

# 大規模結合発振器による社会ネットワークのモデリング

上手洋子\*

## Modeling of Social Networks by Large-Scale Coupled Oscillators

by  
Yoko Uwate

### Abstract

In this study, we propose modeling method for social networks by using coupled chaotic circuits. First, clustering phenomena in coupled chaotic circuits networks are investigated. A coupling strength between the circuits is set to depend on the distance. We confirm that the coupled chaotic circuits network are formed several clusters which are defined by using chaos synchronization. Finally, we apply this proposed chaotic network for modeling of social networks.

**Key words:** Synchronization, Coupled oscillatory systems, Social networks

### 1. まえがき

結合発振器システムは、自然科学で観測される高次元の非線形現象を記述するのに優れたモデルである。また、結合発振器システムで観測される同期現象の調査が盛んに行われている。なかでも、結合カオス回路を用いたシステムは、カオス同期をはじめ多くの興味深い現象を観測することができる。そのため、同期現象は工学のみならず数学、物理学、生物学、脳科学など様々な分野で研究されている。

また、「ネットワーク」は現代科学のキーワードとして、注目を浴びている。2002年に流行したSARSウィルスの感染経路の予測を目的として、どのようなネットワークを介してウィルスが感染するのかを調査する研究が行われるようになった。そして、コンピュータの急速な発展と共に、より複雑なネットワークのモデリングや解析も可能となり、今では、「複雑系」と呼ばれる新しい学問領域も誕生している。さらに、現代ではFacebook, mixi, Twitterといったソーシャルネットワークが誕生し、人と人との繋がりも急激に変化してきている。このようなソーシャルネットワークでは、大量なデータの中から同じような情報を共有するグループの分類を行うクラスタリング作業が重要な役割を果たす。

これまで、結合発振器の大規模化ネットワークでの同期

---

\*徳島大学大学院ソシオテクノサイエンス研究部

Institute of Socio-Techno Science Technology,

The University of Tokushima

連絡先：〒770-8506 徳島市南常三島 2-1

現象の研究はラダー状、リング状、二次元格子状と結合構造が規則的な場合についての調査が多く行われてきている。しかしながら、回路の結合構造が複雑なシステムについての調査はほとんど行われてきていない。そこで、社会ネットワークで観測されるような複雑な結合構造を結合発振回路システムに応用することで、社会ネットワークのモデリングを行えるのではないかと考えた。

本研究では、結合発振器システムで観測される同期現象を用いて社会ネットワークのモデリングを行う手法の提案を行う。我々は、カオス回路を複数個、2次元平面上に配置し、距離情報によってそれぞれの発振器を完全結合したときの同期現象について調査を行う。シミュレーションおよび回路実験の結果、近くの領域にいる発振器のみが同期するクラスタリング現象を観測することができた。さらに、近くに発振器が配置されていない孤立した発振器は、どの発振器とも同期しない非同期現象となることが分かった。また、結合カオス回路の個数を100個とした場合の大規模化ネットワークに対しても調査を行い、結合強度とクラスタリング関係の分布について評価を行った。より複雑なネットワークの調査として、ネットワーク構造を3次元にした場合でもクラスタリング現象の研究を行った。最後に実社会データを用いたネットワークに対して、シミュレーションを行い、クラスタリング現象を確認した。

## 2. 回路モデル

本研究で用いるカオス回路をFig. 1に示す。このカオス回路は西尾-稲葉回路と呼ばれている。

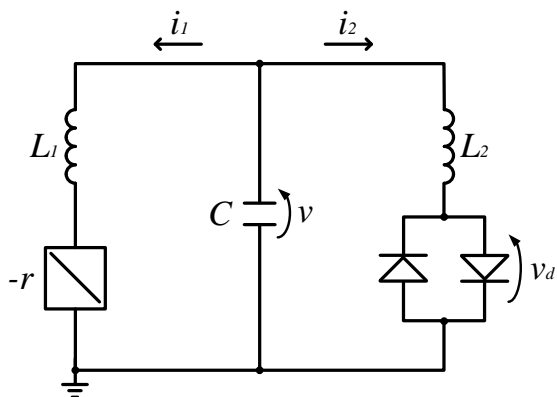


Fig. 1 Circuit model.

この回路は、キャパシタ、インダクタ、負性抵抗、二つのダイオードで構成された非線形抵抗により構成されている。この非線形抵抗のI-V特性は、次式(1)で示され、パラメータ  $r_d$  は非線形抵抗の傾きである。

$$v_d(i_2) = \frac{r_d}{2} \left( \left| i_2 + \frac{v}{r_d} \right| - \left| i_2 - \frac{v}{r_d} \right| \right). \quad (1)$$

また、回路のダイナミクスは次のような区分線系三次の常微分方程式により、表すことができる。

$$\begin{cases} L_1 \frac{di_1}{dt} = v + ri_1 \\ L_2 \frac{di_2}{dt} = v - r_d(i_2) \\ C \frac{dv}{dt} = -i_1 - i_2. \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中の各変数を、以下のように置き換えることによって、

$$\begin{aligned} i_1 &= \sqrt{\frac{C}{v_1}} vx; & i_2 &= \frac{\sqrt{L_1 C}}{L_2} Vy; & v &= Vz; \\ r \sqrt{\frac{C}{L_1}} &= \alpha; & \frac{L_1}{L_2} &= \beta; & r_d &= \frac{\sqrt{L_1 C}}{L_2} = \delta; \\ t &= \sqrt{L_1 C} \tau; \end{aligned}$$

式(2)は正規化され、以下のような式(3)が得られる。

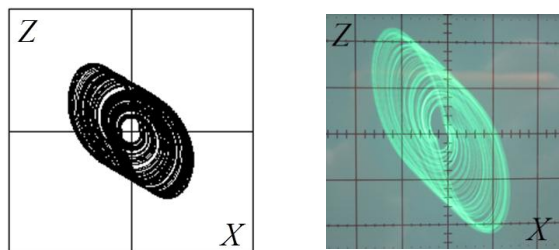
$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\tau} &= \alpha x + z \\ \frac{dy}{d\tau} &= z - f(y) \\ \frac{dz}{d\tau} &= -x - \beta y \end{aligned} \quad (3)$$

また、式中の $f(y)$ は、次式のように記述できる。

$$f(y) = \frac{\delta}{2} \left( \left| y + \frac{1}{\delta} \right| - \left| y - \frac{1}{\delta} \right| \right). \quad (4)$$

このカオス回路で観測されるカオスアトラクタをFig. 2に示す。Fig. 2(a)がコンピュータシミュレーションによって得られた結果、Fig. 2(b)が回路実験によって得られた結果である。コンピュータシミュレーションおよび回路実験で用いたパラメータは以下のとおりである。

$\alpha = 0.460, \beta = 3.0, \delta = 470, L_1 = 500[\text{mH}],$   
 $L_2 = 200[\text{mH}], C = 0.0153[\mu\text{F}], r_d = 1.46[\text{M}\Omega].$



(a) Simulation. (b) Circuit experiment.

Fig.2 Chaos attractor.

### 3. 基本的な同期現象

まず、カオス回路を2つ抵抗で結合したときの同期現象について説明する。カオス回路を結合した場合の回路方程式は次式で表される。

$$\begin{aligned} \frac{dx_i}{d\tau} &= \alpha x_i + z_i \\ \frac{dy_i}{d\tau} &= z_i - f(y) \\ \frac{dz_i}{d\tau} &= -x_i - \beta y_i - \sum_{i,j=1}^N \gamma_{ij}(z_i - z_j) \end{aligned} \quad (5)$$

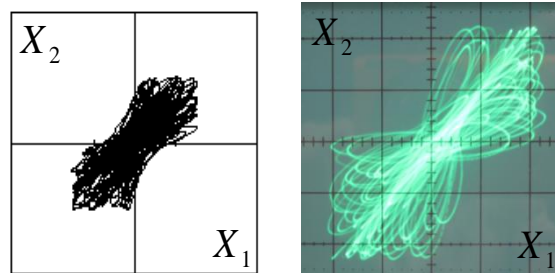
(i, j 1, 2, ..., N)

式(5)中の  $i$  は、自己の回路を表し、 $j$  は他の回路との結合を表す。パラメータ  $\gamma$  は、回路同士を結合する結合強度を示している。今回のシミュレーションでは、結合強度の値を距離に応じて変化するように設定し、 $\gamma$ は以下の式によって導出される。

$$\gamma_{ij} = \frac{g}{(\text{length}_{i,j})^2} \quad (6)$$

式(6)中の  $g$  は、結合強度を決めるための結合変数パラメータであり、 $\text{length}_{i,j}$  は  $i$  番目と  $j$  番目のユークリッド距離を表している。本研究において、カオス回路は  $0 \sim 1$  空間に正規化された空間に配置するものとする。

Fig. 3にカオス回路を2つ結合したときの同期状態の結果を示す。この図より2つのカオス回路は同相同期していることがわかる。



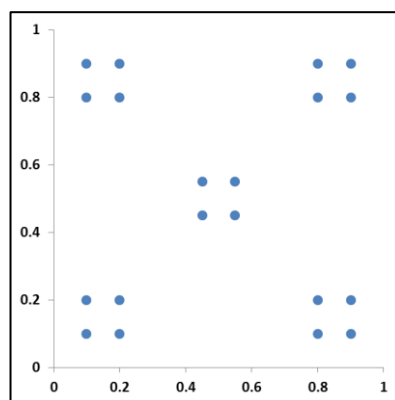
(a) Simulation. (b) Circuit experiment.

Fig.3 In-phase synchronization.

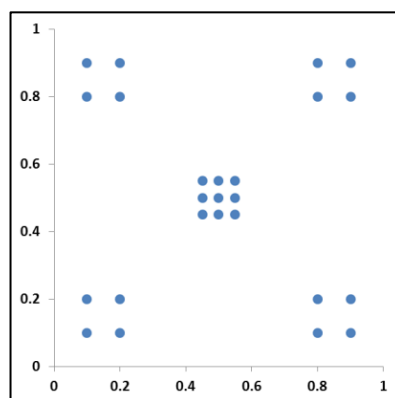
## 4. カオス回路を2次元に配置したときの同期現象

### 4.1 カオス回路の密度を変化させた場合

まず、カオス回路の密度が異なるグループを配置し、結合強度を変化させたときのクラスタリング現象について調査を行う。ここで取り扱うカオス回路システムを Fig. 4に示す。



(a) Same density groups.



(b) Including high-density group.

Fig.4 Arrangement of chaotic circuit network.

Fig. 4(a) は同じ密度のカオス回路グループで構成されたネットワークで、すべてのグループは4つのカオス回路で構成されている。それに対して、Fig. 4(b)は中心に配置されたグループは他のグループよりも高密度のカオス回路で構成されている。ここでは例として高密度のカオス回路グループは9つのカオス回路を用いている。それぞれの結合カオスネットワークシステムに対して、コンピュータシミュレーションを行い、クラスタリング現象の調査を行う。

Fig. 5 に低密度グループ間および低密度と高密度グループ間の位相差の結果を示す。Fig. 5(a)はFig. 4(a)の低密度グループのみで構成された結合カオス回路ネットワークの低密度グループ間の位相差の結果であり、この図より、低密度グループ間は同相同期していることがわかる。これに対して、Fig. 5(b)にFig. 4(b)の高密度グループを含むネットワークの低密度と高密度グループ間の位相差の結果を示す。この図より、非同期であることが確認される。これらの結果より、結合カオス回路の密度が等しいグループ間は同期するが、密度が等しくない場合は非同期になることがわかった。そのときのクラスタリング結果をFig. 6に示す。

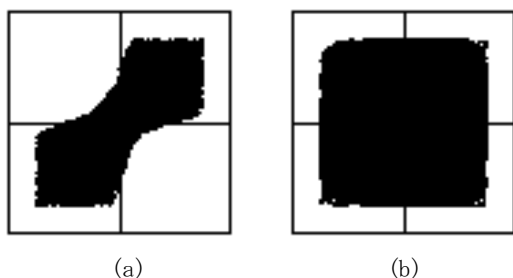
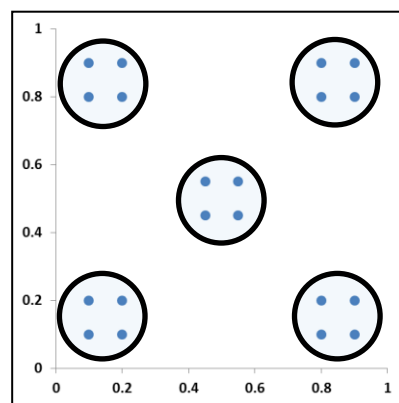


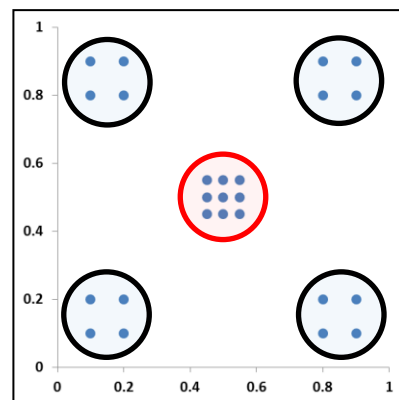
Fig. 5 Phase difference. (a) In-phase synchronization. (the phase difference of low-density group in Fig. 4(a)), (b) Asynchronization. (the phase difference between low and high-density groups in Fig. 4(b)).

次に、Fig. 4(b)の結合カオスネットワークに対して、結合強度を変化させたときのクラスタリング現象について調査を行う。シミュレーション結果をFig. 7に示す。まず、結合強度が小さいときは、中心の高密度グループが同

期するが、そのほかのカオス回路は非同期となっている。結合強度を大きくしていくと、外側のグループ間も同期を始める。さらに結合強度が十分大きくなると、すべてのカオス回路が同期することがわかる。その同期状態の変化をTable 1にまとめる。



(a) In-phase synchronization.



(b) Asynchronization.

Fig. 6 Clustering results.

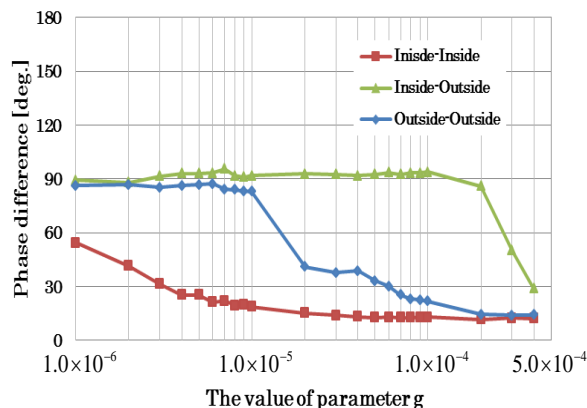


Fig. 7 Phase difference with coupling strength.

Table 1 Synchronization state with the value of  $g$ .

The value of $g$	In - In	In - Out	Out - Out
$2.0 \times 10^{-6} \leq g \leq 3.0 \times 10^{-5}$	Syn.	Not-syn.	Not-syn.
$4.0 \times 10^{-5} \leq g \leq 2.0 \times 10^{-4}$	Syn.	Not-syn.	Syn.
$3.0 \times 10^{-4} \leq g \leq 4.0 \times 10^{-4}$	Syn.	Syn.	Syn.

#### 4.2 100個のカオス回路のクラスタリング現象

次に、結合カオス回路の個数が100個の場合のネットワークに対してもクラスタリング現象の調査を行う。100個の結合カオス回路ネットワークをFig. 8に示す。

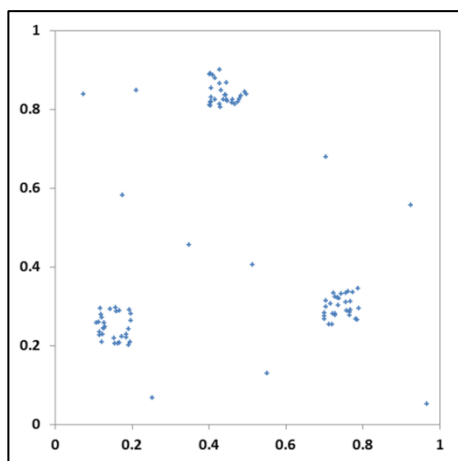


Fig. 8 100 coupled chaotic circuit network.

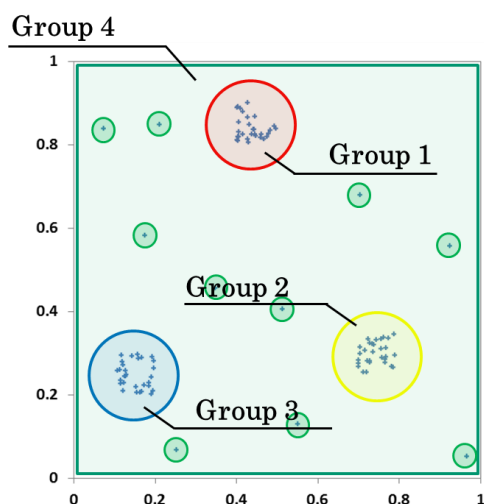


Fig. 9 Clustering result.

Fig. 9に、100個の結合カオス回路ネットワークのクラスタリング結果を示す。結合強度を設定することで、クラスタを判別することが可能である。この場合は、3つのクラスタを観測することができた。この結果より、本提案システムは大規模化への応用も期待される。

#### 5. カオス回路を3次元に配置したときの同期現象

ここでは、カオス回路を3次元に配置したときのネットワークについて調査を行う。3次元の結合カオス回路ネットワークをFig. 10に示す。また、クラスタリング結果をFig. 11に示す。結果の図より、3次元データに対しても、クラスタリング現象を観察することができた。一般的に、3次元データでのクラスタリングは難しいとされており、本提案モデルはクラスタリング能力に優れているといえる。

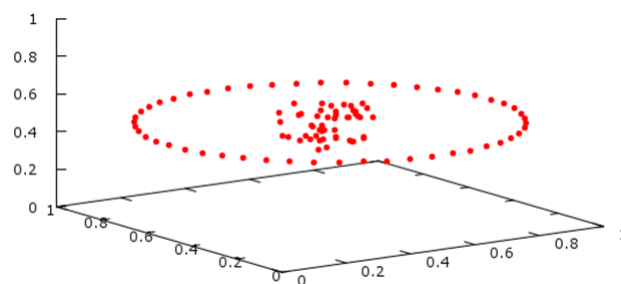


Fig. 10 Chaotic circuit network for 3-dimensional space.

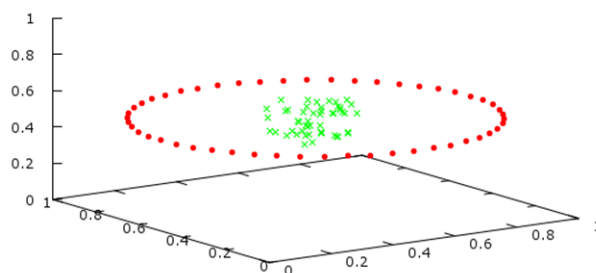


Fig. 11 Clustering result.

#### 6. 社会ネットワークへのモデリング

最後に、社会ネットワークで観測される実データへの応用を考える。ここでは、ソーシャルネットワークでの友人

の記事の参照回数を結合強度と置き換えてネットワークを構成し、そのネットワークに対してのクラスタリング調査を行う。ソーシャルネットワークの記事の参照回数を表2にまとめる。この表をもとにネットワークを構成し、クラスタリング現象の調査を行った。シミュレーション結果をFigs. 12, 13に示す。これらの結果より、このネットワークは3つのクラスタに分類されることがわかった。さらに、赤のグループ内のカオス回路は同相同期し、赤と紫のグループ間は位相同期、それ以外のグループ間は非同期となることがわかった。実データを用いた結合カオス回路ネットワークによるクラスタリングの調査は本研究が初めてであり、本モデルおよび成果は非常に新規性が高いといえる。

今後、より詳細なモデル設定を行うことで他の特徴も観測される可能性があると考えられる。

Table 2 Number of reference in SNS.

	A	B	C	D	E	F	G
A		5	14	13	1	16	17
B	5		2	7	1	2	8
C	14	2		11	1	15	10
D	13	7	11		1	11	9
E	1	1	1	1		1	1
F	16	2	15	11	1		12
G	17	8	10	9	1	12	

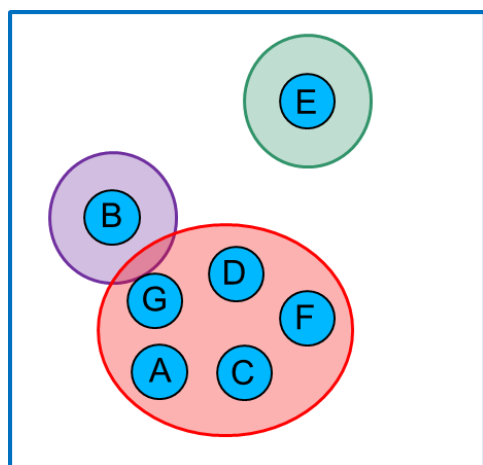


Fig. 12 Clustering result.

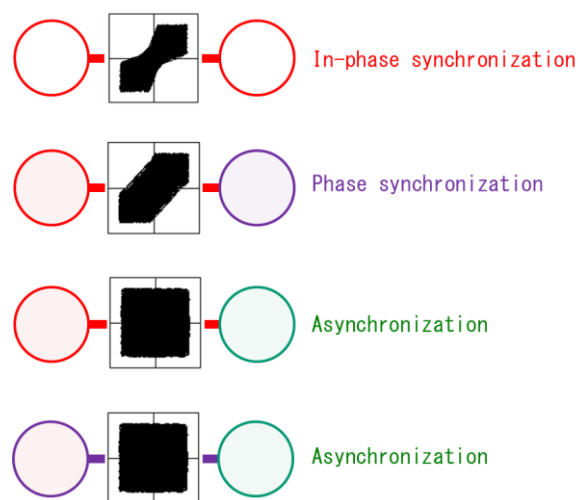


Fig. 13 Synchronization states.

## 7. まとめ

本研究では、結合間の距離に応じて抵抗値を変化させた結合カオス回路ネットワークで観測される同期現象およびクラスタリング現象についての調査を行った。コンピュータシミュレーションおよび回路実験の結果、近い距離に配置したカオス回路同士は同相同期になり、遠くの距離の回路とは非同期になることを確認した。同期状態に応じて、いくつかのグループを形成するといった非常に興味深いクラスタリング現象を得ることができた。さらに、社会ネットワークの実データに応用することにも成功した。

今後の課題として、クラスタを判別する効率の良いアルゴリズムの開発と、より複雑な社会ネットワークモデルへの応用が考えられる。

## 参考文献

- 1) K. Kaneko: Clustering, Coding, Switching, Hierarchical Ordering, and Control in a Network of Chaotic Elements, Physica D, vol. 41, pp. 137-172, (1990).
- 2) T. Ott, M. Christen and R. Stoop: An Unbased Clustering Algorithm Based on Self-organization Processes in Spiking Neural Networks, Proc. of NDES' 06, pp. 143-146, (2006)