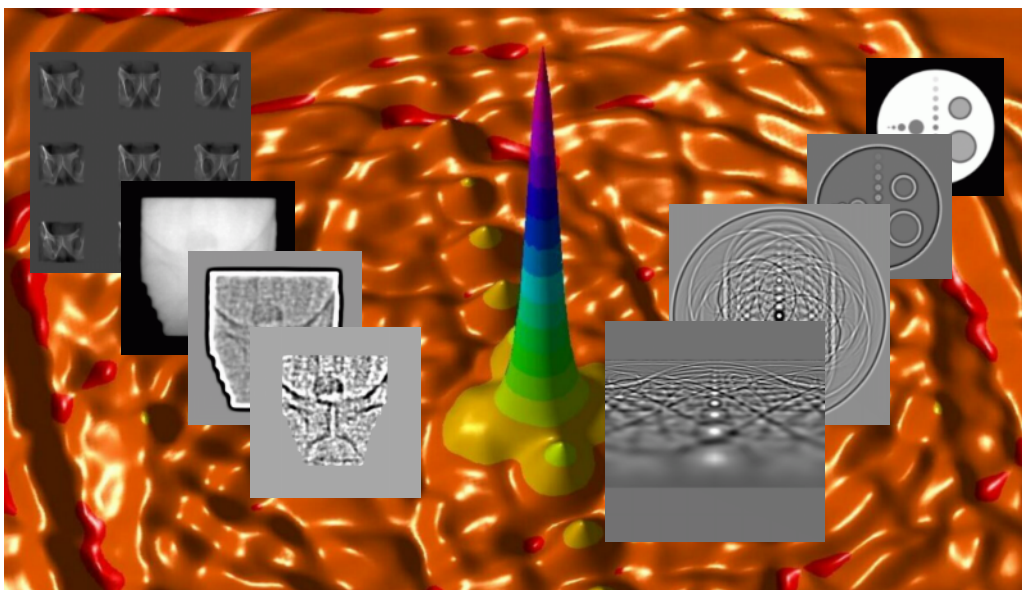


Frank Kreuder

2D-3D-Registrierung mit Parameterentkopplung für die Patientenlagerung in der Strahlentherapie



Frank Kreuder

**2D-3D-Registrierung mit Parameterentkopplung
für die Patientenlagerung in der Strahlentherapie**

Vol. 7
Karlsruhe Transactions on Biomedical Engineering

Editor:
Universität Karlsruhe (TH)
Institute of Biomedical Engineering

2D-3D-Registrierung mit Parameter- entkopplung für die Patientenlagerung in der Strahlentherapie

von
Frank Kreuder



universitätsverlag karlsruhe

Dissertation, Universität Karlsruhe (TH)
Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, 2008

Impressum

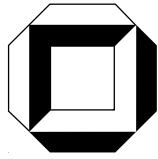
Universitätsverlag Karlsruhe
c/o Universitätsbibliothek
Straße am Forum 2
D-76131 Karlsruhe
www.uvka.de



Dieses Werk ist unter folgender Creative Commons-Lizenz
lizenziert: <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/de/>

Universitätsverlag Karlsruhe 2009
Print on Demand

ISSN: 1864-5933
ISBN: 978-3-86644-376-1



Universität Karlsruhe (TH)

Forschungsuniversität · gegründet 1825

2D-3D-Registrierung mit Parameterentkopplung für die Patientenlagerung in der Strahlentherapie

Zur Erlangung des akademischen Grades eines
DOKTOR-INGENIEURS
von der Fakultät für
Elektrotechnik und Informationstechnik
der Universität Karlsruhe (TH)
genehmigte
DISSERTATION

von
Dipl. Phys. Frank Kreuder
geb. in Duisburg

Tag der mündlichen Prüfung: 1. Dezember 2008

Hauptreferent: Prof. Dr. rer. nat. Olaf Dössel
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Klaus Dietmayer

Karlsruhe 2008

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	9
I	Robuste Bildregistrierung von Niedrigkontrastaufnahmen	13
2	Überblick über Registrierungsverfahren	15
2.1	Einleitung	15
2.2	Merkmal- versus Intensitäts-basierte Methoden	17
2.3	Reine Intensitätsbasierte Ähnlichkeitsmaße	18
2.3.1	Summe von Intensitätsdifferenzen	19
2.3.2	Normalisiere Kreuzkorrelation	20
2.3.3	Berechnung der Korrelation im Fourierraum	21
2.4	Verwendung räumlicher Information	22
2.4.1	Pattern Intensity (Muster-Intensität)	22
2.4.2	Summe der lokalen normalisierten Korrelation	23
2.4.3	Gradienten Korrelation	23
2.4.4	Gradienten Differenz	24
2.4.5	Kantenbetonung durch Bandpassfilter	24
2.5	Histogramm basierte Maße	25
2.5.1	Mutual Information (Beiderseitige Information)	26
2.5.2	Correlation Ratio (Korrelations-Verhältnis)	27
2.5.3	Wahrscheinlichkeits-Verteilungs-Schätzung	28
2.6	Optimierungsverfahren	29
2.6.1	Suche des besten Nachbarn	29
2.6.2	Simplex-Verfahren	29
2.6.3	Gradienten-Verfahren	29
2.6.4	Quasi-globale Methoden	30
2.6.5	Verschiedene Auflösungsstufen	30
3	Robustes Verfahren zur Registrierung von Hochenergiebildern	33
3.1	Patientenlagerung in der Strahlentherapie	34
3.2	Simulator und Linearbeschleuniger	35
3.3	Hochenergiebildgebungssysteme	35
3.4	Spezifizierung des Registrierungsverfahrens für Portal Images	37

3.5	Implementierung	38
3.5.1	Entfernung von Störungen durch die optische Abbildungskette . .	39
3.5.2	Eliminierung der Punktstörstellen	39
3.5.3	Segmentierung des Bestrahlungsfeldes	40
3.5.4	Automatische Kontrastverbesserung	40
3.5.5	Registrierung der Bestrahlungsfelder	42
3.5.6	Registrierung der anatomischen Strukturen	44
3.5.7	Verschiedene Modalitäten des Referenzbildes	51
3.6	Ergebnisse	52
4	Entkopplung von Translation und Rotation mittels Autokorrelationsfunktionen	57
4.1	Einleitung	57
4.2	Erweiterung auf Rotation und Skalierung	58
4.3	Transformationen	58
4.4	Fourier-Mellin Darstellung	60
4.5	Autokorrelationsdarstellung	62
4.6	Implementierung	66
4.7	Numerische Evaluation	67
4.8	Untersuchungen an einem mathematischen Phantom	69
4.8.1	Rauschen	72
4.8.2	Fehlende Elemente	72
4.9	Experimente mit Kernspinaufnahmen	75
4.9.1	T1-T2 Registrierung	75
4.10	Ergebnisse mit Portal Images	77
5	2D-3D Bildregistrierung	81
5.1	Überblick	81
5.2	Intrinsische und extrinsische Parameter	82
5.3	Beschreibung der räumlichen Transformation	84
5.3.1	Starre Transformation	84
5.3.2	Euler Winkel	85
5.3.3	Einheits-Quaternionen	86
5.3.4	Achsen-Winkel-Beschreibung	87
5.3.5	Positionierung des Dreibeins	87
5.3.6	Mathematik der perspektivischen Projektion	88
5.4	Generierung von künstlichen Röntgenbildern	89
5.4.1	Theoretischer Hintergrund	90
5.4.2	Volumen-Darstellungs-Techniken	91
5.4.3	Strahlverfolgung	91
5.4.4	Gescherter Objektraum	91
5.4.5	Vorausberechnung von Projektionsstrahlen	92
5.4.6	Darstellung mit Grafik-Hardware	92

5.4.7	Weitere Verfahren	93
5.5	Rückführung von 3D-Bewegungen auf 2D-Transformationen	93
5.5.1	Genauigkeitsabschätzung der Verzerrungen	100
5.6	Aufbau der 2D-3D Registrierung	101
5.7	Evaluierung der 2D/3D-Registrierung	104
5.7.1	Erfolgsbereich und Fehlerkriterien	105
5.7.2	Generierung der Testpositionen	106
5.8	Experimente	107
5.8.1	Testmessungen mit mathematischem Phantom	107
5.8.2	Registrierung von DRRs	111
5.8.3	Exemplarische 2D-3D Registrierung von Portalbildern	122
 II Schnelle Berechnung von Kegelstrahlprojektionen		125
 6 Verbindung zur Computertomographie		127
6.1	Rekonstruktion aus Projektionen	127
6.2	Kegelstrahltomographie	129
 7 Mathematische Transformationen und Relationen		131
7.1	Die 2D Radontransformation	131
7.2	Das 2D Fourier Slice Theorem	132
7.3	Die gefilterte Rückprojektion	134
7.4	Numerischer Aufwand der gefilterten Rückprojektion	135
7.5	Die 3D Radon Transformation	137
7.6	Das 3D Fourier Slice Theorem	138
7.7	Relation zwischen Röntgentransformation und Radontransformation . . .	139
7.8	Kegelstrahlprojektionen und Ableitung des 3-D Radonraumes	141
 8 Beschreibung des Algorithmus		145
8.1	Berechnung des rampengefilterten Sinogramms	145
8.2	Verbesserung des Verfahrens	147
 9 Implementierung der Cone-Beam-Projektion		151
9.1	Fehler aufgrund ungenauer Interpolation im Fourierraum	151
9.2	Zero-Padding	154
9.3	Gridding	155
9.4	Berechnung des rampengefilterten Radonraumes	158
9.4.1	Überführung des kartesisch abgetasteten Fourierraumes in ein ra- diales Koordinatensystem.	159
9.4.2	Aufteilung des Raumes in Doppelpyramiden	161
9.4.3	Abschätzung der Verteilungsdichte	163
9.5	Auslesen der Radonschale	164

9.6	Evaluation	165
10	Schnelle 2D-Rückprojektion	169
10.1	Einleitung	169
10.2	Überblick	169
10.3	Prinzip der schnellen Rückprojektion	171
10.4	Algorithmus der schnellen Rückprojektion	172
10.5	Evaluation	175
10.5.1	Rauschverhalten	178
10.6	Schlussfolgerung	178
11	Schlußfolgerungen	181
11.1	Zusammenfassung	181
11.2	Ausblick	183
	Literaturverzeichnis	189

Symbolverzeichnis

Abkürzungen

APL	Autokorrelation in polar-logarithmischer Darstellung
CR	Korrelations-Verhältnis (Correlation Ratio)
CT	Computer Tomographie
DoG	Difference of Gaussians
DQE	Detective Quantum Efficiency
DRR	digital rekonstruiertes Röntgenbild digital reconstructed radiograph
EPID	electronic portal imaging device
FBP	gefilterte Rückprojektion(filtered backprojection)
FFT	schnelle Fourier Transformation (Fast Fourier Transformation)
FMT	Fourier-Mellin Transformation
FMI	Fourier-Mellin invariante Darstellung
FRA	Fourier-Rekonstruktions-Algorithmus
FT	Fourier Transformation
GD	Gradienten Differenz
GPU	Grafik-Hardware (Graphic processing unit)
H	Shannon Entropie
MI	Beiderseitige Information (Mutual Information)
N	Kantenlänge eines Bildes
NCC	Normalisierte Kreuzkorrelation (normalized cross correlation)
PD	Projektionsdistanz (projection distance)
PI	Muster-Intensität (Pattern Intensity)
Pixel	Bildelement
Portal Image	Durchstrahlungsbild
ROI	betrachtete Region (region of interest)
RPD	Rückprojektionsdistanz (reprojection distance)
endRPD	Rückprojektionsdistanz nach der Registrierung
SAD	Summe der absoluten Differenzen
SNR	Signal zu Rausch Verhältnis
SSD	Summe der quadrierten Differenzen
TRE	Registrierungsfehler der Zielstruktur (target registration error)
startTRE	Abstand zur Mittelposition vor der Registrierung

endTRE	Fehler nach der Registrierung
TREproj	Fehler in Projektionsrichtung
Voxel	Volumenelement

Symbole

$I(x, y)$	Bildfunktion
$\frac{dI}{dx'} \frac{dI}{dy}$	Gradientenbild
$p(a)$	Wahrscheinlichkeit für Intensitätswert a
$p(a, b)$	Zusammengesetzte Wahrscheinlichkeit für Intensität a im ersten Bild und Intensität b im zweiten an gleicher Bildposition
$G(x)$	Gaussverteilung
$f(i, j)$	Grauwert-Bild
$b(i, j)$	Binärbild des Bestrahlungsfeldes
M_{kl}	Matrix der Momente 2. Ordnung
(\bar{x}, \bar{y})	Schwerpunkt
$(\Delta x, \Delta y)$	relative Verschiebung Bestrahlungsfeld
$\Delta\theta$	relative Drehung Bestrahlungsfeld
σ	Skalierung
$f(x, y)$	Bild
$b(x, y)$	Blockfilter
$g(x, y)$	Gauss-Filter
$c_N(a, b)$	Korrelationsfunktion
(m_x, m_y)	2D-Translation
$f(x, y)$	Ausgangsbild
$g(x, y)$	gedrehte, skalierte, verschobene Version von $f(x, y)$
$G(u, v), F(u, v)$	Fouriertransformation von g, f
$\phi_g(u, v)$	spektrale Phase von g
σ	Skalierung
$f_p(\theta, \rho), g_p(\theta, \rho)$	Amplitudenspektrum in Polarkoordinaten
$f_{pl}(\theta, \lambda), g_{pl}(\theta, \lambda)$	Amplitudenspektrum in polar-logarithmischer Darstellung
$(f \star f)(x, y)$	Autokorrelation von f, g
$(g \star g)(x, y)$	
$(f \star f)_p(\theta, \rho)$	Autokorrelation in Polarkoordinaten
$(g \star g)_p(\theta, \rho)$	
$(f \star f)_{pl}(\theta, \lambda)$	Autokorrelation in polar-logarithmischer Darst. (APL-Darstellung)
$(g \star g)_{pl}(\theta, \lambda)$	

α_k	diskretisierter Winkel
ρ_m	diskretisierte Radialkomponente
α	In-plane Rotation oder Drehung um optische Achse
$E = (\theta_x, \theta_y, \theta_z, X, Y, Z)$	extrinsische Parameter
$\theta_x, \theta_y, \theta_z$	Euler'sche Winkel
X, Y, Z	Position des Zentrums des 3D-Volumens
$I = (s_c, t_c, k_1, k_2)$	intrinsische Parameter
s_c, t_c	Position des senkrecht auf den Detektor treffenden Strahles
k_1, k_2	Proportionalitätskonstanten: $k_1 = \frac{f}{x_{dim}}, k_2 = \frac{f}{y_{dim}}$
x_{dim}	horizontale Pixelgröße
y_{dim}	vertikale Pixelgröße
f	Fokusslänge
T	starre Transformation
R	Rotationsmatrix
$\vec{t} = (t_x, t_y, t_z)^T$	Translationsvektor
$Q = [(q_x, q_y, q_z), q_w]$	Quaternion
$\vec{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$	Achsen-Winkel-Beschreibung
$\vec{n} = (n_x, n_y, n_z)^T$	Richtungsvektor
P	Matrix der perspektivischen Transforamtion
M	Matrix der gesamten perspektivischen Abbildung
$I(u, v)$	Intensität auf dem Detektor
I_0	Ausgangsintensität
$\mu(\vec{x}, E)$	Schwächungskoeffizient
d	Entfernung zur Quelle
\vec{n}_{op}	Richtungsvektor der out-of-plane Rotation
α	Drehung um optische Achse und Drehung in der Detektorebene
σ	Skalierung
\vec{t}	räumliche Translation
(m_x, m_y)	Verschiebung in der Detektorebene
β, γ	Winkel der Out-of-plane Rotation im Isozentrum
$f(x, y, z)$	3D-Objektfunktion
I_0	Orginalintensität
I_{out}	abgeschwächte Intensität
$\mathcal{R}_2 f(\rho \vec{\xi})$	zweidimensionale Radon-Transforamtion
$f(x, y)$	2D-Objektfunktion
$F(u, v)$	2D-Fourierraum
\mathcal{F}	radiale 1D-Fouriertransformation
$\rho \vec{\xi}$	Position im Radonraum
r	Radius im Ortsraum

R	radiale Ortsfrequenz im Fourierraum
$ramp []$	rampengefilterte Daten
$\mathcal{R}_3 f(\rho \vec{\xi})$	3D-Radon-Transformation
$f(x, y, z)$	3D-Objektfunktion
$F(u, v, w)$	3D-Fourierraum
$f(\rho \vec{\xi}, r, \gamma)$	Objektfunktion in Polarkoordinaten
$\mathcal{X} f(\rho \vec{\xi}, \gamma)$	Röntgentransformation
(s, t)	Koordinaten in der Detektorebene
$\mathcal{X} f(s(\rho \vec{\xi}), t)$	Daten der Kegelstrahlprojektion
$\mathcal{X}_w f(s(\rho \vec{\xi}), t)$	gewichtete Detektordaten
S	Ortsfrequenz zu s
$ramp_s []$	Rampenfilter in der Detektorebene
$ramp_\rho []$	Rampenfilter im 3D-Radonraum
$sgn()$	Vorzeichen
$III\left(\frac{x}{T}\right)$	Kammfunktion
$\Lambda(X)$	Dreiecksfunktion
$\Pi(X)$	Rechteckfunktion
n_z	Zero-Padding-Faktor
\hat{w}_{KB}	Kaiser-Bessel-Fensterfunktion
w_{KB}	Fouriertransformierte der Kaiser-Bessel-Funktion
$H_R(R) = R $	Rampenfilter im Fourierraum
H_1, H_2, H_3	Punktmengen der orthogonal stehenden "Hanteln"
(p, q, r)	Parameter der Hanteln
f_j^i	Bildfunktion der Stufe i zur Projektionsrichtung θ_j^i
b_j^i	Bildmatrix der Stufe i zur Projektionsrichtung θ_j^i
θ_j^i	Winkel der Projektionsrichtung j der Stufe i

1 Einführung

Die Bestrahlung eines Tumors mit hochenergetischen Strahlen, die von einem Linearbeschleuniger erzeugt werden, ist eine effektive Methode zur Behandlung von Krebs. Die Genauigkeit der Bestrahlung ist für den Behandlungserfolg in der Strahlentherapie essentiell wichtig. Tumorgewebe wird mit hochenergetischer Strahlung bestrahlt, mit dem Ziel, die bösartigen Zellen zu zerstören. Hierbei ist es wichtig, dass gesundes Gewebe geschont wird und möglichst nicht im Fokus der ionisierenden Strahlung liegt. Fortschritte in der Tumorklassifikation und die Möglichkeit der dreidimensionalen Bestrahlungsplanung, mit Hilfe von computertomographischen (CT) Bildern, führten zur genaueren Dosisberechnung und damit zur genaueren Bestrahlung. Die Genauigkeit hängt aber entscheidend von der präzisen Lagerung des Patienten bei jeder Sitzung ab. Die Verbesserung der Zuverlässigkeit und der Genauigkeit der Patientenlagerung ist die Motivation für die vorliegende Arbeit. Gängige Verfahren zur Reduzierung des Lagerungsfehlers beinhalten die Registrierung von Hautmarkierungen mit einem Laserfadekreuz oder die Verwendung von angepassten Schaumstoffblöcken oder thermoplastischen Masken zur Immobilisation. Trotz allem führen diese Maßnahmen nicht immer zum gewünschten Ergebnis, da sie sich nur an der äußeren Oberfläche des Körpers des Patienten orientieren. Es können aber auch innere anatomische Strukturen als Basis zur Lagerungskontrolle dienen. Da nur ein Teil der Strahlung vom Patienten absorbiert wird, kann der transmittierte Anteil zur Erzeugung eines Durchstrahlungsbildes (so genanntes Portal Image) genutzt werden. Dies geschieht analog zu einer Röntgenaufnahme, aber bei wesentlich höherer Energie im MeV-Bereich. Das Durchstrahlungsbild kann dann zur Lagerungskontrolle mit einem Referenzbild verglichen werden, welches die optimale Position des Patienten relativ zum Strahl anzeigt. Verschiedene Arten von Bildern können als Referenzbild verwendet werden:

- ein Röntgenbild, welches mit dem Therapiesimulator aufgenommen wurde
- ein synthetisches Referenzbild, welches aus dem 3D-CT Datensatz des Patienten berechnet wurde
- das Portal Image der ersten Behandlungseinheit

Da inzwischen die Durchstrahlungsbilder elektronisch erzeugt werden können ist eine unmittelbare Lagerungskontrolle direkt vor der eigentlichen Behandlungseinheit möglich. Idealerweise sollte diese Kontrolle innerhalb weniger Sekunden automatisch durchgeführt werden. Hier erweist sich aber der grundsätzlich geringe Bildkontrast

und der hohe Rauschanteil in den Hochenergiebildern als problematisch. Für eine zuverlässige Kontrolle, die ein Rechner mittels Bildverarbeitung durchführt, muss erst ein Verfahren entwickelt werden, das die geringe aber dennoch vorhandene Information in den Durchstrahlungsbildern optimal nutzt. Die Entwicklung eines derartigen Verfahrens ist Teil dieser Arbeit. Die eigentliche Lagerungskontrolle kann in zwei Stufen durchgeführt werden. Zum einen kann die Bewegung des Patienten in der Ebene quer zur Strahlrichtung bestimmt werden. Es handelt sich um eine zweidimensionale Bewegung mit drei Freiheitsgraden (zwei für die Translation in der Ebene und einen für die Rotation in der Ebene). Hierzu kann ein Simulatorbild, ein Durchstrahlungsbild und ein künstliches Röntgenbild als Referenz dienen. Auf der anderen Seite ist es aber möglich, mit Hilfe des CT-Datensatzes aus der Bestrahlungsplanung eine vollständige Bestimmung der Lage des Patienten im Raum durchzuführen. Die Position der Zielstruktur im Raum umfasst 6 Freiheitsgrade (3 Translationen und 3 Rotationen). Die Problemstellung ist analog zur 2D-3D-Registrierung bei computergestützten Interventionen. Die eigentliche Aufgabe besteht darin, mit Hilfe des CT-Datensatzes und der bekannten Geometrie des Linearbeschleunigers künstliche Projektionen zu berechnen und diese mit dem aktuellen Durchstrahlungsbild zur Deckung zu bringen. Anhand der am besten passenden Projektion lässt sich dann auf die 3D-Position im Raum schließen. Dies klingt einfacher, als es ist. Die Generierung von künstlichen Röntgenprojektionen ist ein rechnerisch sehr aufwendiger Prozess, der für jede Testposition erneut durchgeführt werden muss. Der Suchraum über die 6 Parameter ist so umfangreich, dass sich dies in annehmbarer Zeit nicht durchführen lässt. Folgendes Gedankenspiel verdeutlicht dies. Soll die optimale Position innerhalb eines Raumes mit 10 cm Kantenlänge mit 1 mm Genauigkeit und Drehungen von $\pm 20^\circ$ mit 1° Genauigkeit gefunden werden, ergeben sich $100^3 \cdot 40^3 = 64$ Milliarden mögliche Positionen. Zielsetzung für diese Arbeit ist es zum einen ein Verfahren zur beschleunigten Berechnung von künstlichen Kegelstrahlprojektionen zu entwickeln und zum anderen mit Hilfe von mathematischen Transformationen den Suchraum derart zu entkoppeln, dass einzelne Parameter wirklich getrennt voneinander bestimmt werden können.

Die Doktorarbeit gliedert sich wie folgt. In Kapitel 2 erfolgt ein Überblick über gängige Registrierungsverfahren mit Klassifikation, Ähnlichkeitsmaßen und Suchstrategien. In Kapitel 3 wird ein robustes Verfahren zur Registrierung von Hochenergiebildern entwickelt. Hierbei wird die in den Niedrigkontrastaufnahmen enthaltene Information optimal herausgearbeitet. Der Suchraum beschränkt sich zunächst auf Translationen in der Ebene. In Kapitel 4 wird der Suchraum um Rotation und Skalierung erweitert und mit einem neu entwickelten Verfahren, das auf Autokorrelationen beruht von der Translation entkoppelt. Kapitel 5 beschreibt die Implementierung der 2D-3D-Registrierung. Es wird ein Überblick über verschiedene Parametrisierungen der räumlichen Transformation und über gängige Methoden zur Erzeugung von künstlichen Projektionsbildern gegeben. Wichtig ist die Rückführung von 3D-Bewegungen auf 2D-Transformationen und Drehungen aus der Ebene heraus, so dass die Ergebnisse aus den vorherigen Kapiteln angewendet werden können. Es folgen umfangreiche Testmessungen, die zei-

gen dass das Verfahren über einen großen Parameterbereich stabil arbeitet und unempfindlich gegenüber Rauschen ist. Ab Kapitel 6 wird dann ein neuartiges Verfahren zur schnellen Berechnung von Kegelstrahlprojektionen entwickelt. Das Verfahren beruht auf Eigenschaften des dreidimensionalen Radonraumes. Die nötigen mathematischen Beziehungen werden in Kapitel 7 abgeleitet. In Kapitel 8 wird der Algorithmus entwickelt und Kapitel 9 beschreibt die Implementierung. Die gefilterte 2D-Rückprojektion ist Teil des Verfahrens zur Berechnung der Kegelstrahlprojektion. In Kapitel 10 wird ein Verfahren vorgestellt, das den Aufwand der gefilterten Rückprojektion von $O(N^3)$ auf $O(N^2 \log N)$ reduziert. In Kapitel 11 erfolgt eine Zusammenfassung der Doktorarbeit und es wird ein Ausblick gegeben.

Teil I

Robuste Bildregistrierung von Niedrigkontrastaufnahmen

2 Überblick über Registrierungsverfahren

2.1 Einleitung

Die Registrierung medizinischer Bilder ist die Berechnung der Transformationsparameter des einen Bildes auf das andere. Medizinische Registrierungsverfahren sind ein wachsendes Gebiet von steigendem Interesse mit sehr unterschiedlichen Anforderungen, Bedingungen und Lösungen. Die Heterogenität der Methoden liegt begründet in den Unterschieden der Bildmodalitäten, der Aufnahmetechnik und der Positionierung des Patienten. In der Literatur wird ein breites Spektrum unterschiedlicher Methoden beschrieben. Einen Überblick über verschiedene Bildregistrierungsverfahren bei zahlreichen Anwendungen gibt Brown [15]. Um einen Einblick in die Anforderungen, Möglichkeiten und Grenzen zu erhalten, ist eine Einteilung notwendig. In [94] und [62] wird eine Klassifikation der verschiedenen Verfahren der medizinischen Bildregistrierung präsentiert, die hier kurz beschrieben wird:

1. **Dimensionalität:** Die Anzahl der Dimensionen in den betrachteten Datensätzen (2D/2D, 2D/3D und 3D/3D). Dies ist abhängig von der Modalität mit der die Bilder aufgenommen werden.
2. **Ursprung der Bildmerkmale:** Bildregistrierungsalgorithmen benutzen entweder *intrinsische*, d.h zum Patienten gehörige Bildmerkmale, oder *extrinsische* Bildkennzeichen, die durch zusätzliche Objekte hinzugefügt werden. Intrinsische Merkmale sind z.B. die Pixel-Intensitäten, anatomische Landmarken, geometrische Kennzeichen oder Oberflächen von Haut, Gehirn oder Ventrikeln. Extrinsische Merkmale (auch als "fiducial marker" bezeichnet) sind z.B Kopfmasken oder Hautmarken, aber auch Schraubenmarkierungen im Knochen. Materialien, die dem Patienten verabreicht werden, um den Kontrast für diagnostische Zwecke zu steigern, z.B. Kontrastmittel in der Angiographie, werden als intrinsisch betrachtet.
3. **Art der Transformationen:** Die Registrierungstransformation kann *rigide*, *affin*, *projektiv* oder *elastisch* sein. Diese Kategorien bestimmen den Grad der Elastizität der Transformation und zeigen eine klare Unterscheidung in ihren geometrischen Eigenschaften.
 - a) Eine Transformation wird als rigide bezeichnet, wenn der Abstand zweier

Punkte des ersten Bildes bei der Abbildung auf das zweite Bild bewahrt wird. Rigide Transformationen können in Translation, Rotation und Spiegelung aufgeteilt werden.

- b) Eine Transformation ist affin, wenn jede gerade Linie des ersten Bildes auf eine gerade Linie im zweiten Bild abgebildet wird, wobei Parallelität bewahrt wird. Beispiele für nicht rigide affine Transformationen sind Scherung und einheitliche und nicht einheitliche Skalierung.
- c) Eine projektive (oder perspektivische) Transformation bildet eine gerade Linie des ersten Bildes auf eine gerade Linie im zweiten Bild ab, wobei Parallelität in der Regel nicht beibehalten wird.
- d) Elastische Transformationen können eine Gerade auf eine Kurve abbilden.

Eine Konsequenz der beschriebenen Einteilung ist, dass rigide Transformationen eine Untergruppe der affinen Transformationen sind, welche eine Untergruppe der projektiven Transformationen sind, die schließlich eine Untergruppe der elastischen Transformationen sind. Rigide Transformationen sind somit elastische Transformationen mit Elastizität null. Bei der Auswahl der Transformationen für eine spezielle Registrierungsaufgabe wird die am meisten spezifische Untergruppe ausgewählt.

4. **Bereich der Transformationen:** Die Transformation, die das Koordinatensystem des einen Bildes in das des anderen Bildes überträgt, kann entweder *global* oder *lokal* sein. Eine Registrierungstransformation wird als global bezeichnet, wenn jede Änderung in den Registrierungsparametern, die Transformation des Bildes als Ganzes beeinflusst. Bei einer lokalen Registrierungstransformation beeinflusst eine solche Änderung nur einen Teil des Bildes. Die Größe der lokalen Regionen kann über einen weiten Bereich variieren.
5. **Interaktion:** Der Grad der Interaktion wird in drei Kategorien eingeteilt: *interaktiv*, *halb-automatisch* und *automatisch*. Interaktive Methoden benötigen menschliches Eingreifen für die Bestimmung der Transformation. Bei halb-automatischen Methoden berechnet der Computer die Transformation, während Benutzer-Interaktion benötigt wird für die Auswahl der Bildmerkmale, die in der Registrierung berücksichtigt werden, und/oder zum Starten, Leiten oder Stoppen der Registrierungsprozedur. Automatische Methoden benötigen keine menschliche Interaktion. Die Klassifizierung gibt keine Aussage über das Ausmaß der Interaktion, so wird ein Großteil der Registrierungsverfahren als halb-automatisch klassifiziert werden, obwohl der Grad der Interaktion stark variieren kann. Das Ausmaß der Interaktion ist ein wichtiger Faktor für die klinische Anwendbarkeit einer Methode.
6. **Optimierungsstrategie:** Ein Registrierungsalgorithmus arbeitet *direkt* oder *suchorientiert*. Eine direkte Methode berechnet geradeheraus die Transformationspa-

parameter. Eine suchorientierte Methode startet von einem oder mehreren initialen Vermutungen, und versucht die optimale Transformation zu finden, geleitet von einem Maß für die Qualität der Registrierung. Man beachte, dass nach dieser Definition die aufwendige Methode, die Voll-Suche, die die Registrierung für den gesamten Parameterraum berechnet, als direkt klassifiziert wird.

7. **Involvierte Modalitäten:** Die Registrierung zweier Bilder der gleichen Modalität wird als *monomodal* bezeichnet. Wenn die Daten von verschiedenen Geräten verwendet werden, wird dies *multimodal* genannt.

Unabhängig von der Art der Registrierung müssen alle Registrierungsverfahren folgende Teilaufgaben erfüllen. Die Ähnlichkeit zwischen den Bildern wird über bestimmte Bildmerkmale festgelegt. Die Art und Weise wie die Ähnlichkeit bewertet wird bestimmt ein Ähnlichkeitsmaß. Innerhalb eines bestimmten Suchraumes muss das Maximum des Ähnlichkeitsmaßes gefunden werden. Hierzu können verschiedene Suchstrategien verwendet werden. Deshalb werden in [15] zur technischen Charakterisierung von Registrierungsverfahren die vier Hauptkomponenten identifiziert:

- Merkmalsraum
- Ähnlichkeitsmaß
- Suchstrategie
- Suchraum

Die ersten drei Komponenten werden in diesem Kapitel genauer betrachtet.

2.2 Merkmal- versus Intensitäts-basierte Methoden

In Erweiterung zu [62] wird zwischen Merkmal-basierten und Intensitäts-basierten Registrierungsverfahren unterschieden. Diese Klassifizierung ist in der aktuellen Literatur über medizinische Bildregistrierung verbreitet.

Merkmal-basierte Verfahren verarbeiten die Bilder im Vorfeld, um relevante Information zu extrahieren, die zur Beurteilung der Ähnlichkeit verwendet werden kann. Dies kann die Position von bestimmten Orientierungspunkten, oder die Parametrierung von bestimmten Formen innerhalb des Bildes sein, welche durch Segmentierung erhalten werden. Allerdings benötigt die Bearbeitung häufig Interaktion mit dem Benutzer, was meistens nicht wünschenswert ist. Sobald ein Satz korrespondierender Punkte festgelegt ist, z.B. Markierungen auf der Hautoberfläche, implantierte Markierungen innerhalb des Körpers des Patienten, oder von Hand selektierte anatomische Landmarken, kann die Bewegung zwischen den zwei Punktmengen meistens schneller berechnet werden, als wenn die gesamte Bildinformation verwendet wird. Häufig ist es aber schwierig, anatomische Landmarken zuverlässig zu selektieren, wodurch

Merkmal-basierte Verfahren unzuverlässig und ungenau werden. Dies gilt insbesondere für die kontrastarmen Verifikationsaufnahmen in der Strahlentherapie.

Intensitäts-basierte Verfahren, im Gegensatz, verwenden die Bilder an sich und weniger eine indirekte Beschreibung, um die Registrierung zu berechnen. Die synonymen Begriffe Bild-basiert und Voxel-basiert werden auch häufig verwendet. Alle Begriffe besagen, dass der Bildinhalt direkt verwendet wird, um die korrekte Ausrichtung zu berechnen, wobei ein bestimmter Anteil von Vorverarbeitungsschritten auf die Bilder angewendet werden kann. Der große Vorteil ist, dass die Registrierung direkt nach der Bildaufnahme erfolgen kann. Keine weiteren Benutzereingaben, wie z.B. die Auswahl von Orientierungspunkten oder das Setzen von Parametern für eine Segmentierung, sind erforderlich. Deshalb wird diese Kategorie von Registrierungstechniken häufig mit automatischen Verfahren in Verbindung gebracht. Dies ist nicht immer richtig, da die Festlegung einer initialen Ausrichtung, eines Bereichs von Interesse (Region of interest (ROI)), oder anderen Parametern, möglicherweise manuelle Interaktion erfordern. In diesem Kontext werden die Registrierungsmethoden häufig als semi-automatisch bezeichnet. Auf der anderen Seite können auch Merkmals-basierte Methoden automatisch sein, solange die Merkmalsauswahl automatisch erfolgt. Diese Arbeit konzentriert sich auf die Bild-basierte Registrierung, um ein robustes Verfahren zur Lagerungskontrolle in der Strahlentherapie zu entwickeln. Deshalb werden mathematische und technische Aspekte der Bild-basierten Registrierung im Rest dieses Kapitels näher erläutert. Zu unterscheiden sind Verfahren mit direkter Verwendung der Bildintensitäten, Verfahren mit Verwendung räumlicher Information und Histogramm basierte Methoden. Außerdem werden gängige Optimierungsverfahren zur Extremumbestimmung der Ähnlichkeitsfunktion beschrieben.

2.3 Reine Intensitätsbasierte Ähnlichkeitsmaße

Diese Klasse von Ähnlichkeitsmaßen vergleicht die Intensitätswerte in beiden Bildern paarweise an den gleichen Bildpositionen. Danach wird daraus ein einzelner Wert nach einem bestimmten Schema generiert. Der Vorteil dieser Art von Maßen ist, dass sie nicht nur für 2D Bilder, sondern für jede Art von Daten in beliebigen Dimensionen verwendet werden können, da keine räumliche Information verwendet wird.

2.3.1 Summe von Intensitätsdifferenzen

Ein sehr einfaches Ähnlichkeitsmaß ist die Summe der quadrierten Differenzen (SSD) zwischen zwei Bildern:

$$SSD = \frac{1}{N} \sum_{(x,y \in T)} (I_1(x,y) - I_2(x,y))^2 \quad (2.1)$$

wobei T der überlappende Bereich der beiden Bilder ist und N die Anzahl der Bildelemente in T und $I(x,y)$ die Bildintensität. Es kann gezeigt werden, dass SSD das optimale Maß ist, wenn sich die Bilder nur durch Gauß'sches Rauschen unterscheiden. Deshalb wird dieses Maß meistens in Registrierungsanwendungen verwendet, bei denen beide Bilder der gleichen Modalität entstammen, ansonsten ist diese Bedingung nicht realistisch. Ein anderer Grund für die Verwendung dieses Maßes ist, dass spezifische Optimierungsverfahren verwendet werden können, die Quadratsummen-Ausdrücke sehr effektiv minimieren können. Wegen der Einfachheit wird dieses Maß besonders für Intra-Modalitäts-Registrierung verwendet. Ein Problem mit SSD ist, dass eine kleine Anzahl von Pixeln mit sehr großen Intensitätsunterschieden das Ähnlichkeitsmaß stark verändern können. Dies kann der Fall sein, wenn bestimmte Formen in einem Bild vorhanden sind, aber nicht in dem anderen. Der Effekt kann unter Verwendung der absoluten Differenz (SAD), anstatt von SSD, vermindert werden:

$$SAD = \frac{1}{N} \sum_{(x,y \in T)} |I_1(x,y) - I_2(x,y)| \quad (2.2)$$

Diese Art von Ähnlichkeitsmaß kann, wie folgt, generalisiert werden:

$$\frac{1}{N} \sum_{(x,y \in T)} f(d) \quad (2.3)$$

mit $d = I_1(x,y) - I_2(x,y)$. Durch angemessene Auswahl der Funktion $f(d)$ kann das Ähnlichkeitsmaß verschiedenen Bedingungen angepasst werden. Die Verwendung von $f(d) = d^2 / (\sigma^2 + d^2)$ normalisiert das Maß auf das Intervall $[0 \dots 1]$ und limitiert damit den Einfluss von gelegentlich großen Differenzen in den Intensitäten. Das resultierende Maß ist am sensitivsten, wenn der Gradient von $f(d)$ maximal ist:

$$f''(d) = 0 \Rightarrow d = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{3}} \quad (2.4)$$

2.3.2 Normalisiere Kreuzkorrelation

Lineare Korrelation wird bei Problemen aus der Mathematik und den Computerwissenschaften immer dann eingesetzt, wenn die Beziehung zwischen zwei Datensätzen in einer einfachen und schnellen Weise beurteilt werden soll. In unserem Fall soll der lineare Zusammenhang zwischen den Pixelwerten des einen Bildes und den Werten des anderen Bildes quantifiziert werden. Dieses Maß wird "Normalisierte Kreuzkorrelation (Normalized cross correlation) (NCC)" genannt und wird häufig auch als "Korrelationskoeffizient (Correlation coefficient)" bezeichnet:

$$NCC = \frac{\sum_{(x,y \in T)} (I_1(x,y) - \bar{I}_1) \cdot (I_2(x,y) - \bar{I}_2)}{\sqrt{\sum_{(x,y \in T)} (I_1(x,y) - \bar{I}_1)^2} \cdot \sqrt{\sum_{(x,y \in T)} (I_2(x,y) - \bar{I}_2)^2}} \quad (2.5)$$

$$NCC = \frac{1}{\sigma_1 \sigma_2} \frac{1}{N} \sum_{(x,y \in T)} (I_1(x,y) - \bar{I}_1) \cdot (I_2(x,y) - \bar{I}_2) \quad (2.6)$$

mit $\bar{I}_i = \frac{1}{N} \sum_{x,y} I_i(x,y)$; $\sigma_i = \sqrt{Var(I_i)} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{x,y} (I_i(x,y) - \bar{I}_i)^2}$. Wenn ein Bild linear abhängig von dem anderen ist, z.B. $I_2(x,y) = aI_1(x,y) + b$, wird ein Wert von eins erreicht (und -1 dementsprechend, wenn a negativ ist). Dies bedeutet für den praktischen Gebrauch, dass unterschiedlicher Kontrast und verschiedene Helligkeitswerte in den Bildern das Ähnlichkeitsmaß nicht beeinflussen sollten (außer durch Rundungsfehler), was sehr wünschenswert ist. Eine äquivalente Darstellung lautet:

$$NCC = \frac{\sum I_1(x,y)I_2(x,y) - N\bar{I}_1\bar{I}_2}{\sqrt{\sum I_1(x,y)^2 - N\bar{I}_1^2} \cdot \sqrt{\sum I_2(x,y)^2 - N\bar{I}_2^2}} \quad (2.7)$$

Weil normalerweise sich nur ein Bild während der Registrierung verändert, kann ein Teil der Summen im voraus berechnet werden, \bar{I}_2^2 und $\sum I_2(x,y)^2$. Indem das konstante Bild derart normalisiert wird, dass es einen mittleren Wert von Null hat und eine Varianz von 1 (was eine lineare Skalierung ist und somit das Ähnlichkeitsmaß nicht verändert), wird die Berechnung sehr einfach:

$$\begin{aligned} \tilde{I}_2(x,y) &= (I_2(x,y) - \bar{I}_2) / \sigma_2 \\ NCC &= \frac{1}{\sigma_1 n} \sum I_1(x,y) \tilde{I}_2(x,y) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Ein Problem dieses Maßes kann sein, dass Teile des Bildes direkt und andere Teile invers zueinander in Beziehung stehen können, und sich diese im Maß kompensieren. Dies kann besonders bedeutsam sein, wenn verschiedene Modalitäten in der Registrierung verwendet werden, da verschiedene Gewebearten verschiedene Intensitätsbereiche haben können, und somit die Möglichkeit besteht, dass einige von ihnen in gegen-

sätzlicher Weise in Beziehung stehen. Wenn dies ein relevantes Problem darstellt, kann das Maß verändert werden, indem die Summe über die absoluten Werte der linearen Korrelation gebildet wird.

$$NCC' = \frac{1}{\sigma_1 \sigma_2} \frac{1}{n} \sum_{(x,y \in T)} |(I_1(x,y) - \bar{I}_1) \cdot (I_2(x,y) - \bar{I}_2)| \quad (2.9)$$

2.3.3 Berechnung der Korrelation im Fourierraum

Eine andere nützliche Eigenschaft der Korrelation liefert das Korrelationstheorem, was besagt, dass die Fouriertransformation der Korrelation zweier Bilder gleich dem Produkt der Fouriertransformation des einen Bildes mit der komplex konjugierten Fouriertransformation des anderen Bildes ist. Dieses Theorem ermöglicht eine alternative Berechnung der Korrelation zwischen Bildern. Für die Korrelationsfunktion von zwei gegeneinander verschobenen Bildern gilt:

$$NCC(a,b) = \frac{\sum_{(x,y \in T)} (I_1(x+a,y+b) - \bar{I}_1) \cdot (I_2(x,y) - \bar{I}_2)}{\sqrt{\sum_{(x,y \in T)} (I_1(x+a,y+b) - \bar{I}_1)^2} \cdot \sqrt{\sum_{(x,y \in T)} (I_2(x,y) - \bar{I}_2)^2}} \quad (2.10)$$

$$NCC(a,b) = \frac{FT^{-1} \left(FT^* \left(I_1'(x,y) \right) \cdot FT \left(I_2'(x,y) \right) \right)}{\left(\sum_{x,y} I_1'^2(x,y) \cdot \sum_{x,y} I_2'^2(x,y) \right)^{1/2}} \quad (2.11)$$

mit der Normalisierung $I_i' = I_i(x,y) - \bar{I}_i$ für mittelwertfreie Bilder, FT und FT^{-1} jeweils für die Fouriertransformation und die Fourier-Rücktransformation, $*$ für komplex konjugiert. Die Fouriertransformation ist nur eine andere Art, die Bildinformation darzustellen. Es erfolgt eine Repräsentation im Frequenzraum. Durch die Verwendung der schnellen Fouriertransformation (FFT)¹ kann die eine Darstellung schnell in die andere umgerechnet werden. Durch die Berechnung der Korrelationsfunktion mit Hilfe der FFT ergibt sich ein erheblicher Geschwindigkeitsvorteil gegenüber der klassischen Methode. Angenommen es sollen alle möglichen Verschiebungen zwischen zwei Bildern mit der Kantenlänge N überprüft werden. Dann ist der Rechenaufwand mit der klassischen Methode von der Größenordnung $O(N^4)$. Die Berechnung mit Hilfe der FFT hat nur einen Aufwand von $O(N^2 \log N)$. Dies macht die Fourier basierte Berechnung gegenüber einem suchorientierten Verfahren attraktiv. Der Rechenaufwand mit Hilfe der FFT ist praktisch genauso groß, als wenn ein suchorientiertes Verfahren nur wenige Testpositionen überprüft. Der große Vorteil ist aber, dass mit der FFT-Methode die Ähnlichkeitsfunktion des gesamten Suchraumes vorliegt und somit das globale Maximum sicher bestimmt werden kann. Bei einem suchorientierten Verfahren besteht im-

¹Für die Anwendung der FFT muss die Zahl der Zeilen und Spalten einer Zweierpotenz entsprechen.

mer die Gefahr in einen lokalem Extremum hängen zu bleiben. Dies gilt insbesondere, wenn die Ähnlichkeitsfunktion nicht glatt verläuft. Ein glatter Verlauf der Ähnlichkeitsfunktion kann aber für kontrastarme und verauschte Bilder, wie sie bei Hochenergie-Verifikationsaufnahmen üblich sind, nicht garantiert werden. Deshalb wird bei der Entwicklung des Registrierungsverfahrens in dieser Arbeit eine Fourier basierte Korrelationsmethode verwendet.

Die normalisierte Kreuzkorrelation ist für zahlreiche Registrierungsaufgaben verwendet worden. Meistens beschränkt sich die Registrierung auf Bilder der gleichen Modalität. Im nächsten Abschnitt wird näher betrachtet, wie die Einbeziehung räumlicher Information die Registrierung verbessern kann und auch eine multimodale Registrierung ermöglicht.

2.4 Verwendung räumlicher Information

Diese Klasse von Maßen wertet die Daten weiterhin punktweise aus, aber zusätzlich wird eine Art von Nachbarschaftsinformation an jeder Position mit einbezogen. Dies kann durch die Summierung aller Differenzen in einem bestimmten Radius (Pattern Intensity), oder durch die Berechnung von Gradienten-Bildern für die weitere Analyse geschehen.

2.4.1 Pattern Intensity (Muster-Intensität)

Dieses Maß [72] bewertet direkt den Inhalt eines Differenzenbildes, $I_{diff} = I_1 - sI_2$. Wenn die Bilder perfekt aufeinander ausgerichtet sind, sollte das Differenzenbild den geringsten Anteil von Mustern enthalten, oder im Idealfall konstant sein. Pattern Intensity summiert über die Differenzen in benachbarten Pixeln in I_{diff} ,

$$PI_{r,\sigma}(s) = \frac{1}{|T|} \sum_{(x,y \in T)} \sum_{v,w} \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + (I_{diff}(x,y) - I_{diff}(v,w))^2} \quad (2.12)$$

mit $(v,w) \in T$ und $(x-v)^2 + (y-w)^2 < r^2$. Nach [72] ist eine gute Wahl der Parameter, $r = 3$ und $\sigma = 10$. Der Skalierungsfaktor s bei der Berechnung des Differenzenbildes sollte so gewählt werden, dass das Differenzbild den geringsten Kontrast hat. Man beachte, dass ein konstanter Unterschied zwischen den Bildintensitäten keine Auswirkungen auf das Ähnlichkeitsmaß hat, weil nur Differenzen des Differenzbildes betrachtet werden. Nachteilig ist der recht hohe Rechenaufwand durch die Summierung über die Musterflächen.

2.4.2 Summe der lokalen normalisierten Korrelation

Dieses Maß wurde in [54] als Erweiterung der normalisierten Kreuzkorrelation eingeführt. Wenn die Intensitäten in einem Bild von geringfügigen globalen Veränderungen gestört sind, ist die Voraussetzung eines linearen Zusammenhangs zwischen den Intensitäten möglicherweise nicht mehr erfüllt. Eine Lösung wäre die Berechnung der Korrelationswerte von vielen kleinen Bildteilen und die Verwendung des Mittelwertes der Einzelkorrelationen. Hierbei können die Gebiete überlappend sein oder nur benachbart. Problematisch sind aber nahezu konstante Umgebungsregionen, da hier der NCC praktisch undefiniert ist. Das Verfahren kann verbessert werden, indem nicht nur der Durchschnitt der regionalen Korrelationen verwendet wird, sondern eine Gewichtung mit der jeweiligen Varianz der Region innerhalb eines Bildes stattfindet [54]. Dies stellt zum Beispiel sicher, dass die Korrelation von Regionen, die knöcherne Strukturen enthalten, stärker betont wird, als von Regionen mit geringem Kontrast, wie z.B. Gewebe. Dieses Maß wird "Varianz gewichtete Summe der lokalen normalisierten Kreuzkorrelation (Variance Weighted Sum of Local Normalized Correlation)" genannt. Desweiteren hat dieses Maß die Eigenschaft, dass Strukturen, die nur in einem Bild vorhanden sind effektiv vernachlässigt werden können. Durch Gewichtung mit der Varianz des ersten Bildes kann z.B. die hohe Varianz bei bestimmten Strukturen, die als störend angesehen werden, im zweiten Bild unberücksichtigt bleiben. Damit ist dieses Maß besonders gut geeignet für Anwendungen, bei denen Objekte in einem der Bilder vorhanden sind, die bei der Registrierung ignoriert werden sollen.

2.4.3 Gradienten Korrelation

Durch die Verwendung von horizontalen und vertikalen Sobel-Operatoren werden vier Gradienten-Bilder dI_1/dx , dI_1/dy , dI_2/dx und dI_2/dy erzeugt. Dann wird die normalisierte Kreuzkorrelation von diesen horizontalen bzw. vertikalen Gradienten-Bildern berechnet. Der entgeltige Wert des Maßes wird durch den Mittelwert der beiden NCCs gebildet [72]. Für den Fall, dass das Ähnlichkeitsmaß den Maximalwert (1 oder -1) erreicht, müssen die Gradientenbilder voneinander linear abhängig sein.

$$\frac{\partial I_2(x, y)}{\partial x} = a_h \frac{\partial I_1(x, y)}{\partial x} + b_h \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial I_2(x, y)}{\partial y} = a_v \frac{\partial I_1(x, y)}{\partial y} + b_v$$

wobei a_h , b_h und a_v , b_v jeweils Konstanten für die horizontalen bzw. vertikalen Gradienten-Bilder sind. Die Integration ergibt die folgenden Bedingungen:

$$I_2(x, y) = a_h I_1(x, y) + b_h x + c_h + f_h(y) \quad (2.14)$$

$$I_2(x, y) = a_v I_1(x, y) + b_v y + c_v + f_v(x)$$

Hierbei sind $f_h(y)$ und $f_v(x)$ beliebige Funktionen. Es kann einfach geschlussfolgert werden, dass der geforderte Zusammenhang zwischen den Bildern wesentlich geringer ist als bei der ursprünglichen Kreuzkorrelation.

2.4.4 Gradienten Differenz

Dieses Maß, vorgeschlagen in [72] bewertet zwei Differenzenbilder I_{diffH} und I_{diffV} , die aus den Gradientenbildern berechnet werden. Hierbei wird die gleiche $1/(1+x^2)$ Struktur, wie bei der Pattern Intensity, verwendet.

$$GD(s) = \sum_{x,y \in T} \frac{A_h}{A_h + (I_{diffH}(x, y))^2} + \sum_{x,y \in T} \frac{A_v}{A_v + (I_{diffV}(x, y))^2} \quad (2.15)$$

$$I_{diffH}(x, y) = \frac{dI_1}{dx} - s \frac{dI_2}{dx}, \quad I_{diffV}(x, y) = \frac{dI_1}{dy} - s \frac{dI_2}{dy}$$

A_h und A_v sind Konstanten, die am besten auf die Varianz des jeweiligen Referenzbildes gesetzt werden [72].

2.4.5 Kantenbetonung durch Bandpassfilter

Ziel der Gradientenverfahren ist es, die Kanten in den Bildern zu betonen und dafür zu sorgen, dass die Registrierung die Übereinstimmung der Kanten bewertet. Die oben vorgestellten Verfahren Gradienten Korrelation und Gradienten Differenz haben den Nachteil, dass sie durch die vertikale und horizontale Kantenfilterung nicht für Registrierungen geeignet sind, die Rotationen im Suchraum einschliessen. Dieses Problem kann aber durch die Verwendung eines Bandpassfilters anstatt der Sobeloperatoren einfach umgangen werden.

Ein Bandpassfilter kann zum Beispiel durch die Differenz zweier Tiefpassfilter oder die Kombination eines Tiefpassfilters mit einem Hochpassfilter realisiert werden. Ein geeigneter Tiefpassfilter ist der Gauß-Filter:

$$g(x, y) = \exp \left[- \left(\frac{x^2}{2\sigma^2} + \frac{y^2}{2\sigma^2} \right) \right] \frac{1}{2\pi\sigma^2} \quad (2.16)$$

Der Filter hat die Form einer Gaußschen Glockenkurve mit der Breite σ . Die Differenz zweier Gaußfilter mit unterschiedlichen σ bildet einen Bandpassfilter und wird als *Difference of Gaussians* = *DoG* bezeichnet. Ein Hochpassfilter kann z.B. durch die Differenz

aus dem Identitätsoperator und einem Mittelwertfilter² gebildet werden. Die Faltung mit einem Gaußfilter ergibt wiederum einen Bandpassfilter.

Ein Bandpassfilter erlaubt eine gleichmäßige Kantenfilterung unabhängig von eventuellen Rotationen. Es werden z.B. Knochenstrukturen betont und unterschiedliche Ausleuchtungen eliminiert. So kann sich die Registrierung auf die in den Bildern enthaltene Struktur konzentrieren. Auch eine multimodale Registrierung ist möglich. Aus diesem Grunde ist der Bandpassfilter, kombiniert mit einem Fourier basierten Korrelationsverfahren, Basis des im Kapitel 3 vorgestellten robusten Verfahrens zur Registrierung von Hochenergiebildern.

2.5 Histogramm basierte Maße

Diese Maße überschneiden sich mit dem, was häufig als "Informationstheoretische Maße (Information Theoretic Measures)" bezeichnet wird. In diesem Zusammenhang bedeutet erfolgreiche Registrierung die Maximierung der gemeinsamen Information in den beiden Bildern, oder die Minimierung der Information, die im Differenzenbild enthalten ist. Um diese Idee zu automatisieren, wird als Voraussetzung ein Maß für die Menge der Information benötigt. Das am häufigsten verwendete Maß ist die Shannon Entropie

$$H = -\sum_a p(a) \cdot \log p(a), \quad (2.17)$$

wobei $p(a)$ eine diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung bezeichnet. Wenn die Menge der Information in einem Bild gemessen wird, werden die Pixelintensitäten als Zufallsvariable behandelt. $p(a)$ ist somit die Wahrscheinlichkeit, dass ein beliebiges Pixel den Intensitätswert a hat. Es wird über alle möglichen Intensitäten aufsummiert, z.B. [0...255] für 8 bit Bilder. Die Verteilung kann bestimmt werden indem ein Histogramm (Zählung des Auftretens jedes möglichen Intensitätswertes) generiert wird und durch die Anzahl der Pixel im Bild geteilt wird. Ähnlich wird eine zusammengesetzte Wahrscheinlichkeitsverteilung gebildet, indem das Auftreten jeden Paares von Intensitäten in beiden Bildern an der jeweiligen gleichen Pixelposition gezählt wird, was ein zweidimensionales Histogramm ergibt. Sobald diese Verteilungen berechnet sind, wird jeder weitere Verarbeitungsschritt auf ihnen durchgeführt, ohne dass die Originalbilder noch betrachtet werden.

Zu erwähnen ist, dass die Maße aus Abschnitt 2.3 so umgeschrieben werden können, dass sie auch auf Histogramm Information basieren. Die Summe der quadrierten Diffe-

²Ein Mittelwertfilter bildet den Mittelwert in einer bestimmten Umgebung eines Pixels und wird auch als Blockfilter bezeichnet.

renzen und NCC können, wie folgt, berechnet werden:

$$SSD = \sum_{a,b} p(a,b)(a-b)^2 \quad (2.18)$$

$$NCC = \frac{\sum_{a,b} p(a,b)(a-m_a)(b-m_b)}{\sqrt{\sum_a p(a)(a-m_a)^2} \sqrt{\sum_b p(b)(b-m_b)^2}} \quad (2.19)$$

$$m_a = \sum_a a p(a), \quad m_b = \sum_b b p(b)$$

Allerdings ist dies nicht die Original-Idee dieser Maße und die jeweilige Berechnung ist aufwendiger. Es ist nur wichtig, im Kopf zu behalten, dass die Informationsbasis tatsächlich die gleiche ist, nämlich die Bildintensitäts-Information.

2.5.1 Mutual Information (Beiderseitige Information)

Zur Messung der Menge der kombinierten Information in beiden Bildern wird die zusammengesetzte Entropie verwendet:

$$H(I_1, I_2) = -\sum_{a,b} p(a,b) \cdot \log p(a,b), \quad (2.20)$$

wird aufsummiert über den Intensitätsbereich in beiden Bildern. Die Intensitätswahrscheinlichkeiten $p(a,b)$, auch "Wahrscheinlichkeits-Verteilungs-Funktion (probability distribution function (PDF))" genannt, können als zweidimensional zusammengesetztes Histogramm dargestellt werden. Jeder Wert von $p(a,b)$ beschreibt das Auftreten der Intensität a im ersten und der Intensität b im zweiten Bild an der jeweiligen gleichen Bildposition. Wenn I_1 und I_2 vollkommen unabhängig voneinander sind, ist die zusammengesetzte Entropie die Summe der Entropien der Einzelbilder. Je ähnlicher die Bilder sind, desto geringer ist die zusammengesetzte Entropie (wenn die Bilder identisch sind, entspricht sie der Entropie der Einzelbilder, $H(I_1, I_2) = H(I_1) = H(I_2)$). Mutual Information kombiniert nun die Berechnungen der Entropie der Einzelbilder und der Kombination:

$$MI = H(I_1) + H(I_2) - H(I_1, I_2) = \sum_{a,b} p(a,b) \cdot \log \frac{p(a,b)}{p_1(a)p_2(b)} \quad (2.21)$$

Eine Normalisierung des Mutual Information Maßes auf einen Bereich zwischen 0 und 1 ist wünschenswert:

$$MI' = \frac{2MI}{H(I_1) + H(I_2)} = 2 - \frac{2H(I_1, I_2)}{H(I_1) + H(I_2)} \quad (2.22)$$

Einige wichtige Eigenschaften der normalisierten MI:

- Das Ergebnis ist Null, wenn eins oder beide Bilder konstant sind.
- Das Ergebnis ist 1, wenn beide Bilder identisch sind, oder die Pixelwerte des eines Bildes nur skaliert und grauwert-verschoben sind bezogen auf die Pixelwerte des anderen Bildes. Dies gilt allerdings nur, wenn keine Rundungsfehler auftreten und keine Intensitätswerte an den Rändern verloren gehen. Dies impliziert, dass die Entropien beider Bilder gleich sind.
- Die Veränderung der Histogrammgröße hat einen wichtigen Einfluss auf den Wert von MI. Hohe Histogrammauflösung bei groben Bildern kann falsche lokale Maxima hervorrufen, da Paare der genauen Intensitäten dann nicht relevant sind.

Eine sehr wichtige Eigenschaft der Mutual Information ist, dass gar keine Annahme über den funktionalen Zusammenhang zwischen den Bildern gemacht wird, sondern nur statistische Zusammenhänge zwischen den Intensitäten betrachtet werden. Wegen dieser Tatsache ist dieses Maß sehr verbreitet in Registrierungsanwendungen mit verschiedenen Bildmodalitäten. Eine sehr umfassende Arbeit über MI und seinen Informations-theoretischen Hintergrund ist zu finden in [96]. Einen Überblick liefert auch [74]. Ein Nachteil der MI, der manchmal kritisiert wird, ist die fehlende Berücksichtigung von räumlicher Information. In den letzten Jahren sind Vorschläge gemacht worden räumliche Parameter, wie z.B. die Pixel-Position mit einzubeziehen. Dies erfordert die Berechnung der Entropie von multidimensionalen Wahrscheinlichkeitsverteilungen.

2.5.2 Correlation Ratio (Korrelations-Verhältnis)

Dies ist ein weiterer Ansatz eines Informations-Theorie basierten Ähnlichkeitsmaßes, eingeführt von Roche et al. [81]. Es kann als Maß interpretiert werden, wie gut das eine Bild das andere erklärt. Damit werden die Bildintensitäten als Zufallsvariablen betrachtet und eine funktionale Abhängigkeit zwischen den Bildern wird angenommen. Eine wichtige Eigenschaft von CR ist, dass es nicht symmetrisch ist. Es muss im voraus entschieden werden, welches Bild das Modell sein soll und als Basis für die Schätzung des zweiten Bildes dienen soll. Die Grundgleichung lautet:

$$\eta(I_2|I_1) = \frac{\text{Var}(E(I_2|I_1))}{\text{Var}(I_2)} \quad (2.23)$$

Hierbei stehen die Variablen I_1 und I_2 jeweils für die "Zufallsvariablen" der Bildintensitäten. Angenommen I_2 sei vollkommen unabhängig von I_1 , dann ist der Erwartungswert $E(I_2|I_1) = E(I_2)$ konstant und somit seine Varianz gleich null. Auf der anderen Seite sei eine vollkommene Abhängigkeit angenommen, dann kann jeder Wert von I_2 aus der Kenntnis von I_1 hervorgesagt werden und damit $E(I_2|I_1) = I_2$, was ein Ähnlichkeitsmaß von 1 ergibt. Correlation ratio entsteht aus einer Erweiterung des Korre-

lationskoeffizienten (NCC), indem nun eine beliebige funktionale Abhängigkeit anstatt nur einer linearen angenommen wird. Bei Verwendung dieses Maßes mit Bildern der gleichen Modalität ist das Verhalten von CR und NCC recht ähnlich. Im Gegensatz zu MI basiert CR nicht auf Entropien, sondern auf der Varianz der "Zufallsvariable Bild", die durch die "Zufallsvariable" des anderen Bildes bedingt wird. Der Hauptvorteil ist, dass räumliche Information im Intensitätsraum mit berücksichtigt wird, wobei bei Berechnungen mit der Entropie und der zusammengesetzten Entropie nur Paare der Intensitätsbereiche verwendet werden. In [81] wird behauptet, dass dies der Grund für die bessere Stabilität bei geringen Bildauflösungen sei.

2.5.3 Wahrscheinlichkeits-Verteilungs-Schätzung

Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen, die in MI und CR verwendet werden, können durch die Auswahl einer bestimmten Anzahl von zufälligen Stützstellen in den beiden Bildern angenähert werden. Dies ist besonders vorteilhaft für Registrierungsanwendungen, da die Berechnung von DRRs beschleunigt werden kann, indem nur bestimmte Bildpunkte berechnet werden. Die "Parzen Window" -Methode nähert die Wahrscheinlichkeitsverteilung durch eine bestimmte Anzahl von Stützstellen an. Es wird angenommen, dass jede Stützstelle mit einer Gauss'schen Dichteverteilung, die um die Stützstelle zentriert ist, zur Gesamtverteilung beiträgt:

$$p(a) \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n G(a - a_i) \quad (2.24)$$

wobei n die Anzahl der verfügbaren Stützstellen ist und $G(x)$ eine geeignete am Ursprung zentrierte Gaussverteilung ist. Die Verwendung zweidimensionaler Gausskerne erlaubt den Einsatz dieses Schemas für die zusammengesetzte Wahrscheinlichkeitsverteilung. "Sparse sampling" ist ein ähnlicher Ansatz der für die Bildung des Histogramms die Intensitäten weniger zufälliger Stützstellen und eine grobe Histogrammauflösung verwendet. Zöllei et al. [103] generierten Histogramme aus wenigen Stützstellen mit 32 möglichen Intensitätswerten. Jedes Ähnlichkeitsmaß, das auf diesen Schätzungen beruht, ist durch die Verwendung der zufälligen Stützstellen verrauscht. Dies kann mit statistischen Optimierungsalgorithmen berücksichtigt werden, die auch die Problematik lokaler Maxima mit einbeziehen.

2.6 Optimierungsverfahren

2.6.1 Suche des besten Nachbarn

Eines der einfachsten Optimierungsverfahren, die Suche nach dem besten Nachbarn (auch *Hill climbing*-Methode), evaluiert eine bestimmte Anzahl von Nachbarn der aktuellen Parameterschätzung bei jedem Iterationsschritt. Die Nachbarposition, die den besten Wert für die Ähnlichkeitsfunktion liefert, wird als Schätzung für die nächste Iteration übernommen. Eine verbreitete Methode zur Auswahl der Nachbarn ist es, für jeden Parameter einzeln eine bestimmte Schrittweite zu addieren und zu subtrahieren. Damit ergeben sich $2N$ Auswertungen der Ähnlichkeitsfunktion pro Iteration, wobei N die Dimension der Ähnlichkeitsfunktion beschreibt (z.B. $N = 6$ für die Ähnlichkeitsfunktion im Falle der starren Transformation im Raum). Sobald keine bessere Schätzung gefunden wird, wird die Schrittweite reduziert oder der Algorithmus beendet. Die Einfachheit des Optimierungsverfahrens führt aber auch zu Einschränkungen. Da die Schrittweite für alle Parameter gleichzeitig verändert wird, ist es wichtig, dass im Vorfeld die Parameter geeignet skaliert werden, so dass der Effekt der einzelnen Parameter auf die Ähnlichkeitsfunktion von der gleichen Größenordnung sind. Wenn der Weg zum Optimum über einen schmalen Grat führt, wird die Schrittweite stark reduziert, sobald die Optimierung in die richtige Richtung weist, wodurch die eigentliche Konvergenz eine große Anzahl an Evaluationen benötigt.

2.6.2 Simplex-Verfahren

Eine fortschrittlicheres Suchverfahren ist der Simplex-Algorithmus [75]. Ein Simplex ist eine minimale geometrische Form bestehend aus $N + 1$ Ecken im N -dimensionalen Raum (ein Dreieck in 2D, ein Tetraeder in 3D, usw.). Um die initiale Parameterschätzung herum wird ein Start-Simplex definiert und die Ähnlichkeitsfunktion an den Ecken ausgewertet. Abhängig von den Ergebnissen wird die Form des Simplex nach Regeln für Reflexion, Ausdehnung und Kontraktion verändert. Vorteile dieses Verfahrens sind, dass es nicht an bestimmte Voraussetzungen für die Ähnlichkeitsfunktion gebunden ist und dass eine minimale Anzahl an Evaluationen zur Abdeckung des Parameterraumes verwendet wird. Außerdem ist die Form des Simplex flexibel in allen Dimensionen, wodurch die Optimierung in schmalen Regionen wesentlich effektiver abläuft als mit der Hill Climbing-Methode.

2.6.3 Gradienten-Verfahren

Wenn der Gradientenvektor der Ähnlichkeitsfunktion (bzw. Kostenfunktion) verfügbar ist, kann er verwendet werden, um die nächsten Schritte der Optimierung festzulegen.

Beispiele hierfür sind das Gradienten-Abstiegs-Verfahren und die Methode der konjugierten Gradienten. Bei manchen Anwendungen kann der Gradient der Ähnlichkeitsfunktion wesentlich schneller berechnet werden als der Funktionswert selbst, wodurch die Optimierungszeit verkürzt wird.

Das Gradienten-Abstiegs-Verfahren definiert den folgenden Schritt in Richtung des Funktionsgradienten:

$$\vec{x}_{k+1} = \vec{x}_k + \lambda \frac{df(\vec{x}_k)}{d\vec{x}_k} \quad (2.25)$$

Der konstante Faktor λ bestimmt die Adaptationsrate (positiv für Maximumsuche). Unglücklicherweise hängt der Erfolg der Optimierung stark von der richtigen Wahl von λ ab. Bei zu großer Wahl gehen die Schritte zu weit und man verpasst die optimale Position mehrfach. Bei zu kleiner Wahl kann sich die Optimierung möglicherweise vor dem Optimum festfahren, da die Schrittweite sowohl von λ als auch von der absoluten Größe des Funktionsgradienten abhängt. Aus diesem sind zahlreiche Ansätze entwickelt worden, um die Adaptationsrate anzupassen, teilweise basierend auf speziellen Wissen über die Kostenfunktion. Die Methode der konjugierten Gradienten berücksichtigt mehrere alte Richtungen. Eine andere Kategorie sind Quasi-Newton-Verfahren, die eine Schätzung der Hess'schen Matrix zur schnelleren Konvergenz verwenden [75].

2.6.4 Quasi-globale Methoden

Für viele Optimierungsprobleme besteht die Gefahr in einem lokalen Optimum der Ähnlichkeitsfunktion hängen zu bleiben. Eine mögliche Lösung ist es, die Optimierung mehrfach von verschiedenen Startpositionen durchzuführen und das beste Ergebnis als Optimum zu verwenden. Eine andere Problemumgehung beinhaltet den Zusatz von Rauschen zur Ähnlichkeitsfunktion, was einem stochastischen Optimierungsansatz entspricht. Eine weit verbreitete Technik, um lokale Optima zu überwinden, sind Simulated-Annealing-Verfahren, die das Abkühlen von Molekülen simulieren. Derartige Verfahren lassen mit abnehmender Wahrscheinlichkeit auch Schritte in Richtungen zu, die die Ähnlichkeitsfunktion nicht verbessern, wodurch sich die Optimierung aus einem lokalen Optimum befreien kann.

2.6.5 Verschiedene Auflösungsstufen

Viele Optimierungsprobleme können beschleunigt werden, in dem die Ähnlichkeitsfunktion zunächst mit einer geringen Auflösungsstufe grob geschätzt wird. Nach und nach wird dann mit jeder Stufe die Auflösung erhöht. Häufig wird eine ganze Hierarchie von Bildern in unterschiedlichen Auflösungsstufen für die Registrierung verwendet. Die erste Optimierung wird mit den größten Bildern durchgeführt, wodurch sich eine erste Schätzung der Position ergibt. Dann wird die Registrierung an dieser Position mit

den präziseren Bildern wieder gestartet und die Optimierung bis zur höchsten Auflösungsstufe wiederholt. Wichtig ist hierbei, dass mit dem Wechsel der Bildauflösung die Ähnlichkeitsfunktion signifikant beeinflusst wird, was einen echten Neustart der Optimierung beim Übergang zur nächsthöheren Auflösungsstufe notwendig macht. Ein gewünschter Nebeneffekt durch die Verwendung von Bildern mit geringer Auflösung ist, dass das Ähnlichkeitsmaß normalerweise wesentlich glatter verläuft und möglicherweise weniger lokale Optima aufweist als bei Bildern in der höchsten Auflösung. Damit kann ein Verfahren mit unterschiedlichen Auflösungsstufen nicht nur die Registrierung beschleunigen, sondern auch Schwierigkeiten mit lokalen Optima umgehen. Es gibt aber trotzdem keine Garantie dafür, dass die Kette der aufeinanderfolgenden Auflösungsstufen das globale Optimum der Ähnlichkeitsfunktion findet.

3 Robustes Verfahren zur Registrierung von Hochenergiebildern

In der Strahlentherapie wird die Energiedosis zur Zerstörung des Tumorgewebes nicht an einem einzigen Termin appliziert, sondern in zahlreichen Sitzungen über mehrere Wochen verteilt. Diese Fraktionierung ermöglicht eine Ausheilung des gesunden Gewebes in unmittelbarer Tumorumgebung. Jede einzelne Bestrahlungseinheit hat typischerweise eine Dauer von einer Minute. Die Gewährleistung der gleichen Position des Patienten relativ zum Strahl bei jeder Behandlungseinheit hat größte Priorität. Andernfalls wird der Tumor nicht richtig getroffen, evtl. gesundes Gewebe geschädigt und der Erfolg der Behandlung ist gefährdet. Momentan ist es in den Kliniken üblich, auf der Haut des Patienten mit Filzstift Markierungen aufzubringen, die dann in einem Licht- oder Laserfadekreuz möglichst exakt ausgerichtet werden. Diese Methode ist nach Angaben von klinischen Experten nicht besonders zuverlässig. Abweichungen von 2cm und mehr sind nicht ungewöhnlich. In den letzten Jahren hat sich eine weitere Methode zur Erkennung von Lagerungsfehlern etabliert. Da nur ein Teil der Strahlung (ca. 50%) vom Patienten absorbiert wird, kann der transmittierte Anteil zur Erzeugung eines Durchstrahlungsbildes (sogenanntes Portal Image) verwendet werden. Dies geschieht analog zu einer Röntgenaufnahme, nur bei wesentlich höherer Energie (im MeV-Bereich). Ein Portal Image kann nun mit einem Referenzbild verglichen werden, welches die optimale Position des Patienten relativ zum Strahl anzeigt.

In den Kliniken wird zur Zeit hauptsächlich eine Kontrolle der Patientenlagerung nach jeder Behandlungseinheit durchgeführt (off-line Review). Dazu wird das aktuelle Portal Image der gerade beendeten Bestrahlungseinheit mit dem Referenzbild verglichen und die Lagerung des Patienten relativ zum Strahl ermittelt. Verschiedene Gruppen haben interaktive oder halbautomatische Methoden und Software zum off-line review entwickelt [65, 64, 66, 8, 25, 24, 80, 29]. Eventuelle Fehler bei der Positionierung des Patienten lassen sich aber auf diese Weise nur im nachhinein feststellen. Deswegen besteht der Wunsch nach einem zuverlässigen und schnellen On-line Bildvergleich von Referenzbild und aktuellem Bild, damit bei fehlerhafter Lagerung des Patienten die Behandlung noch rechtzeitig abgebrochen werden kann. Ein derartiges Verfahren wird in diesem Kapitel entwickelt. Die Ergebnisse sind in [51] veröffentlicht worden.

3.1 Patientenlagerung in der Strahlentherapie

In der Strahlentherapie ist es notwendig, den Patienten möglichst genau zu lagern. Zunächst wird ein Volumendatensatz mit dem Computertomogramm aufgenommen. Basierend auf dem CT-Volumen und der gewünschten Dosisverteilung legt der Arzt die Bestrahlungsrichtungen und die Umrisse des Bestrahlungsfeldes fest. Zu diesem Zeitpunkt wird mit Hilfe eines Bestrahlungsplanungsprogrammes die theoretische Dosisverteilung im CT-Volumen berechnet. Außerdem können aus den CT-Daten sogenannte digital rekonstruierte Röntgenbilder (DRRs) berechnet werden.

Um die theoretische Dosisverteilung möglichst exakt zu erreichen, muss der Patient bei jeder Bestrahlung in Abstimmung mit dem CT-Koordinatensystem gelagert werden. Es gibt zwei Möglichkeiten, um die Position für die erste Bestrahlung zu finden. Der konventionelle Ansatz ist es, die Bestrahlung zu simulieren, in dem diagnostische Röntgenstrahlung anstatt der MeV-Strahlung verwendet wird, was die Aufnahme normaler Röntgenbilder ermöglicht. Basierend auf diesen Bildern wird der Patient schrittweise in die optimale Position gebracht. Das Koordinatensystem des Simulators und des Linearbeschleunigers sind identisch. Zur Lokalisierung dienen an beiden Einrichtungen zwei sich kreuzende Laserstrahlen, die zwei senkrecht zueinander stehende Ebenen festlegen. Der Patient kann nun an der gleichen Stelle gelagert werden, in dem die Haut entlang dieser Ebenen mit einem Stift markiert wird und diese Markierungen bei der eigentlichen Bestrahlung mit den Laserstrahlen des Beschleunigers zur Deckung gebracht werden.

Die zweite Möglichkeit ist die Verwendung virtueller Simulatoren. Dies ist eine recht neue Technologie bei der die Lokalisierungseinheit direkt im Computertomographen integriert ist. Die Simulation der Bestrahlung wird mit virtuell berechneten DRRs durchgeführt, wodurch der zusätzliche Simulationsschritt entfällt. Analog zur konventionellen Methode werden Markierungen auf der Haut verwendet, um den Patienten im Bestrahlungsraum korrekt zu lagern. Da eine Fehlerquelle in der Planungskette hierdurch eliminiert wird, sollte die virtuelle Methode die Methode der Wahl sein. Zum momentanen Zeitpunkt haben die berechneten DRRs noch nicht die gleiche Qualität, wie die Röntgenbilder, die mit dem Simulator aufgenommen werden, was die Akzeptanz dieser Technologie bei den Ärzten senkt.

Der Nachteil dieser Verfahren liegt darin, dass die Lagerung des Patienten nur auf Referenzpunkten ausserhalb des Körpers beruht (extrinsisch). Dies mag ausreichend sein bei so starren Strukturen wie dem Kopf, wo die Haut wenig verschieblich ist, aber bei leicht verschieblichen Gewebe, wie zum Beispiel in der Beckenregion, ist dies fehleranfällig. Die Position der Referenzpunkte kann sich erheblich zwischen den Behandlungen verändern, wobei Abweichungen von 2cm und mehr nach Angaben klinischer Experten nicht ungewöhnlich sind. Für eine zuverlässigere Ausrichtung sollten stabile Merkmale in der Nähe des Tumors innerhalb des Körpers (intrinsisch) verwendet werden.

3.2 Simulator und Linearbeschleuniger

Beide Geräte, der Simulator und der Linearbeschleuniger, sind identisch in Bezug auf Koordinatensystem und Geometrie. Wie im vorigen Abschnitt beschrieben ermöglichen Laserkreuze, die an beiden Geräten vorhanden sind, die Markierung und Lokalisierung des Patienten in diesem Koordinatensystem.

Der Unterschied zwischen beiden Systemen ist die Art der Röntgenstrahlung, die verwendet wird. Während der Simulator eine Standard-Röntgenquelle für Diagnostik mit etwa 100 keV besitzt, arbeitet der Linearbeschleuniger mit einer Megaelektronenvoltquelle mit Energien zwischen 6 MeV und 20 MeV. Dies hat entscheidenden Einfluss auf den Bildkontrast, was im nächsten Abschnitt näher erläutert wird. Ansonsten sind die beiden Geräte sehr ähnlich, daher konzentriert sich diese Beschreibung des Aufbaus auf den Linearbeschleuniger. Die für die Bildgebung wichtigsten Einheiten des Linearbeschleunigers sind die Gantry, der Kollimator, der Tisch und das Hochenergiebildsystem. Die Kollimatoreinheit kann im einfachen Falle eine Platte mit aufgeschraubten Bleiblöcken sein, oder bei neueren Installationen ein sogenannter Lamellenkollimator (multi-leaf collimator). Ein Lamellenkollimator besteht aus vielen dünnen Bleilamellen (ca. 8 mm dick), die einzeln elektronisch positioniert werden können. Während der Bestrahlungsplanung wird genau berechnet, welche Form das Bestrahlungsfeld in der jeweiligen Bestrahlungsrichtung annehmen soll. Anstatt für jeden Patienten und jede Bestrahlungsrichtung eigene Kollimatoren anzufertigen, kann mit dem Lamellenkollimator, über die Positionierung der einzelnen Lamellen die gewünschte Form nachgebildet werden.

3.3 Hochenergiebildgebungssysteme

Da nur ein Teil der Strahlung vom Patienten absorbiert wird, kann der andere transmittierte Anteil zur Erzeugung eines Durchstrahlungsbildes (Portal Image) genutzt werden. Damit bildet das Hochenergiebildgebungssystem einen vielversprechenden Ansatz zur Verbesserung der Patientenlagerung, da ein Durchstrahlungsbild, analog zu einem Röntgenbild, aufgenommen wird mit der unterschiedlichen Absorption der Strahlung in den unterschiedlichen Gewebearten.

Seit den Anfängen der Hochenergiebildgebung in der Medizin werden aus der Röntgendiagnostik stammende Detektoren verwendet, die aus einer Metallfolie, oft in Kombination mit einer Verstärkerfolie und einem Röntgenfilm bestehen. Die Verwendung von Röntgenfilmen in diesen Detektoren hat mehrere Nachteile: Die dünnen Filme absorbieren nur wenige der hochenergetischen Quanten. Die meisten Quanten gehen ohne Wechselwirkung hindurch. Damit haben die Röntgenfilme für hochenergetische Quanten eine sehr schlechte *DQE* (Detective Quantum Efficiency) und somit ein großes Rau-

schen [45]. Die Filme haben nur einen begrenzten dynamischen Bereich, in welchem das Verhältnis von Belichtung und Schwärzung linear verläuft. Da die Belichtungszeit mit der Bestrahlungszeit zusammenhängt, kann dies dazu führen, dass die Signale nicht optimal dargestellt werden. Der Hauptnachteil liegt schließlich darin, dass die Röntgenfilme entwickelt werden müssen und somit erst nach der Bestrahlungssitzung zur Verfügung stehen. Eine fehlerhafte Lagerung kann nur im Nachhinein bei der nächsten Bestrahlung berücksichtigt werden. Eine effektive Kontrolle der Lagerung unmittelbar vor der Bestrahlung ist nicht möglich. Der Wunsch nach bedienungsfreundlicheren Geräten mit schnellem Zugriff auf die Bilder hat die Filme zugunsten neuer Systeme, den sogenannten elektronischen Portalbildgebungseinheiten (EPIDs) verdrängt. Man unterscheidet zwischen:

- fluoroskopisch-optischen Systemen
- Ionisationskammer-Systemen
- Halbleiterdioden-Array-Systemen

Ein Überblick über die zahlreichen Bauformen und Typen wird gegeben in [67][11].

Das Hochenergiebildsystem wird normalerweise gegenüber der Gantry an einem zurückziehbaren Arm montiert. Je nach technischer Ausführung ist die Position in bestimmten Grenzen variabel. Es ergeben sich somit maximal 3 Freiheitsgrade durch die Verschiebungen in allen drei Richtungen. Rotationen der Einheit sind ausgeschlossen, da die Detektorebene immer senkrecht zur Strahlrichtung bleibt. Zur exakten Lokalisation ist ein Kalibrierungsschritt notwendig, um die Verbindung zwischen dem Koordinatensystem des Patienten und dem Portalbild herzustellen.

Im Gegensatz zu den diagnostischen Röntgenbildern, die bei Energien unter 200 keV aufgenommen werden, geschieht die Aufnahme der Hochenergiebilder mit der Bestrahlungsenergie, die normalerweise zwischen 6 und 20 MeV liegt. Bei derart hohen Energien wird die Schwächung der Strahlung durch den Compton-Effekt und Paarbildung dominiert. Der Kontrast eines Röntgenbildes wird hauptsächlich durch die unterschiedliche Abschwächung von Knochen und Weichteilgewebe bestimmt. Die spezifische Absorption eines Materials wird durch die Dichte, die Ordnungszahl Z und die Energie beeinflusst. Die Abschwächung durch den Photoeffekt ist proportional zu Z^3 , womit sich ein hoher Kontrast bei niedrigen Energien ergibt. Im Gegensatz dazu ist der Comptoneffekt nur proportional zu Z , wodurch sich ein wesentlich geringerer Kontrast bei Hochenergiebildern ergibt. Der Unterschied der Massenabsorptionskoeffizienten von Knochen und Gewebe ist bei den hohen Energien der Strahlentherapie sehr gering. Außerdem sind die Schwächungskoeffizienten bei hohen Energien mindestens um eine Größenordnung kleiner als bei diagnostischer Energie. Hierdurch reduziert sich die Wahrscheinlichkeit die Quanten zu detektieren, was sich in schlechter Bildqualität und einem hohen Rauschanteil in den Portalbildern äußert [45].

3.4 Spezifizierung des Registrierungsverfahrens für Portal Images

Eine effektive on-line Bildregistrierung muss nun zwei recht verschiedene Aufgaben lösen.

- Zum einen ist zu überprüfen, ob die Form des Bestrahlungsfeldes der aktuellen Sitzung korrekt ist. Außerdem muss die Verschiebung zwischen dem Bestrahlungsfeld der aktuellen Sitzung und dem Referenzfeld bestimmt werden. Dies ist notwendig, da die Verschiebung des Patienten relativ zum Bestrahlungsfeld von Interesse ist. Die Registrierung der Bestrahlungsfelder erzeugt einen gemeinsamen Bezugsrahmen, der mögliche Verschiebungen des Bilddetektors (z.B. der Videokamera) korrigiert.
- Zum anderen besteht die zweite Hauptaufgabe aus der Berechnung der Verschiebung des Patienten auf dem Behandlungstisch in dem die anatomischen Strukturen innerhalb des Bestrahlungsfeldes verglichen werden.

In den letzten Jahren haben zahlreiche Gruppen über Algorithmen zur Online-Registrierung von Portal Images berichtet [98, 99, 7, 6, 58, 57, 102, 27, 34, 33, 26, 44, 39, 100]. Ein fundamentales Problem der erfolgreichen Bildregistrierung ist die schlechte Bildqualität der Verifikationsaufnahmen. Sie sind gestört durch Rauschen, enthalten Artefakte wie Luftblasen im Darm und haben einen sehr geringen Kontrast. Viele der oben erwähnten Algorithmen versuchen eine Korrelation der anatomischen Strukturen zu berechnen, die direkt auf den Grauwertbildern basiert. Dies funktioniert gut, wenn ausreichend knöcherne Strukturen im Bild enthalten sind (z.B. bei der Bestrahlung des Kopfes), führt aber nicht zu überzeugenden Ergebnissen, wenn die anatomische Information weniger deutlich ist (z.B. bei Verifikationsaufnahmen des Beckens, wo die knöchernen Details häufig durch Gasblasen des Darms überlagert sind). Eine Lösung der beschriebenen Probleme wäre eine Methode, die die anatomischen Strukturen in den Verifikationsaufnahmen betont und unempfindlich gegen sich langsam ändernde Grauwerte und störende Artefakte ist. Eine derartige Methode wird in dieser Arbeit entwickelt und beschrieben. Sie führt zu signifikant besseren Ergebnissen verglichen mit den reinen Grauwert-basierten Methoden.

Zum Entwurf des Registrierungsverfahrens werden die Punkte der in Kapitel 2 vorgestellten Klassifikation für die beiden Hauptaufgaben bei der Registrierung von Portal Images näher betrachtet. Die Bilddaten, die von der Kamera oder dem Halbleiterdetektor geliefert werden, sind zweidimensional. Es handelt sich sowohl bei der Ausrichtung des Bestrahlungsfeldes als auch bei der Registrierung der Anatomie jeweils um eine 2D-Methode. Die Vorverarbeitung der Daten wird sehr stark von der Beantwortung der Frage, was registriert werden soll, beeinflusst. Bei der Auswahl der zu registrierenden Bildmerkmale gibt es nun zahlreiche Möglichkeiten, die aber durch die Aufgabe, die Rahmenbedingungen und die Bildqualität eingegrenzt werden. Zur Registrierung des

Bestrahlungsfeldes ist nur der Umriss von Interesse. Die Bildinformation innerhalb des Bestrahlungsfeldes kann für diese Aufgabe vernachlässigt werden. Die Vorverarbeitung sollte sicher zwischen innerhalb und außerhalb des Bestrahlungsfeldes unterscheiden können und ein segmentiertes Bild der Form liefern. Bei der Registrierung der Anatomie kommt es auf die Information innerhalb des Bestrahlungsfeldes an. Es handelt sich hierbei um intrinsische Bildmerkmale. Auf zusätzliche extrinsische Merkmale wurde mit Rücksicht auf den klinischen Ablauf verzichtet. Die Online-Lagerungskontrolle soll sich möglichst ohne zusätzlichen Mehraufwand für das Personal in den Untersuchungsablauf integrieren. Zur Bildregistrierung wird nach Möglichkeit die gesamte Bildinformation innerhalb des Bestrahlungsfeldes verwendet, da eine sichere Identifizierung einzelner anatomischer Landmarken aufgrund der schlechten Bildqualität der Portal Images nicht möglich ist. Durch die Vorverarbeitung soll die relevante Information verstärkt werden. Durch die Art der Transformationen wird der Suchraum festgelegt. Die Registrierung zweier Portal Images ist mit einer rigiden globalen Transformation durchführbar. Zwei Portal Images zeigen die jeweils relevanten Strukturen in unterschiedlicher Position und Orientierung aber gleicher Größe. Im diesem Kapitel wird das Verfahren auf die primär interessierende Größe, die Translation, beschränkt. Im nächsten Kapitel dieser Arbeit wird der Suchraum um Orientierung und Skalierung erweitert. Die variable Größe ist für den Vergleich zweier Portal Images an sich nicht notwendig, ist aber für die allgemeine Anwendbarkeit des hier vorgestellten Verfahrens für andere Fragestellungen hilfreich und wird bei der Registrierung eines Portal Images mit anderen Bildmodalitäten benötigt. Als Suchstrategien werden direkte Methoden verwendet. Das Bestrahlungsfeld wird mit der Methode der Momente registriert. Die anatomischen Strukturen werden mit einer Voll-Suche zur Deckung gebracht, da iterative Methoden aufgrund der schlechten Bildqualität der Portal Images zu keinem stabilen Ergebnis führen. Außerdem ist es inakzeptabel, dass der Suchalgorithmus eventuell in einem lokalen Extremwert hängen bleibt und der Rechner eine falsche Verschiebung ausgibt. Als Maß für die Registrierung werden Korrelationsfunktionen verwendet, die eine beschleunigte Berechnung der Voll-Suche im Fourierraum zulassen. Der Grad der Interaktion muss sehr klein sein, bestenfalls sollte die Registrierung ganz automatisch ablaufen, da die Entscheidung zur Unterbrechung der jeweiligen Bestrahlungssitzung bei einer Bestrahlungsdauer von ca. 1 min möglichst schnell getroffen werden muss. Das vorgestellte Verfahren ermöglicht eine automatische Lagerungskontrolle in weniger als 5 Sekunden.

3.5 Implementierung

In diesem Abschnitt wird der Algorithmus für die vollautomatische Registrierung zweier Verifikationsaufnahmen genauer beschrieben. Er besteht aus zwei Hauptteilen: Im ersten Teil werden die Bestrahlungsfelder segmentiert und die Verschiebung mit der Methode der Momente berechnet. Zusätzlich wird überprüft, ob sie die gleiche Form

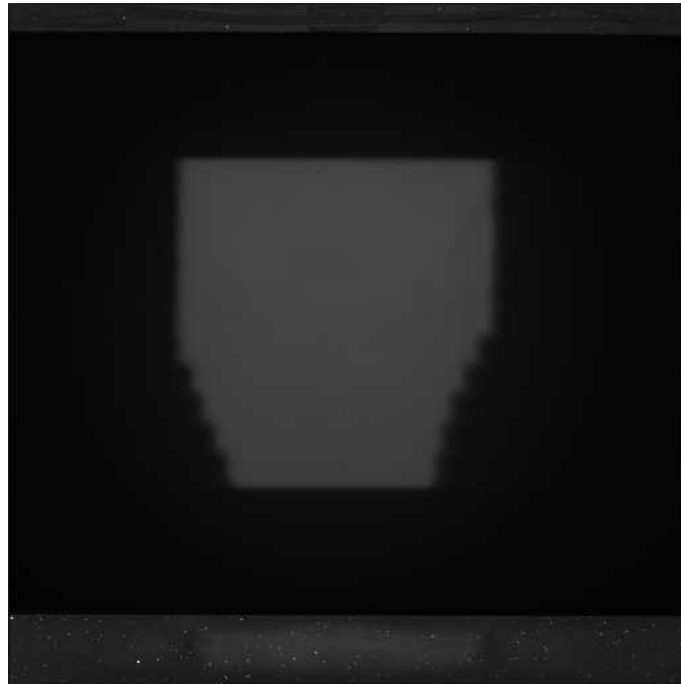


Abb. 3.1: Original Portal Image mit Störungen durch die Abbildungskette.

haben. Im zweiten Teil des Algorithmus werden die für die Registrierung wichtigen anatomischen Strukturen innerhalb des Bestrahlungsfeldes durch die Anwendung eines Bandpassfilters verstärkt und dann mit der normalisierten Kreuzkorrelationsfunktion in Bezug gesetzt. Das Ergebnis des Algorithmus ist die Translation des Patienten relativ zum Bestrahlungsfeld.

3.5.1 Entfernung von Störungen durch die optische Abbildungskette

Die von der Kamera aufgenommenen Bilder zeigen durch die optische Abbildungskette am oberen und unteren Rand jeweils einen Störbalken. Abbildung 3.1 verdeutlicht dies. Die Störbalken werden automatisch ausgeblendet.

3.5.2 Eliminierung der Punktstörstellen

Bei der Aufnahme der Portal Images kann es zusätzlich zum Rauschen zu Punktstörungen kommen, die möglichst vollständig aus dem Bild entfernt werden müssen. Die Punktstörungen sind entweder sehr helle oder dunkle Pixel, die sich in ihrem Grauwert stark von der Umgebung unterscheiden. Sie entstehen, wenn die Kamera einen

direkten Treffer durch ein gestreutes MeV Photon erfährt. Durch die Verwendung eines Gauß-Tiefpassfilters würde eine derartige Störstelle nicht eliminiert, sondern nur abgeschwächt und räumlich ausgeschmiert werden. Auch ein anderer linearer Filter führt nur zu einer Umverteilung der Punktstörung und würde eine zuverlässige Segmentierung des Bestrahlungsfeldes und die Verstärkung der anatomischen Merkmale empfindlich stören. Eine vollständige Auslöschung der Störstellen lässt sich erst durch die Anwendung eines nichtlinearen Filters, z.B. eines Medianfilters, erreichen. Die Verwendung eines 3x3 Medianfilters liefert das gewünschte Ergebnis.

3.5.3 Segmentierung des Bestrahlungsfeldes

Wie bereits in Abschnitt 3.4 erwähnt, besteht die erste Hauptaufgabe in der Überprüfung der korrekten Form der Bestrahlungsfelder. Zusätzlich wird eine Registrierung durchgeführt, um nachher die Verschiebung des Patienten relativ zum Bestrahlungsfeld ermitteln zu können. Die Segmentierung soll die Umrisse des Bestrahlungsfeldes korrekt herausarbeiten. Hierzu muss ein geeigneter Schwellwert bestimmt werden. Ein fester Schwellwert ist ungeeignet, da die Belichtung von Tag zu Tag schwanken kann. Der erforderliche Schwellwert muss dynamisch bestimmt werden.

Hierzu werden für die Median-gefilterten Grauwertbilder die zugehörigen Histogramme berechnet und die Maxima bestimmt. Das Histogramm ist bimodal, wobei das Maximum der hellen Grauwerte das Bestrahlungsfeld, das Maximum der dunklen Grauwerte den durch die Blende verdeckten Teil des Bildes charakterisiert (Abb. 3.2). Als Schwellwert zur Segmentierung des Bestrahlungsfeldes wird die mittlere Position zwischen beiden Maxima gewählt.

Man erhält ein Binärbild $b(i, j)$ des Bestrahlungsfeldes, indem Pixel mit einem größeren Grauwert $f(i, j)$ als der Schwellwert auf 1, Pixel mit einem kleineren Grauwert $f(i, j)$ auf 0 gesetzt werden:

$$b(i, j) = \begin{cases} 1, & \forall f(i, j) \geq \text{Schwellwert} \\ 0, & \forall f(i, j) \leq \text{Schwellwert} \end{cases} \quad (3.1)$$

Mit einem derart berechneten Binärbild des Bestrahlungsfeldes (Abb. 3.3) kann nun die Verschiebung berechnet werden.

3.5.4 Automatische Kontrastverbesserung

Wie schon erwähnt hat das Histogramm zwei Spitzen. Die rechte Spitze enthält die anatomische Information. Um die interessierenden anatomischen Strukturen herauszuarbeiten, wird eine automatische Kontrastverstärkung durchgeführt: Alle Grauwerte der

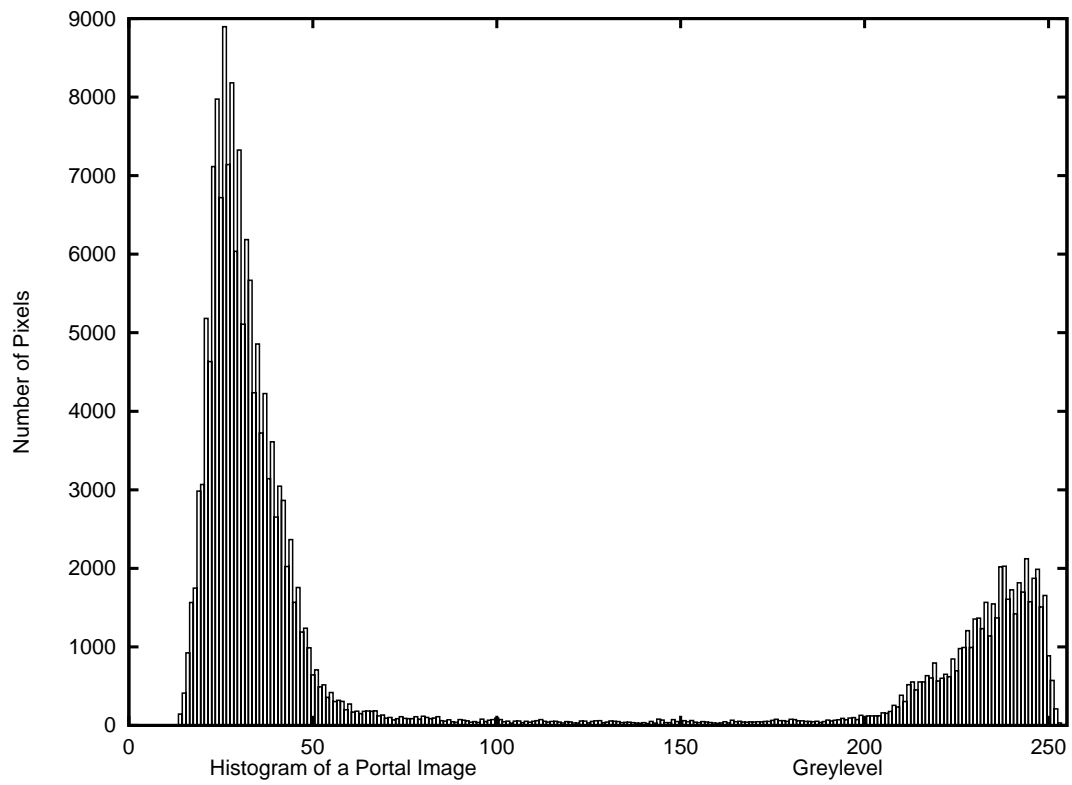


Abb. 3.2: Histogramm eines Portal Images.



Abb. 3.3: Binärbild des Bestrahlungsfeldes.

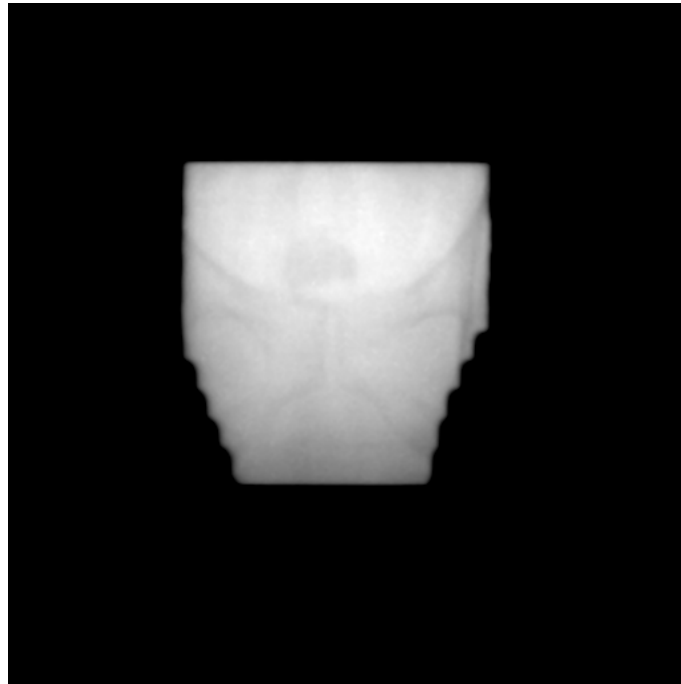


Abb. 3.4: Kontrast-verstärkte Verifikationsaufnahme.

linken Spitze werden auf schwarz also 0 gesetzt und die Grauwerte der rechten Spitze werden linear skaliert. Als Grenze wird wieder die mittlere Position zwischen den beiden Maxima verwendet. Genauer heißt dies, dass alle Grauwerte links der Schwelle auf 0 gesetzt werden. Für alle Grauwerte rechts der Schwelle wird eine lineare Grauwerttransformation durchgeführt, so dass die neuen Grauwerte wieder zwischen 0 und 255 liegen. Das Ergebnis ist ein Bild, in dem die knöchernen Strukturen für einen menschlichen Betrachter wesentlich besser sichtbar sind (Abb. 3.4).

3.5.5 Registrierung der Bestrahlungsfelder

Nachdem die beiden Bestrahlungsfelder segmentiert worden sind, werden sie zur Deckung gebracht, indem die Momente erster und zweiter Ordnung der Binärbilder berechnet werden. Dies ist schneller als andere Methoden, bei denen eine bestimmte Kostenfunktion minimiert wird (z.B. beim Chamfer Matching [57]). Das Verfahren ist auch robust, da die segmentierten Bilder kein Rauschen enthalten. Die Momente erster Ordnung der Binärbilder $b(i, j)$ liefern den Schwerpunkt (\bar{x}, \bar{y}) des Bestrahlungsfeldes:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i,j} i \cdot b(i, j)}{\sum_{i,j} b(i, j)} \quad (3.2)$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i,j} j \cdot b(i,j)}{\sum_{i,j} b(i,j)}$$

Die Orientierung und Größe des Bestrahlungsfeldes kann aus der Matrix M_{kl} der Momente 2. Ordnung bestimmt werden, die wie folgt definiert ist:

$$M_{kl} = \frac{\sum_{i,j} (i - \bar{x})^k \cdot (j - \bar{y})^l \cdot b(i,j)}{\sum_{i,j} b(i,j)} \quad (3.3)$$

mit $k, l = 0, 1, 2$ und $k + l = 2$. Die Matrix

$$\begin{pmatrix} M_{02} & M_{11} \\ M_{11} & M_{20} \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

wird diagonalisiert und die Eigenwerte mit den zugehörigen Eigenvektoren bestimmt. Der größere Eigenwert ergibt sich zu

$$\lambda = \frac{M_{20} + M_{02} + \sqrt{(M_{20} - M_{02})^2 + 4 \cdot M_{11}^2}}{2}. \quad (3.5)$$

Der Winkel des Eigenvektors mit der x -Achse beträgt:

$$\theta = \arctan \left(\frac{M_{02} - M_{20} + \sqrt{(M_{02} - M_{20})^2 + 4 \cdot M_{11}^2}}{2 \cdot M_{11}} \right). \quad (3.6)$$

Es ergeben sich die relativen Verschiebungen $(\Delta x, \Delta y)$, die relative Rotation $\Delta\theta$ und die Skalierung der zwei Bestrahlungsfelder zu:

$$\begin{aligned} \Delta x &= \bar{x}_{portal} - \bar{x}_{ref}, \quad \Delta y = \bar{y}_{portal} - \bar{y}_{ref}, \\ \Delta\theta &= \theta_{portal} - \theta_{ref} \\ \sigma &= \sqrt{\frac{\lambda_{portal}}{\lambda_{ref}}}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Normalerweise weisen große Werte für die relative Verschiebung, Rotation und Skalierung darauf hin, dass die beiden Bestrahlungsfelder eine unterschiedliche Form haben, wobei kleine Werte anzeigen, dass das Bestrahlungsfeld korrekt gewählt wurde. Nichtsdestotrotz bedeutet aber ein großer Wert für die Verschiebung nicht zwangsläufig, dass das Bestrahlungsfeld falsch ist. So kann z.B. bei Aufnahme des zweiten Bildes (richtige Blende, richtige Position des Patienten vorausgesetzt) die Kamera zur Aufnahme der Portal Images verschoben worden sein. Man erhält dann eine Translation des Bestrahlungsfeldes, obwohl der Patient relativ zum Strahl an der richtigen Stelle liegt.

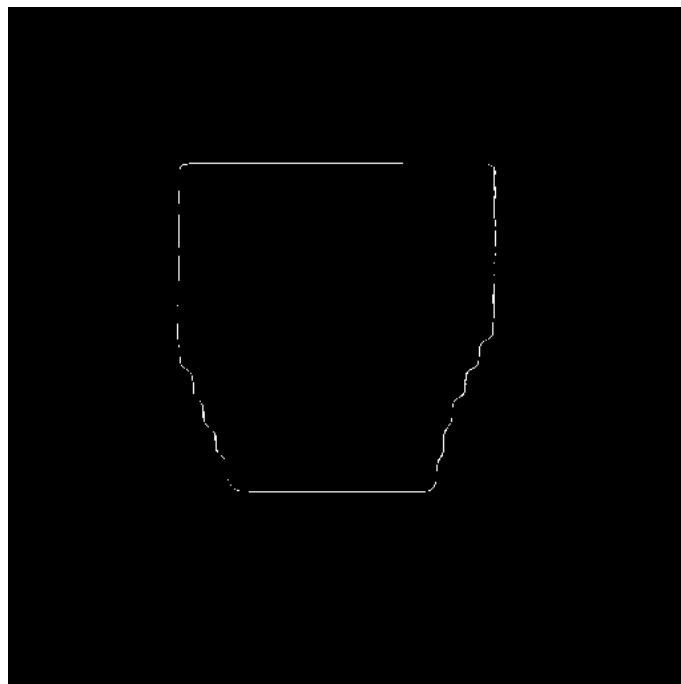


Abb. 3.5: Differenzbild zweier nahezu identischer Bestrahlungsfelder.

Deshalb wird nach der Berechnung der Momente eine inverse Transformation des zweiten Binärbildes durchgeführt (inverse Verschiebung, Rotation und Skalierung mit den oben berechneten Werten). Dieses Bild wird dann von dem ersten Binärbild abgezogen. Wenn beide Bestrahlungsfelder in ihrer Form vergleichbar sind, ist das Differenzbild nahezu schwarz (Abb. 3.5). Eine vollkommen andere Form des Feldes führt zu einem Differenzbild, welches eine große Anzahl von Pixeln enthält deren Werte von null verschiedenen sind (Abb. 3.6). Wenn die Anzahl dieser Pixel einen Schwellwert übersteigt, wird entschieden, dass die Bestrahlungsfelder nicht ähnlich sind und die Sitzung wird unterbrochen.

3.5.6 Registrierung der anatomischen Strukturen

Wegen der schlechten Bildqualität ist die erfolgreiche Registrierung von Verifikationsaufnahmen eine schwierige Aufgabe. Die Bilder sind gestört durch Rauschen und haben einen schwachen Kontrast. Für eine zuverlässige Registrierung mit dem Computer muss Bildverarbeitung durchgeführt werden. Die meisten Gruppen benutzen Grauwert-basierte Methoden mit verschiedenen Arten der Rauschunterdrückung und Kontrastverstärkung [26, 44, 39, 100]. Durch intensives Testen zeigte sich, dass Grauwert-basierte Methoden bei den Bilderpaaren, die im Rahmen dieser Arbeit registriert werden müssen, nur in ca.60% der Fälle erfolgreich waren. Außerdem hingen die

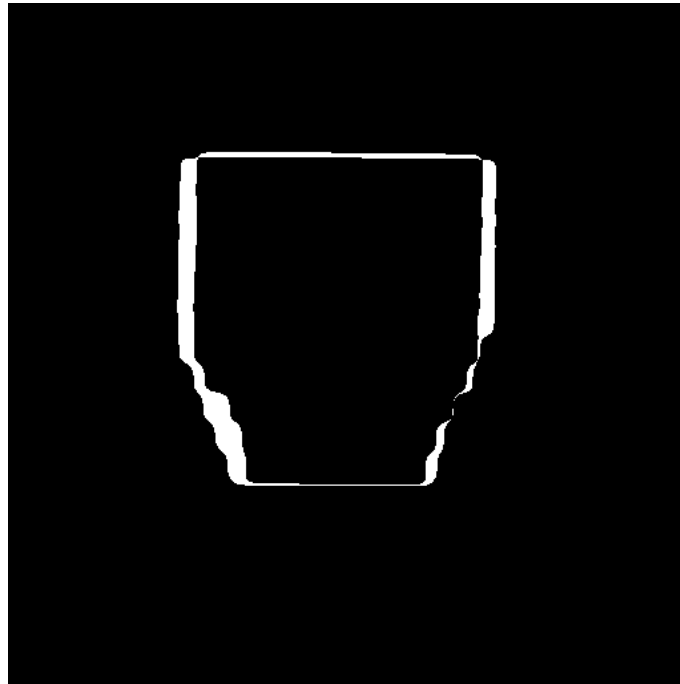


Abb. 3.6: Differenzenbild zweier nicht ähnlicher Bestrahlungsfelder

Ergebnisse sehr stark von empirisch gewählten Parametern ab, wie die richtige Wahl einer "region of interest" (ROI). Die Gründe für diese Unzulänglichkeiten sind auf der einen Seite störende Artefakte wie Luftblasen, die die Registrierung erheblich beeinflussen. Auf der anderen Seite sind die sich langsam ändernden Hintergrundintensitäten von zwei Portal Images nicht gleich. Zwei Gruppen berichteten über Methoden, die die räumlichen Verhältnisse der knöchernen Kanten herausarbeiten, was zu zuverlässigeren Registrierungen führt [27, 34, 33]. In dieser Arbeit wird eine Methode für eine stabile Registrierung vorgestellt, die auf den anatomischen Strukturen innerhalb des Bestrahlungsfeldes basiert. Es werden keine empirisch gewählten Parameter benötigt, so dass das Registrierungsverfahren vollautomatisch durchgeführt werden kann.

Die Kontrast-verstärkten Bilder aus Kap. 3.5.4 werden mit einem Bandpassfilter gefaltet, um die knöchernen Strukturen so gut wie möglich zu extrahieren. Das Rauschen wird durch die Unterdrückung der hohen Raumfrequenzen reduziert. Die Unterdrückung der niedrigen Raumfrequenzen entfernt die sich langsam ändernden Hintergrundintensitäten und reduziert Luftblasen von einer flächigen Struktur auf ihre Umrandungen, die in der Korrelation weitgehend vernachlässigbar sind. Der Bandpassfilter ist eine Kombination aus einem Blockfilter $b(x, y)$ (gefiltert wird mit einem Quadrat von konstanten Pixelwerten) und einem Gauss-Filter $g(x, y)$. Das gefilterte Bild $p(x, y)$ eines Bildes $f(x, y)$ ist gegeben durch

$$p(x, y) = g(x, y) * (I(x, y) - b(x, y)) * f(x, y) \quad (3.8)$$

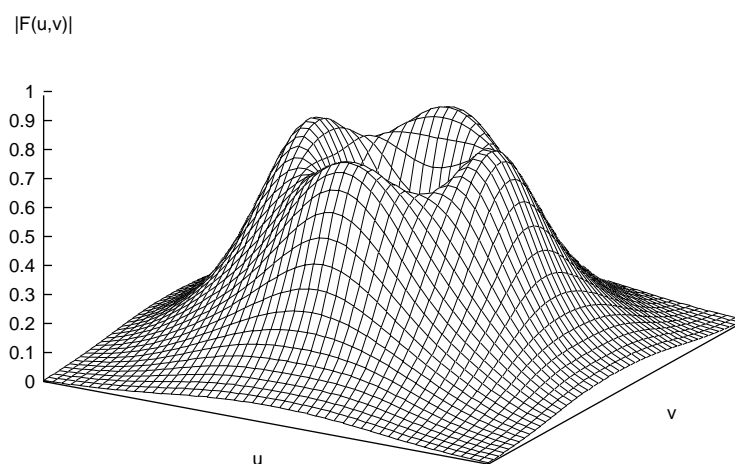


Abb. 3.7: Bandpassfilter

wobei das Symbol $*$ Faltung bedeutet und $I(x, y)$ der Identitätsoperator ist. Die Differenz $(I(x, y) - b(x, y))$ bildet einen Hochpassfilter und durch Faltung mit einem Gauss-Filter $g(x, y)$ entsteht ein Bandpassfilter. Nach intensiven Testen mit hunderten von Bilderpaaren von verschiedenen Körperregionen, zeigte sich, dass 15×15 Faltungskerne für $b(x, y)$ und $g(x, y)$ eine gute Wahl für den Bandpassfilter sind (Bei einer Pixelgröße von 0.5mm in den verwendeten Verifikationsaufnahmen ergibt dies eine mittlere Raumfrequenz von ca. 0.3mm^{-1} ; siehe Abb. 3.7). Wegen der relativ großen Faltungskerne wird die Faltung im Fourierraum ausgeführt. Die notwendigen Transformationen werden mittels der schnellen Fouriertransformation (FFT) durchgeführt.

Abb. 3.8 zeigt das Bandpass gefilterte Bild der Abb. 3.4. Da der Bandpass-Filter sowohl auf die Kanten des Bestrahlungsfeldes als auch auf die knöchernen Details reagiert, wird durch einen zusätzlichen Bearbeitungsschritt die Begrenzungslinie des Bestrahlungsfeldes automatisch entfernt (Abb. 3.9). Knöcherne Kanten werden hauptsächlich durch negative Werte in $p(x, y)$ ausgedrückt. Für eine weitere Hervorhebung können die positiven Pixelwerte zu null gesetzt werden und die negativen Pixelwerte zu positiven Werten invertiert werden (Abb. 3.10). Die resultierenden Bilder (Abb. 3.9, Abb. 3.10) enthalten die Position der knöchernen Kanten, was exakt der für die Bildregistrierung benötigten Information entspricht.

Wegen der Entfernung der sich langsam ändernden Grauwerte, der Reduktion der Luftblasen auf ihre Begrenzungslinien und der Entfernung der Außenkontur des Bestrahlungsfeldes, ist es im allgemeinen möglich, die Translation zwischen den beiden



Abb. 3.8: Bandpassgefilterte Verifikationsaufnahme



Abb. 3.9: Bandpassgefilterte Verifikationsaufnahme, nachdem die Begrenzung des Bestrahlungsfeldes entfernt wurde.

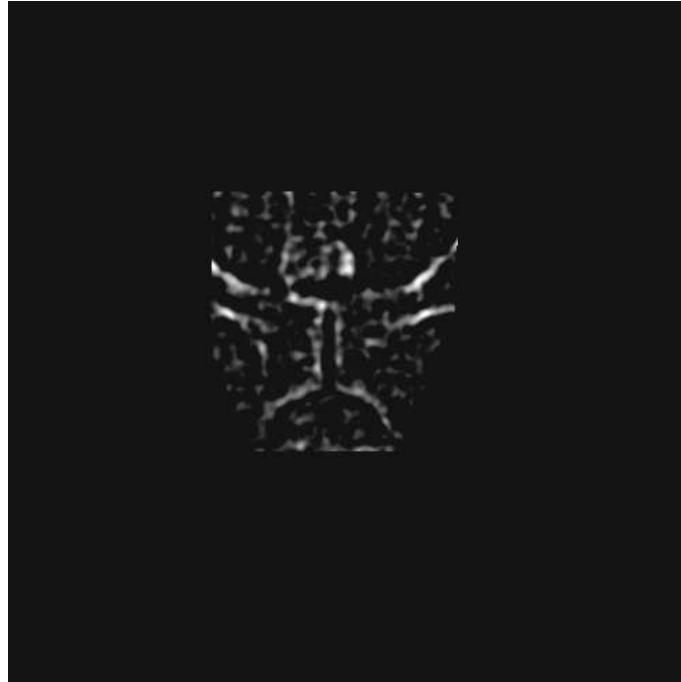


Abb. 3.10: Bandpassgefilterte Verifikationsaufnahme nach Nullsetzung der positiven Werte und Invertierung.

Bildern zu berechnen, ohne dass eine ROI im Referenzbild gewählt wird. Somit kann soviel Bildinformation wie möglich für die Registrierung genutzt werden. Als Ähnlichkeitsmetrik wird die normalisierte Kreuzkorrelation verwendet. Für eine schnelle Implementierung wird die Berechnung im Frequenzraum unter Verwendung der FFT durchgeführt. Die Korrelationsfunktion $c_N(a, b)$ ist gegeben durch

$$c_N(a, b) = \frac{FT^{-1} (FT^* (p_1(x, y)) \cdot FT (p_2(x, y)))}{\left(\sum_{x,y} p_1^2(x, y) \cdot \sum_{x,y} p_2^2(x, y) \right)^{1/2}}, \quad (3.9)$$

wobei $p_1(x, y)$ und $p_2(x, y)$ zwei Bandpass gefilterte Portal Images sind, FT und FT^{-1} bezeichnen jeweils die Fouriertransformation und die Fourier-Rücktransformation, * bedeutet komplex konjugiert und der Nenner normalisiert den Korrelationskoeffizienten (c_N ist 1 für eine perfekte Registrierung von zwei identischen Bildern). Das Maximum der Korrelationsfunktion zeigt die beste Registrierung des Referenz-Bildes mit dem Portal Image an und liefert dabei die Translation (a, b) des Patienten auf dem Behandlungstisch. Dadurch, dass die komplette Korrelationsfunktion berechnet wird, ist es möglich auch große Verschiebungen des Patienten zuverlässig zu detektieren, die für die Unterbrechung der Therapie am wichtigsten sind. Ein weiterer Vorteil der Fourierbasierten Methode ist es, dass es möglich ist das globale Maximum der Korrelations-

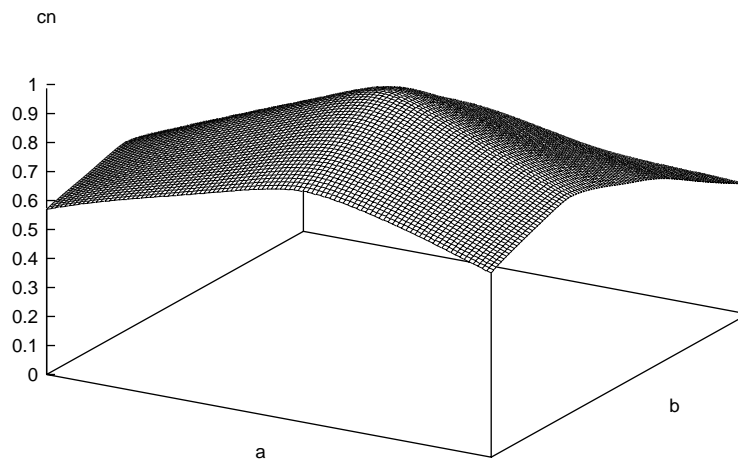


Abb. 3.11: Korrelationsfunktion $c_N(a, b)$ zweier Grauwertbilder.

funktion sicher zu finden. Es besteht keine Gefahr auf einem lokalen Maximum hängen zu bleiben, wie es bei der Verwendung von iterativen Maximum-Suchalgorithmen im Ortsraum wie der "Hill-climbing" oder der "Downhill simplex"-Methode möglich ist [75]. Durch Kombination der Verschiebung des Patienten (a, b) mit der Verschiebung des Bestrahlungsfeldes $(\Delta x, \Delta y)$, die in Abschnitt 3.5.5 berechnet wurde, erhält man schließlich die Translation (m_x, m_y) des Patienten relativ zum Bestrahlungsfeld:

$$m_x = a - \Delta x, m_y = b - \Delta y. \quad (3.10)$$

Sobald die Translation einen Schwellwert überschreitet (z.B. 5mm), wird die Behandlung unterbrochen.

Der Vorteil der in dieser Arbeit entwickelten Struktur-basierten Korrelations Methode verglichen mit der Grauwert-basierten Korrelation wird in den Abbildungen 3.11 und 3.12 verdeutlicht. Abb. 3.11 zeigt die Korrelationsfunktion zweier Grauwertbilder für verschiedene Translationen (in Schritten von einem Pixel). Die Funktion ist eher flach ohne ausgeprägtes Maximum, was der Grund für die Instabilität der Grauwert-basierten Methode ist. Die Korrelationsfunktion der Struktur-basierten Methode (Abb. 3.12) hat ein steiles und ausgeprägtes Maximum, was eine zuverlässige Registrierung ermöglicht.

Die Tatsache, dass durch einen linearen Operator, wie dem Bandpassfilter tatsächlich die relevante Information herausgearbeitet werden kann soll im folgenden verdeut-

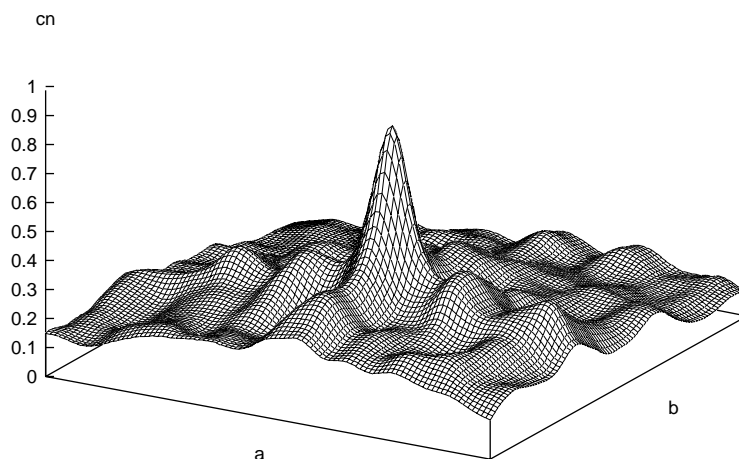


Abb. 3.12: Korrelationsfunktion $c_N(a, b)$ zweier Struktur-basierter Bilder.

licht werden. Solange es sich bei den zu testenden Bildern um identische Bilder handelt, die nur gegeneinander verschoben sind, bleibt das Korrelationsmaximum durch die Filterung praktisch unbeeinflusst. Setzen sich die Bilder aber aus unterschiedlichen Aspekten, wie Beleuchtung und eigentlichen Objektumrissen zusammen, ist es möglich, dass die Position des Korrelationsmaximums stark durch die Filterung verändert wird. Dies wird durch Abbildung 3.13 verdeutlicht. Die obere Reihe zeigt ein mathematisches Phantom mit simulierter spotartiger Beleuchtung. Die normale Korrelation mit den Grauwerten erzeugt eine flach verlaufende Funktion mit einem Maximum in der Mitte. Die Korrelation wird von der Grundhelligkeit der Bilder, der Beleuchtung, dominiert. Die zweite Reihe zeigt das Phantom nach Anwendung des Bandpassfilters. Die Korrelationsfunktion zeigt ein scharf begrenztes Maximum an der relativen Position der beiden Phantome zueinander. Bandpassfilter und Korrelation sind lineare Operationen, die sich effizient im Frequenzraum berechnen lassen. Die Faltung im Ortsraum wird zu einer Multiplikation im Frequenzraum. Deshalb ist die Reihenfolge der Operatoren prinzipiell vertauschbar. Dies bedeutet, dass im Prinzip auch zuerst korreliert und erst danach gefiltert werden kann. Dies trifft auch zu. So kann die Korrelationsfunktion in der unteren Reihe auch durch Filterung der Korrelationsfunktion in der oberen Reihe erzeugt werden. Form und Maximum einer Korrelationsfunktion kann sich durch Filterung stark verändern. Dies verdeutlicht, dass durch einen linearen Schritt die relevante Information hervorgehoben und störende Information unterdrückt werden kann. In dem gezeigten Beispiel kann der störende Einfluss der Beleuchtung durch einen linearen Schritt, die alleinige Anwendung des Bandpassfilters, entfernt werden.

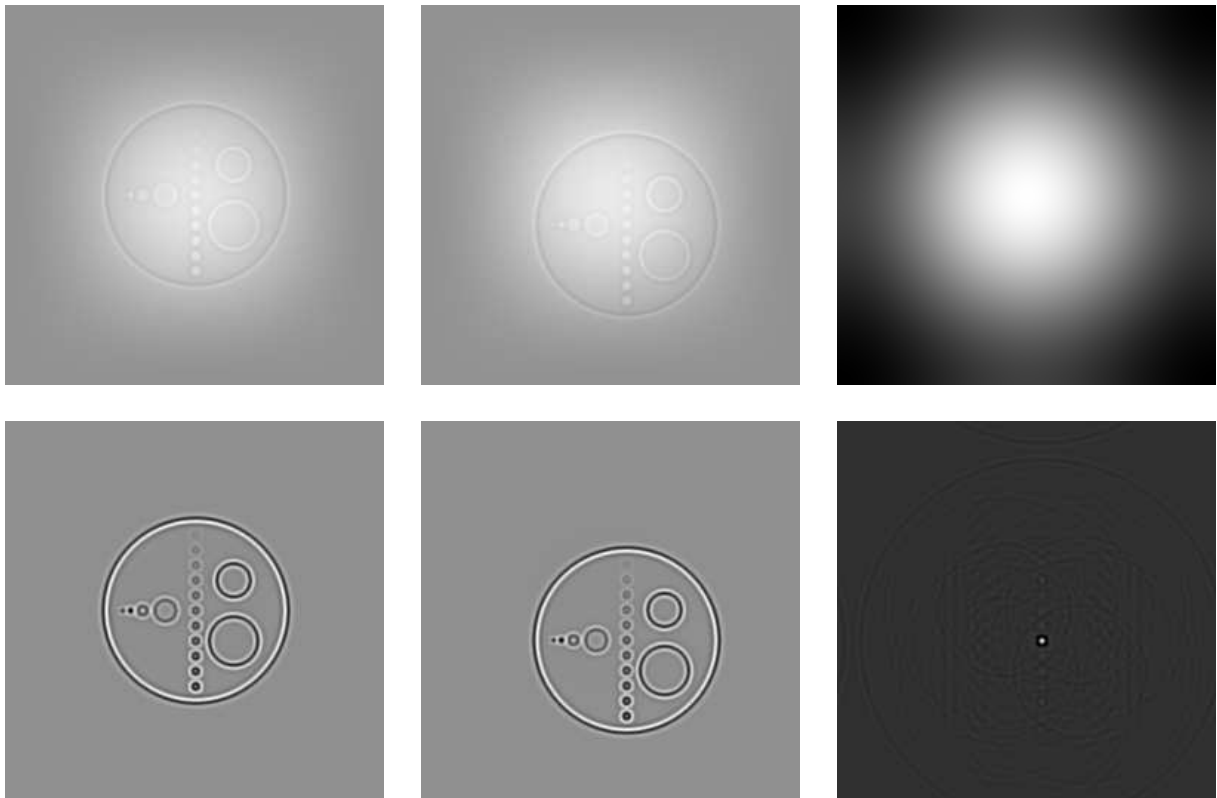


Abb. 3.13: Einfluss der Filterung auf die Korrelationsfunktion.

Ein bandpassgefiltertes Portal Image enthält allerdings immernoch die Information des Bestrahlungsfeldes. Deshalb ist es notwendig, um sich auf die anatomische Information zu konzentrieren, zusätzlich den Rand des Bestrahlungsfeldes durch einen nicht linearen Schritt zu entfernen (Abb. 3.9). Wichtig für eine erfolgreiche Korrelation ist es, dass die Bilder möglichst viel relevante Information und möglichst wenig Störinformation enthalten.

3.5.7 Verschiedene Modalitäten des Referenzbildes

Die Struktur-basierte Methode für die Bildregistrierung erlaubt Referenzbilder verschiedener Modalitäten. So kann entweder die Verifikationsaufnahme des ersten Tages, oder ein diagnostisches Röntgenbild, das während der Bestrahlungsplanung aufgenommen wurde (Simulatorbild), oder eine Projektion eines dreidimensionalen CT-Datensatzes (sogenannter "Digitally Reconstructed Radiograph", DRR), oder auch ein Bild, das durch manuelle Zeichnung der Knochenkanten erzeugt wurde, verwendet werden. Der Vorteil eines Simulatorbildes oder eines DRR (aufgenommen bei keV-Energien) ist die bessere Absorption der Knochen, die zu einem hohen Kontrast zwi-

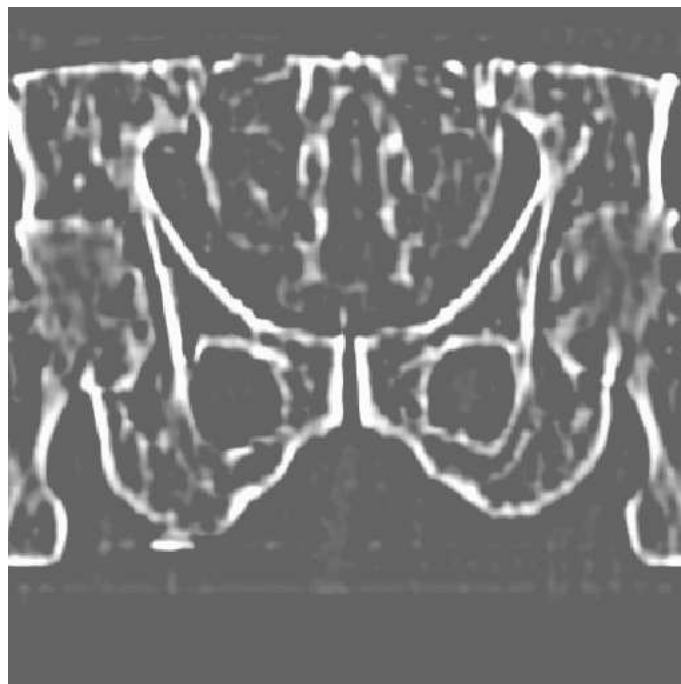


Abb. 3.14: Hochpassgefilterter DRR, der als Referenzbild verwendet wird.

schen Knochen und Weichteilgewebe oder Luft führt. Dies macht Luftblasen weitgehend unsichtbar. Nach wenigen Vorverarbeitungsschritten, die einmal zu Beginn durchgeführt werden, ist das Registrierungsverfahren exakt das gleiche wie oben beschrieben. Das Ziel der Vorverarbeitung ist es, ein Referenzbild zu erstellen, das einem Struktur-basierten Portal Image soweit wie möglich ähnlich ist. Ein Simulatorbild oder DRR kann durch Verwendung eines Hochpass-Filters vorverarbeitet werden: Abb. 3.14 zeigt einen Hochpass-gefilterten DRR der Beckenregion. Referenzbilder, die durch interaktive Zeichnung von Linien auf den Knochenkanten erzeugt wurden, werden mit einem Gauss-Filter verwischt (Abb. 3.15).

3.6 Ergebnisse

Der oben beschriebene Algorithmus wurde mit Portal Images getestet, die von der Abteilung Strahlentherapie des William Beaumont University Hospital in Royal Oak, Michigan, USA zur Verfügung gestellt wurden. Insgesamt wurden 1139 Paare von Portal Images verschiedener anatomischer Regionen (Becken, Lunge, Kopf- und Halsregion) registriert. Die Ergebnisse werden in Tabelle 3.1 zusammengefasst. Der Erfolg der Registrierung wurde visuell kontrolliert, indem ein Differenzenbild der anatomischen Struktur vor und nach der Registrierung erstellt wurde (Abbildungen 3.16 und 3.17). Die knöchernen Strukturen des Referenzbildes sind weiß und die der Verifikationsaufnah-



Abb. 3.15: Manuell generiertes synthetisches Referenzbild.

me sind schwarz. Ein menschlicher Betrachter erkennt sofort, wenn die Registrierung nicht korrekt durchgeführt wurde. Zusätzlich wurden die Registrierungsergebnisse für die Fälle, bei denen das Referenzbild entweder ein DRR oder eine interaktive Zeichnung der Knochenkanten ist, untersucht. Es wurde die Registrierung eines derartigen Referenzbildes mit 17 Portal Images der Beckenregion getestet, die in jedem Fall erfolgreich war. Dies war sogar der Fall, wenn die Bildqualität der Verifikationsaufnahme besonders schlecht war oder sie Artefakte wie Dosimeter enthielt. Abbildungen 3.18 und 3.19 zeigen wiederum zwei Differenzbilder vor und nach der Registrierung der knöchernen Strukturen wobei als Referenzbild ein Hochpass-gefilterter DRR dient.

Eine durchschnittliche Erfolgsrate von etwa 98% ist sehr ermutigend und zeigt die Überlegenheit des Struktur-basierten Registrierungsalgorithmus gegenüber den reinen Grauwert-basierten Methoden.

Es gab eine Serie von Verifikationsaufnahmen (laterale Bilder des Beckens), bei denen der Algorithmus keine zuverlässigen Ergebnisse für die Verschiebung des Patienten lieferte. Der Grund war, dass die relevanten anatomischen Strukturen sehr nah zum Rand des Bestrahlungsfeldes lagen (Das Bestrahlungsfeld war relativ klein). Durch Berechnung der Bandpass-gefilterten Bilder und dem nachfolgenden Schrumpfen des Bestrahlungsfeldes durch die Randentfernung (wie in Abschnitt 3.5.6 beschrieben), wurde die relevante anatomische Information entweder vollständig oder wenigstens teilweise entfernt. Als Konsequenz gab es sogar Probleme, die Verschiebung des Patienten

Tabelle 3.1: Ergebnisse von Registrierungen von Hochenergiebilderpaaren

Anatomische Region	Anzahl Bilderpaare	erfolgreiche Registrierungen	Erfolgsrate (%)
Becken AP/PA	544	536	99
Becken lateral	325	316	97
Lunge	144	137	95
Kopf nasal	51	51	100
Kopf temporal	39	39	100
Ohrregion	36	33	92
Gesamt	1139	1112	98



Abb. 3.16: Differenzbild zweier Verifikationsaufnahmen vor der Registrierung der Anatomie.

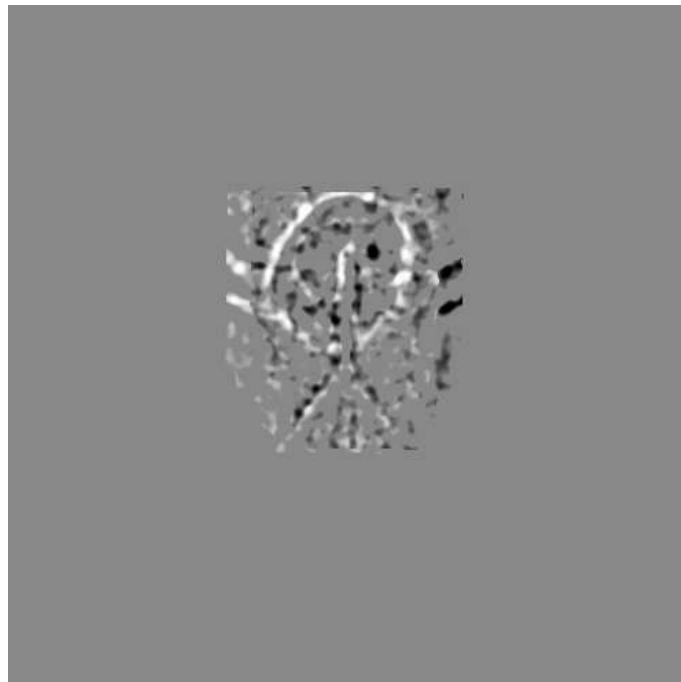


Abb. 3.17: Differenzbild zweier Verifikationsaufnahmen nach der Registrierung der Anatomie.

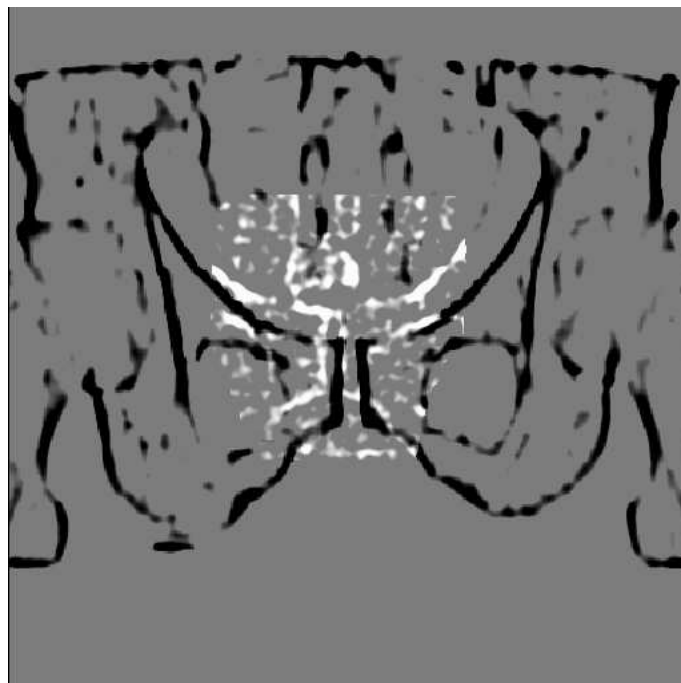


Abb. 3.18: Differenzbild einer DRR und einer Verifikationsaufnahme vor der Registrierung der Anatomie.

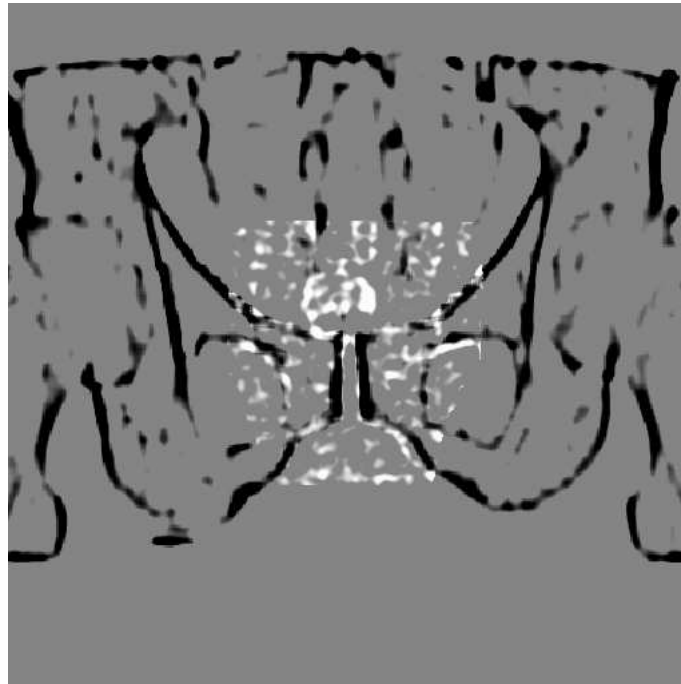


Abb. 3.19: Differenzbild einer DRR und einer Verifikationsaufnahme nach der Registrierung der Anatomie.

interaktiv zuverlässig zu ermitteln. Deshalb wurde diese Serie nicht als Fehler für den Online-Registrierungsalgorithmus gewertet. Dies verdeutlicht einfach nur die Tatsache, dass der Benutzer das Referenzbild sorgfältig betrachten muss bevor die eigentliche Behandlung beginnt und sicherstellen muss, dass die relevanten anatomischen Strukturen, die registriert werden sollen, sich innerhalb des Bestrahlungsfeldes befinden. Ein Extrembeispiel wäre eine Verifikationsaufnahme in der keine anatomischen Strukturen vorhanden sind und wo der oben beschriebene Algorithmus keine Chance hätte, sinnvolle Ergebnisse zu berechnen.

Für Verifikationsaufnahmen von 256×256 Pixeln benötigt der Algorithmus unter 1 Sekunde, was verdeutlicht, dass der Algorithmus wirklich für eine schnelle Online-Kontrolle in der klinischen Umgebung eingesetzt werden kann.

4 Entkopplung von Translation und Rotation mittels Autokorrelationsfunktionen

4.1 Einleitung

Bei Einbeziehung der Rotation in den Suchraum wird dieser so umfangreich, dass eine direkte Berechnung nicht mehr praktikabel ist. So ist ein Verfahren, das durch eine mathematische Entkopplung eine unabhängige Bestimmung der Parameter zulässt sehr attraktiv. In [19] wird ein Verfahren vorgestellt, welches die Bildinformation mit Hilfe der Fourier-Mellin Transformation (FMT) in eine Form überführt, die die Bestimmung der Rotation und Skalierung zwischen zwei Bildern ermöglicht, ohne dass die Translation vorher bekannt ist. Das von Chen [19] vorgestellte Verfahren wird im folgenden beschrieben und auf verschiedene Bilddaten angewendet. Die dabei auftretenden Probleme und Limitierungen, insbesondere bei Hochenergiebildern, führten im Rahmen dieser Arbeit zur Neuentwicklung eines wesentlich robusteren Verfahrens, welches auf Autokorrelationen beruht. Beide Verfahren werden anhand von Testmessungen verglichen. Die Darstellung der Bildinformation mittels der Autokorrelationsfunktion entspricht eher der Struktur des Bildes als die Darstellung im Fourierraum.

Die Entkopplung von Translation und Rotation oder die rotationsinvariante Beschreibung von Bildinhalten werden in zahlreichen Arbeiten behandelt. Castro und Morandi [23] verwenden Phasenkorrelation zur Registrierung und bestimmen die Rotation über die Ähnlichkeit des Korrelationspeaks zur Delta-Funktion. Lee et al. [55, 56] nutzen die Translationsinvarianz des Power-Spektrums und legen die Rotation über eine Minimierung der Differenz der Powerspektren der zu registrierenden Bilder fest. In [19] und [79] wird die Fourier-Mellin-Transformation zur rotations- und skalierungsinvarianten Registrierung verwendet. Ein weiterer Bereich ist die Anwendung der FMT in der Bilderkennung zur Beschreibung von invarianten Bildmerkmalen [32, 1, 91] und der Implementierung von elektronischen Wasserzeichen in Bildern [84]. Alternativ können invariante Bildmerkmale auch mit Hilfe der Radontransformation [2] berechnet werden. Hierbei wird über den Schwerpunkt der Projektionen Translationsinvarianz und die Sortierung der Eigenwerte Rotationsinvarianz erlangt. Casasent und Psaltis [16] beschreiben eine optische Implementierung der FMT mit Computer generierten Holo-

grammen. In der FMT wird Skalierung in Translation durch eine logarithmische Koordinatentransformation überführt. Die logarithmische Transformation spielt auch in der biologischen Wahrnehmung eine Rolle. So wird z.B. die Information der Netzhaut im visuellen Kortex mit einer polar-logarithmischen Transformation abgebildet [17][18][90]. Altmann und Reitböck [3] beschreiben konkrete Problematiken bei der Umsetzung der diskreten FMT. So müssen Interpolation im Fourierraum, Rückfaltung, und Schwierigkeiten mit hohen Raumfrequenzen bei der Skalierung beachtet werden. Dies führt zu einer begrenzten Anwendbarkeit der Methode.

4.2 Erweiterung auf Rotation und Skalierung

Das im vorigen Kapitel vorgestellte strukturorientierte Verfahren ist geeignet zur Detektion der Translation. Jedoch ist es in der vorgestellten Form nicht in der Lage, Rotation und Skalierung zu bestimmen. Das Ziel ist es nun, Rotation und Skalierung von der Translation zu entkoppeln und Rotation und Skalierung auf Verschiebungen zurückzuführen. Das Verschiebungsproblem für Rotation und Skalierung kann mit dem strukturorientierten Verfahren gelöst und der Unterschied zwischen den Bildern bezüglich dieser beiden Parameter korrigiert werden. Danach unterscheiden sich die Bilder nur noch durch eine Translation. Diese wird mit dem im vorigen Abschnitt vorgestellten Verfahren bestimmt. Damit sind die Transformationsparameter der Bilder bekannt und können aufeinander ausgerichtet werden.

4.3 Transformationen

Sei $f(x, y)$ das Ausgangsbild und sei $g(x, y)$ eine gedrehte, skalierte und verschobene Version von $f(x, y)$ mit

$$g(x, y) = f(\sigma[x \cos \alpha + y \sin \alpha] - x_0, \sigma[-x \sin \alpha + y \cos \alpha] - y_0),$$
$$g(x, y) = g \left(\begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \right) = f \left(\sigma \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \right) \quad (4.1)$$

wobei α den Rotationswinkel, σ den Skalierungsfaktor und x_0, y_0 die Verschiebung bezeichnen. In Abbildung 4.1 wird beispielhaft ein mathematisches Phantom gezeigt, wobei in Abb. 4.1 rechts eine gedrehte und skalierte Version dargestellt ist. Durch die Vorverarbeitung mit dem Bandpassfilter werden die für die Registrierung relevanten Kantenstrukturen herausgearbeitet (Abb. 4.2).

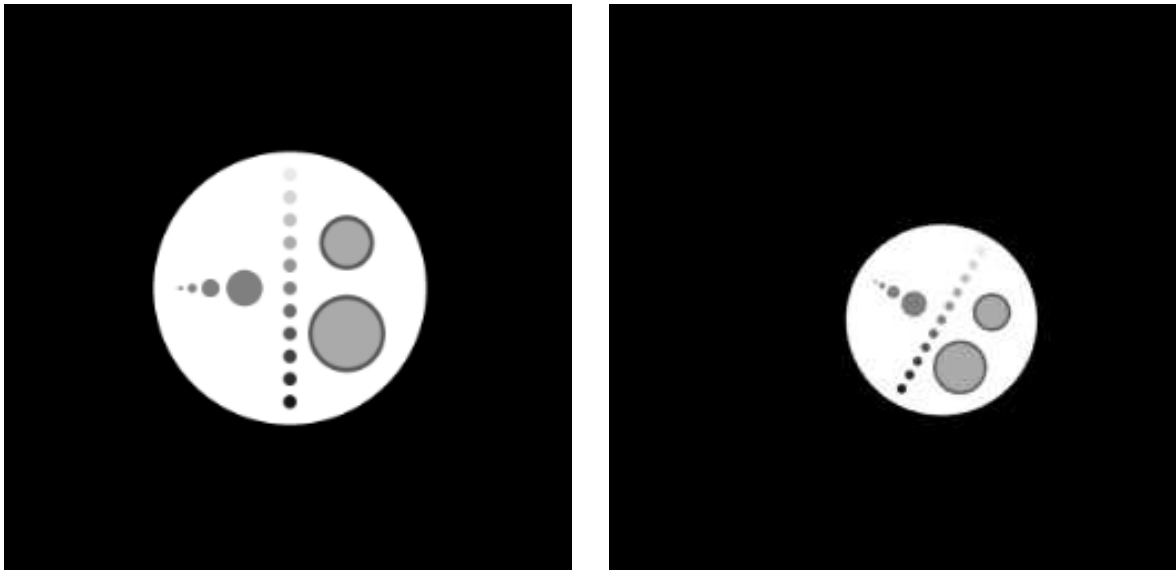


Abb. 4.1: Mathematisches Kreisphantom

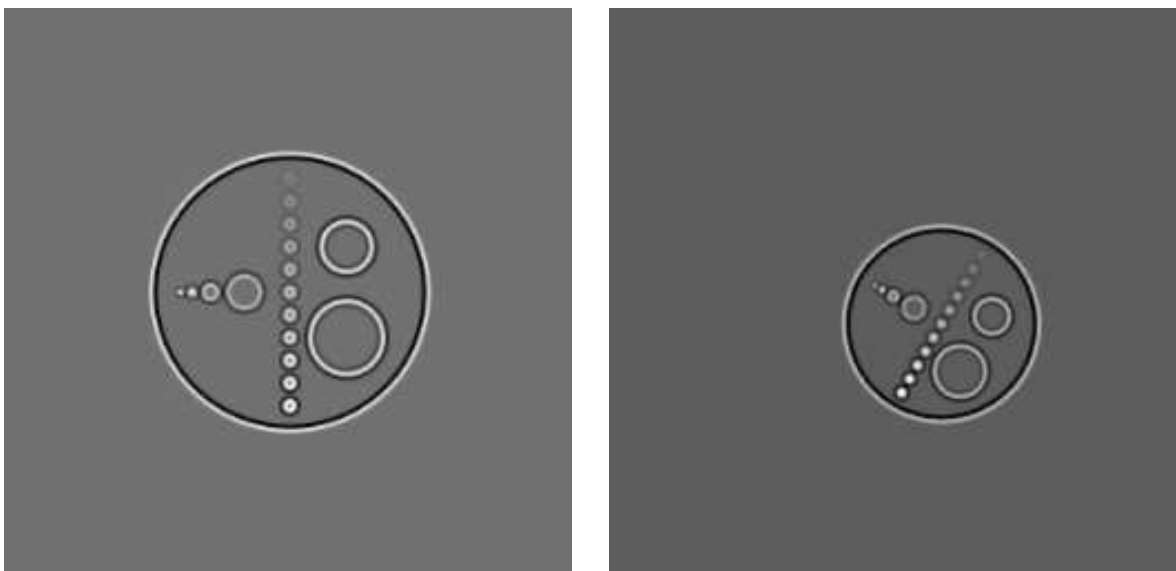


Abb. 4.2: Bandpassgefiltertes mathematisches Phantom mit herausgearbeiteten Kantenstrukturen

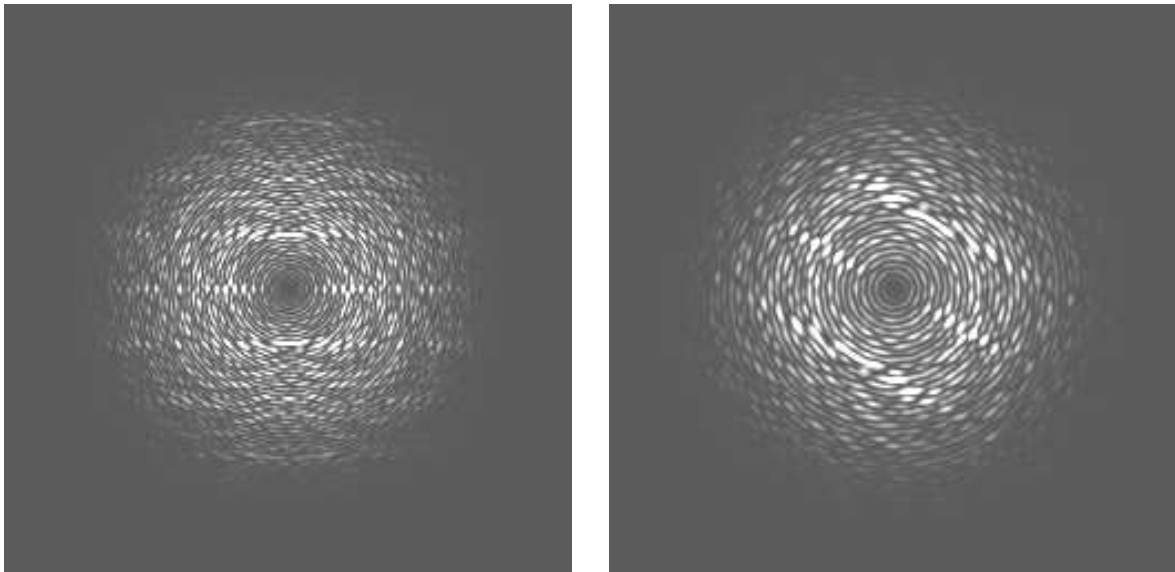


Abb. 4.3: Fourierspektrum

4.4 Fourier-Mellin Darstellung

Für die Fouriertransformationen von $f(x, y)$ und $g(x, y)$ gilt

$$G \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = e^{-i\phi_g(u,v)} \sigma^{-2} F \left(\sigma^{-1} \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \right) \quad (4.2)$$

wobei $\phi_g(u, v)$ die spektrale Phase des Bildes $g(x, y)$ ist. Diese Phase ist abhängig von Translation, Skalierung und Rotation, aber der Absolutbetrag des Spektrums

$$\left| G \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \right| = \sigma^{-2} \left| F \left(\sigma^{-1} \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \right) \right| \quad (4.3)$$

ist translationsinvariant. Abbildung 4.3 zeigt die Amplitudenspektren des Originalbildes bzw. der gedrehten Version.

Durch die Einführung von Polarkoordinaten (θ, ρ) können auch Drehung und Skalierung entkoppelt werden:

$$\begin{aligned} f_p(\theta, \rho) &= |F(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta)|, \\ g_p(\theta, \rho) &= |G(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta)|. \end{aligned} \quad (4.4)$$

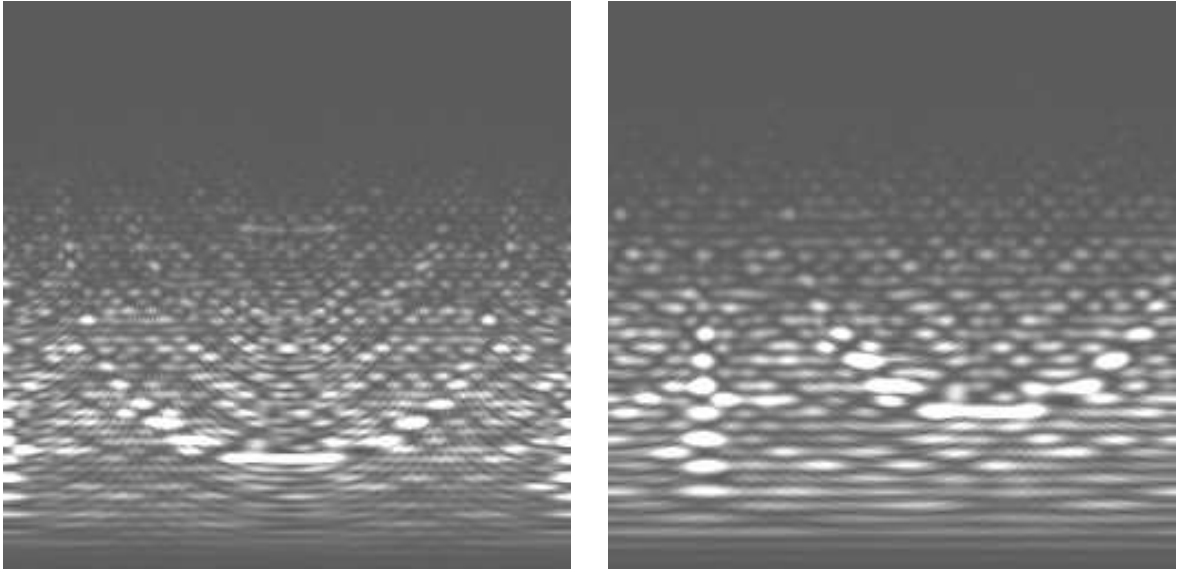


Abb. 4.4: Polartransformiertes Fourierspektrum

Einsetzen ergibt

$$\begin{aligned}
 g_p(\theta, \rho) &= \sigma^{-2} \left| F \left(\sigma^{-1} \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \rho \cos \theta \\ \rho \sin \theta \end{bmatrix} \right) \right| \\
 &= \sigma^{-2} \left| F \left(\sigma^{-1} \rho \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \theta + \sin \alpha \sin \theta \\ -\sin \alpha \cos \theta + \cos \alpha \sin \theta \end{bmatrix} \right) \right| \\
 &= \sigma^{-2} \left| F \left(\sigma^{-1} \rho \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta - \alpha) \\ \sin(\theta - \alpha) \end{bmatrix} \right) \right| \\
 &= \sigma^{-2} f_p(\theta - \alpha, \rho / \sigma).
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Dadurch erzeugt eine Bildrotation eine Verschiebung der Funktion $g_p(\theta, \rho)$ entlang der Winkelachse. Abbildung 4.4 verdeutlicht die Transformation. Eine Skalierung wird reduziert auf eine Skalierung der Radial-Koordinate und eine Veränderung der Intensität um den Faktor σ^{-2} .

Schließlich kann die Bildskalierung ebenfalls in eine Verschiebung überführt werden, in dem eine logarithmische Skala für die Radial-Koordinate benutzt wird. Es sei

$$f_{pl}(\theta, \lambda) = f_p(\theta, \rho)$$

$$g_{pl}(\theta, \lambda) = g_p(\theta, \rho) = \sigma^{-2} f_{pl}(\theta - \alpha, \lambda - \kappa) \tag{4.6}$$

mit $\lambda = \log(\rho)$ und $\kappa = \log(\sigma)$. Durch die Abbildung 4.5 wird die polar-logarithmische Transformation verdeutlicht. Mit Hilfe dieses Verfahrens werden Bildrotation, Skalie-

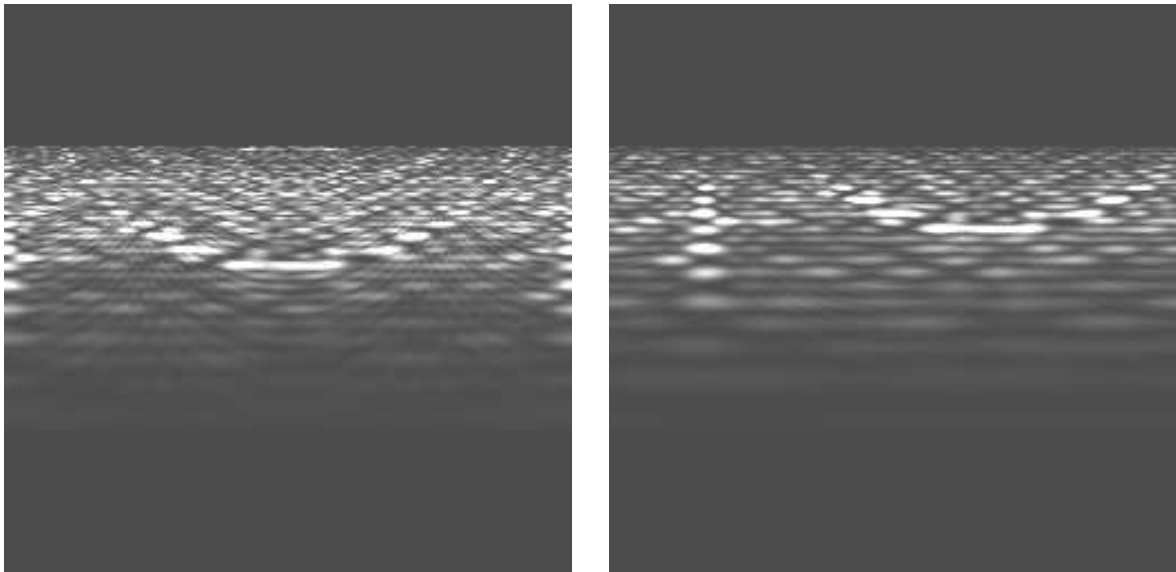


Abb. 4.5: Fourier-Mellin invariante Darstellung

zung und Translation entkoppelt und lassen sich somit getrennt voneinander bestimmen, wodurch der numerische Aufwand effektiv reduziert wird. Im weiteren wird $f_{pl}(\theta, \lambda)$ als FMI-Darstellung (Fourier-Mellin invariante Darstellung) von $f(x, y)$ bezeichnet.

4.5 Autokorrelationsdarstellung

Das oben beschriebene Verfahren eignet sich sehr gut für Bilder die durch einen Rechner gedreht, skaliert und translatiert wurden. In diesem Falle gelten die oben beschriebenen Beziehungen für das Amplitudenspektrum. Schwieriger wird es aber, wenn es sich bei dem gedrehten Bild um eine verrauschte Version des Originals handelt oder ein Portal Image eines Folgetages ist. Dann können die oben beschriebenen Beziehungen nicht mehr garantiert werden. Registrierungsversuche mit Portal Images zeigten, dass das FMI-Verfahren nur instabil arbeitet. Das FMI-Verfahren orientiert sich an den Maxima und Minima (speziell den Nulldurchgängen) der Amplitudenspektren. Bei Portal Images unterschiedlicher Tage gibt es weder eine Garantie dafür, dass die Frequenzverteilung gleich ist, noch, dass sich die Nulldurchgänge gemäß der obigen Beziehungen verhalten. Deshalb wurde im Rahmen dieser Arbeit ein neuartiges Verfahren entwickelt, welches zur FMI-Darstellung analoge Eigenschaften bietet, sich aber wesentlich mehr an der räumlichen Struktur der Bilder orientiert. Dieses Verfahren beruht auf Autokorrelationen.

Die Autokorrelation $(g \star g)(x, y)$ von $g(x, y)$ ergibt sich zu:

$$(g \star g) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \cdot g \begin{pmatrix} x' - x \\ y' - y \end{pmatrix} dx' dy' \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f \left(\sigma \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \right) \cdot f \left(\sigma \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x' - x \\ y' - y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \right) dx' dy' \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\dots) \cdot f \left(\sigma \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} - \sigma \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \right) dx' dy' \end{aligned}$$

Setze $\begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{bmatrix} = \sigma \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}$ mit $d\tilde{x} = \sigma dx'$; $d\tilde{y} = \sigma dy'$. Dann ergibt sich:

$$\begin{aligned} (g \star g) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \sigma^{-2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix} \cdot f \left(\begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{bmatrix} - \sigma \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \right) d\tilde{x} d\tilde{y} \\ &= \sigma^{-2} (f \star f) \left(\sigma \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \right). \end{aligned} \quad (4.8)$$

Dies bedeutet, dass die Autokorrelationsfunktion translationsinvariant ist und dass Skalierung und Rotation der Skalierung und Rotation des Bildes entsprechen. Abbildung 4.6 zeigt die Autokorrelationsfunktionen des mathematischen Phantoms. Deutlich ist die zum Original verwandte räumliche Struktur zu erkennen. Hierdurch wird eine Entkoppelung der Bestimmung der Translation von den anderen Parametern ermöglicht. Die Berechnung des Rotationswinkels α und des Skalierungsfaktors σ kann unabhängig von der Berechnung der Verschiebung (x_0, y_0) durchgeführt werden. Eine weitere nützliche Eigenschaft ist die Invarianz der Drehachse der Autokorrelationsfunktion bei $(x, y) = (0, 0)$ bezüglich Drehung und Skalierung.

Durch die Einführung von Polarkoordinaten (θ, ρ) können auch Drehung und Skalierung entkoppelt werden:

$$(f \star f)_p(\theta, \rho) = (f \star f)(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta), \quad (4.9)$$

$$(g \star g)_p(\theta, \rho) = (g \star g)(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta).$$

Einsetzen ergibt

$$\begin{aligned} (g \star g)_p(\theta, \rho) &= \sigma^{-2} (f \star f) \left(\sigma \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \rho \cos \theta \\ \rho \sin \theta \end{bmatrix} \right) \\ &= \sigma^{-2} (f \star f) \left(\sigma \rho \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \theta + \sin \alpha \sin \theta \\ -\sin \alpha \cos \theta + \cos \alpha \sin \theta \end{bmatrix} \right) \\ &= \sigma^{-2} (f \star f) \left(\sigma \rho \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta - \alpha) \\ \sin(\theta - \alpha) \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (4.10)$$

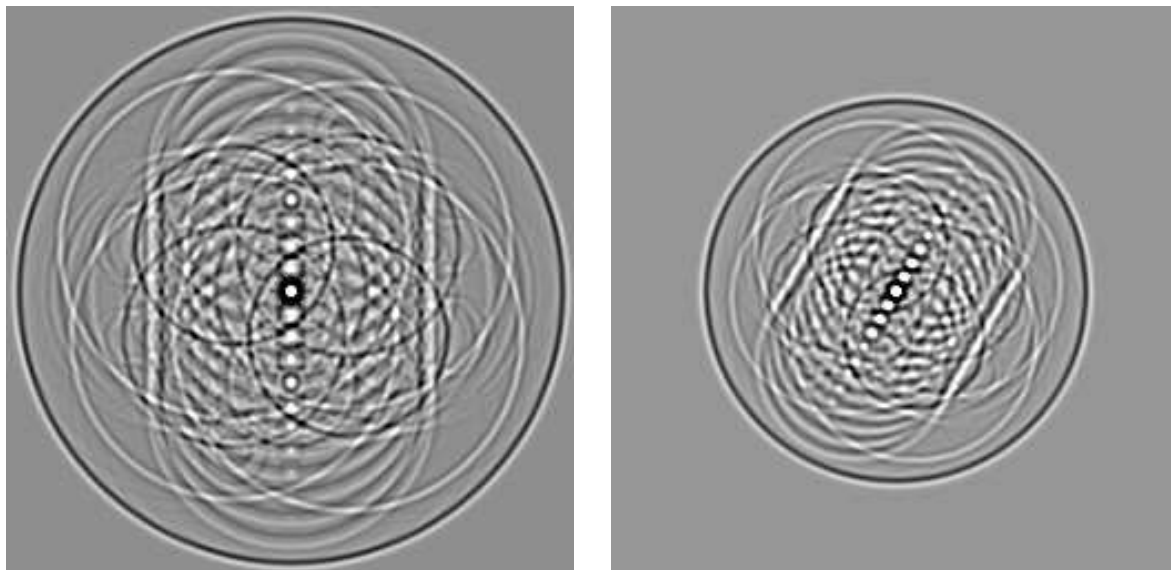


Abb. 4.6: Autokorrelationsdarstellung

$$= \sigma^{-2}(f \star f)_p(\theta - \alpha, \sigma\rho)$$

Dadurch erzeugt eine Bildrotation eine Verschiebung der Funktion $(g \star g)_p(\theta, \rho)$ entlang der Winkelachse. Abbildung 4.7 verdeutlicht die Transformation. Eine Skalierung wird reduziert auf eine Skalierung der Radial-Koordinate und eine Veränderung der Intensität um den Faktor σ^{-2} .

Schließlich kann die Bildskalierung ebenfalls in eine Verschiebung überführt werden, indem eine logarithmische Skala für die Radial-Koordinate benutzt wird. Es sei

$$(f \star f)_{pl}(\theta, \lambda) = (f \star f)_p(\theta, \rho)$$

$$(g \star g)_{pl}(\theta, \lambda) = (g \star g)_p(\theta, \rho) = \sigma^{-2}(f \star f)_{pl}(\theta - \alpha, \lambda + \kappa) \quad (4.11)$$

mit $\lambda = \log(\rho)$ und $\kappa = \log(\sigma)$. Abbildung 4.8 verdeutlicht die polar-logarithmische Darstellung. Durch dieses Verfahren wird Bildrotation, Skalierung und Translation entkoppelt und lassen sich somit getrennt voneinander bestimmen, wodurch der numerische Aufwand der Bildregistrierung effektiv reduziert wird. Im weiteren wird $(f \star f)_{pl}(\theta, \lambda)$ als APL-Darstellung (Autokorrelationsfunktion in polar-logarithmischer Darstellung) von $f(x, y)$ bezeichnet. Es ist deutlich zu erkennen, dass die APL-Darstellung die räumliche Struktur besser wiederspiegelt, als die FMI-Darstellung.

Die APL-Funktionen eines Referenzbildes und eines aufgenommenen Bildes können mit den gleichen Verfahren zur Deckung gebracht werden wie bei der Bestimmung der Translation. Auch hierbei zeigt sich, dass die Anwendung von Bildfiltern zur Generierung einer Struktur-orientierten Darstellung der Autokorrelationsfunktionen genauso

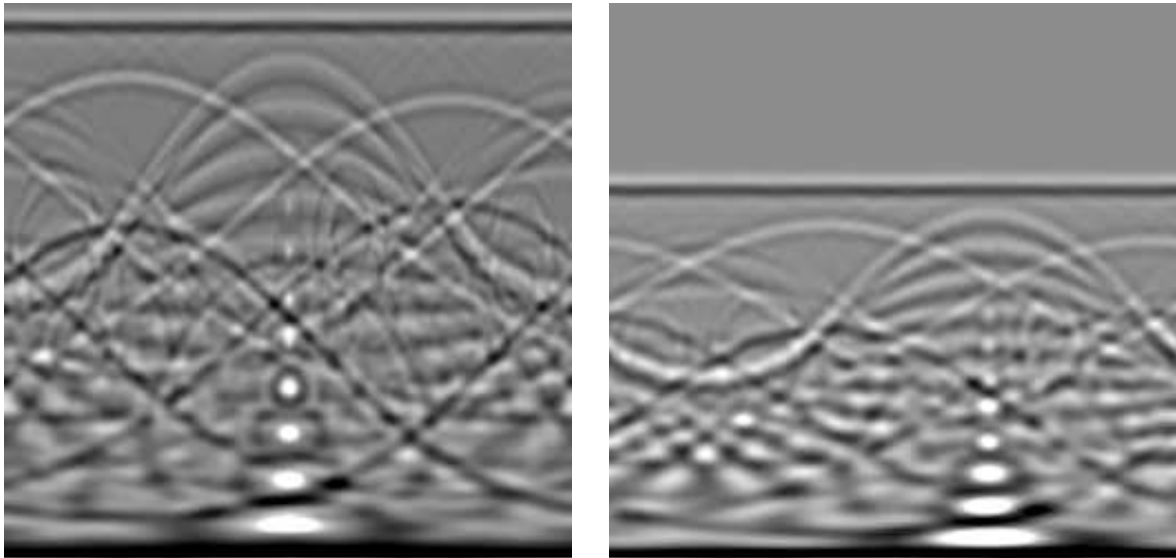


Abb. 4.7: Polartransformation der Autokorrelation

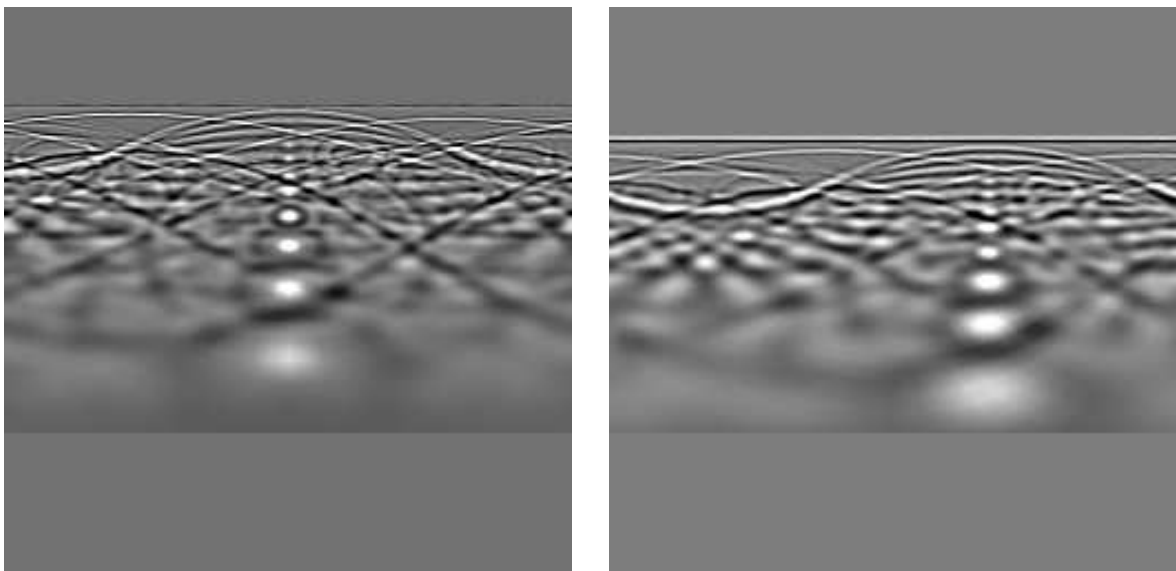


Abb. 4.8: Polar-logarithmische Darstellung der Autokorrelation

wichtig ist, wie bei der Berechnung der Verschiebung. Die genaue Vorgehensweise wird im nächsten Abschnitt beschrieben.

4.6 Implementierung

Beide dargestellten Verfahren verwenden eine Transformation in eine polar-logarithmische Darstellung. Die diskrete Implementierung muss mit Sorgfalt durchgeführt werden, um Artefakte zu vermeiden. Die Diskretisierung des Rotationswinkels erfolgt gleichförmig entlang der x -Achse. Die y -Achse repräsentiert die Skalierung. Hierbei muss vorher festgelegt werden, in welchem Intervall Skalierungen detektierbar sein sollen. Da die Skalierung auf eine Verschiebung zurückgeführt wird, ist die Skalierung nur in dem Bereich sinnvoll bestimmbar, in dem sich die polar-logarithmischen Darstellungen des skalierten Bildes und des Originals um mehr als die Hälfte überlappen. Eine Rückfaltung der oberen Zeilen in die unteren Bereiche ist außerdem zu vermeiden. Der Startpunkt der logarithmischen Transformation muss sorgfältig ausgewählt werden, da $\lim_{\rho \rightarrow 0} \ln \rho = -\infty$.

Da sowohl das Fourierspektrum als auch die Autokorrelation symmetrisch sind, wird der Winkel zwischen 0° und $+180^\circ$ abgetastet. Ein $N \times N$ Bild wird mit

$$\alpha_k = \frac{k\pi}{N} \quad (4.12)$$

mit $k = 0, \dots, N - 1$ diskretisiert. Zur Detektierung der Skalierung im Bereich $\frac{1}{4} < \sigma < 4$ wird die Radialkomponente ρ folgendermaßen diskretisiert:

$$\rho_m = 2^{\frac{8m}{N}} \cdot \frac{10N}{512} \quad (4.13)$$

mit $m = 0, \dots, m_{max}$. Die Grenze m_{max} ergibt sich aus der Bedingung $\rho_{max} < \frac{N}{2}$ und der Umkehrung von (4.13):

$$\frac{N}{2} > 2^{\frac{8m_{max}}{N}} \cdot \frac{10N}{512} \quad (4.14)$$

Man erhält:

$$m_{max} < \frac{N}{8} \cdot \log_2 \left(\frac{N}{2} \cdot \frac{512}{10N} \right) = \frac{N}{8} \cdot \log_2 \left(\frac{128}{5} \right) \approx 0.5847 \cdot N \quad (4.15)$$

Dies ergibt für ein 256^2 Bild $m_{max} = 149$ und somit wird die Radialkomponente im Bereich $5 \leq \rho_m < 126$ abgetastet.

Zur Verdeutlichung diene die bereits gezeigte Abbildungsserie. Abbildung 4.1 zeigt jeweils zwei mathematische Phantome unterschiedlicher Größe und Winkellage. Das

rechte Bild ist gegenüber dem anderen Bild auf 70% skaliert und um 30° gedreht. Abbildung 4.5 zeigt die FMI-Darstellungen und Abbildung 4.8 die APL-Darstellungen. Die horizontale Verschiebung von 43 Pixeln entspricht der Drehung um 30° . Die vertikale Verschiebung erfolgt in der FMI-Darstellung gemäß (4.6) nach oben und in der APL-Darstellung gemäß (4.11) nach unten. Der Betrag von 16 Pixeln entspricht gemäß (4.13) einer Skalierung auf 70% der Größe.

Die transformierten Bilddaten können nun mit dem in Teil 3.5.6 vorgestellten Korrelationsverfahren für die Translation registriert werden. Aus der Lage des Maximums ist die Skalierung und die Rotation zwischen den beiden Bildern ablesbar. Sind Rotation und Skalierung bekannt, können durch Anwendung der umgekehrten Drehung und Skalierung auf das erste Bild beide Bilder auf gleiche Orientierung und Größe gebracht werden. Die noch verbleibende Verschiebung kann mit dem Translationsverfahren aus Teil 3.5.6 bestimmt werden. Abb. 4.9 verdeutlicht die einzelnen Schritte. Durch die Transformation in die APL-Darstellung oder FMI-Darstellung werden Rotation und Skalierung von der Translation abgekoppelt. Die Bestimmung der vier Parameter m_x , m_y , σ und α benötigt damit in etwa nur die doppelte Zeit, wie die Bestimmung der Translation alleine.

4.7 Numerische Evaluation

Um die beiden Verfahren vergleichen zu können werden Testmessungen mit Bilderpaaren durchgeführt, bei denen die Transformationen bekannt sind. Zur Beurteilung der Qualität und Zuverlässigkeit der beiden Verfahren ist außer der korrekten Registrierung auch ein objektives Maß für die Stabilität des Ergebnisses erforderlich. In [19] werden zwei Größen vorgeschlagen. Zum einen das Signal-zu-Rausch Verhältnis des Maximums der Registrierungsfunktion zum Untergrundrauschen und zum anderen die Schärfe des Korrelationspeaks, charakterisiert durch die Breite oder Fläche der Maximumsspitze auf halber Höhe. Diese Kriterien erlauben aber nur indirekt eine Aussage über die Qualität des Matchings. Durch die Beantwortung der Frage, wodurch es zu einer Fehlregistrierung kommt, lässt sich ein entscheidendes Kriterium für die Zuverlässigkeit des Registrierungsergebnisses entwickeln. Bei einer Fehlregistrierung ist das Korrelationsergebnis an der falschen Position größer als an der korrekten Position. Meistens ist dann die korrekte Position die zweithöchste Spitze. Es kommt genau dann zu einer Fehlregistrierung, wenn die Spitze an der Fehlposition die Höhe der Spitze an der korrekten Position übersteigt. Somit ist ein geeignetes Maß für die Zuverlässigkeit der Registrierung das Verhältnis der Höhe des Maximums zur Höhe des zweiten Maximums. Nicht der Anteil des Grundrauschens oder die Breite des Peaks, sondern das Verhältnis zwischen der höchsten und zweithöchsten Spitze bestimmen die Stabilität der Registrierung.

Registrierung einschließlich Translation, Rotation und Skalierung basierend auf log-polarer Autokorrelation

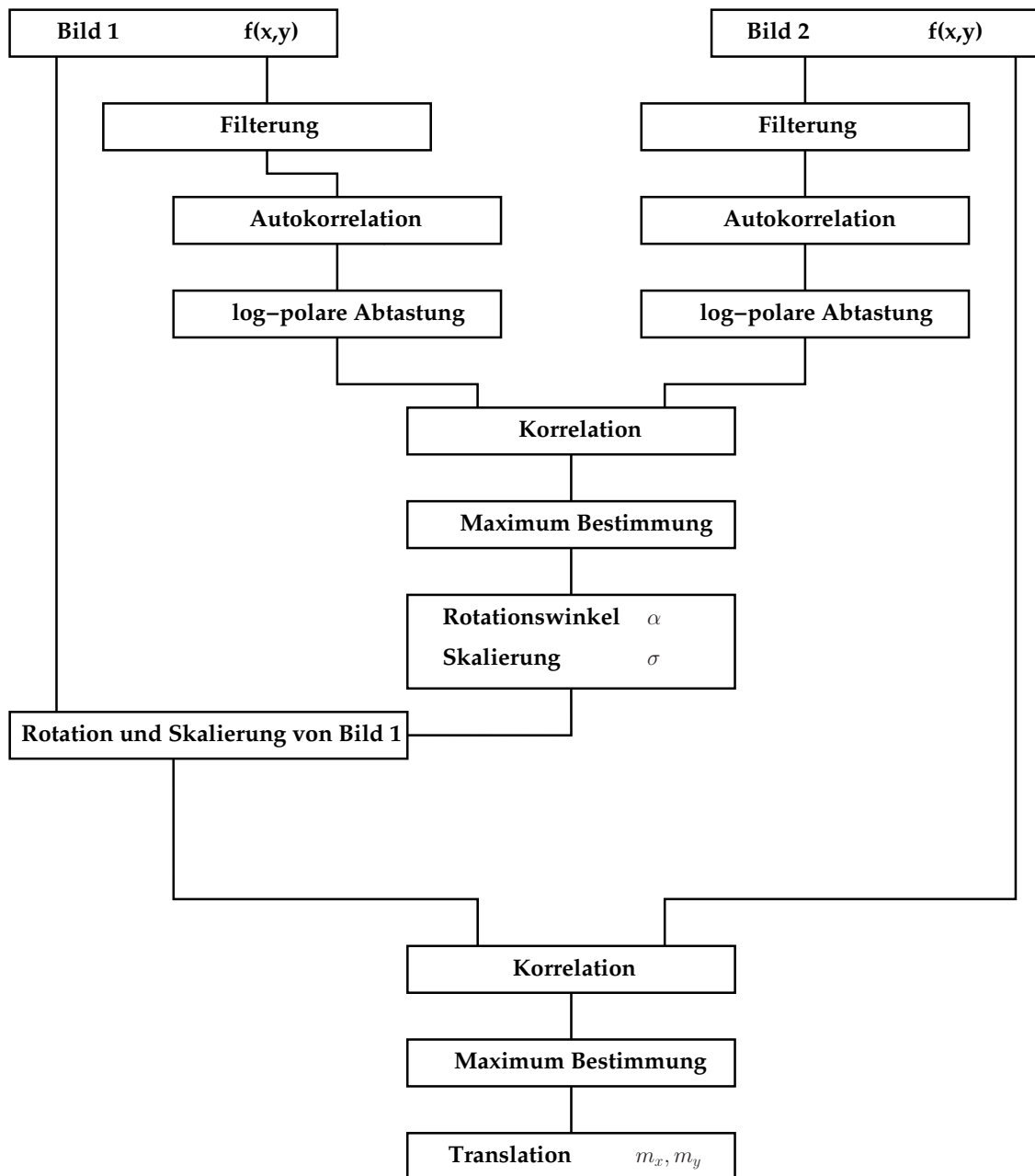


Abb. 4.9: Registrierungsverfahren mit APL-Transformation.

4.8 Untersuchungen an einem mathematischen Phantom

In diesem Kapitel wird die Stabilität der beiden Registrierungsverfahren verglichen. Hierzu werden Bilder des bereits eingeführten mathematischen Phantoms in zahlreichen Untertests unter Variation verschiedener Parameter sowohl mit der Fouriermethode als auch mit dem Autokorrelationsverfahren registriert. Als erstes wird überprüft, bis zu welcher Skalierungsdifferenz zwischen den zu registrierenden Bildern die Verfahren mit ungestörten Eingangsdaten korrekt arbeiten. Hierzu werden Bilderpaare aus dem Phantom in Originalgröße und in den Skalierungsstufen 1.0 0.9 0.8 0.7 0.6 0.5 0.4 0.3 und 0.25 gebildet. Abb. 4.10 verdeutlicht dies und die Ergebnisse sind in Tab. 4.1 dargestellt. Das Fouriervorgehen arbeitet bis zu einer Skalierung von 0.5 korrekt, während das APL-Verfahren selbst noch bei Skalierungen von 0.3 zuverlässig arbeitet. Die Überlegenheit der Autokorrelationsmethode drückt sich auch in dem Verhältnis des 1. Maximums zum 2. Maximum in der Bewertungsfunktion des Matchings aus. Die Höhe des 2. Maximums sollte möglichst niedrig sein. Bei der Fouriermethode beträgt die durchschnittliche Höhe des 2. Maximums 78.62% und bei der APL-Methode nur 23.89%. Dies bedeutet, dass die APL-Methode wesentlich stabiler arbeitet.

Tabelle 4.1: Stabilitätsanalyse der Registrierungsverfahren

		FMI-Verfahren		APL-Verfahren
Skalierung		% 2. Maximum		% 2. Maximum
1.0	✓	70.970	✓	12.647
0.9	✓	69.541	✓	14.501
0.8	✓	71.138	✓	15.539
0.7	✓	78.313	✓	16.196
0.6	✓	86.099	✓	16.028
0.5	✓	95.641	✓	16.633
0.4	x	99.521	✓	29.958
0.3	x	98.766	✓	69.618
0.25	x	99.965	x	92.692

Als nächstes soll überprüft werden, ob es in der relativen Winkelposition der Testbilder Vorzugsrichtungen beim Matching gibt. Dies sollte nach dem Design des Verfahrens nicht der Fall sein. Hierzu werden in jeder Skalierungsstufe die Darstellungen der Rotationen zwischen -90° und $+90^\circ$ in 10° Schritten berechnet. Jede Darstellung wird mit dem Originalphantom registriert. Dies ergibt 171 Bilderpaare. Abb. 4.11 verdeutlicht die Rotation. Die Ergebnisse in Abb. 4.12 zeigen, wie gewünscht, keine nennenswerte Abhängigkeit bezüglich der Winkellage zwischen den Bildern.

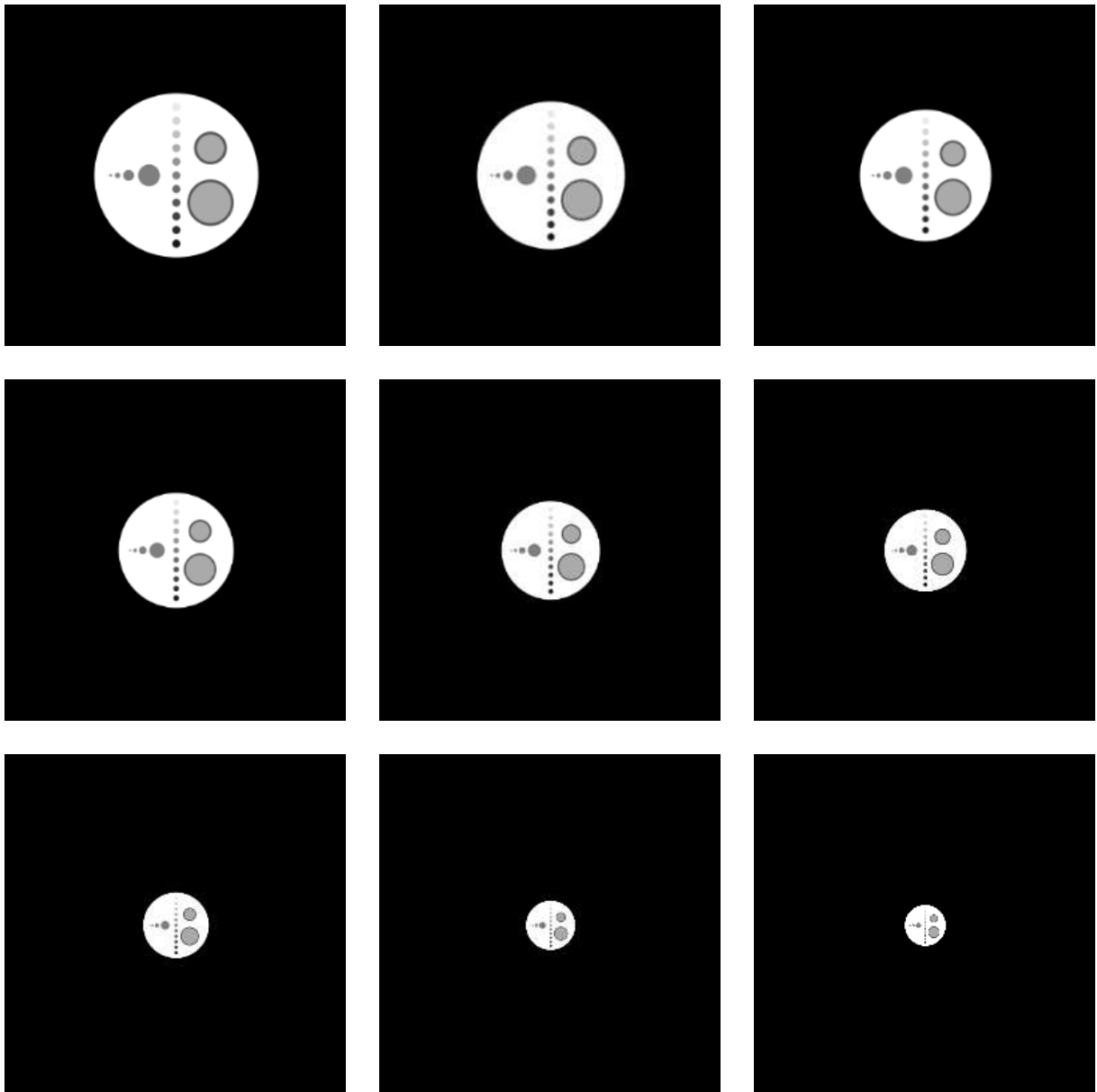


Abb. 4.10: Mathematisches Phantom in verschiedenen Skalierungen

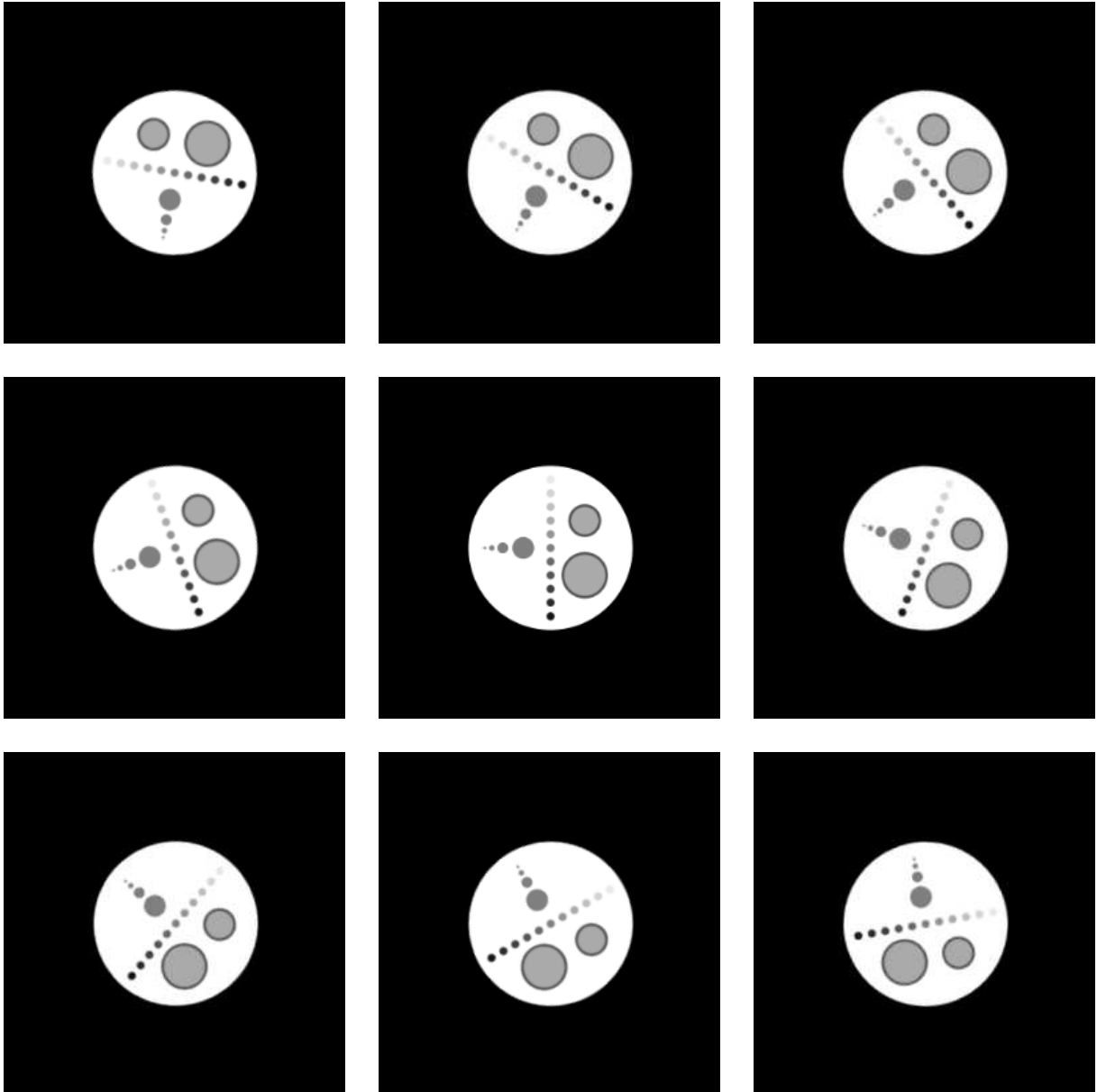


Abb. 4.11: Rotationen zwischen -90° und 90°

4 Entkopplung von Translation und Rotation mittels Autokorrelationsfunktionen

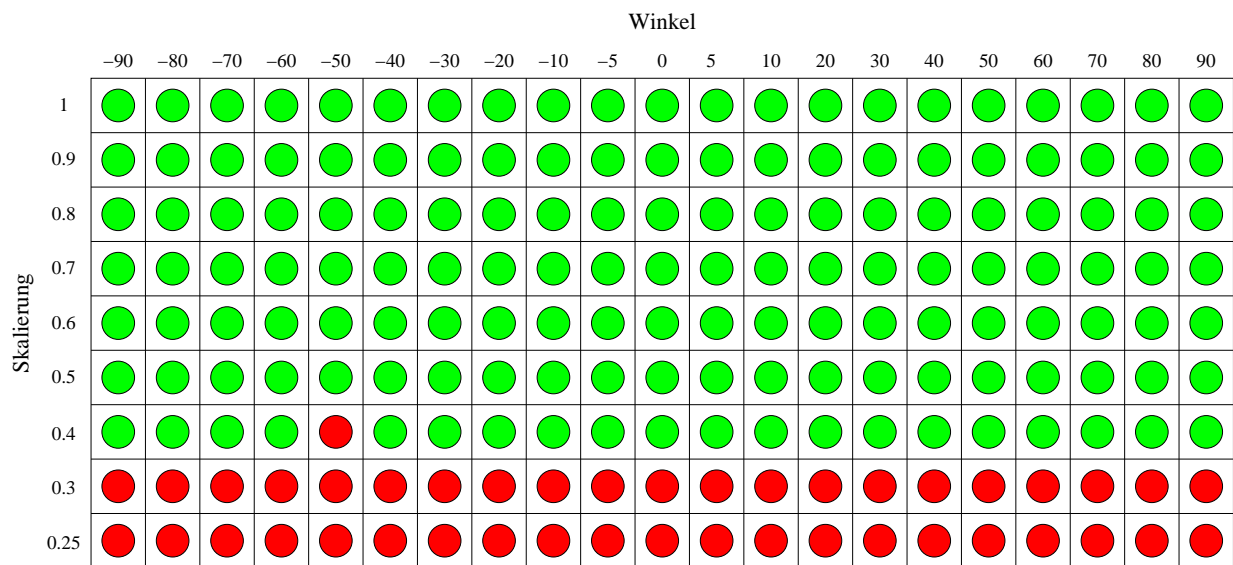


Abb. 4.12: Ergebnisse des Rotationstests mit dem APL-Verfahren. Grün: erfolgreiche Registrierung, rot: fehlgeschlagene Registrierung.

4.8.1 Rauschen

Als nächstes soll die Robustheit der Verfahren bezüglich durch Rauschen gestörter Daten untersucht werden. Hierzu werden sowohl Referenzbild als auch Testbild mit einem definierten Rauschanteil überlagert. Verwendet wird signalunabhängiges Systemrauschen, welches sich maximal ungünstig auf die Registrierung auswirkt. Definiert wird das Signal zu Rausch Verhältnis (SNR) durch das Verhältnis der Standardabweichung des Rauschsignals zur maximalen Signalintensität im Bild. Untersucht wird ein Rauschanteil zwischen 0% und 100%. Abb. 4.13 verdeutlicht das Ausmaß der Störungen für die verschiedenen Rauschintensitäten. Getestet werden für jeden Rauschanteil die 9 Skalierungsstufen aus dem obigen Abschnitt. Die Ergebnisse für das FMI- und APL-Verfahren sind in Abb. 4.14 dargestellt. Die Fourier-Methode zeigt sich nur wenig stabil gegenüber Störeinflüssen. Ein zuverlässiges Matching ist ab einem Rauschanteil von 5% nicht mehr möglich. Die Autokorrelationsmethode erweist sich als relativ robust gegen Störungen und erlaubt Bildregistrierungen bis zu einem Rauschanteil von 12.5%. Die Ergebnisse der Testmessungen zeigen deutlich die Überlegenheit der auf Autokorrelationen basierten Methode, die die räumliche Struktur der Bilder wesentlich besser berücksichtigt.

4.8.2 Fehlende Elemente

In diesem Abschnitt wird die Zuverlässigkeit der Registrierung untersucht, für den Fall, dass das Testbild nur unvollständige Daten enthält. In Abb. 4.15 sind zwei Ver-

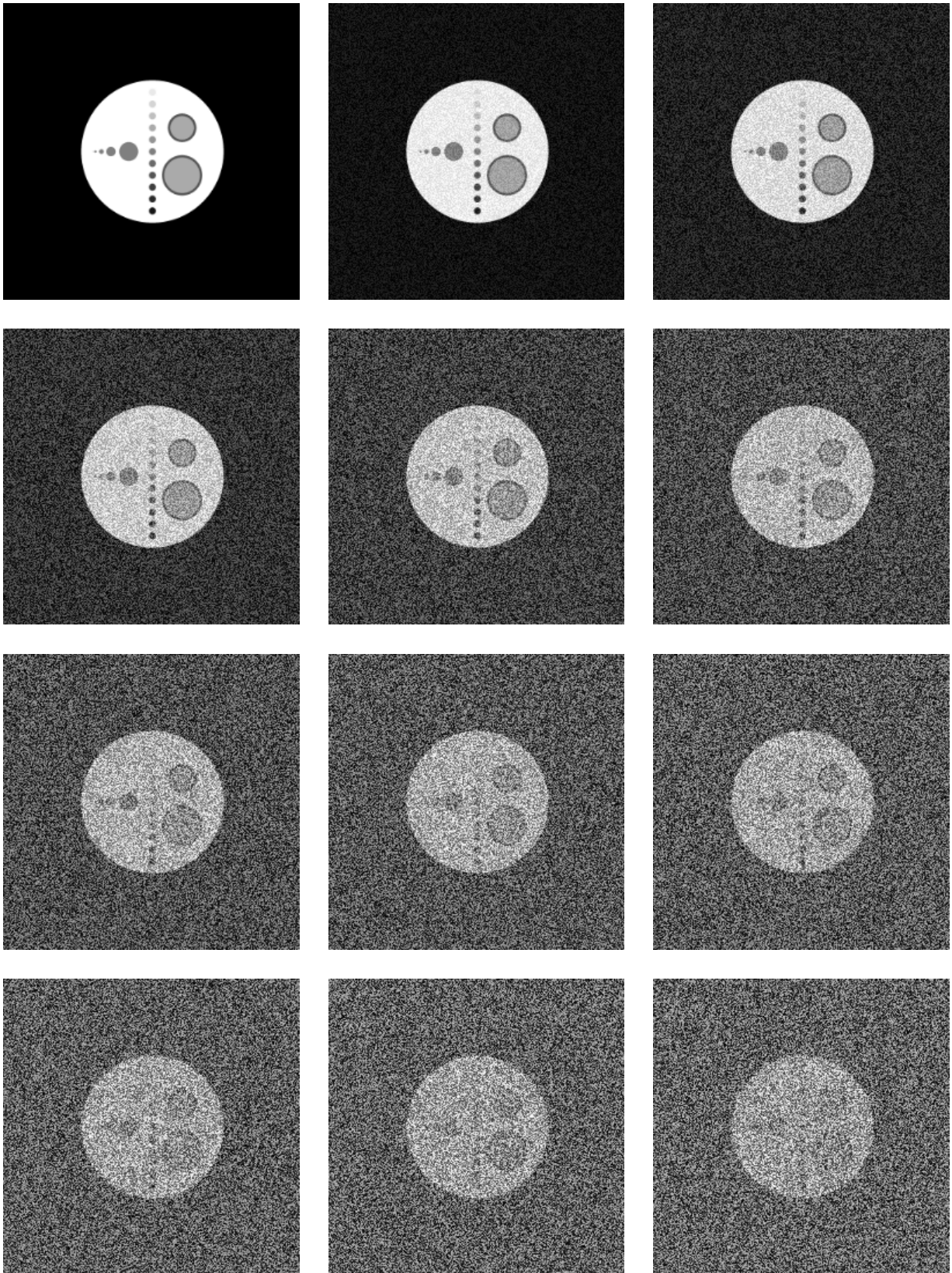


Abb. 4.13: Rauschanteil zwischen 0% und 100%

4 Entkopplung von Translation und Rotation mittels Autokorrelationsfunktionen

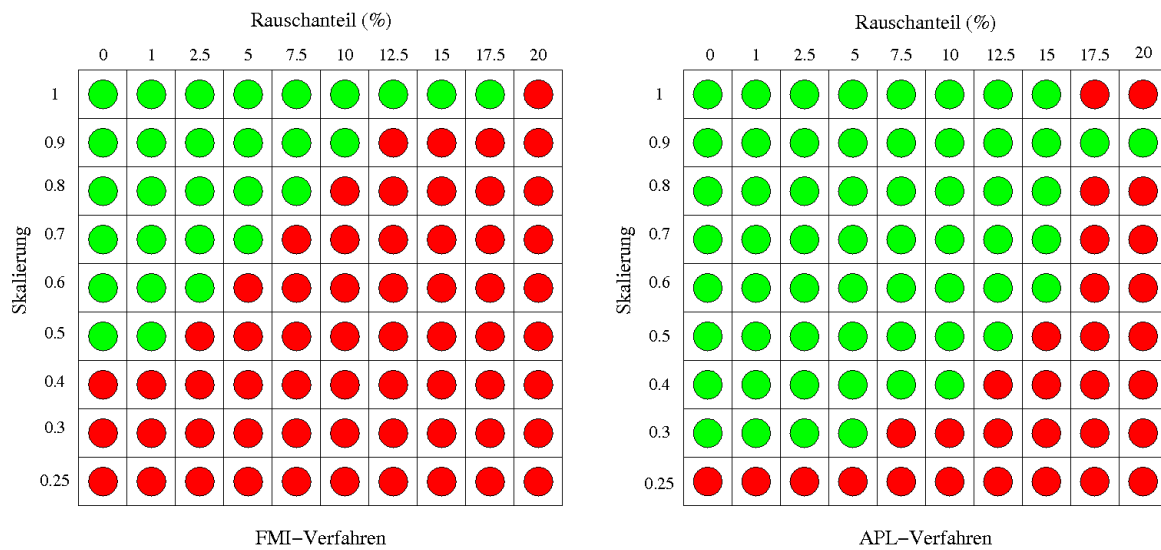


Abb. 4.14: Ergebnisse der Registrierung mit unterschiedlichem Rauschanteil. a) FMI-Verfahren. b) APL-Verfahren.

sionen des mathematischen Phantoms dargestellt, bei denen im Vergleich zum Original bestimmte Bildelemente fehlen. Die Registrierung wird wieder unter Variation der Skalierung und des Rauschanteils durchgeführt. Abb. 4.16 verdeutlicht die Resultate. Das Autokorrelationsverfahren führt selbst bei fehlenden Bildanteilen zu einer zuverlässigen Registrierung der korrespondierenden Strukturen. Ein stabiles Matching ist bis zu einem Rauschanteil von 10% und einem Skalierungsfaktor von 0.6 möglich.

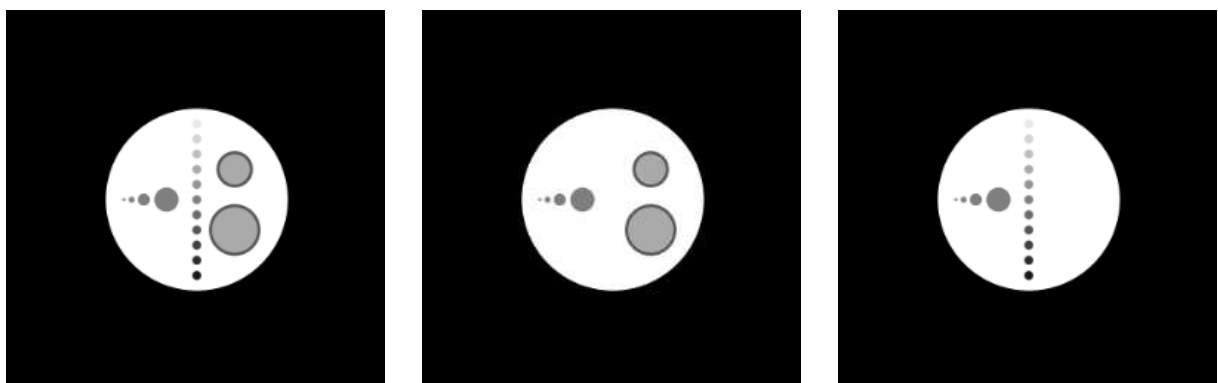


Abb. 4.15: Fehlende Bildelemente im mathematischen Phantom.

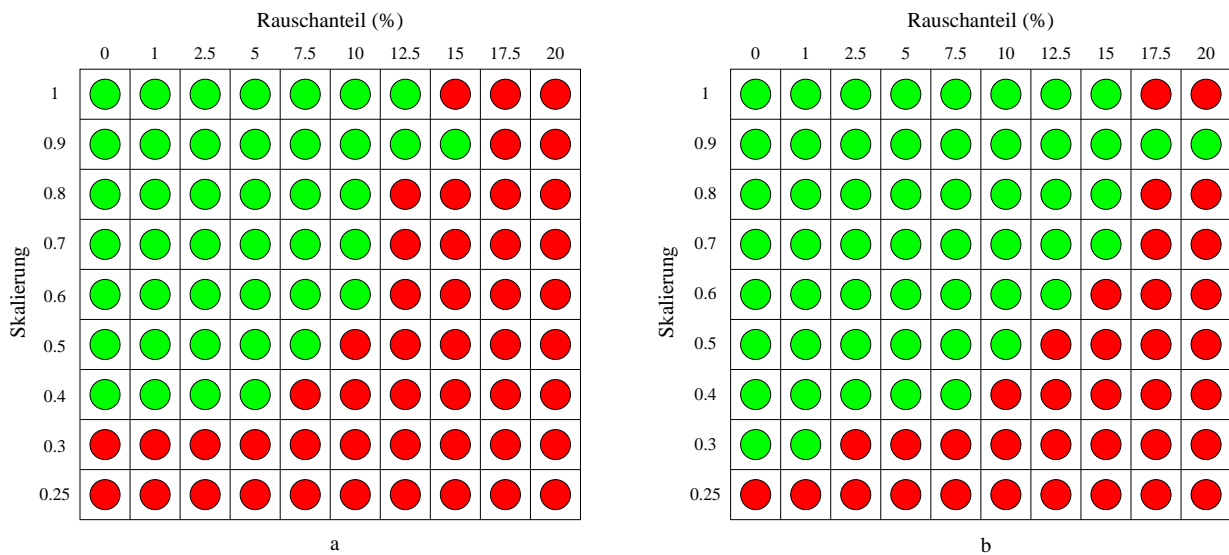


Abb. 4.16: Ergebnisse der Registrierung mit fehlenden Bildelementen. a) fehlende kleine Kreise. b) fehlende große Kreise.

4.9 Experimente mit Kernspinaufnahmen

In diesem Abschnitt wird das Registrierungsverfahren auf Bilder angewendet, die mit einem Magnetresonanztomographen aufgenommen wurden. Abbildung 4.17 zeigt eine MR-Aufnahme des Kopfes. Auch hier werden wieder Bilderpaare aus der Originalaufnahme mit verschobenen, rotierten und skalierten Varianten gebildet, wobei sich der Skalierungsfaktor zwischen 1.0 und 0.25 beläuft. Zusätzlich werden die Bilder durch verschiedene Rauschanteile gestört, um die Stabilität des Verfahrens zu überprüfen. Die Ergebnisse sind in Abb. 4.18 dargestellt. Ein zuverlässiges Matching ist bis zu einer Skalierung von 0.5 möglich. Hierbei kann ein Rauschanteil von 12.5% toleriert werden. Als nächstes soll, wie im vorherigen Abschnitt, die Registrierung von Bildteilen untersucht werden. Abbildung 4.17 zeigt ein Bild, das nur einen Teilaspekt der Originalaufnahme enthält, das Gehirn an sich, ohne die Schädelkalotte. Es wurden Registrierungen unter Variation der Skalierung und des Rauschanteils durchgeführt. Wie aus Abb. 4.18 ersichtlich, kann die Registrierung auch mit unvollständigen Bilddaten durchgeführt werden.

4.9.1 T1-T2 Registrierung

Eine wichtige Anwendung ist die Registrierung von Aufnahmen der gleichen Schicht, aber unterschiedlicher Modalität. So kann das Matching einer MR-Aufnahme mit einem CT-Bild oder zweier MR-Aufnahmen in unterschiedlichen Gewichtungen gewünscht werden, um die diagnostische Aussage zu verbessern. Abbildung 4.19 zeigt zwei MR-

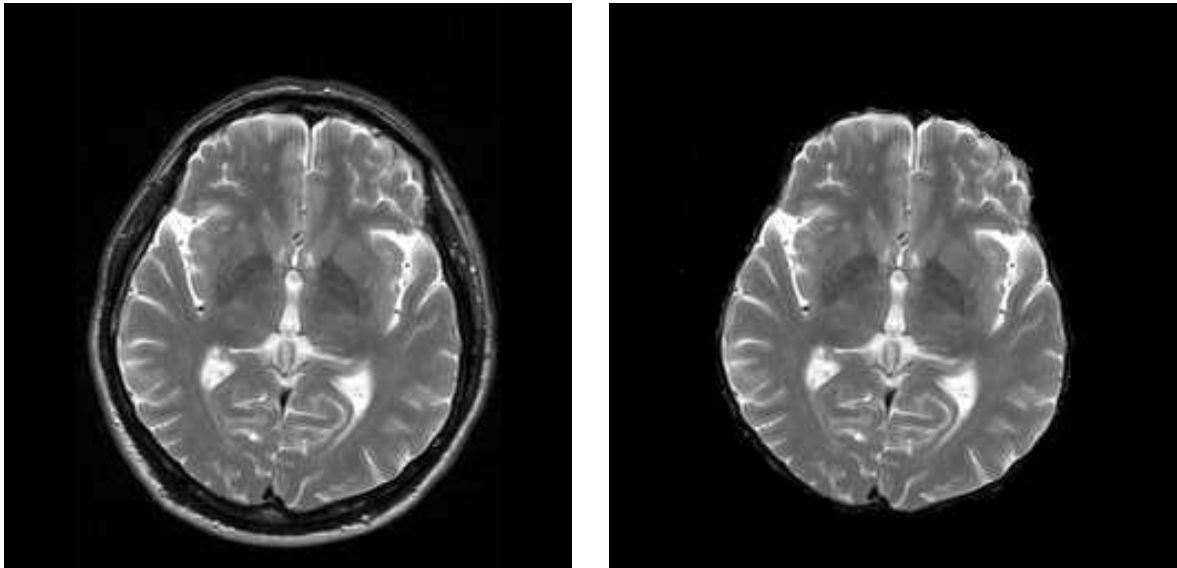


Abb. 4.17: Kernspinaufnahme des Kopfes und Testbild mit segmentiertem Gehirn.

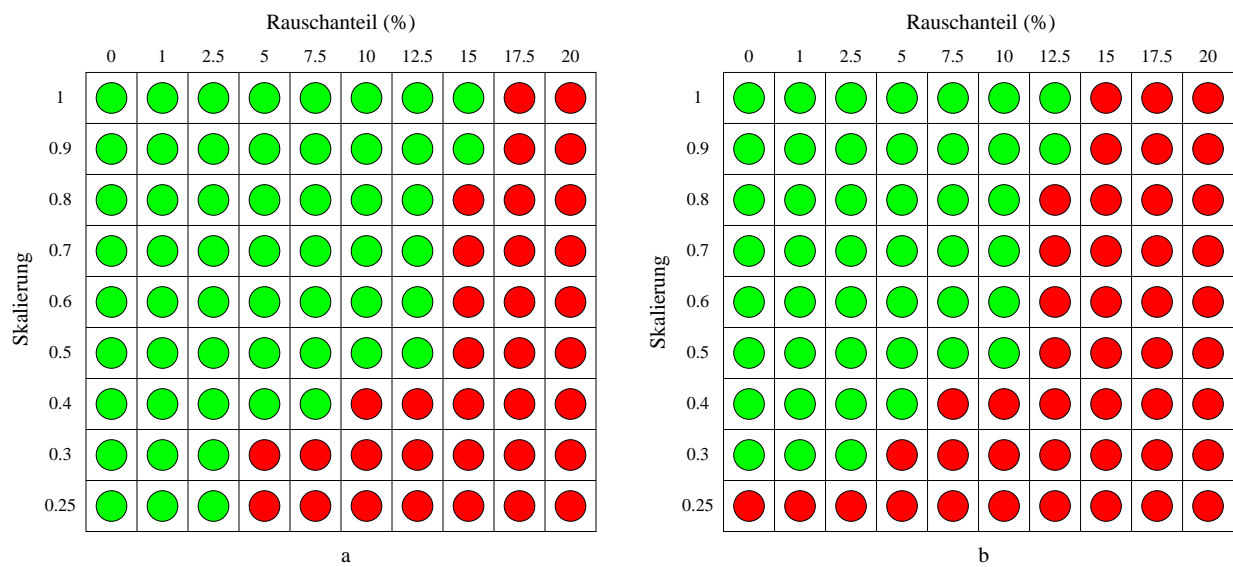


Abb. 4.18: Ergebnisse der Registrierung von Kernspinaufnahmen des Kopfes. a) gesamter Kopf. b) segmentiertes Gehirn.

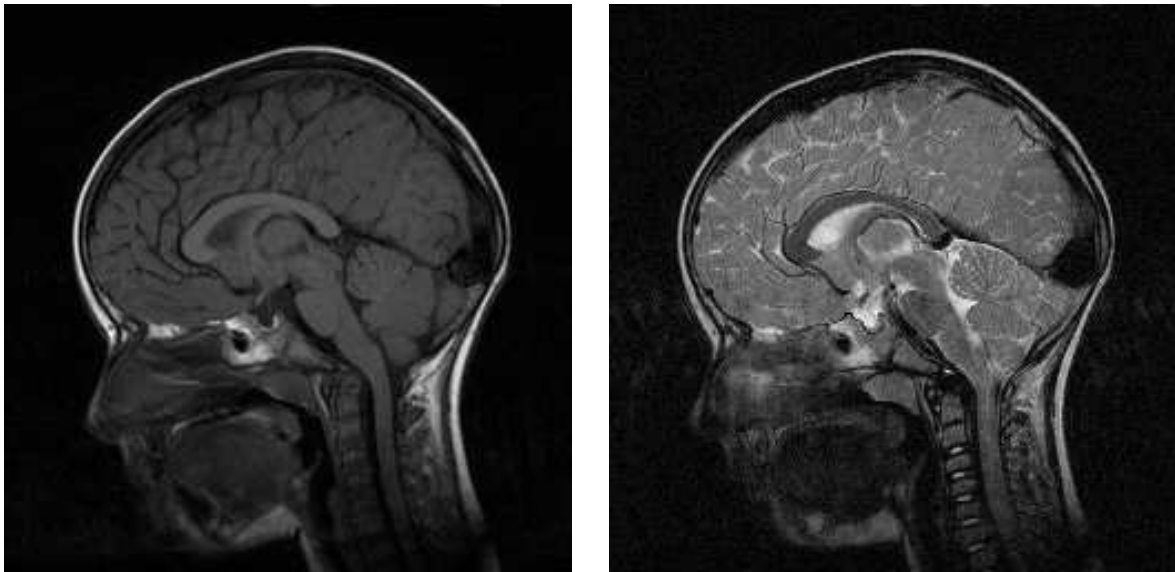


Abb. 4.19: Kernspinaufnahmen mit T1- und T2-Wichtung

Aufnahmen jeweils in T1- und T2-Wichtung. Es wird ein exemplarisches Matching zwischen den beiden Aufnahmen durchgeführt. Hierbei werden die Skalierung und der Rauschanteil variiert. Die unterschiedliche Skalierung simuliert die Registrierung von Aufnahmen in unterschiedlichen Auflösungsstufen. Die Ergebnisse verdeutlicht Abbildung 4.20.

4.10 Ergebnisse mit Portal Images

In diesem Abschnitt wird das APL-Verfahren auf einen Satz von Verifikationsaufnahmen aus der Strahlentherapie angewendet. Hierbei handelt es sich um eine Serie von Aufnahmen, die bei der Bestrahlung der Beckenregion entstanden sind. Wie bereits im ersten Teil dieser Arbeit gezeigt, ist die Bildqualität der Aufnahmen sehr schlecht. Durch die Einbeziehung der Rotation und Skalierung in den Registrierungsvorgang kann es durch die Erweiterung der Freiheitsgrade auch theoretisch zu einer Fehlregistrierung kommen, bei der nicht korrespondierende Abschnitte über eine Fehlrotation aufeinander registriert werden. Dies ist möglich, wenn die Portal Images nicht genügend Struktur enthalten. Es wurden 136 Bilderpaare gematcht, bei 127 Paaren war die Registrierung erfolgreich und nur bei 9 Paaren kam es zu Fehlregistrierungen, dies entspricht einer Erfolgsquote von 93,4 %. Die Fehlregistrierungen waren hauptsächlich auf eine Aufnahme mit einer großen überlagerten Gasblase zurückzuführen. Der Erfolg der Registrierungen wurde, wie bei der Translation, durch visuelle Überlagerung der herausgearbeiteten knöchernen Strukturen kontrolliert. Die Strukturen des einen Bildes wurden in schwarz dargestellt und die Strukturen des anderen Bildes in weiß. Eine

4 Entkopplung von Translation und Rotation mittels Autokorrelationsfunktionen

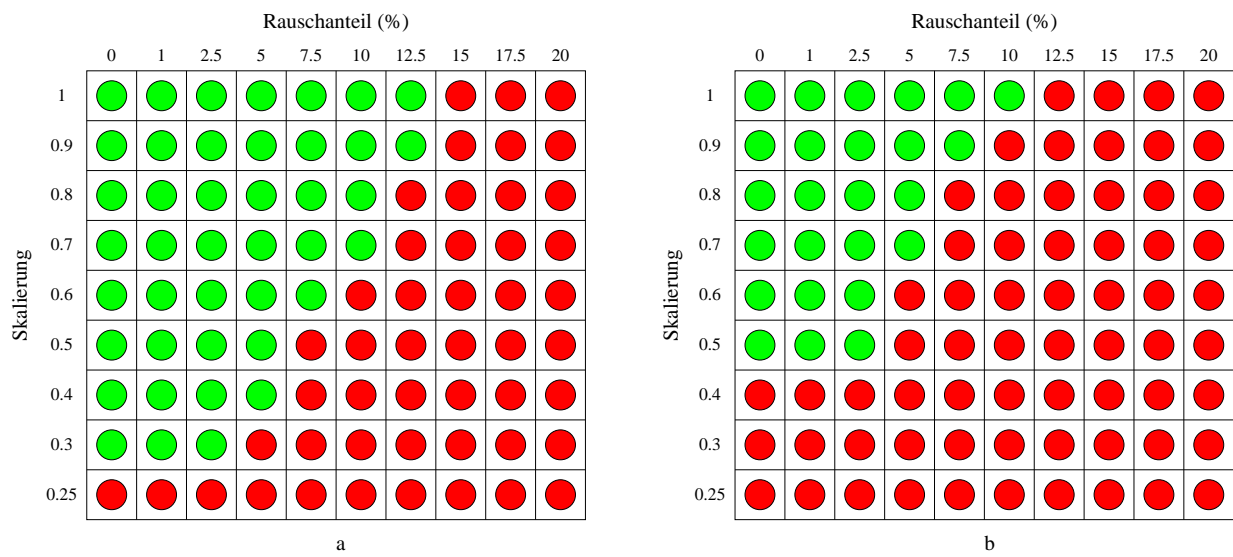


Abb. 4.20: Ergebnisse der Registrierung von Kernspinaufnahmen mit T1- und T2-Wichtung. a) monomodal: nur T1-Wichtung. b) multimodal: T1- und T2-Wichtung.

Fehlregistrierung ist dem menschlichen Auge sofort ersichtlich. Abbildung 4.21 zeigt eine erfolgreiche Registrierung und Abbildung 4.22 exemplarisch eine Fehlregistrierung.



Abb. 4.21: Erfolgreiche Registrierung zweier Portalbilder



Abb. 4.22: Fehlregistrierung zweier Portalbilder

5 2D-3D Bildregistrierung

Mit der in den vorherigen Kapiteln dieser Arbeit beschriebenen Methodik können Bewegungen, d.h. Translation und Rotation in der gewünschten Projektionsebene sicher detektiert werden. Hierbei handelt es sich um "In-plane-movements". Es ist aber durchaus möglich, dass durch eine leichte Verkippung des Patienten gar nicht die gewünschte Ebene eingestellt wird. Es handelt sich dann um "Out-of-plane-movements". Streng genommen kann eine Registrierung der Verifikationsaufnahme mit der Referenzaufnahme in diesem Falle nicht korrekt durchgeführt werden, da sich die Projektionen nicht in der gleichen Ebene befinden. In der Praxis lässt sich aber die Größenordnung der Translation meistens noch zuverlässig bestimmen, da bei kleinen Verkippungen die Projektionen noch ähnlich sind. Bei größeren Winkelabweichungen ist dies aber nicht mehr der Fall. Eine korrekte Registrierung ist nur dann durchführbar, wenn zusätzlich die Projektionsebene bestimmt wird. Dies bedeutet, dass außer der gewünschten Ebene noch Daten der möglichen Verkippungen als Referenz vorliegen müssen. Dies führt zu dem Themengebiet der 2D-3D-Registrierung.

5.1 Überblick

Die 2D-3D-Registrierung ist Thema zahlreicher wissenschaftlicher Arbeiten. Grundsätzlich handelt es sich um die Bestimmung der Lage eines 3D-Datensatzes im Raum anhand von zweidimensionalen Projektionsbildern. Hierbei können ein einzelnes Projektionsbild oder mehrere Aufnahmen aus unterschiedlichen Positionen als Grundlage dienen. Bei der 2D-3D-Bildregistrierung kann der Suchraum alle Transformationen enthalten, die auch bei einer 3D-3D-Registrierung möglich sind, wie z.B. Translationen, Rotationen, Skalierung, Scherung und Deformation. Meist wird bei der heute üblichen medizinischen Bildregistrierung die Transformation des starren Körpers angenommen, wodurch sich ein Suchraum mit 6 Freiheitsgraden ergibt. Normalerweise ist die Dimensionalität der Daten, die registriert werden gleich. Dies ist der Fall bei 2D-2D und 3D-3D Verfahren. Ein 2D-3D Verfahren bildet insofern eine Besonderheit, da hier vor der eigentlichen Registrierung dafür gesorgt werden muss, dass die Dimensionalität der zu registrierenden Daten übereinstimmt. Hierzu gibt es nun zwei Möglichkeiten. Entweder kann aus den 3D-Daten eine 2D-Projektion berechnet werden, oder aus der 2D-Projektion wird ein "quasi" drei dimensionaler Datensatz bestimmt, der aus rückprojizierten 3D-Linien besteht [93][92]. Die erste Methode entspricht der Erzeugung ei-

nes künstlichen Röntgenbildes (Digitally Reconstructed Radiograph: DRR), welches für jede Testposition aktualisiert werden muss.

Obwohl es zahlreiche Vorgehensweisen zur 2D-3D-Registrierung gibt, gibt es keine Methode, die alle Anforderungen wie z.B. Geschwindigkeit, Genauigkeit, Zuverlässigkeit und einfache Anwendung in sich vereint. Meistens konzentrieren sich die Arbeiten auf einzelne Aspekte, während andere vernachlässigt werden. Gemäß den typischen Aufgaben im 2D-3D-Registrierungsprozess können die DRR-Generierung, die Ähnlichkeitsmaße oder die Suchstrategie optimiert werden. Die Erzeugung der künstlichen Röntgenbilder ist ein sehr rechenintensiver Schritt und weist großes Optimierungspotential auf. Ein Überblick über die gängigen Methoden wird in Abschnitt 5.4 gegeben. Ab Kapitel 6 wird ein im Rahmen dieser Arbeit neu entwickeltes Verfahren zur schnellen Erzeugung von künstlichen Röntgenbildern beschrieben, das auf Eigenschaften des 3D-Radonraumes beruht.

Vergleichende Studien zu verschiedenen Ähnlichkeitsmaßen sind in [72][20] zu finden. Um einen direkten Vergleich von verschiedenen Methoden zu ermöglichen wurde in [95] ein standardisiertes Evaluationsverfahren zur 2D-3D-Registrierung beschrieben. Dort wird eine allgemeine Definition von Registrierungsfehler, Startpositionen und Erfolgsbereich ausgearbeitet. Zur Verbesserung der Registrierung werden in [59, 101, 93, 92] Gradienten verwendet. Durch die Volumengradienten erfolgt eine Betonung der Kanten in den Daten. Da normalerweise zu jeder Testposition ein neues DRR erzeugt werden muss, ist es auch von Vorteil, zu versuchen den 6-dimensionalen Suchraum zu entkoppeln und für einen Teil der Parameter 2D-Transformationen bereits vorhandener DRRs zu verwenden. In [9] wird die Rotation um die optische Achse durch eine 2D-Rotation der DRRs ersetzt, wodurch der verbleibende Suchraum noch 5 Dimensionen umfasst. Sarrut und Clippe [87][88] unterscheiden zwischen Rotationen innerhalb und außerhalb der Ebene und verwenden einen für bestimmte Winkel im voraus berechneten Satz von künstlichen Röntgenbildern. Zu beachten ist hierbei, dass die eigentliche Suche immer noch alle 6 Parameter umfasst, nur das bei der Variation bestimmter Parameter nicht jedesmal ein komplett neues künstliches Röntgenbild erzeugt werden muss.

Durch die bereits in Kapitel 4 beschriebene Entkopplung von Translation und Rotation mit dem APL-Verfahren konnte im Rahmen dieser Arbeit ein 2D-3D-Registrierungsverfahren mit wirklicher Entkopplung des Suchraumes entwickelt werden. Die geometrischen Zusammenhänge werden ab Abschnitt 5.5 beschrieben.

5.2 Intrinsische und extrinsische Parameter

Bei der 2D-3D-Bildregistrierung kann der Suchraum alle Transformationen enthalten, die auch bei einer 3D-3D-Registrierung möglich sind, wie z.B. Translationen, Rotationen, Skalierung, Scherung und Deformation. Meist wird bei der heute üblichen medi-

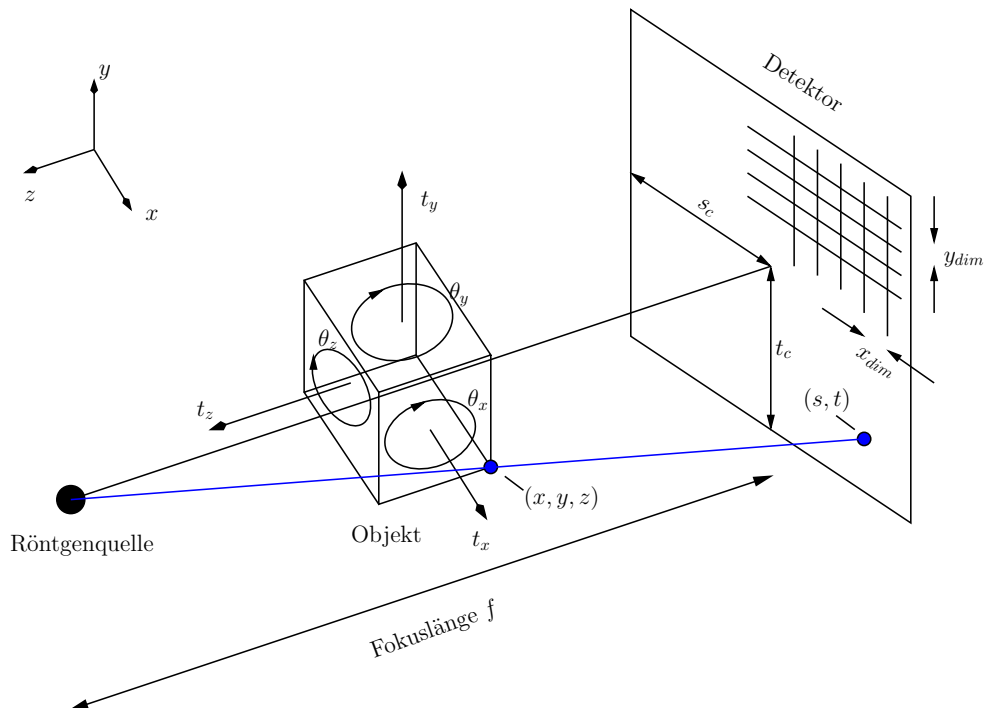


Abb. 5.1: Parameter der perspektivischen Projektion.

zischen Bildregistrierung die Transformation des starren Körpers angenommen, wodurch sich ein Suchraum mit 6 Freiheitsgraden ergibt. In der 2D-3D-Registrierung gibt es vier weitere Parameter, die die perspektivische Projektion definieren. Damit kann der Suchraum einer 2D-3D-Registrierung, der beschrieben wird durch die perspektivische Projektion einer starren 3D-Bewegung, bis zu zehn Parameter enthalten. Diese zehn Parameter werden in Abb. 5.1 verdeutlicht.

Der Parameterraum kann in zwei Anteile aufgespalten werden. Der eine Teil sind die extrinsischen Parameter, $E = (\theta_x, \theta_y, \theta_z, X, Y, Z)$, die die Position und Orientierung des Objektes in Bezug auf die Bildgebungseinheit festlegen. Wobei $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ Euler'sche Winkel sind zur Repräsentation der Orientierung und X, Y, Z die Position des Zentrums des 3D-Volumens festlegen. Der zweite Anteil sind intrinsische Parameter, $I = (s_c, t_c, k_1, k_2)$, die die perspektivische Projektion definieren. s_c und t_c beschreiben die Position, des senkrecht auf die Detektorebene treffenden Strahls. Die Parameter k_1 und k_2 entsprechen der Fokusslänge f , d.h. dem Abstand zwischen Quelle und Detektor, dividiert durch die Pixelgröße x_{dim} bzw. y_{dim} in der horizontalen bzw. vertikalen Richtung.

Die Optimierung aller zehn Parameter stellt einen zu komplexen Suchraum dar. Aus diesem Grunde werden bei den meisten 2D-3D Registrierungsverfahren die intrinsischen Parameter vor der eigentlichen Registrierung bestimmt und dann eine Registrierung des starren Körpers mit den 6 Freiheitsgraden durchgeführt. Die intrinsischen Parameter können auf verschiedene Art und Weise bestimmt werden. Zum einem ergeben

sie sich aus der Geometrie des Aufbaus, speziell der Fokusslänge und den Abmessungen des Detektors. Zum anderen können Kalibrierungsmessungen mit einem Phantom durchgeführt werden. Ein derartiges Phantom enthält zum Beispiel in Plexiglas eingebettete Metallkugeln, deren räumliche Position exakt bekannt ist. Durch die Bestimmung der 2D-Position dieser Kugeln in einer Durchstrahlungsaufnahme ist es möglich die intrinsischen Parameter der Bildgebungseinheit zu berechnen.

5.3 Beschreibung der räumlichen Transformation

Nicht nur die Art der Transformation ist wichtig, sondern auch die Parametrisierung, d.h. die Art und Weise in der die Transformation als Parametervektor für die Optimierung beschrieben wird. Im folgenden werden die Transformationen für den dreidimensionalen Fall beschrieben. Es werden homogene Koordinaten verwendet [30][31]. Im Grunde wird ein 3D-Vektor mit einer vierten Koordinate erweitert, die anfänglich auf 1 gesetzt wird. Insbesondere erlaubt dies die kompakte Darstellung aller globalen 3D Transformationen als 4x4 Matrix.

5.3.1 Starre Transformation

Eine starre Transformation wendet eine bestimmte Translation und Rotation auf jede Position im Raum an. Tatsächlich wird nur das Koordinatensystem verändert, alle geometrischen Eigenschaften (Länge, Volumen, Parallelität, usw.) bleiben erhalten. Sie hat 6 Freiheitsgrade (degrees of freedom (DOF)), drei für die Translation und drei für die Rotation,

$$T(\vec{x}) = R\vec{x} + \vec{t} \quad (5.1)$$

wobei $\vec{t} = (t_x, t_y, t_z)^T$ ein 3-Vektor ist, der die Translation beschreibt und R eine spezielle orthogonale 3x3 Matrix ist. In homogenen Koordinaten wird eine starre Transformation wie folgt dargestellt.

$$T_{rigid} = \begin{pmatrix} R & \vec{t} \\ \vec{0} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{21} & r_{31} & t_x \\ r_{12} & r_{22} & r_{32} & t_y \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Weil R eine spezielle orthogonale Matrix ist, ist die Determinante 1 und die Transponierte ist gleich der inversen Matrix $R^T = R^{-1}$. Insbesondere sind die drei Spaltenvektoren die Basisvektoren des rotierten Koordinatensystems, d.h. es sind Einheitsvektoren, die senkrecht zueinander stehen. Aufgrund dieser Beschränkungen können die Werte von R nicht direkt verändert werden und eine geeignete Parametrisierung ist notwendig.

5.3.2 Euler Winkel

Die Verwendung von Euler-Winkeln ist eine sehr verbreitete Parametrisierung von 3D-Rotationen. Hierbei wird R als aufeinanderfolgende Rotationen um die drei Koordinatenachsen mit den Winkeln θ_x , θ_y und θ_z dargestellt.

$$\begin{aligned}
 R &= R_z(\theta_z) \cdot R_y(\theta_y) \cdot R_x(\theta_x) \\
 &= \begin{pmatrix} c_z & -s_z & 0 \\ s_z & c_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_y & 0 & s_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_y & 0 & c_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_x & -s_x \\ 0 & s_x & c_x \end{pmatrix} \\
 &\quad \begin{pmatrix} c_y c_z & (s_x s_y c_z - c_x s_z) & (c_x s_y c_z + s_x s_z) \\ c_y s_z & (s_x s_y s_z + c_x c_z) & (c_x s_y s_z - s_x c_z) \\ -s_y & s_x c_y & c_x c_y \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

$$s_x = \sin(\theta_x), c_x = \cos(\theta_x), s_y = \sin(\theta_y), c_y = \cos(\theta_y), s_z = \sin(\theta_z), c_z = \cos(\theta_z).$$

Man beachte, dass dies nur eine von vielen Möglichkeiten ist, die Rotationen zu kombinieren. Jede Permutation der beiden Drehrichtungen (Rechtsdrehung oder Linksdrehung mit Bezug auf die positiven Achsenvektoren) in jeder Reihenfolge kann verwendet werden. Umgekehrt können die Winkel aus der Matrix R in (5.2) berechnet werden:

$$\begin{aligned}
 \theta_x &= \tan^{-1} \left(\frac{r_{23}}{r_{33}} \right) \\
 \theta_y &= \sin^{-1}(r_{31}) \\
 \theta_z &= \tan^{-1} \left(\frac{r_{12}}{r_{11}} \right)
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

wobei r_{ij} den Wert in Reihe i und Spalte j bezeichnet.

Für die eigentliche Berechnung sollte eher die Funktion $\text{atan2}(a,b)$, die in den meisten Programmierumgebungen vorhanden ist, verwendet werden als $\tan^{-1}(a/b)$, da eine Unterscheidung der Vorzeichen in Zähler und Nenner gemacht wird und somit die Winkel in allen Quadranten korrekt berechnet werden. Die Parametrisierung durch Euler-Winkel ist minimal, da nur drei Werte verwendet werden. Der größte Nachteil besteht darin, dass sie Singularitäten bei bestimmten Winkeln aufweist. Für z.B. $\theta_x = \frac{\pi}{2}$ und $\theta_y = -\frac{\pi}{2}$ sind die drei Rotationen nicht mehr unabhängig voneinander - die Winkel θ_x und θ_z rotieren um die gleiche Achse. Dieses Problem wird auch als 'Gimbal Lock' bezeichnet. Trotzdem können Euler-Winkel gut für Registrierungen verwendet werden, solange nur relative Winkel verwendet werden und Konfigurationen mit großen Winkeln nicht auftreten. Außerdem ist es ein Nachteil, dass die Euler-Winkel bei großen Winkeln mehrdeutig sein können. Dies bedeutet, dass zwei verschiedene Sätze von Winkeln die gleiche Rotation im Raum beschreiben können. Aber eine bestimmte Kon-

figuration beschreibt genau eine Rotationsmatrix R , und somit können Euler-Winkel ohne Einschränkung zur Beschreibung von Rotationen verwendet werden, solange die exakte Reihenfolge und Richtung dokumentiert ist. Vorsichtig sollte man beim Vergleich von Rotationen aufgrund der alleinigen Angabe der Euler-Winkel sein.

5.3.3 Einheits-Quaternionen

Die Representation von 3D-Transformationen mit Hilfe von Quaternionen ist sehr verbreitet in der Computergrafik und der Robotik. Eine starre Transformation kann durch den Vektor $[t_x, t_y, t_z, q_x, q_y, q_z, q_w]^T$ beschrieben werden, der die drei Verschiebungsparameter und die vier Elemente eines Quaternions, das die Rotation im Raum festlegt, kombiniert. Quaternionen sind definiert in der Form

$$Q = iq_x + jq_y + kq_z + q_w = [(q_x, q_y, q_z), q_w], \quad (5.5)$$

wobei i, j und k die folgenden Eigenschaften haben:

$$i^2 = -1, j^2 = -1, k^2 = -1, \quad (5.6)$$

$$ij = k, ji = -k, jk = i, kj = -i, ki = j, ik = -j$$

Alle grundlegenden arithmetischen Operationen können aus diesen Eigenschaften abgeleitet werden. Das Verhalten ähnelt dem der komplexen Zahlen, wobei Quaternionen in gewisser Weise als Erweiterung der komplexen Zahlen angesehen werden können. In [48] wird eine detailliertere und formale Beschreibung der Quaternionen gegeben. Hier wird nur auf die komfortable Art und Weise mit Quaternionen Rotationen im Raum zu beschreiben näher eingegangen. Hierzu muss das Quaternion normalisiert werden, d.h. $q_x'^2 + q_y'^2 + q_z'^2 + q_w'^2 = 1$ Dies kann einfach durch Division durch die Länge des Original-Quaternionen erreicht werden.

$$q'_x = \frac{q_x}{|Q|}, q'_y = \frac{q_y}{|Q|}, q'_z = \frac{q_z}{|Q|}, q'_w = \frac{q_w}{|Q|} \quad (5.7)$$

$$|Q| = \sqrt{q_x^2 + q_y^2 + q_z^2 + q_w^2}$$

Der Vektor (q'_x, q'_y, q'_z) bezeichnet die Rotationsachse und der Rotationswinkel θ wird indirekt durch $\theta = 2 \cos^{-1}(q'_w)$ festgelegt. Die zugehörige Rotationsmatrix lautet:

$$R(q_x, q_y, q_z, q_w) = \begin{pmatrix} 1 - 2q_y'^2 - 2q_z'^2 & 2q'_x q'_y - 2q'_w q'_z & 2q'_x q'_z + 2q'_w q'_y & 0 \\ 2q'_x q'_y + 2q'_w q'_z & 1 - 2q_x'^2 - 2q_z'^2 & 2q'_y q'_z - 2q'_w q'_x & 0 \\ 2q'_x q'_z - 2q'_w q'_y & 2q'_y q'_z + 2q'_w q'_x & 1 - 2q_x'^2 - 2q_y'^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

Da dies nur für Einheits-Quaternionen gültig ist wird für jeden Parametersatz die Normalisierung nach 5.7 eingeschlossen. Es können somit die Original-Quaternionen $Q = [(q_x, q_y, q_z), q_w]$ als Rotationsparameter verwendet werden. Dann ergeben sich allerdings vier Parameter für die Rotation - einer mehr als Freiheitsgrade vorhanden sind.

5.3.4 Achsen-Winkel-Beschreibung

Eine weitere Möglichkeit ist die Achsen-Winkel-Beschreibung. Hierbei definiert der Rotationsvektor $\vec{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ die Richtung der Rotationsachse und die Norm von $\vec{\omega}$ bestimmt den Rotationswinkel.

5.3.5 Positionierung des Dreibeins

Da die Rotationsmatrix aus den Basisvektoren des rotierten Koordinatensystems besteht, ergibt sich noch eine weit weniger bekannte Möglichkeit der Parametrisierung, die in dieser Arbeit verwendet wurde. Es muss nur die Position des Dreibeins im Raum eindeutig festgelegt werden. Dies kann z.B durch die Angabe der transformierten Richtung der z-Achse im Raum verbunden mit einem Rotationswinkel um diese Achse geschehen. Es ergeben sich somit drei Parameter für die Richtung bzw. zwei Parameter unter Berücksichtigung der Normierung und einer für den Rotationswinkel. Es wurde ein einfaches Programm entwickelt, das aus diesen Parametern die Rotationsmatrix R erzeugt, indem ein ursprünglich achsenkonform ausgerichtetes Dreibein in die gewünschte Position gedreht wird. Ein Vorteil dieser Darstellung liegt in der guten Interpretierbarkeit der Parametrisierung. Es kann relativ einfach von den Parametern auf die Lage des Datensatzes im Raum geschlossen werden.

Im folgenden wird die Berechnung der Rotationsmatrix R genauer beschrieben. Gegeben sei ein auf die Länge 1 normierter Richtungsvektor $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z)^T$ und die Rotation α um diese Achse. Zunächst wird \vec{n} in Kugelkoordinaten ausgedrückt:

$$\begin{aligned} n_x &= \sin \vartheta \cos \varphi \\ n_y &= \sin \vartheta \sin \varphi \\ n_z &= \cos \vartheta \end{aligned} \tag{5.9}$$

Hierbei ist ϑ der Winkel zwischen der z-Achse und dem Vektor \vec{n} . Der Winkel φ wird gebildet durch die x-Achse und die Projektion von \vec{n} auf die x, y-Ebene. Durch Umformung lassen sich die Kreisfunktionen aus den Komponenten von \vec{n} bestimmen:

$$c_\vartheta = \cos \vartheta = n_z$$

$$s_{\vartheta} = \sin \vartheta = \sqrt{1 - c_{\vartheta}^2} \quad (5.10)$$

$$c_{\varphi} = \cos \varphi = n_x / s_{\vartheta}$$

$$s_{\varphi} = \sin \varphi = n_y / s_{\vartheta}$$

Außerdem wird noch berechnet:

$$c_{\alpha} = \cos \alpha \quad (5.11)$$

$$s_{\alpha} = \sin \alpha$$

Die Rotationsmatrix lässt sich nun wie folgt zusammensetzen:

$$R = \begin{pmatrix} c_{\varphi} & -s_{\varphi} & 0 \\ s_{\varphi} & c_{\varphi} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{\vartheta} & 0 & s_{\vartheta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{\vartheta} & 0 & c_{\vartheta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{\alpha} & s_{\alpha} & 0 \\ -s_{\alpha} & c_{\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.12)$$

Hierzu wird ein zu den Koordinatenachsen konform ausgerichtetes Dreibein zunächst mit dem Winkel α um die z -Achse rotiert, danach mit dem Winkel ϑ um die y -Achse gedreht und schließlich mit dem Winkel φ nochmal um die z -Achse rotiert. Ausmultiplizieren ergibt:

$$R = \begin{pmatrix} c_{\varphi}c_{\vartheta}c_{\alpha} + s_{\varphi}s_{\alpha} & c_{\varphi}c_{\vartheta}s_{\alpha} - s_{\varphi}c_{\alpha} & s_{\vartheta}c_{\varphi} \\ s_{\varphi}c_{\vartheta}c_{\alpha} - c_{\varphi}s_{\alpha} & s_{\varphi}c_{\vartheta}s_{\alpha} + c_{\varphi}c_{\alpha} & s_{\vartheta}s_{\varphi} \\ -s_{\vartheta}c_{\alpha} & -s_{\vartheta}s_{\alpha} & c_{\vartheta} \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

Man erkennt, dass die 3. Spalte von R , wie gewünscht, dem Richtungsvektor \vec{n} entspricht.

5.3.6 Mathematik der perspektivischen Projektion

Die Mathematik zur Projektion eines 3D Punktes auf eine 2D Ebene ist aus Abbildung 5.1 ersichtlich. Wie erwähnt hat die perspektivische Abbildung zur Generierung der DRRs 10 Freiheitsgrade, $W = \{R(\theta_x, \theta_y, \theta_z), T(t_x, t_y, t_z), s_c, t_c, k_1, k_2\}$. Mit Hilfe von ähnlichen Dreiecken ergeben sich für einen Punkt (X, Y, Z) im Raum folgende Beziehungen:

$$\frac{(s - s_c) \cdot x_{dim}}{f} = \frac{X}{Z}, \quad \frac{(t - t_c) \cdot y_{dim}}{f} = \frac{Y}{Z} \quad (5.14)$$

Durch Umformung in Matrizenschreibweise erhält man:

$$\lambda \begin{pmatrix} s \\ t \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 & 0 & s_c & 0 \\ 0 & k_2 & t_c & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

mit $k_1 = f/x_{dim}$, $k_2 = f/y_{dim}$ und $\lambda = Z$. Unter Berücksichtigung der Transformation durch Rotation und Translation ergibt sich die gesamte perspektivische Abbildung M zu:

$$\lambda \begin{pmatrix} s \\ t \\ 1 \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.16)$$

mit

$$M(W) = P(s_c, t_c, k_1, k_2)R(\theta_x, \theta_y, \theta_z)T(t_x, t_y, t_z) \quad (5.17)$$

und

$$P = \begin{pmatrix} k_1 & 0 & s_c & 0 \\ 0 & k_2 & t_c & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{21} & r_{31} & 0 \\ r_{12} & r_{22} & r_{32} & 0 \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5.18)$$

5.4 Generierung von künstlichen Röntgenbildern

Üblicherweise geschieht dies mit dem Verfahren der sogenannten Strahlverfolgung (Raytracing). Hierbei wird ein künstliches Röntgenbild generiert, indem die Schwächungskoeffizienten entlang virtueller Strahlen aufsummiert werden. Der numerische Aufwand ist im allgemeinen beträchtlich, da zur Erzeugung einer Projektion der gesamte 3D-Datensatz durchquert werden muss. Damit ergibt sich ein Rechenaufwand proportional zur Voxelzahl von $O(N^3)$. Im Vergleich dazu ist der Aufwand für die Bestimmung der Ähnlichkeitsfunktion zwischen zwei Bildern mit $O(N^2)$ gering. Zur Reduzierung des Rechenaufwandes bei der Generierung von DRRs sind verschiedene Verfahren entwickelt worden, die unter Ausnutzung bestimmter geometrischer Begebenheiten und Optimierung des Datenmanagements die Berechnung beschleunigen. Die gängigen Verfahren werden in diesem Abschnitt näher erläutert.

Durch die mathematische Transformation der 3D-Daten in den Radonraum ist es möglich, Kegelstrahlprojektionen mit erheblich reduziertem Aufwand von $O(N^2 \log N)$ zu erzeugen. Hierbei muss nicht mehr der gesamte dreidimensionale Datenraum durchquert werden, sondern es genügt den Radonraum auf einer Art Kugelschale auszulesen. Ein derartiges Verfahren wird ab Kapitel 6 neu entwickelt.

Die Ausrichtung des CT-Datensatzes mit einem oder mehreren Verifikationsaufnahmen erfolgt durch die Erzeugung von künstlichen Röntgenbildern aus den CT-Daten. Für eine zuverlässige Registrierung sollen diese künstlichen Bilder nach Möglichkeit genauso aussehen wie die Hochenergieverifikationsaufnahmen. Um dies zu erreichen wird zunächst die Erzeugung von reellen Röntgenaufnahmen genauer betrachtet.

5.4.1 Theoretischer Hintergrund

Der Intensitätswert eines jeden Bildpunktes in einer Röntgenaufnahme repräsentiert die Schwächung der von der Quelle emittierten Röntgenstrahlen an der entsprechenden Position auf dem Detektor. Die grundlegende Formel lautet:

$$I(u, v) = \int_0^{E_{max}} I_0(E) \exp\left(-\int_{r(u,v)} \mu(\vec{x}, E) dr\right) dE, \quad (5.19)$$

wobei u, v die Position auf dem Röntgendetektor festlegt, $r(u, v)$ ist der Strahl von der Quelle zu dieser Position, $\mu(\vec{x}, E)$ ist der Schwächungskoeffizient an einer bestimmten Position im Raum bei einer spezifischen Photonenenergie E . Außer dem Integral entlang des Strahls muss auch über das einfallende Energiespektrum $I_0(E)$ integriert werden, da eine Röntgenquelle immer aus einem charakteristischen Energiespektrum besteht. Meistens wird dies vereinfacht indem die Röntgenquelle als monochromatisch und die Schwächung bei einer effektiven Energie E_{eff} betrachtet wird:

$$I(u, v) = I_0(E_{eff}) \exp\left(-\int_{r(u,v)} \mu(\vec{x}, E_{eff}) dr\right) \quad (5.20)$$

Die meisten Röntgendetektoren messen den Logarithmus von (5.20), wodurch sich die Intensität der Bildpunkte zu einem Linienintegral vereinfacht:

$$\ln I(u, v) = \ln(I_0(E_{eff})) - \int_{r(u,v)} \mu(\vec{x}, E_{eff}) dr \quad (5.21)$$

Bezogen auf die Aufgabe ein DRR zu generieren, ist man mit dem Problem konfrontiert, dass das CT und die Hochenergiebilder bei verschiedenen Energien aufgenommen werden, und dadurch die CT-Volumenelemente nicht direkt für die Berechnung des Linienintegrals verwendet werden können. Ein einfacher Ansatz ist die Skalierung der Original CT-Intensitäten mit der unterschiedlichen effektiven Schwächung für Wasser vor der Aufsummierung der DRR-Strahlen. Dies ist eine einfache Verbesserung, allerdings verändert sich die Schwächung, weil Energie abhängig, für verschiedene Materialien unterschiedlich. Deshalb ist es ein besserer und aufwendigerer Weg, den CT-Datensatz zum Beispiel in Metall, Knochen und Gewebe zu segmentieren, und jeweils verschiedene lineare Skalierungen zur Korrektur auf eine andere Energie zu verwenden. Dies erfordert allerdings manuelle Interaktion bei der Segmentierung des Volumens. Egal welche Methode auch zur Korrektur auf unterschiedliche Energien verwendet wird, das Hochenergiebild und das DRR werden immer unterschiedlich sein. Es ist wichtig daran zu denken, dass wir es mit unterschiedlichen Modalitäten zu tun haben. Dies impliziert weitere Einschränkungen bei der Wahl des Ähnlichkeitsmaßes, welches in der Lage sein sollte mit Strukturen klarzukommen, die in dem einen Bild aber nicht in dem anderen, vorhanden sind.

5.4.2 Volumen-Darstellungs-Techniken

Die Erzeugung von DRRs ist eine bestimmte Art der Volumenvisualisierung. Volumendarstellungstechniken können in zwei Hauptkategorien unterteilt werden: indirekte und direkte Darstellungsmethoden. Indirekte Methoden führen zunächst eine Vorverarbeitung der volumetrischen Daten durch, um vereinfachte Strukturen zu erhalten, die einfacher dargestellt werden können. Sehr häufig wird eine Volumensegmentierung durchgeführt, deren Ergebnis eine dreidimensionale Form ist, die mit Oberflächendarstellungstechniken leicht angezeigt werden kann. Hierbei liegt der größte rechnerische Aufwand bei der Segmentierung, während die Darstellung effektiv durch das Zeichnen von Polygonen erfolgt. Direkte Methoden verwenden unmittelbar die Volumendaten und benötigen somit wesentlich mehr Information für den Darstellungsprozess. Da dies sehr zeitaufwendig ist, sind viele spezielle Algorithmen entwickelt worden, um die direkte Volumendarstellung zu beschleunigen. Die wichtigsten unter ihnen werden in den folgenden Unterabschnitten kurz beschrieben. Für die Berechnung der DRRs sind nur direkte Verfahren geeignet, da die gesamte Information der Volumenelemente benötigt wird, um die Physik der Röntgenstrahlschwächung zu simulieren. Jedes einzelne Volumenelement trägt zum Bild bei. Die jeweiligen Voxel Intensitätswerte werden normalerweise unter Verwendung einer Übertragungsfunktion abgebildet, um die gewünschten Visualisierungseffekte zu erhalten. Engel und Ertel [28] bieten einen Überblick über die modernsten Volumen-Visualisierungsverfahren auf herkömmlicher Grafik-Hardware.

5.4.3 Strahlverfolgung

Der naheliegendste Ansatz für die Berechnung der DRRs ist die direkte Implementierung der Gleichung (5.21). Für jedes Bildelement wird ein Strahl in das Volumen rückprojiziert. Da das Volumen aus diskreten Voxeln auf einem regelmäßigen Gitter besteht, wird die Summe aller Voxel, die vom Strahl geschnitten werden, berechnet. Zusätzlich werden die Voxel-Werte gemäß einer spezifischen Übertragungsfunktion umgerechnet, um die Helligkeit des Bildelementes zu erhalten, die der Schwächung entlang des gesamten Strahles am besten entspricht. Die resultierenden Bilder haben eine sehr gute Qualität, da keine Vereinfachungen verwendet werden. Der Hauptnachteil ist allerdings die lange Berechnungszeit mit einem Aufwand von $O(N^3)$ für einen Datensatz mit der Kantenlänge N .

5.4.4 Gescherter Objektraum

Dieser Algorithmus transformiert das Volumen in ein Zwischenkoordinatensystem das *gescherter Objektraum* (Shear-Warp Factorization) genannt wird. In diesen Raum sind

alle Abbildungsstrahlen parallel zur dritten Koordinatenachse. Dies schließt Scherung, Skalierung und Neuabtastung der einzelnen Volumenschichten mit ein. Diese Schichten werden von vorne nach hinten zu einem 2D-Zwischenbild zusammengefügt. In einem abschließenden Schritt wird dieses Bild so verformt, dass es mit der Geometrie des Original Bildraumes übereinstimmt. Siehe [52] für weitere Details. Diese Abbildung ist sehr effizient, da die Voxel in den intermediären Schichten mit den Abtastlinien des Zielbildes zusammenfallen, und somit direkt aufsummiert werden können. Auf der anderen Seite werden durch dieses Verfahren unter bestimmten Umständen Artefakte produziert, wodurch eine präzise Registrierung problematisch sein kann.

5.4.5 Vorausberechnung von Projektionsstrahlen

Dieser Ansatz verwendet eine Datenstruktur, die die Grauwerte einer großen Anzahl von DRR-Strahlen in einer effektiven Weise abspeichert. Diese Strahlwerte werden für eine bestimmte Anzahl von Blickrichtungen in der Umgebung der Anfangsschätzung im voraus berechnet. Damit wird die Berechnung des DRR auf die Auswahl der entsprechenden Pixel-Werte für eine bestimmte Stellung reduziert. Da der Raum der verschiedenen Strahlen vierdimensional ist, wird viel Speicherplatz benötigt und nur eine begrenzte Anzahl von Blickrichtungen kann im voraus berechnet werden. Arbeiten hierzu sind von [47][85][82] durchgeführt worden.

5.4.6 Darstellung mit Grafik-Hardware

Durch die Verwendung von fortschrittlicher Grafik-Hardware (GPU) kann jede Volumenschicht in den Texturspeicher der Grafikkarte des Computers eingeladen werden. Die GPU berechnet dann schnell das Zielbild, in dem halbtransparente Ebenen mit den entsprechenden Texturen gezeichnet werden. In einem Vorverarbeitungsschritt werden zusätzliche Schichten des Volumens in verschiedenen Orientierungen erzeugt. Es wird der Satz von Schichten für die Abbildung ausgewählt, dessen Orientierung der Blickrichtung am nächsten kommt. Wenn der Winkel zwischen der Schichtorientierung und der Blickrichtung allerdings zu groß ist, kann es zu ähnlichen Artefakten kommen, wie bei der Shear-warp Faktorisierung.

Moderne Grafikkarten unterstützen eine Erweiterung, die *3D Texturen* genannt wird. Das gesamte Datenvolumen kann im Texturpuffer gespeichert werden. Der Benutzer kann einen Satz von 3D-Textur Koordinaten festlegen, der die GPU veranlasst eine 2D Textur zu erzeugen, die auf eine Ebene im 3D Volumen interpoliert wird. Zur Volumendarstellung werden diese 2D Ebenen mit einer bestimmten Transparenz gezeichnet, genauso wie im 2D Verfahren. Der Unterschied ist, dass die 2D Ebenen unmittelbar aus dem Volumen konstruiert werden, und damit zu jeder Zeit senkrecht zur Blickrichtung

orientiert sein können, wodurch eine Rekonstruktion ohne Artefakte ermöglicht wird. Siehe [53][43][35] für Details.

5.4.7 Weitere Verfahren

Zur Beschleunigung der DRR-Erzeugung wurde von Birkfellner et al. [10] ein Verfahren eingesetzt, das nur einen Teil der Voxel im Datenvolumen verwendet und somit die Berechnung beschleunigt. Zu Vermeidung von Treppenartefakten wurden die Volumenelemente stochastisch bewegt. Zöllei et al. [103] berechnen keine vollständigen DRRs, sondern schätzen die Histogramme der Bildintensitäten mit wenigen Strahlen ab. Als Ähnlichkeitsmaß dient ein Histogramm basiertes Maß und die Optimierung beruht auf einem stochastischen Gradientenverfahren. In Wang et al. [97] werden zirkuläre Basisfunktionen verwendet, um Zwischenergebnisse bei der Variation der Projektionen um eine Achse weiterverwenden zu können. Rohlfing et al. [83] generieren sogenannte probabilistische DRRs, die die räumliche Information entlang der Projektionsrichtung bewahren. Als Ähnlichkeitsmaß fungiert eine probabilistische Erweiterung der gegenseitigen Information.

5.5 Rückführung von 3D-Bewegungen auf 2D-Transformationen

Um die Generierung der DRRs bei der eigentlichen Registrierung zu umgehen, kann im Vorfeld vor der Bestrahlungssitzung, wo es zeitlich unkritisch ist, ein Satz von DRRs erzeugt werden. Während der Registrierung kann dann auf die einzelnen Projektionen aus dem Satz DRRs zurückgegriffen werden und das jeweilige Ähnlichkeitsmaß schnell berechnet werden. Offensichtlich ist es nicht möglich, sämtliche Projektionen im voraus zu berechnen. Auch bei Beschränkung des Suchraumes auf plausible Werte, wie zum Beispiel Verschiebungen zwischen -5 und 5 mm, sowie Rotationen zwischen -5° und 5° , müssten bei den 6 Freiheitsgraden der rigiden Transformation etwa 11^6 Bilder im voraus berechnet werden. Die Idee ist es nun, die Dimensionalität des Satzes der im voraus berechneten Bilder von 6 auf 2 zu reduzieren, indem nur Rotationen aus der Ebene heraus berücksichtigt werden. Hierzu wird im Rahmen dieser Arbeit ein Verfahren neu entwickelt, das die 3D-Transformation des Suchraumes mit ausreichender Genauigkeit aufteilt in eine Out-of-plane Rotation vor der Projektion und eine 2D-Transformation des Projektionsbildes. Die eigentliche 2D-3D Registrierung kann dadurch entkoppelt werden in die voneinander unabhängige Bestimmung der passenden Projektion und der zweidimensionalen Transformationsparameter. Die notwendige Umrechnung der ermittelten Parameter in die eigentliche 3D-Transformation wird in diesem Abschnitt abgeleitet. Durch die mathematische Entkopplung ist es möglich die 6 Parameter der

rigiden Transformation mit einem dreistufigen Verfahren zu bestimmen, indem in jeder Stufe jeweils zwei Parameter unabhängig von den anderen ermittelt werden. Hierbei kommt auch das APL-Verfahren zum Einsatz.

Zunächst erfolgt eine genauere Betrachtung über die Veränderung der 3D-Projektion unter der Variation verschiedener Parameter. Ein Unterschied zwischen der 2D-3D und der 3D-3D Registrierung ist die Größe der Effekte auf die zu registrierenden Daten, wenn verschiedene Parameter aus dem Suchraum verändert werden. In der 3D-3D Bildregistrierung ergibt eine Translation entlang einer beliebigen Achse die gleiche Verschiebung für jedes Voxel. Dies gilt nicht für die 2D-3D Registrierung unter Verwendung perspektivischer Projektion. Translationen entlang verschiedener Achsen können sehr unterschiedliche Effekte auf die Position von 3D-Strukturen haben, wenn sie in die Ebene projiziert werden. Das markanteste Beispiel ist der Vergleich von Verschiebungen in der Ebene (in-plane) mit Verschiebungen aus der Ebene heraus (out-of-plane). Eine in-plane Translation ist definiert als Verschiebung parallel zur Bildebene des Detektors, wogegen eine out-of-plane Translation eine Verschiebung senkrecht dazu entlang der optischen Achse ist. Typischerweise liegt das Isozentrum einer Bestrahlung in ca. 1m Entfernung von der Quelle. Der Durchmesser des Betrachtungsfeldes z.B. der Beckenregion ist meistens kleiner als 12 cm, womit die Größe der abgebildeten Strukturen auch ca. 12 cm entspricht.

Zur genaueren Abschätzung der Effekte wird ein Gedankenexperiment durchgeführt. Angenommen das abzubildende Objekt sei ein Würfel von 20 cm Kantenlänge. Der Würfel befinde sich in der Entfernung $d = 1 \text{ m}$ zur Quelle und zur Vereinfachung der Rechnung befinde sich ein Detektor mit 1 mm Pixel-Auflösung virtuell auch in 1 m Entfernung zur Quelle. Die optische Achse falle mit der z-Achse zusammen. Die räumliche Bewegung wird charakterisiert über $\vec{t} = (t_x, t_y, t_z)^T$ und die Rotationsmatrix R , wobei R , wie in Abschnitt 5.3.5 beschrieben, durch $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z)^T$ und α parametrisiert wird. Die 2D-Transformationen auf dem Detektor werden beschrieben durch (m_x, m_y) für eine Translation und α_{2D} und σ für Rotation und Skalierung. Eine reine out-of-plane Rotation, d.h. das Zentrum des Würfels liege im Isozentrum, kann nach Abbildung 5.2 über die Winkel β und γ charakterisiert werden. Es besteht folgender Zusammenhang:

$$\vec{n}_{op} = \begin{pmatrix} \tan \beta \\ \tan \gamma \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.22)$$

Zunächst wird eine Rotation des Würfels um die optische Achse mit dem Winkel α betrachtet. Dies entspricht einer in-plane Rotation und das Projektionsbild dreht sich um den Winkel α_{2D} . Es gilt

$$\alpha = \alpha_{2D}. \quad (5.23)$$

Im folgenden wird nur noch von der Rotation α gesprochen. Eine Drehung um die opti-

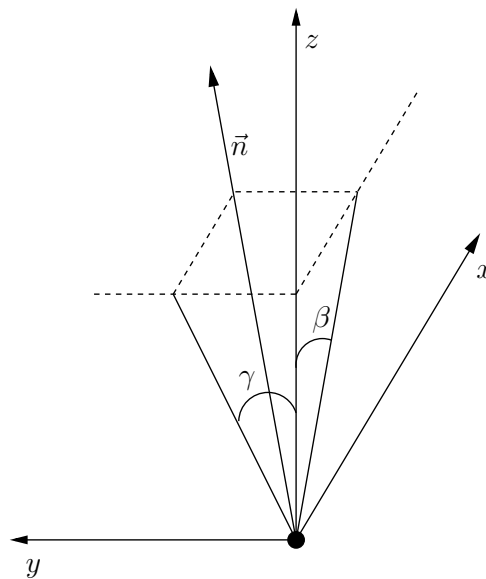


Abb. 5.2: Parameter der out-of-plane Rotation.

sche Achse kann erfolgreich durch eine 2D-Operation beschrieben werden, d.h. es muss keine neue Projektion berechnet werden. Als nächstes werden out-of-plane Verschiebungen entlang der optischen Achse betrachtet. Grundsätzlich gilt für projektive Abbildungen folgendes Prinzip: Ein doppelt so weit entfernter Gegenstand wird mit einem halb so großen Bild abgebildet. Sei $g_1 = d$ der ursprüngliche Abstand zur Quelle, b_1 die entsprechende Bildgröße und $g_2 = d + t_z$ der neue Abstand, so ergibt sich die neue Bildgröße b_2 zu:

$$b_2 = b_1 \cdot \frac{g_1}{g_2} = b_1 \cdot \frac{d}{d + t_z}. \quad (5.24)$$

Für die Skalierung σ gilt:

$$\sigma = \frac{b_2}{b_1} = \frac{g_1}{g_2} = \frac{d}{d + t_z}. \quad (5.25)$$

Beispielsweise beträgt z.B. der Skalierungsfaktor $\sigma = 0.909$ bei Änderung der Entfernung von 1 m auf 1.10 m. Dies bedeutet eine Verschiebung entlang der optischen Achse kann durch eine 2D-Skalierung angenähert werden. Abbildung 5.3 verdeutlicht dies. Abb. 5.3 a) zeigt die Projektion eines Würfels im Abstand 1.10 m, Abb. 5.3 b) die Originalprojektion im Isozentrum bei 1 m, Abb. 5.3 c) die Skalierung von b) mit $\sigma = 0.909$ und Abb. 5.3 d) die Summe von a) und c). Es ist deutlich zu erkennen, dass die räumliche Projektion gut durch die 2D-Skalierung angenähert werden kann. Nun entspricht die Verschiebung eines Objektes entlang der optischen Achse nicht einer reinen 2D-Skalierung. Die auftretenden geringen Abweichungen werden in Abschnitt 5.5.1 näher

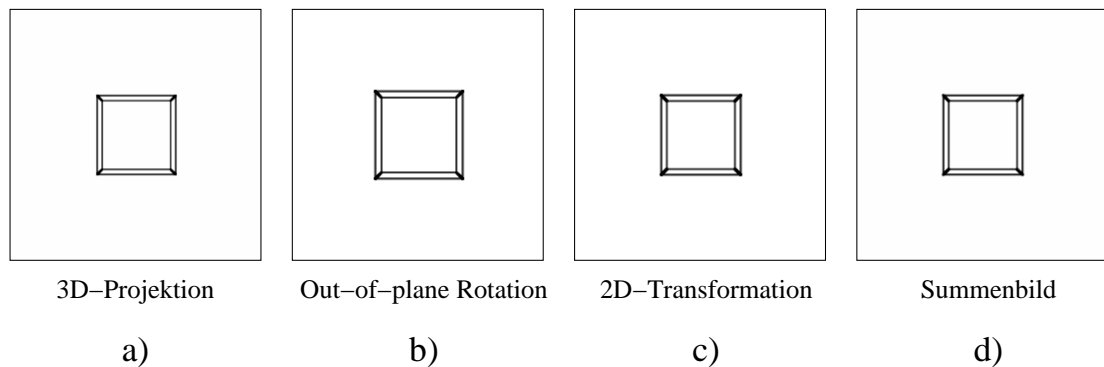


Abb. 5.3: Out-of-plane Verschiebung entlang der optischen Achse.

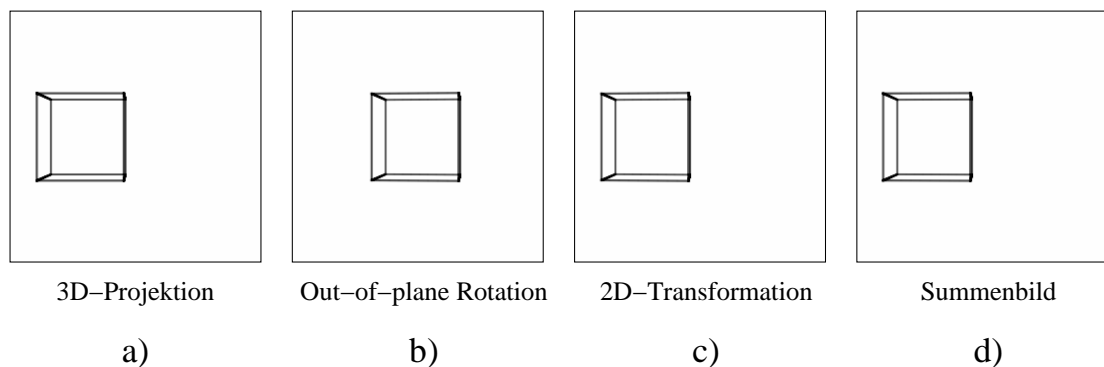


Abb. 5.4: In-plane Verschiebung entlang der x-Achse.

betrachtet. Durch Umkehrung von 5.25 erhält man:

$$t_z = \frac{d}{\sigma} - d. \quad (5.26)$$

Dies bedeutet die Bestimmung der Skalierung σ des Projektionsbildes bezogen auf das Referenzbild im Isozentrum kann auf die Verschiebung t_z entlang der optischen Achse geschlossen werden.

Nun werden in-plane Verschiebungen betrachtet. Hierzu dient beispielhaft eine Verschiebung entlang der x-Achse mit t_x . Das Projektionsbild einer 3D-Verschiebung um t_x wird in Abbildung 5.4 a) veranschaulicht. Es handelt sich nicht um die Mittelan-sicht des Würfels, die einfach in x-Richtung verschoben wird, sondern vielmehr um eine Schrägansicht. Die Umrisse entsprechen eher dem Bild einer out-of-plane Rotation. Dieses Projektionsbild kann durch zwei aufeinanderfolgende Transformationen angenähert werden. Eine 3D-Rotation im Isozentrum mit dem Winkel β nähert das Projektionsbild der 3D-Verschiebung an (Abb. 5.4 b)). Die nachfolgende 2D-Verschiebung um m_x sorgt für ein vergleichbares Projektionsbild in entsprechender Position (Abb. 5.4 c)). Abb. 5.4 d) zeigt mit der Summe von a) und c) die sehr gute Übereinstimmung.

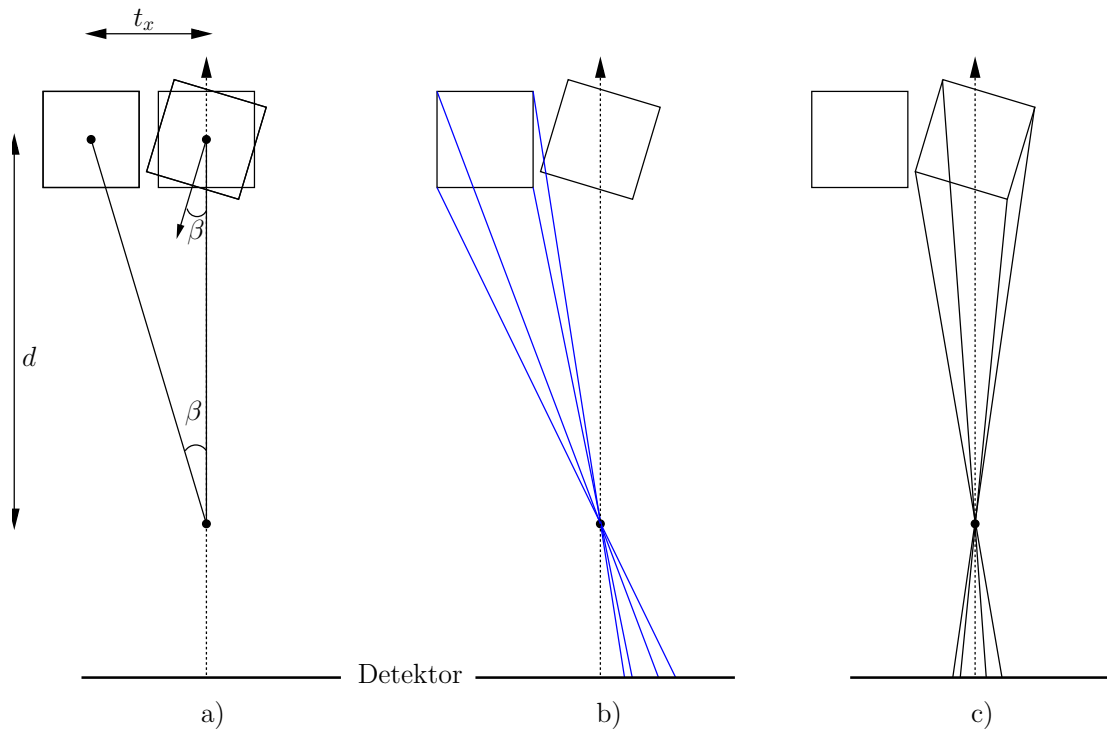


Abb. 5.5: Geometrie der in-plane Verschiebung.

Abbildung 5.5 verdeutlicht die geometrischen Zusammenhänge in der Aufsicht. Hierbei sei d der Abstand zur Quelle, t_x die Verschiebung entlang der x-Achse. Die Ansicht des Würfels auf dem Detektor gleicht der Form einer out-of-plane Rotation um den Winkel β . Dies wird in Abb. 5.5 b) und Abb. 5.5 c) durch die vergleichbare relative Position der Projektionstrahlen auf dem Detektor angedeutet. Der Betrag des Winkels β ergibt sich aus Abb. 5.5 a) zu:

$$\beta = \arctan\left(\frac{t_x}{d}\right) \quad (5.27)$$

So erhält man z.B. $\beta = 5.71^\circ$ für eine Verschiebung des Würfels entlang der x-Achse um $t_x = 10 \text{ cm}$. Ein analoger Zusammenhang ergibt sich auch für eine Verschiebung entlang der y-Achse um t_y und der out-of-plane Rotation mit γ :

$$\gamma = \arctan\left(\frac{t_y}{d}\right) \quad (5.28)$$

Dieses Prinzip der Annäherung durch eine 3D-Rotation und eine 2D-Verschiebung gilt

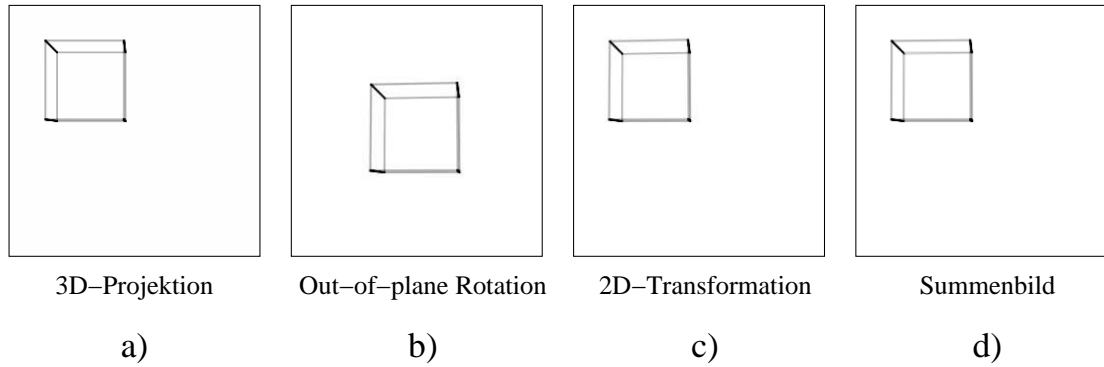


Abb. 5.6: Kombination von in-plane und out-of-plane Verschiebung.

auch für Kombinationen. Abbildung 5.6 a) zeigt eine Projektion mit den 3D-Parametern:

$$\vec{t} = \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix} cm, \vec{n} = \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha = 0$$

Diese Projektion kann mit den folgenden 2D-Parametern angenähert werden:

$$\begin{pmatrix} \tan \beta \\ \tan \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9.09 \\ 9.09 \end{pmatrix} cm, \sigma = 0.909, \alpha = 0$$

Abbildung 5.6 b) zeigt die passende Projektion mit (β, γ) , Abb. 5.6 c) die Verschiebung und Skalierung von b) und Abb. 5.6 d) die Summe von a) und c). Da die 2D-Parameter die Größen sind, die ermittelt werden, muss noch eine Vorschrift zur Umrechnung in die 3D-Parameter angegeben werden. Es ergibt sich:

$$\vec{t} = \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_x/\sigma \\ m_y/\sigma \\ d/\sigma - d \end{pmatrix} \quad (5.29)$$

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} \tan \beta - t_x/d \\ \tan \gamma - t_y/d \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.30)$$

Es fehlt noch der Einfluss der Rotation α um die optische Achse auf die Umrechnung. Die Drehung beeinflusst die Bestimmung des Richtungsvektors \vec{n} . Es muss noch eine Drehmatrix um α in (5.30) integriert werden:

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} \tan \beta - (\cos \alpha \cdot t_x + \sin \alpha \cdot t_y) / d \\ \tan \gamma - (-\sin \alpha \cdot t_x + \cos \alpha \cdot t_y) / d \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.31)$$

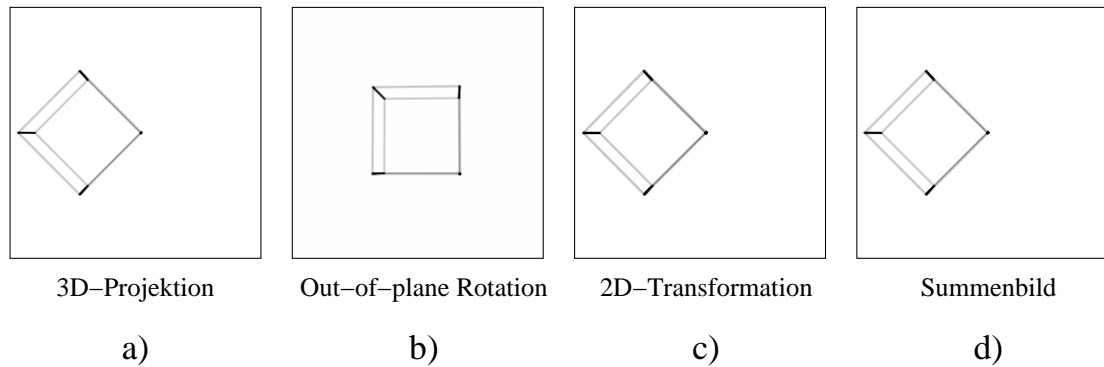


Abb. 5.7: In-plane Verschiebung mit Rotation um optische Achse.

Die Korrektheit von (5.31) verdeutlicht Abb. 5.7. Abbildung 5.7 a) zeigt eine Projektion mit den 3D-Parametern:

$$\vec{t} = \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ cm}, \vec{n} = \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha = 45$$

Diese Projektion kann mit den folgenden 2D-Parametern angenähert werden:

$$\begin{pmatrix} \tan \beta \\ \tan \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.07 \\ 0.07 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ cm}, \sigma = 1, \alpha = 45$$

Abbildung 5.7 b) zeigt die passende Projektion mit (β, γ) , Abb. 5.7 c) die Verschiebung und Drehung von b) und Abb. 5.7 d) verdeutlicht die vergleichbare Geometrie durch die Summe von a) und c).

Damit kann der 6-dimensionale Parameterraum der starren Objekttransformation für die 2D-3D Registrierung aufgeteilt werden in 2-parametrische 3D-out-of-plane Rotationen und 4-parametrische 2D-Operationen des Projektionsbildes. Die 2D-Transformationen umfassen Verschiebungen, Rotation und Skalierung. Somit lässt sich der Satz der vorausberechneten DRRs auf den zweidimensionalen Raum der out-of-plane Rotationen im Isozentrum beschränken. Bei der 2D-3D-Registrierung wird zunächst die passende Projektion bestimmt, womit die Winkel β und γ bekannt sind. Danach wird die Skalierung σ und die Drehung α um die optische Achse berechnet. Schließlich wird die Translation (m_x, m_y) in der Detektorebene festgestellt. Außerdem ist noch die Standardentfernung d des Objektes von Quelle gegeben. Aus diesen 2D-Parametern kann mit Hilfe von (5.29) und (5.31) die Objektposition im Raum d.h. \vec{t} , \vec{n} und α bestimmt werden. Bei Bedarf kann \vec{n} normiert werden und wie in Abschnitt 5.3.5 beschrieben aus \vec{n} und α die Rotationsmatrix R erzeugt werden.

5.5.1 Genauigkeitsabschätzung der Verzerrungen

Die Annäherung einer 3D-Projektion durch 2D-Transformationen ist nicht immer exakt. Es werden nun die auftretenden geringen Abweichungen in der Form näher abgeschätzt. Die Verschiebung eines Objektes entlang der optischen Achse entspricht nicht einer reinen 2D-Skalierung. Hierzu wird die Projektion zweier Ecken des Würfels genauer betrachtet. Sei A die Ecke rechts oben vorne und B die Ecke rechts oben hinten. Die projektive Abbildung ergibt in 1 m Objektentfernung für die Pixelkoordinaten auf dem Detektor mit 1 mm Pixel-Auflösung:

$$A (111 \mid 111)$$

$$B (91 \mid 91)$$

Die Berechnung der 3D-Projektion bei Änderung der Entfernung auf 1.10 m ergibt:

$$A (100 \mid 100)$$

$$B (83 \mid 83)$$

Alternativ kann mit dem ursprünglichen Projektionsbild eine 2D-Skalierung mit $\sigma = 0.909$ durchgeführt werden:

$$A (101 \mid 101)$$

$$B (83 \mid 83)$$

Dies bedeutet, dass die Verschätzung durch eine 2D-Skalierung des Projektionsbildes nicht mehr als ein Pixel beträgt und somit die echte 3D-Projektion bei Verschiebungen entlang der optischen Achse ersetzen kann. Dies bedeutet eine Verschiebung von 10% erzeugt eine Verzerrung von etwa 1%.

Es kommt auch durch die Annäherung der in-plane Verschiebung durch eine Rotation zu einer leichten Verzerrung aufgrund unterschiedlicher Entfernungen bezüglich der z-Koordinate. Eine reine in-plane Verschiebung entlang der x-Achse belässt die Ecken des 20 cm Würfels bei den z-Koordinaten 90 cm und 110 cm. Die Annäherung durch eine Drehung um $\beta = 5.71^\circ$ für einen Würfel von 20cm Kantenlänge resultiert in einer Veränderung der z-Koordinaten der Eckpunkte um ca. 1 cm. Das heißt die Ecken haben die z-Koordinaten 89 cm, 91 cm, 109 cm und 111 cm. Damit kann der Skalierungsfehler für die Eckpunkte wie folgt abgeschätzt werden:

$$\sigma_1 = \frac{90 \text{ cm}}{89 \text{ cm}} = 1.01; \quad \sigma_2 = \frac{90 \text{ cm}}{91 \text{ cm}} = 0.99$$

$$\sigma_3 = \frac{110 \text{ cm}}{109 \text{ cm}} = 1.01; \quad \sigma_4 = \frac{110 \text{ cm}}{111 \text{ cm}} = 0.99$$

Dies bedeutet bei einer Verschiebung des Würfels in 1 m Entfernung um 10 cm entlang

der x-Achse liegt der Skalierungsfaktor σ im Intervall $[0.99, 1.01]$, was in etwa einem Pixel entspricht. Damit ergibt sich eine Verzerrung von etwa 1% bei in-plane Verschiebung von 10% bezogen auf die Entfernung zur Quelle. Das heißt bei in der Strahlentherapie üblichen Geometrien sind die Verzerrungen durch die vorgeschlagene Annäherung der 3D-Abbildungen durch out-of-plane Rotationen und 2D-Transformationen vernachlässigbar.

5.6 Aufbau der 2D-3D Registrierung

Aus den Vorbetrachtungen lässt sich ein 2D-3D-Registrierungsverfahren mit entkoppeltem Parameterraum konstruieren. Die wichtigen Elemente werden nachfolgend beschrieben.

- *Generierung eines Satzes von künstlichen Projektionsbildern.* Jedes Bild in dem Satz der vorberechneten Bilder ist die Projektion einer Rotation. Diese Rotation ist eine out-of-plane Rotation bezüglich der optischen Achse der Sollprojektion. Da eine solche Rotation zwei Freiheitsgrade hat, wird der Bildersatz aufgebaut, in dem der Parameterraum mit den Größen β und γ abgetastet wird. Die out-of-plane Rotationen können auf einen plausiblen Bereich (z.B. $\pm 20^\circ$) beschränkt werden. Die Abbildungen 5.8 und 5.9 verdeutlichen den Aufbau eines Datensatzes mit unterschiedlichen out-of-plane Rotationen. Abbildung 5.8 zeigt verschiedene Ansichten eines mathematischen Phantoms in Form eines Stuhles. Abbildung 5.9 verdeutlicht unterschiedliche Projektionen eines CT-Datensatzes der Beckenregion. Desweiteren wird auf jedes Bild ein Bandpassfilter angewendet. Mit Hilfe der Autokorrelation wird eine Translationsinvarianz erreicht und es erfolgt eine Umrechnung in die in Kapitel 4 vorgestellte APL-Darstellung.
- *Vorverarbeitung des aktuellen Testbildes.* Das aktuelle Testbild wird wie bei der Bestimmung der Translation in Kapitel 3 vorverarbeitet. Zur Betonung der Kanten wird ein Bandpassfilter angewendet. Danach wird das Bild mit Hilfe der Autokorrelation und der polar-logarithmischen Koordinatentransformation in die APL-Darstellung überführt.
- *Bestimmung der besten Projektion.* Das Testbild wird mit jeder out-of-plane Rotation aus dem im voraus berechneten Datensatz korreliert. Der größte Korrelationswert zeigt an welche Projektion in ihrer Struktur am besten zum aktuellen Testbild passt. Dies kann durch das APL-Verfahren unabhängig von Translation, Rotation und Skalierung durchgeführt werden. Aus der Bildnummer der ähnlichsten Projektion ergeben sich die Parameter β und γ .
- *Bestimmung von Rotation und Skalierung.* Aus der Position der Korrelationsspitze der am besten passenden Projektion ergeben sich die Rotation α und die Skalie-

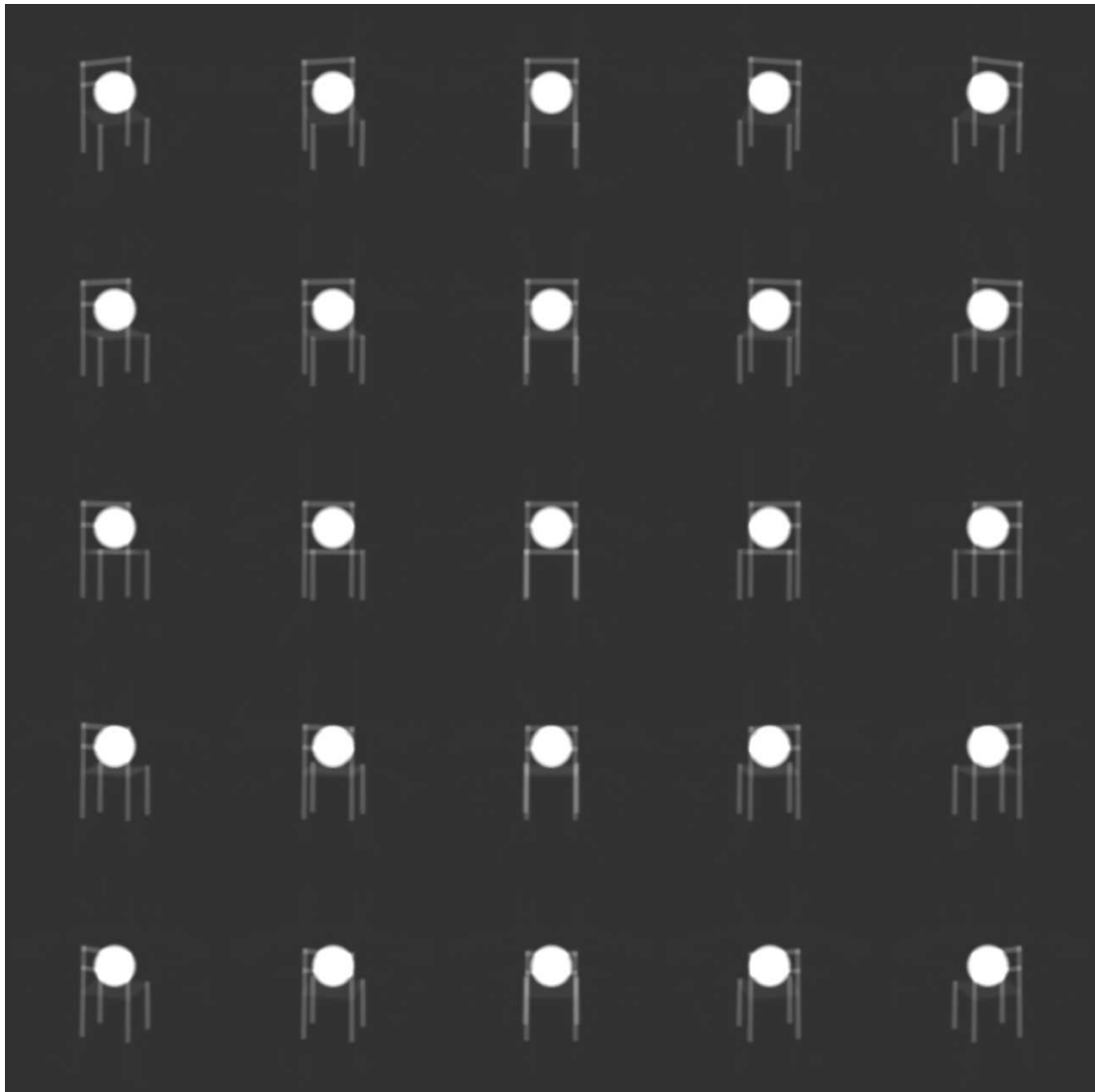


Abb. 5.8: Verschiedene Projektionen des mathematischen Phantoms.



Abb. 5.9: Verschiedene Projektionen des CT-Datensatzes.

zung σ . Es wird eine gedrehte und skalierte Version der besten Projektion zur Bestimmung der Translation erzeugt.

- *Berechnung der Translation.* Eine Korrelation des Testbildes mit der gedrehten und skalierten Projektion liefert die Translation (m_x, m_y) .
- *Berechnung der räumlichen Transformation.* Die von dem Registrierungsverfahren gelieferten Größen $(\beta, \gamma, \sigma, \alpha, m_x, m_y)$ werden schließlich gemäß Abschnitt 5.5 in die räumlichen Parameter für die Translation \vec{t} und die Rotation R umgerechnet.

5.7 Evaluierung der 2D/3D-Registrierung

In zahlreichen Arbeiten werden 2D/3D-Registrierungsverfahren beschrieben. Die Ergebnisse dieser Arbeiten sind aber nicht direkt vergleichbar, da verschiedene Datensätze, unterschiedliche Startpositionen, unterschiedliche Kriterien für das Scheitern der Registrierung und verschiedene Methoden zur Berechnung des Registrierungsfehlers verwendet werden [93]. Nur wenige Arbeiten vergleichen 2D/3D-Registrierungsverfahren, wobei am häufigsten unterschiedliche Ähnlichkeitsmaße bei intensitätsbasierten Verfahren betrachtet werden [72][88][46]. Ferner wird durch die üblicherweise verwendeten Fehlermaße nicht ausreichend die Zuverlässigkeit des Registrierungsverfahrens dargestellt. Kraats et al. [95] haben dieses Problem aufgegriffen und beschreiben ein standardisiertes Evaluationsverfahren mit definierten Größen zur Beurteilung der Zuverlässigkeit, die es zukünftigen Forschern ermöglichen soll, ihre Methoden direkt zu vergleichen. Die Grundideen zur Darstellung der Ergebnisse der Testmessungen werden auch in dieser Arbeit verwendet und im folgenden näher erläutert.

Je nach Registrierungsaufgabe können verschiedene Größen zur Beurteilung des Registrierungserfolges verwendet werden. Eine mögliche Einteilung in verschiedene Kategorien ist die Aufteilung der Maße in 2-D-Bildraumfehler, Fehler der Orientierungsparameter und dreidimensionale Registrierungsfehler. Zu den zweidimensionalen Bildraumfehlern gehören z.B. die Fehler von Markerpositionen und Konturen, wobei ein kleiner Fehler in 2-D durchaus einem großen Fehler in 3-D entsprechen kann. Der Fehler der Orientierungsparameter besteht üblicherweise aus einem 6-dimensionalen Vektor $(t_x, t_y, t_z, \theta_x, \theta_y, \theta_z)$, der irreführende Ergebnisse liefern kann, da das Ergebnis nicht vom Zentrum der Rotation unabhängig ist und die Verschiebungskomponenten von der Rotation beeinflusst werden. Der 3-D-Registrierungsfehler bestimmt den Positionsfehler in 3-D. Eine häufig verwendete Größe für den 3-D-Fehler ist der sogenannte "target registration error" (TRE). Der TRE beschreibt die räumliche Abweichung bestimmter Zielpunkte oder Landmarken von der Idealposition dem sogenannten Goldstandard. In Kraats et al. [95] wird die Berechnung eines mittleren TRE vorgeschlagen, wobei sich hier die Zielpunkte möglichst gleichverteilt in einer "region of interest" (ROI) befinden. Hierbei wird für alle k Punkte p_i einer Menge P jeweils die Differenz

von p_i transformiert mit der Goldstandardtransformation T_{gold} und p_i transformiert mit T_{reg} dem Ergebnis des Registrierungsalgorithmus gebildet. Die mittlere Differenz über alle Punkte p_i ergibt TRE :

$$TRE(P, T_{reg}, T_{gold}) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \|T_{reg}p_i - T_{gold}p_i\|. \quad (5.32)$$

Der 3-D Registrierungsfehler ist besonders gut geeignet für Verfahren zur Bestimmung der optimalen Patientenpositionierung, da hier gezielt der Registrierungsfehler für bestimmte Punkte innerhalb des Volumens, in dem die Manipulation stattfindet, berechnet werden kann.

Falls nur ein einzelnes Durchstrahlungsbild zur Bestimmung der dreidimensionalen Position eines Objektes verwendet wird, ist die Feststellung der räumlichen Position entlang der Projektionsachse schwierig und mit einer größeren Ungenauigkeit versehen als die Positionsangabe quer zur Projektionsachse. Deshalb wird in [63] für den Fall einer 2D-3D-Registrierung mit nur einem Durchstrahlungsbild die zusätzliche Berechnung des mittleren Fehlers in der Projektionsebene (PD) oder des mittleren Abstandes der Rückprojektion (RPD) vorgeschlagen. Bei der Rückprojektionsdistanz handelt es sich um den minimalen Abstand der Linie gebildet durch die Registrierungsposition eines 3D-Punktes und der Position der Strahlungsquelle von der Referenzposition dieses Punktes. Es ergibt sich für RPD :

$$RPD(P, T_{reg}, T_{gold}) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k D(L_i(source, T_{reg}p_i), T_{gold}p_i). \quad (5.33)$$

Hierbei ist $D(L_i, T_{gold}p_i)$ der Abstand des Punktes $T_{gold}p_i$ von der Linie L_i , die durch die Verbindung von $T_{reg}p_i$ und der Position $source$ der Strahlungsquelle gebildet wird (Abb. 5.10). Der minimale Abstand eines Punktes von einer Linie kann z.B dadurch berechnet werden, dass zunächst ein senkrechter Vektor zur Ebene aus Referenzpunkt, Registrierungspunkt und Quellenposition bestimmt wird. Danach wird der Abstand des Referenzpunktes von der durch L_i und dem senkrechten Vektor aufgespannten Ebene bestimmt. Die RPD ist im Gegensatz zur PD unabhängig von der Position der Projektionsebene und wird in dieser Arbeit zusätzlich zum TRE zur Beschreibung der Ergebnisse verwendet.

5.7.1 Erfolgsbereich und Fehlerkriterien

Da die meisten Registrierungsverfahren iterativ arbeiten, gibt es eine Abhängigkeit der Erfolgsrate von der jeweiligen Startposition. Im allgemeinen wird die Erfolgsrate bei zunehmender Entfernung der Startposition von der korrekten Registrierungsposition geringer. Der initiale TRE ist eine Möglichkeit den Abstand zwischen Start und Regi-

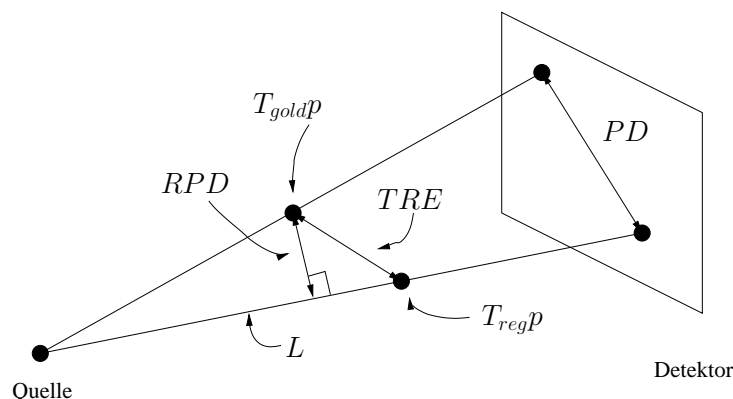


Abb. 5.10: Darstellung der verschiedenen Fehlergrößen für einen einzelnen Punkt. Hierbei ist TRE der "target registration error", PD die Projektionsdistanz, RPD die Rückprojektionsdistanz und L die Verbindungslinie zwischen der Registrierungsposition und der Quelle.

strierung zu charakterisieren. Der Erfolgsbereich ist definiert als der Bereich von Startpositionen in dem der Algorithmus die korrekte Transformation zuverlässig bestimmen kann. Da der Erfolgsbereich natürlicherweise bei 0 anfängt, ist es ausreichend das Maximum an zuverlässigen $startTRE$ für Qualitätsvergleiche zu berichten. Die Verwendung des objektiven Maßes des initialen TRE ermöglicht den direkten Vergleich der Erfolgsbereiche verschiedener Registrierungsalgorithmen. Zwei Faktoren beeinflussen die Berechnung des Erfolgsbereiches. Dies ist zum einen die Definition einer Fehlregistrierung (abhängig von TRE oder RPD) und zum anderen der Anteil an erlaubten Fehlregistrierungen. Eine Fehlregistrierung liegt vor, wenn der $endTRE$ größer 4 mm ist. Das Verfahren arbeitet erfolgreich, wenn mehr als 95% der Registrierungen korrekt durchgeführt werden.

5.7.2 Generierung der Testpositionen

Es wird ein Satz von Testpositionen generiert indem die Parameter für die räumliche Position $(t_x, t_y, t_z, \alpha, \beta, \gamma)$ zufällig variiert werden. Der initiale TRE ergibt sich aus dem TRE zwischen der generierten Position und der Startposition $(0, 0, 0, 0, 0, 0)$. Da der initiale TRE als Kriterium zur Ermittlung des Erfolgsbereiches dient, sollten verschiedene TRE -Werte gleich häufig getestet werden. Das folgende Verfahren stellt sicher, dass in den unterschiedlichen Intervallen in etwa gleich viele Testpositionen enthalten sind. Für jeden der 6 Transformationsparameter werden gleichverteilte Zufallszahlen innerhalb eines bestimmten Bereiches erzeugt. Dann ist jeder Parameter für sich alleine gleichverteilt, aber der initiale TRE der sich über die Kombination der einzelnen Parameter berechnet weist keine Gleichverteilung mehr auf. Der Grund hierfür liegt in der geringeren Wahrscheinlichkeit, dass große Werte für die einzelnen Parameter

gleichzeitig auftreten. Das gleiche gilt für das Zusammentreffen von kleinen Werten der Transformationsparameter. Deshalb sind große und kleine Werte für TRE in der Menge der möglichen Testpositionen wesentlich seltener als mittlere Werte für TRE . Um trotzdem Testpositionen zu erhalten, die einen bestimmten Bereich des TRE gleichmäßig abdecken, wird das Intervall, aus dem die Zufallswerte für die Transformationsparameter bestimmt werden, linear von Null bis zu einem Maximalwert erhöht. Im Prinzip wird die ungleichmäßige Verteilung des TRE linear verschoben, wodurch sich eine gleichmäßige Gesamtverteilung für den TRE ergibt. Durch dieses Verfahren wird erreicht, dass die einzelnen Bereiche des initialen TRE in etwa gleich viele Testpositionen enthalten. Anschließend wird durch gezielte Auswahl sichergestellt, dass die verschiedenen Testintervalle genau gleich viele Testpositionen enthalten.

5.8 Experimente

Um die Zuverlässigkeit und Qualität des 2D/3D-Matchingverfahrens zu überprüfen werden mit dem Computer Simulationen durchgeführt. Es werden Tests anhand von zwei Datensätzen durchgeführt, einem mathematischen Phantom und einem Computer-Tomogramm der Beckenregion aus der Bestrahlungsplanung.

5.8.1 Testmessungen mit mathematischem Phantom

Zur Überprüfung des Registrierungsverfahrens wurden zunächst Testmessungen mit einem mathematischen Phantom durchgeführt. Hierbei handelt es sich um einen Datensatz in Form eines Stuhles mit Ball auf der Sitzfläche. Abbildung 5.8 zeigt verschiedene Projektionen des mathematischen Phantoms. Es wurden 1200 Registrierungen mit Testpositionen aus einem Bereich von 0 mm bis 60 mm durchgeführt. Die out-of-plane Rotationen lagen im Bereich $\pm 20^\circ$ und die Rotationen um die optische Achse im Bereich $\pm 80^\circ$. Die Ergebnisse bezüglich $endTRE$ veranschaulicht Abb. 5.11. Es ist zu erkennen, dass sich der $endTRE$ in einem Bereich zwischen 0 mm und 20 mm bewegt. Dies ist auf die Ungenauigkeit in der Positionsbestimmung entlang der optischen Achse zurückzuführen, da nur ein Durchstrahlungsbild für die 2D-3D-Registrierung verwendet wird. Um zu überprüfen ob der größte Teil des Fehlers durch eine Fehlregistrierung entlang der Projektionsrichtung verursacht wird, wurde die Positionsdifferenz TRE_{proj} entlang der Projektionsachse bestimmt. Abbildung 5.12 zeigt den Fehler in Projektionsrichtung TRE_{proj} als Funktion des Gesamtfehlers $endTRE$. Aus dem Graphen in Abb. 5.12 kann man schließen, dass der größte Teil des Gesamtfehlers $endTRE$ fast komplett durch den Fehler in Projektionsrichtung TRE_{proj} erklärt werden kann. Für die Anwendung in der Strahlentherapie maßgeblich ist die korrekte Positionierung im Bestrahlungsfeld und somit die Position quer zur Projektionsachse, die durch die mittlere Rückprojektionsdistanz RPD beschrieben wird. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.13 dargestellt. Es

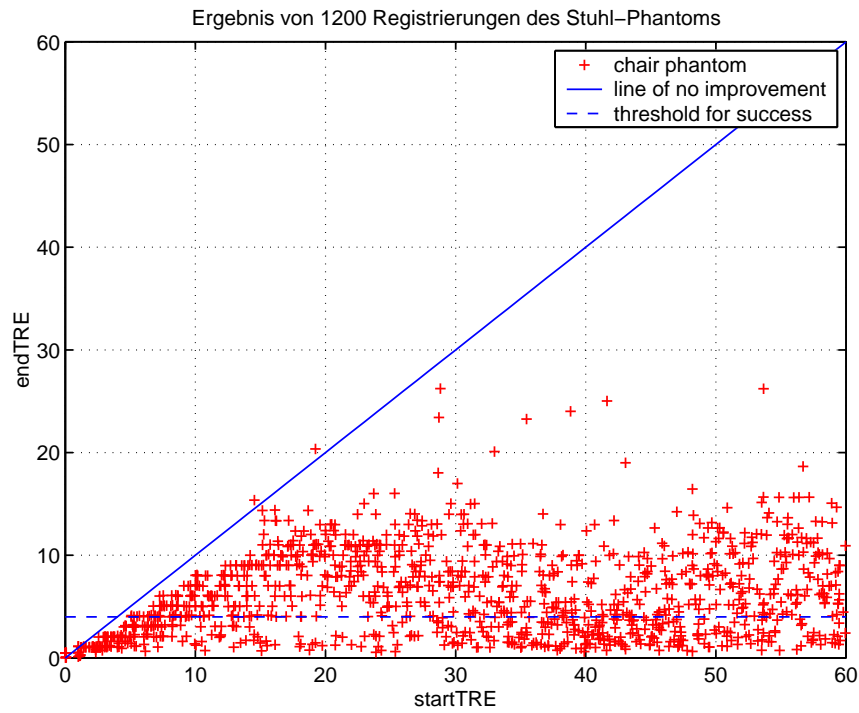


Abb. 5.11: Ergebnis mit vollständigem endTRE.

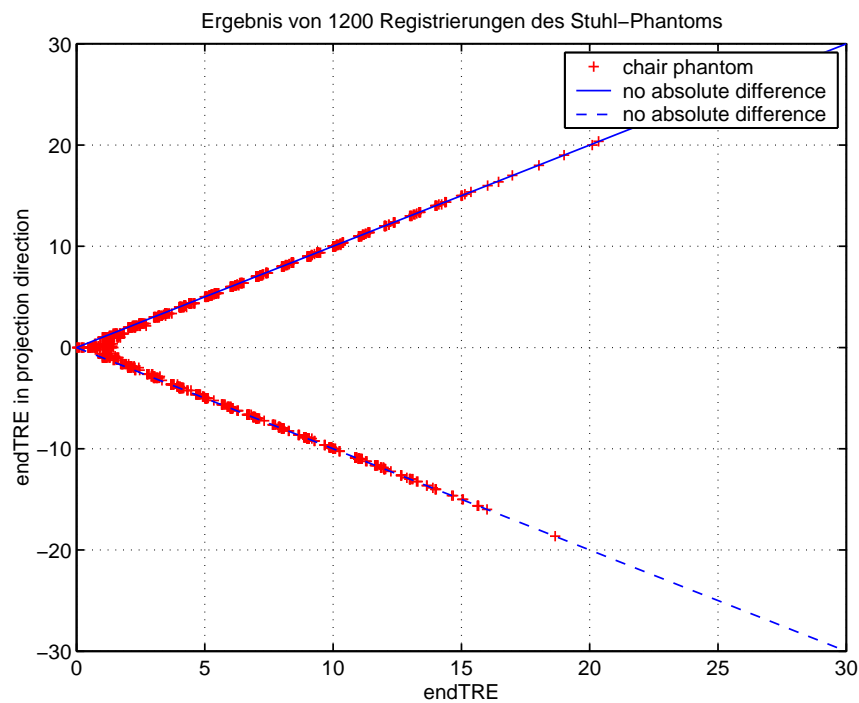


Abb. 5.12: Vergleich von endTRE mit endTRE in Projektionsrichtung.

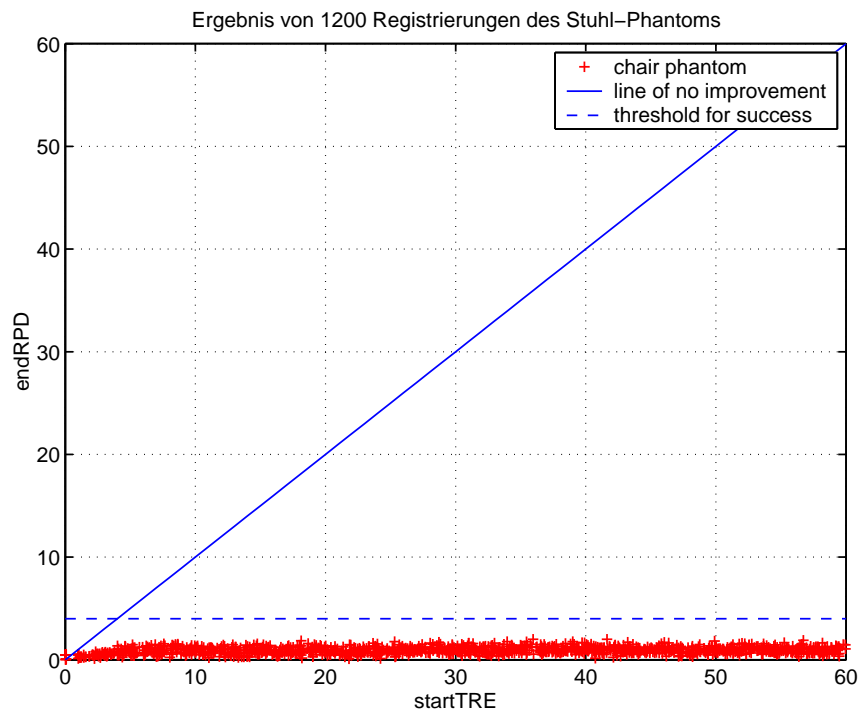


Abb. 5.13: Registrierungsergebnis der Rückprojektion.

ist deutlich zu erkennen, dass alle Registrierungen unterhalb der Schwelle von 4 mm liegen. Abbildung 5.14 zeigt die mittleren $endRPD$ für verschiedene $startTRE$ zwischen 0 mm und 60 mm. Insgesamt ergibt sich als Durchschnitt über alle 1200 Registrierungen ein $endRPD$ von 0.92 mm. Abbildung 5.15 verdeutlicht die 100% korrekten Registrierungen über den gesamten Testbereich. Es besteht keine Abhängigkeit vom $startTRE$. Der Erfolgsbereich umfasst den getesteten Bereich bis 60 mm vollständig.

Der Effekt des 2D-3D-Registrierungsverfahrens wurde mit Hilfe der Darstellung des Registrierungsfehlers in Abhängigkeit von verschiedenen Testpositionen untersucht. Es zeigte sich, dass das Registrierungsverfahren über den gesamten getesteten Bereich vollständig korrekt arbeitet. Der durchschnittliche Registrierungsfehler der 3D-Position in der für die Anwendung wichtigen 2D-Projektion liegt unterhalb von einem Millimeter und somit im Rahmen der Bildauflösung. Bei Betrachtung des vollständigen 3D-Fehlers ergibt sich ein durchschnittlicher Fehler in Projektionsrichtung von 6.14 mm aufgrund des nur ungenau zu bestimmenden Skalierungsfaktors. Dieser Fehler ist für die Positionierung des Bestrahlungsfeldes aber nicht relevant. Das besondere an dem hier vorgestellten 2D-3D-Registrierungsverfahren ist der vom jeweiligen initialen TRE unabhängige Erfolgsbereich, der den gesamten Testbereich von 60 mm umfasst. Dies ist weit mehr als das, was in z.B. in Kraats et al. [95] berichtet wird. Dort liegt der Erfolgsbereich je nach Verfahren zwischen 1mm und 5mm. Der große Erfolgsbereich ist zum Teil darauf zurückzuführen, dass durch die mathematische Entkopplung des Suchra-

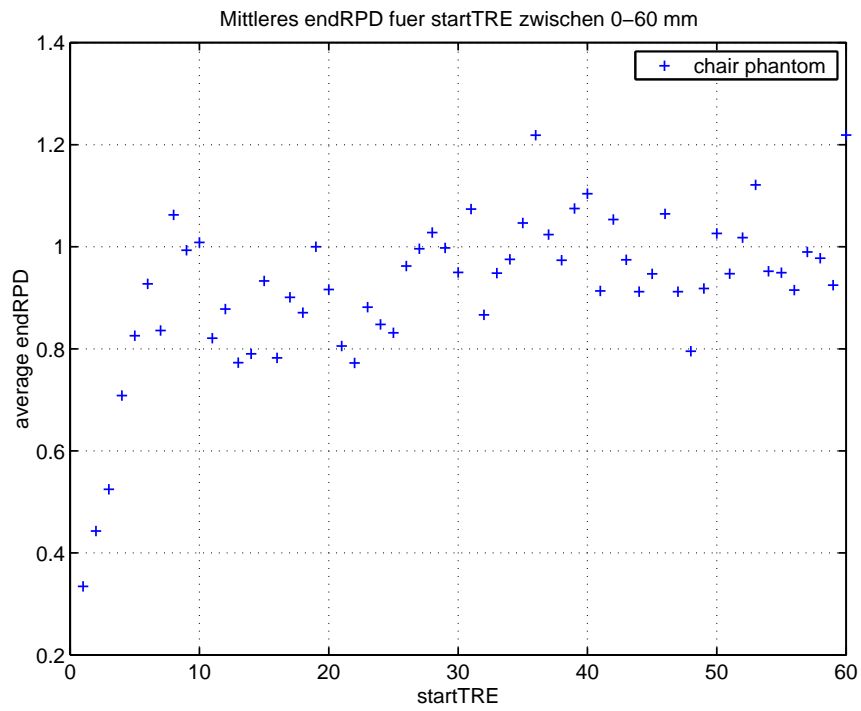


Abb. 5.14: Mittleres endRPD für verschiedene startTRE zwischen 0-60 mm.

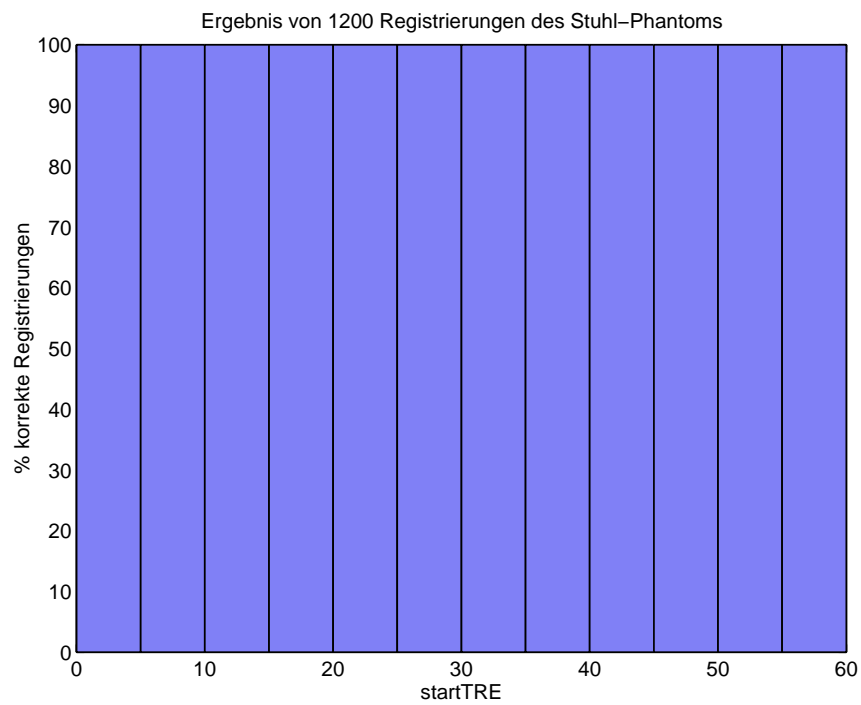


Abb. 5.15: Prozentuale Erfolgsquote.

mes praktisch eine vollständige Suche ermöglicht wird. Es besteht somit keine Gefahr in einem lokalen Extremum bei der Suche nach der besten Registrierung stecken zu bleiben.

Rauschverhalten

Um zu untersuchen wie stabil das 2D-3D-Registrierungsverfahren gegenüber verauschten Daten ist, wurden Messungen mit verauschten Testbildern durchgeführt. Hierzu wurden die Testbilder mit einem Rauschanteil zwischen 0% und 20% versehen (Abb. 5.16). Getestet wurden wieder Positionen mit einem initialen TRE zwischen 0 mm und 60 mm. Pro 1 mm Intervall wurden 5 Testpositionen erzeugt, wodurch sich pro Rauschanteil 300 Testpositionen ergeben. Es wurden folgende Anteile an Systemrauschen getestet: 0%, 1%, 2.5%, 5%, 7.5%, 10%, 12.5%, 15%, 17.5% und 20%. Bei den Testmessungen wurden wieder die Registrierungen bei denen der $endRPD$ kleiner als 4 mm war als erfolgreich gewertet. Die Ergebnisse der insgesamt 3000 Registrierungen bezüglich $endRPD$ veranschaulicht Abb. 5.17. Es ist zu erkennen, dass die Registrierungen bis zu einem Rauschanteil von 10% stabil bleiben. Abbildung 5.18 verdeutlicht dies durch die Darstellung des Anteils der korrekten Registrierungen für verschiedene Rauschanteile. Damit ist das Verfahren auch für Testbilder mit schlechter Bildqualität geeignet. Tabelle 5.1 verdeutlicht die durchschnittlichen Erfolgsquoten für die unterschiedlichen Rauschanteile.

Tabelle 5.1: Rauschverhalten Stuhlphantom

Rauschanteil	Erfolgsquote
0%	100%
1%	100%
2.5%	100%
5%	100%
7.5%	99.7%
10%	98.7%
12.5%	94.7%
15%	82.3%
17.5%	62.3%
20%	42.3%

5.8.2 Registrierung von DRRs

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Registrierungen von künstlich generierten Projektionsaufnahmen eines CT-Datensatzes aus der Beckenregion beschrieben.

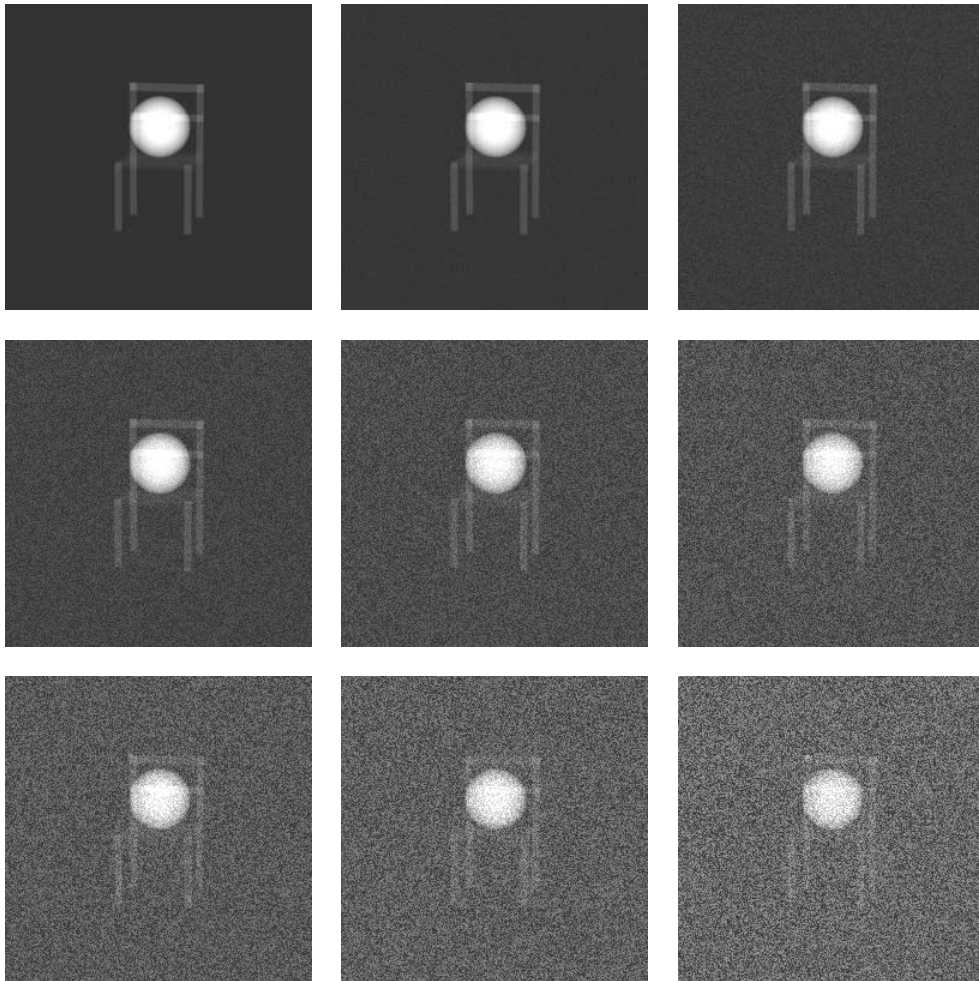


Abb. 5.16: Testbilder mit unterschiedlichem Rauschanteil.

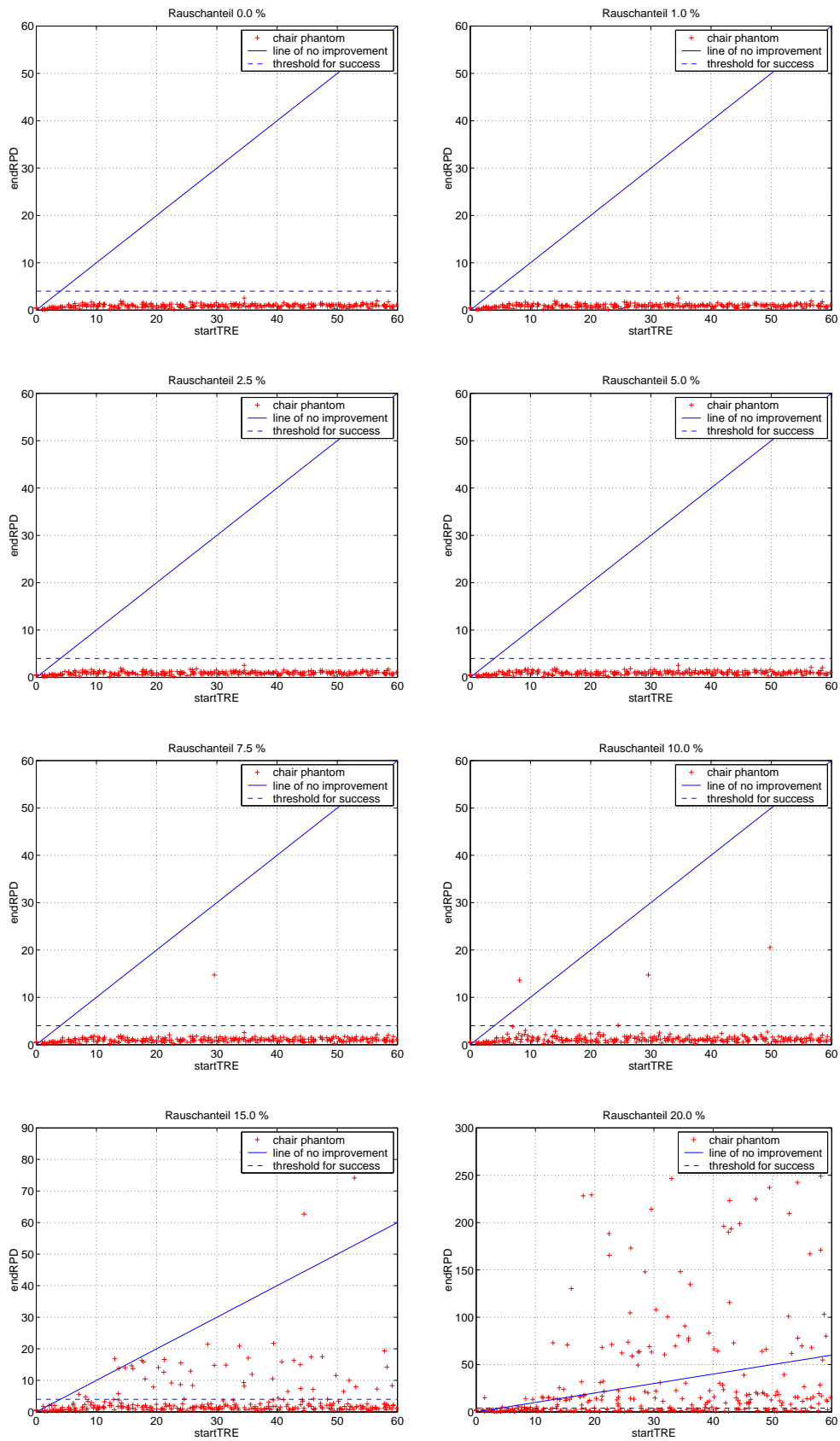


Abb. 5.17: Ergebnis bei unterschiedlichem Rauschanteil.

5 2D-3D Bildregistrierung

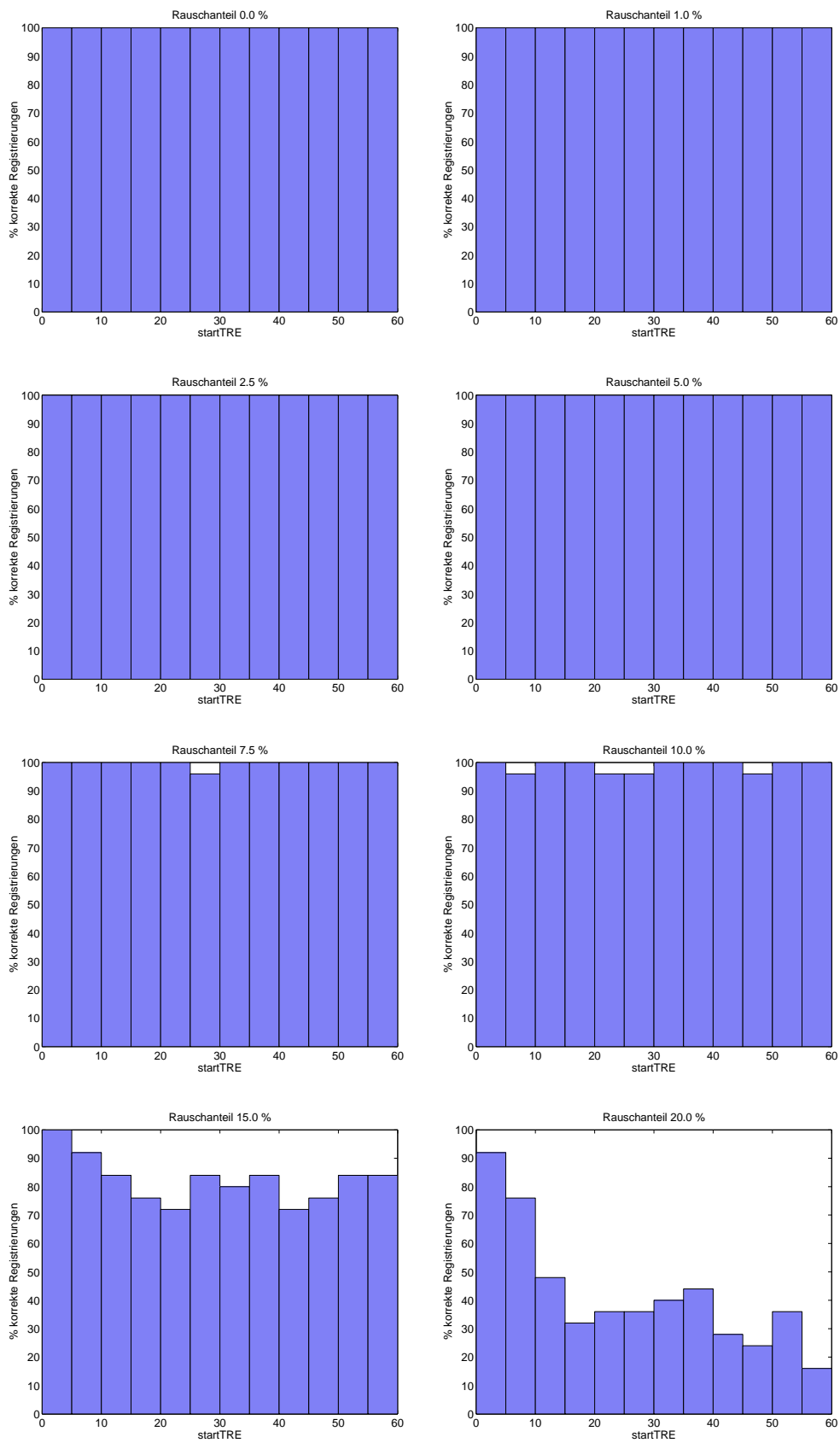


Abb. 5.18: Prozentuale Erfolgsquote des Stuhl-Phantoms.

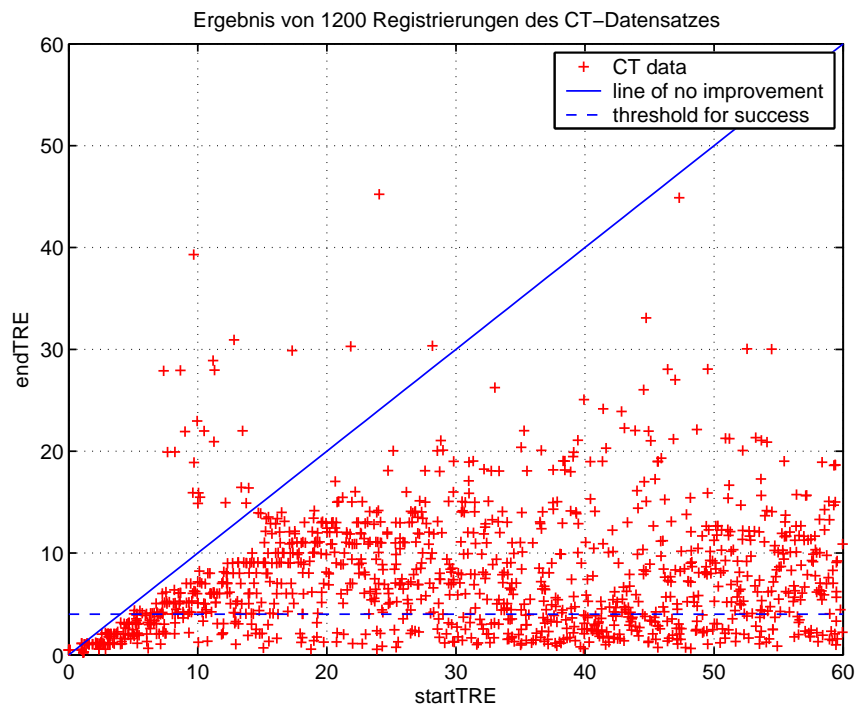


Abb. 5.19: Ergebnis mit vollständigem endTRE.

Abbildung 5.9 zeigt verschiedene Projektionen der Beckenregion. Auch hier wurden 1200 Registrierungen mit Testpositionen aus einem Bereich von 0 mm bis 60 mm durchgeführt. Die out-of-plane Rotationen lagen wieder im Bereich $\pm 20^\circ$ und die Rotationen um die optische Achse im Bereich $\pm 80^\circ$. Die Ergebnisse für den kompletten Registrierungsfehler $endTRE$ werden in Abbildung 5.11 veranschaulicht. Ähnlich wie beim Stuhlphantom liegen die Ergebnisse in einem Bereich zwischen 0 mm und 20 mm. Analog ist dies auf die Ungenauigkeit in der Positionsbestimmung entlang der optischen Achse zurückzuführen. Abbildung 5.12 zeigt den Fehler in Projektionsrichtung TRE_{proj} als Funktion des Gesamtfehlers $endTRE$. Der Gesamtfehler kann fast komplett durch den Fehler in Projektionsrichtung erklärt werden. Die für die Strahlentherapie wichtige mittlere Rückprojektionsdistanz RPD wird in Abbildung 5.13 dargestellt.

Es ist deutlich zu erkennen, dass fast alle Registrierungen unterhalb der Schwelle von 4 mm liegen. Nur 6 Registrierungen von 1200 weisen einen Fehler von mehr als 4 mm auf. Abbildung 5.22 veranschaulicht die mittleren $endRPD$ für verschiedene $startTRE$ zwischen 0 mm und 60 mm. Insgesamt ergibt sich als Durchschnitt über alle 1200 Registrierungen des CT-Datensatzes ein $endRPD$ von 1.24 mm. Abbildung 5.23 zeigt den Prozentsatz der erfolgreichen Registrierungen in Abhängigkeit vom $startTRE$. Analog zum mathematischen Phantom umfasst der Erfolgsbereich den gesamten gestesteten Bereich. Es besteht keine Abhängigkeit von den gewählten Positionen.

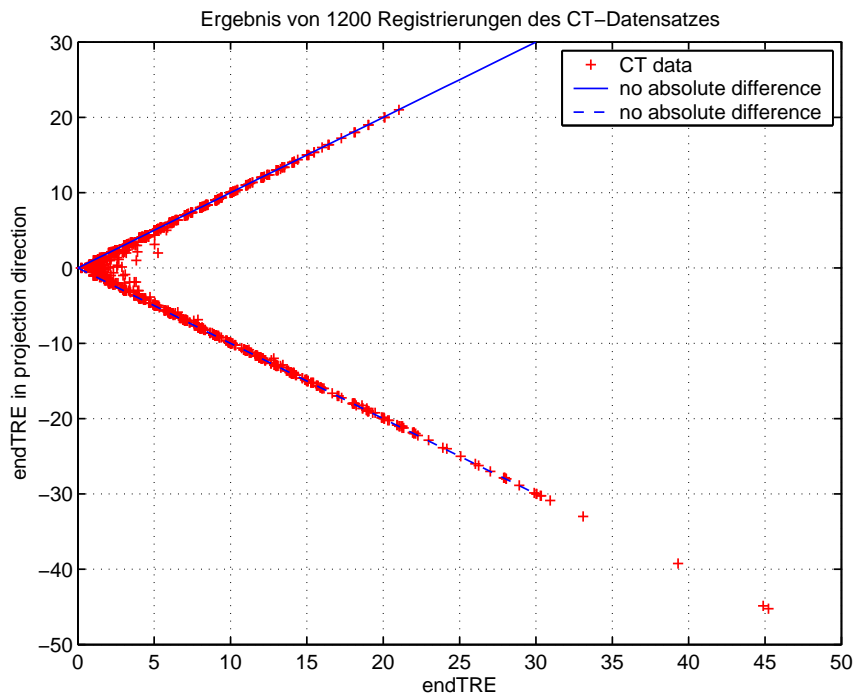


Abb. 5.20: Vergleich von endTRE mit endTRE in Projektionsrichtung.

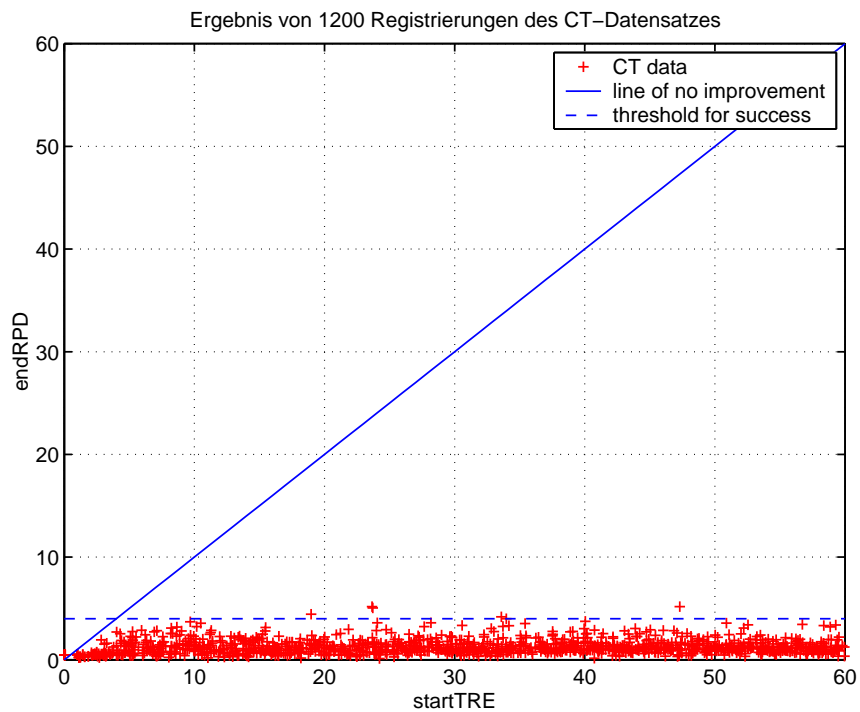


Abb. 5.21: Registrierungsergebnis der Rückprojektion.

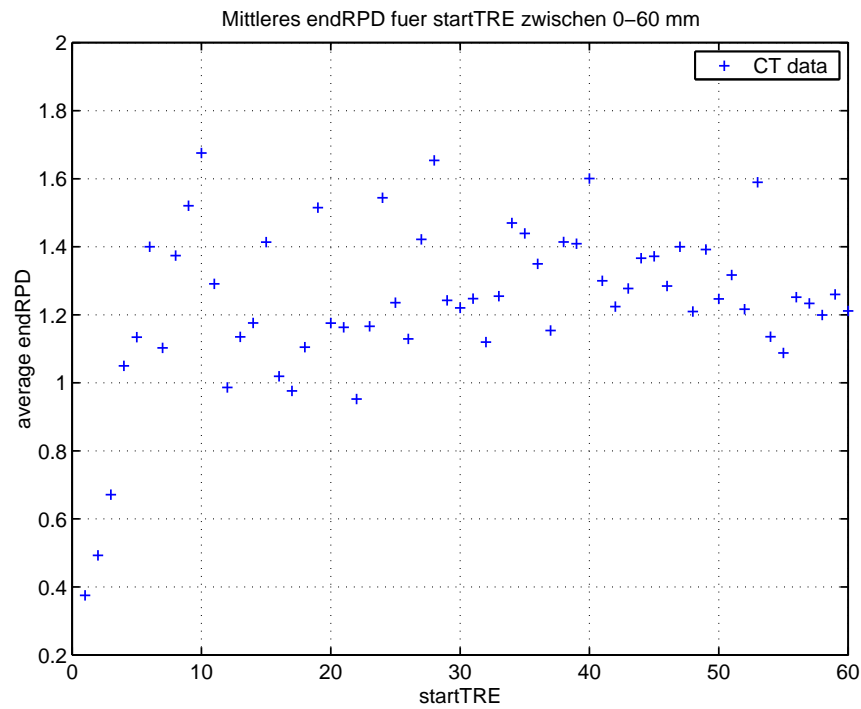


Abb. 5.22: Mittleres endRPD für verschiedene startTRE zwischen 0-60 mm.

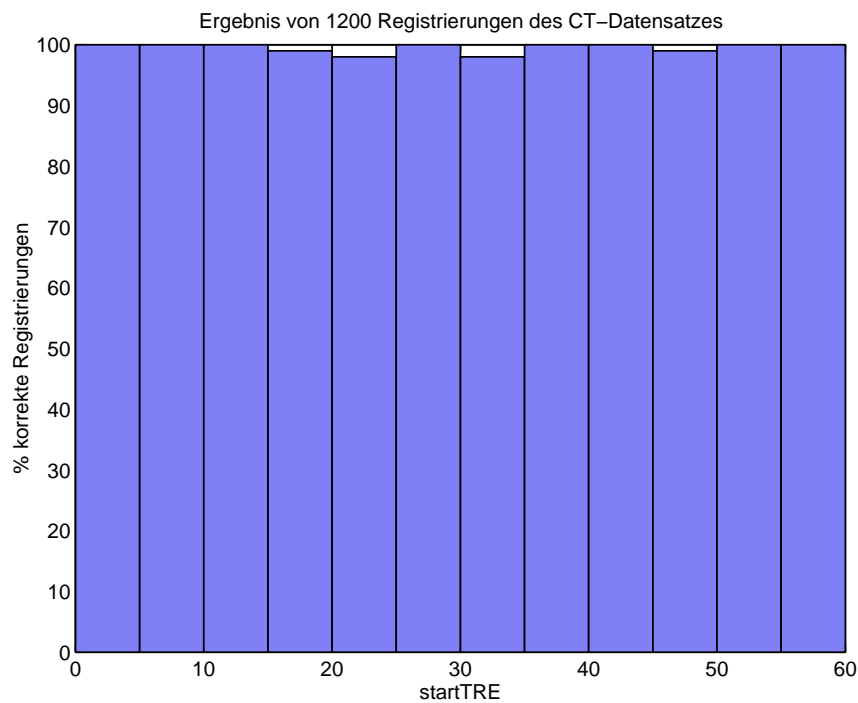


Abb. 5.23: Prozentuale Erfolgsquote.

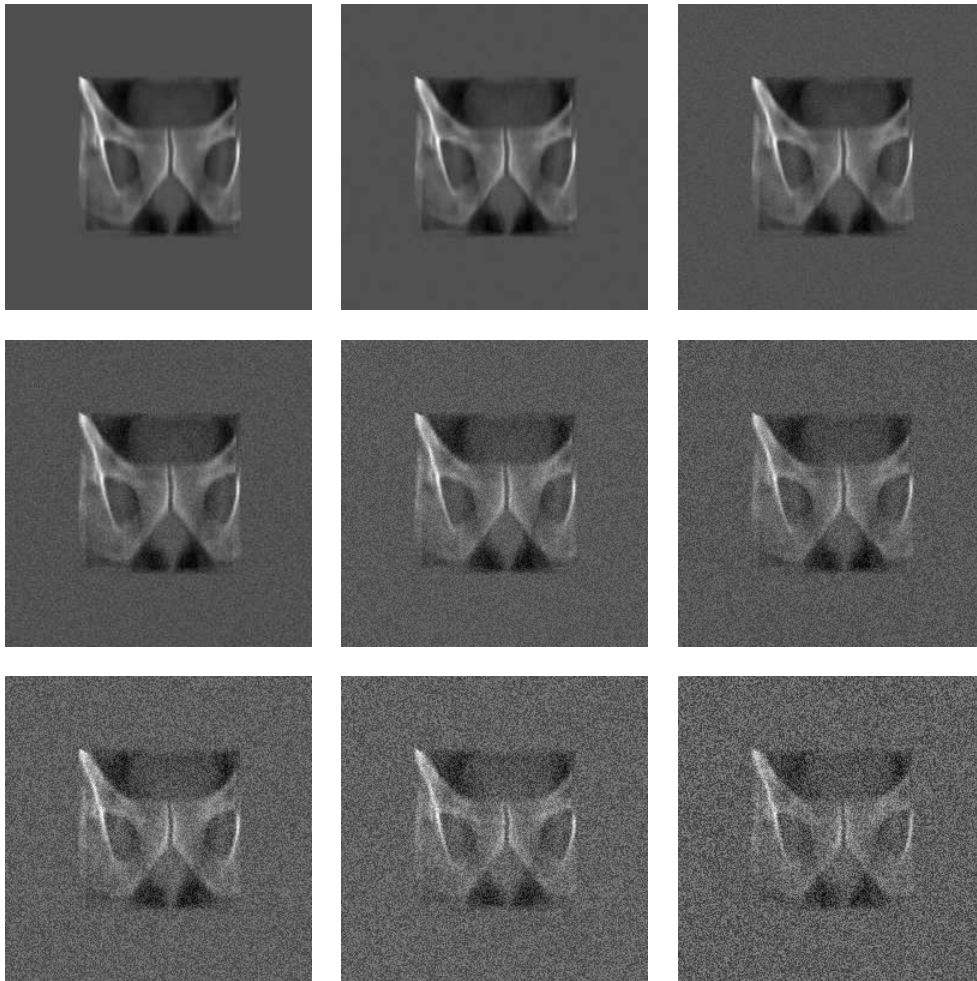


Abb. 5.24: Testbilder mit unterschiedlichem Rauschanteil.

Rauschverhalten

Zur Untersuchung der Stabilität des 2D-3D-Registrierungsverfahrens gegenüber verauschten Daten wurden wiederum Messungen mit verauschten Testbildern durchgeführt. Hierzu wurden die Testbilder mit einem Rauschanteil zwischen 0% und 20% versehen (Abb. 5.24). Getestet wurden wieder Positionen mit einem *TRE* zwischen 0 mm und 60 mm. Pro 1 mm Intervall wurden 5 Testpositionen erzeugt, wodurch sich pro Rauschanteil 300 Testpositionen ergeben. Es wurden folgende Anteile an Systemrauschen getestet: 0%, 1%, 2.5%, 5%, 7.5%, 10%, 12.5%, 15%, 17.5% und 20%. Bei den Testmessungen wurden wieder die Registrierungen bei denen der *endRPD* kleiner als 4 mm war als erfolgreich gewertet. Ergebnisse der insgesamt 3000 Registrierungen des CT-Datensatzes bezüglich *endRPD* veranschaulicht Abb. 5.25. Es ist zu erkennen, dass Registrierungen mit dem CT-Datensatz sogar stabiler sind als mit dem mathematischen Phantom. Das Verfahren bleibt bis zu einem Rauschanteil von 15% stabil.

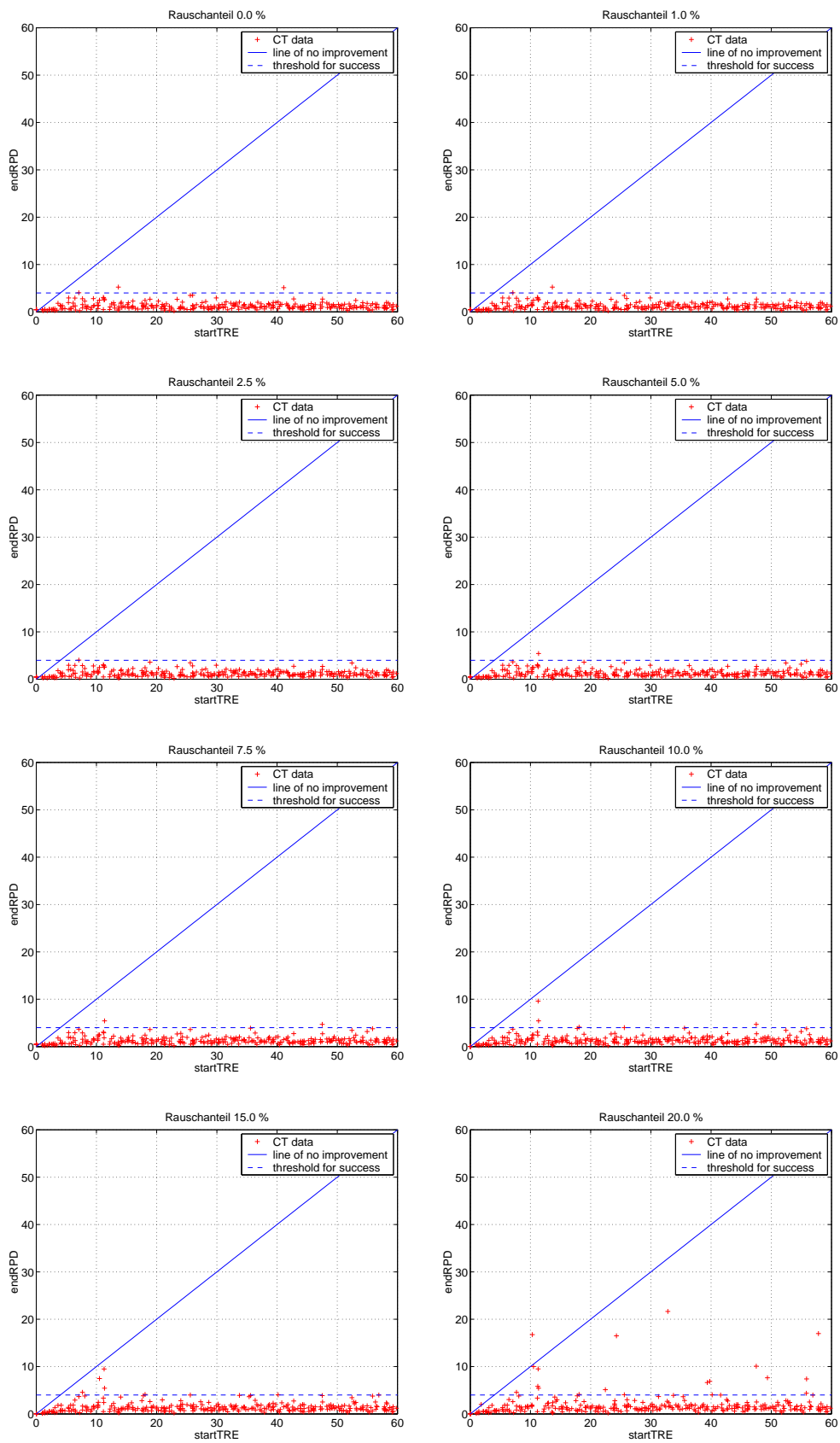


Abb. 5.25: Ergebnis bei unterschiedlichem Rauschanteil.

Abbildung 5.26 verdeutlicht dies durch die Darstellung des Anteils der korrekten Registrierungen für verschiedene Rauschanteile. Damit ist das Verfahren, wie gewünscht, auch für Testbilder mit schlechter Bildqualität geeignet. Tabelle 5.2 zeigt die durchschnittlichen Erfolgsquoten für die unterschiedlichen Rauschanteile.

Tabelle 5.2: Rauschverhalten CT-Datensatz

Rauschanteil	Erfolgsquote
0%	99.0%
1%	99.3%
2.5%	99.7%
5%	99.7%
7.5%	99.3%
10%	98.3%
12.5%	98%
15%	97.7%
17.5%	96.7%
20%	93.7%

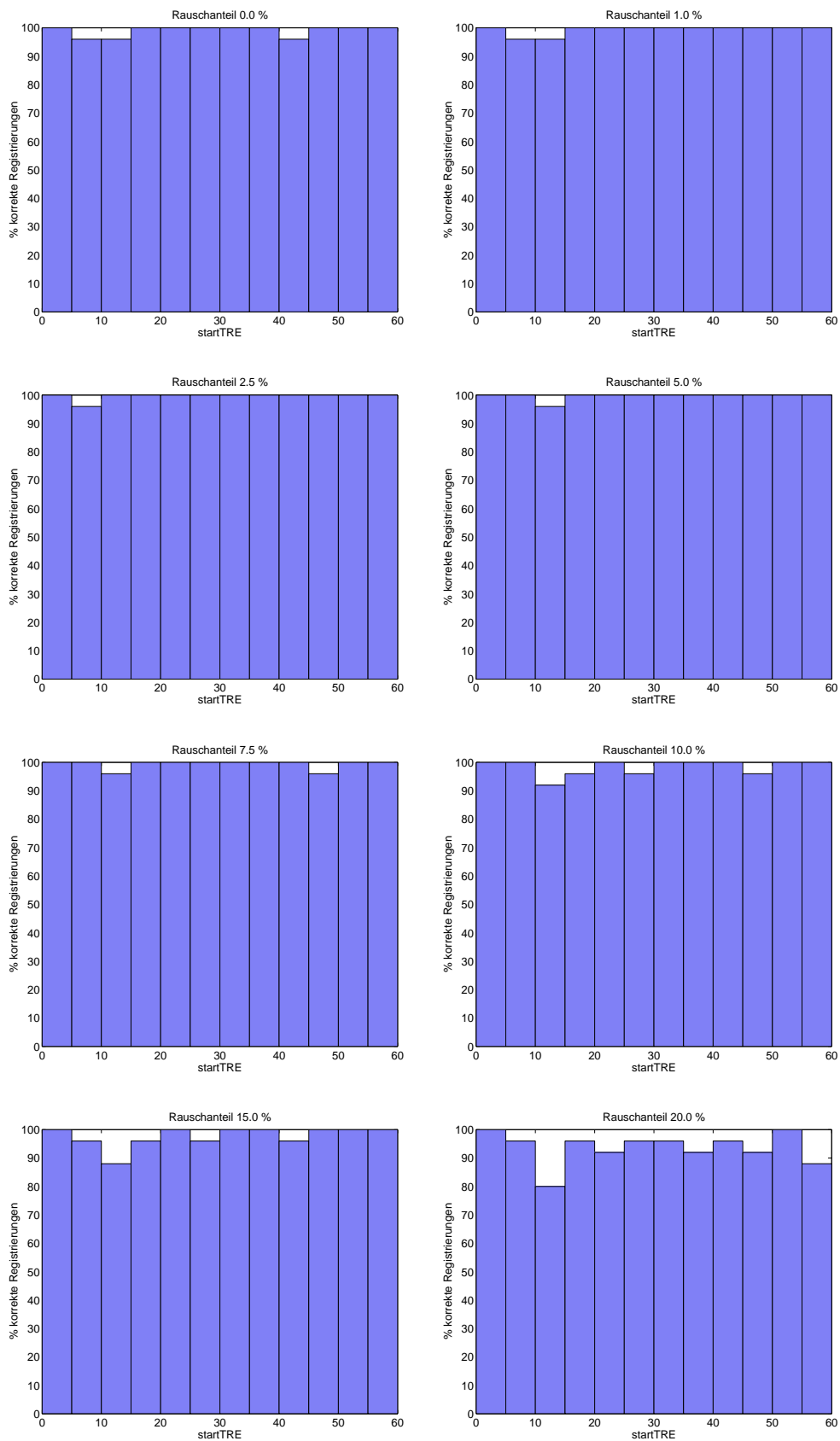


Abb. 5.26: Prozentuale Erfolgsquote des CT-Datensatzes.

5.8.3 Exemplarische 2D-3D Registrierung von Portalbildern

In diesem Abschnitt wird exemplarisch eine 2D-3D Registrierung mit Verifikationsaufnahmen aus der Beckenregion durchgeführt. Hierbei handelt es um eine Bilderserie, die zum gleichen Patienten, wie der 3D-CT-Datensatz aus dem vorherigen Abschnitt gehört. Da die genaue räumliche Position der Verifikationsaufnahmen nicht bekannt ist, kann nur überprüft werden, ob die Registrierung zu plausiblen Ergebnissen führt. Es wurden 17 Verifikationsaufnahmen mit dem CT-Datensatz registriert. Bei 14 Aufnahmen war die Registrierung erfolgreich. Das heißt es wurde, soweit das visuell beurteilbar ist, die korrekte Projektion ausgewählt und eine richtige Translation, Rotation und Skalierung bestimmt, die das Portal Image mit der künstlichen Projektion zur Deckung bringt. Bei drei Aufnahmen wurde nicht die richtige Projektion ausgewählt, weil offensichtlich die obere Kante der Symphyse nicht ausreichend abgebildet oder durch Artefakte überlagert war. Allerdings sind die 2D-Bewegungen, d.h. Translation und Rotation in der Ebene trotzdem korrekt bestimmt worden, so dass auch die fehlerhafte Registrierung noch zur Lagerungskontrolle verwendet werden kann. Abbildung 5.27 verdeutlicht das Ergebnis. Links jeweils das Portal Image und rechts die ausgewählte künstliche Projektion. Die ersten drei Reihen zeigen erfolgreiche Registrierungen und die letzte Reihe beispielhaft die Auswahl einer falschen Projektion.

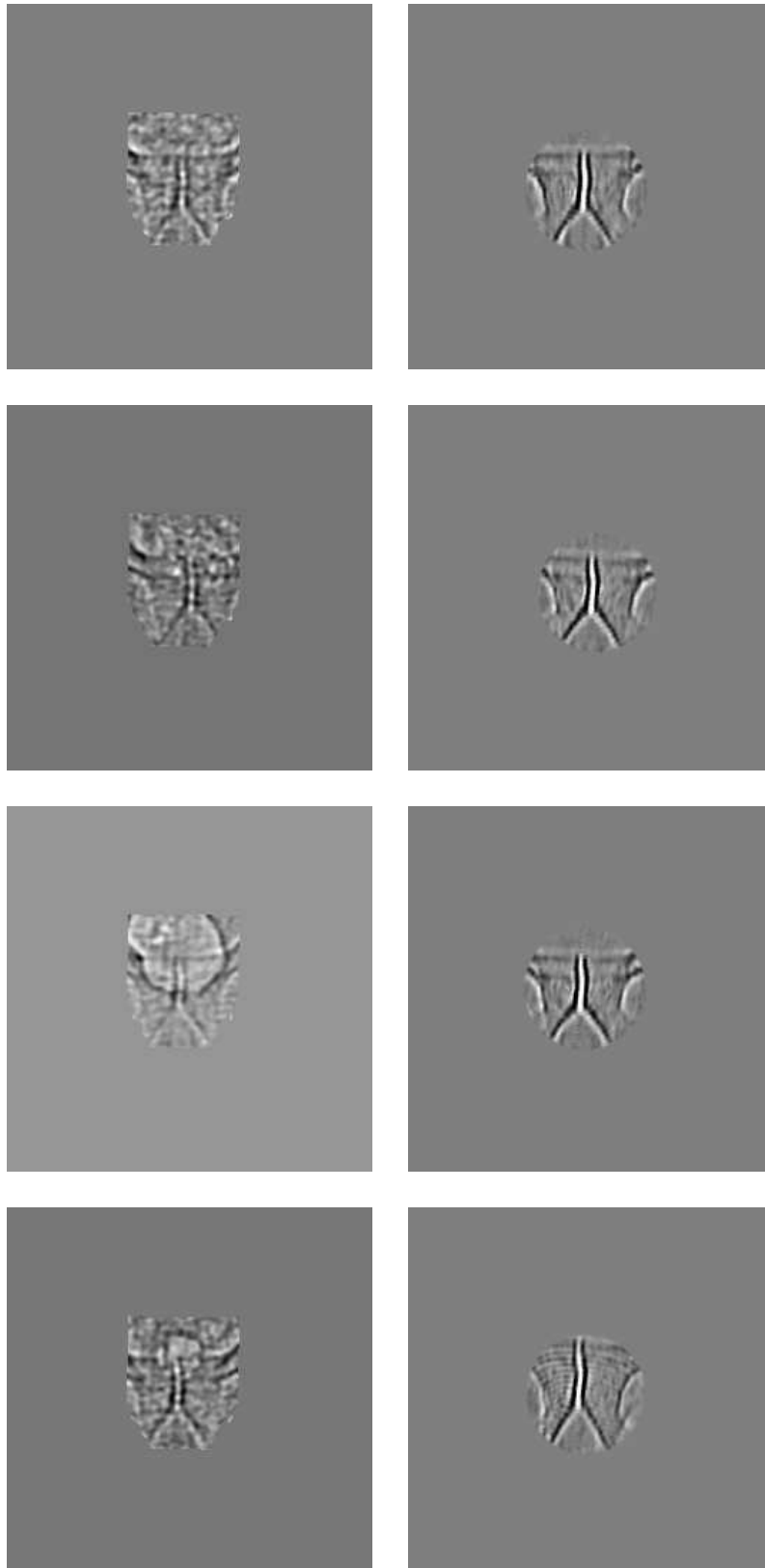


Abb. 5.27: 2D-3D-Registrierung von Verifikationsaufnahmen

Teil II

Schnelle Berechnung von Kegelstrahlprojektionen

6 Verbindung zur Computertomographie

Beliebige Röntgenprojektionen (DRRs) lassen sich anhand eines 3D-CT-Satzes berechnen. Die Standardmethode ist das Prinzip der Strahlverfolgung auch "Raytracing" genannt. Hierzu werden entsprechend der Geometrie der Projektion Strahlen durch das 3D-Volumen geschickt und die Dichtewerte entlang der Strahlen aufsummiert. Für ein Datenvolumen aus N^3 Voxeln ist der numerische Aufwand zur Berechnung einer Projektion auch von der Größenordnung N^3 . Sollen nur wenige Projektionen berechnet werden, ist der Aufwand vertretbar. Werden aber viele Projektionen benötigt, so ist der Rechenaufwand besonders bei hochauflösenden Datensätzen beträchtlich. Gängige Verfahren zur optimierten Berechnung sind in Abschnitt 5.4 besprochen worden. Hier wird nun ein neues Verfahren vorgestellt, das die Berechnung einer beliebigen Projektion mit einem numerischen Aufwand der Größenordnung $N^2 \log N$ ermöglicht. Hierzu wird der 3D-Datensatz mit Hilfe von mathematischen Transformationen in eine alternative Darstellung überführt, die die Berechnungen von Projektionen mit reduziertem Aufwand ermöglicht. Bevor das Verfahren zur Berechnung von beliebigen Projektionen im dreidimensionalen Raum entwickelt wird, wird zur Einführung in die Problematik ein Zusammenhang mit Rekonstruktionen in der Computertomographie hergestellt. Das methodische Prinzip der schnellen Kegelstrahlprojektion wurde in [50] präsentiert.

6.1 Rekonstruktion aus Projektionen

Die Computertomographie mit der Möglichkeit innere Organe zu betrachten war ein Meilenstein für die medizinische Diagnostik. Grundsätzlich werden in der Computertomographie Bilder aus ihren Projektionsdaten rekonstruiert. In den meisten Fällen handelt es sich hierbei um zweidimensionale Tomographie, bei der eine Schicht des Objektes rekonstruiert wird. Projektionen der Schicht werden aus vielen verschiedenen Richtungen aufgenommen und dienen als Eingangsdaten für den Rekonstruktionsalgorithmus. Zur Verdeutlichung des Prinzips sind in Abb. 6.1 zwei eindimensionale Projektionen einer aus zwei runden Scheiben bestehenden Objektfunktion dargestellt. In der medizinischen Computertomographie werden die Projektionen durch Röntgenstrahlen erzeugt. Die Röntgenquelle produziert einen nahezu homogenen Photonenstrahl, der das Objekt durchdringt. Jedesmal wenn ein Photon ein Atom des Objektes trifft, wird

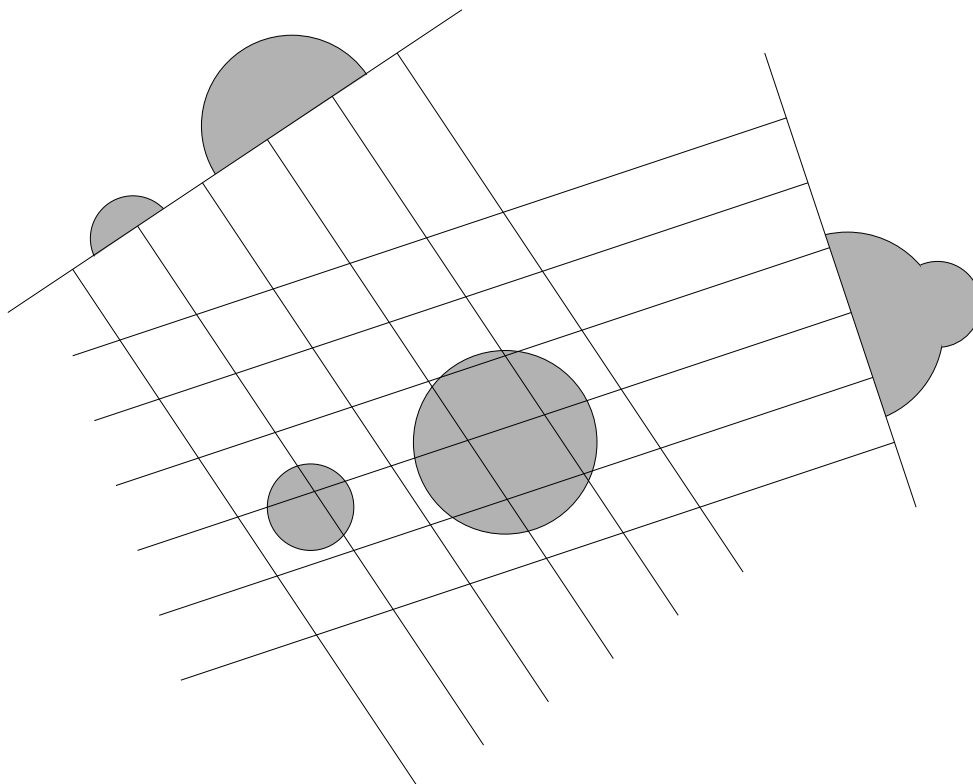


Abb. 6.1: Zwei eindimensionale Projektionen eines Objektes aus zwei Kreisscheiben

es entweder absorbiert oder gestreut, womit die Anzahl der Photonen variiert, die den gegenüber liegenden Detektor erreichen. Die Intensitätsabschwächung (d.h. das Verhältnis zwischen Eingang und Ausgang) ist proportional zur Schwächung durch das Objekt. Die Variation der Schwächung durch das Objekt wird durch die Objektfunktion $f(x, y, z)$ beschrieben. Die Integration der Abschwächung entlang eines Strahles liefert die folgende Formel:

$$I_{out} = I_0 e^{-\int_L f(x,y,z) dl} \quad (6.1)$$

Der Röntgenstrahl durchquert das Objekt entlang der Linie L . I_0 ist Originalintensität des Röntgenstrahls und I_{out} ist die abgeschwächte Intensität. Durch Logarithmieren erhält man:

$$\int_L f(x, y, z) dl = \ln \frac{I_0}{I_{out}} \quad (6.2)$$

(6.2) verdeutlicht die Beziehung zwischen einem Linienintegral durch das Objekt und den durch den Röntgendetektor gemessenen Intensitäten (Abb. 6.2). Dies ist ganz analog zu den in Abschnitt 5.4.1 beschriebenen Linienintegralen einer Röntgenaufnahme.

In der Computertomographie werden nun Linienintegrale aus allen möglichen Richtungen aufgenommen, indem die Röntgenquelle um das Objekt rotiert. Die Detektorelemente sind zeilenförmig angeordnet. Die mathematische Transformation, die im

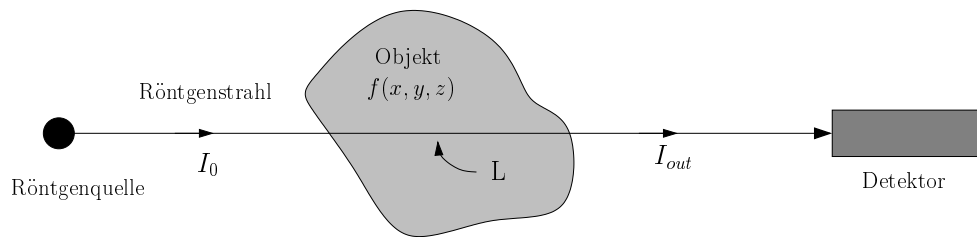


Abb. 6.2: Jeder Röntgenstrahl bildet ein Linienintegral durch das Objekt

zweidimensionalen die gewünschten Objektdaten mit einer Darstellung über die verschiedenen Linienintegrale verbindet wird Radontransformation genannt. Durch Umkehrung der Radontransformation wird dann das Objekt rekonstruiert.

6.2 Kegelstrahltomographie

Neueste Entwicklungen in der Computertomographie arbeiten nicht mehr mit Zeilendetektoren sondern mit zweidimensionalen Flächendetektoren. Man spricht dann vom Kegelstrahl-CT. So wird zum Beispiel das Verfahren der Kegelstrahl-CT zur 3D-Gefäßrekonstruktion bei der Rotationsangiographie mit einem C-Bogen eingesetzt [78]. Es werden im Prinzip Röntgenbilder bzw. Kegelstrahlprojektionen aus vielen verschiedenen Richtungen aufgenommen und anhand dieser Bilder wird dann die 3D-Objektfunktion rekonstruiert. Eine wichtige Variante ist hier die Rekonstruktion mit Hilfe der Radontransformation, aber mit der dreidimensionalen Version [42]. Die 3D-Radontransformation ist die Menge der Flächenintegrale über sämtliche Ebenen durch eine 3D-Funktion, und nicht der Linienintegrale wie im 2D-Fall. Die Daten jeder einzelnen Kegelstrahlprojektion leisten einen bestimmten Beitrag zum 3D-Radonraum. Die dabei abgebildeten Daten liegen auf einer Kugelfläche, der sogenannten Radonschale.

Diese Tatsache lässt sich nun als Idee zur Entwicklung eines schnellen Verfahrens zur Generierung von künstlichen Röntgenprojektionen nutzen. Durch die prinzipielle Umkehrung der Vorgehensweise bei der Rekonstruktion in der Kegelstrahltomographie kann folgendes erreicht werden. Die gegebenen 3D-CT-Daten werden in einem Vorverarbeitungsschritt in den 3D-Radonraum umgerechnet. Für eine bestimmte Kegelstrahlprojektion werden die Daten auf einer Kugelschale ausgelesen.

Aus diesen Daten wird dann die gewünschte Projektion berechnet. Anders als bei der klassischen Strahlverfolgung ist das Auslesen der Kugelschale nicht mit einem Aufwand von $O(N^3)$ verbunden, sondern nur mit einem Rechenaufwand von $O(N^2)$. Die folgende Umrechnung in die eigentliche Projektion hat einen Aufwand von $O(N^2 \log N)$. Damit lässt sich die Berechnung von beliebigen Kegelstrahlprojektionen besonders bei hochauflösenden Datensätzen effektiv beschleunigen. Im nächsten Kapitel werden die

für die Implementierung erforderlichen mathematischen Transformationen und Relationen abgeleitet.

7 Mathematische Transformationen und Relationen

7.1 Die 2D Radontransformation

Die Radon Transformation wurde 1917 von Johann Radon definiert und untersucht [76]. Sei L eine Gerade in der x, y -Ebene (Abb. 7.1), definiert durch die Menge aller Punkte (x, y) für die gilt

$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta. \quad (7.1)$$

Die Senkrechte durch den Ursprung schneidet die Gerade L in

$$(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta) = \rho \vec{\xi}, \quad (7.2)$$

wobei der Einheitsvektor $\vec{\xi}$ definiert ist durch

$$\vec{\xi} = (\cos \theta, \sin \theta). \quad (7.3)$$

Die Menge der Linienintegrale entlang sämtlicher Geraden durch eine 2D-Funktion wird als zweidimensionale Radon Transformation bezeichnet

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_2 f(\rho \vec{\xi}) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - \rho) dx dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\vec{x}) \delta(\vec{x} \cdot \vec{\xi} - \rho) d\vec{x} \end{aligned} \quad (7.4)$$

mit

$$\vec{x} = (x, y).$$

Das Ergebnis des Linienintegrals wird an der Position $\rho \vec{\xi}$ in den Radonraum eingetragen, d.h an der Stelle wo die Ursprungsnormale die Gerade L schneidet (Abb. 7.1 a). Umgekehrt wird die Menge der Linienintergrale durch einen bestimmten Objektdatenpunkt (x, y) auf einen Kreis im Radonraum abgebildet, der den Punkt und den Ursprung O schneidet, wobei der Vektor (x, y) den Durchmesser bildet (Abb. 7.1 b). Dies bedeutet im Falle einer Rückprojektion der Radondaten, dass die Radondaten dieses speziellen Kreises einen Beitrag zum Wert des Datenpunktes (x, y) leisten. Eine alternative Darstellungsmöglichkeit der Radonwerte ist ein Sinogramm. Hierbei werden die

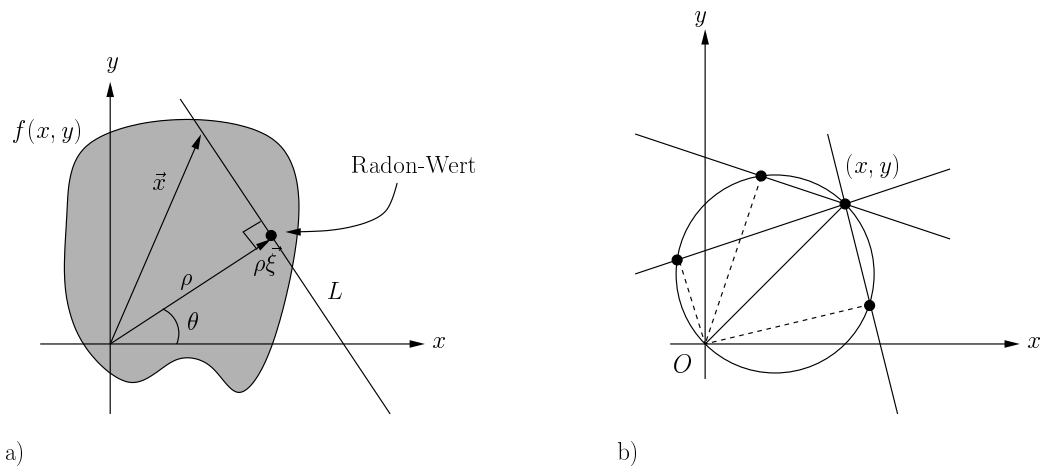


Abb. 7.1: a) Integration entlang einer Linie L bildet einen Radonwert. b) Ein Punkt (x, y) trägt zu Radonwerten auf einem Kreis im Radonraum bei.

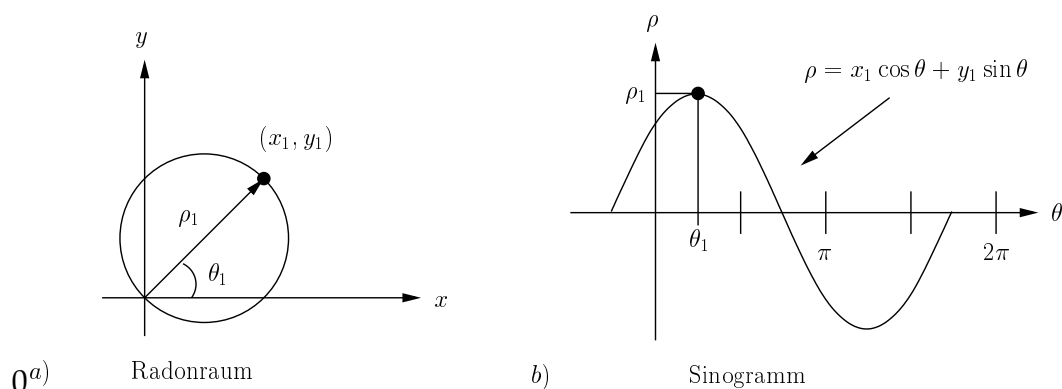


Abb. 7.2: Ein Kreis im Radonraum entspricht einer Sinuskurve im Sinogramm.

Ergebnisse der Linienintegrale kartesisch entlang der Variablen ρ und θ aufgetragen. Abbildung 7.2 verdeutlicht den Ursprung des Namens. Ein Datenpunkt (x, y) trägt zu einer Sinuskurve im Sinogramm bei.

7.2 Das 2D Fourier Slice Theorem

Eine wichtige Eigenschaft der Radontransformation ist ihr Bezug zur Fouriertransformation. Eine Projektion eines Objektes wird durch die Kombination eines Satzes von Linienintegralen durch das Objekt gebildet. Die einfachste Projektion, die Parallelprojektion, ist eine Zusammenfassung von parallelen Linienintegralen, was einem Satz von Radonwerten entlang einer Linie durch den Ursprung entspricht (Abb. 7.3). Das 2D Fourier Slice Theorem kann in Worten wie folgt formuliert werden: Die 1D Fouriertrans-

formation $\mathcal{FR}_2f(R\vec{\xi})$ einer Projektion $\mathcal{R}_2f(\rho\vec{\xi})$ von $f(x, y)$, d.h. die Fouriertransformation der Daten entlang einer Linie durch den Ursprung des Radonraumes von $f(x, y)$, ist identisch zu den Werten der gleichen Linie durch den 2D Fourierraum $F(u, v)$ von $f(x, y)$. Das Theorem ist zentraler Bestandteil zahlreicher Rekonstruktionsverfahren aus Projektionen. Die Herleitung wird im folgenden beschrieben. Die Fouriertransformation von $\mathcal{R}_2f(\rho\vec{\xi})$ entlang ρ ist gegeben durch

$$\mathcal{FR}_2f(R\vec{\xi}) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{R}_2f(\rho\vec{\xi}) e^{-j2\pi R\rho} d\rho \quad (7.5)$$

Einsetzen von (7.4) ergibt

$$\mathcal{FR}_2f(R\vec{\xi}) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - \rho) dx dy \right] e^{-j2\pi R\rho} d\rho \quad (7.6)$$

Durch Vertauschen der Integrationsreihenfolge erhält man

$$\mathcal{FR}_2f(R\vec{\xi}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \left[\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - \rho) e^{-j2\pi R\rho} d\rho \right] dx dy \quad (7.7)$$

Das innere Integral leistet nur Beiträge, wenn (7.1) gilt, womit (7.7) umgeschrieben werden kann zu

$$\mathcal{FR}_2f(R\vec{\xi}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi(x \cos \theta + y \sin \theta)R} dx dy \quad (7.8)$$

Durch Einsetzen von

$$\begin{cases} u = R \cos \theta \\ v = R \sin \theta \end{cases} \quad (7.9)$$

in (7.8) erhält man

$$\mathcal{FR}_2f(R\vec{\xi}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi(xu+yv)} dx dy = F(u, v) \quad (7.10)$$

Damit entspricht die rechte Seite bei festem θ der zweidimensionalen Fouriertransformation F von $f(x, y)$ entlang einer radialen Linie gemäß (7.9). Dies ergibt

$$\mathcal{FR}_2f(R\vec{\xi}) = F(R \cos \theta, R \sin \theta) = F(R\vec{\xi}) \quad (7.11)$$

womit das Fourier Slice Theorem bewiesen wäre.

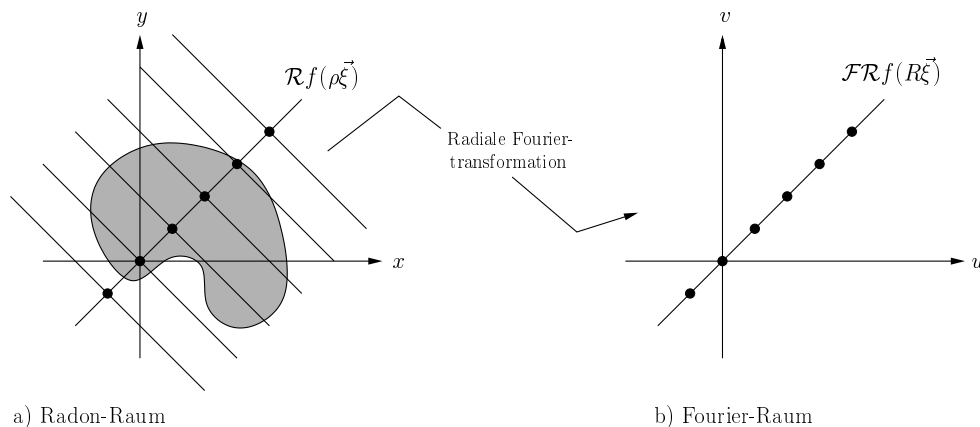


Abb. 7.3: Das Fourier-Slice-Theorem

7.3 Die gefilterte Rückprojektion

Eine Möglichkeit zur Umkehrung der Radontransformation bietet die gefilterte Rückprojektion, die im folgenden hergeleitet wird. Mit Hilfe der umgekehrten Fouriertransformation kann die Objektfunktion $f(x, y)$ ausgedrückt werden als

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) e^{j2\pi(xu+yv)} dudv \quad (7.12)$$

Die kartesischen Koordinaten (u, v) im Frequenzraum werden durch die Polarkoordinaten (R, θ) mit Hilfe der Substitutionen

$$\begin{cases} u = R \cos \theta \\ v = R \sin \theta \end{cases} \quad (7.13)$$

ersetzt. Dies ergibt

$$f(x, y) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} F(R, \theta) e^{j2\pi R(x \cos \theta + y \sin \theta)} R dR d\theta \quad (7.14)$$

Das Integral in (7.14) kann in zwei Hälften aufgesplittet werden

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \int_0^{\pi} \int_0^{\infty} F(R, \theta) e^{j2\pi R(x \cos \theta + y \sin \theta)} R dR d\theta \\ &+ \int_0^{\pi} \int_0^{\infty} F(R, \theta + \pi) e^{j2\pi R(x \cos(\theta + \pi) + y \sin(\theta + \pi))} R dR d\theta \end{aligned} \quad (7.15)$$

Unter Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften der Fouriertransformation

$$F(R, \theta + \pi) = F(-R, \theta) \quad (7.16)$$

und dem Integrationsintervall $-\infty < R < \infty$ kann der Ausdruck (7.15) umgeschrieben werden zu

$$f(x, y) = \int_0^\pi \left[\int_{-\infty}^\infty F(R, \theta) |R| e^{j2\pi R(x \cos \theta + y \sin \theta)} dR \right] d\theta \quad (7.17)$$

Die 2D-Fouriertransformation $F(R, \theta)$ kann mit Hilfe des Fourier Slice Theorems (7.11) durch die 1D-Fouriertransformation $\mathcal{F}\mathcal{R}_2 f(R\vec{\xi})$ der Projektion $\mathcal{R}_2 f(\rho\vec{\xi})$ beim Winkel θ ersetzt werden

$$f(x, y) = \int_0^\pi \left[\int_{-\infty}^\infty \mathcal{F}\mathcal{R}_2 f(R\vec{\xi}) |R| e^{j2\pi R(x \cos \theta + y \sin \theta)} dR \right] d\theta \quad (7.18)$$

Mit $\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$ ergibt sich

$$f(x, y) = \int_0^\pi \left[\int_{-\infty}^\infty \left[\int_{-\infty}^\infty \mathcal{R}_2 f(\rho\vec{\xi}) e^{-j2\pi R\rho} d\rho \right] |R| e^{j2\pi R\rho} dR \right] d\theta \quad (7.19)$$

Die Projektionen werden im Fourierraum mit dem Rampenfilter $|R|$ multipliziert und dann in den Ortsraum zurücktransformiert. Dies kann zusammengefasst werden zu

$$\text{ramp} \left[\mathcal{R}_2 f(\rho\vec{\xi}) \right] = \int_{-\infty}^\infty \left[\int_{-\infty}^\infty \mathcal{R}_2 f(\rho\vec{\xi}) e^{-j2\pi R\rho} d\rho \right] |R| e^{j2\pi R\rho} dR \quad (7.20)$$

Somit besteht die Umkehrung der Radontransformation in der Rückprojektion der rampengefilterten Radonwerte:

$$f(x, y) = \int_0^\pi \left[\text{ramp} \left[\mathcal{R}_2 f(\rho\vec{\xi}) \right] \right] d\theta \quad (7.21)$$

Da das zugehörige Sinogramm sämtliche Radonwerte enthält kann die Objektfunktion auch mit Hilfe des rampengefilterten Sinogramms rekonstruiert werden:

$$f(x, y) = \int_0^\pi \left[\text{ramp} \left[\mathcal{R}_2 f(\rho, \theta) \right] \right] d\theta \quad (7.22)$$

In Abbildung 7.4 wird das Verfahren der gefilterten Rückprojektion noch einmal grafisch verdeutlicht.

7.4 Numerischer Aufwand der gefilterten Rückprojektion

In einer konkreten Applikation ist das Sinogramm $\mathcal{R}_2 f(\rho, \theta)$ nur an einer begrenzten Anzahl von Werten für θ und ρ bekannt, und f soll für eine bestimmte Anzahl von Punkten, den sogenannten Pixeln, (x, y) berechnet werden. Es wird angenommen, dass

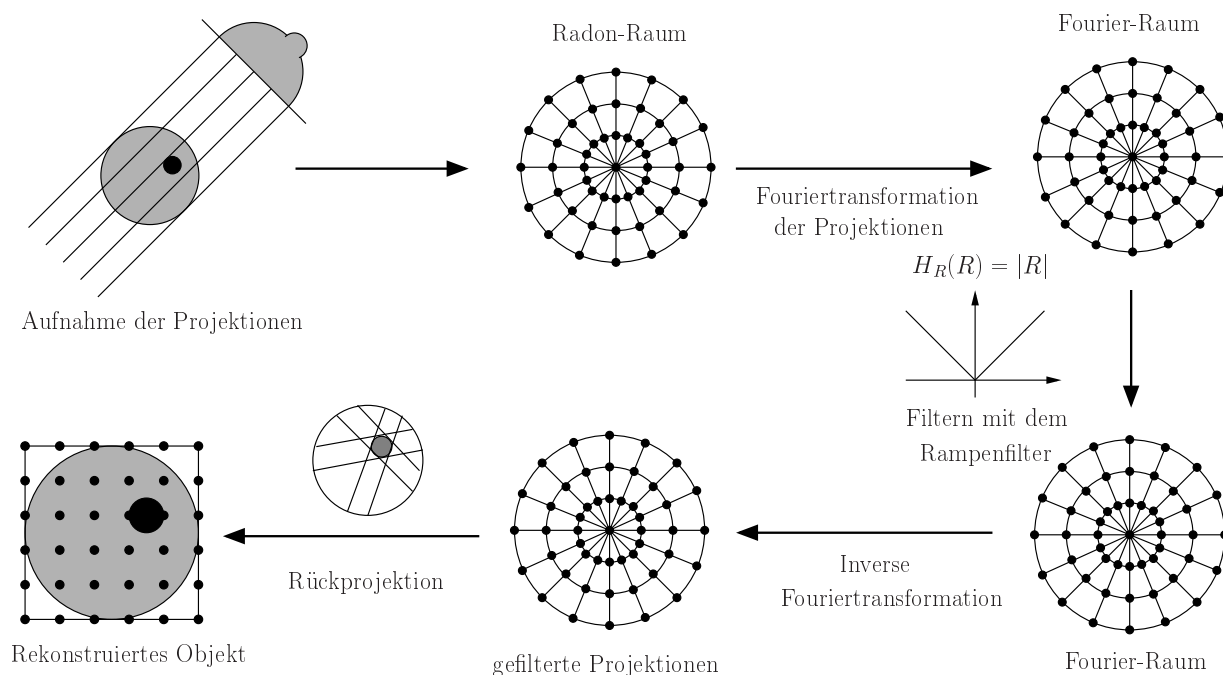


Abb. 7.4: Prinzip der gefilterten Rückprojektion

die zu berechnenden Pixel (x_i, y_i) innerhalb eines eingeschriebenen Kreises in einem quadratischen $N \times N$ Gitter liegen mit dem Pixelabstand d sowohl in horizontaler als auch vertikaler Richtung. Weiterhin wird angenommen, dass $\mathcal{R}_2 f(\rho, \theta)$ an Q Winkeln θ_j bekannt ist, und dass für jeden Winkel θ_j , $\mathcal{R}_2 f(\rho, \theta)$ an N gleichmäßig verteilten Stellen ρ_k für ρ diskretisiert ist, wobei der Abstand zwischen benachbarten Werten ρ_k, ρ_{k+1} dem Pixelabstand d entspricht. Da die Rekonstruktion auf den eingeschriebenen Kreis beschränkt ist, sind N Datenpunkte der Radontransformation in jeder Richtung ausreichend, um die Region abzudecken. Es wird angenommen, dass N eine Zweierpotenz ist.

Die Berechnung von $\text{ramp}[\mathcal{R}_2 f(\rho, \theta)]$ wird als Filterungs- oder Faltungsschritt bezeichnet, da die Multiplikation zweier Funktionen im Fourierraum und die inverse Fouriertransformation des Ergebnisses einer Faltung zweier Funktionen im Ortsraum entspricht. Die Fouriertransformation und die inverse Fouriertransformation in (7.20) werden im diskreten Fall üblicherweise durch die Fast Fourier Transform (FFT) angenähert. Da $\mathcal{R}_2 f(\rho, \theta)$ aus N Werten für jeden Wert von θ besteht, erfordert die Berechnung von $\mathcal{F}\mathcal{R}_2 f(R, \theta)$ einen numerischen Aufwand der Größenordnung $O(N \log N)$. Dies ergibt bei Q Werten für den Winkel θ einen Gesamtaufwand für den Filterungsschritt von $O(QN \log N)$. Unter der üblichen Annahme von $Q \approx N$ ergibt sich ein numerischer Aufwand von $O(N^2 \log N)$.

Das Integral bezüglich θ in (7.22) wird durch eine Summation über alle verfügbaren Werte von θ ersetzt. Da die Summation für $O(N^2)$ Pixel durchgeführt werden soll mit

Q Werten für θ , ergibt sich ein Rechenaufwand von $O(QN^2)$, oder $O(N^3)$ mit $Q \approx N$, für den Rückprojektionsschritt.

Um diesen Rechenaufwand zu reduzieren, wird in Kapitel 10 ein Verfahren vorgestellt, mit dem es möglich ist den Rückprojektionsschritt mit einem Aufwand von $O(N^2 \log N)$ durchzuführen.

7.5 Die 3D Radon Transformation

In drei Dimensionen besteht die Radontransformation einer dreidimensionalen Funktion $f(x, y, z)$ nicht aus Integralen über Linien wie im 2D-Fall, sondern aus Integralen über Ebenen (Abb. 7.5). Die Gleichung der Integrationsebene sei gegeben durch

$$\begin{aligned}\rho &= x \sin \theta \cos \varphi + y \sin \theta \sin \varphi + z \cos \theta \\ (\rho \sin \theta \cos \varphi, \rho \sin \theta \sin \varphi, \rho \cos \theta) &= \rho \vec{\xi}\end{aligned}\tag{7.23}$$

Es wird der Einheitsvektor $\vec{\xi}$ definiert

$$\vec{\xi} = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$$

Damit ist ρ die Länge der Normalen vom Ursprung zur Fläche und $\vec{\xi}$ der Einheitsvektor der die Richtung der Normalen festlegt. θ ist der Winkel der Normalen mit der z -Achse, φ ist der Winkel zwischen der Projektion der Normalen auf die x, y -Ebene und der x -Achse (Abb. 7.5). Die 3D-Radontransformation ist definiert als

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_3 f(\rho \vec{\xi}) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) \delta(x \sin \theta \cos \varphi + y \sin \theta \sin \varphi + z \cos \theta - \rho) dx dy dz \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\vec{x}) \delta(\vec{x} \cdot \vec{\xi} - \rho) d\vec{x}\end{aligned}\tag{7.24}$$

mit

$$\vec{x} = (x, y, z)$$

Damit befindet sich der Radonwert, der durch ein Flächenintegral erzeugt wird, im Radonraum an der Position, die durch die Flächennormale $\rho \vec{\xi}$ festgelegt wird. Die Menge der Flächenintegrale durch einen bestimmten Punkt P bei (x, y, z) wird im Radonraum auf eine Kugeloberfläche durch P und den Ursprung O abgebildet, wobei der Vektor (x, y, z) den Durchmesser dieser Kugel bildet. Diese Kugeloberfläche wird als Radon-schale von P bezeichnet.

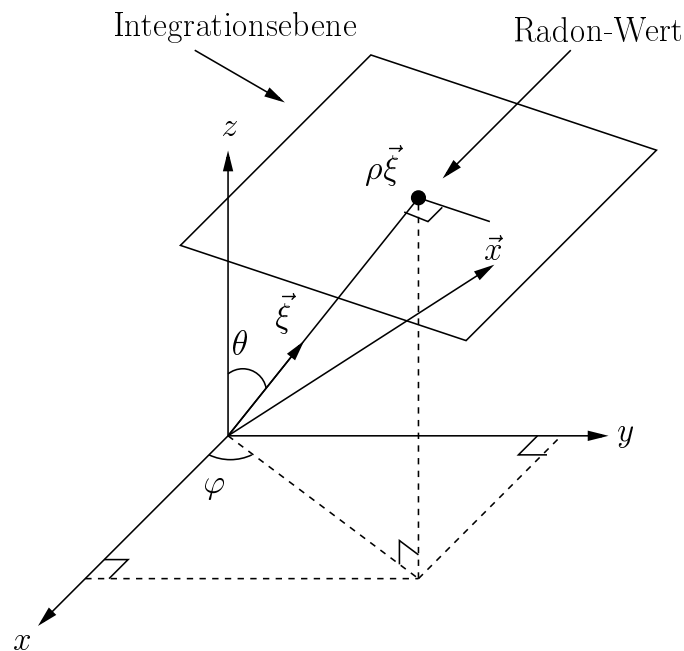


Abb. 7.5: Werte im 3D-Radon-Raum entsprechen Integralen über Ebenen.

7.6 Das 3D Fourier Slice Theorem

Auch im dreidimensionalen bildet das Fourier Slice Theorem den Bezug zwischen Radontransformation und Fouriertransformation. Die radiale Fouriertransformation $\mathcal{FR}_3 f(R\vec{\xi})$ der Radontransformation $\mathcal{R}_3 f(\rho\vec{\xi})$ einer 3D-Funktion $f(x, y, z)$, d.h die Fouriertransformation der Daten entlang einer Linie durch den Ursprung des Radonraumes, ist identisch zu den Daten des 3D-Fouriertraumes $F(u, v, w)$ von $f(x, y, z)$ entlang der gleichen Linie. Die Fouriertransformation von $\mathcal{R}_3 f(\rho\vec{\xi})$ entlang ρ ist gegeben durch

$$\mathcal{FR}_3 f(R\vec{\xi}) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{R}_3 f(\rho\vec{\xi}) e^{-j2\pi R\rho} d\rho \quad (7.25)$$

Einsetzen von (7.24) in (7.25) liefert

$$\mathcal{FR}_3 f(R\vec{\xi}) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) \delta(x \sin \theta \cos \varphi + y \sin \theta \sin \varphi + z \cos \theta - \rho) dx dy dz \right] e^{-j2\pi R\rho} d\rho \quad (7.26)$$

Durch Vertauschen der Integrationsreihenfolge erhält man

$$\mathcal{FR}_3 f(R\vec{\xi}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) \left[\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x \sin \theta \cos \varphi + y \sin \theta \sin \varphi + z \cos \theta - \rho) e^{-j2\pi R\rho} d\rho \right] dx dy dz \quad (7.27)$$

Das innere Integral liefert nur einen Beitrag, wenn (7.23) erfüllt ist. Dies ergibt

$$\mathcal{FR}_3 f(R\vec{\zeta}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) e^{-j2\pi(x \sin \theta \cos \varphi + y \sin \theta \sin \varphi + z \cos \theta)R} dx dy dz \quad (7.28)$$

Einsetzen von

$$\begin{cases} u = R \sin \theta \cos \varphi \\ v = R \sin \theta \sin \varphi \\ w = R \cos \theta \end{cases} \quad (7.29)$$

in (7.28) führt zu

$$\mathcal{FR}_3 f(R\vec{\zeta}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) e^{-j2\pi(xu + yv + zw)} dx dy dz = F(u, v, w) \quad (7.30)$$

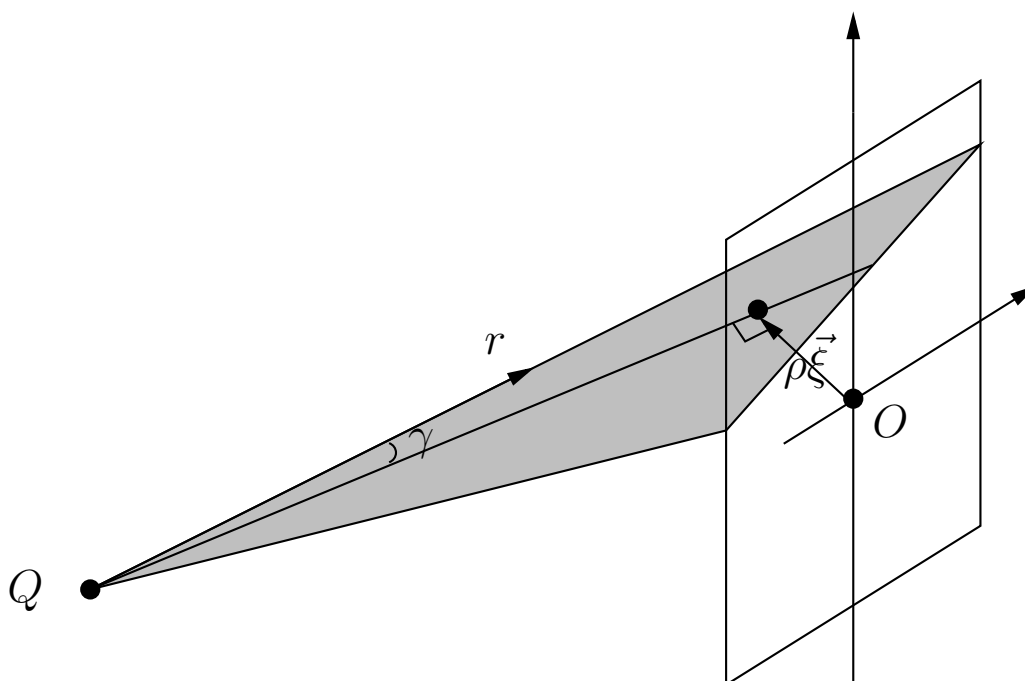
Damit entspricht die rechte Seite bei festen Werten für θ und φ , d.h. bei festem $\vec{\zeta}$, der 3D-Fouriertransformation von $f(x, y, z)$ für Frequenzen entlang der radialen Linie gemäß (7.29). Dies ergibt

$$\mathcal{FR}_3 f(R\vec{\zeta}) = F(R \sin \theta \cos \varphi, R \sin \theta \sin \varphi, R \cos \theta) \quad (7.31)$$

womit das 3D-Fourier Slice Theorem bewiesen wäre.

7.7 Relation zwischen Röntgentransformation und Radontransformation

In diesem Kapitel soll ein Verfahren zur Berechnung von Röntgenprojektionen anhand von Daten aus dem 3D-Radonraum entwickelt werden. Dazu muss ein Zusammenhang zwischen der Röntgentransformation bzw. der Kegelstrahlprojektion und dem 3D-Radonraum hergestellt werden. Die divergenten Strahlen einer Röntgenquelle Q durchstrahlen ein Objekt und werden von einem zweidimensionalen Detektor registriert. Es stellt sich nun die Frage, in welcher Beziehung die Detektordaten zum 3D-Radonraum stehen. Eine Kegelstrahlprojektion eines Objektes erzeugt ein Bild auf der Detektorebene, das das Ergebnis von Integralen entlang der Strahlgeraden ist. Jede Gerade in der Detektorebene verknüpft nun eine Anzahl von Integrationsgeraden, die von der Quelle ausgehen, und legt somit eine Ebene durch das Objekt fest (Abb. 7.6). Ein Integral über eine solche Ebene bildet einen Radonwert. Wie in Abschnitt 7.5 erwähnt verteilen sich die Radondaten von allen Flächenintegralen durch einen bestimmten Punkt auf einer Kugeloberfläche, der Radonschale. So ist es möglich aus den Detektordaten, die von einer beliebigen Quellposition Q erzeugt werden, Radondaten zu erhalten, die auf einer Kugel mit dem Durchmesser \bar{Q} liegen. Integrationsebenen, die das Objekt nicht schneiden, können vernachlässigt werden. Damit besteht bei einem begrenzten

Abb. 7.6: Die Integral-Ebene mit der Senkrechten $\rho_{\xi}^{\vec{}}$.

Objekt der interessierende Teil der Radonschale aus einem Schirm. Leider bilden die divergenten Strahlen eines Kegelstrahls ein Problem, da sich kein direkter Zusammenhang zwischen den Linienintegralen der Projektion und der 3D-Radontransformation herstellen lässt. Eine Ebene durch die Quelle innerhalb des Kegelstrahls bildet einen Fächerstrahl.

Nach Abbildung 7.6 enthalte die Ebene senkrecht zum Vektor $\rho_{\xi}^{\vec{}}$ den Quellpunkt Q und die Werte der Objektfunktion f auf dieser Ebene sind gegeben durch

$$f(\rho_{\xi}^{\vec{}}, r, \gamma)$$

wobei r der Abstand von der Quelle ist und γ der Winkel zwischen einem beliebigen Strahl und dem Strahl durch $\rho_{\xi}^{\vec{}}$ ist. Bezogen auf Q sind (r, γ) die Polarkoordinaten der Ebene. Die Röntgentransformation $\mathcal{X}f$, d.h. das Linienintegral von f in Richtung γ ist gegeben durch

$$\mathcal{X}f(\rho_{\xi}^{\vec{}}, \gamma) = \int_0^{\infty} f(\rho_{\xi}^{\vec{}}, r, \gamma) dr \quad (7.32)$$

und die Integration über γ liefert

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mathcal{X}f(\rho_{\xi}^{\vec{}}, \gamma) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\infty} f(\rho_{\xi}^{\vec{}}, r, \gamma) dr d\gamma \quad (7.33)$$

Die 3D-Radontransformation der 3D-Objektfunktion f am Punkt $\rho\vec{\xi}$ ist das 2D-Integral über die Halbebene mit der Normalen $\rho\vec{\xi}$:

$$\mathcal{R}_3 f(\rho\vec{\xi}) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\infty} f(\rho\vec{\xi}, r, \gamma) r dr d\gamma \quad (7.34)$$

Die Gleichung (7.33) unterscheidet sich von (7.34) durch das Fehlen des Faktors r innerhalb des Integrals. Dies ist das Hauptproblem, da der Faktor nicht mehr nachträglich in das Integral eingeführt werden kann. Die Divergenz des Kegelstrahls verhindert die direkte Berechnung der 3D-Radontransformation. Glücklicherweise hat Grangeat [36] eine Methode entwickelt, die Linienintegrale der Kegelstrahlprojektionen in die Ableitung der Radontransformation umzurechnen. Dies wird im folgenden Abschnitt beschrieben.

7.8 Zusammenhang zwischen der Ableitung des 3-D Radonraumes und den Kegelstrahlprojektionen

Zunächst wird die Geometrie nach Abbildung 7.7 festgelegt. Durch die Quellenposition Q und den Ursprung O wird die Radonschale von Q festgelegt. Der virtuelle Detektor steht senkrecht auf QO . Es soll der Radonwert $\rho\vec{\xi}$ näher betrachtet werden. Durch $\rho\vec{\xi}$ wird ein Großkreis auf der Radonschale eindeutig festgelegt. Die Projektion des Großkreises auf den Detektor fällt mit der Richtung von s , einer Geraden durch O zusammen. Der Vektor $\rho\vec{\xi}$ wird auf s als Vektor \overrightarrow{OC}_ρ projiziert. Senkrecht auf s liegt in der Detektorebene die Gerade t , die s in C_ρ schneidet. A ist ein beliebiger Punkt auf t . Die Ebene QAC_ρ entspricht der zum Radonwert $\rho\vec{\xi}$ gehörenden Ebene. Gleichzeitig fungieren s und t als Koordinaten in der Detektorebene mit z.B. $A = (s, t)$. Eine Integration über t bei festem s kann zum einen zur Bestimmung des Radonwertes bei $\rho\vec{\xi}$ mit Hilfe der Ebene QAC_ρ dienen, als auch zur Berechnung des zu s gehörenden 2D-Radonwertes innerhalb des Detektors genutzt werden.

Der Radonwert bei $\rho\vec{\xi}$ kann berechnet werden, in dem die Objektfunktion $f(x, y, z)$ über die Ebene QAC_ρ integriert wird. Mit Polarkoordinaten ergibt sich

$$\mathcal{R}_3 f(\rho\vec{\xi}) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\infty} f(\rho\vec{\xi}, r, \gamma) r dr d\gamma. \quad (7.35)$$

Hierbei entspricht $f(\rho\vec{\xi}, r, \gamma)$ der Objektfunktion an dem Punkt, der durch r und γ auf der durch $\rho\vec{\xi}$ definierten Ebene gegeben ist.

Während das Integral über γ einfach ausgeführt werden kann, verursacht der Faktor r im inneren Integral Probleme. Da die gemessenen Daten $\mathcal{X}f(\rho\vec{\xi}) = \int_0^{\infty} f(\rho\vec{\xi}, r, \gamma) dr$

Linienintegrale sind, gibt es keinen einfachen Weg, den Faktor r nachträglich mit in die Integration einzubeziehen. Wird aber (7.35) nach ρ differenziert, ergibt sich

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \mathcal{R}_3 f(\rho \vec{\xi}) = \frac{\partial}{\partial \rho} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\infty} f(\rho \vec{\xi}, r, \gamma) r dr d\gamma. \quad (7.36)$$

Durch Vertauschen der Reihenfolge von Differenzierung und Integration erhält man

$$\mathcal{R}_3 \left[\frac{\partial}{\partial \rho} f(\rho \vec{\xi}) \right] = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\infty} \frac{\partial}{\partial \rho} f(\rho \vec{\xi}, r, \gamma) r dr d\gamma. \quad (7.37)$$

Aus Abbildung 7.7 ist ersichtlich

$$d\beta = \frac{d\rho(r)}{r \cos \gamma}. \quad (7.38)$$

Mit (7.38) kann substituiert werden

$$\frac{d}{d\rho} = \frac{d}{d\beta} \frac{d\beta}{d\rho} = \frac{d}{d\beta} \frac{1}{r \cos \gamma}. \quad (7.39)$$

Einsetzen von (7.39) in (7.37) ergibt

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \rho} \mathcal{R}_3 f(\rho \vec{\xi}) &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\infty} \frac{\partial}{\partial \beta} f(\rho \vec{\xi}, r, \gamma) \frac{1}{\cos \gamma} dr d\gamma \\ &= \frac{\partial}{\partial \beta} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mathcal{X} f(\rho \vec{\xi}, \gamma) \frac{1}{\cos \gamma} d\gamma. \end{aligned} \quad (7.40)$$

Dies ist das zentrale Ergebnis von Grangeat. Es besteht ein Zusammenhang zwischen der Ableitung der Radontransformation und der Kegelstrahlprojektion. Im folgenden wird (7.40) in den Koordinaten der Detektorebene ausgedrückt. Nach Abbildung 7.8 gilt

$$s = QO \tan \beta \quad (7.41)$$

Differenzieren ergibt

$$ds = \frac{QO}{\cos^2 \beta} d\beta \quad (7.42)$$

und durch Einsetzen in (7.40) folgt

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \mathcal{R}_3 f(\rho \vec{\xi}) = \frac{QO}{\cos^2 \beta} \frac{\partial}{\partial s} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mathcal{X} f(s(\rho \vec{\xi}), \gamma) \frac{1}{\cos \gamma} d\gamma \quad (7.43)$$

Nach Abbildung 7.9 gilt

$$t = QC_\rho \tan \gamma \quad (7.44)$$

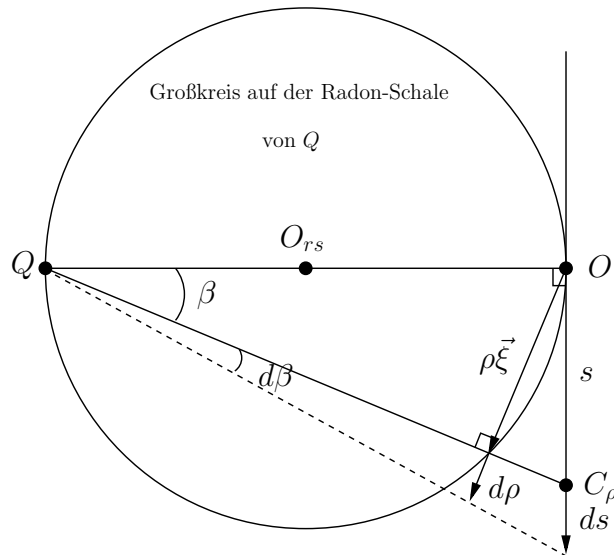


Abb. 7.8: Aufsicht

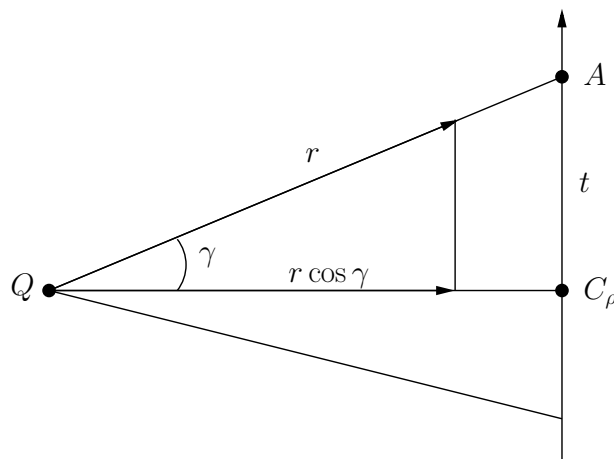


Abb. 7.9: Seitenansicht

8 Beschreibung des Algorithmus

8.1 Berechnung des rampengefilterten Sinogramms

Da die Kegelstrahlprojektionen ausgehend von der Radontransformation berechnet werden sollen, muss noch der Zusammenhang zwischen dem Integral $\frac{\partial}{\partial s} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{QO}{QA} \mathcal{X}f(s(\rho\vec{\xi}), t) dt$ und den Daten der Kegelstrahlprojektion $\mathcal{X}f(s(\rho\vec{\xi}), t)$ abgeleitet werden. In der Detektorebene sind zwei Koordinatensysteme definiert (Abb. 8.1). Hierbei ist (p, q) das Koordinatensystem des Detektors und (s, t) eine um θ gedrehte Version von (p, q) . Es gilt:

$$s = p \cos \theta + q \sin \theta \quad (8.1)$$

Zunächst wird eine gewichtete Funktion $\mathcal{X}_w f$ der Detektordaten definiert

$$\mathcal{X}_w f(s(\rho\vec{\xi}), t) = \frac{QO}{QA} \mathcal{X}f(s(\rho\vec{\xi}), t) \quad (8.2)$$

Das Integral über die Variable t in der Detektorebene entspricht einem Linienintegral entlang einer Geraden und somit einem Radonwert des zweidimensionalen Radonraumes des Detektors. Damit kann geschrieben werden

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{X}_w f(s(\rho\vec{\xi}), t) dt = \mathcal{R}_2 \mathcal{X}_w f(s(\rho\vec{\xi}), \theta) \quad (8.3)$$

wobei \mathcal{R}_2 die Radontransformation in der Detektorebene bezeichnet und (s, θ) die Lage der Integrationsgeraden festlegt. Die Grangeat-Beziehung (7.47) wird umgeschrieben in

$$\cos^2 \beta \cdot \frac{\partial}{\partial \rho} \mathcal{R}_3 f(\rho\vec{\xi}) = \frac{\partial}{\partial s} \mathcal{R}_2 \mathcal{X}_w f(s(\rho\vec{\xi}), \theta) \quad (8.4)$$

Außerdem gilt mit Hilfe der 1D-Fouriertransformation entlang s :

$$\frac{\partial}{\partial s} \mathcal{R}_2 \mathcal{X}_w f(s(\rho\vec{\xi}), \theta) = \frac{\partial}{\partial s} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F} \mathcal{R}_2 \mathcal{X}_w f(S(\rho\vec{\xi}), \theta) e^{i2\pi Ss} dS \quad (8.5)$$

Hierbei ist S die zu s gehörende Ortsfrequenz. Durch Vertauschen der Reihenfolge von

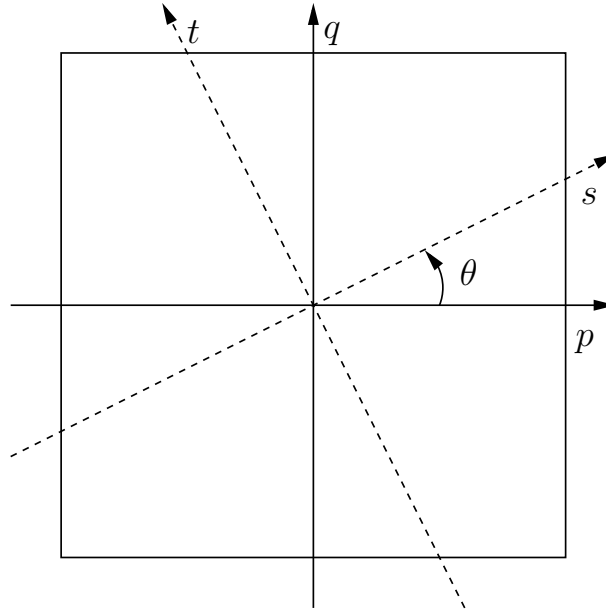


Abb. 8.1: Koordinatensysteme in der Detektorebene

Ableitung und Integration ergibt sich

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial s} \mathcal{FR}_2 \mathcal{X}_w f(S(\rho \vec{\xi}), \theta) e^{j2\pi S s} dS = \int_{-\infty}^{\infty} j2\pi S \cdot \mathcal{FR}_2 \mathcal{X}_w f(S(\rho \vec{\xi}), \theta) e^{j2\pi S s} dS \quad (8.6)$$

Andererseits liefert das Verfahren der gefilterten Rückprojektion (vgl. Abschnitt 7.3) für die gewichteten Detektordaten

$$\mathcal{X}_w f(p, q) = \int_0^{\pi} ramp_s \left[\mathcal{R}_2 \mathcal{X}_w f(s(\rho \vec{\xi}), \theta) \right] d\theta \quad (8.7)$$

wobei für die gefilterten Radonwerte gilt

$$ramp_s \left[\mathcal{R}_2 \mathcal{X}_w f(s(\rho \vec{\xi}), \theta) \right] = \int_{-\infty}^{\infty} |S| \cdot \mathcal{FR}_2 \mathcal{X}_w f(S(\rho \vec{\xi}), \theta) e^{j2\pi S s} dS \quad (8.8)$$

Man beachte die Ähnlichkeiten der rechten Seiten von (8.6) und (8.8), die sich nur durch die Faktoren $j2\pi S$ und $|S|$ unterscheiden. Hieraus ergibt sich nun folgendes Rekonstruktionsverfahren für die Detektordaten.

1. Berechnung der radialen Ableitung des Radonraumes $\frac{\partial}{\partial \rho} \mathcal{R}_3 f$ mit Hilfe des Fourier-Slice-Theorems. (Preprocessing).
2. Auslesen der Projektion entsprechenden Daten auf der Kugelschale.
3. Multiplikation mit dem Vorfaktor $\cos^2 \beta$.

4. Anwendung der Grangeat-Formel.
5. Fouriertransformation der Zeilen im Sinogramm.
6. Multiplikation der Fourierwerte mit $\frac{\text{sgn}(S)}{j2\pi}$.
7. Inverse Fouriertransformation. Ergebnis sind die rampengefilterten Radondaten der gewichteten Detektordaten.
8. Gefilterte Rückprojektion. Ergebnis sind die gewichteten Detektordaten.
9. Multiplikation mit $\frac{QA}{QO}$.
10. Fertig. Ergebnis ist die gewünschte Projektion.

Die zwei Fouriertransformationen (Schritt 5. und 7.) im Rekonstruktionsverfahren sind sehr rechenintensive Schritte. Im nächsten Abschnitt wird eine Methode neu abgeleitet mit der die Rampenfilterung in den Schritt des Preprocessings verlagert werden kann. Hierdurch werden die rechenintensiven Fouriertransformationen eingespart.

8.2 Verbesserung des Verfahrens

In diesem Abschnitt wird eine signifikante Verbesserung des Verfahrens neu entwickelt. Hierzu ist nun folgende Beobachtung notwendig. Vorgegeben sei die Geometrie einer beliebigen Kegelstrahlprojektion. Der Vektor $\rho\vec{\xi}$ legt eine Ebene im Raum fest. Durch die Projektion von $\rho\vec{\xi}$ auf den Detektor wird auch die Richtung von s in der Detektorebene festgelegt. Nun fällt die Richtung der 1D-Fouriertransformation im Raum entlang $R\vec{\xi}$ mit $\vec{\xi}$ zusammen und die 1D-Fouriertransformation entlang S stimmt mit der Richtung von s überein. Für die Vorzeichen der Ortsfrequenzen gilt:

$$\text{sgn}(R) = \text{sgn}(S) \quad (8.9)$$

Sei nun f die dreidimensionale Objektfunktion mit der dazugehörigen Fouriertransformation F . Man definiere die Funktion g mit der Fouriertransformierten G für die gilt

$$G = \frac{\text{sgn}(R)}{j2\pi} \cdot F \quad (8.10)$$

Da die Beziehung von Grangeat (8.4) für jede beliebige Funktion gilt, ergibt sich

$$\cos^2 \beta \cdot \frac{\partial}{\partial \rho} \mathcal{R}_3 g(\rho\vec{\xi}) = \frac{\partial}{\partial s} \mathcal{R}_2 \mathcal{X}_w g(s(\rho\vec{\xi}), \theta) \quad (8.11)$$

Dies kann umgeschrieben werden zu

$$\cos^2 \beta \cdot \frac{\partial}{\partial \rho} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{FR}_3 g(\rho \vec{\xi}) e^{j2\pi R \rho} dR = \frac{\partial}{\partial s} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{FR}_2 \mathcal{X}_w g(S(\rho \vec{\xi}), \theta) e^{j2\pi S s} dS \quad (8.12)$$

Vertauschen der Reihenfolge von Integration und Ableitung ergibt

$$\cos^2 \beta \cdot \int_{-\infty}^{\infty} j2\pi R \cdot \mathcal{FR}_3 g(\rho \vec{\xi}) e^{j2\pi R \rho} dR = \int_{-\infty}^{\infty} j2\pi S \cdot \mathcal{FR}_2 \mathcal{X}_w g(S(\rho \vec{\xi}), \theta) e^{j2\pi S s} dS \quad (8.13)$$

Mit $\text{sgn}(R) = \text{sgn}(S)$ und der Definition von g erhält man

$$\cos^2 \beta \cdot \int_{-\infty}^{\infty} j2\pi R \cdot \frac{\text{sgn}(R)}{j2\pi} \cdot \mathcal{FR}_3 f(\rho \vec{\xi}) e^{j2\pi R \rho} dR = \int_{-\infty}^{\infty} j2\pi S \cdot \frac{\text{sgn}(S)}{j2\pi} \cdot \mathcal{FR}_2 \mathcal{X}_w f(S(\rho \vec{\xi}), \theta) e^{j2\pi S s} dS \quad (8.14)$$

Dies führt über

$$\cos^2 \beta \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |R| \cdot \mathcal{FR}_3 f(\rho \vec{\xi}) e^{j2\pi R \rho} dR = \int_{-\infty}^{\infty} |S| \cdot \mathcal{FR}_2 \mathcal{X}_w f(S(\rho \vec{\xi}), \theta) e^{j2\pi S s} dS \quad (8.15)$$

schließlich zu

$$\cos^2 \beta \cdot \text{ramp}_\rho \left[\mathcal{R}_3 f(\rho \vec{\xi}) \right] = \text{ramp}_s \left[\mathcal{R}_2 \mathcal{X}_w f(s(\rho \vec{\xi}), \theta) \right] \quad (8.16)$$

Dies bedeutet, dass der rampengefilterte dreidimensionale Radonraum in direktem Zusammenhang mit den rampengefilterten Radondaten der gewichteten Detektordaten steht. Hierdurch kann das im vorigen Abschnitt beschriebene Rekonstruktionsverfahren nun wesentlich vereinfacht werden. Es ergeben sich folgende Rekonstruktions-schritte:

1. Berechnung des rampengefilterten Radonraumes $\text{ramp}_\rho \left[\mathcal{R}_3 f(\rho \vec{\xi}) \right]$ mit Hilfe des Fourier-Slice-Theorems. (Preprocessing).
2. Auslesen der Projektion entsprechenden Daten auf der Kugelschale.
3. Multiplikation mit dem Vorfaktor $\cos^2 \beta$.
4. Anwendung der Grangeat-Formel. Ergebnis sind die rampengefilterten Radondaten der gewichteten Detektordaten.
5. Gefilterte Rückprojektion. Ergebnis sind die gewichteten Detektordaten.
6. Multiplikation mit $\frac{QA}{QO}$.
7. Fertig. Ergebnis ist die gewünschte Projektion.

Die einzelnen Schritte werden in Abbildung 8.2 nocheinmal verdeutlicht. Die gefilterte Rückprojektion in Schritt 5. hat im Prinzip nach Abschnitt 7.4 einen numerischen Aufwand von $O(N^3)$. Damit wäre die beschriebene Rekonstruktion von Kegelstrahlbil-

dem genauso aufwendig wie die klassische Strahlverfolgung. Deshalb wird in Kapitel 10 ein Verfahren vorgestellt, das die gefilterte Rückprojektion mit einem Aufwand von $O(N^2 \log N)$ durchführt.

8 Beschreibung des Algorithmus

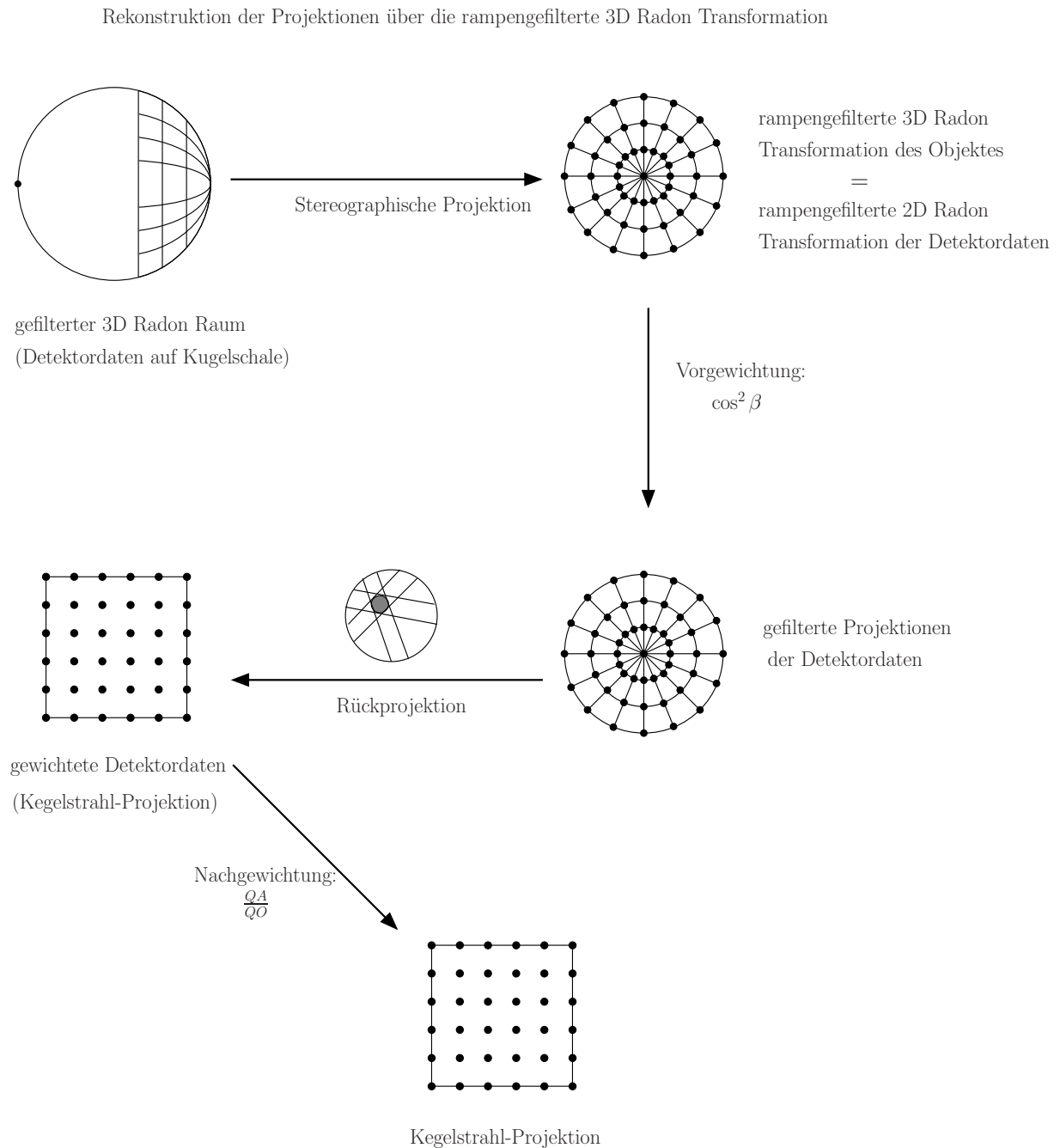


Abb. 8.2: Rekonstruktion der Kegelstrahlprojektion durch Auslesen der Radonschale.

9 Implementierung der Cone-Beam-Projektion

Für die schnelle Berechnung der Kegelstrahlprojektionen ist es notwendig den gegebenen dreidimensionalen Datensatz in den Radonraum zu transformieren. Da jeder Punkt im 3D-Radonraum dem Integral über eine ebene Fläche entspricht, erfolgt die Umrechnung am besten mit Hilfe des Fourier Slice Theorems. Dies erfordert zunächst eine Umrechnung des Datensatzes in den Fourierraum die mit Hilfe der FFT problemlos durchgeführt werden kann. Zur Berechnung der Radonwerte mit Hilfe des Fourier Slice Theorems ist aber eine Auswertung der Fourierdaten in einem radial-polaren Koordinatensystem notwendig. Dies erfordert eine Interpolation der Daten innerhalb des Fourierraumes, die wesentlich fehleranfälliger ist als eine Interpolation im Ortsraum.

9.1 Fehler aufgrund ungenauer Interpolation im Fourierraum

Der Interpolationsprozess von einer Diskretisierung zu einer anderen wird häufig in der Weise beschrieben, dass die neuen Datenpunkte gemäß einer Interpolationsregel, wie Auswahl der nächsten Nachbarn oder lineare Interpolation generiert werden. Eine äquivalente Beschreibung des Interpolationsvorganges ist die Faltung mit einer Interpolationsfunktion (auch Filter-Funktion genannt) mit nachfolgender Diskretisierung. Diese Betrachtungsweise ermöglicht die Analyse der Interpolation mit den Werkzeugen der Signal- und Fouriertheorie.

Die Interpolation im Fourierraum wird in Abbildung 9.1 verdeutlicht und besteht aus folgenden Schritten [61]:

Eine kontinuierliche Funktion $f(x)$ mit der Fouriertransformierten $F(X)$ wird in beiden Räumen diskretisiert, um das Fourierpaar $s(x), S(X)$ zu erhalten:

$$s(x) = [f(x) \cdot III(x/T)] \star [D_1 III(D_1 X)], \quad (9.1)$$

$$S(X) = [F(X) \star TIII(TX)] \cdot [III(X/D_1)],$$

wobei T die Stützstellendichte im Ortsraum und D_1 der Abstand der Stützstellen im

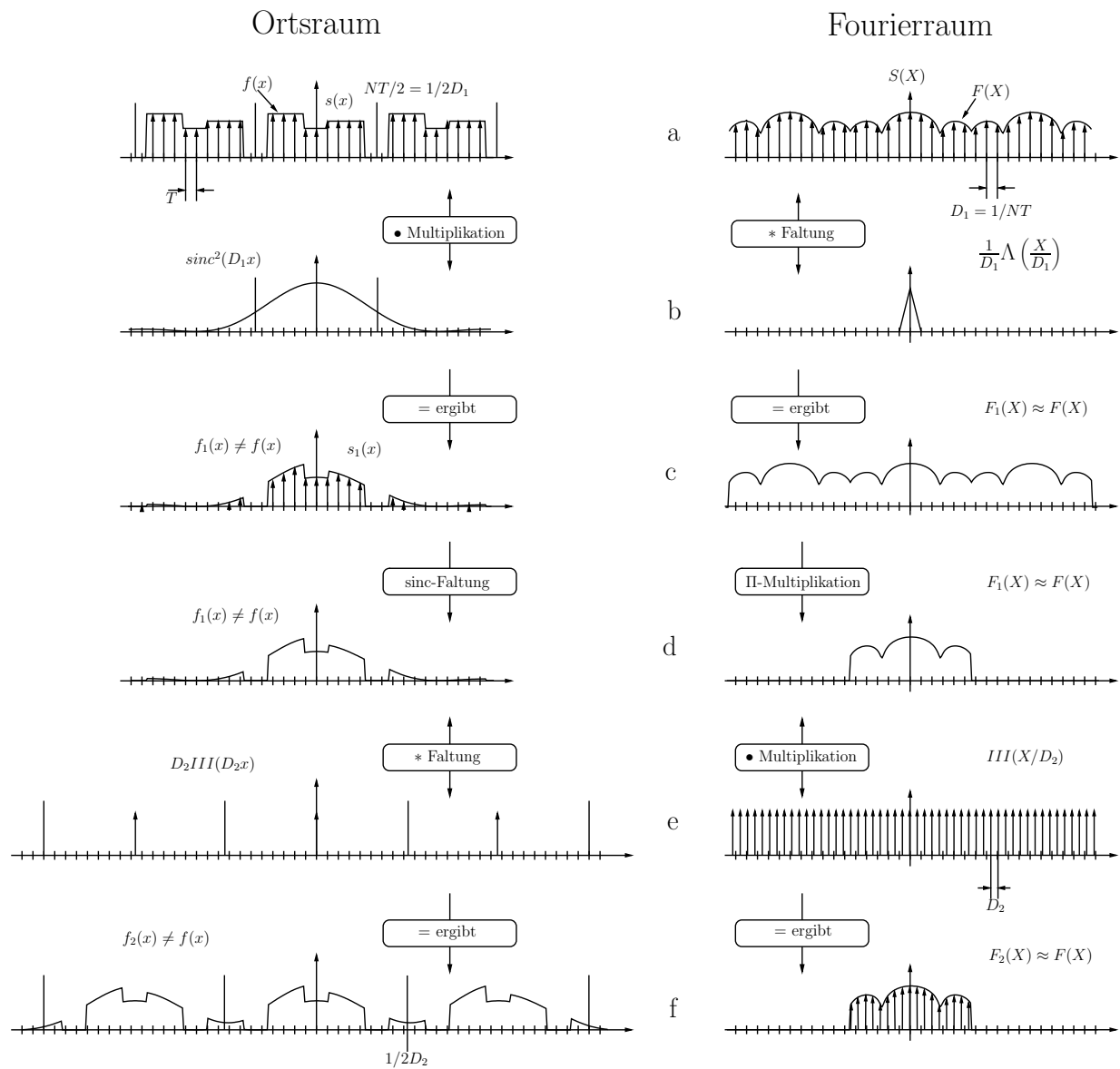


Abb. 9.1: Interpolation im Fourierraum.

Fourierraum ist. Der Impulszug III der Diskretisierungsfunktion wird definiert über die Kammfunktion

$$III\left(\frac{x}{T}\right) = T \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(x - kT). \quad (9.2)$$

Die Interpolation im Fourierraum erfolgt z.B. durch die Faltung mit einer Interpolationsfunktion $W(X)$, hier speziell die lineare Interpolationsfunktion $W(X) = |1/D_1|\Lambda(X/D_1)$, wobei die Dreiecksfunktion definiert ist durch

$$\Lambda(X) = \begin{cases} 1 - |X|, & |X| < 1, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases} \quad (9.3)$$

Die Funktion $|1/D_1|\Lambda(X/D_1)$ gefaltet mit $S(X)$ ergibt eine kontinuierliche Funktion $F_1(X)$. Die Faltung entspricht einer Multiplikation mit $w(x) = \text{sinc}^2(D_1x)$ im Ortsraum.

Die Faltung scheint die Originalfunktion $F(X)$ in der Fourier-Domäne recht gut zu rekonstruieren, aber das Ergebnis $s_1(x)$ im Ortsraum zeigt ein massives Glockenartefakt, was durch die Multiplikation mit sinc^2 verursacht wird. Außerdem gibt es Reste durch die sich wiederholenden Teile von $s(x)$.

Vor der Neuabtastung wird $F_1(X)$ mit der Funktion $\Pi(TX)$ multipliziert, wobei Π die Rechteckfunktion ist, die definiert ist durch

$$\Pi(X) = \begin{cases} 1, & |X| < 0.5 \\ 0.5 & |X| = 0.5 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (9.4)$$

Dieser Schritt erzeugt im Ortsraum die kontinuierliche Funktion $f_1(x)$ durch die Faltung von $s_1(x)$ mit $|1/T|\text{sinc}(X/T)$.

Die Neuabtastung wird mit einer Dichte D_2 durchgeführt, die zur Originaldichte D_1 leicht verschieden ist. Die Neuabtastung im Fourierraum mit $III(X/D_2)$ führt im Ortsraum zu einer Faltung mit einem Zug von Abtastpulsen $D_2III(D_2X)$. Hierbei treten Wiederholungen auf.

Im Fourierraum ist kein Effekt durch die Neuabtastung bemerkbar. Der Verlauf von $F(x)$ scheint vollständig durch die Abtastung beschreibbar. In Ortsraum hingegen sieht es nicht so gut aus. Das Ergebnis $f_2(x)$ unterscheidet sich stark von $f(x)$. Zunächst ist durch die sinc^2 -Funktion ein massives Glockenartefakt erzeugt worden. Außerdem wird die Funktion durch die Ränder der sich wiederholenden Teile von $s(x)$, die in die interessierende Region gefaltet werden, zusätzlich gestört.

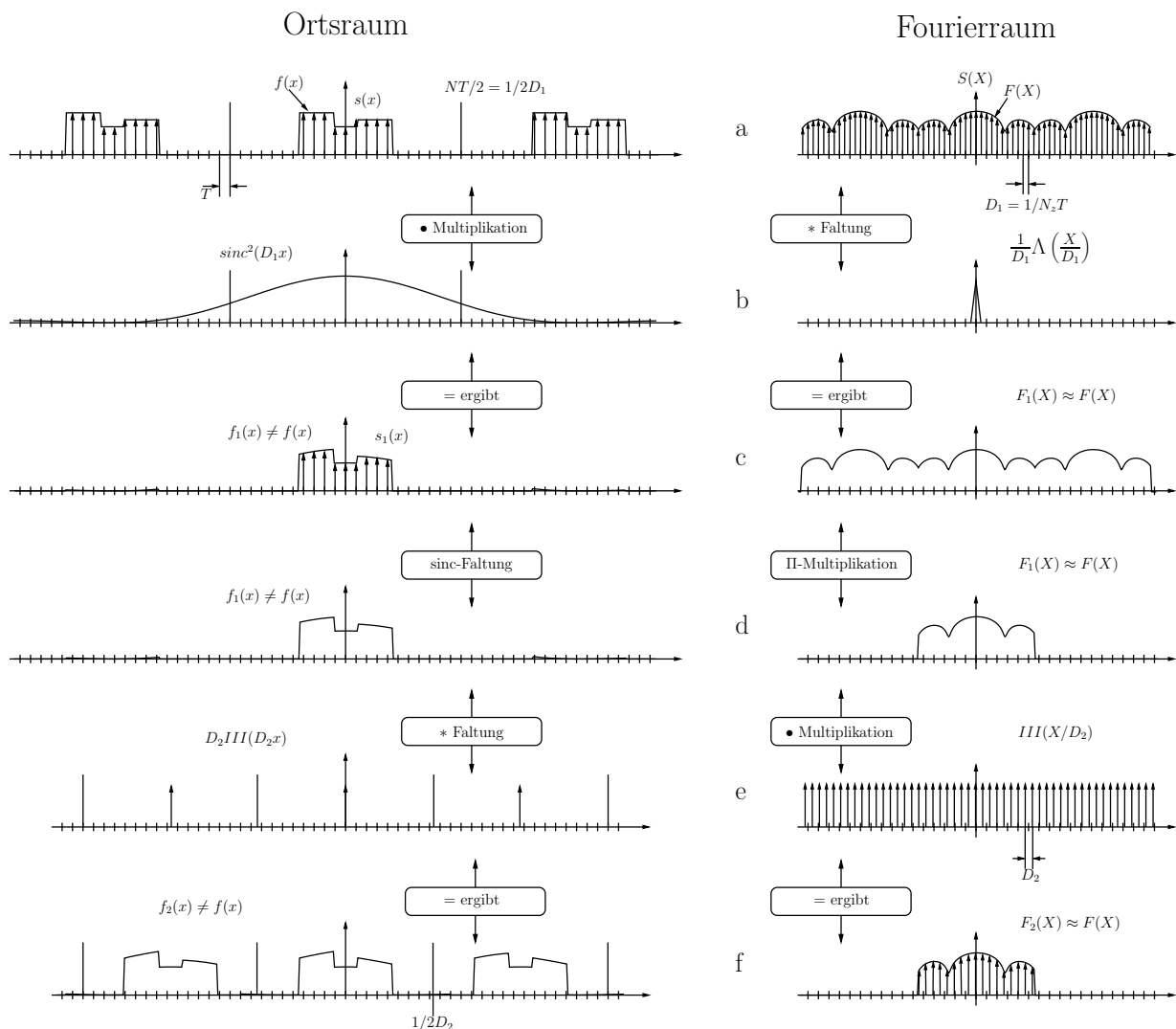


Abb. 9.2: Interpolation mit Zeropadding.

9.2 Zero-Padding

Das Ergebnis kann durch das sogenannte Zero-Padding verbessert werden. Hierbei wird die Umgebung der Funktion $s(x)$ mit Nullen aufgefüllt, was zu einer erhöhten Abtastrate im Fourierraum führt. Es kann der Zero-Padding-Faktor n_z definiert werden:

$$N_z = n_z N, \tag{9.5}$$

wobei N die ursprüngliche Anzahl der Abtastpunkte ist und N_z die Anzahl der Abtastpunkte nach der Auffüllung mit Nullen. Der Faktor $n_z = 1$ entspricht keiner zusätzlichen Auffüllung. Abbildung 9.2 zeigt die Wiederholung der Interpolation aus Abb. 9.1 mit dem Zero-Padding-Faktor $n_z = 2$. Dies führt zu einer doppelten Abtastrate im

Fourierraum, einer halb so breiten Dreiecks-Interpolationsfunktion und einer doppelt so breiten sinc^2 -Funktion. Die breitere sinc^2 -Funktion vermindert das Glockenartefakt, weil der mittlere Teil flacher verläuft. Der Fehler durch die Rückfaltung der sich wiederholenden Anteile fällt geringer aus, da die Einfaltung aus größerer Entfernung erfolgt, wo die sinc^2 -Funktion schon stärker abgefallen ist. Beide Effekte sorgen für eine bessere Genauigkeit der Ergebnisse $f_2(x)$ und $F_2(X)$. Grundsätzlich sorgt ein größeres n_z für eine bessere Genauigkeit. Da aber auch der Rechenaufwand mit n_z linear steigt, muss auf der anderen Seite n_z limitiert werden, damit nicht der Geschwindigkeitsvorteil einer Fourierrekonstruktionsmethode von $N/\log N$ verloren geht.

Die andere Methode die Artefakte in Abb. 9.1 zu beseitigen, ist die Verwendung eines besseren Interpolationsverfahrens. Die ideale Interpolationsfunktion ist sicherlich nicht das Dreieck der linearen Interpolation, aber die *sinc*-Funktion bietet in der anderen Domäne ein perfektes Rechteck ohne jegliche Restschweife, die für Rückfaltung sorgen könnten. Die *sinc*-Interpolation kommt ohne Zero-Padding aus, aber die große Ausdehnung der Interpolationsfunktion bei der Faltung im Fourierraum führt zu einer unangemessenen Steigerung des Rechenaufwandes.

Eine weitere Möglichkeit ist die Kombination eines niedrigen Zero-Padding-Faktors, am besten $n_z = 2$, mit einem guten Filter. Hierbei müssen die Ränder des Filters im Ortsraum nicht sehr steil sein, weil diese Bereiche mit den mit Nullen aufgefüllten Teilen der Funktion multipliziert werden. Filter mit einem flachen Verlauf im mittleren Bereich zur Vermeidung des Glockenartefaktes sind mit ca. 8 Stützstellen möglich [61], was einem vertretbaren Rechenaufwand entspricht.

Durch eine nachträgliche Korrektur des Interpolationsergebnisses im Ortsraum ist es möglich, das Glockenartefakt rauszurechnen, wodurch die Notwendigkeit eines flachen Verlaufes der Interpolationsfunktion im Ortsraum entfällt. Dieses Interpolationsverfahren wird Gridding genannt und im nächsten Abschnitt näher beschrieben.

9.3 Gridding

Die Gridding-Methode [71] wurde 1985 für den radiologischen Bereich von O'Sullivan entwickelt. Sie geht zurück auf radioastronomische Anwendungen [14]. Einen Überblick über das Verfahren geben Schomberg und Timmer [89], sowie Jackson et al. [41]. Im Prinzip entspricht das Gridding Verfahren der zuvor beschriebenen Interpolation mit einem nachfolgenden Korrekturschritt. Betrachtet man die Interpolation unabhängig von der Abtastung, die hauptsächlich durch die Rückfaltungsproblematik gekennzeichnet ist, wird das Ergebnis durch das Fourierpaar

$$f_2(x) = f \cdot w \Leftrightarrow F_2 = F \star W \quad (9.6)$$

beschrieben, wodurch das Glockenartefakt bestimmt wird. Beim Gridding Verfahren erfolgt in einem zusätzlichen Schritt die Skalierung des Ergebnisses

$$f_3 = f_2/w = f, \quad (9.7)$$

womit das Glockenartefakt wieder aufgehoben wird. Abbildung 9.3 verdeutlicht die Vorgehensweise. Die Notwendigkeit eines flachen Verlaufes von w im Ortsraum kann entfallen. Das Verfahren benötigt eine Interpolationsfunktion w , die im Orts- und Frequenzraum um den Nullpunkt konzentriert ist. Ideal wäre eine Funktion deren Support sich auf ein kleines Intervall $[-KD_1/2, KD_1/2]$ im Fourierraum konzentriert, wobei K die Anzahl der Stützstellen von $W(X)$ im Fourierraum angibt. Die Faltungsfunktion kann so mit geringem Rechenaufwand implementiert werden. Gleichzeitig sollen sich im Ortsraum möglichst alle ihre Anteile im Intervall $[-N_zT/2, N_zT/2]$ konzentrieren, damit eine Rückfaltung vermieden wird. Dies führt zu der Optimierungsaufgabe, den Quotienten

$$Q = \frac{\int_{-r}^r w(x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} w(x) dx} \quad (9.8)$$

unter der Bedingung $\text{supp}(W) \subset [-v, v]$ zu maximieren, wobei $v = KD_1/2 = K/2N_zT$ und $r = N_zT/2$ gilt. In der Sprache der Signalverarbeitung bedeutet dies: Es wird eine Funktion gesucht, die bandbeschränkt ist, also einen kompakten Träger hat, und die gleichzeitig "weitgehenst" zeitbeschränkt ist.

Die Lösung dieses Problems hängt von den Parametern r und v ab und ist gegeben durch die sogenannte *special zero-order prolate spheroidal function*. Die länglichen Kugelwellenfunktionen sind schwierig zu berechnen und O'Sullivan [71] schlägt eine einfach zu berechnende Näherung vor, die durch die Kaiser-Bessel-Fensterfunktion gegeben ist. Weitere mögliche Faltungsfunktionen werden von Jackson et al. [41] und Nuttall [70] diskutiert.

Die im folgenden näher betrachtete Kaiser-Bessel-Fensterfunktion lautet:

$$\hat{w}_{KB}(\alpha r, v; X) = \chi_{[-v, v]}(X) \frac{I_0 \left(2\pi\alpha r v \sqrt{1 - (X/v)^2} \right)}{2v}, \quad (9.9)$$

mit $\alpha \geq 1$ als Parameter und I_0 bezeichnet die modifizierte Bessel-Funktion nullter Ordnung. Die Fouriertransformierte ist gegeben durch:

$$w_{KB}(\alpha r, v; x) = \frac{\sinh \left(2\pi\alpha r v \sqrt{1 - (x/\alpha r)^2} \right)}{2\pi\alpha r v \sqrt{1 - (x/\alpha r)^2}}. \quad (9.10)$$

Man beachte das unterschiedliche Verhalten von w_{KB} für $|x| < \alpha r$ und $|x| > \alpha r$. Für

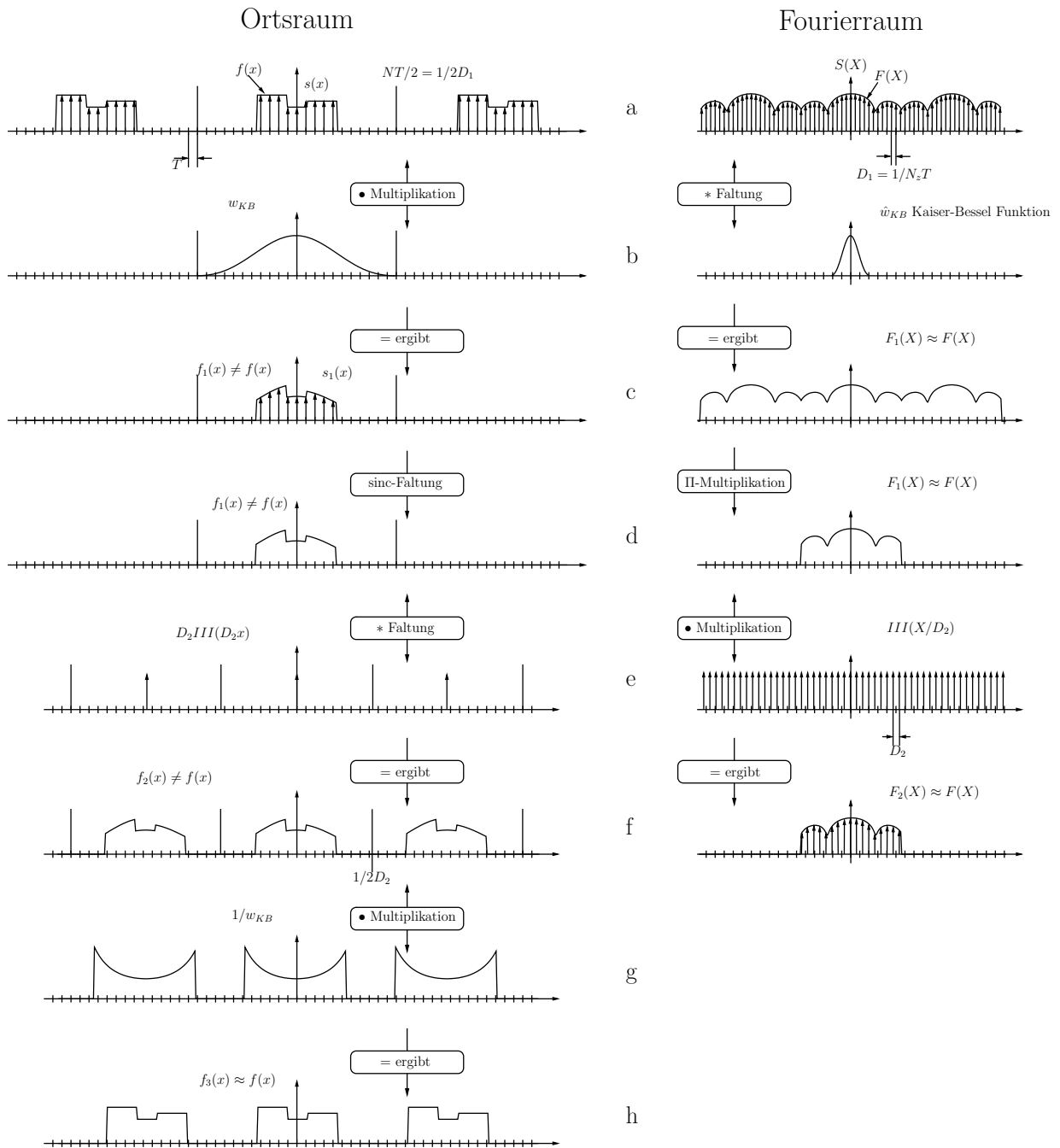


Abb. 9.3: Interpolation mit dem Gridding-Verfahren.

$|x| < \alpha r$ wird der Verlauf durch den Sinus Hyperbolicus dominiert, die Funktion ähnelt einer Gaußfunktion mit e^{-x^2} . Am Nullpunkt befindet sich das Maximum mit

$$w_{KB}(0) = \frac{\sinh(2\pi\alpha r v)}{2\pi\alpha r v}. \quad (9.11)$$

Dies lässt sich umformen zu

$$w_{KB}(0) = \frac{1}{\pi\alpha K} \left(e^{\pi\alpha K/2} + e^{-\pi\alpha K/2} \right) \quad (9.12)$$

mit $rv = \frac{N_z T}{2} \cdot \frac{KD_1}{2} = \frac{K}{4}$. Für $|x| > \alpha r$ hingegen wird die Wurzel imaginär und somit sind das Argument von sinh und der Nenner rein imaginär. Die Funktion wird dann besser definiert durch:

$$w_{KB}(\alpha r, v; x) = \frac{\sin \left(2\pi\alpha r v \sqrt{(x/\alpha r)^2 - 1} \right)}{2\pi\alpha r v \sqrt{(x/\alpha r)^2 - 1}}. \quad (9.13)$$

Statt des Sinus Hyperbolicus tritt für $|x| > \alpha r$ der Sinus auf. Die Funktion w_{KB} verhält sich für große x wie $\sin x/x$ beziehungsweise die *sinc*-Funktion. Insbesondere gilt $|w_{KB}(x)| \leq 1$ für $|x| > \alpha r$.

Die Bedeutung sei an einem Beispiel verdeutlicht. Der Wert des Maximums wird durch $e^{\pi\alpha K/2}$ dominiert und der *sinc*-Schweif für große x ist nicht größer als 1. So ergibt sich z.B. $w_{KB}(0) = 42.61$ für $\alpha = 1, K = 4$ oder $w_{KB}(0) = 48787$ für $\alpha = 1.5, K = 6$. Dies entspricht einer Dämpfung von 32.59 dB für einen 8-Punkt-Filter ($K = 4$) bzw. einer Dämpfung von 93.77 dB für einen 12-Punkt-Filter ($K = 6$) zwischen dem Hauptanteil der Funktion und dem Rest für $|x| > \alpha r$ (vgl. Abb. 9.4). Damit besitzt die Kaiser-Bessel-Funktion genau die geforderte Eigenschaft der Konzentration des Hauptanteils im Intervall $[-r, r]$. Für einen Zero-Padding Faktor von $n_z = 2$ sollte für den Parameter $\alpha \leq 1.5$ gelten, damit eine Rückfaltung vermieden wird.

9.4 Berechnung des rampengefilterten Radonraumes

Da die schnelle Berechnung der Kegelstrahlprojektionen mit Hilfe des rampengefilterten dreidimensionalen Radonraumes erfolgt, muss dieser in einem Vorverarbeitungsschritt erzeugt werden. Die Umrechnung erfolgt mit dem im Abschnitt 7.6 beschriebenen dreidimensionalen Fourier-Slice-Theorem. Hierzu werden zunächst die Originaldaten aus dem Ortsraum in den Fourierraum überführt. Es wird die dreidimensionale Fast-Fourier-Transformation (FFT) verwendet. Da der Zusammenhang zum Radonraum über radiale Linien erfolgt und auch die eigentliche Rekonstruktion der Kegelstrahlprojektionen ein radiales Koordinatensystem erfordert, muss der Fourierraum

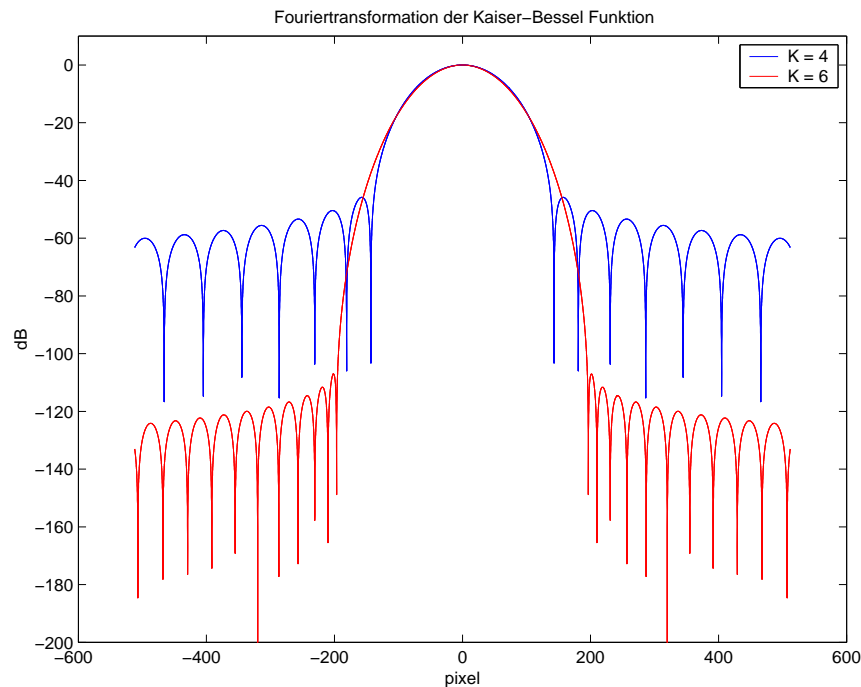


Abb. 9.4: Dämpfung der Kaiser-Bessel-Funktion.

neu abgetastet werden. Eine Neuabastung wird durch Interpolation innerhalb des Fourierraumes berechnet. Die radialen Fourierdaten werden mit dem Rampenfilter $H_R(R) = |R|$ multipliziert. Danach erfolgt eine radiale inverse Fouriertransformation und man erhält den rampengefilterten dreidimensionalen Radonraum. Die einzelnen Schritte sind in Abbildung 9.5 verdeutlicht. Die Details zur radialen Abtastung werden im folgenden erläutert.

9.4.1 Überführung des kartesisch abgetasteten Fourierraumes in ein radiales Koordinatensystem.

Die Objektdaten liegen als Fourierdaten in einem kartesischen Koordinatensystem vor. Da die Radonwerte über das 3D-central-section-Theorem bestimmt werden, sind Fourier-Werte entlang einer Linie durch den Ursprung notwendig. Durch inverse Fouriertransformation entlang dieser Linie ergeben sich die Radonwerte auf der entsprechenden Linie im dreidimensionalen Radonraum. Für die Anwendung der IFFT ist eine äquidistante Verteilung der Stützstellen auf dieser Linie erforderlich. Dies erfordert eine Interpolation innerhalb des Fourierraumes und aus Gründen der Genauigkeit wird das beschriebene Gridding-Verfahren verwendet. Somit besteht der dreidimensionale Radonraum aus Linien mit äquidistanten Datenpunkten, die durch den Koordinatenursprung gehen. Wenn der Abstand der Datenpunkte auf allen Linien identisch

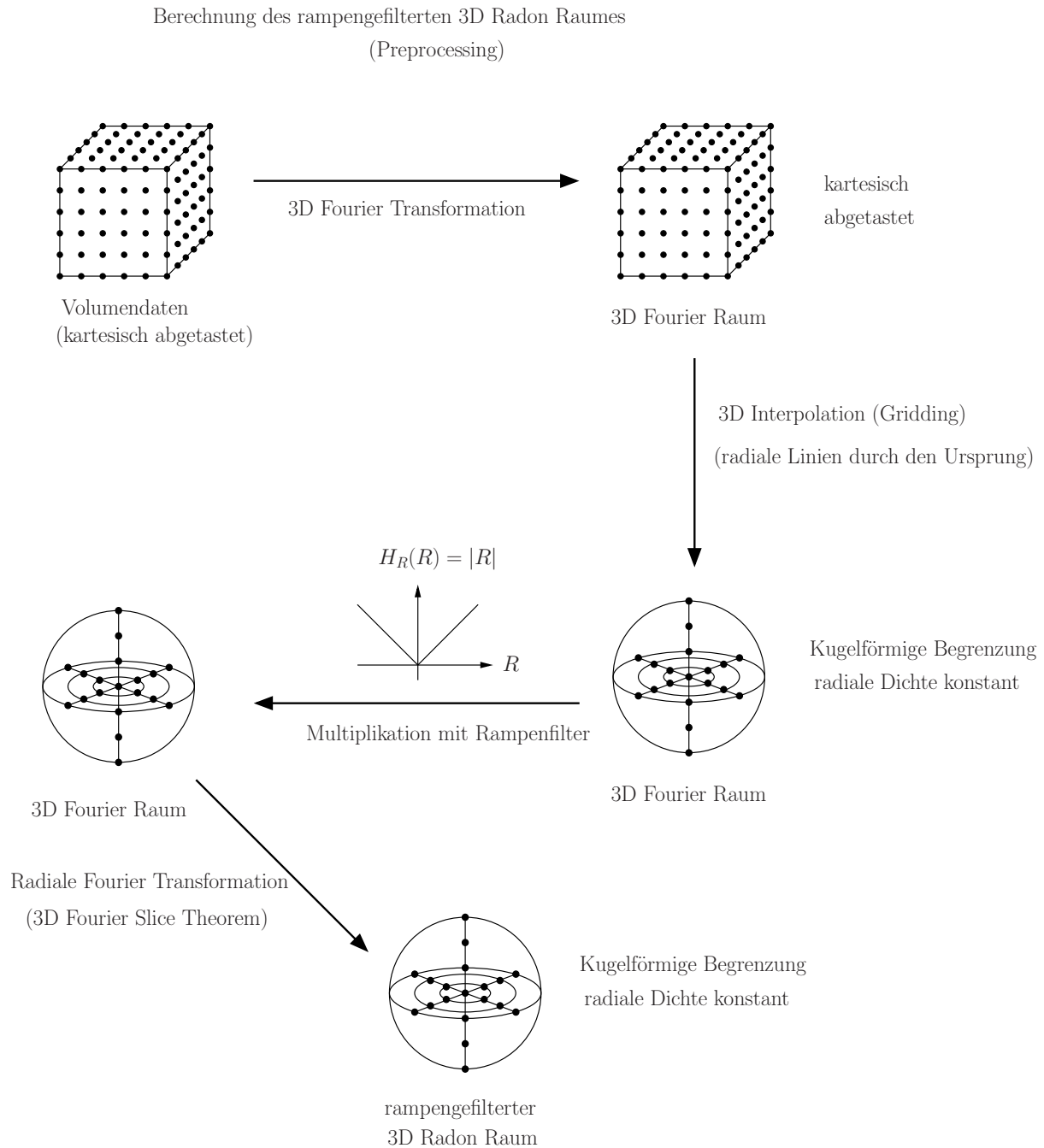


Abb. 9.5: Berechnung des rampengefilterten 3D-Radon Raumes.

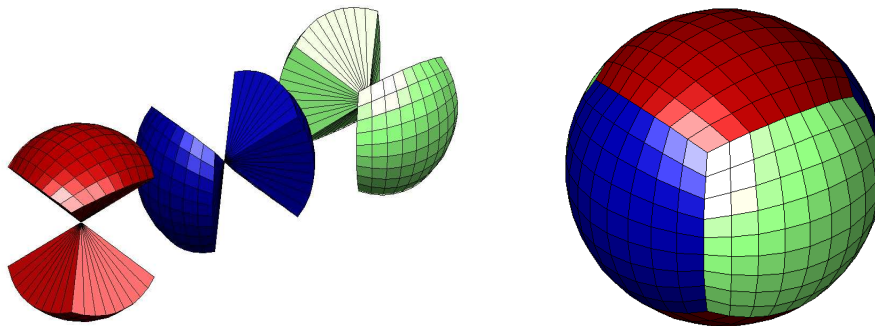


Abb. 9.6: Aufteilung des 3D-Datenraumes in drei orthogonal zueinander ausgerichtete Doppelpyramiden.

ist, liegen die Datenpunkte im Radonraum auf konzentrischen Kugelschalen. Der Abstand zweier Kugelschalen ist äquidistant. Für die Verteilung der Datenpunkte auf einer Kugelschale, die die Lage der verschiedenen Ursprungslinien im Raum festlegen, gibt es verschiedene Möglichkeiten. Eine mögliche Diskretisierung der Kugeloberfläche ist die Beschreibung durch Längen- und Breitengrade wodurch sich eine einfache Adressierbarkeit der einzelnen Datenpunkte ergibt. Problematisch ist hierbei aber die unterschiedlich dichte Verteilung der Stützstellen auf der Kugeloberfläche. Der Dichte der einzelnen Punkte ist in der Nähe der beiden Pole wesentlich höher als im Bereich des Äquators. Die Verteilung von Stützstellen auf einer Kugeloberfläche mit möglichst konstantem Abstand bei gleichzeitig guter Adressierbarkeit der Datenpunkte zur Interpolation zwischen den Stützstellen ist kein triviales Problem. Eine weitere Möglichkeit ist die Beschreibung der Kugeloberfläche mit Hilfe von Dreiecksflächen. Hierbei wird als Grundstruktur ein reguläres Polyeder, der Ikosaeder, verwendet. Ein Ikosaeder besteht aus 20 regulären Dreiecken und besitzt 12 Ecken an denen jeweils 5 Kanten zusammenreffen. Jedes der Dreiecke kann nun gleichmäßig in Unterdreiecke aufgeteilt werden, die wiederum in weitere Unterdreiecke geteilt werden können. Hierdurch erhält man eine Triangulierung der Kugeloberfläche bei der die Verteilung der Stützstellen sehr gleichmäßig, praktisch ideal ist. Nachteilig an dieser Verteilung ist die umständliche Adressierung der Datenpunkte und die nicht ganz einfache Interpolation zwischen den Datenpunkten. Es wurde die im folgenden beschriebene Methode entwickelt, die eine einfache Umrechnung der Raumkoordinaten in Adressierungsparameter und gleichzeitig eine relativ gleichmäßige Verteilung der Datenpunkte ermöglicht.

9.4.2 Aufteilung des Raumes in Doppelpyramiden

Das Kugelvolumen wird in jeweils drei zueinander orthogonal stehende "Hanteln" aufgeteilt, die aus zwei an der Spitze zusammengesetzten Pyramiden bestehen (Verdeutli-

chung durch Abb. 9.6). Die Längsachsen der Hanteln fallen mit den Koordinatenachsen x, y, z zusammen. Die Hanteln umfassen jeweils folgende Punktmengen:

$$\begin{aligned} H_1 &= \{(x, y, z) \mid |x| \leq |z| \wedge |y| \leq |z|\} \\ H_2 &= \{(x, y, z) \mid |y| \leq |x| \wedge |z| \leq |x|\} \\ H_3 &= \{(x, y, z) \mid |x| \leq |y| \wedge |z| \leq |y|\} \end{aligned} \quad (9.14)$$

Hierdurch wird der dreidimensionale Raum \mathbb{R}^3 effektiv aufgeteilt, denn es gilt $H_1 \cup H_2 \cup H_3 = \mathbb{R}^3$.

Beispielhaft wird die Parametrisierung der Hantel H_1 dargestellt. Für H_2 und H_3 gelten die Betrachtungen analog. Als Parameter dienen die Variablen p, q und r die wie folgt definiert sind:

$$\begin{aligned} p &= \frac{x}{z} \\ q &= \frac{y}{z} \\ r &= z \cdot \sqrt{\frac{x^2}{z^2} + \frac{y^2}{z^2} + 1}, \end{aligned} \quad (9.15)$$

mit $r \in \mathbb{R}$ und $p, q \in [-1, 1]$. Dies lässt sich umkehren zu:

$$\begin{aligned} x &= p \cdot z \\ y &= q \cdot z \\ z &= \frac{r}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1}}. \end{aligned} \quad (9.16)$$

Diese Parametrisierung ermöglicht eine einfache Umrechnung zwischen den beiden Beschreibungen und eine gute Adressierbarkeit der Datenpunkte. Bei festem p, q und variablen r liegen die Punkte äquidistant auf einer Geraden durch den Ursprung ideal für die Diskretisierung des dreidimensionalen Radonraumes. Es ergibt sich somit eine Diskretisierung aus äquidistanten Kugelschalen.

Es kann noch der Speicheraufwand des (rampengefilterten) Radonraumes für einen Datensatz mit N^3 -Datenpunkten abgeschätzt werden. Jede radiale Linie ist $2N$ -Datenpunkte lang. Damit besteht jede Hantel aus $\left(\frac{N}{2}\right)^2$ Linien bei N Projektionen pro 180° bei kreisförmiger Trajektorie. Dies ergibt eine Gesamtanzahl an Stützstellen von $3 \cdot \frac{N^2}{4} \cdot 2N = \frac{3}{2}N^3$.

9.4.3 Abschätzung der Verteilungsdichte

Eine Abschätzung der relativen Verteilungsdichte der Stützstellen innerhalb einer Kugelschale bei festem r kann mit Hilfe der Funktionalmatrix der Parametrisierung erfolgen. Die aus den partiellen Ableitungen bestehende Funktionalmatrix lässt sich durch einfache Rechnung bestimmen zu:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial p} & \frac{\partial x}{\partial q} & \frac{\partial x}{\partial r} \\ \frac{\partial y}{\partial p} & \frac{\partial y}{\partial q} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial z}{\partial p} & \frac{\partial z}{\partial q} & \frac{\partial z}{\partial r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{zr^2 - z^3 p^2}{r^2} & \frac{-z^3 pq}{r^2} & \frac{pz}{r} \\ \frac{-z^3 pq}{r^2} & \frac{zr^2 - z^3 q^2}{r^2} & \frac{qz}{r} \\ \frac{-z^3 p}{r^2} & \frac{-z^3 q}{r^2} & \frac{z}{r} \end{bmatrix}. \quad (9.17)$$

Sei $\vec{l} = (x, y, z)$ eine Lokalisation im Raum. Gesucht wird z.B. der Betrag der relativen Veränderung von \vec{l} in Richtung p bei konstantem q, r :

$$\left| \frac{d\vec{l}}{dp} \right| = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial p} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial p} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial p} \right)^2}. \quad (9.18)$$

Am Punkt $(p, q, r) = (0, 0, 1)$ ist $(x, y, z) = (0, 0, 1)$. Man erhält mit Hilfe von (9.17) und (9.18):

$$\left| \frac{d\vec{l}}{dp} \right|_{001} = \sqrt{(1)^2 + (0)^2 + (0)^2} = 1. \quad (9.19)$$

Am Punkt $(p, q, r) = (1, 0, 1)$ ist $(x, y, z) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$. Mit Hilfe von (9.17) und (9.18) ergibt sich:

$$\left| \frac{d\vec{l}}{dp} \right|_{101} = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}^3} \right)^2 + (0)^2 + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}^3} \right)^2} = \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{8}} = \frac{1}{2}. \quad (9.20)$$

Der Abstand der Stützstellen auf der Kugeloberfläche schwankt praktisch zwischen einfacher Dichte bei $p, q = 0$ und doppelter Dichte bei $|p| = 1 \vee |q| = 1$. Dies ist ein sehr guter Kompromiss aus einfacher Adressierbarkeit und gleichmäßiger Verteilung der Datenpunkte auf der Kugeloberfläche. Werden beim Auslesen des dreidimensionalen Radonraumes Datenwerte benötigt, die zwischen den Stützstellen liegen, werden die erforderlichen Werte durch trilineare Interpolation bestimmt. Die Genauigkeit der Interpolation ist ausreichend, da der Radonraum ähnliche Eigenschaften wie der Ortsraum besitzt.

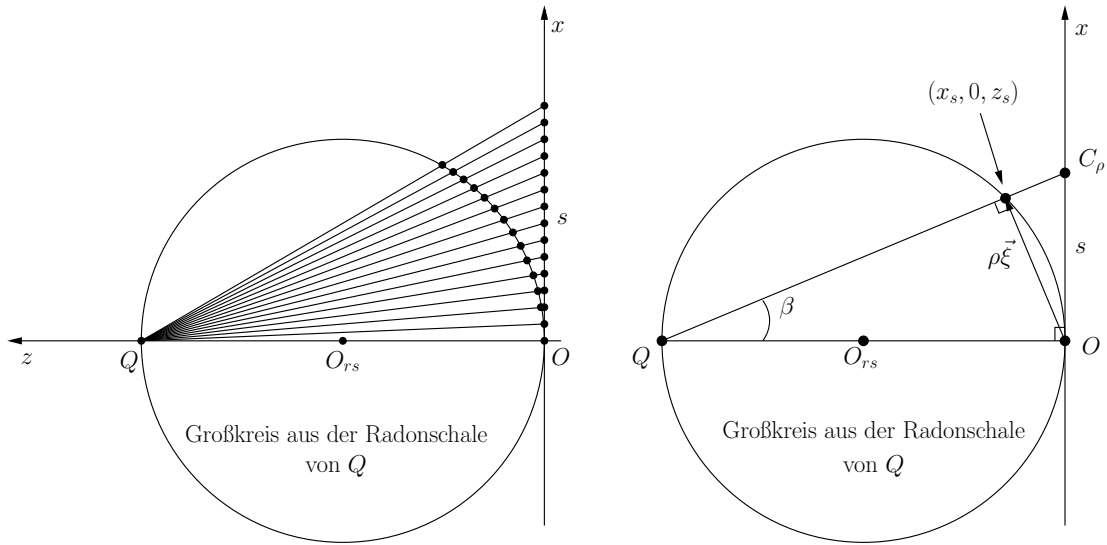


Abb. 9.7: Geometrie der Radonschale.

9.5 Auslesen der Radonschale

Eine bestimmte Kegelstrahlprojektion kann nach (8.16) mit Hilfe des dreidimensionalen Radonraumes erzeugt werden, in dem Daten ausgelesen werden, die auf einer bestimmten Radonschale liegen. Im folgenden wird beschrieben, wie die Geometrie der Radonschale aus der vorgegebenen Projektionsgeometrie berechnet werden kann. Eine Kegelstrahlprojektion wird festgelegt durch die Angabe des Richtungsvektors der optischen Achse und einem Rotationswinkel um die optische Achse. Weiterhin ist natürlich der Abstand des Detektors zur Quelle bekannt, wodurch die Kegelstrahlgeometrie festgelegt wird. Die Geometrie der Radonschale wird durch Abb. 9.7 verdeutlicht. Der Abstand $QO = 2r$ von Quelle zum Detektor bildet den Durchmesser des Großkreises der Radonschale. Die Position auf dem Detektor wird durch s angegeben. Gesucht werden die Komponenten des Vektors $\rho_{\vec{\xi}}$ bei gegebenen s . Weiterhin muss der Vorfaktor $\cos^2 \beta$ bestimmt werden. Der Einfachheit sei zunächst angenommen, s falle mit der x -Achse und QO mit der z -Achse zusammen. Dann ergeben sich die Komponenten $(x_s, 0, z_s)$ von $\rho_{\vec{\xi}}$ aus dem Schnittpunkt des Großkreises und der Geraden Qs . Der Kreis wird beschrieben durch:

$$x^2 + (z - r)^2 = r^2 \quad (9.21)$$

Die Gleichung der Geraden Qs lautet:

$$x = \frac{s}{2r}(2r - z) \quad (9.22)$$

Der nicht triviale Schnittpunkt von Kreis und Gerade ergibt sich nach Einsetzen von (9.22) in (9.21) und Umformung zu:

$$x_s = \frac{4sr^2}{s^2 + 4r^2} \quad (9.23)$$

$$z_s = \frac{2rs^2}{s^2 + 4r^2}$$

Der noch benötigte Vorfaktor $\cos^2 \beta$ errechnet sich zu:

$$\cos^2 \beta = \frac{1}{1 + \tan^2 \beta} = \frac{1}{1 + \frac{s^2}{(2r)^2}} = \frac{4r^2}{s^2 + 4r^2} \quad (9.24)$$

Bei entsprechender äquidistanter Diskretisierung der Detektorgeraden s können die Auslesepunkte des 3D-Radonraumes bestimmt werden. Für eine komplette Rückprojektion sind aber die Daten sämtlicher Detektorgeraden s durch den Ursprung O erforderlich. Die Parametrisierung erfolgt durch den Winkel θ . Die Auslesepunkte für den allgemeinen Fall ergeben sich durch Drehung mit dem Betrag θ der Koordinaten um die z -Achse. Die Koordinaten für eine beliebige Quellenposition Q ergeben sich durch eine Koordinatentransformation bei der die ursprüngliche z -Achse durch Rotation mit der QO -Achse zur Deckung gebracht wird.

Die ausgelesenen Daten entsprechen den rampengefilterten Radondata der gewünschten Kegelstrahlprojektion. Diese werden dann mit der im Kapitel 10 vorgestellten schnellen 2D-Rückprojektion in das eigentliche Kegelstrahlbild umgewandelt.

9.6 Evaluation

Zur Überprüfung des schnellen Rekonstruktionsverfahrens für Kegelstrahlprojektionen wird ein Vergleich mit dem Standardverfahren der Strahlverfolgung durchgeführt. Wichtig für die Beurteilung der Rekonstruktionsqualität ist es, dass die Geometrie der dreidimensionalen Projektion korrekt implementiert wurde und zum Standardverfahren vergleichbare Ergebnisse liefert. Hierzu wurde ein mathematisches Phantom aus 114 zufällig im Raum verteilten Punkten¹ generiert. Durch den Vergleich der Positionen der einzelnen Punkte in der 2D-Projektion lässt sich sehr gut beurteilen, ob es zu Verzerrungen oder Fehlern bei der Abbildung kommt. Abbildung 9.8 veranschaulicht die Ergebnisse. Die linke Spalte zeigt Projektionen aus drei verschiedenen Richtungen, die mit dem Standardverfahren der Strahlverfolgung generiert wurden. Die mittlere Spalte zeigt das Ergebnis der schnellen Kegelstrahlprojektion durch das Auslesen der Radonshale. Es ist zu erkennen, dass sich die einzelnen Punkte im Radonverfahren etwas

¹Die Punkte sind sehr kleine Würfel.

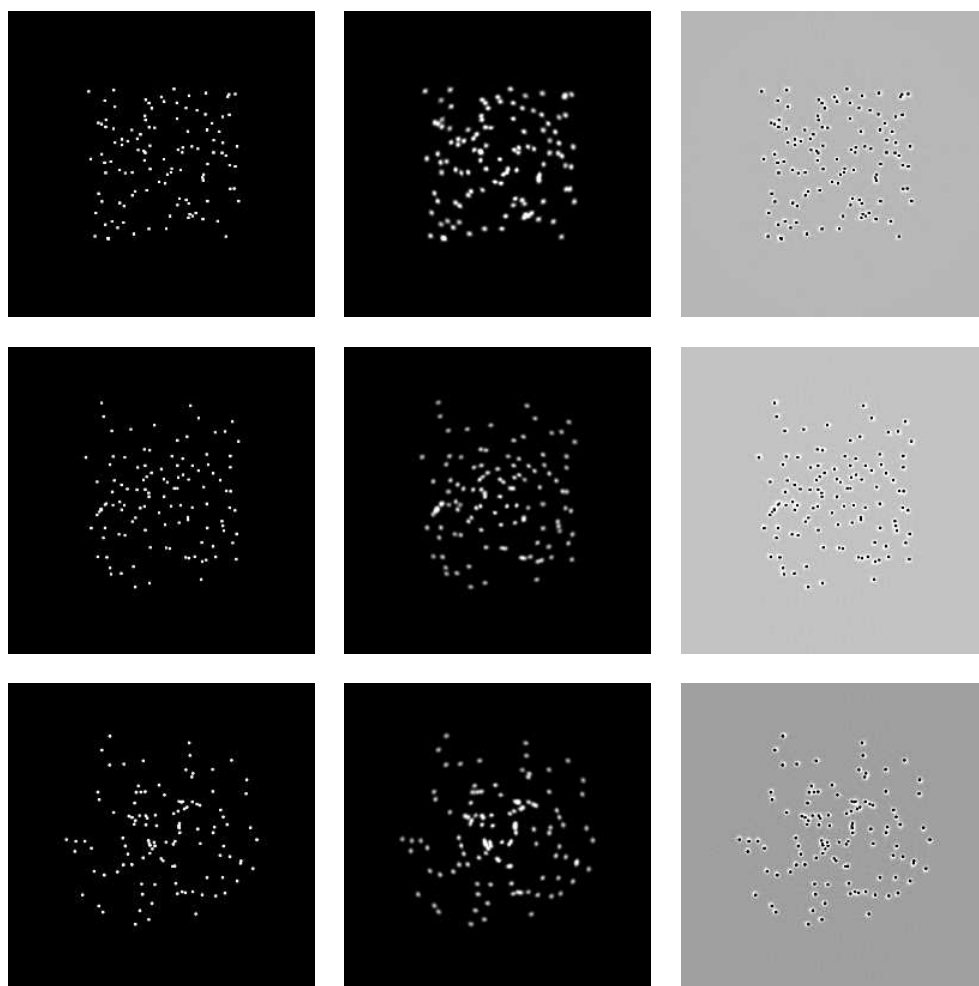


Abb. 9.8: Überprüfung der Geometrie der Kegelstrahlprojektion.

unschärfer abbilden. Dies ist durch die Diskretisierung und die zahlreichen Umrechnungen in verschiedene mathematische Räume zu erklären. Die Position der einzelnen Punkte stimmt aber mit dem Standardverfahren exakt überein. Verdeutlicht wird dies durch die dritte Spalte in Abbildung 9.8, die das Differenzbild zwischen der schnellen Kegelstrahlprojektion und dem Standardverfahren zeigt. Punkte des Radonverfahrens stellen sich weiß und Punkte der Strahlverfolgung in schwarz dar. Es ist deutlich zu erkennen, dass es zu keinerlei Abweichungen kommt. Ein schwarzer Punkt liegt immer innerhalb eines weißen Punktes. Dies verdeutlicht, dass die Projektionsgeometrie übereinstimmt und es zu keinen Verzerrungen kommt. Der weiße Saum symbolisiert lediglich die etwas größere Unschärfe der schnellen Kegelstrahlprojektion.

Außerdem soll überprüft werden, ob die Bildintensitäten übereinstimmen, d.h die absoluten Werte der Linienintegrale korrekt berechnet werden. Hierzu dient ein mathematisches Phantom aus Kugeln und Quadern. Abbildung 9.9 verdeutlicht die Ergebnisse. In

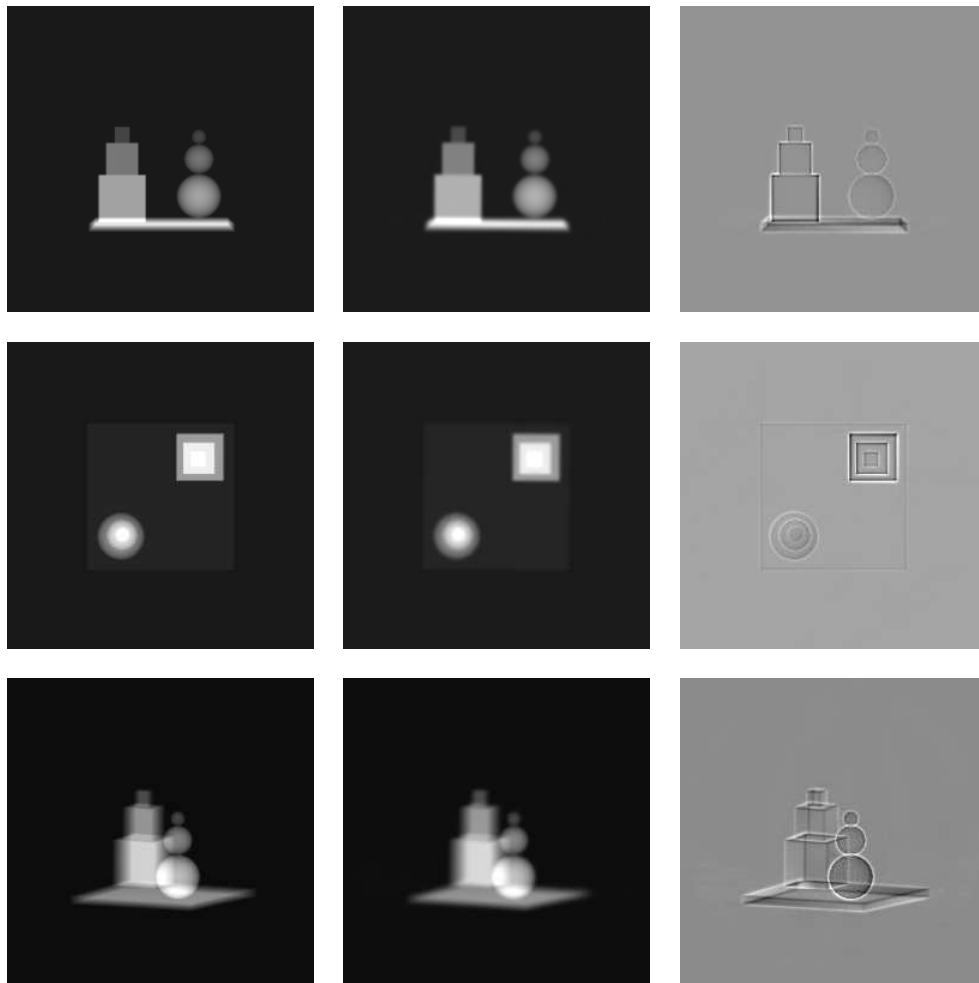


Abb. 9.9: Vergleich der Strahlverfolgung mit der Radon-basierten Kegestrahlinjektion.

der linken Spalte sind wieder Projektionen abgebildet, die mit Strahlverfolgung erzeugt wurden. Die mittlere Spalte zeigt die entsprechenden Projektionen, die über den Radonraum berechnet wurden. Die rechte Spalte zeigt die Differenzbilder beider Verfahren. Es ist gut zu erkennen, dass sich in den Differenzbildern nur Kanten aber keine flächigen Strukturen abzeichnen. Die Kanten werden durch die etwas unschärfere Abbildung der schnellen Kegestrahlinjektion hervorgerufen. In den flächigen Regionen heben sich die Bildintensitäten aber gegenseitig auf und sind somit gleich groß. Dies bedeutet, dass die absoluten Werte der Linienintegrale mit dem Standardverfahren übereinstimmen.

10 Schnelle 2D-Rückprojektion

10.1 Einleitung

Die Rückprojektion der gefilterten Projektionsdaten ist häufig der aufwendigste Schritt in vielen Rekonstruktionsalgorithmen. Bei der klassischen 2D-Rückprojektion ist der numerische Aufwand für die Rekonstruktion eines $N \times N$ Bildes in der Regel vom Grade $O(N^3)$. Dies kann mit Hilfe des Central Slice Theorem's und dem Übergang in den Fourierraum unter Benutzung der Fast Fourier Transformation auf $O(N^2 \log_2 N)$ Operationen reduziert werden. Ein Problem stellt hierbei jedoch die notwendige Interpolation im Fourierraum bei der Koordinatentransformation auf ein kartesisches Gitter dar. Kleinste Interpolationsfehler im Fourierraum zeigen relativ große Auswirkungen im Ortsraum [61]. Die Interpolation muss mit einem erhöhten mathematischen Aufwand durchgeführt werden. Eine Lösung mit gutem Ergebnis stellt die Verwendung von Faltungsfunktionen wie z.B. im Gridding-Verfahren dar [71]. Um eine hohe Bildqualität zu erreichen, wird der Vorteil der Rechnung im Fourierraum durch die aufwendigen Interpolationsfunktionen teilweise wieder aufgebraucht. Deshalb wird der klassische Rückprojektionsalgorithmus trotz des hohen Rechenaufwandes für Bilder in hoher Qualität verwendet, teilweise mit Hilfe von spezieller Hardware, wie zum Beispiel in CT-Scannern. Es wird ein Verfahren vorgestellt, welches wie die klassische Rückprojektion im Ortsraum arbeitet, aber mit $O(N^2 \log_2 N)$ Operationen auskommt und eine vergleichbare Bildqualität liefert.

10.2 Überblick

Es gibt einen Bedarf an einer schnellen Rekonstruktion von tomographischen Aufnahmen, insbesondere mit der Verfügbarkeit von neuen Technologien, die in der Lage sind eine große Menge von Daten in Echtzeit zu aquirieren, z.B. Mehrzeilen-Spiral-CT, Cardiac-CT, und demnächst die CT-Fluoroskopie. Außerdem existiert ein steigender Bedarf an interventioneller Bildgebung in Echtzeit z.B. um eine Operation zu überwachen oder zu leiten/steuern. Sehr häufig wird die Rekonstruktion der Bilder aus solchen Daten mit bekannten Techniken zum Flaschenhals. Obwohl es Thema kontinuierlicher Anstrengungen in Industrie und Forschung seit der Einführung der CT war, sind die meisten Bemühungen die tomographische Rekonstruktion zu beschleunigen bislang erfolg-

los. Geläufige iterative Methoden sind wesentlich aufwendiger als die direkte 'filtered back projection' (FBP). Direkte Methoden erfordern einen hohen Rechenaufwand proportional zu $O(N^3)$ um N Projektionen für ein Bild mit $N \times N$ Pixeln zu generieren. Zum Beispiel benötigt die Rückprojektion eines hochauflösenden Bildes mit 4096×4096 Pixeln $16^3 = 4096$ mal die Rechenzeit, die für die Rekonstruktion eines Bildes mit 256×256 Bildelementen benötigt wird. Aus diesem Grunde werden zahlreiche Anstrengungen in Industrie und Wissenschaft durchgeführt, um schnelle Reprojektionsmethoden zu entwickeln.

Ein anderer typischer Ansatz die Rückprojektion in kommerziellen Produkten zu beschleunigen, ist die Entwicklung spezieller Hardware zur Erhöhung der Rekonstruktionsgeschwindigkeit. Derartige Verfahren werden beschrieben in [38][73][86][21]. Mit dem erstaunlichen Anstieg der Performance normaler Computer sind aber die speziellen Hardwarearchitekturen schnell veraltet.

Lu, et al. [60] verwenden optische Signalverarbeitung zur Implementierung der tomographischen Rückprojektion. Während dieses Verfahren möglicherweise einen großen Geschwindigkeitszuwachs bietet, gelten aber die gleichen Einschränkungen wie bei den anderen Hardware basierten Verfahren. Zusätzlich enthält es als analoges Verfahren die bekannten Einschränkungen für optische Signalverarbeitung wie limitierten Dynamikbereich, Nichtlinearität, unzureichende Genauigkeit und langfristige Abweichungstendenz. Diese Limitierungen haben die Verwendung von optisch analoger Signalverarbeitung eingeschränkt, die heutzutage zum größten Teil durch digitale Implementierungen in praktisch allen Bereichen der Signalverarbeitung ersetzt wurden.

Andere Methoden verwenden die schnelle Fouriertransformation (FFT) und haben einen akzeptablen theoretischen Rechenaufwand von $O(N^2 \log N)$. Diese Verfahren basieren auf dem Fourier-Slice-Theorem, was die Grundlage für die Fourier-Rekonstruktions-Algorithmen (FRA) bildet. Als solche leiden sie unter den gleichen Schwierigkeiten, die es verhindert haben, dass die FRAs kommerziell genutzt werden, obwohl sie seit über 30 Jahren bekannt sind. Das Fourier-Slice-Theorem besagt, dass die Fouriertransformation entlang der radialen Koordinate einer Projektion eines bestimmten Winkels identisch ist zur zweidimensionalen Fouriertransformation des Bildes entlang dieser Linie. Das Hauptproblem bei diesen Algorithmen ist der erforderliche Interpolationsschritt zwischen dem rechtwinkligen Gitter Fourierraum, das für die Anwendung der FFT zur Berechnung des Bildes benötigt wird, und dem polaren Gitter auf dem die Fouriertransformation der Projektionen durchgeführt wird. Schlechte theoretische Eigenschaften manifestieren sich in massiven nicht akzeptierbaren Artefakten in der Rekonstruktion. Der hohe Aufwand, um diese Artefakte zu überwinden ergibt nur einen kleinen oder marginalen Geschwindigkeitszuwachs, z.B einen Faktor von 2-10 gegenüber den direkten Verfahren, der wesentlich geringer ist als das mögliche Potential des Faktors $N / \log N$.

Eine weitere Methode, die als schnelle diskrete Radontransformation bezeichnet wird, führt einen zur Rückprojektion ähnlichen, aber nicht identischen, Prozess durch [37][12].

Die Methode geht von quadratischen Bildelementen als Bildbasis aus und berechnet nur Projektionen aus einer bestimmten Menge nicht gleichmäßig verteilter Winkel. Dies ist problematisch, da die durch dieses Verfahren berechnete Transformation keine Radontransformation ist, wie sie in allgemeinen tomographischen Anwendungen benötigt wird. Vielmehr ist sie definiert als Ausdruck von Partialsummen von Pixeln deren Zentrum innerhalb eines Streifens von vorgegebener Breite liegt. Als solche mag diese Methode Anwendungen im Bereich der Bildverarbeitung haben, wie die Hough-Transformation von Bildern, ist aber nicht brauchbar für die tomographische Rekonstruktion.

Ein schnelles Verfahren, das in der Tomographie anwendbar ist, wurde von Nilsson [68] entwickelt. Die Grundidee liegt in der Bildung von Partialsummen aus Projektionen ähnlicher Orientierung, die im Rekonstruktionsprozess zur Bildung weiterer Partialsummen hierarchisch verwendet werden. In [68] wird Nearest Neighbour Interpolation verwendet und das Verfahren zur Adressierung der Stützstellen ist recht aufwendig. Basierend auf den Ideen von Nilsson wurde das in dieser Arbeit beschriebene Verfahren neu entwickelt und in [49] vorgestellt, welches mit Teilbildern in unterschiedlichen Auflösungsstufen und bilinearer Interpolation arbeitet. Die Teilbilder in den unterschiedlichen Skalierungen und die bilineare Interpolation ermöglichen eine recht direkte Umsetzung der klassischen Rückprojektion in eine schnelle Rekonstruktion mit einem Aufwand von $O(N^2 \log N)$. Weitere Literaturrecherche ergab im nachhinein, dass Brandt et al. [13] eine analoge Implementierung durchgeführt haben. Die formale Beschreibung des Algorithmus orientiert sich an [13]. In Danielsson [22] und Ingerhed [40] werden zur Beschreibung der schnellen Rückprojektion eine Sinogramm-Darstellung gewählt. Basu und Bresler [4][5] teilen die eigentliche Rekonstruktion in eine Summe aus 4 verschobenen rekonstruierten Teilbildern auf, wobei sich jedes Teilbild aus der Hälfte der ursprünglichen Projektionen berechnen lässt. Rekursives Anwenden dieser Regel führt auch zu einem Aufwand von $O(N^2 \log N)$.

10.3 Prinzip der schnellen Rückprojektion

Die Grundidee für die schnelle Rückprojektion liegt in der Berechnung partieller Summen benachbarter Projektionen, die mehrfach genutzt werden können, um das Bild auf iterativem Weg zu rekonstruieren [69]. Der Hauptunterschied zwischen der schnellen Rückprojektion und der klassischen Rückprojektion ist, dass die einzelnen Projektionen nicht nacheinander betrachtet werden, sondern dass in jeder Rekonstruktionsstufe alle Projektionen berücksichtigt werden. In der klassischen Rückprojektion erhält jeder Bildpunkt einen Beitrag von jeder Projektion. Für ein Bild der Größe $N \times N$ und N Projektionen wäre die Gesamtsumme der Interpolationen von der Größenordnung $O(N^3)$. Der Algorithmus der schnellen Rückprojektion erlaubt die Rekonstruktion mit $O(N^2 \log_2 N)$ Interpolationen. In der ersten Stufe werden $N/2$ Paare benachbarter Pro-

jektionen gebildet. Wegen des relativ geringen Grades an Bildinformation der einzelnen Zwischenbilder zu diesem Zeitpunkt, ist es nicht notwendig ein Zwischenbild an N^2 Stützstellen zu berechnen. $5N$ Stützstellen pro Zwischenbild sind ausreichend für eine gute Bildqualität. In der nächsten Stufe werden $N/2$ Zwischenbilder zu $N/4$ neuen Paaren kombiniert und die Anzahl der Stützstellen pro Zwischenbild wird verdoppelt. Abbildung 10.1 verdeutlicht das Verfahren. Nach $\log_2 N$ Stufen erreicht die Anzahl der Stützstellen N^2 und die Rekonstruktion ist vollständig.

10.4 Algorithmus der schnellen Rückprojektion

Aus der Betrachtung in Abschnitt 7.4 ergibt sich, dass eine Implementierung des Rückprojektionsschrittes

$$f(x, y) = \int_0^\pi [\text{ramp}[\mathcal{R}_2 f(\rho, \theta)]] d\theta \quad (10.1)$$

mit einem numerischen Aufwand von $O(N^2 \log N)$ die Komplexität der kompletten gefilterten Rückprojektion auf $O(N^2 \log N)$ reduzieren würde. Eine Implementierung, die dies ermöglicht wird im folgenden vorgestellt.

In diesem Abschnitt wird zur Übersichtlichkeit $\mathcal{R}f(\rho, \theta)$ anstatt von $\text{ramp}[\mathcal{R}_2 f(\rho, \theta)]$ geschrieben. Die schnelle Rückprojektion beruht auf folgender Feststellung. Im Standard-Rückprojektionsalgorithmus wird eine einzelne $N \times N$ Bildmatrix verwendet, um die entsprechenden Werte von $\mathcal{R}f(\rho, \theta_j)$ für $j = 1, \dots, Q$ für jedes Pixel aufzusummieren. Genausogut kann man für jede Projektionsrichtung θ_j eine eigene Bildmatrix b_j^0 , $j = 1, \dots, Q$, einrichten und diese dann pixelweise aufsummieren, um das fertige Bild zu erhalten. Dieser Ansatz kann in folgender Weise genutzt werden, um Rechenzeit zu sparen.

Im folgenden sei für alle i und j , f_j^i eine Funktion von zwei kontinuierlichen Variablen, und b_j^i eine Bildmatrix, die eine endliche Anzahl von Werten von f_j^i enthält. Damit ist f_j^i die Bildfunktion und b_j^i die Bildmatrix der Stufe i zum Winkel θ_j^i . Für alle j sei

$$f_j^0(x, y) = \mathcal{R}f(x \cos \theta_j + y \sin \theta_j, \theta_j). \quad (10.2)$$

Im eigentlichen Sinne ist f_j^0 die Funktion zweier Variablen, die sich ergibt durch die Rückprojektion von $\mathcal{R}f$ entlang der Linien $x \cos \theta_j + y \sin \theta_j = \rho$, für verschiedene Werte von ρ in der x, y -Ebene. Sicherlich verändert sich f_j^0 entlang dieser Linien nicht und deshalb ist es ausreichend bei der Auswahl der Stützstellen von f_j^0 , die die Bildmatrix b_j^0 bilden, genau die N Werte zu berechnen und in der Matrix abzuspeichern, die durch die N Werte für ρ in $\mathcal{R}f(\rho, \theta_j)$ festgelegt sind, anstatt N^2 Werte zu berechnen und zu

speichern (Abb. 10.1). Im eigentlichen Sinne ist b_j^0 ein 1-dim-Array, das die berechneten Werte von $\mathcal{R}f(\rho, \theta_j)$ aus dem Sinogramm enthält. Obwohl die Rückprojektion mit Q Bildmatrizen begonnen wird, anstatt mit einer, wie in der klassischen Rückprojektion, ist die Größenordnung der gesamten gespeicherten Punkte $O(NQ)$. Der Abstand zwischen benachbarten Stützstellen von f_j^0 für jedes j beträgt d , wie der Abstand zwischen zwei benachbarten Stützstellen von $\mathcal{R}f(\rho, \theta_j)$.

Die zahlreichen initialen Funktionen f_j^0 müssen aufsummiert werden, um das Ergebnisbild zu bilden. Da Addition kommutativ und assoziativ ist, kann die Summierung in beliebiger Reihenfolge erfolgen. Die hier vorgestellte Methode wählt eine Reihenfolge, die die Anzahl der notwendigen Rechenschritte effektiv reduziert. Da Q nach Voraussetzung gerade ist, werden in der ersten Rekonstruktionsstufe Paare von Funktionen f_j^0, f_k^0 addiert, deren korrespondierende Werte von θ dicht beieinander liegen. Dies bedeutet, dass sich die Richtung, in der f_j^0 konstant ist, sich nur wenig von der Richtung unterscheidet, in der f_k^0 konstant ist. Die Summe dieser beiden Funktionen, f_l^1 , wird sich nur wenig in einer bestimmten Richtung verändern, und deshalb wird es nur notwendig sein nur eine handvoll von weit verteilten Stützstellen von f_l^1 in der Bildmatrix b_l^1 entlang jeder Linie parallel zur "langsamen" Richtung in der x, y -Ebene abzuspeichern.

Im einzelnen kann man ohne Beschränkung der Allgemeinheit annehmen, dass $0 \leq \theta_j < \pi$ für alle j gilt und dass die Winkel θ_j so angeordnet werden, dass $\theta_j < \theta_{j+1}$ für alle $j = 1, \dots, Q-1$ gilt. Für alle $j = 1, \dots, Q$ sei $\theta_j^0 = \theta_j$. Für alle k von 1 bis $Q/2$ werden die Funktionen f_{2k-1}^0 und f_{2k}^0 addiert, um f_k^1 zu erhalten. Da für beliebiges j sich f_j^0 entlang der Richtung $(-\sin \theta_j, \cos \theta_j)$ nicht verändert, folgt, dass f_{2k-1}^0 und f_{2k}^0 sich nur wenig entlang der Richtung $(-\sin \theta_k^1, \cos \theta_k^1)$ verändern, wobei θ_k^1 der Mittelwert von θ_{2k-1} und θ_{2k} ist. Damit verändert sich auch f_k^1 nur langsam in der $(-\sin \theta_k^1, \cos \theta_k^1)$ Richtung, und zur Bildung der Bildmatrix b_k^1 ist es nur notwendig Werte von f_k^1 an wenigen weit verteilten Punkten entlang jeder Geraden in dieser Richtung zu speichern. Der Abstand zwischen den Stützstellen in der schnellen Richtung $(\cos \theta_k^1, \sin \theta_k^1)$ ist wieder d . Die notwendigen Werte werden durch Interpolation aus b_{2k-1}^0 und b_{2k}^0 berechnet.

Durch ähnliche Schlussfolgerungen, für $l = 1, \dots, Q/4$, können f_{2l-1}^1 und f_{2l}^1 addiert werden, um f_l^2 zu erhalten. f_l^2 verändert sich in der Richtung $(-\sin \theta_l^2, \cos \theta_l^2)$ nur langsam, wobei θ_l^2 der Mittelwert von θ_{2l-1}^1 und θ_{2l}^1 ist. Dadurch ist es bei der Bildung der Bildmatrix b_l^2 nur notwendig wenig weitverteilte Stützstellen von f_l^2 in der Richtung $(-\sin \theta_l^2, \cos \theta_l^2)$ zu berechnen und abzuspeichern. Der Abstand der Stützstellen in der schnellen Richtung ist wieder d . Die Werte von f_l^2 , die in b_l^2 gespeichert werden, werden durch Interpolation aus b_{2l-1}^1 und b_{2l}^1 berechnet. f_l^2 verändert sich nicht so langsam in ihrer "langsamen" Richtung, wie sich f_{2l}^1 in ihrer "langsamen" Richtung verändert, und deshalb benötigt b_l^2 mehr Stützstellen in der langsamen Richtung, als b_{2l}^1 in der jeweiligen langsamen Richtung. Da es aber nur halb so viele Bildmatrizen b_l^2 in der zweiten

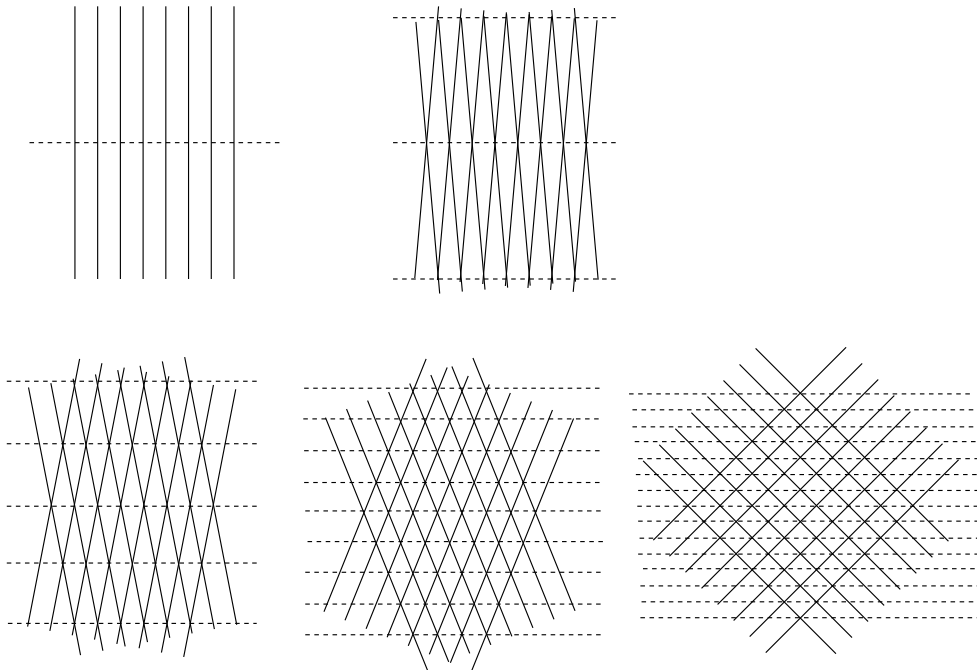


Abb. 10.1: Verdeutlichung des Rekonstruktionsverfahrens. Bei der Berechnung der Teilbilder aus benachbarten Projektionen ist nur die Berechnung an den gestrichelten Stützstellen notwendig. In jeder Rekonstruktionsstufe wird die Anzahl der Stützstellen verdoppelt.

Rekonstruktionsstufe gibt, wie Bildmatrizen b_k^1 in der ersten Rekonstruktionsstufe, ist die gesamte Anzahl der Punkte, die berechnet und gespeichert werden müssen, für alle Bildmatrizen einer beliebigen Rekonstruktionsstufe zusammen von der Ordnung $O(N^2)$. Durch die Abbildungen 10.1 und 10.2 wird dies verdeutlicht.

Durch Fortsetzung dieses Weges lässt sich eine Folge von Stufen mit den jeweiligen Funktionen und Bildmatrizen konstruieren. Die Funktionen der i -ten Stufe werden aus Paaren von Funktionen der $(i - 1)$ -ten Stufe erzeugt, in der Art und Weise, dass die Bildmatrizen der i -ten Stufe doppelt so viele Stützstellen in der "langsamen" Richtung besitzen, wie die Bildmatrizen der $(i - 1)$ -ten Stufe. An der $\log_2 Q$ -ten Stufe gibt es nur noch eine Bildmatrix, und diese Matrix stellt die Summe aller Originalmatrizen b_j^0 dar, und dies ist die Summe aller Rückprojektionen von $\mathcal{R}f(\rho, \theta_j)$. Damit entspricht die letzte Bildmatrix dem Ergebnis der Rückprojektion. Da $O(N^2)$ Operationen benötigt werden, um die Bildmatrizen jeder Stufe zu erzeugen, beträgt der Gesamtaufwand des Algorithmus $O(N^2 \log_2 Q)$.

Die einzelnen Stufen werden nochmal anhand der Rekonstruktion eines 256²-Bildes verdeutlicht:

1. Es liegen 256 Projektionen vor. Jede Projektion belegt eine Matrix von 1x256 Pixeln.

2. Zwei benachbarte Projektionen werden zusammengefasst. Jedes Zwischenbild belegt eine Matrix von 3×256 Pixeln. Man erhält 128 Zwischenbilder.
3. Zusammenfassung von jeweils zwei benachbarten Zwischenbildern aus Schritt 2. zu 64 Zwischenbildern mit einer Matrix von 5×256 Pixeln.
4. Zusammenfassung von jeweils zwei benachbarten Zwischenbildern aus Schritt 3. zu 32 Zwischenbildern mit einer Matrix von 9×256 Pixeln.
5. Zusammenfassung von jeweils zwei benachbarten Zwischenbildern aus Schritt 4. zu 16 Zwischenbildern mit einer Matrix von 17×256 Pixeln.
6. Zusammenfassung von jeweils zwei benachbarten Zwischenbildern aus Schritt 5. zu 8 Zwischenbildern mit einer Matrix von 33×256 Pixeln.
7. Zusammenfassung von jeweils zwei benachbarten Zwischenbildern aus Schritt 6. zu 4 Zwischenbildern mit einer Matrix von 65×256 Pixeln.
8. Zusammenfassung von jeweils zwei benachbarten Zwischenbildern aus Schritt 7. zu 2 Zwischenbildern mit einer Matrix von 129×256 Pixeln.
9. Zusammenfassung der beiden Zwischenbilder aus Schritt 8. zu einem 256×256 Bild.
10. Fertig. Ergebnis ist die gewünschte 2D-Rückprojektion.

10.5 Evaluation

In diesem Abschnitt werden einige numerische Ergebnisse präsentiert, um die Performance des vorgestellten Algorithmus zu demonstrieren. Die Simulationen teilen sich in zwei Teile. Zunächst wird anhand des Shepp-Logan Phantoms der hierarchische Ablauf der Rekonstruktion verdeutlicht und die Qualität bezüglich Rekonstruktionsartefakten beurteilt. Im zweiten Teil wird die Stabilität der schnellen Rückprojektion bezüglich Rauschen in den Rohdaten mit dem Standardrekonstruktionsverfahren verglichen.

Anhand eines mathematischen Phantoms wurde der Einfluss verschiedener Rekonstruktionsparameter auf die Bildqualität untersucht und diese mit dem Standard der klassischen Rückprojektion verglichen. Bei geeigneten Parametern ist die Qualität vergleichbar oder sogar leicht besser bei wesentlich geringerem Rechenaufwand. Durch einen Glättungseffekt der schnellen Rückprojektion werden Fluktuationsartefakte unterdrückt. Das Verfahren und die Qualität werden in den Abbildungen 10.2, 10.3, 10.4 verdeutlicht.

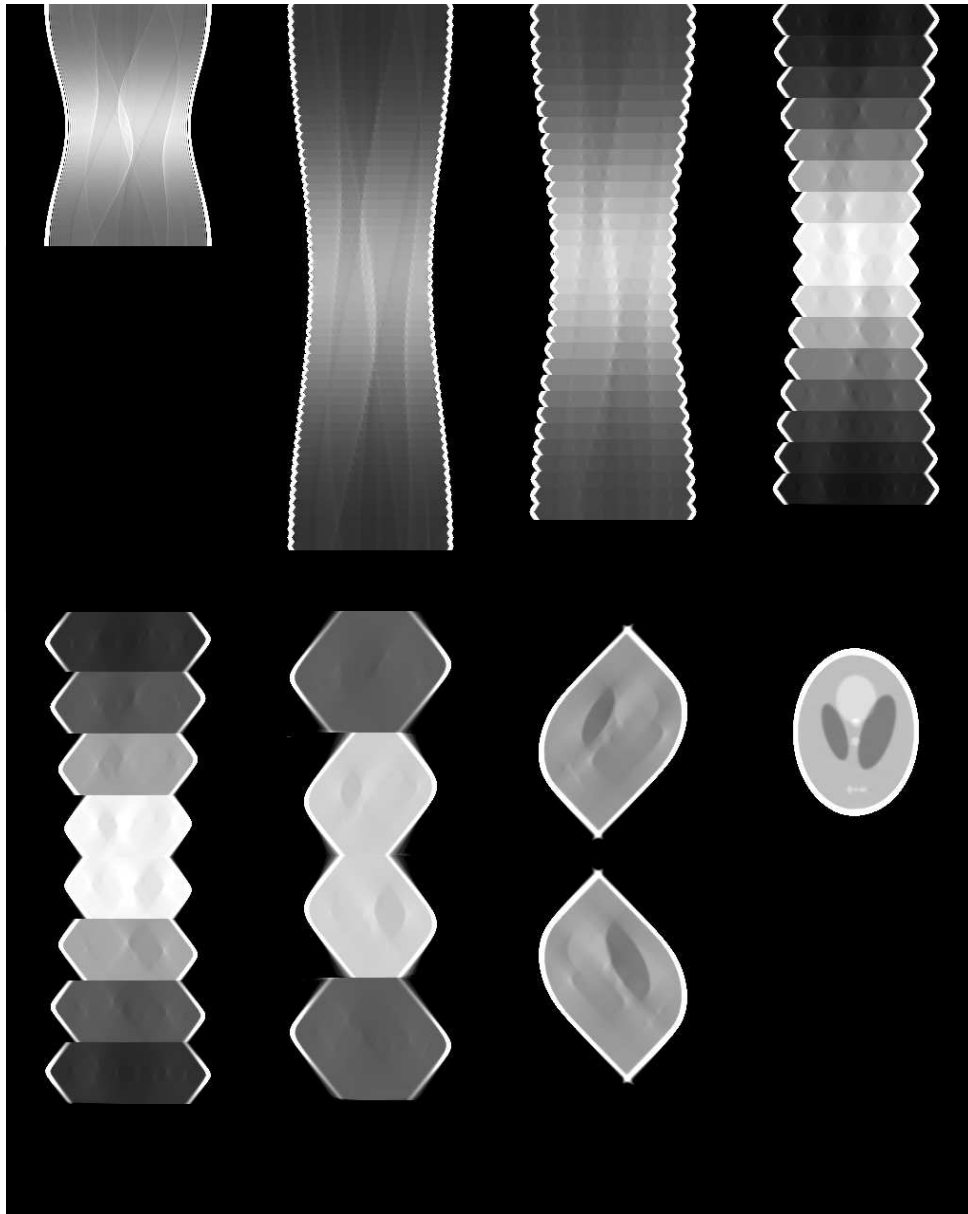


Abb. 10.2: Ablauf der Rekonstruktion des Shepp-Logan Phantoms. Die Zunahme der Details in den einzelnen Teilbildern wird deutlich.



Abb. 10.3: Rekonstruiertes Shepp-Logan Phantom.

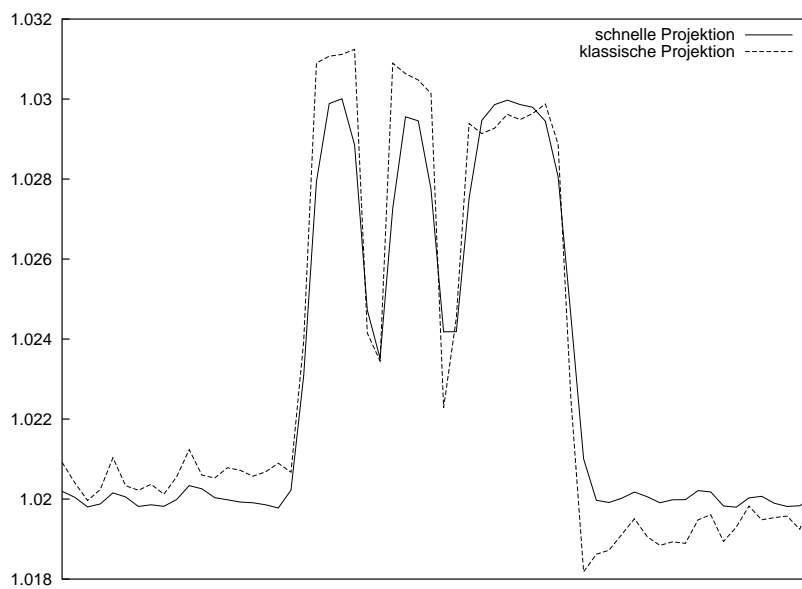


Abb. 10.4: Vergleich der Rekonstruktionsgenauigkeit von klassischer und schneller Rückprojektion anhand des Profils durch die drei kleinen elliptischen Elemente im Shepp-Logan Phantom.

10.5.1 Rauschverhalten

Zur Überprüfung des Rauschverhaltens der schnellen Rückprojektion wurden Testrekonstruktionen mit verrauschten Daten durchgeführt. Hierzu wurde das Sinogramm der Projektionsdaten eines mathematischen Phantoms jeweils mit 0%, 2.5%, 5% und 10% Rauschen versehen. Danach erfolgte die Rekonstruktion jeweils mit der klassischen gefilterten Rückprojektion, als auch mit dem hier vorgestellten Verfahren der schnellen Rückprojektion. Abbildung 10.5 verdeutlicht die Ergebnisse. Die linke Spalte zeigt die Rohprojektionsdaten und die 2. Spalte die rampengefilterten Projektionsdaten. Verwendet wurde eine Implementierung des Rampenfilters nach Ramachandran und Lakshminarayanan [77], mit dem Frequenzverlauf $|R|\Pi(\frac{R}{2R_{max}})$ mit Frequenzbegrenzung oberhalb der Grenzfrequenz R_{max} . Die 3. Spalte zeigt die Ergebnisse der klassischen Rückprojektion und die 4. Spalte die Ergebnisse der schnellen Rückprojektion jeweils mit den Daten aus der 2. Spalte. Es ist deutlich zu erkennen, dass sich die schnelle Rekonstruktion robuster gegenüber verrauschten Daten verhält. Selbst Bilder mit 10% Rauschen in den Rohdaten zeigen ein noch annehmbares Signal-zu-Rausch-Verhältnis. Dies ist maßgeblich auf den beschriebenen leichten Glättungseffekt, der implizit im Rekonstruktionsverfahren enthalten ist, zurückzuführen. Da der Glättungseffekt für die Anwendung in der 2D-3D-Registrierung keinen Nachteil darstellt, erweist sich die schnelle Rückprojektion in Bezug auf die Zuverlässigkeit bei verrauschten Daten sogar als Vorteil.

10.6 Schlussfolgerung

Das vorgestellte Verfahren ist in der Lage, die Bildrekonstruktion effektiv zu beschleunigen. Damit lässt sich der Rückprojektionsschritt bei der Berechnung der schnellen Kegelstrahlprojektion im Abschnitt 8.2 mit einem Aufwand von $O(N^2 \log N)$ durchführen.

Die schnelle Rückprojektion ist nicht auf zweidimensionale Daten beschränkt, sondern kann für verschiedene Aufnahmegeometrien adaptiert werden und ist auf Volumendaten erweiterbar. So ist die Anwendung bei der 3D-Rekonstruktion von Multislice- oder Kegelstrahl-Tomographiedaten und bei der Rotationsangiographie denkbar. Die einfachen Interpolationsfunktionen und die gradlinige Implementierung erlauben auch eine direkte Umsetzung auf Signalprozessoren.

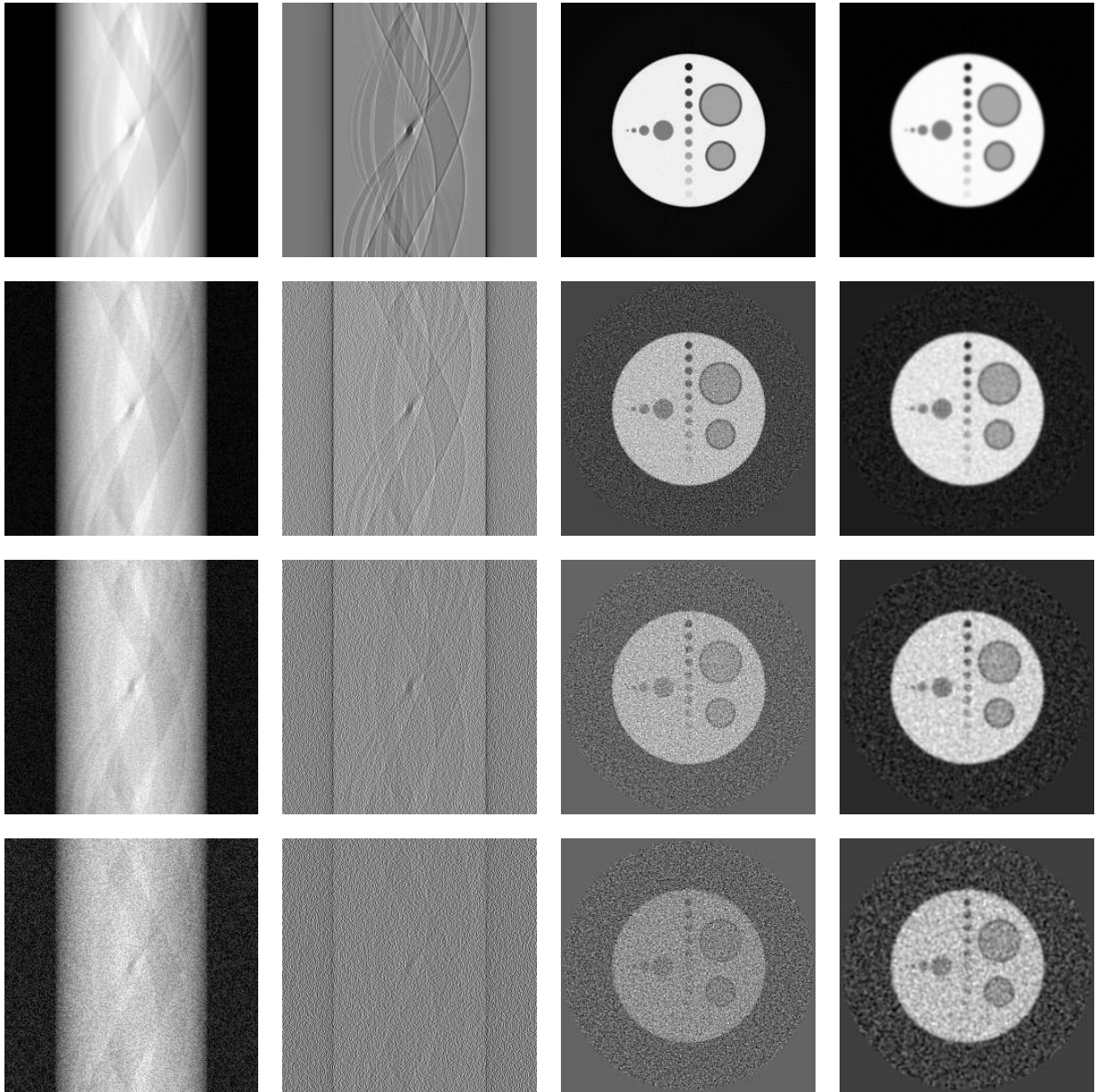


Abb. 10.5: Vergleich des Rauschverhaltens bei der Rekonstruktion eines mathematischen Phantoms: Die 1. Spalte zeigt die Sinogramme der Projektionen mit einem Rauschanteil von 0, 2.5%, 5% und 10%. Die 2. Spalte zeigt die rampengefilterten Projektionen. Die 3. Spalte zeigt das Ergebnis der klassischen Rückprojektion mit den Daten aus der 2. Spalte. Die 4. Spalte verdeutlicht das Ergebnis der schnellen Rückprojektion mit den Daten aus der 2. Spalte.

11 Schlußfolgerungen

11.1 Zusammenfassung

Hauptthema dieser Doktorarbeit ist die Entwicklung eines automatischen Verfahrens zur Kontrolle der Patientenlagerung in der Strahlentherapie. Die Lagerung ist von entscheidender Bedeutung für den Erfolg einer Bestrahlung, da nur bei optimaler Positionierung des Patienten der Tumor getroffen wird und das umgebene Gewebe geschont wird. Als Bewertungsgrundlage dienen Verifikationsaufnahmen, die zu Beginn jeder Bestrahlungseinheit aufgenommen werden. Durch elektronische Bildgebungseinheiten sind die Aufnahmen heutzutage innerhalb weniger Sekunden verfügbar, so dass eine Lagerungskontrolle zu Beginn der Bestrahlung durchgeführt werden kann. Allerdings sind diese Hochenergiebilder sehr kontrastarm und verrauscht, da die Absorptionskoeffizienten im MeV-Bereich klein sind und sich kaum für verschiedene Gewebearten unterscheiden. So ist die intrinsische anatomische Information in den Bildern nicht direkt zugänglich und es ist eine sehr herausfordernde Aufgabe ein zuverlässiges Verfahren zur Registrierung von Niedrigkontrastaufnahmen zu entwickeln.

Um diese Aufgabe anzugehen, wurde in Kapitel 2 ein umfassender Überblick über die verschiedenen Komponenten von Bildregistrierungsverfahren gegeben. Hauptaugenmerk lag auf der Darstellung von intensitätsbasierten Verfahren, um die in den Bildern vorhandene Information möglichst vollständig zu nutzen.

In Kapitel 3 wurde ein robustes Verfahren zur Registrierung von Hochenergiebildern entworfen und realisiert. Dies beinhaltet sowohl die Überprüfung des Bestrahlungsfeldes als auch die Registrierung der anatomischen Strukturen. Da reine grauwertbasierte Verfahren nicht zuverlässig arbeiten, wurde ein strukturorientiertes Verfahren auf der Basis eines Bandpassfilters entwickelt, das in der Lage ist räumliche Information zu berücksichtigen und relevante Elemente hervorzuheben. Dadurch ist das Verfahren unempfindlich gegenüber Helligkeitsschwankungen und störenden Strukturen wie Überlagerung von Gasblasen des Darmes. Auch eine multimodale Registrierung mit künstlich generierten Röntgenbildern ist möglich. Der Algorithmus detektiert das globale Maximum der Ähnlichkeitsfunktion zur Vermeidung einer Fehlregistrierung. Die vollständige Suche wurde für die normalisierte Kreuzkorrelation durch eine Implementierung im Fourierraum effizient realisiert. Testmessungen mit Verifikationsaufnahmen aus verschiedenen Körperregionen waren mit einer Erfolgsquote von über 95% sehr erfolgreich.

Das zunächst nur auf Translationen beschränkte Verfahren wurde in Kapitel 4 um Rotation und Skalierung erweitert. Da der vierdimensionale Suchraum für eine Vollsuche zu umfangreich ist, wurde die Bestimmung der Rotation von der Bestimmung der Translation mathematisch entkoppelt. Hierzu wurde in dieser Arbeit das APL-Verfahren neu entwickelt, das auf polar-logarithmischer Darstellung von Autokorrelationen beruht. Umfangreiche Testsimulationen bezüglich Rotation, Skalierung und Rauschen zeigen die hohe Zuverlässigkeit und die Überlegenheit gegenüber der Fourier-Mellin-Darstellung.

In Kapitel 5 wurde basierend auf den Ergebnissen der vorherigen Kapitel ein komplettes 2D-3D-Registrierungsverfahren entwickelt. Es wurde ein Überblick über verschiedene Parametrisierungen der räumlichen Transformation und über gängige Verfahren zur Generierung von künstlichen Röntgenprojektionen gegeben. Entscheidend zur Entkopplung des Suchraumes ist die Rückführung der 3D-Bewegungen auf 2D-Transformationen mit der Tatsache, dass eine Verschiebung im Raum auch durch die Ansicht einer Drehung aus der Ebene heraus angenähert werden kann. Dadurch lässt sich die 6-dimensionale Parameterbestimmung einer 2D-3D-Registrierung in ein 3-stufiges Verfahren mit jeweils zweidimensionaler Parameterbestimmung in jeder Stufe aufteilen. Es wurden umfangreiche Testmessungen mit einem mathematischen Phantom und künstlichen Projektionen eines CT-Datensatzes durchgeführt. Dabei zeigte sich, dass das Verfahren mit einer Erfolgsquote von über 95% auch mit verrauschten Daten mit einem Rauschanteil bis zu 10% zuverlässig und stabil arbeitet. Auch gibt es durch die globale Bestimmung des Ähnlichkeitsmaximums in den einzelnen Stufen keinerlei Abhängigkeit von einer Startposition. Das Verfahren arbeitet über den gesamten Testbereich bis zu einem *startTRE* von 60 mm zuverlässig, was ein großer Vorteil gegenüber den meisten 2D-3D-Verfahren ist.

Ab Kapitel 6 wurde im zweiten Teil dieser Doktorarbeit ein Verfahren zur schnellen Berechnung der für die 2D-3D-Registrierung wichtigen Kegelstrahlprojektionen entworfen und implementiert. Der numerische Aufwand von $O(N^2 \log N)$ ist besonders für hochauflösende Datensätze attraktiv. Die Grundidee liegt in der Tatsache, dass eine beliebige Projektion aus Daten rekonstruiert werden kann, die auf einer Kugelschale des 3D-Radonraumes ausgelesen werden. Die notwendigen mathematischen Zusammenhänge wurden in Kapitel 7 abgeleitet. Wichtig ist hierbei die Relation zwischen der Ableitung des 3D-Radonraumes und der Ableitung der Röntgentransformation. In Kapitel 8 wurde dann der Zusammenhang zwischen dem rampengefilterten 3D-Radonraum und den gefilterten Detektordaten hergestellt. So können die auf der Radonschale ausgelesenen Daten direkt durch eine gefilterte Rückprojektion in die eigentliche Projektion überführt werden. In Kapitel 9 wurde die eigentliche Implementierung des Verfahrens behandelt. Da zur Berechnung des 3D-Radonraumes Daten im Fourierraum in ein radiales Koordinatensystem überführt werden müssen, wurde die Interpolation im Fourierraum genauer betrachtet und das Gridding-Verfahren vorgestellt. Außerdem wurde die Aufteilung des Raumes in Doppelpyramiden und das Auslesen der Radonschale näher erläutert. In Kapitel 10 wurde schließlich ein Verfahren zur schnellen

2D-Rückprojektion vorgestellt, mit dem die ausgelesenen Daten mit einem Aufwand von $O(N^2 \log N)$ in die eigentliche Kegelstrahlprojektion überführt werden.

11.2 Ausblick

Die in dieser Arbeit vorgestellten Verfahren sind vielseitig einsetzbar. Das strukturorientierte Registrierungsverfahren für Niedrigkontrastaufnahmen sollte in einem nächsten Schritt in die Behandlungssoftware und den klinischen Ablauf integriert werden. Eine klinische Studie mit vielen Patienten kann dann zeigen, um welchen Betrag sich die Genauigkeit der Lagerung verbessert. Das 2D-3D-Registrierungsverfahren ist auch in anderen Bereichen außer der Strahlentherapie einsetzbar. So ist eine Anwendung in sämtlichen Bereichen der computergestützten Navigation, wie z.B. computergestützte Chirurgie, Instrumentenverfolgung etc., denkbar. Es kann auch die Fusion von verschiedenen Bildmodalitäten unterstützen. Die schnellen Kegelstrahlprojektionen können zur interaktiven Visualisierung von 3D-Daten verwendet werden. Auch Anwendungen außerhalb der medizinischen Bildverarbeitung sind möglich. Das APL-Verfahren könnte für den Bereich der Bilderkennung und Bildklassifizierung ausgebaut werden.

Abbildungsverzeichnis

3.1	Original Portal Image mit Störungen durch die Abbildungskette.	39
3.2	Histogramm eines Portal Images.	41
3.3	Binärbild des Bestrahlungsfeldes.	41
3.4	Kontrast-verstärkte Verifikationsaufnahme.	42
3.5	Differenzenbild zweier nahezu identischer Bestrahlungsfelder.	44
3.6	Differenzenbild zweier nicht ähnlicher Bestrahlungsfelder	45
3.7	Bandpassfilter	46
3.8	Bandpassgefilterte Verifikationsaufnahme	47
3.9	Bandpassgefilterte Verifikationsaufnahme, nachdem die Begrenzung des Bestrahlungsfeldes entfernt wurde.	47
3.10	Bandpassgefilterte Verifikationsaufnahme nach Nullsetzung der positiven Werte und Invertierung.	48
3.11	Korrelationsfunktion $c_N(a, b)$ zweier Grauwertbilder.	49
3.12	Korrelationsfunktion $c_N(a, b)$ zweier Struktur-basierter Bilder.	50
3.13	Einfluss der Filterung auf die Korrelationsfunktion.	51
3.14	Hochpassgefilterter DRR, der als Referenzbild verwendet wird.	52
3.15	Manuell generiertes synthetisches Referenzbild.	53
3.16	Differenzenbild zweier Verifikationsaufnahmen vor der Registrierung der Anatomie.	54
3.17	Differenzenbild zweier Verifikationsaufnahmen nach der Registrierung der Anatomie.	55
3.18	Differenzenbild einer DRR und einer Verifikationsaufnahme vor der Registrierung der Anatomie.	55
3.19	Differenzenbild einer DRR und einer Verifikationsaufnahme nach der Registrierung der Anatomie.	56
4.1	Mathematisches Kreisphantom	59
4.2	Bandpassgefiltertes mathematisches Phantom mit herausgearbeiteten Kantenstrukturen	59
4.3	Fourierspektrum	60
4.4	Polartransformiertes Fourierspektrum	61
4.5	Fourier-Mellin invariante Darstellung	62
4.6	Autokorrelationsdarstellung	64
4.7	Polartransformation der Autokorrelation	65
4.8	Polar-logarithmische Darstellung der Autokorrelation	65

4.9	Registrierungsverfahren mit APL-Transformation.	68
4.10	Mathematisches Phantom in verschiedenen Skalierungen	70
4.11	Rotationen zwischen -90° und 90°	71
4.12	Rotationstest mit APL-Verfahren	72
4.13	Rauschanteil zwischen 0% und 100%	73
4.14	Registrierung mit unterschiedlichem Rauschanteil	74
4.15	Fehlende Bildelemente im mathematischen Phantom.	74
4.16	Registrierung mit fehlenden Bildelementen	75
4.17	Kernspinaufnahme des Kopfes	76
4.18	Registrierung von Kernspinaufnahmen	76
4.19	Kernspinaufnahmen mit T1- und T2-Wichtung	77
4.20	Registrierung mit T1- und T2-Wichtung	78
4.21	Erfolgreiche Registrierung zweier Portalbilder	79
4.22	Fehlregistrierung zweier Portalbilder	79
5.1	Parameter der perspektivischen Projektion.	83
5.2	Parameter der out-of-plane Rotation.	95
5.3	Out-of-plane Verschiebung entlang der optischen Achse.	96
5.4	In-plane Verschiebung entlang der x-Achse.	96
5.5	Geometrie der in-plane Verschiebung.	97
5.6	Kombination von in-plane und out-of-plane Verschiebung.	98
5.7	In-plane Verschiebung mit Rotation um optische Achse.	99
5.8	Verschiedene Projektionen des mathematischen Phantoms.	102
5.9	Verschiedene Projektionen des CT-Datensatzes.	103
5.10	Darstellung der verschiedenen Fehlergrößen	106
5.11	Ergebnis mit vollständigem endTRE.	108
5.12	Vergleich von endTRE mit endTRE in Projektionsrichtung.	108
5.13	Registrierungsergebnis der Rückprojektion.	109
5.14	Mittleres endRDP für verschiedene startTRE zwischen 0-60 mm.	110
5.15	Prozentuale Erfolgsquote.	110
5.16	Testbilder mit unterschiedlichem Rauschanteil.	112
5.17	Ergebnis bei unterschiedlichem Rauschanteil.	113
5.18	Prozentuale Erfolgsquote des Stuhl-Phantoms.	114
5.19	Ergebnis mit vollständigem endTRE.	115
5.20	Vergleich von endTRE mit endTRE in Projektionsrichtung.	116
5.21	Registrierungsergebnis der Rückprojektion.	116
5.22	Mittleres endRDP für verschiedene startTRE zwischen 0-60 mm.	117
5.23	Prozentuale Erfolgsquote.	117
5.24	Testbilder mit unterschiedlichem Rauschanteil.	118
5.25	Ergebnis bei unterschiedlichem Rauschanteil.	119
5.26	Prozentuale Erfolgsquote des CT-Datensatzes.	121
5.27	2D-3D-Registrierung von Verifikationsaufnahmen	123

6.1	Zwei eindimensionale Projektionen eines Objektes aus zwei Kreisscheiben	128
6.2	Jeder Röntgenstrahl bildet ein Linienintegral durch das Objekt	129
7.1	a) Integration entlang einer Linie L bildet einen Radonwert. b) Ein Punkt (x, y) trägt zu Radonwerten auf einem Kreis im Radonraum bei.	132
7.2	Ein Kreis im Radonraum entspricht einer Sinuskurve im Sinogramm.	132
7.3	Das Fourier-Slice-Theorem	134
7.4	Prinzip der gefilterten Rückprojektion	136
7.5	Werte im 3D-Radon-Raum entsprechen Integralen über Ebenen.	138
7.6	Die Integral-Ebene mit der Senkrechten $\rho_{\vec{\zeta}}$	140
7.7	Grangeat's Kegelstrahl-Geometrie	143
7.8	Aufsicht	144
7.9	Seitenansicht	144
8.1	Koordinatensysteme in der Detektorebene	146
8.2	Rekonstruktion der Kegelstrahlprojektion durch Auslesen der Radon-schale.	150
9.1	Interpolation im Fourierraum.	152
9.2	Interploation mit Zeropadding.	154
9.3	Interploation mit dem Gridding-Verfahren.	157
9.4	Dämpfung der Kaiser-Bessel-Funktion.	159
9.5	Berechnung des rampengefilterten 3D-Radon Raumes.	160
9.6	Aufteilung des 3D-Datenraumes in drei orthogonal zueinander ausge-richtete Doppelpyramiden.	161
9.7	Geometrie der Radonschale.	164
9.8	Überprüfung der Geometrie der Kegelstrahlprojektion.	166
9.9	Vergleich der Strahlverfolgung mit der Radon-basierten Kegelstrahlpro-jektion.	167
10.1	Verdeutlichung des Rekonstruktionsverfahrens. Bei der Berechnung der Teilbilder aus benachbarten Projektionen ist nur die Berechnung an den gestrichelten Stützstellen notwendig. In jeder Rekonstruktionsstufe wird die Anzahl der Stützstellen verdoppelt.	174
10.2	Ablauf der Rekonstruktion des Shepp-Logan Phantoms. Die Zunahme der Details in den einzelnen Teilbildern wird deutlich.	176
10.3	Rekonstruiertes Shepp-Logan Phantom.	177
10.4	Vergleich der Rekonstruktionsgenauigkeit von klassischer und schnel-ler Rückprojektion anhand des Profils durch die drei kleinen elliptischen Elemente im Shepp-Logan Phantom.	177
10.5	Vergleich des Rauschverhaltens	179

Tabellenverzeichnis

3.1	Ergebnisse von Registrierungen von Hochenergiebilderpaaren	54
4.1	Stabilitätsanalyse der Registrierungsverfahren	69
5.1	Rauschverhalten Stuhlphantom	111
5.2	Rauschverhalten CT-Datensatz	120

Literaturverzeichnis

- [1] S. Adam, J.M. Ogier, C. Cariou, R. Mullot, J. Labiche, and J. Gardes. Symbol and character recognition: application to engineering drawings. *Int. Journal on Document Analysis and Recognition IJDAR*, 3:89–101, 2000.
- [2] O.K. Al-Shaykh and J.F. Doherty. Invariant image analysis based on radon transform and svd. *IEEE Trans. CirSysSignal*, 43:123–133, 1996.
- [3] J. Altmann and H.J.P. Reitböck. A fast correlation method for scale- and translation-invariant pattern recognition. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. PAMI*, 6:46–57, 1984.
- [4] S. Basu and Y. Bresler. $O(N^2/\log_2 N)$ filtered backprojection reconstruction algorithm for tomography. *IEEE Trans. Image Processing*, 9(10):1760–1773, October 2000.
- [5] S. Basu and Y. Bresler. $O(N^3/\log N)$ backprojection algorithm for the 3-D radon transform. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 21(2):76–88, February 2002.
- [6] J. Bijhold, K. Gilhuijs, and M. van Herk. Automatic verification of radiation field shape using digital portal images. *Med. Phys.*, 19:1007, 1992.
- [7] J. Bijhold, K. Gilhuijs, M. van Herk, and H. Meertens. Radiation field edge detection in portal images. *Phys. Med. Biol.*, 36:1705, 1991.
- [8] J. Bijhold, M. van Herk and R. Vijlbrief, and J. Lebesque. Fast evaluation of patient set-up during radiotherapy by aligning features in portal and simulator images. *Phys. Med. Biol.*, 36:1665, 1991.
- [9] W. Birkfellner, J. Wirth, W. Burgstaller, B. Baumann, H. Staedele, B. Hammer, N. Claudius Gellrich, A. L. Jacob, P. Regazzoni, and P. Messmer. A faster method for 3D/2D medical image registration - a simulation study. *Physics in Medicine and Biology*, 48:2665–2679, August 2003.
- [10] Wolfgang Birkfellner, Rudolf Seemann, Michael Figl, Johann Hummel, Christopher Ede, Peter Homolka, Xinhui Yang, Peter Niederer, and Helmar Bergmann. Fast drr generation for 2d/3d registration. In James S. Duncan and Guido Gerig, editors, *MICCAI (2)*, volume 3750 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 960–967. Springer, 2005.

- [11] A.L. Boyer, L. Antonuk, A. Fenster, and et al. et al. A review of electronic portal imaging devices (EPIDs). *Medical physics*, 19(1):1–16, 1992.
- [12] Martin L. Brady. A fast discrete approximation algorithm for the radon transform. *SIAM J. Comput.*, 27(1):107–119, 1998.
- [13] A. Brandt, J. Mann, M. Brodski, and M. Galun. A fast and accurate multilevel inversion of the radon transform. *SIAM J. Appl. Math.*, 60:437–462, 1999.
- [14] W. N. Brouw. Aperture synthesis. In B. Alder, S. Fernbach, and M. Rotenberg, editors, *Methods in Computational Physics*, volume 14, pages 131–175. New York: Academic, 1975.
- [15] L.G. Brown. A survey of image registration techniques. *ACM Computing Surveys*, 4:325–376, 1992.
- [16] D. Casasent and D. Psaltis. New optical transforms for pattern recognition. *Proc. IEEE*, 65:77–84, 1977.
- [17] P. Cavanagh. Size and position invariance in the visual system. *Perception*, 7:167–177, 1978.
- [18] P. Cavanagh. *Local log polar frequency analysis in the striate cortex as a basis for size and orientation invariance*. John Wiley & Sons Ltd, 1985.
- [19] Q.S. Chen, M. Defrise, and F. Donconinck. Symmetric phase-only matched filtering of fourier-mellin transforms for image registration and recognition. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. PAMI*, 16:1156–1168, 1994.
- [20] S. Clippe, D. Sarrut, C. Malet, S. Miguet, C. Ginestet, and C. Carrie. Patient setup error measurement using 3D intensity-based image registration techniques. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics*, 56(1):259–263, 2003.
- [21] C. R. Crawford. Reprojection using a parallel backprojector. *Medical Physics*, 13(4):480–483, 1986.
- [22] P.E. Danielsson. Iterative techniques for projection and back-projection. Report, Dept. of Electrical Engineering, June 1997.
- [23] E. de Castro and C. Morandi. Registration of translated and rotated images using finite fourier transforms. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. PAMI*, 9:700–703, 1987.
- [24] W. de Neve, F. van den Heuvel, M. Coghe, D. Verellen, M. de Beukeleer, A. Roelstraete, P. de Roover, L. Thon, and G. Storme. Interactive use of on-line portal imaging in pelvic radiation. *Int. J. Radiation Oncology Biol. Phys.*, 25:517, 1993.
- [25] W. de Neve, F. van den Heuvel, M. de Beukeleer, M. Coghe, L. Thon, P. de Roover, M. van Lancker, and G. Storme. Routine clinical on-line portal imaging followed

- by immediate field adjustment using a tele-controlled patient couch. *Radiotherapy and Oncology*, 24:45, 1992.
- [26] L. Dong and A. Boyer. A portal image alignment and patient setup verification procedure using moments and correlation technique. *Phys. Med. Biol.*, 41:697, 1996.
- [27] K. Eilertsen, A. Skretting, and T. Tennvassas. Methods for fully automated verification of patient set-up in external beam radiotherapy with polygon shaped fields. *Phys. Med. Biol.*, 39:993, 1994.
- [28] K. Engel and T. Ertl. Interactive high-quality volume rendering with flexible consumer graphics hardware. In *Eurographics, State of the Art Report (STAR)*, 2002.
- [29] A. Ezz, P. Munro, A. T. Porter, J. Battista, D. A. Jaffray, A. Fenster, and S. Osborne. Daily monitoring and correction of radiation field placement using a video-based portal imaging system: a pilot study. *Int. J. Radiation Oncology Biol. Phys.*, 22:159, 1991.
- [30] O. Faugeras. *Three Dimensional Computer Vision, A Geometric Viewpoint*. The MIT Press, 1993.
- [31] J. D. Foley, A. van Dam, S. K. Feiner, and J. F. Hughes. *Computer Graphics, Principles and Practice*. Addison Wesley, 1993.
- [32] F. Ghorbel. A complete invariant description for gray-level images by the harmonic analysis approach. *Pattern Recognition Letters*, 15:1043–1051, 1994.
- [33] K. Gilhuijs, A. Touw, M. van Herk, and R. Vijlbrief. Optimization of automatic portal image analysis. *Med. Phys.*, 22:1089, 1995.
- [34] K. Gilhuijs and M. van Herk. Automatic on-line inspection of patient setup in radiation therapy using digital portal images. *Med. Phys.*, 20:667, 1993.
- [35] Ren Hui Gong, A. James Stewart, and Purang Abolmaesumi. A new method for ct to fluoroscope registration based on unscented kalman filter. In Rasmus Larsen, Mads Nielsen, and Jon Sporring, editors, *MICCAI (1)*, volume 4190 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 891–898. Springer, 2006.
- [36] P. Grangeat. Mathematical framework of cone-beam 3D reconstruction via the first derivative of the radon transform. In G.T. Herman, A.K. Luis, and F. Natterer, editors, *Mathematical Methods in Tomography*, volume 1497 of *Lecture notes in Mathematics*, pages 66–97. Springer Verlag, 1991.
- [37] W.A. Götz and H.J. Druckmüller. A fast digital radon transform—an efficient means for evaluating the hough transform. *Pattern Recognition*, 29:711–718, 1996.
- [38] E. B. Hinkle, J. L. C. Sanz, A. K. Jain, and D. Petkovic. New life for projection-based image processing. *J. Parallel Distrib. Comput.*, 4(1):45–78, 1987.

- [39] D. Hristov and B. Fallone. A grey-level image alignment algorithm for registration of portal images and digitally reconstructed radiographs. *Med. Phys.*, 23:75, 1996.
- [40] M. Ingerhed. Fast backprojection for computed tomography. implementation and evaluation. Technical Report No. 759, Dept. of Electrical Engineering, Linköping University, 1999. Lic-Thesis.
- [41] H.I. Jackson, C.H. Meyer, and D.G. Nishimura. Selection of a convolution function for fourier inversion using gridding. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 10:473–478, 1991.
- [42] C. Jacobson. Fourier methods in 3d-reconstruction from cone-beam data. Technical Report No. 427, Dept. of Electrical Engineering, Linköping University, 1996. Dissertation.
- [43] Branislav Jaramaz and Kort Eckman. 2d/3d registration for measurement of implant alignment after total hip replacement. In Rasmus Larsen, Mads Nielsen, and Jon Sporring, editors, *MICCAI (2)*, volume 4191 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 653–661. Springer, 2006.
- [44] S. Jones and A. Boyer. Investigation of an fft-based correlation technique for verification of radiation treatment setup. *Med. Phys.*, 18:1116, 1991.
- [45] C. Kausch, B. Schreiber, F. Kreuder, R. Schmidt, and O. Dössel. Monte carlo simulations of the imaging performance of metal plate/phosphor screens used in radiotherapy. *Medical Physics*, 26(10):2113–2124, 1999.
- [46] A. Khamene, P. Bloch, W. Wein, M. Svatos, and F. Sauer. Automatic registration of portal images and volumetric CT for patient positioning in radiation therapy. *Medical Image Analysis*, pages 96–112, February 2006.
- [47] D. Knaan and L. Joskowicz. Effective intensity-based 2d/3d rigid registration between fluoroscopic x-ray and ct. In R.E. Ellis and T.M. Peters, editors, *MICCAI'2003, LNCS 2878*, pages 351–358. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2003.
- [48] M. Koecher and R. Remmert. *Hamiltonsche Quaternionen*. Grundwissen Mathematik. Springer Verlag, 1988.
- [49] F. Kreuder. Implementierung der schnellen Rückprojektion als Alternative zur klassischen Rückprojektion in der Computer-Tomographie. In *BMT 2000, 34. Jahrestagung der Deutschen, Österreichischen und Schweizerischen Gesellschaft für Biomedizinische Technik*, 2000.
- [50] F. Kreuder, M. Grass, V. Rasche, H. Braunisch, and O. Dössel. Fast calculation of the x-ray transform from the radial derivative of the radon transform using gridding and fast backprojection techniques. In *EMBECC'99*, 1999.
- [51] F. Kreuder, B. Schreiber, C. Kausch, and O. Dössel. A structure-based method for

- on-line matching of portal images for an optimal patient set-up in radiotherapy. *Philips Journal of Research*, 51(2):317–337, 1998.
- [52] P. Lacroute and M. Levoy. Fast volume rendering using a shear-warp factorization of the viewing transformation. *Computer Graphics*, 28:451–458, 1994.
- [53] D. LaRose, L. Cassenti, B. Jaramaz, J. Moody, T. Kanade, and A. DiGioia. Post-operative measurement of acetabular cup position using x-ray/ct registration. In S.L. Delp, A.M. DiGioia, and B. Jaramaz, editors, *MICCAI'2000, LNCS 1935*, pages 1104–1113. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2000.
- [54] D.A. LaRose. *Iterative X-ray/CT Registration Using Accelerated Volume Rendering*. PhD thesis, Carnegie Mellon University, 2001.
- [55] D.J. Lee, T.F. Krile, and S. Mitra. Power cepstrum and spectrum techniques applied to image registration. *Applied Optics*, 27:1099–1106, 1988.
- [56] D.J. Lee, S. Mitra, and T.F. Krile. Analysis of sequential complex images, using feature extraction and two-dimensional cepstrum techniques. *Journal of Optical Soc. Am. A*, 6:863–870, 1989.
- [57] K. Leszczynski, S. Loose, and P. Dunscombe. Segmented chamfer matching for the registration of field borders in radiotherapy images. *Phys. Med. Biol.*, 40:83, 1995.
- [58] K. Leszczynski, S. Shalev, and N. Cosby. The enhancement of radiotherapy verification by an automated edge detection technique. *Med. Phys.*, 19:611, 1992.
- [59] Harel Livyatan, Ziv Yaniv, and Leo Joskowicz. Gradient-based 2d/3d rigid registration of fluoroscopic x-ray to ct. *IEEE Trans. Med. Imaging*, 22(11):1395–1406, 2003.
- [60] T. Lu, S.S. Udpa, and L. Udpa. Projection iterative reconstruction technique and optoelectronic implementation. In *Proc. IEEE ISCAS 92*, pages 2469–2472, 1992.
- [61] M. Magnusson-Seger. Linogram and other direct fourier methods for tomographic reconstruction. Technical Report No. 320, Dept. of Electrical Engineering, Linköping University, 1993. Dissertation.
- [62] J. B. A. Maintz and M. A. Viergever. A survey of medical image registration. *Medical Image Analysis*, 2(1):1–36, 1998.
- [63] Y. Masutani, T. Dohi, F. Yamane, H. Iseki, and K. Takakura. Augmented reality visualization system for intravascular neurosurgery. *Computer Aided Surgery*, 3:239–247, 1998.
- [64] B. McParland and J. Kumaradas. Digital portal image registration by sequential anatomical matchpoint and image correlations for real-time continuous field alignment verification. *Med. Phys.*, 22:1063, 1995.

- [65] H. Meertens, J. Bijhold, and J. Strackee. A method for the measurement of field placement errors in digital portal images. *Phys. Med. Biol.*, 35:299, 1990.
- [66] J. Moseley and P. Munro. A semiautomatic method for registration of portal images. *Med. Phys.*, 21:551, 1994.
- [67] P. Munro. Portal imaging technology: Past, present, and future. *Seminars in Radiation Oncology*, 5:115–133, 1995.
- [68] S. Nilsson. Fast backprojection. Report, Dept. of Electrical Engineering, Linköping University, July 1996.
- [69] S. Nilsson. Application of fast backprojection techniques for some inverse problems of integral geometry. Technical Report No. 499, Dept. of Electrical Engineering, Linköping University, 1997. Dissertation.
- [70] A.H. Nuttall. Some windows with very good sidelobe behavior. *IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Proc. ASSP*, 29:84–91, 1981.
- [71] J.D. O’Sullivan. A fast sinc function gridding algorithm for fourier inversion in computer tomography. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 4:200–207, 1985.
- [72] Graeme P. Penney, Jürgen Weese, John A. Little, Paul Desmedt, Derek L. G. Hill, and David J. Hawkes. A comparison of similarity measures for use in 2d-3d medical image registration. *IEEE Trans. Med. Imaging*, 17(4):586–595, 1998.
- [73] T. M. Peters. Algorithms for fast back- and re-projection in computed tomography. *IEEE Trans Nuc. Sci.*, 28(4):3641–3647, 1981.
- [74] J.P.W Pluim, J.B.A. Maintz, and M.A. Viergever. Mutual information based registration of medical images: a survey. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 22(8):986–1004, August 2003.
- [75] W. Press, S. Teukolsky, W. Vetterling, and B. Flannery. *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, Cambridge, 2nd edition, 1995.
- [76] J. Radon. Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten. *Ber. Verl. Sächs. Akad.*, 69:262, 1917.
- [77] G. N. Ramachandran and A. V. Lakshminarayanan. Three-dimensional reconstruction from radiographs and electron micrographs: Application of convolution instead of Fourier-transform. *Proc. of the nat. Acad. Sci.*, 68:2236–2240, 1971.
- [78] Volker Rasche, B. Schreiber, C. Graeff, T. Istel, Hermann Schomberg, Michael Grass, Rainer Koppe, Erhard Klotz, and Georg Rose. Performance of image-intensifier equipped x-ray systems for-three-dimensional imaging. In Heinz U. Lemke, Michael W. Vannier, Kiyonari Inamura, Allan G. Farman, Kunio Doi, and Johan H. C. Reiber, editors, *CARS*, volume 1256 of *International Congress Series*, pages 187–192. Elsevier, 2003.

- [79] B. Reddy and B. N. Chatterji. An fft-based technique for translation, rotation, and scale-invariant image registration. *IEEE Trans. Image Processing*, 5(8):1266–1271, 1996.
- [80] L. Reinstein, S. Pai, and A. Meek. Assessment of geometric treatment accuracy using time-lapse display of electronic portal images. *Int. J. Radiation Oncology Biol. Phys.*, 22:1139, 1992.
- [81] A. Roche, G. Malandain, X. Pennec, and N. Ayache. The Correlation Ratio as a New Similarity Measure for Multimodal Image Registration. In A. Colschester W.M. Wells and S. Delp, editors, *miccai98*, volume 1496, pages 1115–1124. Incs, 1998.
- [82] Torsten Rohlfing, Daniel B. Russakoff, Joachim Denzler, Kensaku Mori, and Calvin R. Maurer, Jr. Progressive attenuation fields: Fast 2D-3D registration without precomputation. *Medical Physics*, 32(9):2870–2880, September 2005.
- [83] Torsten Rohlfing, Daniel B. Russakoff, Martin J. Murphy, and Calvin R. Maurer, Jr. Intensity-based registration algorithm for probabilistic images and its application for 2-D to 3-D image registration. In Milan Sonka and J. Michael Fitzpatrick, editors, *Medical Imaging: Image Processing*, volume 4684 of *Proceedings of the SPIE*, pages 581–591, February 2002.
- [84] J.J.K.O. Ruanaidh and T. Pun. Rotation, scale and translation invariant spread spectrum digital image watermarking. *SP*, 66(3):303–317, May 1998.
- [85] Daniel B. Russakoff, Torsten Rohlfing, and Calvin R. Maurer, Jr. Fast intensity-based 2D-3D fluoroscopy-to-CT registration of clinical data using light fields. In *Ninth IEEE International Conference on Computer Vision, Proceedings*, pages 416–422, Los Alamitos, CA, October 2003. IEEE Computer Society.
- [86] J. L. C. Sanz and E. B. Hinkle. Computing projections of digital images in image processing pipeline architectures. *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, 35(2):198–207, 1987.
- [87] D. Sarrut and S. Clippe. Geometrical transformation approximation for 2D/3D intensity-based registration of portal images and CT scan. In W.J. Niessen and M. A. Viergever, editors, *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention MICCAI'2001*, volume 2208, pages 532–540, Utrecht (Netherlands), 2001. Springer Verlag, Lecture Notes in Computer Science.
- [88] D. Sarrut and S. Clippe. Fast DRR generation for intensity-based 2D/3D image registration in radiotherapy. Technical report, LIRIS, Lyon, 2003.
- [89] H. Schomberg and J. Timmer. The gridding method for image reconstruction by fourier transformation. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 14:596–607, 1995.
- [90] E. L. Schwartz. A quantitative model of the functional architecture of human

- striate cortex with application to visual illusion and cortical texture analysis. *Biol. Cybern.*, 37:63–76, 1980.
- [91] Y. Sheng and H.H. Arsenault. Experiments on pattern recognition using invariant fourier-mellin descriptors. *Journal of Optical Soc. Am. A*, 3:771–776, 1986.
- [92] D. Tomazevic, B. Likar, and F. Pernus. 3-d/2-d registration by integrating 2-d information in 3-d. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 25(1):17–27, January 2006.
- [93] D. Tomazevic, B. Likar, T. Slivnik, and F. Pernus. 3-d/2-d registration of ct and mr to x-ray images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 22(11):1407–1416, November 2003.
- [94] P.A. van den Elsen, E.-J.D. Pol, and M.A. Viergever. Medical image matching - a review with classification. *IEEE Eng. in Medicine and Biology*, 12:26–39, 1993.
- [95] E.B. VandeKraats, G.P. Penney, D. Tomazevic, T. VanWalsum, and W.J. Niessen. Standardized evaluation methodology for 2-d–3-d registration. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 24(9):1177–1189, September 2005.
- [96] P.A. Viola and W.M. Wells. Alignment by maximization of Mutual Information. *International Journal of Computer Vision*, 24(2):137–154, 1997.
- [97] Fei Wang, Thomas E. Davis, and Baba C. Vemuri. Real-time drr generation using cylindrical harmonics. In *MICCAI '02: Proceedings of the 5th International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention-Part II*, pages 671–678, London, UK, 2002. Springer-Verlag.
- [98] H. Wang and B. Fallone. A robust morphological algorithm for automatic radiation field extraction and correlation of portal images. *Med. Phys.*, 21:237, 1994.
- [99] H. Wang and B. Fallone. A mathematical model of radiation field edge localization. *Med. Phys.*, 22:1107, 1995.
- [100] J. Wang, L. Reinstein, J. Hanley, and A. Meek. Investigation of a phase-only correlation technique for anatomical alignment of portal images in radiation therapy. *Phys. Med. Biol.*, 41:1045, 1996.
- [101] W. Wein, B. Roeper, and N. Navab. 2D/3D registration based on volume gradients. In *SPIE Medical Imaging 2005, San Diego*, February 2005.
- [102] S. Zhou and L. Verhey. A robust method of multileaf collimator (mlc) leaf-configuration verification. *Phys. Med. Biol.*, 39:1929, 1994.
- [103] L. Zöllei, W. E. L. Grimson, A. Norbash, and W. M. Wells. 2d-3d rigid registration of x-ray fluoroscopy and ct images using mutual information and sparsely sampled histogram estimators. In *IEEE Computer Vision and Pattern Recognition Conf.*, pages 696–703, 2001.

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name: Frank Kreuder
Geboren am: 10. September 1968 in Duisburg

Schule und Studium

1974 - 1978 Grundschole Sollbrüggen in Krefeld
1978 - 1987 Gymnasium Fabritianum in Krefeld
10/87 - 12/88 Grundwehrdienst als Sanitäter in Würzburg und Kalkar
10/88 - 02/95 Studium der Physik an der RWTH Aachen
mit dem Abschluss zum Diplom Physiker
10/89 - 11/98 Studium der Medizin an der RWTH Aachen
und der Universität Hamburg
10/97 - 09/98 Praktisches Jahr an der Uniklinik Eppendorf Hamburg
06/01 Abrobation als Arzt

Beruf

05/96 - 07/99 Freier Mitarbeiter der Philips Forschung Hamburg
10/99 - 09/01 Wissenschaftlicher Angestellter in der Neuroradiologie
der Uniklinik Lübeck
seit 10/01 Leiter des Arbeitsbereiches Magnetresonanztomographie
am Zentrum für Neuropsychologische Forschung
der Universität Trier

Die Lagerung des Patienten ist von entscheidender Bedeutung für den Erfolg einer Bestrahlung, da nur bei optimaler Positionierung der Tumor exakt getroffen wird und das umgebene Gewebe geschont wird. Dies kann durch computergestützte Bildverarbeitung optimiert und kontrolliert werden. Hierzu wurde ein 2D-3D-Registrierungsverfahren entwickelt und die vorliegende Arbeit beschreibt die einzelnen Komponenten. Zur Registrierung von Hochenergiekontrollaufnahmen ist es notwendig, die relevante anatomische Information gezielt herauszuarbeiten. Die Positionsbestimmung im Raum erfordert die Erzeugung von künstlichen Röntgenprojektionen, die mit einem neuartigen Verfahren unter Ausnutzung des 3-dimensionalen Radonraumes schnell berechnet werden können. Die mathematische Entkopplung des 6-dimensionalen Suchraumes ermöglicht eine vollständige und robuste Lagebestimmung innerhalb weniger Sekunden.