mit kleiner werdendem Krümmungsradius der Flüssigkeitsbrücken zu erklären. Dieser Mechanismus bestimmt die Grenze der mechanischen Entfeuchtbarkeit eines Haufwerks.

Aus dem Graph der Kapillardruckkurve kann man noch einen Begriff anschaulich darstellen, auf den später zurückgegriffen wird.

Der Stand der Entfeuchtung (mit mechanischen Mitteln) kann durch die folgende Relation ausgedrückt werden:

$$\Sigma = \frac{S - S_{\infty}}{1 - S_{\infty}} \quad (110)$$

$S_{\infty}$  = mechanisch nicht weiter absenkbarer Sättigungsgrad bei vorgegebener Druckdifferenz

Sie stellt das Verhältnis derjenigen noch zu entfeuchtenden Flüssigkeitsmenge  $(S - S_{\infty})$  zu der überhaupt entfeuchtbaren Flüssigkeitsmenge  $(1 - S_{\infty})$  dar.

## 2.5 Der "technische" Entfeuchtungsvorgang und der Vergleich mit der Kapillardruckapparatur

Die beschriebene Vorgehensweise und das Ergebnis der Kapillardruckkurve ist für das Verständnis der Entfeuchtung von großer Bedeutung, trifft jedoch nicht den in der großtechnischen Praxis interessierenden Fall relativ kurzer Entfeuchtungszeiten. Wir haben es hier nie mit einem im Gleichgewicht zwischen Druckdifferenz und Feuchte stehenden Haufwerk zu tun, sondern der Entfeuchtungsvorgang wird immer vorher abgebrochen, so daß zur Erfassung der technischen Wirklichkeit die Dynamik des Vorgangs zu betrachten ist.

Auch in der Durchführung des Experiments bestehen erhebliche Unterschiede:

- 1) Um den Entfeuchtungsvorgang in Laborgröße nachzubilden, muß auch die Unterlage des Kuchens, das Filtertuch, identisch gewählt werden. Dieses Filtertuch samt seinem "Unterbau", dem Unterlagsgewebe und den Zelleneinlagen oder dem tragenden Lochblech ist nicht nur nach den filtrationstechnischen Überlegungen wie Tuchwiderstand, Feststoffgehalt im Filtrat und "Offenbleiben" über lange Zeit auszuwählen, es hat auch rein betriebstechnischen Überlegungen zu genügen, wie ausreichende mechanische Festigkeit (d.h. Lebensdauer), chemische Beständigkeit, Eignung zur Konfektionierung (Beutel bei Scheibenfiltern) oder Einspannung (in die Nuten von Trommelfiltern).

Als Unterstützung des Kuchens wird anstatt einer porösen Platte ein bewährtes Filtertuch mit üblicher Unterlage oder Lochblech gewählt. Durch eine Reihe von Vorversuchen ist ein gewisser "Verschmutzungsgrad" des Tuchs herzustellen, wie dies dem wirklichen Betrieb eines Filters entspricht. Erst nachdem diese Tuchverstopfung asymptotisch eine Konstante erreicht hat, ist die Messung reproduzierbar und aussagefähig.

- 2) Durch den Filterkuchen wird Luft durchgesetzt. Zwar ist der Anteil der thermischen Trocknung während der technisch üblichen Blaszeiten verschwindend gering (Schubert hat gezeigt, daß er unter 3 Minuten Entfeuchtungszeit vernachlässigbar ist).



- 3) Die Entfeuchtungszeiten sind sehr kurz, es stellt sich kein Gleichgewicht ein.

In Filtern und Zentrifugen können die wirkenden Entfeuchtungszeiten von Kuchen bei nur wenigen Sekunden liegen (Beispiel schnelllaufende Scheibenfilter oder Hochleistungsschubzentrifugen ca. 5 - 7 sek). Der Entfeuchtungsvorgang ist noch keineswegs abgeschlossen, wenn aus Gründen der Gesamtwirtschaftlichkeit der Vorgang abgebrochen wird.

Die zu einem bestimmten Druck gehörigen Gleichgewichtsfeuchten können wegen des Einflusses der thermischen Trocknung auch experimentell nicht exakt ermittelt werden. Man ist auf mathematische Methoden angewiesen, diese Werte durch Extrapolation zu gewinnen.

- 4) Der Kuchendickeneinfluß

Durch die Dynamik des Vorgangs spielt jetzt auch die Länge des Entwässerungsweges, d.h. die Kuchendicke, eine Rolle. Bei vergleichbarer Druckdifferenz wird ein dünner Kuchen schneller auf niedrigere Werte entfeuchtet.

- 5) Der Verlauf der Kuchenbildung

Während bei der Aufstellung von Kapillardruckkurven, wie man sie in der Literatur findet, der Kuchen zunächst durch eine bestimmte Vorgeschichte in immer derselben Weise gebildet wurde, z.B. durch Filtration, Sedimentation und Nachverdichtung im Fliehkraftfeld auf möglichst für alle Versuche konstante Porosität gebracht wurde, ist die Kuchenbildungsgeschichte im technischen Fall gänzlich anders. Das Vakuum oder der Druck wird meist schlagartig aufgesteuert, z.B. durch Überfahren eines Trennsteges bei Drehfiltern. Die Kuchenbildungsgeschwindigkeit hat unmittelbar nach der Brückenbildung den höchsten Wert und sinkt dann, beschrieben durch die Filtergleichung, ab. Experimente haben in fast allen Fällen gezeigt, daß selbst an sich inkompressible Feststoffe einen Kuchen mit über der Höhe veränderlicher Porosität formieren. Die Struktur des Filterkuchens ist also von den Entstehungsbedingungen des Haufwerks abhängig. Der in der Theorie eingeführte Kuchenwiderstand ist in der

Folge keine Konstante, sondern ändert sich sowohl über die Kuchenstärke als auch über dem Kuchenbildungsdruck. Desweiteren ist die "reale Kapillardruckkurve" keine Produktkonstante sondern zusätzlich von den Bestimmungsgrößen Eintrittskapillardruck, "Plateauhöhe", Asymptote und von den Betriebsbedingungen abhängig.

#### 6) Der Verlauf der Druckbelastung

In Berücksichtigung des technischen Vorgangs ist auch die Druckaufgabe der Realität anzupassen. Im allgemeinsten Fall wird konstruktionsbedingt zur Kuchenbildung und zur Trockensaugung derselbe Differenzdruck wirken, d.h. die Entfeuchtung beginnt nicht aus dem Punkt  $S = 1$  auf der Abszisse sondern setzt bei  $S = 1$  und  $\Delta p$  ein (Abb. 18). Die Entfeuchtung verläuft in Höhe dieses Drucks horizontal nach links, wobei die Zeit als Parameter auftritt und nach langen Zeiten (gemessen oder extrapoliert) auf eine Grenzkurve zuläuft, die aus Versuchen mit mehreren Druckdifferenzen gefunden werden kann. Die oben erkannte Tatsache, daß zur Entfeuchtung erst der Eingangskapillardruck überschritten werden muß, gilt auch für diese realistischen Bedingungen.

In den Fällen der Praxis, bei denen man z.B. aus Gründen der Energieersparnis in der Trockensaugphase einen niedrigeren Differenzdruck anlegt oder der bestmöglichen Trockensaugung wegen mit erhöhten Differenzdrücken gegenüber der Kuchenbildung arbeitet, sind diese Druckverhältnisse im Labor entsprechend nachzubilden. Zwischenentlastungen des Kuchens sollten ganz vermieden werden, da sich bei vielen feinen Produkten die Kuchenstruktur ändert und in der Folge die Luftmengenmessung Fehlwerte ergibt.

#### 2.6 Kombinierte experimentell-theoretische Methoden zur Bestimmung des Zusammenhangs von Gasdurchsatz und Kuchenfeuchte

Aus den vorstehend beschriebenen Erfahrungen geht eindeutig hervor, daß einerseits

- eine Theorie zur Verminderung des Versuchsaufwandes bei Vorhersagen über die Entfeuchtung eines Filterkuchens dringend erwünscht wäre,

- andererseits eine Theorie keine Annahmen treffen darf, die das reale Produkt, das Filtertuch oder das Zusammenspiel beider unter Betriebsbedingungen nicht erfüllen kann.

Hier bietet sich nur eine Vorgehensweise an, die auf der Basis von Experimenten gewonnene Ergebnisse miteinander verbindet und dadurch zusätzliche Informationen schafft. Für die Durchführung der Versuche wird eine Apparatur gewählt, wie sie in Abb. 19 schematisch dargestellt ist.

Kernstück der Versuchsanlage ist eine Labordrucknutsche mit  $20 \text{ cm}^2$  Filterfläche. In der Nutsche können Filterkuchen von ca. 4 mm bis 25 mm Kuchenhöhe gebildet werden. Die Apparatur ist für Überdrücke bis 4 bar ausgelegt. Die Blasluft wird vom Kompressor kommend mittels eines Reduzierventils auf den gewünschten Druck eingestellt und gelangt über einen Schwebekörperdurchflußmesser in die Nutsche. Die Stellung des Schwebekörpers als Maß für den Gasdurchsatz wird optisch erfaßt und aufgezeichnet. In Kombination mit Druckluft aber auch ohne zusätzlichen Überdruck kann über eine Wasserringpumpe auch Unterdruck hinter dem Filtermedium erzeugt werden. Es kann also Druck-, Vakuum- und kombinierte Druck/Vakuumfiltration (hyperbare Vakuumfiltration) realisiert werden. Das verdrängte Filtrat wird auf einer elektronischen Waage registriert und seine Menge über der Zeit aufgezeichnet.

Der Moment des Umschlages von der Kuchenbildung zur Entfeuchtung des Filterkuchens wird unter Ausnutzung des unterschiedlichen Reflexionsverhaltens von Flüssigkeit und Kuchen mittels einer Kombination aus einer Lampe, einer Photodiode und einem Amperemeter erfaßt.

#### 2.6.1 Verlauf des Gasdurchsatzes über der Zeit

Im ersten Schritt wird der Verlauf des Gasdurchsatzes in Abhängigkeit von der Zeit untersucht. Bei konstant gehaltener Druckdifferenz wird für das zu untersuchende System eines Kuchens konstanter Dicke mit dem gewählten Filtertuch ein Versuch angesetzt, der mit der Kuchenbildung unter dieser selber Druckdifferenz beginnt.

Das Ende der Kuchenbildung wird durch den Umschlag am Amperemeter oder direkt beobachtet und die Kuchenbildungszeit  $t_1$  gemessen.

Ab diesem Zeitpunkt des Spiegeleintritts in den Kuchen beginnt die Entfeuchtungszeit  $t_2$ , die man in zwei getrennte Einzelvorgänge zerlegen kann (Abb. 20). Während einer ersten Zeit  $\tau$  von einigen Sekunden wird der im Haufwerk enthaltene frei verschiebliche Anteil der Flüssigkeit zunächst kolbenartig verdrängt.

Dieser Vorgang ist an der korrespondierenden Restfeuchtekurve gut sichtbar. Von der ursprünglichen vollen Sättigung des Kuchens  $S = 1$  sinkt die Feuchte zunächst sehr steil ab. Der Luftdurchsatz ist im Bereich des Kolbenverschiebens entsprechend dem Verdrängungsprozeß von Flüssigkeit durch Luft gleich groß der verdrängten Menge an "Kolbenflüssigkeit". Für technische Zwecke ist diese Menge jedoch vernachlässigbar gering. Erst nach dem gut beobachtbaren Zeitpunkt des Luftdurchbruchs steigt einerseits der Luftdurchsatz zunächst steil, später abflachend an, um sich nach langen Blaszeiten einer Asymptote  $\dot{V}_\infty$  anzunähern. Dazu synchron sinkt die Restfeuchte nach dem "Kolbenverschieben" noch zunächst steil dann aber schnell auf eine horizontale Gerade einschwenkend ab.

Für festgelegte Versuchsbedingungen ( $\Delta p = \text{konst}$  und Kuchendicke = konst) und bei inkompressiblen Kuchen kann die Funktion des Luftdurchsatzes über der Zeit durch eine regressionsanalytische Formel der Form

$$\frac{\dot{V}}{A} = \frac{\dot{V}_\infty}{A} \cdot \exp^{-b \cdot \left(\frac{1}{t_2 - \tau}\right)^c} \quad (111)$$

beschrieben werden.

Die Weiterführung der Überlegungen hat ergeben, daß man den Gasdurchsatz dimensionslos in folgender Form darstellen kann (Abb. 21)

$$\Gamma = \frac{\dot{V} \cdot (t_2 - \tau)}{A \cdot h_k} \quad (112)$$

Geometrisch kann dies gedeutet werden als Rechteckfläche mit den Seitenlängen  $\dot{V}(t)$  und  $(t_2 - \tau)$  bezogen auf die Kuchendicke und die Filterfläche.

In dieser Darstellung lassen sich jeweils alle Gasdurchsatzkurven  $\dot{V}$  über einen die Kinetik beschreibenden Parameter  $\phi$  für jeweils ein bestimmtes Produkt auftragen.

$$\phi = \frac{(\Delta p - \bar{p}_k) \cdot (t_2 - \tau)}{h_k \cdot (h_k + 2 \cdot h_{k\text{ers}})} \cdot k_{\text{prod}} \quad (113)$$

Hierbei ist  $h_{k\text{ers}}$  die dem Filtertuchwiderstand äquivalenten Kuchenhöhe und  $k_{\text{prod}}$  faßt produktspezifische Größen zusammen.

### 2.6.2 Der Verlauf der Restfeuchte über der Zeit

Nach dem Verständnis aus dem obigen Experiment können wir jetzt die gesamte im Porenhohlraum des Kuchens enthaltene Flüssigkeit in drei Anteile zerlegen und die gedankliche Verbindung zum physikalischen Verständnis wieder herstellen.

Wir zerlegen das Gesamtvolumen des Kuchens in folgende Teilvolumina, die der Einheitlichkeit wegen alle mit  $\epsilon$ , jedoch mit verschiedenen Indizes bezeichnet werden:

$$\epsilon_s + \epsilon_\infty + \epsilon_{\text{kin}} + \epsilon_K = 1 \quad (114)$$

Das Gesamtvolumen teilt sich in den Feststoffanteil  $\epsilon_s$  und einen Flüssigkeitsanteil auf, wobei die gesamte Flüssigkeitsmenge der "Kolbenmenge"  $\epsilon_k$ , dem nach dem Luftdurchbruch einer bestimmten Kinetik folgenden Anteil  $\epsilon_{\text{kin}}$  und der auch nach unendlich langer Drainagezeit mechanisch nicht mehr entfernbaren Restflüssigkeit  $\epsilon_\infty$  entspricht.  $\epsilon_\infty$  kann als Oberflächen- und Zwickelflüssigkeit angesehen werden. Entsprechend den beiden physikalisch verschiedenen Vorgängen des Kolbenverschiebens und des Filmabströmens müssen sie auch getrennt quantifiziert werden.

Unter Vernachlässigung der Zähigkeit für die Luft läßt sich für den ersten Teil des Vorgangs folgende Differentialgleichung aufstellen (siehe Abb. 22):

$$u \cdot dt = dh \quad (115)$$

mit  $u$  = Geschwindigkeit der Flüssigkeitsfront im Filterkuchen.

Mit der Darcy-Gleichung und der Kontinuitätsbedingung ergibt sich eine Leerrohrgeschwindigkeit  $u_L$  und eine Geschwindigkeit in der Schüttung  $u_S$

$$u_L = \frac{\Delta p}{\eta_L \cdot (\alpha \cdot h_k + r_o)} \quad (116)$$

nach Darcy und

$$u_S = \frac{1}{\epsilon_k} \cdot u_L \quad (117)$$

Damit folgt

$$\frac{1}{\epsilon_k} \cdot \frac{\Delta p - p_k}{\eta_L \cdot (\alpha \cdot h_k + r_o)} \cdot dt = dh \quad (118)$$

$$\frac{\Delta p - p_k}{\epsilon_k \cdot \eta_L} \int_{t=0}^{t=\tau} dt = \int_{h=0}^{h=h_k} (\alpha \cdot h_k + r_o) \cdot dh \quad (119)$$

Die Spiegelabsenkzeit endet beim Luftdurchbruch nach der Zeit  $t_2 = \tau$ .

Nach der Integration ergibt sich

$$\frac{\Delta p - p_k}{\epsilon_k \cdot \eta_L} \cdot \left| t \right|_{t=0}^{t=\tau} = \left| \frac{\alpha \cdot h^2}{2} + r_o \cdot h \right|_{h=0}^{h=h_k} = \alpha \cdot \frac{1}{2} \left| \alpha h^2 + 2 r_o \cdot h \right|_{h=0}^{h=h_k} \quad (120)$$

Durch Einsetzen der Integrationsgrenzen folgt die Durchbruchzeit  $\tau$

$$\tau = \frac{\epsilon_k \cdot \eta_L \cdot h_k \cdot (\alpha \cdot h_k + 2 \cdot r_o)}{2 \cdot (\Delta p - p_k)} \quad (121)$$

Wenn  $\epsilon_k$ ,  $r_0$  und  $\alpha$  vorher aus der Kuchenbildungsphase bestimmt wurden und die Zeit  $\tau$  gemessen wird, kann man daraus auch ohne spezielle Kapillardruckapparatur den Wert für  $p_k$  abschätzen. Dies hat noch den Vorteil, daß dieser so gewonnene Wert dem unter realen Bedingungen entstandenen Kuchen zuzuordnen ist und nicht durch eine andere Kuchenbildungsgeschichte evtl. verfälscht wurde.

Nach dem Luftdurchbruch bei  $S_\tau$  bis zum Erreichen der Grenze  $S_\infty$  nach sehr langer Zeit folgt die Entfeuchtung einer Funktion

$$\frac{S - S_\tau}{S_\infty - S_\tau} = f \left( \frac{(\Delta p - p_k) \cdot (t_2 - \tau)}{h_k \cdot (h_k + 2 \cdot h_{kE})} \cdot k_{\text{prod}} \right) \quad (122)$$

Abb. 23 zeigt Versuchsergebnisse für ein Eisenerz, bei dem die Drücke von 1 bis 4 bar und die Zeiten bis zu 180 sek variiert wurden.

Beide Ergebnisse - die Sättigung und der Gasverbrauch - liegen jetzt als eine jeweils experimentell zu bestimmende Funktion eines einzigen Entfeuchtungsparameters  $\phi$  vor.

Unterschiedliche Betriebszustände können miteinander verglichen werden. Die obigen Funktionen können natürlich jetzt auf die kontinuierliche Bewegung (Rotation oder Translation) eines Filters übertragen werden. Dies würde in dem gegebenen Rahmen jedoch zu weit führen; es ist Gegenstand der laufenden Forschung. Erste Ergebnisse solcher kontinuierlicher Versuche wurden auf der AIME-Tagung in Atlanta kürzlich vorgetragen, das Manuskript ist verfügbar.

Literaturverzeichnis:

- |1| F.M. Tiller           The Role of Porosity in Filtration:  
H.R. Cooper           V. Porosity Variation in Filter Cakes  
                          AIChE Journal 8 (1962) 445/449
- |2| F.M. Tiller           The Role of Porosity in Filtration:  
H.R. Cooper           IV. Constant Pressure Filtration  
                          AIChE Journal 6 (1960) 595/601
- |3|, |4| H. Schubert        Untersuchungen zur Ermittlung von Ka-  
                          pillardruck und Zugfestigkeit von feuch-  
                          ten Haufwerken aus körnigen Stoffen  
                          Diss. Universität Karlsruhe (TH), 1975



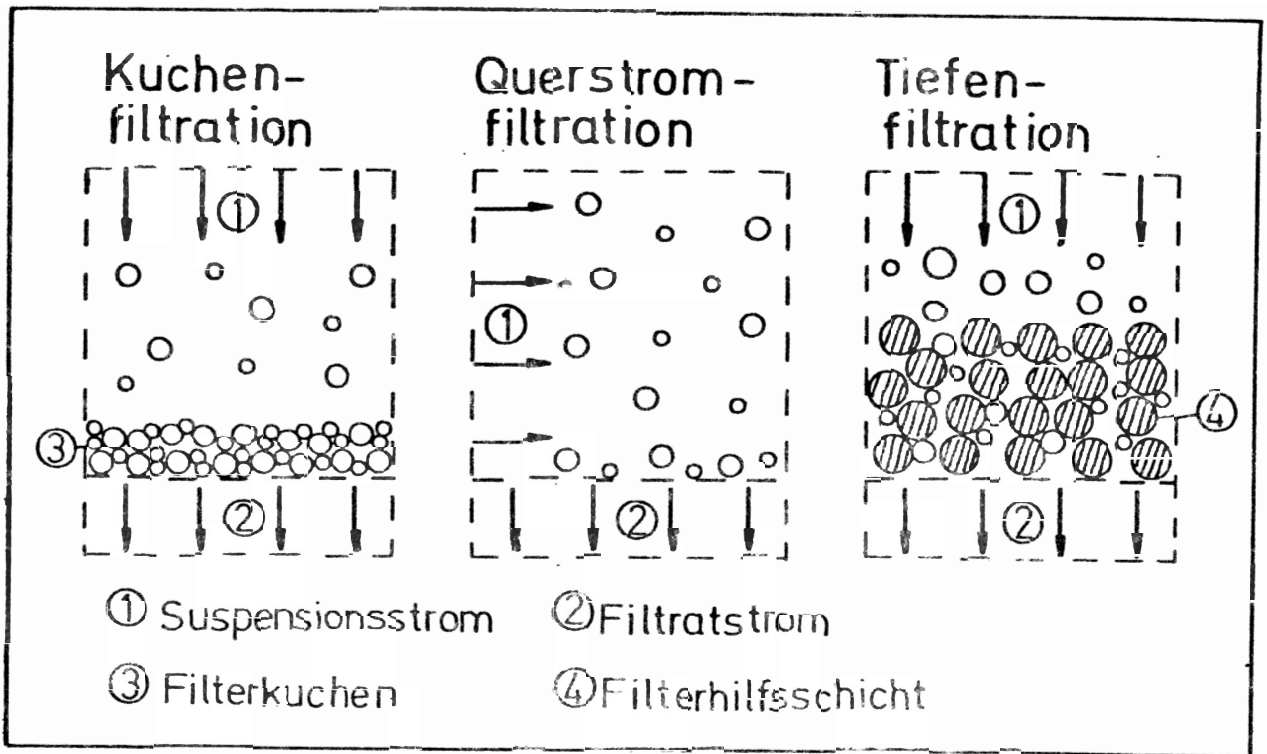


Abb. 1: Grundsätzliche Arten der Filtration

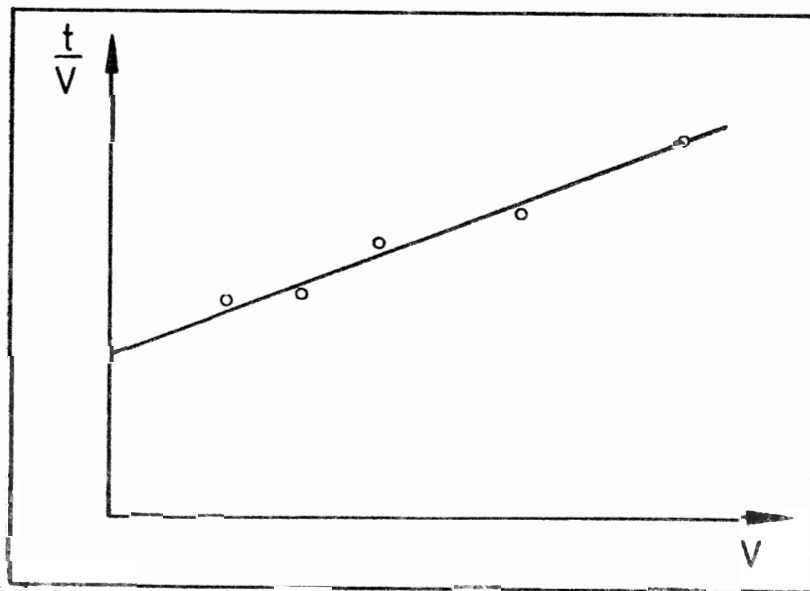


Abb. 2: Bestimmung von Filterkuchendurchlässigkeit und Tuchwiderstand

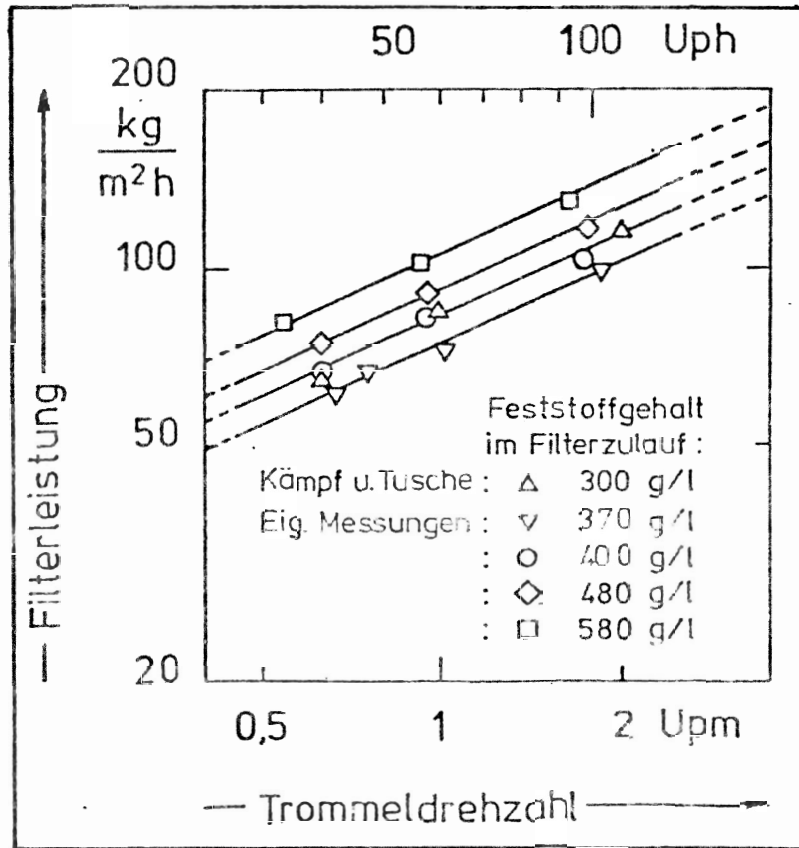


Abb. 3: Durchsatzleistung eines Trommelfilters bei konstanter Druckdifferenz

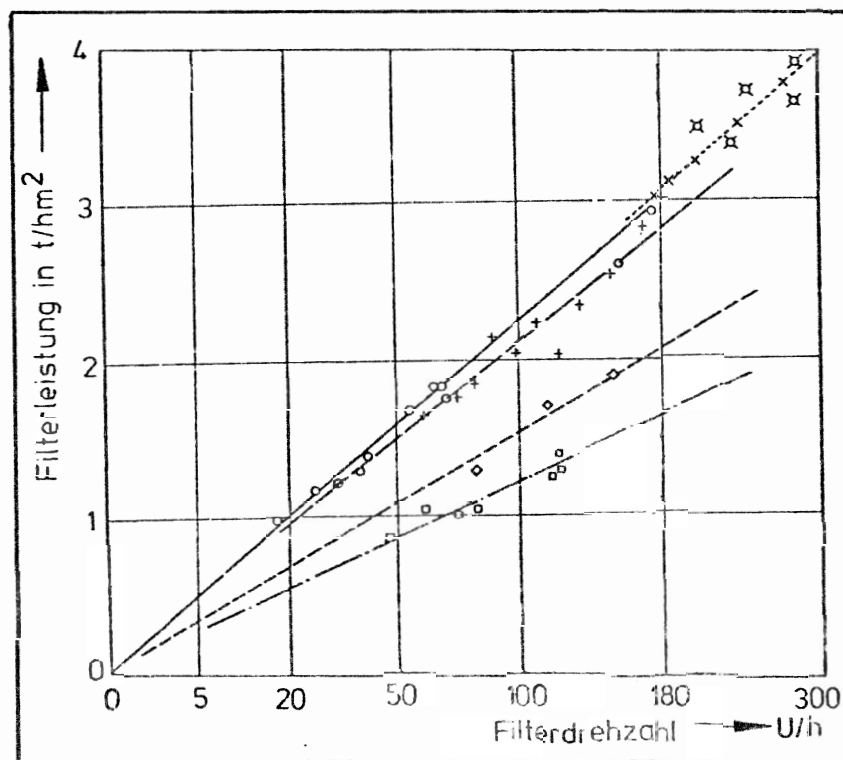


Abb. 4: Durchsatzleistung eines Scheibenfilters bei verschiedenen Produkten

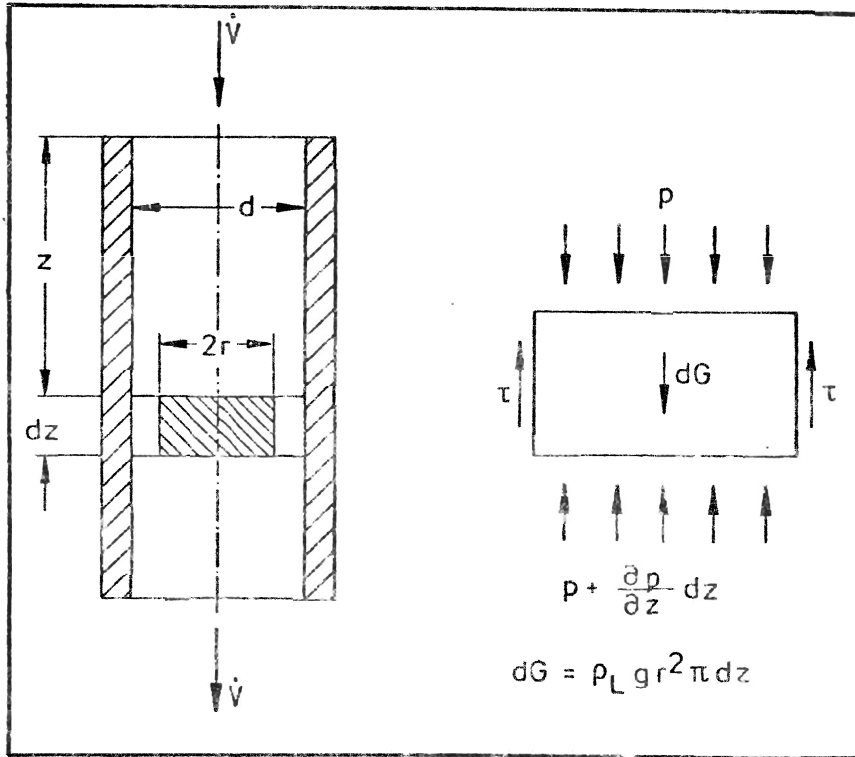


Abb. 5: Flüssigkeitsströmung durch ein senkrechtes Rohr

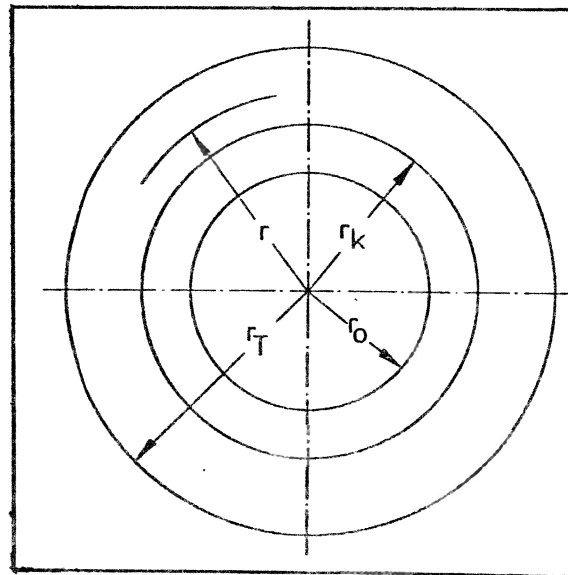


Abb. 6: Geometrie in der Zentrifugentrommel

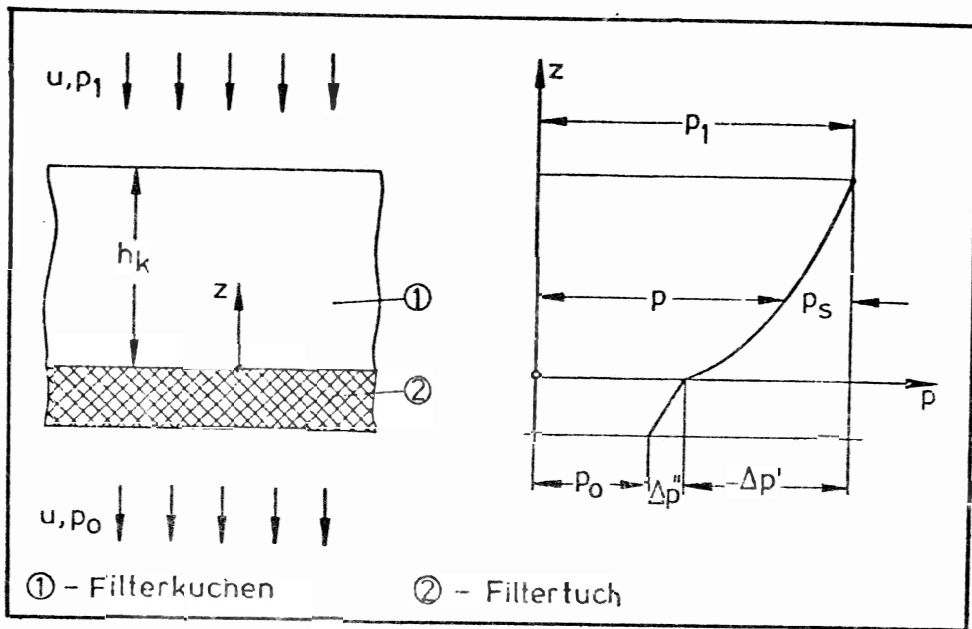


Abb. 7: Druckabfall in Filterkuchen und Filtertuch

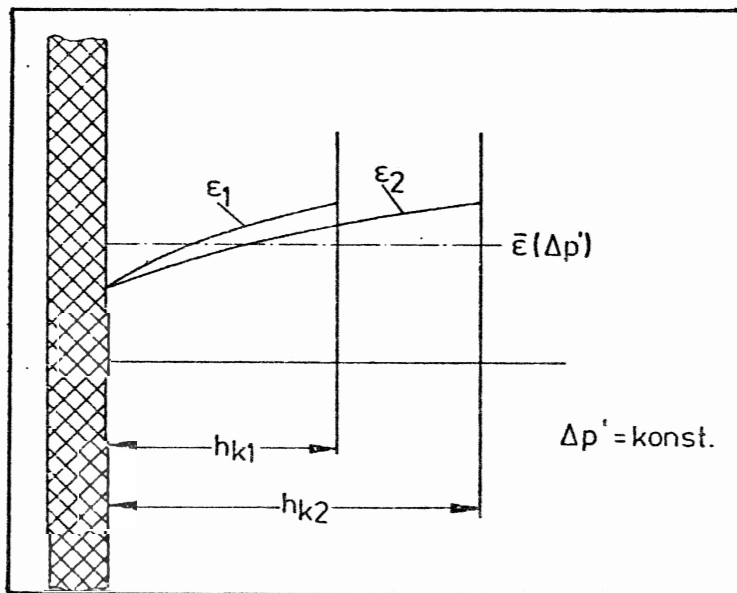


Abb. 8: Änderung der Porosität des Filterkuchens mit wachsender Kuchenhöhe

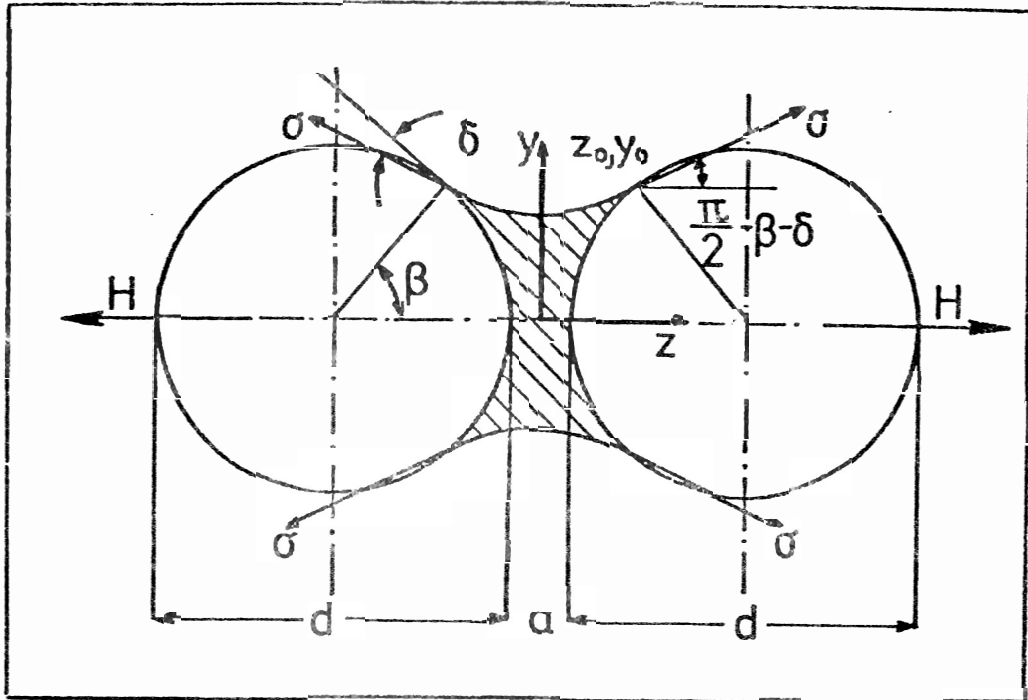


Abb. 9: Flüssigkeitsbrücke zwischen zwei Partikeln

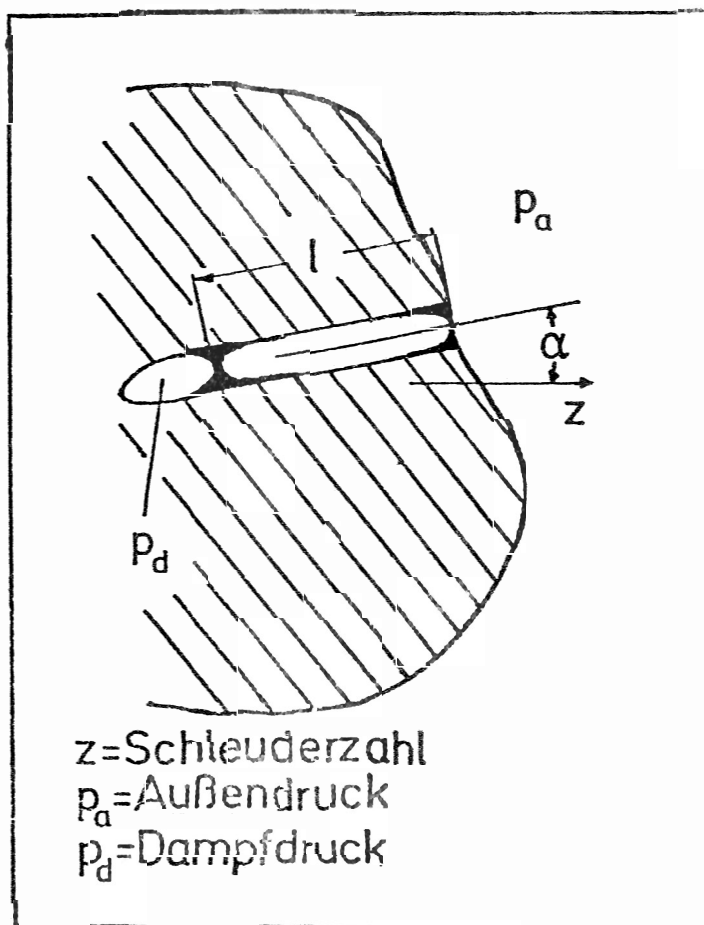


Abb. 10: Flüssigkeit im Innern eines Kornes

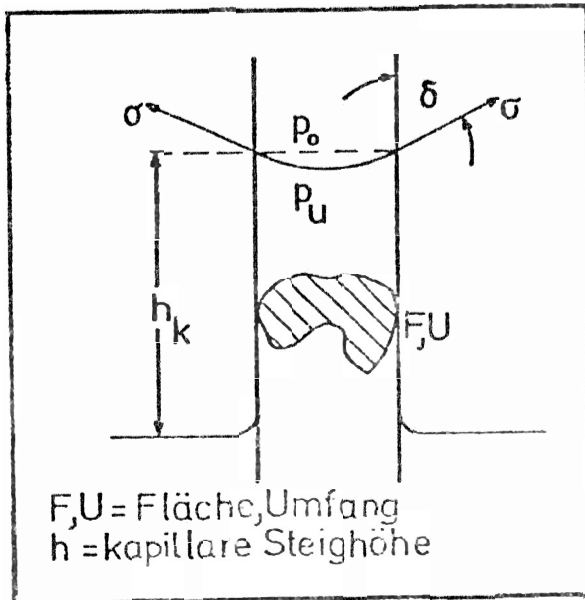


Abb. 11: Zylindrische Einzelkapillare

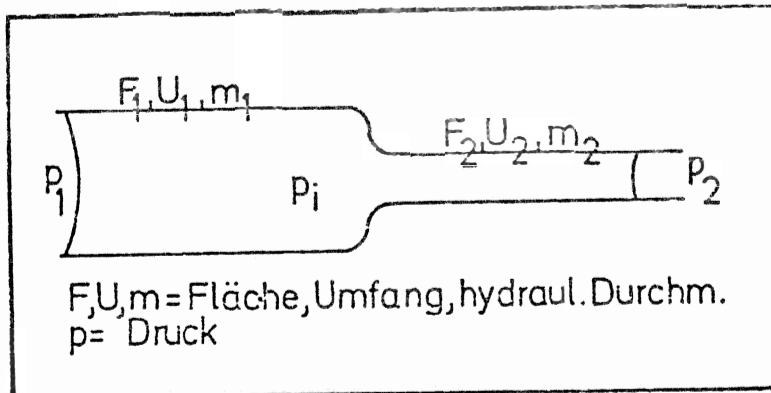


Abb. 12: Kapillare mit wechselndem Querschnitt

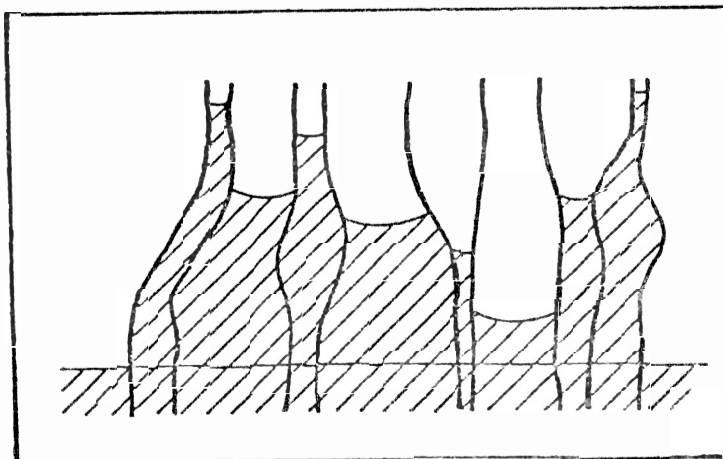


Abb. 13: Porensystem mit wechselnden Querschnitten

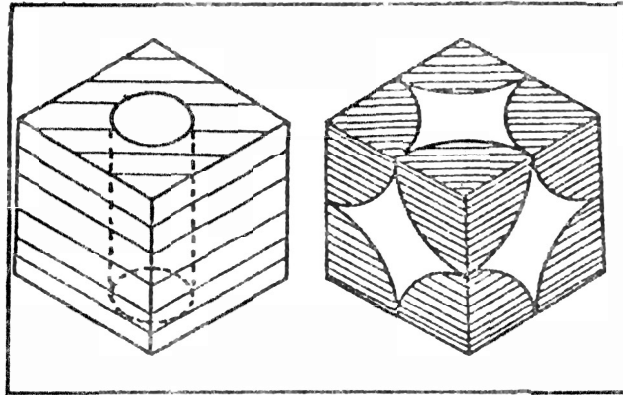


Abb. 14: Modell eines Haufwerkvolumen-  
elementes

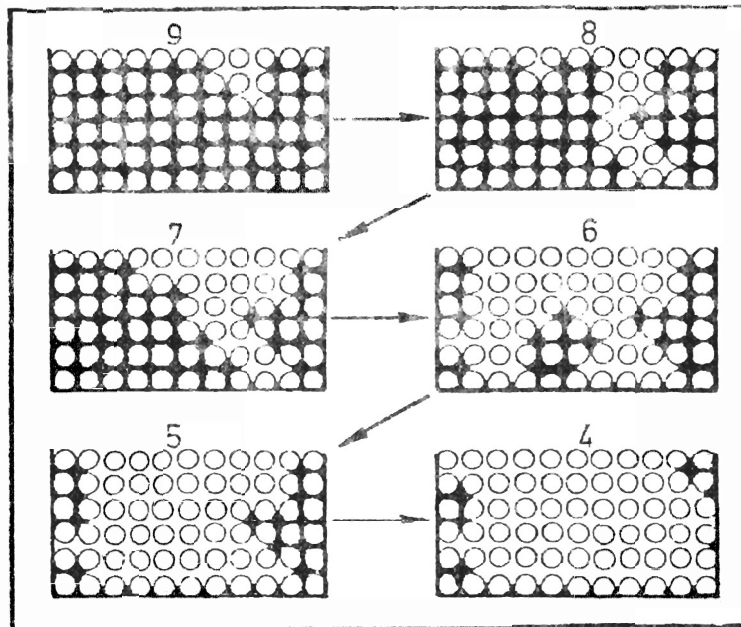


Abb. 15: Schrittweise Verdrängung von Flüssig-  
keit aus einem Haufwerk

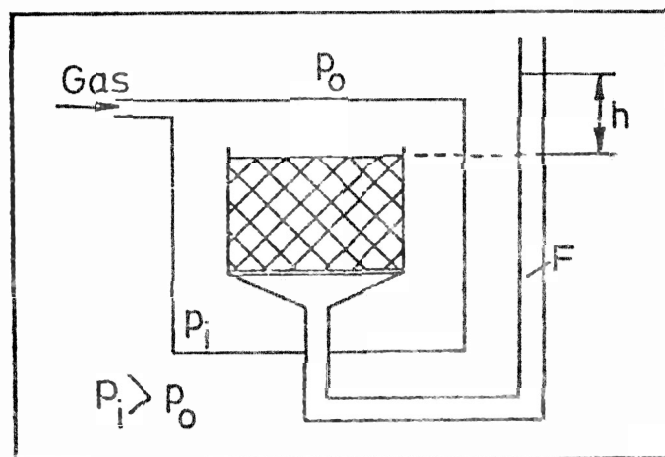


Abb. 16: Apparatur zur Messung von  
Kapillardrücken

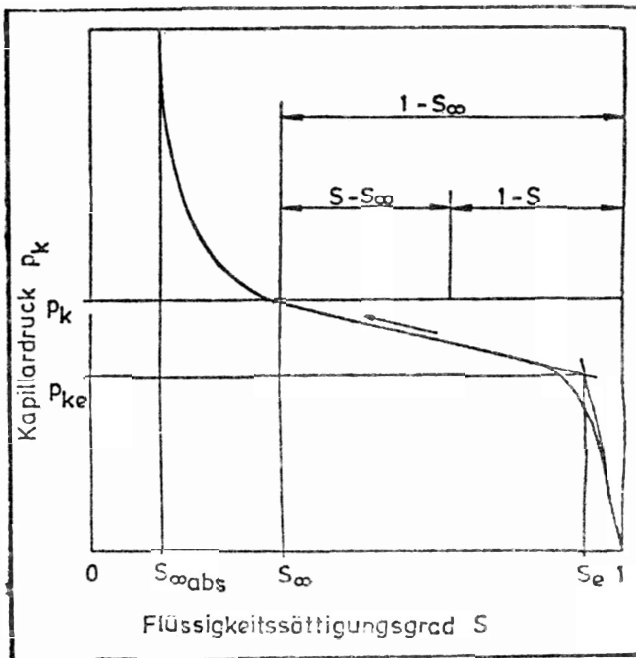


Abb. -17: Kapillardruck-Kurve

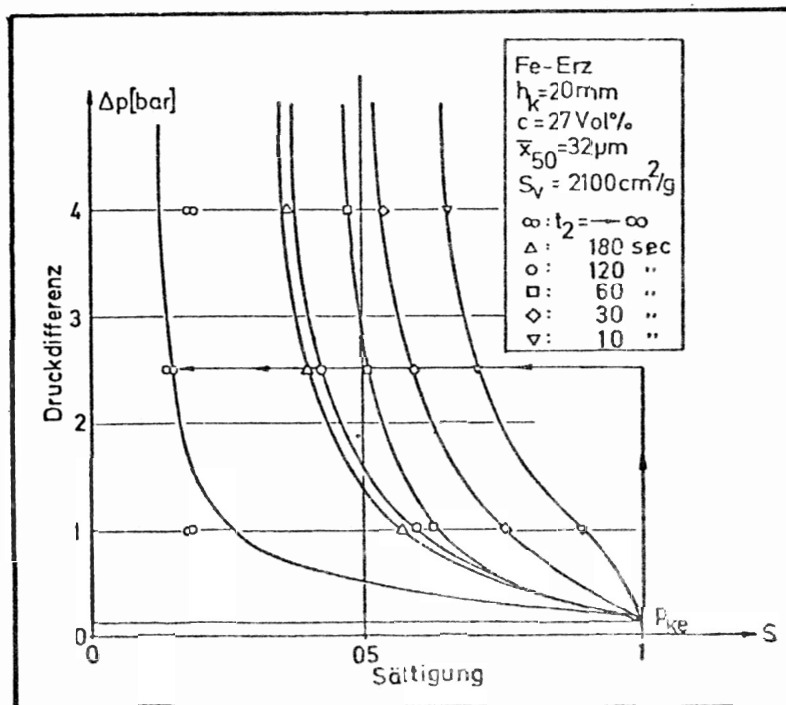


Abb. 18: Einfluß der treibenden Druckdifferenz auf die Entfeuchtung eines feindispersen Eisenerzes



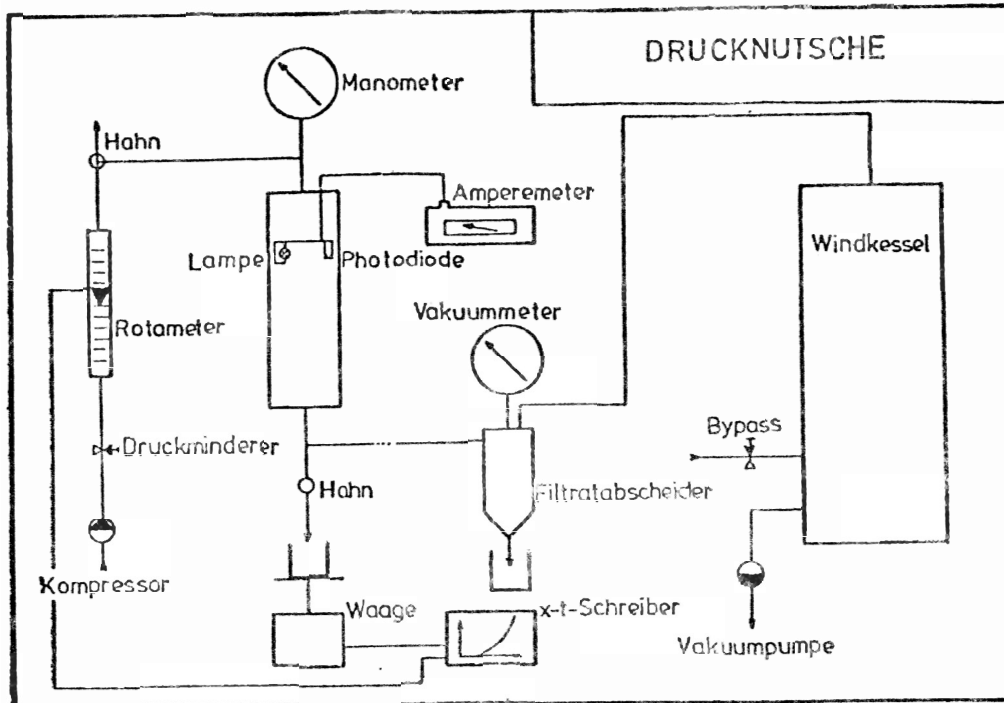


Abb. 19: Laborfilterversuchsanordnung zur Druck-, Vakuum- und kombinierten Druck/Vakuum-Filtration

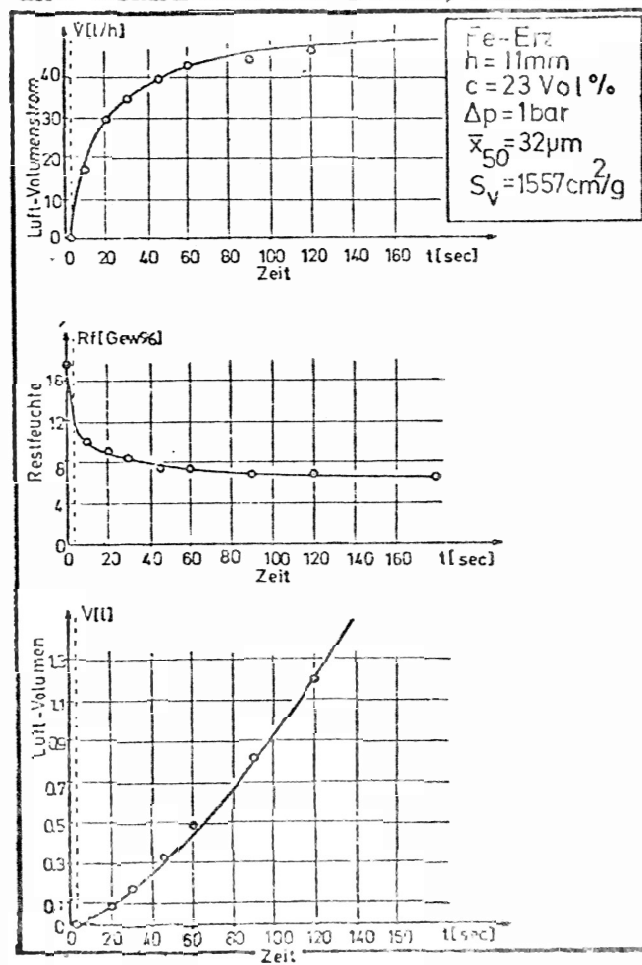


Abb. 20: Typische Ergebnisse aus dem Laborversuch

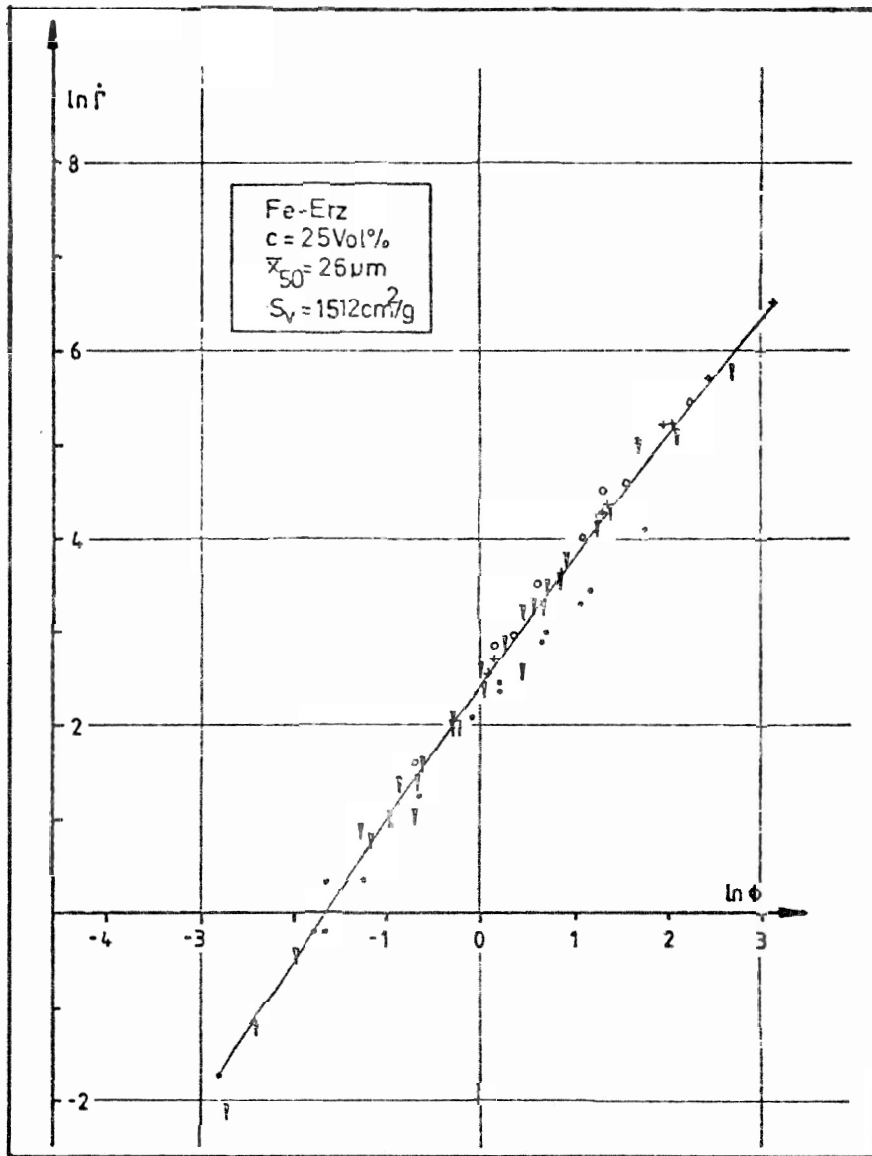


Abb. 21: Zusammenhang zwischen dem dimensionslosen Volumenstrom  $\Gamma$  und der Entfeuchtungskennzahl  $\phi$

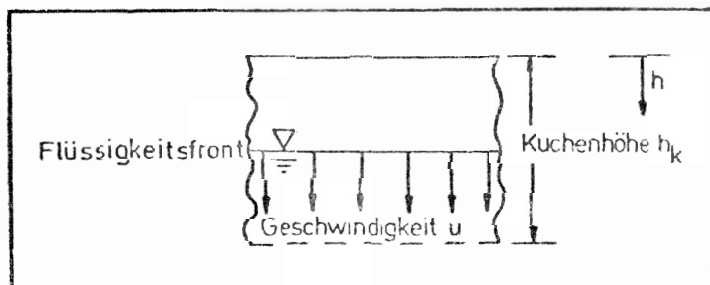


Abb. 22: Absenkung des Flüssigkeitsspiegels im Filterkuchen

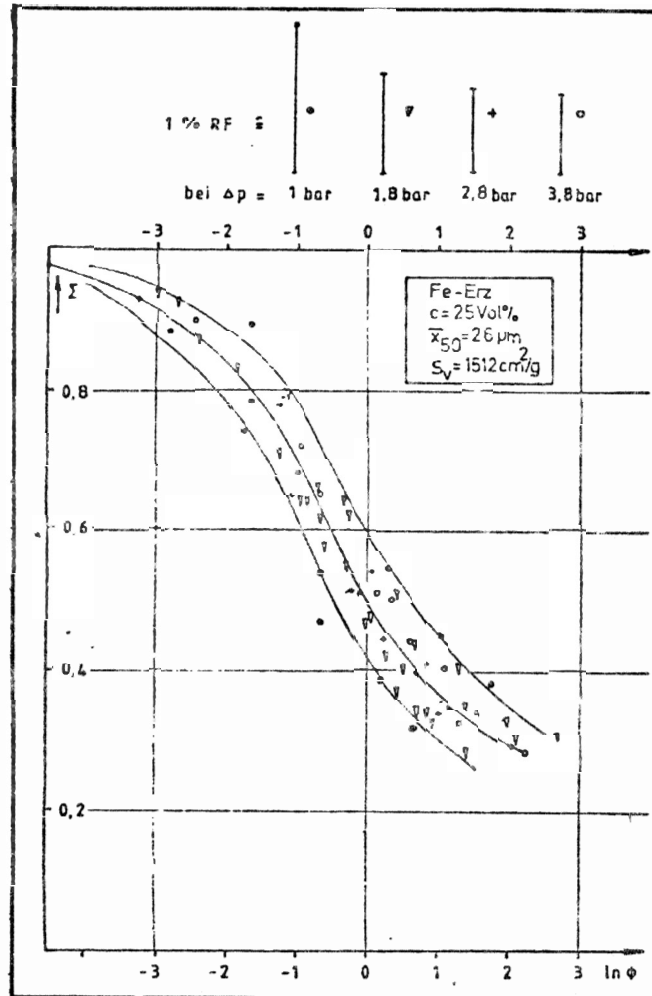


Abb. 23: Zusammenhang zwischen der bezogenen Sättigung  $\Sigma$  und der Entfeuchtungskennzahl  $\phi$