А. В. Багаев

Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева,

a.v.bagaev@gmail.com

ЕСТЕСТВЕННЫЕ СЛОЕНЫЕ РАССЛОЕНИЯ КАРТАНОВЫХ СЛОЕНИЙ

Исследуются слоения с трансверсальной картановой геометрией, называемые картановыми слоениями [1, 2]. Картановы слоения образуют широкий класс слоений, включающий в себя римановы, проективные, конформные, трансверсально однородные слоения. Основной конструкцией, применяемой при исследований картановых слоений, является слоеное расслоение [2].

Пусть (M, F) — картаново слоение типа (G, H), $\mathfrak{g}$ и $\mathfrak{h}$ — алгебры Ли групп Ли G и H, $\pi\colon \mathcal{R} \to M$ — слоеное расслоение с поднятым слоением $(\mathcal{R}, \mathcal{F})$. Пусть K — группа Ли с алгеброй Ли $\mathfrak{k}$, $\iota\colon H \to K$ — гомоморфизм групп Ли и $\alpha\colon \mathfrak{g} \to \mathfrak{k}$ — линейное отображение, удовлетворяющие условиям:

$$(a) \qquad \alpha|_{\mathfrak{h}} = \iota'\colon \mathfrak{h} \to \mathfrak{k};$$

$$(b) \qquad \alpha \circ \mathrm{Ad}_G(h) = \mathrm{Ad}_K(\iota(h)) \circ \alpha \forall h \in H.$$

Гомоморфизм ι задает левое действие группы Ли H на K. Обозначим через $\pi^K\colon \mathcal{R}^K = \mathcal{R} \times {}_H K \to M$ главное K-расслоение над M, ассоциированное с главным H-расслоением π, $r^K\colon \mathcal{R} \times K \to \mathcal{R}^K$ — главное H-расслоение, $i\colon H \to G \times K\colon h \mapsto (h, e)$, $F_0^K = \{\mathcal{L} \times \{k\} \mid \mathcal{L} \in \mathcal{F}, k \in K\}$, $\mathcal{F}^K = r^K(F_0^K)$.

Показано, что $(\mathcal{R}^K, \mathcal{F}^K)$ является картановым слоением типа $(G \times K, i(H))$, при этом $r^K\colon \mathcal{R} \times K \to \mathcal{R}^K$ вместе со слоением $(\mathcal{R} \times K, F_0^K)$ является слоеным расслоением картанова слоения $(\mathcal{R}^K, \mathcal{F}^K)$. Доказано, что картановы слоения $(\mathcal{R}^K, \mathcal{F}^K)$ и (M, F) имеют одну структурную алгебру Ли.

В слоеном расслоении $\pi^K \colon \mathcal{R}^K \to M$ естественным образом строится проектируемая связность, согласованная с α и картановой связностью в $\mathcal{R}$; наличие такой связности влечет тривиальность класса Атьи для этого слоеного расслоения.

Получены различные интерпретации ростковой группы голономии произвольного слоя слоения $(\mathcal{R}^K, \mathcal{F}^K)$. Доказано, что если $\iota \colon H \to K$ — инъективен, то каждый слой слоения $\mathcal{F}^K$ имеет тривиальную группу голономии и диффеоморфен стандартному слою слоения (M, F), а сужение r^K на слой $\mathcal{L} \times \{k\}$ является регулярным накрытием с группой накрывающих преобразований, изоморфной ростковой группе голономии слоя $L = \pi(\mathcal{L}) \in F$.

Пусть $\rho \colon G \to GL(V)$ — представление G на конечномерном векторном пространстве V, $\pi^V \colon \mathcal{R}^V = \mathcal{R} \times {}_H V \to M$ — векторное расслоение, ассоциированное с главным H-расслоением π, $r^V \colon \mathcal{R} \times V \to \mathcal{R}^V$ — главное H-расслоение, $i \colon H \to G \leftthreetimes V \colon \ h \mapsto (h, 0)$ — включение H в полупрямое произведение $G \leftthreetimes V$, $F_0^V = \{\mathcal{L} \times \{v\} \mid \mathcal{L} \in \mathcal{F}, v \in V\}$, $\mathcal{F}^V = r^V(F_0^V)$.

Показано, что пара $(\mathcal{R}^V, \mathcal{F}^V)$ — картаново слоение типа $(G \leftthreetimes V, i(H))$, при этом $r^V \colon \mathcal{R} \times V \to \mathcal{R}^V$ вместе со слоением $(\mathcal{R} \times V, F_0^V)$ является слоеным расслоением картанова слоения $(\mathcal{R}^V, \mathcal{F}^V)$, и картановы слоения $(\mathcal{R}^V, \mathcal{F}^V)$ и (M, F) имеют одну структурную алгебру Ли. Рассмотрены различные интерпретации ростковой группы голономии произвольного слоя слоения $(\mathcal{R}^V, \mathcal{F}^V)$.

Доказано, что слоеное расслоение $\pi^V \colon \mathcal{R}^V \to M$ имеет естественную проектируемую линейную связность.

По аналогии с [3] мы называем построеные расслоения $\pi^K : \mathcal{R}^K \to M$ и $\pi^V : \mathcal{R}^V \to M$ естественными слоеными расслоениями картанова слоения (M, F).

ЛИТЕРАТУРА

1. Blumenthal R. *Cartan submersions and Cartan foliations* // Illinois J. Math. – 1987. – V. 31. – P. 327–343.

2. Жукова Н. И. *Минимальные множества картановых слоений* // Тр. Матем. ин-та им. В. А. Стеклова РАН. – 2007. – Т. 256. – С. 115–147.

3. Cap A., Slovak J. *Parabolic geometries. I. Background and general theory.* – Mathematical Surveys and Monographs, 154. American Mathematical Society, Providence, RI. – 2009. – 628 p.

Ю. Ю. Багдерина

Институт математики с ВЦ УНЦ РАН, г. Уфа,

yulya@mail.rb.ru

ОТДЕЛИМОСТЬ УРАВНЕНИЯ В СИСТЕМЕ ДВУХ ОДУ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Данная работа является продолжением статьи [1], где рассматривалась задача полного разделения уравнений в системе

$$\begin{aligned} x_j'' = K_j + 2L_j x_j' + 2M_j x_k' + P_j x_j'^2 + 2S_j x_1' x_2' + Q_j x_k'^2 + \\ + x_j'(V_1 x_1'^2 + 2V_0 x_1' x_2' + V_2 x_2'^2), \quad j = 1, 2, \quad k = 3 - j, \end{aligned} \qquad (1)$$

в результате точечного преобразования общего вида и вида

$$\bar{t} = \theta(t), \qquad \bar{x}_1 = \varphi_1(t, x_1, x_2), \qquad \bar{x}_2 = \varphi_2(t, x_1, x_2). \qquad (2)$$